

### 3.1 Introduction

La commande adaptative a débutée dans les années 50 comme solution pour contrôler les processus fonctionnant sous des conditions et environnement variables dans le temps. Dans les années 60 plusieurs contributions de théorie de la commande ont été introduites dans le développement de la commande adaptative, comme par exemple l'approche d'état et les théories de stabilité. Au début des années 70 les différentes méthodes d'estimation ont été introduites dans la commande adaptative.

L'utilisation de la commande adaptative a commencé au début des années 80 en parallèle avec une rapide évolution en micro-électronique qui permet d'implémenter des régulateurs adaptatifs sur des systèmes à microprocesseurs.

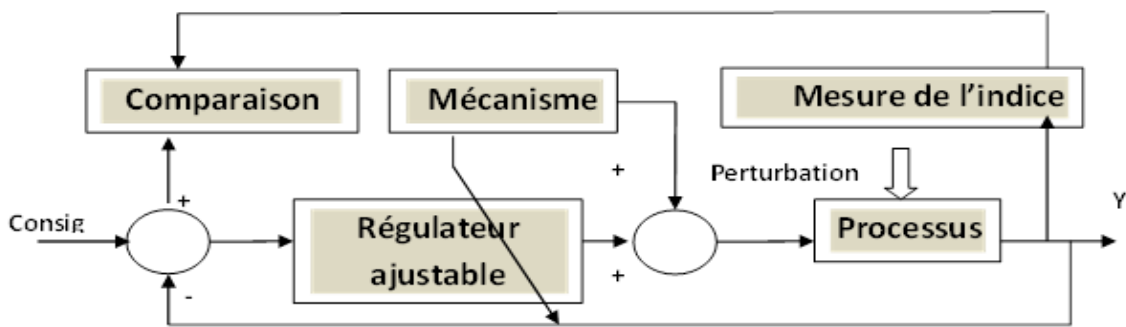
Dans le contexte de la commande adaptative floue, deux approches sont proposées : directe et indirecte. La boucle de commande est composée, dans les deux cas d'un type commande, notamment un système floue pour assurer le suivi d'un modèle de référence stable et pour éliminer les effets de l'erreur d'approximation et des perturbations externes. Les processus traités sont non linéaires. Les outils de la théorie de Lyapunov sont utilisés pour établir la stabilité des boucles du contrôle. En plus, il est démontré que sous des conditions usuelles l'erreur de suivi converge vers zéro et que tous les autres signaux restent bornés. Dans l'approche directe le système flou est utilisé comme un régulateur adaptatif. Dans l'approche indirecte, le système flou est utilisé comme un modèle flou pour estimer la dynamique du processus à contrôler. Dans ce chapitre on utilise la deuxième approche par un système flou de SUGENO.

## 3.2 Commande Adaptative

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit variantes dans le temps [16].

### 3.2.1 Le principe

En principe, un système de commande adaptative mesure un certain indice de performance (IP) du système à commander à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré. Le mécanisme d'adaptation commande certains paramètres du système ajustable ou introduit un signal supplémentaire de commande d'après une certaine stratégie afin de minimiser l'IP. La figure.3.1 représente le principe général d'un système dans une plage donnée de commande adaptative [16].



**Figure 3.1** : principe des systèmes de commande adaptative.

Trois approches ont été essentiellement considérées pour le développement des stratégies de commande adaptative destinées aux procédés à paramètres inconnus et/ou variables dans le temps.

- Approximation des stratégies de commande optimale stochastique «Duale ».
- Système de commande auto - ajustable (self- tuning control).
- Commande adaptative à modèle de référence (MRAC) [16].

### 3.2.2 Commande Adaptative à Modèle de Référence

La commande adaptative avec modèle de référence consiste à adopter l'organe de commande d'une façon à ce que le processus se comporte comme le modèle de référence. La détermination d'une loi de commande adaptative permet à la repense du système de suivre celle du modèle même en présence des perturbations en agissant sur les performances dynamiques du système. Le principe de cette commande est illustré dans la figure (3.2) :

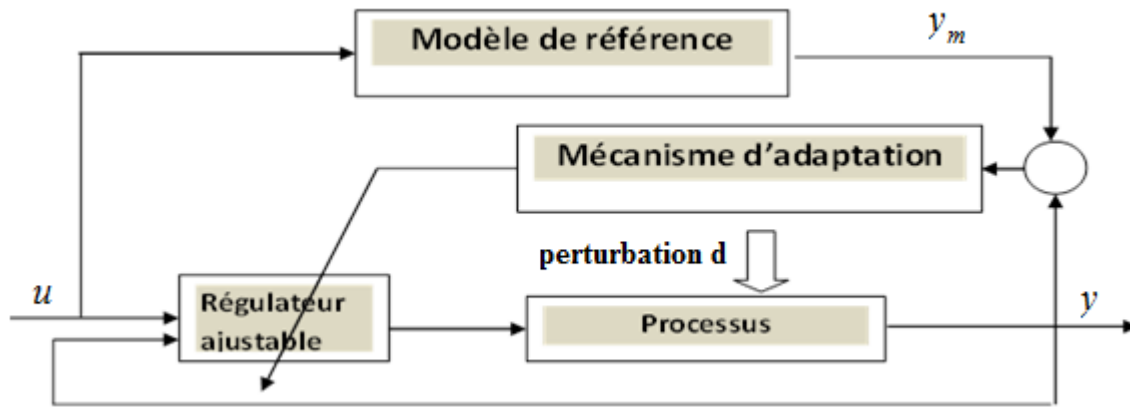


Figure 3.2 : Structure de base de la commande adaptative avec le modèle de référence.

La synthèse d'adaptation et le principal problème qui se pose nord de la réalisation des systèmes adaptatifs en général. Plusieurs études théoriques ont été développées et dont le but de fournir des méthodes de synthèse pour ce mécanisme, chaque une faisant appel à la théorie de base de l'automatique. Les premiers algorithmes étaient construits à partir des méthodes de gradient (optimisation) [16].

Les stratégies résultantes conduisent aux deux grandes techniques adaptatives à mettre en œuvre et large utilisé à ce jour en pratique [17]. Ces deux grandes techniques sont :

- Commande adaptative direct.
- Commande adaptative indirect.

### 3.2.3 Commande adaptative directe

L'idée consiste à calculer les paramètres du régulateur, mais sans identifier explicitement les paramètres du système, donc en une seule étape, justifiant ainsi la terminologie de commande directe.

Cette technique induit souvent des algorithmes plus rapides et favorise une application temps réel. Le schéma de la Figure (3.3) illustre ce type de commande, pour laquelle les performances de la boucle fermée sont spécifiées par l'intermédiaire  $y_m$  d'un modèle de référence choisi par l'utilisateur de façon cohérente avec les possibilités intrinsèques du système.

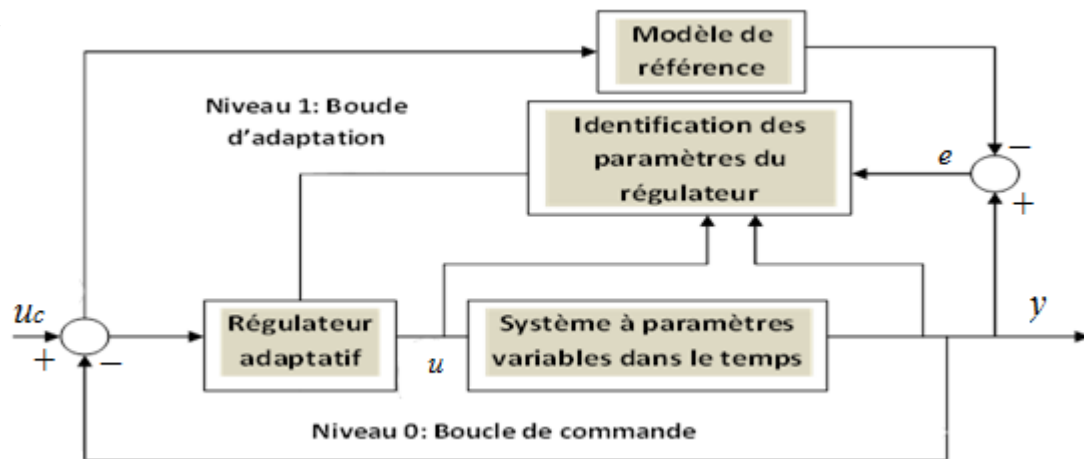
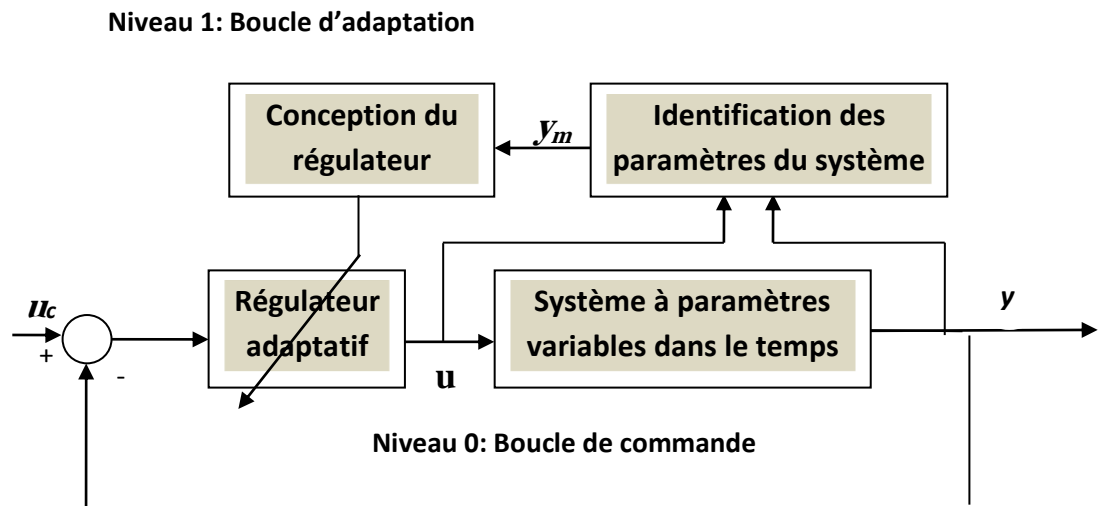


Figure 3.3 : Structure de la commande adaptative directe.

### 3.2.4 Commande adaptative indirecte

Le principe de la Commande Adaptative Indirecte repose sur l'identification d'un modèle du système en ligne et en temps réel. Puis, avec ce nouveau modèle calculé, le régulateur permettant de satisfaire les spécifications nominales est de nouveau élaboré.

La grande technique adaptative indirecte à mettre en œuvre et large utilisé à ce jour en pratique [17], cette commande adaptative indirecte avec identification du modèle (MIAC). Le schéma de principe de ce type de commande est illustré Figure (3.4) :



**Figure 3.4:** Structure de la commande adaptative indirecte.

### 3.3 Linéarisation Entrée-Sortie Floue adaptative (L.E.S.F.A)

La mise en place de l'approche (L.E.S.F.A) présentée ci-dessus nécessite la connaissance de  $\psi_{c1}$  et  $\psi_{c2}$ . Ces fonctions étant inconnues, elles seront approximées par un système flou que l'on suppose dans un premier temps disponible. Par la suite, une méthode d'identification en ligne du modèle flou sera proposée.

Pour représenter les deux fonctions non linéaires  $\psi_{c1}$  et  $\psi_{c2}$  par des systèmes flous de Takagi-Sugeno à conclusion constante, la stratégie choisie consiste à utiliser deux bases de règles distinctes pour approximer indépendamment les fonctions  $\psi_{c1}$  et  $\psi_{c2}$ . Celles-ci dépendant toutes les deux du vecteur d'état  $x$ , les mêmes structures de base de règles sont utilisées et seuls les paramètres de conclusion diffèrent.

Les deux fonctions non linéaires sont représentées par deux systèmes flous de Takagi-Sugeno à conclusion constante dont les deux sorties respectives sont  $\psi_{fc1}$  et  $\psi_{fc2}$ .

Les deux systèmes flous sont alors représentés par des collections de règles de la forme suivante:

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1^{i_1} \text{ et ... et } x_n \text{ est } A_n^{i_n} \text{ Alors } \psi_{fc1}(i_1, \dots, i_n) = \Theta_{fc1}^{(i_1, \dots, i_n)} \quad (3.1)$$

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1^{i_1} \text{ et ... et } x_n \text{ est } A_n^{i_n} \text{ Alors } \psi_{fc2}(i_1, \dots, i_n) = \Theta_{fc2}^{(i_1, \dots, i_n)} \quad (3.2)$$

Les sorties générées par les systèmes flous représentés par (3.1) (3.2) sont respectivement:

$$\psi_{fc1}(x, \Theta_{fc1}) = \xi(x) \Theta_{fc1} \quad (3.3)$$

$$\psi_{fc2}(x, \Theta_{fc2}) = \xi(x) \Theta_{fc2} \quad (3.4)$$

Où  $\Theta_{fc1}$  et  $\Theta_{fc2}$  sont les vecteurs de paramètres ajustés ou adaptés (voir lois d'adaptation) et  $\xi^T(x)$  le vecteur des degrés de validité des prémisses de règles.

Les fonctions non linéaires  $\psi_{c1}(x)$  et  $\psi_{c2}(x)$  peuvent être réécrites comme suit:

$$\psi_{c1}(x) = \psi_{fc1}(x) + \Delta_{fc1}(x) \quad (3.5)$$

$$\psi_{c2}(x) = \psi_{fc2}(x) + \Delta_{fc2}(x) \quad (3.6)$$

Avec  $|\Delta_{fc1}(x)| \leq \Delta_{fc1}^0$  et  $|\Delta_{fc2}(x)| \leq \Delta_{fc2}^0$ . Où  $\Delta_{fc1}$  et  $\Delta_{fc2}$ , bornée par  $\Delta_{fc1}^0$  et  $\Delta_{fc2}^0$ , sont les erreurs d'approximation floue minimales atteignables avec le nombre de règles choisi.  $\psi_{fc1}$  et  $\psi_{fc2}$  sont alors les approximations floues optimales de  $\psi_{c1}(x)$  et  $\psi_{c2}(x)$ .

Selon les équations (3.5) et (3.6) la sortie globale (1.3) peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} y^{(n)} &= \psi_{fc1}(x) + \psi_{fc2}(x) \cdot u_c + \Delta \\ &= \xi(x) \Theta_{fc1} + \xi(x) \Theta_{fc2} \cdot u_c + \Delta \end{aligned} \quad (3.7)$$

Où  $u_c$  La loi de commande (*L.E.S.F*) est choisie comme suit:

$$u_c = \frac{-\psi_{fc1}(x)}{\psi_{fc2}(x)} + \frac{1}{\psi_{fc2}(x)} v \quad (3.8)$$

et Où  $\psi_{fc1}$  et  $\psi_{fc2}$ , données par (3.5) et (3.6), sont les approximations floues de  $\psi_{c1}$  et  $\psi_{c2}$ . et  $\Delta = \Delta_{fc1} + \Delta_{fc2} \cdot u$  est bornée par  $\Delta_0$  donc  $\Delta = (\psi_{fc1} - \psi_{c1}) + (\psi_{fc2} - \psi_{c2}) \cdot u_c$

Dans un premier temps, nous allons calculer la (*L.E.S.F.A*) à partir du modèle nominal. Ensuite, différentes méthodes seront proposées pour compenser l'erreur d'approximation afin d'assurer la robustesse. Le principe de la (*L.E.S.F.A*) est illustré à la figure 3.5.

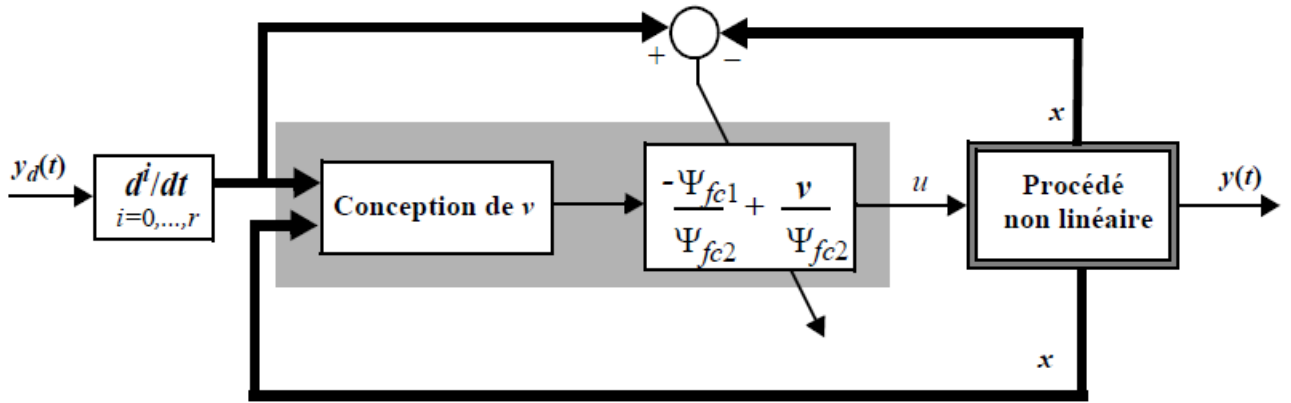


Figure 3.5 : Principe de la (*L.E.S.F.A*).

Par substitution de la loi de commande (3.8) dans (1.3), l'équation dynamique d'erreur de suivi (1.11) devient:

$$e_0^{(n)}(t) + \eta^T e(t) = -\Delta \quad (3.9)$$

Où  $\Delta$  est bornée par  $\Delta_0$  c.-à-d.  $|\Delta| \leq \Delta_0$ .

Dans une forme matricielle, l'équation (3.9) peut être réécrite comme suit:

$$\dot{e} = Ae - B\Delta \quad (3.10)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\mu_0 & -\mu_1 & -\mu_2 & \cdots & -\mu_{n-1} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

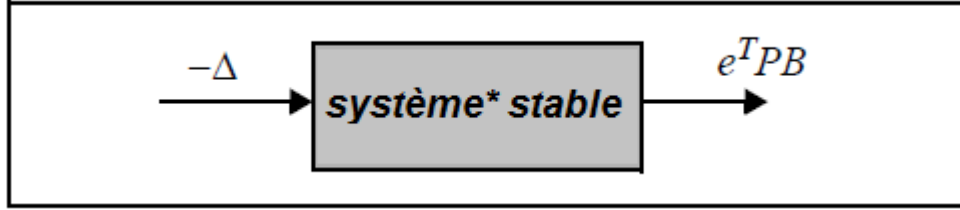
L'équation d'erreur (3.10) n'assure pas la convergence de  $e_0(t)$  vers zéro. Cependant, en présence des incertitudes représentées par  $\Delta$ , le système (3.10) reste stable. Cette stabilité est assurée via le lemme suivant:

**Démonstration :** Soit  $P$  une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation de Lyapunov:

$$PA + A^T P = -Q \quad (3.12)$$

Où  $Q$  est une matrice symétrique définie positive.

Si le transfert entre  $-\Delta$  et  $e^T P B$  est dissipatif et  $\Delta$  est bornée alors le système entrée-sortie est stable. (Voir figure 3.6).



**Figure 3.6 : Transfert entre  $-\Delta$  et  $e^T P B$ .**

**Démonstration :** Pour exploiter ce lemme, il faut montrer que le système\* précédant est effectivement dissipatif [2]. Pour cela, nous prenons la fonction quadratique suivante:

$$V = \frac{1}{2} e^T P e \quad (3.13)$$

Par dérivation de l'équation (3.13), on trouve:

$$\dot{V} = \frac{1}{2} (\dot{e}^T P e + e^T P \dot{e}) \quad (3.14)$$

Par substitution de l'équation dynamique d'erreur (II.10) dans (II.14), on obtient:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e - e^T P B \Delta \quad (3.15)$$

Les équations (3.13) et (3.15) vérifient les conditions de dissipativité. Donc le système\* est dissipatif. De plus,  $\Delta$  est bornée par  $\Delta_0$ , on peut donc déduire que la sortie du système est bornée, ce qui prouve la stabilité entrée-sortie.

### 3.3.1 Loïs d'adaptation

La tâche suivante, dans une façon constructive, est de remplacer  $\psi_{fc1}$  et  $\psi_{fc2}$  par la formule spécifique des systèmes flous (3.3), (3.4) et développer une loi d'adaptation pour ajuster les paramètres  $\Theta_{fc1}$  et  $\Theta_{fc2}$  dans le but d'assurer la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro.

Tout d'abord, on définit les paramètres optimaux  $\Theta_{fc1}^*$  et  $\Theta_{fc2}^*$  par :

$$\Theta_{fc1}^* = \arg \min_{\Theta_{fc1} \in \Omega_{fc1}} [\sup_{x \in u} |\psi_{fc1} - \psi_{c1}|]$$

$$\theta_{fc2}^* = \arg \min_{\theta_{fc2} \in \Omega_{fc2}} [\sup_{x \in u} |\psi_{fc2} - \psi_{c2}|]$$

Ou  $\Omega_{fc1}$  et  $\Omega_{fc2}$  sont des ensembles de contraintes pour  $\theta_{fc1}$  et  $\theta_{fc2}$  respectivement, spécifiées par l'expert. Ces ensembles sont définis comme :

$$\Omega_{fc1} = \{\theta_{fc1} : |\theta_{fc1}| \leq M_{f1}\}$$

$$\Omega_{fc2} = \{\theta_{fc2} : |\theta_{fc2}| \leq M_{f2}\}$$

Avec  $M_{f1}$  et  $M_{f2}$  sont des constantes positives spécifiées par l'expert.

Pour ajuster le vecteur de paramètres  $\theta_{fc1}$  on utilise :

$$\dot{\theta}_{fc1} = -\gamma_f e^T P B \xi(x)$$

$$\dot{\theta}_{fc2} = -\gamma_g e^T P B \xi(x) u$$

Ou  $\gamma_f, \gamma_g$  : constantes positive.

### 3.4 APPLICATION 1

On désire appliquer ce type de commande à un système non linéaire « pendule inversé ». Le pendule est de masse  $m$  et longueur  $2l$  placé sur un chariot de masse  $M$  (Figure 3.7).

Le pendule est commandé par une force  $\vec{F}$  appliquée au chariot, la grandeur à réglé étant la position angulaire  $\theta$ .

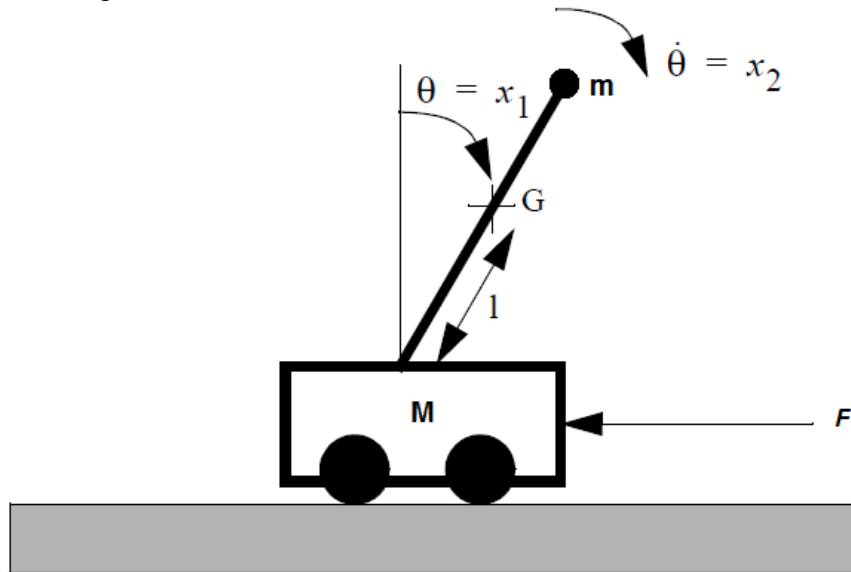


Figure 3.7 : Pendule inversé.



L'équation dynamique du pendule inversé est donnée par :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{M+m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M+m} \right)} + \frac{\frac{\cos x_1}{M+m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M+m} \right)} \cdot u \quad (3.16)$$

avec :  $x_1 = \theta$  et  $x_2 = \dot{\theta}$

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$  La gravité universelle.

$M = 1 \text{ Kg}$  La masse du chariot.

$m = 0.1 \text{ Kg}$  La masse du pendule.

$l = 0.5 \text{ m}$  La longueur du pendule.

#### • Paramètres d'initialisation

Le signal de référence :  $y_r(t) = \frac{\pi}{30} \sin(t)$ .

vecteur d'état initial  $x(0) = [\pi/6 \ 0]$ .

Les limites des fonctions  $\psi_{c1}$  et  $\psi_{c2}$  sont  $\psi_{c1}^u(x_1, x_2) = 15.78 + 0.0366 \cdot x_2^2$ ,  
et  $\psi_{c1}^u(x_1, x_2) = 1.46$ ,  $\gamma_f = 50$ ,  $\gamma_g = 1$ .

#### • Mise en œuvre de l'algorithme

On considère le vecteur de gain  $\eta = [2 \ 1]$  assurant la stabilité du système.

Les fonctions d'appartenance sont choisies de forme gaussienne .

$$(n_1 = n_2 = 5 \text{ et } i=1,2 \text{ et } j=1,\dots,5) ; \quad \mu(x) = \exp \left( - \frac{\left( x_i - \frac{\pi}{6} - (j-1)\pi/12 \right)^2}{\pi/24} \right)$$

pour ajuster les vecteurs de paramètres  $\theta_{fc1}$  et  $\theta_{fc2}$  qui contiennent initialement les centres des ensembles conséquents représentés dans les matrices d'inférence.

		$\theta_{fc1}(x_1, x_2)$						$\theta_{fc2}(x_1, x_2)$					
$x_2$	$F_2^1$	-10.7396	-5.9691	0	5.9691	10.7396		$F_2^1$	0.9983	1.3377	1.4634	1.3377	0.9983
	$F_2^2$	-10.7396	-5.9691	0	5.9691	10.7396		$F_2^2$	0.9983	1.3377	1.4634	1.3377	0.9983
	$F_2^3$	-10.7396	-5.9691	0	5.9691	10.7396		$F_2^3$	0.9983	1.3377	1.4634	1.3377	0.9983
	$F_2^4$	-10.7396	-5.9691	0	5.9691	10.7396		$F_2^4$	0.9983	1.3377	1.4634	1.3377	0.9983
	$F_2^5$	-10.7396	-5.9691	0	5.9691	10.7396		$F_2^5$	0.9983	1.3377	1.4634	1.3377	0.9983
		$F_1^1$	$F_1^2$	$F_1^3$	$F_1^4$	$F_1^5$			$F_1^1$	$F_1^2$	$F_1^3$	$F_1^4$	$F_1^5$
		$x_1$						$x_1$					

**Tableau.3.1.** Matrices d'inférence pour les fonctions  $\theta_{fc1}(x_1, x_2)$  et  $\theta_{fc2}(x_1, x_2)$ .

### 3.4.1 Résultats de simulation

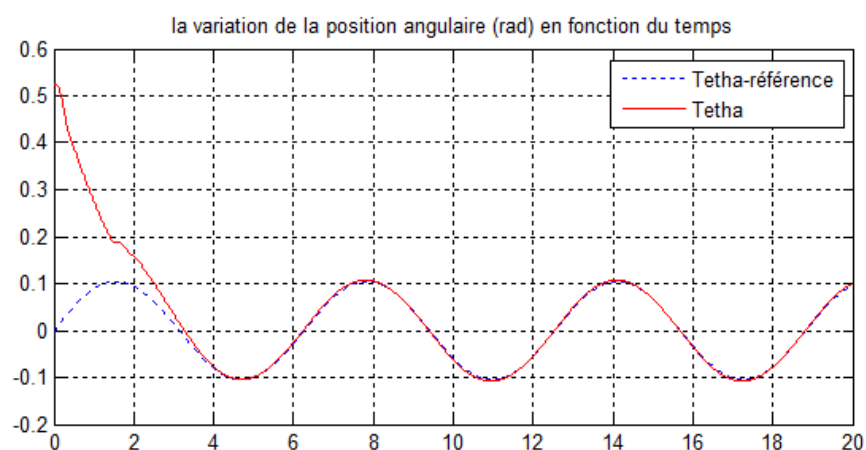


Figure 3.8 : la variation de la position angulaire et leur référence en fonction du temps.

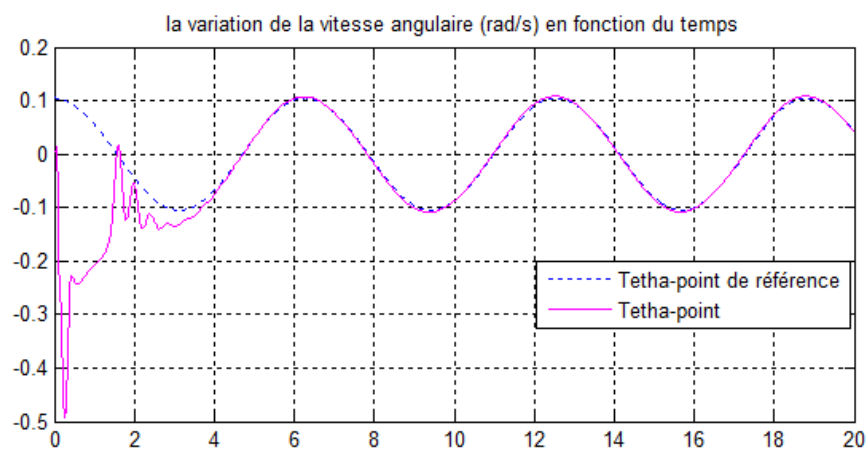


Figure 3.9 : la variation de la vitesse angulaire et leur référence en fonction du temps.

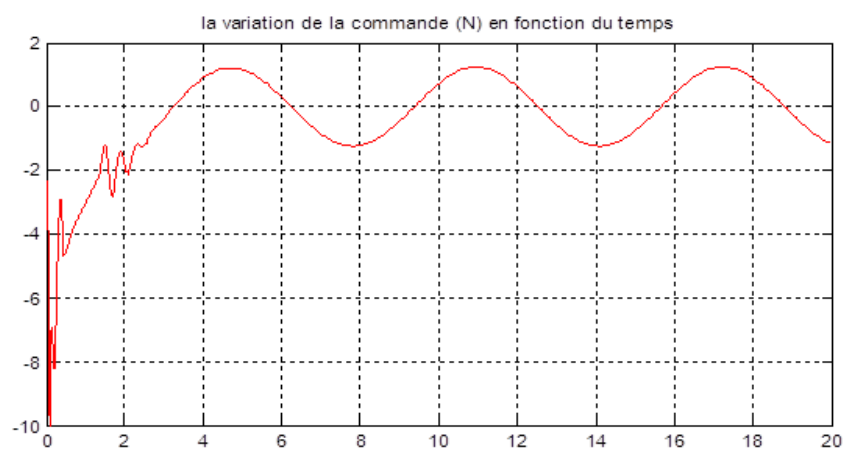


Figure 3.10 : la variation de la commande en fonction du temps.

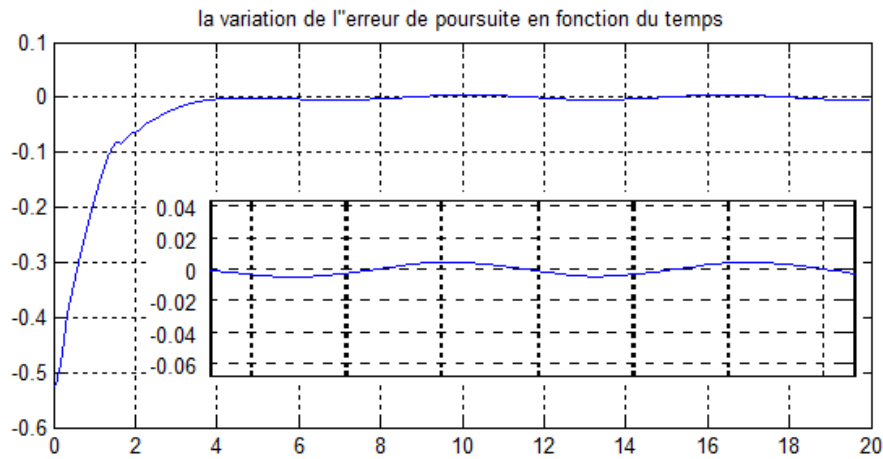


Figure 3.11 : la variation de l'erreur de poursuite en fonction du temps.

**Remarque :** Dans cette **APPLICATION 1**, nous allons calculer la (***L.E.S.F***) à partir du modèle nominal (sans perturbation).

### 3.5 APPLICATION 1.1

Même APPLICATION 1 mais dans ce cas prise en compte de perturbation  $d$ .

Avec 
$$d(t) = \begin{cases} 10 \cos(100 t) \sin(t), & 10 < t < 12 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Les résultats de simulation sont illustrés sur les figures ci-dessous.

#### 3.5.1 Résultats de simulation

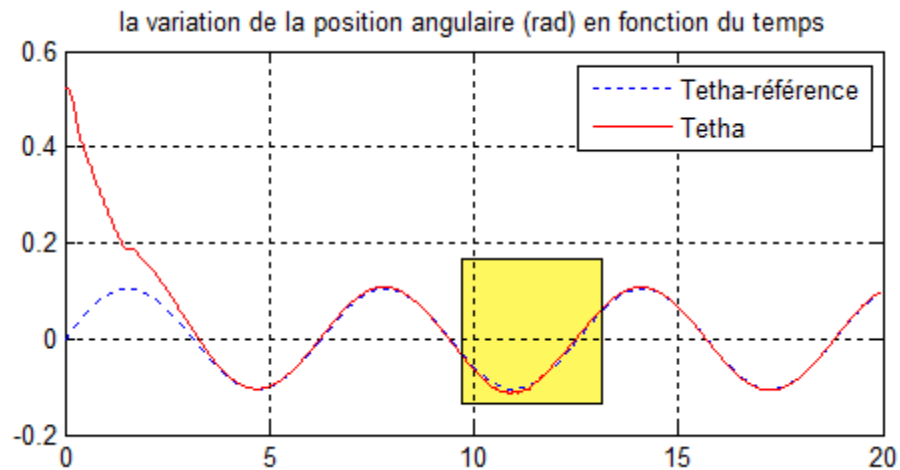
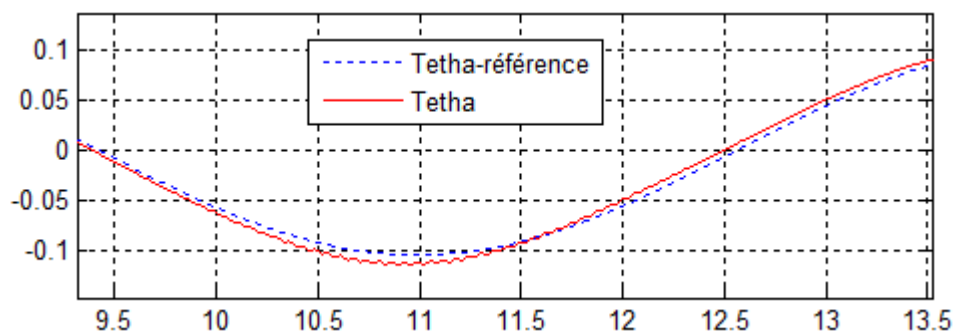
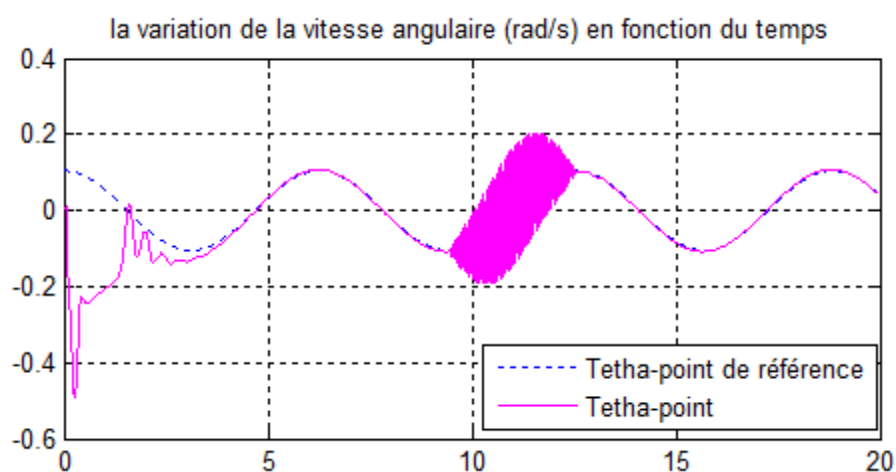


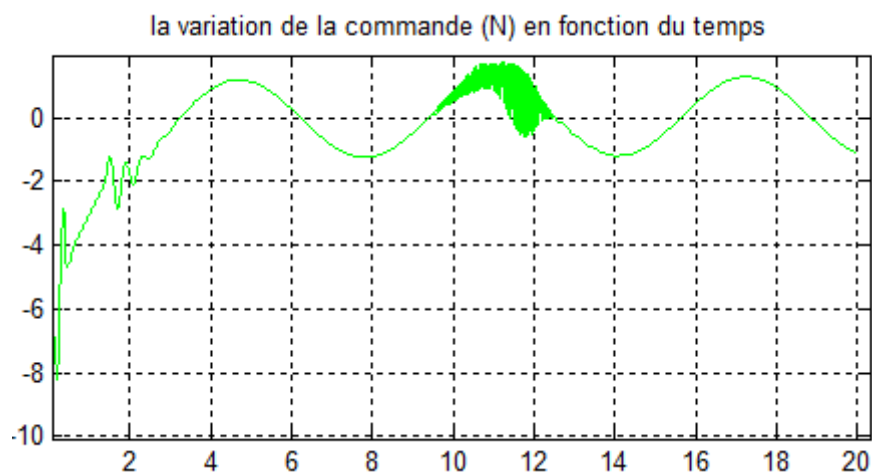
Figure 3.12 : la variation de la position angulaire et leur référence en fonction du temps.



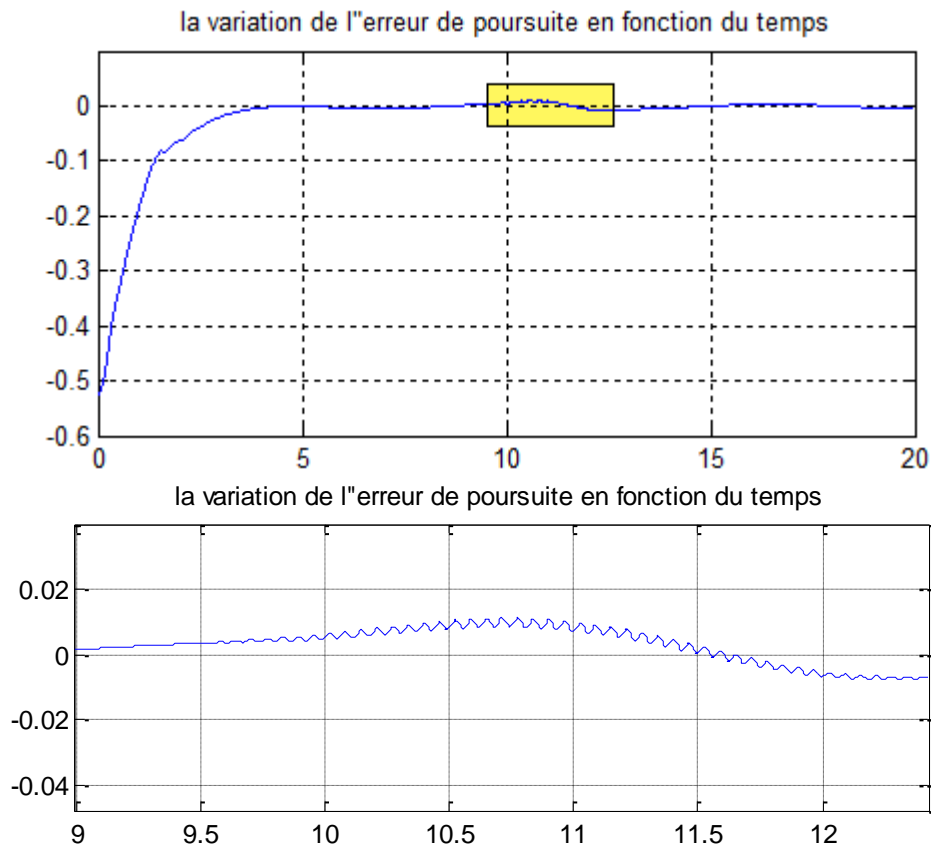
**Figure 3.12 :** la variation de la position angulaire et leur référence en fonction du temps.



**Figure 3.13:** la variation de la vitesse angulaire et leur référence en fonction du temps.



**Figure 3.14 :** la variation de la commande en fonction du temps.



**Figure 3.15 :** la variation de l'erreur de poursuite en fonction du temps.

Les résultats de simulation obtenus - **APPLICATION 1** - montrent que le contrôleur flou adaptatif peut réaliser une bonne poursuite si le modèle est nominal, c'est-à-dire sans perturbations et sans l'erreur d'approximation.

Pour les résultats de simulation obtenus - **APPLICATION 1.1** - malheureusement, la loi de commande (3.8) n'assure pas la robustesse de la structure de commande proposée vis-à-vis des incertitudes représentées par les perturbations.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre les concepts de base de la commande adaptative, linéarisation entrée-sortie floue ont été présentés. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la commande floue adaptative indirecte des systèmes non linéaires. Afin d'évaluer les performances de cet approche et montrer leurs limites, L'objectif de la synthèse d'une loi de commande ne doit pas être focalisé uniquement sur la stabilité du système bouclé mais aussi sur sa robustesse vis-à-vis d'incertitudes de modélisation et/ou de perturbations et vis-à-vis des variations de paramètres des systèmes.

Alors Pour résoudre ce problème, nous proposons d'augmenter la loi de commande par des composantes additives. Celles-ci seront synthétisées, soit à partir des techniques de mode de glissement.