ملخص

في هذه المذكرة ندرس نموذجا رياضيا يصف التشوه الانزلاقي في الاتجاه العمودي على مستوى الأسطوانة (حيث يكون الانزياح عموديا على مستوى القاعدة) الأسطوانة في حالة تلامس دون احتكاك مع قاعدة صلبة. يدرج النموذج بشكل واضح تأثير التصاق الأسطح المتلامسة الناتج عن عامل لاصق. يفترض أن المادة ذات خصائص لزجة مرنة (فيزستوالاستيكية)مع تأثيرات ذاكرة طويلة المدى و خصائص غير متجانسة و يعامل الإجراء على أنه شبه ساكن (تطور بطيء مع الزمن).

ينقسم هذا العمل إلى ثلاثة فصول. أولا، نعرض نتائج أولية من التحليل الدالي و المعادلات التفاضلية الجزئية، و التي تشكل الأساس الرياضي للتحليل اللاحق. ثانيا، يركز الفصل الثاني على النمذجة الرياضية لمشكلة التشوه الانزلاقي في الاتجاه العمودي، متضمنا تأثيرات الالتصاق، و اللزوجة المرنة مع ذاكرة طويلة المدى، و عدم تجانس المادة تحت افتراضات شبه سكونية. أخيرا، ينشئ الفصل الثالث صياغة تباينية للنظام المزدوج: معادلة تباينية من نوع فولتيرا لحقل الإزاحة، و معادلة تطورية لحقل التماسك. من خلال بناء تطبيق انكماشي مناسب على فضاء بناخ، نثبت وجود وحدة الحل الضعيف للمشكلة.

الكلمات المفتاحية: التشوه الانزلاقي في الاتجاه العمودي, مادة لزجة مرنة, التماس مع التصاق, التماس دون احتكاك, حل ضعيف, نقطة ثابتة.

Abstract

In this thesis, we consider a mathematical model describing the antiplane shear deformation of a cylinder in frictionless contact with a rigid foundation. The adhesion between the contact surfaces, induced by a bonding agent, is explicitly accounted for. The material is assumed to be viscoelastic with long-term memory and nonhomogeneous properties, and the process is modeled as quasistatic. This work is devided into three chapters. First, we present preliminary results from functional analysis and partial differential equations, which lay the mathematical foundation for the subsequent analysis. Next, the second chapter focuses on the mathematical modeling of the antiplane shear deformation problem, incorporating adhesion effects, viscoelasticity with long-term memory, and matterial nonhomogeneity under quasistatic assumptions. Finally, the third chapter establishes a variational formulation of the coupled system, a volterra-type variational equality for the displacement field and an evolution equation for the bonding field..

Keywords : Antiplane shear, viscoelastic material, adhesion contact, frictionless contact, weak solution, fixed point.

Résumé

Dans cette thèse, nous considérons un modèle mathématique décrivant la déformation par cisaillement antiplan d'un cylindre en contact sans frottement avec une fondation rigide. L'adhésion entre les surfaces de contact, induite par un agent de liaison, est explicitement prise en compte. Le matériau est supposé viscoélastique avec une mémoire à long terme et des propriétés non homogènes, et le processus est modélisé comme quasi-statique. Ce travail est divisé en trois chapitres. Premièrement, nous présentons des résultats préliminaires en analyse fonctionnelle et équations aux dérivées partielles, que établissent les fondements mathématique pour l'analyse ultérieure. Ensuite, le deuxième chapitre se concentre sur la modélisation mathématique du problème de déformation par cisaillment antiplan, intégrant les effets d'adhésion,la viscoélasticité avec mémoire à long terme, et l'hétérogénéité du matériau sous des hypothèses quasi-statiques. Enfin, le troisième chapitre établit une formulation variationnelle du système couplé : une égalité vraiationnelle de type volterra pour le champ de déplacement et une équation d'évolution pour le champ de liaison.

Mots clés : Aissailement antiplan, matériaux viscoélastique, contact avec adhésion, contact sans frottement, solution faible, point fixe.