

L'APPLICATION DE LA PROGRAMMATION LINEAIRE A LA MINIMISATION DE CHUTE RELATIVE AU PROCESSUS PRODUCTIFS : ETUDE DE CAS A ALGAL

MR. Abdennour HEBAL

Université Abbas Leghrour Khenchela

Résumé

La Programmation Linéaire est une technique qui occupe une place importante au sein de l'approche quantitative ; compte tenu du grand succès qu'elle a réalisé en matière d'aide à la prise de décision et l'affectation des ressources rares.

Dans cet article on tentera à proposer une méthodologie pour le traitement d'un problème couramment rencontré dans les processus de production ; c'est celui connu sous le nom « problème de découpe » où l'objectif sera la minimisation de la chute relative au processus productif lors de la découpe de certain input comme les tôles et les barres métalliques,...

المستخلص

تكتسي البرمجة الخطية أهمية خاصة ضمن المدخل الكمي؛ بحكم النجاح الكبير الذي حققته فيما يخص المساعدة على اتخاذ القرار و تخصيص الموارد النادرة.. في هذا البحث سنحاول تقديم منهجية معالجة تتعلق بمشكلة كثيرا ما تطرح لدى القيام بالعمليات الإنتاجية؛ يطلق عليها "مسائل التقطيع"؛ و التي ترتبط بتدنية الفاقد (المادة الضائعة) الناتج عن تقطيع مختلف مدخلات العملية الإنتاجية كالصفائح و القضبان المعدنية.

لقد تمت الدراسة في الشركة الجزائرية للألمنيوم (ALGAL) بالمسيلة حيث تم اختيار عينة من المنتجات التي يتم صنعها في إطار الطلبات التي تتلقاها المؤسسة؛ و اتضح من خلال النموذج الذي تم بناؤه إمكانية تخفيض الطول الإجمالي للقطع الضائعة الناجمة عن التقطيع (الفاقد) و هو ما يشكل و فرا للمؤسسة.

INTRODUCTION

Dès sa naissance –que certains l'estiment remontera la deuxième guère mondiale- la programmation linéaire ne cesse de se développer, d'aborder de nouveaux domaines d'application pour en trouver les solutions des problèmes rencontrés... et par conséquent d'occuper une place de plus en plus importante en matière de l'affectation des ressources rares et la rationalisation de la prise de décision.

Cette technique « a atteint une maturité confirmée d'une part par l'existence d'algorithmes capables de résoudre aisément des problèmes de taille considérable et d'autre part ; par une riche variété d'applications »¹, elle occupe aujourd'hui une place importante dans la pratique des différentes entreprises ; « déjà en novembre 1978, une enquête sur 184 grandes entreprises américaines interrogées révèle que 133 soit plus de 72% utilisent la programmation linéaire dans les décisions relatives à la gestion de la production et à la gestion financière »²

La programmation linéaire est une technique quantitative qui consiste à optimiser (maximiser ou minimiser) la valeur d'un objectif exprimé en une fonction linéaire dite 'la fonction objectif' soumise à un ensemble de conditions dites 'contraintes' qui prennent la forme d'équations ou d'inéquations linéaires.

Dans notre étude de cas qui se déroulait pendant le mois de (Mai 2011) au sein de la société algérienne d'aluminium- unité de M'sila ; on tentera à proposer une méthodologie pour le traitement d'un problème de découpe où l'objectif sera la minimisation de la chute relative au processus productif.

PRESENTATION DE L'OUTIL APPLIQUE : LA PROGRAMMATION LINEAIRE

Dans le cadre de l'application de la programmation linéaire ; La modélisation du problème donnera ce qu'on appelle 'programme linéaire' ; qui se compose en général de:

a- fonction objectif : (elle s'appelle aussi 'fonction économique') qui exprime algébriquement l'objectif qu'on veut atteindre; C'est la fonction pour laquelle on cherche la valeur optimale (maximale ou minimale) ; « cette fonction économique sera évaluée, suivant le cas, en francs, en temps, en énergie, en distance, etc.... »³.

b- Les contraintes : ce sont les limitations qu'imposent les ressources rares et les différentes conditions qui doivent être respectées par la solution qui sera proposée.

c- Les contraintes de non négativité : ce sont des contraintes qui indiquent que les variables de décision doivent être nulles ou positives ; compte tenu de l'impossibilité d'attribuer des valeurs négatives aux quantités à produire par exemple.

Le concept de la linéarité représente l'hypothèse majeure de cette technique ; Cela veut dire : « les productions et les consommations des activités sont additives ; cette hypothèse revient à négliger les économies et

les pertes qui peuvent résulter de l'utilisation simultanée de plusieurs activités »⁴.

Ce sont donc « les deux hypothèses traditionnelles de l'analyse linéaire : la Multiplication par un scalaire et l'additivité »⁵

Concernant la résolution des programmes linéaires ; on cite la méthode dite 'Simplex' dont le principe général consiste à se déplacer à travers plusieurs itérations « de façon à améliorer chaque fois la fonction économique »⁶ ; et comme notre démarche tends plus vers l'aspect pratique que vers l'explication de la résolution d'un programme linéaire ; on n'examinera pas les détails de cet algorithme.

l'utilité de la programmation linéaire s'étend pour aborder une variété de plus en plus importante de problèmes ; par le biais des extensions qu'elle a connues ; et la nature des variables de décision qu'elle peut comporter et notamment : la programmation linéaire en nombres entiers (PLNE) et celle en variables binaires.

Dans la réalité ; toutes ou « certaines variables de décision dans le programme ne peuvent prendre que des valeurs entières »⁷ ; peut-on à titre d'exemple attribuer la valeur (2,5) à une variable qui désigne le nombre de chaises à produire ?!

En outre ; « les variables binaires peuvent se voir comme des variables entières soumises à la contrainte d'appartenir à l'intervalle [0,1] »⁸ ; et ainsi la contrainte :

$$\text{Peut s'écrire : } \left\{ \begin{array}{l} X_j \in \{0,1\} \\ X_j \leq 1 \\ X_j \geq 0 \\ X_j: \text{Entier} \end{array} \right.$$

Les décisions relatives aux variables binaires « sont variées :exécuter ou non une commande ou une tâche ,dédier ou non une ressource à la satisfaction d'une demande, partir ou non d'une localisation 'A' pour se rendre dans une localisation'B'... »⁹.

L'introduction des modèles linéaires en nombres entiers et ceux en variables binaires a permis de traiter des problèmes plus compliqués que les problèmes classiques traités par la programmation linéaire.

L'application de cette technique aborde plusieurs domaines dont les principaux sont :

➤ Les problèmes de mélange :

ce sont les problèmes « dans lesquels on cherche à mélanger ou à extraire des ingrédients à partir de matières premières de façon à respecter des

normes de qualité (teneurs en ingrédients) et minimiser le coût total de production »¹⁰ ; les plus connus exemples en sont : la production d'aliments respectant certaines conditions nutritionnelles, la fabrication d'alliages en métallurgie et le raffinage de produits pétroliers.

➤ La gestion de la production :

On peut citer ici un exemple prenant une importance avérée dans la pratique ; c'est le Problème de choix des 'filières de production' : qui se pose quand une entreprise peut faire appel aux heures supplémentaires dans tous ou certains de ces ateliers ; ce qui entraîne un accroissement de coût , ou quand elle peut sous-traiter toutes ou quelques opérations de la production ; ce qui fera apparaître –pour un produit donné- deux paramètres (coûts ou profits..) ; l'un relatif au produit interne ; et l'autre relatif au même produit s'il est produit par un autrui dans le cadre de la « sous-traitance » ; ce qui revient à distinguer pour un même produit quatre filières de production correspondant à quatre coûts (coût de la production interne au temps normal, au temps supplémentaire, coût de la production externe au temps normal, au temps supplémentaire).

C'est un type de problème connu dans la littérature anglosaxonne de la recherche opérationnelle sous le nom de 'process selection problem' ; et se caractérise normalement par :¹¹

- *Un niveau de production imposé pour différents produits ;*
- *Plusieurs filières de production possibles pour au moins un produit ; les filières de production d'un produit différent par les procédés techniques utilisés ou par les ressources consommées (machines de performances techniques ou économiques différentes, appel à des heures supplémentaires, autres qualifications de personnel, sous-traitance, etc.) mais dans tous les cas, le résultat physique final est le même ;*
- *Les coûts unitaires et facteurs utilisés dépendent de la filière retenue ;*
- *Le problème posé est celui de la détermination, pour chaque produit, de la quantité fabriquée par chaque filière, qui minimise le coût de production ; si le prix de vente est constant, ce critère est équivalent à celui de la maximisation de la marge sur coût variable ;*
- *Cette définition du programme optimal doit tenir compte des dotations disponibles des différents facteurs productifs utilisés dans les filières retenues.*

➤ Les problèmes d'affectation : ce sont des problèmes qui ont trait à « une catégorie spéciale de programmes linéaires dans laquelle la fonction économique consiste à affecter un nombre de sources (ou origines) au même nombre de destinations à un coût minimum »¹².

- **Présentation du lieu faisant objet de l'étude**

1- Présentation de l'entreprise

Notre étude a été menée au sein de l'entreprise algérienne de l'aluminium- unité de M'sila; située à la zone industrielle de la wilaya. La société Algérienne de l'Aluminium, par abréviation **ALGAL** est une filiale de l'Entreprise de métallurgie et de transformation des métaux non ferreux **METANOF**.

ALGAL a été créé le 24 mai 1998 avec date d'effet à partir du 01 janvier 1998.

Constituée en société par actions détenues à 100 % par **METANOF** dans le cadre de la restructuration de l'Entreprise mère, la société **ALGAL** est chargée conformément à ses statuts:

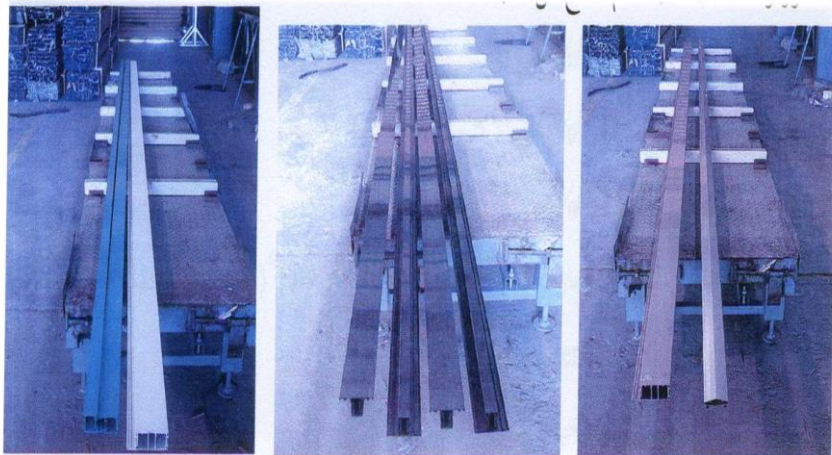
- Transformation d'aluminium (menuiserie, ouvrage, mur rideau,...)
- Commercialisation des profilés, des accessoires et des ouvrages (porte et fenêtre) en aluminium¹³.

L'entreprise a pour activité deux axes principaux :

*la production de toutes les formes des « profilés d'aluminium » ; les plus connus en sont :

- profilés aluminium nus ;
- profilés aluminium anodisés ;
- profilés colorés.
- Comme l'illustre les images suivantes :

Figure N(01) : quelques types des profilés produits par ALGAL



Source : service commercial- ALGAL M'sila

la menuiserie d'aluminium: le deuxième axe d'activité de l'entreprise est l'élaboration des ouvrages d'aluminium (portes, fenêtres, Cloisons amovibles...), les images suivantes en donnent des exemples :

figure N(02) : quelques ouvrages d'aluminium élaborés par ALGAL



Source : service commercial- ALGAL M'sila

2- Présentation du champ d'application

Durant notre tournée dans les différents services de l'entreprise nous avons remarqué l'existence des grandes quantités de chute résultant des opérations de découpe des profilés d'aluminium dans les ateliers de la menuiserie afin de construire les différents ouvrages demandés par la clientèle. La constatation précédente nous a inspiré de choisir le service « menuiserie » comme champ d'application.

- la problématique :

Lors de la découpe des profilés dont la longueur est standard (06mètres) pour l'élaboration des ouvrages voulus ; les pièces requises sont de différentes longueurs, il en résulte des petits morceaux dont la longueur ne les permettra pas d'être réutilisés ; ils s'appellent « chute ». Le problème que nous posons consiste à la recherche d'un plan de découpe en telle sorte que la chute soit minimale.

Sur le lieu de travail les opérations de découpe sont guidées par le bon sens de l'expérience des superviseurs de la menuiserie ; qui affirment-selon les entretiens que nous avons menés avec eux- une vision reposant sur les principes suivants :

- **construire les ouvrages demandés (portes, fenêtres...) l'unité après l'autre ;**
- **tenter de découper les profilés en telle sorte que la chute soit minimale (c'est l'expérience des superviseurs et des ouvriers qui compte ici ; comme cité précédemment) ;**
- **tenter de réutiliser les pièces résiduaire émanant de chaque opération de découpe tant que possible ;**
- **en général la pièce résiduaire dont la longueur est supérieure ou égale à (500 millimètres) n'est pas considérée comme chute ; car elle pourrait probablement être réutilisée dans d'autres ouvrages.**
- **Toute pièce résiduaire dont la longueur est inférieure à (500 mm)n'aurait pas - en général- la chance d'être réutilisée ; et par conséquence elle sera considérée comme chute.**

Pour tester la rectitude de la démarche précédente on a procédé à la sélection d'une commande comme échantillon (un ensemble d'ouvrages commandés) ; puis on fera la comparaison entre le résultat du travail comme expliqué précédemment ; et celui du travail guidé par notre modèle.

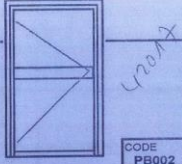
Chez le service commercial on a constaté l'enregistrement d'une commande de (10 portes type « PB002 ») et (14 portes types « PB204 »), les gammes d'usinage suivantes illustrent les deux produits :

figure N(3) : gamme d'usinage de la porte « PB002 »

PCRTE BATTANTE PB002 1 VENTAL SERIE 42

Choisissez le Dormant : 42140, 42102, 42103 ou 112174
 Choisissez la Parclose : 42514, 42114, 42514, 42131, 170113, ou 170114
 la Traverse basse : 42140, 42140 ou 42134

Tapez la Largeur L = 1000 Maxi : 900
 Tapez la Hauteur H = 1200 Maxi : 2300



CODE PB002

	Pds Th/m	Prix/m	Long Tot	Pds Tot	Montant T		
DORMANT	2140	0.952	286.40	3.400	3.237	984.27	$(L + 2H) / 1000$
TRAV. BASSE	42140	0.952	286.40	0.670	0.628	251.89	$(L - 130) / 1000$
PARCLOSE	42514	0.257	79.94	3.558	0.914	234.43	$(L - 208 + H - 215) * 2 / 1000$
OUVRANT	2105	1.157	348.9	3.212	3.718	1120.67	$((L - 86) + 2 * (H - 61)) / 1000$
TRAV. INTERM	42119	3.161	847.95	0.670	1.897	563.63	$(L - 130) / 1000$
	42145	0.501	149.21	0.914	0.458	138.38	$(L - 86) / 1000$
	2141	0.192	59.95	3.252	0.624	194.96	$((L - 74) + 2 * (H - 37)) / 1000$
	2141	0.192	59.95	3.140	0.603	188.24	$((L - 110) + 2 * (H - 75)) / 1000$
TOTAUX					12.278	3724.42	

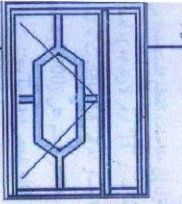
Source : service commercial- ALGAL M'sila

Figure N(04) : gamme d'usinage de la porte « PB204 »

PCRTE BATTANTE PB204 2 VENTAUX SERIE 42

Choisissez le Dormant : 42140, 42140, 42102, 42103 ou 112174
 Choisissez la Parclose : 42514, 42114, 42514, 42131, 170113, ou 170114
 la Traverse basse : 42140, 42140 ou 42134

Tapez la Largeur L = 1000 Maxi : 1800
 Tapez la Hauteur H = 1200 Maxi : 2300



CODE PB204

	Pds Th/m	Prix/m	Long Tot	Pds Tot	Montant T		
DORMANT	2140	0.952	286.40	3.400	3.237	984.27	$(L + 2H) / 1000$
TRAV. BASSE	42140	0.952	286.40	1.948	1.854	563.83	$(2 * (L / 2 - 78.5) + (H - 95)) / 1000$
PARCLOSE	42514	0.257	79.94	5.722	1.471	457.42	$(4 * (L / 2 - 54.5) + 4 * (H - 215)) / 1000$
OUVRANT	2105	1.157	348.9	4.400	1.131	351.74	$(L + H) * 2 / 1000$
TRAVERSES	2107	1.078	327.59	3.200	3.443	1048.29	$(2 * (L / 2 - 34.5) + 3 * (H - 61)) / 1000$
	2145	0.501	149.21	0.931	0.466	138.91	$(2L + H) / 1000$
	2141	0.192	59.95	3.252	0.624	194.96	$(L / 2 - 34.5) * 2 / 1000$
	2141	0.192	59.95	4.258	0.818	255.27	$((L - 74) + 2 * (H - 37)) / 1000$
	2150	0.327	96.72	1.149	0.376	111.13	$(2 * (L / 2 - 58.5) + 3 * (H - 75)) / 1000$
TOTAUX					18.485	5633.39	$(H - 61) / 1000$

Source : service commercial- ALGAL M'sila

Dans la gamme d'usinage relative au premier produit (porte de type « PB002 ») on lit –par exemple- dans la première ligne première colonne du tableau :

- « 42140 » : c'est un code d'une certaine forme de profilé ; et ainsi cette colonne indique les formes des profilés utilisés pour la construction de cette porte. Les expressions arithmétiques qui figurent à coté du tableau indiquent les longueurs des pièces utilisées de chaque forme de profilé, ces longueurs se déterminent en fonction de deux variables :

* « L » : désigne la largeur de la porte commandée ;

* « H » : désigne la hauteur de la porte commandée.

On lit –par exemple- :

$(L+2H)/1000$: C'est-à-dire (une pièce du profilé « 42140 » sa longueur est égale à la largeur de la porte + deux pièces du même profilé ; la longueur de chacune est égale à la hauteur de la porte), et comme l'unité de mesure est le millimètre ; on divise par (1000) pour obtenir les chiffres en mètres.

- Pour les profilés (42514) ; l'expression suivante en résume nos besoins :

$(L-206+H-215)*2/1000$; c'est-à-dire : deux pièces la longueur de chacune égale à la largeur de la porte moins (206 mm) ; et deux autres pièces la longueur de chacune est égale à la hauteur de la porte moins (215 mm).

Comme notre étude porte davantage sur la méthodologie du traitement du problème et pour des raisons de simplification des calculs ; nous allons travailler sur un échantillon de quatre (04) portes (02 portes « PB002 » et 02 portes « PB204 ») en exposant les deux méthodologies : celle constatéesur le lieu et l'autre basée sur la modélisation ; la généralisation ensuite ne semblera pas poser problème.

IV- METHODOLOGIE DE TRAITEMENT

1- Détermination des pièces requises :

D'après les gammes d'usinage montrées précédemment ; on peut déterminer les différentes pièces nécessaires pour la construction d'une unité de chaque produit ; comme le montre le tableau suivant :

Tableau N (01) : les pièces requises pour la construction des produits

produits		Porte (PB002)				Porte (PB204)				
Types des profilés	42140	Longueur (mm)	900	2200	770		1800	2200	821.5	2105
		Nbre de pièces	01	02	01		01	02	02	01
	42141	Longueur (mm)	826	2163	790	2125	1726	2163	841.5	2125
		Nbre de pièces	01	02	01	02	01	02	02	03
	42514	Longueur (mm)	694		1985		1800	2200	845.5	1985
		Nbre de pièces	02		02		02	02	04	04
	42105	Longueur (mm)	814		2149		865.5		2149	
		Nbre de pièces	01		02		02		03	
	42145	Longueur (mm)	814				865.5			
		Nbre de pièces	01				02			
	42107	Longueur (mm)	/				1800		2200	
		Nbre de pièces	/				02		01	
	42119	Longueur (mm)	770				/			
		Nbre de pièces	01				/			
42150	Longueur (mm)	/				2149				
	Nbre de pièces	/				01				

Source : élaboré par le chercheur d'après les gammes d'usinage précédentes

Nous allons mesurer l'impact de la production des quatre portes (deux portes « PB002 » et deux portes « PB204 ») ; sans prendre en considération les derniers deux types de profilés (42119 et 42150) ; car le nombre de pièces demandées de ces derniers est relativement sans importance.

2- L'exécution du travail selon la méthodologie observée :

D'après ce que nous avons constaté sur le lieu de travail ; nous allons procéder à l'exécution de la commande (04 portes) en respectant les consignes des superviseurs de la menuiserie expliquées précédemment. Une question se pose ici : dans quel ordre on procèdera à la construction des quatre portes ?

Théoriquement ; il existe trois possibilités majeures :

- les portes (PB002) premièrement ensuite les portes (PB204) ;
- les portes (PB204) premièrement ensuite les portes (PB002) ;
- alternance entre les deux.

Sur le lieu ; d'après notre entretien avec les superviseurs ; le troisième choix est en général préféré ; car la diversité des longueurs des pièces requises d'un produit à l'autre donnera plus de flexibilité à la découpe des profilés ; ce qui aidera par conséquent à limiter la chute.

Les quatre tableaux suivants montrent le processus de découpe des profilés pour la construction des quatre portes :

a- Construction de la première porte (PB002)

Type de profilé	Pièces résiduelles de l'opération précédente	Besoins		Plan de découpe	Résiduair-e réutilis-a-ble	chute	Nbre de profilés découpés	
		Longu-eur	Nbre					
42140	/	900	01	6000-(2200*2)-(900)=700	700		01	
		2200	02	6000-(770)=5230	5230		01	
		770	01					
42141	/	826	01	6000-(2163*2)-(826)-(790)=58		58	01	
		2163	02					
		790	01	6000-(2125*2)=1750			1750	01
		2125	02					
42514	/	694	02	6000-(694*2)-(1985*2)=642	642		01	
		1985	02					
42105	/	814	01	6000-(2149*2)-(814)=888	888		01	
		2149	02					
42145	/	814	01	6000-(814)=5186	5186		01	

Source : élaboré par le chercheur

La première colonne du tableau désigne le type du profilé ; par exemple les besoins d'une porte « PB002 » du profilé (42140) sont : une pièce de longueur (900 mm), deux pièces (2200 mm) et une pièce (770 mm), la colonne 'plan de découpe' montre comment découper les profilés pour obtenir les pièces demandées, les pièces résiduares qui pourraient être réutilisées à la production d'une autre unité du même produit ou d'un produit différent paraissent dans la colonne « résiduaire réutilisable ».

Et ainsi on poursuit le travail :

b- Construction de la première porte (PB204)

Type de profilé	Pièces résiduares de l'opération précédente	Besoins		Plan de découpe	Résiduaire réutilisable	chute	Nbre de profilés découpés
		Longueur	Nbre				
42140	700 5230	1800	01	5230-(2200*2)- (821.5)=08.5	700	08.5	01
		2200	02				
		821.5	02	6000-(821.5)- (2105)- (1800)=1273.5	1273.5		
		2105	01				
42141	1750	1726	01	1750-(1726)=24		24	/
		2163	02	6000-(2125*2)- (841.5*2)=67		67	01
		841.5	02	6000- (2163*2)=1674	1674		01
		2125	03	6000-(2125)=3875	3875		01
42514	642	1800	02	6000-(1985*3)=45	642	45	01
		2200	02	6000-(1985)- (2200)-(1800)=15		15	01
		845.5	04	6000-(2200)- (1800)- (845.5*2)=309		309	01
		1985	04	6000- (845.5*2)=4309	4309		01
42105	888	865.5	02	888-(865.5)=22.5		22.5	/
				6000-((865.5)- (2149*2))=836.5	836.5		01
		2149	03	6000-(2149)=3851	3851		01
42145	5186	865.5	02	5186- (865.5*2)=3455	3455		/
42107	/	1800	02	6000-(1800*2)- (2200)=200		200	01
		2200	01				

c- Construction de la deuxième porte (PB002)

Type de profilé	Pièces résiduaire de l'opération précédente	Besoins		Plan de découpe	Résiduaire réutilisable	chute
		Longueur	Nbre			
42140	700 1273.5	900	01	$1273.5-(900)=373.5$	700	373.5
		2200	02	$6000-(770)-(2200*2)=830$	830	
		770	01			
42141	1674 3875	826	01	$1674-(826)-(790)=58$		58
		2163	02	$3875-(2163)=1712$	1712	
		790	01	$6000-(2125)-(2163)=1712$	1712	
		2125	02	$6000-(2125)=3875$	3875	
42514	642 4309	694	02	$4309-(1985*2)=339$	642	339
		1985	02	$6000-(694*2)=4612$	4612	
42105	836.5 3851	814	01	$836.5-(814)=22.5$		22.5
				$3851-(2149)=1702$	1702	
		2149	02	$6000-(2149)=3851$	3851	
42145	3455	814	01	$3455-(814)=2641$	2641	

d- Construction de la deuxième porte (PB204) :

Type de profilé	Pièces résiduares de l'opération précédente	Besoins		Plan de découpe	Résidua i-re réutilisa-ble	chu e
		Longu-eur	Nb re			
42140	700 830	1800	01	$830-(821.5)=08.5$	700	08.
		2200	02	$6000-(2200*2)-(821.5)=778.5$	778.5	
		821.5	02	$6000-(1800)-(2105)=2095$	2095	
		2105	01			
42141	1712*2 3875	1726	01	$1712-(841.5*2)=29$		29
		2163	02	$3875-(1726)-(2125)=24$	1712	24
		841.5	02	$6000-(2163*2)=1674$	1674	
		2125	03	$6000-(2125*2)=1750$	1750	
42514	642 4612	1800	02	$4612-(2200*2)=212$	642	212
		2200	02	$6000-(1985*2)-(1800)=230$		230
		845.5	04	$6000-(1985*2)-(1800)=230$		230
		1985	04	$6000-(845.5*4)=2618$	2618	
42105	1702 3851	865.5	02	$3851-(865.5)-(2149)=836.5$	836.5*2	
				$1702-(865.5)=836.5$		
		2149	03	$6000-(2149*2)=1702$	1702	
42145	2641	865.5	02	$2641-(865.5*2)=910$	910	
42107	/	1800	02	$6000-(1800*2)-(2200)=200$		200
		2200	01			

A la fin du travail montré dans la démarche précédente on enregistre les résultats suivants :

Tableau N (06) : les résultats de la démarche observée

Type profilé	Nbre des profilés découpés	Chute (mm)	Longueur totale des profilés découpés (mm)	Ratio : Chute/longueur totale en %
42140	06	390.5	36000	1.08%
42141	09	260	54000	0.48%
42514	09	1380	54000	2.55%
42105	05	45	30000	0.15%
42145	01	00	6000	00%
42107	02	400	12000	3.33%
Σ	32	2085	192000	01.09%

Source : élaboré par le chercheur

Le tableau avant-dernier montre aussi des pièces résiduares qui pourraient être réutilisées ultérieurement :

Tableau N (07) : Les pièces résiduares

Type profilé	Les pièces résiduares			Longueur totale des p. resid	
42140	longueur	700	778.5	2095	3573.5
	Nbre	01	01	01	
42141	longueur	1712	1674	1750	5136
	Nbre	01	01	01	
42514	longueur	642	2618		3260
	Nbre	01	01		
42105	longueur	836.5	1702		3375
	Nbre	02	01		
42145	longueur	910			910
	Nbre	01			
42107	longueur	/			/
	Nbre	/			
Total		12 pièces			16254.5

Sources: élaboré par le chercheur

L'application de la programmation linéaire

a- La prédétermination des besoins :

Si on se retourne au tableau n (01) ; on en déduit que la quantité à produire (02 portes PB002 et 02 portes PB204) nécessite l'input suivant :

-Pour les profilés (42140) :

longueur	821.5	1800	2105	2200	770	900
produit						
PB204	2	1	1	2	/	/
PB002	/	/	/	2	1	1
Total	04	02	02	08	02	02

-Profilés(42141) :

longueur	841.5	1726	2125	2163	790	826
produit						
PB204	2	1	3	2	/	/
PB002	/	/	2	2	1	1
Total	04	02	10	08	02	02

-Profilés(42514) :

longueur	845.5	1800	1985	2200	694
produit					
PB204	4	2	4	2	/
PB002	/	/	2	/	2
Total	08	04	12	04	04

-Profilés(42105) :

longueur	865.5	2149	814
produit			
PB204	2	3	/
PB002	/	2	1
Total	04	10	02

-Profilés(42145) :

longueur	865.5	814
produit		
PB204	2	/
PB002	/	1
Total	04	02

-Profilés(42107) :

longueur	1800	2200
produit		
PB204	2	1
PB002	/	/
Total	04	02

Ces besoins peuvent être résumés dans le tableau suivant :

Tableau N (08) : Récapitulatif des besoins

	N°	Longueur	Nbre		N°	Longueur	Nbre
42140	01	821.5	04	42514	13	845.5	08
	02	1800	02		14	1800	04
	03	2105	02		15	1985	12
	04	2200	08		16	2200	04
	05	770	02		17	694	04
	06	900	02		18	865.5	04
42141	07	841.5	04	42105	19	2149	10
	08	1726	02		20	814	02
	09	2125	10		42145	21	865.5
	10	2163	08	22		814	02
	11	790	02	42107	23	1800	04
	12	826	02		24	2200	02

Sources: élaboré par le chercheur

b- Génération des plans de découpe possibles:

Si on veut obtenir quelques pièces de différentes longueurs émanant d'un profilé de (06 mètres) de longueur on aura plusieurs manières suivantes lesquelles le profilé puisse être découpé ; dans notre cas on va générer les différents plans de découpe possibles selon les pièces requises comme le montre le tableau suivant:

Tableau N (09) : génération des plans de découpe possibles

	mesures plans de découpe	1	2	3	4	5	6	Chute (mm)
42140	01	1	0	0	2	1	0	08.5
	02	1	0	2	0	0	1	68.5
	03	1	2	0	0	2	0	38.5
	04	0	0	1	1	1	1	25
	05	1	1	0	0	2	2	38.5
	06	4	1	0	0	0	1	14

Sources: élaboré par le chercheur

Dans le tableau ci-dessus ; la ligne correspondant au plan de découpe N°(01) indique la possibilité de découper un profilé (42140) en

telle sorte qu'on obtienne une pièce de (821.5mm), une de (770mm) et deux pièces de (2200mm) ; ce qui engendrerait une chute de (08.5mm).

Ainsi on peut étendre le tableau pour les autres types de profilés et les autres pièces requises :

	mesures plans de découpe	7 841.5	8 1726	9 2125	10 2163	11 790	12 826	Chute (mm)
42141	07	1	0	0	2	0	1	06.5
	08	0	1	2	0	0	0	24
	09	2	0	1	1	0	0	29
	10	1	0	1	1	0	1	44.5
	11	0	3	0	0	1	0	32
	12	0	0	0	2	1	1	58
	13	0	0	0	2	2	0	94
	mesures plans de découpe	13 845.5	14 1800	15 1985	16 2200	17 694	Chute (mm)	
42514	14	0	1	1	1	0	15	
	15	1	0	0	2	1	60.5	
	16	0	0	3	0	0	45	
	17	2	2	0	0	1	15	
	18	1	1	1	0	2	18.5	
	19	3	0	1	0	2	90.5	
	mesures plans de découpe	18 865.5	19 2149	20 814	Chute (mm)			
4210 5	20	1	2	1	22.5			
	21	0	2	2	74			
	22	5	0	2	44.5			
	mesures plans de découpe	21 865.5	22 814	Chute (mm)				
4214 5	23	4	3	96				
	24	5	2	44.5				
	25	2	5	199				
	mesures plans de découpe	23 1800	24 2200	Chute (mm)				
42107	26	2	1	200				

Il faut noter à cet égard que les possibilités de découpe sont assez nombreuses ; mais on peut se contenter à celles estimées les plus satisfaisantes.

C- Modélisation :

Soit (X_i) : le nombre des profilés découpés selon le plan de découpe (i) ; on aura donc (26) variables de décisions :

$$x_i = x_1 \dots x_{26}$$

Soit (Y_j) : le nombre des pièces requises pour l'exécution de la commande :

$$y_j = y_1 \dots y_{24}$$

On peut considérer « La chute » comme étant la différence entre la longueur totale des profilés découpés et la longueur totale des pièces requises ; elle peut être exprimée mathématiquement comme suit :

$$6000(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26}) - \left[\begin{array}{l} (821.5 \times 4) + (1800 \times 2) + (2105 \times 2) + (2200 \times 8) + (770 \times 2) + (900 \times 2) \\ + (841.5 \times 4) + (1726 \times 2) + (2125 \times 10) + (2163 \times 8) + (790 \times 2) + (826 \times 2) \\ + (845.5 \times 8) + (1800 \times 4) + (1985 \times 12) + (2200 \times 4) + (694 \times 4) + (865.5 \times 4) \\ + (2149 \times 10) + (814 \times 2) + (865.5 \times 4) + (814 \times 2) + (1800 \times 4) + (2200 \times 2) \end{array} \right]$$

Les produits entre parenthèses expriment la longueur totale des pièces requises pour la construction des produits constituant notre échantillon ; chaque produit est la multiplication de longueur de la pièce par le nombre nécessaire (se référer au tableau N° 08).

Notre objectif est la minimisation de chute ; autrement dit : la minimisation de l'expression précédente ; et comme la valeur des produits entre parenthèses est constante elle peut être éliminée ; et ainsi on obtient la fonction objectif suivante :

$$Min(z) = 6(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26})$$

Cela revient à la minimisation de la longueur totale des profilés découpés exprimée ici en « mètres ».

La fonction précédente est soumise aux contraintes imposées par les besoins en différentes pièces ; et comme nous avons besoins de (24 pièces différentes) nous aurons d'autant contraintes de ce genre.

Si on prend –par exemple- la première pièce (821.5) ; on observe plusieurs plans de découpe qui la donnent (se référer au tableau N 09) et exactement :

Le plan (01) en donne une pièce, le plan (02) donne une, c'est pareil pour les plans (03) et (05), le plan (04) ne fournit pas cette pièce, et enfin le plan (06) en fournit quatre.

La quantité à produire (les quatre portes) nécessite quatre (04) pièces de cette mesure ; ce qui impose que les profilés découpés suivants les plans précédents devront satisfaire à ce besoin, cette obligation se traduit par la contrainte :

$$(1)x_1 + (1)x_2 + (1)x_3 + (0)x_4 + (1)x_5 + (4)x_6 \geq 04$$

Outre ; si on prend la pièce (21) dont la mesure est (865.5) ; on trouve qu'elle fait partie des plans de découpe relatifs aux profilés (42145) ; elle est présente dans les plans (23, 24,25) à raison de (04 pièces), (05 pièces) et (02) pièces respectivement ; et comme notre besoin de cette pièce est (04) ; cela se traduit par la contrainte :

$$4x_{23} + 5x_{24} + 2x_{25} \geq 04$$

De la même manière on poursuit l'expression des autres contraintes en se servant des deux tableaux précédents(08 et 09) pour obtenir enfin le modèle suivant :

$$\text{Min}(z) = 6(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + \dots)$$

$$1) x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + 4x_6 \geq 04$$

$$2) 2x_3 + x_5 + x_6 \geq 02$$

$$3) 2x_2 + x_4 \geq 02$$

$$4) 2x_1 + x_4 \geq 08$$

$$5) x_1 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 \geq 02$$

$$6) x_2 + x_4 + 2x_5 + x_6 \geq 02$$

$$7) x_7 + 2x_9 + x_{10} \geq 04$$

$$8) x_8 + 3x_{11} \geq 02$$

$$9) 2x_8 + x_9 + x_{10} \geq 10$$

$$10) 2x_7 + x_9 + x_{10} + 2x_{12} + 2x_{13} \geq 08$$

$$11) x_{11} + x_{12} + 2x_{13} \geq 02$$

$$12) x_7 + x_{10} + x_{12} \geq 02$$

$$13) x_{15} + 2x_{17} + x_{18} + 3x_{19} \geq 08$$

$$14) x_{14} + 2x_{17} + x_{18} \geq 04$$

$$15) x_{14} + 3x_{16} + x_{18} + x_{19} \geq 12$$

$$16) x_{14} + 2x_{15} \geq 04$$

$$17) x_{15} + x_{17} + 2x_{18} + 2x_{19} \geq 04$$

$$18) x_{20} + 5x_{22} \geq 04$$

$$19) x_{20} + 2x_{21} \geq 10$$

$$20) x_{20} + 2x_{21} + 2x_{22} \geq 02$$

$$21) 4x_{23} + 5x_{24} + 2x_{25} \geq 04$$

$$22) 3x_{23} + 2x_{24} + 5x_{25} \geq 02$$

$$23) 2x_{26} \geq 04$$

$$24) x_{26} \geq 02$$

$$x_i \geq 0, x_i \in \mathbb{Z}, i = 1 \dots 26$$

Concernant les profilés (42140)

Concernant les profilés (42141)

Concernant les profilés (42514)

Concernant les profilés (42105)

Concernant les profilés (42145)

Concernant les profilés (42107)

On remarque dans le modèle précédent l'existence des contraintes qui imposent l'entièreté des solutions ; car il n'est pas commode de dire

« découper 2.40 profilés » ; mais on devrait découper soit (02) ou (03) profilés, en outre on peut éliminer certaines contraintes redondantes comme on observe chez les deux dernières contraintes où l'existence de l'une suffit pour écarter l'autre.

D- Résolution du modèle et interprétation des résultats :

Après la résolution du modèle (on a utilisé le logiciel « Storm ») on obtient les résultats suivants :

Algal-Cut modeling-Hebal

OPTIMAL SOLUTION - SUMMARY REPORT

Variable	Value	Cost	Lower bound	Upper bound	
X1	3	6.0000	0	Infinity	} le nombre des profilés (42140) à découper est : 3+1+2= 06
X2	0	6.0000	0	Infinity	
X3	1	6.0000	0	Infinity	
X4	2	6.0000	0	Infinity	
X5	0	6.0000	0	Infinity	
X6	0	6.0000	0	Infinity	
X7	0	6.0000	0	Infinity	} le nombre des profilés (42141) à découper est: 3+4+2 = 09
X8	3	6.0000	0	Infinity	
X9	4	6.0000	0	Infinity	
X10	0	6.0000	0	Infinity	
X11	0	6.0000	0	Infinity	
X12	2	6.0000	0	Infinity	
X13	0	6.0000	0	Infinity	

X14	0	6.0000	0	Infinity	} le nombre des profilés (42514) à découper est : 2+4+2+1 = 09
X15	2	6.0000	0	Infinity	
X16	4	6.0000	0	Infinity	
X17	2	6.0000	0	Infinity	
X18	0	6.0000	0	Infinity	
X19	1	6.0000	0	Infinity	
X20	4	6.0000	0	Infinity	} le nombre des profilés (42105) à découper est : 4+1 = 05
X21	1	6.0000	0	Infinity	
X22	0	6.0000	0	Infinity	
X23	0	6.0000	0	Infinity	} le nombre des profilés (42145) à découper est : 01
X24	1	6.0000	0	Infinity	
X25	0	6.0000	0	Infinity	
X26	2	6.0000	0	Infinity	

(42107) à découper est :02

Objective Function Value = 192

Algal-Cut modeling-Hebal

OPTIMAL SOLUTION - SUMMARY REPORT

Constraint	Type	RHS	Slack
CONSTR 1	>=	4.0000	0.0000
CONSTR 2	>=	2.0000	0.0000
CONSTR 3	>=	2.0000	0.0000
CONSTR 4	>=	8.0000	0.0000
CONSTR 5	>=	2.0000	5.0000

CONSTR 6	>=	2.0000	0.0000
CONSTR 7	>=	4.0000	4.0000
CONSTR 8	>=	2.0000	1.0000
CONSTR 9	>=	10.0000	0.0000
CONSTR 10	>=	8.0000	0.0000
CONSTR 11	>=	2.0000	0.0000
CONSTR 12	>=	2.0000	0.0000
CONSTR 13	>=	8.0000	1.0000
CONSTR 14	>=	4.0000	0.0000
CONSTR 15	>=	12.0000	1.0000
CONSTR 16	>=	4.0000	0.0000
CONSTR 17	>=	4.0000	2.0000
CONSTR 18	>=	4.0000	0.0000
CONSTR 19	>=	10.0000	0.0000
CONSTR 20	>=	2.0000	4.0000
CONSTR 21	>=	4.0000	1.0000
CONSTR 22	>=	2.0000	0.0000
CONSTR 23	>=	4.0000	0.0000
CONSTR 24	>=	2.0000	0.0000

Objective Function Value = 192

La valeur de la fonction objectif est de (192) exprimée en mètres ; ce qui signifie que le nombre total des profilés à utiliser est:

$$\frac{192}{6} = 32$$

Si on prend le type de profilés (42140) par exemple ; les possibilités de découpe y afférentes sont les plans {1,2,3,4,5,6}, la solution optimale indique :

{(x₁ = 3), (x₂ = 0), (x₃ = 1), (x₄ = 2), (x₅ = 0), (x₆ = 0)} ; cela veut dire : pour obtenir nos besoins des profilés (42140) on devrait en découper (03)profilés selon le plan de découpe (01), un profilés selon le plan (03) et (02) profilés

selon le plan (04), ce qui revient à découper (06) profilés de ce type pour en satisfaire les besoins.

Si on revient au tableau (09 : plans de découpe) on peut calculer la chute correspondant aux résultats du modèle comme le montre le tableau suivant:

Tableau N (10) : la chute relative aux résultats du modèle :

Type profilé	Nbre des profilés découpés	Chute (mm)	Longueur totale des profilés découpés (mm)	Ratio : Chute/longueur totale en %
42140	06	114	36000	0.32%
42141	09	304	54000	0.56%
42514	09	421.5	54000	0.78%
42105	05	164	30000	0.55
42145	01	44.5	6000	0.74%
42107	02	400	12000	03.33%
Σ	32	1448	192000	0.75%

Sources: élaboré par le chercheur

Concernant les pièces résiduares émanant de notre modèle il suffit de lire la colonne « slack » dans la solution optimale précédente ; le tableau suivant les explicite :

Tableau N (11): les pièces résiduares relatives aux résultats du modèle :

Type profilé	Les pièces résiduares		Longueur totale
	longueur	Nombre	
42140	770	05	3850
42141	841.5	04	3366
	1726	01	1726
42514	845.5	01	845,5
	1985	01	1985
	694	02	1388
42105	814	04	3256
42145	865.5	01	865,5
total		19	17282

Sources: élaboré par le chercheur

E- Comparaison des résultats :

On peut comparer les résultats effectifs avec les résultats du modèle sur trois échelles: la quantité d'input exigé, la chute résultante et les pièces résiduares en matière de longueur et nombre.

- Concernant l'input exigé pour la construction de la commande étudiée on observe que la quantité totale reste la même (32 profilés).
- Pour la chute ; on tient à signaler que la différence entre les différents types des profilés se limite à la configuration géométrique ; pour cela on estime que la longueur totale des pièces-chute (sans considérer le type de profilé) aura une bonne signification.

La longueur totale des pièces-chute relative à la démarche de travail effective (se référer au tableau N 6) est de (2085mm) ; et celle relative à notre modèle (se référer au tableau N 10) est de (1448mm) ; soit une réduction de :

$$\frac{2085 - 1448}{2085} = 30.55\%$$

-Concernant les pièces résiduares on en compte d'après la démarche effective (12) pièces de longueur totale de (16254.5mm) ; et d'après notre modèle (19) pièces de longueur totale de (17282mm).

A cet égard il est évident que les résultats de notre modèle sont plus commodes que ceux relatifs à la démarche effective ; car les longueurs des pièces résiduares relatives au modèle sont vulgaires ; ce qui rendra leur réutilisation ultérieure très facile, contrairement aux pièces émanant de la démarche effective dont la longueur est considérablement aléatoire ; et par conséquence leur réutilisation provoquerait probablement plus de pièces-chute.

V- Conclusion :

La programmation linéaire constitue un outil très efficace à la résolution de plusieurs problèmes de gestion y inclus les problèmes de minimisation de chute relative au processus productif.

Malgré que les pièces-chute émanant de la découpe des profilés d'aluminium sont couramment refondues et recyclées selon les affirmations des responsables d'« ALGAL » ; nous signalons que le problème de chute ne se limite pas au cout de la matière ; mais il s'étend pour toucher d'autres aspects de couts et notamment :

- Les couts relatifs aux manutentions des pièces-chutes ;
- Les différents couts de transformation.

Dans notre étude on aboutit à une amélioration importante en matière de la minimisation de chute ; ce qui nous conduit à en tirer les recommandations suivantes :

- Traiter les commandes comme étant un système dont les éléments sont liés les uns avec les autres ; au lieu de les traiter séparément l'unité après l'autre.

En vertu de cette approche ; suivre la méthodologie – pour le traitement des commandes- suivante :

- D'après la (les) « gamme (s) d'usinage » relative (s) au produit(s) commandé(s) ; on détermine les longueurs des pièces exigées de chaque type de profilé d'aluminium et le nombre nécessaire pour la construction d'une unité ;
- la multiplication de ce nombre par la quantité à produire donne le nombre total exigé de chaque pièce ;
- Elaborer une liste de possibilités de découpe de chaque profilé selon les mesures des pièces y afférentes ;
- comme la liste précédente sera probablement énorme nous recommandons d'en se contenter d'un sous ensemble pour éviter les complications de calcul inutiles ; ce sous ensemble se détermine en fonction de deux variables : le minimum de chute, le degré de variété des longueurs des pièces résultantes du plan de découpe.
- les profilés à découper selon chaque plan de découpe définissent les variables de décision ; et les besoins en différentes pièces constituent les contraintes du modèle ;
- la fonction objectif du modèle est la minimisation de la longueur totale des profilés à découper.

Notes et Références :

1. Jacques Teghem, Programmation Linéaire, Editions Ellipses, France, 1996, p : 15
2. Rejeb Haji, Recherche Opérationnelle, initiation outils et applications, Sagep, Tunis, 2003, p : 122
3. Arnold Kaufmann, Méthodes et Modèles de la Recherche Opérationnelle, Tome1, Dunod, Paris, 1970, p : 11
4. Samir Essid, Recherche opérationnelle, volume1, programmation linéaire, Publications de L'imprimerie Officielle de la république Tunisienne, 2001, Tunis, p : 24
5. Samir Essid, op.cit, la même page
6. Dominique Lacaze, Optimisation appliquée à la gestion et à l'économie, Economica, Paris, 1990, p : 25
7. Rejeb Haji, op.cit, p : 146
8. Yves Nobert-Roch Ouellet-Régis Parent, La Recherche Opérationnelle ,3^{ème} Ed, Gaetan Morin Editeur, Canada, 2001, p : 289
9. Vincent Giard, processus productifs et Programmation Linéaire, Economica, Paris, 1998, p : 10
10. Christelle Guéret Christian Prins- Marc Sevaux, Programmation Linéaire, Eyrolles, Paris, 2000, p : 81
11. Vincent Giard, OP.Cit ,pp : 19-20
12. Amor Farouk Benghezal, programmation linéaire, OPU, Alger, 2000, p : 159
13. Le site de l'entreprise sur le web :
<http://www.metanof.com/algali/index.html>, date de consultation : 02/03/2012.