الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جـــامعـة سطيـــف1

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

Ministry of Higher Education and scientific Research
UNIVERSITY-SETIF1
Faculty of Economics Commerce and Management

قســم :العلوم المالية والمحاسبة

محاضرات في الاقتصاد الجزئي 1

-دروس وتمارين -

مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك

إعداد الدكتورة: فالي نبيلة

الخبراء المقيمين للمطبوعة:

شراقة صبرينة –جامعة سطيف 1–

دربال سمية – جامعة حمة لخضر الوادي_

تاريخ اعتماد المطبوعة: 17 مارس 2022

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرس

المحتويات

فهرس المحتويات	الصفحة
مقدمة	أ
الفصل الأول: مدخل إلى علم الاقتصاد	
أولا: تعريف علم الاقتصاد	1
ثانيا: تعريف المشكلة الاقتصادية	1
ثالثا: النظرية الاقتصادية	4
رابعا: طرق التحليل الاقتصادي	5
تمرين توضيحي	7
الفصل الثاني: نظرية الطلب والعرض والمرونات والتوازن وتطبيقات على توازن السوق	
نظرية الطلب	
أولا- تعريف الطلب	11
ثانيا- العوامل المؤثرة في الطلب	11
ثالثا- دالة الطلب	11
رابعا- منحنى الطلب	11
خامسا-جدول الطلب	12
سادسا-انتقال منحنى الطلب	13
سابعا- الطلب السوقي (الطلب الكلي) على سلعة ما	18
ثامنا-حالات خاصة لدالة الطلب	22
تاسعا- التغير في الكمية المطلوبة وتغير الطلب:	23
عاشرا- مرونة الطلب	24
احدى عشر- العوامل المؤثرة في معامل مرونة الطلب السعرية:	37
نظرية العرض	39
أولا- تعريف العرض	39
ثانيا- العوامل المحددة للعرض	39

ثالثا- قانون العرض	41
رابعا- دالة العرض	41
خامسا- منحنى العرض	41
سادسا- جدول العرض	42
سابعا- تحرك منحنى العرض	43
ثامنا- انتقال منحنى العرض	44
تاسعا- العرض السوقي (الكلي)	46
عاشرا- منحنى العرض السوقي	46
احدى عشر- مرونة العرض السعرية	48
إثنا عشر- العوامل المحددة لمرونة العرض السعرية	52
توازن السوق	53
أولا- التوازن بيانيا ورياضيا	53
ثانيا- فائض العرض	55
ثالثا- فائض الطلب	56
رابعا- تغيرات التوازن	56
خامسا- أنواع التوازن	64
تطبيقات على توازن السوق	68
أولا- تنظيم السوق عن طريق آلية الأسعار	68
ثانيا- تنظيم السوق عن طريق آلية الوسائل المالية	69
1- التدخل عن طريق الضريبة	69
2- التدخل عن طريق الإعانة	80
ثالثا- فائض المستهلك وفائض المنتج	91
تمارين توضيحية	93
الفصل الثالث: تحليل سلوك المستهلك	114
أولا – تحليل سلوك المستهلك باستخدام المنفعة	115

1- تعريف المنفعة	115
2- المنفعة الكلية والمنفعة الحدية	116
3- قانون تناقص المنفعة الحدية	121
4- العلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية	122
5- توازن المستهلك	123
6- توازن المستهلك في حالة وجود قيود	129
7- التبادل	141
8- اشتقاق منحنى الطلب	144
9- الكميات المشتراة من السلعة الأخرى	147
10- الأثر الإحلالي والأثر الدخلي	147
ثانيا: تحليل سلوك المستهلك باستخدام منحنيات السواء (نظرية المنفعة الترتيبية)	149
1- تعريف منحنيات السواء	149
2- خصائص منحنيات السواء	151
3- خريطة السواء	153
4- المعدل الحدي للإحلال	154
5- خط قيد الميزانية	157
6- انتقال خط الميزانية	160
7- الأشكال المختلفة لمنحنى السواء	163
8- توازن المستهلك	168
9- دراسة توازن المستهلك في حالة تغير الدخل والأسعار	173
10- فصل الأثرين الإحلالي والدخلي	182
تمارين توضيحية	191
الفصل الرابع: نظرية الإنتاج	

أولا- تعريف الإنتاج	205
ثانيا- عناصر الإنتاج	206
ثالثا- دالة الإنتاج	207
رابعا- المدى القصير والمدى الطويل	207
خامسا-دالة الإنتاج في المدى القصير	207
سادسا- الناتج الكلي والناتج المتوسط والناتج الحدي	208
سابعا- قانون تناقص الغلة	211
ثامنا- دراسة العلاقة بين منحنيات الناتج الكلي والناتج المتوسط والناتج الحدي	212
تاسعا- مراحل الإنتاج	214
عاشرا- دالة الإنتاج في المدى الطويل	216
احدى عشر- منحنى الكمية المتساوية	216
اثنا عشر- المعدل الحدي للإحلال التقني (MRTS)	217
ثلاثة عشر- منحن التكلفة المتساوية (خط التكلفة)	220
أربعة عشر- توازن المنتج	223
خمسة عشر- منحنى مسار التوسع أو منحنى توسع الإنتاج	229
ستة عشر- قانون غلة الحجم	230
سبعة عشر- دوال الإنتاج المتجانسة	231
تمارين توضيحية	236
الخلاصة	248
قائمة المراجع	250

فهرس الأشكال

رقم الشكل	عنوان الشكل	الصفحة
01	منحنى الطلب	12
02	ثبات سعر السلعة يؤدي إلى انتقال منحنى الطلب	13
03	انتقال منحنى الطلب إلى الأعلى حالة السلعة العادية عند ارتفاع الدخل	14
04	انتقال منحنى الطلب إلى الاسفل حالة السلعة الدنيا عند ارتفاع الدخل	14
05	في حالة ارتفاع سعر البن (البن سلعة بديلة للشاي)	15
06	في حالة انخفاض سعر البن (البن سلعة بديلة للشاي)	16
07	تأثير ارتفاع سعر الليمون على منحنى طلب الشاي (الليمون والشاي سلعتين مكملتين)	16
08	في حالة انخفاض سعر الليمون (الليمون والشاي سلعتين مكملتين)	17
09	انتقال منحنى الطلب في حالة زيادة وانخفاض الرغبة	18
10	منحنى الطلب الفردي والسوقي	22
11	منحنى الطلب في حالة سلعة جيفن وظاهرة فبلن	23
12	طلب مرن	26
13	طلب غير مرن	27
14	طلب أحادي المرونة	27
15	طلب عديم المرونة	27
16	طلب لا نهائي المرونة	28
17	منحنى الطلب السوقي	29
18	مرونة النقطة C	31
19	مرونة النقطة D	31
20	قيمة المرونة على منحنى الطلب	32
21	منحنى العرض	42
22	التحرك إلى الأعلى	43
23	التحرك إلى الاسفل	44
24	انتقال منحنى العرض إلى الأسفل	45
25	انتقال منحنى العرض إلى الأعلى	45
26	منحنى العرض الفردي ومنحنى العرض السوقي	47

27	عرض مرن	49
28	عرض غير مرن	50
29	عرض أحادي المرونة	50
30	عرض عديم المرونة	51
31	عرض لا نهائي المرونة	51
32	التوازن هندسيا	54
33	فائض العرض	55
34	فائض الطلب	56
35	زيادة العرض	57
36	زيادة الطلب	57
37	نقص العرض	58
38	نقص الطلب	58
39	زيادة العرض أكبر من نقص الطلب	59
40	زيادة العرض أقل من نقص الطلب	59
41	زيادة العرض تساوي انخفاض الطلب	60
42	زيادة الطلب أكبر من زيادة العرض	60
43	زيادة العرض أكبر من زيادة الطلب	61
44	انخفاض الطلب يساوي انخفاض العرض	61
45	انخفاض الطلب أكبر من انخفاض العرض	62
46	انخفاض الطلب أقل من انخفاض العرض	62
47	زيادة الطلب تساوي انخفاض العرض	63
48	زيادة الطلب أقل من انخفاض العرض	63
49	زيادة الطلب أكبر من انخفاض العرض	64
50	التوازن المستقر	65
51	التوازن غير المستقر	67
52	حالة تحديد حد أعلى للسعر	68
53	حالة تحديد حد أدنى للسعر	69
54	تحديد سعر البائع والمشتري	70

55	إزاحة منحنى الطلب على الأسفل أي إلى اليسار	71
56	إزاحة منحنى العرض إلى الأعلى أي إلى اليسار	71
57	تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى العرض إلى الأعلى	74
58	تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى الطلب إلى الأسفل	74
59	مقدار ما يتحمله المشتري من الضريبة t_B وما يتحمله البائع t_S من الضريبة	75
60	الطلب غير مرن	76
61	الطلب مرن	76
62	الطلب مرن بشكل تام	77
63	الطلب غير مرن بشكل تام	77
64	العرض غير مرن	78
65	العرض مرن	78
66	العرض مرن بشكل تام	78
67	العرض غير مرن بشكل تام	79
68	تحديد سعر البائع وسعر المشتري	81
69	إزاحة منحنى الطلب إلى الأعلى أي إلى اليمين	81
70	إزاحة منحنى العرض إلى الأسفل أي إلى اليمين	82
71	تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى العرض إلى الأسفل	85
72	تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى الطلب إلى ال الأعلى	85
73	مقدار ما يستفيد منه المشتري من الإعانة w_B وما يستفيد منه البائع w_S من الإعانة	86
74	الطلب غير مرن	87
75	الطلب مرن	87
76	الطلب مرن بشكل تام	88
77	الطلب غير مرن بشكل تام	88
78	العرض غير مرن	89
79	العرض مرن	89
80	العرض مرن بشكل تام	90

81	العرض غير مرن بشكل تام	90
82	فائض المستهلك وفائض المنتج	92
83	منحنيات الطلب الفردي والسوقي	105
84	انتقال منحنى عرض الدجاج إلى الأعلى بسبب ارتفاع سعر الأعلاف	107
85	انتقال منحنى عرض الدجاج إلى الأسفل بمقدار الإعانة	107
86	انتقال منحنى عرض الدجاج إلى الأسفل بسبب تضاعف عدد المداجن	108
87	التحرك على منحنى العرض إلى الأسفل بسبب انخفاض سعر الدجاج	108
88	منحنى المنفعة الكلية والحدية	120
89	تناقص المنفعة الحدية	122
90	منحنى الطلب	145
91	منحنيات السواء	151
92	شكل منحنيات السواء في حالة السلع المتكاملة	152
93	تقاطع منحنيات السواء	153
94	إتجاه مستوى الاشباع في منحنيات السواء	154
95	المعدل الحدي للاحلال MRSxy	155
96	منحنى خط الميزانية	158
97	تمثيل معادلة خط الميزانية	160
98	انتقال خط الميزانية عند تغير سعر السلعة x مع ثبات دخل المستهلك R وسعر السلعة y	161
99	انتقال خط الميزانية عند تغير سعر السلعة y مع ثبات دخل المستهلك R وسعر السلعة y	162
100	انتقال خط الميزانية عند تغير دخل المستهلك R مع ثبات أسعار السلعتين	162
101	شكل منحنيات السواء في حالة السلع المكملة	164
102	السلعتان x و y سلعتان بديلتان تماما	165
103	السلعتان x و y سلعة واحدة في نظر المستهلك	165
104	السلعة x سلعة غير مرغوب فيها	166
105	السلعة y سلعة غير مرغوب فيها	166

106	اتجاه الرغبة إلى السلعة x ضعيف	167
107	اتجاه الرغبة إلى السلعة y ضعيف	167
108	توازن المستهلك بيانيا	168
109	تمثيل التوازن بيانيا	173
110	منحنى استهلاك–الدخل	175
111	منحنى إنجل	177
112	طبيعة السلعة من خلال ميل منحنى إنجل	178
113	منحنى استهلاك–السعر (حالة تغير سعر السلعة x)	179
114	منحنى طلب المستهلك على السلعة (x)	181
115	الناتج الكلي والمتوسط والحدي للعمل	211
116	مراحل الإنتاج	214
117	منحنيات الكمية المتساوية	216
118	خط التكلفة المتساوية	221
119	منحنى خط التكلفة المتساوية	223
120	التوازن بيانيا	223
121	منحنى مسار التوسع في حالة تغير ميزانية المنتج	230
122	منحنى مسار التوسع في حالة تغير سعر أحد عوامل الإنتاج وليكن سعر العمل	230

فهرس الجداول

رقم الجدول	عنوان الجدول	الصفحة
1	جدول الطلب	12
2	حجم الطلب الفردي	20
3	الطلب السوقي	20
4	جدول الطلب الفردي والسوقي	21
5	العلاقة بين مرونة الطلب السعرية ونوع الطلب	26
6	جدول الطلب السوقي	28
7	العلاقة بين مرونة الطلب السعرية والإنفاق الكلي	33
8	شرح معامل مرونة الطلب الدخلية	35
9	شرح معامل مرونة الطلب التقاطعية	37
10	جدول العرض	42
11	العرض اليومي للمنتجين	46
12	العرض السوقي للمنتجين	46
13	شرح معامل مرونة العرض السعرية	49
14	جدول الطلب للمستهلكين الثلاثة	104
15	المنفعة الكلية والحدية	119
16	توازن المستهلك حالة سلعة واحدة	124
17	الكميات المستهلكة من السلعتين والمنافع منها	126
18	توازن المستهلك باستخدام المنفعة	127
19	المنفعة الحدية للفردين A و B من السلعتين x و y	142
20	المنافع الحدية للسلعتين x و y	145
21	منحنيات السواء لمستهلك ما	150
22	حساب المعدل الحدي للاحلال MRSxy	156
23	قيم معادلة منحنى السواء	173
24	الإنتاج الكلي الناتج عن استخدام وحدات من الأرض والعمل	210
25	الناتج المتوسط والناتج الحدي للعمل	210

المقدمة

تمهيد:

يهتم الاقتصاد الجزئي بتحليل ودراسة السلوك الاقتصادي للوحدات الفردية كالمستهلك والعوامل المحددة لطلبه على سلعة أو خدمة معينة، المنتج أو المؤسسة والعوامل المحددة للكمية المنتجة.

الأهداف التعليمية:

يهدف هذا المقياس إلى تعريف الطالب بالاقتصاد الجزئي1، وتوضيح المفاهيم والقوانين المرتبطة بنظرية الاقتصاد الجزئي1.

بعد دراسة الطالب لمحتويات هذا المقياس سيتمكن من اكتساب مجموعة من المعارف والمهارات تجعله قادرا على :

-التعرف على مفهوم علم الاقتصاد؛

-التعرف على المستهلك والمنتج من خلال الطلب والعرض؛

-التعرف على تحليل سلوك المستهلك بأسلوب المنفعة القياسية والمنفعة الترتيبية؛

- التعرف على تحليل سلوك المنتج من خلال نظرية الإنتاج؛

المكتسبات المعرفية المطلوبة:

يتطلب استيعاب وفهم محاور هذا المقياس، أن يكون الطالب لديه معارف مسبقة في المقاييس التالية:

- مقياس الرياضيات؛
- مقياس الاقتصاد.

مضمون المحاضرات:

اشتملت هذه المطبوعة على أربعة فصول حيث يحتوي كل فصل على مجموعة مختلفة من التمارين مع تقديم حلول نموذجية لها، حيث تناول الفصل الأول مدخل إلى علم الاقتصاد أين تم تعريف علم الاقتصاد والمشكلة الاقتصادية والنظرية الاقتصادية وإلى طرق التحليل الاقتصادي، وفي الفصل الثاني تم التطرق إلى نظرية الطلب والعرض والمرونات والتوازن وتطبيقات على توازن السوق، أما الفصل الثالث فقد تم تخصيصه لنظرية سلوك المستهلك بأسلوبيها أسلوب المنفعة القياسية وأسلوب المنفعة الترتيبية(منحنيات السواء)، في حين الفصل الأخير فقد تم فيه تناول نظرية سلوك المنتج.

الفصل الأول:

مدخل إلى علم الاقتصاد

- ✓ تعريف علم الاقتصاد؛
- ✓ تعريف المشكلة الاقتصادية؛
- ✓ النظرية الاقتصادية؛
- ✓ طرق التحليل الاقتصادي.

الفصل الأول: مدخل إلى علم الاقتصاد

يختص علم الاقتصاد بدراسة الظواهر المحيطة بالإنسان أو المتعلقة به، سواء على مستوى الفرد أو مستوى المجتمع أو المستوى الدولي مثل دراسة الأجور، الأسعار، البطالة، التضخم،...إلخ

أولا-تعريف علم الاقتصاد:

لا يوجد تعريف واحد لعلم الاقتصاد فهي تختلف نتيجة اختلاف العلماء واختلاف وجهة نظر كل منهم، ولعل من أهم هذه التعريفات نذكر ما يلي:

- إن الاقتصاد كلمة يونانية تتكون من oikosوتعني "المنزل" وnomos وتعني قانون أو "التدبير أو الإدارة"، وبالتالي يصبح معنى الاقتصاد "ترتيب أو إدارة المنزل" أو "علم قوانين الاقتصاد المنزلي"، أو "علم قوانين الذمة المالية المنزلية"، ويمكن تعميم هذا المعنى فنقول إدارة المؤسسة أو أي نشاط اقتصادي بكفاءة.[1]
- وعرفه آدم سميث بأنه "دراسة في طبيعة ومسببات ثراء الأمم"[2].
- وعرف بأنه:"العلم الذي يهتم بدراسة الكيفية التي يختار بها الأفراد والمجتمع توظيف الموارد النادرة لإنتاج السلع المختلفة في أوقات متعاقبة، وكيفية توزيع هذه السلع على الاستهلاك الحاضر أو المستقبل وبين مختلف الأفراد والمجموعات المكونة للمجتمع"[3].

من خلال هذه التعاريف يمكن استنتاج تعريف شامل حيث يمكن القول بأن علم الاقتصاد يهدف إلى تحقيق الكفاءة الاقتصادية في استخدام الموارد الاقتصادية (العمل والأرض ورأس المال والتنظيم) .

ثانيا- تعريف المشكلة الاقتصادية:

تتمثل المشكلة الاقتصادية في ندرة أو قصور الموارد عن إشباع كافة الحاجات والرغبات البشرية غير المحدودة، حيث تظهر هذه المشكلة في أي مجتمع من المجتمعات البشرية عند ممارسة العمليات الخاصة باستخدام الموارد المتاحة لديه بهدف إشباع الحاجات البشرية، فإذا كانت الموارد المتاحة لإنتاج السلع والخدمات غير كافية لإشباع الطلب على هذه السلع والخدمات تظهر المشكلة الاقتصادية، بينما إذا كانت الموارد اللازمة لإنتاج السلع والخدمات من الوفرة بما يكفي لإنتاج المطلوب من هذه السلع والخدمات فلا يكون هناك وجود لهذه المشكلة.[4]

---

[1]- عبد القادر بو السبت، مطبوعة بعنوان محاضرات في الاقتصاد الجزئي، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة عبد الحميد مهري، قسنطينة 2، 2019/2018، ص 2.

[2]- علي عبد الوهاب نجا، مبادئ الاقتصاد الجزئي، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2015، ص 14.

[3]- محمد جصاص، مطبوعة بعنوان محاضرات في الاقتصاد الجزئي1، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة عبد الحميد مهري، قسنطينة 2، 2017/2016، ص 4.

[4]- علي عبد الوهاب نجا، مرجع سبق ذكره، ص 34.

ومنه فإن:

نقص المعروض من السلع والخدمات عن المطلوب منها ⟵ مشكلة اقتصادية

وبالتالي فإن المشكلة الاقتصادية تتمثل في الندرة النسبية للموارد الاقتصادية المتاحة على اختلاف أنواعها ومهما بلغت أحجامها، فهي محدودة إذا ما قورنت بالحاجات الإنسانية المتعددة المتجددة والمتزايدة والمتباينة باستمرار.

❖ **خصائص المشكلة الاقتصادية:**

تتمثل أهم خصائص المشكلة الاقتصادية فيما يلي:[1]

1- تعدد الحاجات الإنسانية المادية وغير المادية، وهي متنوعة ومتجددة ومتطورة ولا نهائية، وتختلف كما ونوعا من زمن لآخر ومن فرد لآخر.

2- الندرة النسبية للموارد الاقتصادية الكفيلة بإشباع تلك الحاجات، وحتى لو توافرت هذه الموارد بشكل كبير لدى أحد المجتمعات، فإن بقية الموارد اللازمة لهذا المجتمع قد تكون غير متوفرة أو غير كافية، أو لو توفر الكثير من الموارد في أحد البلدان أو لدى أحد الأفراد، فهي ليست متوفرة بكثرة أو بكمية كافية لدى جميع البلدان أو لدى الأفراد كافة.

3- ضرورة المفاضلة بين الحاجات لتحديدها وترتيبها وفق سلم أولويات، وذلك لإشباعها بحسب درجة أهميتها وإلحاحها في حدود الموارد المتاحة.

4- ضرورة اختيار وتحديد الموارد الاقتصادية المناسبة لأن الكثير من الحاجات يمكن إشباعها بأكثر من مورد، لذا فإن اتخاذ القرار باستعمال مورد ما لإشباع حاجة معينة يعني التضحية به والحرمان منه لإشباع حاجة أخرى.

❖ **عناصر المشكلة الاقتصادية:**

تتمثل عناصر المشكلة الاقتصادية في عدد من الاسئلة، وكل سؤال يجيب على عنصر من عناصر المشكلة الاقتصادية، وتتمثل هذه العناصر فيما يلي:[2]

1- ماذا ننتج؟: أي تحديد نوعي وكمي للسلع والخدمات التي يجب إنتاجها في المجتمع، وذلك لأنه نظرا لأن موارد المجتمع نادرة بالنسبة للاستخدامات المتعددة لها، وبالتالي لابد من تحديد أنواع السلع والخدمات التي يجب إنتاجها، فضلا عن تحديد الكميات من كل نوع، وذلك لأنه لا يمكن للمجتمع إنتاج كافة السلع والخدمات التي يرغب في إنتاجها، ومن ثم فإن هذا يتطلب الاختيار فيما بين هذه السلع والخدمات وفقا لرغبات وأولويات أفراد المجتمع، ثم يتم ترتيب هذه الاختيارات على حسب أهميتها وهذا ما

[1]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 4.

[2]-علي عبد الوهاب نجا، مرجع سبق ذكره، ص ص 41- 42.

يعرف "**بسلم التفضيل الجماعي**" الذي يعكس أولويات إنتاج السلع والخدمات من وجهة نظر افراد المجتمع.

ومنه: **ماذا ننتج؟ ⟵ أي تحديد أنواع السلع التي يجب إنتاجها**

2- كيف ننتج؟: أي تحديد الطريقة الفنية التي يتم من خلالها إنتاج ما تقرر إنتاجه، بما يحقق أكبر كفاءة ممكنة للموارد المتاحة في المجتمع، وذلك لأنه لا توجد طريقة فنية واحدة لإنتاج السلع والخدمات، بل توجد أكثر من طريقة، فقد تم استخدام عنصر العمل بنسبة أكبر في العمليات الإنتاجية ويعرف هذا الأسلوب بأنه مكثف لعنصر العمل، كما قد يتم استخدام المعدات والآلات بنسبة أكبر في العمليات الإنتاجية، ويعرف هذا الأسلوب بأنه مكثف لعنصر رأس المال، ويختلف الأسلوب الفني هذا من مجتمع إلى آخر على حسب الوفرة والندرة النسبية لعناصر الإنتاج أو الموارد بالمجتمع، وبالتالي فإنه يجب تنظيم عملية الإنتاج بما يؤدي إلى تحقيق التخصيص الأمثل للموارد النادرة في المجتمع فيما بين استخداماتها المختلفة، ومن ثم تحقيق أقصى كفاءة ممكنة لاستخدام الموارد النادرة وبما يؤدي إلى تقليل الفاقد إلى أدنى حد ممكن.

ومنه: **كيف ننتج؟ ⟵ ما هي أساليب الإنتاج التي نستخدمها**

3- لمن ننتج؟: أي توزيع الناتج أو الدخل الوطني فيما بين أفراد المجتمع وتحديد الأساس الذي يتم عليه ذلك التوزيع، حيث أنه بعدما يتم تحديد أنواع السلع والخدمات المراد إنتاجها والكميات من كل نوع، وعندما يتم إنتاجها، فإنه لابد من التوصل إلى طريقة يتم بها توزيع هذا الناتج على أفراد المجتمع الذين أسهموافي العملية الإنتاجية بما يحقق العدالة في التوزيع، والعدالة في توزيع الناتج أو الدخل الوطني بين أفراد المجتمع لا تعني توزيعه بالتساوي فيما بنهم، بل تعني أن كل فرد يحصل على نصيب من الدخل الوطني يتناسب مع قدر مشاركته في العمليات الإنتاجية سواء بعمله المباشر أو بما يمتلكه من عوامل الإنتاج.

ومنه: **لمن ننتج؟ ⟵ طريقة توزيع الناتج الوطني الإجمالي على أفراد المجتمع**

ثالثا– النظرية الاقتصادية:

تعرف النظرية الاقتصادية بأنها مجموعة من التعريفات التي توضح معاني بعض المصطلحات الاقتصادية المستخدمة، مضافاً إليها بعض الافتراضات الحكمية المتعلقة بطريقة تصرف الظواهر الاقتصادية محل الدارسة. [1]

و تعتبر النظرية الإقتصادية كأداة للتحليل الإقتصادي، أي لتحليل وتفسير الظواهر والمشاكل الإقتصادية، إضافة إلى إبراز القوانين التي تتحكم في سلوك الأعوان الإقتصادية (المتمثلة أساسا في الأفراد والعائلات، المؤسسات المالية كالبنوك، المؤسسات غير المالية (الإنتاجية)، المصالح الإدارية للدولة).[2]حيث أنه من مجموع النظريات الاقتصادية يتكون علم الاقتصاد.

وتقوم النظرية الاقتصادية على الخطوات التالية:[3]

- ❖ صياغة التعريفات والافتراضات الحكمية المتعلقة بماهية سلوك الظواهر الاقتصادية؛
- ❖ التحليل المنطقي؛
- ❖ التنبؤات؛
- ❖ المشاهدات الواقعية؛
- ❖ الاستنتاج بأن النظرية تتفق مع الواقع أو مختلفة عنه.

ويعد الاقتصاد الجزئي أحد الفروع الرئيسية للنظرية الاقتصادية والذي يحاول أن يعطينا تفسيرا علميا للسلوك الاقتصادي للوحدات الاقتصادية منفردة وذلك في ظل فروض معينة، فالمستهلك كوحدة اقتصادية وكما تفترض النظرية الاقتصادية يتصرف في دخله المحدود بالإنفاق على مختلف السلع والخدمات لإشباع رغباته محاول الحصول على أكبر إشباع ممكن. كما أن المنتج كوحدة إنتاجية يقوم بعملياته الإنتاجية والتسويقية بهدف تعظيم ربحه، فيما يساعدنا تحليل سوق سلعة معينة كوحدة اقتصادية في معرفة الطريقة أو الآلية التي يتم بها تحديد سعر السلعة والكميات المبادلة منها.[4]

[1] - محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 5.
[2] - عصام بودور، محاضرات في مقياس الاقتصاد الجزئي 1، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى تعليم اساسي، لية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، قسم التعليم الأساسي، جامعة محمد الصديق بن يحي، جيجل، الجزائر، 2017-2018، ص 5.
[3] - محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 6.
[4] - المرجع نفسه.

رابعا: طرق التحليل الاقتصادي:

بما أن الاقتصاد فرع من فروع العلوم الإنسانية التي تدرس سلوك الإنسان وتفاعله مع المجتمع فلا شك أن يستخدم أغلب المناهج والأساليب المستخدمة في العلوم الاجتماعية ، ومن أهم أساليب التحليل الاقتصادي[1]:

1- أسلوب التحليل المنطقي:

يعتمد هذا الأسلوب على نوعين من طرق الاستدلال، هما الاستقراء والاستنباط:

أ- **طريقة الاستقراء:**

تقوم الطريقة الاستقرائية على تحديد مجموعة من المعطيات يجري الحصول عليها من التجربة العملية، ومن ثم يستعمل كأساس للتعميمات. وتتضمن الطريقة الاستقرائية أيضا الوصول إلى نتائج معينة من خلال حقائق محددة، ومن ثم وضع هذه النتائج بشكل مبادئ أو نظريات عامة. وهي تشتمل على أربعة مراحل هي:

- ✓ الملاحظة؛
- ✓ الصياغ الفرضية؛
- ✓ التعميم؛
- ✓ التحقق والاختيار؛

فمثلاً إذا لاحظنا أن فرد معين أو مجموعة أفراد تقل استثماراتهم كلما زاد سعر الفائدة فإنه يمكن تعميم هذا الحكم على المجتمع بقولنا "أن الدولة التي يرتفع فيها سعر الفائدة تقل فيها الاستثمارات"

ب- طريقة الاستنباط:

تقوم هذه الطريق على أساس أن الباحث يبدا من فروض مسلم بصحتها وعن طريق خطوات من التسبيب المنطقي فإن الباحث يتوصل إلى استنتاجات واقتراحات معينة.

هذه الطريقة تذهب من التعميم إلى التخصيص على عكس الطريقة الاستقرائية.

[1] - بوجرادة سهيلة، الاقتصاد الجزئي 1 ملخص دروس مدعم بتمارين واسئلة نظرية محلولة، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، قسم العلوم الاقتصادية، جامعة الجزائر 3، 2017/2016،، ص ص12-13.

2- أسلوب التحليل الرياضي

التحليل الرياضي هو نوع من التحليل المنطقي، لكنه يتميز عليه بأنه يمكن الباحث من استيعاب كثير من المتغيرات والحقائق التي يصعب على الإنسان الإلمام بها دفعة واحدة. واستخلاص النتائج من العديد من المقومات ليس أمراً في متناول العقل البشري تحقيق، دون الاستعانة بوسيلة أخرى يسهل بها تجزئة مشكلة الإنتاج المنطقي. فالأسلوب الرياضي هو مثال لتلك الوسيلة، التي تزيل هذه الصعاب التي يعجز أمامها أقوى العقول ولقد كثر استخدام هذا الأسلوب في الفترات الأخير وأصبحت أغلب البحوث تستخدم هذا الأسلوب. فالرسم البياني والمعادلات الرياضية هما أهم الأدوات الرياضية المستخدمة ، حيث أصبحت تقدم وسيلة هامة من وسائل التعبير تمتاز بجاذبية عالية.

تمرين توضيحي: أختر الإجابة الصحيحة:

1- تحدث المشكلة الاقتصادية نتيجة لوجود:

أ- موارد محدودة وحاجات محدودة.

ب-موارد محدودة وحاجات متعددة.

ج- الطمع البشري.

د- فقط ب و ج.

2- يسعى أي مجتمع لاستغلال موارده بكفاءة أي:

أ- الحصول على أقصى إنتاج ممكن بقدر معين من الموارد.

ب- الحصول على قدر معين من الإنتاج بأقل الموارد.

ج- تحقق أيا من أ أو ب.

د- الحصول على قدر معقول من الإنتاج بأي قدر من الموارد.

3- يهتم علم الاقتصاد بدراسة سلوك وعلاقات الأفراد والمؤسسات في المجتمع اثناء قيامهم بـ:

أ- إنتاج السلع والخدمات.

ب- استهلاك السلع والخدمات.

ج- توزيع وتبادل السلع والخدمات.

د- كل ما سبق.

4- عناصر الإنتاج لا تتضمن:

أ. العمل.

ب. الأرض (الموارد الطبيعية).

ج. النقود.

د. التنظيم.

5- مجالات المشكلة الاقتصادية لا تتضمن:

أ. ماذا ننتج ؟

ب. من ينتج ؟

ج. كيف ننتج ؟

د. كم ننتج ؟

6- التحليل الاقتصادي الجزئي هو:

أ- دراسة السلوك الاقتصادي لكل الوحدات الاقتصادية.

ب- دراسة سلوك والوحدات الاقتصادية في فترة زمنية مجزأة.

ج- دراسة سلوك كل وحدة اقتصادية على حده.

د- دراسة سلوك المتغيرات الاقتصادية في المجتمع مثل التضخم والبطالة والركود.

7- الموارد الاقتصادية محدودة مقارنة بحاجيات و متطلبات المجتمع المتطورة و المتجددة الغير محدودة هل تعتبر:

أ- سمات علم الاقتصاد

ب- علم الاقتصاد

ج- مشكلة اقتصادية

د- اقتصاد جزئي

8- دراسة العوامل المحددة لسعر سلعة معينة تقع ضمن:

أ- الاقتصاد الكلي.

ب- الاقتصاد الإيجابي.

ج - الاقتصاد المعياري.

د- الاقتصاد الجزئي.

الحل:

1- تحدث المشكلة الاقتصادية نتيجة لوجود:

أ- موارد محدودة وحاجات محدودة.

ب-موارد محدودة وحاجات متعددة.

ج- الطمع البشري.

د- فقط ب و ج.

2- يسعى أي مجتمع لاستغلال موارده بكفاءة أي:

أ- الحصول على أقصى إنتاج ممكن بقدر معين من الموارد.

ب- الحصول على قدر معين من الإنتاج بأقل الموارد.

ج- تحقق أيا من أ أو ب.

د- الحصول على قدر معقول من الإنتاج بأي قدر من الموارد.

3- يهتم علم الاقتصاد بدراسة سلوك وعلاقات الأفراد والمؤسسات في المجتمع اثناء قيامهم بـ:

أ- إنتاج السلع والخدمات.

ب- استهلاك السلع والخدمات.

ج- توزيع وتبادل السلع والخدمات.

د- كل ما سبق.

4- عناصر الإنتاج لا تتضمن:

أ. العمل.

ب. الأرض (الموارد الطبيعية).

ج. النقود.

د. التنظيم.

5- مجالات المشكلة الاقتصادية لا تتضمن:

أ. ماذا ننتج ؟

ب. من ينتج ؟

ج. كيف ننتج ؟

د. كم ننتج ؟

6- التحليل الاقتصادي الجزئي هو:

أ- دراسة السلوك الاقتصادي لكل الوحدات الاقتصادية.

ب- دراسة سلوك والوحدات الاقتصادية في فترة زمنية مجزأة.

ج- دراسة سلوك كل وحدة اقتصادية على حده.

د- دراسة سلوك المتغيرات الاقتصادية في المجتمع مثل التضخم والبطالة والركود.

7- الموارد الاقتصادية محدودة مقارنة بحاجيات و متطلبات المجتمع المتطورة و المتجددة الغير محدودة هل تعتبر:

أ- سمات علم الاقتصاد.

ب- علم الاقتصاد.

ج- مشكلة اقتصادية.

د- اقتصاد جزئي.

8- دراسة العوامل المحددة لسعر سلعة معينة تقع ضمن:

أ- الاقتصاد الكلي.

ب- الاقتصاد الإيجابي.

ج - الاقتصاد المعياري.

د- الاقتصاد الجزئي.

الفصل الثاني:

نظرية الطلب والعرض والتوازن وتطبيقات على توازن السوق

- ✓ نظرية الطلب؛
- ✓ نظرية العرض؛
- ✓ مرونة الطلب؛
- ✓ مرونة العرض؛
- ✓ التوازن؛
- ✓ تطبيقات على توازن السوق.

نظرية الطلب

أولا- تعريف الطلب: Demand

يعرف الطلب بأنه "مجموعة الكميات المختلفة من السلعة التي يرغب ويستطيع المستهلكون شراؤها لقاء أسعار محددة وخلال فترة معينة من الزمن"[1]

وبالتالي فإن الطلب يتوقف على رغبة المستهلك وعلى قدرته الشرائية وبفترة زمنية معينة.

ثانيا- العوامل المؤثرة في الطلب:

تتوقف الكمية المطلوبة (Qd_x) من سلعة ما والتي يرغب الفرد في شراءها على: سعر هذه السلعة (X) Price(P_x) ، الدخل النقدي للفرد (R)، الأذواق والتفضيلات (T)، أسعار السلع الأخرى (P_i).

ثالثا- دالة الطلب: هي عبارة عن العلاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة والعوامل المحددة لها، ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$$Q_{dx} = F(P_x, R, P_i, T)$$

حيث أن:

- ✓ Q_{dx} : الكمية المطلوبة من السلعة x؛
- ✓ P_x : سعر السلعة x ؛
- ✓ P_i : أسعار السلع الأخرى؛
- ✓ R: الدخل النقدي؛
- ✓ T : أذواق وتفضيلات؛

رابعا- منحنى الطلب: هو عبارة عن تمثيل بياني للعلاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة x (Q_{dx}) وسعرها P_x ، مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، أي أن الطلب يكون تابع لمتغير واحد وهو السعر، وتصبح دالة الطلب من الشكل التالي:

$$Q_{dx} = f(P_x)$$
$$= a + \propto P_x$$

حيث: Q_{dx}: الكمية المطلوبة من السلعة x؛

P_x : سعر السلعة x؛

a : الكمية المطلوبة من السلعة بغض النظر عن السعر.

[1] – عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2001، ص 10.

$\propto$: ميل دالة الطلب.

العلاقة بين Q و P عكسية لذلك فإن ميل دالة الطلب سالب.

خامسا- جدول الطلب: يتكون جدول الطلب من الكمية المطلوبة من سلعة ما والأسعار المختلفة

جدول رقم (01): جدول الطلب

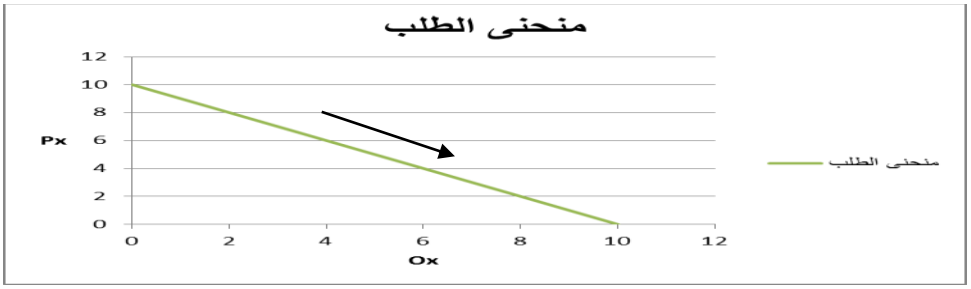
سعر السلعة P_x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الكمية المطلوبة Q_{dx}	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

بإفتراض دالة الطلب على السلعة x هي:

$$Q_{dx} = 10 - P_x$$

ميل منحنى الطلب هو ظل $\propto = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{10-0}{0-10} = -1$ (سالب)

الشكل رقم (01): منحنى الطلب



منحنى الطلب سالب الميل وذلك راجع للعلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من السلعة وسعرها، حيث أنه:

- كلما إنخفض سعر السلعة x مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة (الدخل النقدي للفرد (R)، الأذواق والتفضيلات (T)، أسعار السلع الأخرى (P_i)) كلما زادت الكمية المطلوبة من هذه السلعة؛
- وكلما إرتفع سعر السلعة x مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة (الدخل النقدي للفرد (R)، الأذواق والتفضيلات (T)، أسعار السلع الأخرى (P_i)) كلما إنخفضت الكمية المطلوبة من هذه السلعة؛

أي أن العلاقة بين سعر السلعة والكمية المطلوبة التي يطلبها الفرد من هذه السلعة هي علاقة عكسية، ويطلق على هذا "قانون الطلب"، أي:

- إرتفاع P_x ⟵ إنخفاض Q_{dx}،

❖ إنخفاض P_x ⟵ إرتفاع Q_{dx}.

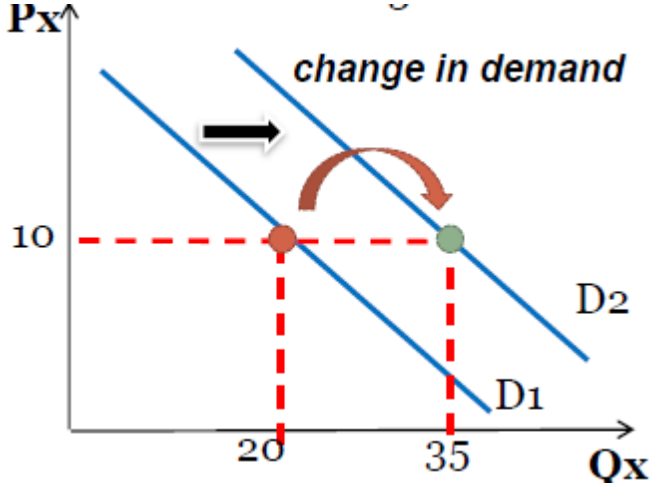
سادسا- إنتقال منحنى الطلب:

إذا تغيرت العوامل المحددة للطلب على سلعة ما،كالدخل النقدي للفرد (R)، والأذواق والتفضيلات (T)، وأسعار السلع الأخرى (P_i)، مع بقاء سعر السلعة نفسها ثابت (P_x)، فإن منخنى الطلب ينتقل إلى الأعلى أو إلى الأسفل.

أي: Px ثابت ⟵ يقابله إنتقال منحنى الطلب إلى اليسار أو اليمين.

والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (02): ثبات سعر السلعة يؤدي إلى انتقال منحنى الطلب



1- تأثير تغير الدخل النقدي:

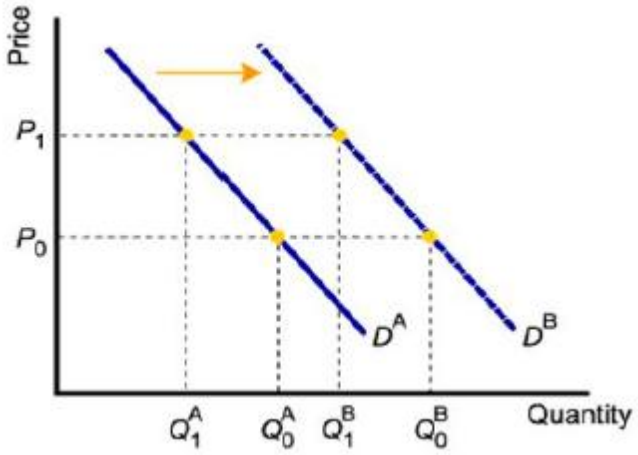
اذا ازداد الدخل النقدي للفرد مع بقاء كل العوامل الاخرى ثابتة فان الطلب على السلعة عادة ما يزداد أي انتقال منحنى الطلب الى الأعلى.

أ- حالة السلعة العادية: وهي السلع التي تزيد الكمية المطلوبة منها عند زيادة الدخل وتنخفض الكمية المطلوبة منها عندما ينخفض الدخل.

أي ارتفاع الدخل ⟵ زيادة الطلب على السلعة العادية ⟵ومنه انتقال منحنى الطلب الى الأعلى.

والشكل رقم (03) يوضح ذلك.

الشكل رقم (03): انتقال منحنى الطلب إلى الأعلى حالة السلعة العادية عند ارتفاع الدخل



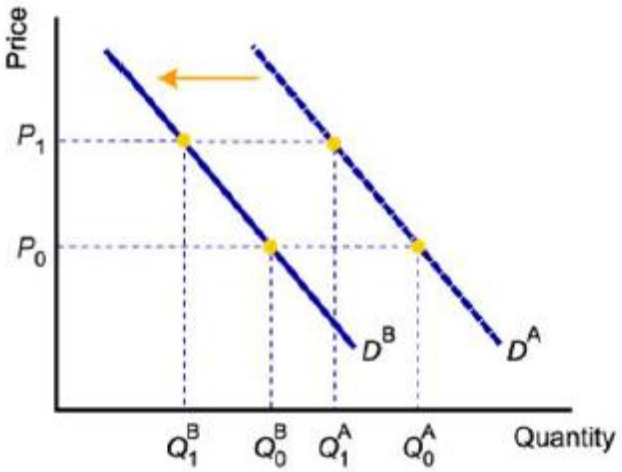
ب- السلعة الدنيا: وهي السلع التي تنخفض الكمية المطلوبة منها عند زيادة الدخل وتزيد الكمية منها حين ينخفض الدخل.

ارتفاع الدخل النقدي ⟵ انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة الرديئة (الدنيا)

⟵ انتقال منحنى الطلب الى الأسفل.

والشكل رقم (04) يوضح ذلك.

الشكل رقم (04): انتقال منحنى الطلب إلى الاسفل حالة السلعة الدنيا عند ارتفاع الدخل



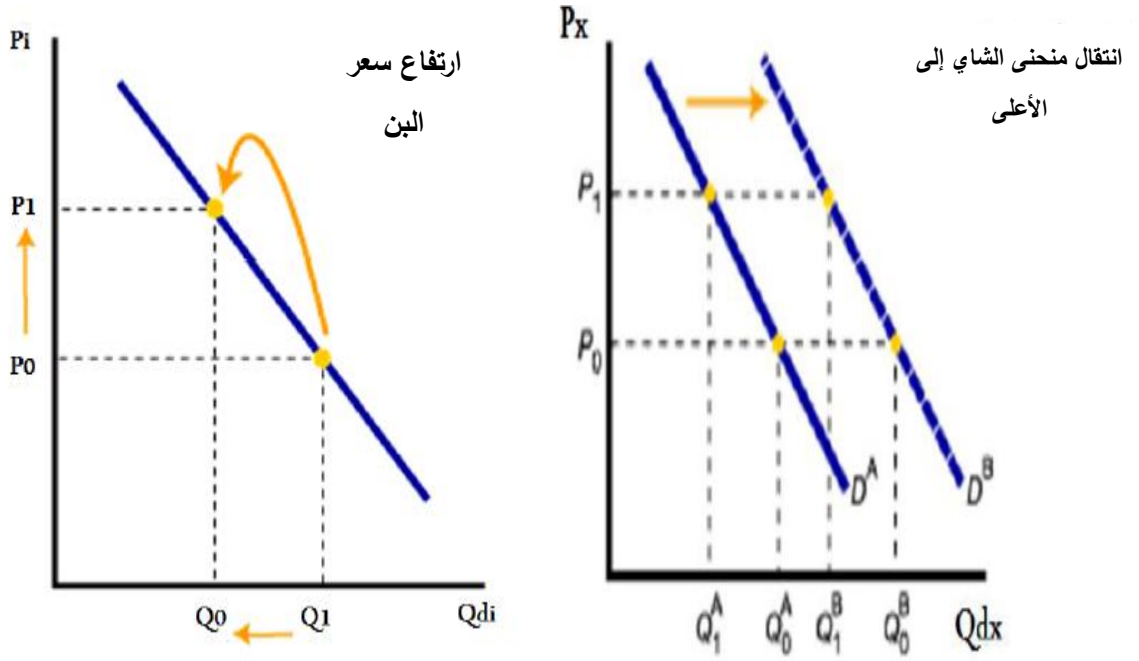
2 – تأثير التغير في أسعار السلع الأخرى (Pi):

لقياس أثر التغير في أسعار السلع الأخرى (Pi) على الطلب في سوق السلعة (x) يجب معرفة علاقتها بالنسبة للسلعة(x) حيث نميز بين ثلاثة أنواع من السلع:

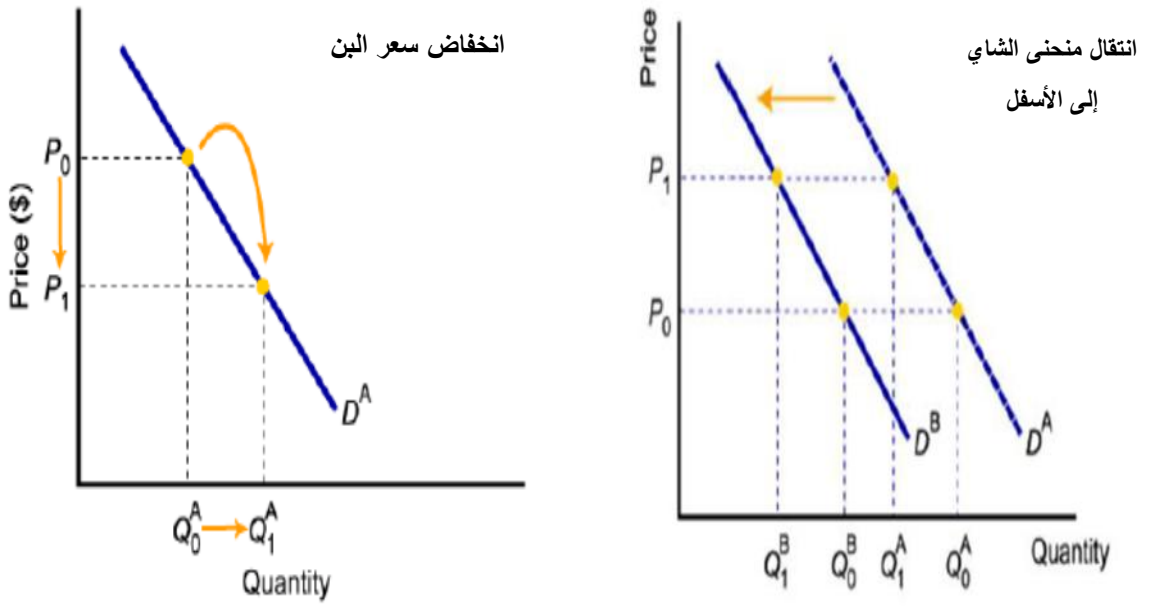
- **السلع البديلة:** وهي السلع التي يمكن استعمالها كبدائل فعندما يرتفع سعر السلع البديلة وهي السلعة التي تستخدم مع السلعة موضع الدراسة ولهذا ينتقل الطلب على الشاي إلى الأعلى إذا زاد سعر البن (سلعة بديلة) وينتقل إلى الأسفل إذا انخفض سعر البن.

والأشكال التالية توضح ذلك.

الشكل رقم (05): في حالة ارتفاع سعر البن (البن سلعة بديلة للشاي)



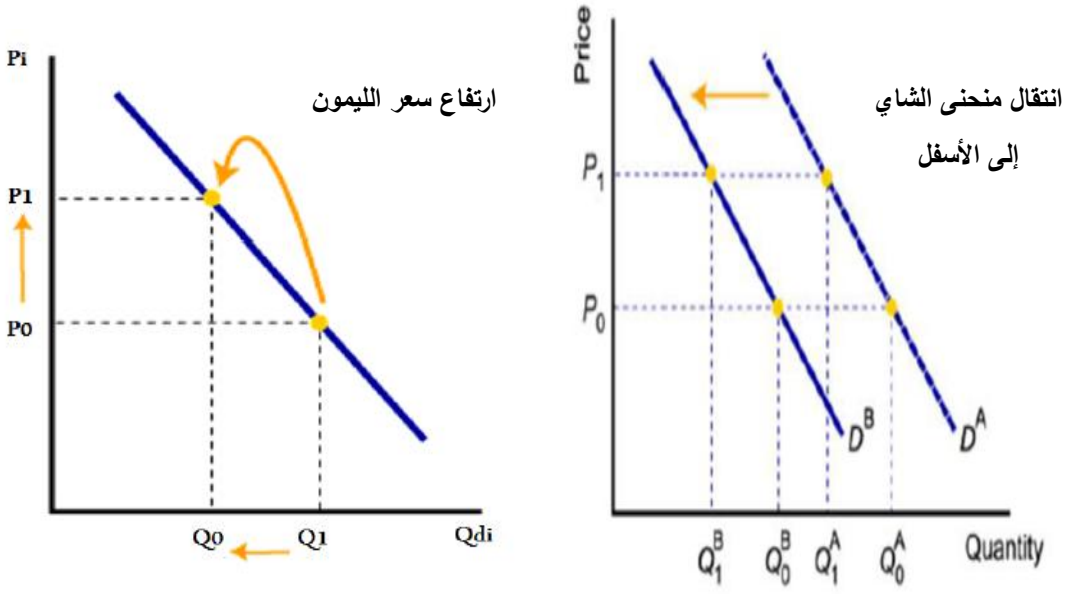
الشكل رقم (06): في حالة انخفاض سعر البن (البن سلعة بديلة للشاي)



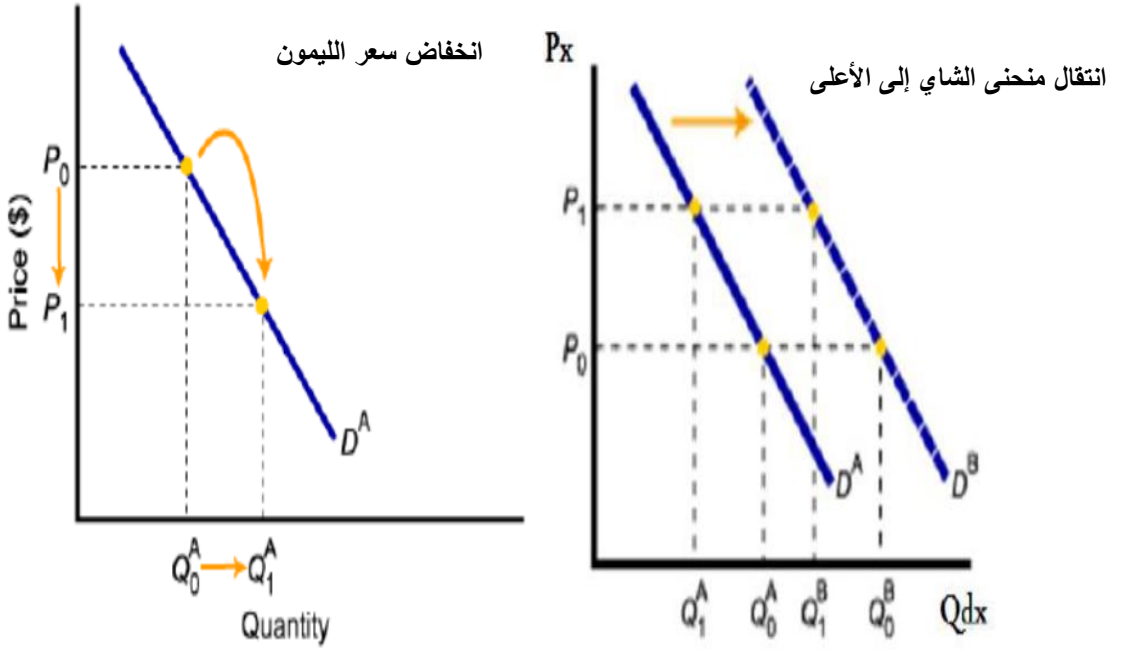
- **السلع المكملة:** هي السلع التي تستخدم مع غيرها من السلع (السكر، القهوة) (الليمون ،الشاي) فإذا ارتفع سعر الليمون فإن منحنى الطلب على الشاي سينتقل إلى الأسفل والكمية المطلوبة من الليمون سوف تنخفض، والعكس صحيح.

والشكلين المواليين يوضحان ذلك.

الشكل رقم (07): تأثير ارتفاع سعر الليمون على منحنى طلب الشاي (الليمون والشاي سلعتين مكملتين)



الشكل رقم (08): في حالة انخفاض سعر الليمون (الليمون والشاي سلعتين مكملتين)



ومنه يمكن كتابة ما يلي:

ارتفاع سعر السلعة المكملة ⟵ انتقال منحنى الطلب الى الأسفل ⟵ انخفاض كمية المطلوبة.

انخفاض سعر السلعة المكملة ⟵ انتقال منحنى الطلب الى الأعلى ⟵ ارتفاع كمية المطلوبة.

السلع المستقلة: هي السلع التي ليست لها علاقة بسلع أخرى مثل الملح والسكر، والشاي والسيارة...إلخ، وبالتالي فإن التغير في سعر السلعة لا يؤثر في الطلب على السلعة الأخرى.

3- تأثير التغير في الأذواق:

تختلف أذواق المستهلكين تبعا لعدة عوامل كالعمر، الجنس، العادات والتقاليد، والديانات والثقافات.....الخ حيث أننا نسجل علاقة طردية في التغير في الاذواق والطلب على هذه السلعة.[1]

[1]-عصام بودور، مرجع سبق ذكره، ص 51.

كلما زادت رغبة المستهلك في استهلاك الموز فإن منحنى الطلب على الموز سينتقل الى الاعلى والعكس صحيح، أي أن انخفاض رغبة المستهلك في استهلاك الموز سيؤدي الى انتقال منحنى الطلب الى الأسفل.[1]

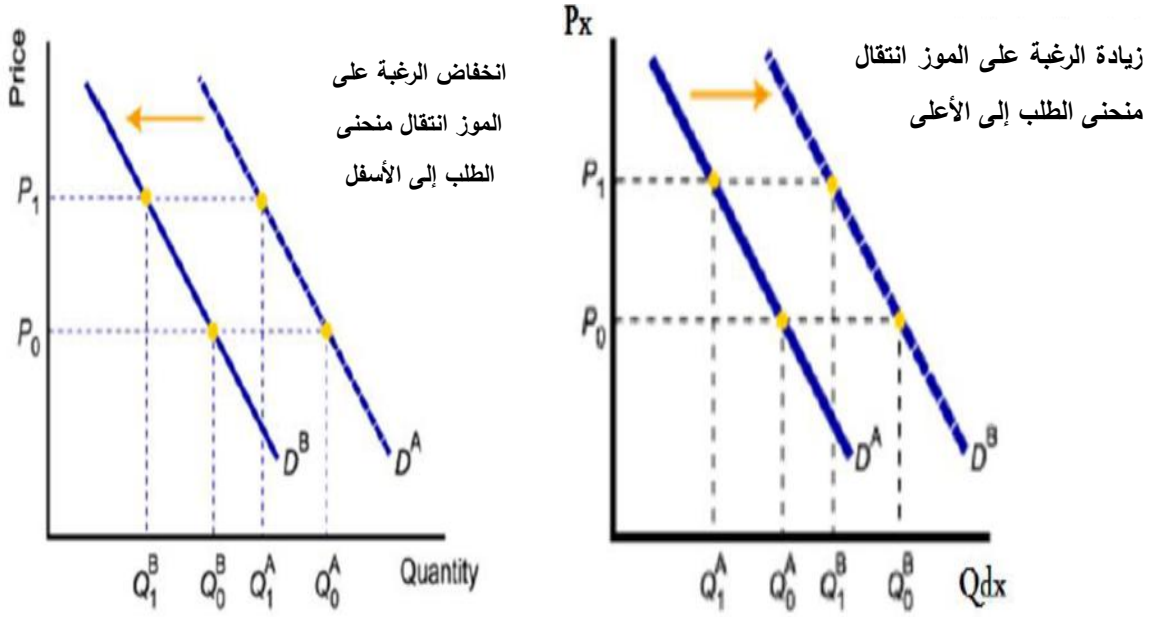
ومنه يمكن كتابة ما يلي:

زيادة الرغبة ⟵ انتقال منحنى الطلب الى الأعلى ⟵ زيادة الكمية المطلوبة

انخفاض الرغبة ⟵ انتقال منحنى الطلب الى الأسفل ⟵ انخفاض الكمية المطلوبة

حيث يمكن توضيح ذلك في الشكلين التاليين.

الشكل رقم (09): انتقال منحنى الطلب في حالة زيادة وانخفاض الرغبة



سابعا– الطلب السوقي(الطلب الكلي)على سلعة ما:

وهو العلاقة بين أسعار سلعة ما والكميات المطلوبة من قبل كل المستهلكين المتواجدين في السوق خلال فترة زمنية محددة وبذلك فإن الطلب السوقي على سلعة ما يتوقف على جميع العوامل التي تحدد طلب الفرد بالإضافة الى عدد المشترين لهذه السلعة في السوق .[2]

[1]- عماري عمار، مذكرة في الاقتصاد الجزئي، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة سطيف 1، 2004-2005، ص 3.
[2]- المرج نفسه.

ويمكننا الحصول على دالة الطلب السوقي بجمع جميع دوال الطلب الفردية للمستهلكين المتواجدين في السوق مقابل كل سعر للسلعة أو الخدمة (لنفس السلعة) خلال فترة زمنية محددة وبالتالي فإن:[1]

دالة الطلب السوقي = مجموع دوال الطلب الفردي

$$QD_X = \sum Qd_X$$

$$QD_X = Qd_1 + Qd_2 + Qd_3 + \cdots \ldots \ldots \ldots + Qd_n$$

ملاحظة:

إذا كان الطلب متماثل لدى مختلف الأفراد، فإنه بجمع دوال الطلب الفردية نتحصل على دالة الطلب السوقي أي أن دالة الطلب السوقي هي:

$$\mathbf{QD_x = N.Qd_x}$$

حيث أن:

N: عدد الأفراد في السوق.

مثال رقم 1:

إذا كان هناك 2000 فرد متماثلين في السوق، وكانت دالة طلب كل منهم على السلعة (x) هي:

$$Qd_x = 10 - P_x$$

المطلوب: أوجد دالة الطلب السوقي.

الحل:

لدينا: دالة الطلب السوقي تكتب كما يلي:

$$\mathrm{QD_x = N.Qd_x}$$

$$= 2000(10 - P_x)$$

$$= 20000 - 2000P_x$$

$$\Rightarrow \mathrm{QD_x} = 20000 - 2000P_x$$

[1]-عصام بودور، مرجع سبق ذكره، ص52.

مثال رقم 2:

لدينا الجدول الموالي الذي يمثل حجم الطلب الفردي لستة أفراد، المطلوب إيجاد الطلب السوقي.

الجدول رقم (02): حجم الطلب الفردي

السعر P_x	حجم الطلب الفردي					
	Qd_1	Qd_2	Qd_3	Qd_4	Qd_5	Qd_6
0	10	17	13	20	25	**18**
10	8	16	10	16	20	**14**
20	6	15	5	12	16	**10**
30	4	8	4	14	12	**7**
40	2	3	3	9	8	**5**
50	0	0	1	5	4	**3**

الحل:

الطلب السوقي هو حاصل جمع حجم الطلب الفردي: $D_x = \mathbf{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6}$

الجدول رقم (03): الطلب السوقي

الطلب السوقي Q_{6x}	حجم الطلب الفردي						السعر P_x
	Qd_6	Qd_5	Qd_4	Qd_3	Qd_2	Qd_1	
103	18	25	20	13	17	10	0
84	14	20	16	10	16	8	10
64	10	16	12	5	15	6	20
49	7	12	14	4	8	4	30
30	5	8	9	3	3	2	40
13	3	4	5	1	0	0	50

مثال رقم 2:

إذا كان هناك أربعة أفراد (مستهلكين) في السوق، ودالة الطلب على السلعة x لكل منهم هي:

$Q_{d_1} = 60 - 2P_x$
$Q_{d_2} = 90 - 3P_x$
$Q_{d_3} = 30 - P_x$
$Q_{d_4} = 120 - 4P_x$

المطلوب: أوجد دالة الطلب السوقي على السلعة x ومثلها بيانيا .

الحل:

1- دالة الطلب السوقي على السلعة x هي:

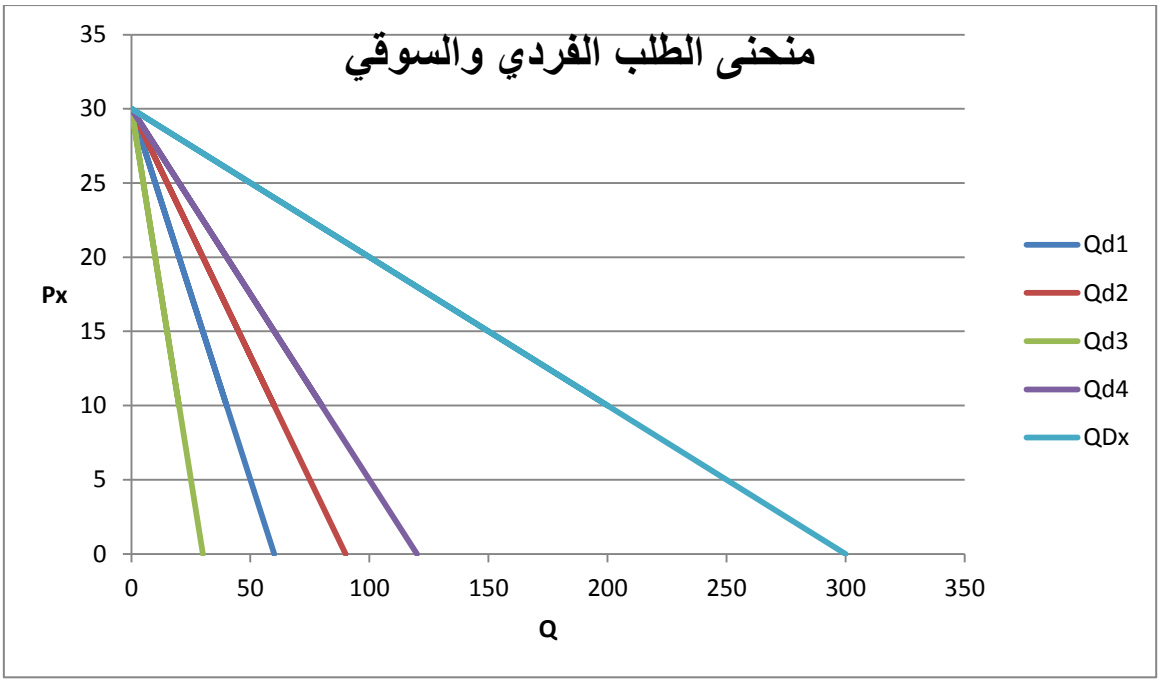
$$\boldsymbol{QD_x = Q_{d_1} + Q_{d_2} + Q_{d_3} + Q_{d_4}}$$
$$QD_x = (60 - 2P_x) + (90 - 3P_x) + (30 - P_x) + (120 - 4P_x)$$
$$\boldsymbol{QD_x = 300 - 10P_x}$$

2- التمثيل البياني لمنحنى الطلب الفردي والسوقي:

الجدول رقم (04): جدول الطلب الفردي والسوقي

P_x	0	30	10
Q_{d_1}	60	0	40
Q_{d_2}	90	0	60
Q_{d_3}	30	0	20
Q_{d_4}	120	0	80
Q_{d_x}	300	0	200

الشكل رقم (10): منحنى الطلب الفردي والسوقي



ثامنا-حالات خاصة لدالة الطلب:

إن العلاقة العكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها ليست دائما محققة، إذ نسجل عدة حالات خاصة تتمثل فيما يلي:[1]

1- سلعة جيفن:

لاحظ الاقتصادي (SIR Robert Giffen 1837-1910) في القرن 19 أن ارتفاع سعر الخبز أدى إلى ارتفاع كمية الطلب على الخبز لدى عمال المناجم في انجلترا، ويكمن التفسير في أن ارتفاع سعر الخبز أدى إلى انخفاض القدرة الشرائية(R/P) (الدخل/ الأسعار) ما حتم على هؤلاء تخفيض استهلاك اللحوم وبعض المنتجات الأخرى وزيادة استهلاك الخبز الأقل سعرا بين مجموع السلع (الخبز سلعة ضرورية عند مستويات دخل دنيا).

أي أن: سلعة جيفن (السلع الدنيا Inferior Good) ⟵ علاقة طردية بين الطلب على هذه السلع وأسعارها ⟵ وزيادة السعر يؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة منها.

[1]- عصام بودور، مرجع سبق ذكره، ص 47.

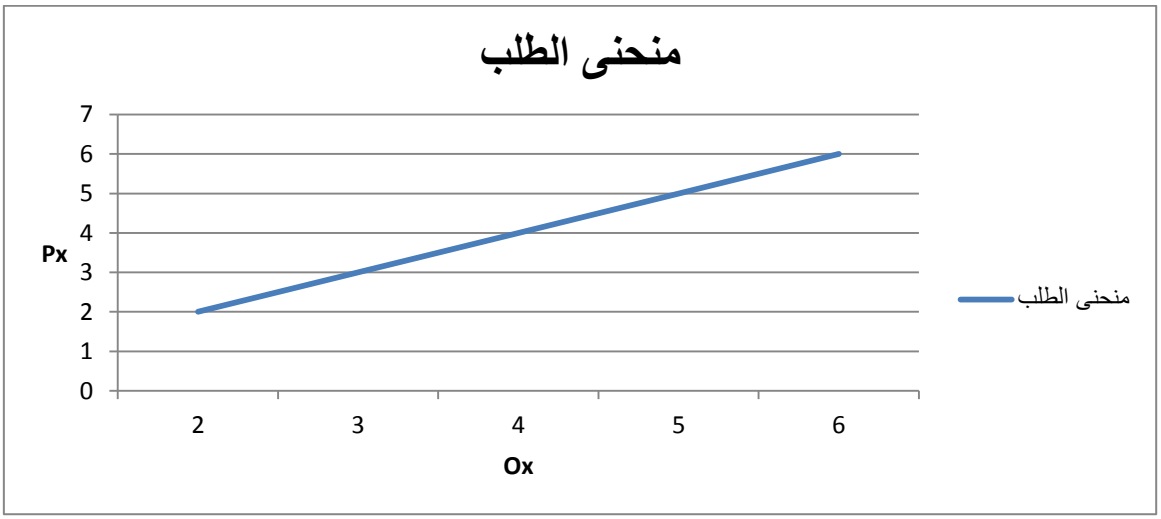
2- ظاهرة فبلن: لاحظ الاقتصادي (Thorstien veblen 1857-1929) أن ارتفاع أسعار الحلي والجواهر والألماس أدى ببعض الفئات إلى زيادة كمية الطلب عليها، ويكمن التفسير في حب الظهور والتفاخر في المجتمع.

أي أن: سلعة فبلن (السلع التفاخرية) ⟵ علاقة طردية بين أسعار السلع والكمية المطلوبة

3- الأحكام المسبقة: يعتقد بعض المستهلكين أن ارتفاع سعر سلع ما هو الدليل على جودة المنتوج، وهو ما قد يؤدي إلى زيادة كمية الطلب على سلعة ما عند ارتفاع سعرها.

حيث أنه في جميع الحالات السابقة فإن منحنى الطلب يأخذ الشكل التالي:

الشكل رقم (11): منحنى الطلب في حالة سلعة جيفن وظاهرة فبلن



تاسعا- التغير في الكمية المطلوبة وتغير الطلب:

أ- التغير في الكمية المطلوبة:

هو التغير في عدد وحدات السلع عند التغير في سعرها فقط مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، فارتفاع سعر السعلة يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة ويسنى بانكماش الطلب لأن الانتقال سيكون على نفس منحنى الطلب الخاص بهذه السلعة وإذا انخفض السعر فهذا يؤدي إلى ارتفاع الكمية المطلوبة ويسمى بتمدد الطلب لأن الانتقال كان على نفس المنحنى،[1] أي:

[1]-بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 26.

تغير الكمية المطلوبة ⟵ تغير سعر السلعة مع ثبات العوامل الأخرى ⟵ يعني التحرك على منحنى الطلب ⟵ أي التغير في الكمية المطلوبة

ب- تغير الطلب:

عنما يكون سبب التغير ناتج عن أحد محددات الطلب مع بقاء السعر ثابت ويسمى أيضا بالتغير الغير سعري، فإذا أثرت محددات الطلب على الطلب بالزيادة انتقل منحنى الطلب إلى الأعلى أو اليمين في حين إذا ما أثرت هذه العوامل على الطلب بالنقصان انتقل منحنى الطلب إلى الأسفل أو اليسار.[1]

أي:

تغير الطلب ⟵ تغير العوامل الأخرى مع ثبات السعر ⟵ يعني انتقال منحنى الطلب ⟵ أي التغير في الطلب

عاشرا- مرونة الطلب:

1- تعريف المرونة:

هي لفظ مستعار من الفيزياء والرياضيات وهي تعبير عن مدى الاستجابة بين ظاهرتين اثنتين ترتبط الأولى بالثانية في علاقة دالية، أي أنها مقياس لشدة رد الفعل النسبي للظاهرة الأولى بالقياس للتغير النسبي الذي يطرأ على الظاهرة الثانية.

فإذا كانت لدينا الدالة $A = f(B)$ وقابلة للاشتقاق، نسمي النسبة ما بين المتغير التابع A والتغير النسبي للمتغير المستقل B بمرونة الدالة Elasticity، ويرمز لمعامل المرونة بالرمز E.

$$E = \frac{\frac{\Delta A}{A}}{\frac{\Delta B}{B}} = \frac{\Delta A}{\Delta B} \times \frac{B}{A}$$

حيث أن:

- ✓ التغير النسبي في A: $\frac{\Delta A}{A} = \frac{A_2 - A_1}{A_1}$
- ✓ التغير النسبي في B: $\frac{\Delta B}{B} = \frac{B_2 - B_1}{B_1}$

[1]- المرجع نفسه .

2- مرونة الطلب:

هي مقياس لدرجة استجابة الكمية المطلوبة من أي سلعة للتغير في العوامل المؤثرة في الطلب على هذه السلعة.[1]

حيث أن هناك ثلاثة أنواع لمرونة الطلب:

- مرونة الطلب السعرية؛
- مرونة الطلب الدخلية؛
- مرونة الطلب التقاطعية.

أ- مرونة الطلب السعرية:

هي عبارة عن التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة ما في وحدة الزمن المترتب على نسبة تغير معينة في سعر السلعة، لما كانت العلاقة بين السعر والكمية عكسية، فإن معامل المرونة السعرية يكون سالبا، وحتى نتجنب التعامل مع القيم **السالبة**، تتقدم الإشارة السالبة معادل المعامل (Ed_x).[2]

ومنه فإن:

$$\text{مرونة الطلب السعرية} = \frac{\text{نسبة التغير في الكمية المطلوبة}}{\text{نسبة التغير في سعر السلعة}}$$

$$ED_x = -\frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_x}$$

$$= -\frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}}$$

$$ED_x = -\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x}$$

حيث أن:

- ΔQ_x: نسبة التغير في الكمية المطلوبة؛
- ΔP_x : نسبة التغير في الكمية السعر؛
- ED_x : مرونة الطلب السعرية.

[1] -بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 61.

[2] -دومينيك سلفاتور، سلسلة ملخصات شوم نظريات ومسائل في نظرية اقتصاديات الوحدة (نظريات وأسئلة)، ترجمة سعد الدين محمد الشيال، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 1994، ص 51.

وتمكننا مرونة الطلب السعرية من معرفة نوع الطلب كما يلي:

الجدول رقم (05): العلاقة بين مرونة الطلب السعرية ونوع الطلب

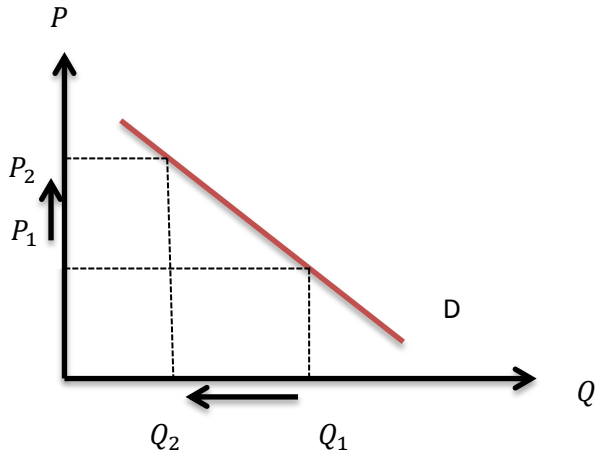
معامل المرونة	نوع المرونة	الشرح
$\|E_{dx}\| > 1$	طلب مرن	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المطلوبة بنسبة أكبر من 1% (في الاتجاه المعاكس).
$\|E_{dx}\| < 1$	الطلب غير مرن	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المطلوبة بنسبة أقل من 1% (في الاتجاه المعاكس).
$\|E_{dx}\| = 1$	طلب أحادي المرونة	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المطلوبة بنسبة تساوي 1% (في الاتجاه المعاكس).
$\|E_{dx}\| = 0$	طلب عديم المرونة	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المطلوبة بنسبة 0% (في الاتجاه المعاكس).
$\|E_{dx}\| = \infty$	الطلب لا نهائي المرونة	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المطلوبة بنسبة مالانهاية (في نفس الاتجاه).

ويمكن تمثيل مرونة الطلب السعرية وميل منحنى الطلب كما يلي:[1]

- **طلب مرن:**

تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية أكبر في الكمية المطلوبة، والشكل رقم (12) يوضح ذلك.

الشكل رقم (12): طلب مرن

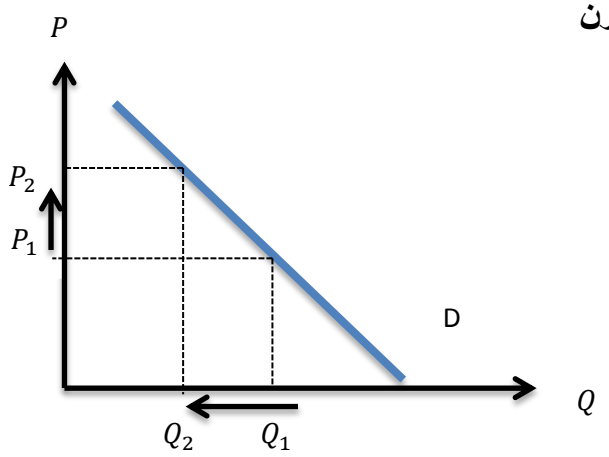


- **طلب غير مرن: $0 < |E_d| <$**

[1] - محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص ص 63-64.

تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية في الكمية المطلوبة بنسبة أقل، والشكل رقم (13) يوضح ذلك.

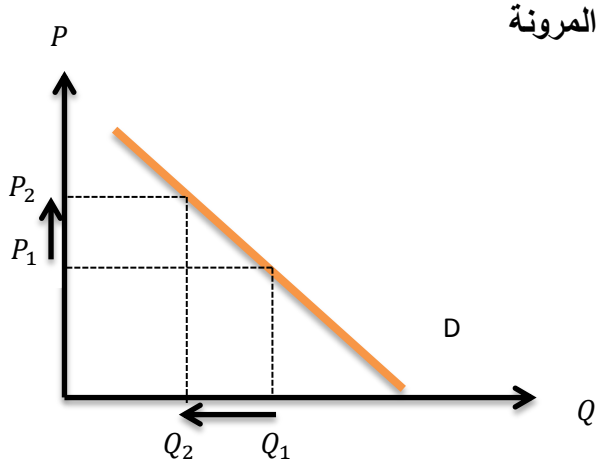
لشكل رقم (13): طلب غير مرن



- **طلب أحادي المرونة (متكافئ المرونة): $|E_d| = 1$**

التغيرات النسبية في السعر مساوية للتغيرات النسبية في الكمية المطلوبة، والشكل رقم (14) يوضح ذلك.

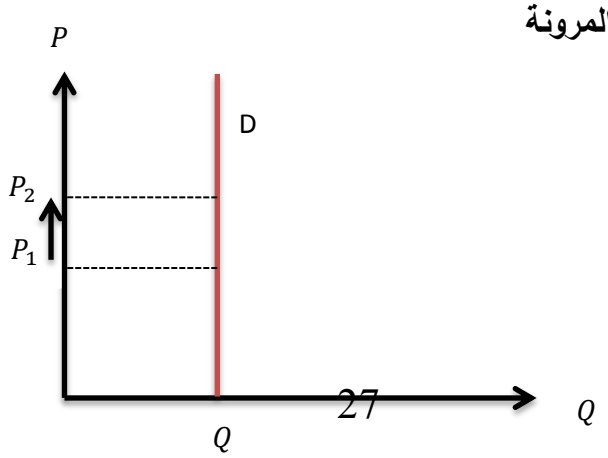
الشكل رقم (14): طلب أحادي المرونة



- **طلب عديم المرونة (غير مرن تماما): $|E_d| = 0$**

لا تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى أي تغيرات في الكمية المطلوبة، والشكل رقم (15) يوضح ذلك.

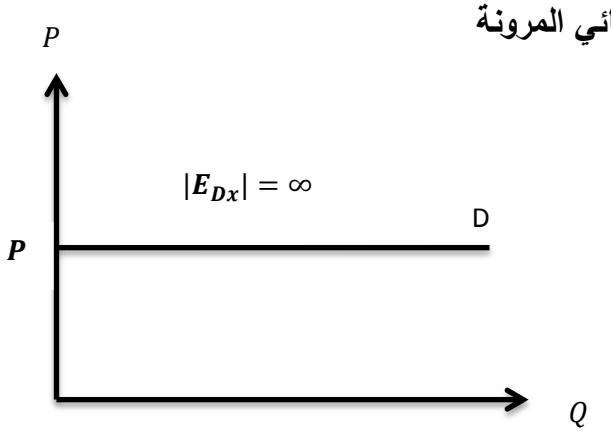
الشكل رقم (15): طلب عديم المرونة



➢ **طلب لا نهائي المرونة (مرن بشكل تام):** $|E_d| = \infty$

تغيرات نسبية طفيفة في السعر تؤدي إلى تغيرات نسبية كبيرة جدا في الكمية المطلوبة، والشكل رقم (16) يوضح ذلك.

الشكل رقم (16): طلب لا نهائي المرونة



مثال1:

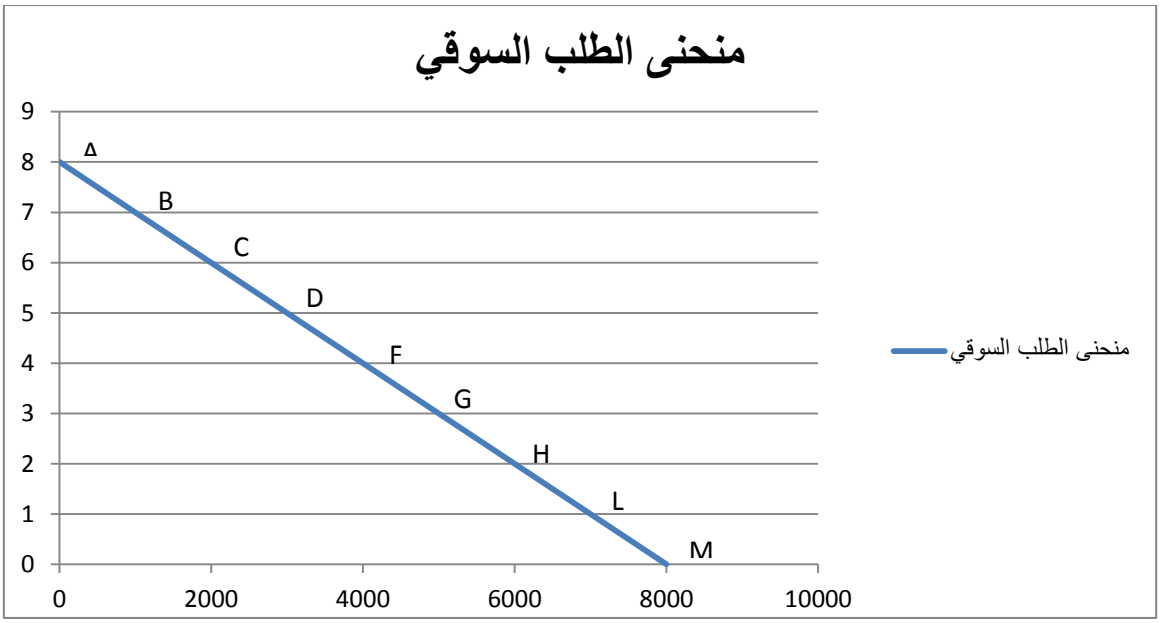
ليكن لدينا جدول الطلب السوقي التالي:

الجدول رقم (06): جدول الطلب السوقي

النقطة	P_x	Q_x
A	8	**0**
B	7	**1000**
C	6	**2000**
D	5	**3000**
F	4	**4000**
G	3	**5000**
H	2	**6000**
L	1	**7000**
M	0	**8000**

1- التمثيل البياني:

الشكل رقم (17): منحنى الطلب السوقي



2 – حساب معامل المرونة عند التحرك من النقطة B إلى D:

$$E = -\frac{\Delta Q}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = -\frac{Q_D - Q_B}{P_D - P_B} \times \frac{P_B}{Q_B}$$

$$E = -\frac{3000 - 1000}{5 - 7} \times \frac{7}{1000} = -\left(\frac{2000}{-2}\right) \times \frac{7}{1000} = 7$$

3– حساب معامل المرونة عند التحرك من النقطة D إلى B:

$$E = -\frac{\Delta Q}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = -\frac{Q_B - Q_D}{P_B - P_D} \times \frac{P_D}{Q_D}$$

$$E = -\frac{1000 - 3000}{7 - 5} \times \frac{5}{3000} = -\left(\frac{-2000}{2}\right) \times \frac{5}{3000} = -1{,}67$$

ومنه نتحصل على قيم مختلفة لمعامل المرونة (E) إذا تحركنا من النقطة B إلى D، ومن النقطةD إلى B، وهذا ناتج عن استخدامنا لأساس مختلف عند حساب التغيرات النسبية في كل حالة.

ولتجنب الحصول على نتائج مختلفة نستخدم متوسط السعرين ومتوسط الكمية بدلا من P_B و Q_B و P_D و Q_D.

$$E = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{(P_B + P_D/2)}{(Q_B + Q_D/2)} = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{(P_B + P_D)}{(Q_B + Q_D)} = -\left(\frac{-2000}{2}\right) \times \frac{12}{4000} = 3$$

وهي مرونة النقطة المتوسطة بين B و D أي عند النقطة C.

<u>مثال 2:</u>

لتكن لدينا دالة الطلب التالية: $Q_{Dx} = 40 - 2P_x$

المطلوب: أحسب مرونة الطلب السعرية إذا كان السعر يساوي 6 دينار.

بتعويض P في Q نجد Q عند السعر P= 6:

$$Q_{Dx} = 40 - 2P_x = 40 - 2(6) = 28$$
$$E = -\frac{\Delta Q}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = -2 \times \frac{6}{28} = 0.43$$

بما أن $|\mathbf{E_{dx}}| < \mathbf{1}$ فالطلب غير مرن (أي إذا ارتفع سعر السلعة x بـ 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة x ستنخفض بـ 0.43%، أو إذا انخفض سعر السلعة x بـ 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة x سترتفع بـ 0.43%.)

أ-1- مرونة القوس ومرونة النقطة:

أ-1-1- مرونة القوس:

يعرف معامل المرونة السعرية للطلب بين نقطتين على منحنى الطلب بأنه مرونة القوس، كما أن مرونة القوس ما هي إلا تقدير يتحسن مع صغر القوس واقتراب من نقطة في النهاية حتى تتطابق النقطتين على بعضهما، عندئذ نتحصل على مرونة النقطة،[1] وتحسب كما يلي:

$$E = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q} = \frac{NM}{NC} \times \frac{NC}{ON} = \frac{NM}{ON}$$

بالرجوع إلى المثال رقم 1:

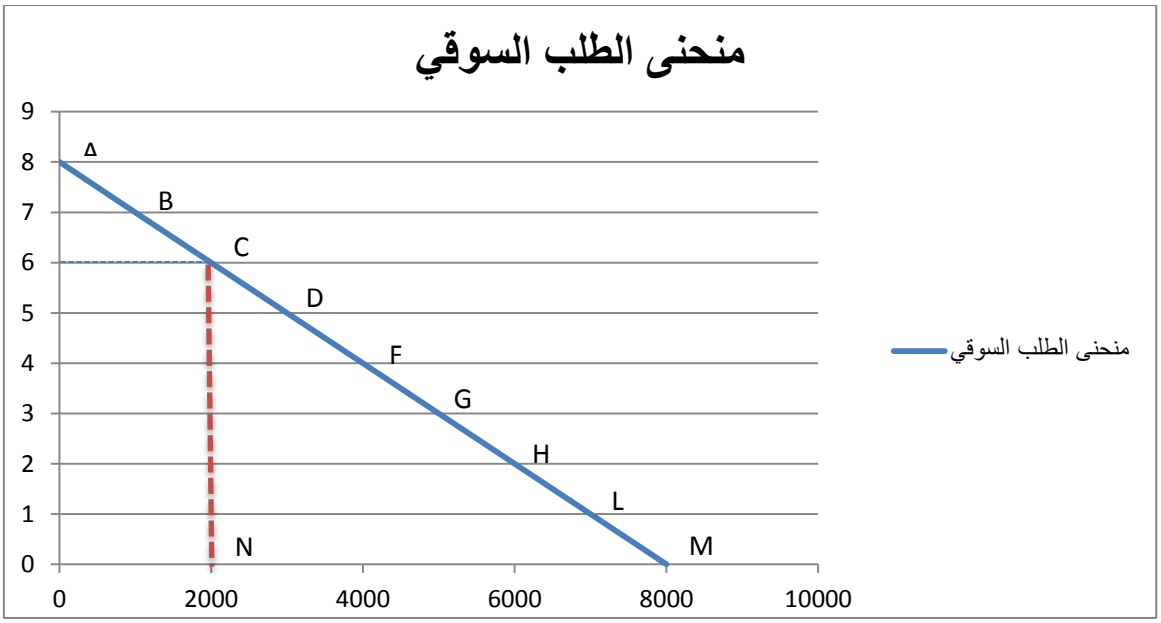
نجد مرونة النقطة C هي:

$$E = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q} = \frac{NM}{NC} \times \frac{NC}{ON} = \frac{NM}{ON} = \frac{6000}{2000} = 3$$

والشكل رقم 18 يوضح مرونة النقطة C.

[1]- دومينيك سلفاتور، مرجع سبق ذكره، ص 53.

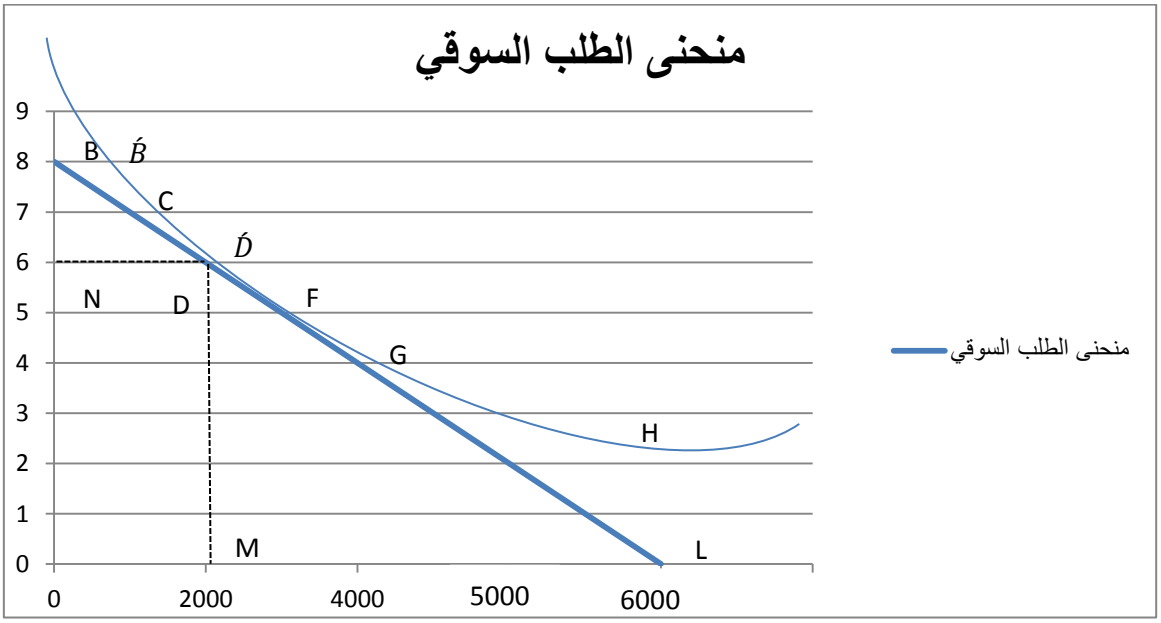
الشكل رقم (18): مرونة النقطة C



<u>وبالرجوع كذلك للمثال رقم 1 وإدخال بعض التعديلات عليه:</u>

نرسم مماس منحنى الطلب عند النقطة D.

الشكل رقم (19): مرونة النقطة D



مرونة النقطة عند النقطة D هي:

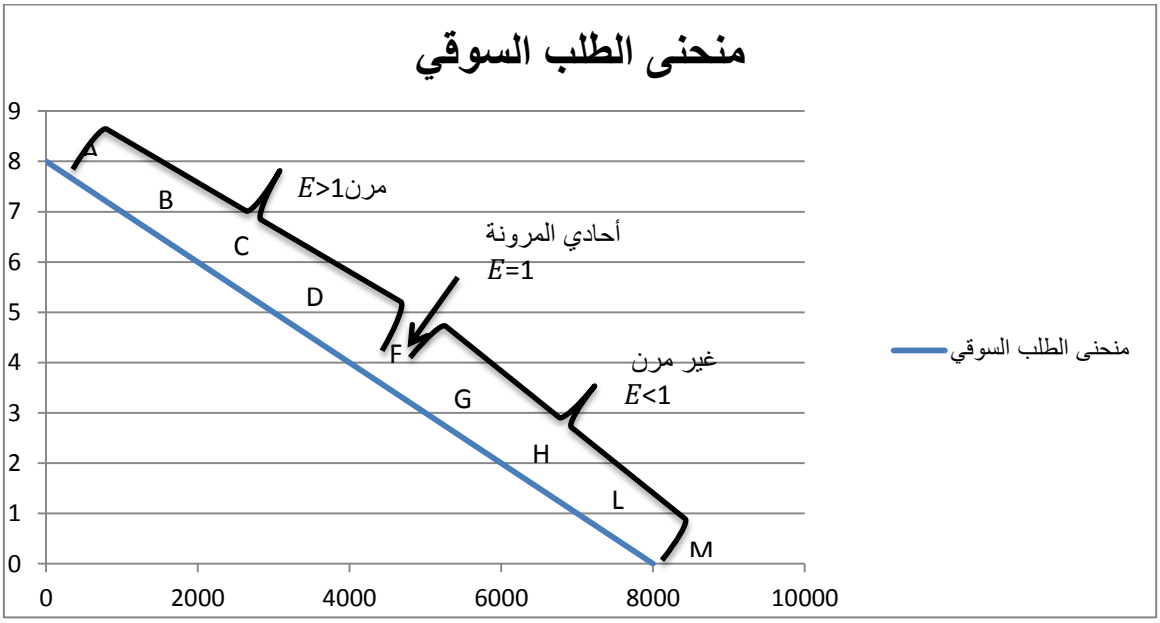
$$E = \frac{ML}{OM} = \frac{4000}{2000} = 2$$

أ-2- مرونة النقطة والإنفاق الكلي:

يكون منحنى الطلب المستقيم مرنا فيما تعلو النقطة المتوسطة وتتساوى المرونة والواحد الصحيح عند النقطة المتوسطة، ويكون غير مرن فيما دون نقطته المتوسطة، حيث أن هذه التعميمات لا تسري على منحنيات الطلب غير المستقيمة، فإذا كان منحنى الطلب يأخذ شكل القطع المكافئ فإن قيمة معامل المرونة تكون مساوية للواحد الصحيح عند جميع نقاط المنحنى.[1]

والشكل رقم (20) يوضح ذلك

الشكل رقم (20): قيمة المرونة على منحنى الطلب



-الإنفاق الكلي:

الإنفاق الكلي يساوي السعر P مضروبا بالكمية Q أي:

$$TR = Q \times P$$

حيث أنه:

- ✓ **يرتفع مع انخفاض سعر السلعة عندما يكون معامل المرونة E أكبر من الواحد الصحيح $E >$ ؛**
- ✓ **ينخفض عندما تكون المرونة أقل من الواحد $E < 1$؛**
- ✓ **يبقى دون تغير عندما تكون المرونة مساوية للواحد $E = 1$.**

[1]- دومينيك سلفاتور، مرجع سبق ذكره، ص 54.

والجدول التالي يوضح العلاقة بين مرونة الطلب السعرية والإنفاق الكلي.[1]

الجدول رقم (07): العلاقة بين مرونة الطلب السعرية والإنفاق الكلي

معامل المرونة	نوع الطلب	التغير في السعر	التغير في الإنفاق الكلي	نوع العلاقة
$E = 0$	عديم المرونة	ارتفاع	ارتفاع	طردية
		انخفاض	انخفاض	
$E = 1$	متكافئ المرونة	ارتفاع	ثابتة لا تتغير	عدم وجود أي علاقة
		انخفاض		
$E < 1$	غير مرن	ارتفاع	ارتفاع	طردية
		انخفاض	انخفاض	
$E > 1$	مرن (كثير المرونة)	ارتفاع	انخفاض	عكسية
		انخفاض	ارتفاع	
$E = \infty$	لا نهائي المرونة	ارتفاع	انخفاض	عكسية
		انخفاض	ارتفاع	

مثال:

ليكن الجدول التالي ضع ما يلي:

A: زيادة الإنفاق الكلي؛

B: الإنفاق الكلي لا يتغير؛

C: انخفاض الإنفاق الكلي.

	مرونة الطلب السعرية E_d		
	مرن $E > 1$	أحادي المرونة $E = 1$	غير مرن $E < 1$
ارتفاع السعر			
انخفاض السعر			

[1]- بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 66.

الحل:

	مرونة الطلب السعرية E_d		
	مرن $\|E_d\| > 1$	أحادي المرونة $\|E_d\| = 1$	غير مرن $\|E_d\| < 1$
ارتفاع السعر	زيادة P > انخفاض Q C	زيادة P = انخفاض Q B	زيادة P < انخفاض Q A
انخفاض السعر	انخفاض P > زيادة Q A	انخفاض P = زيادة Q B	انخفاض P < زيادة Q C

ب- مرونة الطلب الدخلية:

يقيس معامل مرونة الطلب الدخلية (E_R)التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة ما $\%\Delta Q$ في وحدة الزمن، المترتب عن التغير النسبي في دخل المستهلك$\%\Delta R$ وتحسب كما يلي:

$$\text{مرونة الطلب الدخلية} = \frac{\text{نسبة التغير في الكمية المطلوبة}}{\text{نسبة التغير في سعر الدخل}}$$

$$E_R = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta R}$$

$$= \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta R}{R}}$$

$$E_R = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x}$$

ب-1- شرح معامل مرونة الطلب الدخلية:

تقيس مرونة الطلب الدخلية نوع السلعة: كمالية، ضرورية، دنيا (رديئة) ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي:

الجدول رقم (08): شرح معامل مرونة الطلب الدخلية

معامل المرونة	الشرح	طبيعة السلعة
$E_R > 0$	كلما زاد (انخفض) الدخل بـ 1% يقابله زيادة (انخفاض) في الكمية المطلوبة.	عادية
$0 < E_R < 1$	كلما زاد (انخفض) الدخل بـ 1% يقابله زيادة (انخفاض) في الكمية المطلوبة بنسبة أقل من 1%.	عادية ضرورية
$E_R > 1$	كلما زاد (انخفض) الدخل بـ 1% يقابله زيادة (انخفاض) في الكمية المطلوبة بنسبة أكبر من 1%.	عادية كمالية
$E_R < 0$	كلما زاد (انخفض) الدخل بـ 1% يقابله انخفاض (زيادة) في الكمية المطلوبة.	رديئة (دنيا)

ومنه يمكن كتابة ما يلي:

- إذا كانت قيمة معامل المرونة الدخلية سالبة أي إشارتها(−) $E_R = -\cdots$ فإن السلعة دنيا (رديئة) $(E_R < 0)$.
- إذا كانت قيمة معامل المرونة الدخلية موجب أي إشارتها(+) $E_R = +\cdots$ تكون السلعة عادية.
- إذا كانت قيمة معامل المرونة الدخلية موجب وأكبر من الواحد تكون السلعة عادية كمالية أي $(0 < E_R > 1)$.
- إذا كانت قيمة معامل المرونة الدخلية موجب وأقل من الواحد تكون السلعة عادية ضرورية أي $(0 < E_R < 1)$.

مثال:

يوضح الجدول التالي الكميات التي يشتريها فرد ما من سلعة (x) عند مستويات مختلفة للدخل.

المطلوب: أحسب مرونة الطلب الدخلية وحدد نوع السلعة x.

الدخل (R)	8000	12000	16000	20000	24000	28000	32000
الكمية(Q_x)	5	10	15	18	20	19	**18**

الحل:

نوع السلعة	$E_R = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x}$	التغير في الدخل $\frac{\Delta R}{R_x} = \frac{R_2 - R_1}{R_1}$	التغير في الكمية $\frac{\Delta Q_x}{Q_x} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}$	الكمية Q_x	الدخل R
–	–	–	–	5	8000
عادية كمالية	2	0.5	1	10	12000
عادية كمالية	1.5	0.33	0.5	15	16000
عادية ضرورية	0.8	0.25	0.2	18	20000
عادية ضرورية	0.56	0.2	0.1111	20	24000
دنيا	−0.30	0.1667	−0.05	19	28000
دنيا	−0.37	0.1429	−0.0526	18	32000

ج- مرونة الطلب التقاطعية:

تقيس مرونة الطلب التقاطعية ($E_{x,y}$)التغير النسبي في الكمية المطلوبة من السلعة (x) $\frac{\Delta Q_x}{Q_x}$ في وحدة الزمن، المترتب عن التغير النسبي في سعر السلعة (y) $\frac{\Delta P_y}{P_y}$ وتحسب كما يلي:

$$\text{مرونة الطلب التقاطعية} = \frac{\text{نسبة التغير في الكمية المطلوبة من } x}{\text{نسبة التغير في سعر السلعة } y}$$

$$E_{x,y} = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_y}$$

$$= \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_y}{P_y}}$$

$$E_{x,y} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \times \frac{P_y}{Q_x}$$

ج-1- شرح معامل مرونة الطلب التقاطعية:

يقيس معامل مرونة الطلب التقاطعية العلاقة بين السلعتين (x و y) وذلك بناء على إشارة المرونة سالبة أو موجبة أو مساوية للصفر.

- إذا كان معامل مرونة الطلب التقاطعية موجب تكون السلعتين بديلتين؛
- إذا كان معامل مرونة الطلب التقاطعية سالب تكون السلعتين مكملتين؛
- إذا كان معامل مرونة الطلب التقاطعية يساوي الصفر تكون السلعتين مستقلتين، أي لا علاقة بينهما.

ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي:

الجدول رقم (09): شرح معامل مرونة الطلب التقاطعية

معامل المرونة	الشرح	العلاقة بين x و y
$E_{x,y} > 0$	كلما زاد (انخفض) السعر P_y يقابله زيادة (انخفاض) في الكمية المطلوبة من السلعة x.	السلعتين x و y بديلتين
$E_{x,y} < 0$	كلما زاد (انخفض) السعر P_y يقابله انخفاض (زيادة) في الكمية المطلوبة من السلعة x.	السلعتين x و y مكملتين
$E_{x,y} = 0$	كلما زاد (انخفض) السعر P_y لا يقابله أي تغير في الكمية المطلوبة من السلعة x.	السلعتين x و y مستقلتين

احدى عشر – العوامل المؤثرة في معامل مرونة الطلب السعرية:

تتوقف درجة حساسية الطلب على السلعة نتيجة للتغيرات التي تطرأ على ثمنها على عدد من العوامل منها:[1]

1-أهمية السلعة وضرورتها للمستهلك : فكلما كانت السلعة مهمة وكانت السلعة ضرورية كلما صار الطلب أقل مرونة ، أي أن استجابة الكمية المطلوبة للتغير في السعر ضعيفة فالمستهلك يحتاج هذه السلعة وهي مهمة له فبالتالي تخفيضه للكمية نتيجة ارتفاع السعر يعتبر بنسبة أقل من نسبة ارتفاع السعر.

2-مدى توافر بدائل للسلعة: فكلما كان هناك بدائل أكثر للسلعة تمكن المستهلك من الاستغناء عن كمية أكبر منها عند ارتفاع ثمنها والاستعاضة عنها بسلعة أخرى بديلة، فكلما كان هناك بدائل أكثر للسلعة كلما كان الطلب أكثر مرونة ، والعكس صحيح.

[1]- بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 65.

3-تعدد استعمالات السلعة: كلما تعددت استعمالات السلعة كانت أكثر أهمية للمستهلك وبالتالي كانت أقل مرونة للتغيرات التي تحدث في ثمنها، وبعبارة أخرى فالسلعة كلما كانت ذات استعمالات متعددة كلما كانت مرونتها منخفضة.

4-مستوى الدخل : كلما زاد مستوى الدخل تقل المرونة ، فمرونة الطلب على السلع المختلفة لدى الأغنياء أقل منها لدى الفقراء، خاصة وأن ما يعتبره الأغنياء ضروريا هو كمالي بالنسبة للفقراء، فارتفاع سعر سلعة ما لا يتأثر به الأغنياء، حيث قد تنخفض الكمية المطلوبة بمقدار بسيط، أما ذوي الدخل المنخفض فارتفاع الثمن يؤثر على الكمية التي يطلبونها من السلعة وبشكل واضح.

5-نسبة ما ينفق على السلعة من الدخل: إذا كانت السلعة باهظة الثمن وبشكل ما ينفق عليها نسبة كبيرة من دخل المستهلك ، فإن أي تغير في ثمنها سوف يؤثر على الكمية المطلوبة منها بشكل كبير، فيكون الطلب عليها أكثر مرونة، وعليه فإن مرونة الطلب تزبد كلما زادت النسبة المنفقة على السلعة من الدخل ، والعكس فالسلعة التي يشكل الإنفاق عليها نسبة ضئيلة جداً من الدخل يكون الطلب عليها منخفض المرونة.

6-الفترة الزمنية: كلما طالت الفترة الزمنية كلما كان الطلب أكثر مرونة، وكلما قلت الفترة الزمنية كلما كان الطلب أقل مرونة ، فعملية تغيير التفضيلات وأذواق المستهلك تحتاج إلى وقت طويل، ومع مرور الوقت يستطيع المستهلك أن يجد بدائل لهذه السلعة وبالتالي يكون الطلب عليها للأجل الطويل أكثر مرونة ، أي أنه كلما طالت الفترة الزمنية كلما تمكن المستهلك من تغير عاداته الاستهلاكية وأصبح أكثر قدرة على تغيير الكمية المطلوبة من السلعة التي تغير ثمنها، حيث يتطلب تغيير عادات الفرد الاستهلاكية فترة من الزمن يتكيف فيها مع استهلاك كمية أقل من سلعة معينة أو الاستعاضة بسلعة أخرى محلها... وهكذا ، لذلك نقول بأن مرونة الطلب تزيد مع زيادة مرور الزمن.

نظرية العرض

أولا- تعريف العرض: هو مجموعة الكميات المختلفة من سلعة ما التي يرغب ويقدر المنتج على عرضها للبيع عند سعر محدد وفترة زمنية معينة.[1]

وبالتالي فإن العرض يحقق ما يلي:

- الرغبة في العرض للبيع.
- القدرة على الإنتاج.
- يجب أن يرتبط العرض بفترة زمنية معينة.

ثانيا- العوامل المحددة للعرض:

توجد العديد من العوامل التي تؤثر في الكمية المعروضة تتمثل في سعر السلعة x(P_x) ، أسعار عوامل الإنتاج: العمل Labor، الارض Land، رأس المال Capital والتكنولوجيا The technologies، أسعار المنتجات ذات الصلة بالسلعة المراد إنتاجها وعرضها، وغيرها من العوامل الأخرى يمكن توضيحها فيما يلي:[2]

1- **سعر السلعة:**

ترتبط الكمية المعروضة بعلاقة طردية مع سعرها، فكلما ارتفع سعر السلعة أو الخدمة، زادت الكمية التي يرغب المنتج في عرضها منها، بينما تقل الكمية التي يرغب المنتج في عرضها كلما انخفض سعر السلعة.

2- **أسعار عناصر الإنتاج:**

إن التغيرات التي قد تطرأ على أسعار عناصر الإنتاج المستخدمة في عملية إنتاج سلعة ما(العمل، الأرض، رأس المال، التنظيم)لها تأثير مباشرة على تكلفة إنتاج السلعة وبالتالي على عرض السوق لهذه السلعة.

ففي حالة حدوث انخفاض في أجور العمال والمستخدمين أو أسعار المواد الأولية فإن ذلك سيحدث تخفيضا في تكلفة إنتاج السلعة، مما يحفز المنتجين لزيادة عرضهم للسلعة، كما سيحدث العكس فيما لو

[1]- عمر صخري، مرجع سبق ذكره، ص 12.
[2]- جصاص محمد ، مرجع سبق ذكره، ص ص 117-118.

ارتفعت أسعار عناصر الإنتاج .وعلى ذلك تكون العلاقة بين أسعار عناصر الإنتاج المستخدمة في إنتاج السلعة والكمية المعروضة منها علاقة عكسية.

3- **المستوى التكنولوجي:**

إن تحسين المستوى التكنولوجي أو الفن الإنتاجي المستخدم في عمليات الإنتاج له تأثير إيجابي في انخفاض تكلفة الإنتاج من خلال زيادة الإنتاجية، ما يؤدي إلى زيادة إنتاج السلعة وعرض السوق لها، بينما يحدث العكس في حالة تخلف الفن الإنتاجي والذي يؤدي إلى ارتفاع تكلفة إنتاج السلعة وبالتالي انخفاض عرضها.

4- أسعار السلع الأخرى:

ترتبط الكمية المعروضة من السلعة بعلاقة عكسية مع ثمن السلعة البديلة لها في الإنتاج، وعلاقة طردية مع السلعة المكملة لها في الإنتاج .فمثلاً لو ارتفع سعر اللبن فإن الكمية المعروضة من الحليب ستنخفض، لكون اللبن بديل الحليب في الإنتاج .أما لو ارتفع ثمن الجبن فإن الكمية المعروضة من الحليب ستزيد لأن الجبن مكمل في الإنتاج للحليب.

5- **عدد البائعين أو المنتجين للسلعة:**

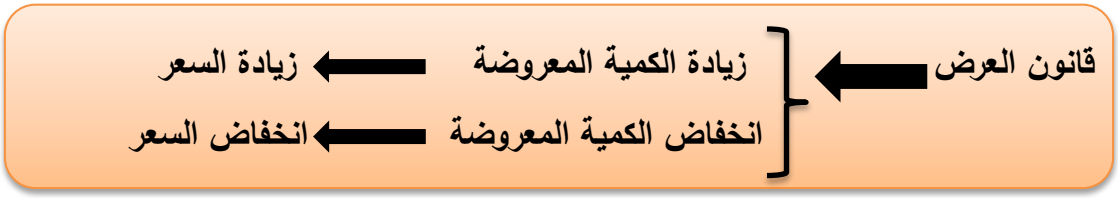
بما أن عرض السوق لسلعة ما هو مجموع الكميات التي يعرضها المنتجون عند مختلف مستويات السعر، فإن ارتفاع عدد البائعين أو المنتجين لسلعة ما سيؤدي إلى زيادة عرض السلعة، وبالتالي انتقال منحنى عرض السوق إلى اليمين وإلى أسفل ويحدث العكس في حالة انخفاض عدد البائعين أو المنتجين للسلعة.

6- **الضرائب والإعانات:**

تؤثر سياسة الحكومة في النشاط الاقتصادي ومن ثم العرض من خلال الضرائب والإعانات، فتقديم معونات للمنتجين أو تخفيض الضرائب على الإنتاج أو المبيعات سيؤدي إلى تخفيض تكلفة إنتاج السلعة وبالتالي زيادة عرض السلعة في السوق، والذي يتمثل بيانيا في انتقال منحنى عرض السوق إلى اليمين وإلى أسفل .كما أن زيادة الضرائب أو تخفيض مستوى الإعانات الحكومية له تأثير سلبي على أرباح المنتجين للسلعة وسينعكس ذلك على نقص عرض السوق وبالتالي انتقال المنحنى إلى اليسار وإلى الأعلى.

ثالثا- قانون العرض:

إن العلاقة بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها هي علاقة طردي(مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة) حيث أنه كلما ارتفع سعر السلعة كلما ازدادت الكمية التي يعرضها المنتج من هذه السلعة، والعكس صحيح، فكلما انخفض سعر السلعة كلما انخفضت الكمية المعروضة منها، ويطلق على هذا اسم قانون العرض .



رابعا- دالة العرض:

هي عبارة عن العلاقة التي تربط بين الكمية المعروضة من سلعة معينة والعوامل الرئيسة المحددة لها.

حيث تكتب كما يلي :

$$Q_{sx} = f(P_x, P_y, P_z, T, N)$$

Q_{sx}: الكمية المعروضة من السلعة x؛

P_x: سعر السلعة x؛

P_y: أسعار عناصر الإنتاج؛

P_z: أسعار السلع الأخرى؛

T: المستوى التكنولوجي؛

N: عدد البائعين.

خامسا- منحنى العرض:

هو تمثيل بياني للعلاقة بين الكمية المعروضة من السلعة x (كمتغير تابع) Q_{sx} وسعرها P_x مع بقاء العوامل الأخرى التي تؤثر على العرض ثابتة (تكاليف الإنتاج C، التكنولوجيا T، أسعار المنتجات المماثلة P_i،... إلخ).

وبالتالي تصبح الكمية المعروضة تابعة للسعر فقط، ونكتب دالة العرض كما يلي:

$$Q_{sx} = f(P_x)$$

$$Q_{sx} = a + \alpha P_x$$

حيث أن:

Q_{sx}: الكمية المعروضة من السلعة x؛

α: ميل دالة العرض؛

P_x: الكمية المعروضة عندما يساوي صفر.

سادسا- جدول العرض:

يتكون جدول العرض من الكمية المعروضة من سلعة ما والاسعار المختلفة.

مثال: لتكن دالة العرض التالية : $Q_{sx} = -10 + 5P_x$

المطلوب: إعداد جدول العرض وتمثيل منحنى العرض.

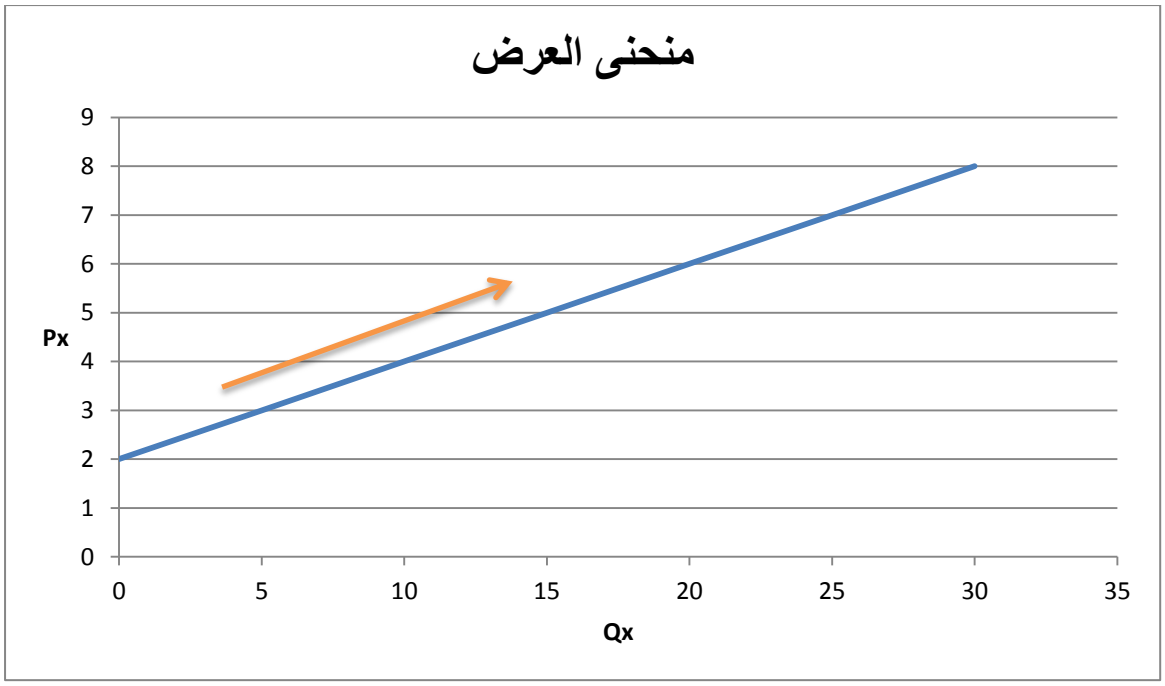
1- جدول العرض: بالتعويض في دالة العرض نجد جدول العرض التالي:

الجدول رقم (10): جدول العرض

السعر P_x	2	3	4	5	6	7	8
الكمية المعروضة Q_{sx}	0	5	10	15	20	25	30

2- منحنى العرض: المنحنى رقم (21) يوضح منحنى العرض

الشكل رقم (21): منحنى العرض



ملاحظة:

ميل دالة العرض موجب وذلك للعلاقة الطردية بين الكمية المعروضة والسعر.

ميل دالة العرض هو:

$$\alpha = \frac{\Delta Q_{sx}}{\Delta P_x} = \frac{10-5}{4-3} = 5$$

سابعا- تحرك منحنى العرض:

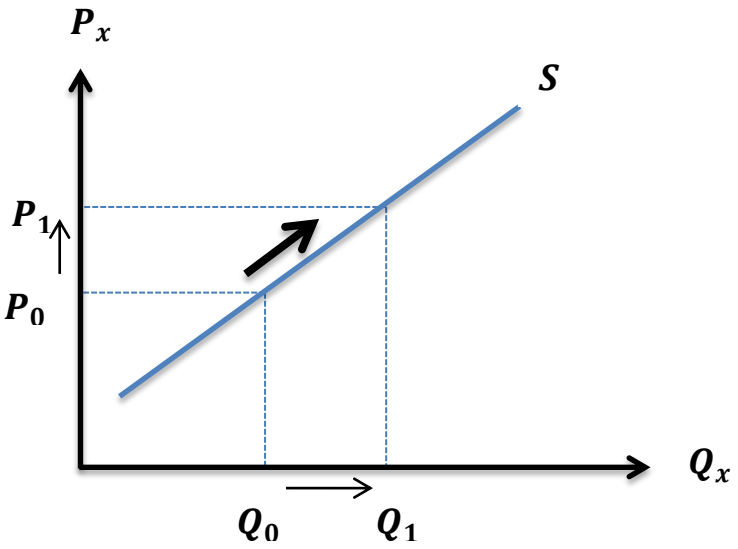
عندما يتغير سعر السلعة نفسها(P_x) مع بقاء العوامل الأخرى المحددة لعرض السلعة x سعار عوامل الإنتاج C، التقنية T، أسعار المنتجات المماثلة (P_i) ثابتة فإننا نتحرك على منحنى العرض من نقطة إلى أخرى حسب طبيعة التغير أي يحدث تغير في الكمية المعروضة.

فإذا انخفض السعر نتحرك إلى الأسفل ← انخفاض الكمية المعروضة

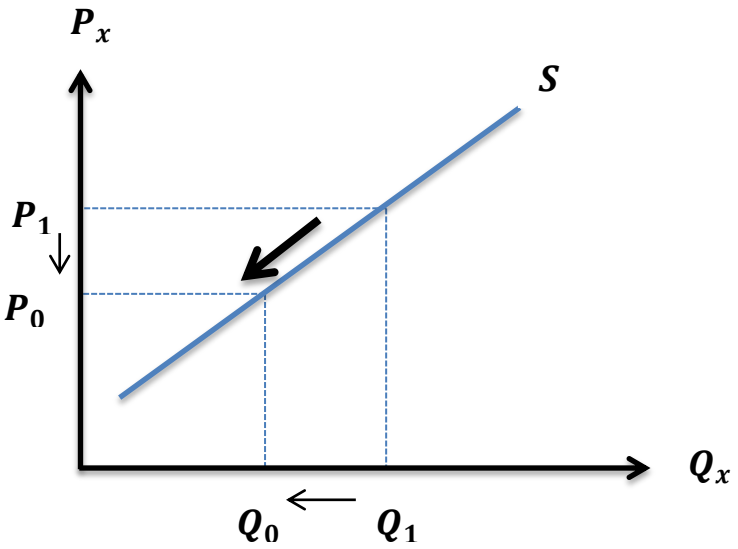
فإذا ارتفع السعر نتحرك الى الأعلى ← زيادة الكمية المعروضة

والشكلين رقم (22) و(23) يوضحان ذلك.

الشكل رقم (22): التحرك إلى الأعلى



الشكل رقم (23): التحرك إلى الأسفل



ملاحظة:

تغير السعر يؤدي إلى التغير في الكمية المعروضة أي:

تغير السعر ⟵ لتحرك على منحنى العرض ⟵ التغير في الكمية المعروضة

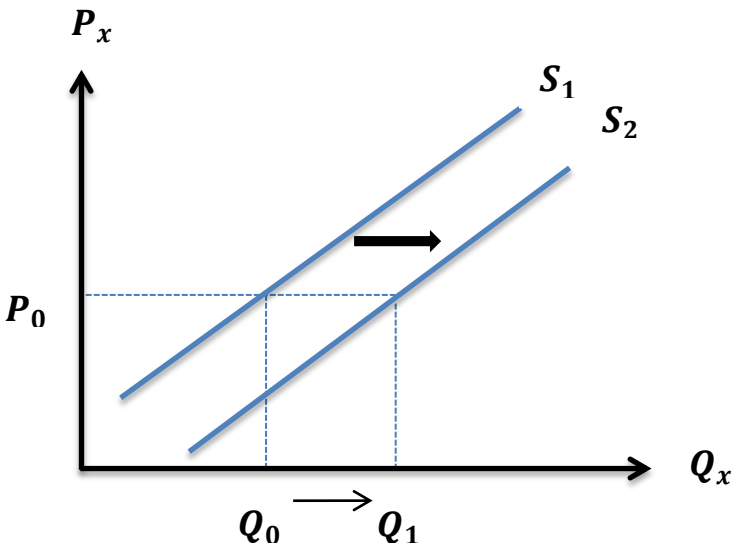
ثامنا- انتقال منحنى العرض:

إذا تغيرت العوامل المحددة لعرض السلعة x كأسعار عوامل الإنتاج ، التقنية (T)، وأسعار المنتجات المماثلة (P_i)، مع بقاء سعر السلعة نفسها ثابت (P_x)، فإن منحنى العرض ينتقل يمينا أو يسارا حسب نوعية التغيير الطارئ وهو ما يشار إليه بالتغيير في العرض. أي:

ثبات سعر السلعة ⟵ انتقال منحنى العرض ⟵ تغير في العرض

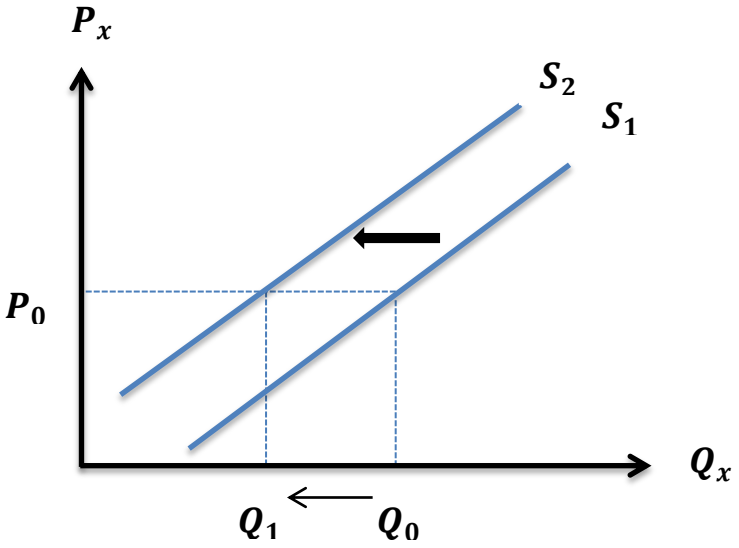
والشكلين رقم (24) و(25) يوضحان ذلك

الشكل رقم (24): انتقال منحنى العرض إلى الأسفل



انخفاض تكاليف الإنتاج (انتقال منحنى العرض إلى الأسفل- زيادة المعروض من السلعة)

الشكل رقم (25): انتقال منحنى العرض إلى الأعلى



ارتفاع تكاليف الإنتاج (إنتقال منحنى العرض إلى الأعلى)

تاسعا- العرض السوقي (الكلي):

هو عبارة عن مجموعة الكميات من السلعة أو الخدمة التي يقوم جميع المنتجين بعرضها عند مستويات السعر المختلفة، وبذلك يكون منحنى عرض السوق هو التمثيل البياني لمجموع النقاط التي تمثل مجموع الكميات التي يعرضها المنتجون عند كل سعر من الأسعار.[1]

مثال:

إذا كان لدينا عرض سوق سلعة الهواتف يتكون من خمس منتجين (Redmi) (Samsung) (oppo) (IRIS) (LG).

حيث أن العرض اليومي لهؤلاء المنتجين كانت كما هي موضحة في الجدول رقم().

الجدول رقم (11): العرض اليومي للمنتجين

السعر P_x	الكمية المعروضة Q_X				
	oppo	samsung	IRIS	Redmi	LG
1000	1200	1400	2000	2400	**3100**
2500	4000	5500	3500	4000	**3800**

المطلوب: حساب العرض السوقي؟

الحل:

العرض السوقي هو عبارة عن حاصل جمع كل الكميات المعروضة في السوق من قبل المنتجين.

الجدول رقم (12): العرض السوقي للمنتجين

السعر P_x	الكمية المعروضة Q_X					العرض السوقي
	oppo	samsung	IRIS	Redmi	LG	
1000	1200	1400	2000	2400	3100	**10100**
2500	4000	5500	3500	4000	3800	**20800**

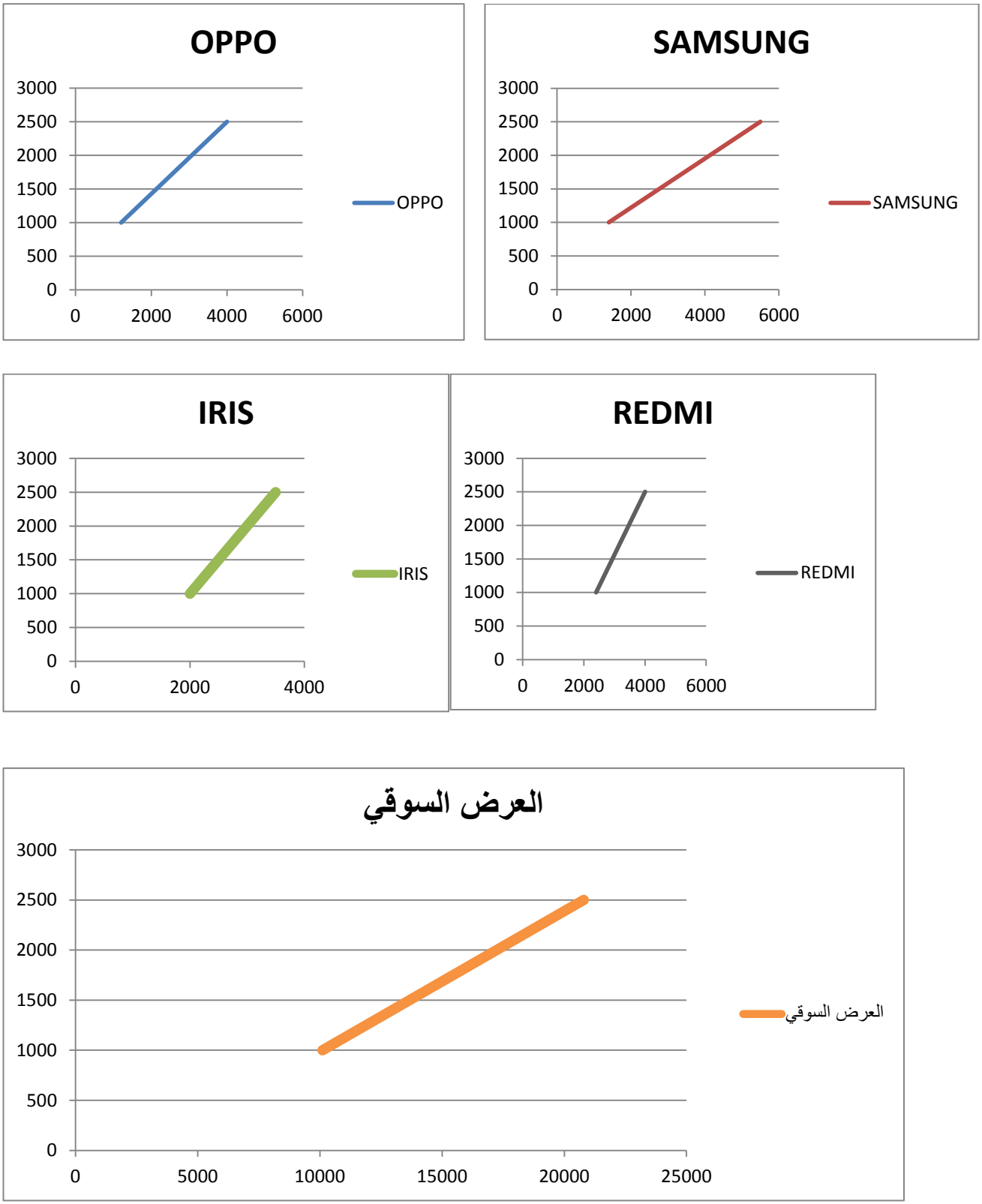
عاشرا- منحنى العرض السوقي:

هو عبارة عن التجميع الافقي لمنحنيات عرض مختلف المنتجين العارضين المتواجدين في السوق .

والأشكال التالية توضح ذلك.

[1]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 121.

الشكل رقم (26): منحنى العرض الفردي ومنحنى العرض السوقي



ملاحظة:

إذا كانت دالة العرض متماثلة لجميع المنتجين في السوق، فإن دالة العرض السوقي تحسب كما يلي:

$$Q_{sx} = A \times Q_{sx}$$

حيث A: عدد المنتجين المتواجدين في السوق.

إحدى عشر – مرونة العرض السعرية:

يقيس معامل مرونة العرض السعرية التغير النسبي في الكمية المعروضة من سلعة ما $(\%\Delta Q)$ في وحدة الزمن المترتب على نسبة تغير معينة في سعر السلعة نفسها $(\%\Delta P)$.

وتحسب كما يلي:

$$\text{مرونة العرض السعرية} = \frac{\text{نسبة التغير في الكمية المعروضة}}{\text{نسبة التغير في سعر السلعة}}$$

$$E_S = \frac{\%\Delta Q_S}{\%\Delta P} = \frac{\Delta Q_S}{\Delta P} \times \frac{P_1}{Q_{S1}}$$

ملاحظة:

– إشارة معامل مرونة العرض السعرية يكون دائما موجب وهذا لأن العلاقة بين الكمية المعروضة وسعرها علاقة طردية.

– ارتفاع سعر السلعة يؤدي إلى ارتفاع الكمية المعروضة والعكس، انخفاض سعر السلعة يؤدي إلى انخفاض الكمية المعروضة.(التغير في نفس الاتجاه)

– الغرض من دراسة مرونة العرض السعرية معرفة نوع العرض.

1- شرح معامل مرونة العرض السعرية:

الجدول رقم (13): شرح معامل مرونة العرض السعرية

معامل المرونة	نوع المرونة	الشرح
$E_S > 1$	العرض مرن	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المعروضة بنسبة أكبر من 1% (في نفس الاتجاه).
$E_S < 1$	العرض غير مرن	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المعروضة بنسبة أقل من 1% (في نفس الاتجاه).
$E_S = 1$	عرض أحادي المرونة	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المعروضة بنسبة تساوي 1% (في نفس الاتجاه).
$E_S = 0$	العرض عديم المرونة	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المعروضة بنسبة 0% .
$E_S = \infty$	العرض لا نهائي المرونة	تغير السعر بـ1% يؤدي إلى تغير في الكمية المعروضة بنسبة مالانهاية (في نفس الاتجاه).

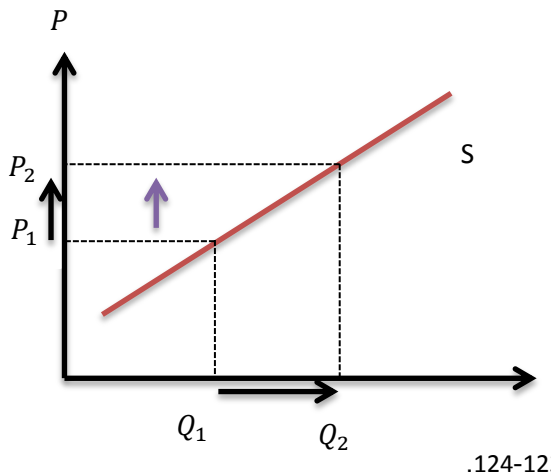
2- تمثيل مرونة العرض السعرية

ويمكن تمثيل مرونة العرض السعرية كما يلي:[1]

- **العرض مرن:** $1 < E_s < +\infty$

تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية لكن أكبر في الكمية المعروضة، ويأخذ منحنى العرض في هذه الحالة الشكل الآتي:

الشكل رقم (27): عرض مرن

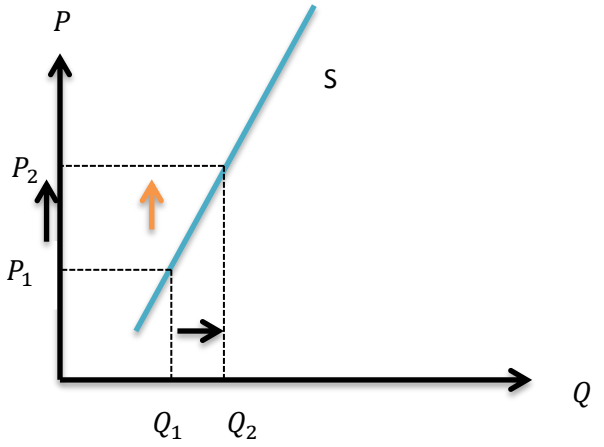


[1]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص ص 123-124.

➢ **عرض غير مرن: $0 < |E_s| < 1$**

تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية في الكمية المعروضة بنسبة أقل، والشكل رقم (28) يوضح ذلك.

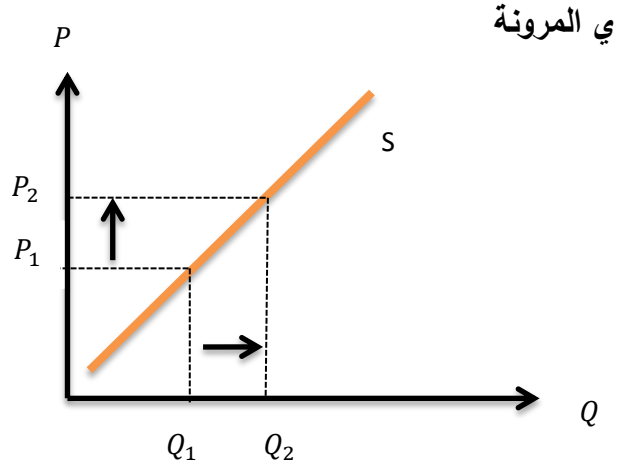
الشكل رقم (28): عرض غير مرن



➢ **عرض أحادي المرونة (متكافئ المرونة): $|E_s| = 1$**

تؤدي تغيرات نسبية في السعر إلى تغيرات نسبية في الكمية المعروضة مساوية للتغيرات في السعر، والشكل رقم (29) يوضح ذلك.

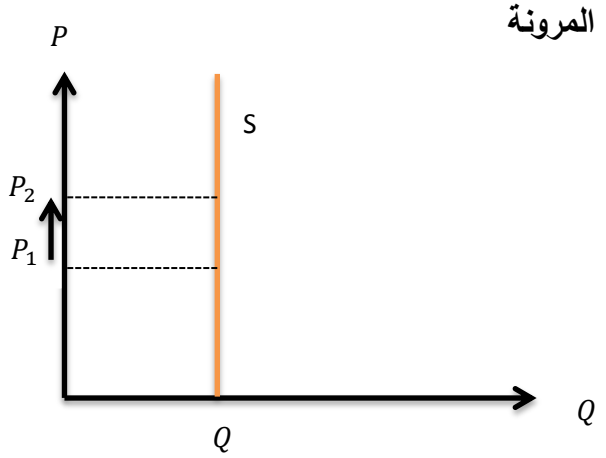
الشكل رقم (29): عرض أحادي المرونة



➢ **عرض عديم المرونة (غير مرن تماما): $|E_s| = 0$**

لا تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى أي تغيرات في الكمية المعروضة، أي ان الكمية المعروضة لا تستجيب إلى أي تغير في السعر، والشكل رقم (30) يوضح ذلك.

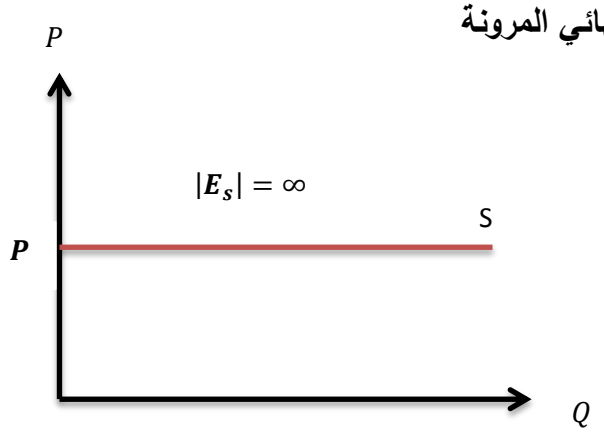
الشكل رقم (30): عرض عديم المرونة



- **عرض لا نهائي المرونة (مرن بشكل تام): $|E_s| = \infty$**

تؤدي تغيرات نسبية طفيفة جدا في السعر إلى تغيرات نسبية كبيرة جدا في الكمية المعروضة، والشكل رقم (31) يوضح ذلك.

الشكل رقم (31): عرض لا نهائي المرونة



مثال:

إذا كانت دالة العرض عل الشكل التالي:

$$Q_s = 90 + 10P_x$$

المطلوب: أحسب مرونة العرض السعرية إذا كان السعر يساوي 5 دينار.

الحل:

بتعويض P في دالة العرض نجد Q:

$$Q_s = 90 + 10P_x = 90 + 10(5) = 140$$

$$E_s = \frac{\Delta Q}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = 10 \times \frac{5}{140} = \frac{50}{140} = 0.36$$

بما أن $0 < E_s < 1$ فالعرض غير مرن (أي أنه إذا انخفض السعر بـ 1% فإن الكمية المعروضة ستنخفض بـ 0.36%، والعكس إذا ارتفع السعر بـ 1% فإن الكمية المعروضة سترتفع بـ 0.36%، أي سترتفع بنسبة اقل من نسبة تغير السعر.

اثنا عشر – العوامل المحددة لمرونة العرض السعرية:

هناك عدة عوامل تؤثر على مرونة العرض السعرية تتمثل فيما يلي:[1]

1- درجة توفر الطاقة غير المستقلة:

كلما توفرت الطاقة غير المستقلة كلما ازدت مرونة العرض السعرية، فالصناعة التي توجد بها طاقة كبيرة غير مستقلة يكون عرض السلعة المنتجة في تلك الصناعة مرنه، أما الصناعة التي تعمل بطاقة 100% يكون عرض منتجاتها غير مرن.

2- سهولة نقل عناصر الإنتاج: للسلع التي لا يتطلب إنتاجها مهارات كبيرة ويسهل نقل العمالة لها يكون عرضها مرن، أما السلع التي يصعب نقل العمالة لها يكون عرضها غير مرن.

3- درجة توفر الموانع الطبيعية:

السلع التي توجد موانع طبيعية تمنع إنتاجها يكون عرضها غير مرن أما السلع التي لا توجد مواقع طبيعية لإنتاجها يكون عرضها مرن.

4- الفترة الزمنية: كلما طالت الفترة الزمنية اللازمة لإنتاج السلعة كلما قلت مرونة العرض السعرية، وكلما كانت المدة قصيرة زادت مرونة العرض السعرية.

[1]- بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 70.

توازن السوق

يحدث توازن السوق عند ذلك السعر أو الكمية التي تكون فيها القوى المؤثرة على العرض والطلب متوازنة، وبالتالي تكون الكميات التي يريد البائعون ببيعها (في الوحدة الزمنية) مساوية تماما للكميات التي يريد المشترون شراءها عند سعر التوازن (خلال نفس الوحدة الزمنية).

أي:

التوازن ⟵ الكمية المطلوبة =الكمية المعروضة

أولا- التوازن بيانيا ورياضيا:

1- التوازن بيانيا (هندسيا):

يتحدد التوازن هندسيا بتقاطع منحنى الطلب والعرض السوقيين.

مثال: يوضح الجدول التالي الكميات المطلوبة والمعروضة أمام السعر P.

المطلوب: تمثيل التوازن.

P	1	2	3	4	5	6	7	8
الكمية المطلوبة Q_d	800	700	600	500	400	300	200	**100**
الكمية المعروضة Q_s	0	100	200	300	400	500	600	**700**

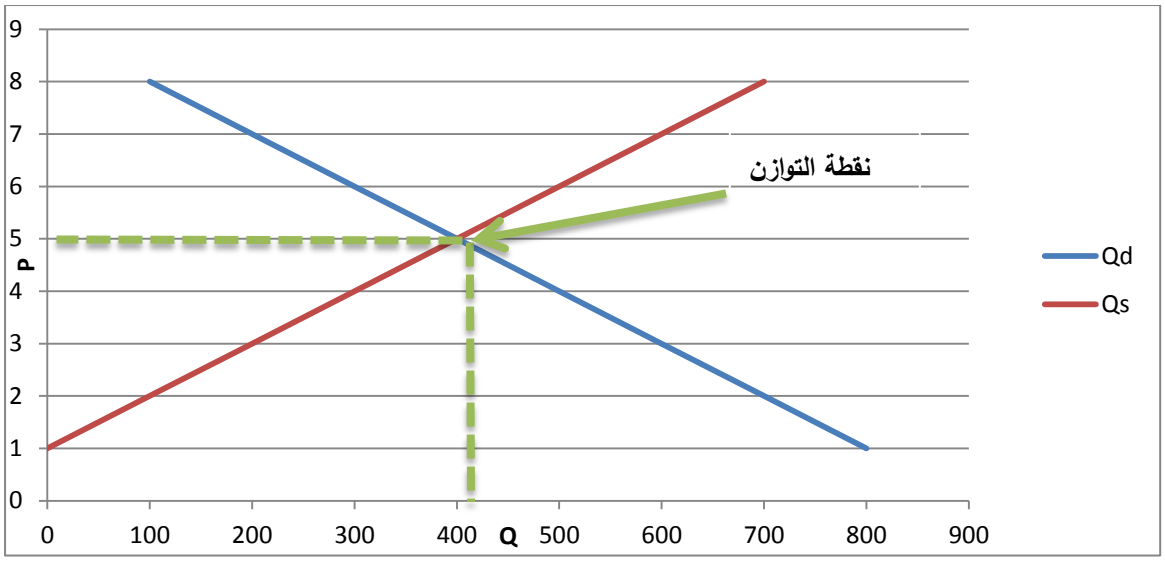
الحل:

يحدث التوازن عندما تكون الكمية المعروضة = الكمية المطلوبة

من الجدول التوازن يحدث عندما يكون P= 5، وتكون الكمية المعروضة = الكمية المطلوبة = 400.

أي أن الكمية التوازنية هي Q= 400، وسعر التوازن هو P= 5.

الشكل رقم (32): التوازن هندسيا



2- التوازن رياضيا:

يتحدد التوازن رياضيا عند تساوي معادلة الطلب مع معادلة العرض أي:

$$Q_{Dx} = Q_{Sx}$$

حيث أن السعر والكمية عند نقطة التوازن يطلق عليهما سعر التوازن P_0 وكمية التوازن Q_0

دالة الطلب هي: $Q_{Dx} = a - bP$

دالة العرض هي: $Q_{Dx} = c + dP$

شرط التوازن هو الطلب = العرض أي:

$$Q_{Dx} = Q_{Sx}$$
$$a - bP = c + dP \Rightarrow P_0 = \frac{a-c}{b+d}$$
$$Q_0 = a - bP_0 = c + dP_0$$

مثال:

لدينا دالة الطلب السوقي: $Q_{Dx} = 8000 - 1000P_x$

ودالة العرض السوقي: $Q_{Sx} = -4000 + 2000P_x$

المطلوب: أوجد سعر وكمية التوازن.

عند التوازن لدينا:

$$Q_{Dx} = Q_{Sx}$$
$$8000 - 1000P_x == -4000 + 2000P_x$$

$$\Rightarrow 12000 = 3000P_x$$
$$\Rightarrow P_x = 4$$

وبتعويض سعر التوازن في معادلة الطلب أو معادلة العرض نتحصل على كمية التوازن:

$Q_{Dx} = 8000 - 1000P_x = 8000 - 1000(4) = 4000$ وحدة

أو:

$Q_{Sx} = -4000 + 2000P_x = -4000 + 2000(4) = 4000$ وحدة

ثانيا- فائض العرض: Excess Supply

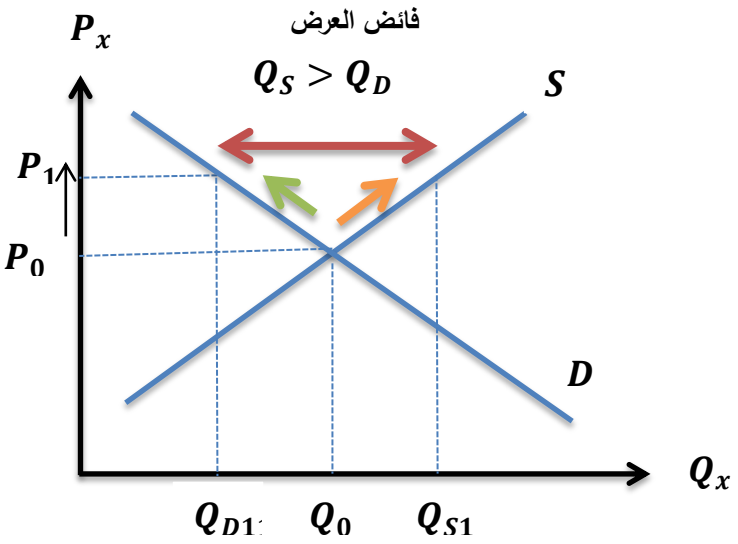
كل سعر أعلى من سعر التوازن P_0 يؤدي إلى:

- ✓ زيادة في الكمية المعروضة Q_{Sx}
- ✓ انخفاض في الكمية المطلوبة Q_{Dx}

وهو ما يجعل الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة (فائض في العرض أو عجز في الطلب)، حيث أن مقدار هذا الفائض في العرض (أو العجز في الطلب) يساوي:

فائض في العرض $= Q_{S1} - Q_{D1}$

الشكل رقم (33): فائض العرض



ثالثا– فائض الطلب: Excess Demand

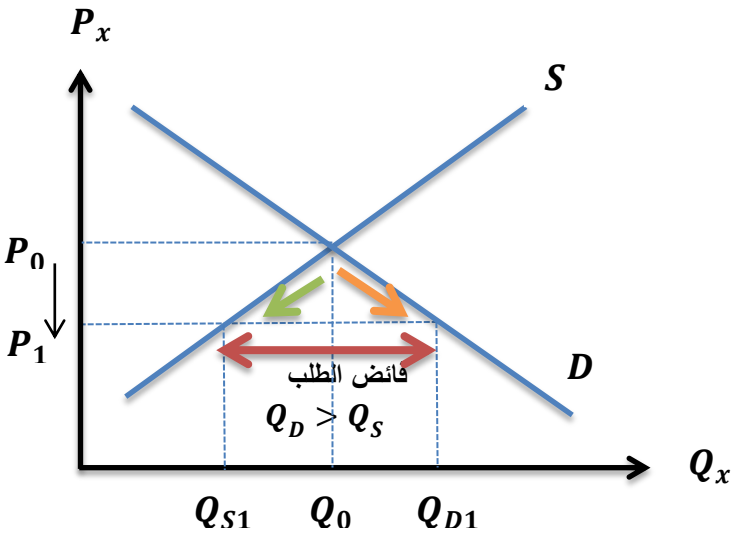
كل سعر أقل من سعر التوازن P_0 يؤدي إلى:

- ✓ زيادة في الكمية المطلوبة Q_{Dx}
- ✓ انخفاض في الكمية المعروضة Q_{Sx}

وهو ما يجعل الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة (فائض في الطلب أو عجز في العرض)، حيث أن مقدار هذا الفائض في الطلب (أو العجز في العرض) يساوي:

$$\text{فائض في الطلب} = Q_{D1} - Q_{S1}$$

الشكل رقم (34): فائض الطلب



رابعا– تغيرات التوازن:

توجد حالتين للتغير في وضع التوازن، يمكن توضيحها فيما يلي:[1]

1– تغير الطلب أو العرض:

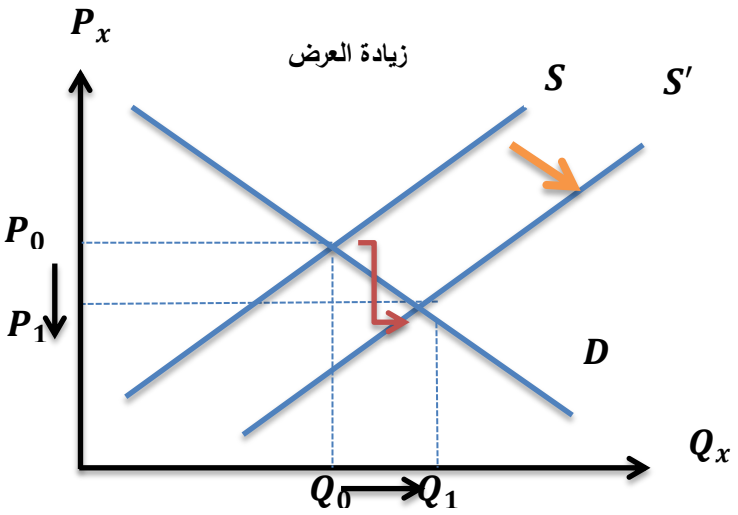
أ–زيادة العرض:

يؤدي زيادة العرض إلى انخفاض في السعر التوازني وزيادة في الكمية التوازنية، والشكل التالي يوضح ذلك.

[1]- بتصرف من: بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 48-53.

الشكل رقم (35):زيادة العرض

$S \uparrow \rightarrow Q \uparrow, P \downarrow$

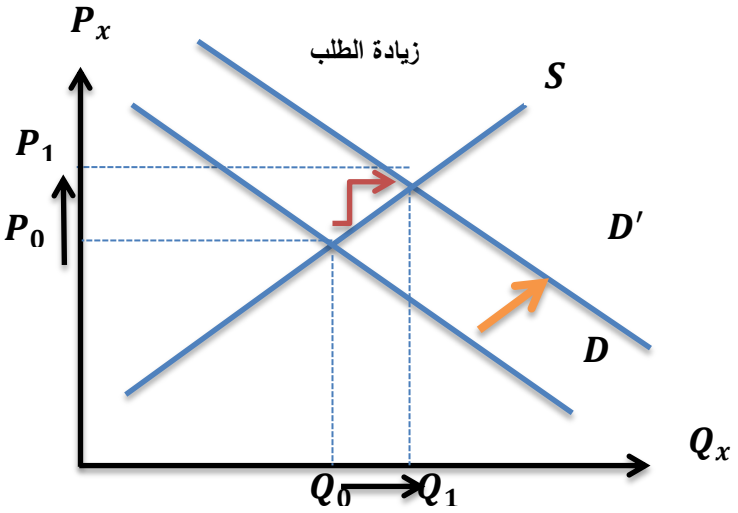


ب-زيادة الطلب:

يؤدي زيادة الطلب إلى ارتفاع في السعر التوازني وزيادة في الكمية التوازنية، والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (36):زيادة الطلب

$D \uparrow \rightarrow Q \uparrow, P \uparrow$

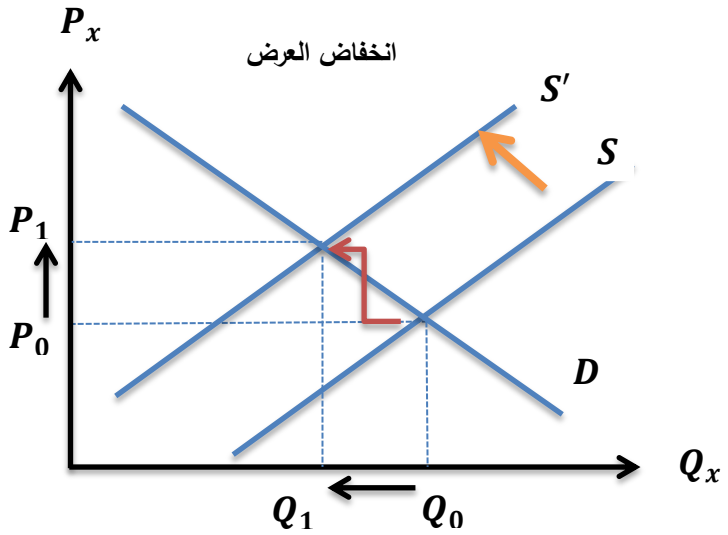


ج-نقص العرض:

يؤدي نقص العرض إلى ارتفاع في السعر التوازني وانخفاض في الكمية التوازنية، والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (37):نقص العرض

$$S \downarrow \rightarrow Q \downarrow, P \uparrow$$

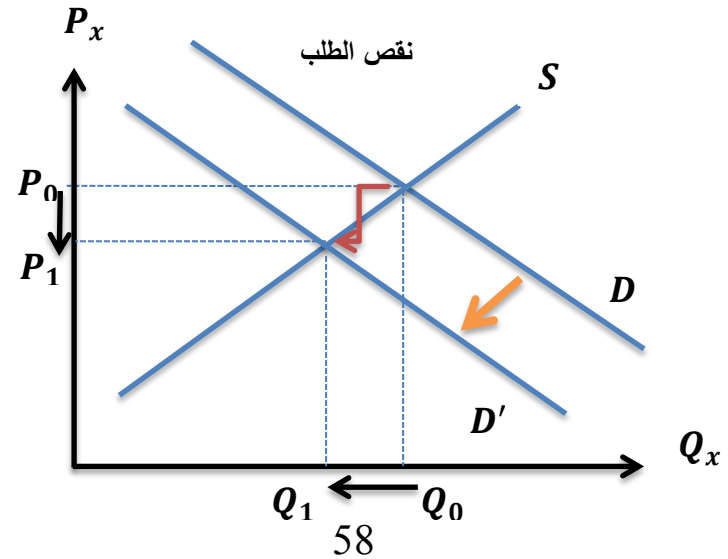


د-نقص الطلب:

يؤدي نقص الطلب إلى انخفاض في السعر التوازني وانخفاض في الكمية التوازنية، والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (38):نقص الطلب

$$D \downarrow \rightarrow Q \downarrow, P \downarrow$$



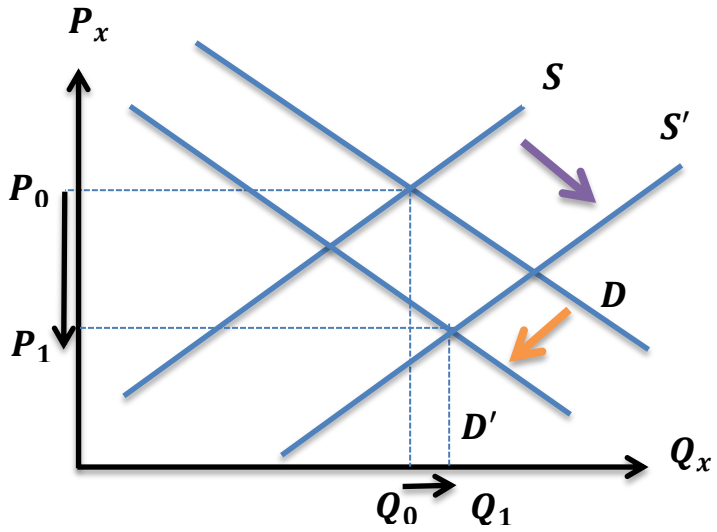
2- التغير في الطلب و العرض في آن واحد:

أ-زيادة العرض ونقص في الطلب: هناك حالتين هما:

أ-1- يؤدي إلى زيادة الكمية التوازنية وانخفاض السعر التوازني في حالة أن الزيادة في العرض أكبر من النقص في الطلب، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (39):زيادة العرض أكبر من نقص الطلب

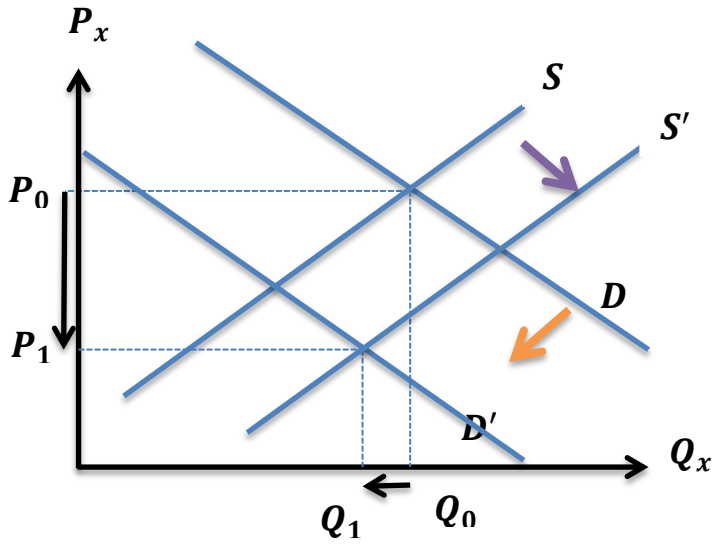
$S \uparrow > D \downarrow \rightarrow Q \uparrow, P \downarrow$



أ-2- يؤدي إلى نقص الكمية التوازنية وانخفاض في السعر التوازني في حالة أن الزيادة في العرض أقل من النقص في الطلب، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (40):زيادة العرض أقل من النقص في الطلب

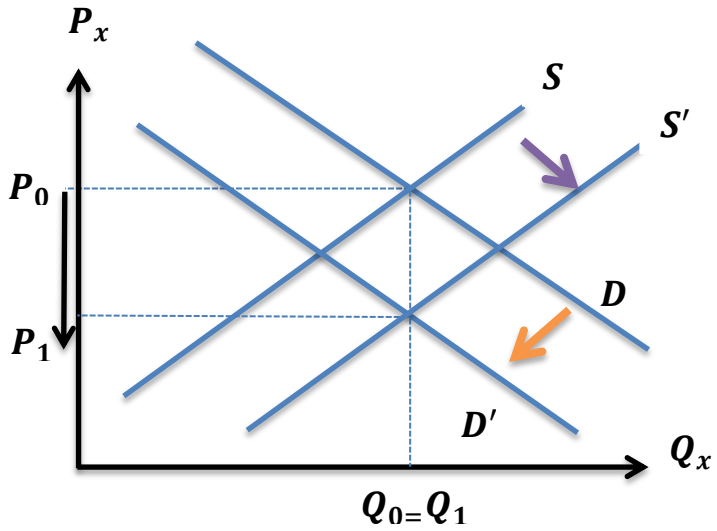
$S \uparrow < D \downarrow \rightarrow Q \downarrow, P \downarrow$



أ-3- في حالة أن الزيادة في العرض تساوي انخفاض الطلب، يؤدي إلى ثبات الكمية التوازنية وانخفاض في السعر التوازني، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (41):زيادة العرض تساوي انخفاض الطلب

$$S \uparrow = D \downarrow \rightarrow \bar{Q}, P \downarrow$$

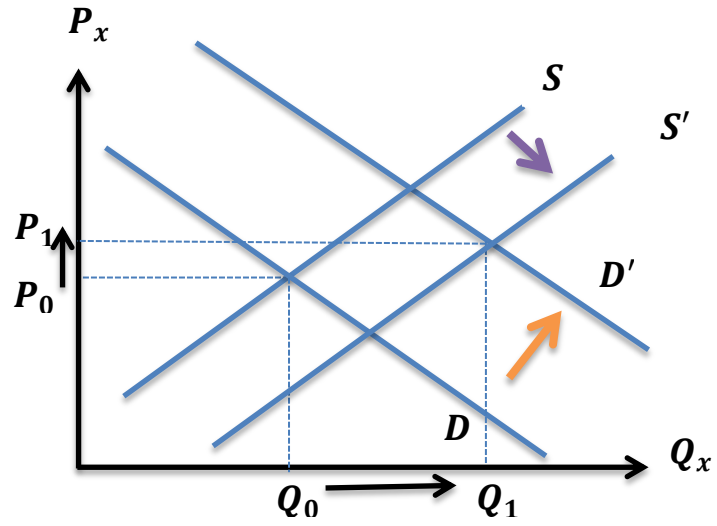


ب- زيادة في العرض وزيادة في الطلب:

ب-1: إذا كانت الزيادة في الطلب أكبر من الزيادة في العرض، فإن الكمية التوازنية تزيد والسعر التوازني يزيد ، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (42):زيادة الطلب أكبر من زيادة العرض

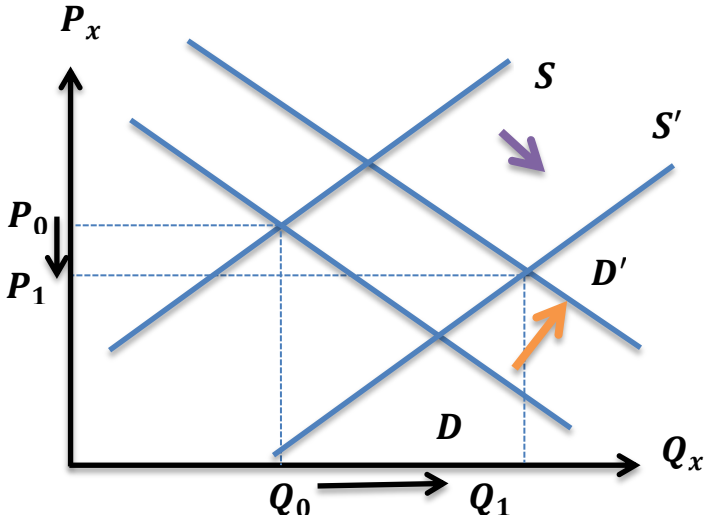
$$D \uparrow > S \downarrow \rightarrow Q \uparrow, P \uparrow$$



ب-2: إذا كانت الزيادة في العرض أكبر من الزيادة في الطلب، فإن الكمية التوازنية تزداد والسعر التوازني ينخفض، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (43):زيادة العرض أكبر من زيادة الطلب

$$S \uparrow > D \uparrow \rightarrow Q \uparrow, P \downarrow$$

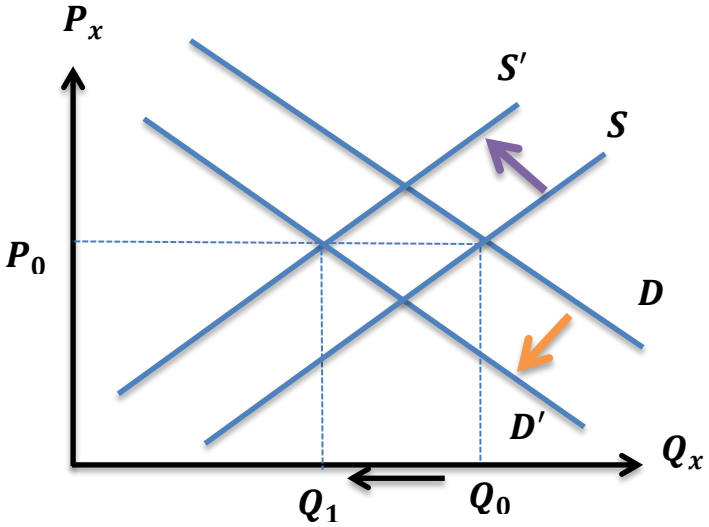


ج- انخفاض في العرض وانخفاض في الطلب:

ج-1: إذا كان انخفاض الطلب يساوي انخفاض العرض، يؤدي إلى انخفاض الكمية التوازنية وثبات السعر التوازني، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (44):انخفاض الطلب يساوي انخفاض العرض

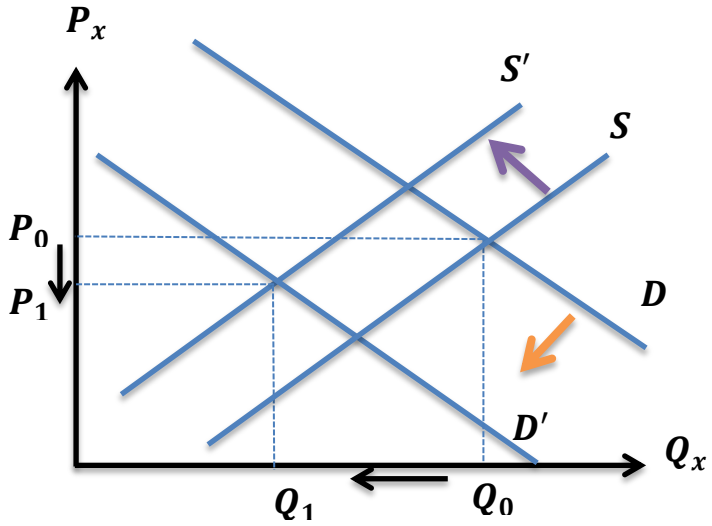
$$D \downarrow = S \downarrow \rightarrow Q \downarrow, \overline{P}$$



ج-2: إذا كان انخفاض الطلب أكبر من انخفاض العرض، يؤدي إلى انخفاض الكمية التوازنية وانخفاض السعر التوازني، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (45):انخفاض الطلب أكبر من انخفاض العرض

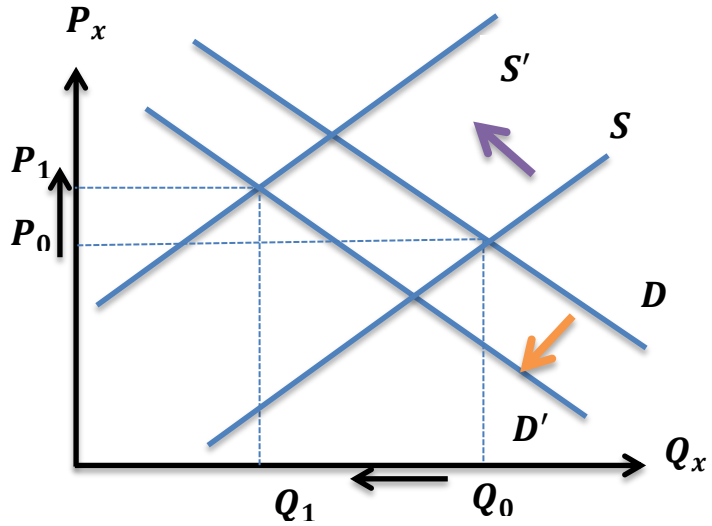
$D \downarrow > S \downarrow \rightarrow Q \downarrow, P \downarrow$



ج-3: إذا كان انخفاض الطلب أقل من انخفاض العرض، يؤدي إلى انخفاض الكمية التوازنية وارتفاع السعر التوازني، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (46):انخفاض الطلب أقل من انخفاض العرض

$D \downarrow < S \downarrow \rightarrow Q \downarrow, P \uparrow$

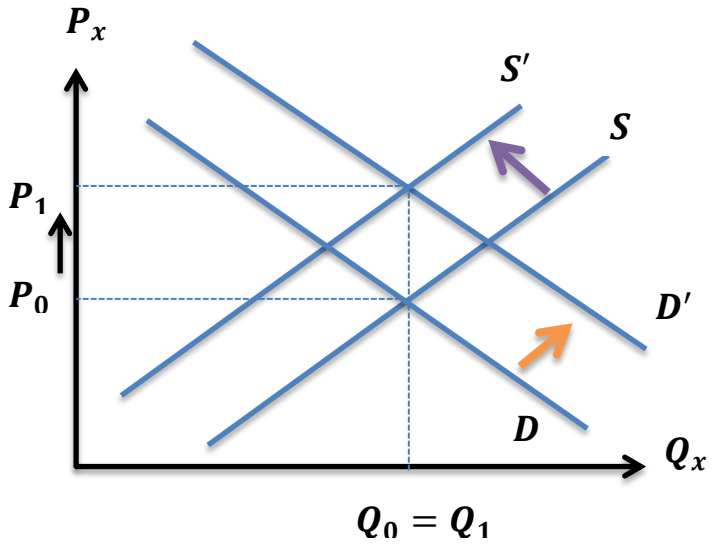


د- زيادة في الطلب وانخفاض في العرض:

د-1: إذا كانت زيادة الطلب تساوي انخفاض العرض، يؤدي إلى ثبات الكمية التوازنية وارتفاع السعر التوازني، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (47):زيادة الطلب تساوي انخفاض العرض

$$D \uparrow = S \downarrow \rightarrow \overline{Q}, P \uparrow$$

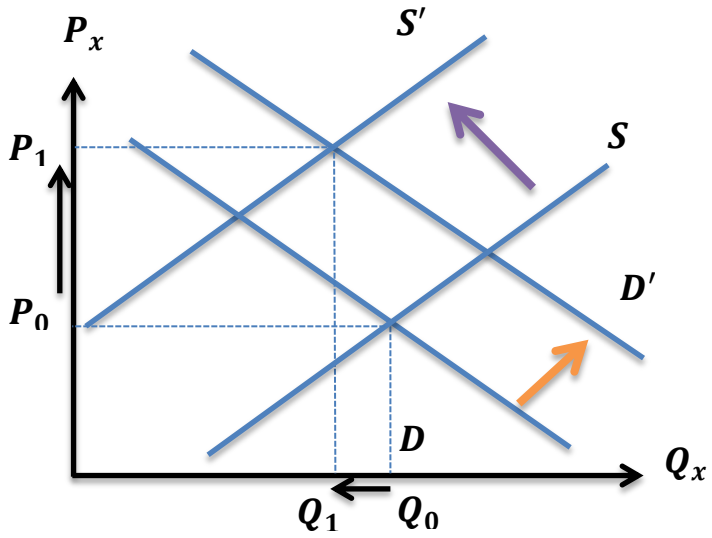


$$Q_0 = Q_1$$

د-2: إذا كانت زيادة الطلب أقل من انخفاض العرض، يؤدي إلى انخفاض الكمية التوازنية وارتفاع السعر التوازني، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (48):زيادة الطلب أقل من انخفاض العرض

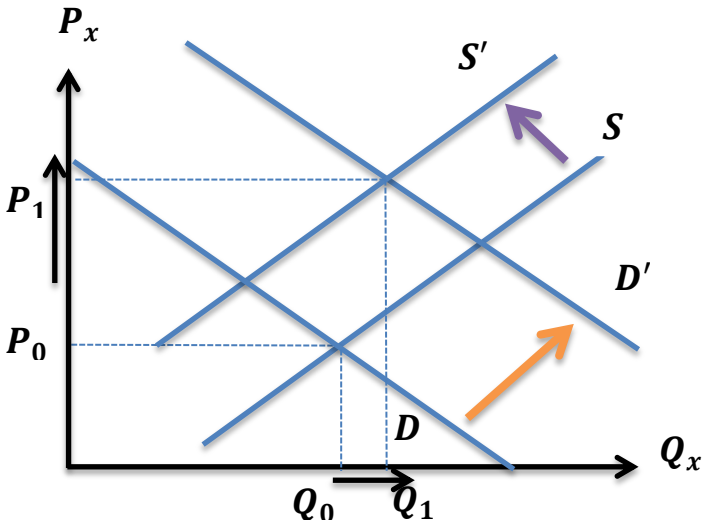
$$D \uparrow < S \downarrow \rightarrow Q \downarrow, P \uparrow$$



د-3: إذا كانت زيادة الطلب أكبر من انخفاض العرض، يؤدي إلى ارتفاع الكمية التوازنية وارتفاع السعر التوازني، والشكل الموالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (49):زيادة الطلب أكبر من انخفاض العرض

$$D \uparrow > S \downarrow \rightarrow Q \uparrow, P \uparrow$$



خامسا- أنواع التوازن:

هناك ثلاثة أنواع من التوازن هي: مستقر، غير مستقر، حيادي.

1- التوازن المستقر:

يتحقق التوازن المستقر عندما تعمل قوى السوق على إرجاعنا لوضع التوازن الأصلي بعد كل انحراف عن وضع التوازن الأصلي.

نقول عن توازن مستقر لأن:

تزيد الكمية المعروضة عن الكمية المطلوبة عند الأسعار التي تفوق سعر التوازن مما ينتج عنه فائض يؤدي إلى خفض السعر تجاه مستوى التوازن، وتفوق الكمية المطلوبة الكمية المعروضة عند الأسعار دون مستوى التوازن مما يؤدي إلى عجز في السلعة وارتفاع في السعر تجاه مستوى التوازن، ويكون ميل محنى العرض السوقي أكبر من ميل منحنى الطلب السوقي.[1]

[1]- دومينيك سلفاتور، مرجع سبق ذكره، ص 43.

مثال:

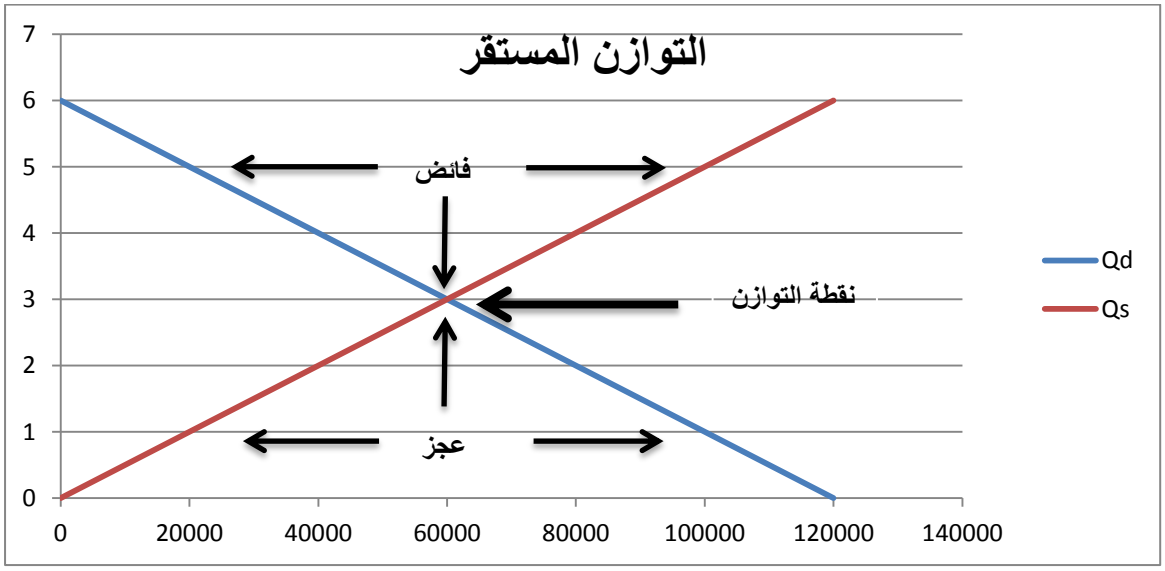
يوضح الجدول التالي الطلب السوقي والعرض السوقي للسلعة x، هل يعتبر توازن السلعة مستقر أو غير مستقر أو حيادي؟

الضغط على السعر	الكمية المعروضة Q_s	الكمية المطلوبة Q_d	P_x
إلى الأسفل	120000	0	6
إلى الأسفل	100000	20000	5
إلى الأسفل	80000	40000	4
التوازن	60000	60000	3
إلى الأعلى	40000	80000	2
إلى الأعلى	20000	100000	1
إلى الأعلى	0	120000	0

يعتبر هذا التوازن توازن مستقر، لأن:

- عند الأسعار فوق سعر التوازن لدينا الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة ؛
- عند الأسعار دون سعر التوازن لدينا الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة.

الشكل رقم (50): التوازن المستقر



2- التوازن غير المستقر:

يتحقق التوازن غير المستقر عندما تعمل قوى السوق على إبعادنا عن وضع التوازن بعد كل انحراف عن الوضع التوازني الأصلي، ويحدث هذا عندما يكون ميل محنى العرض السوقي أقل من ميل منحنى الطلب السوقي للسلعة.[1]

نقول عن التوازن غير مستقر لأن:

حيث أنه عند الأسعار التي تفوق سعر التوازن تكون الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة مما ينتج عنه عجزا يؤدي إلى ارتفاع في سعر السلعة بدرجة أكبر ويستمر التحرك بعيدا عن التوازن، وعند الأسعار دون مستوى التوازن تكون الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة مما يؤدي إلى خفض السعر دون سعر التوازن مما ينتج عنه فائض في السلعة.[2]

مثال:

يوضح الجدول التالي الطلب السوقي والعرض السوقي للسلعة x، هل يعتبر توازن السلعة مستقر أو غير مستقر أو حيادي؟

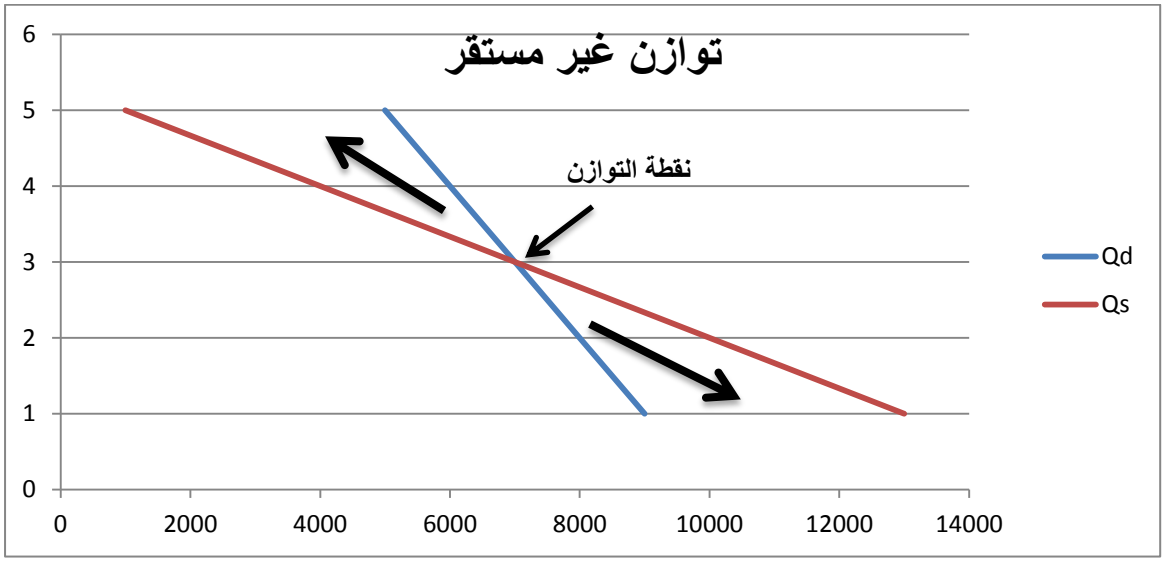
الضغط على السعر	الكمية المعروضة Q_s	الكمية المطلوبة Q_d	P_x
إلى الأعلى ↑	1000	5000	5
إلى الأعلى ↑	4000	6000	4
التوازن	7000	7000	3
إلى الأسفل ↓	10000	8000	2
إلى الأسفل ↓	13000	9000	1

التوازن هو توازن غير مستقر لأن:

- عند الأسعار فوق سعر التوازن لدينا الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة؛
- عند الأسعار دون سعر التوازن لدينا الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة.

[1]- دومينيك سلفاتور، مرجع سبق ذكره، ص 44.
[2]- المرجع نفسه.

الشكل رقم(51): التوازن غير المستقر



3- التوازن الحيادي:

يتحقق التوازن الحيادي عندما يتطابق منحنى الطلب السوقي ومنحنى العرض السوقي، وإذا حدث ذلك فإن الحركة بعيدا عن نقطة التوازن لن تنشط أية قوة تلقائيا لتعود إلى أو تبعد بعيدا عن نقط التوازن الأصلية.[1]

[1]- المرجع نفسه.

تطبيقات على توازن السوق:

تتدخل الدولة في السوق لتنظيمه، عن طريق آلية الأسعار أو عن طريق الوسائل المالية (ضرائب، إعانات)، ويكون هذا التدخل إما لتمكين شريحة من المستهلكين من اقتناء بعض السلع والخدمات، و إما للحد من استهلاك بعضها الآخر.

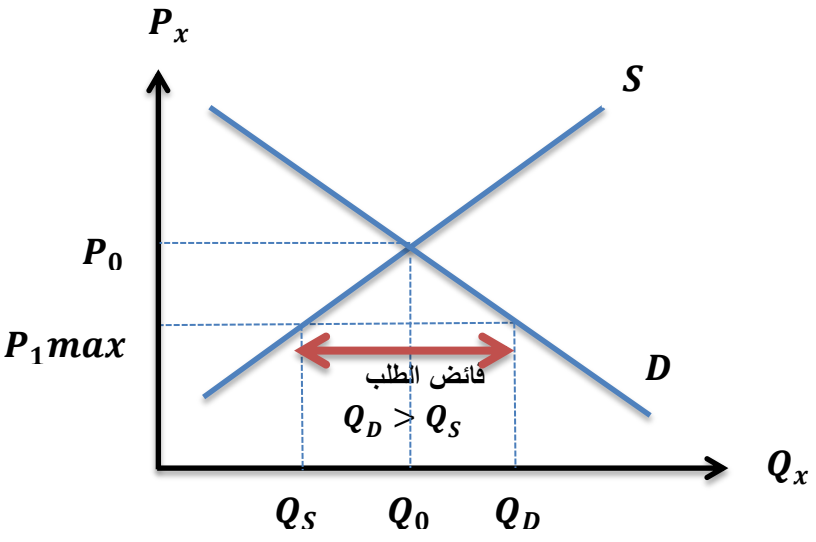
أولا- تنظيم السوق عن طريق آلية الأسعار:

تتدخل الدولة لتنظيم السوق عن طريق آلية وذلك بتحديدها سعرا أدنى أو سعرا أعلى للسلعة في السوق.

1- تحديد حد أعلى للسعر:

كثيرا ما يكون سعر السوق مرتفعاً ولا يعكس القيمة الحقيقية للسلع، ويحدث هذا في حالات الندرة خلال فترات الحروب أو الكوارث الطبيعية، لحماية المستهلكين تقوم الحكومات بالتدخل وتحديد حد أعلى للسعر، سيؤدي ذلك الى ظهور فائض في الطلب، والشكل رقم (52) يوضح ذلك.

الشكل رقم (52): حالة تحديد حد أعلى للسعر



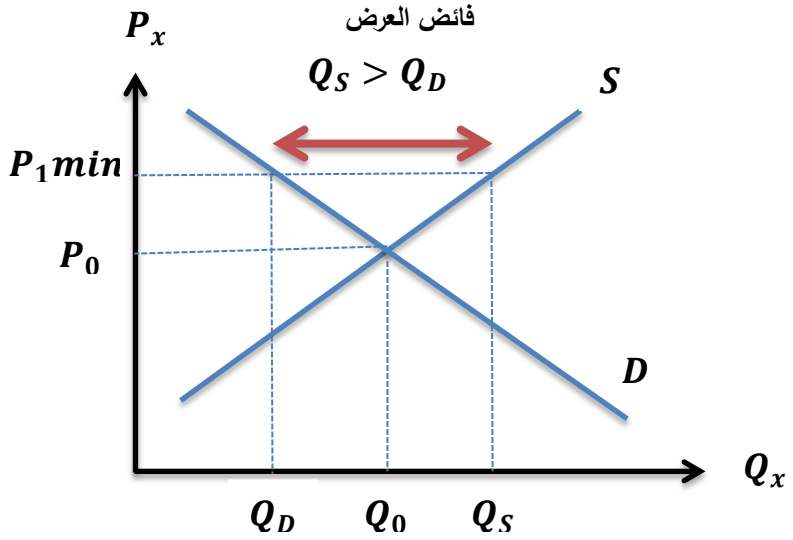
فبدون تدخل الدولة في السوق يكون سعر التوازن P_0 والكمية التوازنية Q_0، وعندما تتدخل الدولة في السوق بتحديدها حد أعلى للسعر P_1، فإن المنتجين سيقدمون حجم إنتاج قدره Q_S والمستهلكين يطلبون حجم قدره Q_D، حيث أن الفرق بين $Q_D - Q_S$ يسمى فائض الطلب.[1]

[1]- عمر صخري، مرجع سبق ذكره، ص 34.

2- تحديد حد أدنى للسعر:

في حالة تحديد حد أدنى للسعر، سيؤدي ذلك الى ظهور فائض في العرض، والشكل رقم (53) يوضح ذلك.

الشكل رقم (53):حالة تحديد حد أدنى للسعر



فبدون تدخل الدولة في السوق يكون سعر التوازن P_0 والكمية التوازنية Q_0، وعندما تتدخل الدولة في السوق بتحديدها حد أدنى للسعر P_1، فإن المنتجين سيقدمون حجم إنتاج قدره Q_S والمستهلكين يطلبون حجم قدره Q_D، حيث أن الفرق بين $Q_S - Q_d$ يسمى فائض العرض.[1]

ثانيا- تنظيم السوق عن طريق آلية الوسائل المالية:

1- التدخل عن طريق الضريبة:

إن التدخل عن طريق فرض ضريبة نوعية على كل وحدة مباعة من السلعة قد يؤدي إلى ارتفاع سعرها في السوق، وهو ما يقابله تراجع الطلب عليها، في هذه الحالة سيظهر ضمنيا سعران، سعر البائع (Price Seller) P_S وهو السعر الذي يحتفظ به البائع بعد دفع الضريبة ويتحدد من منحنى العرض، وسعر المشتري (Price Buyer) P_B وهو السعر الذي يدفعه هذا الأخير بعد فرض الضريبة ويتحدد من منحنى الطلب، أما الفرق بين السعرين فلا بد أن يساوي مقدار الضريبة أي أن: $t = P_B - P_S$.[2]

[1]- المرجع نفسه، ص 35.
[2]- عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص25.

حيث أنه رياضيا لدينا قبل فرض الضريبة:

دالة الطلب هي: $Q_d = f(P) \quad \Rightarrow Q_d = a - bP$

دالة العرض هي: $Q_s = f(P) \quad \Rightarrow Q_d = c + dP$

حيث أنه رياضيا بعد فرض ضريبة نوعية t لكل وحدة مباعة تصبح دالة الطلب والعرض كالتالي:

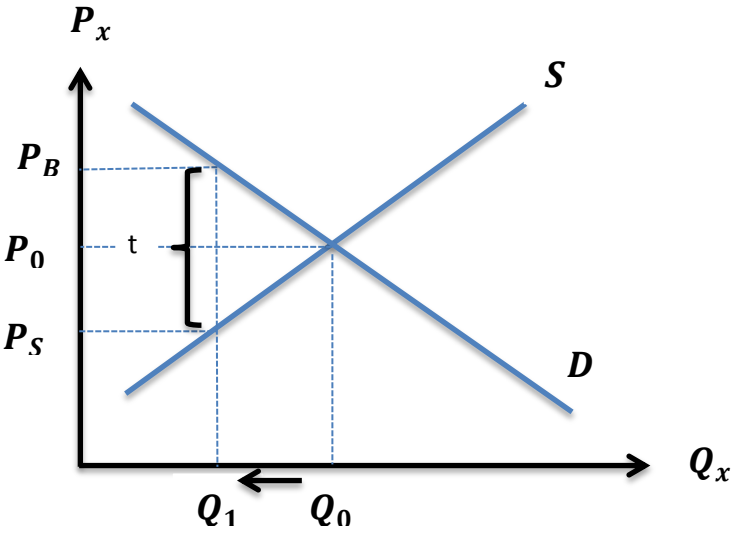
دالة الطلب هي: $Q_d = f(P_B) \quad \Rightarrow Q_d = a - bP_B$

دالة العرض هي: $Q_s = f(P_S) \quad \Rightarrow Q_d = c + dP_S$

حيث أن: $t = P_B - P_S$

ويمكن حل ذلك بيانيا كما هو موضح في الشكل رقم (54).

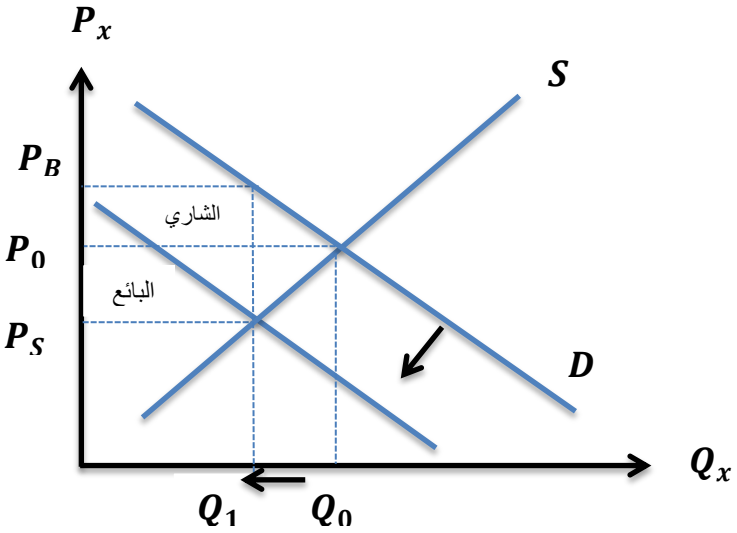
الشكل رقم (54): تحديد سعر البائع والمشتري.



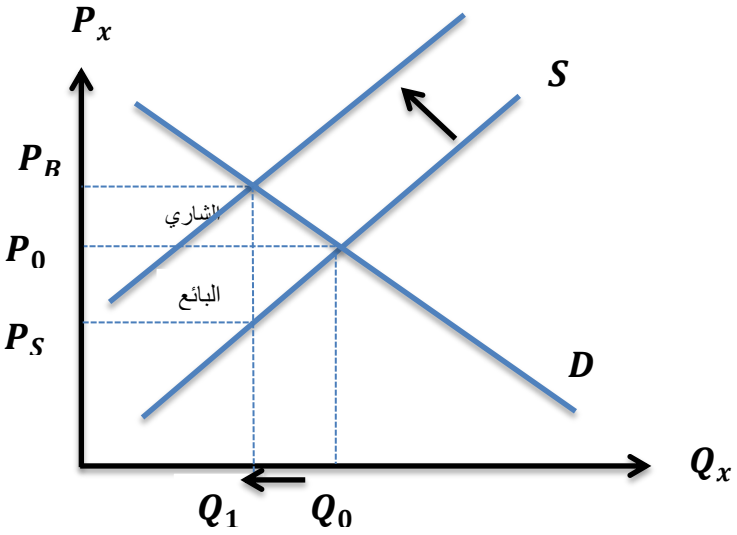
- كما يمكن حل ذلك أيضا بإزاحة منحنى الطلب إلى الأسفل أي إلى اليسار، حيث أن:
  - $t = P_B - P_S$
  - مقدار الضريبة التي يتحملها المشتري هو: $t_B = P_B - P_0$
  - مقدار الضريبة التي يتحملها البائع هو: $t_S = P_0 - P_S$
- كما يمكن حل ذلك أيضا بإزاحة منحنى العرض إلى الأعلى أي إلى اليسار.

والشكلين المواليين يوضحان ذلك.

الشكل رقم (55):إزاحة منحنى الطلب إلى الأسفل أي إلى اليسار



الشكل رقم (56):إزاحة منحنى العرض إلى الأعلى أي إلى اليسار



1-1- تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S وما يتحمله البائع t_Sوالمشتري t_B من الضريبة:

مثال:

لتكن لدينا دالتي الطلب والعرض كما يلي:

دالة الطلب: $Q_d = 86 - 2P$ ، دالة العرض: $Q_S = -10 + 4P$

المطلوب: إذا فرضت الدولة ضريبة t=3 لكل وحدة مباعة، أوجد سعر البائع P_S وسعر المشتري P_B، ومقدار ما يتحمله البائع t_Sوالمشتري t_B من الضريبة. (رياضيا وبيانيا)

الحل:

1- رياضيا:

أ- **تحديد سعر المشتري P_B وسعر البائع P_S:**

نقوم أولا بتغيير السعر في دوال الطلب والعرض، حيث أنه في دالة الطلب يصبح السعر هو سعر المشتري، وفي دالة الطلب السعر هو سعر البائع أي:

دالة الطلب تصبح : $Q_d = 86 - 2P_B$

دالة العرض تصبح: $Q_S = -10 + 4P_S$

$$\begin{cases} P_B = f_d(Q) \\ P_S = f_S(Q) \\ t = P_B - P_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_B = \frac{86}{2} - \frac{Q}{2} \\ P_S = \frac{10}{4} + \frac{Q}{4} \\ 3 = P_B - P_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = P_B - P_S \\ 3 = \frac{86}{2} - \frac{Q}{2} - \frac{10}{4} - \frac{Q}{4} \\ Q = 50 \end{cases}$$

بتعويض قيمة Q في P_B و P_S نجد:

$$P_B = \frac{86}{2} - \frac{Q}{2} = \frac{86}{2} - \frac{50}{2} = 18 \Rightarrow P_B = 18$$

$$P_S = \frac{10}{4} + \frac{Q}{4} = \frac{10}{4} + \frac{50}{4} = 15 \Rightarrow P_S = 15$$

ومنه السعر التوازني والكمية التوازنية بعد فرض الضريبة هما:

$$Q_{0'} = 50 \text{ و } P_{0'} = P_B = 18$$

أو بطريقة ثانية:

$$\begin{cases} P_S = P_B - t \\ Q_d = f(P_B) = 86 - 2P_B \\ Q_{S'} = f(P_B) = -10 + 4(P_B - 3) = -22 + 4P_B \end{cases}$$

شرط التوازن بعد فرض الضريبة t=3 هو:

$$Q_d = Q_{S'}$$

$$86 - 2P_B = -22 + 4P_B \Rightarrow \boldsymbol{P_B = 18 = P_{0'}}$$

ومنه نستنتج سعر البائع P_S:

$$P_S = P_B - t \Rightarrow P_S = P_B - 3 = 18 - 3 = 15 \Rightarrow P_S = 15$$

وبتعويض قيمة P_B في Q_d و $Q_{S'}$ نجد الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة:

$$Q_{0'} = 86 - 2(18) = -22 + 4(18) = 50 \Rightarrow Q_{0'} = 50$$

ب- تحديد ما يتحمله المشتري من ضريبة t_B وما يتحمله البائع t_S من الضريبة:

- **قبل فرض الضريبة t كانت دالتي الطلب والعرض كما يلي:**

دالة الطلب: $Q_d = 86 - 2P$ ، دالة العرض: $Q_S = -10 + 4P$

وكان السعر التوازني (الذي يدفع المشتري ويقبض البائع) هو: $Q_0 = 54$ و $P_0 = 16$

- **بعد فرض الضريبة t أصبحت دالتي الطلب والعرض كما يلي:**

دالة الطلب: $Q_d = 86 - 2P_B$ ، دالة العرض: $Q_S = -10 + 4P_S$ و $Q_{S'} = -22 + 4P_S$

والسعر الذي يدفعه المشتري (سعر المشتري) هو: $P_{0'} = P_B = 18$

والسعر الذي يقبضه البائع بعد فرض الضريبة(سعر البائع) هو: $P_S = 15$

ومنه:

بالنسبة للمشتري:

- السعر الذي يدفعه المشتري قبل الضريبة هو: $P_0 = 16$
- السعر الذي يدفعه المشتري بعد الضريبة هو: $P_{0'} = P_B = 18$
- مقدار الضريبة التي يتحملها هي: $t_B = P_B - P_0 = 18 - 16 = 2$

بالنسبة للبائع:

- السعر الذي يقبضه البائع قبل الضريبة هو: $P_0 = 16$
- السعر الذي يقبضه البائع بعد الضريبة هو: $P_S = 15$
- مقدار الضريبة التي يتحملها البائع هي: $t_S = P_0 - P_S = 16 - 15 = 1$

2- بيانيا:

أ- **تحديد سعر المشتري P_B وسعر البائع P_S:**

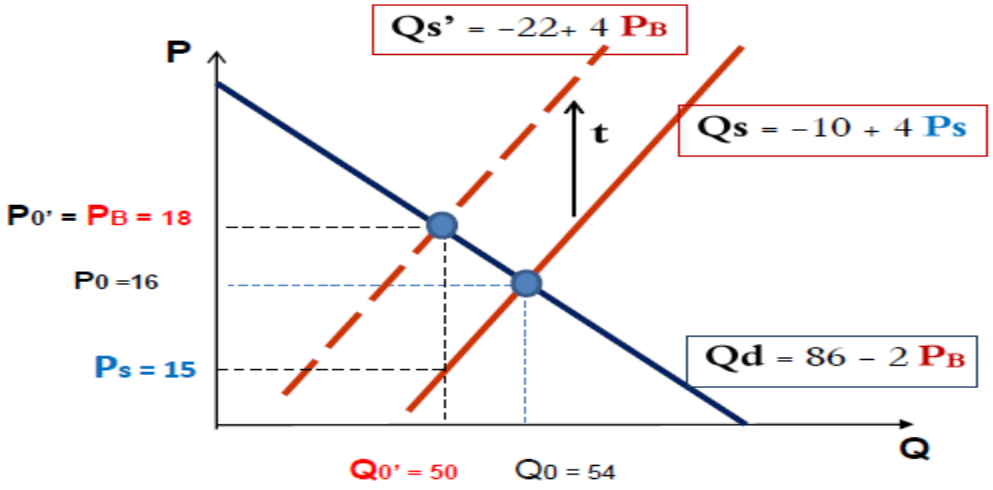
يتحدد السعر التوازني P_0 بعد فرض الضريبة t=3 والكمية التوازنية Q_0 عند نقطة تقاطع منحنيي Q_d و Q_S حيث أن:

$$Q_d = f(P_B) = 86 - 2P_B$$
$$Q_{S'} = f(P_B) = -10 + 4(P_B - 3) = -22 + 4P_B$$

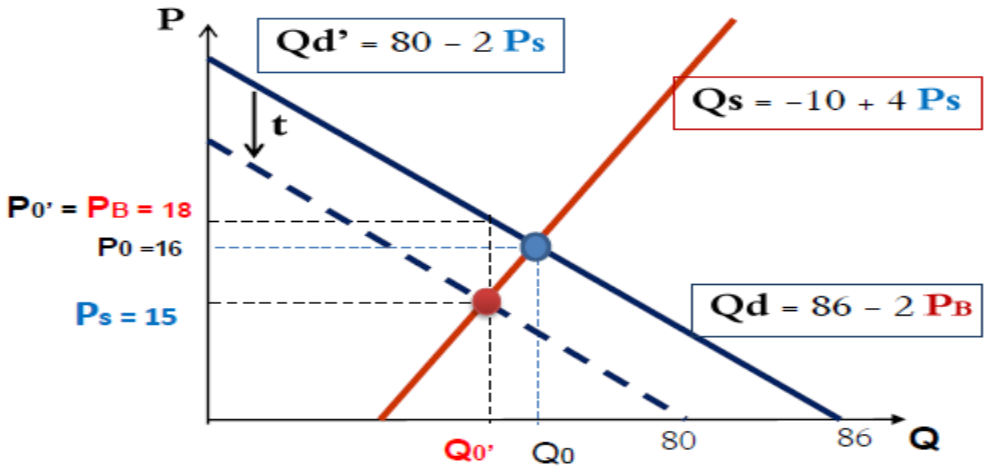
وعند نقطة تقاطع منحنيي Q_d و Q_S تتحدد قيمة $P_B = 18$ وهي نفسها قيمة السعر $P_{0'} = 18$ التوازني بعد فرض الضريبة، وانطلاقا من قيمة P_B نحدد قيمة P_S على منحنى العرض Q_S، والشكل رقم

(57) يوضح حالة ازاحة منحنى العرض إلى الأعلى، والشكل رقم (58) يوضح حالة ازاحة منحنى الطلب إلى الأسفل.

الشكل رقم (57):تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى العرض إلى الأعلى



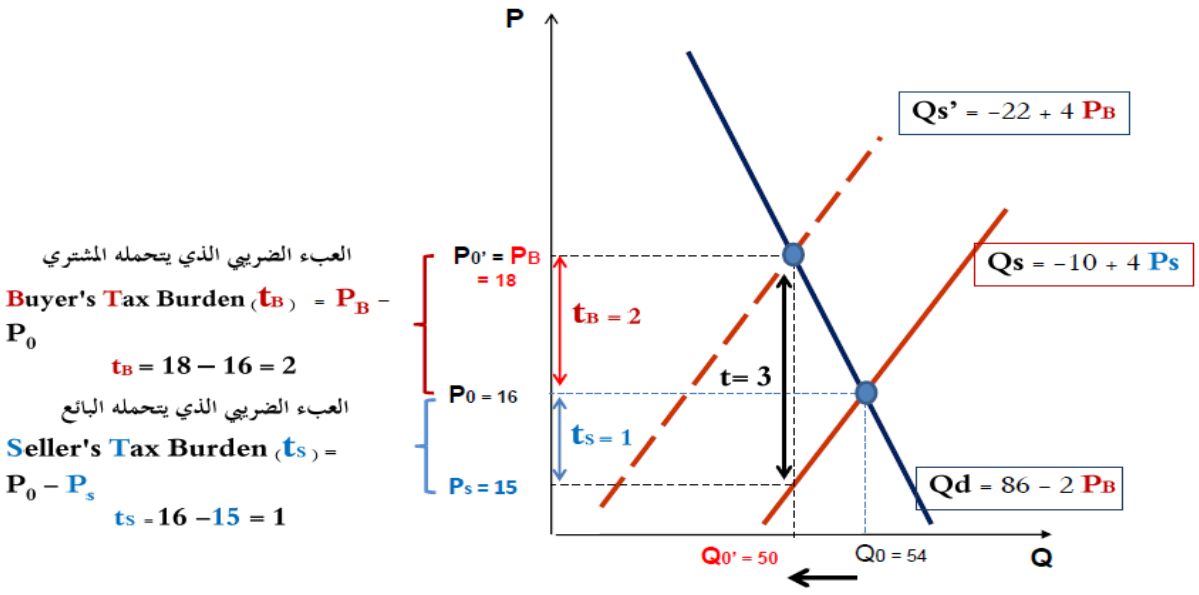
الشكل رقم (58):تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى الطلب إلى الأسفل



ب- تحديد ما يتحمله المشتري من ضريبة t_B وما يتحمله البائع t_S من الضريبة:

الشكل رقم (59) يوضح ذلك.

الشكل رقم (59):مقدار ما يتحمله المشتري من الضريبة t_B وما يتحمله البائع t_S من الضريبة



1-2- العوامل المتحكمة في قيمة t_S و t_B :

أي من يتحمل الجزء الأكبر من t هل المستهلك أم البائع، ويتوقف ذلك على شكل كل من منحنى الطلب والعرض أي معامل مرونة العرض السعرية ومعامل مرون الطلب السعرية.

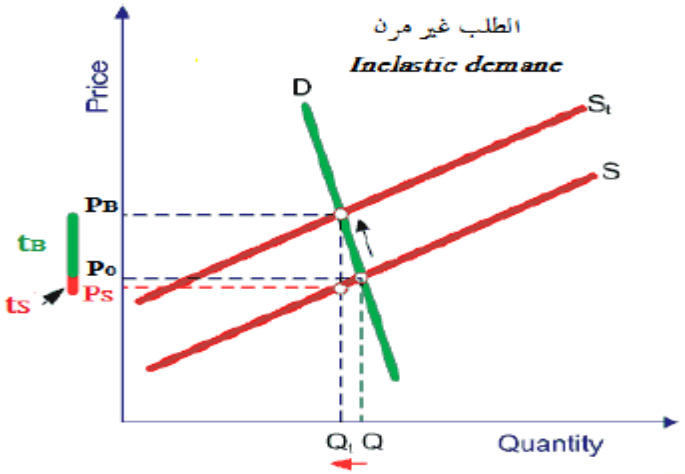
حيث أنه بصفة عامة المنحنى الذي تكون مرونته مرتفعة يتحمل الجزء الأقل من الضريبة والعكس صحيح.

أ- مرونة الطلب السعرية وتأثيرها على قيمة t_S و t_B:

- إذا كان الطلب غير مرن ⟵ فإن المشتري هو الذي يتحمل الجزء الأكبر من الضريبة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

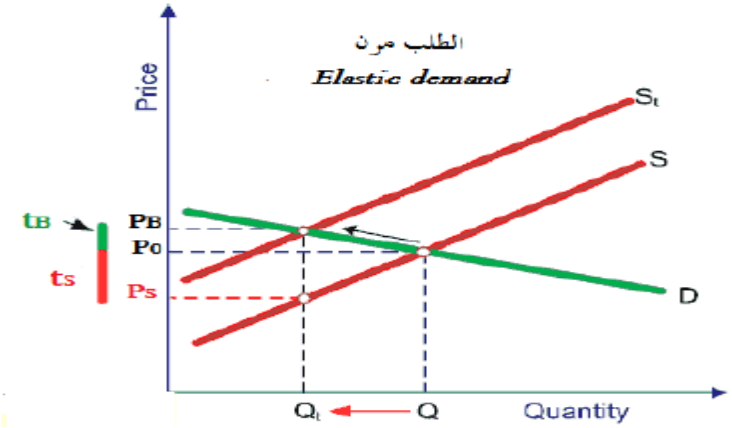
الشكل رقم (60): الطلب غير مرن



إذا كان الطلب مرن ⟵ فإن البائع هو الذي يتحمل الجزء الأكبر من الضريبة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (61): الطلب مرن

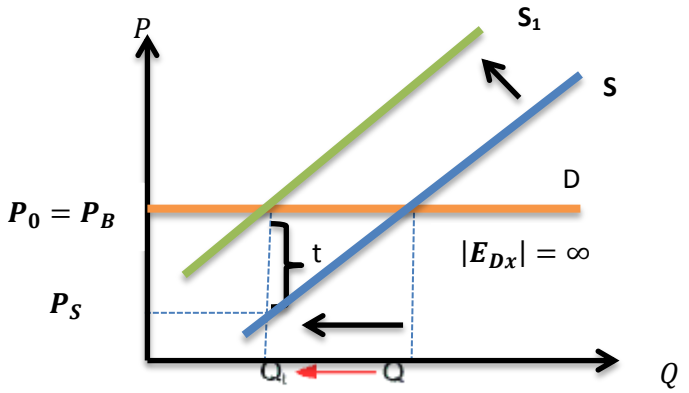


إذا كان الطلب مرن بشكل تام $E_d = \infty$ ⟵ فإن البائع هو الذي يتحمل كل الضريبة،

أي أن: ($t_B = 0$ و $t_s = t$).

والشكل التالي يوضح ذلك.

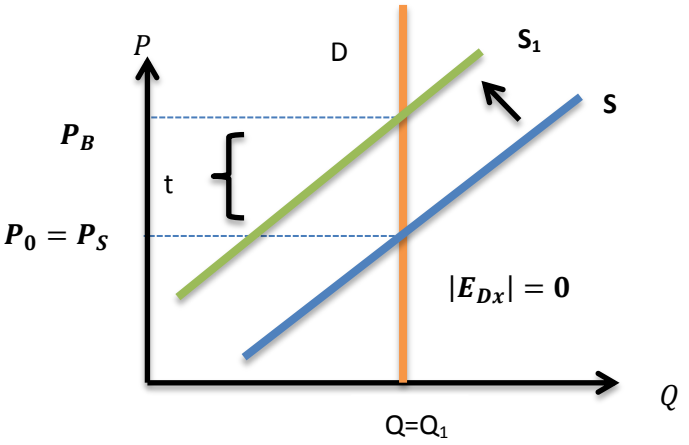
الشكل رقم (62): الطلب مرن بشكل تام



إذا كان الطلب عديم المرونة (غير مرن بشكل تام) $E_d = 0$ ⟵ فإن المشتري هو الذي يدفع كل الضريبة أي أن: ($t_B = t$ و $t_S = 0$)

والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (63): الطلب غير مرن بشكل تام



ومنه:

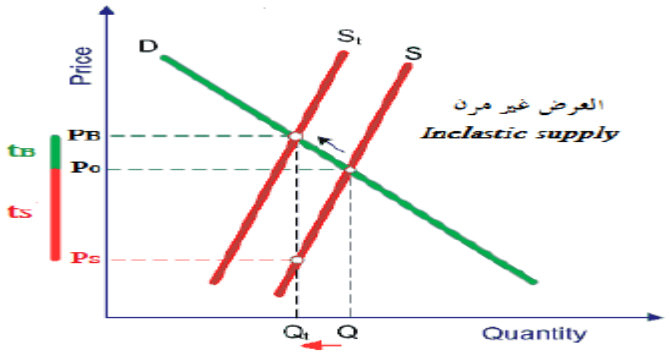
كلما قل ميل منحنى الطلب ⟵ كلما زادت مرونة الطلب السعرية ⟵ انخفضت قيمة t_B وزادت قيمة t_S

ب- مرونة العرض السعرية وتأثيرها على قيمة t_S و t_B:

إذا كان العرض غير مرن ⟵ فإن البائع هو الذي يتحمل الجزء الأكبر من الضريبة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

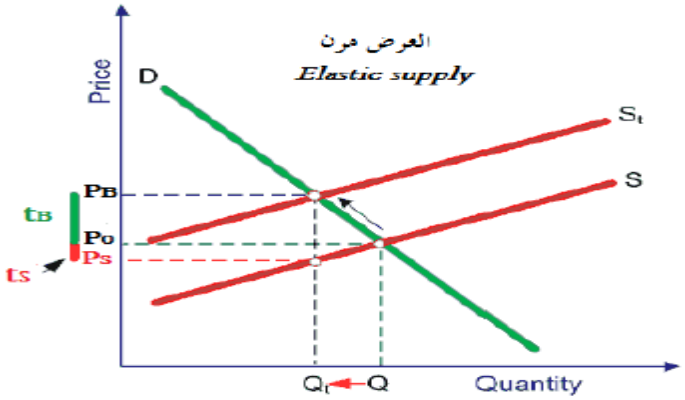
الشكل رقم (64): العرض غير مرن



إذا كان العرض مرن ⟵ فإن المشتري هو الذي يتحمل الجزء الأكبر من الضريبة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

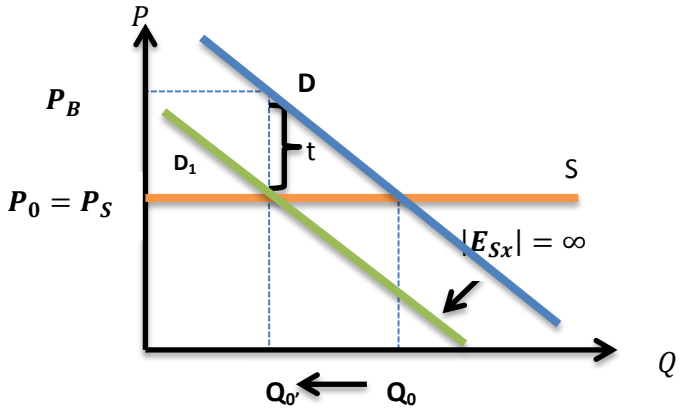
الشكل رقم (65):العرض مرن



إذا كان العرض مرن بشكل تام ⟵ $E_S = \infty$ فإن المشتري هو الذي يتحمل كل الضريبة، أي أن: ($t_B = t$ و $t_s = 0$).

والشكل التالي يوضح ذلك.

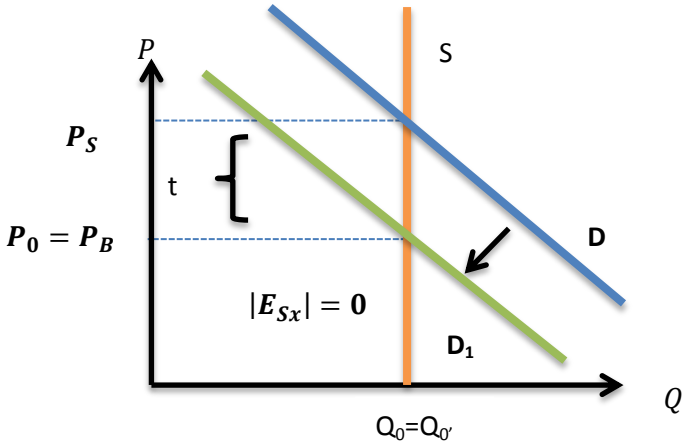
الشكل رقم (66): العرض مرن بشكل تام



إذا كان العرض عديم المرونة (غير مرن بشكل تام) $E_S = 0$ ⟵ فإن البائع هو الذي يدفع كل الضريبة أي أن: ($t_B = 0$ و $t_s = t$)

والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (67): العرض غير مرن بشكل تام



ومنه:

كلما قل ميل منحنى العرض ⟵ كلما زادت مرونة العرض السعرية ⟵ انخفضت قيمة t_S وزادت قيمة t_B

1-3- الحصيلة الضريبية التي تحصل عليها الدولة :

تحصل الدولة على حصيلة تحسب كما يلي:

حصيلة الدولة من الضريبة (T) = الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة x مقدار الضريبة

$$T = Q_{0'} \times t$$

حيث أن:

$Q_{0'}$: هي الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة؛

t: هي مقدار الضريبة.

2- التدخل عن طريق الإعانة:

تتدخل الدولة لتنظيم السوق عن طريق منح إعانة نوعية على كل وحدة مباعة، كمثال على ذلك منح إعانة على المنتجات الواسعة الاستهلاك مثل الدقيق و الحليب، لتمكين شريحة أكبر من الناس على اقتنائها، أو المنتجات الفلاحية لتشجيع الفلاحين والرفع من انتاجية القطاع الفلاحي، كما أن منح الإعانة يؤدي إلى خفض سعر السلعة بالنسبة للمشتري وهو ما يقابله زيادة الطلب عليها.

إن هذا التدخل سيؤدي إلى ظهور ضمنيا سعرين، سعر البائع (Price Seller) P_S وهو السعر الذي يحتفظ به البائع بعد منح الإعانة ويتحدد من منحنى العرض ، وسعر المشتري (Price Buyer) P_B وهو السعر الذي يدفعه هذا الأخير بعد منح الإعانة ويتحدد من منحنى الطلب. أما الفرق بين السعرين فلا بد أن يساوي مقدار الإعانة أي أن: $w = P_S - P_B$.[1]

حيث أنه رياضيا لدينا قبل منح إعانة:

دالة الطلب هي: $Q_d = f(P) \quad \Rightarrow Q_d = a - bP$

دالة العرض هي: $Q_s = f(P) \quad \Rightarrow Q_d = c + dP$

حيث أنه رياضيا بعد منح إعانة نوعية w لكل وحدة مباعة تصبح دالة الطلب والعرض كالتالي:

دالة الطلب هي: $Q_d = f(P_B) \quad \Rightarrow Q_d = a - bP_B$

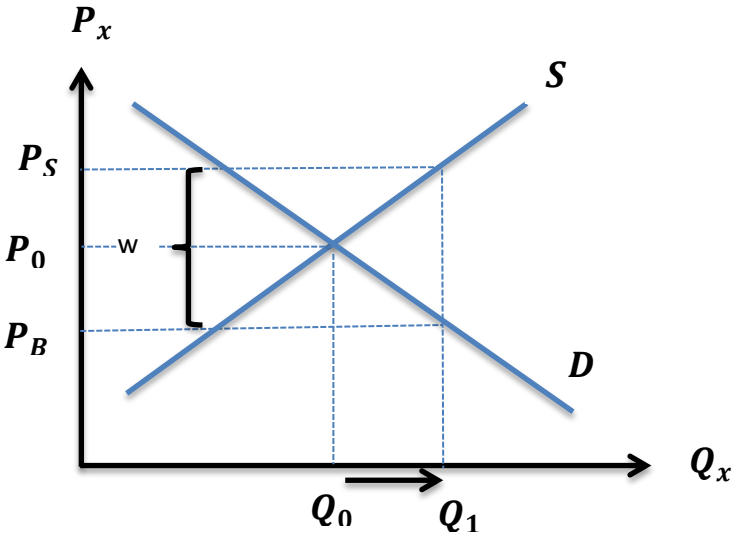
دالة العرض هي: $Q_s = f(P_S) \quad \Rightarrow Q_d = c + dP_S$

حيث أن: $w = P_S - P_B$

ويمكن حل ذلك بيانيا كما هو موضح في الشكل رقم (68).

[1] - عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 27.

الشكل رقم (68): تحديد سعر البائع والمشتري.



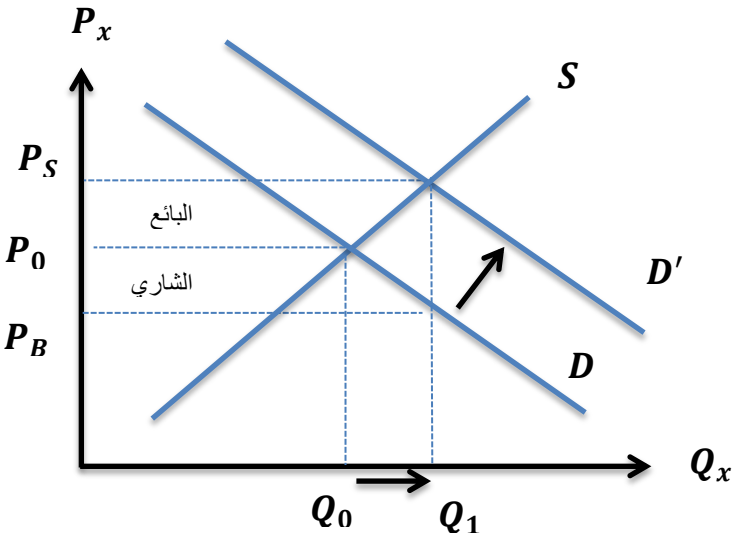
كما يمكن حل ذلك أيضا بإزاحة منحنى الطلب إلى الأعلى أي إلى اليمين، حيث أن:

- $w = P_S - P_B$
- مقدار الإعانة التي يحصل عليها المشتري هو: $w_B = P_0 - P_B$
- مقدار الإعانة التي يحصل عليها البائع هو: $w_S = P_S - P_B$

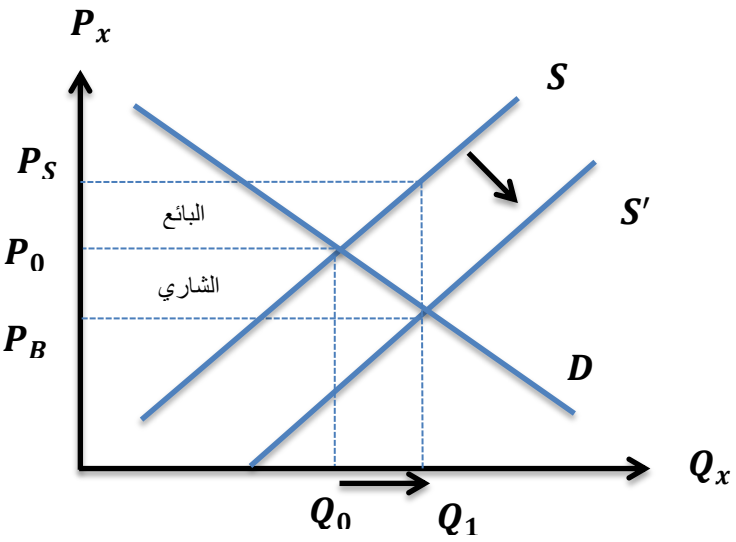
كما يمكن حل ذلك أيضا بإزاحة منحنى العرض إلى الأسفل أي إلى اليمين.

والشكلين المواليين يوضحان ذلك.

الشكل رقم (69):إزاحة منحنى الطلب إلى الأعلى أي إلى اليمين



الشكل رقم (70):إزاحة منحنى العرض إلى الأسفل أي إلى اليمين



2-1- تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S وما يستفيد منه البائع w_Sوالمشتري w_B من الإعانة:

مثال:

لتكن لدينا دالتي الطلب والعرض كما يلي:

دالة الطلب: $Q_d = 86 - 2P$ ، دالة العرض: $Q_S = -10 + 4P$

المطلوب: إذا منحت الدولة إعانة w=1.5 لكل وحدة مباعة، أوجد سعر البائع P_S وسعر المشتري P_B، ومقدار ما يستفيد منه البائع w_Sوالمشتري w_B من الإعانة. (رياضيا وبيانيا)

الحل:

1- رياضيا:

أ- **تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S:**

- نقوم أولا بتغيير السعر في دوال الطلب والعرض، حيث أنه في دالة الطلب يصبح السعر هو سعر المشتري، وفي دالة الطلب السعر هو سعر البائع أي:

دالة الطلب تصبح : $Q_d = 86 - 2P_B$

دالة العرض تصبح: $Q_S = -10 + 4P_S$

$$\begin{cases} P_B = f_d(Q) \\ P_S = f_S(Q) \\ w = P_S - P_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_B = \frac{86}{2} - \frac{Q}{2} \\ P_S = \frac{10}{4} + \frac{Q}{4} \\ 1.5 = P_S - P_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1.5 = P_S - P_B \\ 1.5 = \frac{10}{4} + \frac{Q}{4} - \frac{86}{2} + \frac{Q}{2} \\ Q = 56 \end{cases}$$

بتعويض قيمة Q في P_B و P_S نجد:

$$P_B = \frac{86}{2} - \frac{Q}{2} = \frac{86}{2} - \frac{56}{2} = 15 \Rightarrow P_B = 15$$

$$P_S = \frac{10}{4} + \frac{Q}{4} = \frac{10}{4} + \frac{56}{4} = 15 \Rightarrow P_S = 16.5$$

ومنه السعر التوازني والكمية التوازنية بعد منح الإعانة هما:

$$Q_{0'} = 56 \text{ و } P_{0'} = P_B = 15$$

أو بطريقة ثانية:

$$\begin{cases} P_S = P_B + w \\ Q_d = f(P_B) = 86 - 2P_B \\ Q_{S'} = f(P_B) = -10 + 4(P_B + 1.5) = -4 + 4P_B \end{cases}$$

شرط التوازن بعد منح الإعانة w=1.5 هو:

$$Q_d = Q_{S'}$$
$$86 - 2P_B = -4 + 4P_B \Rightarrow \boldsymbol{P_B = 15 = P_{0'}}$$

ومنه نستنتج سعر البائع P_S:

$$P_S = P_B + w \Rightarrow P_S = P_B + 1.5 = 15 + 1.5 = 16.5 \Rightarrow P_S = 16.5$$

وبتعويض قيمة P_B في Q_d و $Q_{S'}$ نجد الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة:

$$Q_{0'} = 86 - 2(15) = -4 + 4(15) = 56 \Rightarrow Q_{0'} = 56$$

ب- تحديد مايستفيد منه المشتري من الإعانة w_B وما يستفيد منه البائع w_S من الإعانة:

- قبل منح الإعانة w كانت دالتي الطلب والعرض كما يلي:

دالة الطلب: $Q_d = 86 - 2P$ ، دالة العرض: $Q_S = -10 + 4P$

وكان السعر التوازني (الذي يدفعه المشتري وسعر البائع) هو: $Q_0 = 54$ و $P_0 = 16$

- بعد منح الإعانة w أصبحت دالتي الطلب والعرض كما يلي:

دالة الطلب: $Q_d = 86 - 2P_B$ ، دالة العرض: $Q_S = -10 + 4P_S$ و $Q_{S'} = -4 + 4P_S$

والسعر الذي يدفعه المشتري (سعر المشتري) هو نفسه سعر التوازن هو: $P_{0'} = P_B = 15$

وسعر البائع بعد منح الإعانة هو: $P_S = 16.5$

ومنه:

بالنسبة للمشتري:

- السعر الذي يدفعه المشتري قبل الإعانة هو: $P_0 = 16$
- السعر الذي يدفعه المشتري بعد الإعانة هو: $P_{0'} = P_B = 15$
- مقدار الإعانة التي يستفيد منها المشتري هي: $w_B = P_0 - P_B = 16 - 15 = \mathbf{1}$

بالنسبة للبائع:

- السعر الذي يقبضه البائع قبل الإعانة هو: $P_0 = 16$
- السعر الذي يقبضه البائع بعد الإعانة هو: $P_S = 16.5$
- مقدار الإعانة التي يستفيد منها البائع هي: $w_S = P_S - P_0 = 16.5 - 16 = \mathbf{0.5}$

2- بيانيا:

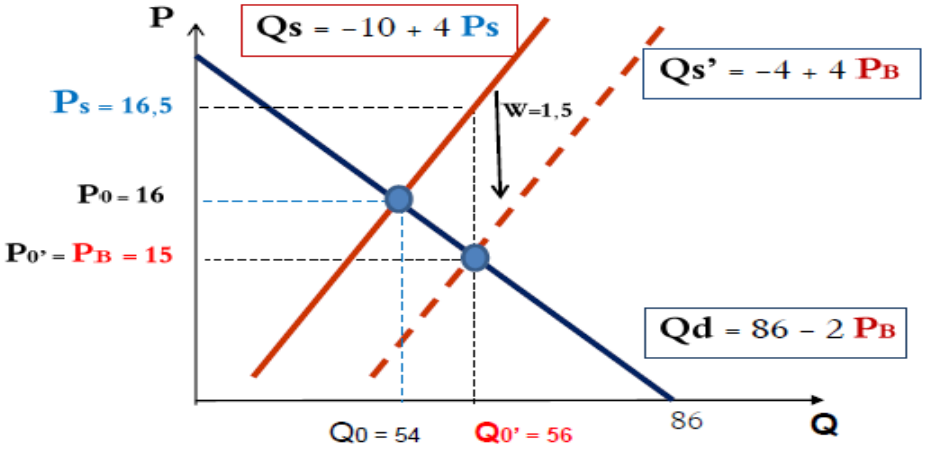
أ- **تحديد سعر المشتري P_B وسعر البائع P_S:**

يتحدد السعر التوازني P_0 بعد منح الإعانة w=3 والكمية التوازنية $Q_{0'}$ عند نقطة تقاطع منحنيي Q_d و $Q_{S'}$ حيث أن:

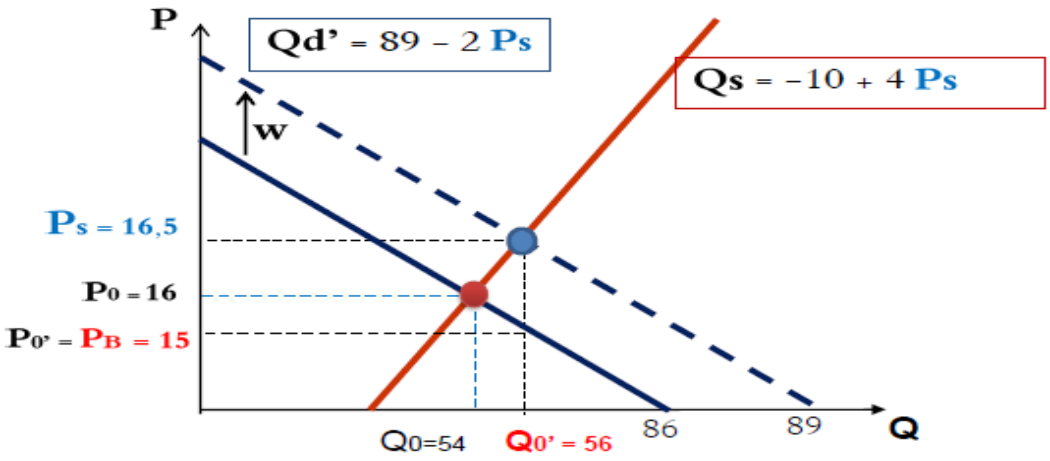
$$Q_d = f(P_B) = 86 - 2P_B$$
$$Q_{S'} = f(P_B) = -10 + 4(P_B + 1.5) = -4 + 4P_B$$

وعند نقطة تقاطع منحنيي Q_d و $Q_{S'}$ تتحدد قيمة $P_B = 15$ وهي نفسها قيمة السعر التوازني بعد منح الإعانة $P_{0'} = 15$، وانطلاقا من قيمة P_B نحدد قيمة P_S على منحنى العرض Q_S، والشكل رقم (61) يوضح حالة إزاحة منحنى العرض إلى الأسفل، والشكل رقم (62) يوضح حالة إزاحة منحنى الطلب إلى الأعلى.

الشكل رقم (71):تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى العرض إلى الأسفل



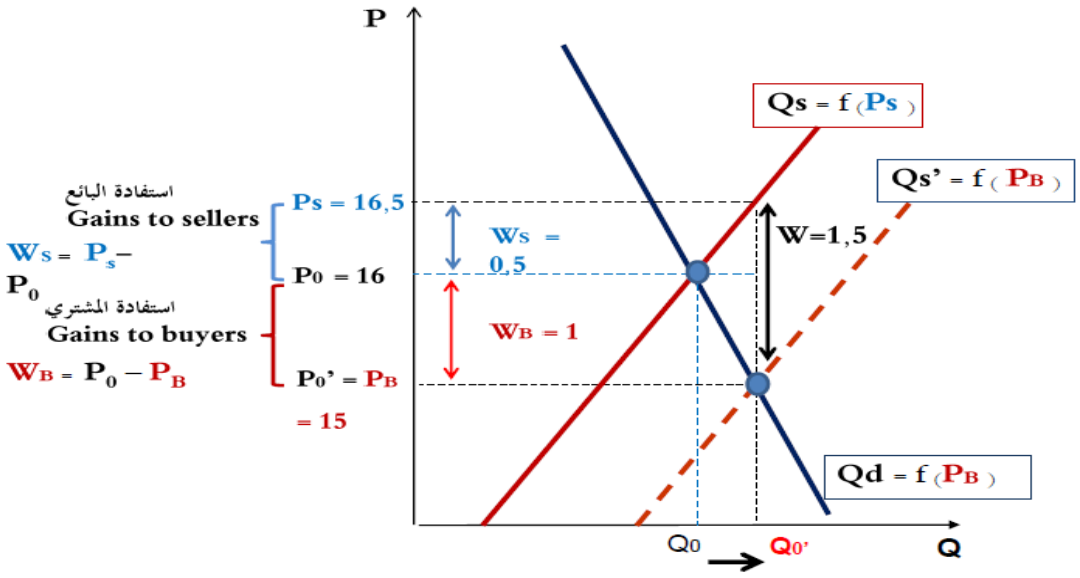
الشكل رقم (72):تحديد سعر المشتري P_Bوسعر البائع P_S بإزاحة منحنى الطلب إلى الأعلى



<u>ب- تحديد ما يستفيد منه المشتري من الإعانة w_B و ما يستفيد منه البائع w_S من الإعانة:</u>

الشكل رقم(73) يوضح ذلك.

الشكل رقم (73):مقدار ما يستفيد منه المشتري من الإعانة w_B و ما يستفيد منه البائع w_S من الإعانة



2-2- العوامل المتحكمة في قيمة w_S و w_B :

أي من يستفيد من الجزء الأكبر من w هل المستهلك أم البائع، ويتوقف ذلك على شكل كل من منحنى الطلب والعرض أي معامل مرونة العرض السعرية ومعامل مرون الطلب السعرية.

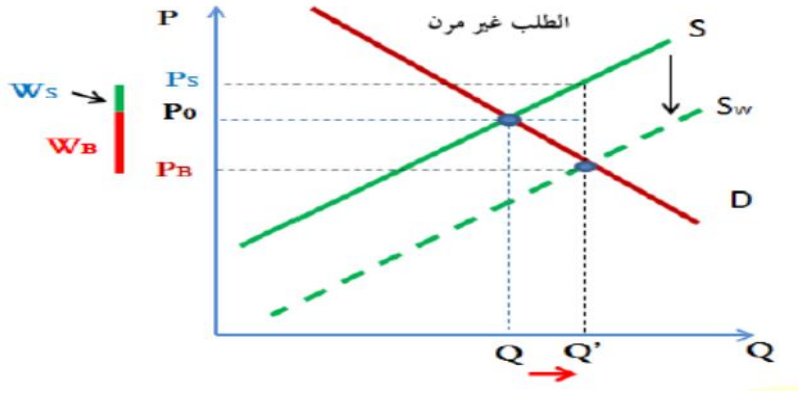
حيث أنه بصفة عامة المنحنى الذي تكون مرونته مرتفعة يستفيد من الجزء الأقل من الإعانة والعكس صحيح.

أ- مرونة الطلب السعرية وتأثيرها على قيمة w_S و w_B:

- إذا كان الطلب غير مرن ⟵ فإن المشتري هو الذي يحصل على الجزء الأكبر من الإعانة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

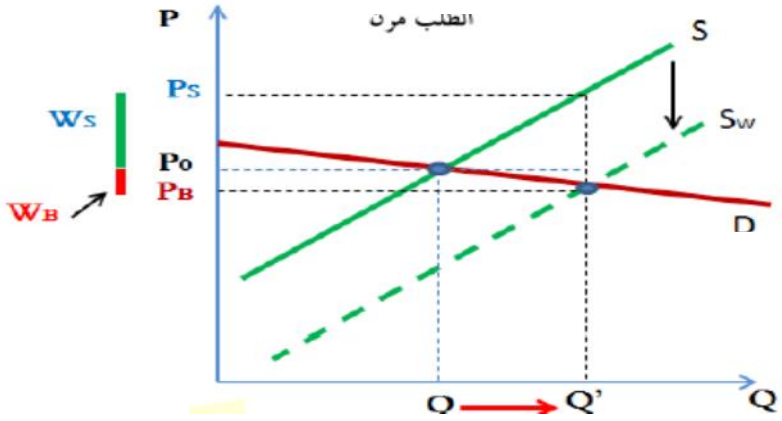
الشكل رقم (74): الطلب غير مرن



إذا كان الطلب مرن ⟵ فإن البائع هو الذي يحصل على الجزء الأكبر من الإعانة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

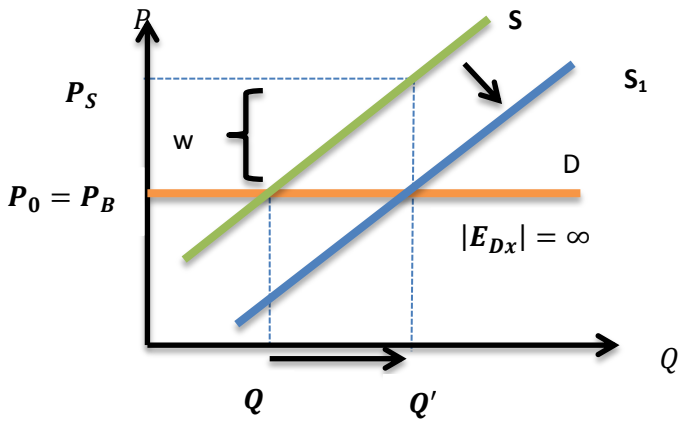
الشكل رقم (75): الطلب مرن



إذا كان الطلب مرن بشكل تام $E_d = \infty$ ⟵ فإن البائع هو الذي يحصل على كل الإعانة، أي أن: ($\boldsymbol{w_B = 0}$ و $\boldsymbol{w_s = w}$).

والشكل التالي يوضح ذلك.

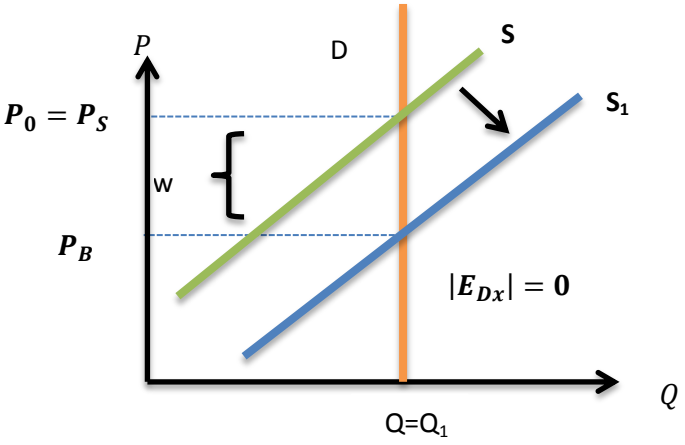
الشكل رقم (76): الطلب مرن بشكل تام



إذا كان الطلب عديم المرونة (غير مرن بشكل تام) $E_d = 0$ ⟵ فإن المشتري هو الذي يحصل على كل الإعانة أي أن: ($w_B = w$ و $w_S = 0$)

والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (77): الطلب غير مرن بشكل تام



ومنه:

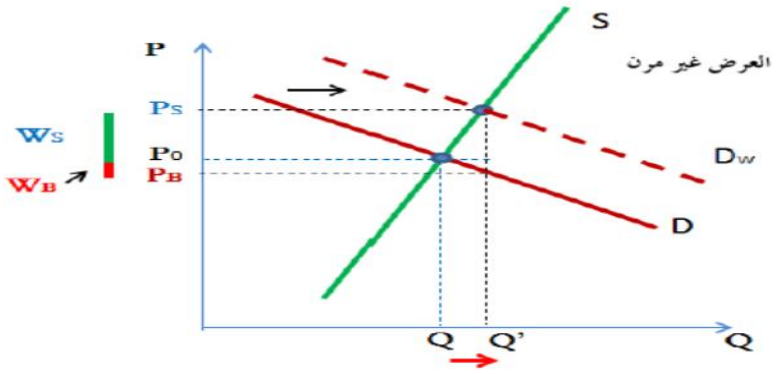
كلما قل ميل منحنى الطلب ⟵ كلما زادت مرونة الطلب السعرية ⟵ انخفضت قيمة w_B وزادت قيمة w_S

ب- مرونة العرض السعرية وتأثيرها على قيمة w_S و w_B:

- إذا كان العرض غير مرن ⟵ فإن البائع هو الذي يحصل على الجزء الأكبر من الإعانة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

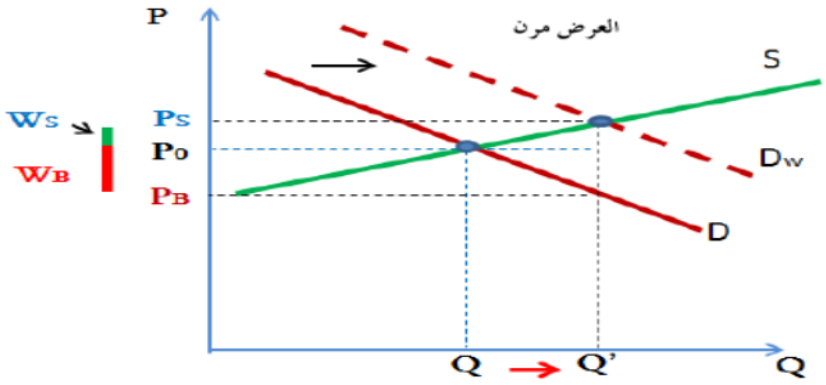
الشكل رقم (78): العرض غير مرن



- إذا كان العرض مرن ⟵ فإن المشتري هو الذي يحصل على الجزء الأكبر من الإعانة.

والشكل التالي يوضح ذلك.

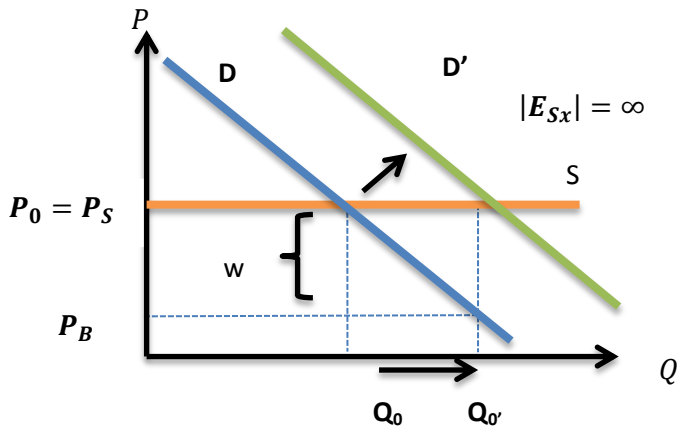
الشكل رقم (79):العرض مرن



- إذا كان العرض مرن بشكل تام $E_S = \infty$ ⟵ فإن المشتري هو الذي يحصل على كل الإعانة، أي أن: ($w_B = w$ و $w_S = 0$).

والشكل التالي يوضح ذلك.

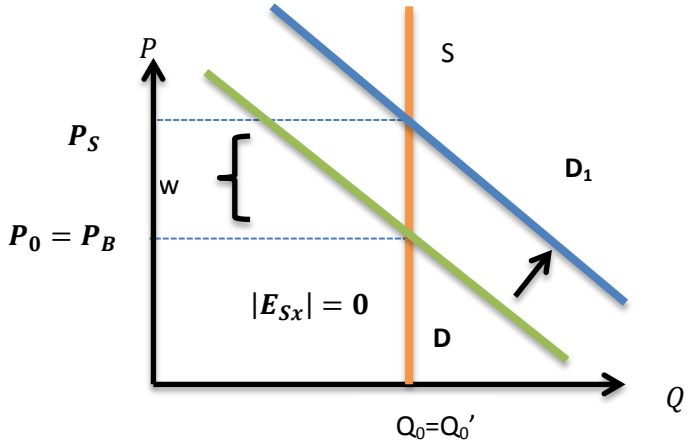
الشكل رقم (80): العرض مرن بشكل تام



إذا كان العرض عديم المرونة (غير مرن بشكل تام) $E_S = 0$ ⟵ فإن البائع هو الذي يحصل على كل الإعانة أي أن: ($w_B = 0$ و $w_s = w$)

والشكل التالي يوضح ذلك.

الشكل رقم (81): العرض غير مرن بشكل تام



ومنه:

كلما قل ميل منحنى العرض ⟵ كلما زادت مرونة العرض السعرية ⟵ انخفضت قيمة w_S وزادت قيمة w_B

2-3- التكلفة التي تتحملها الدولة بعد منح الإعانة:

تتحمل الدولة من منحها إعانة بمقدار W تكلفة تحسب كما يلي:

تكلفة الدولة من منحها إعانة بمقدار (W) = الكمية التوازنية بعد منح الإعانة x مقدار الإعانة

$$W = Q_{0'} \times W$$

حيث أن:

$Q_{0'}$: هي الكمية التوازنية بعد منح الإعانة؛

W: هي مقدار الإعانة.

ثالثا- فائض المستهلك وفائض المنتج:

1- فائض المستهلك:

ينشأ فائض المستهلك بسبب وجود بعض المستهلكين الذين يكونوا مستعدين لدفع سعر أعلى من سعر التوازن، وبالتالي فإن فائض المستهلك هو:

الفرق بين السعر الذي يكون المستهلك مستعدا لدفعه $(P_1، P_A ، P_B، P_C، P_D)$ والسعر الذي يحدد في السوق (السعر الفعلي) P_0، ويحسب كما يلي:

$$SC = \int_0^{Q_0} f^d(Q)dQ - P_0Q_0 = \int_{P_0}^{P_1} f^d(P)dP$$

2- فائض المنتج:

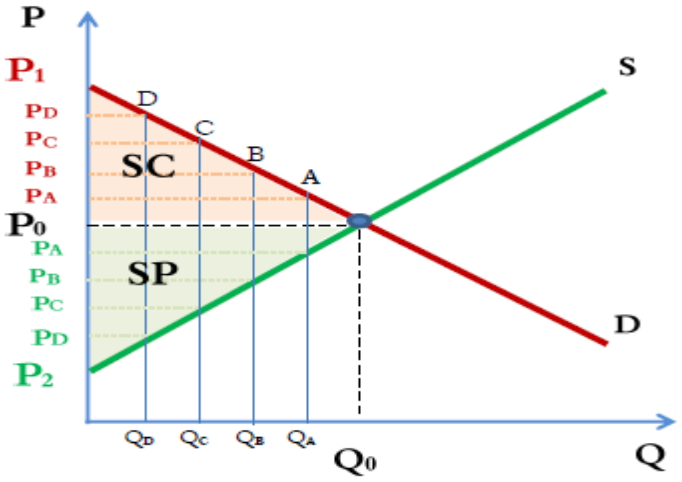
ينشأ فائض المنتج بسبب رغبة بعض البائعين في بيع السلعة بسعر أقل من سعر التوازن P_0، وبالتالي فإن فائض المنتج هو:

الفرق بين السعر الذي يحدد في السوق (السعر الفعلي) P_0 السعر التوازني والسعر الذي يكون مستعدا لقبوله $(P_2، P_D، P_C، P_B، P_A)$ويحسب كما يلي:

$$SP = P_0Q_0 - \int_0^{Q_0} f^S(Q)dQ = \int_{P_2}^{P_0} f^S(P)dP$$

والشكل التالي يوضح فائض المنتج وفائض المستهلك.

الشكل رقم (82): فائض المستهلك وفائض المنتج



تمارين توضيحية:

تمرين رقم 01:

تحتوي كل فقرة من الفقرات التالية أربع إجابات واحدة منها صحيحة فاختر الإجابة الصحيحة من بينها.

1- عند تمثيلنا لمنحنى أو جدول الطلب فإننا:

أ- نهمل تماماً أذواق المستهلكين ودخولهم وأسعار السلع الأخرى.

ب- نفترض أن أذواق المستهلكين ودخولهم وأسعار السلع الأخرى ثابته.

ج- نفترض أن أذواق المستهلكين ودخولهم وأسعار السلع الأخرى لا أهمية لها في تحديد الطلب.

د- نفترض أن الأذواق والدخول وأسعار السلع الأخرى تتغير بنفس نسبة تغير السعر.

2- أحد الجمل التالية تعتبر خاطئة : عند سيادة سعر أعلى من سعر التوازن فإن:

أ- هناك عجز في كمية السلعة المعروضه.

ب- الكمية المعروضه من السلعة تزيد على الكمية المطلوبه منها.

ج- هناك فائض في كمية السلعة المعروضة.

د- هناك قوى تدفع بالسعر إلى أسفل.

3- تعريف الطلب:

أ- الرغبة المصحوبه بالمقدرة على الشراء عند أسعار مختلفة في فترة زمنية معينة.

ب- الرغبة في شراء سلعة معينة عند سعر معين في فترة معينة.

ج- شراء سلعة معينة تشبع رغبة ملحة.

د- شراء سلعة معينة تشبع رغبة غير ملحة بل ضرورية .

4- السلع الدنيا:

أ- هي التي لها بديل افضل وترتبط بعلاقة طردية مع الدخل.

ب-هي التي ليس لها بديل افضل وترتبط بعلاقة عكسية مع الدخل.

ج- هي التي لها بديل وترتبط بعلاقة عكسية مع الدخل.

د- كل ما سبق صحيح.

5- رغم زيادة الطلب على أجهزة الحاسوب لوحظ ان أسعارها انخفضت بسبب:

أ- زيادة الطلب عليها بنسبة أكبر من زيادة العرض

ب- زيادة الطلب عليها بنسبة أقل من زيادة العرض

ج- زيادة الطلب عليها بنسبة مساوية للزيادة في العرض

د- كانت أجهزة الحاسوب ذات تقنية عالية

6- من الاسباب التي تؤدي الى انتقال منحنى العرض الى اليمين:

أ- زيادة عدد المنتجين.

ب-ارتفاع أسعار مستلزمات الانتاج.

ج- انخفاض عدد المنتجين.

د- مرونة العرض.

7- زيادة العرض وانخفاض الطلب يؤدي الى :

أ- زيادة كمية التوازن وانخفاض السعر.

ب-انخفاض كمية التوازن وانخفاض السعر.

ج- ثبات كمية التوازن وانخفاض السعر.

د- أيا مما ذكر.

8- القيمة المطلقة لمرونة الطلب للسلعة (x) اذا كانت الكمية المطلوبة 1000 وحدة عند السعر 10 دج والكمية المطلوبة 1500 وحدة عند السعر 8 دج هي :

أ- 2,5.

ب-1,33.

ج- 2.42.

د- 2.

9- من خلال المعادلتين التاليتين أجب عن الأسئلة من 10 إلى 12:

$Q_{Dx} = 12 - P_x$ و $Q_{Sx} = -3 + 2P_x$

10- إحدى الجمل التالية صحيحة حول المعادلات المذكورة وهي:

أ- معادلة الطلب من الدرجة الأولى وميلها موجب.

ب - معادلة العرض من الدرجة الثانية وميلها موجب.

ج- معادلة الطلب من الد رجة الأولى وميلها سالب.

د- لا شيء مما سبق.

11- التوازن من خلال المعادلتين يتحقق عند:

أ- السعر = 3 والكمية = 6.

ب - السعر = 3 والكمية = 12.

ج- السعر = 6 والكمية = 12.

د- السعر = 5 والكمية = 7.

12- عند السعر 6 يوجد:

أ- فائض طلب.

ب -فائض عرض.

ج-توازن.

د-لا شيء مما سبق.

13- إذا كانت نسبة التغير في الكمية أصغر من نسبة التغير في السعر فإن هذا يعني أن:

أ- $|E| = 1$

ب- $|E| = 0$

ج- $|E| < 1$

د- $|E| > 1$

14- كل ما يقال صحيح حول منحنى استهلاك الدخل ما عادا:

أ- يوضح كيف يتغير توازن المستهلك نتيجة لتغير دخله.

ب- يكون موجب الميل إذا كانت السلعة عادية.

ج- يكون سالب الميل إذا كانت احدى السلع دنيا.

د- يوضح توازن المستهلك عند تغير السعر.

الحل:

1- عند تمثيلنا لمنحنى أو جدول الطلب فإننا:

أ- نهمل تماماً أذواق المستهلكين ودخولهم وأسعار السلع الأخرى.

ب- نفترض أن أذواق المستهلكين ودخولهم وأسعار السلع الأخرى ثابته.

ج- نفترض أن أذواق المستهلكين ودخولهم وأسعار السلع الأخرى لا أهمية لها في تحديد الطلب.

د- نفترض أن الأذواق والدخول وأسعار السلع الأخرى تتغير بنفس نسبة تغير السعر.

2- أحد الجمل التالية تعتبر خاطئة : عند سيادة سعر أعلى من سعر التوازن فإن:

أ- هناك عجز في كمية السلعة المعروضه.

ب- الكمية المعروضه من السلعة تزيد على الكمية المطلوبه منها.

ج- هناك فائض في كمية السلعة المعروضة.

د- هناك قوى تدفع بالسعر إلى أسفل.

3- تعريف الطلب:

أ- الرغبة المصحوبه بالمقدرة على الشراء عند أسعار مختلفة في فترة زمنية معينة.

ب- الرغبة في شراء سلعة معينة عند سعر معين في فترة معينة.

ج-شراء سلعة معينة تشبع رغبة ملحة.

د- شراء سلعة معينة تشبع رغبة غير ملحة بل ضرورية .

4- السلع الدنيا:

أ- هي التي لها بديل افضل وترتبط بعلاقة طردية مع الدخل.

ب-هي التي ليس لها بديل افضل وترتبط بعلاقة عكسية مع الدخل.

ج- هي التي لها بديل وترتبط بعلاقة عكسية مع الدخل.

د- كل ما سبق صحيح.

5- رغم زيادة الطلب على أجهزة الحاسوب لوحظ ان أسعارها انخفضت بسبب:

أ- زيادة الطلب عليها بنسبة أكبر من زيادة العرض

ب- زيادة الطلب عليها بنسبة أقل من زيادة العرض.

ج- زيادة الطلب عليها بنسبة مساوية للزيادة في العرض

د- كانت أجهزة الحاسوب ذات تقنية عالية

6- من الاسباب التي تؤدي الى انتقال منحنى العرض الى اليمين:

أ- زيادة عدد المنتجين.

ب-ارتفاع أسعار مستلزمات الانتاج.

ج–انخفاض عدد المنتجين.

د– مرونة العرض.

7– زيادة العرض وانخفاض الطلب يؤدي الى :

أ– زيادة كمية التوازن وانخفاض السعر.

ب–انخفاض كمية التوازن وانخفاض السعر.

ج– ثبات كمية التوازن وانخفاض السعر.

د– أيا مما ذكر.

8– القيمة المطلقة لمرونة الطلب السعرية للسلعة (x) اذا كانت الكمية المطلوبة 1000 وحدة عند السعر 10 دج والكمية المطلوبة 1500 وحدة عند السعر 8 دج هي :

أ– 2,5.

ب– 1,33.

ج– 2,42.

د– 2.

التأكد: لدينا مرونة الطلب السعرية تحسب كما يلي:

$$E_{dx} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = \frac{1500 - 1000}{8 - 10} \times \frac{10}{1000} = -2.5 = |2.5|$$

9– من خلال المعادلتين التاليتين أجب عن الأسئلة من 10 إلى 12:

$Q_{Dx} = 12 - P_x$ و $Q_{Sx} = -3 + 2P_x$

10– إحدى الجمل التالية صحيحة حول المعادلات المذكورة وهي:

أ– معادلة الطلب من الدرجة الأولى وميلها موجب.

ب – معادلة العرض من الدرجة الثانية وميلها موجب.

ج– معادلة الطلب من الد رجة الأولى وميلها سالب.

د– لا شيء مما سبق.

11– التوازن من خلال المعادلتين يتحقق عند:

أ– السعر = 3 والكمية = 6.

ب – السعر = 3 والكمية = 12.

ج- السعر = 6 والكمية = 12.

د- السعر = 5 والكمية = 7.

12- عند السعر 6 يوجد:

أ- فائض طلب.

ب -فائض عرض.

ج-توازن.

د-لا شيء مما سبق.

13- إذا كانت نسبة التغير في الكمية أصغر من نسبة التغير في السعر فإن هذا يعني أن:

أ- $|E| = 1$

ب- $|E| = 0$

ج- $|E| < 1$.

د- $|E| > 1$

14- كل ما يقال صحيح حول منحنى استهلاك الدخل ما عادا:

أ- يوضح كيف يتغير توازن المستهلك نتيجة لتغير دخله.

ب- يكون موجب الميل إذا كانت السلعة عادية.

ج- يكون سالب الميل إذا كانت احدى السلع دنيا.

د- يوضح توازن المستهلك عند تغير السعر.

تمرين رقم 2:

أجب على ما يلي:

1- إذا كانت نسبة التغير في الكمية أصغر من نسبة التغير في السعر فما نوع مرونة الطلب السعرية؟

2- إذا كانت نسبة التغير في الكمية أكبر من نسبة التغير في السعر فما نوع مرونة الطلب السعرية؟

3- إذا كانت نسبة التغير في الكمية مساوية لنسبة التغير في السعر فما نوع مرونة الطلب السعرية ؟

4- إذا قلت أهمية السلعة فما أثر ذلك على مرونة الطلب السعرية ؟

5- إذا زادت أهمية السلعة فما أثر ذلك على مرونة الطلب السعرية ؟

الحل:

1- يكون الطلب غير مرن.

2- يكون الطلب مرن.

3- يكون الطلب متكافئ المرونة .

4- تزيد مرونة الطلب السعرية.

5- تقل المرونة .

تمرين رقم 3:

مؤسسة الأهرام تقوم بإنتاج وبيع الملابس الخاصة بثلاث فئات هي: فئة الرجال، فئة النساء وفئة الأطفال، ومن خلال دراسة سوقية للطلب على الملابس تبين أن مرونة الطلب السعرية لكل فئة هي كالتالي:

- فئة الرجال: 0,20؛
- فئة النساء: 2,10؛
- فئة الأطفال: 1,05.

المطلوب:

1- ماذا يقيس معامل مرونة الطلب السعرية؟

2- ما هي طبيعة مرونة الطلب السعرية لكل فئة؟

3- ما هي السياسة السعرية التي تنصح بأن تتبعها المؤسسة لكل فئة؟

الحل:

1- يقيس معامل مرونة الطلب السعرية التغير النسبي في الكمية المطلوبة نتيجة تغير السعر بنسبة معينة.

2- مرونة الطلب لكل فئة:

- ✓ الطلب على ملابس الرجال: **غير مرن** لأن $E_d < 1$؛
- ✓ الطلب على ملابس النساء: **مرن** لأن $E_d > 1$؛
- ✓ الطلب على ملابس الرجال: **مرن** لأن $E_d > 1$.

تمرين رقم 04:

في دراسة لجمعية بائعي العجلات المطاطية للسيارات، بينت بأن دالة الطلب السوقي على هذه العجلات هي كالتالي:

$$Q_{Dx} = 3600 - 2\,P_x - 0.04\,P_A + 0.02\,R$$

حيث أن: Q_{Dx}: الكمية المطلوبة من العجلات المطاطية؛

P_x و P_A: أسعار العجلات المطاطية السيارات على التوالي؛

R: الدخل النقدي للمستهلكين.

كما أن العرض السوقي للعجلات المطاطية له الصيغة التالية: $Q_{sx} = 3000 + 3\,P_x$

بافتراض أن $P_A = 20000$ و $R = 50000$

المطلوب:

1- أحسب سعر وكمية التوازن السوقيين.

2- أحسب مرونة الطلب السعرية عند نقطة التوازن، واشرح النتيجة.

3- بافتراض أن السوق يتكون من 40 مشتري لهذه العجلات وأن دوال طلبهم متماثل، أوجد دالة الطلب الفردي.

4- انطلاقا من وضع التوازن السوقي، رأت الدولة بأن سعر العجلات مرتفع جدا وبالتالي تدخلت لتنظيم السوق بتحديد سعرا ثابتا لهذه العجلات المطاطية قدر بـ 55 وحدة نقدية ما الذي سينجر على ذلك، أحسب واشرح ذلك.

الحل:

1- حساب سعر وكمية التوازن السوقيين:

$$Q_{Dx} = Q_{sx}$$
$$\Rightarrow 3600 - 2\,P_x - 0.04\,P_A + 0.02\,R = 3000 + 3\,P_x$$
$$\Rightarrow 3600 - 2\,P_x - 0.04\,(20000) + 0.02(50000) = 3000 + 3\,P_x$$
$$\Rightarrow 5\,P_x = 800$$
$$\Rightarrow\ P_x = \frac{800}{5} = 160$$
$$\Rightarrow\ P_0 = 160$$

بالتعويض في دالة الطلب أو العرض السوقيين نجد الكمية التوازنية:

$$Q_{sx} = 3000 + 3\,P_x = 3000 + 3(160) = 3480$$

$\Rightarrow Q_0 = 3480$

2- حساب مرونة الطلب السعرية عند نقطة التوازن، وشرح النتيجة:

$$E_{dx} = -\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = -\left[-2 \times \frac{160}{3480}\right] = +0.09 < 1$$

بما أن $E_{dx} < 1$ فإن الطلب على السلعة x هو طلب غير مرن عند نقطة التوازن.

3- إيجاد دالة الطلب الفردي:

$$Q_{dx} = \frac{Q_{Dx}}{40} = \frac{3600 - 2\,P_x - 0.04\,P_A + 0.02\,R}{40}$$

$$\Rightarrow Q_{dx} = \frac{3600 - 2\,P_x - 0.04\,(20000) + 0.02\,(50000)}{40}$$

$$\Rightarrow Q_{dx} = 90 - \frac{1}{20}P_x - 20 + 25$$

$$\Rightarrow Q_{dx} = 95 - \frac{1}{20}P_x$$

4- ما ذا سينتج عن تحديد السعر عند بـ 55 وحدة نقدية:

بالتعويض في دالة الطلب والعرض السوقيين نجد:

$$Q_{Dx} = 3600 - 2\,P_x - 0.04\,P_A + 0.02\,R$$
$$Q_{Dx} = 3600 - 2\,(55) - 0.04\,(20000) + 0.02(50000) = 3690$$
$$Q_{sx} = 3000 + 3\,P_x = 3000 + 3(55) = 3165$$

الكمية المطلوبة اكبر من الكمية المعروضة ومنه سينتج لدينا فائض في الطلب (عجز في السوق) قيمته:

$$Q_{Dx} - Q_{sx} = 3690 - 3165 = 525$$

فائض الطلب يساوي 525 وحدة.

تمرين رقم 5:

الجدول التالي يمثل المرونات المختلفة السعرية والتقاطعية لثلاث سلع A و B وC حيث Q هي الكمية المطلوبة و P هو السعر.

	P_A	P_B	P_C
Q_A	−0.5	0	**−1**
Q_B	0	−2.2	**0.1**
Q_C	−2	0.5	**−2.5**

ملاحظة: إشارة مرونة الطلب السعرية تركت على حالها دون أخذها بالقيمة المطلقة.

المطلوب:

1- هل الطلب على هذه السلع مرن أم غير مرن؟

2- ما هي علاقة هذه السلع ببعضها البعض مثنى مثنى.

الحل:

1- نوع الطلب على السلع:

- ✓ الطلب على السلعة A هو طلب غير مرن لأن $|E_{dA}| < 1 \Rightarrow 0.5 < 1$.
- ✓ الطلب على السلعة B هو طلب مرن لأن $|E_{dB}| > 1 \Rightarrow 2.2 > 1$.
- ✓ الطلب على السلعة C هو طلب مرن لأن $|E_{dB}| > 1 \Rightarrow 2.5 > 1$.

2- علاقة هذه السلع ببعضها البعض مثنى مثنى.

- ✓ السلعة A و السلع B هما سلعتين مستقلتين لأن $E_{A,B} = 0$.
- ✓ السلعة A و السلع C هما سلعتين مكملتين لأن $E_{A,C} < 0$.
- ✓ السلعة B و السلع C هما سلعتين بديلتين لأن $E_{B,C} > 0$.

تمرين رقم 6:

من بين مجموعة من السلع يشتري المستهلك 3 سلع A، B، C، دوال الطلب على هذه لسلع الثلاثة هي كالتالي:

$$Q_A = 70 - \frac{R}{500} - 10P_A + 5P_C$$
$$Q_B = 120 + \frac{R}{125} - 8P_B + 8P_A$$
$$Q_C = 90 + \frac{R}{100} - 9P_C + 4P_A$$

إذا علمت أن:

$P_A = 4$ و $P_B = 5$ و $P_C = 2$ و $R = 5000$.

المطلوب:

1- هل السلعة C دنيا أو ضرورية أو كمالية؟

2- هل الطلب على السلعةB مرن أو غير مرن؟

3- ماذا يحدث لمنحنى الطلب على السلعة A عندما:

أ- يرتفع سعر هذه السلعة نفسها.

ب-ينخفض سعر السلعة B.

الحل:

1- من أجل معرفة هل السلعة C دنيا أو ضرورية أو كمالية، لا بد من حساب مرونة الطلب الدخلية:

$$E_{R_C} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x}$$

$$Q_C = 90 + \frac{R}{100} - 9P_C + 4P_A = 90 + \frac{5000}{100} - 9(2) + 4(4) = 138$$

$$E_{R_C} = \frac{1}{100} \times \frac{5000}{138} = 0{,}36$$

بما أن $\mathbf{0 < E_{R_C} < 1}$، فإن السلعة C هي سلعة عادية ضرورية.

2- حساب مرونة الطلب السعرية للسلعة B:

$$E_{d_B} = -\frac{\Delta Q_B}{\Delta P_B} \times \frac{P_B}{Q_B}$$

$$Q_B = 120 + \frac{R}{125} - 8P_B + 8P_A = 120 + \frac{5000}{125} - 8(5) + 8(4) = 152$$

$$E_{d_B} = -\frac{\Delta Q_B}{\Delta P_B} \times \frac{P_B}{Q_B} = -(-8) \times \frac{5}{152} = 0.26 < 1$$

بما أن $|E_{dB}| < 1$ فإن الطلب على السلعة B هو طلب غير مرن.

4- إيجاد ماذا يحدث لمنحنى الطلب على السلعة A عندما:

أ- **عندما يرتفع سعر السلعة A** فإنه يحدث تحرك على نفس المنحنى أي التحرك إلى الأعلى على نفس المنحنى.

ب- وعندما ينخفض سعر السلعة B، فإنه لا يحدث أي تغير على منحنى الطلب للسلعة A، أي أن منحنى الطلب D_A يبقى على حاله لأنه لا توجد أية علاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة A أي (Q_A)، وسعر السلعة B أي (P_B) .

تمرين رقم 7:

إذا كان الطلب على سلعة الخبز يتألف من ثلاث مستهلكين A، B، C فإن الكميات التي يطلبها كل مستهلك معطاة في الجدول أدناه.

الجدول رقم (14): جدول الطلب للمستهلكين الثلاثة

السعر P	0	2	4	8	10	12
الكمية Q_A	30	25	20	10	5	**0**
الكمية Q_B	75	62.5	50	25	12.5	**0**
الكمية Q_C	15	12.5	10	5	2.5	**0**

المطلوب:

1- على ضوء معطيات الجدول أعلاه استنتج الطلب السوقي على سلعة الخبز.

2- مثل بيانيا منحنيات الطلب الفردي والسوقي على نفس الاحداثيات.

3- استخرج العبارة الجبرية لدالة الطلب السوقي على سلعة الخبز.

4- إذا كانت دالة العرض السوقي هي كالتالي: $Q_{Sx} = 100 - 5P_x$

حدد سعر وكمية التوازن، وما هو نوع التوازن في هذه الحالة؟

الحل:

1- إيجاد الطلب السوقي على سلعة الخبز:

الطلب السوقي ما هو إلا مجموع الطلب السوقي لسلعة معينة عند أسعار افتراضية وخلال فترة زمنية محددة.

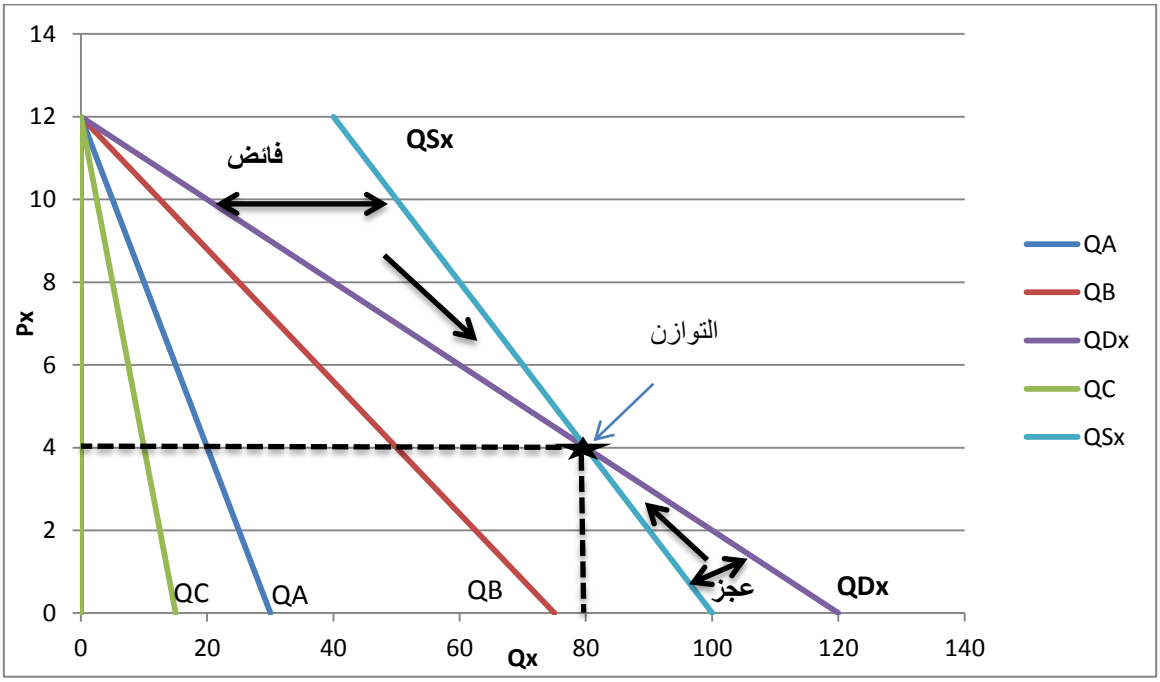
$$Q_{Dx} = \sum_{i=1}^{n} f_i(P_X) \Rightarrow Q_{Dx} = \sum_{i=1}^{n} Q_{di}(x)$$

حيث i: يمثل عدد المستهلكين.

السعر P	0	2	4	8	10	12
الكمية Q_A	30	25	20	10	5	**0**
الكمية Q_B	75	62.5	50	25	12.5	**0**
الكمية Q_C	15	12.5	10	5	2.5	**0**
الكمية Q_{Dx}	120	100	80	40	20	**0**

2- التمثيل البياني لمنحنيات الطلب الفردي والسوقي على نفس الاحداثيات:

الشكل رقم (83):منحنيات الطلب الفردي والسوقي



3- استخراج العبارة الجبرية لدالة الطلب السوقي على سلعة الخبز:

معادلة الطلب هي من الشكل التالي: $Q_{Dx} = b - aP_x$

حيث أن:

b: تمثل أقصى كمية مطلوبة عند مستوى السعر يساوي الصفر أي P=0،حيث أن أقصى كمية عند السعر 0 هي 120 وحدة.

a : معامل السعر حيث أن:

$$a = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} = \frac{80-100}{4-2} = -\frac{20}{2} = -10$$

ومنه فمعادلة الطلب السوقي هي: $Q_{Dx} = 120 - 10P_x$

أو بطريقة ثانية يمكننا أن نجد معادلة الطلب الفردي لكل مستهلك ثم نقوم بجمعها كما يلي:

- ✓ $Q_{dA} = 30 - 2.5P_x$
- ✓ $Q_{dB} = 75 - 6.25P_x$
- ✓ $Q_{dC} = 15 - 1.25P_x$

ومنه فمعادلة الطلب السوقي هي:

$$Q_{Dx} = \sum_{i=1}^{3} Q_{di}(x) = Q_{dA} + Q_{dB} + Q_{dC}$$

$Q_{Dx} = (30 - 2.5P_x) + (75 - 6.25P_x) + (15 - 1.25P_x)$

$Q_{Dx} = 120 - 10P_x$

4- إذا كانت دالة العرض السوقي هي كالتالي: $Q_{Sx} = 100 - 5P_x$ تحديد التوازن ونوعه:

يتحقق التوازن عندما يكون: $Q_{Dx} = Q_{Sx}$

ومنه:

$$120 - 10P_x = 100 - 5P_x \Rightarrow P_x = 4 \Rightarrow Q_x = 80$$

سعر التوازن هو: $P_0 = 4$

كمية التوازن هي: $Q_0 = 80$

نوع التوازن هو **توازن مستقر** لأنه:

- عند الأسعار فوق سعر التوازن لدينا الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة ؛
- عند الأسعار دون سعر التوازن لدينا الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة.

تمرين رقم 8:

بين بالرسم والتحليل ما الذي يحث لمنحنى عرض سلعة الدجاج في الحالات التالية:

1- إذا زاد سعر الأعلاف المستعملة في تغذية الدجاج.

2- إذا قدمت الدولة دعما للمنتجين بمقدار 20 دج لكل دجاجة يتم بيعها في إطار تشجيع تربية الدواجن.

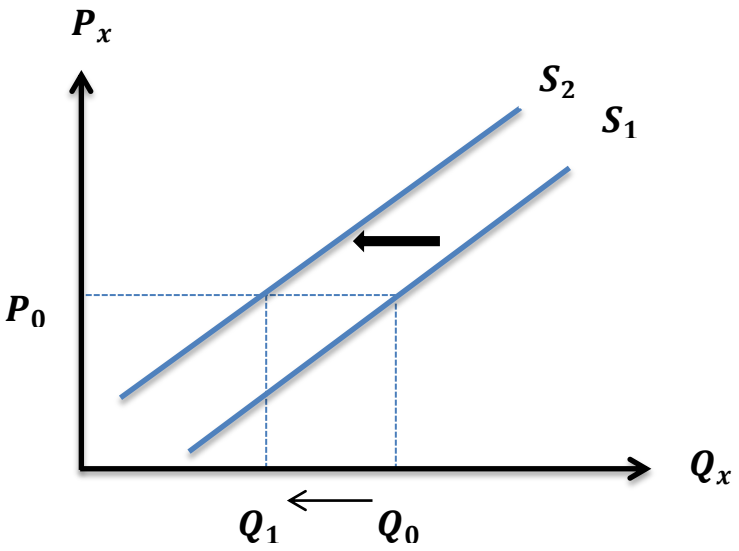
3- إذا تضاعف عدد المداجن بمنطقة سطيف.

4- انخفاض سعر سلع الدجاج في السوق المحلية والدولية كنتيجة لظهور فيروس أنفلونزا الطيور.

الحل:

1- بما أن الأعلاف تشكل المادة الأولية والأساسية في تربية الدواجن (تكاليف الإنتاج)، فهي تعد من محددات العرض ، لذا فإن ارتفاع سعرها يؤدي إلى انتقال منحنى العرض إلى الأعلى كدلالة على انخفاض العرض من الدجاج، والشكل رقم (84) يوضح ذلك.

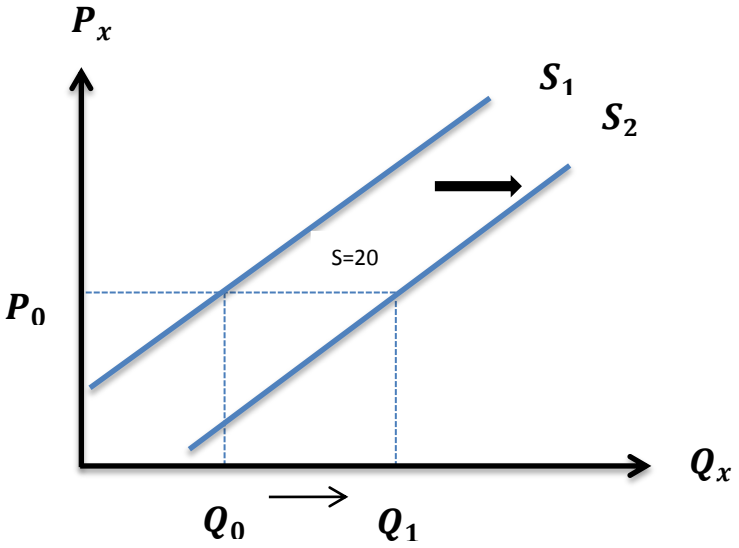
الشكل رقم (84): انتقال منحنى عرض الدجاج إلى الأعلى بسبب ارتفاع سعر الأعلاف



2- إذا قدمت الدولة دعما للمنتجين بمقدار 20 دج لكل دجاجة يتم بيعها في إطار تشجيع تربية الدواجن.

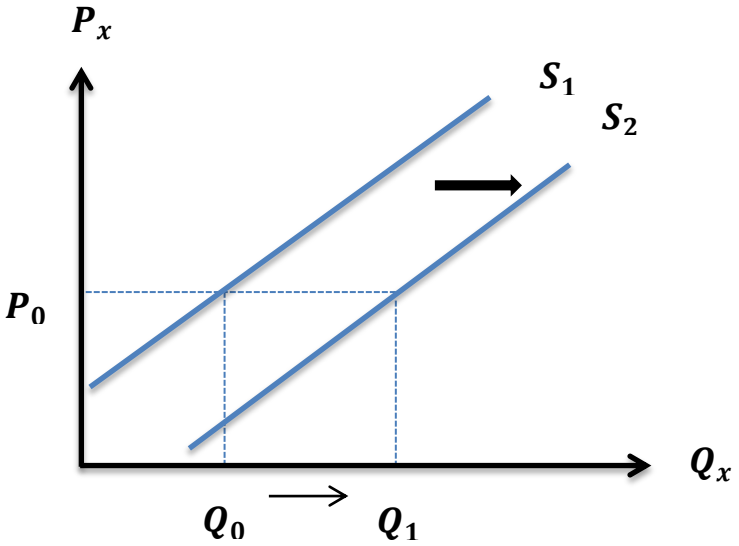
الإعانات المقدمة تساهم في تخفض تكاليف الإنتاج وبالتالي تشجيع المنتجين على إنتاج المزيد، وبذلك يتمثل أثرها في انتقال منحنى عرض الدجاج إلى الأسفل بمقدار الإعانة (لأن الإعانات من محددات العرض)، الشكل رقم (85) يوضح ذلك.

الشكل رقم (85): انتقال منحنى عرض الدجاج إلى الأسفل بمقدار الإعانة



3- إذا تضاعف عدد المداجن بمنطقة سطيف، تضاعف عدد المداجن يعني زيادة عدد المنتجين وبالتالي انتقال منحنى العرض إلى الاسفل لزيادة عرض هذا المستوى، والشكل رقم (86) يوضح ذلك.

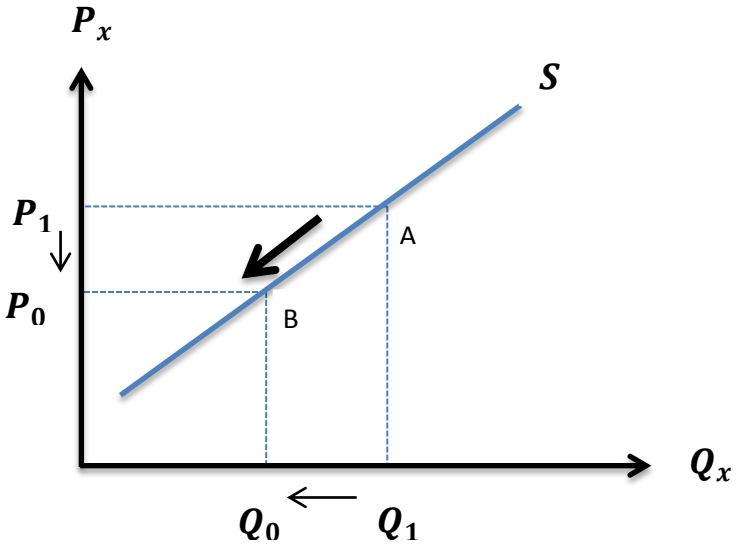
الشكل رقم (86): انتقال منحنى عرض الدجاج إلى الأسفل بسبب تضاعف عدد المداجن



4- انخفاض سعر سلع الدجاج في السوق المحلية والدولية كنتيجة لظهور فيروس أنفلونزا الطيور.

يعد السعر أحد محددات العرض، وعدما يتغير السعر وتبقى المحددات الأخرى ثابتة نتحدث عن قانون العرض، والذي يمثل بيانيا عن طريق التحرك على منحنى العرض، وبالتالي انخفاض سعر الدجاج يؤدي إلى انخفاض الكمية المعروضة من الدجاج وهذا يفسر تحرك المنتج هبوطا أي إلى الاسفل على نفس المنحنى من النقطة A إلى النقطة B، والشكل رقم (87) يوضح ذلك.

الشكل رقم (87): التحرك على منحنى العرض إلى الأسفل بسبب انخفاض سعر الدجاج



تمرين رقم 9:

في دراسة قامت بها مديرية البحث والتنمية لشركة النقل بالسكك الحديدية حول مدى حساسية الطلب على النقل بالسكك الحديدية، حيث توصلت إلى النتائج التالية:

أ- مرونة الطلب السعرية على النقل بالسكك الحديدية تساوي بالقيمة المطلقة 1,2؛

ب-مرونة الطلب الدخلية على النقل بالسكك الحديدية تساوي -0,1؛

ت-مرونة الطلب التقاطعية على النقل الجوي بالنسبة لأسعار النقل بالسكك الحديدية تساوي 0,4.

المطلوب:

1- هل يكون من صالح شركة النقل بالسكك الحديدية رفع أم خفض أسعار تذاكر السفر لأجل زيادة إيراداتها؟ برر إجابتك.

2- هل أن الزيادات السنوية في دخول المستهلكين هي بالأساس لتطوير النقل بالسكك الحديدية أم العكس؟ برر إجابتك.

الحل:

1- يكون من صالح شركة النقل بالسكك الحديدية **خفض أسعار تذاكر السفر** لأجل زيادة إيراداتها. لأن:

- ✓ مرونة الطلب السعرية هي 1,2 أي أن **الطلب مرن** وبالتالي فإن **خفض السعر بـ 10%** سوف يؤدي إلى **زيادة الكمية المطلوبة بنسبة 12%**، مما يعني زيادة إيرادات الشركة.

2- إن الزيادات السنوية في دخول المستهلكين **لا يعتبر مشجعا** على تطوير النقل بالسكك الحديدية لأن:

- ✓ مرونة الطلب الدخلية سالبة وبالتالي فالنقل بالسكك الحديدية **يعتبر سلعة دنيا**، وبالتالي فبزيادة ارتفاع دخول المستهلكين فإنهم يتخلون عن استعمال هذا النوع من وسائل النقل والاتجاه إلى وسائل النقل الأخرى (النقل الجوي مثلا لأن مرونة الطلب التقاطعية على النقل الجوي بالنسبة لأسعار النقل بالسكك الحديدية تساوي 0,4 أي أن النقل الجوي والنقل بالسكك الحديدية سلعتين بديلتين).

تمرين رقم 10:

في دراسة لسوق إحدى السلع الغذائية، تبين بأن العرض والطلب لهما الصيغتان التاليتان:

دالة الطلب: $Q_{dz} = 50 - 2P_Z$ ، دالة العرض: $Q_{sz} = 6P_Z - 30$

حيث أن: P_Z و Q_Z هما الكمية والسعر على التوالي.

المطلوب:

1- بافتراض أن الدولة حددت سعرا ثابتا مساويا لـ 8 دج، ماذا سوف ينجر عن هذا الإجراء، أحسب ذلك.

2- أحسب مرونة الطلب السعرية عند التوازن.

3- أحسب فائض المستهلك وفائض المنتج.

4- لأجل الحد من استهلاك هذه السلعة، فإن الدولة فرضت ضريبة نوعية مقدارها $t_1=1$ على كل وحدة مباعة، أحسب الضريبة التي يتحملها كل من البائع والمشتري t_{S1} و t_{B1} .

5- أحسب معدل الضريبة $t_2=1$ على كل وحدة مباعة الذي يعظم إيرادات الدولة.

الحل:

1- بافتراض أن الدولة حددت سعرا ثابتا مساويا لـ 8 دج، ماذا سوف ينجر عن هذا الإجراء، أحسب ذلك.

نقوم بتعويض $P = 8$ في معادلة الطلب والعرض فنجد:

دالة الطلب: $Q_{dZ} = 50 - 2P_Z = 50 - 2(8) = 34$

دالة العرض: $Q_{SZ} = 6P_Z - 30 = 6(8) - 30 = 18$

إذن هذا الإجراء سوف يؤدي إلى ظهور فائض في الطلب مقداره:

فائض الطلب $= Q_{dZ} - Q_{SZ} = 34 - 18 = 16$

2- حساب مرونة الطلب السعرية عند التوازن:

نحسب التوازن أولا:

$$Q_{dZ} = Q_{SZ} \Rightarrow 50 - 2P_Z = 6P_Z - 30 \Rightarrow 8P_Z = 80 \Rightarrow P_{Z0} = 10$$

بتعويض $P_{Z0} = 10$ في معادلة الطلب أو العرض فنجد الكمية التوازنية:

$$Q_{Z0} = 50 - 2P_Z = 6P_Z - 30 \Rightarrow 50 - 2(10) = 6(10) - 30 = 30 \Rightarrow Q_{Z0} = 30$$

ومنه مرونة الطلب السعرية عند التوازن هي:

$$E_{d_Z} = \frac{\Delta Q_Z}{\Delta P_Z} \times \frac{P_Z}{Q_Z} = (-2) \times \frac{10}{30} = -0.66 \Rightarrow \left|E_{d_Z}\right| = 0.66$$

3-حساب فائض المستهلك وفائض المنتج:

أ- فائض المستهلك:

$$SC = \int_0^{Q_0} f^d(Q)dQ - P_0Q_0 = \int_0^{30} \left(25 - \frac{Q_Z}{2}\right)dQ - P_0Q_0$$

$$\Rightarrow SC = \left[25Q - \frac{{Q_Z}^2}{4}\right]_0^{30} - P_0Q_0$$

$$\Rightarrow SC = 25(30) - \frac{(30)^2}{4} - 10 \times 30 = 225$$

ب- فائض المنتج:

$$SP = P_0Q_0 - \int_0^{Q_0} f^S(Q)dQ = P_0Q_0 - \int_0^{30} \left(\frac{Q_Z}{6} + 5\right)dQ$$

$$\Rightarrow SP = P_0Q_0 - \left[\frac{{Q_Z}^2}{12} + 5Q_Z\right]_0^{30}$$

$$\Rightarrow SP = 10 \times 30 - (\frac{(30)^2}{12} + 5(30) = 75$$

4- حساب الضريبة التي يتحملها كل من البائع والمشتري t_{S1} و t_{B1} عند فرض الدولة ضريبة نوعية مقدارها $t_1=1$ على كل وحدة مباعة:

أ- **تحديد سعر المشتري P_B وسعر البائع P_S:**

دالة الطلب تصبح : $Q_{dZ} = 50 - 2P_B$

دالة العرض تصبح: $Q_{SZ} = 6P_S - 30$

$$\begin{cases} P_B = f_d(Q) \\ P_S = f_S(Q) \\ t = P_B - P_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_B = \frac{50}{2} - \frac{Q}{2} = 25 - \frac{Q}{2} \\ P_S = \frac{30}{6} + \frac{Q}{6} = 5 + \frac{Q}{6} \\ 1 = P_B - P_S \end{cases} \begin{cases} 1 = P_B - P_S \\ \Rightarrow 1 = 25 - \frac{Q}{2} - 5 - \frac{Q}{6} \\ Q = 28.5 \end{cases}$$

بتعويض قيمة Q في P_B و P_S نجد:

$$P_B = 25 - \frac{Q}{2} = 25 - \frac{28.5}{2} = 18 \Rightarrow P_B = 10.75$$

$$P_S = 5 + \frac{Q}{6} = 5 + \frac{28.5}{6} = 15 \Rightarrow P_S = 9.75$$

ومنه السعر التوازني والكمية التوازنية بعد فرض الضريبة هما:

$$Q_{0'} = 28.5 \text{ و } P_{0'} = P_B = 10.75$$

ب- تحديد ما يتحمله المشتري من ضريبة t_{B1} وما يتحمله البائع t_{S1} من الضريبة:

قبل فرض الضريبة t كانت دالتي الطلب والعرض كما يلي:

دالة الطلب: $Q_{dZ} = 50 - 2P_B$ ، دالة العرض: $Q_{SZ} = 6P_S - 30$

وكان السعر التوازني (الذي يدفع المشتري ويقبض البائع) هو: $Q_0 = 30$ و $P_0 = 10$

بعد فرض الضريبة t أصبحت دالتي الطلب والعرض كما يلي:

دالة الطلب: $Q_{dZ} = 50 - 2P_B$ ، دالة العرض: $Q_{SZ} = 6P_S - 30$

$Q_{S'} = 6(P_B - t) - 30 = 6(P_B - 1) - 30 = 6P_B - 6 - 30 = 6P_B - 36$ و

أي: $Q_{S'} = 6P_B - 36$

والسعر الذي يدفعه المشتري (سعر المشتري) هو: $P_{0'} = P_B = 10.75$

والسعر الذي يقبضه البائع بعد فرض الضريبة(سعر البائع) هو: $P_S = 9.75$

ومنه:

بالنسبة للمشتري:

- السعر الذي يدفعه المشتري قبل الضريبة هو: $P_0 = 10$
- السعر الذي يدفعه المشتري بعد الضريبة هو: $P_{0'} = P_B = 10.75$
- مقدار الضريبة التي يتحملها هي: $t_{B1} = P_B - P_0 = 10.75 - 10 = 0.75$

بالنسبة للبائع:

- السعر الذي يقبضه البائع قبل الضريبة هو: $P_0 = 10$
- السعر الذي يقبضه البائع بعد الضريبة هو: $P_S = 9.75$
- مقدار الضريبة التي يتحملها البائع هي: $t_{S1} = P_0 - P_S = 10 - 9.75 = 0.25$

5- حساب معدل الضريبة t_2=1 على كل وحدة مباعة الذي يعظم إيرادات الدولة:

حساب كمية وسعر التوازن الجديدين بعد فرض ضريبة t_2:

$$\begin{cases} P_S = P_B - t_2 \\ Q_d = f(P_B) = 50 - 2P_B \\ Q_{S'} = f(P_B) = 6(P_B - t_2) - 30 = 6P_B - 6t_2 - 30 \end{cases}$$

شرط التوازن بعد فرض الضريبة t_2 هو:

$$Q_d = Q_{S'}$$

$$50 - 2P_B = 6P_B - 6t_2 - 30 \Rightarrow \boldsymbol{P_B = 10 + \frac{6}{8}t_2 = 10 + \frac{3}{4}t_2 = P_{0'}}$$

ومنه نستنتج سعر البائع P_S:

$$P_S = P_B - t_2 \Rightarrow P_S = 10 + \frac{3}{4}t_2 - t_2 = 10 - \frac{1}{4}t_2 \Rightarrow P_S = 10 - \frac{1}{4}t_2$$

وبتعويض قيمة P_B في Q_d و $Q_{S'}$ نجد الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة:

$$Q_{0'} = 50 - 2\left(10 + \frac{3}{4}t_2\right) = 30 - \frac{3}{2}t_2 \Rightarrow Q_{0'} = 30 - \frac{3}{2}t_2$$

إيرادات الدولة من فرض الضريبة هي:

$$T = Q_{0'} \times t_2 = \left(30 - \frac{3}{2}t_2\right) \times t_2 = 30t_2 - \frac{3}{2}{t_2}^2$$

شرط تعظيم إيرادات الدولة هو:

$$\frac{\Delta T}{\Delta Q_{0'}} = 0 \Rightarrow 30 - 3t_2 = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{30}{3} = 10 \Rightarrow t_2 = 10$$

ومنه معدل الضريبة الذي يعظم إيرادات الدولة هو: $t_2 = 10$

الفصل الثالث:

تحليل سلوك المستهلك

- ✓ تحليل سلوك المستهلك باستخدام المنفعة ؛
- ✓ تحليل سلوك المستهلك باستخدام منحنيات السواء.

أولا: تحليل سلوك المستهلك باستخدام المنفعة

يتم تحليل سلوك المستهلك باستخدام أسلوبين، حيث يحاول هذان الأسلوبان تفسير كيف يسلك المستهلك عند شراءه للسلع والخدمات المختلفة وذلك في حدود دخل محدود للوصول إلى أقصى إشباع ممكن لحاجاته ورغباته ضمن الأسعار السائدة في السوق. ويتمثل هذان الأسلوبان في:

- الاسلوب الكلاسيكي وهو نظرية المنفعة التي يقصد بها استخدام فكرة الإشباع قابل للقياس الكمي في تحليل سلوك المستهلك؛
- الأسلوب الحديث وهو طريقة المنفعة الترتيبية أو منحنيات السواء ويقصد بها استخدام فكرة الإشباع غير قابل للقياس الكمي في تحليل سلوك المستهلك.

1- تعريف المنفعة:

هي شدة الرغبة التي يبديها المستهلك للحصول على السلع والخدمات في لحظة معينة وضمن إطار ظروف محددة .ومنفعة سلعة ما تكمن في إحساس الفرد بالحاجة إليها، فكلما كان الاحتياج إلى سلعة ما أشد كلما كانت المنفعة الناتجة عن استهلاكها أكبر. ومنه فإن المنفعة تعني" قدرة السلعة على إشباع حاجة معينة يشعر الإنسان بها في وقت معين".[1]

وتعرف منفعة سلعة ما(أو خدمة)بأنها قدرة هذه السلعة على إشباع حاجة الفرد(المستهلك)خلال فترة زمنية معينة وظرف محدد، وهذه المنفعة ليست ملازمة للسلعة أو الخدمة بل أنها تأتي نتيجة العلاقة بين المستهلك والسلعة[2].

حيث تقوم المنفعة على عدة فرضيات تتمثل فيما يلي:[3]

أ -رشادة المستهلك(العقلانية):

المستهلك يجب أن يكون رشيدا بمعنى أنه يتصف بدرجة كافية من المعقولية وحسن الإدراك تجعله لا يأتي بتصرفات متعارضة في نفس الوقت، كما أنه يسعى دائما لتعظيم منفعته الكلية في حدود دخله المخصص للإنفاق الاستهلاكي على السلع والخدمات المختلفة.

---

[1] -عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 33.

[2]- بتصرف من:- عبلة لمسلف، محاضرات في الاقتصاد الجزئي 1، مطبوع موجهة لطلبة السنة الأولى ، كلية العوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير،جامعة عب الحميد مهري، قسنطينة، 2019-2020، ص 12.
- عصام بودور، مرجع سبق ذكره، ص 10.

[3]- المرجع السابق، ص ص 13-14

ب –إمكانية قياس المنفعة:

مما يعني أن المنفعة المكتسبة من استهلاك أي سلعة أو خدمة معينة يمكن قياسها بطريقة كمية، وأفضل مقياس للمنفعة هو المقياس النقدي.

ج –ثبات المنفعة الحدية للنقود:

مما يعني أن تكون المنفعة الحدية للنقود ثابتة لا تتغير خلال فترة زمنية معينة، وحتى تكون النقود مقياسا للمنفعة يجب أن تحافظ على ثبات قيمتها.

د –تناقص المنفعة الحدية للسلعة:

مما يعني أن منفعة الوحدة الإضافية تكون دائما أقل من منفعة الوحدة السابقة لها، وهذا ما يطلق عليه بقانون تناقص المنفعة الحدية.

هـ– افتراض تعظيم المنفعة وتدنية الدخل: هذا الافتراض مرتبط بافتراض العقلانية نوعا ما، فالمستهلك يسعى إلى تحقيق أكبر إشباع (منفعة) ممكن بدخله المتاح أو تحقيق إشباع محدد باستعمال أقل مقدار ممكن من الدخل.

و– مبدأ التجزئة: يقصد به وجود عدد لا نهائي من التركيبات السلعية (x, y,….., z) أي أن السلع والخدمات المستهلكة والمنافع المكتسبة من جراء استهلاكها قابلة للتجزئة كأن نقول 7.09 وحدة من السلعة (x) تحقق منفعة أو إشباع قدره 29.72 وحدة منفعة.

ز– مبدأ المقارنة: فالمستهلك قادر على ترتيب تفضيلاته من التركيبات (x,y) حسب مستوى الإشباع الذي تحققه له، فمثلا التركيبة A(x_1,y_1) تحقق منفعة أقل من التركيبة F (x_2 , y_2) والتركيبة F تحقق منفعة أقل من التركيبة K(x_3,y_3).

ك– مبدأ التعدي: من خلال مثال مبدأ المقارنة، فبإمكان المستهلك استنتاج أن التركيبة A(x_1,y_1) تحقق منفعة أقل من التركيبة K(x_3,y_3).

2– المنفعة الكلية والمنفعة الحدية:

أ– تعريف المنفعة الكلية:

تعرف المنفعة الكلية لسلعة ما بأنها مجموع المنافع التي يكتسبها مستهلك ما نتيجة استهلاكه لوحدات متتالية من هذه السلعة، والمنفعة الكلية تتزايد بزيادة الوحدات المستهلكة من سلعة ما، حتى يبلغ المستهلك

حد الإشباع الكامل، أي إلى أن تصل المنفعة الكلية إلى حدها الأقصى بعدها وفي حالة استمرار استهلاك وحدات أخرى من سلعة سترتب عنه تناقص المنفعة الكلية، ويرمز للمنفعة الكلية بالرمز (TU).[1]

حيث يمكن كتابة دالة المنفعة الكلية في حالة سلعة واحدة كما يلي:

$$TU_x = f(Q_x)$$

وفي حالة أكثر من سلعة واحدة تكتب دالة المنفعة الكلية كما يلي:

$$TU_x = f(Q_x, Q_y, \dots\dots Q_n)$$

حيث تمر المنفعة الكلية لأية سلعة في تطورها بالمراحل التالية:[2]

- تزداد المنفعة الكلية لسلعة ما بزيادة عدد الوحدات المستهلكة من السلعة و تمر هذه الزيادة بدورها بطورين:

الطور الأول: تزداد المنفعة الكلية للسلعة بمعدل متزايد بمعنى أن منفعة الوحدة الإضافية أكبر من منفعة الوحدة السابقة لها (محتملة الحدوث).

الطور الثاني: تزداد المنفعة الكلية للسلعة بمعدل متناقص بمعنى أن منفعة الوحدة الإضافية من السلعة أقل من منفعة الوحدة السابقة لها (أكيدة الحدوث).

- تبقى ثابتة ، يحدث ذلك عندما تصبح منفعة الوحدة الإضافية مساوية لمنفعة الوحدة السابقة لها ، و عند هذه المرحلة تصل المنفعة الكلية للسلعة إلى أقصى مستوى لها في حين تكون المنفعة الحدية لها معدومة ، وهذه الوضعية تعرف باسم " وضع أو حالة التشبع " وهي المرحلة التي يجب أن يتوقف عندها المستهلك عن استهلاك السلعة.
- تتناقص المنفعة الكلية بزيادة عدد الوحدات المستهلكة من السلعة، وهذه المرحلة لا يمكن للمستهلك الرشيد أن يتواجد عندها حتى وإن عرضت عليه وحدات السلعة مجانا (دون مقابل).

[1]- سعدي هند، ملخصات وتمارين محلولة في مقياس الاقتصاد الجزئي1، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة المسيلة، 2018-2019، ص 16.

[2]- عبد القادر بوالسبت، محاضرات في الاقتصاد الجزئي، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وهلوم التسيير، جلمعة عبد الحميد مهري، قسنطينة 2، 2018-2019، ص 14.

ب- تعريف المنفعة الحدية:

تعرف المنفعة الحدية على أنها المنفعة التي يحصل عليها المستهلك من استهلاك وحدة إضافية من سلعة معينة في زمن محدد، أي أنها تعبر عن مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتج عن التغير في الكمية المستهلكة بوحدة واحدة، ويرمز لها بالرمز (MU).[1]

ويمكن التعبير عن المنفعة الحدية كما يلي:

$$\text{المنفعة الحدية} = \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في السلعة } x}$$

ب-1- حالة سلعة واحدة:

حيث أنه إذا كانت بيانات جدولية أي بيانات متقطعة فإن المنفعة الحدية تحسب كما يلي: (حساب التغير بين قيمتين)

$$MU_X = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}}$$

وإذا كانت البيانات عبارة عن دالة أي بيانات متصلة فإن المنفعة الحدية تحسب كما يلي: (اشتقاق دالة المنفعة الكلية $\boldsymbol{(TU_x = f(Q_x)}$

$$MU_x = \frac{\partial TU_x}{\partial Q_x}$$

ب-2- حالة أكثر من سلعة واحدة:

ولتكن سلعتين Xو Y:

- إذا كانت بيانات جدولية أي بيانات متقطعة فإن المنفعة الحدية تحسب كما يلي: (حساب التغير بين قيمتين)

المنفعة الحدية بالنسبة للسلعة X:

$$MU_X = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}}$$

المنفعة الحدية بالنسبة للسلعة Y:

[1]- علي صاري، ملخصات دروس وتمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي 1، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد الشريف مساعدية، سوق أهراس، 2018-2019،ص 14.

$$MU_y = \frac{\Delta TU_y}{\Delta Q_y} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{y2} - Q_{y1}}$$

حالة البيانات عبارة عن دالة أي بيانات متصلة فإن المنفعة الحدية تحسب كما يلي: (اشتقاق

دالة المنفعة الكلية $\boldsymbol{TU_x = f(Q_x, Q_y)}$

المنفعة الحدية بالنسبة للسلعة X:

$$MU_x = \frac{\partial TU_x}{\partial Q_x}$$

المنفعة الحدية بالنسبة للسلعة Y:

$$MU_y = \frac{\partial TU_y}{\partial Q_y}$$

مثال: بافتراض أن مستهلك ما حصل من جراء استهلاكه للسلعة x خلال فترة زمنية معينة على جدول المنفعة التالي، المطلوب حساب المنفعة الحدية والتمثيل البياني للمنفعة الكلية والحدية.

الجدول رقم (15): المنفعة الكلية والحدية

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TU_x المنفعة الكلية	0	7	13	18	22	25	27	28	28	**27**
MU_x المنفعة الحدية	-	7	6	5	4	3	2	1	0	**-1**

تحسب المنفعة الحدية كما يلي:

$$MU_1 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{7-0}{1-0} = 7$$

$$MU_2 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{13-7}{2-1} = 6$$

$$MU_3 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{18-13}{3-2} = 5$$

$$MU_4 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{22-18}{4-3} = 4$$

$$MU_5 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{25-22}{5-4} = 3$$

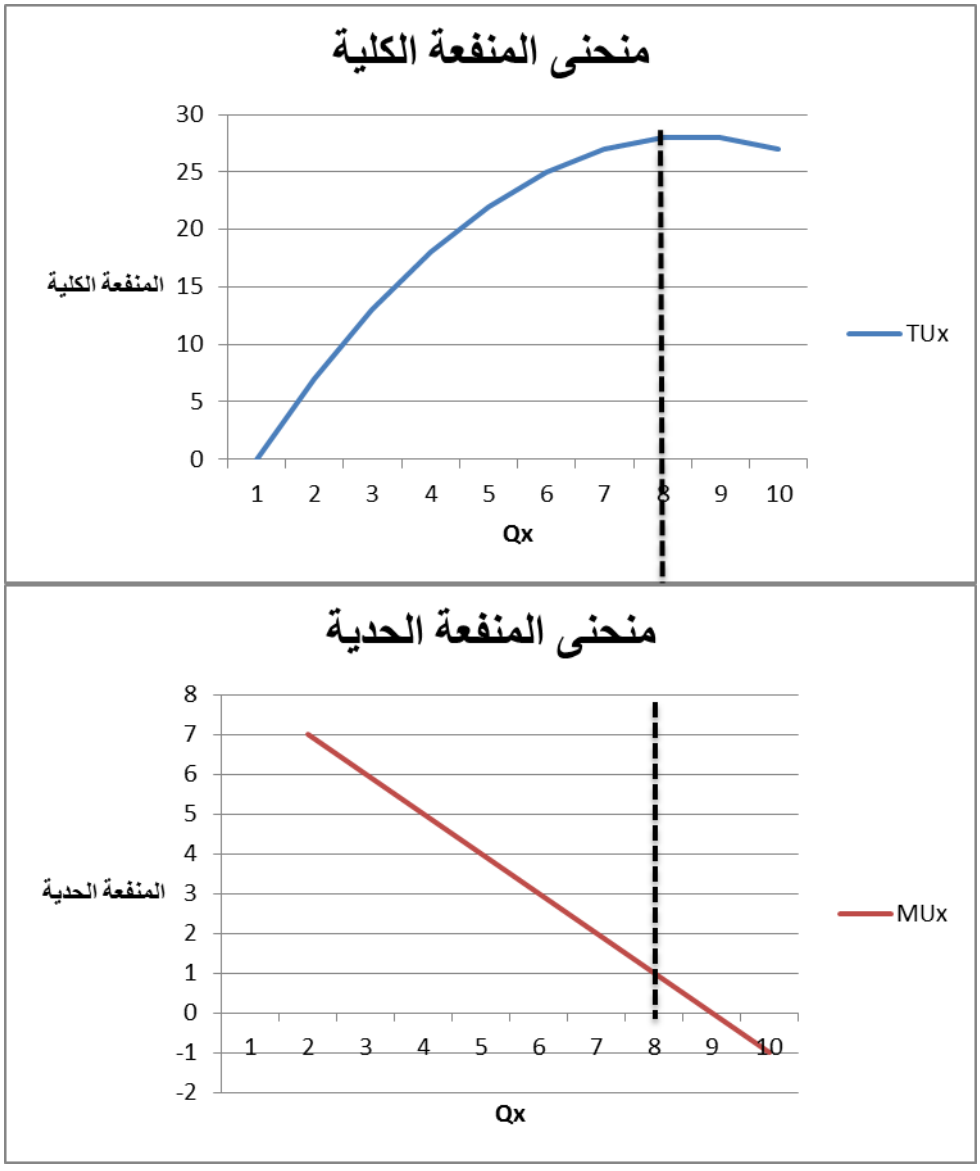
$$MU_6 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{27 - 25}{6 - 5} = 2$$

$$MU_7 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{28 - 27}{7 - 6} = 1$$

$$MU_8 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{28 - 28}{8 - 7} = 0$$

$$MU_1 = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_{x2} - Q_{x1}} = \frac{27 - 28}{9 - 8} = -1$$

الشكل رقم (88): منحنى المنفعة الكلية والحدية



من خلال الشكلين نلاحظ ما يلي:

- ✓ نلاحظ أنه كلما زاد استهلاك وحدات متتالية من السلعة x زادت المنفعة الكلية TU_x وذلك حتى الكمية Qx=8 كلما تناقصت المنفعة الحدية MU_x ؛
- ✓ عندما تصل المنفعة الكلية TU_x= 28 إلى أعظم قيمة لها وذلك عند الكمية Qx= 8 تكون المنفعة الحدية معدومة MU_x= 0 ؛
- ✓ عندما تبدأ المنفعة الكلية في التناقص وذلك عند Q_x=9 تكون المنفعة الحدية سالبة أي $MU_x < 0$

3- قانون تناقص المنفعة الحدية:

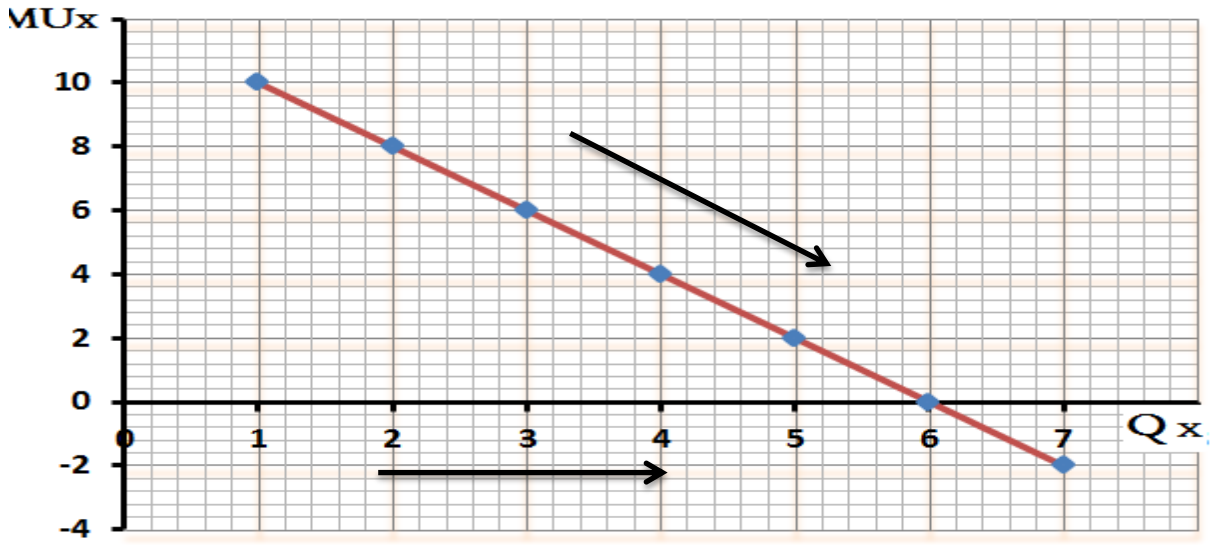
ينص قانون تناقص المنفعة الحدية على أنه كلما زادت الكمية المستهلكة من سلعة ما، فإن المنفعة الحدية من تلك السلعة تأخذ في التناقص، أي أن المنفعة الحدية التي يحصل عليها المستهلك من أي سلعة تتناقص كلما زادت الكمية التي يستهلكها من هذه السلعة، وهذا يعني أن المنفعة الحدية تتناقص مع زيادة استهلاك وحدات اضافية من السلعة حتى تعادل الصفر وذلك عند وصول المستهلك إلى مستوى التشبع، وإذا ما استمر استهلاك السلعة فإن المنفعة الحدية تصبح بالسالب.[1]

ومنه: قانون تناقص المنفعة الحدية ⟵ تناقص المنفعة مع زيادة استهلاك وحدات اضافية من السلعة

والشكل رقم 89 يوضح ذلك

[1]- سعدي هند، مرجع سبق ذكره، ص ص 17-18

الشكل رقم (89): تناقص المنفعة الحدية



4- العلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية:

يمكن توضيح العلاقة بين المنفعة الكلية فيما يلي:[1]

❖ **المنفعة الكلية هي حاصل جمع المنافع الحدية.**

➢ ففي حالة بيانات جدولية (بيانات متقطعة) فإن المنفعة الكلية تحسب كما يلي:

$$TU_x = \sum_{x=1}^{n} MU_x = MU_1 + MU_2 + \cdots + MU_n$$

➢ ففي حالة دالة (بيانات متصلة) فإن المنفعة الكلية تساوي التكامل الرياضي لدالة المنفعة الحدية وتحسب كما يلي:

$$TU_x = \int MU_x$$

❖ **دالة المنفعة الحدية هي اشتقاق لدالة المنفعة الكلية.**

❖ عندما تكون المنفعة الحدية موجبة $MU_x > 0$ تتزايد المنفعة الكلية في البداية بمعدلات متزايدة ثم بعد ذلك تتزايد بمعدلات متناقصة.

❖ عند بلوغ المنفعة الكلية أقصى قيمة لها عند مستوى الإشباع أي عند أعظم منفعة تكون المنفعة الحدية معدومة $MU_x = 0$

❖ عندما تكون المنفعة الحدية سالبة $MU_x < 0$ فإن المنفعة الكلية تتناقص.

[1]- بتصرف من: بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 94.
- بودور عصام، مرجع سبق ذكره، ص 14.

5- توازن المستهلك:

تقوم دراسة سلوك المستهلك على افتراض أساسي وهو أن المستهلك شخص رشيد يسعى إلى تعظيم منفعته من استهلاكه للسلع، أي الوصول إلى أقصى إشباع ممكن، وبالتالي يقوم بتوزيع دخله المحدود على السلع المختلفة وضمن الأسعار السائدة في السوق على نحو يحقق له أكبر منفعة ممكنة في ضوء إمكانياته.[1]

أ- توازن المستهلك في حالة سلعة واحدة:

شرط التوازن في حالة سلعة واحدة هو:

المنفعة الحدية المكتسبة = المنفعة الحدية المضحى بها

حيث أن: المنفعة الحدية المكتسبة $= \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في السلعة}}$

المنفعة الحدية المضحى بها = سعر السلعة × المنفعة الحدية للنقود

المنفعة الحدية المكتسبة هي: MU_x

المنفعة الحدية المضحى بها هي: λP_x

ومنه شرط التوازن هو: $\boldsymbol{MU_x = \lambda P_x}$

مثال:

لدينا الجدول التالي يوضح لنا المنفعة الكلية والكميات المستهلكة من السلعة، وبافتراض أن سعر الوحدة الواحدة للسلعة قدر بقيمة 3 وحدات نقدية (P_x=3) وأن منفعة الوحدة النقدية الواحدة قدرت بالقيمة ($\lambda = 2$)،

والمنافع الحدية للنقود، علما أن سعر السلعة هو P_x= 10، المطلوب تحديد توازن المستهلك في ظل هذه المعطيات.

الحل:

يتحقق التوازن عند تحقق شرط التوازن التالي: $\boldsymbol{MU_x = \lambda P_x}$

المنفعة الحدية المضحى بها (λP_x) = سعر الوحدة x منفعة وحدة النقود = 2x 3= 6

[1] - عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 38.

ومنه من خلال الجدول نلاحظ أن التوازن يتحقق عند الوحدة الرابعة المستهلكة من السلعة، أي يكون المستهلك في حالة توازن عند استهلاكه لأربعة وحدات من السلعة (x).

بينما يصل المستهلك إلى حالة التشبع عند استهلاكه ستة وحدات(6 وحدات) من السلعة(x) لأنه يصل إلى تحقيق أقصى منفعة كلية قدرها 48 وحدة منفعة، وتنعدم عندها منفعته الحدية ($MU_x=0$).

الفائض الحدي للمستهلك يمثل الفرق بين المنفعة الحدية المكتسبة والمنفعة الحدية المضحى بها، وهو يكون متناقص وينعدم عند وضع التشبع بسبب تساوي المنفعتين الحديتين.

الفائض الحدي للمستهلك= المنفعة الحدية المكتسبة – المنفعة الحدية المضحى بها

أما الفائض الكلي للمستهلك فيمثل الفرق بين المنفعة الكلية المكتسبة والمنفعة الكلية المضحى بها، ويكون أعظميا عند نقطة توازن المستهلك.

الفائض الكلي للمستهلك= المنفعة الكلية المكتسبة – المنفعة الكلية المضحى بها

ملاحظة: يصل المستهلك الرشيد إلى وضع التوازن دائما قبل وضع التشبع، أي أن وضع التوازن وهو الأفضل بالنسبة للمستهلك يسبق وضع التشبع.

الجدول رقم (16): توازن المستهلك حالة سلعة واحدة

الوحدات المستهلكة من السلعة Q_x (x)	المنفعة الكلية TU_x	المنفعة الحدية للسلعة MU_x (المنفعة الحدية المكتسبة)	المنفعة الحدية المضحى بها λP_x	الفائض الحدي للمستهلك
0	0	/	/	/
1	15	15	6	+9
2	28	13	6	+7
3	38	10	6	+4
4	44	6	6	0
5	48	4	6	−2
6	48	0	6	−6
7	46	−2	6	−8

ب- توازن المستهلك في حالة أكثر من سلعة وحدة:

حتى يصل المستهلك إلى حالة التوازن لا بد من توفر شرطين:

أولا: أن يقوم المستهلك بإنفاق كل الدخل المخصص للاستهلاك على السلع التي تحقق له إشباعا، أي تساوي دخل المستهلك مع مجموع المبالغ المنفقة على السلع المستهلكة كما يلي:

$$R = x\,P_x + yP_y + \cdots + nP_n$$

حيث أن:

- ✓ R: دخل المستهلك؛
- ✓ x، y، ....،n : تمثل كميات لسلع المستهلكة؛
- ✓ P_x، P_y، .....، P_n: تمثل أسعار السلع المستهلكة x، y، ....،n ؛
- ✓ P_x: الإنفاق على السلعة x؛
- ✓ P_y: الإنفاق على السلعة y؛
- ✓ P_n: الإنفاق على السلعة n.

ثانيا: يجب أن تتساوي المنفعة الحدية لكل دينار يتم إنفاقها على تلك السلع التي يقوم المستهلك باستهلاكها مع المنفعة الحدية المكتسبة من السلعة المشتراة، أي تساوي المنافع الحدية للسلع منسوبة إلى أسعاره وفي نفس الوقت تساوي المنفعة الحدية للنقود، أي تحقق ما يلي:

$$\text{المنفعة الحدية للنقود} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة } x}{\text{سعر السلعة } x} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة } y}{\text{سعر السلعة } y} = \cdots \ldots$$

$$= \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة } n}{\text{سعر السلعة } n}$$

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \cdots = \frac{MU_n}{P_n} = \lambda$$

ومنه فإن شرط التوازن هو:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \cdots = \frac{MU_n}{P_n} = \lambda \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ R = x\,P_x + yP_y + \cdots + nP_n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

مثال:

نفترض أن مستهلك ما يقوم بإنفاق دخله النقدي والمقدر بـ 30 دينار على شراء السلعتين (x) و(y)، فإذا كان الجدول رقم (07) يوضح الكميات المستهلكة من السلعتين والمنافع منها، وكان سعر السلعة (x) هو 2 دينار وسعر السلعة (y) هو 2 دينار، **فالمطلوب هو:**

- تحديد التركيبة التي تحقق وضع توازن المستهلك.
- تحديد قيمة المنفعة الحدية للنقود.
- تحديد قيمة المنفعة الكلية عند وضع التوازن.

الجدول رقم (17) : الكميات المستهلكة من السلعتين والمنافع منها

الكمية المستهلكة من x و y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
المنفعة الحدية للسلعة x (MU_x)	-	12	11	10	9	8	7	6	5
المنفعة الحدية للسلعة y (MU_y)	-	18	16	14	12	10	8	7	6

الحل:

يكون المستهلك في حالة توزن عند تحقق الشرط التالي:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \cdots = \frac{MU_n}{P_n} = \lambda \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ R = x\,P_x + yP_y + \cdots + nP_n \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

ومنه يمكن الحصول على الجدول التالي من خلال التعويض في المعادلة رقم (1) أي استخدام الشرط

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \cdots = \frac{MU_n}{P_n} = \lambda$$

الجدول رقم (18): توازن المستهلك باستخدام المنفعة

كمية (x)	MU_x	$\frac{MU_x}{P_x}$	كمية (y)	MU_y	$\frac{MU_y}{P_y}$
0	–		0	–	–
1	12	6	1	18	9
2	11	5 ,5	2	16	8
3	10	5	3	14	7
4	9	4,5	4	12	6
5	8	4	5	10	5
6	7	3,5	6	8	4
7	6	3	7	7	3,5
8	5	2,5	8	6	3

يتضح من الجدول رقم (18) أن هناك خمسة وضعيات لتوازن المستهلك وهي:

- $\lambda = 6$ وذلك عند استهلاك وحدة (1) واحدة من السلعة x و أربعة (4) وحدات من السلعة y أي (x=1,y=4).
- $\lambda = 5$ وذلك عند استهلاك ثلاث(3) وحدات من السلعة x و خمسة (5) وحدات من السلعة y أي (x=3,y=5).
- $\lambda = 4$ وذلك عند استهلاك خمس(5) وحدات من السلعة x و ستة (6) وحدات من السلعة y أي (x=5,y=6).
- $\lambda = 3,5$ وذلك عند استهلاك ستة (6) وحدات من السلعة x و سبعة (7) وحدات من السلعة y أي (x=6,y=7).
- $\lambda = 3$ وذلك عند استهلاك سبعة(7) وحدات من السلعة x و ثمانية (8) وحدات من السلعة y أي (x=7,y=8).

التركيبات السابقة هي حالات محتملة للتوزن، وبما أن أن الشرط الضروري لا يأخذ بعين الاعتبار قيود الدخل المفروضة على المستهلك، إذ أن دخل المستهلك محدود ويجب أن يراعي ذلك عندما يحاول الوصول إلى أقصى إشباع ممكن، فإن تحديد وضع التوازن يتطلب تحقيق الشرط الثاني، أي تحقق المعادلة الآتية:

$R = x\,P_x + yP_y \longrightarrow 30 = 2x + 2y$

وبتطبيق ذلك على التراكيب السابقة نجد ما يلي:

- $\lambda = 6$ (x=1,y=4) ..... $R = (2)(1) + (4)(2) = 10 < 30$
- $\lambda = 5$ (x=3,y=5) ..... $R = (2)(3) + (5)(2) = 16 < 30$
- $\lambda = 4$ (x=5,y=6) ..... $R = (2)(5) + (6)(2) = 22 < 30$
- $\lambda = 3{,}5$ (x=6,y=7) ..... $R = (2)(6) + (7)(2) = 26 < 30$
- $\lambda = 3$ (x=7,y=8) ..... $R = (2)(7) + (8)(2) = 30 = 30$

ومنه فإن المستهلك يصل إلى أقصى إشباع ممكن من خلال إنفاقه لدخله لمقدر بـ 30 دينار، إذا يكون المستهلك في حالة توازن عند حصوله على سبع وحدات (7 وحدات) من السلعة (x) وثمانية وحدات (8 وحدت) من السلعة (y)، أي أن التركيبة (x=7,y=8) هي التركيبة المثلى لهذا المستهلك.

2- تحديد قيمة المنفعة الحدية للنقود:

عند التوازن يكون لدينا: $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \lambda = 3$

ومنه فإن قيمة المنفعة الحدية للنقود تساوي 3 وحدة منفعة.

3- تحديد قيمة المنفعة الكلية عند وضع التوازن:

المنفعة الكلية تساوي مجموع المنافع الحدية للسلعتين (x) و(y)، و عند وضع التوازن تساوي مجموع المنفعتين عند استهلاك سبع وحدت من السلعة (x) وثمانية وحدات من السلعة (y)، أي:

$$TU_{x,y} = \sum_{x=1}^{x=7} MU_x + \sum_{y=1}^{y=8} MU_y = TU_{x=7} + TU_{y=8}$$

$$= (12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6)$$

$$+ (18 + 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 7 + 6) = (63) + (91) = 154$$

ومنه يصل المستهلك إلى وضع التوازن عند مستوى إشباع يقدر بـ 154 وحدة منفعة.

6- توازن المستهلك في حالة وجود قيود:

حيث يوجد شرطان أساسيان يجب تحقيقهم أولها شرط لازم والثاني شرط كافي، فالشرط اللازم يسمح لنا بالوصول إلى الحل الأمثل أي وضع التوازن، أما الشرط الكافي فيؤكد لنا هل الحل الأمثل الذي تم تحديده في الشرط اللازم هو حل محقق لهدف المستهلك فعلا سواء تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل والأسعار أو تدنية الدخل تحت قيد المنفعة. وهناك طريقتان لحل مشكلة التوازن وهما:[1]

6-1- الطريقة الأولى: طريقة التعويض

أ- حالة تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل والأسعار:

- **الشرط اللازم (الضروري):** المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي صفر، أي أن منحنى المنفعة الكلية قد وصل إلى ذرته، حيث نكتب:

$$\frac{\partial TU}{\partial x} = 0 \text{ أو } \frac{\partial TU}{\partial y} = 0$$

- **الشرط الكافي:** المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر، وهي البرهان الرياضي على أن هذه الذروة تمثل نقطة عظمى على منحنى المنفعة الكلية، حيث نكتب:

$$\frac{\partial^2 TU}{\partial x^2} < 0 \text{ أو } \frac{\partial^2 TU}{\partial y^2} < 0$$

ب- حالة تدنية الدخل تحت قيد المنفعة:

الشرط اللازم (الضروري): المشتقة الأولى لمعادلة الدخل تساوي صفر، حيث نكتب:

$$\frac{\partial R}{\partial x} = 0 \text{ أو } \frac{\partial R}{\partial y} = 0$$

الشرط الكافي: المشتقة الثانية لمعادلة الدخل أكبر من الصفر، حيث نكتب:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} > 0 \text{ أو } \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} > 0$$

[1]- بتصرف من: هند سعدي ومحمد جصاص.

مثال:

بافتراض أن دالة إشباع مستهلك ما، تأخذ الشكل التالي: $TU = 2XY$، علماً أن Px=2، Py=1.

المطلوب :

1- إذا كان الدخل النقدي هو R=20 أوجد بطريقة التعويض المباشر التوليفة المثلى من (x,y) التي تحقق توازن المستهلك (أقصى منفعة).

2- إذا كانت TU= 100 أوجد التوليفة المثلى من (x,y) التي تحقق توازن المستهلك (أدنى دخل).

الحل:

1- يتم إتباع الخطوات التالية لتحديد التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك أي الحصول على أعظم منفعة:

أ- استخراج أحد المتغيرين بدلالة الآخر من معادلة قيد الدخل:

لدينا معادلة قيد الدخل كما يلي:

$R = x\,P_x + yP_y$..... $20 = 2x + y$

نستخرج قيمة y من دالة الدخل فنجد:

$10 = 2x + y \Rightarrow y = 20 - 2x$ ..... (1)

ب- تعويض قيمة Y في دالة المنفعة فنجد:

$TU = 2XY$

$TU = 2X(20 - 2X)$

$TU = 40X + 4X^2$ ..... (2)

ومنه فإن دالة المنفعة أصبحت بدلالة متغير واحد وهو X أي أصبحت من الشكل التالي:

$TU = f(x)$

ج- تطبيق شرطي تعظيم المنفعة:

✓ **الشرط اللازم:** المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي صفر.

$$\frac{\partial TU}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial TU}{\partial x} = 40 - 8\mathrm{X} = 0$$

$$\Rightarrow \mathrm{X} = 5$$

وبتعويض قيمةX في المعادلة رقم (1) نجد قيمة Y:

$$y = 20 - 2(5) = 10$$

$$\Rightarrow Y = 10$$

✓ **الشرط الكافي:** المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر :

$$\frac{\partial^2 TU}{\partial x^2} < 0 \Rightarrow TU''\mathrm{x} < 0$$

$$TU''\mathrm{x} < 0 \Rightarrow -8 < 0$$

وبما أن الشرطين محققين فإن التوليفة (x=5,y=10) تمثل التوليفة المثلى التي تحقق للمستهلك أعظم منفعة التي تساوي: TU=100

$$TU = 2XY$$

$$TU = 2(10 \times 5) = 100$$

2- حالة تدنية الدخل تحت قيد المنفعة:

أ- استخراج أحد المتغيرين بدلالة الآخر من دالة المنفعة:

$$TU = 2XY$$

$$100 = 2XY$$

$$\Rightarrow Y = \frac{100}{2X} = \frac{50}{X} \dots\dots\dots\dots (1)$$

ب- تعويض قيمة Y في دالة الدخل فنجد:

$$R = 2x + y$$

$$R = 2x + \frac{50}{x} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

ج- تطبيق شرطي تدنية الدخل:

الشرط اللازم : المشتقة الأولى لمعادلة الدخل تساوي صفر، أي:

$$\frac{\partial R}{\partial x} = 0$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{50}{X^2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 50 = 0$$

$$\Rightarrow 2X^2 = 50$$

$$\Rightarrow X^2 = \frac{50}{2} \Rightarrow X^2 = 25$$

$$\Rightarrow X = \sqrt{25} \Rightarrow X = 5$$

وبتعويض قيمةX في المعادلة رقم (1) نجد قيمة Y:

$$\Rightarrow Y = \frac{50}{X} = \frac{50}{5}$$

$$\Rightarrow Y = 10$$

الشرط الكافي: المشتقة الثانية لمعادلة الدخل أكبر من الصفر، أي:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} = 4x = 4(5) = 20 > 0$$

بما أن الشرط الكافي محقق فإن التوليفة (x=5، y=10) تمثل توليفة توازن المستهلك عند مستوى المنفعة TU=100، والدخل الواجب تخصيصه لتحقيق هذا المستوى من المنفعة هو:

$$R = 2x + y = 2(5) + 10 = 20$$

أي لتحقيق TU=100 يجب تخصيص دخل يساوي 20 وحدة نقدية.

6-2-الطريقة الثانية: مضاعف لاغرانج

تمثل طريقة لاغرانج الطريقة الأكثر استخداما لإيجاد الكميات التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك، وقد تم اقتراحها من طرف Tucher & Khun، وتقوم هذه الطريقة على أن المستهلك يحاول ايجاد حل للمشكلة المتمثلة في تعظيم منفعته تحت قيد الميزانية.[1]

أ- حالة تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل:

تمر طريقة لاغرانج في هذه الحالة بالخطوات التالية:

أ-1- تشكيل برنامج المستهلك:

حيث يتكون برنامج المستهلك من شقين هما الهدف والقيد[2]:

- حيث يهدف المستهلك إلى تحقيق أقصى منفعة ممكنة (تعظيم المنفعة = الهدف).
- لكن يكون مقيد بدخل محدد، وكذلك بأسعار السلع السائدة في السوق (معادلة الدخل= القيد).

وعليه يمكن كتابة برنامج المستهلك كما يلي:

برنامج المستهلك

$$\begin{cases} MAX: \quad TU = f(x,y) \\ \frac{S}{C}: \quad R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

أ-2- تشكيل دالة لاغرانج:

وتتكون دالة لاغرانج من دالة المنفعة إضافة إلى حاصل ضرب مضاعف لاغرانج (λ) في معادلة الميزانية مصفرة، أي تتكون من مجموع دالتي الهدف والقيد الذي يكون في شكل دالة صفرية.[3] ونكتب ما يلي:

دالة لاغرانج = دالة الهدف + مضاعف لاغرانج (دالة القيد على شكل معادلة صفرية)

ونكتب دالة لاغرانج رياضيا كما يلي:

[1]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص21.
[2]- عبلة لمسلف، مرجع سبق ذكره، ص 25.
[3]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 21 - عبلة مسلف، مرجع سبق ذكره، ص 25

$$L = f(x,y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

حيث أن:

L: يمثل دالة لاغرانج (المنفعة المقيدة بالدخل)؛

λ: يسمى مضاعف لاغرانج، وهو مجهول مساعد يمثل المنفعة الحدية للدخل.

حيث أنه لحل دالة لاغرانج يجب تحقيق شرين هما: الشرط اللازم والشرط الكافي.

أ-3- تطبيق شرطي تعظيم المنفعة:

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (x، y و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_x = \frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{df(x,y)}{dx} - \lambda P_x = 0 \Rightarrow f'_x - \lambda P_x = 0 \Rightarrow f'_x = \lambda P_x \dots\dots (1)$$

$$L'_y = \frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{df(x,y)}{dy} - \lambda P_y = 0 \Rightarrow f'_y - \lambda P_y = 0 \Rightarrow f'_y = \lambda P_y \dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow R - xP_x - yP_y = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

أي أننا نحصل على جملة ثلاث معادلات من ثلاث متغيرات نقوم بحلها كما يلي:

بقسمة المعادلة رقم(1) على المعادلة رقم (2) أو بقسمة المعادلة رقم (2) على المعادلة رقم (1) نجد x بدلالة y أو العكس اي y بدلالة x.

أي:

$$\frac{f'_x}{f'_y} = \frac{\lambda P_x}{\lambda P_y} \Rightarrow \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

أو

$$\frac{f'y}{f'x} = \frac{\lambda P_y}{\lambda P_x} \Rightarrow \frac{f'y}{f'x} = \frac{P_y}{P_x}$$

نلاحظ أن النسبة ما بين المنافع الحدية للسلعتين x و y مساوية للنسبة بين أسعارهما:

$$\frac{f'_x}{f'_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$x = f(y) \quad \text{أو} \quad y = f(x) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نحصل على الكميات المطلوبة من إحدى السلعتين x أوy ثم نعوض النتيجة المتحصل عليها في المعادلة رقم (4) نحصل على الكمية المطلوبة من السلعة الأخرى.

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر وهو يتكون من المشتقات الجزئية الثانية لدالة لاغرانج، والهدف منه هو التأكد من أن الكميات المطلوبة التي تم تحديدها من خلال الشرط اللازم تحقق هدف المستهلك.[1] ويكتب بالصيغة التالية:

$$H = \begin{vmatrix} L''xx & L''xy & L''x\lambda \\ L''yx & L''yy & L''y\lambda \\ L''\lambda x & L''\lambda y & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} > 0$$

وبحساب المشتقات في السطر الثالث والعمود الثالث في حالة تعظيم المنفعة يمكننا كتابة الصيغة المختصرة التالية:

$$H = \begin{vmatrix} L''xx & L''xy & -P_x \\ L''yx & L''yy & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{vmatrix} > 0$$

وبالترميز إلى المشتقات الثانية لدالة لاغرانج بالرموز a، b، c، d حيث أن:[2]

a: المشتق الثاني للدالة رقم (1) بالنسبة للسلعة x؛

b: المشتق الثاني للدالة رقم (1) بالنسبة للسلعة y؛

c: المشتق الثاني للدالة رقم (2) بالنسبة للسلعة x؛

d: المشتق الثاني للدالة رقم (2) بالنسبة للسلعة y؛

$$H = \begin{vmatrix} a & b & -P_x \\ c & d & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{vmatrix} > 0$$

ومنه:

[1]- سعدي هند، مرجع سبق ذكره، ص 23.
[2]- المرجع نفسه.

$$H = a\begin{vmatrix} d & -P_y \\ -P_y & 0 \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} c & -P_y \\ -P_x & 0 \end{vmatrix} + (-P_x)\begin{vmatrix} c & d \\ -P_x & -P_y \end{vmatrix}$$

$$= a\big[(d)(0) - (-P_y)(-P_y)\big] - b\big[(c)(0) - (-P_x)(-P_y)\big] + (-P_x)\big[(c)(-P_y) - (d)(-P_x\big]$$

ب- حالة تدنية الدخل تحت قيد المنفعة:

ب-1- تشكيل دالة لاغرانج:

وتتكون دالة لاغرانج من معادلة الميزانية إضافة إلى حاصل ضرب مضاعف لاغرانج (λ) في دالة المنفعة مصفرة،

ونكتب دالة لاغرانج رياضيا كما يلي:

$$\boldsymbol{L = R + \lambda\big(\overline{U} - f(x,y)\big)}$$

$$\boldsymbol{L = xP_x + yP_y + \lambda\big(\overline{U} - f(x,y)\big)}$$

حيث أن:

L: يمثل دالة لاغرانج (الدخل المقيد بالمنفعة)؛

$\boldsymbol{\lambda}$: يسمى مضاعف لاغرانج، وهو مجهول مساعد يمثل المنفعة الحدية للدخل.

ولحل دالة لاغرانج يجب تحقيق شرطين هما: الشرط اللازم والشرط الكافي.

ب-2- تطبيق شرطي تعظيم المنفعة:

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (x، y و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_x = \frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dR}{dx} - \lambda f'_x = 0 \Rightarrow P_x = \lambda f'_x = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$L'_y = \frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{dR}{dy} - \lambda f'_y = 0 \Rightarrow P_y = \lambda f'_y = 0 \dots\dots\dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \bar{U} - f(x,y) = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

أي أننا نحصل على جملة ثلاث معادلات من ثلاث متغيرات نقوم بحلها كما يلي:

بقسمة المعادلة رقم(1) على المعادلة رقم (2) أو بقسمة المعادلة رقم (2) على المعادلة رقم (1) نجد x بدلالة y أو العكس أي y بدلالة x.

أي:

$$\frac{\frac{dR}{dx}}{\frac{dR}{dy}} = \frac{\lambda f'_x}{\lambda f'_y} \Rightarrow \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

نلاحظ أن النسبة ما بين المنافع الحدية للسلعتين x و y مساوية للنسبة بين أسعارهما:

$$\frac{f'_x}{f'_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$x = f(y) \quad \text{أو} \quad y = f(x) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نحصل على الكميات المطلوبة من إحدى السلعتين x أوy ثم نعوض النتيجة المتحصل عليها في المعادلة رقم (4) نحصل على الكمية المطلوبة من السلعة الأخرى.

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أقل من الصفر أي سالب:

$$H = \begin{vmatrix} L''xx & L''xy & L''x\lambda \\ L''yx & L''yy & L''y\lambda \\ L''\lambda x & L''\lambda y & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} < 0$$

حيث نتبع نفس الطريقة المعتمدة في حالة تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل.

مثال:

بالرجوع إلى المثال السابق: دالة إشباع مستهلك $TU = 2XY$، علماً أن Px=2، Py=1، R=20.

المطلوب: تحديد التوليفة(x، y) التي تحقق توازن المستهلك في حالة تحقيق أعظم منفعة وحالة أدنى دخل باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج.

الحل:

1- حالة تعظيم المنفعة:

أ- تشكيل برنامج المستهلك:

برنامج المستهلك

$$\begin{cases} MAX: \quad TU = 2XY \\ \frac{S}{C}: \quad 20 = 2x + y \end{cases}$$

ب- تشكيل دالة لاغرانج:

$$\boldsymbol{L = f(x,y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)}$$

$$\boldsymbol{L = 2XY + \lambda(20 - 2x - y)}$$

ج- تطبيق شرطي تعظيم المنفعة:

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (x، y و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_x = \frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow 2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow 2y = 2\lambda \dots\dots (1)$$

$$L'_y = \frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow 2x - \lambda = 0 \Rightarrow 2x = \lambda \dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 20 - 2x - y = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة المعادلة رقم(1) على المعادلة رقم (2) نجد:

أي:

$$\frac{2y}{2x} = \frac{2\lambda}{\lambda} \Rightarrow \quad \frac{y}{x} = 2 \quad \Rightarrow \quad y = 2x \dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نحصل على:

$$20 - 2x - y = 0 \Rightarrow 20 - 2x - 2x = 0$$
$$\Rightarrow 20 - 4x = 0$$
$$\Rightarrow 4x = 20$$
$$\Rightarrow x = 5$$

بتعويض قيمة x في المعادلة رقم (4) نحصل على الكمية المطلوبة من السلعة y:

$$y = 2x$$
$$\Rightarrow y = 2(5)$$
$$\Rightarrow y = 10$$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر.

$$H = \begin{vmatrix} L''xx & L''xy & L''x\lambda \\ L''yx & L''yy & L''y\lambda \\ L''\lambda x & L''\lambda y & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} > 0$$

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$H = 0\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + (-2)\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 0[(0)(0) - (-1)(-1)] - 2[(2)(0) - (-2)(-1)] + (-2)[(2)(-1) - (0)(-2]$$

$$= 4 + 4 = 8 > 0$$

ومنه فالشرط الكافي محقق إذا فالتوليفة (x=5، y=10) هي التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك أي تحقق له أعظم منفعة التي تساوي:TU=100

$$TU = 2XY = 2(10 \times 5) = 100$$

2- **<u>حالة تدنية الدخل:</u>**

أ- تشكيل برنامج المستهلك:

برنامج المستهلك

$$\begin{cases} MIN: \quad R = 2x + y \\ \frac{S}{C}: \quad 100 = 2XY \end{cases}$$

ب- تشكيل دالة لاغرانج:

$$L = xP_x + yP_y + \lambda(\overline{U} - f(x,y))$$

$$L = 2x + y + \lambda(100 - 2xy)$$

ج- تطبيق شرطي تعظيم المنفعة:

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر أي أن:

$$L'_x = \frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow 2 - 2\lambda y = 0 \Rightarrow 2 = 2\lambda y \dots\dots (1)$$

$$L'_y = \frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - 2\lambda X = 0 \Rightarrow 1 = 2\lambda x \dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 100 - 2xy = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة المعادلة رقم(1) على المعادلة رقم (2) نجد:

أي:

$$\frac{2}{1} = \frac{2\lambda y}{2\lambda x} \Rightarrow \quad \frac{y}{x} = 2 \quad \Rightarrow \quad y = 2x \dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نحصل على:

$$100 - 2xy = 0 \Rightarrow 100 - 2x(2x) = 0$$
$$\Rightarrow 100 - 4x^2 = 0$$
$$\Rightarrow 4x^2 = 100$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{100}{4} = 25$$
$$\Rightarrow x = \sqrt{25}$$
$$\Rightarrow x = 5$$

بتعويض قيمة x في المعادلة رقم (4) نحصل على الكمية المطلوبة من السلعة y:

$$y = 2x$$
$$\Rightarrow y = 2(5)$$
$$\Rightarrow y = 10$$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أقل من الصفر.

$$H = \begin{vmatrix} L''xx & L''xy & L''x\lambda \\ L''yx & L''yy & L''y\lambda \\ L''\lambda x & L''\lambda y & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} < 0$$

$$H = \begin{vmatrix} 0 & -2\lambda & -2y \\ -2\lambda & 0 & -2x \\ -2y & -2x & 0 \end{vmatrix} >$$

لدينا من المعادلة رقم (01): $\lambda = \frac{1}{y} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

ولدينا من المعادلة رقم (02): $\lambda = \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(10)} = 0{,}1$

وبالتعويض نجد:

$$H = \begin{vmatrix} 0 & -0.2 & -20 \\ -0.2 & 0 & -10 \\ -20 & -10 & 0 \end{vmatrix} > 0$$

$$H = 0\begin{vmatrix} 0 & -10 \\ -10 & 0 \end{vmatrix} - (-0.2)\begin{vmatrix} 0.2 & -10 \\ -20 & 0 \end{vmatrix} + (-20)\begin{vmatrix} 0.2 & 0 \\ -20 & -10 \end{vmatrix}$$

$$= 0[(0)(0) - (-10)(-10)] - (-0.2)[(0.2)(0) - (-20)(-10)] + (-20)[(-0.2)(-10) - (0)(-20]$$

$$= -40 + -40 = -80 < 0$$

ومنه فالشرط الكافي محقق إذا فالتوليفة (x=5، y=10) هي التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك أمام منفعة TU=100، حيث أن الدخل الواجب تخصيصه لتحقيق هذا المستوى من الإشباع هو 20 وحدة نقدية.

$$R = 2x + y$$

$$R = 2(5) + 10 = 20$$

7- التبادل:

يتمكن المستهلك وهو في حالة التوازن أن يزيد من منفعته الكلية إذا تبادل السلع مع غيره ممن هم أيضا في حالة توازن، ولكن يواجهون أسعارا مختلفة، ولكي يشترك فردين في مبادلة اختيارية لا بد لكلاهما أن يكسب من ورائها وإلا فإن تحقيق خسارة أو عدم تحقيق مكسب لأي منهما يحمله على رفض المبادلة. وفي حالة تواجد فردين (A،B) وسلعتين (x، y) فمجال التبادل المربح يكون قائما الما اختلفت النسبة

بين المنفعة الحدية للسلعة x والمنفعة الحدية للسلعة y للفرد A، عن النسبة بين المنفعة الحدية للسلعة x والمنفعة الحدية للسلعة y للفرد B،[1] أي:

$$\left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^A \neq \left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^B$$

ومع تزايد الكمية المتبادلة يزداد اقتراب النسبتين من بعضهما حتى يتطابقا، وعندئذ لا يكون مجال لمزيد من التبادل المربح للطرفين وتصل عملية المبادلة إلى نهايتها.

مثال:

يوضح الجدول الموالي بيانات المنفعة الحدية لفردين A و B من السلعتين x و y، حيث أن توازن المستهلك A يكون عند (x=3، y=6)، أما توازن المستهلك B يكون عند (x=6، y=3).

الجدول رقم (19): المنفعة الحدية لفردين A و B من السلعتين x و y

Q	الفرد A		الفرد B	
	MU_x	MU_y	MU_x	MU_y
1	16	11	18	16
2	14	10	16	15
3	12	9	14	14
4	10	8	12	13
5	8	7	10	12
6	6	6	8	11
7	4	5	6	10
8	2	4	4	9

المطلوب:

1- هل هناك مجال للتبادل؟

2- وضح أنه بعد أن يتبادل الفردين A و B وحدة من x بوحدة من y فيما بينهما يظل أمامهما مجالا لإجراء مبادلة مربحة لكل منهما.

3- ما مقدار المنفعة الكلية للفرد A والفرد B إذا تبادلا فيما بينهما وحدة من x بوحدة أخرى من y.

[1]- دومينيك سلفاتور، مرجع سبق ذكره، ص 82.

4- هل مازال في مقدور الفردين A وB أن يربحا نتيجة تبادلها وحدة ثانية من x بوحدة من y فيما بينهما؟ ولماذا؟

الحل:

1- عند التوازن لدينا:

- المستهلك A: $\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{12}{6} = 2$
- المستهلك B: $\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{8}{14} = 0{,}57$

وبما أن نسبة المنفعتين الحديتين للمستهلك A لا تساوي نسبة المنفعتين الحديتين للمستهلك B، فهناك مبادلة مربحة بين الطرفين A وB.

$$\left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^A \neq \left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^B \Rightarrow [2]^A \neq [0{,}57]^B$$

2- انطلاقا من شرط التوازن بعد تنازل الفرد A وحدة من x مقابل وحدة من y يمنحها له الفرد B يصبح وضع التوازن للفرد A هو (x=4، y=5)، في المقابل يحصل الفرد B على وحدة من x يمنحها له الفرد A ويتنازل على وحدة من y ، فيصبح وضع التوازن للفرد B هو (x=5، y=4) .

وتصبح نسبة المنفعتين الحديتين كما يلي:

$$\left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^A \neq \left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^B \Rightarrow \left[\frac{10}{7}\right]^A \neq \left[\frac{10}{13}\right]^B$$

وبالتالي فإن الفردين A وB يمكنهما الحصول على قدر أكبر من المكاسب من خلال المزيد من التبادل.

3- ما مقدار المنفعة الكلية للفرد A والفرد B :

- قبل التبادل تكون المنافع الكلية للفردين A و B كما يلي:

$$TU_A(x=3, y=6) = (MU_1 + MU_2 + MU_3) + (MU_1 + MU_2 + MU_3 + MU_4 + MU_5 + MU_6$$
$$= (16 + 14 + 12) + (11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6)$$
$$= 42 + 51 = 93$$
$$TU_B(x=6, y=3) = (MU_1 + MU_2 + MU_3 + MU_4 + MU_5 + MU_6) + (MU_1 + MU_2 + MU_3) +$$
$$= (18 + 16 + 14 + 12 + 10 + 8) + (16 + 15 + 14)$$

$$= 78 + 45 = 123$$

- بعد التبادل تكون المنافع الكلية للفردين A و B كما يلي:

$$TU_A(x = 4, y = 5) = (MU_1 + MU_2 + MU_3 + MU_4) + (MU_1 + MU_2 + MU_3 + MU_4 + MU_5)$$
$$= (16 + 14 + 12 + 10) + (11 + 10 + 9 + 8 + 7)$$
$$= 52 + 45 = 97$$
$$TU_B(x = 5, y = 4) = (MU_1 + MU_2 + MU_3 + MU_4 + MU_5) + (MU_1 + MU_2 + MU_3 + MU_4) +$$
$$= (18 + 16 + 14 + 12 + 10) + (16 + 15 + 14 + 13)$$
$$= 70 + 58 = 128$$

4- بعد أن يتنازل الفرد A عن وحدتين من x مقابل وحدتين من y يمنحهما له الفرد B يصبح وضع التوازن للفرد A هو (x=5، y=4)، في المقابل يحصل الفرد B على وحدتين من x يمنحهما له الفرد A ويتنازل على وحدتين من y ، فيصبح وضع التوازن للفرد B هو (x=4، y=5) .

وتصبح نسبة المنفعتين الحديتين كما يلي:

$$\left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^A = \left[\frac{MU_x}{MU_y}\right]^B \Rightarrow \left[\frac{8}{8}\right]^A = \left[\frac{12}{12}\right]^B$$

وبالتالي تتساوي نسبة المنفعتين الحديتين للفردين A و B ولا يمكنهما تحقيق المزيد من المكاسب من خلال المزيد من التبادل.

8- اشتقاق منحنى الطلب:

يمكننا اشتقاق منحنى الطلب على سلعة ما باستخدام قانون تناقص المنفعة الحدية، ومبدأ توازن المستهلك، ولتحقيق ذلك علينا أن نبدأ من وضع يكون فيه المستهلك في حالة توازن ومنه نحصل على نقطة واحدة على منحنى طلب الفرد للسلعة موضع البحث، ثم نسمح لسعر السلعة (مع بقاء الدخل وسعر السلع الأخرى ثابتين)، الأمر الذي سوف يؤدي إلى تحريك حالة التوازن التي بدأنا بها في اتجاه نقطة توازن أخرى مع تغير الكمية المطلوبة من السلعة، ومن حالة التوازن الجديدة نحصل على نقطة أخرى على منحنى الطلب للفرد، وبتكرار تغير السعر وتغير الكمية لعدد من المرات نتوصل إلى سلسلة من النقط التوازنية ومنها نحصل على منحنى طلب الفرد للسلعة.

مثال 1:

لدينا الجدول الموالي الذي يمثل المنافع الحدية للسلعتين x و y، نفترض أننا نريد اشتقاق منحنى طلب الفرد للسلعة x . حيث أن وضع التوازن هو (x= 3، y=6) مع العلم أن سعر السلعتين هو:

$P_x=2$ و $P_y= 1$.

الجدول رقم (20): المنافع الحدية للسلعتين x و y

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
MU_x	16	14	12	10	8	6	4	2
MU_y	11	10	9	8	7	6	5	4

الحل:

إذا افترضنا أن سعر السلعة x انخفض وأصبح $P_x=1$، فإن حالة التوازن سوف تختل أي:

$$\frac{MU_x}{P_x} \neq \frac{MU_y}{P_y} \Rightarrow \frac{12}{1} \neq \frac{6}{1}$$

الأمر يتطلب انخفاض MU_x فتصبح تساوي MU_x =6.

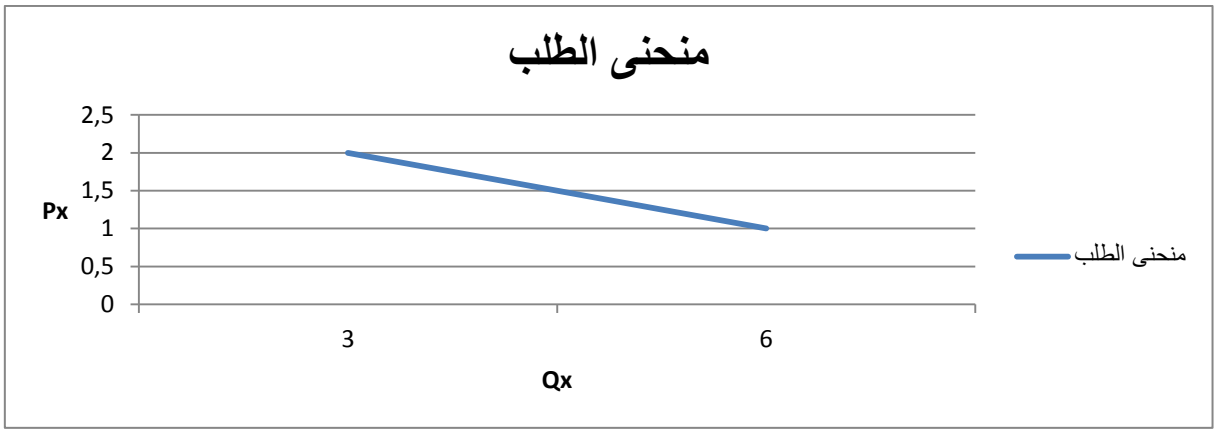
وبالتالي ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة x فتصبح $Q_x = 6$.

أي أنه نصل إلى نقطة توازن جديدة على منحنى طلب الفرد للسلعة x ويصبح التوازن كما يلي:

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \Rightarrow \frac{6}{1} = \frac{6}{1}$$

وبالربط بين النقطتين السابقتين للتوازن نحصل على منحنى الطلب d_x .

الشكل رقم (90): منحنى الطلب



ملاحظة: عندما تكون المنفعة الحدية والكلية معطاة بشكل دوال رياضية يتم إيجاد دالة الطلب للسلعة المدروسة اعتمادا على شرط التوازن.

مثال 2:

لتكن لدينا دالة المنفعة لمستهلك ما على الشكل التالي: $TU = 2xy$

المطلوب: إيجاد دالة الطلب لكل من السلعة x و y.

الحل:

لدينا:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ R = x\,P_x + yP_y \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$MU_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = 2y$$

$$MU_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = 2x$$

وبالتعويض في المعادلة رقم 1 نجد:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{2y}{2x} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{xP_x}{P_y} \dots\dots\dots\dots (3)$$

بتعويض 3 في المعادلة رقم 2 نجد:

$$R = x\,P_x + yP_y \quad \Rightarrow R = x\,P_x + \left(\frac{xP_x}{P_y}\right)P_y$$

$$\Rightarrow R = x\,P_x + xP_x$$

$$\Rightarrow R = 2x\,P_x$$

$$\Rightarrow x = \frac{R}{2\,P_x} \dots\dots\dots\dots\dots (4) \quad \rightarrow \text{ دالة الطلب على السلعة x}$$

بتعويض 4 في المعادلة رقم 3 نجد دالة الطلب على السلعة y:

$$y = \frac{xP_x}{P_y} = \frac{\left(\frac{R}{2\,P_x}\right)P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{R}{2\,P_y} \quad \rightarrow \text{ دالة الطلب على السلعة y}$$

9- الكميات المشتراة من السلعة الأخرى:

الكميات المشتراة من السلعة (y) يرتبط بشكل منحنى الطلب للسلعة الأولى (x) أي بمرونة الطلب السعرية لها.[1]

فمثلا بانخفاض سعر السلعة (x) فإن الكمية المطلوبة من السلعة y تكون:[2]

- إذا كانت مرونة منحنى الطلب تساوي 1 أي $\mathrm{Ed}_x = 1$ تبقى الكمية المطلوبة من السلعة y دون تغيير.
- إذا كانت منحنى الطلب مرنا أي $Ed_x > 1$ تنخفض الكمية المطلوبة من السلعة y .
- إذا كانت منحنى الطلب غير مرن أي $\mathrm{Ed}_x < 1$ تزداد الكمية المطلوبة من السلعة y .

مثال:

بالرجوع إلى المثال 1 السابق الخاص باشتقاق منحنى الطلب، نلاحظ أنه عندما انخفض سعر السلعة x من 2 =P_x إلى 1=P_x، أن مرونة منحنى الطلب للسلعة x تساوي 1،

$$Ed = -\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \times \frac{P_a + P_b}{Q_a + Q_b}$$
$$= -\frac{3}{-1} \times \frac{3}{9} = 1$$

ومنه بما أن مرونة منحنى الطلب تساوي 1 أي Edx=1 فإن الكمية المطلوبة من السلعة y بقيت دون تغيير $Q_y = 6$ عندما 2 =P_x وكذلك عندما انخفض سعر السلعة x إلى 1=P_x بقيت $Q_y = 6$.

10- الأثر الإحلالي والأثر الدخلي:

إن تغير إشباع المستهلك وانتقاله من وضع توازني إلى وضع توازن أخر عندما يتغير سعر إحدى السلعتين مع ثبات العوامل الأخرى المطلوبة، وبالتالي تغير التراكيب المستهلكة المختلفة من السلع يمكن رده إلى اثرين اثنين، الأول إحلالي والثاني دخلي.[3]

ويمكن شرحهما كما يلي:[4]

أ- الأثر الإحلالي: هو قيام الفرد بإحلال السلعة التي انخفض سعرها محل سلعة أخرى لم يتغير سعرها، حيث يعمل الأثر الإحلالي على زيادة الكمية المطلوبة من السلعة التي انخفض سعرها، أي:

[1] - عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 44.
[2] - المرجع نفسه.
[3] - المرجع السابق، ص 45.
[4] - سلسلة شوم، مرجع سبق ذكره، ص 84.

انخفاض P_x ⟵ ارتفاع Q_x

ب- الأثر الدخلي:

إذا انخفض سعر السلعة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، ترتفع القدرة الشرائية للفرد أي زيادة الدخل الحقيقي له.

- حيث أنه إذا كانت السلعة عادية فإن المستهلك في حالة انخفاض سعرها يزيد من الكمية التي يشتريها منها، وإذا ارتفع سعرها يخفض من الكمية التي يشتريها منها أي:

السلعة العادية: انخفاض السعر P_x ⟵ ارتفاع الكمية المطلوبة Q_x

ارتفاع السعر P_x ⟵ انخفاض الكمية المطلوبة Q_x

وبالتالي فالأثران الإحلالي والدخلي يعملان في نفس الاتجاه في حالة السلعة العادية

حيث أن: منحنى الطلب يكون دائما سالب الميل في حالة السلعة العادية.

- أما إذا كنت السلعة دنيا ففي حالة انخفاض سعرها فإن المستهلك يعمل على تخفيض استهلاكه منها، وفي حالة ارتفاع سعرها يزيد الكمية المطلوبة منها أي:

السلعة الدنيا: انخفاض السعر P_x ⟵ انخفاض الكمية المطلوبة Q_x

ارتفاع السعر P_x ⟵ ارتفاع الكمية المطلوبة Q_x

وبالتالي فالأثران الإحلالي والدخلي يعملان في اتجاهين متعاكسين في حالة السلعة الدنيا

حيث أنه: [1]

- ✓ إذا كان **الأثر الاحلالي > الأثر الدخلي** فإن منحنى طلب السلعة الدنيا يكون سالب الميل وهي الحالة الشائعة.
- ✓ إذا كان **الأثر الاحلالي < الأثر الدخلي** فإن منحنى طلب السلعة الدنيا يكون موجب الميل.
- ✓ إذا كان **الأثر الاحلالي = الأثر الدخلي** منحنى طلب السلعة الدنيا يكون عمودي.

[1] - عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 45.

ثانيا: تحليل سلوك المستهلك باستخدام منحنيات السواء (نظرية المنفعة الترتيبية)

تعتمد نظرية المنفعة القياسية على فرضية قابلية المنفعة للقياس الكمي والتعبير عنها في شكل عددي، لذلك فإن الدراسات الحديثة ترفض نظرية المنفعة القياسية لعدة أسباب تتمثل فيما يلي:[1]

أ- عدم إمكانية قياس المنفعة كميا من طرف المستهلك.

ب- عدم واقعية فرضية ثبات المنفعة الحدية للنقود.

ج- عدم صحة فرضية تناقص المنفعة الحدية ميدانيا إذا تطرقت الدراسة للسلع غير الغذائية.

لذلك جاء التحليل الحديث لسلوك المستهلك باستخدام منحنيات السواء (القياس الترتيبي للمنفعة) الذي يقوم على أنه لا يمكن قياس المنفعة قياسا كميا بل يمكن قياسها بشكل ترتيبي أي ترتيب سلم الأولويات في اختياره لمجموعة من السلع التي يرغب بها، ومن بين افتراضات هذا الأسلوب ما يلي:[2]

- ✓ قدرة المستهلك على التفضيل؛
- ✓ العقلانية والمنطقية؛
- ✓ تكون السلع قابلة للتجزئة بشكل لا متناهي، مما يجعل تابع المنفعة تابعا مستمرا رياضيا؛
- ✓ وجود علاقة إحلال بين السلع.

1- تعريف منحنيات السواء:

تمثل منحنيات السواء التوليفات المختلفة من السلعتين x و y التي تعطي للمستهلك نفس الإشباع أو المنفعة أو الرضا،[3] ويمكن كتابة دالة منحنى السواء أو دالة المنفعة كما يلي:

$$TU = f(Q_x, Q_y)$$

أي أن:

منحنى السواء ⟵ محل هندسي للتوليفات المختلفة من x و y ⟵ تحقق نفس مستوى الإشباع.

[1]- عبلة لمسلف، مرجع سبق ذكره، ص29.
[2]- عماري عمار، مرجع سبق ذكره.
[3]- عمر صخري، مرجع سبق ذكره، ص 57.

❖ إن المستهلك أثناء عملية الاختيار بين التركيبات المختلفة من السلع (x، y) عليه أن يختار التركيبات التي تحقق له أكبر إشباع ممكن، لذى فهو يختار التركيبات الواقعة على أعلى منحنى سواء يمكن بلوغه بواسطة دخله المتاح، فكلما ارتفع منحنى السواء إلى الأعلى كان ذلك دليلا على تحقيق قدر أكبر من المنفعة (الإشباع) وكلما انخفض منحنى السواء إلى الأسفل كان ذلك دليلا على تحقيق قدر أقل من المنفعة .[1]

مثال:

يوضح الجدول التالي بيانات نقاط تقع على ثلاث منحنيات سواء مختلفة لمستهلك ما، المطلوب تمثيل منحنيات السواء لهذا المستهلك.

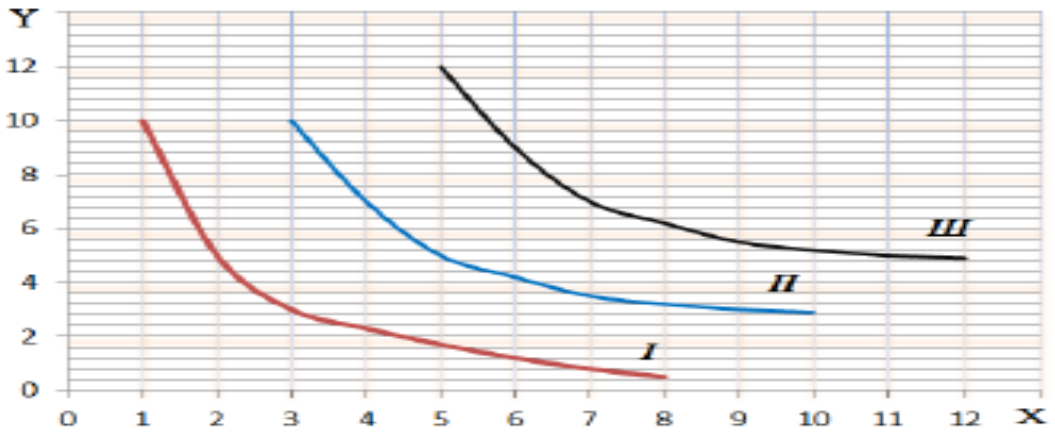
الجدول رقم (21): منحنيات السواء لمستهلك ما

منحنى السواء I		منحنى السواء II		منحنى السواء III	
Q_x	Q_y	Q_x	Q_y	Q_x	Q_y
1	10	3	10	5	**12**
2	5	4	7	6	**9**
3	3	5	5	7	**7**
4	2 .3	6	4.2	8	**6.2**
5	1.7	7	3.5	9	**5.5**
6	1.2	8	3.2	10	**5.2**
7	0.8	9	3	11	**5**
8	0.5	10	2.9	12	**4.9**

والشكل رقم 91 يوضح منحنيات السواء السابقة.

[1]- عصام بودور، مرجع سبق ذكره، ص 18.

الشكل رقم (91): منحنيات السواء



نلاحظ أن جميع النقاط الواقعة على نفس منحنى السواء تحقق نفس القدر من الإشباع أو المنفعة لهذا المستهلك أي أن استهلاك التركيبة (x=1، y=10) أوالتركيبة (x=2، y=5)أو التركيبة (x=3، y=3)، تحقق لهذا المستهلك نفس مستوى الإشباع لأنها جميعها تقع على نفس منحنى السواء رقم (I)، نفس الشيء بالنسبة لمنحنى السواء رقم (II) و(III)، كما أن مستوى الاشباع في المنحنى رقم (III) أكبر من المنحنى رقم (II) ومن المنحنى رقم (I).

2- خصائص منحنيات السواء:

لمنحنيات السواء خصائص تتمثل فيما يلي:[1]

أ- منحنيات السواء متناقصة أي لها انحدار سالب، تنحدر إلى الأسفل من اليسار إلى اليمين حتى يمكن المحافظة على نفس الإشباع ويقاس انحداره بما نسميه بالمعدل الحدي للإحلال.

وتناقص المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين MRS_{xy} يعني أنه كلما زادت الوحدات التي يستهلكها المستهلك من السلعة x، كلما انخفضت الكمية التي يجب عليه التضحية بها من السلعة y لتحل محل وحدة واحدة من السلعة x مع المحافظة على نفس الإشباع.

واعتمادا على تابع المنفعة الكلي والذي يرمز إلى منحنى سواء معين: $TU = f(Q_x, Q_y)$

وبحساب التفاضل العام لهذه الدالة نحصل على ما يلي:

$$dTU = f'_x dQ_x + f'_y dQ_y$$

[1]- أنظر: - بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 98.
- عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 51.
سلسلة شوم، مرجع سبق ذكره، ص 105.

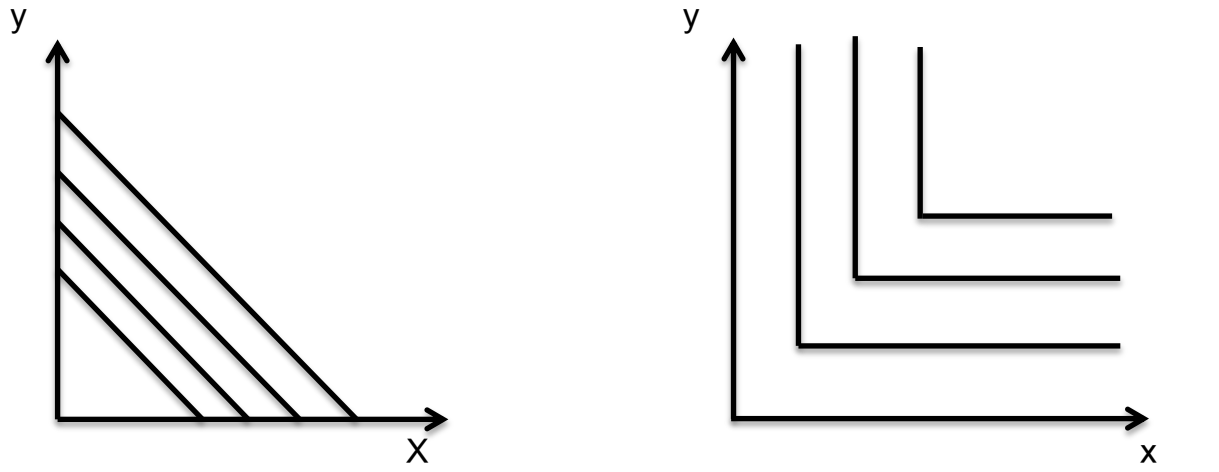
$$f'_x dQ_x + f'_y dQ_y = 0$$
$$\Rightarrow f'_x dQ_x = -f'_y dQ_y$$
$$\Rightarrow -\frac{dQ_y}{dQ_x} = \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

لدينا ذات $\frac{MU_x}{MU_y}$ قيمة موجبة ومنه فإن:

$$-\frac{dQ_y}{dQ_x} > 0 \Rightarrow -\frac{dQ_y}{dQ_x} < 0$$

ب–منحنيات السواء محدبة اتجاه نقطة الأصل وهو يدل على تناقص المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين باستثناء حالة السلع المتكاملة، وحالة السلع التي يمكن إحلالها محل بعضها إحلالا تاما، والشكلين التاليين يوضحان ذلك.

الشكل رقم (92): شكل منحنيات السواء في حالة السلع المتكاملة

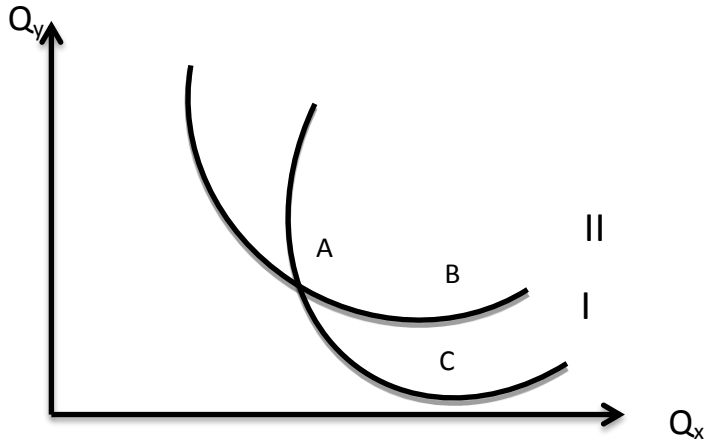


مجموعة منحنيات سواء لسلعين متكاملتين

مجموعة منحنيات سواء لسلعتين يمكن إحلال كل منهم محل الأخرى إحلال تام

ج– منحنيات السواء لا تتقاطع لأنه يترتب عن تقاطعها نتائج غير منطقية، ولإثبات ذلك نلاحظ الشكل التالي:

الشكل رقم (93): تقاطع منحنيات السواء



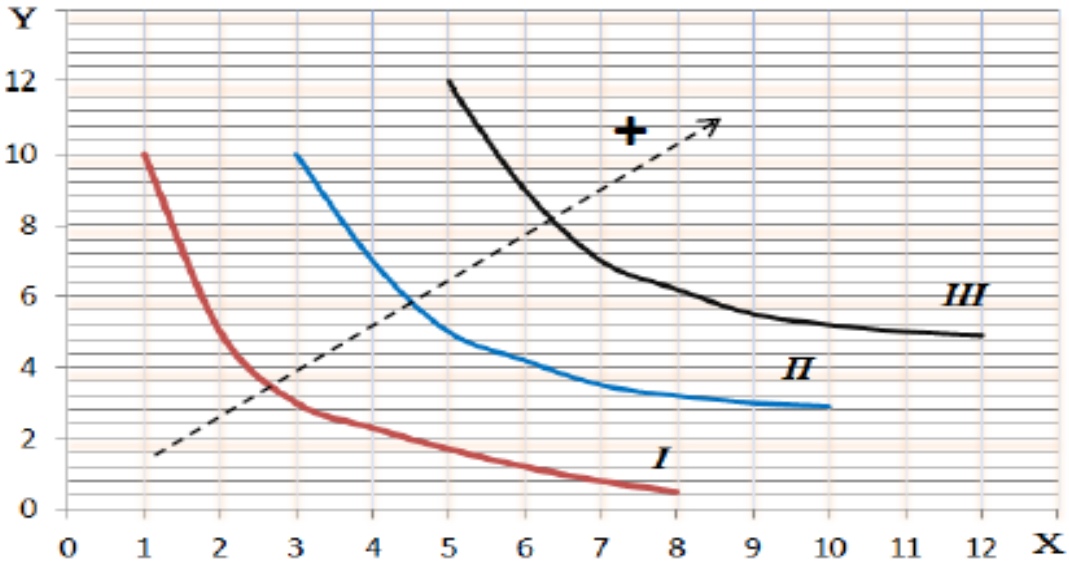
نلاحظ أن النقطتان A و B تقعان على نفس منحنى السواء رقم I لذلك فهما تحققان نفس مستوى الإشباع، كما أن النقطتان A و C تقعان على نفس منحنى السواء رقم II لذلك فهما تحققان نفس مستوى الإشباع، هذا يعني أن النقطتان B و C لابد أن يحققا نفس مستوى الإشباع حسب علاقة التعدي، ووفقا لتعريف منحنيات السواء فهما بالتالي يقعان على نفس منحنى السواء وليس على منحنيين مختلفين (B تقع على منحنى سواء مستوى إشباعه أعلى من منحنى السواء الذي تقع عليه النقطة C)، وبالتالي يستحيل أن تتقاطع منحنيات السواء.

3- خريطة السواء:

يتم تمثيل تفضيلات المستهلك بأكثر من منحنى سواء واحد، والشكل الذي يحتوي على مجموعة من منحنيات السواء يسمى بخارطة السواء، حيث أنه في خارطة السواء يزداد الإشباع كلما ابتعدنا عن نقطة الأصل، فمنحنيات السواء التي تقع بعيدًا عن نقطة الأصل تمثل مستوى إشباع أعلى من المنحنيات التي تقع قريباً من نقطة الأصل.

إن الذي يحدد مستوى الإشباع هو دخل المستهلك، فكلما ارتفع مستوى الدخل كلما ارتفع مستوى الإشباع الذي يحققه المستهلك فالمستهلك لا يستطيع اختيار أي منحنى سواء يرغبه لأنه مقيد بدخله. حيث أن مستوى الإشباع يأخذ الشكل التالي: $I < II < III$

الشكل رقم (94): إتجاه مستوى الاشباع في منحنيات السواء



4- المعدل الحدي للإحلال:

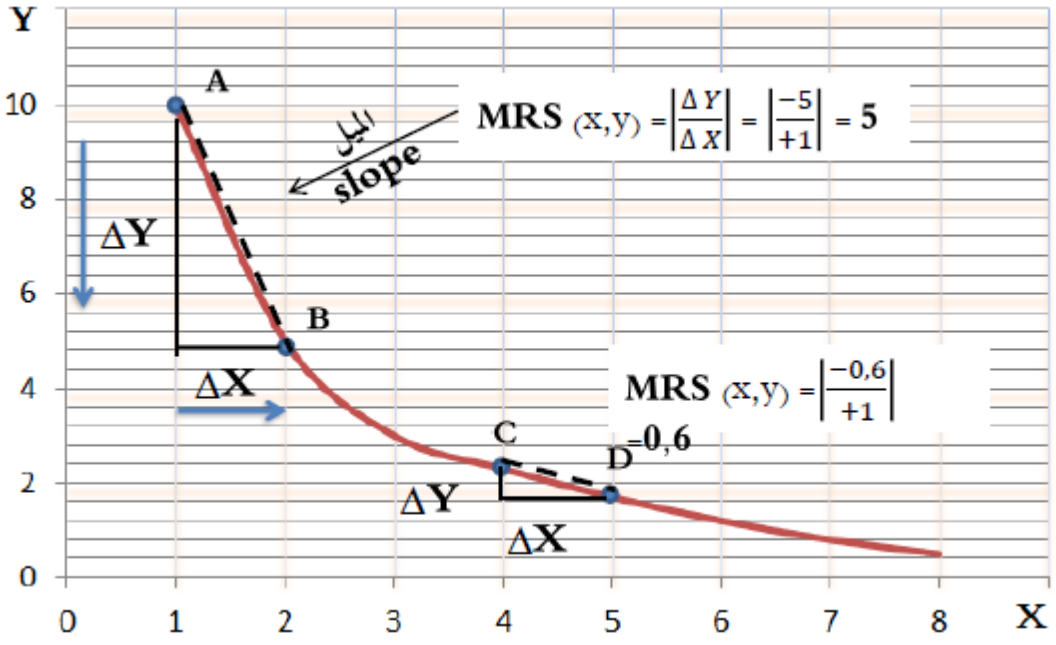
يعرف المعدل الحدي لإحلال x محل y (MRS_{xy}) بأنه كمية السلعة y التي يكون المستهلك مستعد للتنازل عنها من أجل الحصول على وحدة إضافية واحدة من السلعة x، مع بقائه على نفس منحنى السواء.[1] حيث أن:

- ✓ المعدل الحدي للإحلال MRS_{xy} بين نقطتين على نفس منحنى السواء ليس إلا الميل المطلق (القيمة الموجبة) للوتر الواصل بين هاتين النقطتين؛
- ✓ يتناقص المعدل الحدي للإحلال MRS_{xy} كلما تحركنا إلى أسفل منحنى السواء.

والشكل التالي يوضح ذلك:

[1]- سلسلة شوم، مرجع سبق ذكره، ص 104.

الشكل رقم (95): المعدل الحدي للاحلال MRS_{xy}



أ- المعدل الحدي للإحلال من الناحية الرياضية:

إذا كانت لدينا دالة المنفعة الكلية من الشكل التالي: $TU = f(Q_x, Q_Y)$

بما أن المستهلك ينتقل على نفس منحنى السواء فإن مقدار التغير في مستوى الإشباع عند الانتقال من نقطة إلى أخرى على هذا المنحنى يكون معدوما أي أن:

$$\partial TU = 0$$

$$\partial TU = \frac{\partial TU}{\partial Q_x}\Delta Q_x + \frac{\partial TU}{\partial Q_y}\Delta Q_y = 0$$

$$MU_x \Delta Q_x + MU_y \Delta Q_y = 0$$

$$\Rightarrow MU_x \Delta Q_x = -MU_y \Delta Q_y$$

$$\Rightarrow -\frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$\Rightarrow MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = -\frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x}$$

$$\Rightarrow MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \left|\frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x}\right|$$

مثال:

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل التراكيب المختلفة من السلعتين x و y لمستهلك ما والتي تحقق نفس مستوى الإشباع. **والمطلوب** هو حساب المعدل الحدي لإحلال x محل y (MRS_{xy}).

الحل:

المعدل الحدي للإحلال يحسب كما يلي:

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x}\right| = \left|\frac{Q_{y2} - Q_{y1}}{Q_{x2} - Q_{x1}}\right|$$

مثلا: بالنسبة لمنحنى السواء رقم (I):

$$MRS_{xy1} = \left|\frac{Q_{y2} - Q_{y1}}{Q_{x2} - Q_{x1}}\right| = \left|\frac{5 - 10}{2 - 1}\right| = 5$$

$$MRS_{xy2} = \left|\frac{3 - 5}{3 - 2}\right| = 2$$

$$MRS_{xy3} = \left|\frac{2.3 - 3}{4 - 3}\right| = 0.7$$

$$MRS_{xy4} = \left|\frac{1.7 - 2.3}{5 - 4}\right| = 0.6$$

وبنفس الطريقة نكمل مع بقية القيم بالنسبة لمنحنى السواء رقم (II) ورقم (III) فيظهر لنا الجدول الموالي.

الجدول رقم (22): حساب المعدل الحدي للاحلال MRS_{xy}

منحنى السواء I		MRS_{xy}	منحنى السواء II		MRS_{xy}	منحنى السواء III		MRS_{xy}
Q_x	Q_y		Q_x	Q_y		Q_x	Q_y	
1	10	-	3	10	-	5	12	-
2	5	5	4	7	3	6	9	**3**
3	3	2	5	5	2	7	7	**2**
4	2 .3	0.7	6	4.2	0.8	8	6.2	**0.8**
5	1.7	0.6	7	3.5	0.7	9	5.5	**0.7**
6	1.2	0.5	8	3.2	0.3	10	5.2	**0.3**
7	0.8	0.4	9	3	0.2	11	5	**0.2**
8	0.5	0.3	10	2.9	0.1	12	4.9	**0.1**

الشرح:

من خلال الجدول أعلاه نلاحظ أنه في كل مرة يحدث إحلال للسلعة x محل y يحصل المستهلك على كميات اضافية من x الأمر الذي يعمل على تناقص منفعتها الحدية MU_x، وتناقص في كميات السلعة y يؤدي إلى تزايد منفعتها الحدية MU_y في نفس الوقت، وهذا ما يفسر التناقص المستمر لقيمة المعدل الحدي لإحلال x محل y (MRS_{xy}).

5- خط قيد الميزانية:

يوضح خط قيد الميزانية جميع التوليفات المختلفة (x,y) التي يمكن أن يشتريها من السلعتين x وy بتحديد دخله النقدي وأسعار هاتين السلعتين (P_x,P_y).[1]

فإذا كان R يمثل دخل المستهلك، P_x و P_y هما أسعار السلعين x وy، فإن معادلة الميزانية (خط الدخل) للمستهلك تكتب على الشكل التالي:

$$R = xP_x + yP_y$$

وهذا يعني أن مجموع كل المبالغ المنفقة على السلعة x والمبالغ المنفقة على السلع y يجب أن تساوي الدخل المحدود R، ومن معادلة الميزانية يمكن استخراج معادلة خط الميزانية (خط الدخل) وتكتب كما يلي:

$$Y = \frac{R}{P_y} - (\frac{R}{P_x})x$$

ولتمثيل معادلة خط الميزانية بيانيا، نحتاج إلى نقطتين وقد جرت العادة عند تحديد هاتين النقطتين، أخذ الحالتين المتطرفتين، أي عندما يمارس المستهلك التخصص في استهلاكه، بمعنى أننا نفترض أن المستهلك يوزع في كل مرة دخله بالكامل من أجل الحصول على كميات معينة من سلعة واحدة ، ومن ثم لا يحصل على أي شيء من السلعة الأخرى و ذلك على النحو التالي:[2]

أ- نفترض أن المستهلك ينفق دخله بالكامل على السلعة x ومن ثم فإن (y=0) ، وبتعويض قيمة y في معادلة خط الميزانية نجد قيمة x:

$$R = xP_x + (0)P_y$$

[1]-دومينيك سلفاتور، مرجع سبق ذكره، ص 105.

[2]- عبد القادر بوالسبت، مرجع سبق ذكره، ص ص 53_54.

$$\Rightarrow x = \frac{R}{P_x}$$

وتتجسد بيانيا بنقطة التقاء خط الميزانية مع محور السلعة x، أي المحور الأفقي (محور الفواصل).

ب- نفترض أن المستهلك ينفق دخله بالكامل على السلعة y ومن ثم فإن (x=0) ، وبتعويض قيمة x في معادلة خط الميزانية نجد قيمة y:

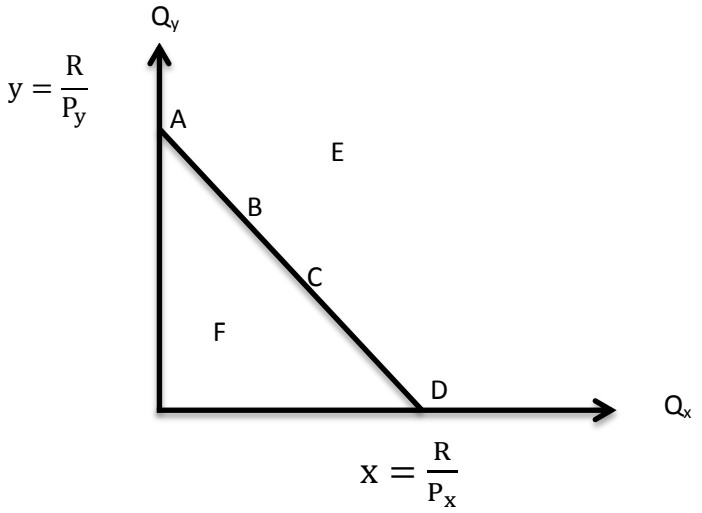
$$R = (0)P_x + yP_y$$

$$\Rightarrow y = \frac{R}{P_y}$$

وتتجسد بيانيا بنقطة التقاء خط الميزانية مع محور السلعة y، أي المحور العمودي (محور التراتيب).

وبالتالي فإن معادلة خط الميزانية تمثل معادلة خط مستقيم سالب الميل ميله هو$(-\frac{P_x}{P_y})$ ، وإحداثياته هي $(\frac{R}{P_y}، \frac{R}{P_x})$، أي تأخذ الشكل التالي:

الشكل رقم (96): منحنى خط الميزانية



من خلال الشكل البياني نلاحظ أن النقاط A و B وC وD تقع على خط الميزانية وهي نقاط ممكنة، حيث تمثل النقطة A إنفاق كل الدخل على السلعة y، أما النقطة D فتمثل إنفاق كلالدخل على السلعة x، أما النقطتين فتمثلان توزيع الدخل بين السلعتين x و y، أما النقطة F فتقع داخل حدود الإمكانيات وتعني أن المستهلك لا ينفق كل دخله على السلعتين x وy ، وبالتالي فإن النقاط Aو B وC وD و F تقع في المساحة المحصورة بين خط الميزانية والمحورين والتي تمثل **فضاء الميزانية** ويمثل هذا الفضاء جميع التوليفات التي يمكن أن يحصل عليها المستهلك إذا أنفق الدخل كاملا أو جزء منه وذلك في ظل

الأسعار السائدة في السوق، ويمكن التعبير عن هذا الفضاء بالعلاقة التالية: $xP_y + yP_y \leq R$ ، أما النقطة E فتقع خارج حدود الإمكانيات وتمثل مجموعة لا يمكن شراؤها في ظل الإمكانيات المتاحة.

مثال:

ليكن لدينا دخل مستهلك ما هو R=100، وأسعار السلعتين x و y هما:

Px=20 ، Py= 10، **المطلوب:** تمثيل معادلة خط الميزانية (خط الدخل)

الحل: لدينا معادلة خط الميزانية من الشكل التالي:

$$R = xP_x + yP_y$$
$$\Rightarrow R = 20x + 10y$$
$$\Rightarrow 100 = 20x + 10y$$

- ✓ عندما ينفق المستهلك كامل دخله على السلعة x فإن y=0، وبتعويض قيمة y في معادلة خط الميزانية نجد قيمة x:

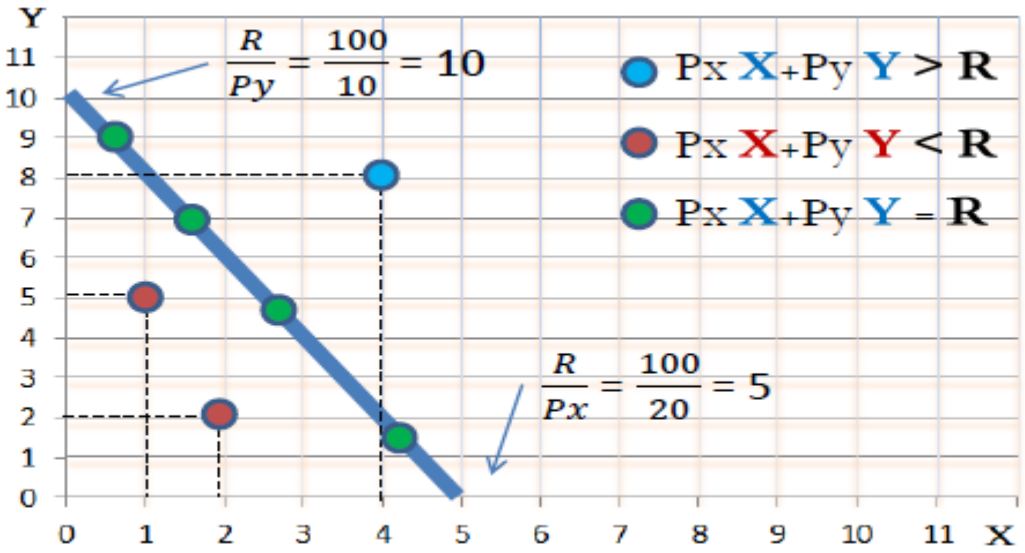
$$100 = 20x + 10y$$
$$\Rightarrow 100 = 20x + 10(0)$$
$$\Rightarrow x = \frac{100}{20} = 5$$

- ✓ عندما ينفق المستهلك كامل دخله على السلعة y فإن x=0، وبتعويض قيمة x في معادلة خط الميزانية نجد قيمة y:

$$100 = 20x + 10y$$
$$\Rightarrow 100 = 20(0) + 10y$$
$$\Rightarrow x = \frac{100}{10} = 10$$

والشكل الموالي يوضح ذلك:

الشكل رقم (97): تمثيل معادلة خط الميزانية



6- انتقال خط الميزانية:

يتغير خط الميزانية عندما تتغير أحد محدادته (ثوابت معادلة خط الميزانية) أي عندما يتغير دخل المستهلك R وبقاء أسعار السلعتين ثابتين، أو تغير سعر إحدى السلعتين وبقاء دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى ثابتين.

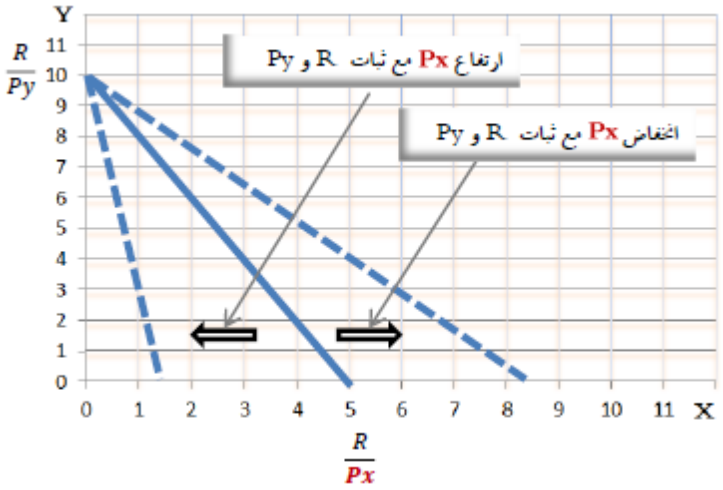
أ- تغير سعري إحدى السلعتين مع ثبات دخل المستهلك R وسعر السلعة الأخرى:

في هذه الحالة فإن خط الميزانية لا ينتقل بكامله كما هو الحال في حالة تغير دخل المستهلك، إنما يستدير حول نفسه مرتكزا على النقطة الواقعة على محور السلعة التي لم يتغير سعرها.

❖ **تغير سعر السلعة x مع ثبات دخل المستهلك R وسعر السلعة y:**

فعندما يزداد سعر السلعة (x) وثبات سعر السلعة (y) ينتقل منحنى خط الميزانية إلى اليسار من جهة السلعة (x) مع ثباته في نفس النقطة من جهة السلعة (y) التي بقي سعرها ثابت، وبالتالي انخفاض الكمية المشتراة من السلعة (x)، والعكس عندما ينخفض سعر السلعة (x) وثبات سعر السلعة (y) ينتقل منحنى خط الميزانية إلى اليمين من جهة السلعة (x) مع ثباته في نفس النقطة من جهة السلعة (y) التي بقي سعرها ثابت وبالتالي زيادة الكمية المشتراة من السلعة (x).والشكل الموالي يوضح ذلك.

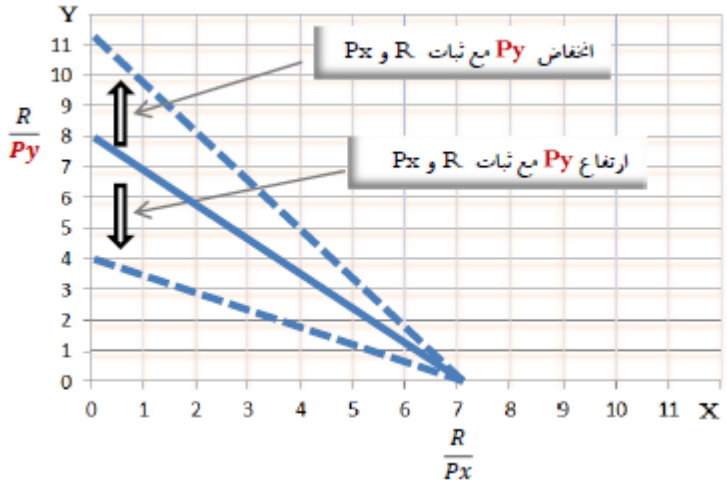
الشكل رقم (98): انتقال خط الميزانية عند تغير سعر السلعة x مع ثبات دخل المستهلك R وسعر السلعة y



❖ **تغير سعر السلعة y مع ثبات دخل المستهلك R وسعر السلعة x:**

فعندما يزداد سعر السلعة (y) وثبات سعر السلعة (x) ينتقل منحنى خط الميزانية إلى اليمين من جهة السلعة (y) مع ثباته في نفس النقطة من جهة السلعة (x) التي بقي سعرها ثابت، وبالتالي انخفاض الكمية المشتراة من السلعة (y)، والعكس عندما ينخفض سعر السلعة (y) وثبات سعر السلعة (x) ينتقل منحنى خط الميزانية إلى اليسار من جهة السلعة (y) مع ثباته في نفس النقطة من جهة السلعة (x) التي بقي سعرها ثابت وبالتالي زيادة الكمية المشتراة من السلعة (y).والشكل الموالي يوضح ذلك.

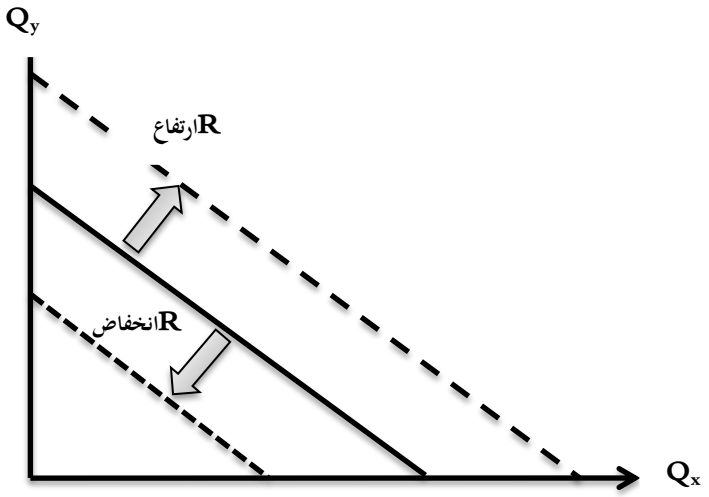
الشكل رقم (99): انتقال خط الميزانية عند تغير سعر السلعة y مع ثبات دخل المستهلك R وسعر السلعة y



ب- تغير دخل المستهلك R مع ثبات أسعار السلعتين:

فعندما يزداد دخل المستهلك R مع بقاء أسعار السلعتين ثابتين ينتقل منحنى خط الميزانية إلى الأعلى أي إلى اليمين، أما عندما ينخفض دخل المستهلك R مع بقاء أسعار السلعتين ثابتين ينتقل منحنى خط الميزانية إلى الأسفل أي إلى اليسار، كما هو موضح في الشكل الموالي.

الشكل رقم (100): انتقال خط الميزانية عند تغير دخل المستهلك R مع ثبات أسعار السلعتين



7- الأشكال المختلفة لمنحنى السواء:

إن منحنيات السواء تكون في العادة محدبة نحو نقطة الأصل، لكن قد تأخذ أشكالا خاصة ومتباينة سواء من حيث تقعرها أو من حيث الإستقامة، ويتوقف ذلك على طبيعة العلاقة ما بين السلعتين من جهة، وعلى أذواق المستهلكين من جهة أخرى. ويمكن شرح ذلك كما يلي: [1]

أ- حسب طبيعة العلاقة بين السلعتين:

نميز بين حالتين:

السلع المتكاملة:

ونكون أمام هذه الحالة عندما يتعذر الإحلال بين السلعتين، وأن المنفعة لا تتحقق باستهلاك السلعتين معا، حيث أن منحنى السواء يأخذ شكل المحورين المتعامدين مكونين فيما بينهما زاوية قائمة، وأن المستهلك سيبقى على نفس منحنى السواء مهما كانت الكميات المعروضة عليه من إحدى السلعتين، إذا كانت كميات السلعة الأخرى ثابتة، وأنه من أجل الانتقال إلى منحنى سواء آخر (لاحق) محصلا بذلك على مستوى منفعة أكبر، فلابد من زيادة كميات السلعتين معا، وبنفس النسبة .

كما أن المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}) في هذه الحالة إما يكون لا نهائيا أو مساويا للصفر، حيث أنه:

- ✓ عند تحرك المستهلك رأسيا (من أعلى إلى أسفل)، فإن:

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \left|\frac{\Delta y}{0}\right| = \infty$$

- ✓ عند تحرك المستهلك أفقيا (من اليسار إلى اليمين)، فإن:

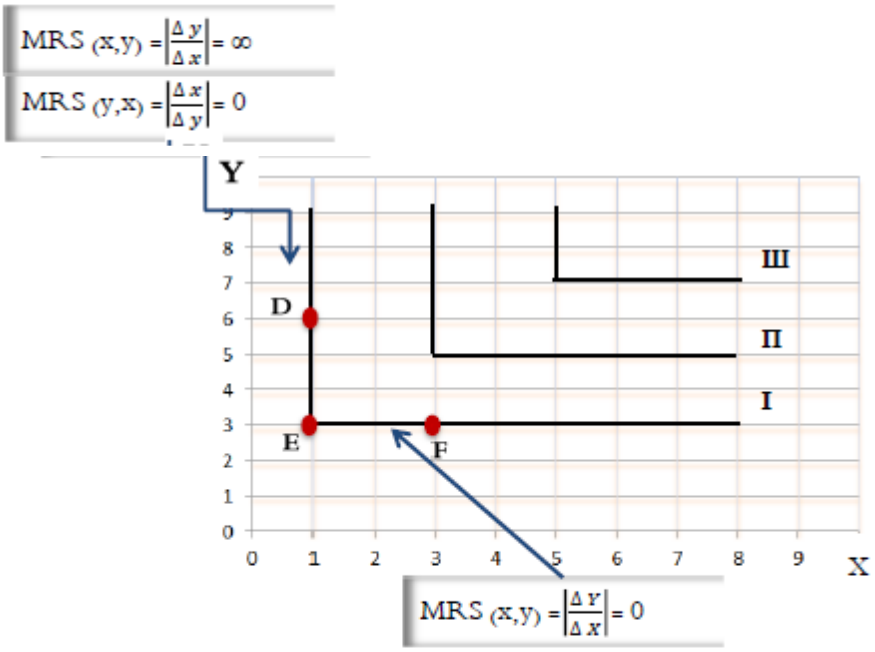
$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \left|\frac{0}{\Delta x}\right| = 0$$

وهذا مخالف تماما لفرضية تناقص المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}).

والشكل الموالي يوضح شكل منحنيات السواء في حالة السلع المكملة.

[1]- عبد القادر بوالسبت، مرجع سبق ذكره، ص ص 49-51.

الشكل رقم (101): شكل منحنيات السواء في حالة السلع المكملة



السلعتان X و Y مكملتين تماماً

السلع البديلة تماما:

يحدث هذ عندما تكون سلعة معينة بديلا كاملا لسلعة أخرى إلى درجة أن ينظر لهما كسلع واحدة، ويأخذ منحنى السواء في مثل هذه الحالة شكل خط مستقيم ينحدر من أعلى إلى أسفل، ومن اليسار باتجاه اليمين.

حيث أن المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}) في هذه الحالة يكون مساويا للواحد، أي:

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = 1$$

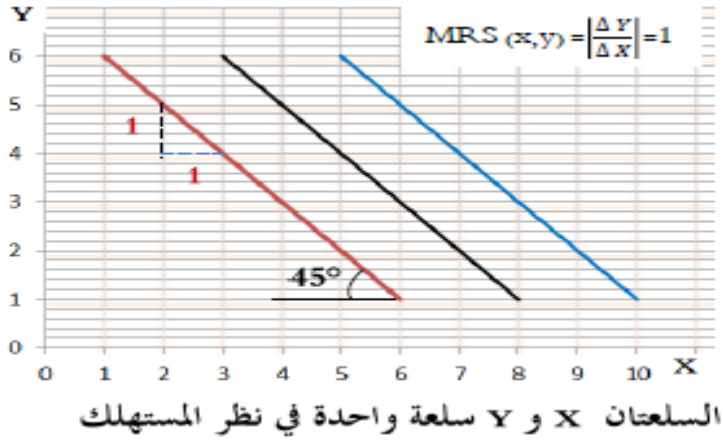
وهذا مخالف تماما لفرضية تناقص المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}).

ويمكن توضيح ذلك في الشكلين التاليين.

الشكل رقم (102): السلعتان x وy سلعتان بديلتان تماما

السلعتان X و Y بديلتان تماماً

الشكل رقم(103): السلعتان x وy سلعة واحدة في نظر المستهلك



السلعتان X و Y سلعة واحدة في نظر المستهلك

ب- حسب ذوق المستهلك:

نميز بين حالتين:

السلع غير المرغوبة:

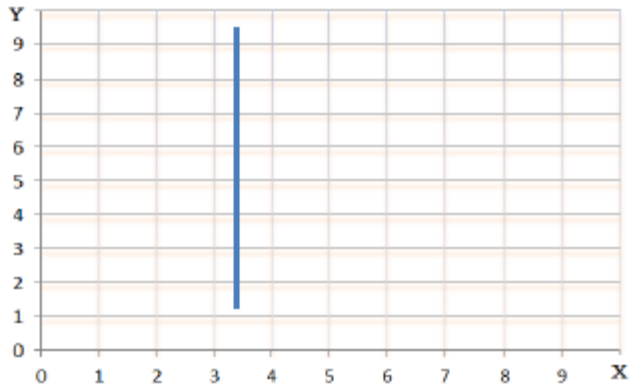
- في حالة السلعة x غير مرغوبة يأخذ منحنى السواء شكلا رأسيا، كما هو موضح في الشكل رقم (104).

حيث أن المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}) في هذه الحالة يكون لا نهائيا، أي:

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \left|\frac{\Delta y}{0}\right| = \infty$$

وهذا مخالف تماما لفرضية تناقص المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}).

الشكل رقم (104):السلعة x سلعة غير مرغوب فيها



X غير مرغوب فيها

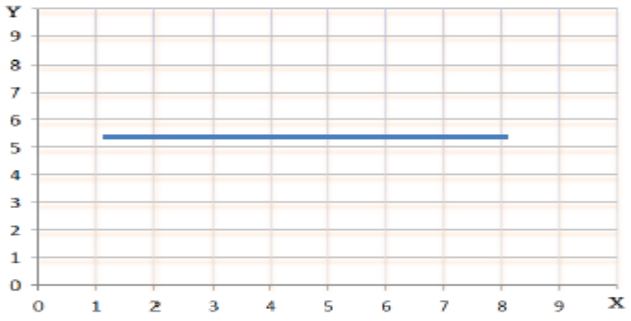
- في حالة السلعة y غير مرغوبة يأخذ منحنى السواء شكلا أفقيا، كما هو موضح في الشكل رقم (105).

حيث أن المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}) في هذه الحالة يكون مساويا للصفر، أي:

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \left|\frac{0}{\Delta x}\right| = 0$$

وهذا مخالف تماما لفرضية تناقص المعدل الحدي للإحلال (MRS_{xy}).

الشكل رقم (105):السلعة y سلعة غير مرغوب فيها

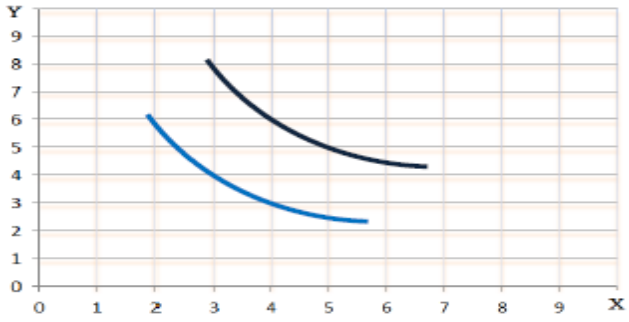


Y غير مرغوب فيها

اتجاه الرغبة:

حيث تأخذ منحنيات السواء في مثل هذه الحالة شكلا يقترب من الشكل الأفقي في حالة كون الرغبة إلى السلعة (x) تكون ضعيفة، وفي هذه الحالة فإن المعدل الحدي للإحلال يقترب من اللانهاية، والشكل رقم(106) يوضح ذلك.

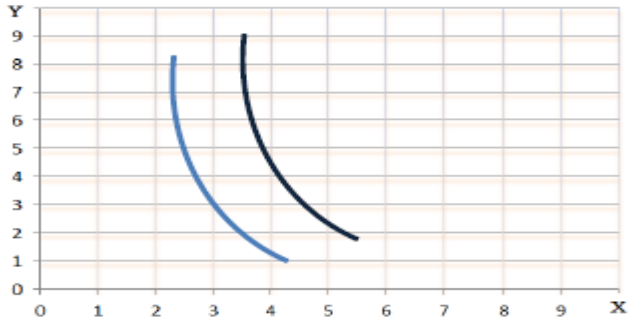
الشكل رقم (106): اتجاه الرغبة إلى السلعة x ضعيف



اتجاه الرغبة الى X

ويقترب من الشكل الرأسي في حالة تكون الرغبة إلى السلعة (y) ضعيفة، وفي هذه الحالة فإن المعدل الحدي للإحلال يقترب من الصفر، والشكل رقم (107) يوضح ذلك.

الشكل رقم (107): اتجاه الرغبة إلى السلعة y ضعيف



اتجاه الرغبة الى Y

8- توازن المستهلك:

يكون المستهلك في حالة توازن عندما يتحقق له من انفاقه أعظم منفعة كلية، تحت معطيات الدخل والأسعار، أي يكون المستهلك في حالة توازن عندما يصل إلى أعلى منحنى سواء ممكن انتقالا على خط ميزانيته.

أ- توازن المستهلك بيانيا:

يتحقق توزان المستهلك بيانيا عند النقطة التي يحدث فيها التماس بين منحنى خط الميزانية وبين أعلى منحنى سواء ممكن، حيث تحقق له أكبر منفعة ممكنة في حدود دخله وفي ضوء أسعار السلع السائدة في السوق، وفيها يكون ميل منحنى السواء مساويا لميل خط الميزانية.

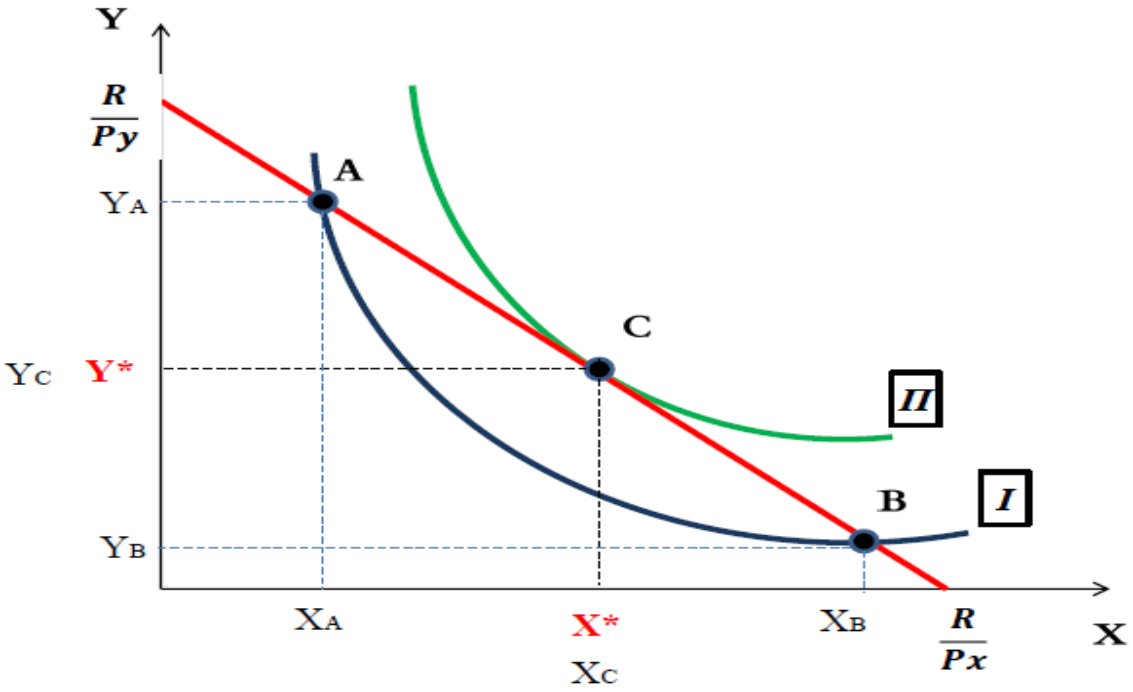
أي أن التوازن بيانيا هو:

نقطة توازن المستهلك هي ← نقطة تماس خط الميزانية مع أعلى منحنى سواء ممكن

← ميل منحنى السواء =ميل خط الميزانية

والشكل رقم (108) يوضح توازن المستهلك بيانيا.

الشكل رقم (108): توازن المستهلك بيانيا



من خلال الشكل نلاحظ أن:

- ✓ كل التوليفات الواقعة على منحنى السواء رقم (II) تكون مفضلة على التوليفات الواقعة على منحنى السواء رقم (I)، لأن منفعة المنحنى رقم (II) أكبر من منفعة المنحنى رقم (I)؛
- ✓ توازن المستهلك يتحقق عند التوليفة التي تتواجد في نفس الوقت على منحن خط الميزانية ومنحنى السواء الأعلى؛
- ✓ منحنى السواء الذي يحقق توازن المستهلك (الحل الأمثل) هو المنحنى رقم (II) الذي يمس خط الميزانية عند النقطة C؛
- ✓ النقطتان A و B تمثلان نقطتي تقاطع منحنى السواء (I) مع خط الميزانية، وهما توليفتين ممكنتين ولكنهما غير مرغوبتين؛
- ✓ نقطة التوازن الوحيدة بالنسبة للمستهلك هي النقطة C، التي يكون فيها منحنى السواء مماس لخط الميزانية، أي: **ميل منحنى السواء = ميل خط الميزانية**

لدينا: ميل منحنى السواء هو: $-\frac{\frac{\partial TU}{\partial Q_x}}{\frac{\partial TU}{\partial Q_y}}$

ميل خط الميزانية هو: $-\frac{P_x}{P_y}$

ومنه بتطبيق ميل منحنى السواء = ميل خط الميزانية ينتج لدينا:

$$-\frac{\frac{\partial TU}{\partial Q_x}}{\frac{\partial TU}{\partial Q_y}} = -\frac{P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\partial TU}{\partial Q_x}}{\frac{\partial TU}{\partial Q_y}} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{MU_X}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

- ✓ $\frac{MU_X}{MU_y}$ يمثل المعدل الحدي للإحلال، ومنه يصبح شرط التوازن هو:

$$\mathbf{MRS_{xy} = \frac{MU_X}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}}$$

ب- توازن المستهلك رياضيا:

إيجاد التوازن رياضيا يتم باستخدام طريقتين كما تم التطرق إليه في طريقة المنفعة، وهما طريقة التعويض المباشر (استخراج قيمة x بدلالة y أو العكس من دالة الدخل والقيام بتعويضها في دالة المنفعة)، وطريقة مضاعف لاغرنج.

أي ما يمكن قوله أن هناك تماثل بين نموذجي التوازن في نظرية المنفعة القياسية والمنفعة الترتيبية (منحنيات السواء) رغم اختلاف الفرضيات التي يقوما عليها.

مثال:

لتكن لدينا دالة المنفعة التالية:

$$TU_{xy} = x + y + 2xy$$

حيث أن دخل المستهلك هو R=81، وسعر السلعة x هو $P_x = 2$ ، وسعر السلعة y هو $P_y = 4$.

المطلوب: إيجاد التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك.

الحل:

1- إيجاد توازن المستهلك:

لدينا شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = x\,P_x + yP_y \end{cases}$$

$$MU_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = 1 + 2y$$

$$MU_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = 1 + 2x$$

$$\begin{cases} \frac{1+2y}{1+2x} = \frac{2}{4} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 81 = 2x + 4y \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من (1) نتحصل على:

$$2 + 4x = 4 + 8y$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} + 2y \dots\dots\dots\dots (3)$$

بتعويض (3) في (2) نجد:

$$81 = 2x + 4y$$
$$\Rightarrow 81 = 2\left(\frac{1}{2} + 2y\right) + 4y$$
$$\Rightarrow 81 = 1 + 4y + 4y$$
$$\Rightarrow 80 = 8y$$
$$\Rightarrow y = 10$$

بالتعويض في المعادلة رقم 3 نجد:

$$x = \frac{1}{2} + 2y$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} + 2(10)$$
$$\Rightarrow x = 20.5$$

إذن التوليفة المثلى لهذا المستهلك هي (x=20.5، y=10).

ومقدار أعظم منفعة تساوي: TU=440.5

$$TU_{xy} = x + y + 2xy$$
$$\Rightarrow TU = 20.5 + 10 + 2\big((10)(20.5)\big)$$
$$\Rightarrow TU = 440.5$$

الطريقة الثانية: بما أن TU=440.5 فيمكن اتباع الطريقة التالية في إيجاد الكمية التوازنية كما يلي:

1- تشكيل دالة منحنى السواء:

$$TU_{xy} = x + y + 2xy$$
$$\Rightarrow 440.5 = x + y(1 + 2x)$$
$$\Rightarrow y = \frac{440.5 - x}{1 + 2x}$$

وبالتالي معادلة منحنى السواء هي: $y = \frac{440.5-x}{1+2x}$

- نستخرج ميل دالة منحنى السواء الذي هو: $\frac{\partial y}{\partial x}$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-(1 + 2x) - 2(440.5 - x)}{(1 + 2x)^2} = \frac{-882}{(1 + 2x)^2}$$

- ميل خط الميزانية هو:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{P_x}{P_Y} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

عند التوازن لدينا: **ميل منحنى السواء = ميل خط الميزانية**

ومنه فإن:

$$\frac{-882}{(1+2x)^2} = -\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow 1764 = (1+2x)^2$$
$$\Rightarrow 1764 = 1 + 4x + 4x^2$$
$$\Rightarrow 4x^2 + 4x - 1763 = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(4)(1763) = 28224$$
$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{28224} = 168$$
$$x_1 = \frac{-4-168}{8} = -21.5 \ (\text{مرفوضة})$$
$$x_2 = \frac{-4+168}{8} = 20.5 \ (\text{مقبولة})$$
$$\Rightarrow x = 20.5$$

نعوض قيمة x في معادلة منحنى السواء فنجد قيمة y أي:

$$y = \frac{440.5 - x}{1+2x}$$
$$\Rightarrow y = \frac{440.5 - 20.5}{1+2(20.5)}$$
$$\Rightarrow y = \frac{420}{42}$$
$$\Rightarrow y = 10$$

2- التمثيل البياني لوضعية التوازن:

- ✓ بالنسبة لخط الميزانية:

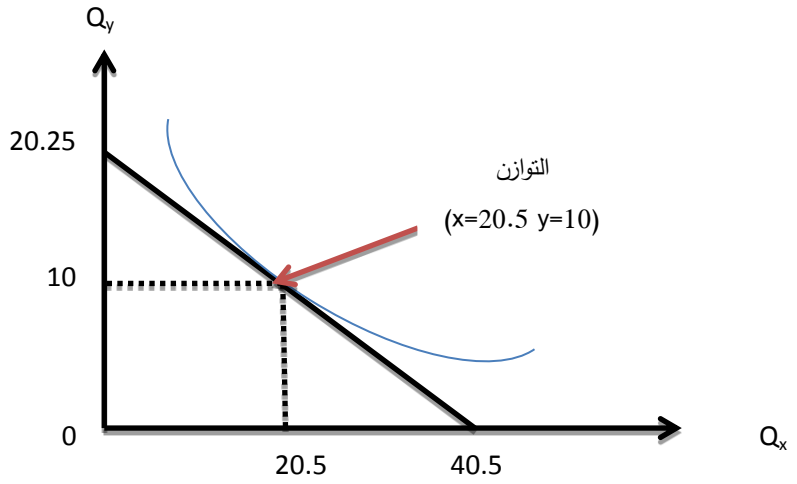
$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{R}{P_y} = \frac{81}{4} = 20.25$$
$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{R}{P_x} = \frac{81}{2} = 40.5$$

- ✓ **بالنسبة لمنحنى السواء:** نعطي قيم لـ x فنجد قيمة y وذلك بالتعويض في معادلة منحنى السواء. والجدول الموالي يوضح ذلك.

الجدول رقم (23): قيم معادلة منحنى السواء

Q_x	5	10	20.5	30	40
Q_y	39.6	20.5	10	6.7	4.9

الشكل رقم (109): تمثيل التوازن بيانيا



9- دراسة توازن المستهلك في حالة تغير الدخل والأسعار:

عند تغير دخل المستهلك أو أسعار السلعتين فإن توازن المستهلك سيتأثر بذلك، ويمكن توضيح ذلك كما يلي:

أ-أثر تغير دخل المستهلك على التوازن:

ينتج عن تغير دخل المستهلك منحنى استهلاك-الدخل ومنحنى إنجل.

أ-1- منحنى استهلاك-الدخل:

في حالة تغير دخل المستهلك مع ثبات أسعار السلعتين x و y ، سيترتب عن ذلك تغير في الدخل الحقيقي للمستهلك (نحو التحسن في حالة ارتفاع الدخل ونحو التدهور في حالة انخفاضه)، تغير يقود في نهاية المطاف إلى تعديل في التوليفة التوازنية الأصلية، وانتقال المستهلك إلى وضعيات توازنية أخرى تكون موافقة مع مستويات الدخول الجديدة، والمنحنى الذي يصل بين مختلف النقاط الممثلة لهذه الوضعيات يسمى اصطلاحا منحنى "**الاستهلاك- الدخل**".[1] أي أن:

[1]- عبد القادر بو السبت، مرجع سبق ذكره، ص 64.

- خط الميزانية ينتقل إلى الأعلى (اليمين) في حالة ارتفاع الدخل وبالتوازي لأن خطوط الميزانية الناتجة تكون ثابتة الميل، وهو ما يؤدي إلى ارتفاع مستوى الاشباع، وبالتالي انتقال نقطة التوازن إلى مستوى أعلى على منحنى السواء الأعلى؛

ارتفاع الدخل ⟵ انتقال خط الميزانية إلى الأعلى ⟵ انتقال نقطة التوازن إلى الأعلى

- خط الميزانية ينتقل إلى الاسفل في حالة انخفاض الدخل وبالتوازي لأن خطوط الميزانية الناتجة تكون ثابتة الميل، وهو ما يؤدي إلى انخفاض مستوى الاشباع، وبالتالي انتقال نقطة التوازن إلى مستوى أقل على منحنى السواء الأقل.

انخفاض الدخل ⟵ انتقال خط الميزانية إلى الأسفل ⟵ انتقال نقطة التوازن إلى الأسفل

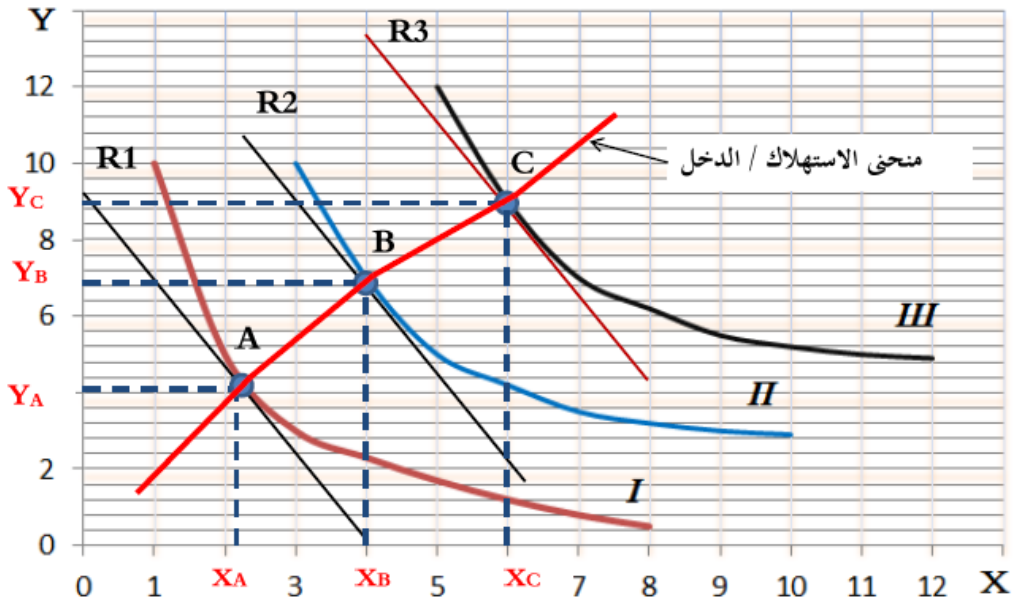
وبالتالي فإن: منحنى إستهلاك- الدخل هو المحل الهندسي لنقاط توازن المستهلك الناتجة عن تغير دخل المستهلك مع ثبات أسعار السلعتين x و y.

ملاحظة: يمكننا من خلال منحنى استهلاك-الدخل معرفة طبيعة السلعة وذلك بالاعتماد على ميله، أي:

- إذا كان منحنى استهلاك-الدخل موجب الميل ⟵ السلعة (x) و(y) عاديتان.
- إذا كان منحنى استهلاك-الدخل سالب الميل ⟵ السلعة (x)عادية والسلعة(y) دنيا.

والشكل رقم (110) يوضح منحنى استهلاك- الدخل

الشكل رقم (110): منحنى استهلاك–الدخل



من الشكل نلاحظ أن نقاط التوازن هي:

- $A(X_A, Y_A)$ ✓
- $B(X_B, Y_B)$ ✓
- $C(X_C, Y_C)$ ✓

أ– 2– منحنى إنجل:

تسمح تغيرات الدخل باشتقاق منحنى آخر من منحنى استهلاك–دخل يعرف **بمنحنى أنجل**، ويعبر هذا المنحنى عن العلاقة بين الكميات المستهلكة من إحدى السلعتين عند مستويات مختلفة من الدخل النقدي. وتفيد منحنيات **استهلاك–دخل** و**منحنى أنجل** في دراسة أنماط الاستهلاك للسلع المختلفة، ولمختلف المستهلكين.

ومنه فمنحنى إنجل يوضح العلاقة بين دخل المستهلك والكميات المطلوبة من سلعة ما

حيث أنه:[1]

[1]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 37.

❖ عندما تكون **السلع عادية** نجد أن الكميات المستهلكة من تلك السلع تزداد نتيجة لزيادة دخل المستهلك، أي أن السلع العادية هي السلع التي تتناسب تغيرات كمياتها طرديا مع تغيرات الدخل، ويكون بذلك منحنى أنجل موجب الميل. **(السلعة عادية يعني ميل منحنى إنجل موجب)**

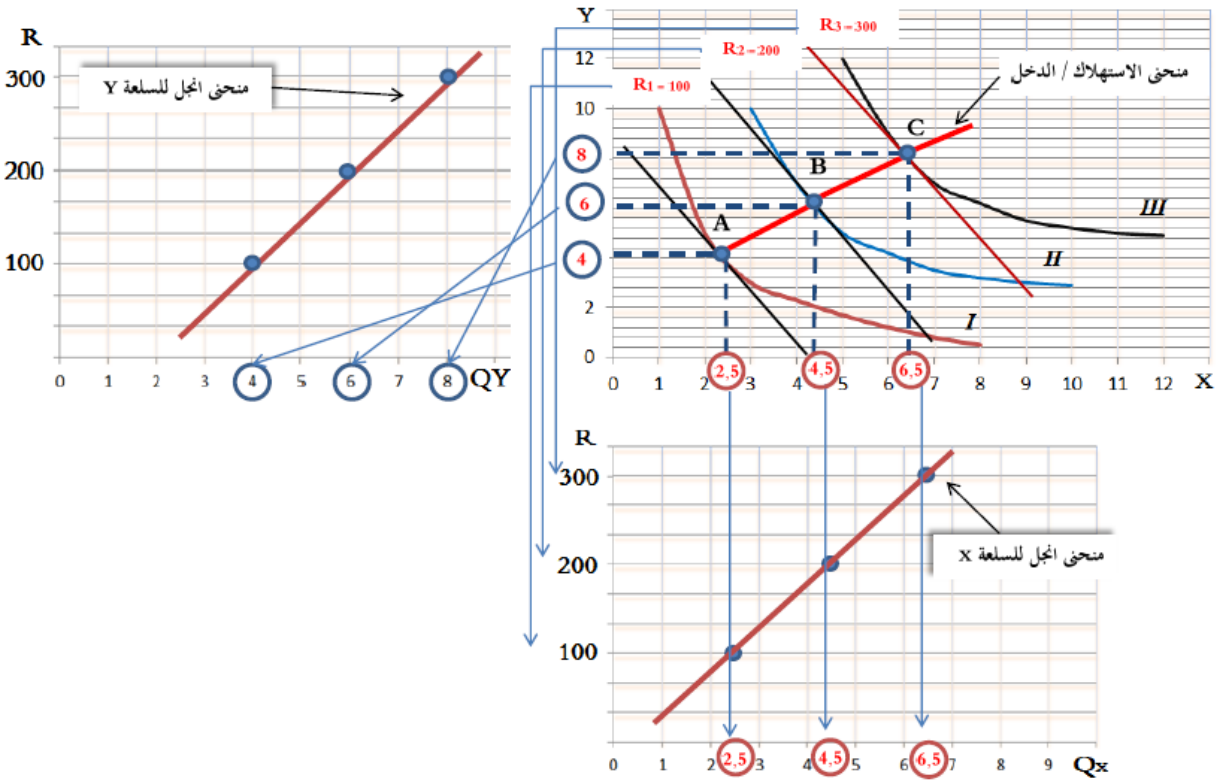
سلعة عادية ← زيادة الدخل ← زيادة الكمية ← منحنى إنجل موجب الميل

❖ أما عندما تكون السلعة دنيا أو رديئة فإن المستهلك يقلل من استهلاكه للسلعة كلما ارتفع دخله، حيث يتخلى عنها المستهلك كلما ارتفع دخله ليعوضها بسلعة من نوع أجود، وعليه فالسلع الدنيا هي السلع التي تتناسب تغيرات كمياتها عكسيا مع تغيرات الدخل، ويكون بذلك منحنى أنجل للسلع الدنيا سالب الميل. **(السلعة دنيا يعني ميل منحنى إنجل سالب)**

سلعة دنيا ← زيادة الدخل ← انخفاض الكمية ← منحنى إنجل سالب الميل

والشكل رقم (111) يوضح ذلك.

الشكل رقم (111): منحنى إنجل

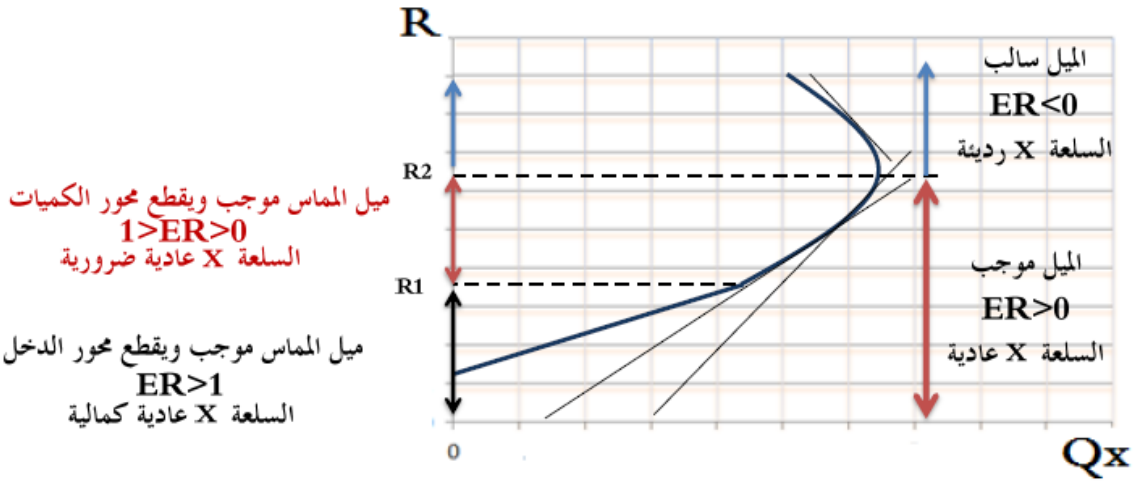


<u>ملاحظة:</u> يمكننا من خلال منحنى إنجل معرفة طبيعة السلعة وذلك بالاعتماد على ميله، أي:

- إذا كان منحنى إنجل موجب الميل ⟵ السلعة المدروسة عادية، حيث إذا كان ميل المماس لمنحنى إنجل موجب ويقطع محور الكميات تكون المرونة الدخلية محصورة بين الصفر والواحد فالسلعة عادية ضرورية، وإذا كان ميل المماس لمنحنى إنجل موجب ويقطع محور الدخل تكون المرونة الدخلية أكبر من الواحد فالسلعة عادية كمالية.
- إذا كان منحنى إنجل سالب الميل ⟵ السلعة المدروسة دنيا.

والشكل رقم (112) يوضح ذلك

الشكل رقم (112): طبيعة السلعة من خلال ميل منحنى إنجل



ب-أثر تغير السعر على التوازن:

ينتج عن تغير السعر منحنى استهلاك-السعر ومنحنى الطلب.

ب- 1- منحنى استهلاك-السعر:

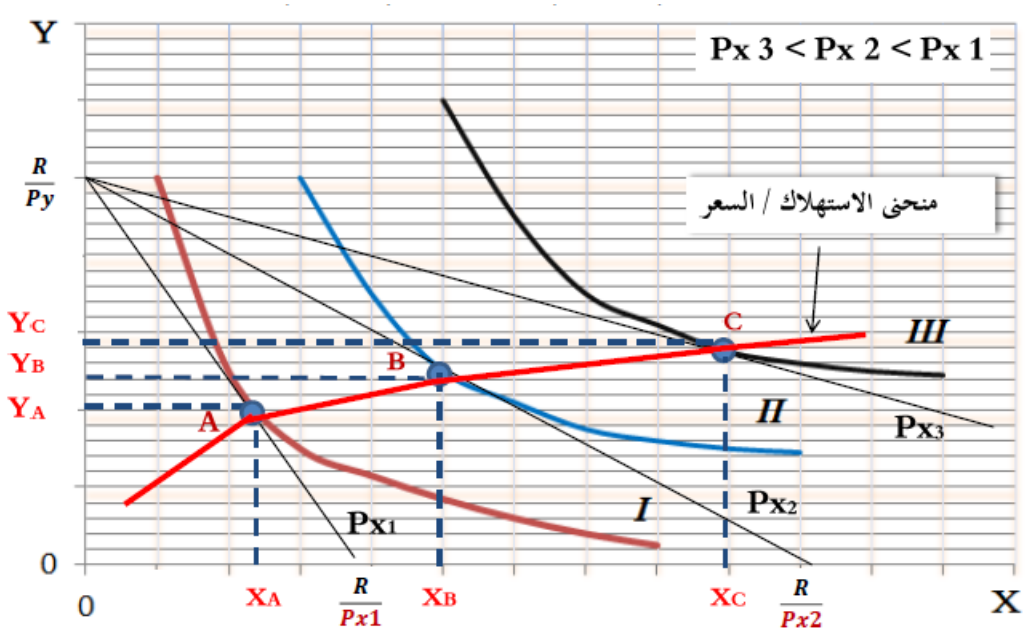
عند تغير سعر إحدى السلعتين مع بقاء سعر السلعة الأخرى ودخل المستهلك ثابتين، سيؤثر على الدخل الحقيقي للمستهلك وبالتالي على الكميات المستهلكة من السلعتين، حيث أنه سينخفض في حالة ارتفاع سعر السلعة وينخفض مستوى الإشباع، وبالتالي انتقال نقطة التوازن إلى مستوى اشباع أقل وعلى خط الميزانية الجديد الذي تحرك نحو نقطة الأصل إلى اليسار، أما في حالة انخفاض سعر السلعة سيرتفع الدخل الحقيقي ويرتفع مستوى الاشباع، وبالتالي انتقال نقطة التوازن إلى مستوى اشباع أعلى وعلى خط الميزانية الجديد الذي تحرك نحو اليمين. والمنحنى الذي يصل بين مختلف النقاط الممثلة لهذه الوضعيات يسمى **بمنحنى استهلاك- السعر.**[1]

حيث يعرف منحنى استهلاك- السعر بأنه: عبارة عن المحل الهندسي لنقاط توازن المستهلك الناتجة عن تغير سعر إحدى السلعتين مع افتراض ثبات سعر السلعة الأخرى والدخل النقدي للمستهلك.

[1]-بتصرف من: محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 37.

ففي حالة تغير سعر السلعة x فإن منحنى استهلاك– السعر يكون كما هو موضح في الشكل رقم (113).

الشكل رقم (113): منحنى استهلاك–السعر (حالة تغير سعر السلعة x)



حيث من خلال الشكل نلاحظ أن نقاط التوازن هي:

- ✓ $A(X_A, Y_A)$
- ✓ $B(X_B, Y_B)$
- ✓ $C(X_C, Y_C)$

ملاحظة: يمكننا من خلال ميل منحنى استهلاك–السعر معرفة العلاقة الموجودة بين السلعتين x و y ، حيث أنه:

- منحنى استهلاك–السعر موجب الميل فإن السلعتين x و y سلعتين متكاملتين.
- منحنى استهلاك–السعر سالب الميل فإن السلعتين x و y سلعتين بديلتين.
- منحنى استهلاك–السعر أفقي تماما أو عمودي تماما فإن السلعتين x و y سلعتين مستقلتين.

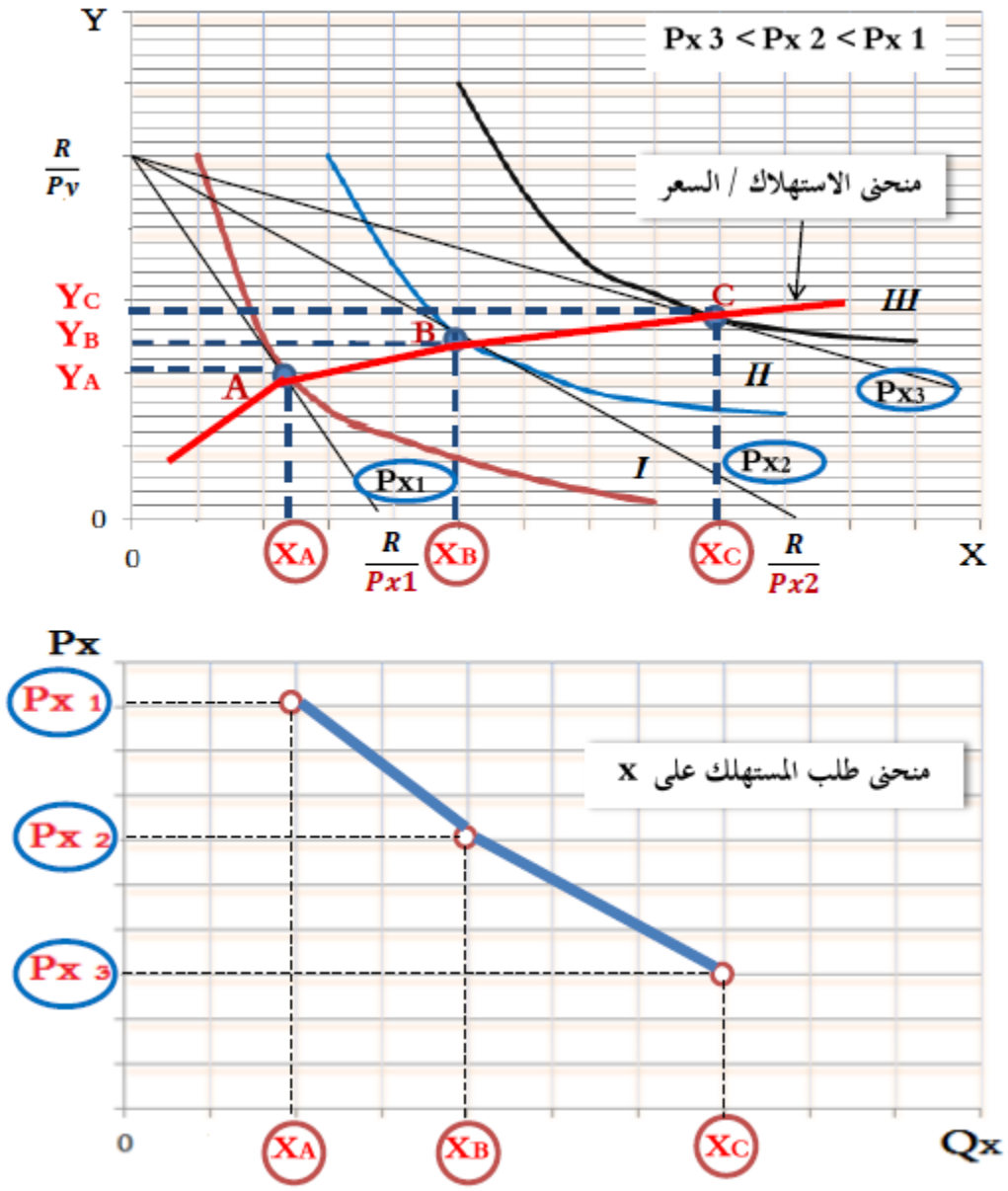
ب-2- منحنى طلب المستهلك:

يوضح منحنى طلب المستهلك العلاقة بين الكميات المختلفة المطلوبة من سلعة ما والاسعار المختلفة المقابلة لها، حيث يشتق من منحنى الاستهلاك- السعر وهذا وفق العلاقة الموجودة بين الكمية المستهلكة من سلعة ما وفق سعرها المتغير، بشرط أن يبقى دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى ثابتين.

منحنى الطلب ⟵ يوضح العلاقة بين الكمية المطلوبة والسعر

من خلال الشكل السابق لمنحنى استهلاك- السعر يمكننا اشتقاق منحنى الطلب للسلعة (x) كما هو موضح في الشكل رقم (114).

الشكل رقم (114): منحنى طلب المستهلك على السلعة (x)



10- فصل الأثرين الإحلالي والدخلي:

إن تغير سعر إحدى السلعتين مع بقاء دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى ثابتين دون تغيير، ينتج عنه تغير الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها والكميات المطلوبة من السلعة التي بقي سعرها ثابت أيضا. ويطلق على التغير الحاصل في الكمية المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها "**أثر السعر أو الأثر الكلي**"، والذي يمثل في حقيقة الأمر أثرين اثنين هما: أثر الإحلال وأثر الدخل.[1] أي أن:

الأثر الكلي (أثر السعر) = أثر الإحلال + أثر الدخل

حيث يعرف أثر الإحلال والدخل كما يلي:

- **الأثر الإحلالي:** هو قيام الفرد بإحلال السلعة التي ينخفض سعرها محل سلعة أخرى مع بقاء العوامل الأخرى دون تغيير (دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى). أي يقصد به التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير سعرها وبقاء دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى ثابتين.
- **الأثر الدخلي:** هو عند انخفاض سعر إحدى السلعتين السلعة سينتج عنه زيادة الدخل الحقيقي للمستهلك أو القدرة الشرائية، فهو التغير في الكمية المطلوبة الحاصل عن تغير الدخل الحقيقي للمستهلك نتيجة تغير سعر إحدى السلعتين وبقاء دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى ثابتين.

[1]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص44.

ملاحظة:

بما أن أثر الإحلال يتعلق بقانون الطلب، فإنه يعمل دائما في اتجاه معاكس لاتجاه تغيرات السعر مهما كانت الطبيعة الاقتصادية للسلعة، وذلك بناء على العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من السلعة وسعرها. أما أثر الدخل فإنه يعمل بناء على الطبيعة الاقتصادية للسلعة، فإن كانت السلعة عادية نجد أن أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال، أي:

سلعة عادية ⟵ أثر الإحلال والدخل يعملان في نفس الاتجاه (بالزيادة أو الانخفاض)

أما إن كانت السلعة دنيا فإن أثر الدخل يعمل في الاتجاه المعاكس لأثر الإحلال، وهنا يصبح الأثر الكلي الذي هو مجموع الأثرين (الإحلال والدخل) متوقفا على أي الأثرين أقوى. أي:

سلعة دنيا ⟵ أثر الإحلال والدخل يعملان في اتجاهين متعاكسين (بالزيادة أو الانخفاض)

أثر الاحلال أكبر من اثر الدخل ⟵ سلعة دنيا

أثر الدخل أكبر من اثر الاحلال ⟵ سلعة جيفن

ويمكن الاعتماد في تحديد أثر الإحلال وأثر الدخل على أسلوبين للتحليل هما تحليل "هيكس" وتحليل "سلوتسكي"، ويقوم كلا التحليلين من أجل تحديد أثر الإحلال وأثر الدخل على ثبات الدخل الحقيقي للمستهلك من خلال فرض ضريبة وهمية على الدخل النقدي في حالة انخفاض السعر وذلك لإلغاء التحسن الحاصل في الدخل الحقيقي، أو تقديم إعانة للدخل النقدي في حالة ارتفاع السعر لتعويض النقص الحاصل في الدخل الحقيقي.[1]

وفيما يلي شرح للأثرين الاحلال والدخل في حالة السلعة العادية حسب طريقة هيكس:[2]

[1]- محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 44.

[2]- سعدي هند، مرجع سبق ذكره، ص ص 27-28

أثر الاحلال واثر الدخل في حالة انخفاض سعر السلعة x(سلعة عادية):

- عند انخفاض سعر السلعة (x) ⟵ يزيد الطلب على السلعة (x) ⟵ ينقص الطلب على السلعة (y) (لأن سعر السلعة (y) بقي ثابت وسعر السلعة (x) انخفض وبالتالي أصبحت السلعة (x) أقل سعرا من السلعة (y)) ⟵ بهدف البقاء على نفس مستوى الاشباع (البقاء على نفس منحنى السواء)⟵ أي الانتقال من التركيبة (A) إلى التركيبة (B)⟵ **أثر الإحلال.**
- عند انخفاض سعر السلعة (x) ⟵ يزداد الدخل الحقيقي $(\frac{R}{P_x})$ ⟵ يزداد الطلب على السلعين (x) و(y) بهدف تعظيم المنفعة ⟵ وبالتالي يزداد مستوى الاشباع وهنا الانتقال من التركيبة (B) إلى التركيبة (C) (الانتقال من منحنى السواء إلى منحنى سواء اعلى منه (الانتقال إلى الأعلى))⟵ **أثر الدخل.**

أثر الاحلال وأثر الدخل في حالة ارتفاع سعر السلعة x(سلعة عادية):

- عند ارتفاع سعر السلعة (x) ⟵ ينقص الطلب على السلعة (x) ⟵ يزداد الطلب على السلعة (y) (لأن سعر السلعة (y) بقي ثابت وسعر السلعة (x) ارتفع وبالتالي أصبحت السلعة (x) أكبر سعرا من السلعة (y)) ⟵ بهدف البقاء على نفس مستوى الاشباع (البقاء على نفس منحنى السواء) ⟵ أي الانتقال من التركيبة (A) إلى التركيبة (B) ⟵ **أثر الإحلال.**
- عند ارتفاع سعر السلعة (x) ⟵ ينخفض الدخل الحقيقي $(\frac{R}{P_x})$ ⟵ينخفض الطلب على السلعين (x) و(y) ⟵ وبالتالي ينقص مستوى الاشباع وهنا الانتقال من التركيبة (B) إلى التركيبة (C)(الانتقال من منحنى السواء إلى منحنى سواء أسفل منه (الانتقال إلى اليسار)) ⟵ **أثر الدخل.**

أثر الاحلال وأثر الدخل في حالة انخفاض سعر السلعة y (سلعة عادية):

- عند انخفاض سعر السلعة (y) ⟵ يزيد الطلب على السلعة (y) ⟵ ينقص الطلب على السلعة (x) (لأن سعر السلعة (x) بقي ثابت وسعر السلعة (y) انخفض وبالتالي أصبحت السلعة (y) أقل سعرا من السلعة (x)) ⟵ بهدف البقاء على نفس مستوى الاشباع (البقاء على نفس منحنى السواء) ⟵ أي الانتقال من التركيبة (A) إلى التركيبة (B) ⟵ **أثر الإحلال.**
- عند انخفاض سعر السلعة (y) ⟵ يزداد الدخل الحقيقي $(\frac{R}{P_y})$ ⟵ يزداد الطلب على السلعين (x) و(y) بهدف تعظيم المنفعة ⟵ وبالتالي يزداد مستوى الاشباع وهنا الانتقال من التركيبة (B) إلى التركيبة (C) (الانتقال من منحنى السواء إلى منحنى سواء أعلى منه (الانتقال إلى اليمين)) ⟵ **أثر الدخل.**

أثر الاحلال وأثر الدخل في حالة ارتفاع سعر السلعة y(سلعة عادية):

- عند ارتفاع سعر السلعة (y) ⟵ ينقص الطلب على السلعة (y) ⟵ يزداد الطلب على السلعة (x) (لأن سعر السلعة (x) بقي ثابت وسعر السلعة (y) ارتفع وبالتالي أصبحت السلعة (y) أكبر سعرا من السلعة (x)) ⟵ بهدف البقاء على نفس مستوى الاشباع (البقاء على نفس منحنى السواء) ⟵ أي الانتقال من التركيبة (A) إلى التركيبة (B) ⟵ **أثر الإحلال.**
- عند ارتفاع سعر السلعة (y) ⟵ ينخفض الدخل الحقيقي $(\frac{R}{P_y})$ ⟵ ينخفض الطلب على السلعين (x) و(y) ⟵ وبالتالي ينقص مستوى الاشباع وهنا الانتقال من التركيبة (B) إلى التركيبة (C)(الانتقال من منحنى السواء إلى منحنى سواء أسفل منه (الانتقال إلى اليسار)) ⟵ **أثر الدخل.**

مثال:

لتكن لدينا دالة المنفعة التالية: $TU = xy$

وسعر السلعتين x و y هما على التوالي: $P_x = 6$ ، $P_y = 2$ ودخل المستهلك هو $R = 60$.

بافتراض أن سعر السلعة x انخفض واصبح $P_x = 2$ مع بقاء الدخل وسعر السلعة y ثابتين.

المطلوب: فصل الأثرين الاحلالي والدخلي.

الحل:

قبل فصل الأثرين الاحلالي والدخلي يجب إيجاد التوازن قبل وبعد انخفاض سعر السلعة x.

1- إيجاد توازن المستهلك قبل انخفاض سعر السلعة x :

لدينا شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = x\,P_x + yP_y \end{cases}$$

$$MU_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = y$$

$$MU_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = x$$

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{6}{2} = 3 \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 60 = 6x + 2y \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من (1) نتحصل على:

$$y = 3x \dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بتعويض (3) في (2) نجد:

$$60 = 6x + 2(3x)$$
$$\Rightarrow 60 = 12x$$
$$\Rightarrow x = 5$$

بالتعويض في المعادلة رقم 3 نجد:

$$y = 3(5)$$
$$\Rightarrow y = 15$$

إذن التوليفة المثلى لهذا المستهلك هي (x=5، y=15).

ومقدار أعظم منفعة تساوي: TU=75

$$TU_{xy} = xy$$
$$\Rightarrow TU = 15(5)$$
$$\Rightarrow TU = 75$$

2- إيجاد توازن المستهلك بعد انخفاض سعر السلعة x :

لدينا شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = x\,P_x + yP_y \end{cases}$$

$$MU_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = y$$

$$MU_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = x$$

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{2}{2} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 60 = 2x + 2y \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من (1) نتحصل على:

$$x = y \dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بتعويض (3) في (2) نجد:

$$60 = 2x + 2y$$
$$\Rightarrow 60 = 2x + 2y$$
$$\Rightarrow 60 = 4x$$
$$\Rightarrow x = 15$$

بالتعويض في المعادلة رقم 3 نجد:

$$x = y$$
$$\Rightarrow y = 15$$

إذن التوليفة المثلى لهذا المستهلك هي (x=15، y=15).

ومقدار أعظم منفعة تساوي: TU=225

$$TU_{xy} = xy$$
$$\Rightarrow TU = 15(15)$$
$$\Rightarrow TU = 225$$

3- فصل الأثرين الاحلالي والدخلي:

- إن انخفاض سعر السلعة x من 6 إلى 2 أدى إلى زيادة الكمية المطلوبة منها من 5 إلى 15 وتسمى هذه الزيادة في الكمية المطلوبة المقدرة بـ (15-5= 10) بأثر السعر أو الأثر الكلي، وهي تمثل مجموع أثرين هما أثر الاحلال وأثر الدخل.
- سوف نقوم بتحليل الأثرين أثر الدخل والإحلال حسب تحليلي هيكس وسلوتيسكي.
- **بالنسبة لهيكس:** يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لهيكس عندما يتمكن المستهلك من الحفاظ على نفس مستوى الاشباع الأول TU=75، وذلك من خلال فرض ضريبة وهمية على الدخل

النقدي لإلغاء التحسن الحاصل في الدخل الحقيقي والناتج عن انخفاض سعر السلعة، أي العمل على تدنية الدخل في ظل الأسعار الجديدة للحفاظ على نفس مستوى الإشباع.

أ- هدف المستهلك هو تدنية الدخل تحت قيد المنفعة:

- تشكيل برنامج المستهلك:

برنامج المستهلك

$$\begin{cases} MIN: \quad R = 2x + 2y \\ \frac{S}{C}: \quad 75 = XY \end{cases}$$

- تشكيل دالة لاغرانج:

$$\boldsymbol{L = xP_x + yP_y + \lambda\left(\overline{U} - f(x,y)\right)}$$

$$\boldsymbol{L = 2x + 2y + \lambda(75 - xy)}$$

- تطبيق شرطي تعظيم المنفعة:

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر أي أن:

$$L'_x = \frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow 2 - \lambda y = 0 \Rightarrow 2 = \lambda y \dots\dots (1)$$

$$L'_y = \frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow 2 - \lambda X = 0 \Rightarrow 2 = \lambda x \dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 75 - xy = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة المعادلة رقم(1) على المعادلة رقم (2) نجد:

أي:

$$\frac{2}{2} = \frac{\lambda y}{\lambda x} \Rightarrow \quad \frac{y}{x} = 1 \quad \Rightarrow \quad x = y \dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نحصل على:

$$75 - xy = 0 \Rightarrow 75 - y(y) = 0$$
$$\Rightarrow 75 - y^2 = 0$$
$$\Rightarrow y^2 = 75$$

$\Rightarrow y = \sqrt{75}$

$\Rightarrow y = 8.66$

بتعويض قيمة y في المعادلة رقم (4) نحصل على الكمية المطلوبة من السلعة x:

$x = y$

$\Rightarrow x = 8.66$

أثر الإحلال = 8.66− 5= 3.66 وحدة

أثر الدخل =15−8.66= 6.34 وحدة

الاثر الكلي = أثر الاحلال + اثر الدخل = 3.66 + 6.34= 10 وحدات

ومنه يكون نصيب كل أثر في الأثر الكلي هو:

أثر الاحلال: $3.66/_{10} \times 100 = \%36.6$

أثر الدخل: $6.34/_{10} \times 100 = \%63.4$

أما مقدار الضريبة الوهمية فهو:

الدخل الجديد: $R = 2 \times 8.66 + 2 \times 8.66 = 34.64$

مقدار الضريبة الوهمية: $T = 60 - 34.64 = 25.36$

نسبة الضريبة الوهمية: $T\% = 25.36/_{60} = 42.26\%$

❖ **<u>بالنسبة لتحليل سلوتيسكي:</u>** يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لتحليل "سلوتيسكي" عندما يمكن الدخل المتبقي للمستهلك بعد فرض الضريبة الوهمية الحفاظ على التوليفة التوازنية الأولية (x=5، y=15).

ومنه الدخل الذي يؤدي إلى استهلاك التوليفة التوازنية الأولية في ظل الأسعار الجديدة هو:

$$R = 2 \times 5 + 2 \times 15 = 40$$

- أثر الإحلال هو عبارة عن الكمية المطلوبة من السلعة (x) عندما R=40 و Px= 2:

لدينا: دالة الطلب على السلعة x هي : $x = \frac{R}{2P_x}$ ومنه فإن :

$$x = \frac{R}{2P_x} = \frac{40}{2\times2} = 10$$

ومنه أثر الإحلال = 10 −5= 5 وحدات.

- أثر الدخل هو الفرق بين الكميات المطلوبة من السلعة (x) عند الوضع الجديد (x=15) والكميات المطلوبة عند أثر الإحلال (x=10) أي:

أثر الدخل = 15 –10= 5 وحدات.

ومنه فإن:

- ✓ نصيب أثر الإحلال من الأثر الكلي المقدر بـ 10 وحدات هو: $^{5}/_{10} \times 100 = \%50$
- ✓ نصيب أثر الدخل من الأثر الكلي المقدر بـ 10 وحدات هو: $^{5}/_{10} \times 100 = \%50$

تمارين توضيحية :

تمرين رقم 1:

لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي: $TU_{x,y} = 3xy^2$

إذا علمت أن دخل المستهلك يقدر بـ 500 و ن، وأن أسعار السلعتين x و y هي على التوالي:

$P_x = 10$، $P_y = 5$.

المطلوب:

1- أوجد التوليفة المثلى من السلعتين x و y التي تحقق توازن المستهلك.

2- أوجد دوال الطلب على السلعتين x و y. وأشرح النتيجة.

3- ما علاقة السلعتين x و y ببعضهما البعض؟

4- حدد الطبيعة الاقتصادية للسلعة y.

5- إذا تغير سعر السلعة x وأصبح $P_x = 15$ مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة أوجد التركيبة الجديدة التي تعظم إشباع هذا المستهلك.

6- ماذا يطلق على المنحنى المحصل عليه من خلال ربط وضعي التوازن؟

الحل:

1- إيجاد توازن المستهلك:

لدينا شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = x\,P_x + yP_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3y^2}{6xy} = \frac{10}{5} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 500 = 10x + 5y \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من (1) نتحصل على: $\frac{y}{2x} = 2 \Rightarrow y = 4x \dots\dots\dots\dots\dots (3)$

بتعويض (3) في (2) نجد:

$$500 = 10x + 5(4x) \Rightarrow 500 = 30x \Rightarrow x = \frac{500}{30}$$

$$\Rightarrow x = 16{,}67$$

بالتعويض في المعادلة رقم 3 نجد:

$$y = 4x$$

$\Rightarrow y = 4(16,67) = 66,67$

إذن التوليفة المثلى لهذا المستهلك هي (x=16,67، y=66,67).

2- إيجاد دوال الطلب على السلعتين x و y:

لدينا عند التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = x\,P_x + yP_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3y^2}{6xy} = \frac{P_x}{P_y} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ R = x\,P_x + yP_y \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من (1) نتحصل على: $\frac{y}{2x} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow y = \frac{2xP_x}{P_y} \dots\dots\dots\dots (3)$

بتعويض قيمة y في المعادلة رقم (2) نجد:

$$R = x\,P_x + \left(\frac{2xP_x}{P_y}\right)P_y \Rightarrow R = x\,P_x + 2x\,P_x$$

$$\Rightarrow R = 3x\,P_x$$

$\Rightarrow x = \frac{R}{3P_x}$ ← دالة الطلب على السلعة x

بتعويض قيمة x في y نجد دالة الطلب على السلع y:

$$y = \frac{2xP_x}{P_y} = \frac{2\left(\frac{R}{3P_x}\right)P_x}{P_y}$$

$\Rightarrow y = \frac{2R}{3P_y}$ ← دالة الطلب على السلعة y

شرح النتيجة: السعر والكمية المطلوبة من السلعتين x و y تربطهما علاقة عكسية، أما الدخل والكمية المطلوبة من السلعتين x و y تربطهما علاقة طردية.

3- السلعتان x و y سلعتان مستقلتان.

4- تحديد الطبيعة الاقتصادية للسلعة y:

لدينا دالة الطلب على السلعة y هي: $y = \frac{2R}{3P_y}$

بحساب مرونة الطلب الدخلية نجد:

$$E_R = \frac{\Delta Q_y}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_y} = \frac{2}{3P_y} \times \frac{R}{\frac{2R}{3P_y}} = 1$$

ومنه السلعة y هي سلعة عادية ضرورية لأن $0 < E_R \leq 1$

5- إيجاد التركيبة الجديدة التي تعظم إشباع المستهلك عندما يصبح سعر السلعة x يساوي $P_x = 15$:

لدينا شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = x\,P_x + yP_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3y^2}{6xy} = \frac{15}{5} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 500 = 10x + 5y \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من (1) نتحصل على: $\frac{y}{2x} = 3 \Rightarrow y = 6x \dots\dots\dots\dots\dots (3)$

بتعويض (3) في (2) نجد:

$$500 = 15x + 5(6x) \Rightarrow 500 = 45x \Rightarrow x = \frac{500}{45}$$

$$\Rightarrow x = 11.11$$

بالتعويض في المعادلة رقم 3 نجد:

$$y = 6x$$

$$\Rightarrow y = 6(11.11) = 66.66$$

إذن التوليفة المثلى لهذا المستهلك هي (x=11,11، y=66,66).

6- يطلق على المنحنى المحصل عليه من خلال ربط وضعي التوازن منحنى استهلاك السعر.

تمرين رقم 02:

مستهلك يخصص دخله لشراء السلعتين x وy، وخيارات هذا المستهلك يمكن التعبير عنها بالصيغة التالية:

$$TU = xy$$

المطلوب:

1-أوجد دوال الطلب على كل من السلعتين x وy.

2- إذا كان الدخل النقدي $R = 100$ وسعر السلعة x هو $P_x = 1$ ، وسعر السلعة y هو $P_y = 1$، أحسب التركيبة المثلى من السلعتين x وy التي تعظم إشباع هذا المستهلك.

3- ما هي نوعية السلعتين x و y.

4- أحسب مرونة الطلب السعرية للسلعة x عند نقطة التوازن، هل الطلب على السلعة x مرن أو غير مرن أو ذو مرونة الوحدة.

الحل:

1-أيجاد دوال الطلب على كل من السلعتين x و y:

لدينا:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ R = x\,P_x + yP_y \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$MU_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = y$$

$$MU_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = x$$

وبالتعويض في المعادلة رقم 1 نجد:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{xP_x}{P_y} \dots\dots\dots\dots (3)$$

بتعويض 3 في المعادلة رقم 2 نجد:

$$R = x\,P_x + yP_y \quad \Rightarrow R = x\,P_x + \left(\frac{xP_x}{P_y}\right)P_y$$

$$\Rightarrow R = x\,P_x + xP_x$$

$$\Rightarrow R = 2x\,P_x$$

$$\Rightarrow x = \frac{R}{2\,P_x} \dots\dots\dots\dots\dots (4) \quad \rightarrow \text{ دالة الطلب على السلعة x}$$

بتعويض 4 في المعادلة رقم 3 نجد دالة الطلب على السلعة y:

$$y = \frac{xP_x}{P_y} = \frac{\left(\frac{R}{2\,P_x}\right)P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{R}{2\,P_y} \quad \rightarrow \text{ دالة الطلب على السلعة y}$$

2- إيجاد التركيبة المثلى من السلعتين x و y التي تعظم إشباع هذا المستهلك:

$$x = \frac{R}{2\,P_x} = \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow x = 50$$
$$y = \frac{R}{2\,P_y} = \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow y = 50$$

3- نوعية السلعتين x و y:

بحساب مرونة الطلب الدخلية للسلعتين x و y نجد:

$$E_{Rx} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x} = \frac{1}{2P_x} \times \frac{R}{\frac{R}{2P_x}} = 1$$

ومنه السلعة x هي سلعة عادية ضرورية لأن $0 < E_{Rx} \leq 1$

$$E_{Ry} = \frac{\Delta Q_y}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_y} = \frac{1}{2P_y} \times \frac{R}{\frac{R}{2P_y}} = 1$$

ومنه السلعة y هي سلعة عادية ضرورية لأن $0 < E_R \leq 1$

4- حساب مرونة الطلب السعرية للسلعة x عند نقطة التوازن:

$$E_{dx} = -\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = -\left[-\frac{R}{2{P_x}^2} \times \frac{P_x}{\frac{R}{2P_x}}\right] = 1$$

بما أن $E_{dx} = 1$ فإن الطلب على السلعة x هو طلب ذو مرونة الوحدة.

تمرين رقم 3:

لتكن لدينا دالة المنفعة التالية: $TU = \frac{x.y}{(x+y)}$

حيث أن أسعار السلعتين x و y هما: $P_x = 4$ و $P_y = 16$ والدخل النقدي هو $R = 48$.

المطلوب:

1- أوجد الكميات من السلعتين التي تعظم إشباع هذا المستهلك.

2- إيجاد دالة خط الدخل.

3- إيجاد دالة الطلب على السلعة x.

4- كيف يعمل الأثر الإحلالي والدخلي عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا.

الحل:

1- إيجاد الكميات من السلعتين التي تعظم إشباع هذا المستهلك.

لدينا:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ R = x\,P_x + yP_y \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$MU_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = \frac{y(x+y) - xy}{(x+y)^2}$$

$$MU_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = \frac{x(x+y) - xy}{(x+y)^2}$$

وبالتعويض في المعادلة رقم 1 نجد:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{\frac{y(x+y)-xy}{(x+y)^2}}{\frac{x(x+y)-xy}{(x+y)^2}} = \frac{4}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \qquad \Rightarrow x = 2y \dots\dots\dots (3)$$

بتعويض 3 في المعادلة رقم 2 نجد:

$$R = 4x + 16y \quad \Rightarrow 48 = 4(2y) + 16y$$
$$\Rightarrow 48 = 24y$$
$$\Rightarrow y = \frac{48}{24}$$
$$\Rightarrow y = 2$$

بتعويض 4 في المعادلة رقم 3 نجد x:

$$x = 2y = 2(2) = 4 \Rightarrow x = 4$$

ومنه التركيبة المثلى التي تحقق اشباع المستهلك هي (x= 4 ،y=2).

2- إيجاد دالة خط الدخل:

لدينا:

$$R = x\,P_x + yP_y$$
$$\Rightarrow y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y} \Rightarrow y = -\frac{4}{16}x + \frac{48}{16}$$
$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + 3$$

3- إيجاد دالة الطلب على السلعة x:

لدينا:

$$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}\Rightarrow\frac{\frac{y(x+y)-xy}{(x+y)^2}}{\frac{x(x+y)-xy}{(x+y)^2}}=\frac{P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow\frac{y^2}{x^2}=\frac{P_x}{P_y}\Rightarrow x^2P_x=y^2P_y\Rightarrow y^2=\frac{x^2P_x}{P_y}\Rightarrow y=\frac{x\sqrt{P_x}}{\sqrt{P_y}}$$

بتعويض قيمة y في معادلة الدخل نجد معادلة الطلب على السلعة x:

$$R=x\,P_x+yP_y\Rightarrow R=x\,P_x+\left(\frac{x\sqrt{P_x}}{\sqrt{P_y}}\right)P_y$$

$$\Rightarrow R=x\left[P_x+\left(\frac{\sqrt{P_x}}{\sqrt{P_y}}\right)P_y\right]\Rightarrow x=\frac{R}{\left[P_x+\left(\frac{\sqrt{P_x}}{\sqrt{P_y}}\right)P_y\right]}$$

$$\Rightarrow x=\frac{R}{\left[P_x+{P_x}^{1/2}{P_y}^{1/2}\right]}$$

4- كيف يعمل الأثر الإحلالي والدخلي عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا:

عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا فإن المستهلك يعمل على تخفيض الكمية المطلوبة من هذه السلعة التي انخفض سعرها وزيادة استهلاكه من السلع الأخرى التي بقيت أسعارها ثابتة وهذا هو الأثر الإحلالي، أما ارتفاع سعر السلعة الدنيا فيعني انخفاض الدخل الحقيقي للمستهلك وبالتالي يعمل على زيادة طلبه من هذه السلعة الدنيا وهذا هو الأثر الدخلي.

حيث أنه في السلع الدنيا الأثران الإحلالي والدخلي يعملان في اتجاهين متعاكسين.

تمرين رقم 4:

لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU=x+xy+y$$

حيث أن: TU: المنفعة الكلية؛ x و y : السلعتان المستهلكتان.

المطلوب:

1- أوجد الكميات المثلى التي تعظم إشباع هذا المستهلك، علما أن: $P_x=2$ و $P_y=6$ والدخل النقدي هو $R=40$.

2- ما هو مقدار التغير في المنفعة الكلية إذا ما زاد الدخل بوحدة واحدة.

3- أوجد دالة الطلب على السلعة x .

4- أحسب مرونة الطلب الدخلية للسلعة x عندما تكون اسعار السلعتين هي:$P_x = 1$ و$P_y = 3$ وأن الدخل النقدي هو $R = 40$، وما هي طبيعة السلعة x.

الحل:

1- إيجاد الكميات المثلى التي تعظم إشباع هذا المستهلك، عندما: $P_x = 2$ و$P_y = 6$ والدخل النقدي هو $R = 40$.

باستخدام دالة لاغرانج:

أ- تشكيل برنامج المستهلك:

برنامج المستهلك

$$\begin{cases} MAX: & TU = x + xy + y \\ \frac{S}{C}: & 40 = 2x + 6y \end{cases}$$

ب- تشكيل دالة لاغرانج:

$$\boldsymbol{L = f(x,y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)}$$

$$\boldsymbol{L = x + xy + y + \lambda(40 - 2x - 6y)}$$

ج- تطبيق شرطي تعظيم المنفعة:

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (x، y وλ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_x = \frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow 1 + y - 2\lambda = 0 \Rightarrow 1 + y = 2\lambda \dots\dots (1)$$

$$L'_y = \frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow x + 1 - 6\lambda = 0 \Rightarrow x + 1 = 6\lambda \dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 40 - 2x - 6y = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة المعادلة رقم(1) على المعادلة رقم (2) نجد:

أي:

$$\frac{y+1}{x+1} = \frac{2\lambda}{6\lambda} \Rightarrow \quad \frac{y+1}{x+1} = \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow (y+1)3 = x+1 \Rightarrow x = 3y+2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نحصل على:

$40 - 2x - 6y = 0 \Rightarrow 40 - 2(3y+2) - 6y = 0$

$\Rightarrow 36 - 12y = 0$

$\Rightarrow 12y = 36$

$\Rightarrow y = 3$

بتعويض قيمة y في المعادلة رقم (4) نحصل على الكمية المطلوبة من السلعة x:

$x = 3y + 2$

$\Rightarrow x = 3(3) + 2$

$\Rightarrow x = 11$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر.

$$H = \begin{vmatrix} L''xx & L''xy & L''x\lambda \\ L''yx & L''yy & L''y\lambda \\ L''\lambda x & L''\lambda y & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} > 0 \Rightarrow H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -6 \\ -2 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$H = 0\begin{vmatrix} 0 & -6 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + (-2)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$H = 0[(0)(0) - (-6)(-6)] - 1[(1)(0) - (-2)(-6)] + (-2)[(1)(-6) - (0)(-2]$$

$H = 0 + 12 + 12 = 24 > 0$

ومنه فالشرط الكافي محقق إذا فالتوليفة (x=11، y=3) هي التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك أي تحقق له أعظم منفعة التي تساوي:TU=47

$$TU = x + xy + y = 11 + 11 \times 3 + 3 = 47$$

2- مقدار التغير في المنفعة الكلية إذا ما زاد الدخل بوحدة واحدة:

بما أن:

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \frac{\partial TU}{\partial M} = \lambda$$

حيث أن λ تمثل التغير في المنفعة الكلية الناتج عن تغير الدخل بوحدة واحدة (المنفعة الحدية للدخل)، إذن:

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{1+Y}{P_x} = \frac{1+3}{2} = 2 = \lambda$$

$$\frac{MU_y}{P_y} = \frac{1+x}{P_y} = \frac{1+11}{6} = 2 = \lambda$$

ومنه عندما يزيد الدخل بوحدة واحدة فإنا المنفعة الكلية تزداد بـ2 وحدة منفعة.

3- إيجاد دالة الطلب على السلعة x :

انطلاقا من وضع التوازن لدينا:

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \Rightarrow \frac{1+Y}{P_x} = \frac{1+x}{P_y}$$
$$\Rightarrow P_x(1+x) = P_y(1+y)$$
$$\Rightarrow P_x(1+x) = P_y + P_y y$$
$$\Rightarrow y = \frac{P_x(1+x) - P_y}{P_y}$$

بتعويض قيمة y في معادلة الدخل نجد معادلة الطلب على السلعة x:

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow R = xP_x + \left(\frac{P_x(1+x) - P_y}{P_y}\right)P_y$$
$$\Rightarrow R = xP_x + xP_x + P_x - P_y$$
$$\Rightarrow R = 2xP_x + P_x - P_y$$
$$\Rightarrow 2xP_x = R - P_x + P_y$$
$$\Rightarrow x = \frac{R - P_x + P_y}{2P_x} \rightarrow x$$ دالة الطلب على السلعة

4- حساب مرونة الطلب الدخلية للسلعة x عندما تكون أسعار السلعتين هي: $P_x = 1$ و $P_y = 3$

وأن الدخل النقدي هو $R = 40$، وإيجاد طبيعة السلعة x:

مرونة الطلب على السلعة x هي:

$$E_{Rx} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x}$$
$$E_{Rx} = \frac{1}{2P_x} \times \frac{R}{\frac{R - P_x + P_y}{2P_x}}$$
$$E_{Rx} = \frac{R}{R - P_x + P_y} = \frac{R}{R+2} = \frac{40}{40+2} = \frac{40}{42} = 0.95$$

بما أن $0 < E_{Rx} < 1$ فإن السلعة x هي سلعة عادية ضرورية.

تمرين رقم 5:

لتكن لدينا دالة المنفعة التالية لمستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU = x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}$$

حيث أن xو y هما الكميات من السلعتين المستهلكتين.

المطلوب:

1- أوجد المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين MRS_{xy}.

2- بافتراض أن المستهلك استطاع شراء التركيبة x= 4، y=1 من السلعتين، ما هو الدخل الذي يسمح له بشراء هذه التركيبة؟ علما أن سعري السلعتين هما: $P_x = 2$ و $P_y = 1$.

3- أوجد دوال الطلب على السلعتين الاثنين، واشرح النتيجة.

4- ماذا يمكن قوله عن طبيعة السلعتين؟

الحل:

1- إيجاد المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين MRS_{xy}:

$$\mathrm{MRS_{xy}} = \left|\frac{\Delta \mathrm{Q_x}}{\Delta \mathrm{Q_y}}\right| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = \left[\frac{y}{x}\right]^{\frac{1}{2}}$$

2- بافتراض أن المستهلك استطاع شراء التركيبة x= 4، y=1 من السلعتين، إيجاد الدخل الذي يسمح له بشراء هذه التركيبة. علما أن سعري السلعتين هما: $P_x = 2$ و $P_y = 1$.:

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow R = 2 \times 4 + 1 \times 1 = 9 \Rightarrow R = 9$$

3- إيجاد دوال الطلب على السلعتين الاثنين، وشرح النتيجة:

انطلاقا من وضع التوازن لدينا:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow y^{\frac{1}{2}} = \frac{P_x}{P_y}x^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{{P_x}^2}{{P_y}^2}x$$

بتعويض قيمة y في معادلة الدخل نجد معادلة الطلب على السلعة x:

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow R = xP_x + \left(\frac{{P_x}^2}{{P_y}^2}x\right)P_y$$

$$\Rightarrow R = xP_x + \frac{{P_x}^2}{P_y}x$$

$$\Rightarrow R = x(P_x + \frac{{P_x}^2}{P_y})$$

$$\Rightarrow x = \frac{R}{P_x + \frac{{P_x}^2}{P_y}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{R\,P_y}{P_xP_y + {P_x}^2} \rightarrow x$$ دالة الطلب على السلعة

بتعويض قيمة x في y نجد دالة الطلب على السلعة y:

$$y = \frac{{P_x}^2}{{P_y}^2}x = \frac{{P_x}^2}{{P_y}^2}\left(\frac{R\,P_y}{P_xP_y + {P_x}^2}\right) = \frac{R\,P_x}{P_xP_y + {P_y}^2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{R\,P_x}{P_xP_y + {P_y}^2} \rightarrow y$$ دالة الطلب على السلعة

شرح النتيجة:

- ✓ السلعتان x و y مرتبطتان مع بعضهما البعض، كما أن العلاقة طردية ما بين الكمية المطلوبة والدخل النقدي في كلا السلعتين.

4- طبيعة السلعتين:

حساب مرونة الطلب الدخلية للسلعتين:

أ- **للسلعة x:**

$$E_{Rx} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x} = \frac{P_y}{P_xP_y + {P_x}^2} \times \frac{R}{\frac{R\,P_y}{P_xP_y + {P_x}^2}} = 1$$

بما أن $0 < E_{Rx} \leq 1$ فإن السلعة x هي سلعة عادية ضرورية.

ب-للسلعة y:

$$E_{Ry} = \frac{\Delta Q_y}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_y} = \frac{P_x}{P_xP_y + {P_y}^2} \times \frac{R}{\frac{R\,P_x}{P_xP_y + {P_y}^2}} = 1$$

بما أن $0 < E_{Rx} \leq 1$ فإن السلعة y هي سلعة عادية ضرورية.

الفصل الرابع:

نظرية الإنتاج

تمهيد:

إن نظرية المستهلك كما وسبق دراسته تقوم بتحليل وشرح خيارات المستهلك والأشخاص الاقتصاديين بوصفهم أفرادا مستهلكين من خلال دراسة سلوك وتصرفات المستهلك الرشيد الهادفة إلى تحقيق أقصى حد من الإشباع أو المنفعة الكلية انطلاقا مما من حوزته من موارد، فإن نظرية الإنتاج تهتم بدراسة سلوك المنشأة أو المشروع بوصفها الوحدة الاقتصادية الإنتاجية التي تقوم بعملية الإنتاج عن طريق استخدام المدخلات، وهي عناصر الإنتاج المختلفة كعنصر العمل، الأرض، رأس المال والتنظيم، من أجل إنتاج المخرجات من السلع والخدمات المتعددة، حيث يعتبر تحقيق أقصى مستوى من الأرباح الهدف الأساسي لقيام المنشأة بالعملية الإنتاجية، حيث أن هناك تشابه واختلاف بين سلوك المنتج والمستهلك يمكن توضيحها فيما يلي:[1]

أ- أوجه التشابه الموجود بين نظرية المستهلك ونظرية المنتج:

يمكن إجمال أوجه التشابه بين نظرية الإنتاج و نظرية الاستهلاك في الجوانب التالية:

- ✓ يشتري المستهلكون المنتجات التي تتيح لهم الحصول على المنفعة، ويشتري المنتجون أو يؤجرون عناصر الإنتاج التي يتحصلون بها على المنتجات.
- ✓ ب – يترجم (يعبر) المستهلكون سلم تفضيلاتهم اتجاه توليفات سلعية بدالة تسمى دالة المنفعة، كما يترجم المنتجون سلم تفضيلاتهم تجاه توليفات من عناصر إنتاج بدالة تسمى دالة الإنتاج.
- ✓ نفقات المستهلكين في حال ثبات (R، Px ، P_y، الذوق) تتعلق بكميات المنتجات التي يشترونها، كما أن تكاليف الإنتاج بالنسبة للمنتجين في حال المنافسة الكاملة تتعلق بالوحدات المستخدمة من عناصر الإنتاج .

ب- أوجه الاختلاف بين نظرية المستهلك ونظرية المنتج:

يمكن حصر أوجه الاختلاف بين نظريتي الإنتاج والاستهلاك في النواحي التالية:

- ➢ عند دراستنا لموضوع المنفعة، انتهينا إلى أن المنفعة ذات طبيعة ذاتية وغير قابلة للقياس الكمي، وبالتالي فإن دالة المنفعة تقيس التغير الترتيبي للمنفعة، في حين أن الإنتاج يكون قابلا للقياس الكمي، وبالتالي فإن دالة الإنتاج تقيس قيما موضوعية.

[1]- عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص ص 74-75.
- عبد القادر بو السبت، مرجع سبق ذكره، ص 137.

- يعتبر المستهلكون المستفيدون الأوحدون من منفعة المنتجات التي يشترونها، كما أن استهلاكهم لهذه المنتجات يكون نهائيا، على عكس المنتجين الذين لا يحتفظون لأنفسهم بالمنتجات التي ينتجونها، بل يبيعونها في أسواق السلع والخدمات للمستهلكين النهائيين، ولهذا يمكن تشبيه استخدامهم لعوامل الإنتاج بالاستهلاك الوسيط.
- يسعى المستهلكون إلى الحصول على أقصى منفعة انطلاقا من دخل معين وأسعار معلومة، في حين يأتي هدف تحقيق أقصى ربح في المقام الأول من اهتمامات المنتجين، أما عن أمر الحصول على أقصى إنتاج انطلاقا من ميزانية انتاج معينة، أو تحقيق حجم معين من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة فتأتي في المقام الثاني من اهتماماته.

أولا- تعريف الإنتاج:

يعرف الإنتاج كما يلي:

- بأنه عملية تحويل مختلف عناصر أو عوامل الإنتاج إلى منتجات نهائية إما تكون مادية (السلع)، أو تكون معنوية (الخدمات)، والتي تلبي أو تشبع الحاجات الاقتصادية للمستهلك، خلال فترة زمنية معينة قد تكون قصيرة أو طويلة.[1]
- ويعرف أيضا الإنتاج بأنه العملة التي تسمح تحويل المدخلات Inputs (اليد العاملة، المواد الأولية، رأس المال، الآلات والمعدات، الأراضي...) إلى مخرجات Outputs (السلع والخدمات)، ونميز بين نوعين من المدخلات:[2]

- **المدخلات الثابتة Les inputs fixes:** هي المدخلات التي تكون كميتها ثابتة ولا يمكن تغييرها.
- **المدخلات المتغيرة Les inputs variables:** هي المدخلات التي يمكن للمؤسسة تغيير كميتها.

ويمكن التمييز بين مفهومين للإنتاج[3]:

[1]-عبلة لمسلف، مرجع سبق ذكره، ص 73.
[2]- عصام بودور، مرجع سبق ذكره،ص 64.
[3]-محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 71.

أ- المفهوم الفني للإنتاج: وهو الذي يبحث في العلاقة بين المستخدم –المنتج، أي العلاقة بين مقدار الكمية

من عوامل الانتاج المستخدمة في إنتاج سلعة ما وكمية الإنتاج من السلعة محل الدراسة بغض النظر عن الأسعار. ويعبر عن العلاقة بين عناصر الإنتاج وكمية الإنتاج بدالة الإنتاج.

ب- المفهوم الاقتصادي للإنتاج: وهو مفهوم يبحث في تحقيق أكبر قدر ممكن من إنتاج سلعة ما بتوظيف

كمية محدودة من عوامل الإنتاج، أو تحقيق قدر معين من الإنتاج بتوظيف كمية أقل من عوامل الانتاج (أقل التكاليف).

ثانيا- عناصر الإنتاج:

يقصد بعوامل الإنتاج تلك العوامل التي تستعمل في العملية الإنتاجية لإنتاج مختلف أنواع السلع والخدمات. وتتلخص هذه العناصر في الآتي[1]:

- **العمل:** يقصد بالعمل كعنصر من عناصر الإنتاج ذلك المجهود الجسمي أو الذهني الذي يقوم به الأفراد لإنتاج السلع والخدمات ويتم قياس عنصر العمل من خلال عدد ساعات العمل ويحصل العامل على أجر مقابل عمله الذي يتحدد بالساعات.
- **الأرض (الموارد الطبيعية):** الأرض تحتوي على العديد من الموارد الطبيعية مثل الأرض الصالحة

للزراعة، المعادن، المياه، الهواء، البترول.. الخ، وكل هذه الموارد الطبيعية يتم استخدامها في العملية الإنتاجية لإنتاج السلع والخدمات المختلفة بالتضافر مع عناصر الإنتاج الأخرى العمل، رأس المال، التنظيم.

- **رأس المال:** يقصد برأس المال في هذا الصدد مجموعة الأموال التي سبق إنتاجها والتي تستخدم في عملية الإنتاج ورأس المال بهذا المعنى ينقسم إلى قسمين وهما:

  - رأس المال الثابت وهو يتمثل في رأس المال الذي يستخدم في العملية الإنتاجية مرات عديدة دون أن يطرأ عليه تغيير مثل: الآلات والمباني والعدد والطرق والمدارس والجامعات؛

[1]- علي صاري، مرجع سبق ذكره، ص ص 82-83.

- رأس المال المتداول هو رأس المال الذي لا يمكن أن يستخدم إلا مرة واحدة في العملية الإنتاجية ويدخل بعد ذلك في تركيب السلعة مثل: المواد الأولية كالقطن والوقود.

➢ **التنظيم:** يقصد بالمنظم الشخص أو مجموعة الأشخاص الذي يؤلف بين عناصر الإنتاج وذلك بهدف إنتاج مجموعة من السلع أو الخدمات، بحيث يتحمل غالبا مخاطر هذه العملية، وعادة ما يكون المنظم هو صاحب المشروع، ولذلك فهو الذي يتحمل مخاطر المشروع وهو أيضا الذي يحصل على الربح الذي يحققه المشروع في حالة نجاح المشروع.

ثالثا– دالة الإنتاج:

هي العلاقة بين الكمية المنتجة من السلع ووسائل الإنتاج المستخدمة في الإنتاج[1]، حي تكتب كما يلي:

$$Q = f(L, K, R, O, \dots\dots)$$

حيث أن:

Q: الناتج الكلي، L: العمل ، K: رأس المال، R: الموارد، O: التنظيم.

رابعا– المدى القصير والمدى الطويل:

✓ **الأجل القصير:** يعبر عن الفترة التي نستطيع خلالها تغيير كمية بعض عناصر الإنتاج بينما تبقى عناصر أخرى ثابتة، أي وجود عناصر الإنتاج المتغيرة و وبعضها الآخر ثابتة.

✓ **الأجل الطويل:** يعبر عن الفترة التي تكون فيها جميع العناصر المستخدمة في الإنتاج متغيرة ولا توجد عناصر ثابتة.

خامسا–دالة الإنتاج في المدى القصير:

لقد جرت العادة في أدبيات نظرية الإنتاج على اختصار عناصر الإنتاج في عنصري رأس المال (K) والعمل (L)، وعليه يمكن التعبير عن دالة الإنتاج بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$Q = f(L, K)$$

حيث أن:

[1]-عمر صخري، مرجع سبق ذكره، ص 69.

Q: الناتج الكلي؛

L: العمل؛ K: رأس المال.

بافتراض أن العمل هو المتغير الوحيد في المدى القصير، تكتب دالة الإنتاج بدلالة العمل فقط بالشكل التالي:

$$Q = f(L, \bar{K}) Q = f(L)$$

حيث أن:

Q: الناتج الكلي؛

L: يمثل العنصر المتغير وهو العمل؛ $\bar{K}$: هو ثابت ويمثل رأس المال.

سادسا- الناتج الكلي والناتج المتوسط والناتج الحدي:

أ- الناتج الكلي Total Product (TP):

وهو عبارة عن إجمالي الإنتاج (إجمالي الكمية المنتجة) المتحصل عليه من استخدام عناصر الإنتاج المختلفة في العملية الإنتاجية خلال فترة زمنية معينة. أي أن:

الناتج الكلي ⟵ إجمالي الكمية المنتجة ⟵ المتحصل عليها من إضافة وحدات من عنصر الإنتاج المتغير إلى عنصر الإنتاج الثابت.

ب- الناتج المتوسط Average Product (AP_l):

وهو عبارة عن متوسط ما تسهم به وحدة من العنصر الإنتاجي في الإنتاج الكلي (نصيب العامل الواحد من الإنتاج الكلي)، أي:

الناتج المتوسط ⟵ مساهمة العامل الواحد في الإنتاج الكلي

ويحسب كمال يلي:

$$\text{الناتج المتوسط} = \frac{\text{الناتج الكلي}}{\text{عدد العمال}}$$

$$AP_l = \frac{TP}{L}$$

ج- الناتج الحدي Marginal Product (MP_l):

وهو عبارة عن معدل الزيادة في الناتج الكلي الناتجة عن تغيير الكمية المستخدمة من العنصر الإنتاجي بمقدار وحدة واحدة، أو هو عبارة عن مقدار التغير في الناتج الكلي نتيجة زيادة عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير بوحدة واحدة، ونحصل عليه من خلال قسمة التغير في الناتج الكلي على التغير في عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير (عنصر العمل).

الناتج الحدي ⟵ التغير في الناتج الكلي ⟵ الناتج عن زيادة عدد وحدات العمل بوحدة واحدة

الناتج الحدي رياضيا ⟵ هو عبارة عن المشتقة الأولى لدالة الإنتاج بالنسبة للعنصر المتغير.

ويحسب كمال يلي:

$$\text{الناتج الحدي} = \frac{\text{التغير الناتج في الكلي}}{\text{التغير عدد في العمال}}$$

(في حالة بيانات متصلة (دالة مستمرة)) $MP_l = \frac{\partial TP}{\partial L}$

(في حالة بيانات متقطعة (المعطيات على شكل جدول)) $MP_l = \frac{\Delta TP}{\Delta L}$

مثال:

يمثل الجدول التالي الإنتاج الكلي الناتج عن استخدام وحدات من الأرض والعمل على افتراض إضافة وحدات متتالية ومتساوية من عنصر العمل إلى كمية ثابتة من عنصر الأرض.

الجدول رقم (24): الإنتاج الكلي الناتج عن استخدام وحدات من الأرض والعمل

الأرض	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
العمل	0	1	2	3	4	5	6	7	8	**9**
الناتج الكلي TP	0	20	50	90	120	140	150	150	140	**120**

المطلوب: حساب الناتج المتوسط والناتج الحدي للعمل مع تمثيل منحنى الناتج الكلي والمتوسط والحدي، مع شرح هذه المنحنيات.

الحل:

$$\text{الناتج المتوسط } \mathbf{AP}_{l} = \frac{\text{الناتج الكلي}}{\text{عدد العمال}} = \frac{TP}{L}$$

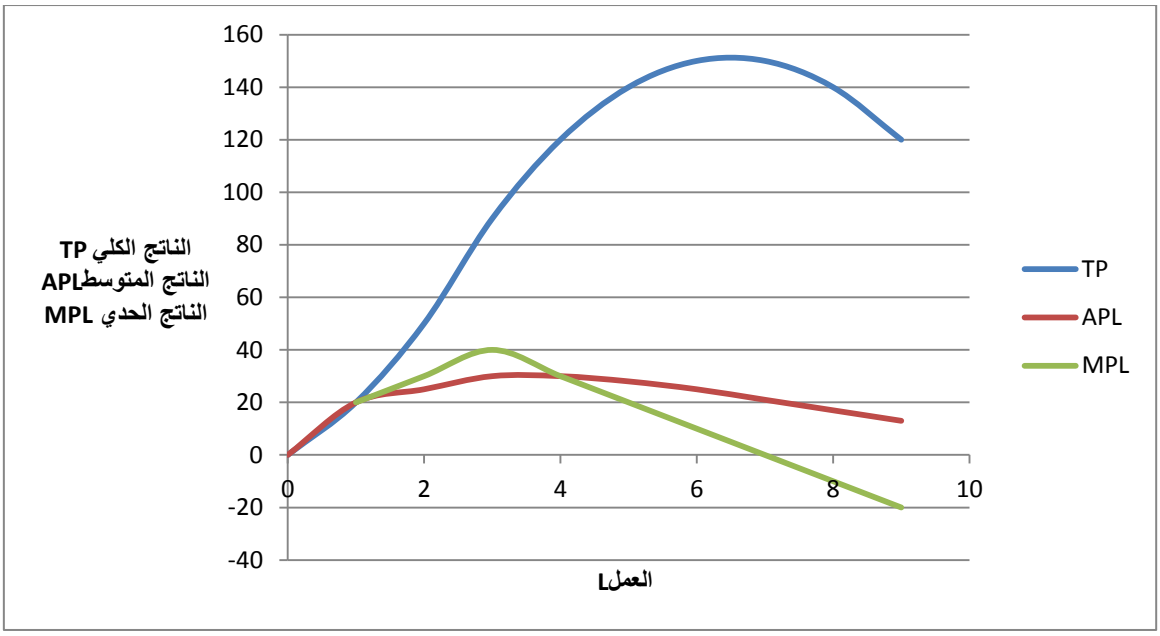
$$\text{الناتج الحدي } \mathbf{MP}_{l} = \frac{\text{التغير الناتج في الكلي}}{\text{التغير عدد في العمال}} = \frac{\Delta TP}{\Delta L}$$

الجدول رقم (25): الناتج المتوسط والناتج الحدي للعمل

الأرض	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
العمل	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
الناتج الكلي TP	**0**	**20**	**50**	**90**	**120**	**140**	**150**	**150**	**140**	**120**
الناتج المتوسط AP_l	**0**	**20**	**25**	**30**	**30**	**28**	**25**	**21.43**	**17.5**	**13.33**
الناتج الحدي MP	**-**	**20**	**30**	**40**	**30**	**20**	**10**	**0**	**-10**	**-20**

الشكل رقم (115) يوضح التمثيل البياني لكل من الناتج الحدي والمتوسط والكلي.

الشكل رقم (115): الناتج الكلي والمتوسط والحدي للعمل



سابعا– قانون تناقص الغلة:

يخضع الإنتاج في الفترة القصيرة لقانون تناقص الغلة، الذي يوضح العلاقة بين الكميات المتزايدة من عنصر الإنتاج المتغير (العمل مثلا) والكميات المنتجة من السلع، وذلك في ظل ثبات عنصر إنتاجي آخر (رأس المال مثلا).

حيث ينص قانون تناقص الغلة على أنه" إذا ما ازدادت الكمية المستخدمة من أحد عناصر الإنتاج بكميات متساوية خلال فترة زمنية معينة، مع بقاء الكمية المستخدمة من العناصر الإنتاجية الأخرى ثابتة دون تغيير، فإن الناتج الكلي سيزداد، ولكن بعد حد معين فإن الزيادة في الناتج تصبح أقل فأقل، ومعنى ذلك أن كل من الناتج الحدي والناتج المتوسط لعنصر الإنتاج المتغير في النهاية سوف يأخذان في التناقص[1]".

حيث أن الإنتاج الكلي يمر بثلاثة مراحل هي:[2]

[1] -محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 73.

[2] - بتصرف من: شريفي مسعودة، محاضرات وتمارين في الاقتصاد الجزئي (الجزء الثاني)، موجه لطلبة السنة الأولى علوم تسييرو علوم اقتصادية والسنة الثانية علوم تجارية.كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة بشار، 2009-2010، ص 2.

- **مرحلة تزايد الغلة (تزايد غلة الحجم):** في هذه المرحلة يتزايد الإنتاج الكلي بمعدل متزايد، كلما تزايد عدد الوحدات المستخدمة من العنصر الإنتاجي المتغير، أي تكون الزيادة في حجم الإنتاج أكبر من الزيادة في العنصر الإنتاجي المستخدم، وعندها يكون الإنتاج الحدي هو الآخر متزايد.
- **مرحلة تناقص الغلة (تناقص غلة الحجم):** في هذه المرحلة يستمر الإنتاج الكلي بالتزايد ولكن بمعدل متناقص، أي تكون الزيادة في حجم الإنتاج أقل من الزيادة في العنصر الإنتاجي المستخدم، ويؤدي الاستمرار في إضافة وحدات العنصر الإنتاجي المستخدم في هذه الحالة حتى تتلاشى فيه الزيادة في الناتج الكلي عندما يصل هذا الناتج إلى نهايته العظمى، وعندها يبدأ الإنتاج الحدي بالتناقص.
- **مرحلة الغلة السالبة (التناقص المطلق للغلة):** في هذه المرحلة يتناقص الإنتاج الكلي، حيث أن استخدام المزيد من وحدات من العنصر الإنتاجي المستخدم في هذه المرحلة لا يسهم في أي زيادة في الناتج الكلي، بل يؤدي في الواقع إلى تناقص الناتج الكلي عن نهايته العظمى وعندها يصبح الإنتاج الحدي سالب.

ثامنا– دراسة العلاقة بين منحنيات الناتج الكلي والناتج المتوسط والناتج الحدي:

من خلال الشكل السابق يمكن ملاحظة ما يلي:

- ✓ نلاحظ أن منحنى الناتج الحدي للعمل والناتج المتوسط للعمل يتحددان من خلال منحنى الناتج الكلي TP؛
- ✓ نلاحظ أن الناتج الكلي يزداد بزيادة متزايدة في المرحلة الأولى، ثم بزيادة متناقصة في المرحلة الثانية إلى أن يصل إلى حده الأقصى، فيبدأ بعدها الناتج الكلي بالتناقص مع كل إضافة في وحدات العنصر الإنتاجي المتغير (العمل)؛
- ✓ عندما يكون الناتج الكلي متزايد بمعدلات متزايدة يكون الناتج الحدي للعمل متزايد إلى أن يصل إلى نهايته العظمى؛

أي أن: الناتج الكلي متزايد بمعدلات متزايدة ⟸ الناتج الحدي متزايد

- ✓ عندما يصل الناتج الكلي لنقطة الانعطاف (نقطة الانقلاب) يكون الناتج الحدي للعمل في نهايته العظمى؛

أي أن:

الناتج الكلي عند نقطة الانعطاف (الانقلاب) ⟸ الناتج الحدي للعمل في نهايته العظمى

✓ بعد نقطة الانعطاف على منحنى الناتج الكلي يبدأ يتزايد الناتج الكلي بمعدلات متناقصة ويكون الناتج الحدي للعمل متناقص، وهنا يبدأ مفعول قانون تناقص الغلة؛

أي أن: الناتج الكلي متزايد بمعدلات متناقصة ⟸ الناتج الحدي للعمل متناقص

✓ عندما يصل الناتج الكلي لنهايته العظمى ينعدم الناتج الحدي للعمل؛

أي أن: الناتج الكلي في النهاية العظمى ⟸ الناتج الحدي للعمل معدوم $MP_l = 0$

✓ عندما يبدأ الناتج الكلي في التناقص يكون الناتج الحدي للعمل سالب؛

أي أن: الناتج الكلي متناقص ⟸ الناتج الحدي للعمل سالب $MP_l < 0$

✓ يبلغ منحنى الناتج الحدي نهايته العظمى قبل منحنى الناتج المتوسط، كما أن منحنى الناتج الحدي يقع أعلى منحنى الناتج المتوسط؛

✓ يتزايد الناتج المتوسط للعمل عندما يكون الناتج الكلي يتزايد بمعدلات متزايدة (زيادة استخدام عنصر العمل)، حيث يكون ميل منحنى الناتج المتوسط للعمل موجب؛

✓ عندما يكون الناتج الحدي للعمل متناقص يتقاطع مع الناتج المتوسط للعمل في نهايته العظمى، أي يصبح الناتج الحدي والمتوسط متساويان؛

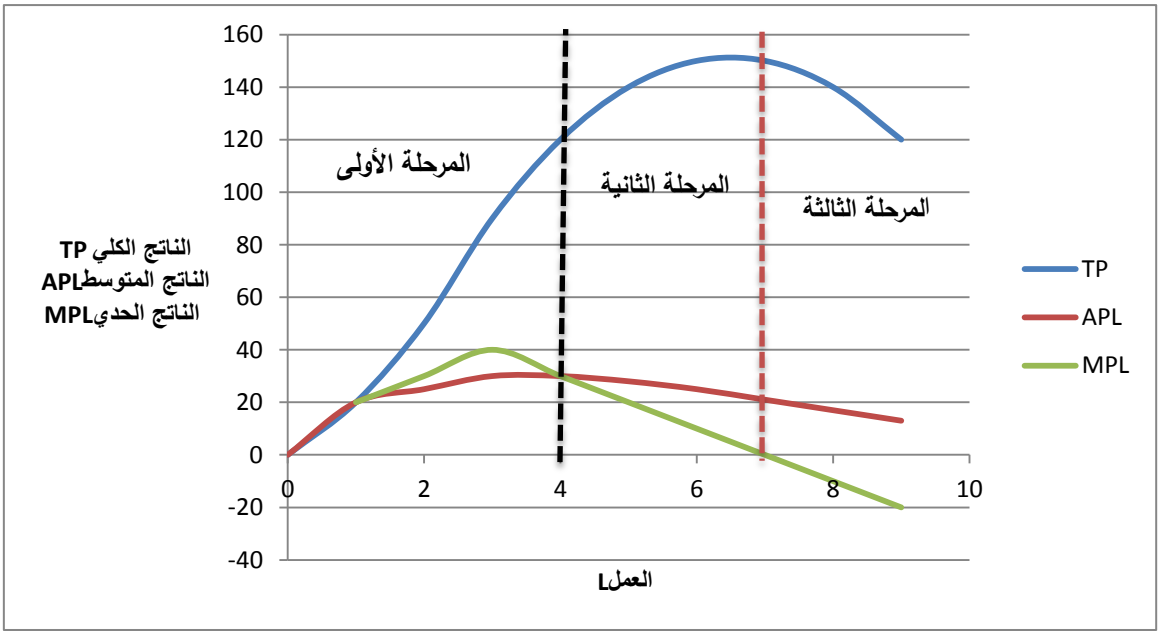
أي أن: الناتج المتوسط والحدي يتقاطعان ⟸ النهاية العظمى للناتج المتوسط للعمل AP_l
⟸ الناتج الحدي يساوي الناتج المتوسط $(AP_l = MP_l)$

✓ يبدأ الناتج المتوسط للعمل AP_l في التناقص بعد وصوله للنهاية العظمى ويصبح ذو ميل سالب، لكن قيم الناتج المتوسط دائما تكون موجبة لأن الناتج الكلي يكون موجبا دائما؛

تاسعا– مراحل الإنتاج:

هناك ثلاث مراحل للإنتاج، حيث من خلال العلاقة بين الناتج الكلي والمستويات المختلفة من عنصر العمل، والعلاقة بين الناتج المتوسط والناتج الحدي من جهة، وبينهما وبين الكميات المستخدمة من عنصر العمل، والشكل رقم (116) يوضح ذلك.

الشكل رقم (116): مراحل الإنتاج



يمكن تحديد مراحل الإنتاج الثلاثة كما يلي:[1]

- **المرحلة الأولى:** تبدأ المرحلة الأولى من نقطة الأصل (الصفر) وتنتهي عند نقطة التقاطع بين الناتج المتوسط والناتج الحدي، أي عند النهاية العظمى لمنحنى الناتج المتوسط، حيث أنه في هذه المرحلة يكون تزايد الناتج الحدي بدرجة أسرع من تزايد الناتج المتوسط، ومن مصلحة المنتج هنا الاستمرار في زيادة وحدات إضافية من عنصر العمل لأنها تؤدي إلى زيادة الإنتاج ومن ثم زيادة الإيرادات والاسهام في تخفيض التكاليف في الوقت ذاته بسبب تزايد الناتج المتوسط لعنصر العمل، وبالتالي تزايد الأرباح.

أي أن:

المرحلة الأولى:

تبدأ من نقطة الصفر $L = 0$ ⟵ وتنتهي عند $AP_l = MP_l$ أو $\frac{\partial AP_L}{\partial L} = 0$

[1] -بتصرف من: محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 76.

- **المرحلة الثانية:** تبدأ من نقطة التقاطع بين الناتج المتوسط والناتج الحدي (النهاية العظمى للناتج المتوسط)، وتنتهي عند النقطة التي يكون فيها الناتج الكلي في نهايته العظمى ويكون فيها الناتج الحدي للعمل معدوم، وخلال هذه المرحلة يتزايد الناتج الكلي بمعدل متناقص ليصل إلى أقصاه، كما يتناقص كل من الناتج المتوسط والناتج الحدي، إلا أن الناتج الحدي يتناقص بدرجة أسرع من تناقص الناتج المتوسط. وتمثل المرحلة الثانية مرحلة الإنتاج الأمثل لأنه يتحقق خلالها أفضل نسبة مزج بين عنصر الإنتاج المتغير (العمل) وعنصر الإنتاج الثابت (الأرض) للحصول على أعظم ناتج، وعليه فالمنتج يتوقف عن استخدام وحدات إضافية من عنصر العمل عندما يصل الناتج الكلي للقيمة العظمى.

أي أن:

المرحلة الثانية:

تبدأ من نقطة $AP_l = MP_l$ أو $\frac{\partial AP_L}{\partial L} = 0$ ⟵ تنتهي عند $MP_l = 0$

- **المرحلة الثالثة:** حيث تمثل المرحلة التي يكون فيها منحنى الناتج الكلي متناقصا والناتج الحدي لعنصر العمل سالبا، ويعد الاستمرار في إضافة وحدات عنصر العمل خلال هذه المرحلة غير منطقي، حيث يمكن للمنتج زيادة الإنتاج والأرباح بخفض استخدام عنصر الإنتاج المتغير (العمل).

أي أن:

المرحلة الثالثة ⟵ تبدأ من نقطة التي يكون فيها $MP_L \leq 0$

ملاحظة:

المرحلة الأولى لعنصر العمل تمثل المرحلة الثالثة لعنصر الإنتاج الثاني وليكن مثلا الأرض، والمرحلة الثالثة للعمل تمثل المرحلة الأولى للأرض.

عاشرا- دالة الإنتاج في المدى الطويل:

في المدى الطويل تصبح جميع عوامل الإنتاج متغيرة، حيث انه من أجل تبسيط التحليل فإنه يتم إختصار عوامل الإنتاج في عاملين فقط هما العمل (L) ورأس المال (K)، وبالتالي يمكن التعبير عن دالة الإنتاج بالعلاقة التالية:

$$Q = f(L, K)$$

إحدى عشر: منحنى الكلمية المتساوية:

1- تعريف منحنى الكمية المتساوية:

منحنى الكمية المتساوية هو عبارة عن التراكيب المختلفة من العمل ورأس المال التي يمكن للمؤسسة أن تستخدمها في إنتاج كمية محددة من الإنتاج، بتعبير آخر هو نفسه منحنى السواء عند المستهلك، حيث يشير منحنى الكمية المتساوية المرتفع إلى كمية أكبر من الإنتاج ويدل المنحنى المنخفض إلى كمية أقل.[1]

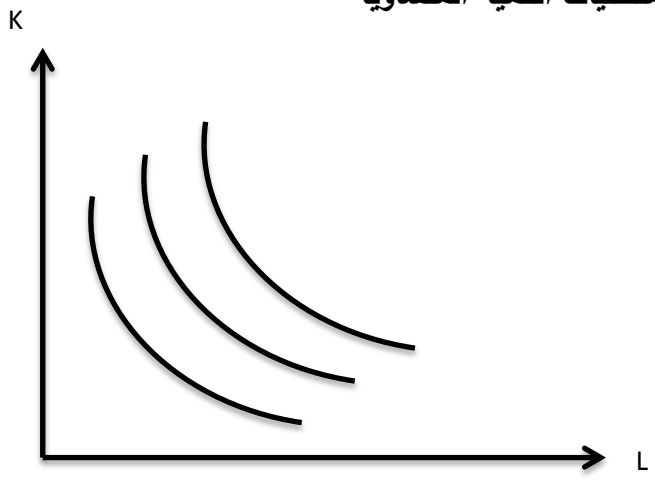
أي أن:

منحنى الكمية المتساوية ⟵ هو تراكيب مختلفة من العمل ورأس المال

⟵ تنتج كمية متساوية من حجم الإنتاج

والشكل رقم (117) يوضح منحنيات الكمية المتساوية

الشكل رقم (117): منحنيات الكمية المتساوية



[1] - عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 83.

2- خصائص منحنيات الكمية المتساوية:

كما سبق ذكره فإن منحنيات الكمية المتساوية هي نفسها منحنيات السواء، لذلك فهي لها نفس خصائصها وهي تتميز بما يلي:[1]

- كلما ابتعد منحنى الناتج المتساوي عن نقطة الأصل كلما كان مستوى الإنتاج أكبر.
- منحنيات الناتج المتساوي لا يمكن أن تتقاطع، لأن كل منها يمثل مستوى معينا من الإنتاج، ويمر عبر كل نقطة (توليفة من عنصري الإنتاج) منحنى ناتج واحد.
- منحنيات الناتج المتساوي محدبة اتجاه نقطة الأصل.
- إن القابلية على إحلال عنصر إنتاج محل آخر يعني بأن منحنى الناتج المتساوي سالب الانحدار، أي أن زيادة أحد عناصر الإنتاج تعني التقليل من العنصر الآخر. ويطلق على القيمة المطلقة لميل منحنى الناتج المتساوي (أي بإهمال الإشارة) بـ "المعدل الحدي للإحلال الفني(التقني) للعمل محل رأس المال في الإنتاج"، وهو يقيس مقدار رأس المال الذي تتخلى عنه المنشأة لزيادة مقدار العمل بوحدة واحدة وللاستمرار عند نفس منحنى الناتج المتساوي.

إثنا عشر: المعدل الحدي للإحلال التقني (MRTS) Marginal Rate Technical of Substitution:

المعدل الحدي للإحلال التقني (الفني) (MRTS) يعبر عن عدد الوحدات التي يكون المنتج مستعدا للتخلي عنها من عنصر إنتاجي معين مقابل الحصول على وحدة واحدة من العنصر الإنتاجي الآخر، بحيث يبقى على نفس منحنى الكمية المتساوية، أي:

المعدل الحدي للإحلال التقني ($MRTS_{LK}$) ⟵ هو التنازل عن كمية من رأس المال مقابل الحصول على وحدة واحدة من العمل

والمعدل الحدي للإحلال التقني هو نفسه ميل منحنى الكمية المتساوية (الناتج المتساوي)، حيث أنه يتناقص كلما انتقلنا من أعلى المنحنى إلى أسفله، أي كلما اتجه المنتج إلى إحلال عنصر العمل محل عنصر رأس المال، تقل نسبة الإنتاجية الحدية للعمل إلى الإنتاجية الحدية لرأس المال كلما زادت الكمية المستخدمة من عنصر العمل وانخفضت الكمية المستخدمة من عنصر رأس المال.

[1] - محمد جصاص، مرجع سبق ذكره، ص 83.

ورياضيا المعدل الحدي للإحلال التقني هو ميل منحنى الناتج المتساوي، فإن قيمته سوف تكون سالبة، لذلك يقاس بالقيمة المطلقة، حيث يحسب كما يلي:

- في حالة المعطيات على شكل جدول (بيانات متقطعة):

$$\text{المعدل الحدي للاحلال التقني} = \frac{\text{التغير في رأس المال}}{\text{التغير في العمل}}$$

$$MRST_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right|$$

- في حالة بيانات على شكل دالة (بيانات متصلة):

$$\text{المعدل الحدي للاحلال التقني} = \frac{\text{الناتج الحدي للعمل}}{\text{الناتج الحدي لرأس المال}}$$

$$MRST_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

مثال1:

يوضح الجدول التالي ثلاثة منحنيات للكمية المتساوية، **المطلوب** حساب المعدل الحدي للإحلال التقني $MRST_{LK}$.

المنحنى الثالث		المنحنى الثاني		المنحنى الأول	
K	L	K	L	K	L
12	5	10	3	8	1
9	6	7	4	5	2
7	7	5	5	3	3
6.2	8	4.2	6	2 .3	4
5.5	9	3.5	7	1.8	5
5.3	10	3.2	8	1.6	6
5.5	11	3.5	9	1.8	7

الحل: المعدل الحدي للإحلال التقني بما أنه لدينا بيانات في جدول يحسب كما يلي:

$$MRST_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right|$$

بالنسبة لمنحنى الناتج المتساوي الأول:

$$MRST_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \left|\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}\right| = \left|\frac{5-8}{2-1}\right| = 3$$

$$MRST_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \left|\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}\right| = \left|\frac{3-5}{3-2}\right| = 2$$

$$MRST_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \left|\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}\right| = \left|\frac{2.3-3}{4-3}\right| = 0.7$$

$$MRST_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \left|\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}\right| = \left|\frac{1.8-2.3}{5-4}\right| = 0.5$$

$$MRST_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \left|\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}\right| = \left|\frac{1.6-1.8}{6-5}\right| = 0.2$$

نفس الشيء بالنسبة للمنحنيات الأخرى.

المنحنى الأول			المنحنى الثاني			المنحنى الثالث		
L	K	$MRST_{LK}$	L	K	$MRST_{LK}$	L	K	$MRST_{LK}$
1	8		3	10		5	12	
2	5	3	4	7	3	6	9	3
3	3	2	5	5	2	7	7	2
4	2 .3	0.7	6	4.2	0.8	8	6.2	0.8
5	1.8	0.5	7	3.5	0.7	9	5.5	0.7
6	1.6	0.2	8	3.2	0.3	10	5.3	0.2
7	1.8	0.2	9	3.5	0.3	11	5.5	0.2

مثال 2:

لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = KL = 24$

المطلوب: حساب المعدل الحدي للإحلال التقني عندما يكون العمل = 6 وحدات مع شرح النتيجة.

الحل:

1- حساب المعدل الحدي للإحلال التقني:

$Q = KL = 24$

$\Rightarrow K = 24L^{-1}$

لدينا المعدل الحدي للاحلال التقني في حالة دالة يحسب كمايلي:

$$MRST_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

$$MP_L = K$$

$$MP_K = L$$

$$MRST_{LK} = \frac{K}{L}$$

$$MRST_{LK} = \frac{24L^{-1}}{L}$$

$$MRST_{LK} = \frac{24}{L^2} = \frac{24}{6^2} = 0.67$$

2- الشرح:

هذا يعني أنه للحصول على وحدة واحدة من العمل على المنتج التخلي (التنازل) على 0.67 وحدة من رأس المال.

ثلاثة عشر- منحنى التكلفة المتساوية (خط التكلفة):

الكمية التي يستطيع المنتج شراءها من عوامل الإنتاج لإنتاج كمية معينة تتوقف على عاملين هما المبلغ المخصص للإنفاق على شراء عناصر الإنتاج والعامل الثاني هو أسعار عناصر الإنتاج وهذا ما يمكن تمثيله بيانيا عن طريق خط التكلفة المتساوية.[1]

ومنه فإن منحنى التكلفة المتساوية هو عبارة عن المحل الهندسي للتراكيب المختلفة من العمل ورأس المال التي يمكن أن يشتريها المنتج من السوق إذا تحددت أسعارها وكذا الميزانية المخصصة لشرائها، بمعنى أخر هو نفسه منحنى الدخل بالنسبة للمستهلك، إن الانتقال من خط تكلفة إلى خط تكلفة أعلى يعني أن المؤسسة قد خصصت لإنتاجها ميزانية أعلى.[2] أي أن:

منحنى التكلفة المتساوية ⟵ المحل الهندسي للتراكيب المختلفة التي يمكن شراؤها من العمل ورأس المال بتكلفة عند أسعار محددة

وتكتب معادلة التكلفة المتساوية كما يلي:

$$TC = L\,P_L + KP_K$$

[1] - شريفي مسعودة، مرجع سبق ذكره، ص 6.
[2] - عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 86.

حيث أن:

TC: التكلفة الكلية أو تكلفة الإنتاج (ميزانية المنتج)؛

L ، K: يمثلان العمل ورأس المال على التوالي؛

P_L ، P_K: يمثلان أسعار العمل ورأس المال على التوالي.

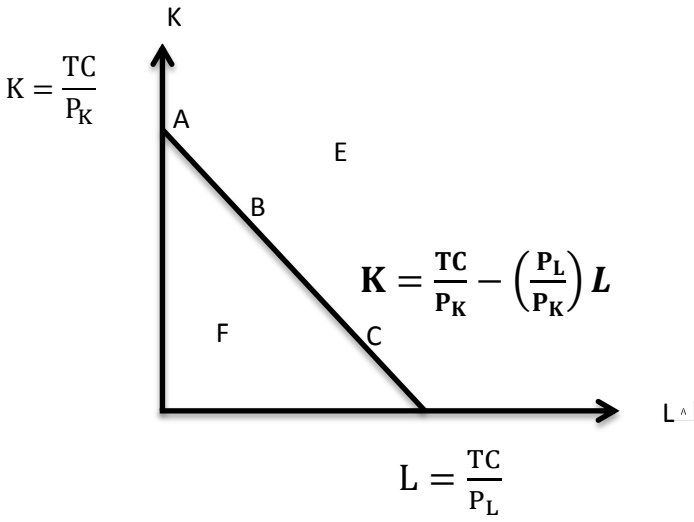
ومن معادلة التكلفة يمكن استخراج معادلة خط التكلفة المتساوية التي تكتب على الشكل الآتي:

$$\mathbf{K = \frac{TC}{P_K} - \left(\frac{P_L}{P_K}\right) L}$$

حيث يأخذ خط التكلفة المتساوية شكل خط مستقيم سالب الميل، وميله $\left(-\left(\frac{\mathbf{P_L}}{\mathbf{P_K}}\right)\right)$، واحداثياته هي $\left(\frac{\mathbf{TC}}{\mathbf{P_K}}, \frac{\mathbf{TC}}{\mathbf{P_L}}\right)$.

ويمثل كما يلي:

الشكل رقم (118): خط التكلفة المتساوية



حيث أن:

A وB وC: هي تراكيب ممكنة ومستنفذة لميزانية الإنتاج؛

F: هي تركيبة ممكنة ولكنها غير مستنفذة لميزانية الإنتاج؛

E: هي تركيبة غير ممكنة.

مثال:

لنفترض أن منتج لديه ميزانية تكاليف تقدر بـ 100 وحدة نقدية، وأن أسعار عوامل الإنتاج هي على التوالي،P_L= 4 ، P_K= 5، **المطلوب** تمثيل خط التكلفة المتساوية.

الحل:

لدينا معادلة التكلفة الكتساوية هي:

$$TC = L\,P_L + KP_K$$
$$100 = 4\,L + 5\,K$$

ومعادلة خط التكلفة المتساوية هي:

$$K = \frac{TC}{P_K} - \left(\frac{P_L}{P_K}\right)L$$
$$K = \frac{100}{5} - \left(\frac{4}{5}\right)L$$
$$K = 20 - 0.8L$$

نعلم بأن احداثيات منحنى خط التكلفة المتساوية هما $\left(\frac{TC}{P_K}, \frac{TC}{P_L}\right)$

- ✓ عندما **L=0**، فإن **K=20**

$$K = 20 - 0.8L$$
$$\Rightarrow K = 20 - 0.8(0) \Rightarrow K = 20$$

أو

$$K = \frac{TC}{P_K} = \frac{100}{5} = 20$$

- ✓ عندما **K=0**، فإن **L=25**

$$K = 20 - 0.8L$$
$$\Rightarrow 0 = 20 - 0.8L \Rightarrow L = 25$$

أو

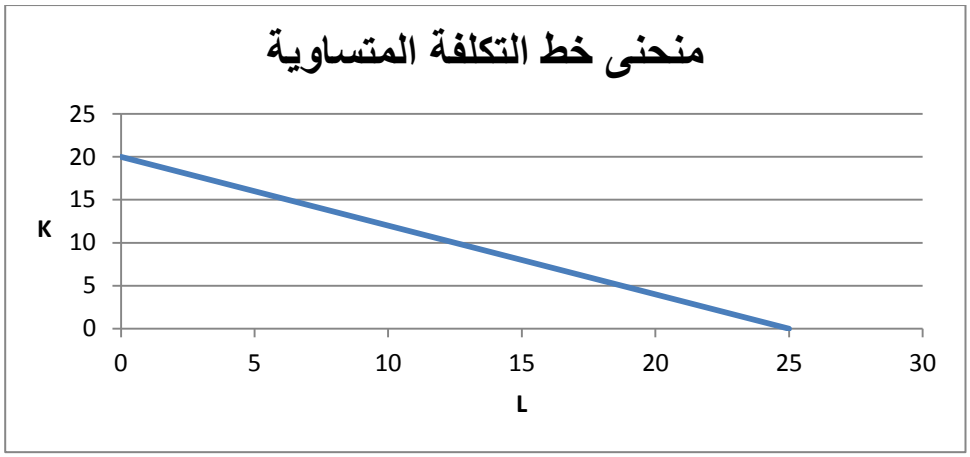
$$L = \frac{TC}{P_L} = \frac{100}{4} = 25$$

وميل خط التكلفة المتساوية هو $-\frac{P_L}{P_K}$ ويساوي $-\frac{P_L}{P_K} = -\frac{4}{5} = -0.8$

ومنه نتحصل على القيم التالية الظاهرة في الجدول.

L	0	25
K	20	0

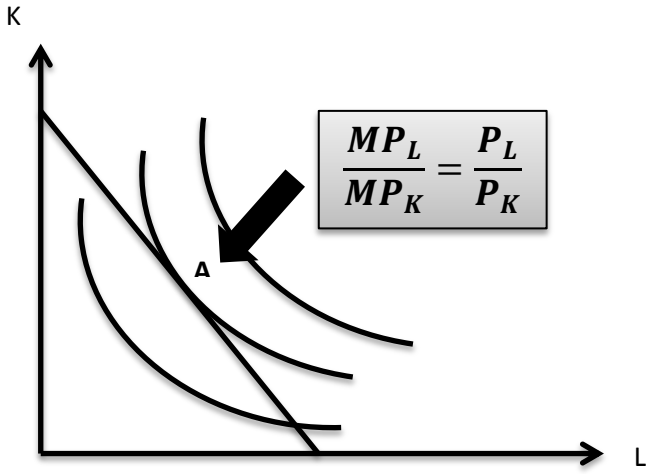
الشكل رقم (119): منحنى خط التكلفة المتساوية



<u>أربعة عشر – توازن المنتج:</u>

يكون المنتج في حالة توازن عندما يصل إلى أعلا منحنيات الكمية المتساوية بمعلومية منحنى التكاليف المتساوية أي باستخدام ميزانيته المحدودة وفي ظل أسعار عوامل الإنتاج السائدة في السوق، بحيث يحصل على تركيبة من عوامل الإنتاج العمل ورأس المال التي تحقق له أقصى إنتاج ممكن، ويتم ذلك عندما يكون منحنى الكمية المتساوية مماسا لمنحنى التكلفة المتساوية، أي أن نقطة توازن المنتج سوف تكون واقعة على خط التكلفة المتساوية وعلى أعلى منحنى ناتج يمكن الوصول إليه. والشكل رقم (120) يوضح أن النقطة A هي نقطة التوازن.

الشكل رقم (120): التوازن بيانيا



حيث أنه عند نقطة التماس يتساوى الميل المطلق لمنحنى الكمية المتساوية والميل المطلق لمنحنى التكلفة المتساوية **(ميل منحنى الكمية المتساوية = ميل منحنى التكلفة المتساوية)**، ويعني هذا أنه عند التوازن يتساوى المعدل الحدي للإحلال التقني ونسبة سعري عوامل الانتاج (العمل ورأس المال) أي أنه يكون لدينا ما يلي:

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

ومنه فإن توازن المنتج بيانيا يتحقق عندما ⟵ يكون ميل منحنى الكمية المتساوية = ميل منحنى التكلفة المتساوية $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$

التوازن رياضيا: نميز حالتين وهما:

الحالة الأولى: الحصول على أكبر ناتج كلي ممكن انطلاقا من ميزانية إنفاق محددة (حالة تعظيم الإنتاج). أي:

التوازن الأمثل للمنتج هو ⟵ المنتج يرغب في الحصول على أكبر ناتج ممكن انطلاقا من ميزانية إنفاق معينة

الحالة الثانية: الحصول على ناتج كلي محدد بأقل تكلفة ممكنة (حالة تدنية التكاليف). أي:

التوازن الأمثل للمنتج هو ⟵ المنتج يرغب في الوصول إلى أقل تكلفة ممكنة من أجل ناتج معين

ملاحظة:

يتم استخدام مضاعف لاغرانج أو طريقة التعويض في كلتا الحالتين للحصول على التركيبة المثلى التي تحقق توازن المنتج، مثلما رأيناه في سلوك المستهلك.

سوف نستخدم مضاعف لاغرانج كما يلي:

الحالة الأولى: المنتج يرغب في الحصول على أكبر ناتج ممكن انطلاقا من ميزانية إنفاق معينة: (تعظيم الإنتاج تحت قيد التكاليف) أي:

برنامج المنتج $\begin{cases} MAX: \quad Q = f(L,K) \\ \frac{S}{C}: \quad TC = LP_L + KP_K \end{cases}$

ولإيجاد التركيبة المثلى التي تحقق للمنتج التوازن اي تعظيم الإنتاج نكتب دالة لاغرانج رياضيا كما يلي:

$$\boldsymbol{L = f(L,K) + \lambda(TC - LP_L - KP_K)}$$

حيث أنه لحل دالة لاغرانج يجب تحقيق شرطين هما: الشرط اللازم والشرط الكافي.

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \frac{df(L,K)}{dL} - \lambda P_L = 0 \Rightarrow f'_L - \lambda P_L = 0 \Rightarrow f'_L = \lambda P_L \dots\dots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \frac{df(L,K)}{dK} - \lambda P_K = 0 \Rightarrow f'_K - \lambda P_K = 0 \Rightarrow f'_K = \lambda P_K \dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow TC - LP_L - KP_K = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر وهو يتكون من المشتقات الجزئية الثانية لدالة لاغرانج، والهدف، ويكتب بالصيغة التالية:

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & -P_L \\ L''_{KL} & L''_{KK} & -P_K \\ -P_L & -P_K & 0 \end{vmatrix} > 0$$

<u>الحالة الثانية:</u> المنتج يرغب في الوصول إلى أقل تكلفة ممكنة من أجل ناتج معين (تدنية التكاليف تحت قيد الإنتاج). أي لدينا تابع ميزانية متغير ومعادلة إنتاج ثابتة.

أي:

برنامج المنتج $\begin{cases} MIN: \quad TC = LP_L + KP_K \\ \frac{S}{C}: \quad Q = f(L,K) \end{cases}$

ولإيجاد التركيبة المثلى التي تحقق للمنتج التوازن أي تخفيض التكاليف نكتب دالة لاغرانج رياضيا كما يلي:

$$L = LP_L + KP_K + \lambda(Q - f(L,K))$$

حيث أنه لحل دالة لاغرانج يجب تحقيق شرطين هما: الشرط اللازم والشرط الكافي.

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dL} - \lambda f'_L = 0 \Rightarrow P_L = \lambda f'_L = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dK} - \lambda f'_K = 0 \Rightarrow P_K = \lambda f'_K = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow Q - f(L,K) = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أقل من الصفر وهو يتكون من المشتقات الجزئية الثانية لدالة لاغرانج، ويكتب بالصيغة التالية:

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} < 0$$

مثال:

بافتراض المعلومات التالية الخاصة بمنتج ما والمتعلقة بدالة الإنتاج وميزانية التكاليف:

$$Q = 2LK + 2 \qquad TC = 3L + 4K$$

المطلوب:

1- أوجد أدنى تكلفة لإنتاج 98 وحدة.

2- إذا ما كان هذا المنتج يمتلك ميزانية تكاليف مخصصة بالكامل لشراء العمل ورأس المال مقدارها TC=60 ما هو أقصى حجم إنتاج يمكن إنتاجه.

الحل:

1- إيجاد توازن المنتج في حالة تخفيض التكاليف تحت قيد الإنتاج علما أن الناتج الكلي هو $Q = 98$ (كمية الإنتاج معلومة وتكاليف الإنتاج مجهولة):

أي:

برنامج المنتج $\begin{cases} MIN: \ TC = LP_L + KP_K \\ \frac{S}{C}: \quad Q = f(L,K) \end{cases}$

ودالة لاغرنج هي:

$$\boldsymbol{L = 3L + 4K + \lambda(98 - 2LK + 2)}$$

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dL} - \lambda f'_L = 0 \Rightarrow 3 - 2K\lambda = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dK} - \lambda f'_K = 0 \Rightarrow 4 - 2L\lambda = 0 \dots\dots\dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 98 - 2LK + 2 = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\boldsymbol{2K\lambda}}{\boldsymbol{2L\lambda}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{3L}{4}} \dots\dots (\boldsymbol{4})$$

بتعويض (4) في (3) نجد قيمة L:

$$98 - 2L\left(\frac{3L}{4}\right) + 2 = 0$$
$$\Rightarrow 96 = \frac{3}{2}L^2$$
$$\Rightarrow L^2 = \frac{96 \times 2}{3} \Rightarrow L = \sqrt{64}$$
$$\Rightarrow L = 8$$

بالتعويض في (4) نجد قيمة K:

$$\boldsymbol{K = \frac{3}{4}(8)}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{K = 6}$$

بالتعويض في دالة التكاليف نجد أدنى تكلفة عند التوازن:

$$TC = 3L + 4K = 3(8) + 4(6) = 48$$

بتعويض قيمة K في المعادلة رقم (1) نجد قيمة $\lambda = 0.25$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أقل من الصفر:

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-2\lambda} & \mathbf{-2K} \\ \mathbf{-2\lambda} & \mathbf{0} & \mathbf{-2L} \\ \mathbf{-2K} & \mathbf{-2L} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-0.5} & \mathbf{-12} \\ \mathbf{-0.5} & 0 & \mathbf{-16} \\ \mathbf{-12} & \mathbf{-16} & 0 \end{vmatrix} = -192 < 0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق إنتاج للمنتج قدره 98 بأقل تكلفة ممكنة هي (L=8, K=6) .

2- إيجاد توازن المنتج في حالة تعظيم الناتج الكلي علما أن ميزانية التكاليف الكلية المخصصة لذلك هي $TC = 60$. (كمية الإنتاج مجهولة وتكاليف الإنتاج معلومة)

باستخدام مضاعف لاغرانج نجد ما يلي:

برنامج المنتج

$$\begin{cases} MAX: \quad Q = f(L,K) \\ \frac{S}{C}: \quad TC = LP_L + KP_K \end{cases}$$

تشكيل دالة لاغرانج:

$$\boldsymbol{L = 2LK + 2 + \lambda(60 - 3L - 4K)}$$

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \mathbf{2K} - 3\lambda = 0 \Rightarrow \mathbf{2K} = 3\lambda \dots\dots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \mathbf{2L} - 4\lambda = 0 \Rightarrow \mathbf{2L} = 4\lambda .. (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 60 - 3L - 4K = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\mathbf{2K}}{\mathbf{2L}} = \frac{3\lambda}{4\lambda} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{3}{4}L} \dots\dots\dots (\mathbf{4})$$

بتعويض (4) في (3) نجد قيمة L:

$$60 - 3L - 4\left(\frac{3}{4}L\right) = 0 \Rightarrow 60 = 6L \Rightarrow L = 10$$

$$\Rightarrow L = 10$$

بالتعويض في (4) نجد قيمة K:

$$\boldsymbol{K = \frac{3}{4}L = \frac{3}{4}(10)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K = 7.5}$$

بالتعويض في دالة الإنتاج نجد الإنتاج الاعظم الذي يحققه المنتج عند التوازن:

$$Q = 2LK + 2$$

$$Q = 2(10)(7.5) + 2 = 152$$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر:

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2} & -3 \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & -4 \\ -3 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 48 > 0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق أعظم إنتاج للمنتج هي (L=10, K=7.5) بتكلفة ممكنة هي: TC= 60.

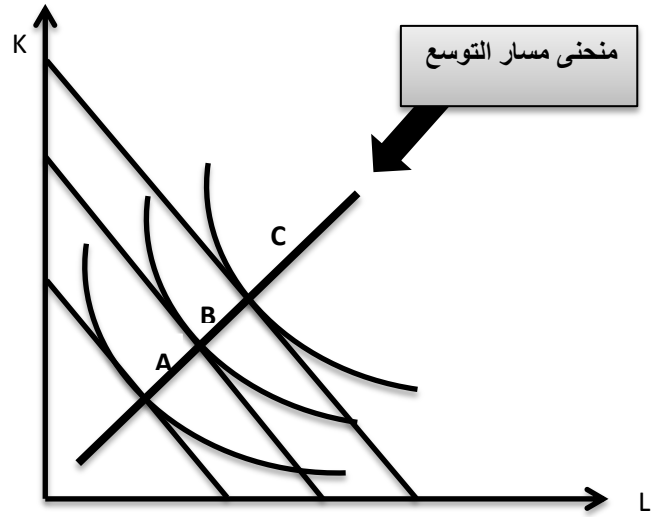
خمسة عشر – منحنى مسار التوسع أو منحنى توسع الإنتاج:

منحنى مسار التوسع هو عبارة عن المحل الهندسي لتوازن المنتج (أي الخط الرابط بين نقاط التوازن المختلفة) عندما تتغير ميزانية إنفاق المنتج مع بقاء اسعار عوامل الإنتاج دون تغيير، فإن ذلك يؤدي إلى انتقال خط التكلفة المتساوية بشكل موازي لوضعه الأصلي فينتقل إلى الأعلى عندما تزداد النفقات الكلية، وإلى الأسفل في حالة انخفاض النفقات، أو العكس عندما يتغير سعر أحد عوامل الإنتاج مع بقاء سعر العامل الآخر وكذا ميزانية الإنفاق دون تغيير، وعليه فمنحنى مسار التوسع بالنسبة للمنتج يقابل منحنى استهلاك دخل بالنسبة للمستهلك أو منحنى استهلاك السعر.[1]

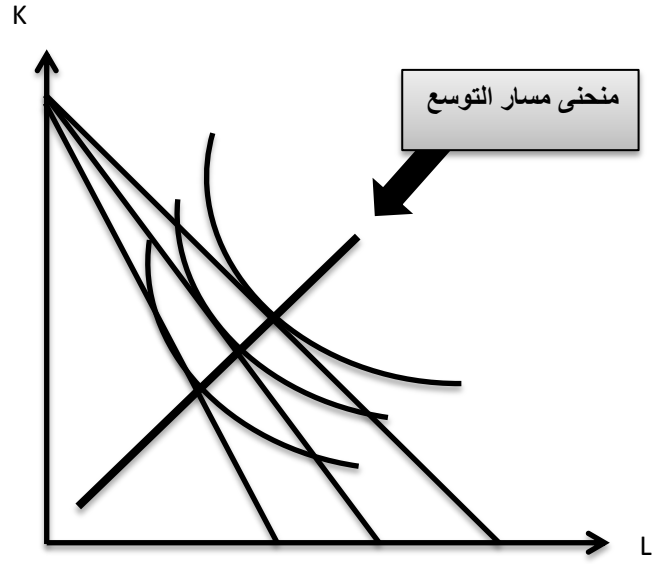
والشكلين رقم (121) و(122) يوضحان منحنى مسار التوسع في الحالتين.

[1] - بتصرف من: عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 90.

الشكل رقم (121): منحنى مسار التوسع في حالة تغير ميزانية المنتج



الشكل رقم (122): منحنى مسار التوسع في حالة تغير سعر أحد عوامل الإنتاج وليكن سعر العمل



ستة عشر– قانون غلة الحجم:

نميز بين ثلاثة حالات لقانون غلة الحجم (أي درجة استجابة الانتاج للزيادة في أحد عوامل الانتاج):

- **غلة حجم متزايدة:** زيادة عوامل الإنتاج يؤدي إلى زيادة الإنتاج الكلي بنسبة أكبر من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.
- **غلة الحجم الثابتة:** زيادة عوامل الإنتاج يؤدي إلى زيادة الإنتاج الكلي بنفس نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.

❖ **غلة الحجم المتناقصة:** زيادة عوامل الإنتاج يؤدي إلى زيادة الإنتاج الكلي بنسبة أقل من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.

سبعة عشر – دوال الإنتاج المتجانسة:

1- تعريف الدوال المتجانسة:

إذا كانت لدينا دالة الإنتاج التالية $Q = f(L,K)$ فنقول عن هذه الدالة أنها متجانسة من الدرجة (n) إذا تحققت العلاقة الآتية:

$$f(tL,tK) = t^n f(L,K)$$

حيث أن:

- ✓ t : عدد موجب، وهو مقدار مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) ورأس المال (K).
- ✓ t^n : مقدار مضاعفة الإنتاج الكلي.
- ✓ n : درجة تجانس الدالة.

أي نقول على تابع إنتاج أنه متجانس ومن الدرجة n، إذا ضربنا كمية كل من عوامل الإنتاج بعدد ثابت موجب وليكن t لحصلنا على ناتج إجمالي مضروبا بذات العدد مرفوع للقوة n أي (t^n).[1]

2- تحديد غلة الحجم من خلال الدوال المتجانسة:

حيث أنه يمكننا تحديد غلة الحجم بالاعتماد على الدوال المتجانسة، حيث تسمح درجة تجانس دوال الإنتاج بمعرفة نوعية غلة الحجم، كما يلي:

- إذا كانت $n = 1$ ⟵ غلة الحجم ثابتة ⟵ معناه أن نسبة الزيادة في الإنتاج تساوي نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.
- إذا كانت $n < 1$ ⟵ غلة الحجم متناقصة ⟵ معناه أن نسبة الزيادة في الإنتاج أقل من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.
- إذا كانت $n > 1$ ⟵ غلة الحجم متزايدة ⟵ معناه أن نسبة الزيادة في الإنتاج أكبر من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.

[1] - بتصرف من: عماري عمار، مرجع سبق ذكره، ص 91.
- جصاص محمد، مرجع سبق ذكره، ص 79.

مثال:

لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = LK + 3L^2$

المطلوب:

- ✓ هل هذه الدالة متجانسة؟
- ✓ إذا كانت كذلك، ما درجة تجانسها؟
- ✓ ما نوع غلة الحجم في هي هذه الحالة؟

الحل:

أ- تحديد تجانس الدالة:

بتطبيق قاعدة التجانس على الدالة نجد ما يلي:

$$f(tL, tK) = (tL)(tK) + 3(tL)^2$$
$$= t.t.LK + 3t^2L^2$$
$$= t^2LK + 3t^2L^2$$
$$= t^2(LK + 3L^2)$$
$$= t^2Q$$
$$f(tL, tK) = t^2 f(L, K)$$

ومنه فإن الدالة متجانسة.

ب- تحديد درجة تجانس الدالة:

الدالة متجانسة وهي من الدرجة الثانية لأن (n=2).

ج- تحديد نوع غلة الحجم:

بما أن n=2، فإن **غلة الحجم متزايدة**.

هذا يعني أن مضاعفة عوامل الإنتاج بمقدار (t) سيؤدي إلى مضاعفة الإنتاج بمقدار (t^2)، أي زيادة الإنتاج نسبة أكبر من نسبة زيادة عوامل الإنتاج، فمثلا إذا ضاعفنا عوامل الإنتاج العمل ورأس المال بـ5 مرات سوف يتضاعف الإنتاج بمقدار (5^2) أي بمقدار 25 مرة.

3- خصائص دوال الإنتاج المتجانسة:

تتميز دوال الإنتاج المتجانسة بالخاصيتين التاليتين:

- إذا كانت دالة الإنتاج متجانسة ومن الدرجة n فإن المشتقات الجزئية الأولى هي أيضا متجانسة ومن الدرجة $(n-1)$.
- توابع الإنتاج المتجانسة تحقق متطابقة أولر (Euler)، والتي تنص على تحقق المعادلة التالية:

$$n.Q = L.f'_L + K.f'_K$$

4- دوال الإنتاج كوب دوغلاس:

تأخذ دالة كوب دوغلاس الشكل التالي:

$$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

حيث أن:

- **Q:** تمثل الناتج الكلي؛
- **L و k:** تمثلان الكميات المستخدمة من عوامل الإنتاج العمل ورأس المال على التوالي؛
- **A:** عامل التقدم العلمي والفني وهي موجبة؛
- α: معامل مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل؛
- β : معامل مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال؛

❖ **تابع إنتاج كوب دوغلاس متجانس:**

تابع الإنتاج كوب دوغلاس هو تابع متجانس، حيث بتطبيق قاعدة التجانس على الدالة نجد ما يلي:

$$f(tL,tK) = A(tL)^{\alpha}(tK)^{\beta}$$
$$= At^{\alpha}L^{\alpha}t^{\beta}K^{\beta}$$
$$= t^{\alpha}\,t^{\beta}AL^{\alpha}K^{\beta}$$
$$= t^{\alpha+\beta}AL^{\alpha}K^{\beta}$$
$$f(tL,tK) = t^{\alpha+\beta}Q$$

ومنه فإن دالة كوب دوغلاس متجانسة ودرجة تجانسها هي $(\alpha+\beta)$.

❖ **تحديد نوع غلة الحجم من خلال درجة تجانس دالة إنتاج كوب دوغلاس:**

يعتمد نوع غلة الحجم على مجموع مرونتي الإنتاج بالنسبة للعمل ورأس المال أي $\alpha+\beta$ حيث أنه:

- ✓ إذا كان $\alpha+\beta=1$ فإن غلة الحجم ثابتة، أي أن الناتج الكلي يتزايد بنفس نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.

- ✓ إذا كان $\alpha + \beta < 1$ فإن غلة الحجم متناقصة، أي أن الناتج الكلي يتزايد بنسبة أقل من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.
- ✓ إذا كان $\alpha + \beta > 1$ فإن غلة الحجم متزايدة، أي أن الناتج الكلي يتزايد بنسبة أكبر من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج.

❖ **تابع إنتاج كوب دوغلاس يحقق متطابقة أولر:**

للتأكد نبرهن عل ذلك بتطبيق معادلة متطابقة أولر على تابع إنتاج كوب دوغلاس.

لدينا متطابقة أولر من الشكل التالي: $n.Q = L.f'_L + K.f'_K$

ولدينا دالة كوب دوغلاس : $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$

$$nQ = L.\left(\alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}\right) + K.\left(\beta AL^{\alpha}K^{\beta-1}\right)$$

$$nQ = L.\alpha AL^{\alpha}L^{-1}K^{\beta} + K.\beta AL^{\alpha}K^{\beta}K^{-1}$$

$$nQ = \alpha\left(AL^{\alpha}K^{\beta}\right) + \beta\left(AL^{\alpha}K^{\beta}\right)$$

$$nQ = (\alpha + \beta)AL^{\alpha}K^{\beta}$$

$$nQ = (\alpha + \beta)Q$$

$$n = (\alpha + \beta)$$

ومنه فإن متطابقة أولر محققة.

❖ **مرونة الإنتاج بالنسبة لعوامل الإنتاج:**

✓ **مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل:**

تقيس مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل التغير في كمية الإنتاج نتيجة التغير في العمل، وفي دوال كوب دوغلاس تمثل α، وتحسب كما يلي:

$$E_{\frac{Q}{L}} = \frac{\partial Q}{\partial L}.\frac{L}{Q}$$

$$E_{\frac{Q}{L}} = \alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}\frac{L}{AL^{\alpha}K^{\beta}}$$

$$E_{\frac{Q}{L}} = \alpha\frac{L^{\alpha-1}L}{L^{\alpha}}$$

$$E_{\frac{Q}{L}} = \alpha \frac{L^{\alpha}}{L^{\alpha}}$$
$$E_{\frac{Q}{L}} = \alpha$$

✓ **مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال:**

تقيس مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال التغير في كمية الإنتاج نتيجة التغير في رأس المال، وفي دوال كوب دوغلاس تمثل $\boldsymbol{\beta}$، وتحسب كما يلي:

$$E_{\frac{Q}{K}} = \frac{\partial Q}{\partial K} \cdot \frac{K}{Q}$$
$$E_{\frac{Q}{K}} = \beta A L^{\alpha} K^{\beta-1} \frac{K}{A L^{\alpha} K^{\beta}}$$
$$E_{\frac{Q}{K}} = \beta \frac{K^{\beta-1} K}{K^{\beta}}$$
$$E_{\frac{Q}{K}} = \beta \frac{K^{\beta}}{K^{\beta}}$$
$$E_{\frac{Q}{K}} = \beta$$

تمارين توضيحية:

تمرين رقم 01:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$

حيث أن: Q: هو الناتج الكلي؛

L وK :العمل ورأس المال على التوالي.

المطلوب:

1- أوجد المعدل الحدي للإحلال التقني $MRST_{LK}$.

2- بافتراض أن سعر العمل هو $P_L = 60$، وسعر رأس المال هو $P_K = 4$ ما هي مقادير عوامل الإنتاج التي تحقق توازن المنتج في الحالات التالية:

أ- تعظيم الناتج الكلي علما أن ميزانية التكاليف الكلية المخصصة لذلك هي $TC = 10000$.

ب-تخفيض التكاليف الكلية علما أن الناتج الكلي هو $Q = 3223.92$.

3- أوجد دوال الطلب على عاملي الإنتاج.

4- ما هي طبيعة غلة الحجم لهذا المنتج، بين ذلك.

الحل:

1- حساب المعدل الحدي للإحلال التقني $MRST_{LK}$.

لدينا: $\boldsymbol{MRST_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K}}$

$$\boldsymbol{MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 5K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}}$$

$$\boldsymbol{MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = 5K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}$$

ومنه:

$$\boldsymbol{MRST_{LK} = \frac{5K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}}{5K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}}} = \frac{K}{L}}$$

2- إيجاد توازن المنتج في حالة تعظيم الناتج الكلي علما أن ميزانية التكاليف الكلية المخصصة لذلك هي $TC = 10000$. (كمية الإنتاج مجهولة وتكاليف الإنتاج معلومة)

باستخدام مضاعف لاغرانج نجد ما يلي:

برنامج المنتج
$$\begin{cases} MAX: \quad Q = f(L,K) \\ \frac{S}{C}: \quad TC = LP_L + KP_K \end{cases}$$

تشكيل دالة لاغرانج:

$$\boldsymbol{L = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} + \lambda(10000 - 60L - 4K)}$$

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}} - 60\lambda = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}} = 60\lambda \dots\dots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}} - 4\lambda = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}} = 4\lambda.. (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 10000 - 60L - 4K = 0 \dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}}{\mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}}} = \frac{60\lambda}{4\lambda} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}} = \mathbf{15} \Rightarrow \boldsymbol{K = 15L} \dots\dots (4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد قيمة L:

$$10000 - 60L - 4(15L) = 0 \Rightarrow 10000 = 120L \Rightarrow L = \frac{10000}{120}$$

$$\Rightarrow L = 83{,}33$$

بالتعويض في (4) نجد قيمة K:

$$\boldsymbol{K = 15L = 15(83.33)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K = 1249.95}$$

بالتعويض في دالة الإنتاج نجد الإنتاج الاعظم الذي يحققه المنتج عند التوازن:

$$Q = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = 10(83.33)^{\frac{1}{2}}(1249.95)^{\frac{1}{2}} = 10(9.12)(35.35) = 3223.92$$

بتعويض قيمة K و L في المعادلة رقم (1) نجد قيمة $\lambda = 0.32$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر:

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{-5}{2}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-3}{2}} & \frac{5}{2}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{-1}{2}} & -60 \\ \frac{5}{2}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{-1}{2}} & \frac{-5}{2}K^{\frac{-3}{2}}L^{\frac{1}{2}} & -4 \\ -60 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{-0.46} & \mathbf{0.007} & -60 \\ \mathbf{0.007} & \mathbf{-0.0005} & -4 \\ -60 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 4.6 > 0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق أعظم إنتاج للمنتج هي (L=83.33, K=1249.95) بتكلفة ممكنة هي TC= 10000.

3- إيجاد توازن المنتج في حالة تخفيض التكاليف تحت قيد الإنتاج علما أن الناتج الكلي هو $Q = 3223.92$ (كمية الإنتاج معلومة وتكاليف الإنتاج مجهولة):

أي:

برنامج المنتج

$$\begin{cases} MIN: \ TC = LP_L + KP_K \\ \frac{S}{C}: \quad Q = f(L,K) \end{cases}$$

ودالة لاغرنج هي:

$$\boldsymbol{L} = 60\boldsymbol{L} + 4\boldsymbol{K} + \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{3223.92} - 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}})$$

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dL} - \lambda f'_L = 0 \Rightarrow 60 - \mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}\lambda = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dK} - \lambda f'_K = 0 \Rightarrow 4 - \mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}}\lambda = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 3223.92 - 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}\lambda}{\mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}}\lambda}=\frac{60}{4}\Rightarrow \boldsymbol{\frac{K}{L}=15}\Rightarrow \boldsymbol{K=15L}\dots\dots..(\mathbf{4})$$

بتعويض (4) في (3) نجد قيمة L:

$$\mathbf{3223.92}-10(15L)^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}=0\Rightarrow 3223.92=38.7L\Rightarrow L=\frac{3223.92}{38.7}$$

$$\Rightarrow L=83{,}30$$

بالتعويض في (4) نجد قيمة K:

$$\boldsymbol{K=15L=15(83.30)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K=1249.5}$$

بالتعويض في دالة التكاليف نجد أدنى تكلفة عند التوازن:

$$TC=60L+4K=60(83.30)+4(1249.5)=9996\approx 10000$$

بتعويض قيمة K و L في المعادلة رقم (1) نجد قيمة $\lambda=3.1$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أقل من الصفر:

$$H=\begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda}\\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda}\\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''\lambda\lambda \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-3}{2}}\lambda & \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}\lambda & -\mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}\\ \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}\lambda & \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}K^{\frac{-3}{2}}L^{\frac{1}{2}}\lambda & -\mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}}\\ -\mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}} & -\mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{-0.34} & \mathbf{-0.02} & \mathbf{-19.38}\\ \mathbf{-0.02} & \mathbf{-0.001} & \mathbf{-1.28}\\ \mathbf{-19.38} & \mathbf{-1.28} & 0 \end{vmatrix}=-0.06<0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق إنتاج للمنتج قدره 3223.92 بأقل تكلفة ممكنة هي (L=83.30, K=1249.5) .

4- إيجاد دوال الطلب على عاملي الإنتاج L وK:

لدينا عند التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}\\ TC=L\,P_L+KP_K\\ \frac{\mathbf{5}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}}{\mathbf{5}K^{\frac{-1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}=\frac{P_L}{P_K}\dots\dots\dots\dots..(1)\\ TC=L\,P_L+KP_K\dots\dots\dots\dots..(2) \end{cases}$$

من (1) نتحصل على: $\frac{K}{L} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \mathrm{K} = \frac{LP_L}{P_K} \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$

بتعويض قيمة K في المعادلة رقم (2) نجد:

$$TC = L\,P_L + \left(\frac{LP_L}{P_K}\right)P_K$$
$$\Rightarrow \mathrm{TC} = L\,P_L + \mathrm{L}\,P_L$$
$$\Rightarrow TC = 2LP_L$$
$$\Rightarrow L = \frac{TC}{2P_L}$$ ⟵ دالة الطلب على العمل L

بتعويض قيمة L في K نجد دالة الطلب على رأس المال K:

$$\mathrm{K} = \frac{LP_L}{P_K} = \frac{\left(\frac{TC}{2P_L}\right)P_L}{P_K}$$
$$\Rightarrow K = \frac{TC}{2P_K}$$ ⟵ دالة الطلب على رأس المال K

5- طبيعة غلة الحجم:

لدينا ما يلي:

$$\boldsymbol{f(tL,tK) = 10(tK)^{\frac{1}{2}}(tL)^{\frac{1}{2}}}$$
$$\boldsymbol{= 10t^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}$$
$$\boldsymbol{= t^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{2}}10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}$$
$$\boldsymbol{= tQ}$$
$$\boldsymbol{f(tL,tK) = \ tf(L,K)}$$

ومنه الدالة متجانسة ومن الدرجة الأولى لأن $\boldsymbol{\alpha + \beta = 1}$ لأن أساس **t** هو 1 ومنه فإن غلة الحجم هي ثابتة لأن $\boldsymbol{t^{\alpha+\beta} = t^1}$.

تمرين رقم 02:

بافتراض أن دالة الإنتاج لمنتج ما هي من الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{Q = KL^2}$$

علما أن سعر العمل هو $\boldsymbol{P_L = 60}$ وسعر رأس المال هو $\boldsymbol{P_K = 120}$.

المطلوب:

1- بافتراض أن هذا المنتج يعمل في المدى القصير ويستخدم مقدارا ثابتا من رأس المال يساوي 20 كم يحتاج هذا المنتج من العمل لإنتاج 2000 وحدة.

2- بافتراض أن المنتج الآن يعمل في المدى الطويل، ما هي أدنى تكلفة كلية لإنتاج 2000 وحدة؟

الحل:

1- عدد العمال لإنتاج 2000 وحدة.

$$Q = KL^2$$
$$\Rightarrow 2000 = 20L^2$$
$$\Rightarrow L^2 = \frac{2000}{20}$$
$$\Rightarrow L = 10$$

2- أدنى تكلفة ممكنة لإنتاج 2000 وحدة:

أي:

برنامج المنتج

$$\begin{cases} MIN: \ TC = LP_L + KP_K \\ \frac{S}{C}: \quad Q = f(L,K) \end{cases}$$

ودالة لاغرنج هي:

$$\boldsymbol{L} = 60\boldsymbol{L} + 120\boldsymbol{K} + \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{2000} - KL^2)$$

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dL} - \lambda f'_L = 0 \Rightarrow 60 - 2KL\lambda = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \frac{dTC}{dK} - \lambda f'_K = 0 \Rightarrow 120 - \boldsymbol{L^2}\lambda = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 2000 - KL^2 = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{KL}\lambda}{L^2\lambda} = \frac{60}{120} \Rightarrow \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \Rightarrow \boldsymbol{L} = \mathbf{4}\boldsymbol{K} \dots\dots (\mathbf{4})$$

بتعويض (4) في (3) نجد قيمة L:

$$2000 - K(4K)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2000 = 16K^3$$
$$\Rightarrow K^3 = \frac{2000}{16} \Rightarrow K = (125)^{\frac{1}{3}}$$
$$\Rightarrow K = 5$$

بالتعويض في (4) نجد قيمة L:

$$\boldsymbol{L = 4K = 4(5)}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{L = 20}$$

بالتعويض في دالة التكاليف نجد أدنى تكلفة عند التوازن:

$$TC = 60L + 120K = 60(20) + 120(5) = 1800$$

بتعويض قيمة K و L في المعادلة رقم (1) نجد قيمة $\lambda = 0.3$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أقل من الصفر:

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{-2K\lambda} & \boldsymbol{-2L\lambda} & \boldsymbol{-2KL} \\ \boldsymbol{-2L\,\lambda} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{-L^2} \\ \boldsymbol{-2KL} & \boldsymbol{-L^2} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{-3} & \boldsymbol{-12} & \boldsymbol{-200} \\ \boldsymbol{-12} & 0 & \boldsymbol{-400} \\ \boldsymbol{-200} & \boldsymbol{-400} & 0 \end{vmatrix} = -1440000 < 0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق إنتاج للمنتج قدره 2000 بأقل تكلفة ممكنة هي (L=20, K=5) .

التمرين رقم (03):

إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة (STAR) معطاة في الشكل التالي: $\boldsymbol{Q = 10^{0.5} L^{0.5}}$

حيث Q: هي الكمية المنتجة، L وk هما على التوالي العمل ورأس المال.

المطلوب:

1. استخرج كلا من دالة الناتج المتوسط والناتج الحدي لعنصر العمل وعنصر رأس المال.

2. أوجد التركيبة المثلى من عوامل الإنتاج (L,K) والموافقة لميزانية تكاليف تعادل $\boldsymbol{TC = 1600}$، مع العلم أن أسعار عوامل الإنتاج هي على التوالي: $\boldsymbol{P_L = 4}$ و $\boldsymbol{P_K = 2}$، حدد كمية الإنتاج في هذه الحالة.

3. بفرض أن رأس المال المخصص للإنتاج ثابت ويساوي: $\boldsymbol{K = 4}$، أوجد الناتج الكلي للعمل.

4. بتطبيق قانون التجانس استنتج درجة تجانس الدالة مع تفسير النتيجة.

5. بناء على نتيجة السؤال رقم **4** ما مقدار مضاعفة عوامل الإنتاج (L,K) إذا ما أرادت المؤسسة مضاعفة كمية إنتاجها **بثلاث** مرات؟

الحل:

1- حساب دالة الناتج المتوسط والناتج الحدي لعنصر العمل ورأس المال :

أ. حساب دالة الناتج المتوسط والناتج الحدي لعنصر العمل :

-دالة الناتج المتوسط:

$$\boldsymbol{AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{10\,K^{0.5}L^{0.5}}{L} = 10\frac{K^{0.5}}{L^{0.5}} = 10(\frac{k}{l})^{0.5}}$$

-دالة الناتج الحدي:

$$\boldsymbol{MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = 10.0.5\,K^{0.5}L^{-0.5} = 5\frac{K^{0.5}}{L^{0.5}} = 5(\frac{k}{l})^{0.5}}$$

ب- حساب دالة الناتج المتوسط والناتج الحدي لعنصر راس المال :

-دالة الناتج المتوسط:

$$AP_K = \frac{Q}{K} = \frac{10\,K^{0.5}L^{0.5}}{K} = 10\frac{l^{0.5}}{k^{0.5}} = 10(\frac{l}{k})^{0.5}$$

-دالة الناتج الحدي:

$$MP_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K} = 10.0.5\,K^{-0.5}L^{0.5}$$

$$\boldsymbol{MP_K = 5\frac{l^{0.5}}{k^{0.5}} = 5(\frac{l}{k})^{0.5}}$$

3- ايجاد التركيبة المثلى من عوامل الانتاج (kوL):

باستخدام شرط التوازن نجد:

$$\begin{cases} Q = 10\,K^{0.5}L^{0.5} \\ TC = 4L + 2K = 1600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 1600 = 4L + 2K \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\frac{5\,K^{0.5}L^{-0.5}}{5\,K^{-0.5}L^{0.5}} = \frac{K}{L} = \frac{4}{2} \rightarrow K = 2L \dots (3)$$

بتعويض 3 في 2 نجد:

$$1600 = 4L + 4L = 8L \rightarrow L = \frac{1600}{8} = 200$$

$$K = 2L \rightarrow K = 400$$

ومنه كمية الإنتاج هي:

$$Q = 10\,K^{0.5}L^{0.5} = 10 \times 400^{0.5}200^{0.5}$$

$$Q = 2828.42$$

أو بطريقة لاغرانج نجد ما يلي:

برنامج المنتج

$$\begin{cases} MAX: \quad Q = f(L,K) \\ \frac{S}{C}: \quad TC = LP_L + KP_K \end{cases}$$

تشكيل دالة لاغرانج:

$$\boldsymbol{L = 10\,K^{0.5}L^{0.5} + \lambda(1600 - 4L - 2K)}$$

❖ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة لكل من (L، K و λ) مساوية للصفر أي أن:

$$L'_L = \frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{0.5}L^{-0.5} - 4\lambda = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{0.5}L^{-0.5} = 4\lambda \ldots\ldots (1)$$

$$L'_K = \frac{dL}{dK} = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{-0.5}L^{0.5} - 2\lambda = 0 \Rightarrow \mathbf{5}K^{-0.5}L^{0.5} = 2\lambda .. (2)$$

$$L'_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 1600 - 4L - 2K = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\mathbf{5}K^{0.5}L^{-0.5}}{\mathbf{5}K^{-0.5}L^{0.5}} = \frac{4\lambda}{2\lambda} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}} = \mathbf{2} \Rightarrow \boldsymbol{K = 2L} \ldots\ldots (\mathbf{4})$$

بتعويض (4) في (3) نجد قيمة L:

$$1600 - 4L - 2(2L) = 0 \Rightarrow 1600 = 8L \Rightarrow L = \frac{1600}{8}$$

$$\Rightarrow L = 200$$

بالتعويض في (4) نجد قيمة K:

$$\boldsymbol{K = 2L = 2(200)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K = 400}$$

بالتعويض في دالة الإنتاج نجد الإنتاج الاعظم الذي يحققه المنتج عند التوازن:

$$Q = 10\,K^{0.5}L^{0.5} = 10 \times 400^{0.5}200^{0.5}$$

$$Q = 2828.42$$

❖ **الشرط الكافي:** أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر:

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\mathbf{10}K^{0.5}L^{-1.5} & \mathbf{10}K^{-0.5}L^{-0.5} & -4 \\ \mathbf{10}K^{-0.5}L^{-0.5} & -\mathbf{10}K^{-1.5}L^{0.5} & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{-34.24} & \mathbf{0.03} & -4 \\ \mathbf{0.03} & \mathbf{-19.21} & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 444.8 > 0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق أعظم إنتاج للمنتج هي (L=200, K=400) بتكلفة ممكنة هي TC= 1600.

3.بفرض أن رأس المال المخصص للإنتاج ثابت ويساوي: K= 4:

$Q = f(L, \overline{K}) \Rightarrow Q = f(L, 4)$
$\overline{K} = 4 \rightarrow Q = 10 \times 4^{0.5}L^{0.5}$
$\Rightarrow Q = 20L^{0.5}$

4. درجة تجانس الدالة:

$\mathrm{F(tL, tK) = t^n Q}$
$\Rightarrow \mathrm{F(tL, tK) = 10(tK)^{0.5}}(tL)^{0.5}$
$\Rightarrow \mathrm{F(tL, tK)} = (10\ K^{0.5}L^{0.5})t^1$
$\Rightarrow \mathrm{F(tL, tK)} = t^1 Q$
$\Rightarrow t^n Q = t^1 Q$

$\Rightarrow n = 1$

n=1 وهذا معناه أن الدالة متجانسة من الدرجة الأولى وبالتالي إذا ما ضاعفنا عوامل الإنتاج (L,K) بمقدار (t) نتوقع ارتفاعا في إنتاج المؤسسة بنفس المقدار (غلة الحجم ثابتة).

5- مقدار مضاعفة عوامل الانتاج (L,K):

$n = 1 \rightarrow \mathrm{F(tL, tK) = t^1 Q \rightarrow tQ = 3Q \rightarrow t = 3}$

إذن إذا ضاعفنا الإنتاج الكلي بثلاث مرات نتوقع تضاعف عوامل الإنتاج بنقس المقدار (ثلاث مرات).

تمرين رقم (04):

لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = 10KL^2 - (KL)^3$

نفترض أن عنصر رأس المال ثابت K= 1

المطلوب:

1- أوجد دوال كلاً من الإنتاج الكلي، الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط الخاصة بعنصر العمل.

2- أحسب حجم العمل الذي يعظم الإنتاج، وحجم الإنتاج الأعظمي.

3- أين يتقاطع منحنى الإنتاج الحدي ومنحنى الإنتاج المتوسط.

الحل:

1- إيجاد دوال كلاً من الإنتاج الكلي، الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط الخاصة بعنصر العمل.

أ- دالة الناتج الكلي:

لدينا K ثابت ويساوي 1 ومنه تصبح دالة الناتج الكلية كما يلي:

$$Q = 10KL^2 - (KL)^3$$
$$\Rightarrow Q = 10L^2 - L^3$$

ب- دالة الناتج المتوسط للعمل:

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{10L^2 - L^3}{L} = 10L - L^2$$

ج-دالة الناتج الحدي للعمل:

$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = 10 \times 2L - 3L^2$$
$$MP_L = \mathbf{20L} - 3L^2$$

2- حساب حجم العمل الذي يعظم الإنتاج، وحجم الإنتاج الأعظمي.

عندما يصل الإنتاج إلى نهايته العظمى ينعدم الناتج الحدي أي $\boldsymbol{MP_L = 0}$ ومنه:

$$\boldsymbol{MP_L = 0}$$
$$\Rightarrow \mathbf{20L - 3L^2 = 0}$$
$$\Rightarrow \mathbf{20L = 3L^2}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{L = 3.33}$$

ومنه حجم العمل الذي يعظم الإنتاج هو $\boldsymbol{L = 3.33}$

وحجم الإنتاج الكلي عندما $\boldsymbol{L = 3.33}$ هو:

$$Q = 10L^2 - L^3 = 10(3.33)^2 - (3.33)^3 = 110.889 - 36.92 = 73.969$$

3-إيجاد حجم العمل الذي يتقاطع عنده منحنى الإنتاج الحدي ومنحنى الإنتاج المتوسط:

يتقاطع منحنى الإنتاج الحدي ومنحنى الإنتاج المتوسط في النهاية العظمى للناتج المتوسط ويكون لدينا:

$\mathbf{AP_L = MP_L}$ أو $\mathbf{AP_L' = 0}$

$$\mathbf{AP_L' = 0 \Rightarrow 10 - 2L = 0 \Rightarrow L = 5}$$

أو: $\mathbf{AP_L = MP_L}$

$$\Rightarrow \mathbf{10L - L^2 = 20L - 3L^2}$$
$$\Rightarrow \mathbf{10L = 2L^2 \Rightarrow L = 5}$$

ومنه يتقاطع منحنى الإنتاج الحدي ومنحنى الإنتاج المتوسط عندما يكون $\mathbf{L = 5}$

خلاصة

الخلاصة:

لقد تم من خلال هذه المطبوعة عرض مبسط لأهم مفردات ومفاهيم الاقتصاد الجزئي 1، والمقررة لطلبة السنة الأولى تعليكم أساسي لكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، وذلك بالاعتماد على الأدوات الرياضية البسيط والجداول والرسوم البيانية، من أجل تمكين الطالب من فهم واستيعاب مقياس الاقتصاد الجزئي 1.

حيث اشتملت المطبوعة على أربعة فصول وفقا للبرنامج الوزاري المعتمد، حيث خصص فصل للتعريف بعلم الاقتصاد والمشكلة الاقتصادية والنظرية الاقتصادية وطرق التحليل الاقتصادي، وخصص فصل للتعرف على نظرية الطلب والعرض والمرونات والتوازن وتطبيقات على توازن السوق، وتناولنا أيضا تحليل سلوك المستهلك من خلال أسلوب المنفعة القياسية والمنفعة الترتيبية، وفي الأخير تم التطرق لنظرية الإنتاج، وقد دعمت المطبوعة بأمثلة توضيحية في كل فصل بالإضافة إلى تمارين محلولة.

قائمة المراجع

قائمة المراجع:

1- علي عبد الوهاب نجا، مبادئ الاقتصاد الجزئي، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2015.

2- جورج فهمي رزق، الكامل في الاقتصاد الجزئي، مركز الدراسات الاقتصادية، شبكة الأبحاث والدراسات الاقتصادية.

3- عماري عمار، تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي: 95 تطبيق محلول، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، الطبعة الأولى، 2002.

4- عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2001.

5- دومينيك سلفاتور، سلسلة ملخصات شوم نظريات ومسائل في نظرية اقتصاديات الوحدة (نظريات وأسئلة)، ترجمة سعد الدين محمد الشيال، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 1994.

6- عماري عمار، مذكرة في الاقتصاد الجزئي، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة سطيف 1، 2004-2005.

7- محمد جصاص، مطبوعة بعنوان محاضرات في الاقتصاد الجزئي1، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة عبد الحميد مهري، قسنطينة 2، 2017/2016.

8- بوجرادة سهيلة، الاقتصاد الجزئي 1 ملخص دروس مدعم بتمارين واسئلة نظرية محلولة، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، قسم العلوم الاقتصادية، جامعة الجزائر 3، 2017/2016.

9- عصام بودور، محاضرات في مقياس الاقتصاد الجزئي 1، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى تعليم اساسي، لية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، قسم التعليم الأساسي، جامعة محمد الصديق بن يحي، جيجل، الجزائر، 2017-2018.

10- عبلة لمسلف، محاضرات في الاقتصاد الجزئي 1، مطبوع موجهة لطلبة السنة الأولى ، كلية العوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير،جامعة عب الحميد مهري، قسنطينة، 2019-2020.

11- سعدي هند، ملخصات وتمارين محلولة في مقياس الاقتصاد الجزئي1، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة المسيلة، 2018-2019.

12- عبد القادر بوالسبت، محاضرات في الاقتصاد الجزئي، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جلمعة عبد الحميد مهري، قسنطينة 2، 2018-2019.

13- علي صاري، ملخصات دروس وتمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي 1، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد الشريف مساعدية، سوق أهراس، 2018-2019.

14- شريفي مسعودة، محاضرات وتمارين في الاقتصاد الجزئي (الجزء الثاني)، موجه لطلبة السنة الأولى علوم تسييرو علوم اقتصادية والسنة الثانية علوم تجارية. كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة بشار، 2009-2010.

15- بن عامر نبيل، مقياس الاقتصاد الجزئي 1، دروس على الخط، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة سطيف 1.

16- ضيف الله الحسني، سلسلة مئة سؤال وجواب في مبادئ الاقتصاد الجزئي متضمنة تطبيقات مع حلها النمودجي، جامعة الإمام، الاقتصاد وإدارة الأعمال، 1431-1432.

17- أحمد محمد مندور وآخرون، مقدمة في الاقتصاد الجزئي، قسم الاقتصاد، كلية التجارة، جامعة الاسكندرية، 2001.

18- Lukasz Wozny , Lecture notes on Microeconomics, Warsaw School of Economics, the European Union from the European Social Fund, First Edition, 2016.

19- David A. Dilts , INTRODUCTION TO MICROECONOMICS E201, Published by Indiana - Purdue University - Fort Wayne, Sixth Revision July 7, 2004.

20- Paul Krugman, Robin Wells, Microéconomie, Bibliothéque Nationale, Paris,1er édition, Juillet 2009 .

تم بحمد الله