1.1 Introduction

Les outils et techniques de conception pour la commande des systèmes mono-variables non linéaires peuvent être classés en deux grandes catégories. Dans la première catégorie, La conception de la loi de commande passe essentiellement par deux étapes, dans une première étape il s'agit de transformer, par l'introduction d'une commande dite linéarisante, le système non linéaire en un système linéaire à travers des algorithmes de linéarisation spécifiques, la deuxième étape repose sur l'utilisation des techniques de commande linéaire pour le système ainsi linéarisé. Cette technique est connue sous le nom de *feedback linearization* [1]. La deuxième catégorie de commande utilise des algorithmes et des techniques plus adaptées aux systèmes non linéaires, il s'agit de concevoir des contrôleurs non linéaires sans passer par une linéarisation. Différentes approches existent, telles que l'approche adaptative, l'approche floue, l'approche neuronale,…[2]

1.2 Les systèmes non linéaires

1.2.1 Définition

Un système non linéaire est un système qui ne satisfait pas au principe de superposition, ou dont la production n'est pas proportionnelle à sa contribution moins technique, un système non linéaire est un problème ou les variables à résoudre pour ne peuvent pas être écrite comme une combinaison linéaire des composantes indépendantes.

Les problèmes non linéaires sont d'intérêt pour les automaticiens, physiciens et mathématiciens, car la plupart des systèmes physiques sont intrinsèquement non linéaire dans la nature.

1.2.2 Classe de systèmes non linéaires

Soit le système non linéaire mono-entrée mono-sortie (SISO) donné par:

$$\left\{\begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots\dots\dots \\ \dot{x}_n = f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n).u \\ y = x_1 \end{array}\right. \tag{1.1}$$

Où $x = [x_1, x_2 \dots . x_n]^T \in R^n$ est le vecteur d'état, et u, y sont respectivement l'entrée et la sortie.

Le système (1.1) est dit dans sa forme normale et ne présente pas de dynamiques de zéros [3,2]. On peut alors facilement vérifier que :

$$\begin{aligned} y^{(n)} &= f(x) + g(x)u \\ &= f\,(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + g\,(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}).u \end{aligned} \tag{1.2}$$

Le vecteur d'état étant composé des dérivées successives de la sortie, la représentation du système (1.2) est illustrée figure 1.1

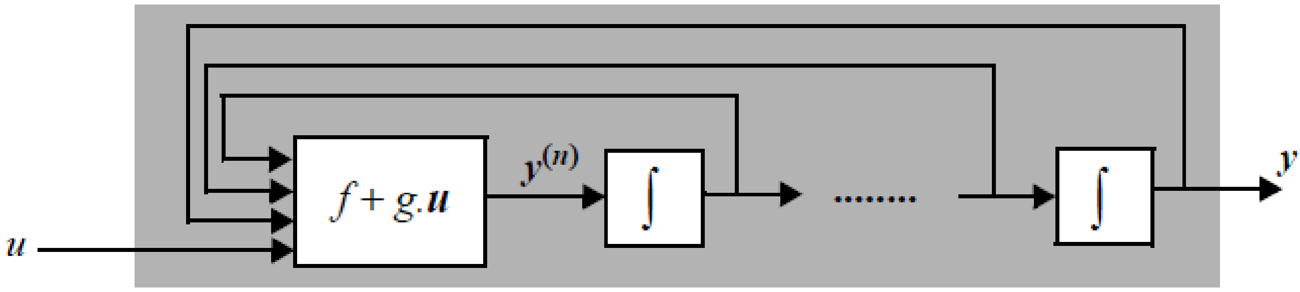

Figure 1.1 : Représentation entrée-sortie du système (1.1).

Dans toute la suite, pour alléger les notations, le système sera considéré sous la forme générique suivant :

$$y^n = \psi_{c1}(x) + \psi_{c2}(x)\, u\ (x) \tag{1.3}$$

1.3 Linéarisation entrée-sortie (LES)

Le principe de la *(LES)* consiste à transformer un système non linéaire donné en un système linéaire à l'aide d'un bouclage d'état et d'un changement de coordonnées sur l'état du système [5].

La commande des procédés non linéaires peut être vue sous différentes facettes. On distingue classiquement les problèmes de stabilisation, de régulation, de suivi d'une trajectoire générée par un modèle de référence, ou encore de suivi d'une trajectoire générale. Parmi ces problèmes, nous considérons le cas le plus général du suivi d'une trajectoire désirée.

L'objectif est alors de trouver une loi de commande $\mathrm{u(t)}$ telle que la boucle fermée reste stable et que la sortie du système $\mathrm{y(t)}$ suive la trajectoire désirée $y_d(\mathrm{t})$. En d'autres termes :

$$\lim_{t\to\infty} e_0(t) = \lim_{t\to\infty}[y_d(\mathrm{t}) - \mathrm{y(t)}] = 0 \tag{1.4}$$

Avec : $\mathrm{y(t)} \in Y$

Afin de pouvoir résoudre le problème de suivi de trajectoire, le système non linéaire doit assurer la condition de commandabilité de sortie. Dans le cas continu (système *(1.3))* celle-ci se traduit par:

$$\frac{\partial y^{[n]}}{\partial u} = \psi_{c2}\,(x) \neq 0 \tag{1.5}$$

Le long de la trajectoire désirée $y_d(\mathrm{t})$.

Le but de cette partie est donc de déterminer, à partir d'une approche (LES), une loi de commande $u(t)$ capable d'assurer la convergence vers zéro de l'erreur de suivi de trajectoire $e_0(t) = y_d(\mathrm{t}) - \mathrm{y(t)}$

Selon le principe de la (LES), une nouvelle entrée v est introduite. La loi de commande:

$$u = \frac{-\psi_{c1}(x)}{\psi_{c2}(x)} + \frac{1}{\psi_{c2}(x)} v \tag{1.6}$$

appliquée au système considéré (équation *(1.3)*), permet d'obtenir:

$$y^{(n)} = v \tag{1.7}$$

et donc de linéariser le système initial.

Le système *(1.7)* illustré à la figure (*1.2)* est dans une forme canonique [2]. Il est donc asymptotiquement instable.

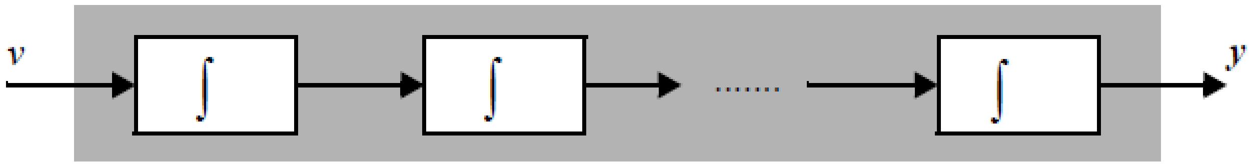

Figure 1.2 : Représentation du système (1.7).

Pour résoudre le problème d'instabilité, une stratégie de placement de pôles est utilisée. La nouvelle entrée v du système linéarisé est alors choisie comme suit:

$$v = y_d^{(n)}(t) + \sum_{j=0}^{(n-1)} \eta_j \left[y_d^{(j)}(t) - y^{(j)}(t) \right] = y_d^{(n)}(t) + \eta^T e(t) \tag{1.8}$$

Où :

$$\eta^T = [\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_{n-1}] \qquad \text{Et} \qquad e(t) = [e_0(t), \dot{e_0}(t), \dots, e_0^{(n-1)}(t)]^T \tag{1.9}$$

Les coefficients : η_j , $j = 0, \dots, n-1$, sont choisis de façon à ce que le polynôme:

$$s^n + \eta_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \eta_0 = 0 \tag{1.10}$$

soit Hurwitzien (racines à partie réelle négative).

Par substitution de (*1*.8) dans (*1*.7), on établit l'équation d'erreur suivante:

$$e_0^{(n)}(t) + \eta^T e(t) = 0 \tag{1.11}$$

qui prouve la convergence de l'erreur de suivi de trajectoire $e_0(t)$ vers zéro lorsque $t \to \infty$, c'est-à-dire : $\lim_{t\to\infty} e_0(t) = 0$ *(1.12)*

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la technique de la linéarisation entrée-sortie continue (*LES*) est spécialement utilisée dans le cadre des systèmes non linéaires continus.

Une classe de systèmes non linéaires peut être transformée en une classe de systèmes linéaires à travers la technique de la (*LES*). Dans ce cas, le système linéaire transformé peut être commandé par des méthodes classiques de l'automatique linéaire. Une telle transformation n'existe pas toujours, mais lorsqu'elle existe, elle permet de stabiliser le système exactement comme s'il s'agissait d'un système linéaire avec l'utilisation de méthodes courantes.

Dans ce chapitre, on suppose que cette transformation (*LES*) existe et qu'elle est capable de conduire l'erreur entre la sortie du système et une trajectoire désirée vers zéro (le système peut suivre physiquement la trajectoire désirée ou encore la trajectoire de référence est reproductible par le système non linéaire).