

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique  
جامعة فرحات عباس- سطيف 1  
Université Ferhat Abbas - Sétif 1

## THÈSE

Présenté à l'Institut d'Optique et Mécanique de Précision pour l'obtention du  
diplôme de

**DOCTORAT 3<sup>ème</sup> Cycle LMD**

Domaine : Science et Technique

Filière : Optique et Mécanique de Précision

Spécialité : Mécanique Appliquée

**Par**

**BELKADI Noufel**

## THÈME

*Etude et optimisation de l'effet des erreurs de fabrication sur la  
performance cinématique et dynamique des mécanismes plans*

**Soutenue, le : 06/12/2025**

**Devant le jury composé de :**

Président de jury	OUKDI Elhadj	Prof.	UFA Sétif 1
Directeur de thèse	DJEDDOU Farhat	Prof.	UFA Sétif 1
Co-directeur	SMATA Lakhdar	Prof.	UFA Sétif 1
Examineur	Debih Ali	Prof.	UMB de M'Sila
Examineur	OURAHMOUN Abbes	MCA.	UFA Sétif 1

## **Remerciement**

*Tout d'abord, j'exprime ma gratitude à ALLAH pour ses bénédictions tout au long de ma vie. En vérité, je n'aurais pas pu réussir sans sa grâce et sa miséricorde. Cela a été un long parcours pour terminer cette thèse de doctorat. Du début à la fin, je suis redevable envers de nombreuses personnes pour leurs soins et leur soutien pendant ce travail.*

*Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mon directeur de thèse, le Prof. DJEDDOU Ferhat, pour ses précieux conseils et sa contribution de connaissances, qui ont rendu cette thèse possible. C'est lui qui m'a inspiré et encouragé à travailler sur ce projet. Sa supervision, ses orientations et ses encouragements m'ont énormément aidé.*

*En collaboration avec le Prof. DJEDDOU, je tiens à remercier tout particulièrement mon Co-encadreur le Prof. SMATA Lakhdar, pour son aide, ses précieux conseils et son encadrement.*

*Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur OUAKDI Elhadj Professeur à l'université Ferhat Abbas Sétif 1 ; de l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'être président de jury. J'exprime ma gratitude à Messieurs : DEBIH Ali Professeur à l'université Mohamed Boudiaf, M'Sila ; et OURAHMOUN Abbas ; maître de conférence classe A à l'université Ferhat Abbas Sétif 1 ; d'être membres de jury et je les remercie également pour le temps consacré à la lecture de ce travail.*

*Enfin, les mots les plus simples étant les plus forts, j'adresse toute mon affection à ma famille et en particulier à mes parents et ma chère femme pour l'encouragement et le soutien morale.*

*Je remercie également mon fils, mon frère et mes sœurs pour leur soutien moral.*

## Table des matières

### Chapitre 01: Le tolérancement dans la fabrication mécanique

1.1 Introduction .....	4
1.2 Tolérance de fabrication .....	5
1.3 Intervalle de tolérance .....	5
1.4 Types de tolérance .....	6
1.4.1 Tolérances dimensionnelles .....	7
1.4.2 Tolérances géométriques.....	8
1.5 Analyse des tolérances.....	11
1.6 Différentes approches de l'analyse des tolérances .....	12
1.6.1 Analyse au pire des cas .....	13
1.7 Synthèse des tolérances .....	14
1.8 Conclusion .....	15

### Chapitre 02 : Analyse cinématique et dynamique d'un mécanisme plan

2.1 Introduction : .....	16
2.2 Notions générales et définition : .....	16
2.4 Structure d'un mécanisme : .....	17
2.5 Les mécanismes plans : .....	20
2.6 Analyse cinématique des mécanismes plans .....	22
2.6.1 Définition : .....	22
2.7 Analyse dynamique des mécanismes plans .....	23
2.7.1 Forces agissant dans un mécanisme plan .....	23
2.7.2 Forces motrices et moments.....	23
2.7.3 Forces et moments de résistance .....	23
2.7.4 L'inertie.....	23
2.7.5 Forces de réaction dans les couples cinématiques .....	24
2.8 Classification de répartition des forces dans les couples cinématiques.....	24
2.8.1 Liaison glissière .....	24
2.8.2 Liaison pivot .....	25
2.8.3 Liaison ponctuelle .....	25

2.8.4 Frottement dans les liaisons cinématiques .....	26
2.8.5 Modèles d'une liaison cinématique avec frottement.....	29
2.9 Analyse de la force des mécanismes avec frottement .....	34
2.10 Equation de mouvement d'un mécanisme plan rigide.....	35
2.10.1 Equation de Lagrange pour un mécanisme à un seul degré de mobilité.....	35
2.10.2 Equation de Lagrange pour un mécanisme à plusieurs degrés de mobilité .....	36
2.10.3 Caractéristiques dynamiques des mécanismes rigides.....	37
2.10.4 Activité vibratoire interne d'un mécanisme plan.....	37
2.11 Méthodes de réduction des moments de perturbation .....	39
2.12 Activité vibratoire externe des mécanismes .....	40
2.13 Conclusion .....	40

### **Chapitre 03 : Les sources des erreurs de fabrication et optimisation**

3.1 Introduction .....	41
3.2 Définition de l'erreur :.....	41
3.3 Précision .....	41
3.4 Erreur de fabrication mécanique.....	42
3.5 Types de variation et des erreurs .....	43
3.6 Types des erreurs dans les mécanismes.....	43
3.6.1 Erreurs géométrique d'un mécanisme plan.....	43
3.6.2 Sources des erreurs dans les composants d'un mécanisme plan.....	44
3.7 Optimisation de la précision des pièces fabriquées .....	49
3.8 Optimisation des tolérances pour un coût et performances optimaux.....	49
3.9 Introduction à l'optimisation .....	49
3.9.1 Problème d'optimisation.....	50
3.9.2 Classification des méthodes d'optimisation.....	50
3.9.3 Algorithme d'optimisation déterministe .....	51
3.9.4 Algorithme de recherche directe .....	51
3.9.5 Algorithmes basés sur le gradient .....	51
3.9.6 Algorithmes d'optimisation stochastique (méta-heuristique) .....	52
3.9.7.1 Algorithmes basés sur la physique.....	52
3.9.7.2 Algorithmes évolutionnaires .....	52

3.10 Gestion des contraintes dans les algorithmes méta-heuristiques .....	53
3.11 Fonctions de pénalités .....	53
3.12 Séparation de la fonction objective et les contraintes.....	54
3.13 Optimisation multi-objectifs.....	55
3.14 Techniques pour résoudre les problèmes multi-objectifs .....	55
3.14.1 Méthode de la somme pondérée.....	56
3.14.2 Méthodes des é-contraintes .....	56
3.15 Conclusion .....	56

#### **Chapitre 04 :Méthodologie pour modéliser l'effet cinématique des erreurs de fabrication**

4.1 Introduction .....	57
4.2 Influence des erreurs de fabrication sur la performance cinématique des mécanismes .	57
4.3 Analyse cinématique des mécanismes plans basée sur les équations de contrainte .....	58
4.3.1 Formulation mathématique des erreurs cinématiques due aux tolérances de fabrication .....	58
4.3.2 Théorie des chaines de dimension et de tolérance .....	60
4.4 Exemple d'application .....	61
4.4.1 Détermination de l'erreur de position .....	62
4.4.2 Détermination de l'erreur de vitesse : .....	64
4.4.3 Détermination de l'erreur d'accélération .....	66
4.5 Conclusion .....	68

#### **Chapitre 05 : Optimisation de la performance dynamique d'un mécanisme plan**

5.1 Introduction .....	69
5.2 Etude bibliographique.....	69
5.3 Description de l'algorithme méta-heuristiques PSO .....	72
5.3.1 L'algorithme PSO .....	72
5.4 Procédure d'optimisation.....	74
5.4.1 Modélisation du jeu articulaire .....	74
5.4.2 Analyse cinématique et paramétrique d'un mécanisme plan.....	75
5.5 Optimisation d'un mécanisme bielle-manivelle et coulisseau : .....	76
5.5.1 Analyse cinématique d'un bielle-manivelle avec erreurs de fabrications.....	77

5.5.2 Analyse paramétrique du mécanisme bielle-manivelle et coulisseau .....	78
5.5.3 Optimisation de l'erreur de l'accélération en présence de jeu articulaire.....	79
5.5.4 Optimisation des performances dynamique d'un mécanisme bielle-manivelle .....	80
5.6 Résultats et discussions .....	81
5.7 Conclusion .....	87
6. Conclusion générale et perspectives .....	89
<b>Bibliographie</b> .....	91

## Liste des figures

<b>Figure1.1.</b> Typologie de tolérance.....	7
<b>Figure 1.2.</b> Interprétation des tolérances dimensionnelles [12].....	7
<b>Figure 1.3.</b> Tolérance de dimension linéaire [12].....	8
<b>Figure1.4.</b> Les différents types de tolérances géométrique. ....	11
<b>Figure1.5.</b> Les différentes approches de l'analyse des tolérances [27]. ....	12
<b>Figure1.6.</b> Espace de configuration [30]. ....	13
<b>Figure2.2.</b> Liaison cinématique à trois degrés de mobilité : a) sphérique, b) plan/plan.....	18
<b>Figure2.3.</b> Liaison cinématique avec quatre et cinq degrés de mobilité : a) liaison cylindre-plan, b) sphère-plan. ....	19
<b>Figure2.4.</b> Groupes d'Assur plans. ....	21
<b>Figure2.5.</b> Groupes structurels plan. ....	22
<b>Figure2.6.</b> Liaison glissière. ....	25
<b>Figure2.7.</b> Liaison pivot (joint de révolution). ....	25
<b>Figure2.8.</b> Liaison sphère-plan ou ponctuelle. ....	25
<b>Figure2.11.</b> Liaison cinématique de première classe.....	29
<b>Figure2.12.</b> Modèle d'une liaison cinématique prismatique plan avec friction. ....	30
<b>Figure2.13.</b> Modèle d'une liaison pivot avec friction. ....	32
<b>Figure2.14.</b> Mécanisme rigide avec liaisons cinématique idéales.....	38
<b>Figure 3.1.</b> Sources de manque de précision et approches d'étalonnage [22].....	48
<b>Figure 4.1.</b> Mécanisme bielle-manivelle à coulisseau excentrique [48]. ....	61
<b>Figure 4.2.</b> Erreur de position du coulisseau évaluée sur un cycle complet de manivelle. ....	63
<b>Figure 4.3.</b> Erreur de position angulaire de bielle évaluée sur un cycle complet de manivelle. ....	64
<b>Figure 4.4.</b> Erreur de la vitesse linéaire maximale du coulisseau évalué sur un cycle complet de la manivelle. ....	66
<b>Figure 4.5.</b> Erreur de l'accélération linéaire du coulisseau évalué sur un cycle complet de manivelle. ....	68
<b>Figure 5.1.</b> Flowchart of the PSO algorithm. ....	73
<b>Figure 5.2.</b> Modèle d'une liaison pivot avec jeu. ....	75
<b>Figure 5.3.</b> Mécanisme bielle-manivelle avec deux liaisons pivot.....	77
<b>Figure 5.4.</b> Direction de jeu dans les liaisons cinématique. ....	83
<b>Figure 5.5.</b> L'erreur idéale et réelle de position angulaire de la bielle. ....	83

<b>Figure 5.6.</b> L'erreur idéale et réelle de vitesse angulaire de la bielle.....	83
<b>Figure 5.7.</b> L'erreur idéale et réelle d'accélération angulaire de la bielle.....	83
<b>Figure 5.8.</b> L'erreur idéale et réelle de position linéaire du coulisseau.....	83
<b>Figure 5.9.</b> L'erreur idéale et réelle de vitesse linéaire du coulisseau.....	83
<b>Figure 5.10.</b> L'erreur idéale et réelle d'accélération linéaire du coulisseau.....	84
<b>Figure 5.11.</b> L'accélération angulaire de la bielle. ....	85
<b>Figure 5.12.</b> L'accélération linéaire du coulisseau.....	85
<b>Figure 5.13.</b> Accélération de piston de la méthode proposée par S.Erkaya [134]. ....	86
<b>Figure 5.14.</b> Résultats des travaux de H.S.Shelake [135]. ....	87



## Résumé

Dans les mécanismes réels, les paramètres de conception diffèrent de la valeur théorique. Cette différence est due aux erreurs de fabrication des dimensions des pièces et le jeu dans les couples cinématique de mécanismes. Dans ce travail, l'effet des erreurs de fabrication dimensionnelles et du jeu d'articulation (liaison cinématique) sur la performance cinématique et dynamique d'un mécanisme plan est étudié.

Dans ce travail, une méthode analytique, basée sur les dérivées partielles, est développée pour déterminer l'équation mathématique représentant l'effet cinématique des erreurs de fabrication des différents composants d'un mécanisme plan. Cependant, cet effet dépend des erreurs de fabrication des dimensions des leviers et du jeu dans les articulations cinématique des mécanismes. L'équation de Lagrange est utilisée pour définir l'expression mathématique modélisant la dynamique du mécanisme. Dans ce travail, l'erreur cinématique de l'accélération et la performance dynamique d'un mécanisme plan sont considérés comme deux objectifs à optimiser.

Dans le processus de la résolution de ce problème, une nouvelle approche d'optimisation est utilisée pour déterminer la direction du jeu dans les couples cinématiques en optimisant la distribution de masse des leviers, afin d'obtenir de meilleures performances cinématique et dynamique d'un mécanisme plan. Cette approche utilise l'algorithme 'Particle Swarm Optimization' pour résoudre le problème d'optimisation.

Donc, l'objectif de ce travail est d'étudier et optimiser l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique et dynamique d'un mécanisme plan et de proposer une méthode pour déterminer cet effet. De plus, la méthode proposée s'est avérée utile pour obtenir des comportements cinématique et dynamique optimaux pour un mécanisme plan. Comme exemple, un mécanisme plan (bielle-manivelle avec coulisseau) a été pris comme un cas d'étude pour servir à la validation théorique de la méthode proposée dans ce travail.

## **Introduction**

Selon le mouvement relatif des corps rigides, les mécanismes peuvent être divisés en deux types : mécanismes plans et mécanismes spatiaux. Dans un mécanisme plan, tous les mouvements relatifs des corps rigides sont effectués dans un plan ou dans des plans parallèles (translation suivant deux axes et une rotation suivant le troisième axe). S'il y'a, en plus, une rotation ou une translation suivant au moins un axe, le mécanisme va décrire un mouvement dans l'espace, le mécanisme est appelé 'mécanisme spatial'. En d'autres termes, les mécanismes plans sont essentiellement bidimensionnels tandis que les mécanismes spatiaux sont tridimensionnels. Cette thèse ne couvre que les mécanismes plans.

Dans les problèmes de synthèse des mécanismes, à étudier, on cherche les paramètres optimaux du mécanisme pour satisfaire les lois de mouvement données. Il est connu que les schémas cinématiques obtenus sont des dessins semblables aux mécanismes car le choix des paramètres a été fait en supposant que :

- Les parties des couples cinématiques sont toutes considérées géométriquement parfaites
- Les jeux dans les couples cinématiques sont inexistant
- Les dimensions de tous les éléments sont rigoureusement conformes aux dimensions théoriques
- Les axes des couples cinématiques sont disposés de la façon exigée par la structure souhaitée.

Dans les mécanismes, les paramètres réels sont différents par rapport aux paramètres théoriques, à cause de l'imprécision de fabrication des éléments, du montage inexact du mécanisme, de l'usure des parties des couples cinématique qui se manifeste à la longueur du temps de travail ... etc.

L'écart des paramètres réels par rapport aux valeurs théoriques s'appelle 'erreur du mécanisme'. Il est extrêmement difficile de tenir compte de toutes les erreurs possibles d'un mécanisme physique, vu que ces erreurs dépendent la technologie de fabrication des pièces, des conditions de montage des éléments, des conditions d'utilisation du mécanisme, ...etc. La partie de la théorie (théorique) des mécanismes qui a pour objet l'étude des erreurs des mécanismes dues à des facteurs de nature différente, l'étude de l'influence de ces erreurs sur la cinématique, la dynamique et la synthèse des mécanismes tenant compte des erreurs possibles porte le nom de '*théorie de la précision des mécanismes*'.

La problématique que nous retenons dans ce travail est de savoir l'effet des erreurs de fabrication sur les performances cinématique et dynamique d'un mécanisme plan, suivie par une procédure d'optimisation pour concevoir un mécanisme plan avec une performance cinématique et dynamique optimale.

### **Objectifs et contributions :**

L'objectif principale de cette thèse est de proposer une nouvelle méthode pour déterminer et optimiser l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique et dynamique des mécanismes plans. La présente étude passe par trois étapes consécutives. La première étape présente une méthode mathématique basée sur les dérivées partielles pour déterminer l'expression analytique de l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique d'un mécanisme plan. Cette méthode détermine les erreurs de position, de vitesse et d'accélération causées par les erreurs de fabrication des différents éléments qui composent un mécanisme plan. La deuxième étape vise à déterminer l'effet de ces erreurs sur la performance dynamique en utilisant l'équation de Lagrange pour modéliser le mouvement de ce mécanisme. La dernière étape de la thèse a pour objet de formuler un problème d'optimisation en utilisant les équations des deux étapes précédentes. Dans cette étape, l'approche d'optimisation est présentée pour concevoir un mécanisme plan le plus optimal dans le cas réel, c'est à dire en présence des erreurs de fabrication observées sur les différents éléments de ce mécanisme. L'algorithme 'Particle Swarm Optimization PSO' est utilisé pour résoudre ce problème. Par conséquent, la recherche présentée dans cette thèse comporte quatre contributions majeures résumées comme suit :

- 1- Une méthode mathématique est développée pour déterminer l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique d'un mécanisme plan.
- 2- Une méthode basée sur l'adaptation de l'équation de Lagrange pour étudier l'effet des erreurs de fabrication sur la performance dynamique d'un mécanisme plan.
- 3- L'étude de l'effet des jeux d'articulation et des erreurs de fabrication des leviers simultanément (les travaux précédents l'ont étudié séparément).
- 4- En utilisant la méthode proposée, un problème d'optimisation est formulé pour étudier le mécanisme plan bielle-manivelle avec coulisseau.

Suite aux contributions définies ci-dessus, cette thèse est structurée comme suit :

**Chapitre 1** donne un aperçu sur le tolérancement, l'analyse et la synthèse des tolérances de fabrication et son utilité dans la conception mécanique des machines.

**Chapitre 2** présente la théorie de synthèse des mécanismes plans, dans laquelle l'optimisation de la conception des mécanismes est le sujet le plus intéressant.

Les principales classifications de ces mécanismes sont également incluses dans ce chapitre et les principaux problèmes de la théorie dynamique et cinématique sont révisés.

**Chapitre 3** montre les différents travaux traitant le sujet des erreurs de fabrication. Cette partie donne aussi un aperçu sur les types des erreurs de fabrication et leurs sources. Les principales méthodes et approches d'optimisation sont aussi présentées.

**Chapitre 4** explique la méthode mathématique proposée pour déterminer l'expression analytique de l'effet des erreurs de fabrication des éléments individuels sur la cinématique d'un mécanisme bielle-manivelle avec coulisseau. La méthode présentée, dans ce chapitre, montre que la caractéristique de sortie du mécanisme (position, vitesse, accélération) est sensible aux différentes sources d'erreur.

**Chapitre 5** introduit la nouvelle approche d'optimisation qui étudie l'effet des erreurs de fabrication sur la cinématique et la dynamique d'un mécanisme plan. Pour confirmer les performances de recherche de cette approche intégrée, un problème de conception mécanique est pris comme un cas d'étude. Le problème d'optimisation est formulé et un exemple d'application est présenté pour comprendre et discuter des hypothèses adoptées dans le processus de conception.

Enfin, les résultats de recherche de la thèse sont comparés avec d'autres méthodes et des recommandations pour de futures études de recherche sont proposées.

# **Chapitre 01**

## **Le tolérancement dans la fabrication mécanique**

## **1.1 Introduction**

Le tolérancement est une étape cruciale et joue un rôle important dans la réalisation des systèmes et pièces mécaniques conforme. D'autre part, les erreurs de fabrication ont un impact sur la qualité du produit final. La qualité du produit fini peut être assurée par la gestion des erreurs géométriques ou dimensionnelles lors de la fabrication des composants ou des pièces mécaniques.

Selon '*Academic Press Dictionary of Science and Technology*', le tolérancement est défini comme une représentation graphique d'une séquence d'opération selon laquelle une pièce doit être fabriquée avec des dimensions spécifiées indiquant l'intervalle de tolérance. Il s'agit d'un outil graphique visuel utilisé pour développer les côtes moyennes et les tolérances existantes afin de déterminer si le composant peut être fabriqué pour répondre aux exigences spécifiées dans le cahier de charge donné. C'est un moyen efficace pour traiter le problème d'accumulation de tolérances dans la planification des processus d'usinage de pièces.

Les dessins techniques sont traditionnellement utilisés pour la documentation de la conception et pour une communication efficace entre les ingénieurs de différents départements. Lors de la conception des composants et des assemblages mécaniques, les tolérances sont spécifiées en relation avec la géométrie de la pièce, le type de matériau et d'autres spécifications techniques. La planification des processus de fabrication est une fonction par laquelle les spécifications de dessin technique sont transformées en instructions de fabrication. Les ingénieurs méthode de fabrication mécanique interprètent le sens du plan et établissent les gammes de fabrication en décidant quel processus de fabrication et quelles machines doivent être utilisées pour effectuer les différentes opérations nécessaires à la production d'une pièce mécanique.

D'autre part, le coût de fabrication augmente pour un intervalle de tolérance serré. Donc pour minimiser les coûts de production est de s'assurer qu'aucune tolérance n'est maintenue plus serrée que ne l'exige le dessin de conception du produit, il faut bien choisir le processus de fabrication, le choix des surfaces d'emplacement, les schémas de dimensionnement sur les coupes et les principes de maintien de la pièce [1].

De nombreuses pièces simples peuvent être fabriquées sans un intervalle de tolérances étroit. Cependant, dans certaines industries spéciales telles que : l'aérospatiale, l'automobile, la biomécanique, la fabrication de nombreuses pièces sont très coûteuses. La réalisation de ces éléments nécessite des moyens économiques considérables, en particulier dans l'environnement de fabrication.

Les erreurs sont généralement inévitables en raison de la complexité de la pièce, de l'intervalle de tolérance étroite, du grand nombre d'opération nécessaire pour produire le composant...etc.

L'un des plus grands défis dans la fabrication mécanique est de diminuer les sources des erreurs et leurs effets sur la précision fonctionnelle des mécanismes ou des systèmes mécaniques.

Plusieurs méthodes de mesure et d'investigations ont proposé des modèles pour identifier l'effet des erreurs de fabrication sur la précision cinématiques et dynamique du mouvement de divers types des mécanismes plans à partir de différentes approches.

Un modèle quadratique analytique a été proposé par Ferreira et Liu [2] où les coefficients du modèle ont été obtenus par une expérience de mesure en utilisant une sonde à déclenchement tactile. Slocum [3] et Donmez [4] ont introduit deux méthodologies avec plusieurs ressemblances. Les deux ont été exécutés avec des cas d'études pour décrire les erreurs géométriques et thermiques. L'hypothèse du corps rigide a été utilisées pour prédire et compenser les erreurs identifiées. Lin et Shen [5] ont établi un modèle pour prédire l'effet des erreurs de fabrication en utilisant l'approche de la somme matricielle. Ferreira et Kiridena [6] ont utilisé des mesures directes pour définir les paramètres des polynômes à différentes dimensions dans la méthode de David-Hartenberg (D-H) pour prédire les erreurs géométriques et thermiques. Soons et al [7] ont présenté une méthodologie générale et une application dans deux cas d'études qui prennent en compte les erreurs dues aux imprécisions dans la géométrie, la rigidité et la déformation thermique des composants du mécanisme. Des techniques statistiques spécifiques [8] ont été appliquées aux données d'étalonnage pour obtenir un modèle empirique pour chacune des erreurs.

## **1.2 Tolérance de fabrication**

La fabrication ou la réalisation d'une pièce de taille exacte est impossible en raison de l'imprécision des machines et des outils de mesure [9]. Cependant, certaines pièces mécaniques ne nécessitent pas une précision aussi parfaite. Pour chaque dimension d'une pièce mécanique, une marge ou bien un intervalle de tolérance est prévu. Donc, le tolérancement d'une pièce mécanique implique de spécifier les écarts ou les erreurs qui peuvent se produire entre une pièce réelle et une pièce théorique parfaite.

## **1.3 Intervalle de tolérance**

Il existe une plage de tolérance avec une dimension nominale, minimale et maximale bien spécifiée pour chaque dimension nécessaire à réaliser [10].

- La dimension nominale est celle qui est inscrit sur le dessin de définition.
- La dimension minimale est obtenue en additionnant la dimension nominal et l'écart inférieur.

- La dimension maximale est obtenue en additionnant la dimension nominale et l'écart supérieur.

#### **1.4 Types de tolérance**

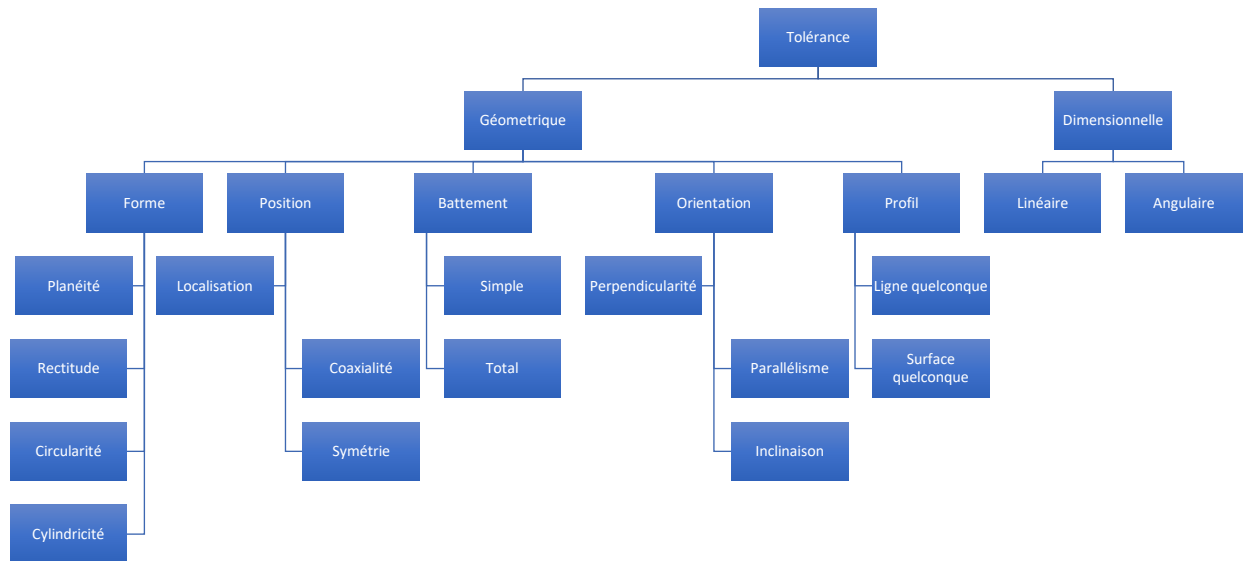
L'ajout de la spécification de tolérance  $T$  au modèle nominal sert au moins trois objectifs à savoir [11] :

- 1- Objectif physique : qui sert à rendre compte des variations physiques de la pièce au cours de son cycle de vie.
- 2- Le deuxième provient du fait qu'il est impossible de fabriquer une pièce exacte en qualité de géométrie et de forme. Par conséquent, des tolérances doivent être utilisées pour compenser ces erreurs de fabrication.
- 3- Le troisième est le plus important parce qu'il s'agit d'un besoin fonctionnel. Les pièces doivent remplir une fonction spécifique. L'assemblage des pièces entre elles est la fonction la plus importante.

Afin de respecter ces trois exigences, le concepteur dispose de deux types de tolérances : les tolérances dimensionnelles et les tolérances géométriques.

Nous allons brièvement présenter les différents types de tolérances présentés dans la figure 1.1.

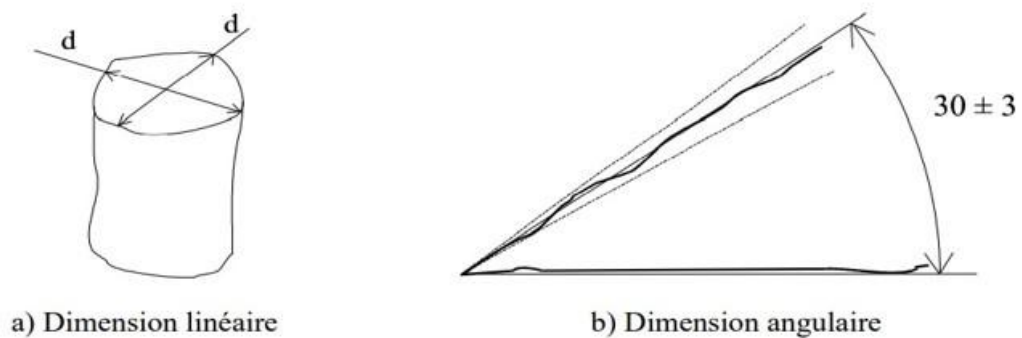




**Figure 1.1.** Typologie de tolérance.

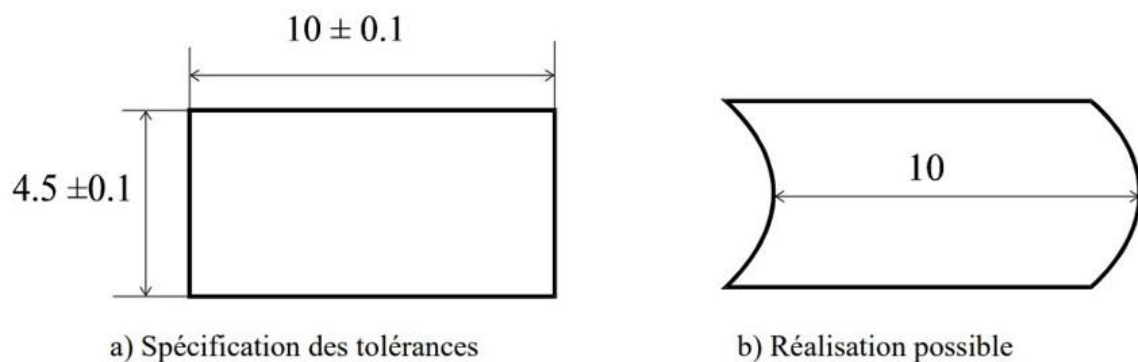
#### 1.4.1 Tolérances dimensionnelles

Les tolérances dimensionnelles sont liées à deux types de grandeurs : les longueurs et les angles (Figure 1.2). Une tolérance linéaire limite uniquement les dimensions locales réelles (entre deux points) d'un élément simple. Une tolérance angulaire limite l'orientation générale des lignes ou des éléments linéaires de surface [12].



**Figure 1.2.** Interprétation des tolérances dimensionnelles [12].

La tolérance dimensionnelle est assez ambiguë et insuffisante pour contrôler complètement la géométrie d'une pièce. La forme des surfaces et les erreurs géométriques entre les surfaces ne peuvent pas être contrôlées par des tolérances dimensionnelles puisque la variation de distance entre les points n'est limitée que par une direction ou un angle donné. Une tolérance dimensionnelle d'un rectangle est représentée dans la figure 1.3.a. Les tolérances des côtes spécifient que l'espace entre deux points sur la longueur d'un rectangle doit être de 10 mm plus ou moins 0.1mm sur un côté, et qu'il doit être de 4.5 mm plus ou moins 0.1mm sur l'autre côté. Une pièce qui correspond à cette description est présentée dans la figure 1.3.b, malgré qu'elle ne soit pas vraiment un rectangle [12].



**Figure 1.3.** Tolérance de dimension linéaire [12].

Les tolérances dimensionnelles ne permettent pas de contrôler précisément la géométrie d'une pièce. On doit utiliser un autre type de tolérance qui sont les tolérances géométriques afin de contrôler de cette dernière.

#### 1.4.2 Tolérances géométriques

Généralement, on utilise les tolérances géométriques pour contrôler les variations de la géométrie d'une entité. Une tolérance géométrique appliquée à un élément détermine la zone de tolérance à l'intérieur ou laquelle l'élément (surface, axe ou plan) doit être inclus. Le concepteur est aussi équipé d'une variété de tolérance géométriques qui peuvent être regroupées en cinq catégories :

- Les tolérances de forme ;
- Les tolérances de profil ;
- Les tolérances d'orientation ;
- Les tolérances de battement ;
- Les tolérances de position.

Chacune de ces catégories permet de spécifier les limites de variation d'un élément de façon intrinsèque ou par rapport à un ou plusieurs autres éléments [14].

#### **1.4.2.1 Tolérances de forme**

Une tolérance de forme permet de définir les limites de variation de la surface de l'élément par rapport à deux surfaces identiques de forme parfaite et distante d'une valeur  $t$ . La zone de tolérance entre ces deux surfaces doit inclure la surface réelle. Cette zone n'est ni orientée, ni positionnée dans l'espace. Il existe quatre tolérances de forme différentes :

- La tolérance de planéité ;
- La tolérance de rectitude ;
- La tolérance de circularité ;
- La tolérance de cylindricité.

Les tolérances de formes sont utilisées par exemple pour des problèmes d'étanchéité. Elles servent aussi à limiter l'erreur de forme des surfaces à utiliser en tant que des références.

#### **1.4.2.2 Tolérances de profil**

Le terme 'tolérance de profil' représente le défaut de forme d'une ligne ou d'une surface quelconque soit intrinsèquement soit par rapport à un ou plusieurs autres éléments. On peut distinguer deux types de tolérance de profil :

- La tolérance de forme d'une ligne quelconque ;
- La tolérance de forme d'une surface quelconque.

Les tolérances de profil sont des tolérances spéciales parce qu'elles peuvent limiter la forme et aussi, dans certains cas, la position d'une entité. En effet, si on les utilise sans spécifier une référence, elles limitent la forme de l'entité tolérancée. D'autre part, si elles sont spécifiées à l'aide d'un système de référence, elles limitent la position de l'entité tolérancée par rapport à ce référentiel.

#### **1.4.2.3 Tolérance d'orientation**

L'orientation d'un élément, par rapport à un ou plusieurs autres éléments, est limitée par des tolérances d'orientation. Trois types de tolérances d'orientation sont possibles :

- La tolérance de perpendicularité.
- La tolérance de parallélisme.
- La tolérance d'inclinaison.

Dans un assemblage, on utilise fréquemment des tolérances d'orientation pour affiner une tolérance de position. Cela permet de contrôler la position de l'entité par rapport à un système

de référence tout en limitant la façon dont l'entité est orientée par rapport à ce système. En outre, ils aident à affiner le domaine d'existence d'une référence.

#### **1.4.2.4 Tolérances de battement**

Les limites de variation de la forme et de l'orientation d'une surface lors d'une rotation de 360° autour d'un axe sont définies par les tolérances de battement. Ces tolérances sont utilisées pour les pièces tournantes lorsqu'il est nécessaire de contrôler le battement afin d'éviter les vibrations provoquées par des collisions entre des pièces tournantes. Il existe deux types de tolérances de battement :

- La tolérance de battement simple.
- La tolérance de battement totale.

On note que le battement contrôle l'effet combiné de la concentricité et de la coaxialité ainsi que de la forme et de l'orientation de l'objet [15, 16].

#### **1.4.2.5 Tolérance de position**

Les limites de variation de la position d'un élément ou d'une surface par rapport à un ou plusieurs autres éléments de référence sont définies par les tolérances de position. Il existe trois types différents de tolérances de position :

- La tolérance de localisation.
- La tolérance de coaxialité.
- La tolérance de symétrie.

Les tolérances de position sont principalement utilisées lors de l'assemblage pour contrôler les liaisons cinématiques entre les différents composants d'un système mécanique. Ceux-ci correspondent à la définition de la position d'une entité. Les tolérances de coaxialité et de symétrie sont considérées comme des tolérances de localisation ; dont certains paramètres nominaux ont des valeurs nulles.

Les tolérances géométriques indiquent les zones de tolérance où doivent être situées les entités tolérancées. Ces zones de tolérance sont positionnées et nominalement orientées sur les points de référence ou bien sur les systèmes de référence. Les tolérances de formes sont les seules tolérances qui ne nécessitent pas de référence.

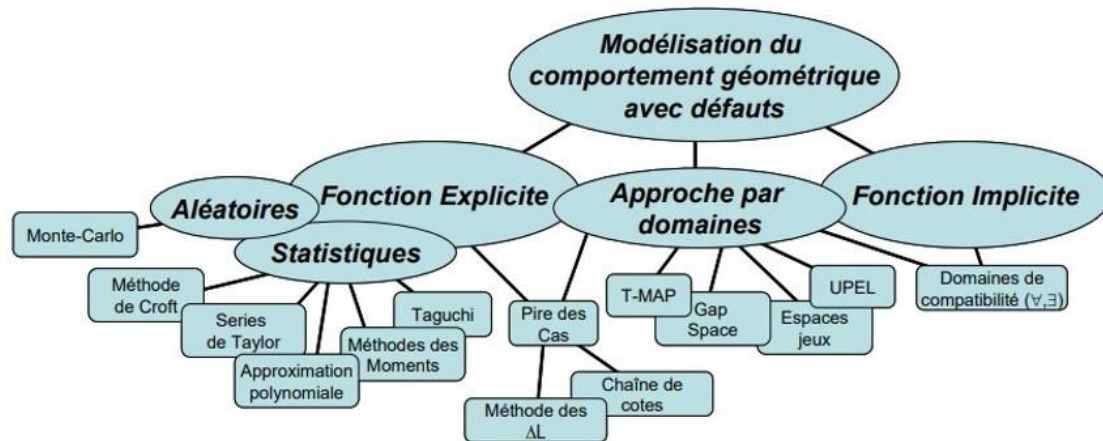
Les tolérances géométriques - ISO 1101			
type de tolérances	cas	symbole (ISO)	observation
tolérances de forme	rectitude		s'utilisent sans élément de référence
	planéité		
	circularité		
	cylindricité		
	profil d'une ligne		également utilisées avec tolérances de position, d'orientation et élément de référence
	profil d'une surface		
tolérances d'orientation	parallélisme		s'utilisent avec élément de référence (axe, plan...)
	perpendicularité		
	inclinaison		
tolérances de position	concentricité (centres) coaxialité (axes)		
	symétrie		
	localisation		
tolérances de battement	battement circulaire		
	battement total		
Symboles complémentaires			

Figure 1.4. Les différents types de tolérances géométriques.

### 1.5 Analyse des tolérances

Comme montré dans les sections précédentes, les erreurs géométriques impactent le comportement cinématique et dynamique des mécanismes. Pour garantir un niveau de performance acceptable, il est donc nécessaire de limiter ces erreurs en définissant un ou plusieurs domaines dans lesquels toute variation ou erreur sera considérée comme valide ou acceptable. La détermination de ces limites de validité est un processus complexe qui nécessite un grand nombre de compétences, de connaissances et d'outils pour faire une analyse optimale des tolérances.

Dans l'analyse des tolérances, on évalue les effets des variations ou des erreurs admissibles des pièces sur les exigences du produit [28,29]. L'objectif est de vérifier si les tolérances données à chaque pièce sont suffisantes pour réaliser un produit qui satisfait les exigences et les contraintes de conception.



**Figure 1.5.** Les différentes approches de l'analyse des tolérances [27].

La plupart des approches de l'analyse de tolérance présentées dans la figure 1.5 utilisent une formulation mathématique basée sur les éléments suivants :

**a. La modélisation de la géométrie de substitution :** c'est une méthode qui permet de représenter mathématiquement cette géométrie. Cette dernière correspond à une représentation de la géométrie réelle avec des erreurs géométriques qui peuvent être caractérisées par des écarts et des jeux par rapport au modèle nominal. Cette méthode permet de paramétrer ces variations géométriques et de définir un espace de description.

**b. La modélisation du comportement du mécanisme :** permet de décrire le comportement du mécanisme en prenant en compte à la fois ses aspects géométriques et cinématiques. Cette modélisation ne peut pas être obtenue à l'aide d'une fonction explicite ou implicite, mais peut être calculée par simulation numérique. Elle permet de définir des relations dans l'espace de description.

La représentation des spécifications géométriques utilise des concepts mathématiques dans un espace de description.

## 1.6 Différentes approches de l'analyse des tolérances

Il y a deux approches possibles pour l'analyse des tolérances : le tolérancement au pire des cas et le tolérancement statistique. L'approche du tolérancement au pire des cas (analyse déterministe) évalue les combinaisons les plus défavorables des différentes tolérances, en

considérant les écarts dimensionnels et les caractéristiques géométriques fonctionnelles. L'objectif est d'assurer la montabilité, le respect des exigences géométriques et l'interchangeabilité de toutes les pièces (la probabilité que les exigences géométriques soient respectées est de 100%). La contrainte de 100% peut souvent conduire à des intervalles de tolérance plus étroits et donc à des coûts de fabrication plus élevés. Pour une approche plus pratique et économique de l'analyse des tolérances, on peut utiliser l'approche statistique, qui accepte un petit pourcentage de non-conformité. Cette méthode suppose que la probabilité de rencontrer une situation de pire des cas est faible, ce qui permet d'augmenter les tolérances sur chaque pièce. Cependant, il existe un risque sur la fonctionnalité du mécanisme. Il est donc important de gérer ce risque en évaluant le taux de non-conformité des conditions fonctionnelles. De nombreuses études ont été menées sur l'analyse des tolérances dans les assemblages mécaniques [27].

### 1.6.1 Analyse au pire des cas

L'analyse des tolérances au pire des cas consiste à déterminer les tolérances qui garantissent un fonctionnement optimal du système pour une ou plusieurs caractéristiques fonctionnelles dans toutes les situations possibles. Bien que cette méthode soit très prudente, elle peut conduire à des tolérances étroites, ce qui peut être coûteux. Le pire des cas se produit lorsque les écarts atteignent la limite de tolérance. J. Joskowicz [30] propose une analyse au pire des cas d'un mécanisme plan pour illustrer cette approche. Dans cet exemple, une variation géométrique des pièces du mécanisme entraîne une variation de l'espace de configuration. Les tolérances géométriques des pièces sont modélisées par une zone appelée « *space path configuration* ». Cette zone de variation, représente la loi de comportement cinématique du mécanisme, est obtenue en effectuant une analyse des tolérances au pire des cas (voir Figure 1.6).

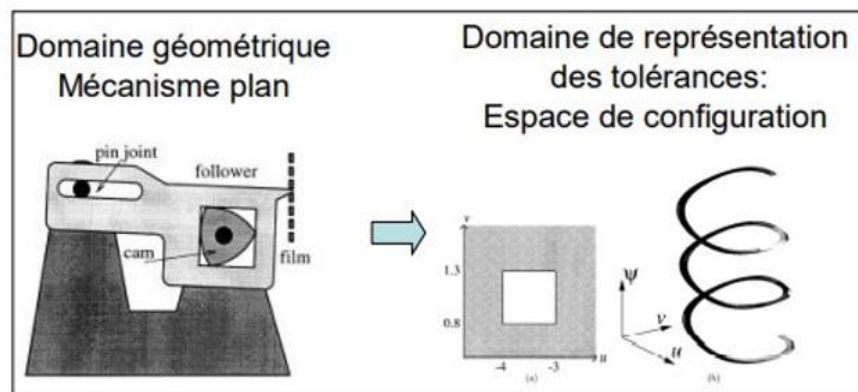


Figure 1.6. Espace de configuration [30].

La caractérisation du comportement géométrique du mécanisme peut être réalisée en utilisant la méthode de la zone enveloppe. Cette méthode définit les limites de la zone en prenant en compte les pires cas de tolérances portées sur le mécanisme. Dans l'étude de Berman [31], les auteurs ont présenté une relation explicite de la zone enveloppe du comportement cinématique nominal du mécanisme, et ils ont effectué une analyse de tolérance en linéarisant le comportement cinématique du mécanisme à l'ordre 1. Leurs résultats ont été comparés à ceux des méthodes d'analyse stochastique, telle que la simulation de Monte-Carlo.

### **1.6.2 Analyse statistique**

Cette approche permet ; dans le cas d'un assemblage ; de trouver les valeurs de tolérances qui autorisent une petite portion de pièces de ne pas s'assembler. En conséquence, cela entraîne un élargissement des tolérances par rapport à l'analyse au pire des cas. Par exemple, dans le cas d'un assemblage simple unidirectionnel composé de  $n$  pièces, les intervalles de tolérances sont multipliés par  $\sqrt{n}$  par rapport au pire des cas [32]. L'analyse statistique consiste à évaluer la probabilité  $p$  d'un produit à s'assembler avec succès ou qu'il respecte une exigence fonctionnelle, en prenant en compte l'allocation de tolérance sur les différentes pièces du produit. Dans le cas d'un produit possédant  $n$  écarts géométriques paramétrés appelés  $X_i$ , la caractéristique fonctionnelle étudiée, notée  $Y$  et également appelée fonction-réponse, dépend de ces paramètres [33] :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

La fonction  $f$  établit une relation entre les écarts géométriques et la caractéristique observée, et peut être explicite ou implicite. Il existe plusieurs techniques statistiques d'analyse des tolérances adaptées aux différentes formes de  $f$ .

### **1.7 Synthèse des tolérances**

La synthèse des tolérances est un problème plus complexe que l'analyse des tolérances. Elle vise à trouver les valeurs optimales des différentes tolérances qui contribuent à la réalisation d'un besoin fonctionnel tout en minimisant le coût global de production. La plupart des auteurs considèrent que la synthèse est le problème inverse de l'analyse, qui consiste à résoudre le problème suivant : trouver les valeurs des écarts géométriques, ou  $x_i$ , connaissant l'expression de la fonction réponse  $F$  et les valeurs de la caractéristique fonctionnelle observée  $y$  [34, 35]. Nous pensons plutôt qu'il existe différents niveaux de synthèses de tolérances. Contrairement à la présentation commune dans les publications qui se concentrent principalement sur la recherche des valeurs de tolérance qui minimisent le coût de production de la pièce, tout en



satisfaisant le besoin fonctionnel qui est considéré comme une contrainte dans le problème d'optimisation. Cela nécessite donc la sélection d'un modèle de coût de production qui varie selon la tolérance à réaliser. Les modèles utilisés sont souvent empiriques et donnent seulement une approximation du coût de réalisation des pièces [36,37].

Ce niveau de synthèse suppose que les types de tolérances à appliquer aux différentes côtes d'une pièce pour répondre au besoin fonctionnel sont déjà connus, et que la paramétrisation a déjà été effectuée à l'aide d'un modèle prédéterminer.

D'autres niveaux de synthèse des tolérances impliquent des choix à effectuer, contrairement au niveau précédent où les types de tolérances et les choix de références sont déjà déterminés par l'utilisateur. Dans ces niveaux, Nassef et Elmaraghy proposent d'abord de choisir les procédés de fabrication qui permettent d'optimiser les coûts, puis de définir les types et les valeurs des tolérances de fabrication pour minimiser le nombre d'assemblages rejetés [38].

Gao et Chase ont proposé des outils pour le calcul des dimensions des mécanismes et pour estimer les variations dimensionnelles possibles, afin de garantir leur robustesse [39].

Il est envisageable de concevoir un modèle de synthèse de mécanisme combiné avec un système de synthèse de tolérance. Ainsi, le mécanisme et son tolérancement seront optimisés pour garantir un fonctionnement robuste en tenant compte les erreurs des pièces qui le composent, tout en minimisant les coûts globaux.

Il est possible d'explorer une autre voie de recherche qui consiste à utiliser des notions de logique floue pour trouver un compromis raisonnable entre ces concepts [40]. Cependant, Antonsson [41] souligne qu'il est important de faire la distinction entre la modélisation logique floue des tolérances et la résolution de l'optimisation des tolérances en logique floue.

## **1.8 Conclusion**

Les tolérances sont un élément clé dans la conception des produits mécaniques. L'analyse des tolérances permet de déterminer la probabilité de l'assemblage d'un produit à respecter une exigence fonctionnelle, en fonction des tolérances exigées sur les pièces du produit. La synthèse des tolérances vise à optimiser le coût global de production en trouvant des différentes tolérances nécessaires pour atteindre le besoin fonctionnel. Les différentes approches de synthèse des tolérances varient en fonction des choix déjà effectués par l'utilisateur. Il existe des outils pour calculer les dimensions des mécanismes et les tolérances (plage de variations) possibles des dimensions pour garantir leur robustesse.

## **Chapitre 02**

### **Analyse cinématique et dynamique d'un mécanisme plan**

## **2.1 Introduction :**

L'analyse cinématique d'un mécanisme plan implique l'étude du mouvement relatif de leurs différents éléments, telle que les leviers, les bielles, les pignons, etc. Cette analyse permet de déterminer les vitesses, les accélérations, les positions et les trajectoires des différents éléments du mécanisme. Elle permet également de déterminer d'autres paramètres cinématiques tels que les angles de rotation, les vitesses et les accélérations angulaires.

D'autre part, l'analyse dynamique d'un mécanisme plan implique l'étude des forces et des moments agissant sur les différents éléments du mécanisme, ainsi que leur impact sur le mouvement du mécanisme. Cette analyse permet de déterminer les forces et les moments de réaction dans les différentes liaisons du mécanisme et de calculer les efforts nécessaires pour déplacer les différents éléments du mécanisme.

Cependant, dans la réalité, les mécanismes sont rarement fabriqués sans erreurs. Ces erreurs peuvent être dues à des variations dans les dimensions des différentes pièces, à des erreurs de montage, à des erreurs de mesure, etc. Ces erreurs peuvent affecter le mouvement et le fonctionnement du mécanisme. Donc, il est important de prendre en compte les erreurs de fabrication dans l'analyse cinématique et dynamique du mécanisme.

Pour cela, on peut utiliser des techniques telles que la modélisation probabiliste ou l'analyse des tolérances pour prendre en compte les erreurs de fabrication dans le modèle du mécanisme. Cela permet de déterminer comment les erreurs dans les dimensions des différentes pièces affectent le mouvement et le fonctionnement du mécanisme. On peut ensuite ajuster les dimensions ou les tolérances des différentes pièces pour minimiser les effets des erreurs de fabrication sur le fonctionnement du mécanisme.

## **2.2 Notions générales et définition :**

Afin de fournir les mouvements souhaités dans un mécanisme, il est nécessaire de connecter ou de joindre ces corps entre eux par des liaisons cinématiques [43]. Nous classons ces liaisons en deux types : celles en contact surfacique et celles en contact linéaire ou ponctuel. La géométrie des pièces est supposée parfaite (sans erreurs entre les valeurs réelle et théorique) et les liaisons sont supposées sans jeu et aussi sans frottement (liaisons parfaites). Cela interviendra dans l'aspect dynamique. Les corps sont supposés également indéformables (rigides).

L'étude cinématique définit les notions de chaîne cinématique. Elles s'intéressent aux relations entre les vitesses relatives des solides du mécanisme. Elle permet de définir la notion de mobilité.

L'étude statique permet de déterminer les inter-efforts de liaisons et utilise la notion de liaison et d'équilibre d'un système isolé. Dans l'étude dynamique, nous tenons compte en outre des effets inertiels par la prise en compte des masses, position des centres de masses, moments et produits d'inertie et des accélérations [44].

### **2.3 Schéma cinématique :**

Le schéma cinématique d'un mécanisme est une représentation graphique qui utilise les symboles des liaisons pour modéliser le mécanisme. Cette représentation est utile à la fois pour la conception et l'analyse cinématique (trajectoire, vitesse, accélération).

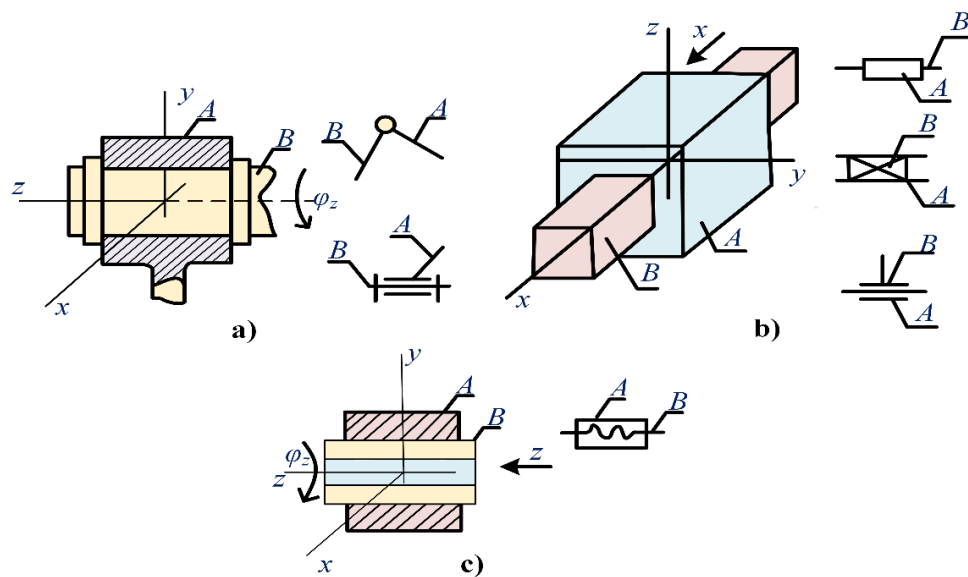
Le schéma peut être dessiné en une vue, en perspective ou en plusieurs vues en projection. Il est fallu que :

- *La position relative des liaisons doit être respectée (perpendicularité, parallélisme, alignement, orientation précis).*
- *Les pièces dessinées soient reliées par différentes liaisons.*
- *On ne doit pas privilégier une position particulière dans la représentation graphique.*

Il faut s'assurer que le schéma soit clair et facilement compréhensible. Le schéma cinématique doit être limité aux pièces indéformables. Dans certains cas, une représentation plane peut suffire pour décrire le mécanisme [45].

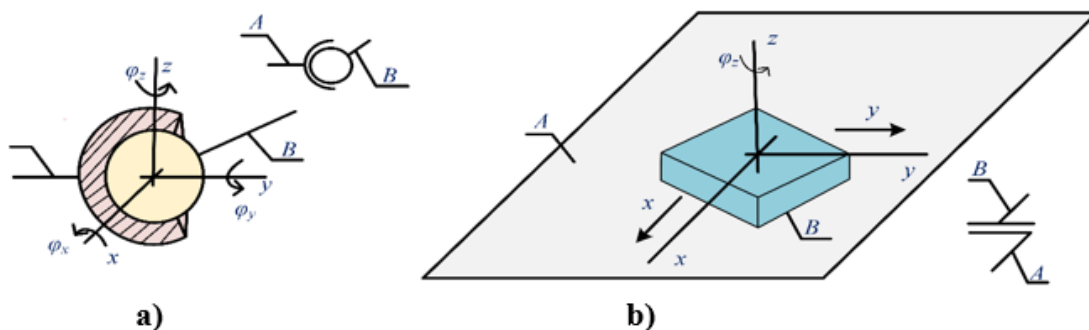
### **2.4 Structure d'un mécanisme :**

Le mécanisme est la base de toute machine. Le mécanisme est un dispositif de conversion des mouvements mécanique des corps [43]. Un système composé de plusieurs corps connecté assurant la transmission et la transformation des mouvements mécaniques s'appelle un mécanisme. Le plus souvent, les liaisons d'un mécanisme sont rigides mais il existe aussi des mécanismes avec liaisons liquides ou élastiques.



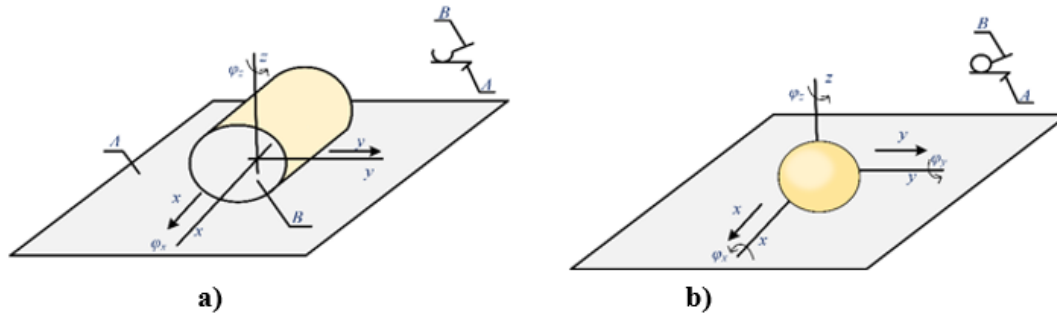
**Figure 2.1.** Liaison cinématique à un degré de mobilité : a) pivot, b) glissière, c) hélicoïdale.

Les articulations reliant les pièces et imposant des contraintes sur leur mouvement sont appelées liaisons cinématiques ou encore couples cinématiques. Les éléments composant le mécanisme doivent être des corps indéformables. Les liaisons cinématiques peuvent être des articulations pivot (Figure 2.1.a), glissière (Figure 2.1.b), hélicoïdale (Figure 2.1.c), sphérique (Figure 2.2.a) ; appui-plan (Figure 2.2.b) ; liaison rectiligne (Figure 2.3.a) ; sphère-plan ou ponctuelle (Figure 2.3.b). Désormais, seules les liaisons cinématiques constituées par des leviers rigides seront considérées.



**Figure 2.7.** Liaison cinématique à trois degrés de mobilité :

a) sphérique, b) appui-plan.



**Figure 2.8.** Liaison cinématique avec quatre et cinq degrés de mobilité :

a) liaison rectiligne, b) sphère-plan (ponctuelle).

Dans l'étude des mécanismes, différents modèles physiques correspondant à différentes propriétés des mécanismes sont utilisés. Le choix d'un modèle dépend principalement des objectifs de l'étude et des informations sur le comportement du mécanisme nécessaires dans le processus d'analyse. Dans l'étude de la structure et de la cinématique des mécanismes, l'un des modèles physiques les plus simples, appelés mécanisme à éléments rigides, est généralement utilisé. Le passage d'un mécanisme réel à ce modèle repose sur les hypothèses suivantes :

1- Tous les éléments et les couples cinématiques sont considérés comme des corps indéformables et parfaitement rigides.

2- On suppose que dans un processus de mouvement aucune violation des contraintes imposées par les liaisons cinématiques n'a lieu et que ces contraintes elles-mêmes sont stationnaires.

Comme tout modèle physique d'un système réel, le modèle de mécanisme à éléments rigides a des limites. Pour résoudre un grand nombre de problèmes de statique et de dynamique des mécanismes, on doit utiliser des modèles plus complexes, prenant en compte les déformations des liaisons et des éléments des couples cinématiques.

Soit un mécanisme avec des éléments rigides composé de  $N$  liaisons mobiles qui sont des corps rigides. Puisque la position d'un corps libre dans l'espace est déterminée par six coordonnées généralisées, la position de toutes les pièces mobiles est déterminée par  $6N$  paramètres. Si les couples cinématiques diminuent les degrés de liberté de  $R$ , alors le mécanisme total en tant que système relié de corps rigides, possède  $W = 6N - R$  degrés de liberté. Pour un mécanisme à éléments rigides, il est habituel d'appeler le nombre de ses degrés de liberté '*nombre de degrés de mobilité*'. Lorsque on utilise des modèles physiques plus complexe (par exemple, en tenant compte la non-rigidité des pièces), alors le nombre de degrés de liberté d'un mécanisme s'avère souvent supérieur au nombre de degrés de mobilité.

La division d'un système mécanique de machine en mécanismes est conditionnelle et peut être réalisée de différentes manières. Habituellement, il est associé à la séparation des parties du système mécanique qui réalisent des tâches fonctionnelles spécifiques, ou à la représentation d'un système complexe sous forme de couplage de système plus simple. Les entrées et les sorties des mécanismes sont ainsi distinguées.

Les entrées du mécanisme sont formées par des éléments sur lesquels les forces motrices sont directement appliquées. Ce sont des accouplements reliant le mécanisme avec la sortie de moteur, ou des maillons le reliant à des mécanismes antérieurs de la chaîne transmettant ou transformant le mouvement.

Dans une entrée interne, des forces motrices (égales et dirigées de manière opposée selon la troisième loi de Newton) sont appliquées sur deux pièces mobiles d'un mécanisme donné.

Ces organes sont appelés '*éléments d'entrée*'.

Dans une entrée extérieure, une force n'est appliquée que sur l'un des éléments mobiles d'un mécanisme donné.

Les coordonnées généralisées déterminant la position des éléments d'entrée sont appelées coordonnées du mécanisme d'entrée. Lors de la spécification des coordonnées d'entrée, on détermine la configuration du mécanisme, c'est-à-dire les positions de tous les éléments. Il s'ensuit que le nombre de coordonnées d'entrée indépendantes  $N$  doit être égale au nombre de degrés de mobilité, c'est-à-dire :

$$N = W \quad (2.1).$$

Un mécanisme satisfaisant la condition (2.1) sera appelé mécanisme régulier. Il existe des mécanismes qui ne remplissent pas la condition ci-dessus.

Les sorties du mécanisme sont formées par des organes de travail de la machine et par les pièces reliées aux éléments d'entrée des mécanismes de suivi.

## 2.5 Les mécanismes plans :

Dans les mécanismes plans, on peut diviser les contraintes imposées au mouvement des éléments par des liaisons cinématiques en deux groupes. Le premier groupe est lié aux contraintes assurant un mouvement plan des éléments, le deuxième groupe limite le déplacement relatif des éléments dans le plan de mouvement. De plus, une même liaison cinématique forme des contraintes des deux types.

Le nombre de degrés de mobilité  $W$  d'un mécanisme plan peut être déterminé de la manière suivante : soit  $N$  le nombre d'éléments mobiles. Chaque élément étant un corps rigide possède trois degrés de liberté dans un mouvement plan. Chaque liaison cinématique peut retirer un ou

deux degrés de liberté des éléments dans leur mouvement plan, imposant une ou deux contraintes au second groupe. Toute liaison cinématique inférieure soit prismatique, cylindrique ou sphérique supprime deux degrés de liberté en mouvement plan, toute liaison supérieure, par exemple construite à partir de deux surfaces cylindriques avec des génératrices orthogonales au plan de mouvement supprime un degré de liberté.

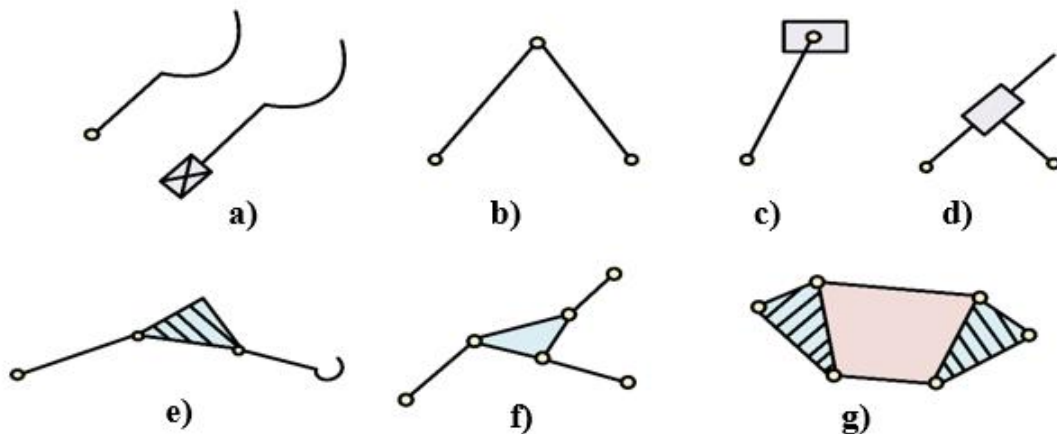
Soit  $p_L$  le nombre de liaisons inférieures et  $p_H$  le nombre de liaisons supérieures, alors :

$$w = 3N - 2p_L - p_H \quad (2.2)$$

De la même manière, en ne prenant en compte que les contraintes du deuxième groupe, il est possible d'étudier des chaînes cinématiques et des groupes structuraux planes.

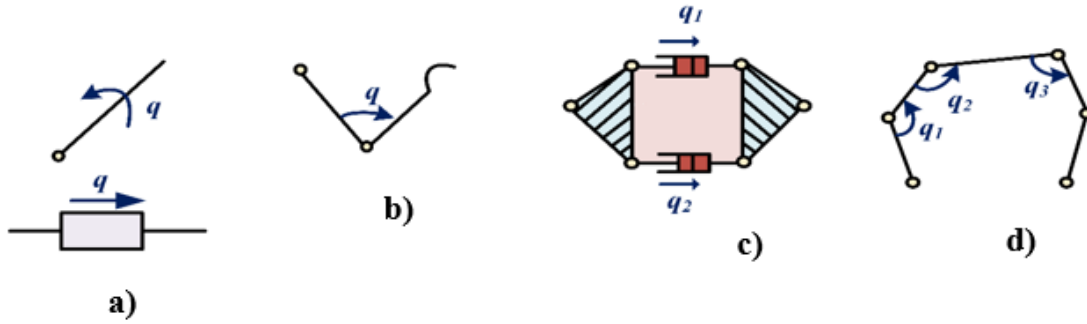
La figure 2.4 montre quelques groupes d'Assur plan lesquels le nombre de degrés de mobilité est égale à zéro ( $W=0$ ). La figure (2.4.a) illustre des groupes d'Assur à une barre contenant une liaison supérieure et une liaison inférieure. Les groupes d'Assur à deux barres sont illustrés sur la (figure 2.4.b-d) ; le groupe à trois barres (figure 2.4.e) se compose de trois liaisons inférieures et une liaison supérieure ; les groupes de quatre barres (figure 2.4.f-g) se composent de six liaisons inférieures et ainsi de suite. De même, dans la figure (2.5) des exemples de groupes structuraux plans de mobilité un (figure 2.5.a-b), de mobilité deux (figure 2.5.c) et de mobilité trois (figure 2.5.d) sont illustrés.

Les mécanismes plans à un degré de mobilité sont largement utilisés dans les machines.



**Figure 2.9.** Groupes d'Assur plans





**Figure 2.10.** Groupes structurels plans.

## 2.6 Analyse cinématique des mécanismes plans

### 2.6.1 Définition :

La cinématique est une branche de la mécanique qui étudie les lois de mouvement des particules et des corps rigides sans tenir en compte les raisons qui provoquent ce mouvement. Le but de l'analyse cinématique est de déterminer les positions, les vitesses et les accélérations linéaires et angulaires des différents points du mécanisme.

On connaît l'expression  $\Pi_s$  qui exprime la position  $x_s$  en fonction des coordonnées d'entrée  $q_k$  ; le problème direct de l'analyse cinématique a pour objet de déterminer les premières et deuxièmes dérivées ( $\dot{x}_s$  ;  $\ddot{x}_s$ ) de la fonction de position ( $x_s$ ) pour des coordonnées d'entrée données  $q_k$  et leurs dérivées  $\dot{q}_k$ ,  $\ddot{q}_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ).

$$\dot{x}_s = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Pi_s}{\partial q_k} \dot{q}_k \quad (s = 1, 2, \dots, m) \quad (2.3)$$

$$\ddot{x}_s = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Pi_s}{\partial q_k} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^n \frac{\partial^2 \Pi_s}{\partial q_k \partial q_r} \dot{q}_k \dot{q}_r \quad (2.4)$$

Le problème inverse est lié à la détermination des premières et deuxièmes dérivées temporelles des coordonnées d'entrée pour des valeurs données des coordonnées de sortie et de leurs dérivées. Il ressort des formules (2.3) et (2.4) que le problème de la détermination des vitesses et des accélérations est réduit à trouver la première et deuxième dérivée partielle de la fonction de position par rapport aux coordonnées d'entrée. Ces dérivées, ne dépendent que des paramètres du mécanisme géométrique, sont appelées respectivement première et seconde fonction de transfert géométriques des vitesses et des accélérations.

Les vitesses et les accélérations dans un mécanisme plan ainsi que les premières et deuxièmes fonctions de transfert géométriques peuvent être déterminées par des méthodes analytiques et par des méthodes d'analyse de graphes [46].

## **2.7 Analyse dynamique des mécanismes plans**

Dans un mécanisme, les forces peuvent être des forces d'inertie, des forces externes et des efforts dans les liaisons cinématiques. L'inertie est la capacité d'un corps de résister à tout changement de position. Les forces dans les liaisons cinématiques correspondent aux forces de réaction agissant entre les corps. Les forces extérieures correspondent à tous les autres efforts. Lors de l'analyse dynamique, les équations du mouvement sont définies par des équations différentielles de second ordre [47]. Deux problèmes principaux existent dans l'analyse dynamique des mécanismes : un problème direct et un problème inverse.

Lors de la résolution d'un problème direct, on retrouve les propriétés cinématiques d'un mécanisme sous des contraintes données comme les masses des éléments, leurs dimensions et leurs moments d'inertie.

Lors de la résolution d'un problème inverse, on doit trouver les masses, les forces, les moments d'inertie et les dimensions des éléments avec lesquels un mécanisme soumis à ces forces effectue des mouvements dans un mode donné.

### **2.7.1 Forces agissant dans un mécanisme plan**

Considérons les principaux groupes de forces pris en compte dans l'analyse dynamique des mécanismes.

### **2.7.2 Forces motrices et moments**

Ce sont les forces qui effectuent un travail positif sur un temps de fonctionnement ou un cycle de travail d'un mécanisme. Ils sont appliqués à l'élément d'entrée, qui dans ce cas est appelé élément moteur. Cet organe va entraîner le mouvement du mécanisme.

### **2.7.3 Forces et moments de résistance**

Ces forces effectuent un travail négatif sur un temps de fonctionnement ou un cycle de travail d'un mécanisme. Elles sont ensuite subdivisées en forces et en moments d'une résistance utile autre qu'est inutile. Les forces d'une résistance utile effectuent le travail pour l'exécution duquel la machine a été employée. Ils sont appliqués aux éléments pilotés.

Les forces d'une résistance inutile sont souvent insignifiantes et ne sont pas pris en compte dans la résolution des problèmes dynamiques [43].

### **2.7.4 L'inertie**

La force apparaît à la suite du mouvement accéléré des éléments et peut être considérée comme la réaction d'une masse au changement de vitesse. Dans un cas général de mouvement plan,

l'inertie répartie sur le volume du corps rigide peut être ramenée au vecteur résultant et le moment des forces d'inertie est appliquée au centre de la masse de l'élément.

$$\bar{F}_{a_i} = -m_i \cdot \bar{a}_{S_i} \quad (2.5)$$

$$\bar{M}_{a_i} = -I_{S_i} \bar{\varepsilon}_i \quad (2.6)$$

Dans l'équation (2.5)  $\bar{a}_{S_i}$  est l'accélération du centre de masse de l'élément  $S$  ;  $I_{S_i}$  est le moment d'inertie de l'élément par rapport à l'axe passant par le centre de la masse de l'élément perpendiculairement au plan de mouvement de ce corps ;  $\bar{\varepsilon}_i$  est l'accélération angulaire de l'élément.

### 2.7.5 Forces de réaction dans les couples cinématiques

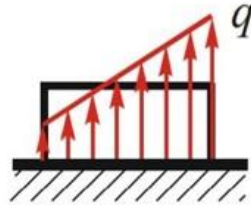
Ce sont les forces internes qui sont les réactions sur l'actions des forces actives (externes). Ces forces sont divisées en une composante normale et tangentielle. Dans de nombreux cas, ces forces ont une influence majeure sur le mouvement du mécanisme et doivent être prise en compte dans l'analyse dynamique.

## 2.8 Classification de répartition des forces dans les couples cinématiques

Les liaisons cinématiques reliant les éléments d'un mécanisme sont classées en fonction du nombre de degrés de liberté du mouvement relatif de ces éléments connectés. Soit deux éléments  $A$  et  $B$ , considérés comme des corps parfaitement rigides et reliées par une liaison cinématique. Si l'élément  $B$  est un corps rigide libre, alors il aura six degrés de liberté de mouvement relatif par rapport au corps  $A$  [46]. Une liaison cinématique contenant  $S$  degrés de liberté de mouvement relatif des éléments  $A$  et  $B$  est dite avoir une mobilité  $S$ . Ainsi  $S$  peut prendre des valeurs de 1 à 5. De cette façon, il y'aura 5 classes des couples cinématiques.

### 2.8.1 Liaison glissière

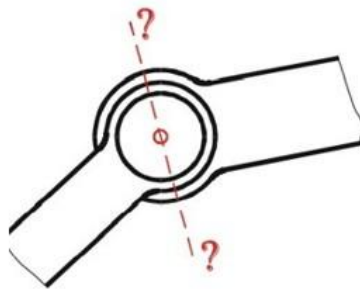
Le diagramme de répartition des pressions normales est linéaire dans ce cas (figure 2.6). On connaît ici la direction de la force résultante de la pression, mais la grandeur et le point de son application sont inconnus. Si la longueur d'un coulisseau est petite par rapport aux tailles des autres éléments, alors la répartition des pressions est permanente. La force résultante d'une pression est appliquée au centre de gravité du coulisseau.



**Figure 2.11.** Liaison glissière.

### 2.8.2 Liaison pivot

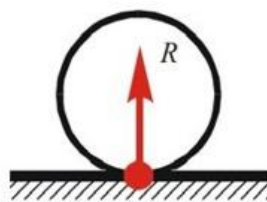
Dans une liaison pivot (figure 2.7), on connaît le point d'application de la résultante (il passe par le centre de pivot) ; mais sa valeur et sa direction sont inconnues.



**Figure 2.12.** Liaison pivot.

### 2.8.3 Liaison ponctuelle

Dans ce cas (figure 2.8), le point d'application et la direction de la pression (selon la normale générale) sont connus. Sa valeur est inconnue.



**Figure 2.13.** Liaison sphère-plan ou ponctuelle.

Les composantes tangentielles dans les liaisons cinématiques sont l'origine du frottement. Le travail des composantes normales est nul, car elles sont perpendiculaires aux directions des déplacements de l'élément dans les liaisons cinématiques. Les forces de frottement exécutent toujours un travail négatif [43].

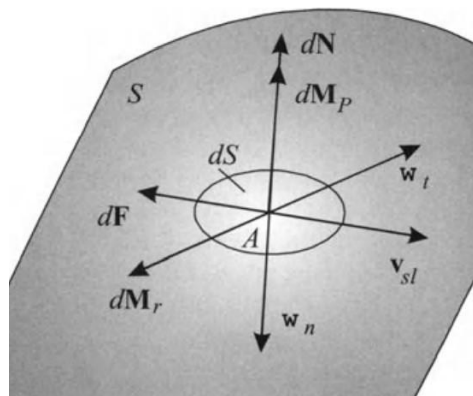
### 2.8.4 Frottement dans les liaisons cinématiques

Au niveau des liaisons cinématiques d'un mécanismes réels, il existe toujours des forces de frottement. Dans de nombreux cas, ces forces ont une influence majeure sur le mouvement du mécanisme et doivent être prises en compte dans l'analyse dynamique.

Soit  $S$ , la surface de contact des éléments d'une liaison cinématique (figure 2.9). Sur cette surface, On choisit une surface élémentaire  $dS$  au voisinage d'un point  $A$ . Les forces d'interaction générées dans ce voisinage et appliquées sur l'un des éléments de la liaison cinématique sont considérées. On décompose le vecteur résultant de ces forces en deux composantes :

- 1- Une composante normale  $dN$  dirigé le long de la normale à la surface  $S$ .
- 2- Une composante tangentielle  $dT$  située dans le plan tangent.

Nous décomposons également le moment résultant autour du point  $A$  en une composante normale  $dM_n$  et une composante tangentielle  $dM_t$ . La force  $dF$  est appelée force de frottement de glissement, le moment  $dM_r$  moment de frottement de roulement et  $dM_p$  moment de frottement de pivotement. A cause de leur nature physique, les forces de frottement sont des forces résistantes au mouvement. Il est clair que la force  $dF$  est dirigée à l'opposé du vecteur de vitesse relative  $V_{gl}$  (vitesse de glissement) au point  $A$ , et que les vecteurs  $dM_r$  et  $dM_p$  sont dirigés à l'opposé de la composante tangentielle  $W_t$  et la composante normale  $W_n$  du vecteur de vitesse angulaire.



**Figure 2.9.** Surface de contact des éléments d'une liaison cinématique.

De nombreuses investigations expérimentales ont montré que l'analyse de force des mécanismes peut s'appuyer, dans la plupart des cas, sur la loi du frottement sec, connue en physique sous le nom de loi d'Amontons-Coulomb. Conformément à cette loi, les grandeurs de

la force de frottement  $dF$  et les moments  $dM_r$  et  $dM_p$  sont supposés proportionnels au module de la composante normale de la réaction  $dN$  :

$$|dF| = f|dN|, \quad |dM_r| = k|dN|, \quad |dM_p| = k_p|dN|, \quad (2.7)$$

Où  $f$  est un coefficient de frottement de glissement sans dimension, tandis que  $K$  et  $k_p$  sont respectivement des coefficients de frottement de roulement et de pivotement mesurés en millimètres.

De l'équation (2.7) et des hypothèses ci-dessus sur les directions des forces et des moments, les relations vectorielles sont données comme suivant :

$$dF = -f|dN| \frac{v_{sl}}{|v_{sl}|}, \quad dM_r = -k|dN| \frac{\omega_r}{|\omega_r|}, \quad dM_p = k_p|dN| \frac{\omega_n}{|\omega_n|}, \quad (2.8)$$

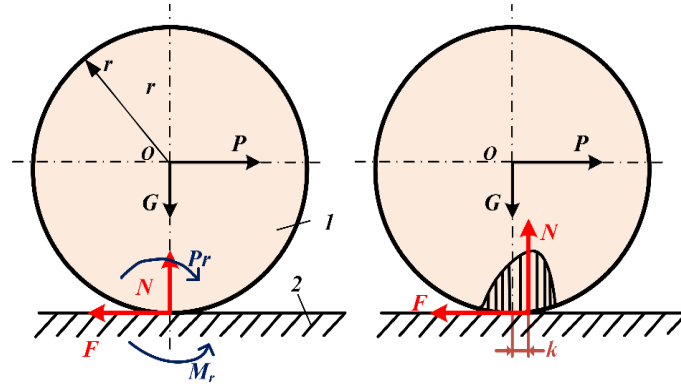
Les formules (2.7) et (2.8) peuvent être directement utilisées pour déterminer les forces de frottement dans une liaison cinématique supérieure avec un point de contact ponctuel. Dans le cas de liaisons cinématiques inférieures et de liaisons supérieures avec contact linéaire, le vecteur résultant et le moment résultant des forces de frottement sont déterminées par l'intégration des forces et des moments, agissant sur des zones élémentaires de la surface de contact ou le long de la ligne de contact. Ainsi, la force de frottement totale dans une liaison cinématique inférieure peut être déterminée selon la formule suivante :

$$F = \int dF = \int f|dN| \frac{v_{sl}}{|v_{sl}|} \quad (2.9)$$

Où  $S$  est la surface de contact. Pour utiliser cette formule, il est nécessaire de connaître la loi de distribution des réactions normales sur la surface  $S$ .

Les coefficients de frottement, de glissement, de pivotement et de roulement sont déterminés expérimentalement ; ils dépendent de nombreux facteurs : les propriétés du matériau dont sont constitués les éléments en contact des liaisons cinématiques ; la rugosité de surface ; la présence de lubrifiant et ses propriétés et enfin la grandeur de la vitesse relative et la vitesse angulaire des éléments. En mécanique des machines ces coefficients sont supposés donnés et constants.

Les formules (2.7) et (2.8) ne sont pas applicables si la vitesse de glissement au point de contact et la vitesse angulaire relative sont égales à zéro, c'est-à-dire les éléments constituant une liaison cinématique sont dans un état de repos relatif. Dans ce cas, les forces résultantes et les moments des forces de frottement au niveau d'une liaison cinématique peuvent être déterminés à partir des conditions d'équilibre des éléments ; de plus, ils s'avèrent de dépendre non pas des réactions, mais des forces extérieures directement appliquées.



**Figure 2.10.** Liaison cinématique linéaire.

Sur la figure 2.10, une liaison cinématique constituée du cylindre 1 et du plan 2 est représentée. La force de gravité  $G$  du cylindre est équilibrée par la réaction normale  $N$ , qui est la résultante des forces normales élémentaires apparaissant aux points de contact situés sur un élément cylindrique. En appliquant une force horizontale  $P$  sur l'axe de cylindre, on constate que lorsque cette force est suffisamment petite, le cylindre reste en repos. Cela signifie que la force  $P$  est équilibrée par la composante horizontale de la réaction  $F$ , tandis que le moment  $P_r$  est équilibré par le moment  $M_r$  dont le vecteur est dirigé le long d'un élément du cylindre.

$$F = P, \quad M_r = P_r \quad (2.10)$$

De cette manière, la force  $F$  et le moment  $M_r$  ne peuvent se produire qu'en raison de forces de frottement dont les amplitudes sont déterminées par seulement l'amplitude de la force  $P$ , et ne dépendent pas de  $N$  comme il ressort de la formule (2.10). Cependant, en augmentant  $P$ , on remarque que pour une certaine valeur, l'état de repos sera déséquilibré. Si la force  $P$  atteint une amplitude pour laquelle la condition est déséquilibré, où  $K$  est le coefficient de frottement de roulement, alors le cylindre commence à rouler sur le plan sans glisser.

$$P \leq f_s N \quad (2.11)$$

Le glissement commence lorsque la condition est violée, où  $f_s$  est le coefficient de frottement statique qui dépasse généralement quelque peu le coefficient de frottement de glissement  $f$ . Si  $K/r < f_s$  alors en premier (avec l'augmentation de  $P$ ) un roulement commence.

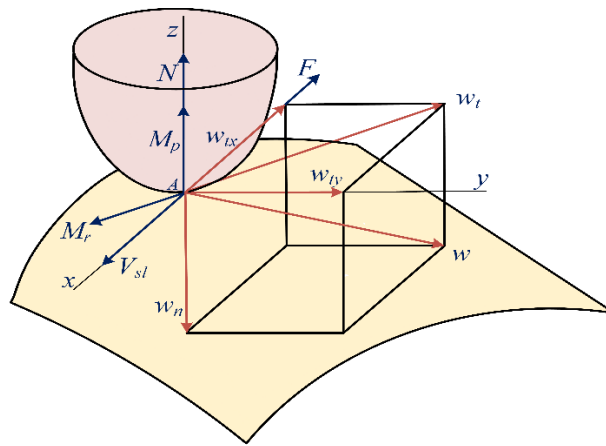
Si  $K/r > f_s$  on observera l'inverse.

On note aussi que l'apparition du moment  $M_r$  est liée à la déformation du cylindre et du plan dans la zone de contact (voir figure 2.10b) et à une distribution dissymétrique des forces

normales, ce qui provoque un déplacement de leur résultante  $N$  dans la direction du vecteur force  $P$ .

### 2.8.5 Modèles d'une liaison cinématique avec frottement

L'introduction des forces de frottement conduit à une augmentation du nombre de composantes inconnues des réactions au niveau d'une liaison cinématique, tandis que le nombre des équations n'augmente pas. Pour garder le problème d'analyse de force résoluble, il est nécessaire d'introduire des équations supplémentaires dont le nombre est égal au nombre d'inconnues supplémentaires. Le plus facilement de telles conditions sont introduites pour une liaison cinématique supérieure de première classe (figure 2.11).



**Figure 2.14.** Liaison cinématique de première classe.

Laissez les surfaces des éléments du couple se déformer sous l'action de la force normale et laissez les surfaces se toucher au voisinage du point A. De plus, supposons que le mouvement relatif des liaisons soit défini par la spécification de la vitesse de glissement  $V_{sl}$  et de la vitesse angulaire  $\omega$ . Soit l'axe Z dirigé le long de la normale commune aux surfaces dans le point A et l'axe X le long de la ligne d'action du vecteur  $V_{sl}$ . Ainsi, toutes les composantes des réactions sont exprimées par l'amplitude de la force normale  $N$ . En utilisant la relation (2.8), on trouve :

$$R_x = F_x = -f|N| \frac{v_{sl}}{|v_{sl}|}, \quad R_y = 0, \quad R_z = N, \quad (2.12)$$

Sachant que  $\omega_t$  est la composante de la vitesse angulaire située dans le plan  $xAy$ , tandis que  $\omega_{tx}$  et  $\omega_{ty}$  sont ses projections sur les axes X et Y respectivement. Les formules (2.13) suivante expriment cinq composantes de réaction en fonction de la sixième composante.



$$M_{Ax}^R = M_{rx} = -k|N| \frac{\omega_{\tau x}}{|\omega_{\tau}|}, M_{Ay}^R = M_{ry} = -k|N| \frac{\omega_{\tau y}}{|\omega_{\tau}|}, M_{Az}^R = M_p = -k_p|N| \frac{\omega_n}{|\omega_n|} \quad (2.13)$$

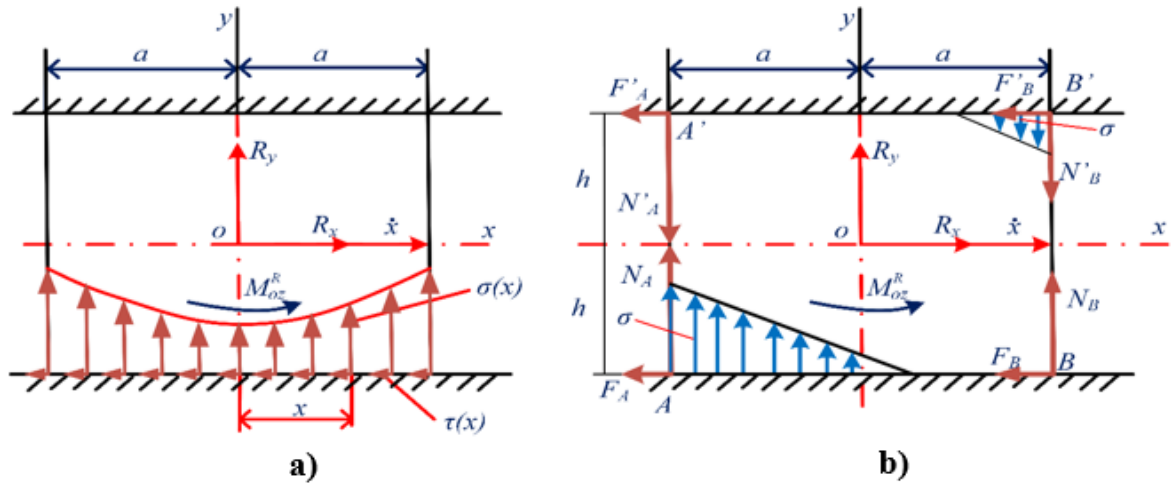
Généralement ; la loi de distribution des réactions normales sur la surface ou la ligne de contact reste inconnue. Habituellement, des conditions supplémentaires sont introduites qui tiennent compte des particularités de conception des éléments des liaisons cinématiques. Ils permettent de créer certaines hypothèses sur le caractère de la distribution des réactions normales.

Considérons quelques exemples de formulation de telles conditions. Essentiellement, ces exemples montrent comment créer des modèles dynamiques pour l'analyse de liaisons cinématiques avec frottement.

### 2.8.5.1 Liaison prismatique dans un mécanisme plan

Dans l'analyse de force d'un mécanisme plan, le problème de la détermination des réactions situées dans le plan de mouvement est traité comme suit :

Dans le cas d'un couple prismatique idéal (figure 2.12) les composantes inconnues des réactions sont le moment  $M_{Oz}^R$  et la force  $R_y$ , orthogonale à la ligne de déplacement du coulisseau. En présence de frottement une autre composante  $R_x$  apparaît. Pour que le problème de l'analyse des forces reste résoluble, cette troisième composante doit être exprimée en fonction des deux autres.



**Figure 2.15.** Modèle d'une liaison cinématique prismatique plan avec friction.

Ceci peut être réalisé de différentes manières en fonction de différentes hypothèses sur le caractère de la distribution des forces normales sur la surface de contact. Supposons d'abord que ces forces soient réparties d'une manière ou d'une autre sur un des deux plans de contact, par exemple sur celui du bas (figure.2.12a). Si  $\sigma(x)$  est la force normale par unité de longueur

de la ligne de contact au point de coordonnée  $x$ , alors la force de frottement spécifique  $\tau$  agissant en ce point est déterminée à partir des expressions (2.7) et (2.8) :

$$\tau(x) = -f|\sigma(x)|\text{sign}\dot{x} \quad (2.14)$$

Ici, la fonction  $\text{sign}\dot{x}$  indique que la force de frottement agissant sur le coulisseau sont dirigées à l'opposé de la vitesse du coulisseau. De l'équations (2.14), on obtient :

$$R_x = \int_{-a}^a \tau(x)dx = -f \int_{-a}^a |\sigma(x)|\text{sign}\dot{x} dx = -f|R_y| \text{sign}\dot{x}, \quad (2.15)$$

Puisque dans le cas donné  $\int_{-a}^a |\sigma(x)| dx = |R_y|$

Ainsi, on a obtenu une expression liant la réaction  $R_x$  et  $R_y$  en réduisant le nombre de composants inconnus des réactions à seulement deux. Notez que lorsque le coulisseau touche le guide au plan supérieur, le signe de  $R_y$  sera opposé, tandis que le signe de  $R_x$  reste le même à cause de (2.15). Dans ce qui suit, il convient d'écrire l'expression (2.15) sous la forme suivante :

$$R_x = -fR_y \text{sign}R_y \cdot \text{sign}\dot{x} \quad (2.16)$$

Où on a utilisé l'expression suivante :  $|R_y| = R_y \text{sign}R_y$

L'hypothèse selon laquelle le contact du coulisseau avec le guide se produit dans un des plans n'est pas toujours acceptable. Souvent, il faut tenir en compte de l'inclinaison du coulisseau qui conduit à un contact dans les deux plans (figure 2.12b).

Donc, l'expression (2.15) apparait incorrecte.

Dans ce cas, il est possible d'utiliser un modèle différent pour la liaison prismatique. Supposons conditionnellement que les forces normales aux surfaces de contact puissent être remplacées par deux forces concentrées  $N_A$  et  $N_B$  appliquées aux extrémités du coulisseau. Selon la répartition des forces normales  $\sigma(x)$ , les forces  $N_A$  et  $N_B$  sont appliquées soit aux points  $A$  et  $B$  soit en sens opposés aux points  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$ . On exprime maintenant les trois composantes des réactions de la liaison cinématique en fonction des deux paramètres  $N_A$  et  $N_B$ . A partir de la figure 2.12b, on obtient :

$$R_y = N_A + N_B \quad (2.17)$$

$$R_x = -(F_A + F_B) = -f(|N_A| + |N_B|) \text{sign}\dot{x} = -f(N_A \text{sign}N_A + N_B \text{sign}N_B) \text{sign}\dot{x} \quad (2.18)$$

En tenant compte du fait que le processus de changement du point de contact d'une surface à l'autre, la direction de la force de frottement reste inchangée alors que la direction du moment de cette force autour du point  $O$  est inversée, on obtient :

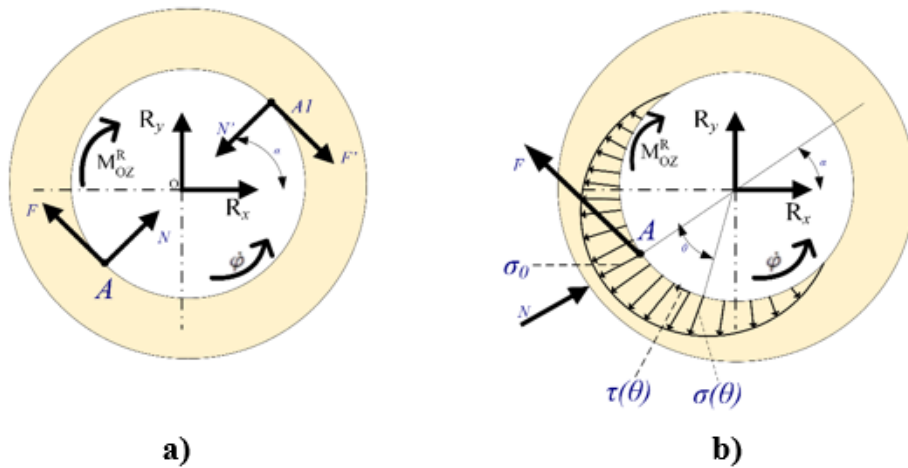
$$M_{OZ}^R = (N_B - N_A)a - fh(N_B + N_A)\text{sign}\dot{x} \quad (2.19)$$

A noter que l'absence de frottement ( $f = 0$ ), les réactions  $N_A$  et  $N_B$  auront les mêmes signes si  $|R_y| < a^{-1}|M_{OZ}^R|$

Cette condition peut être considérée, d'une manière générale comme un critère, s'il faut utiliser les modèles décrits par les équations (2.17) -(2.19).

### 2.8.5.2 Liaison pivot dans un mécanisme plan

Dans la figure 2.13, les modèles dynamiques d'une liaison pivot avec frottement sont représentés lorsque les composantes des réactions situées dans le plan orthogonal à l'axe de l'articulation sont prises en compte. Dans le modèle illustré sur la figure (2.13 a), on suppose que les forces d'interaction normale sont concentrées au point  $A$  et qu'à ce point la force de frottement  $F$  est aussi appliquée. En projetant les forces de frottement sur les axes de coordonnées et en définissant leurs moments, on trouve les équations (2.20) suivantes :



**Figure 2.16.** Modèle d'une liaison pivot avec frottement.

$$R_x = N \cos \alpha - fN \sin \alpha, R_y = N \sin \alpha - fN \cos \alpha,$$

$$M_{OZ}^R = -fr|N|\text{sign} \dot{\phi} \quad (2.20)$$

Ici,  $\alpha$  est l'angle entre la ligne d'action de la force  $N$  et l'axe  $X$  et  $r$  et le rayon de tourillon. Les formules (2.20) tiennent compte du fait qu'un changement de signe de  $N$  entraîne un changement de direction de la force  $F$ , puisque son point d'application se déplace vers  $A_1$ .

Dans l'expression du moment  $M_{Oz}^R$  le multiplicateur  $(-sign \dot{\phi})$  est introduit ce qui indique que le moment des forces de frottement dans une liaison pivot est dirigé à l'opposé de la vitesse angulaire. Cette expression montre que la ligne d'action de la résultante des forces de réaction dans une liaison pivot est tangente au cercle de centre  $O$ .

Dans le modèle représenté sur la figure (2.13 b), on suppose que les forces normales  $\sigma(\theta)$  sont réparties sur un demi-cercle et symétriquement autour du point  $A$ . La loi de distribution est choisie sous la forme suivante :

$$\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos \theta \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.21)$$

Les forces de frottement sont aussi distribuées

$$\tau(\theta) = f|\sigma(\theta)| \quad (2.22)$$

En projetant les forces sur le rayon  $AO$  et orthogonalement à celui-ci et en définissant le moment de force autour du point  $O$ , on trouve :

$$\begin{aligned} N &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sigma(\theta) r d\theta \cos \theta = \sigma_0 r \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d\theta = \frac{\pi}{2} \sigma_0 r \\ F &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f \sigma(\theta) r d\theta \cos \theta = \frac{\pi}{2} f \sigma_0 r \\ M_{Oz}^R &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \tau r^2 d\theta = 2f \sigma_0 r^2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

De cela, on obtient :

$$R_x = N \cos \alpha - fN \sin \alpha, \quad R_y = N \sin \alpha + fN \cos \alpha$$

$$M_{Oz}^R = -\frac{4}{\pi} f r |N| \text{sign } \dot{\phi} \quad (2.24)$$

En comparant ces expressions avec (2.20), on remarque qu'elles ne diffèrent que par le facteur  $4/\pi$  du moment des forces de frottement. Le premier modèle est généralement utilisé pour l'analyse de liaisons cinématiques avec des jeux importants [49] (par exemple des liaisons usées).

## **2.9 Analyse de la force des mécanismes avec frottement**

L'analyse de la force des mécanismes avec frottement se réduit à résoudre les équations incluant les forces de frottement en combinaison avec les relations (2.15) -(2.24) dérivées ci-dessus pour les modèles mathématiques des liaisons cinématiques avec frottement. Dans l'absence de contraintes excessives, le nombre des inconnues s'avère égal au nombre d'équation. Cependant, il est facile de voir que les équations des modèles mathématiques de liaisons cinématiques avec frottement incluent des fonctions non linéaires des composants de réaction, entrant dans les équations (module, signe de réaction, etc.). Par conséquent, le système complet d'équations d'analyse de force s'avère non-linéaire [53].

La non-linéarité des équations entraîne diverses complications substantielles de la procédure de résolution. En premier lieu, et comme il est montré ci-dessus, dans un certain nombre de cas, il est nécessaire de résoudre à plusieurs reprises des systèmes d'équations linéaires. En second lieu, il peut arriver que pour la position étudiée d'un mécanisme avec des paramètres cinématiques de mouvement donnés et avec des coefficients de frottement donnés, le système d'équations d'analyse de force n'a aucune solution. D'un point de vue physique, cela signifie que l'étude de mouvement est inadmissible pour un mécanisme donné avec frottement quelles que soient les valeurs des forces motrices. Dans ce cas, on parle d'un cas particulier de grippage ou l'effet d'auto freinage. Il est impossible de sortir le mécanisme de l'état de repos quelle que soit la force appliquée sur son élément d'entrée. Dans un mécanisme, une augmentation de la force motrice entraîne souvent une augmentation des forces de frottement (pas toujours vrai). En troisième lieu, le système d'équations non-linéaire peut même avoir plusieurs solutions ; en d'autres termes sous les mêmes forces actives, le mécanisme peut exécuter un mouvement donné avec des forces motrices différentes et avec des valeurs de réactions différentes. Habituellement, cela se produit pour telles positions du mécanisme pour lesquelles un auto freinage est possible, mais les forces actives et d'inertie ont une puissance positive, c'est-à-dire qu'elles aident la force motrice, provoquant un effet de dé-freinage. Laquelle des solutions correspond aux forces motrices et réactions réelles, ne peut être optée dans le cadre du modèle dynamique original d'un mécanisme rigide.

## 2.10 Equation de mouvement d'un mécanisme plan rigide

### 2.10.1 Equation de Lagrange pour un mécanisme à un seul degré de mobilité

Jusqu'à présent, il est supposé que la loi de mouvement d'un mécanisme soit connue ; on supposait que la loi était le programme nécessaire à l'exécution d'un processus de travail. Dans une machine, le mouvement réel diffère du mouvement programmé. Cette différence est principalement liée aux erreurs de fabrication des différentes composantes de la machine. La vitesse de sortie du moteur dépend de l'amplitude de la force motrice généralisée, et cela doit être pris en compte lors de la conception d'une machine. Il est nécessaire d'intégrer les équations différentielles du système mécanique avec la caractéristique du moteur. Généralement, les équations différentielles du mouvement d'un mécanisme se présentent sous la forme d'équations de Lagrange du second type [49].

Pour un mécanisme avec  $w$  degrés de mobilité, avec des éléments rigides et des liaisons cinématiques idéales ; les équations de Lagrange de second type peuvent être dérivées de l'équation générale de la dynamique écrite sous la forme suivante :

$$I_O = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Où  $J_x, J_y, J_z$  sont les moments d'inertie centraux et  $J_{xz}, J_{yz}, J_{xy}$  sont les produits d'inertie.

Le travail qui s'effectue dans un déplacement virtuel par les forces d'inertie et qui entre dans les équations peut s'exprimer par l'énergie cinétique du système. Dans la littérature de mécanique analytique, il est prouvé que :

$$\sum_{i=1}^N (\phi_i \delta r_{oi} + M_{oi}^{(\phi)} \delta r_{\phi_i}) = \sum_{s=1}^w \left( \frac{\partial T}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) \delta q_s \quad (2.26)$$

Où  $T(q_1, \dots, q_w; \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_w)$  est l'énergie cinétique du système (dans ce cas un mécanisme), représentée en fonction de coordonnées généralisées et de leurs dérivées. En conséquence, les équations pour les coordonnées généralisées indépendantes se réduisent sous la forme suivante :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s + Q_{Rs} \quad (s = 1, \dots, w) \quad (2.27)$$

$$Q_{Rs} = \sum_{i=1}^N \left( P_{Ri} \frac{\partial r_{oi}}{\partial q_s} + M_{oi}^{(P_o)} \frac{\partial \phi_i}{\partial q_s} \right) \quad (2.28)$$

Où  $Q_s$  représente le travail des *forces motrice* et  $Q_{Rs}$  est le travail des forces résistantes. L'équation (2.27) est l'équation de Lagrange de second type pour un mécanisme plan. L'énergie cinétique d'un mécanisme à un seul degré de mobilité peut toujours représenter sous la forme suivante :

$$T = \frac{1}{2} a(q) \dot{q}^2 \quad (2.29)$$

Si  $q$  est une coordonnée linéaire généralisée, alors le terme  $a(q) = m(q)$  est appelé masse réduite d'un mécanisme ; pour une coordonnée angulaire généralisée la quantité  $a(q)$  a la dimension du moment d'inertie et on l'appelle un moment d'inertie réduit. Désormais, on suppose que  $q$  est une coordonnée angulaire et cette expression (2.29) s'écrit sous la forme suivante :

$$T = \frac{1}{2} J(q) \dot{q}^2 \quad (2.30)$$

Où  $J(q)$  est le moment d'inertie réduit. En remplaçant (2.30) dans (2.27) et en tenant compte du fait que :

$$\frac{\partial T}{\partial q} = \frac{1}{2} J'(q) \dot{q}^2; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = \frac{d}{dt} [J(q) \cdot \dot{q}] = J(q) \dot{q}^2 + J(q) \ddot{q} \quad (2.31)$$

On obtient :

$$J(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} J'(q) \dot{q}^2 = Q + Q_R \quad (2.32)$$

### 2.10.2 Equation de Lagrange pour un mécanisme à plusieurs degrés de mobilité

Comme il est connu de la mécanique analytique, l'énergie cinétique d'un système mécanique avec  $w$  degrés de liberté peut être représentée sous une forme quadratique de vitesse généralisée avec des coefficients dépendant des coordonnées généralisées :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^w a_{sk}(q_1, \dots, q_w) \dot{q}_s \dot{q}_k \quad (2.33)$$

Remplaçons cette expression dans la partie gauche des équations (2.27). En différenciant (2.30) par rapport à  $q_s$  et  $\dot{q}_s$ , on trouve :

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} = \sum_{s,k=1}^w a_{sk} \dot{q}_k; \quad \frac{\partial T}{\partial q_s} = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^w \frac{\partial a_{ik}}{\partial q_s} \dot{q}_i \dot{q}_k \quad (2.34)$$

Donc, on trouve :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} = \sum_{k=1}^w \left( \sum_{i=1}^w \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_k + a_{sk} \ddot{q}_k \right) \quad (2.35)$$

Puisque :

$$\sum_{k=1}^w \sum_{i=1}^w \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_k = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^w \left( \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_i} + \frac{\partial a_{si}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \dot{q}_k \quad (2.36)$$

A partir des équations (2.34) et (2.35) on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^w \left( \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_i} + \frac{\partial a_{si}}{\partial q_k} - \frac{\partial a_{ik}}{\partial q_s} \right) \dot{q}_i \dot{q}_k + \sum_1^w a_{sk} \ddot{q}_k \quad (2.37)$$

L'expression suivante est appelée *symbole de Christoffel de premier type* :

$$[i, k, s] = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_i} + \frac{\partial a_{si}}{\partial q_k} - \frac{\partial a_{ik}}{\partial q_s} \right) \quad (2.38)$$

En utilisant cette expression, on peut écrire l'équation (2.28) sous la forme suivante :

$$\sum_{k=1}^w a_{sk} \ddot{q}_k + \sum_{i,k=1}^w [i, k, s] \dot{q}_i \dot{q}_k = Q_s + Q_{Rs} \quad (s = 1, \dots, w) \quad (2.39)$$

L'équation (2.39) est utilisée pour l'étude du mouvement des mécanismes plans avec plusieurs degrés de mobilité. De plus, une méthode similaire est utilisée pour obtenir les valeurs des coefficients  $a_{sk}$ , les symboles de *Christoffel*  $[i, k, s]$  ainsi que les valeurs des forces de résistance généralisées  $Q_{Rs}$  correspondant à certaines valeurs données  $q_k$  et  $\dot{q}_k$  [46].

### 2.10.3 Caractéristiques dynamiques des mécanismes rigides

Pour une évaluation de la qualité d'un mécanisme, il est nécessaire de partir des forces agissantes et des réactions de contraintes obtenues dans l'analyse des forces, par des critères dynamiques généraux qui reflètent les propriétés les plus importantes d'un mécanisme dans les régimes dynamiques [51].

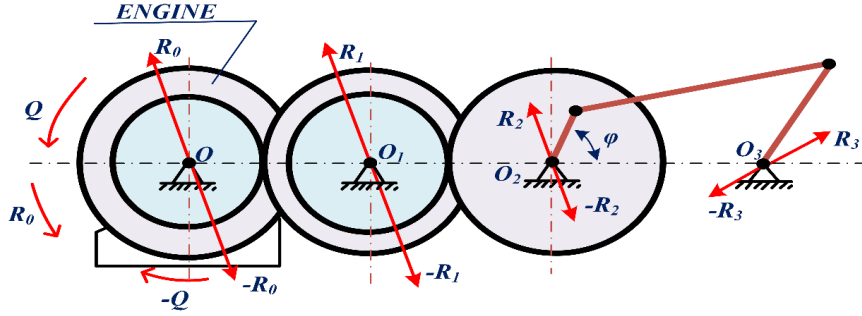
### 2.10.4 Activité vibratoire interne d'un mécanisme plan

Considérons un mécanisme cyclique avec des éléments rigides et des liaisons cinématiques idéales (figure 2.14). C'est une combinaison d'un mécanisme de transmission avec rapport de transmission  $i$  ( $\varphi = q/i$ ) avec un mécanisme d'actionnement qu'a une fonction de position non linéaire [46]. L'équation du mouvement du mécanisme peut être représentée sous la forme suivante :

$$J(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} J'(q) \dot{q}^2 = Q + Q_R(q, \dot{q}) \quad (2.40)$$



Le moment d'inertie réduit  $J(q)$  peut être représenté sous la forme (2.32). Dans ce qui suit, ce développement en série sera abrégé.



**Figure 2.17.** Mécanisme rigide avec liaisons cinématique idéales.

$$J(q) = J_0 + \check{J}(q) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi i} J(q) dq + \check{J}(q) \quad (2.41)$$

Où la partie variable du moment d'inertie réduit du mécanisme est  $\check{J}(q)$  qui est dans le cas présent la période  $2\pi i$ . Le moment réduit des forces résistantes peut être représenté de manière analogue, étant également une fonction périodique de  $q$  de période  $2\pi i$  :

$$Q_R(q, \dot{q}) = Q_{R0}(\dot{q}) + \check{Q}_R(q, \dot{q}) \quad (2.42)$$

Où le terme principal :

$$Q_{R0}(\dot{q}) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi i} Q_{R0}(q, \dot{q}) dq \quad (2.43)$$

est la valeur moyenne du moment réduit des forces de résistance  $\check{Q}_R = Q_R(q, \dot{q}) - Q_{R0}(\dot{q})$ .

L'une des performances les plus typiques d'un mécanisme cyclique est le mouvement en régime stationnaire lorsque la vitesse angulaire du levier d'entrée est proche d'une certaine valeur constante  $\dot{q} = \omega_0$ . Considérons une caractéristique du mécanisme qui reflète les propriétés dynamiques du mécanisme lors d'un mouvement en régime stationnaire (permanent). On suppose que l'élément d'entrée tourne avec une vitesse angulaire constante  $\omega_0$ . On cherche la force motrice généralisée (ou moment) à appliquer sur l'élément d'entrée pour réaliser un tel mouvement. En substituant  $\dot{q} = \omega_0$ ,  $q = \omega_0 t$  et  $\ddot{q} = 0$  dans l'équation (2.39) on trouve :

$$Q(t) = \frac{1}{2} J'(\omega_0 t) \omega_0^2 - Q_R(\omega_0 t, \omega_0) = -Q_{R0}(\omega_0) + \check{Q}(t) \quad (2.44)$$

Où  $\check{Q}(t)$  est la partie variable du moment moteur.

$$L(t) = -\check{Q}(t) \quad (2.45)$$

Ce moment, opposé, agissant sur le moteur par le système mécanique est appelé moment de perturbation. La capacité du mécanisme à générer un moment de perturbation variable lors d'une rotation uniforme de l'élément d'entrée reflète son activité vibratoire interne. De l'expression (2.45), on voit que l'activité vibratoire interne du système est causée par la variabilité du moment d'inertie réduit du mécanisme et par la dépendance explicite du moment réduit des forces de résistance sur la coordonnée  $q$ .

Le moment de perturbation est une fonction périodique avec une période  $T = 2\pi/\omega_0$  où  $\omega_0$  est la vitesse angulaire de l'élément d'entrée du mécanisme. Ce moment n'a pas de durée constante. Il peut être représenté sous la forme d'une série de Fourier :

$$L(t) = \sum_{k=1}^{\infty} L_k \cos (kt/\omega_0 + a_k) \quad (2.46)$$

L'activité vibratoire interne d'un mécanisme est à l'origine d'un certain nombre de phénomènes dynamique indésirables des machines. A ce point, on note que l'activité de vibration interne provoque des charges dynamiques variables dans les liaisons cinématiques des mécanismes. Si pendant la rotation uniforme de l'élément d'entrée, la condition  $Q(t) = -Q_{R0}(\omega_0) + \check{Q}(t) < 0$  est remplie pendant certains intervalles de temps, c'est-à-dire si le moment d'entraînement change de signe, alors le moment dans les mécanismes change également de signe. De plus, un réarrangement des jeux se produit dans les liaisons cinématique lorsque les éléments menants deviennent des éléments menés. Il s'agit d'un effet indésirable qui contribue à l'usure des couples cinématique. Pour éviter cela, le terme constant  $Q_{R0}(\omega_0)$  du moment de résistance est parfois augmenté artificiellement par des dispositifs d'amortissement spéciaux montés sur l'arbre de sortie des mécanismes qui génèrent des forces de résistances supplémentaires [50].

### 2.11 Méthodes de réduction des moments de perturbation

Une réduction du moment de perturbation, en utilisant l'équation (2.44), est obtenue en réduisant la composante variable  $\check{J}(q)$  du moment d'inertie réduit et la composante variable  $Q_R(q, \dot{q})$  du moment réduit des forces de résistance. Pour réduire  $\check{J}(q)$ , il faut essayer de réduire les masses de ces éléments mobiles du mécanisme d'actionnement dont les coordonnées sont liées à la coordonnée  $q$  par des fonctions de position non linéaire. Dans les mécanismes cycliques, une réduction de  $\check{Q}_R$  est parfois obtenue par un changement dans le cycle des mécanismes de travail synchronisé de telle manière que l'amplitude de  $Q_R(q, \dot{q})$  s'équilibre. Cependant, toutes ces méthodes de conception ne peuvent être utilisées que sous certaines

conditions. Cependant, il existe quelques méthodes générales de réduction de l'activité vibratoire du mécanisme qui sont basées par l'introduction de dispositifs spéciaux qui réduisent  $L(t)$  [46].

### **2.12 Activité vibratoire externe des mécanismes**

Pendant le mouvement du mécanisme, il y a des forces variables qu'agissent sur le corps d'un mécanisme. Ces forces se produisent tout d'abord au niveau des liaisons cinématiques reliant les parties mobiles de ce mécanisme avec la machine. Par exemple, le mécanisme illustré sur la figure (2.18) agit sur le corps avec des forces  $-R_0, -R_1, -R_2, -R_3$  au niveau des articulations  $O_0, O_1, O_2, O_3$  respectivement. Des forces égales et opposées  $R_0, R_1, R_2, R_3$  sont appliquées du corps aux éléments du mécanisme. Ces dernières seront appelées réactions externes. Ils seront notés  $R_k^{(e)}$  où  $k$  est le numéro de l'élément auquel la force est appliquée [46].

Les forces variables agissant sur le corps d'une machine peuvent provoquer un certain nombre de phénomènes à caractère vibratoire (vibration du corps de la machine en tant que corps rigide, résultant de l'élasticité du support, vibration élastique du corps, vibration du bâtiment où la machine est installée, etc.). Dans ce contexte, la capacité d'un mécanisme à exciter des forces variables agissant sur le corps est appelée activité vibratoire externe. La réduction de l'activité de vibration externe des mécanismes individuels et des machines en général est l'un des problèmes les plus importants dans la construction des machines modernes, car les vibrations entraînent souvent des pertes de qualité des performances de la machine en termes de résistance, de fiabilité et de durabilité. La réduction de l'activité vibratoire externe des machines est récemment devenue une tâche social majeur. Les vibrations influencent sur les personnes travaillant avec ces machines. Elles perturbent leur capacité de travail et deviennent dangereuse pour la santé humaine en cas d'exposition continue.

### **2.13 Conclusion**

En générale, l'analyse cinématique et dynamique d'un mécanisme plan consiste à étudier le mouvement et les forces agissant sur les différents éléments du mécanisme. Il est important de prendre en considération les erreurs de fabrication dans cette analyse pour garantir un fonctionnement correct du mécanisme.

## **Chapitre 03**

### **Les sources des erreurs de fabrication et optimisation**

### **3.1 Introduction**

Dans les problèmes de synthèse des mécanismes que l'on vient de construire, on cherche les paramètres du mécanisme qui satisfont les lois de mouvement données. On peut dire que les schémas cinématiques obtenus sont des mécanismes théoriques, car le choix des paramètres a été fait en supposant que :

- Les parties des couples cinématiques sont toutes géométriquement parfaites,
- Les dimensions de tous les éléments sont rigoureusement conformes aux dimensions théoriques

### **3.2 Définition de l'erreur :**

L'erreur est la quantité par laquelle une valeur théorique s'écarte de sa valeur réelle, l'erreur est étroitement associée à la précision. Les erreurs appartiennent à deux classes distinctes. Les erreurs aléatoires sont liées à la précision ou à la dispersion des résultats et peuvent traiter statiquement : par exemple, la moyenne peut être utilisée pour améliorer la précision d'une valeur de meilleure estimation. L'amplitude de telles erreurs peut être jugée à partir des résultats d'un ensemble de mesures répétées. Les erreurs systématiques sont celles qui se produisent de la même manière à chaque mesure et ne peuvent donc pas être découvertes simplement par l'analyse des résultats [53]. La recherche et la réduction des erreurs systématiques sont à la fois un défi majeur et une source d'inspiration pour le concepteur des machines. Aussi, les erreurs systématiques sont la principale raison pour laquelle il est beaucoup plus coûteux de fournir une bonne exactitude qu'une simple précision.

### **3.3 Précision**

Le mot précision est utilisée avec plusieurs différentes significations dans les contextes d'ingénierie. Parfois, c'est un synonyme de répétabilité. Souvent, il est considéré comme le rapport de la résolution à la plage (parfois, de la précision à la plage). Une troisième utilisation considère qu'un système de précision est celui qui offre une meilleure précision ou une résolution plus petite que celle généralement obtenue. Souvent, la précision peut être imposée à un système par le biais d'un seul élément d'un processus en boucle fermée. Par exemple, en creusant des tunnels d'environ 25 km de longueur sous la Manche, les extrémités se sont alignées à une fraction de mètre près. La plage de précision d'environ 1 :100000 ne nécessitaient pas de machines de génie civil de haute précision [53]. Il suffisait de fournir des optiques de précision dans l'alignement laser et d'autres outils qui ont été utilisés pour guider les machines de forage de tunnel. En général, l'expression 'ingénierie de précision' a tendance à être donnée dans un contexte d'ingénierie mécanique et également à une résolution absolue

mesurée en centièmes, de millimètres ou moins. Cela peut encore englober des objets dont la taille varie de grandes structures telles que des avions à des micros actionneurs mesurant des dizaines de micromètres ou moins.

### **3.4 Erreur de fabrication mécanique**

Dans le contexte mécanique, l'erreur de fabrication est la quantité d'une ou de plusieurs valeurs mesurées s'écartant d'une valeur donnée. C'est l'erreur observée dans les pièces réelles produites, comparés avec les modèles parfaits créés par CAO et vus sur le modèle 3D. Dans le contexte de conception, les tolérances dans le dessin fixent les limites de l'erreur. Dans le contexte de l'analyse des tolérances, l'erreur doit être considérée du point de vue de la conception ainsi que du point de vue de la valeur mesurée.

Du point de vue de la conception, l'erreur est la quantité qu'une entité tolérancée est autorisée à dévier de sa valeur spécifiée. A sa valeur la plus défavorable ou la plus extrême, il s'agit de la quantité maximale qu'une entité peut varier de sa valeur nominale. Sans surprise, l'objectif de la tolérance cumulée dans le pire des cas est de s'assurer que la fonctionnalité satisfera à sa fonction prévue même si elle est produite dans son état le plus défavorable. Lorsqu'une tolérance est spécifiée sur un dessin, elle définit les limites de variation pour une forme donnée. L'erreur admissible doit être spécifiée par le concepteur des pièces.

Du point de vue de la production, l'erreur de fabrication mécanique est la quantité d'un élément fabriqué ou assemblé a dévié de sa valeur spécifiée. Les mesures déterminent si l'erreur se situe dans les limites spécifiées.

Du point de vue de l'analyse des tolérances, l'erreur de fabrication est calculée lorsqu'un cumul des tolérances est effectué. Il peut s'agir de l'erreur entre les caractéristiques d'une seule pièce ou de l'erreur entre les caractéristiques de différentes pièces. La seule façon de vérifier que l'erreur autorisée, pour une, ou plusieurs fonctions ou entre plusieurs pièces dans un assemblage sont acceptables consistent à effectuer une accumulation de tolérances.

Toute pièce fabriquée présente des erreurs. Il n'existe pas de pièce parfaitement précise et aucune forme n'a jamais été créée sans variation par rapport à ses dimensions indiquées. Aucune forme fabriquée n'est parfaite.

Aujourd'hui, la plupart des concepteurs utilisent un logiciel de CAO pour concevoir leurs pièces. Les modèles créés par ces logiciels sont mathématiquement précis, et on peut dire qu'ils sont presque parfaits dans leurs représentations géométriques de la pièce. Malheureusement, de nombreux concepteurs confondent la précision de leur modèle CAO avec la pièce réelle.

Le modèle CAO parfait ne représente qu'un point de départ, il est similaire à la géométrie cotée sur un dessin 2D en ce sens, qu'il définit simplement l'état dimensionnel 'nominal' ou souhaité de la pièce. Lorsque la pièce est fabriquée, quelle que soit la méthode utilisée, il y aura une variation sur chaque côte produite et la pièce sera imparfaite. La spécification des tolérances permet au concepteur de déterminer les limites dimensionnelles fonctionnellement autorisées pour chaque côte.

### **3.5 Types de variation et des erreurs**

La variation constatée sur un produit fini est due aux nombreux facteurs. Dans chaque analyse de tolérance, il existe trois principaux types de variation qui doivent être traitées :

- Tolérances spécifiées sur le dessin.
- Variation rencontrée dans le processus d'inspection (contrôle métrologique).
- Variation rencontrée dans le processus d'assemblage.

### **3.6 Types des erreurs dans les mécanismes**

Afin d'améliorer et de contrôler les performances d'un mécanisme à partir de ces pièces usinées, il est nécessaire de prendre en compte les variations dimensionnelles dues aux erreurs de fabrication et à l'usure. Au cours des deux dernières décennies, certains auteurs [20] ayant travaillé sur la conception robuste visent à minimiser la sensibilité des performances aux variations sans contrôler les causes des variations.

#### **3.6.1 Erreurs géométrique d'un mécanisme plan**

Les mouvements indésirables des composants structurels d'un mécanisme plan provoquent des erreurs géométriques. Les défauts géométriques et les désalignements perturbent la stabilité du mécanisme. Ces imperfections peuvent provenir par exemple des écarts de rectitude et de rugosité de la surface du rail de guidage ou de l'usure des liaisons (jeu articulaire), et tout ça provoque des perturbations sur les performances cinématique et dynamique du mécanisme.

La chaleur produite par les éléments du mécanisme provoque des changements de température et ça affecte leurs performances [21]. La mesure séparée des erreurs géométriques est difficile en présence des changements de température et d'autres sources d'erreurs, mais il est possible d'étudier leurs effets sur la structure cinématique d'un mécanisme plan.

Les erreurs géométriques des composants structurels peuvent être partiellement considérées comme un effet résultant des erreurs géométriques lors du mouvement de coordonnées des composants fonctionnels [22]. Les deux différentes formes d'écarts sont le résultat de la production, de l'assemblage ou du fonctionnement des composants du mécanisme.

### **3.6.2 Sources des erreurs dans les composants d'un mécanisme plan**

Il est nécessaire de comprendre les points d'entrée d'un mécanisme plan et les interactions entre ses composants pour décrire les erreurs qui affectent la performance cinématique et dynamique de ce mécanisme. Les erreurs de procédé de fabrication des éléments d'un mécanisme affectent l'écart entre les positions théoriques et réelles des parties constitutives de la structure cinématique. Plusieurs références suggèrent que ces erreurs peuvent être regroupées de différentes manières.

Il existe une méthode qui les décompose en trois sources d'erreur. Le premier est l'erreur de contournement, qui est l'effet des erreurs des entraînements d'axe. Le second concerne les erreurs géométriques du mécanisme, qui incluent les erreurs de liaison, de mouvement et de l'effet thermique. Le troisième est les erreurs dynamiques, entraînant la déviation de la structure du mécanisme sous charge dynamique [17]. Slocum a donné une méthode qui classe les erreurs du mécanisme en erreurs systématiques, qui peuvent être erreurs mesurées et aléatoires, dont leur prédiction est difficile (les erreurs systématiques déterminent la précision) et les erreurs aléatoires influencent la précision [18].

Ci-dessus une classification des erreurs la plus courante est donnée [19] :

#### **3.6.2.1 Erreur thermique**

Suite à la génération de chaleurs, la déformation thermique peut créer un impact sur la boucle structurelle du mécanisme. La source de chaleur peut être un moteur électrique (source de mouvement) ou bien les différents types de frottement dans les liaisons cinématiques. Le changement de température de l'environnement a aussi un effet qui doit également être pris en considération pour déterminer ces erreurs.

L'effet total sur la performance du mécanisme peut être déterminé par la mesure du comportement géométrique et cinématique [23] et peut affecter l'emplacement et les erreurs de composants des mécanismes. Cependant, les sources thermiques internes et externes dans les mécanismes provoquent un changement thermique dans sa boucle structurelle et domine souvent la précision en plus d'autres sources d'erreurs [24], mais cela nécessite une attention et une compensation car la majorité des métaux structurels se dilatent dans une plage déterminée. Les études des effets thermiques doivent avoir lieu dans un environnement à température contrôlée.

Une quantité importante d'erreurs thermiques peut être évitée en atteignant l'équilibre thermique avant le fonctionnement. La majorité des mécanismes nécessitent un temps de préchauffage, qui peut être exécuté par des éléments chauffants comme des résistances



chauffantes ou des fluides à température contrôlée. Pendant le fonctionnement, le refroidissement peut jouer un rôle important.

### **3.6.2.2 Erreur dynamique**

L'usure des composants d'un mécanisme provoque des vibrations, ce qui peut également réduire la performance de ce mécanisme. On peut caractériser le comportement dynamique des mécanismes en trois grandeurs principales : la rigidité, la masse et l'amortissement.

Les forces qui apparaissent génèrent des vibrations dans le mécanisme. Les vibrations peuvent être causées par des sources internes (comme le désalignement, le déséquilibre des éléments de rotation) et externes (comme les vibrations transmises par le sol) [25]. Bien que les erreurs dynamiques puissent être tracées et identifiées, les prédire et les compenser sont plus difficiles que les autres sources d'erreurs. Compte tenu de la masse et de la rigidité, l'objectif est d'augmenter la rigidité et réduire la masse du composant mobile.

### **3.6.2.3 Erreur statique**

En cas d'erreurs statiques, le comportement du corps non rigide doit être pris en compte. Les erreurs d'emplacement et les erreurs de composant changent en raison des forces internes ou externes. L'imprécision du mécanisme en raison de la rigidité et le poids de ces pièces peut avoir une influence significative sur leurs performances [26,19]. La comparaison de ces erreurs avec les erreurs cinématiques peut être plus importante.

### **3.6.2.4 Erreurs due au processus de fabrication**

Les processus de fabrication de précision reposent, principalement, sur des dispositifs et des machines à outil (tours, fraiseuses, ...) pour réaliser des différentes pièces mécaniques. Les erreurs mécaniques peuvent être associées à la pièce, à la machine ou à l'opération. De même, ils peuvent être décrits comme étant de nature systématique/statique (c'est-à-dire « non stationnaires » et plus difficiles à décrire de manière quantitative). Les erreurs sont introduites par une variété de causes généralement résumées comme suit :

- Conformité
- Variation des propriétés des matériaux
- Erreur de mouvement
- Erreurs de configuration
- Erreur de programmation
- Erreurs de mesure

Généralement, toutes ces erreurs énumérées ci-dessus sont relativement statiques et mesurables. Les erreurs dynamiques sont dues principalement aux variations des forces de déplacements et

d'accélération. Ainsi, la vibration induite par une broche en rotation et son excitation d'un élément structurel de la machine peut varier avec la vitesse et être difficilement quantifiable.

### 3.6.2.5 Limitations de processus de fabrication

Les processus de fabrication ont une limite à la précision. Pour un processus donné, certaines tolérances sont facilement réalisables sans effort ni de soin supplémentaire. Des tolérances étroites sont réalisables, mais avec un coût plus élevé en raison du temps déployé et d'une main-d'œuvre spécialisée requise. Des tolérances encore plus étroites peuvent être pratiquement impossibles à atteindre, en raison de la variation inhérente au processus. Si un processus particulier n'est pas suffisamment exact ou précis, un processus ou une conception différente doit être proposée.

Les informations sur la capacité de processus (précision et exactitude) des machines d'atelier sont disponibles auprès de leur fabricant. Afin de maintenir la capacité de l'équipement, il est important que de nombreux facteurs soient en place et que certaines conditions soient maintenues. Les exemples incluent que la machine est mise à niveau, qu'il n'y a aucun dommage aux composants de travail, que le niveau d'humidité et de température sont maintenues dans des limites spécifiées et que la machine soit correctement entretenue.

Pour obtenir une image plus précise de la capacité des machines de fabrication, on suggère d'obtenir des données récentes de contrôle statistique des processus des machines pour la ou les pièces seront fabriquées. Cela garantira que les données représentent au mieux la variation qui sera rencontrée lors de la fabrication des pièces [42]. Parmi ces limitations, on a :

- **Usure des outils** : les outils de coupes, les poinçons et les matrices s'usent en raison du frottement avec la pièce. Au fur et à mesure que les outils s'usent, leurs tailles diminuent et se dégradent. Par exemple, cela peut amener l'outil à produire un trou plus petit ou un trou non arrondi ou à cisailer une surface plus éloignée de son emplacement original.

- **Erreur de l'opérateur** : L'erreur de l'opérateur comprend des éléments tels qu'une mauvaise manipulation des matières premières, un serrage incorrect du matériau ou une séquence d'opérations incorrecte. Dans les processus automatisés, on peut avoir également ces erreurs, avec moins de fréquence et d'effet. La fréquence et la gravité des erreurs de l'opérateur peuvent être influencées par des facteurs tels que la formation et le changement du personnel.

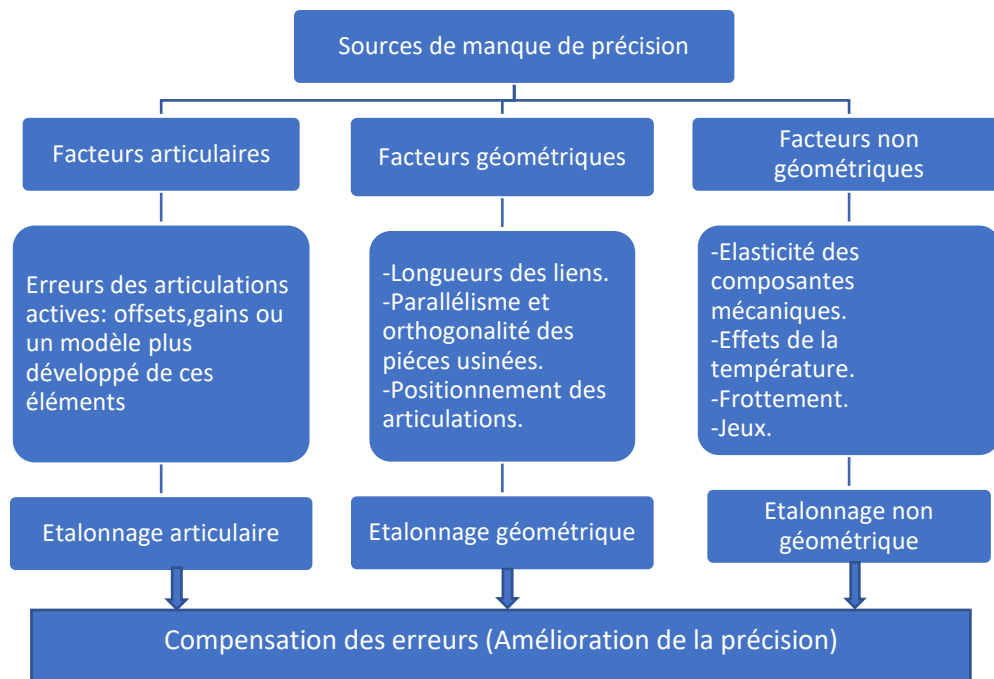
- **Conditions ambiantes** : La température, l'humidité, les vibrations, la propreté et d'autres facteurs environnementaux affectent le produit fini.

L'utilisation d'une machine dans un environnement en dehors de la plage de températures spécifiée peut avoir un impact significatif sur le processus. Dans un environnement où les

limites de température spécifiées sont dépassées, les systèmes de refroidissement peuvent ne pas être en mesure de maintenir la température de fonctionnement requise. Dans un environnement trop froid, les lubrifiants peuvent être trop visqueux pour réduire efficacement l'usure entre les composants de la machine, tandis que dans un environnement trop chaud, les lubrifiants peuvent se dégrader plus rapidement. Le manque d'espace adéquat de l'équipement pourrait être aussi un autre problème. Par exemple, s'il y a des obstacles sur le chemin du matériau introduit dans la machine obligeant l'opérateur à manipuler le matériau avec un angle, ce qui aurait un impact sur le produit fini. Des températures de fonctionnement élevées de manière inattendue pourraient aussi créer un jeu qui est inadéquat pour le refroidissement.

- ***Différence dans l'équipement de fabrication*** : les pièces fabriquées sur une machine dans une usine (machine verticale) peuvent être fabriquées sur une machine complètement différente dans une autre usine (machine horizontale). Evidemment, divers facteurs doivent être pris en compte dans cette situation, notamment l'attraction gravitationnelle et les capacités des machines. De plus, il peut y avoir des variations dans la qualité des pièces fabriquées sur la même machine.

- ***Erreur de processus de mesure (de contrôle)*** : bien que cela puisse ne pas sembler être une source de variations dans le processus de fabrication, cela pourrait être l'une des causes les plus probables de différence apparente entre les processus. Prenons l'exemple d'une pièce fabriquée par deux équipes dans une même usine et contrôlée à l'aide d'une procédure d'inspection propre à chaque équipe. Plusieurs méthodes sont utilisées par chaque procédure d'inspection pour s'assurer que les tolérances ont été respectées. Pourtant, chaque procédure produit des résultats différents pour la même mesure. La différence mesurée apparente aussi entre les pièces fabriquées pendant le quart de jour et le quart de nuit. Ici, on doit également parler de la question de l'incertitude de mesure. Pour qu'une mesure puisse être plus précise, on doit utiliser des instruments dédiés à ces mesures. D'une manière générale, la précision de tous les instruments de mesure doit être testée et vérifiée (étalonnée) avant d'effectuer toute mesure. Il est nécessaire de quantifier l'erreur du processus d'inspection. Cela représente l'incertitude de la procédure. Les bonnes pratiques exigent que les erreurs de processus d'inspection soient inférieures aux seuils mesurés [42].



**Figure 3.19.** Sources de manque de précision et approches d'étalonnage [22].

- Erreurs de processus d'assemblage :** le processus d'assemblage peut avoir un impact significatif sur la variation de l'assemblage. Il est crucial pour le concepteur de comprendre ce processus dès la phase de la conception. Si un mauvais processus d'assemblage est supposé, cela peut entraîner de graves problèmes. La phase des opérations d'assemblage a un effet énorme sur la relation entre les formes des pièces assemblées. Par exemple, la façon dont les pièces sont maintenues, fixées et attachées peuvent avoir un effet énorme sur la relation entre les pièces dans l'assemblage fini. Par conséquent, l'analyse des tolérances doit comprendre le processus d'assemblage et élaborer le cumul des tolérances en conséquence. Le processus d'assemblage doit être pris en compte dans tous les empilements de tolérances où les pièces sont localisées par des formes externes, telles que des attaches passant à travers des trous de dégagement ou une clé dans une rainure de clavette dans des pièces d'accouplement. Le jeu entre les formes externes et internes d'accouplement permet aux pièces de se déplacer pendant le processus d'assemblage. Il est important de noter que les interférences entre les pièces d'accouplement lors de l'assemblage ne sont pas toujours dues à un problème de tolérance, mais peuvent plutôt être causées par un mauvais processus d'assemblage. Les processus de fabrication des pièces individuelles sont ensuite modifiés pour éliminer les interférences. Malheureusement, dans de nombreux cas le véritable problème n'a pas été résolu, car les pièces n'étaient pas défectueuses c'est-à-dire hors tolérance, mais mal assemblées ou il y avait un problème avec le processus d'assemblage. En plus de vérifier les pièces individuelles, il est

essentiel d'analyser le processus d'assemblage à chaque fois qu'il y a un problème de tolérance lors de l'assemblage [57].

### **3.7 Optimisation de la précision des pièces fabriquées**

Les erreurs technologiques dans la fabrication des pièces sont l'une des principales raisons de l'apparition d'effets de vibration dans les articulations des systèmes mécaniques. Les processus technologiques de fabrication de pièces avec des indicateurs de haute précision et qualité sont extrêmement complexe et difficile [58]. Pour assurer une qualité suffisante du fonctionnement des pièces, il est nécessaire de connaître l'influence relative des éléments structuraux individuels les uns sur les autres, par exemple, l'influence de leurs propriétés mécaniques, des propriétés des matériaux et des méthodes de durcissement de surface sur la précision des pièces de fabrication. Il est également nécessaire de disposer de méthodes fiables pour calculer et prédire les indices de précision de la qualité des produits [57].

### **3.8 Optimisation des tolérances pour un coût et performances optimaux**

Les tolérances dimensionnelles des pièces mécaniques et les jeux dans les liaisons cinématiques d'un mécanisme peuvent entraîner un écart significatif entre le mouvement de sortie réelle et le mouvement de sortie théorique du mécanisme. En attribuant des tolérances et des jeux extrêmement serrés, on peut synthétiser un mécanisme de liaison dont la sortie réelle sera assez proche de celle théorique. Cependant, le coût de fabrication et d'assemblage d'un tel mécanisme peut être énormément élevé. Bien que des tolérances et des jeux plus importants soient moins coûteux à fabriquer et à assembler, ils sont généralement associés à de mauvaises performances. Les concepteurs aimeraient donner des tolérances et des jeux optimaux aux dimensions et aux liaisons individuels de sorte que l'écart se situe dans les limites spécifiées avec la probabilité souhaitée tout en minimisant le coût global [61,62]. L'indice de fiabilité est considéré comme une mesure statistique de la performance des mécanismes.

### **3.9 Introduction à l'optimisation**

L'un des principes les plus fondamentaux de notre monde, qui occupe également une place importante dans le monde informatique, industriel... etc., est la recherche d'un état optimal. En effet, de nombreux problèmes scientifiques, sociaux, économiques et techniques ont des paramètres qui peuvent être ajustés pour produire un résultat plus souhaitable. Ceux-ci peuvent être considérés comme des problèmes d'optimisation et leur résolution est un sujet central en recherche opérationnelle.

Par conséquent, les sections suivantes introduisent les définitions principales liées aux problèmes d'optimisation. Ensuite, la classification des principes des méthodes d'optimisation

est présentée. En général, on utilise les méthodes d'optimisation stochastique et déterministe pour résoudre des problèmes de conception discrète, continue et mixte. La plupart des techniques utilisées pour gérer les contraintes sont présentées et expliquées. De plus, quelques concepts et définitions liés aux problèmes d'optimisation multi-objectifs sont aussi présentés.

### 3.9.1 Problème d'optimisation

Un problème d'optimisation peut être statique ou dynamique, mono-objectif ou multi-objectif (c'est-à-dire que plusieurs fonctions objectives doivent être optimisées). Dans la plupart des problèmes d'optimisation, des contraintes peuvent être imposées par les caractéristiques du problème. Ces contraintes doivent être satisfaites afin de parvenir à une solution acceptable. Ainsi, ces problèmes sont appelés problèmes d'optimisation sous contrainte (POC).

Les POC peuvent être classés de plusieurs manières en fonction de leurs propriétés mathématiques [63]. Ils peuvent être classés en fonction de la nature des variables : réelles, entières ou discrètes, et peuvent avoir des contraintes d'égalité et/ou d'inégalité. Une autre classification alternative importante dépend du type d'expression des fonctions d'objectif et de contraintes. Elle peut être classé comme linéaire ou non-linéaire. Ainsi, tout problème d'optimisation sous contrainte, en général, peut être mathématiquement exprimé comme suit [136] :

Trouver  $x$  qui minimise ou maximise la fonction objective  $f(x)$

$$\text{pour objet } \begin{cases} g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ \text{et} \\ h_i(x) = 0, j = 1, \dots, q \end{cases}$$

ou  $x$  représente le vecteur des solutions  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , et chaque solution  $x_i, i = 1, \dots, n$  est bornée par des limites inférieures et supérieures  $L_i \leq x_i \leq U_i$  qui définit l'espace de recherche, et  $g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m$  est le nombre des contraintes d'inégalités et  $h_i(x) = 0, j = 1, \dots, q$  est le nombre des contraintes d'égalités.

### 3.9.2 Classification des méthodes d'optimisation

Il existe une grande variété d'algorithmes d'optimisation qui ont été développés afin de résoudre les POC. Il existe de nombreuses manières pour classer ces algorithmes, en fonction des problèmes pour lesquels ils ont été conçus, et en fonction des caractéristiques des algorithmes eux-mêmes [64]. Premièrement, le problème d'optimisation peut être statique ou dynamique. Selon la nature des variables, le problème peut être discret ou continu. D'autre part, les méthodes d'optimisation peuvent être déterministes ou stochastiques.

### **3.9.3 Algorithme d'optimisation déterministe**

En mathématiques, les algorithmes d'optimisation déterministes sont la branche classique de l'optimisation. Ils obtiennent la même solution avec le même nombre d'évaluations de fonctions objectifs, si l'espace de recherche, le point de départ et les conditions de fin sont les mêmes. En d'autres termes, si l'algorithme est exécuté plusieurs fois sur le même ordinateur, le temps de recherche pour chaque exécution sera exactement le même [65]. Principalement, les méthodes d'optimisation déterministe peuvent être divisées en deux grandes classes [66] : les méthodes de recherche directe et de recherche par gradient. Une caractéristique commune à la plupart de ces méthodes est qu'elles fonctionnent toutes point par point. De plus, l'algorithme commence toujours par un point initial, généralement fourni par l'utilisateur.

### **3.9.4 Algorithme de recherche directe**

Ce type d'algorithmes ne nécessite aucune information sur le gradient de la fonction objectif pour résoudre les problèmes d'optimisation. Le principe de base d'un algorithme de recherche directe est de chercher un ensemble de points autour du point courant, en recherchant celui où la valeur de la fonction objective est inférieure à la valeur au point courant. Les exemples bien connus de certaines des méthodes de recherche directe originales incluent : la méthode de recherche de modèle [67], la méthode de direction conjuguée et la méthode du simplexe de Nelder-Mead [68]. En général, les méthodes de recherche directe sont coûteuses et semblent fonctionner sur des fonctions uni-modales simples. Ces méthodes sont, en effet, incapables d'explorer l'espace de recherche et peuvent rester confinées dans le premier minimum local qu'elles atteignent [66].

### **3.9.5 Algorithmes basés sur le gradient**

La deuxième classe d'algorithmes d'optimisation déterministe est celle des méthodes basées sur les gradients, qui nécessitent la connaissance des fonctions de gradient et de contraintes différentiable, soit exactement (analytiquement), soit numériquement (par différence finies par exemple). Les algorithmes basés sur le gradient les plus connues sont : l'algorithme de Newton-Raphson, l'algorithme Quasi-Newton et l'algorithme basé sur le gradient [69].

La plupart des algorithmes déterministes ne sont pas garantis pour trouver les solutions optimales globales, car ces algorithmes se terminent généralement lorsque le gradient de la fonction objectif est très proche de zéro, ce qui peut arriver à la fois en cas de solutions locales et globales [66]. L'autre difficulté est le calcul des gradients eux-mêmes. Dans la plupart des problèmes de conception technique du monde réel, la fonction objective n'est pas connue

explicitement. Certaines simulations (exécution d'un package d'éléments finis, par exemple) sont nécessaires pour évaluer la fonction objective ou les contraintes [70].

### **3.9.6 Algorithmes d'optimisation stochastique (méta-heuristique)**

Ces méthodes ont une grande capacité à trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni point de départ ni de connaissance du gradient de la fonction objectif pour obtenir la solution optimale. Les algorithmes d'optimisation stochastique peuvent être divisés en trois principales catégories selon leurs origines : algorithmes basés sur la physique, basés sur l'évolution et basés sur les essaims [71].

#### **3.9.7.1 Algorithmes basés sur la physique**

Dans ces algorithmes, les agents de recherche se communiquent et se déplacent dans l'espace de recherche selon des règles physiques telles que la force gravitationnelle, la force électromagnétique, la force d'inertie [72], etc. Les algorithmes Monte Carlo [73] et SA [74] sont des algorithmes les plus importants de cette catégorie. De plus, d'autres techniques basées sur la physique ont été développées ces dernières années, telles que Gravitational Search Algorithm (GSA) [75], Colliding Bodies Optimization (CBO) [76], Black Hole (BH) [77], etc.

#### **3.9.7.2 Algorithmes évolutionnaires**

Les algorithmes évolutionnaires (AE) sont l'une des méthodes basées sur la population les plus étudiées. Ils s'inspirent du processus des principes évolutifs naturels afin de développer des techniques de recherche et d'optimisation pour la résolution de problèmes complexes. La théorie Darwinienne explique le principe de la sélection naturelle, qui favorise la survie des espèces qui correspondent à leurs conditions environnementales et explique l'évolution des espèces comme le résultat des variations stochastiques et de la sélection naturelle [78]. En raison de leur capacité à résoudre des problèmes d'optimisation complexes et réels dans de nombreux domaines d'application différents, les AE ont suscité un intérêt considérable pour la recherche au cours des dernières décennies.

Les AE sont des algorithmes d'optimisation méta-heuristique basée sur la population qui utilise des mécanismes inspirés de la biologie comme la mutation, le croisement, la sélection et la survie du plus apte afin d'affiner un ensemble de solutions candidates de manière itérative [79]. En bref, l'optimisation de la procédure d'un AE standard est présentée dans l'algorithme suivant :



---

**Data:** Parameter settings  
**Result:** Display the optimum solution

```
1 while Stopping criterion is not satisfied do
2   Perform the recombination
3   Perform the mutation
4   Evaluate the new individual
5   Perform the selection
6    $G := G + 1$ 
```

**Algorithme 01 :** Algorithme d'évolution génétique [133].

Comme rapporté [80], un individu représente une solution potentielle au problème à résoudre. Premièrement, la population est générée aléatoirement dans les limites des contraintes de chaque variable. Ensuite, chaque individu de la population est évalué par une fonction de fitness, qui est une mesure de qualité par rapport au problème considéré. A chaque itération ou génération, une population de solutions candidate est capable de se reproduire et est soumise à des variations génétiques suivies de la pression environnementale qui provoque la sélection naturelle (survie du plus apte). De nouvelles solutions de progéniture sont produites par recombinaison des parents et mutation des individus résultants pour promouvoir la diversité. Une stratégie de sélection appropriée est ensuite appliquée pour identifier les solutions qui survivent à la génération suivante. Ce processus se répète jusqu'à ce qu'un nombre prédéfini de génération ou d'autres critères d'arrêt spécifiques soient satisfaits.

### 3.10 Gestion des contraintes dans les algorithmes méta-heuristiques

Dans le monde réel, les problèmes sont souvent soumis à différents types de contraintes qui doivent être satisfaites pour arriver à une solution acceptable. Pour cette raison, plusieurs méthodes ont été développées pour traiter les fonctions de contraintes, et ces techniques peuvent être globalement classées en quatre catégories : 1) fonction de pénalité, 2) décodeur, 3) opérateurs spéciaux, 4) séparation de la fonction objective et des contraintes. Pour plus de détails, il existe des travaux focalisés sur les techniques de gestion des contraintes [81, 82,83]. Ci-dessous, On va décrire brièvement les techniques de manipulation les plus utilisées.

### 3.11 Fonctions de pénalités

L'approche la plus couramment utilisée dans les AE pour faire face aux contraintes est celle des pénalités, en raison de son principe simple et de sa mise en œuvre facile. Les fonctions de pénalité ont été initialement proposées par Courant en 1940 [84]. L'idée de cette méthode est de transformer un problème sous contrainte en un problème sans contrainte en ajoutant (ou en

soustrayant) une certaine valeur à/de la fonction objective en fonction de la quantité de violation de contrainte présente dans certaines solutions. En optimisation classique, deux types de pénalités sont considérés : intérieure et extérieure. La pénalité extérieure est la plus utilisée, car elle ne nécessite pas de solution faisable initiale [85]. Mathématiquement, il peut être formulé comme suit :

$$F(x) = f(x) + p(x)$$

Où  $f(x)$  désigne le fitness élargi à optimiser et  $p(x)$  est la fonction de pénalité qui peut être calculée comme suit :

$$p(x) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \max(0, g_i(x))^2 + \sum_{j=1}^q c_j \cdot |h_j(x)|$$

Où  $\lambda_i$  et  $c_j$  sont des constantes positives appelées facteurs de pénalité.

### 3.12 Séparation de la fonction objective et les contraintes

Contrairement aux fonctions de pénalités qui combinent la valeur de la fonction objective et les contraintes d'un problème pour attribuer le fitness, ces approches traitent les contraintes et les objectifs séparément. Les approches les plus représentatives, qui travaillent sur cette idée sont : les méthodes basées sur la supériorité des points réalisables [86] et les méthodes basées sur des concepts d'optimisation multi-objectifs évolutionnaires [87].

La première méthode de cette catégorie est celle des trois règles de faisabilité, initialement proposée pour les tournois à sélection binaire dans l'algorithme Génétique (AG) [86]. L'approche repose sur trois critères de sélection pour gérer les contraintes comme suit :

- Entre deux solutions irréalisables, celle avec le plus petit degré de violation de contrainte est préférée.
- Si une solution est infaisable et que l'autre est faisable, la solution faisable est préférée.
- Entre deux solutions faisables, celle qui a la meilleure valeur de fonction objectif est préférée.
- La somme des violations de contraintes peut être calculée comme suit :

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^m (0, g_i(x))^2 + \sum_{j=1}^m |h_j(x)|$$

Plusieurs auteurs ont adopté des concepts d'optimisation multi-objectifs pour résoudre des problèmes d'optimisation sous contraintes [88]. Dans ce cas, les fonctions objectifs et les contraintes sont également traitées séparément. Ces approches [85] peuvent être divisées en deux groupes : les techniques qui transforment un POC en un problème bi-objectif. Les secondes techniques transforment un POC en un problème d'optimisation multi-objectifs (la

fonction objective d'origine et chaque contrainte sont traitées chacune comme une fonction objective unique).

### 3.13 Optimisation multi-objectifs

Dans de nombreuses applications réelles, il ne s'agit pas d'optimiser un seul critère, mais plutôt d'optimiser simultanément plusieurs critères et qui sont généralement contradictoire. Dans les problèmes de conception des mécanismes plan, par exemple, il est le plus souvent nécessaire de trouver un compromis entre les performances cinématiques, dynamiques et géométriques. Les problèmes d'optimisation multi-objectifs (POM) impliquent plusieurs critères ou objectifs de performance qui doivent être optimisés simultanément. Généralement, un POM peut être défini comme suit [90] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser/Minimiser: } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \\ g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ \text{et} \\ h_i(x) = 0, j = 1, \dots, q \end{array} \right.$$

Où  $n$  est le nombre d'objectifs,  $g_i$  est le nombre de contraintes d'inégalité et  $h_i$  est le nombre de contraintes d'égalité. Donc, il y a des fonctions objectives considérées dans l'équation précédente et chaque fonction peut être maximisée ou minimisée.

Dans le contexte de l'optimisation, le principe de dualité [89] suggère qu'un problème de maximisation peut être converti en un problème de minimisation en multipliant la fonction objective par -1. Ce principe a rendu les problèmes d'optimisation avec des types d'objectifs mixtes faciles à gérer [90] en transformant l'objectif en un même type de problèmes d'optimisation.

### 3.14 Techniques pour résoudre les problèmes multi-objectifs

Plusieurs approches ont été développées pour résoudre les POM, elles peuvent être classées en trois catégories [91] : la première utilise des méthodes basées sur la conversion du POM en un problème avec un seul objectif. De telles approches sont connues sous le nom d'approche à priori, parmi lesquelles il existe des méthodes d'agrégation, la méthode é-contraintes et la programmation par objectifs. La deuxième catégorie comprend les méthodes non Pareto. Ils utilisent des opérateurs qui optimisent chaque critère indépendamment. Ces approches permettent au décideur d'intervenir au cours du processus de résolution sont dites interactives. La dernière contient des méthodes dites de Pareto utilisant le concept de dominance de Pareto pour la sélection des solutions générées.

### 3.14.1 Méthode de la somme pondérée

L'approche classique pour résoudre un problème d'optimisation multi-objectif est d'attribuer un poids  $w_i$  à chaque fonction objective [92]. Ainsi, le problème est converti en un problème mono-objectif avec une fonction objective scalaire comme suit :

$$\text{Maximiser/Minimiser: } F(x) = \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot f_i(x)$$

### 3.14.2 Méthodes des $\epsilon$ -contraintes

Outre la méthode de la somme pondérée, une autre technique de solution à l'optimisation multi-objectifs est la méthode des  $\epsilon$ -contraintes, initialement proposée par Chankong et Haimas [93]. Dans cette approche, le décideur choisit un objectif parmi  $n$  à minimiser ; les objectifs restants sont choisis avec des contraintes pour être inférieurs ou égaux à des valeurs cible données. Mathématiquement, si on prend  $f_2(x)$  comme fonction objectif choisie pour être minimisée ou maximisée, on a le problème suivant :

$$\begin{aligned} &\text{Maximiser/Minimiser: } f_2(x) \\ &\text{pour objet: } f_i(x) \leq \varepsilon_i, \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{aligned}$$

Où  $\varepsilon_i$  est la valeur cible, qui dépend des caractéristiques spécifiques de chaque problème.

### 3.15 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les différentes sources des erreurs et de variations de fabrication mécaniques. Ce chapitre introduit aussi un aperçu sur la classification des problèmes d'optimisation et les différents types d'algorithmes utilisés pour les résoudre. L'optimisation de l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique et dynamique d'un mécanisme nécessite de formuler une fonction objective qui représente tout d'abord cet effet et puis l'optimiser sous certaines contraintes.

## **Chapitre 04**

### **Méthodologie pour modéliser l'effet cinématique des erreurs de fabrication**

#### **4.1 Introduction**

Le but principal de ce chapitre est de présenter une méthode pour déterminer les variations cinématique (c-à-d l'écart entre la position, la vitesse et l'accélération réelle et théorique) dues aux erreurs de fabrication dimensionnelles. Dans ce contexte, une méthode mathématique basée sur les dérivées partielles est utilisée.

Un système mécanique ou un mécanisme est déterminé par un ensemble de coordonnées généralisées, qui représentent les positions instantanées de tous ces corps, et par un ensemble de paramètres dimensionnels généralisés définissant les dimensions fonctionnelles du ce système. Les paramètres dimensionnels généralisés prennent en compte les erreurs de fabrication associées aux dimensions (longueurs) de ces pièces.

La relation entre les contraintes cinématiques, les paramètres dimensionnels et les paramètres cinématiques de sortie est présentée. Enfin, la méthode proposée est appliquée à un mécanisme plan élémentaire afin de démontrer ses caractéristiques.

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique d'un mécanisme bielle-manivelle et coulisseau. C'est un mécanisme très utilisé en industrie mécanique.

Ainsi, on se concentre sur la détermination de l'erreur de position, de vitesse et d'accélération d'un mécanisme plan dues aux erreurs de fabrication de chaque élément constituant ce mécanisme.

#### **4.2 Influence des erreurs de fabrication sur la performance cinématique des mécanismes**

Il est bien connu que les tolérances jouent un rôle clé dans le processus de conception moderne par l'introduction des améliorations de qualité et limitation des coûts de fabrication. Selon la norme ANSI Y14.5M-1994 [94], les tolérances sont utilisées pour définir les limites admissibles de l'erreur géométrique ou dimensionnelle inhérente aux processus de fabrication et d'assemblage. Dans la conception, le problème souvent confronté est de prédire l'influence des erreurs de fabrication sur les performances cinématiques et dynamiques des mécanismes. L'intérêt le plus fréquent est la variation des déplacements de liaisons qui peut être significative notamment dans le cas des chaînes cinématiques longues. Afin de déterminer les tolérances appropriées pour les dimensions fonctionnelles d'un mécanisme, il est nécessaire de trouver l'influence des tolérances individuelles sur les caractéristiques de performance globales. Parfois, il n'est pas économique ou même impossible d'obtenir la précision requise dans la fabrication des composants du mécanisme. Dans ce cas, des éléments réglables doivent être introduire dans le mécanisme. Une étude de tolérance détaillée fournit des bons conseils pour

la sélection des éléments ajustables et leur emplacement approprié dans la chaîne cinématique [94].

#### 4.3 Analyse cinématique des mécanismes plans basée sur les équations de contrainte

Tous les mécanismes sont construits à partir des éléments de machine qui peuvent être considérés comme des corps rigides exécutant un mouvement soumis à des contraintes cinématiques bien définies. Ceux-ci, peuvent être exprimés sous la forme d'un ensemble d'équations de contraintes contenant deux groupes de quantités distincts. Le premier groupe comprend toutes les coordonnées  $q_j$ , tandis que le second contient les paramètres géométriques  $p_i$  (comme les dimensions fonctionnelles des éléments). En général, les équations de contrainte ont la forme suivante :

$$\phi_i(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_m) \quad (4.1)$$

Où  $n$  est le nombre de coordonnées généralisées et  $m$  est le nombre de paramètres géométriques. Maintenant, on détermine les ensembles des paramètres  $p_i$  et les coordonnées  $q_j$  de telle sorte que l'équations (4.1), représentant les formules cinématiques, puissent être facilement et simplement écrites en examinant le diagramme qui représente la chaîne cinématique du mécanisme. En même temps, le nombre de paramètres géométriques et de coordonnées généralisées utilisés doit être suffisant pour une description détaillée du système. En ce qui concerne la nature des coordonnées généralisées, il y a un choix totalement libre, mais le nombre de coordonnées,  $n$ , dépend principalement la complexité du mécanisme et aussi le choix particulier des coordonnées elles-mêmes [96].

##### 4.3.1 Formulation mathématique des erreurs cinématiques due aux tolérances de fabrication

Afin d'évaluer de manière générale et systémique l'influence des tolérances de fabrication et d'assemblage sur les paramètres cinématiques, une attention particulière doit être accordée à la formulation mathématique de la description de la configuration des systèmes.

Dans les équations (4.1), il existe deux ensembles de quantités distincts :

- Les paramètres géométriques  $p_i$  définissant les dimensions fonctionnelles du mécanisme.
- Les coordonnées généralisées  $q_j$  définissant les positions instantanées des éléments [97].

Lorsque le problème est de déterminer les caractéristiques de mouvement d'un mécanisme donné, le premier ensemble de quantités  $p_i$  sont des constantes et le second ensemble des coordonnées  $q_j$  et leurs dérivées temporelles, sont des inconnues. Dans ce cas, les paramètres géométriques  $p_i$  sont considérés comme variables, même s'ils ne peuvent varier que d'une petite quantité et la coordonnée d'entrée  $q_n$  devient une constante définissant une position de référence

dans une certaine phase du mouvement du mécanisme. Les autres coordonnées  $q_1, q_2, \dots, q_{n-1}$  varieront légèrement en raison des faibles changements dans les valeurs des paramètres géométriques [98].

Considérant toutes les coordonnées et paramètres dimensionnelles comme un système global variable, la dérivée partielle de l'équation de contrainte  $\phi_i$  est exprimée par la relation suivante:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial q_1} \delta q_1 + \dots + \frac{\partial \phi_i}{\partial q_n} \delta q_n + \frac{\partial \phi_i}{\partial p_1} \delta p_1 + \dots + \frac{\partial \phi_i}{\partial p_m} \delta p_m = 0 \quad (4.2)$$

Où  $\delta q_i$  est la variation des coordonnées du système généralisé et  $\delta p_j$  est la variation des paramètres dimensionnelles. Ce dernier terme représente les erreurs admissibles de fabrication des dimensions fonctionnelles correspondantes, telles que les longueurs de pièces du mécanisme.

Sous une forme matricielle, l'équation (4.2) est exprimée sous la forme suivante [97] :

$$\Phi_{q_i} \delta q_i = -\Phi_{p_i} \delta p_i \quad (4.3)$$

Où  $\Phi_{q_i}$  est la matrice jacobienne et  $\Phi_{p_i}$  représente la dérivée de l'équation de contrainte en relation avec les paramètres dimensionnels.

Il est évident que l'ensemble des équations de contraintes doit être indépendant. Donc, la matrice jacobienne est de rang  $(N - 1)$ .

$$\left[ \frac{\partial \phi_k}{\partial q_i} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, N \\ k = 1, 2, \dots, N - 1 \end{array} \right\} \quad (4.4)$$

Donc, le déterminant fonctionnel jacobienne ne doit pas disparaître, c'est-à-dire :

$$\left| \frac{\partial \phi_k}{\partial q_i} \right| \neq 0 \quad (i, k = 1, 2, \dots, N - 1) \quad (4.5)$$

La dérivée partielle de l'équation de contraintes donne la formule suivante :

$$\delta \phi_k = \delta \phi_k(p_1, \dots, p_m; q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_k}{\partial q_i} \delta q_i + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \phi_k}{\partial p_j} \delta p_j \quad (4.6)$$

où toutes les coordonnées  $q_i$  et les paramètres géométriques  $p_j$  sont pris comme variables. Dans les équations (4.6), soit  $\delta p_j$  la variation des paramètres géométriques qui représente les erreurs (tolérances) de fabrication des dimensions fonctionnelles correspondantes  $p_j$  des composants du mécanisme et  $\delta q_i$  la variation des coordonnées généralisées qui représente les erreurs correspondantes de la position (déplacement) des éléments relatifs à une position d'entrée spécifiée  $q_n$ . Puisque la coordonnée d'entrée  $q_1$  est la référence, sa valeur est maintenue constante. Par conséquent, sa variation est nulle, c'est-à-dire  $\delta q_1 = 0$ . Dans ce contexte, les équations (4.4) deviennent [99] :



$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_k}{\partial q_i} \delta q_i = - \sum_{j=1}^m \frac{\partial \phi_k}{\partial p_j} \delta p_j \quad (4.7)$$

C'est un ensemble de  $n - 1$  équations linéaires dans les différentiels de coordonnées  $\delta q_i$  et les différentiels de paramètres géométriques  $\delta p_j$ , qui peuvent être exprimés sous la forme matricielle suivante :

$$\left[ \frac{\partial \phi_k}{\partial q_i} \right] [\delta q_i] = - \left[ \frac{\partial \phi_k}{\partial p_j} \right] [\delta p_j] \quad (4.8)$$

À partir de l'équation (4.8), on peut obtenir les erreurs cinématiques de la position des composants individuels du mécanisme dues aux erreurs de fabrication  $\delta p_j$  sur les dimensions fonctionnelles de ces composants. La solution des équations (4.8) donne :

$$[\delta q_i] = - \left[ \frac{\partial \phi_k}{\partial q_i} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial \phi_k}{\partial p_j} \right] [\delta p_j] = - [C_{pi}] [\delta p_j] \quad \left\{ \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, N \\ k = 1, 2, \dots, N - 1 \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

Où  $C_{pi}$  est appelé le coefficient de sensibilité d'erreur de position due aux erreurs de fabrication.

Il est égale à :

$$[C_{pi}] = \left[ \frac{\partial \phi_k}{\partial q_i} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial \phi_k}{\partial p_j} \right] \quad (4.10)$$

#### 4.3.2 Théorie des chaines de dimension et de tolérance

Pour les tolérances de fabrication des dimensions fonctionnelles d'un mécanisme, des tolérances bilatérales sont spécifiées dans la norme BS EN 20286 (2) [47] en tant que  $js$  ou  $JS$  et elles sont normalement utilisées. Dans les formules ci-dessus, l'erreur de fabrication des paramètres géométriques  $\delta p_j$  peut être considérée comme étant la moitié de l'intervalle de tolérance. Par conséquent, il est possible d'écrire la relation suivante :

$$\delta p_j = \pm \frac{1}{2} T_j \quad (4.11)$$

Où  $T_j$  désigne les zones de tolérance de fabrication totales des dimensions correspondantes  $p_j$ . Les degrés de tolérance réels, ou intervalle  $IT$ , se situent généralement dans la plage  $js7, js8, \dots, js13$  et sont établis à la suite des études de tolérance.

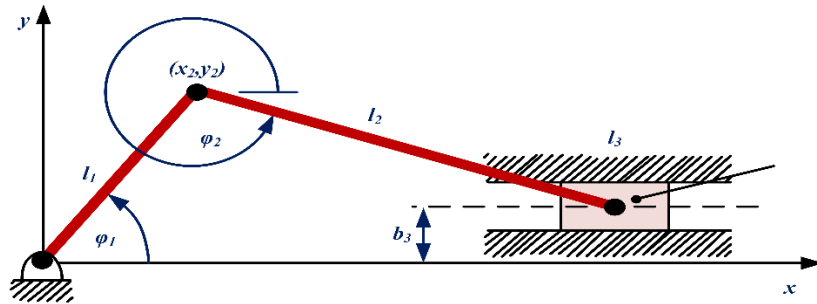
En supposant que les variables d'entrée sont exactement prescrites, les erreurs de vitesse et d'accélération de sortie du mécanisme dues aux erreurs de fabrication dimensionnelles peuvent être calculées par les mêmes méthodes, c'est-à-dire, on calcule la différentielle de la première et la deuxième dérivée de l'équation de contrainte. Les résultats peuvent être représentés sous la forme suivante [100] :

$$\begin{aligned}\partial\dot{\phi} &= \frac{d(\Delta\phi)}{dt} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial\phi_k}{\partial q_i} \delta\dot{q}_i + \sum_{j=1}^M \frac{\partial\phi_k}{\partial p_j} \delta p_j = 0 \\ \partial\ddot{\phi} &= \frac{d^2(\Delta\phi)}{dt^2} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial\phi_k}{\partial q_i} \delta\ddot{q}_i + \sum_{j=1}^M \frac{\partial\phi_k}{\partial p_j} \delta p_j = 0\end{aligned}\quad (4.12)$$

Les équations de contraintes représentées par (4.1) sont, en général, non-linéaires en fonction de  $q$  et sont habituellement résolus par la méthode de Newton-Raphson. Les équations (4.12) sont linéaires en fonction de  $\dot{q}_i$  et  $\ddot{q}_i$ , respectivement, et peuvent être résolus par n'importe quelle méthode habituelle pour les systèmes d'équations linéaires. Ainsi, l'analyse cinématique d'un mécanisme plan peut être effectuée en résolvant l'ensemble des équations (4.1) et (4.12). Les étapes nécessaires pour effectuer cette analyse sont décrites par les étapes suivantes :

- Spécifier les conditions initiales pour les positions  $q_1$ .
- Évaluer la contrainte de position équation (4.1) et la résoudre pour les positions  $q$ .
- Evaluer la contrainte de vitesse équation (2) et la résoudre pour les vitesses  $\dot{q}$ .
- Evaluer la contrainte d'accélération équation (3) et la résoudre pour les accélérations  $\ddot{q}$ .

#### 4.4 Exemple d'application



**Figure 4.20.** Mécanisme bielle-manivelle et coulisseau excentrique [48].

Un mécanisme bielle-manivelle avec coulisseau excentrique (figure 4.1) est utilisé ici pour montrer l'influence des erreurs de fabrication sur leur performance cinématique.

Les caractéristiques géométriques de chaque corps ainsi que la tolérance associée selon la norme ISO 286-1[99] sont données dans le tableau (4.1).

Les leviers	Longueur (m)	Intervalle de tolérance (μm)
La manivelle (l1)	0.050	±50
La bielle (l2)	0.120	±70
L'excentricité (b3)	0.020	±40

**Tableau 4.1 :** Propriétés géométriques du mécanisme de manivelle-coulisseau.

#### 4.4.1 Détermination de l'erreur de position

D'après la notation sur la figure (4.1), les équations de contrainte cinématique sont :

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \phi_1(l_1, l_2, b_3, \varphi_1, \varphi_2) = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 - b_3 = 0 \\ \phi_2 &= \phi_2(l_1, l_2, \varphi_1, \varphi_2, x_3) = x_3 - l_1 \cos \varphi_1 - l_2 \cos \varphi_2 = 0\end{aligned}\quad (4.13)$$

Suivant la procédure mathématique simple décrite dans la section précédente, les équations sont obtenues pour les valeurs des erreurs résultantes des paramètres de sortie en fonction des erreurs des paramètres d'entrée.

##### 4.4.1.1 Dérivation des équations de contrainte

La dérivée partielle de ces équations de contrainte donne les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\partial \phi_1 &= \frac{\partial \phi_1}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial l_2} \delta l_2 + \frac{\partial \phi_1}{\partial b_3} \delta b_3 + \frac{\partial \phi_1}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 = 0 \\ \partial \phi_2 &= \frac{\partial \phi_2}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial \phi_2}{\partial l_2} \delta l_2 + \frac{\partial \phi_2}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial \phi_2}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 + \frac{\partial \phi_2}{\partial x_3} \delta x_3 = 0\end{aligned}\quad (4.14)$$

Dans ce cas,  $\varphi_1$  est la coordonnée d'entrée (donc elle est constante), car elle représente une position de référence l'élément d'entrée. Par conséquent, sa variation  $\delta \varphi_1$  est égale à zéro, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}\partial \phi_1 &= \sin \varphi_1 \delta l_1 + \sin \varphi_2 \delta l_2 - \delta b_3 + l_2 \cos \varphi_2 \delta \varphi_2 = 0 \\ \partial \phi_2 &= -\cos \varphi_1 \delta l_1 - \cos \varphi_2 \delta l_2 + l_2 \sin \varphi_2 \delta \varphi_2 - \delta x_3 = 0\end{aligned}\quad (4.15)$$

On peut écrire l'équation (4.15) sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin \varphi_1 & \sin \varphi_2 & -1 \\ -\cos \varphi_1 & -\cos \varphi_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_2 \cos \varphi_2 & 0 \\ l_2 \sin \varphi_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \varphi_2 \\ \delta x_3 \end{bmatrix} = 0\quad (4.16)$$

$$\text{Où} \quad \begin{bmatrix} l_2 \cos \varphi_2 & 0 \\ l_2 \sin \varphi_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \varphi_2 \\ \delta x_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sin \varphi_1 & \sin \varphi_2 & -1 \\ -\cos \varphi_1 & -\cos \varphi_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta b_3 \end{bmatrix}\quad (4.17)$$

Pour résoudre cette équation, doit être d'abord calculée la matrice réciproque :

$$\begin{bmatrix} l_2 \cos \varphi_2 & 0 \\ l_2 \sin \varphi_2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{l_2 \cos \varphi_2} & 0 \\ \frac{-\sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Par conséquent :

$$\begin{bmatrix} \delta \varphi_2 \\ \delta x_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{l_2 \cos \varphi_2} & 0 \\ \frac{-\sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2} & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sin \varphi_1 & \sin \varphi_2 & -1 \\ -\cos \varphi_1 & -\cos \varphi_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta b_3 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

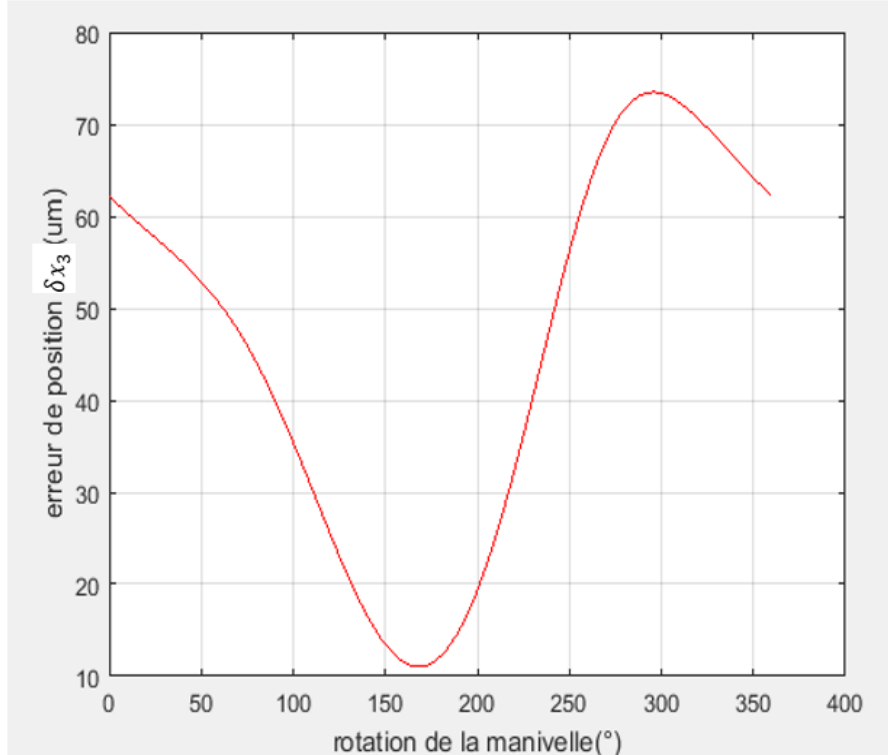
Finalement :

$$\delta \varphi_2 = \left( \frac{-\sin \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2} \right) \delta l_1 - \left( \frac{\tan \varphi_2}{l_2} \right) \delta l_2 + \left( \frac{1}{l_2 \cos \varphi_2} \right) \delta b_3$$

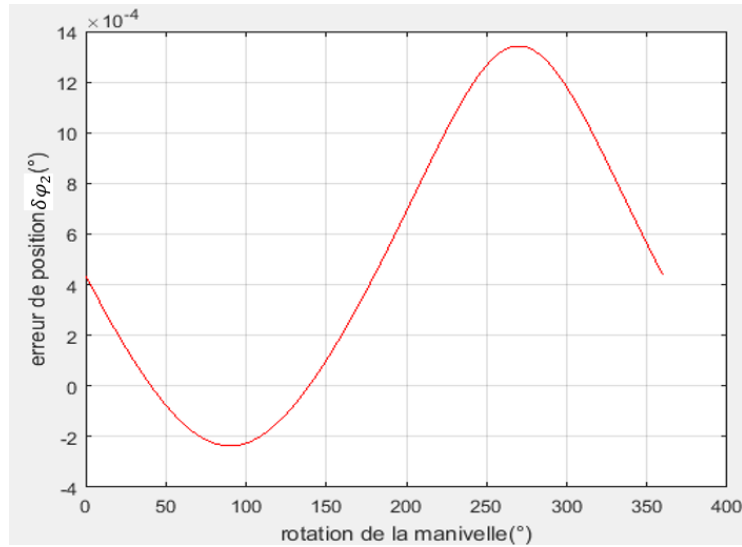
$$\delta x_3 = (\sin \varphi_1 \tan \varphi_2 + \cos \varphi_1) \delta l_1 + (\sin \varphi_2 \tan \varphi_2 + \cos \varphi_2) \delta l_2 - \tan \varphi_2 \delta b_3 \quad (4.20)$$

Dans la simulation cinématique, la manivelle est l'élément d'entraînement. Il tourne à une vitesse angulaire constante de 500 (tr/min) dans le sens horaire.

Les figures (4.2) et (4.3) montrent les erreurs absolues maximales sur la position linéaire du coulisseau et la position angulaire de la bielle. Ces erreurs de position maximales ont été évaluées sur un cycle complet de manivelle. A partir des résultats globaux obtenus, on peut conclure que les erreurs de position maximales varient pendant la rotation de la manivelle.



**Figure 4.21.** Erreur de position du coulisseau évaluée sur un cycle complet de la manivelle.



**Figure 4.22.** Erreur de position angulaire de bielle évaluée sur un cycle complet de la manivelle.

#### 4.4.2 Détermination de l'erreur de vitesse :

##### 4.4.2.1 Dérivation des vitesses à partir des équations de contrainte :

La dérivée des équations de contrainte (4.2) par rapport au temps donne les équations suivantes:

$$G_1 = \frac{d}{dt} \phi_1(l_1, l_2, b_3, \varphi_1, \varphi_2) = \dot{\phi}_1 l_1 \sin \varphi_1 - \dot{\phi}_2 l_2 \sin \varphi_2$$

$$G_2 = \frac{d}{dt} \phi_1(l_1, l_2, x_3, \varphi_1, \varphi_2) = \dot{x}_3 + \dot{\phi}_1 l_1 \sin \varphi_1 + \dot{\phi}_2 l_2 \sin \varphi_2 \quad (4.21)$$

La dérivée partielle de ces équations ( $G_1, G_2$ ) donne :

$$\begin{aligned} \partial G_1 &= \frac{\partial G_1}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial G_1}{\partial l_2} \delta l_2 + \frac{\partial G_1}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial G_1}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 + \frac{\partial G_1}{\partial \dot{\phi}_1} \delta \dot{\phi}_1 + \frac{\partial G_1}{\partial \dot{\phi}_2} \delta \dot{\phi}_2 = 0 \\ \partial G_2 &= \frac{\partial G_2}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial G_2}{\partial l_2} \delta l_2 + \frac{\partial G_2}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial G_2}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 + \frac{\partial G_2}{\partial \dot{x}_3} \delta \dot{x}_3 + \frac{\partial G_2}{\partial \dot{\phi}_1} \delta \dot{\phi}_1 + \frac{\partial G_2}{\partial \dot{\phi}_2} \delta \dot{\phi}_2 = 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

On trouve le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \partial G_1 &= \dot{\phi}_1 \cos \varphi_1 \delta l_1 - \dot{\phi}_2 \cos \varphi_2 \delta l_2 + \dot{\phi}_2 l_2 \sin \varphi_2 \delta \varphi_2 - l_2 \cos \varphi_2 \delta \dot{\phi}_2 = 0 \\ \partial G_2 &= \delta \dot{x}_3 + \dot{\phi}_1 \sin \varphi_1 \delta l_1 + \dot{\phi}_2 \sin \varphi_2 \delta l_2 + \dot{\phi}_2 l_2 \cos \varphi_2 \delta \varphi_2 + l_2 \sin \varphi_2 \delta \dot{\phi}_2 = 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

On remplace l'expression de  $\delta \varphi_2$  dans les équations précédentes on trouve :

$$\begin{aligned} \partial G_1 &= (\dot{\phi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\phi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1) \delta l_1 - (\dot{\phi}_2 \cos \varphi_2 + \dot{\phi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2) \delta l_2 \\ &\quad + (\dot{\phi}_2 \tan \varphi_2) \delta b_3 - (l_2 \cos \varphi_2) \delta \dot{\phi}_2 = 0 \\ \partial G_2 &= \delta \dot{x}_3 + (\dot{\phi}_1 \sin \varphi_1 - \dot{\phi}_2 \sin \varphi_1) \delta l_1 + (\dot{\phi}_2) \delta b_3 + (l_2 \sin \varphi_2) \delta \dot{\phi}_2 = 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

À partir de laquelle, l'équation matricielle suivante est obtenue :

$$\begin{bmatrix} (\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1) & -(\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2) & (\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2) \\ (\dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_1) & 0 & (\dot{\varphi}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(l_2 \cos \varphi_2) & 0 \\ (l_2 \sin \varphi_2) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \dot{\varphi}_2 \\ \delta \dot{x}_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.24)$$

$\dot{\varphi}_2$  est donnée par la relation suivante :

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2} \dot{\varphi}_1 \quad \text{et} \quad \varphi_2 = \sin^{-1} \left( \frac{l_1 \sin \varphi_1 - b_3}{l_2} \right) \quad (4.25)$$

$\delta \dot{x}_3$ : représente l'erreur de la vitesse du coulisseau.

$\delta \dot{\varphi}_2$ : représente l'erreur de la vitesse de la manivelle 2.

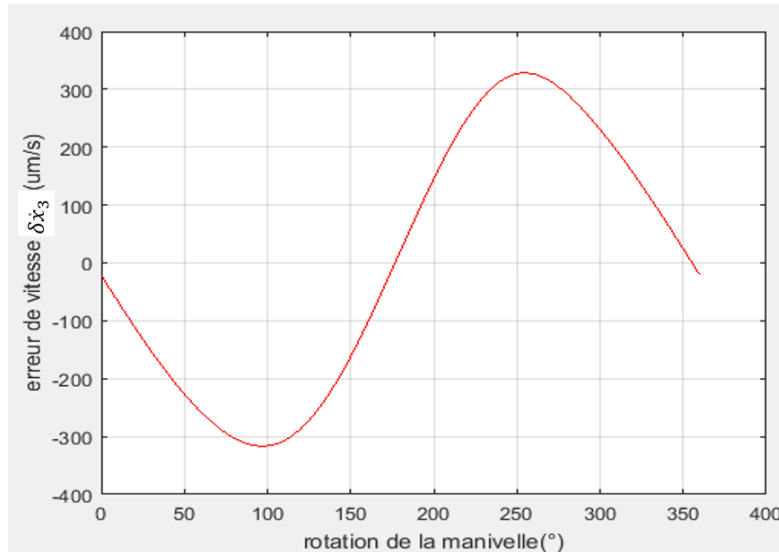
Pour déterminer  $\delta \dot{x}_3$  il faut calculer la matrice inverse de  $B$  :

$$\begin{aligned} B^{-1} &= \begin{bmatrix} -l_2 \cos \varphi_2 & 0 \\ l_2 \sin \varphi_2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{1}{l_2 \cos \varphi_2}\right) & 0 \\ \tan \varphi_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \delta \dot{\varphi}_2 \\ \delta \dot{x}_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \left(-\frac{1}{l_2 \cos \varphi_2}\right) & 0 \\ \tan \varphi_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} (\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1) & -(\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2) & (\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2) \\ (\dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_1) & 0 & (\dot{\varphi}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta b_3 \end{bmatrix} \quad (4.26) \end{aligned}$$

Donc, les expressions de  $\delta \dot{x}_3$  et  $\delta \dot{\varphi}_2$  sont :

$$\begin{aligned} \delta \dot{x}_3 &= [-\tan \varphi_2 (\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_1 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1) (\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2)] \delta l_1 \\ &\quad + [\tan \varphi_2 (\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2)] \delta l_2 - [\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 + \dot{\varphi}_2] \delta b_3 \\ \delta \dot{\varphi}_2 &= \left( \frac{1}{l_2 \cos \varphi_2} \right) [(\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2) \delta l_1 - (\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2) \delta l_2 \\ &\quad + (\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2) \delta b_3] \quad (4.27) \end{aligned}$$

La figure (4.4) montre les erreurs de la vitesse linéaire du coulisseau. Ces erreurs de vitesse ont été évaluées sur un cycle complet de manivelle. En observant la courbe obtenue, on peut conclure que les erreurs de vitesse maximale varient pendant la simulation numérique du mécanisme à bielle-manivelle et coulisseau.



**Figure 4.23.** Erreur de la vitesse linéaire maximale du coulisseau évalué sur un cycle complet de la manivelle.

#### 4.4.3 Détermination de l'erreur d'accélération

La seconde dérivée des équations de contrainte (4.2) par rapport au temps donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 H_1 &= \frac{d^2}{dt^2} \phi_1(l_1, l_2, b_3, \varphi_1, \varphi_2) = l_1 \ddot{\phi}_1 \cos \varphi_1 - l_2 \ddot{\phi}_2 \cos \varphi_2 - l_1 \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_1 + l_2 \dot{\phi}_2^2 \sin \varphi_2 = 0 \\
 H_2 &= \frac{d^2}{dt^2} \phi_2(l_1, l_2, x_3, \varphi_1, \varphi_2) \\
 &= \ddot{x}_3 + l_1 \ddot{\phi}_1 \sin \varphi_1 + l_2 \ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2 + l_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1 + l_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2 = 0 \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

La variation de ces équations ( $H_1, H_2$ ) donne :

$$\begin{aligned}
 \partial H_1 &= \frac{\partial H_1}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial H_1}{\partial l_2} \delta l_2 + \frac{\partial H_1}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial H_1}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 + \frac{\partial H_1}{\partial \dot{\phi}_1} \delta \dot{\phi}_1 + \frac{\partial H_1}{\partial \dot{\phi}_2} \delta \dot{\phi}_2 + \frac{\partial H_1}{\partial \ddot{\phi}_1} \delta \ddot{\phi}_1 \\
 &\quad + \frac{\partial H_1}{\partial \ddot{\phi}_2} \delta \ddot{\phi}_2 = 0 \\
 \partial H_2 &= \frac{\partial H_2}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial H_2}{\partial l_2} \delta l_2 + \frac{\partial H_2}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial H_2}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 + \frac{\partial H_2}{\partial \dot{x}_3} \delta \dot{x}_3 + \frac{\partial H_2}{\partial \dot{\phi}_1} \delta \dot{\phi}_1 + \frac{\partial H_2}{\partial \dot{\phi}_2} \delta \dot{\phi}_2 \\
 &\quad + \frac{\partial H_2}{\partial \ddot{x}_3} \delta \ddot{x}_3 + \frac{\partial H_2}{\partial \ddot{\phi}_1} \delta \ddot{\phi}_1 + \frac{\partial H_2}{\partial \ddot{\phi}_2} \delta \ddot{\phi}_2 = 0 \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

On trouve le résultat suivant :

$$\begin{aligned}
 \partial H_1 &= (\ddot{\phi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_2) \delta l_1 + (-\ddot{\phi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\phi}_2^2 \sin \varphi_2) \delta l_2 \\
 &\quad + (l_2 \ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2 + l_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2) \delta \varphi_2 + (l_2 \dot{\phi}_2^2 \sin \varphi_2) \delta \dot{\phi}_2 - (l_2 \ddot{\phi}_2^2 \sin \varphi_2) = 0 \\
 \partial H_2 &= (\ddot{\phi}_1 \sin \varphi_1 - \dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_2) \delta l_1 + (\ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2) \delta l_2 + (l_2 \ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2 + \\
 &\quad l_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2) \delta \varphi_2 + (2l_2 \dot{\phi}_2 \cos \varphi_2) \delta \dot{\phi}_2 + (\ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2) \delta \ddot{\phi}_2 + \delta \ddot{x}_3 = 0 \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

On remplace l'expression de  $\delta \varphi_2$  et  $\delta \dot{\phi}_2$  dans les équations précédentes on trouve :

$$\begin{aligned}
 \partial H_1 &= [(\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_2) - \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 + \dot{\varphi}_2) \\
 &\quad + 2\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 (\varphi_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1)] \delta l_1 \\
 &\quad + [(-\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2) + (\ddot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 - \dot{\varphi}_2) (\tan \varphi_2 \cos \varphi_2) \\
 &\quad + 2\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 (\varphi_2 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2)] \delta l_2 \\
 &\quad + [(\ddot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 + \dot{\varphi}_2) + \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2] \delta b_3 + [-l_2 \cos \varphi_2] \delta \ddot{\varphi}_2 \\
 &= C_1 \delta l_1 + C_2 \delta l_2 + C_3 \delta b_3 + C_4 \delta \ddot{\varphi}_2 = 0 \\
 \partial H_2 &= [(\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_2) - \sin \varphi_1 (\ddot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2) \\
 &\quad + 2\dot{\varphi}_2 (\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1)] \delta l_1 \\
 &\quad + [(\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2) + \sin \varphi_2 (\ddot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2) \\
 &\quad - 2\dot{\varphi}_2 (\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2)] \delta l_2 + [(\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 + \ddot{\varphi}_2)] \delta b_3 \\
 &\quad + [l_2 \sin \varphi_2] \delta \ddot{\varphi}_2 + \delta \ddot{x}_3 = D_1 \delta l_1 + D_2 \delta l_2 + D_3 \delta b_3 + D_4 \delta \ddot{\varphi}_2 + \delta \ddot{x}_3 \\
 &= 0 \quad (4.31)
 \end{aligned}$$

$\delta \ddot{x}_3$  : représente l'erreur de l'accélération du coulisseau.

$\delta \ddot{\varphi}_2$  : représente l'erreur de l'accélération de la manivelle 2.

À partir de laquelle l'équation matricielle suivante est obtenue :

$$\begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ D_1 & D_2 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ D_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \ddot{\varphi}_2 \\ \delta \ddot{x}_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.32)$$

Telle que :

$$\begin{aligned}
 C_1 &= [(\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_2) - \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 + \dot{\varphi}_2) \\
 &\quad + 2\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 (\varphi_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1)] \\
 C_2 &= [(-\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2) + (\ddot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 - \dot{\varphi}_2) (\tan \varphi_2 \cos \varphi_2) \\
 &\quad + 2\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 (\varphi_2 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2)] \\
 C_3 &= [(\ddot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 + \dot{\varphi}_2) + \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2] \\
 C_4 &= [-l_2 \cos \varphi_2] \\
 D_1 &= [(\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_2) - \sin \varphi_1 (\ddot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2) \\
 &\quad + 2\dot{\varphi}_2 (\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_1)] \\
 D_2 &= [(\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2) + \sin \varphi_2 (\ddot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2) \\
 &\quad - 2\dot{\varphi}_2 (\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 \sin \varphi_2)] \\
 D_3 &= [(\dot{\varphi}_2 \tan \varphi_2 + \ddot{\varphi}_2)] \\
 D_4 &= [l_2 \sin \varphi_2] \quad (4.33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \delta \ddot{\varphi}_2 \\ \delta \ddot{x}_3 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ D_4 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ D_1 & D_2 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ D_4 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} l_2 \cos \varphi_2 & 0 \\ l_2 \sin \varphi_2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (-1/l_2 \cos \varphi_2) & 0 \\ \tan \varphi_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Finalement, l'expression de l'erreur d'accélération est donnée par la formule suivante :



$$\delta \ddot{x}_3 = (C_1 \tan \varphi_2 + D_1) \delta l_1 + (C_2 \tan \varphi_2 + D_2) \delta l_2 + (C_3 \tan \varphi_2 + D_3) \delta b_3$$

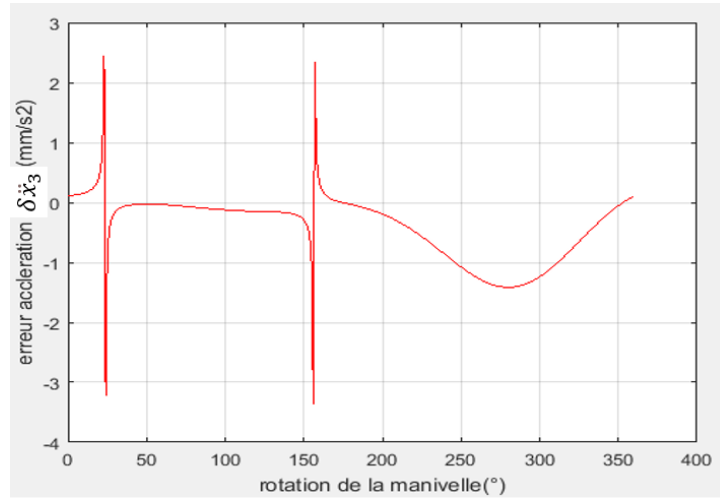
$$\delta \ddot{\varphi}_2 = (1/l_2 \cos \varphi_2) [C_1 \delta l_1 + C_2 \delta l_2 + C_3 \delta b_3] \quad (4.35)$$

$\ddot{\varphi}_2$  est calculé par la relation suivante :

$$\ddot{\varphi}_2 = \left( \frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2} \right) \ddot{\varphi}_1 - \left( \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2 \sin \varphi_2} \right) \dot{\varphi}_1^2 - \left( \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} \right) \dot{\varphi}_2^2 \quad (4.36)$$

La figure (4.5) montre les erreurs absolues maximales sur l'accélération linéaire du coulisseau. Ces erreurs d'accélération maximales ont été évaluées sur un cycle complet de la manivelle.

En observant les résultats globaux obtenus, on peut conclure que les erreurs d'accélération varient pendant la simulation numérique du mécanisme bielle-manivelle à et coulisseau. On voit que l'erreur sur l'accélération est énorme ce qui peuvent affecter la dynamique du mécanisme de manière crucial.



**Figure 4.24.** Erreur de l'accélération linéaire du coulisseau évalué sur un cycle complet de la manivelle.

#### 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté une méthode mathématique pour déterminer l'effet cinématiques des erreurs de fabrication des éléments individuels d'un mécanisme bielle-manivelle et coulisseau. Il a été montré que la caractéristique de sortie a une sensibilité différente pour différentes sources d'erreur. Les effets causés par l'erreur de la bielle, l'erreur de la manivelle et l'erreur de position du coulisseau varient pendant que la manivelle tourne.

Les erreurs de fabrication des éléments ont des effets différents sur l'erreur de sortie de coulisseau notamment l'accélération ce qui va perturber énormément la dynamique du mécanisme.

## **Chapitre 05**

# **Optimisation de la performance dynamique d'un mécanisme plan**

## **5.1 Introduction**

Les mécanismes plans sont utilisés dans de nombreux dispositifs mécaniques, tels que les machines-outils, les véhicules, les systèmes de transmissions de puissance, etc. Leur conception et leur fabrication doivent respecter des exigences strictes en matière de performances cinématique et dynamique. Toutefois, même avec des méthodes modernes de conception et de fabrication, les erreurs de fabrication peuvent toujours survenir et affecter les performances cinématique et dynamique du mécanisme.

Les erreurs de fabrication peuvent être de différents types, tels que les erreurs de forme, les erreurs de position, les erreurs de dimension, les erreurs d'orientation, etc. Ces erreurs peuvent affecter la précision cinématique et dynamique du mécanisme et conduire à des défauts de précision.

Au début de ce chapitre, nous allons rappeler quelques travaux de recherche relatifs à l'étude et l'optimisation de l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique et dynamiques des mécanismes plans. Puis, on présente la méthode et l'étude proposées dans ce travail pour déterminer et optimiser l'effet de ces erreurs sur un mécanisme bielle-manivelle.

## **5.2 Etude bibliographique**

Dans la littérature, De nombreux travaux ont été proposés pour étudier et optimiser l'effet des erreurs de fabrication sur la performance des mécanismes plans.

Le mot « optimisation » en génie mécanique fait référence à la recherche d'une meilleure solution ou d'une meilleure conception pour certains produits ou système. Généralement, les ingénieurs utilisent l'optimisation lorsque le produit qu'ils conçoivent ne répond pas à leurs exigences ou leurs objectifs et ne sera pas compétitif sur le marché. Les qualités à améliorer par un processus d'optimisation diffèrent d'un produit ou système à un autre et pour citer quelques-unes, comme : le poids, le coût, le volume, la résistance ...etc. Les moyens par lesquels le processus d'optimisation est réalisé diffèrent également des méthodes classiques telles que les méthodes basées sur le gradient ou par des méthodes plus avancées récentes telles que les méta-heuristiques. Ces dernières ont la capacité de trouver une solution dans un temps court pour un problème de conception formulé comme une fonction mathématique objectif avec l'existence de certaines contraintes. Ces méthodes sont souvent utilisées pour optimiser une partie d'un système au lieu de l'ensemble du système afin d'éviter la complexité.

D'autre part, il y a toujours une différence entre les valeurs réelles et théoriques des pièces composant un mécanisme. Ce problème est principalement causé par les processus de fabrication.

Dans de nombreux mécanismes, la variation des dimensions des éléments et des articulations, en raison des erreurs de fabrication, affecte les performances cinématiques et dynamiques des mécanismes. Au cours des dernières décennies, plusieurs travaux ont étudié l'effet des erreurs dimensionnelles des éléments et du jeu des articulations séparément. Par exemple, Fogarasy et al [101] ont proposé une technique pour déterminer uniquement l'influence des erreurs de fabrication de la longueur des éléments sur la position de l'élément de sortie d'un mécanisme plan. La méthode proposée était basée sur l'utilisation d'équations de contrainte cinématique. Flores [102] a présenté une méthodologie générale pour quantifier l'erreur de position cinématique due aux erreurs de fabrication et d'assemblage. La méthodologie était basée sur l'utilisation des coordonnées cartésiennes généralisées. Les contraintes cinématiques et les équations du mouvement des mécanismes multi-corps ont été formulées. De plus, l'erreur sur les longueurs des éléments était considérée comme une tolérance de qualité avec un intervalle associé à chaque dimension. Dans le travail de Kumaraswamy et al [103], une nouvelle méthode a été introduite pour analyser les performances cinématiques des mécanismes en présence des erreurs de longueurs des éléments et des jeux dans les articulations, mais séparément. D'autre part, diverses recherches ont été publiées sur l'influence des jeux d'articulations sur la performance cinématique et dynamique du mécanisme. Megahed et al [104] ont développé un nouvel algorithme de calcul pour étudier l'effet des jeux sur le comportement dynamique d'un mécanisme bielle-manivelle. De même, l'effet de jeu sur la dynamique d'un mécanisme rigide est également étudié par Muvengei et al [105]. Zheng et Zhou [106] ont effectué la modélisation dynamique d'un mécanisme bielle-manivelle rigide avec des jeux articulaires pour un système de presse à haute vitesse. D'autre part, dans le travail de Li et al [107], une méthode numérique a été utilisée pour étudier l'effet de l'entraînement harmonique sur le comportement dynamique d'un mécanisme bielle-manivelle flexible avec des jeux d'articulations. Khemili et al [108] ont étudié le comportement dynamique d'un mécanisme plan flexible avec l'existence d'un seul jeu articulaire. Certaines méthodes d'optimisation avancées ont été mises en œuvre pour résoudre les problèmes d'erreur cinématique et dynamique. Par exemple, Urkaya et Uzmay [109] ont développé un réseau de neurone multicouche (MLNN) et ils ont utilisé l'algorithme génétique pour optimiser les paramètres de conception afin de minimiser l'écart de l'angle de transmission pour un mécanisme bielle-manivelle avec deux jeux articulaires. Sardashti et al [110] ont mis en œuvre l'algorithme PSO pour concevoir un mécanisme plan à quatre barres avec des jeux d'articulation. Ting et al [111] ont proposé une approche pour identifier les erreurs maximales dues aux jeux articulaires. Urkaya et Uzmay [112] ont présenté une étude pour déterminer l'influence du jeu articulaire sur la génération de trajectoires et l'angle de transmission du

mécanisme. Les auteurs ont utilisé l'algorithme génétique (AG) pour décrire la direction du jeu afin de minimiser l'erreur entre les trajectoires souhaitées et réelles. Daniali et al [113] ont utilisé l'algorithme PSO pour résoudre le problème de génération de trajectoires ainsi que pour optimiser le comportement dynamique et cinématique d'un mécanisme plan à quatre barres avec jeu d'articulation. Dans tous ces précédents travaux, le jeu articulaire a été modélisé comme un petit corps virtuel sans masse dans lequel l'effet du jeu sur la dynamique des mécanismes a été bien étudié.

De plus, Feng et al [114] ont développé une méthode d'optimisation basée sur la redistribution des masses des éléments pour contrôler les forces d'inertie d'un mécanisme plan avec des jeux articulaires. Zhang et Huang [115] ont effectué une conception de tolérance robuste pour les mécanismes de génération de fonctions. Dubowsky et Freudenstein [116,117] ont formulé un modèle pour prédire la réponse dynamique d'un élément mécanique élastique avec un jeu. L'approche de corps virtuelle sans masse pour modéliser les jeux est utilisée aussi par Ting et al [118] pour déterminer les effets du jeu sur les écarts d'orientation et de position des manipulateurs robotiques et des mécanismes plans. A. Armillotta [120] a proposé la méthode d'analogie statique pour estimer l'erreur cinématique due à la tolérance de fabrication. Un mécanisme de train d'engrenages est présenté pour illustrer cette méthode. La méthode d'analogie statique est utilisée avec la fonction de tolérance de coût de Lagrange [121] pour obtenir les tolérances dimensionnelles avec un coût minimal pour les mécanismes plans.

Dans les récentes recherches, Ankur.J et H.P. Jawal [122,123] ont étudié l'effet de tolérance de chaque élément en déterminant leurs erreurs à plusieurs points dans le trajet du mécanisme. D'autre part, le même effet a été étudié mais pour la tolérance de fabrication de chaque élément [124]. Ces récentes études ne prennent pas en considération l'effet du jeu dans les articulations. D'après les sources de la littérature, il est observé que la plupart des travaux rapportés sur ce sujet ont été consacrés uniquement aux effets du jeu dans les articulations sur l'analyse des mécanismes, tandis que les recherches pour étudier l'effet de plusieurs erreurs simultanément sont très limitées. Il est donc très important de développer de nouvelles méthodes pour aborder la synthèse des mécanismes, car elle a un effet significatif sur leurs performances.

Dans le présent travail, les erreurs cinématiques (erreurs de position, de vitesse et d'accélération) dues aux tolérances de fabrication dimensionnelles des éléments sont étudiées à l'aide d'une méthode analytique. Cette méthode est basée sur les dérivées partielles des équations de contrainte de mouvement. Dans la première étape, l'erreur d'accélération est considérée comme le premier objectif à minimiser pour optimiser la performance cinématique et déterminer la direction des jeux dans les articulations du mécanisme. Ensuite, les résultats

obtenus lors de la première étape sont utilisés pour optimiser les paramètres de conception d'un mécanisme plan. Le deuxième objectif est de minimiser l'effet des erreurs de fabrication (erreurs sur la longueur des éléments et les jeux articulaires) sur la performance dynamique de ce mécanisme. Dans cette étape, la fonction de Lagrange est adaptée pour modéliser le mouvement et la dynamique du mécanisme et pour formuler une fonction objective afin d'optimiser la masse et la dimension des éléments pour réduire l'effet de ces erreurs. L'algorithme *particle swarm optimization* (PSO) est utilisé pour résoudre ce problème [125]. Enfin, un exemple d'un mécanisme plan spécifique est utilisé pour vérifier l'efficacité de la méthode proposée.

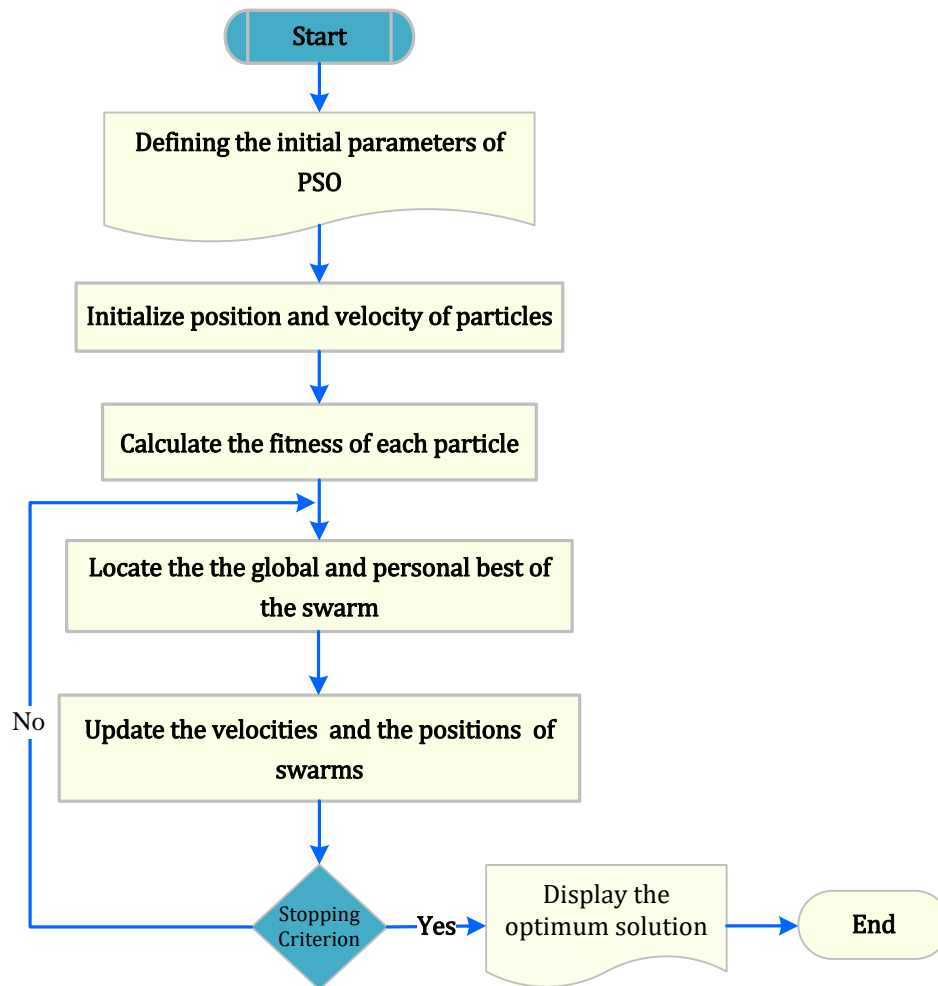
### **5.3 Description de l'algorithme méta-heuristiques PSO**

Cette section de ce chapitre présente une petite description de l'algorithme utilisé pour résoudre le problème d'optimisation introduit dans ce travail.

#### **5.3.1 L'algorithme PSO**

Particle swarm optimization (PSO) est un algorithme d'optimisation développé par J. Kennedy et R. Eberhart [126] en 1995. L'inspiration derrière cette méthode est issue par l'observation du comportement des poissons qui se regroupent et des oiseaux qui volent en groupe dans la nature. PSO combine des principes de psychologie sociale chez les êtres humains de la socio-cognition et des calculs évolutifs. Ils ont remarqué que les oiseaux au sein d'un groupe changent de position en volant, de même pour les poissons. Ils ont donc conclu que ces espèces cherchent leur position optimale au sein du groupe. Ils ont commencé par simuler ce comportement des oiseaux. Maintenant, cette méthode est désignée par particules à l'intérieur de l'ordinateur.

Les principaux avantages de PSO par rapport aux autres algorithmes évolutionnaires modernes sont : sa flexibilité de modélisation, sa convergence rapide et son temps de calcul réduit. PSO ne nécessite que quelques paramètres pour être réglé et peut facilement s'adapter aux contraintes en utilisant une méthode de pénalité, ce qui le rend très attractive du point de vue de la mise en œuvre. De plus, PSO peut générer efficacement une solution de haute qualité avec des caractéristiques de convergence stables. Ci-joint (figure 5.1) l'algorithme adopté à cette méthode.



**Figure 5.25.** Organigramme de l'algorithme PSO.

Le concept est que chaque particule doit suivre sa meilleure position dans l'espace de recherche, qu'on va prendre la meilleure position personnelle (*pbest*). On doit également suivre la meilleure position globale dans l'essaim dans l'espace de recherche atteinte par une particule appelée meilleure position globale (*gbest*). A chaque itération, les particules sont dirigées, vers leur meilleure solution personnelle. La meilleure solution globale est en utilisant une vitesse qui change selon l'équation (I). L'équation (II) est utilisée pour déterminer la prochaine position de chaque particule.

$$V_{i+1} = w \times V_i + c_1 \times r_1 \times (pbest - X_i) + c_2 \times r_2 \times (gbest - X_i) \quad (I)$$

$$X_{i+1} = X_i + V_{i+1} \quad (II)$$

Dans l'équation (I), la vitesse de la prochaine itération est calculée en utilisant les données des itérations précédentes. Ces données sont la meilleure position personnelle (*pbest*), la meilleure position globale (*gbest*), la position de l'itération précédente ( $X_i$ ) et la vitesse de l'itération précédente ( $V_i$ ). Chaque terme de l'équation est pondéré par des constantes et des paramètres

de valeur aléatoire. Le premier terme est pondéré par ( $w$ ), un facteur de poids d'inertie utilisé comme agent d'ajustement entre l'exploration locale et globale de l'essaim. Le poids d'inertie peut être un paramètre fixe ou variable [131]. Le deuxième terme est appelé terme cognitif, car il se concentre sur la connaissance de la particule. ( $r_1$ ) est un paramètre aléatoire qui change à chaque itération entre 0 et 1. ( $c_1$ ) est appelé coefficient cognitif et peut être adaptatif ou fixe [130]. Le troisième terme appelé terme social en raison de la pondération. ( $r_2$ ) est un paramètre aléatoire qui change également à chaque itération entre 0 et 1 [127,128]. ( $c_2$ ) est appelé coefficient social. Il peut être adaptatif ou fixe [130].

#### **5.4 Procédure d'optimisation**

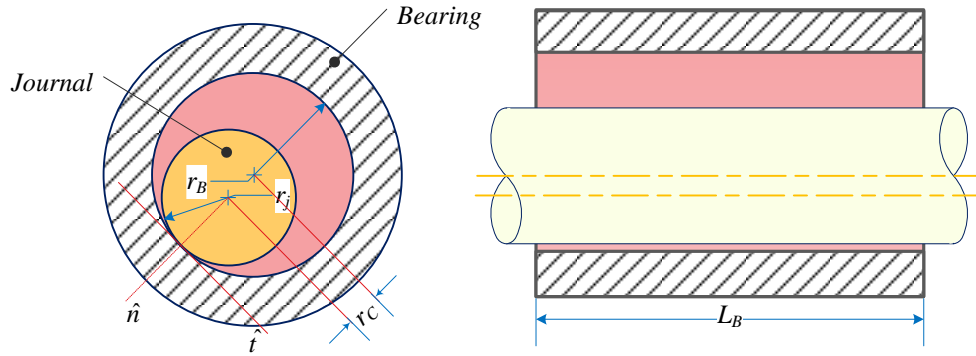
Les équations non-linéaires avec des variables de décision et des contraintes mixtes sont une caractéristique commune des problèmes d'ingénierie mécanique. A cause des erreurs de fabrication, il y aura toujours une différence entre les valeurs théoriques et réelles des paramètres d'un mécanisme. Pour minimiser l'effet des erreurs de fabrication sur les performances cinématique et dynamique d'un mécanisme plan, une nouvelle technique est proposée dans cette étude. L'équation mathématique exprimant les erreurs cinématique du mécanisme, qui dépendent des erreurs de fabrication, est résolue à l'aide d'une méthode analytique (voir chapitre 04). La formulation mathématique du mécanisme est définie à l'aide de l'équation de Lagrange. La minimisation de l'erreur d'accélération et l'optimisation des performances dynamiques d'un mécanisme bielle-manivelle en présence des erreurs de fabrication sont considérées comme des fonctions objectives. L'algorithme d'optimisation par particules d'essaim (PSO) est utilisé pour optimiser la direction du jeu articulaire et la distribution de masse des éléments, ce qui permet d'améliorer les performances cinématiques et dynamiques du mécanisme. Selon les résultats de simulation, le comportement cinématique et dynamique du mécanisme est affecté énormément par les erreurs de fabrication des longueurs des éléments et les jeux d'articulation. La méthodologie utilisée dans cette étude peut aider à atteindre les meilleurs comportements cinématiques et dynamiques pour un mécanisme plan. Elle représente aussi une approche prometteuse pour optimiser l'effet des erreurs de fabrication.

##### **5.4.1 Modélisation du jeu articulaire**

Dans cette étude, on suppose que les articulations cinématiques connectent les liaisons entre les éléments du mécanisme avec un jeu. La différence de rayon entre l'arbre et l'alésage peut être utilisée pour définir ce jeu (comme illustré dans la figure 5.2). Le jeu peut être décrit comme des vecteurs qui indiquent une connexion virtuelle sans masse avec des longueurs égales au jeu de joint lorsqu'on prend en compte l'hypothèse d'un modèle de contact continu entre l'arbre et



l'alésage au niveau du joint [113,114,124]. Si le frottement est négligé et que les éléments sont considérés rigides, alors ce modèle est valide. Ces vecteurs se dirigent dans la direction de la force de contact entre l'arbre et l'alésage. Également, chaque jeu d'articulation donne au mécanisme un degré de liberté supplémentaire (DDL). Selon la figure 5.2, la connexion de jeu d'articulation virtuelle  $r_c$  est déterminée comme suit :  $r_c = r_B - r_j$



**Figure 5.26.** Modèle d'une liaison pivot avec jeu.

#### 5.4.2 Analyse cinématique et paramétrique d'un mécanisme plan

L'analyse cinématique cherche essentiellement à déterminer les premières et deuxièmes dérivées des fonctions de position par rapport au temps. L'analyse cinématique et paramétrique doivent toutes être effectuées pour obtenir des informations correctes sur un mécanisme. Dans la première (analyse cinématique), on calcule la première et la deuxième dérivée de la fonction de position, tandis que dans la deuxième (analyse paramétrique), on calcule les variations résultantes des erreurs de fabrication. Ces erreurs peuvent être décrites en considérant les dérivées partielles des fonctions de position par rapport aux paramètres constants de mécanisme ( $l_1, l_2, \dots, l_n$ ) (comme la longueur des éléments et le jeu dans les articulations).

Il est considéré comme des erreurs de fabrication : les écarts ( $\delta l_1, \delta l_2, \dots, \delta l_n$ ) des valeurs nominales ( $l_1, l_2, \dots, l_n$ ) et  $r_j$  le jeu dans l'articulation rotative, causant à leur tour des erreurs cinématique supplémentaires ( $\delta \theta_1, \delta \theta_2, \dots, \delta \theta_m$ ) aux écarts des coordonnées d'entrée qui ont pour valeur théorique ( $\delta \theta_1, \delta \theta_2, \dots, \delta \theta_m$ ). Il y a une différence entre les positions réelles ( $X_r$ ) et idéales ( $X_{id}$ ) des éléments de mécanisme. Cette différence est due aux écarts mentionnés ci-dessus [109]. L'erreur de ce déplacement ( $\delta X$ ) est calculée en utilisant l'expression suivante :

$$\delta X = X_r - X_{id}$$

Il existe plusieurs méthodes pour exprimer les erreurs cinématiques. Dans ce travail, la méthode analytique (Equation 5.1) est utilisée pour déterminer les erreurs cinématiques [101].

$$\delta x_i = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \varphi_i}{\partial l_k} \delta l_k + \sum_{f=1}^m \frac{\partial \varphi_i}{\partial \theta_f} \delta \theta_f \quad (5.1)$$

Dans l'équation 5.1,  $\varphi_i$  représente l'équation cinématique et elle a l'expression suivante :

$$\varphi_i = \varphi_i(l_1, l_2, \dots, l_n; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$$

La variation des paramètres géométrique  $\delta l_k$  représente l'erreur de fabrication de chaque longueur de l'élément :  $\delta l_k = \frac{1}{2} IT_k$ , où  $IT_k$  représente l'intervalle de tolérance de la dimension correspondante  $l_k$ .

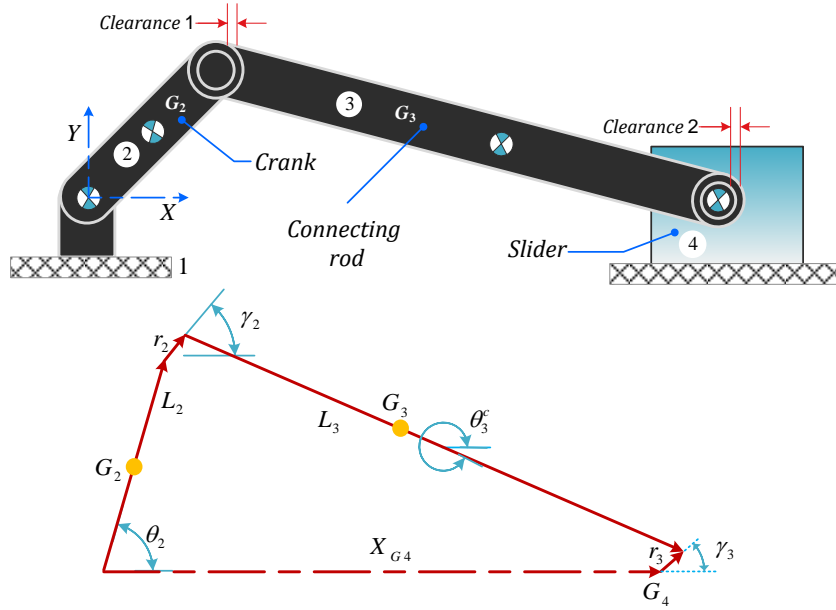
L'erreur de déplacement ou de position ( $\delta x_i$ ) cause une erreur de vitesse  $\delta V_i = d(\delta x_i)/dt$ , et aussi une erreur d'accélération  $\delta A_i = d^2(\delta x_i)/dt^2$  [119]. D'autre part, l'erreur de l'accélération est utilisée, dans cette étude, comme une fonction objective à optimiser.

### 5.5 Optimisation d'un mécanisme bielle-manivelle et coulisseau :

Dans ce travail, le mécanisme bielle-manivelle et coulisseau avec deux jeux articulaires ( $\gamma_2, \gamma_3$ ) est pris comme un cas d'étude (figure 5.3). Les propriétés inertielles et géométriques du mécanisme original sont données dans le Tableau 1. De plus, les effets du jeu articulaire et des erreurs de fabrication de la longueur des éléments sur les performances cinématiques et dynamiques de ce mécanisme doivent être optimisés.

**Table1** Inertial and geometric properties of original slider-crank mechanism

Link type	Length (m)	Mass (kg)	Moment of inertia (kg m <sup>2</sup> )	IT (mm)
Crank	0.05	0.3	0.0001	0.1
Connecting rod	0.120	0.21	0.00025	0.15
Sliding block	-	0.14	0.0001	-



**Figure 5.27.** Mécanisme bielle-manivelle et coulisseau avec deux liaisons pivot.

### 5.5.1 Analyse cinématique d'un bielle-manivelle avec erreurs de fabrications

Généralement, les mécanismes bielles-manivelles et coulisseau sont utilisés pour convertir le mouvement de rotation de la manivelle en mouvement de translation du piston ou vice-versa. En utilisant la figure (5.3), la position de centre de gravité du coulisseau est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} x_{G4} \\ y_{G4} \end{bmatrix} = L_2 \begin{bmatrix} \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 \end{bmatrix} + r_2 \begin{bmatrix} \cos\gamma_2 \\ \sin\gamma_2 \end{bmatrix} + L_3 \begin{bmatrix} \cos\theta_3^c \\ \sin\theta_3^c \end{bmatrix} + r_3 \begin{bmatrix} \cos(\gamma_3 + \pi) \\ \sin(\gamma_3 + \pi) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Le paramètre  $\theta_3^c$  peut être exprimé en fonction de  $\theta_2$ ,  $\gamma_2$  et  $\gamma_3$  (Equation 5.3) où l'exposant  $c$  désigne la valeur avec jeu.

$$\theta_3^c = \sin^{-1} \left[ -\frac{L_2 \sin\theta_2 + r_2 \sin\gamma_2 + r_3 \sin(\gamma_2 + \pi)}{L_3} \right] \quad (5.3)$$

Les dérivées temporelles de position de centre de gravité du coulisseau donnent respectivement les vitesses et les accélérations exprimées dans les équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{G4}^c \\ \dot{y}_{G4}^c \end{bmatrix} = \omega_2 \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{G4}^c}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y_{G4}^c}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} + \sum_{j=2}^3 \dot{\gamma}_j \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{G4}^c}{\partial \gamma_j} \\ \frac{\partial y_{G4}^c}{\partial \gamma_j} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{G4}^c \\ \ddot{y}_{G4}^c \end{bmatrix} = \alpha_2 \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{G4}^c}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y_{G4}^c}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} + \omega_2^2 \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_{G4}^c}{\partial \theta_2^2} \\ \frac{\partial^2 y_{G4}^c}{\partial \theta_2^2} \end{bmatrix} + 2\omega_2 \sum_{j=2}^3 \dot{\gamma}_j \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_{G4}^c}{\partial \theta_2 \partial \gamma_j} \\ \frac{\partial^2 y_{G4}^c}{\partial \theta_2 \partial \gamma_j} \end{bmatrix} + \sum_{j=2}^3 \ddot{\gamma}_j \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{G4}^c}{\partial \gamma_j} \\ \frac{\partial y_{G4}^c}{\partial \gamma_j} \end{bmatrix} + \sum_{j=2}^3 \dot{\gamma}_j^2 \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_{G4}^c}{\partial \dot{\gamma}_j^2} \\ \frac{\partial^2 y_{G4}^c}{\partial \dot{\gamma}_j^2} \end{bmatrix} \\ + \sum_{j=2}^3 \sum_{k=2}^3 \dot{\gamma}_j \dot{\gamma}_k \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_{G4}^c}{\partial \gamma_j \partial \gamma_k} \\ \frac{\partial^2 y_{G4}^c}{\partial \gamma_j \partial \gamma_k} \end{bmatrix} \quad (k \neq j) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$\omega_2$  et  $\alpha_2$  désignent respectivement la vitesse et l'accélération angulaire de l'élément d'entrée. L'indicateur  $i$  désigne le nombre des éléments mobiles et  $j$  le nombre des jeux articulaires. La vitesse angulaire et l'accélération de la bielle avec les jeux sont respectivement dérivées à partir de l'équation (5.3) et elles sont données par les équations (5.5) et (5.6) suivantes :

$$\dot{\theta}_3^c = \omega_2 \frac{\partial \theta_3^c}{\partial \theta_2} + \sum_{j=2}^3 \dot{\gamma}_j \frac{\partial \theta_3^c}{\partial \gamma_j} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_3^c = \alpha_2 \frac{\partial \theta_3^c}{\partial \theta_2} + \omega_2^2 \frac{\partial^2 \theta_3^c}{\partial \theta_2^2} + 2\omega_2 \sum_{j=2}^3 \dot{\gamma}_j \frac{\partial^2 \theta_3^c}{\partial \theta_2 \partial \gamma_j} + \sum_{j=2}^3 \ddot{\gamma}_j \frac{\partial \theta_3^c}{\partial \gamma_j} + \sum_{j=2}^3 \dot{\gamma}_j^2 \frac{\partial^2 \theta_3^c}{\partial \dot{\gamma}_j^2} + \\ \sum_{j=2}^3 \sum_{k=2}^3 \dot{\gamma}_j \dot{\gamma}_k \frac{\partial^2 \theta_3^c}{\partial \gamma_j \partial \gamma_k} \end{aligned} \quad (5.6)$$

### 5.5.2 Analyse paramétrique du mécanisme bielle-manivelle et coulisseau

Dans cette étape, la méthode analytique est utilisée telle qu'expliquée dans l'équation 5.1. L'application de cette méthode, sur les formules de l'analyse cinématique de ce mécanisme, permet d'obtenir les erreurs de position linéaire et angulaire respectivement du coulisseau et de la bielle. Pour déterminer les dérivées partielles, on va différencier les équations d'analyse cinématique dérivées précédemment dans l'équation (5.2) pour ce mécanisme.

Tout d'abord,  $\delta x_{G4}$  et  $\delta \theta_3$  sont déterminés en différenciant l'équation de position (5.2).

Mathématiquement, ils sont exprimés par les deux équations suivantes :

$$\delta x_{G4} = -\cos \theta_2 \delta l_2 - \cos \theta_3 \delta l_3 + l_3 \sin \theta_3 \delta \theta_3 \quad (5.7)$$

$$\sin \theta_2 \delta l_2 + \sin \theta_3 \delta l_3 + l_3 \cos \theta_3 \delta \theta_3 = 0 \quad (5.8)$$

Ainsi, l'erreur de position angulaire de la bielle est donnée comme suit :

$$\delta \theta_3 = \left( \frac{-1}{l_3 \cos \theta_3} \right) (\sin \theta_2 \delta l_2 + \sin \theta_3 \delta l_3) \quad (5.9)$$

Pour la deuxième étape, les erreurs de vitesse  $\delta \dot{x}_{G4}$  et  $\delta \dot{\theta}_3$  sont déterminées par la dérivation des équations d'erreurs de position (5.7 et 5.9). Les erreurs de vitesse sont données par les formules (5.10) et (5.11) suivantes :

$$\delta \dot{x}_{G4} = -\tan \theta_3 (\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \sin \theta_2 \tan \theta_3) (\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \sin \theta_2 \sin \theta_2) \delta l_2 + \tan \theta_3 (\dot{\theta}_3 \cos \theta_3 + \dot{\theta}_3 \sin \theta_3 \tan \theta_3) \delta l_3 \quad (5.10)$$

$$\delta\dot{\theta}_3 = \left(\frac{1}{l_3 \cos\theta_3}\right) [(\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_3 \tan\theta_3 \sin\theta_2)\delta l_2 + (\dot{\theta}_3 \cos\theta_3 + \dot{\theta}_3 \sin\theta_3 \tan\theta_3)\delta l_3] \quad (5.11)$$

Pour déterminer les erreurs d'accélération, on calcule la deuxième dérivée des équations d'erreurs de position (5.7-5.9). Ces erreurs d'accélération sont données par les équations (5.12) et (5.13) :

$$\delta\ddot{x}_{G4} = (C_1 \tan\theta_3 + D_1)\delta l_2 + (C_2 \tan\theta_3 + D_2)\delta l_3 \quad (5.12)$$

$$\delta\ddot{\theta}_3 = \left(\frac{1}{l_2 \cos\theta_3}\right) (C_1\delta l_2 + C_2\delta l_3) \quad (5.13)$$

Les coefficients  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $D_1$  et  $D_2$ , sont donnés comme suit :

$$C_1 = [(\ddot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2) - \sin\theta_2(\ddot{\theta}_3 \tan\theta_3 + \dot{\theta}_3) + 2\dot{\theta}_3 \tan\theta_3(\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_3 \tan\theta_3 \sin\theta_2)] \quad (5.14)$$

$$C_2 = [(-\ddot{\theta}_3 \cos\theta_3 - \dot{\theta}_3^2) + (\ddot{\theta}_3 \tan\theta_3 - \dot{\theta}_3)(\tan\theta_3 \cos\theta_2) + 2\dot{\theta}_3 \tan\theta_3(\dot{\theta}_3 \cos\theta_3 - \dot{\theta}_3 \tan\theta_3 \sin\theta_2)] \quad (5.15)$$

$$D_1 = [(\ddot{\theta}_2 \sin\theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \cos\theta_2) - \sin\theta_2(\ddot{\theta}_3 - \dot{\theta}_3 \tan\theta_3) + 2\dot{\theta}_3(\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_3 \tan\theta_3 \sin\theta_2)] \quad (5.16)$$

$$D_2 = [(\ddot{\theta}_3 \sin\theta_3 - \dot{\theta}_3^2 \cos\theta_3) + \sin\theta_3(\ddot{\theta}_3 - \dot{\theta}_3 \tan\theta_3) - 2\dot{\theta}_3(\dot{\theta}_3 \cos\theta_3 - \dot{\theta}_3 \tan\theta_3 \sin\theta_2)] \quad (5.17)$$

### 5.5.3 Optimisation de l'erreur de l'accélération en présence de jeu articulaire

Dans cette étude, l'erreur de l'accélération du coulisseau (équation 5.12) est prise comme un problème d'optimisation à minimiser et il est défini comme suit :

$$\text{Minimize } F_1(X_1) = \delta\ddot{x}_{G4} = (C_1 \tan\theta_3 + D_1)\delta l_2 + (C_2 \tan\theta_3 + D_2)\delta l_3 \quad (5.18)$$

$$\text{Subject to } g_i(X_1) < 0$$

$$x_l \leq x_j \leq x_u \quad x_j \in X_1$$

Où  $g_i(X_1)$  représente les contraintes d'inégalité qui sont déterminées en fonction d'une relation paramétrique entre la direction du jeu d'articulation et la variable d'entrée.  $X_1$  représente le vecteur des variables de conception lié au jeu d'articulation  $(\gamma_i, \dot{\gamma}_i, \ddot{\gamma}_i)$ .  $x_l$  et  $x_u$  sont respectivement les bornes inférieures et supérieures des variables de conception. L'erreur d'accélération dépend de ces variables et est utilisée pour déterminer la direction du jeu dans les articulations. L'objectif est de minimiser l'erreur d'accélération du coulisseau et de déterminer les valeurs et les directions de jeu en fonction de la position de l'élément d'entrée (manivelle).

### 5.5.3.1 Les contraintes

Dans ce problème d'optimisation, on peut classer les contraintes en deux types: les contraintes sur les erreurs de position et les contraintes sur les erreurs de vitesse. Les premières types de contraintes sont données par les formules suivantes:

- $g_1$  est la contrainte exprimant la différence entre la position angulaire réelle et idéale de la bielle.

$$g_1(X_1) = \delta\theta_3^c - \delta\theta_3^{id} \leq 0 \quad (5.19)$$

- $g_2$  est la contrainte exprimant la différence entre la position linéaire réelle et idéale du coulisseau.

$$g_2(X_1) = \delta x_{G4}^c - \delta x_{G4}^{id} \leq 0 \quad (5.20)$$

Où  $(\delta x_{G4}^c, \delta x_{G4}^{id})$  et  $(\delta\theta_3^c, \delta\theta_3^{id})$  représentent les erreurs de position réelle (avec jeu) et idéale (sans jeu) du centre de masse du coulisseau et de la bielle respectivement.

Les contraintes d'erreurs de vitesse sont données par les formules suivantes :

- $g_3$  est la contrainte exprimant la différence entre la vitesse angulaire réelle et idéale de la bielle.

$$g_3(X_1) = \delta\dot{\theta}_3^c - \delta\dot{\theta}_3^{id} \leq 0 \quad (5.21)$$

- $g_4$  est la contrainte exprimant la différence entre la vitesse linéaire réelle et idéale du coulisseau.

$$g_4(X_1) = \delta\dot{x}_{G4}^c - \delta\dot{x}_{G4}^{id} \leq 0 \quad (5.22)$$

Où  $(\delta\dot{x}_{G4}^c, \delta\dot{x}_{G4}^{id})$  et  $(\delta\dot{\theta}_3^c, \delta\dot{\theta}_3^{id})$  représentent les erreurs de vitesse réelles (avec jeu) et idéales (sans jeu) du centre de masse du coulisseau et de la bielle respectivement.

### 5.5.4 Optimisation des performances dynamique d'un mécanisme bielle-manivelle

Dans cette section, la performance dynamique d'un mécanisme bielle-manivelle plan rigide, avec deux jeux articulaires et des erreurs de fabrication sur des éléments, est optimisée.

Les éléments du mécanisme sont supposés être rigides ; par conséquent, la direction du vecteur de jeu peut être dérivée en utilisant l'équation de Lagrange [124], et elle est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma_j} + \frac{\partial D}{\partial \gamma_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\gamma}_j} = 0 \quad (5.23)$$

Où  $T$ ,  $U$  et  $D$  représentent respectivement l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et la fonction de dissipation (perte d'énergie). Elles sont représentées sous les formes suivantes :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 I_i \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 m_i (\dot{x}_{Gi}^2 + \dot{y}_{Gi}^2)$$

$$U = \sum_{i=2}^4 m_i g y_{Gi}$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 C_{\theta i} \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 C_{\gamma} \dot{\gamma}_i^2 \quad (5.24)$$

Où  $i$  est le nombre de leviers composant le mécanisme. En substituant les termes ci-dessus dans l'équation (5.23), et après une simplification, l'équation (5.25) est obtenue.

$$\sum_{i=2}^4 (I_i \ddot{\theta}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma_j} + m_i \left( \ddot{x}_{Gi} \frac{\partial x_{Gi}}{\partial \gamma_j} + \ddot{y}_{Gi} \frac{\partial y_{Gi}}{\partial \gamma_j} \right) + m_i g \frac{\partial y_{Gi}}{\partial \gamma_j} + C_{\theta i} \dot{\theta}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma_j}) + C_{\gamma} \dot{\gamma}_j = 0 \quad (j = 2, 4) \quad (5.25)$$

Dans cette section, la direction du jeu de joint d'articulation obtenue dans la section (5.5.3) est considérée comme la direction optimale (souhaitée) dans le deuxième problème d'optimisation. Comme on le voit à partir de l'équation (5.25), la performance dynamique du mécanisme peut être contrôlée par la forme suivante : redistribution de masse des leviers éléments et elle s'exprime sous la

$$\text{Minimize } F_2(X_2)$$

$$= \sum_{i=2}^4 (I_i \ddot{\theta}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma_j} + m_i \left( \ddot{x}_{Gi} \frac{\partial x_{Gi}}{\partial \gamma_j} + \ddot{y}_{Gi} \frac{\partial y_{Gi}}{\partial \gamma_j} \right) + m_i g \frac{\partial y_{Gi}}{\partial \gamma_j} + C_{\theta i} \dot{\theta}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma_j}) + C_{\gamma} \dot{\gamma}_j \quad (5.26)$$

$$x_l \leq x_m \leq x_u \quad x_j \in X_2$$

$$X_2 = [m_3; l_3; I_3; m_4]$$

Où  $X_2$  représente le vecteur des variables de conception.

## 5.6 Résultats et discussions

Ici, on va utiliser un algorithme basé sur PSO pour résoudre ce problème d'optimisation non linéaire avec des contraintes. On propose un modèle de contact continu au niveau des articulations, alors que la force articulaire agit dans la direction normale commune de l'arbre et de l'alésage [124]. Les jeux des liaisons cinématiques sont modélisés par des éléments virtuels sans masse.

Dans cette étude, un mécanisme bielle-manivelle et coulisseau avec deux jeux articulaires est utilisé. Sur la figure 5.3, le modèle cinématique du mécanisme est représentée et il est supposé être rigide. Dans le tableau 1, les propriétés géométriques et inertielles du mécanisme original sont affichées. Les valeurs de jeu articulaires sont considérées égales à  $1mm$ . La vitesse de rotation de la manivelle (élément d'entrée) est  $500tr/min$ . Les centres de masse sont supposés être au milieu des éléments correspondants et les coefficients d'amortissement sont donnés comme suit :

$$C_{\theta i} = 0.2 \times 10^{-6} (kg.m.s/rad).$$

$$C_{\gamma i} = 0.2 \times 10^{-6} (kg.m.s/rad).$$

En premier temps, l'algorithme PSO est utilisé pour minimiser l'erreur d'accélération due aux tolérances de fabrication des longueurs des éléments. De plus, cette méthode est exécutée pour déterminer la direction des jeux dans les liaisons articulaires par rapport à la position de l'élément d'entrée du mécanisme. Les directions de ces jeux articulaires obtenues par l'algorithme PSO sont présentées dans la figure 5.4.

L'analyse paramétrique de la position de la bielle pour les deux cas (réel et idéal) est illustrée sur la figure 5.5. Comme on peut le voir sur cette figure, il existe de légers écarts entre l'erreur de position angulaire idéale (sans jeu) et réelle (avec jeu) de la bielle. Donc, la première contrainte est satisfaite ( $g_1(X_1) \leq 0$ ).

La figure 5.6 illustre l'analyse paramétrique de vitesse de la bielle pour l'erreur réelle (avec jeu) et idéale (sans jeu). Comme il est observé de la figure, la troisième contrainte est également satisfaite ( $g_3(X_1) \leq 0$ ).

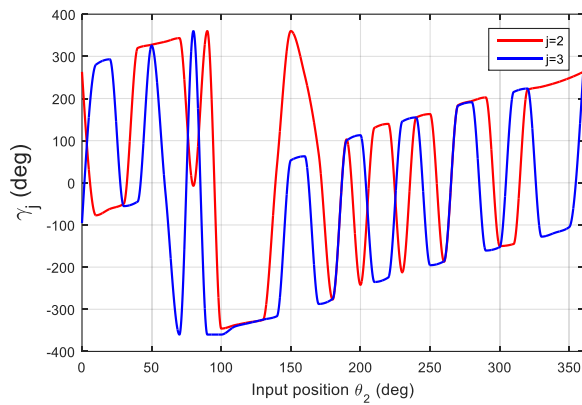
La différence entre les deux cas pour l'analyse paramétrique de l'accélération de la bielle est illustrée dans la figure 5.7. Il est clair qu'il existe des écarts importants entre l'erreur d'accélération angulaire réelle (avec jeu) et idéale (sans jeu) de la bielle. Cependant, on constate que l'erreur d'accélération angulaire réelle est deux fois plus grande que l'erreur idéale.

De plus, l'analyse paramétrique de position du centre de masse du coulisseau pour les deux cas réel (avec jeu) et idéal (sans jeu) est illustrée sur la figure 5.8. Cette figure montre clairement qu'il existe de petits écarts entre l'erreur de position linéaire réelle et idéale du centre de masse du coulisseau et cela confirme que la contrainte ( $g_2(X_1) \leq 0$ ) est bien satisfaite.

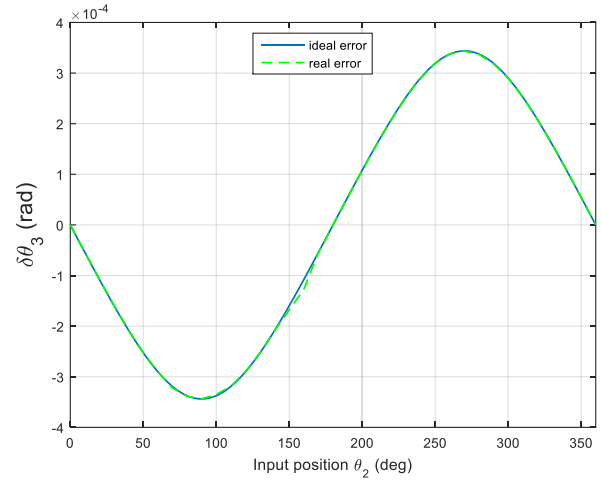
La figure 5.9 montre qu'il existe de petits écarts de vitesse entre l'erreur de position linéaire réelle et idéale du centre de masse du coulisseau, donc la quatrième contrainte ( $g_4(X_1) \leq 0$ ) est satisfaite.

L'analyse paramétrique de l'accélération du centre de masse du coulisseau pour les deux cas est illustrée sur la figure 5.10. On voit clairement que l'erreur d'accélération réelle (avec jeu), qui est prise comme premier objectif à minimiser, est plus grande que l'erreur d'accélération linéaire idéale (sans jeu). Par conséquent, ces déviations créeront une instabilité dans la dynamique de mécanisme.

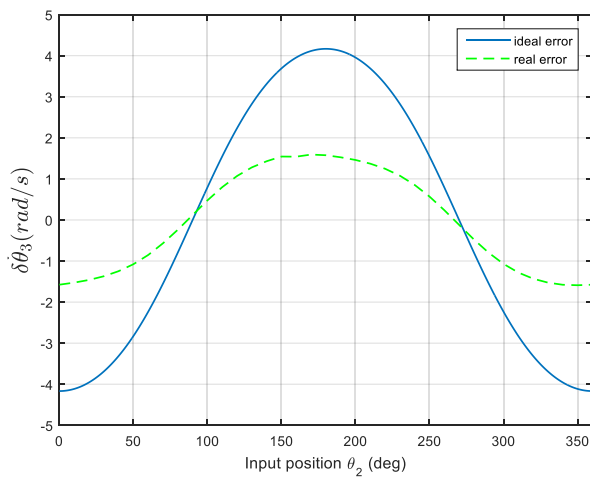




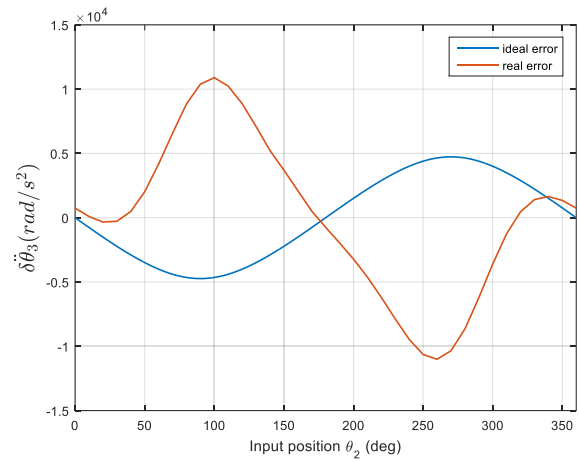
**Figure 5.28.** Direction des jeux dans les liaisons cinématiques.



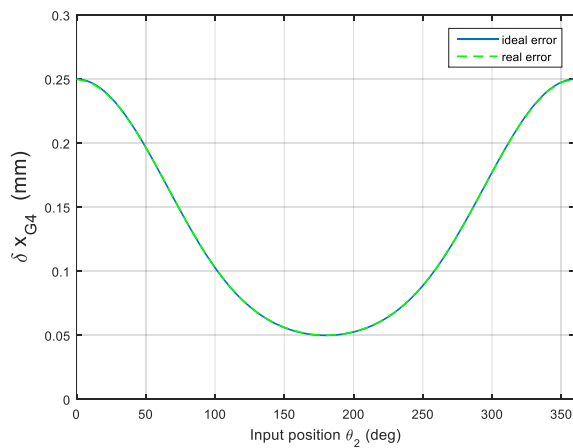
**Figure 5.29.** L'erreur idéale et réelle de la position angulaire de la bielle.



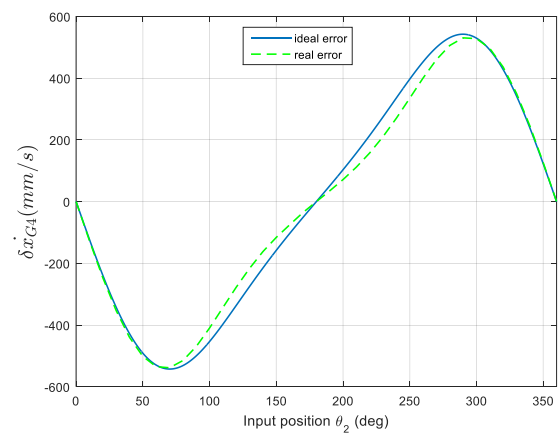
**Figure 5.30.** L'erreur idéale et réelle de la vitesse angulaire de la bielle



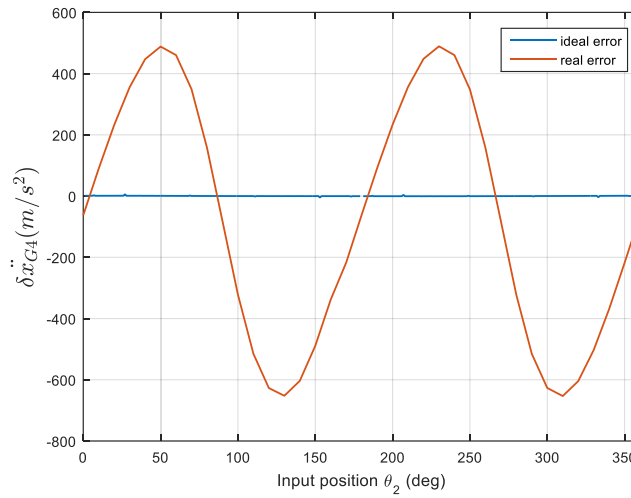
**Figure 5.31.** L'erreur idéale et réelle de l'accélération angulaire de la bielle.



**Figure 5.32.** L'erreur idéale et réelle de la position linéaire du coulisseau.



**Figure 5.33.** L'erreur idéale et réelle de la vitesse linéaire du coulisseau.



**Figure 5.34.** L'erreur idéale et réelle d'accélération linéaire du coulisseau.

Pour le deuxième objectif (équation 5.26), qui est expliqué dans la section (5.54), le problème d'optimisation est résolu. Dans le tableau 2, les limites des variables sont données pour être utilisées dans la procédure d'optimisation de la deuxième fonction objective.

La solution optimale  $X_{2optimal}$  de la deuxième fonction objective est obtenue en utilisant l'algorithme PSO :

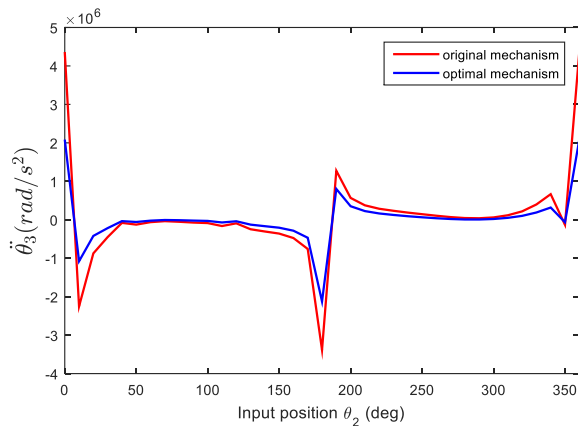
$$X_{2optimal} = \begin{bmatrix} m_3 = 0.3487966 \\ l_3 = 180.6 \\ I_3 = 0.005628305 \\ m_4 = 0.07 \end{bmatrix}$$

Maintenant, on compare l'effet des jeux articulaires et des erreurs de fabrication de la longueur des éléments sur l'accélération du mécanisme réel et optimal. L'accélération angulaire de la bielle et l'accélération linéaire du coulisseau des deux conceptions (optimisation) sont représentées sur les figures (5.11) et (5.12) respectivement. Les résultats sont comparés à ceux du mécanisme réel et optimal. Comme on peut le voir, les valeurs maximales de la perturbation de l'accélération angulaire de la bielle et l'accélération linéaire du coulisseau, due aux erreurs de fabrication, sont réduites pour le mécanisme optimal. En conséquence, les valeurs maximales de l'accélération angulaire de la bielle sont réduites de 47.79%, passant de  $4.36 \cdot 10^6 \text{ rad/s}^2$  pour le mécanisme réel à  $2.09 \cdot 10^6 \text{ rad/s}^2$  pour le mécanisme optimal.

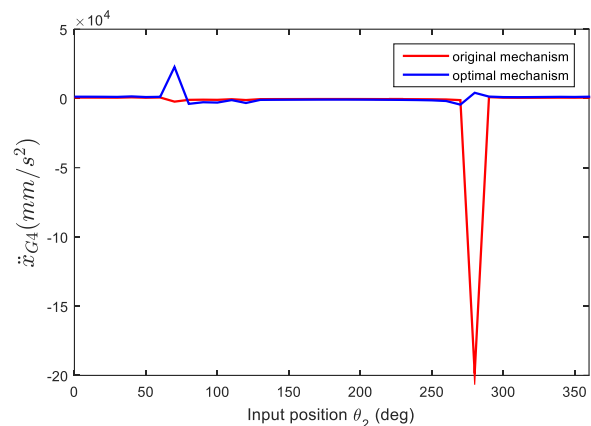
De plus, la même procédure est effectuée pour le coulisseau où l'accélération linéaire est réduite de 86% passant de  $947.88 \text{ m/s}^2$  pour le mécanisme réel à  $21 \text{ m/s}^2$  pour le mécanisme optimal.

**Table2.** Constraints of the design parameters  $X_2$

	$m_3$ (kg)	$l_3$ (m)	$I_3$ (kg m <sup>2</sup> )	$m_4$ (kg)
min	0.105	0.120	$\frac{1}{12} m_3 (0.12)^2$	0.07
max	0.42	0.240	$\frac{4}{12} m_3 (0.12)^2$	0.28



**Figure 5.35.** L'accélération angulaire de la bielle.



**Figure 5.36.** L'accélération linéaire du coulisseau.

Afin d'évaluer la pertinence et la fiabilité de la méthode proposée, une comparaison des résultats obtenus avec ceux des travaux précédents a été réalisée. Cette comparaison porte sur les figures illustrant les performances cinématiques et dynamiques du mécanisme étudié.

La comparaison est effectuée sur les critères suivants :

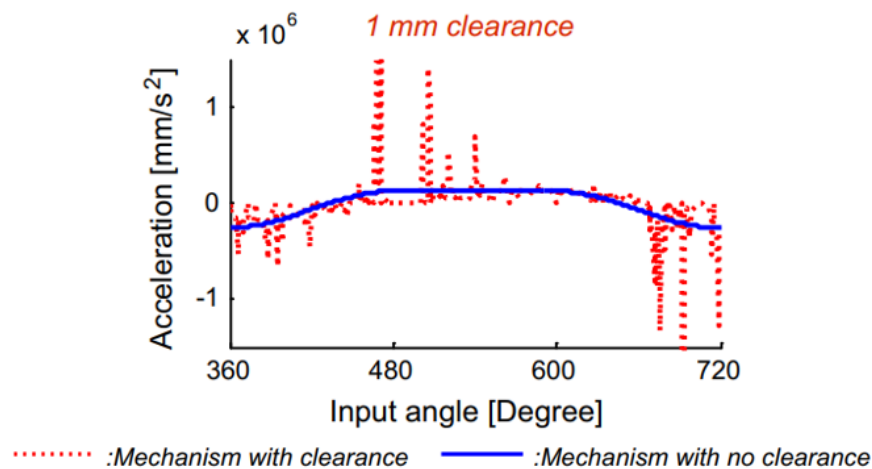
- Evolution des paramètres cinématiques : trajectoire, vitesse et accélération
- Impact des erreurs de fabrication : amplification des écarts, variation des performances dynamiques
- Concordances des tendances globales : similarité et divergence dans les résultats obtenus et le comportement observés.

L'analyse des figures montre que les tendances globales obtenues avec notre approche sont en accord avec celles des travaux de littérature [134,135].

Toutefois, les résultats de la méthode proposée sont comparés avec celles obtenus par la méthode d'utilisation des éléments conformes [134] qu'est présentée dans la figure (5.13). Comme le montre les figures (5.12) et (5.13), la comparaison de l'accélération linéaire du

coulisseau entre les deux travaux montre que la méthode proposée permet de diminuer le nombre de pics à seulement deux pics.

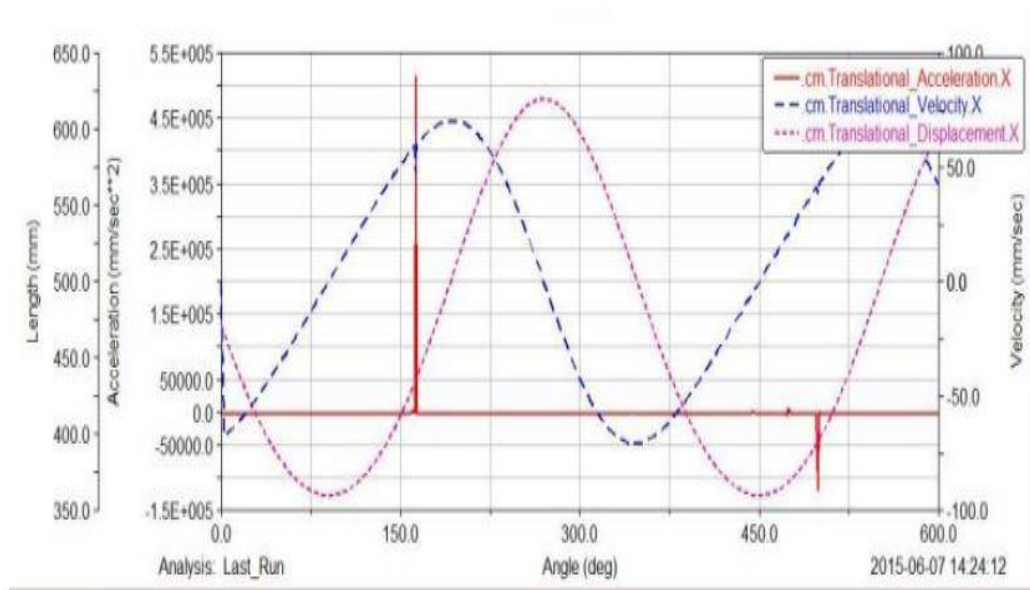
Comme le montre ces figures, le jeu dans les articulations et les erreurs de fabrication entraînent des pics d'accélération. Ces pics peuvent provoquer des forces d'inerties plus élevée dans les éléments en mouvement et déstabilise aussi la cinématique et la dynamique du mécanisme. En utilisant la méthode proposée, on arrive à diminuer la fréquence de présence de ces pics par rapport à la méthode utilisée dans [134], et ça va impliquer une grande stabilité dans la dynamique et la cinématique de mécanisme.



**Figure 5.37.** Accélération de piston d'un mécanisme classique(idéal) et conforme [134].

Pour plus de validation de la méthode proposée ; les résultats obtenus sont aussi comparés avec celles des travaux de H.S.Shelake et al [135]. La figure (5.14) montre que les résultats publiés dans [135] et celle de notre méthode ont pu diminuer le nombre de pics à seulement deux pics (il y a une similitude) ; sachant que notre méthode a pris en compte l'effet combiner des erreurs de fabrication dimensionnelle des éléments et le jeu des articulations ; mais dans les travaux de H.S.Shelake , ils ont étudié juste l'effet de jeu articulaire de dimension égale à 1mm.

Cette comparaison met en évidence la validité de notre approche, qui reproduit fidèlement les tendances observées dans les travaux antérieure tout en apportant une meilleure précision.



**Figure 5.38.** Résultats obtenus basée sur le modèle d'impact utilisé dans ADAMS [135].

## 5.7 Conclusion

Ce chapitre vise à étudier l'effet des erreurs de fabrication de la longueur des éléments et aussi le jeu dans les articulations sur la performance cinématiques et dynamiques d'un mécanisme plan. Le travail a présenté une approche d'analyse paramétrique du mécanisme pour obtenir une fonction objective afin de formuler un problème d'optimisation. La direction optimale du jeu dans les articulations en fonction de la position de l'élément d'entrée a été déterminée à l'aide de l'algorithme PSO pour minimiser les perturbations de l'accélération causée par les erreurs de fabrication de la longueur des éléments.

L'objectif de l'étude est d'obtenir des valeurs optimales pour les jeux articulaires tout en minimisant l'effet de ces erreurs sur l'accélération du mécanisme. Pour établir une relation entre la dynamique et la direction des jeux des articulations du mécanisme, une deuxième fonction objective a été dérivée en utilisant l'équation de Lagrange. Dans cette phase, les résultats obtenus à partir de la première fonction objective ont été utilisés pour déterminer les paramètres optimaux des éléments. En utilisant ces résultats, les effets indésirables des erreurs de dimension des éléments et des jeux articulaires sur les performances cinématiques et dynamiques du mécanisme ont été ensuite minimisés. Comme démontrée dans une application ultérieure, la méthode proposée est adaptée à une large gamme ~~large~~ de mécanismes plans (par exemple, mécanisme bielle-manivelle-coulisseau, mécanisme à quatre barres...etc.) ; une validation ultérieure sera nécessaire pour des mécanismes plus complexes par rapport à la méthode proposée.

## *Chapitre 05 : Optimisation de la performance dynamique d'un mécanisme plan*

Par ce travail, on est arrivé à appliquer, au mécanisme, une méthode qui a donné de meilleurs résultats, du côté cinématique et dynamique, que le mécanisme donné.

## **Conclusion générale et perspectives**

## **6. Conclusion générale et perspectives**

L'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique et dynamique d'un mécanisme plan est un domaine de recherche important dans la mécanique. Les erreurs de fabrication peuvent être de différents types, telles que les erreurs de forme, les erreurs de position, les erreurs de dimensions, les erreurs d'orientation, etc. Ces erreurs ~~de fabrication~~ peuvent affecter la précision et la fiabilité du mécanisme, ce qui peut avoir des conséquences néfastes sur son fonctionnement. Les méthodes de modélisation, d'analyse, de conception tolérancée et de compensation des erreurs de fabrication sont des outils importants pour étudier et minimiser l'impact des erreurs de fabrication sur les performances du mécanisme. Les erreurs des dimensions des éléments et les jeux dans les liaisons cinématiques d'un mécanisme peuvent entraîner un écart significatif entre la sortie réelle et la sortie théorique du mécanisme. En attribuant des tolérances et des jeux extrêmement serrés, on peut synthétiser un mécanisme de liaison dont la sortie réelle sera assez proche de celle idéale (théorique).

Cependant, le coût de fabrication et d'assemblage d'un tel mécanisme avec ces tolérances serrées peut être trop cher. Bien que des tolérances et des jeux plus importants soient moins coûteux à fabriquer et à assembler, ils sont généralement associés à de mauvaises performances. Les concepteurs aimeraient allouer des tolérances et des jeux optimaux aux dimensions et aux liaisons cinématiques de sorte que l'écart se situe dans les limites spécifiées avec la probabilité souhaitée tout en minimisant le coût global.

Dans le cas idéal de la synthèse cinématique et dynamique des mécanismes, la perfection géométrique est généralement supposée et elles sont traitées sans jeu au niveau des articulations. Mais en pratique, le jeu des articulations est nécessaire, car il permet aux ~~leviers~~-éléments de se déplacer les uns par rapport aux autres. En présence de jeux articulaires, les efforts de contact génèrent un effet impulsif et détériorent les performances des ~~leviers~~-éléments.

D'autre part, l'optimisation dans les applications mécaniques réelles implique généralement des problèmes non-linéaires et complexes avec des nombreuses exigences de conception contradictoires.

Le premier objectif du concepteur se concentre non seulement sur la réduction du coût de fabrication de la structure, mais également sur l'amélioration significative de ses performances. La présente thèse tente donc d'apporter de nouveaux outils et méthodes d'optimisation pour résoudre les problèmes de conception mécanique.

Par conséquent, la recherche présentée dans cette thèse contient quatre contributions majeures résumées comme suit :



## *Conclusion générale et perspectives*

1- Une approche mathématique performante a été proposée pour évaluer l'effet des erreurs de fabrication sur la performance cinématique d'un mécanisme plan.

2- Une méthode a été adaptée avec l'équation de Lagrange pour étudier l'effet des erreurs de fabrication sur la performance dynamique d'un mécanisme plan.

3- L'étude de l'effet des jeux d'articulation et des erreurs de fabrication des leviers éléments en même temps (les travaux précédents ont évalué cette question de manière séparé).

4- Grâce à la méthode suggérée, un problème d'optimisation est formulé afin d'étudier le mécanisme plan bielle-manivelle et coulisseau.

Les futurs développements viseront également à surmonter certaines limites actuelles de cette méthode : les autres limites liées à la dilatation thermique, à la flexion, à la lubrification des couples cinématiques et autres ... qui n'ont pas été traitées par ce travail.

Finalement, cette étude a montré que les paramètres optimaux du mécanisme produisaient de meilleures performances cinématiques et dynamiques que le mécanisme d'origine.

**Bibliographie**

- [1] Farmer L. E., Estimating position tolerance process capabilities. Proceeding of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 63-72. 22-24 March 1999
- [2] Placid M. Ferreira, C.R.L., Purdue University, West Lafayette, An Analytical Quadratic Model for the Geometric Error of a Machine Tool. Journal of Manufacturing Systems, 1991. Vol. 5(No. 1) : p. 51-64.
- [3] Slocum, A.H., Precision Machine-Design - Macromachine Design Philosophy and Its Applicability to the Design of Micromachines. Ieee Micro Electro Mechanical Systems : An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots, 1992 : p. 37-42
- [4] Donmez, M.A., et al., A General Methodology for Machine-Tool Accuracy Enhancement by Error Compensation. Precision Engineering-Journal of the American Society for Precision Engineering, 1986. 8(4) : p. 187-196.
- [5] Y. Lin, Y.S., Modeling of Five-Axis Machine Tool Metrology Models Using the Matrix Summation Approach. The Internatipnal Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2003. Vol. 21 : p. 243-248.
- [6] Ferreira P.M., K.V., Mapping the effects of positioning errors on the volumetric accuracy of five-axis CNC machine tools. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1993. 33(3): p. 417-437.
- [7] J. A. Soons, F.C.T., and P. H. Schellekens, Modeling the errors of multi-axis machines : a general methodology. Precision Engineering, 1992. Vol. 14(No. 1) : p. 5- 19.
- [8] Suh S.H., L.E.S., Jung S.Y., Error modeling and measurement for the rotary table of five-axis machine tools. Journal of advanced manufacturing Technology, 1998. 14 : p. 656-63.
- [9] Requicha A. A. G., Toward a theory of Geometric Tolerancing. The International Journal of Robotics Research, 2(4) :45-60, 1983.
- [10] Jayaraman R. et Srinivasan V., Geometric tolerancing : I. Virtual boundary requirement. IBM Journal of Research an Development, 33(2) :90-104, 1989.
- [11] Srinivasan V. et Jayaraman R., Geometric tolerancing : II. Conditional tolerance. IBM Journal of Research an Development, 33(2) :105-124, 1989.

## *Bibliographie*

- [12] Jean-Philippe, Petit., ' Spécification Géométrique Des Produits: Méthode d'analyse de tolérances. Application en conception assistée par ordinateur, Thèse doctorat Décembre, Université de Savoie, 2004.
- [13] Laurent Pino. Modélisation et analyse cinématique des tolérances géométriques pour l'assemblage de systèmes mécaniques. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Nantes, 2000. Français.
- [14] NF E 04-552, Dessins techniques - Tolérancement Géométrique. Généralités, définitions, symboles, indications sur les dessins. AFNOR, Novembre 1993.
- [15] Foster L. W., GEO-METRICS III, The Metric Application of Geometric Dimensioning and Tolerancing Techniques. Addison-Wesley Publishing Company, INC. 1994.
- [16] Meadows J. D., Geometric dimensioning and tolerancing. Applications and techniques for use in design, manufacturing and inspection. Marcel Dekker INC., 1995.
- [17] L. Andolfatto, S.L., J.R.R.Mayer, Evaluation of servo, geometric and dynamic error sources on five-axis high-speed machinetool. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2011. Vol. 51 : p. 787-796.
- [18] Slocum, A.H., Precision Machine-Design - Macromachine Design Philosophy and Its Applicability to the Design of Micromachines. Ieee Micro Electro Mechanical Systems : An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots, 1992 : p. 37-42.
- [19] Schwenke, H., et al., Geometric error measurement and compensation of machines-An update. Cirp Annals-Manufacturing Technology, 2008. 57(2) : p. 660-675.
- [20] Ioannis Doltsinis., Robust design of structur using optimization methods. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 193 (2004) 2221–2237. Doi : 10.1016/j.cma.2003.12.055
- [21] Donmez, M.A., et al., A General Methodology for Machine-Tool Accuracy Enhancement by Error Compensation. Precision Engineering-Journal of the American Society for Precision Engineering, 1986. 8(4) : p. 187-196.
- [22] Laspas, T., Modeling and measurement of geometric error of machine tools, in School of Industrial Engineering and Management, Department of Production Engineering. 2014, KTH Royal Institute of Technology: Stockholm.
- [23] Weck, M., Handbook of Machine Tools. ISBN 0-471-26225-0. Vol. Vol. 4. 1984.

- [24] JB, B., International Status of Thermal Error Research. Annals of the CIRP, (1968). Vol. 16(No. 1) : p. 203-216.
- [25] Larsson, A., Capability in Machining Systems, in Department of Production Engineering. 2002, Royal Institute of Technology: Stockholm.
- [26] Schellekens P, R.N., Vermeulen H, Vermeulen M, Wetzels S, Pril W, Design for Precision, Current Status and Trends. Annals of the CIRP, 1993. Vol. 42(No. 2) : p. 557-586.
- [27] Jean-Paul Vincent. Modèles et outils d'analyse des variabilités en phase de conception des produits à denture. Génie mécanique [physics.class-ph]. Arts et Métiers ParisTech, 2010. Français. ffNNT : 2010-ENAM-0011ff.
- [28] Robinson D. M., Geometric tolerancing for assembly. Thesis of Cornell University. May 1998.
- [29] Schultheiss R. et Hinze U., Detect the unexpected-how to find and avoid unexpected tolerance problems in mechanisms. Proceedings of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 241-250, 1999
- [30] L. JOSKOWICZ, E. SACKS, V. SRINIVASAN, « Kinematic tolerance analysis », Computer-Aided Design, Volume 29, Issue 2, Pages 147-157, 1997.
- [31] Y. OSTROVSKY-BERMAN, L. JOSKOWICZ, « Tolerance envelopes of planar mechanical parts with parametric tolerances », Computer-Aided Design, Volume 37, Issue 5, Pages 531-544, 2005.
- [32] M. PILLET, P.A. ADRAGNA, « Monographie sur le tolérancement inertiel », rédigée dans le cadre du projet INTERREG III, Tolérancement des systèmes assemblés. 2005.
- [33] S. D. NIGAM, J.U. TURNER, « Review of statistical approaches to tolerance analysis », Computer-Aided Design, Volume 17, Issue1, pages 6-15, Janvier 1995.
- [34] Zhang G. et Porchet M., Automatic calculation of dimensions and tolerances in manufacturing. Proceeding of the International Symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing. IMACS/ SICE.1131-1136, 1992.
- [35] Zhang G. et Porchet M., Tolerance design in CIM : the state of the art. Proceeding of the International Symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing. IMACS, SICE.1137-1142, 1992.

## *Bibliographie*

- [36] Zhang G. et Porchet M., Geometric tolerancing in CAD/CAM : a Review. *Advances in Manufacturing Systems*, 359-364, 1994.
- [37] Zhang G., Simultaneous tolerancing for design and manufacturing. *International Journal of Production Research*, 34(12) :3361-3382, 1996.
- [38] Nassef A. O. et ElMaraghy H. A., Allocation of Geometric Tolerances: New Criterion and Methodology. *Annals of the CIRP*, 46(1) :106-106, 1997.
- [39] Gao J., Chase K. W. et Magleby S. P., Generalized 3D tolerances analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments. *TI/TOL 3D+ white paper via Texa Instruments*, 1995.
- [40] Bennis F., Chedmail P. et H  lary O., “Mechanical Design in Imprecise Environment Using Neural Networks”, soumis au 5th World conference on Integrated Design & Process Technology, Dallas, USA June 4-8th, 2000.
- [41] Antonsson E. K. et Otto K.N., Imprecision in engineering Design. *ASME journal of Mechanical Design*, 117(B), 25-32. 1995
- [42] Bryan R. Fischer. 176. *MECHANICAL TOLERANCE STACKUP AND ANALYSIS*. Second edition 2011.
- [43] Zakhovaiko O. P. *Theory of mechanisms and machines : Classification and analysis of mechanisms*. Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2020 . – Part 1.
- [44] Bassam Kataya. *Modélisation des tolérances géométriques des mécanismes pour leur intégration en conception assist  e par ordinateur*. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Savoie, 2002.
- [45] (ref10).
- [46] M.Z. Kolovsky, A.N. Evgrafov, Yu. A. Semenov, A. V. Slousch. *Advanced Theory of Mechanisms and Machines*. DOI 10.1007/978-3-540-46516-4
- [47]) Jacques P. Bersier. *Dynamique des systèmes mécaniques*. September 2006.
- [48] Frolov KV, ed. (1987) *Theory of mechanisms and machines*. Vishaja shkola, Moscow
- [49] Smirnov GA, ed. (1996) *Mechanics of machines*. Vishaja shkola, Moscow

## *Bibliographie*

- [50] Artobolevski I., “Les mécanismes dans la technique moderne”, Tome 1, Mécanismes à leviers, Editions MIR, Moscou, 1975
- [51] Artobolevski I., “Les mécanismes dans la technique moderne”, Tome 2, Première partie, Mécanismes à leviers, Editions MIR, Moscou, 1975
- [52] Artobolevski I., “Les mécanismes dans la technique moderne”, Tome 3, Mécanismes à engrenages, Editions MIR, Moscou, 1975
- [53] Vul'fson II (1990) Vibrations of machines with mechanisms with a cycle performance (in Russian). Mashinostroenie, Leningrad
- [53] Foundations of Ultra-Precision Mechanism Design (Developments in Nanotechnology, Vol 2) (Stuart T. Smith) (z-lib.org) année ???
- [54] Hana SIALA CHAARI. Tolérancement fonctionnel généralisé et intégration dans une approche d'ingénierie système. Thèse de doctorat de l'Université de Sfax et de l'université Paris-Saclay.2020.
- [55] McManus, H., Hastings, D., 2005, A Framework for Understanding Uncertainty And Its Mitigation, Exploitation in Complex Systems. INCOSE International Symposium15(1):484 503.
- [56] Mezghani, A., 2011, Optimisation du calcul des dispersions angulaires Tridimensionnelles, Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, France.
- [57] D Y Ershov et al, 2017 IOP Conf. Ser : Earth Environ. Sci. 87 082015
- [58] E. Pezzuti et al., 2005, Computer-aided simulation and testing of spatial linkages with joint mechanical errors. Int. J. Numer. Meth. Engng 2006 ; 65 :1735–1748. DOI : 10.1002/nme.1507
- [59] A Sardashti et al 2013, optimal free-defect synthesis of four-bar linkage with joint clearance using PSO algorithm. Meccanica 2013.48 : 1681-1693.
- [60] A. Jaiswal, H. P. Jawale, 2022, Influence of tolerances on error estimation in P3R and 4R planar mechanisms. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering (2022) 44 :62. <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03346-1>
- [61] Z. Shi, 1997, Synthesis of mechanical error in spatial linkages based on reliability concept. Mech. Mach. Theory Vol. 32, No. 2, pp. 255-259.

- [62] A. Armillotta, 2019, Tolerance analysis of gear trains by static analogy. *Mechanism and Machine Theory* 135 (2019) 65–80. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.01.029>
- [63] A. Mohamed. A novel differential evolution algorithm for solving constrained engineering optimization problems. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 29(3) :659– 692, 2018.
- [64] Dreo, A. Petrowski, P. Siarry, and E. Taillard. *Metaheuristiques pour l’optimisation difficile*. Algorithmes. EYROLLES, 2003. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00843020>.
- [65] M. Cavazzuti. *Optimization methods: from theory to design scientific and technological aspects in mechanics*. Springer Science & Business Media, 2012. ISBN 978-3-642-31187-1.
- [66] R. Saravanan. *Manufacturing Optimization through Intelligent Techniques*. Manufacturing Engineering and Materials Processing. Taylor & Francis, 2006. ISBN 9780824726799. URL <https://books.google.dz/books?id=zRacGodUL2kC>.
- [67] R. Hooke and T. A. Jeeves. Direct search solution of numerical and statistical problems. *Journal of the ACM (JACM)*, 8(2) :212–229, 1961.
- [68] J. A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4) :308–313, 1965.
- [69] A. Ravindran, G. V. Reklaitis, and K. M. Ragsdell. *Engineering optimization: methods and applications*. John Wiley & Sons, 2006.
- [70] A. Qing. *Differential évolution : fundamentals and applications in electrical engineering*. John Wiley & Sons, 2012
- [71] S. Mirjalili and A. Lewis. The whale optimization algorithm. *Advances in engineering software*, 95 :51–67, 2016.
- [72] G. Dhiman and V. Kumar. Spotted hyena optimizer: a novel bio-inspired based metaheuristic technique for engineering applications. *Advances in Engineering Software*, 114 :48–70, 2017.
- [73] J. Gentle. *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*. Statistics and Computing. 2006. ISBN 9780387216102.
- [74] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598) :671–680, 1983

- [75] E. Rashedi, H. Nezamabadi-Pour, and S. Saryazdi. Gsa : a gravitational search algorithm. *Information sciences*, 179(13) :2232–2248, 2009.
- [76] A. Kaveh and V. R. Mahdavi. Colliding bodies optimization: a novel meta-heuristic method. *Computers & Structures*, 139 :18–27, 2014.
- [77] A. Hatamlou. Black hole: A new heuristic optimization approach for data clustering. *Information sciences*, 222 :175–184, 20
- [78] T. Back. *Evolutionary algorithms in theory and practice : evolution strategies, evolutionary programming, genetic algorithms*. Oxford university press, 1996.
- [79] I. Boussaid. *Perfectionnement de metaheuristiques pour l’optimisation continue*. PhD thesis, Paris Est, 2013.
- [80] I. Boussaïd, J. Lepagnot, and P. Siarry. A survey on optimization metaheuristics. *Information sciences*, 237 :82–117, 2013.
- [81] E. Mezura-Montes and C. A. C. Coello. Constraint-handling in nature-inspired numerical optimization: past, present and future. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(4) :173–194, 2011.
- [82] E. Mezura-Montes, J. Velazquez-Reyes, and C. A. Coello Coello. A comparative ´ study of differential evolution variants for global optimization. In *Proceedings of the 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pages 485– 492, 2006.
- [83] E. Mezura-Montes, C. Coello Coello, J. Velazquez-Reyes, and L. Mu ´ noz-D ´ avila. Multiple trial vectors in differential evolution for engineering design. *Engineering Optimization*, 39(5) :567–589, 2007.
- [84] R. Courant. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations-bull. amer. math. soc., v. 49. *Bulletin of the American mathematical Society*, 49(1) :1–23, 1943.
- [85] C. A. C. Coello. Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 191(11-12):1245–1287, 2002.
- [86] K. Deb. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 186(2-4) :311–338, 2000.



- [87] C. A. C. Coello and E. M. Montes. Constraint-handling in genetic algorithms through the use of dominance-based tournament selection. *Advanced Engineering Informatics*, 16(3) :193–203, 2002.
- [88] Y. Wang, B.-C. Wang, H.-X. Li, and G. G. Yen. Incorporating objective function information into the feasibility rule for constrained evolutionary optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 46(12) :2938–2952, 2015a.
- [89] K. Deb. *Optimization for engineering design : Algorithms and examples*. PHI Learning Pvt. Ltd., 2012.
- [90] K. T. Lwin. *Evolutionary approaches for portfolio optimization*. PhD thesis, University of Nottingham, 2015.
- [91] U. Diwekar. *Introduction to applied optimization*, volume 22. Springer Science & Business Media, 2008.
- [92] M. Caramia and P. Dell’Olmo. *Multi-objective management in freight logistics: Increasing capacity, service level and safety with optimization algorithms*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [93] V. Chankong and Y. Y. Haimes. *Multiobjective decision making: theory and methodology*. Courier Dover Publications, 2008.
- [94] E. pairel, M. Giordano. *le tolérancement dimensionnel norme; ISO 8015:1985, formation au tolérancement ISO: demi-journée de synthèse*, université de Savoie, 2000.
- [95] ANSY, Y14.5M-1994. *Dimensional and Tolerancing*, ASME, New York, 1994.
- [96] A A Fogarasy and M R Smith, The case for a general method of kinematic analysis of plane mechanisms based on equations of constraint, *Proc Instn Mech Engrs Vol 209*.
- [97] Marler, Jaren D., 1988, *Nonlinear Tolerance Analysis Using the Direct Linearization*, Master Thesis, Brigham Young University.
- [98] A A Fogarasy and M R Smith, The influence of manufacturing tolerances on the kinematic performance of mechanisms, *Proc Instn Mech Engrs Vol 212 Part C*, 17 June 1997.
- [99] Paulo Flores, A Methodology for Quantifying the Kinematic Position Errors due to Manufacturing and Assembly Tolerances, *Journal of Mechanical Engineering* 576, pp457-467, 2011.

- [100] JR,Ming ho. Higher order kinematic error sensitivity analysis and optimum dimensional tolerancing of dyad and non-dyad mechanisms, these doctorat, université de Manitoba,Canada 1997.
- [101] A. A. Fogarasy, M. R. Smith (1998) The influence of manufacturing tolerances on the kinematic performance of mechanisms. *Proc Instn Mech Engrs* 212:35-47.
- [102] P.Flores(2011) A Methodology for Quantifying the Kinematic Position Errors due to Manufacturing and Assembly Tolerances.*Journal of Mechanical Engineering* 57:457-467. <https://DOI:10:5545/sv-jme.2009.159>
- [103] U.Kumaraswamy et al (2013), A unified framework for tolerance analysis of planar and spatial mechanisms using screw theory.. *Mech.Mach.Theory* 69:168-184.
- [104] S.M. Megahed, A.F. Haroun (2012) Analysis of the dynamic behavioral performance of mechanical systems with multiclearance joints. *J.Comput.Nonlinear Dyn.*7(1) (2012) 01 1002.
- [105] O. Muvengei, J. Kihuu, B. Ikua (2013) Dynamic analysis of planar rigid-body mechanical system with two-clearance revolute joints. *Nonlinear.Dyn* 73(1-2):259-273.
- [106] E.I. Zheng, X.I. Zhou (2014) Modeling and simulation of flexible slider-crank mechanism with clearance for a closed high speed press system. *Mech.Mach.Theory* 74:10-30.
- [107] Yuanyuan.Li et al (2016) Dynamic analysis and optimization design of a planar slider-crank mechanism with flexible components and two clearance joints. *Mech.Mach.Theory* 99:37-57.
- [108] I. Khemili,L.Romdhan (2008) Dynamic analysis of flexible slider-crank mechanism with clearance. *Eur.J.Mech* 27(5) 882-898.
- [109] S.Urkaya, I.Uzmay (2009) Optimization of transmission angle for slider-crank mechanism with joint clearances. *Struct.Multidiscip.Optim.* 37(5):493-508.
- [110] A.Sardashti, H.M.Daniali, S.M.Varedi (2013) Optimal free-defect synthesis of four-bar linkage with joint clearance using PSO algorithm. *Meccanica* 48:1681-1693. <https://DOI.10.1007/s11012-013-9699-6>,
- [111] Kwun-Lon.Ting et al (2017) Clearance-induced output position uncertainty of planar linkages with revolute and prismatic joints. *Mech.Mach.Theory* 111:66-75. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.09.012>

- [112] S.Urkaya, I.Uzmay (2008) Determining link parameters using genetic algorithm in mechanisms with joint clearance. *Mech.Mach.Theory* 44:222-234. <https://doi:10.1016/j.mechmachtheory.2008.02.002>
- [113] H.M. Daniali et al (2015) A novel algorithm for kinematic and dynamic optimal synthesis of planar four-bar mechanisms with joint clearance. *Journal of Mechanical Science and Technology* 29(5):2059-2065.
- [114] B.Feng, N.Morita, T.Torii (2002) A new optimization method for dynamic design of planar mechanism with clearances at joints. *ASME* 124:68-73.
- [115] Y.Zhang, X.Huang (2010) Robust tolerance design for function generation mechanism with joint clearances. *Mech. Mach. Theory* 45:1286-1297.
- [116] S.Dubowsky, F.Freudenstein (1971) Dynamic analysis of mechanical systems with clearances, part 1:formulation of dynamic model, *J. Eng.Ind.*93(1):305-309.
- [117] S.Dubowsky, F.Freudenstein (1971) Dynamic analysis of mechanical systems with clearances, part 2: dynamic response, *J. Eng.Ind.*93(1):310-316
- [118] K.L.Ting,J.Zhu, D.Watkins (2000) The effects of joint clearance on position and orientation deviation of mechanisms and manipulators. *Mech.Mach.Theory* 35:391-401.
- [119] M.Z. Kolovsky et al, *Advanced Theory of Mechanisms and Machines*, State Technical University St.Petersburg Kondratievsky 56-24 195197 St.Petersburg Russia, 2000.
- [120] Armillota.A (2019) Tolerance Analysis of Gear Trains by Static Analogy. *Mech.Mach.Theory* 135:391-401.
- [121] Armillota.A (2020) Concurrent Optimization of Dimensions and Tolerances on Structures and Mechanisms. *Adv.Manuf.Technol.* 111, no 11:3141-3157.
- [122] Jawal HP, Jaiswal A (2018) Investigation of mechanical error in four-bar mechanism under the effects of link tolerance. *J Braz Soc Mech Sci Eng* 44:62. <https://doi.org/10.1007/s40430-018-1299-x>
- [123] Jaiswal A, Jawal HP (2022) Influence of tolerances on error estimation in 3PR and 4R planar mechanism. *J Braz Soc Mech Sci Eng* 40:383. <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03346-1>

- [124] Belkadi.N et al (2022) Optimization Study of the Effect of Manufacturing Tolerances on the Kinematic and Dynamic Performances of a Planar Mechanism. SAE. Int. J. Mater. Manuf. volume 16, issue1, 2023. <https://doi.10.4271/05-16-02-00011>
- [125] Hosna.A et al (2023) A New Hybrid Particle Swarm Optimization and Jaya Algorithm for Optimal Weight Design of a Gear Train. SAE. Int. J. Mater. Manuf. volume 16, issue2, 2023. <https://doi.10.4271/05-16-01-0005>
- [126] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization. In: Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks, vol. 4 IEEE; 1995. p. 1942–1948.
- [127] Luo, Y., Liao, D., 2009. The Elite Multi-Parent Crossover Evolutionary Optimization Algorithm to Optimum Design of Automobile Gearbox, International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence, Shanghai, 2009, pp. 545-549.
- [128] Chang, L., Xu, L., Ge, R., 2010. Optimization design of ZL50 loader gearbox based on genetic algorithm, International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering, *Changchun, 2010*, pp. 451-454.
- [129] VenkataRao, R., Waghmare G.G. (2016). A new optimization algorithm for solving complex constrained design optimization problems, Engineering Optimization. DOI: 10.1080/0305215X.2016.1164855
- [130] Azuma, I., Keiichiro, Y.january 2004, A Basic Study of Adaptive Particle Swarm Optimization, IEEJ Transactions on Electronics Information and Systems 124(2):550-557 DOI:10.1541/ieejeiss.124.550
- [131] Tahekhani, M., Safabakhsh, R., 2015. A novel stability-based adaptive inertia weight particle swarm optimization, Applied soft computing.
- [132] Storn, R, Price, K., 1997. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, Journal of Global Optimization. 11 (4): pp.341–359.
- [133] HAMMOUDI, A. (2019). Optimal Search of Profile Shift Coefficients of Involute cylindrical gears [Thèse de doctorat, Université Ferhat Abbas-Setif1].
- [134] S.Erkaya et al. (2015). A comparative analysis of joint clearance effects on articulated and partly compliant mechanisms, Nonlinear Dyn. DOI 10.1007/s11071-015-1994-4

## *Bibliographie*

- [135] H.S. Shelake et al. (2015). Kinematic analysis of slider crank mechanism with joint clearance, IERJ (special issue2) : page 824-828,2015, ISSN 2395-1621.
- [136] Deb.K. (2012). Optimization for engineering design : Algorithms and examples : PHI Learning Pvt.Ltd.

## Abstract

In real-life mechanisms, the design parameters differ from their theoretical values. This difference is due to the manufacturing errors of link dimensions and revolute joints of mechanism. In this thesis, the effect of link dimensions manufacturing errors and joints clearance on the kinematic and dynamic performances of a planar mechanism is studied. Furthermore, an analytical method based on the partial derivatives is used to determine the mathematical equation representing the kinematical errors of the mechanism. This error depends on the manufacturing errors of link dimension and revolute joints clearance of the mechanism. The Lagrangian equation is adopted to define the mathematical expression of manufacturing error on the dynamic performance of a planar mechanism. In this work, two objectives are considered regarding the acceleration error and dynamic performance. In the optimization process, particle swarm optimization algorithm (PSO) is used to determine the optimal design parameters, to achieve better kinematic and dynamic of planar mechanism in presence of manufacturing errors. Moreover, this methodology was found to be helpful to achieve the better performance for an optimal mechanism.

**Keywords :** manufacturing errors, mechanism, dynamic, kinematic, optimization,

## ملخص

في الآليات الحقيقية، تختلف أبعاد التصميم عن القيمة النظرية. ويعود هذا الاختلاف أو الخطأ إلى تفاوتات التصنيع في أبعاد الرافعات والروابط الحركية للآليات. في هذه الأطروحة، تمت دراسة تأثير أخطاء التصنيع في أبعاد الذراع و الفرق في بعد المفصل (الروابط الحركية) على الأداء الحركي والديناميكي لآلية مستوية. في هذا العمل، تم تطوير طريقة تحليلية تعتمد على المشتقات الجزئية لتحديد المعادلة الرياضية التي تمثل الأخطاء الحركية لآلية ما. ومع ذلك، يعتمد هذا الخطأ على تفاوتات التصنيع لأبعاد الذراع و الفرق في بعد المفاصل الحركية للآليات. تم اعتماد معادلة لاغرانج لتحديد التعبير الرياضي لحركة الآلية. يعتبر الخطأ الحركي للتسارع والأداء الديناميكي لآلية مستوية هدفين يجب تحسينهما في هذا العمل. في عملية التحسين، يتم استخدام الخوارزميات الرياضية لتحديد اتجاه اللعب في المفاصل وتحسين توزيع كتلة الأذرع، من أجل الحصول على أداء حركي وديناميكي أفضل لآلية مستوية.

**الكلمات المفتاحية:** أخطاء التصنيع، الآلية، التحسين، الديناميكيات، الحركية