

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS - SETIF1

FACULTÉ DE TECHNOLOGIE

**THÈSE**

Présentée au Département de Génie civil

Pour l'obtention du diplôme de

**DOCTORAT**

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Civil

Option : Modélisation numérique  
en structure

Par

**METROUNI Tarek**

**THÈME**

**Modélisation numérique des grilles à double nappe  
à base de structures innovantes**

Soutenue le 10/02/2025 devant le Jury:

<b>LARBI Mokrani</b>	<b>Professeur</b>	<b>Univ. Ferhat Abbas Sétif 1</b>	<b>Président</b>
<b>KEBICHE Khelifa</b>	<b>Professeur</b>	<b>Univ. Ferhat Abbas Sétif 1</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>KHELLAF Nadia</b>	<b>M.C.B.</b>	<b>Univ. Ferhat Abbas Sétif 1</b>	<b>Co-Directeur</b>
<b>BOUHADRA Abdelhakim</b>	<b>Professeur</b>	<b>Univ. Abbas Laghrour-Khenchela-</b>	<b>Examineur</b>
<b>MANSOURI Mouloud</b>	<b>M.C.A.</b>	<b>Univ. Ferhat Abbas Sétif 1</b>	<b>Examineur</b>
<b>LOGZIT Nacer</b>	<b>M.C.A.</b>	<b>Univ. Mohamed El Bachir El Ibrahimi - BBA-</b>	<b>Examineur</b>

## *Dédicaces*

---

---

*Je dédie cette thèse à ma famille, dont le soutien indéfectible et l'amour inconditionnel ont été une source constante de motivation et d'inspiration.*

*À mes parents,*

*Pour votre sagesse infinie, vos sacrifices silencieux et vos encouragements constants qui ont été ma boussole.*

*À mes frères, Oussama, Housseem, Billel, et sa femme (Hanane), ainsi que leurs enfants (Illine et Tedjeddine), pour leur compréhension et leur patience.*

*À ma sœur Ismahane et ses enfants (Lodjain, Koussai et Sedra),*

*Pour votre amour inébranlable et votre soutien précieux.*

*Merci à vous tous pour être toujours à mes côtés, dans les bons comme dans les mauvais moments. Cette réussite est autant la vôtre que la mienne.*

---

## *Remerciements*

---

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers mes directeurs de thèse pour leur soutien et leurs conseils précieux tout au long de ce travail.

Tout d'abord, je souhaite remercier chaleureusement mon directeur de thèse, Monsieur **Kebiche Khelifa**. Ses conseils avisés, son soutien constant, ainsi que sa patience et sa disponibilité ont été d'une aide inestimable. Sa grande compétence m'a permis de surmonter les nombreux obstacles rencontrés au cours de ces longues années de recherche. Il m'a guidé et encouragé, en particulier durant les moments difficiles, et pour cela, je lui suis extrêmement reconnaissant.

Je tiens également à exprimer ma profonde gratitude à ma co-directrice de thèse, Madame **Khellaf Nadia**. Son expertise remarquable, son engagement constant et ses conseils avisés ont joué un rôle crucial dans la réalisation de cette étude. Sans ses connaissances approfondies et son accompagnement précieux, ce travail n'aurait jamais pu atteindre ce niveau de rigueur et de profondeur scientifique. Sa disponibilité, son écoute attentive et son soutien indéfectible tout au long de mon parcours doctoral ont été une source de motivation et de confiance, me permettant de surmonter les défis et d'avancer avec assurance. Je lui suis infiniment reconnaissant pour son implication personnelle et professionnelle, qui a largement contribué à l'aboutissement de cette thèse.

À tous les deux, je vous adresse mes remerciements les plus sincères pour votre engagement et votre aide précieuse.

Je tiens à exprimer ma sincère et profonde gratitude à Monsieur LARBI Mokrani, Professeur à l'Université de Sétif, à Monsieur BOUHADRA Abdelhakim, Professeur à l'Université de Khenchela, ainsi qu'à Monsieur LOGZIT Nacer, Maître de conférences à l'Université de Bordj Bou Arreridj, et à Monsieur MANSOURI Mouloud, Maître de conférences à l'Université Ferhat Abbas de Sétif, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'évaluer ce travail de thèse. Leurs remarques, leur expertise et leur bienveillance contribueront sans aucun doute à l'amélioration et à l'enrichissement de cette recherche.

Sétif, le 15 /10 /2024

## Sommaire

INTRODUCTION GENERALE.....	XV
<i>CHAPITRE01 : ÉTUDE BIBLIOGRAPHIE SUR LES ORIGINES DES SYSTEMES DE TENSEGRITE</i> .....	1
<i>HISTORIQUE DES SYSTEMES DE TENSEGRITE</i> .....	1
1.1. Introduction .....	1
1.2. Les racines historiques des systèmes de tensegrité : de l'Antiquité à la modernité .....	1
1.3. Origines de la tensegrité : La vision de Fuller .....	3
1.4. La contribution de Snelson à la conception de structures innovantes.....	4
1.5. La contribution de Fuller à la théorie de la conception .....	4
1.6. Tensegrités dans l'art de la sculpture.....	5
1.7. Structures de tensegrité .....	6
1.8. Les limites et les défis de l'utilisation des systèmes de tensegrité dans la construction ....	11
1.8.1. Tensegrité dans l'Architecture Moderne .....	12
1.9. Les perspectives futures de l'utilisation des systèmes de tensegrité .....	12
1.9.1. Conceptions des passerelles de tensegrité .....	12
1.9.2. Application de la tensegrité à double nappe dans la conception de fermes spatiales .....	16
1.9.3. Tensegrité pour l'accessibilité : Une solution légère, modulaire et pliable pour les environnements isolés.....	17
1.9.4. Utilisation des systèmes de tensegrité dans les plateformes de forage : applications et considérations.....	20
1.9.5. Tensegrity dans les applications robotiques : études et développements récents .....	21
1.9.6. Domaine biologique : Le squelette et la tensegrité du corps humain.....	22
1.10. Problèmes technologiques et limites intrinsèques .....	23
1.11. Conclusion.....	25
<i>Chapitre02 : .....</i>	<i>26</i>
<i>CONCEPTION DES GRILLES A DOUBLE NAPPE</i> .....	<i>26</i>
<i>ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE</i> .....	<i>26</i>
2.1. Introduction .....	26
2.2. Applications de grilles de tensegrité dans les structures de toiture : études de cas de l'auditorium d'Utica et de l'arène de Cracovie" .....	28
2.3. Classification des grilles à double nappe DLGT.....	29
2.3.1. Classifications des structures spatiales à l'aide de grilles de barres et câbles et de grilles de tensegrité .....	30
2.4. Techniques de conception pour les grilles de tensegrité à double nappe (DLTGS).....	31

2.4.1. Composition.....	31
2.4.2. Décomposition.....	31
2.5. Modules autonomes pour la conception de grilles à double nappe : Présentation et choix .....	31
2.5.1. Configurations de tensegrité pour barres non contiguës .....	31
2.6. Configurations de tensegrité à barres contiguës .....	38
2.6.1. Les Grilles de Tensegrité à Base d'Anneaux de Tensegrité .....	38
2.6.1.1. Topologie du module de ring de tensegrité hexagonale .....	39
2.7. Grille a cellule barre - câble.....	39
2.7.1. Les principaux avantages .....	40
2.7.2. Exemples des Grilles barre -câbles (CP-RP-DP).....	40
2.8. Connexion dans les systèmes de tensegrité.....	45
2.9. Conception des nœuds .....	46
2.9.1. Les étapes générales du processus de conception de nœuds.....	48
2.9.2. Différents types de connexion des Nœuds.....	49
2.10. Conclusion .....	53
<b>Chapitre03 : .....</b>	<b>54</b>
<b>COMPORTEMENT MECANIQUE DES GRILLES A DOUBLE NAPPE .....</b>	<b>54</b>
3.1. Introduction .....	54
3.2. Revue de la littérature.....	54
3.3. Méthode d'analyse .....	56
3.3.1. Méthode de résolution non linéaire .....	56
3.4. Modélisation des éléments du grillage (câbles, barres).....	60
3.5. Validation du modèle de calcul. ....	61
3.5.1. Validation avec des résultats numériques par ABAQUS .....	61
3.5.2. Validation avec des résultats expérimentaux.....	63
3.6. Application .....	67
3.6.1. Grille de tensegrite 4x4.....	67
3.6.2. Spécifications géométriques et matérielles de la grille : .....	67
II- Etude comparative entre deux types des grilles à double nappe .....	74
3.7. Construction des grilles à double nappe.....	74
3.7.1. Grille de tensegrité classique.....	74
3.7.2. Grille à double nappe à base d'anneau d'hexagone de tensegrité.....	75
3.7.3. Caractéristiques mécaniques des éléments .....	77
3.8. Résultats et discussion.....	78
3.9. Optimisation du Poids.....	82
3.9.1. Analyse Comparative .....	82

3.9.2. Principe de Dimensionnement .....	83
3.10. Conclusion .....	85
<i>Chapitre04 : .....</i>	<i>86</i>
<b>EFFET DE FLAMBEMENT DES BARRES SUR LE COMPORTEMENT NON LINEAIRE DES GRILLES DE TENSEGRITE .....</b>	<b>86</b>
4.1 Introduction.....	86
4.2 Exemples réels d'effets du Flambement sur le comportement des Structures Spatiales.....	87
4.2.1 Exemple 1 : Flambement des Barres dans un Marché Commercial à Adana, Turquie .....	87
4.2.2 Exemple 2 : Effondrement de la Toiture d'un Stade à Sultan Mizan Zain al Abidin, Malaisie.....	89
4.3 Comportement des barres .....	90
4.3.1 Modes de réponse d'un élément en compression (types de flambement) .....	91
4.3.2 Modélisation du comportement des barres.....	91
4.4 Validation Du Modèle De Calcul .....	92
4.4.1 Validation du comportement d'un élément en compression .....	92
4.4.2 Validation aux travaux de Hill et al [89] .....	94
4.5. Application sur la grille à double nappe à base d'un Quadruplex .....	100
4.5.1. Application 01 .....	100
4.5.1.1 Analyse de flambage.....	102
4.5.2. Application.2 .....	105
4.5.2.1 Effet du flambage et de la longueur effective.....	105
4.5.2.3. Description de la grille.....	106
4.6. Conclusion .....	108
<b>CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>109</b>

## Liste des figures

Fig 1.1. La première sculpture de tensegrité construite par Snelson en 1948 (à gauche) et Easy Landing de 1977, à Baltimore, MD, États-Unis.....	5
Fig 1.2. a) Le Skylon, au Festival of Britain de 1951. b) Needle Tower I de Snelson en 1968. c) Un croquis du mât de Buckminster Fuller et d'une de ses unités tétraédriques. d) Le Warnowturm 2003.....	6
Fig 1.3. La structure du modèle (b) d'une sphère de tensegrité réalisée par Buckminster Fuller et sa géométrie schématisée(a).....	7
Fig 1.4. Vue de dessus (a) et vue de côté (b) du dôme Aspension de Buckminster Fuller .....	7
Fig 1.5. Vues en plan et coupes verticales d'une roue de bicyclette idéalisée (a, b) et d'une suspension idéalisée à une ou deux couches dômes (c, d) et (e, f) .....	8
Fig 1.6. Le Georgia Dome.....	8
Fig 1.7. Le stade La Plata.....	8
Fig 1.8. L'arène olympique de Geiger en 1988 à Séoul.....	9
Fig.1.9. a) Snelson's 1959 Bead Arch et b) 2001 Rainbow Arch; c) l'Arc de TorVergata Projet; d) l'Arche des Baracs de 1992 à Saint-Hyacinthe, Québec (Canada).....	10
Fig 1.10 Le Kent Tensegrité 2015. Au sommet vu de droite, les barres radiales sont représentées en bleu, les câbles « circonférentiels » en rouge et les câbles stabilisateurs en vert.....	11
Fig 1.11 Le projet TorVergata Footbridge de 2003 et l'un de ses modules TS, tel que repensé en 2006.....	13
Fig 1.12 Le pont Kurilpa 2009, Brisbane, Queensland, (Australie).....	14
Fig 1.13. Maquette à échelle réduite de la passerelle de tensegrité déployable étudiée dans [20–21].....	14
Fig 1.14 La passerelle sinueuse TS présentée dans [22] (image courtoisie de Jonas Feron et Pierre Latteur,UCLouvain).....	15
Fig 1.15. Visualisation du modèle de passerelle avec les caractéristiques de tensegrité.....	15
Fig 1.16 a) Schéma de la structure "Blur Building". b) Grilles double couche en construction.c) Musée national de Reggio de Calabre Étage. Proposé par Marco Riccobelli et Nicola Bissanti d'ABDR Architetti Associati. Structure conçue par Loris Manfroni.....	17
Fig 1.17 Projet "Tensarch". Grille à double nappe de René Motro.....	17
Fig 1.18. Implantation et mise en service d'un prototype de module 3x3x1 – (Hérault) [35].....	19
Fig 1.19 a) Formation de plates-formes variables à partir de modules élémentaires de tensegrité. (b) Aperçu du projet « La mer pour tous »[35].....	19
Fig 1.20 Vue d'ensemble du projet.....	19
Fig1.21 Plate-forme de forage traditionnelle et structure de levage, adaptée de [37].....	20

Fig 1. 22 a) La plate-forme de forage de tensegrité. b) Appareil de forage avec réseau de tensegrité :Tensegrity Squelette : joint annulaire (vert), tige ACME (bleue), stabilité Tiges (orange), joint de classe 2 (jaune), joint en C (rouge), classe 1 Mixte (aqua).[36].....	21
Fig 1. 23 a) représente l'Octaèdre élargi, une TS classique choisie pour réaliser des robots roulants. b) Le robot IcoTens de Fivat et Lipson. c) Le Super Ball Bot de la NASA [45,46] .....	22
Fig 1.24. a) La forme proposée par Ingber, qui utilise la structure de tensegrité pour étudier le comportement cellulaire (Ingber : 1998). b) Géométrie du modèle cellulaire créé dans Abaqus CAE : (a) composants continus comprenant le cytoplasme, la membrane et l'enveloppe nucléaire fusionnés, (b) deux tensegrités, (c) modèle cellulaire complet maillé, (d) vue en coupe du modèle cellulaire.....	23
Fig 2.1. a) Une grille en treillis double nappe au-dessus du hall d'exposition de Sao Paulo, Brésil, conçue par Cedric Marsh(Narayanan,2006).b)Centre commémoratif des activités de L'UCLA,Westwood,Californie(Cuoco,1997).....	27
Fig. 2.2 Toit de l'auditorium à Utica, États-Unis b) Structure du toit de l'arène de Cracovie, Cracovie .....	28
Fig. 2.3 vue de dessus et vue de côté et perspective d'un module de Quadruplex pour les structures en plaques.....	32
Fig. 2.4 assemblages des modules de tensegrité a base de quadruplex a double nappe – vue de dessus, perspective.....	33
Fig 2.5 Grille tensegrité à double nappe à courbure simple de 7x7x1 a base d'un quadruplex.....	33
Fig 2.6 Vue en perspective et en plan de Quastrut-S.....	34
Fig 2.7 DLTG Quastrut-S (vue perspective et vue en plan ).....	34
Fig 2.8 Comparaison des différentes vues de Quastrut-S (a) et Half-Cuboctaèdre (b).....	35
Fig 2.9 Vue en perspective et en plan de Quastrut-Z. [62-64].....	36
Fig 2.10 Vue en perspective et en plan de Sixstrut.....	37
Fig 2.11 grilles de tensegrité a double nappe a base d'un sixstrut vue en plan et vue perspective .....	37
Fig 2.12 grilles a anneau de tensegrité a base d'un pentagone.....	38
Fig 2.13 grille de tensegrité a base d'un Hexagone .a) vue perspective .b) module de base .....	39
Fig 2.14 Simplexes RP.....	41
Fig 2.15 Exemples de grilles RP.....	41
Fig 2.16 Simplexes DP.....	42
Fig 2.17 conception de grilles en DP.....	42
Fig 2.18 Module de type barre câble (Simplexes CP).....	43
Fig 2.19 Conception d'une grille en CP.....	43
Fig 2.20 Exemple de grille ATP et de grille AP (portée de 30 m) : (a) Grille ATP ; (b) Grille AP.....	44
Fig 2.21 Exemples de grilles P-a et P2-a .Source : Wang et Li (2003a).....	45

Fig. 2.22 Exemple de câble porteur et de raccordement de câble porteur dans un pont suspendu : passerelle Herrenkrug, Magdebourg, Allemagne .....	46
Fig. 2.23 Conceptions pour les nœuds externes ( $k=1$ ) : a) nœud frontière ; b) nœud frontière avec tenseur ; c) nœud d'angle.....	48
Fig. 2.24 Processus de définition du nœud interne ( $k=2$ ) : a) croquis à main levée ; b) Modèle 3D avec CAO ; c) FEA avec CAE ; d) prototype grandeur nature.....	48
Fig 2.25 Éléments tendus : (a) élément tubulaire ; (b) barre plate.....	49
Fig 2.26 Système de joint sphérique solide boulonné .....	50
Fig 2.27 Joints sphériques creux : (a) système de joints sphériques creux ; (b) joint sphérique creux dans la couche intermédiaire avec des câbles.....	51
Fig 2.28 Système de joint de plaque : (a) connexion câble-plaque ; (b) une meilleure conception des joints.....	52
Fig 2.29 Modèle de test du maillage RP-b sous chargement. Source : Lee (2001).....	52
Fig 2.30 Grilles de tensegrité en acier démontables comme structures de toit alternatives.....	53
Fig 3.1. Processus de calcul en non linéaire.....	57
Fig 3.2 Pilotage en Charge imposé.....	58
Fig 3.3 Algorithme de longueur d'arc de base, Crisfield 1983.....	60
Fig. 3.4. Géométrie et chargement de la grille a double nappe a 9 module .....	62
Fig 3.5. Déplacements z moyenne des nœuds (6,7,10,11) dans la direction Z.....	62
Fig.3.6. Déplacement maximale des nœuds obtenue par ABAQUS 6.14 sous charge 1200 daN .....	63
Fig 3.7. a) Application de forces axiales par tensiomètre. b) Construction de modules dans le gabarit.....	64
Fig 3.8. La séquence de construction de la tensegrité modèle. (Un). Fixation de quatre modules d'angle à la plate-forme (b). Construction des bords du modèle sur plate-forme à l'aide d'un gabarit (c). Construction du module central du modèle à l'aide d'un gabarit.....	64
Fig 3.9. Grille de tensegrité à disposition régulière composée de 36 entretoises et 96 câbles. a) Vue en perspective .b)Le module de quadruplex .c) Vue en plan.....	65
Fig.3.10.Courbe de comportement au niveau du nœud 21.....	66
Fig .3.11. Grille de tensegrité à disposition régulière.(a)Une vue en perspective,(b)vue en plan, (c)vue en élévation .....	68
Fig.3.12. Géométrie et Chargement de la grille de tensegrité.....	70
Fig.3.13. Comparaison des comportements élastique et élasto-plastique sous l'effet de flexion.....	71
Fig.3. 14. tension dans le Câble 137.....	71
Fig. 3.15. tension dans le Câble 77.....	71
Fig. 3.16. Variation de la Force de Tension dans les Câbles du Module C1 N.EP.A.....	73
Fig.3.17. Variation de la Force de Tension dans les Câbles du Module C6 N.EP.A.....	73

Fig. 3.18. Variation de la compression dans les Barres du Module C1 N.EP.A.....	73
Fig. 3.19. Variation de la compression dans les Barres du Module C6 N.EP.A.....	74
Fig. 3.20 . Grille de tensegrité disposée régulièrement composée de 64 entretoises et de 168 câbles. a) Vue en perspective. b) Le module quadruplex. c) Vue en plan.....	75
Fig. 3.21. Modèle de grille basé sur un anneau de tensegrité hexagonal composé de 288 barres et 528 câbles. a) Vue en plan. b) Vue en perspective c) Vue 3D de la grille double couche basée sur un anneau de tensegrité. d) agencement des nœuds de la couche inférieure $Z = 0$ m ; e) disposition des nœuds de la couche intermédiaire $Z = 40$ cm. f) disposition des nœuds de la couche supérieure $Z = 80$ cm.....	77
Fig.3.22. Charge appliquée sur les deux types de grilles.....	78
Fig.3.23. Comparaison des comportements des deux grilles sous l'effet de flexion.....	79
Fig. 3.24. Efforts dans les éléments de la grille classique.....	80
Fig. 3.25. Efforts dans les éléments de la grille a anneau .....	81
Fig 3.26. Les deux types des grilles. a). Grille de tensegrité classique .b) grille de tensegrité a anneau ...	82
Fig 4.1 Vue typique du système structurel.....	88
Fig. 4.2 Photographies montrant des barres de la grille de la toiture d'Adana en flambement.....	88
Fig.4.3 Nœud Mero typique indiquant l'absence de défaillance des boulons, des manchons et des sphères. (Adana).....	89
Fig 4.4 Effondrement du toit du stade Sultan Mizan Zainal Abidin.....	90
Fig.4.5 Courbe de contrainte-déformation supposée pour un comportement post flambement élastique et inélastique.....	90
Fig 4.6 Essai de flambement sur une barre [86].....	93
Fig. 4.7. Comportement en compression d'un élément barre.....	94
Fig.4.8. Géométrie et chargement de la 'Star Dome Truss'.....	94
Fig 4.9. Courbes charge-déplacement de la Star dome .....	95
Fig.4.10. Courbes charge-déplacement de la Star dôme EPB .....	96
Fig 4.11. Géométrie et chargement de la Toggle Truss.....	97
Fig 4.12. Mode de deformation pour l'analyse NEA.....	97
Fig.4.13. Courbe charge-déplacement pour Toggle Truss.....	98
Fig.4.14. Modes de flambement attendus typiques Toggle truss (a) premier mode de flambement (b) deuxième mode de flambement (c).....	98
Fig 4.15. Mode de deformation pour l'analyse EPB .....	99
Fig.4.16. Courbe de comportement de la structure Toggle Truss (EPB).....	99
Fig 4.17. a) Géométrie et Chargement de la grille de tensegrité.....	100
Fig.4.18. Courbe charge-déplacement au niveau du nœud central.....	101
Fig. 4.19. Disposition des Barres flambée (en jaune) si l'analyse EPB est considérée.....	102
Fig. 4.20. Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C1, C2, C3, C4.....	103
Fig.4.21. Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C5, C6, C7, C8.....	104

Fig4.22. Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C9, C10, C11, C12.....	104
Fig4.23. Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C13, C14, C15, C16.....	105
Fig4.24. Disposition des supports pour la DLGT.....	106
Fig 4.25. Courbe charge-déplacement au niveau des nœuds centraux.....	107

---

## *Liste des tableaux*

---

Tableau 2.1. Résumé des grilles de câble-strut et des simplexes.....	31
Tableau 3.1. Caractéristiques géométriques et mécaniques.....	61
Tableau 3.2. Propriétés mécaniques des d'éléments utilisés dans le modèle de tensegrité.....	66
Tableau 3.3 Coordonnées nodales en cm d'un quadruplex.....	69
Tableau 3.4. Caractéristiques géométriques et mécaniques des éléments de câbles et barres.....	69
Tableau 3.5. Valeurs d'autocontrainte initiales.....	69
Tableau 3.6. Analyse de variation des efforts internes dans les barres et câbles au centre et à l'angle de la grille 4X4 a base de demi-cuboctaèdre.....	72
Tableau 3.7. Caractéristiques géométriques et mécaniques des éléments de câbles et barres.....	77
Tableau 3.8. Pré-tension initiale (daN) Utilisée pour les éléments de deux grilles.....	78
Tableau 4.1. Les caractéristiques mécaniques de la barre.....	93
Tableau 4.2. Caractéristiques mécaniques des éléments du treillis.....	95
Tableau 4.3. Propriétés mécaniques des d'éléments utilisés dans le modèle de tensegrité.....	100
Tableau 4.4. Liste des Barres flambées lors de l'effondrement progressif dans numérique.....	103

---

## Listes des Acronymes et Symboles

---

### Acronymes

- N.E.A* : Analyse non linéaire élastique  
*N.E.P.A* : Analyse non linéaire élasto-plastique  
*N.E.P.B* : Analyse non linéaire élastique post-buckling  
*GNA* : Analyse non linéaire géométrique  
*CNLA* : Analyse non linéaire combinée  
*TS* : Systèmes de tensegrité  
*DLGT* : Grille de tensegrité à double nappe  
*AP* : Antiprismes  
*ATP* : Pyramides tronquées  
*RP* : Pyramides réciproques  
*ATP* : Antiprismes tronqués  
*P* : Pyramides  
*CP* : Cellules pyramidales

### Symboles

- E* : Module de rigidité élastique du matériau  
*f(ε)* : Loi d'écoulement dimensionnelle  
*σ<sub>y</sub>* : Limite d'élasticité  
*ρ* : Masse volumique  
*A<sub>i</sub>* : Section de l'élément  
*L<sub>i</sub>* : Longueur de l'élément  
*γ<sub>m0</sub>* : Coefficient partiel de sécurité  
*f<sub>y</sub>* : Limite d'élasticité de l'acier  
*N<sub>(pl,Rd)</sub>* : Résistance plastique de calcul de l'élément à la compression  
*N<sub>sd</sub>* : Effort normal de calcul dans l'élément  
*ε<sub>y</sub>* : Déformation élastique  
*σ<sub>l</sub>* : Limite inférieure de stress asymptotique  
*ε'* : Déformation axiale

$\sigma_{cr}$  : Contrainte critique de flambement d'Euler

$\varepsilon_{cr}$  : Déformation critique de flambement

$I$  : Moment d'inertie

$\hat{E}$  : Module de rigidité d'un élément dans le domaine inélastique post-flambement

$L/r$  : Rapport d'élancement

$L_{eff}$  : Longueur effective

# INTRODUCTION GENERALE

---

## **Thème et motivation**

Les défis croissants auxquels l'ingénierie structurelle moderne est confrontée ont conduit à l'émergence de structures innovantes qui répondent à des exigences toujours plus complexes en matière de performance, de durabilité et de flexibilité. Parmi ces structures, les systèmes de tensegrité se distinguent par leur capacité à associer légèreté, résistance et adaptabilité. Développés initialement par des pionniers tels que Richard Buckminster Fuller et Kenneth Snelson, les systèmes de tensegrité ont trouvé des applications variées dans des domaines aussi divers que l'architecture, l'ingénierie civile, la robotique, et même la biologie. Ces systèmes se caractérisent par une combinaison unique d'éléments tendus et compressifs qui travaillent en synergie pour créer des structures stables et efficaces.

Malgré les avantages prometteurs des systèmes de tensegrité, leur application à grande échelle, comme dans les grilles à double nappe, nécessite une compréhension approfondie de leur comportement mécanique sous des charges complexes. Ces grilles, constituées de réseaux de barres et de câbles, permettent de concevoir des structures légères et autoportantes, adaptées à diverses utilisations, notamment les toitures et les passerelles. La présente thèse s'inscrit dans cette tradition d'innovation en se concentrant sur l'étude des grilles de tensegrité à double nappe. La modélisation de ces structures complexes, en tenant compte des phénomènes non linéaires tels que le flambement des barres, le relâchement et la plastification des câbles, constitue un défi majeur en ingénierie structurelle pour une conception optimale.

## **Objectifs et portée des considérations**

La thèse fondamentale de l'étude affirme qu'il est possible d'utiliser des structures de tensegrité dans la construction des toitures. Pour étayer cette affirmation, d'autres objectifs importants ont été fixés dans le cadre de ce travail.

- Construire une structure claire et mécanique de la définition de la tensegrité, basée sur les conclusions de l'analyse de l'histoire de la création de l'idée de tensegrité et des définitions existantes.
- Déterminer les caractéristiques les plus importantes de la tensegrité afin d'évaluer leur utilité dans les ouvrages d'art. Les bases des problématiques liées à la tensegrité sont présentées, comme le

problème de la recherche de la forme de la tensegrité et la description de la tensegrité du point de vue de la mécanique.

- Analyse des modules de tensegrité comme éléments utilisés pour construire des grilles à double nappe pour des structure de toit. Le travail s'est limité à l'analyse de modules de base sélectionnés en raison de la très grande diversité de ce type de structures.

- Évaluation de la possibilité d'utiliser les anneaux de tensegrité dans la construction de toiture en termes de création de structures mono et multimodules.

- Évaluation de la possibilité d'utiliser la tensegrité dans la construction de ponts en termes d'enjeux technologiques et de réponse de la structure aux charges statiques. Les considérations se limitaient aux applications dans les grilles à double nappe.

La recherche s'appuie sur une approche méthodologique rigoureuse combinant revue bibliographique, modélisation numérique, et validation expérimentale. Dans un premier temps, une étude bibliographique exhaustive a été menée pour établir les fondements théoriques de la tensegrité, incluant les travaux des pionniers dans ce domaine et les applications contemporaines. Par la suite, des modèles numériques ont été développés pour simuler le comportement non linéaire des grilles à double nappe, intégrant les effets géométriques et matériels. Enfin, des comparaisons avec des résultats obtenus par des logiciels commerciaux tels qu'ABAQUS, ainsi que des données expérimentales, ont permis de valider les modèles proposés.

Les formulations utilisées pour modéliser le comportement des barres en post-flambement peuvent être réparties en trois catégories distinctes :

- **Analyse élastique.**
- **Analyse élastique post-flambage (EPB).**
- **Analyse inélastique post-flambage (IEPB).**

### **Structure du travail**

La partie principale de la thèse a été divisée en plusieurs chapitres. Avec le premier chapitre, qui est une introduction, l'ouvrage comprend quatre chapitres.

Le chapitre 1 aborde l'histoire et les sources de l'idée de tensegrité, ainsi que les premières structures de ce type. Les définitions les plus importantes des structures de tensegrité et leur évolution sont présentées, et les différences entre elles sont indiquées. Sur cette base, des définitions originales ont été élaborées et utilisées dans la suite du travail. Une propre technique de classification des structures

basée sur leurs caractéristiques de tensegrité est présentée, des exemples sont donnés des structures d'ingénierie existantes présentant des caractéristiques de tensegrité.

Le chapitre 2 ce chapitre explore la conception innovante des structures de toiture à double nappe en utilisant des grilles de tensegrité, en mettant en évidence l'importance des assemblages pour assurer la stabilité. Il analyse les diverses méthodes d'assemblage et types de grilles, soulignant leurs avantages et inconvénients, tout en présentant les défis et opportunités pour les professionnels. De plus, il propose un catalogue des types de grilles de tensegrité disponibles, facilitant ainsi le choix de la solution la plus adaptée aux besoins en conception architecturale et d'ingénierie.

Dans le chapitre 3, Le chapitre explore l'analyse non linéaire géométrique et matérielle statique d'une grille à double nappe basée sur un quadruplex, mettant particulièrement l'accent sur les instabilités internes telles que la plastification et le relâchement des câbles. Les charges considérées n'excèdent pas les limites de rupture des câbles et de flambement des barres. Une validation du modèle de calcul est également réalisée pour garantir la fiabilité des résultats. En outre, une étude comparative détaillée entre une structure classique basée sur un demi cuboctaèdre et une structure innovante basée sur un anneau de tensegrité en forme d'hexagone est menée.

Dans la continuité d'une étude antérieure se concentrant sur l'impact du relâchement et de la plastification des câbles sur le comportement mécanique non linéaire des grilles de tensegrité à double nappe, cette étape s'est intéressée à l'analyse de l'effet de la ruine des barres par flambement sur l'aggravation du comportement non linéaire. Ces considérations viennent compléter les deux types d'instabilités locales mentionnés précédemment, comme exposé dans le quatrième chapitre.

# *CHAPITRE01 : Etude bibliographie sur les origines des systèmes de tensegrité*

## HISTORIQUE DES SYSTEMES DE TENSEGRITE

---

### **1.1. Introduction**

Dans les années 1960, des gens ont eu une idée intéressante pour construire des choses d'une manière nouvelle appelée "tenségrité". Cela a commencé dans le monde de l'art et de la construction. Mais pendant longtemps, cela restait juste une idée cool sans être vraiment utilisé dans la construction pratique, sauf pour quelques structures spéciales comme les toits tendus.

Maintenant, même si beaucoup d'ingénieurs ne connaissent pas encore très bien la tenségrité (les architectes le font un peu plus), de plus en plus de gens s'intéressent à l'utiliser pour construire des choses différemment, juste pour être originaux. Mais il y a un problème : beaucoup de gens ne comprennent pas vraiment ce qu'est la tenségrité et pensent que c'est juste un mot à la mode pour quelque chose de nouveau.

Pour mieux comprendre tout cela, certaines personnes ont examiné l'histoire de la tenségrité sur une longue période de soixante-dix ans. Mais même avec tout ce travail, il y a encore beaucoup à apprendre. Cependant, les recherches actuelles montrent qu'il y a beaucoup de possibilités intéressantes avec la tenségrité et que cela pourrait évoluer dans le futur pour devenir quelque chose de vraiment utile et innovant.

Une documentation concise mais complète a été réalisée sur les soixante-dix ans d'histoire du concept de tenségrité et ses diverses applications et hybridations. Cette histoire semble loin d'être achevée, car les récentes lignes de recherche évoquées dans cette section offrent à la fois un attrait conceptuel particulier et un potentiel applicatif élevé.

### **1.2. Les racines historiques des systèmes de tensegrité : de l'Antiquité à la modernité**

Les systèmes de tensegrité trouvent leurs racines historiques dans l'architecture et l'ingénierie de l'Antiquité. Les architectes et ingénieurs de cette époque utilisaient déjà des principes de tension et de compression pour construire des structures résistantes, comme le montrent les exemples de l'aqueduc de Segovie en Espagne et du Colisée de Rome en Italie. Ces structures utilisaient des arches

et des voûtes pour supporter la charge, et les éléments étaient maintenus en place par des forces de compression. Cependant, les principes de tension et de compression étaient encore relativement mal compris à cette époque, et les structures étaient souvent surdimensionnées pour être plus robustes.

Au fil du temps, les principes de tension et de compression ont été mieux compris, et les architectes et ingénieurs ont commencé à expérimenter avec des structures plus légères et plus élancées. Au début du 20<sup>e</sup> siècle, des ingénieurs tels que Buckminster Fuller et Kenneth Snelson[1-2] ont commencé à explorer le potentiel des systèmes de tensegrité modernes. Fuller a développé le concept de tensegrité dans les années 1940, en cherchant à trouver un moyen de construire des structures plus légères et plus efficaces en termes de matériaux.

Depuis lors, les systèmes de tensegrité ont été largement utilisés dans l'architecture [3-4], l'ingénierie et la conception de structures. Ils ont été utilisés pour construire des ponts, des dômes, des toits et des bâtiments entiers, ainsi que pour la conception de meubles et de produits. Ils ont également été utilisés pour la conception de structures biologiques [5-6] telles que les cellules et les tissus, ainsi que pour la conception de robots et de machines [7-8].

Il convient également de noter que les systèmes de tensegrité ont été explorés dans le domaine de l'art et de la sculpture, notamment par des artistes tels que Kenneth Snelson et Richard Buckminster Fuller. Ces artistes ont créé des œuvres d'art et des sculptures qui utilisent des principes de tension et de compression pour créer des formes intéressantes et dynamiques.

Depuis l'Antiquité, de nombreuses cultures ont exploré le concept de la tensegrité dans leurs pratiques architecturales et artistiques. Cependant, il a fallu attendre la fin du XX<sup>e</sup> siècle pour que ce concept soit formalisé et théorisé. La notion de tensegrité a été introduite par Buckminster Fuller dans les années 1950, mais c'est Kenneth Snelson qui a développé les premiers modèles de tensegrité à la fin des années 1940.

Au fil des décennies, le concept de tensegrité a évolué d'une simple idée à une théorie scientifique solide, intégrant des concepts de mécanique des solides, de physique et de mathématiques avancées. Les tensegrités sont aujourd'hui considérées comme des structures auto-équilibrées, qui se maintiennent en équilibre grâce à l'interaction entre des éléments en tension et en compression.

Cependant, les premières sources et inspirations de l'idée de tensegrité remontent aux travaux des constructivistes russes, qui ont souvent expérimenté la création de formes géométriques avec des éléments simples. Le travail de l'artiste letton Karl Ioganson, qui a créé une série de sculptures

composées de simples tiges de bois et de fils métalliques en 1919-1921 et en 1921 à Moscou, est particulièrement remarquable.

L'installation Gleichgewichtskonstruktion (en allemand : Gleichgewicht - équilibre, Konstruktion - construction) (Emmerich 1988) [9], composée de trois entretoises et de huit cordes, dont une suspendue librement, est considérée comme le premier système précédant les constructions de tensegrité. La structure était déformable et permettait de modifier la disposition de ses éléments.

Une autre sculpture composée de trois entretoises et neuf cordes, tout comme la précédente, avait l'apparence d'un simplex, mais les barres se rencontraient au centre même de celle-ci (Wroldsen 2007) [10].

Certains chercheurs voient également dans les installations d'Ioganson une véritable construction de type simplex. En se basant sur des conjectures et des photos très floues du spectacle de 1921, la sculpture a été reconstruite sous cette forme (Gough 1998) [11], mais en raison du manque de documentation de qualité suffisante, cette interprétation est controversée (Burkhardt 2008) [12].

Bien qu'aucune des deux premières sculptures bien documentées ne puisse être considérée comme une construction de tensegrité, Snelson (Burkhardt 2008) [12] et (Emmerich 1988) [9] citent l'inspiration du constructivisme russe. Bien que Ioganson n'ait pas développé ses idées dans le domaine de la construction technique, l'auteur lui-même a prévu les possibilités de son travail avec les mots : "De la peinture à la sculpture, de la sculpture à la construction, de la construction à la technologie et à l'invention - c'est mon chemin choisi, qui sera certainement le but ultime de tout artiste révolutionnaire.

### **1.3. Origines de la tensegrité : La vision de Fuller**

La conception de la tensegrité est attribuée à Buckminster Fuller, un architecte de renom dans les années 1940, qui croyait que l'univers fonctionnait selon un principe de tensegrité. Cette vision a donné naissance à un phénomène mystérieux connu sous le nom de "tensegrité". Selon (Sadao 1996) [13], pour Fuller, la tensegrité est la stratégie structurelle prédominante dans la nature, où les îles sphériques de compression du système solaire sont en constante repositionnement les unes par rapport aux autres, sous l'influence de la tension globale du système, appelée gravité par Newton. De même, au niveau atomique, les recherches ont révélé un lien entre la compression discontinue et la tension continue qui gouverne apparemment la structure de l'atome.

Cependant, la conviction de Fuller négligeait le fait que ces systèmes suivent un "équilibre cinématique" qui diffère considérablement de la relation d'"équilibre statique" présente dans les structures de construction réelles. Malgré cela, cette croyance a conduit à l'invention de nouveaux

systèmes structurels et architecturaux.

#### **1.4. La contribution de Snelson à la conception de structures innovantes**

La réalisation matérielle des convictions de Fuller sur la tensegrité ne s'est pas concrétisée directement. Durant les étés 1947 et 1948, il a enseigné au Black Mountain College et a souvent évoqué la "tensile integrity" dans ses propos. Il a cherché à créer un modèle de son principe structurel. À la fin de l'année 1948, Kenneth Snelson, l'un de ses étudiants, lui a présenté trois modèles de sculptures, dont le dernier, appelé la colonne X (Figure 1.1), contenait l'idée préliminaire de "tension continue, compression discontinue". Cette sculpture est composée d'une croix en bois avec des fils tendus en carré aux extrémités de la croix. Les deux unités ont été placées l'une en face de l'autre de manière tridimensionnelle et ont été attachées à une plaque de bois. Cela a donné naissance à un module de tensegrité qui contient deux barres et quatre câbles. Les câbles sont indépendants et soutiennent les forces internes, mais ils sont reliés aux extrémités et donc "continus" du point de vue géométrique. Les deux barres ne sont pas reliées aux câbles aux extrémités, elles se croisent mais ne se touchent pas au niveau du corps (bien que cela ne soit pas possible en géométrie bidimensionnelle). Ce sont les tensions qui lient le système en une seule intégrité. Cette réalisation a marqué le début de la matérialisation de la tensegrité, qui a conduit à l'invention de nouveaux systèmes structurels et architecturaux. Les informations mentionnées dans ce texte sont tirées des travaux de Snelson (1996). Par la suite, Snelson a réussi à résoudre le problème de la séparation des éléments de compression en introduisant des câbles de manière tridimensionnelle, ce qui lui a permis de développer plusieurs sculptures basées sur des modules "X" améliorés. L'une des sculptures les plus célèbres est la "Needle Tower" au Hirshhorn Museum of Modern Art à Washington, DC (Figure 1.2), où seules les entretoises indépendantes sont visibles de loin, mettant en évidence les "îlots de compression dans une mer de tension" de manière fascinante. Bien que certains considèrent que Snelson est l'origine de la tensegrité, il est important de noter que le sculpteur lui-même n'a pas soutenu que la tensegrité prospérait en tant que structure porteuse (Snelson, communication personnelle).

#### **1.5. La contribution de Fuller à la théorie de la conception**

En se référant à l'histoire de la conception de la tensegrité, il est possible de constater que R. Buckminster Fuller a été inspiré par le modèle de Snelson et a perçu que cela correspondait à sa recherche de longue date. Il a ainsi créé le terme "tensegrité" dans les années 1950 et a défini cette notion comme étant l'intégrité de la tension, garantie par des comportements de tension finement fermés et globalement continus du système, plutôt que par des comportements discontinus et exclusivement locaux des membres en compression. Dans cette conception, l'intégrité de la structure est investie dans le réseau finement fermé de tension-appui, tandis que les compressions ne sont que des îlots locaux. La tension est cohérente de manière omnidirectionnelle et la tensegrité est une

confluence non redondante par nature, réunissant des facteurs optimaux d'efficacité de l'effort structurel. Fuller a également évoqué le concept de tensegrité universelle, selon lequel toutes les structures, de l'échelle atomique au système solaire, sont des structures de tensegrité. Bien que cette conception ait été largement acceptée grâce à l'influence personnelle de Fuller, certaines de ses formes structurelles de tensegrité, comme la "structure d'intégrité tendue" brevetée en 1962, souffrent de problèmes structurels, tels que la capacité de charge reposant sur la résistance au flambage de longues barres croisées. Cette structure est construite comme une ferme de tensegrité flexible sur de très longues portées, constituant l'un des exemples les plus simples de l'objet de tensegrité tridimensionnel - les simplexes de tensegrité. Cet objet a ouvert un large champ de recherche sur les structures de tensegrité.



**Fig 1.1.** La première sculpture de tensegrité construite par Snelson en 1948 (à gauche) et Easy Landing de 1977, à Baltimore, MD, États-Unis (images from <http://kennethsnelson.net>)

### 1.6. Tensegrités dans l'art de la sculpture

Nous débutons avec l'étude du Skylon (Figure 2a), une construction édifée à Londres en 1951 pour le Festival of Britain, et démantelée à la clôture de l'événement. Les concepteurs, Hidalgo Moya, Philip Powell et Felix Samuely, ont travaillé de manière indépendante des premières études de Snelson et Buckminster Fuller. La structure était composée d'une entretoise verticale en forme de cigare, suspendue par des câbles à trois entretoises ancrées au sol plus petites. En raison de la façon dont les entretoises et les câbles ont été assemblés, le Skylon peut être considéré comme un précurseur plutôt qu'un prédécesseur des tours de Snelson. Ces dernières, illustrées par la Needle Tower I de 20 mètres en 1968 à Washington, D.C. et la Needle Tower II de 30 mètres en 1969 à Otterlo (Hollande), sont construites par juxtaposition d'axes verticaux de prismes de tensegrité de plus en plus petits. Les vents font résonner les tours de Snelson comme des instruments de musique assez inhabituels.

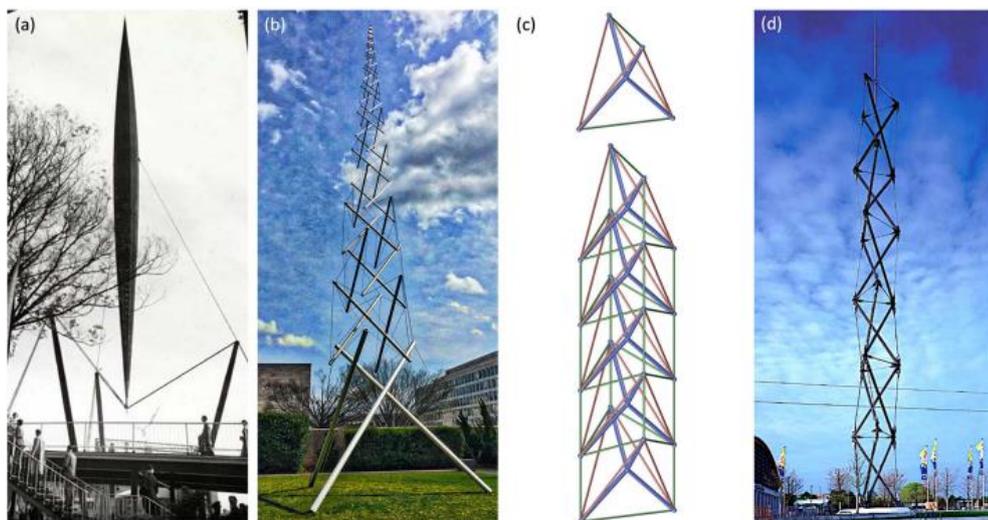
De même, le mât de Buckminster Fuller, l'un de ses premiers travaux, avait des barres et des câbles assemblés de manière non-tensegrité (Figure 2c). Tout comme les câbles qui suspendent deux objets

rigides en forme de X dans la pièce en X de Snelson, un certain nombre de tétraèdres à bords de câble, dont chacun a un corps rigide à 4 bras à l'intérieur, sont suspendus par paires par des câbles dans le mât de Buckminster Fuller, tandis que d'autres câbles verticaux allant de bas en haut matérialisent les bords d'un prisme de section carrée.

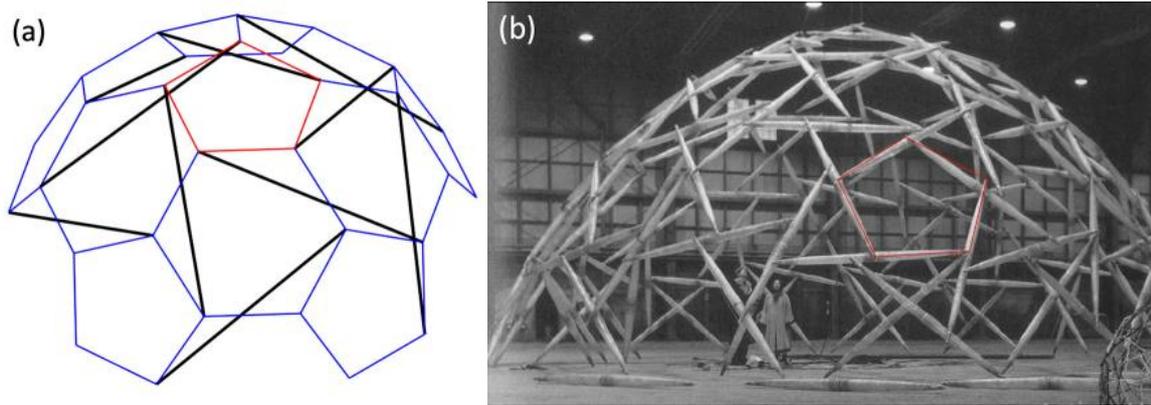
Contrairement au mât, le Warnowturm (Figure 2d) a été conçu selon les principes de la tensegrité par Gerkan, Marg & Partner (Hambourg) en collaboration avec Schlaich, Bergemann & Partner (Stuttgart). Cette tour de 49 mètres a été construite par MERO Structures Inc. en seulement dix jours près de la rivière Warnow à Rostock (Allemagne) à l'occasion du Salon international du jardinage 2003.

### 1.7. Structures de tensegrité

Les structures de tensegrité, comme les sphères développées par Buckminster Fuller, découlent de son analogie avec le ballon, abordée dans l'introduction. Partant d'un polyèdre régulier tronqué (tel que l'icosaèdre illustré dans la figure 1.3.a), il a conçu le modèle de structure représenté dans la figure 1.3.b. Ce modèle est constitué d'un réseau de câbles externes, représentant la surface du ballon dans cette analogie, associé à un endosquelette de barres de Snelson, symbolisant la pression interne du gaz. Buckminster Fuller envisageait la possibilité de recouvrir une ville entière avec l'une de ses sphères, comme dans ses visions audacieuses. Toutefois, des analyses ont révélé que le poids d'un petit dôme construit à partir d'une sphère de tensegrité conçue par Buckminster Fuller était environ trois fois supérieur à celui d'un dôme géodésique conçu pour supporter les mêmes charges (voir [14]).

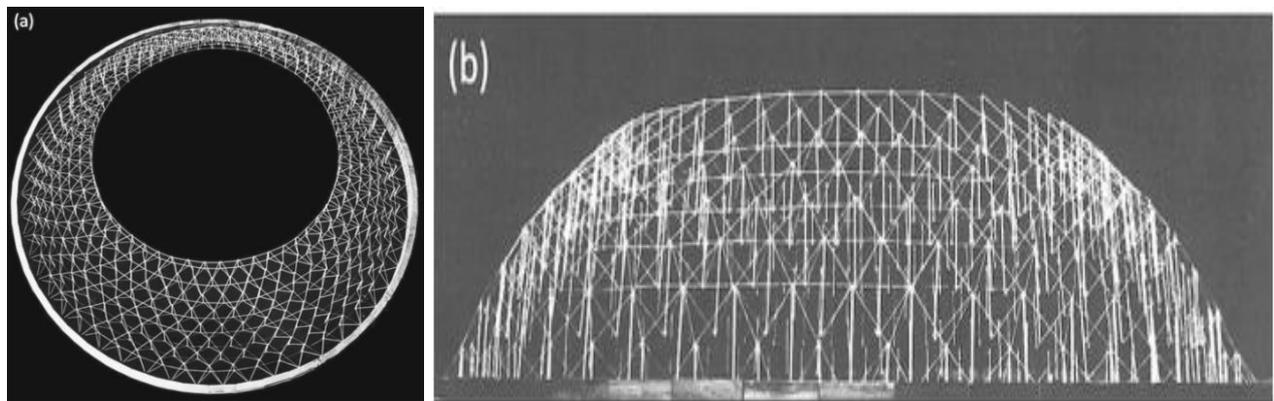


**Fig 1.2.** a) Le Skylon, au Festival of Britain de 1951. b) Needle Tower I de Snelson en. c) Un croquis du mât de Buckminster Fuller et d'une de ses unités tétraédriques. d) Le Warnowturm 2003. (image from <https://www.sbp.de/en/project/tower-at-the-fair-of-rostock/>).

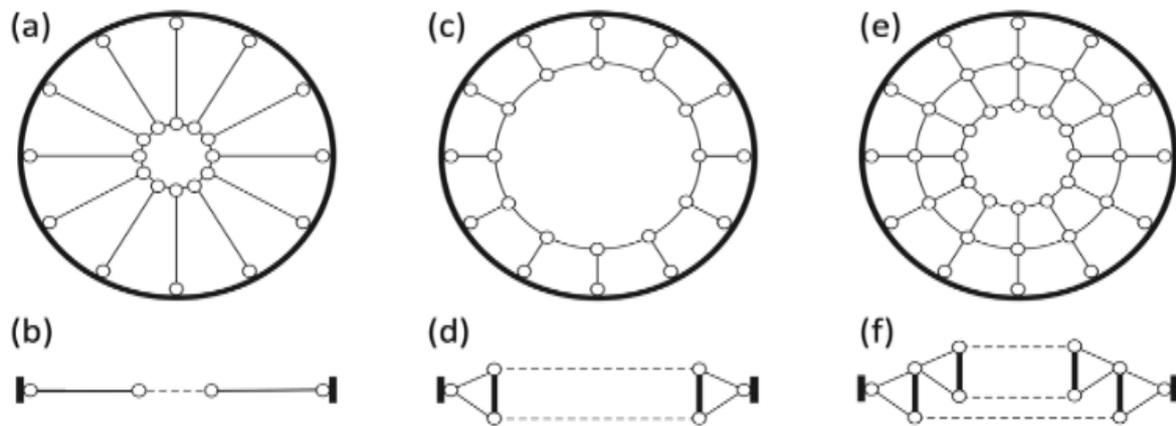


**Fig 1.3.** La structure du modèle (b) d'une sphère de tensegrité réalisée par Buckminster Fuller et sa géométrie schématique (a).

Buckminster Fuller a imaginé un autre type de structure, appelé "Ascending Suspension Dome" et breveté en 1964 (Fig 1.4) [15]. Son concept étonnamment simple et original peut être compris grâce à la figure 1.5. À partir d'une roue de bicyclette idéalisée (Fig. 1.5 a, b), où des câbles radiaux relient un anneau de compression externe à un anneau de tension interne, il suffit de dupliquer l'anneau intérieur en y insérant des barres verticales, comme illustré en (c, d), puis de continuer le processus comme suggéré en (e, f) jusqu'à obtenir un dôme de câbles avec le nombre souhaité de couches concentriques de plus en plus petites (le modèle "Ascending Suspension Dome" de la Fig. 1. 5 comporte huit couches).



**Fig 1.4.** Vue de dessus (a) et vue de côté (b) du dôme Aspension de Buckminster Fuller



**Fig1.5.** Vues en plan et coupes verticales d'une roue de bicyclette idéalisée (a, b) et d'une suspension idéalisée à une ou deux couches dômes (c, d) et (e, f)

Contrairement au réseau triangulaire d'origine de Buckminster Fuller, les câbles radiaux reliant l'anneau intérieur à l'anneau extérieur dans cette structure ne forment pas un réseau triangulaire, mais appartiennent à des plans verticaux passant par l'axe central de symétrie de la structure. Le toit "aspension" de forme ovale du Georgia Dome (Fig.1.6), conçu par Matthys P. Levy et construit par Waidlinger Inc. à Atlanta en 1992, mesure 233,5 m de long et 186 m de large, et comporte une disposition triangulée de câbles radiaux conforme à la prescription originale de Buckminster Fuller. Le Georgia Dome a été démantelé en 2017. Les complications liées au manque de symétrie centrale du Georgia Dome sont similaires à celles rencontrées lors de la conception et de la réalisation du toit bilobé du La Plata Stadium en Argentine (Fig.1.7 à droite), un ouvrage audacieux achevé en 2011, surmonté par la "juxtaposition et la fusion" de deux anneaux circulaires de 85 m de diamètre, dont les centres sont distants de 48 m.

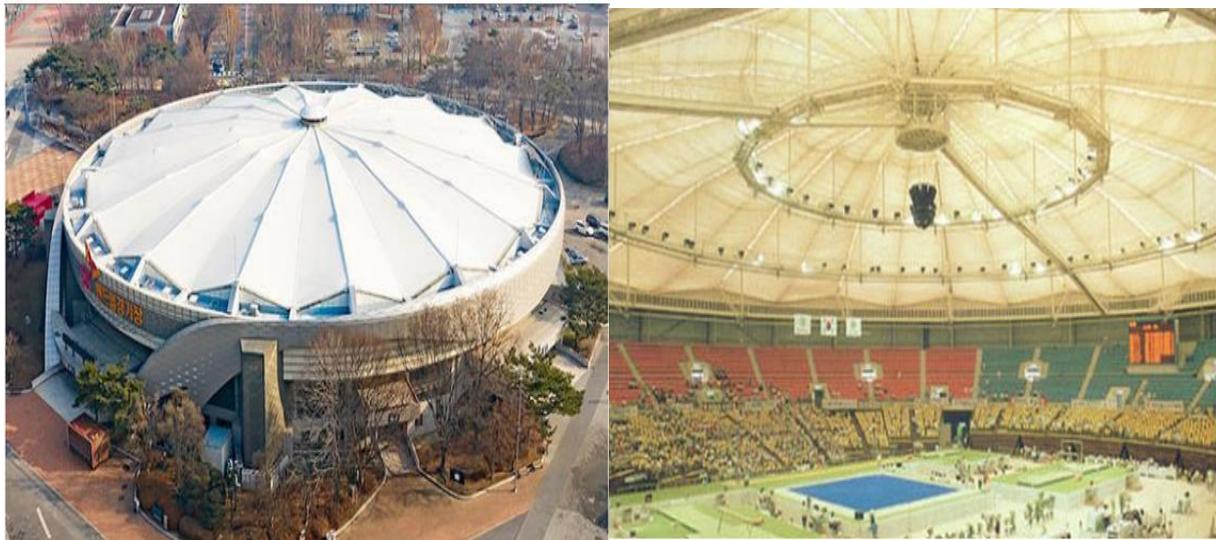


**Fig 1.6.** Le Georgia Dome



**Fig 1.7.** Le stade La Plata.

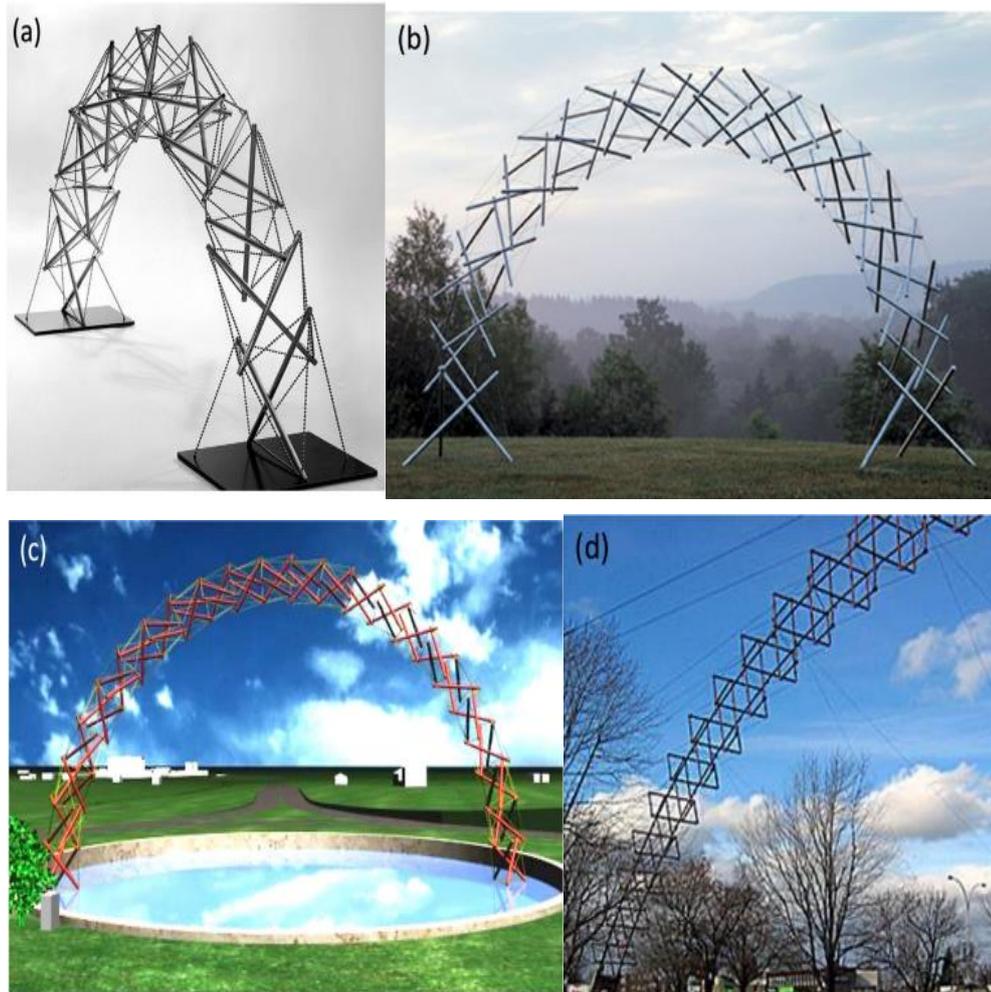
Le dôme d'Aspension devait servir de modèle inspirant pour un certain nombre de structures de toiture très grandes, commençant par l'Arène olympique de fencin et de gymnastique à Séoul (Corée du Sud), réalisée par David Geiger en 1988 (fig.1.8)



**Fig 1.8.** L'arène olympique de Geiger en 1988 à Séoul (image from <https://www.tensinet.com/>).

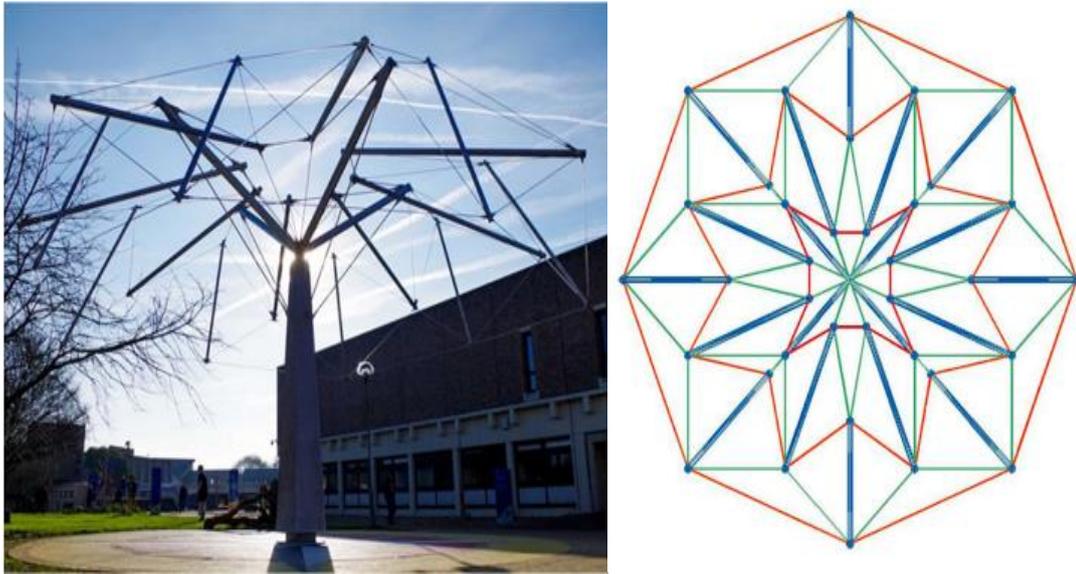
Les arcs de tensegrité sont étroitement liés aux tours de tensegrité : il suffit de les rendre courbes. En 1959, Snelson a construit le Bead Arch de la Fig.1. 9 a. En 2001, en collaboration avec Silvano Stucchi de l'Université de Rome Tor Vergata, ils ont conçu un arc de tensegrité strictement inspiré de l'arc-en-ciel de Snelson (Fig.1.9b) ; cette arche de 50 mètres de portée (Fig.1.9 c) devait servir de portail d'entrée à notre campus mais n'a jamais été construite.

Tout comme le Skylon rappelle les tours à aiguilles de Snelson, l'arc de la Fig.1.9. d rappelle un arc de tensegrité. Il a été conçu par Ianos Baracs en 1992 et construit à Saint-Hyacinthe, Québec (Canada) ; sa portée est de 85 mètres. Un certain nombre d'éléments rigides rectangulaires sont suspendus à deux longerons tubulaires, ancrés à des fondations en béton terminales et stabilisés par des haubans à partir du plan médian vertical de l'arc. L'arc de Baracs est l'un des premiers exemples de structure hybride, dont la rigidité peut être évaluée en appliquant la théorie mathématique développée pour les systèmes de tensegrité.



**Fig.1.9.** a) Snelson's 1959 Bead Arch et b) 2001 Rainbow; c) l'Arc de TorVergata Projet; d) l'Arche des Baracs de 1992 à Saint-Hyacinthe, Québec (Canada) h (image from <http://kennethsnelson.net>).

La figure 1.10 décrit une sculpture de tensegrité en forme d'arbre qui a été construite à Canterbury (Royaume-Uni) pour commémorer le 50e anniversaire de l'Université du Kent et le 10e anniversaire de son école d'architecture [16]. Ce projet s'est inspiré des études décrites dans [17-18]. La vue en plan de la figure 1.10.b suggère comment la conception exploite les concepts de ballons concentriques de tensegrité et de systèmes endosquelettiques imbriqués [19].



**Fig 1.10** Le Kent Tensegrité 2015. Au sommet vu de droite, les barres radiales sont représentées en bleu, les câbles « circonférentiels » en rouge et les câbles stabilisateurs en vert (image from <https://expedition.uk.com/projects/tensegritree-university-of-kent/>).

### **1.8. Les limites et les défis de l'utilisation des systèmes de tensegrité dans la construction**

Le chapitre sur les systèmes de tensegrité ne serait pas complet sans aborder les limites et les défis associés à leur utilisation dans la construction. Bien que ces structures présentent de nombreux avantages, elles ont également des inconvénients et des limitations qui doivent être pris en compte dans leur conception et leur utilisation.

Tout d'abord, les systèmes de tensegrité peuvent être plus coûteux que les structures conventionnelles en raison de leur conception complexe et de la nécessité de matériaux de haute qualité pour les câbles et les barres. De plus, la mise en place de ces structures peut être plus difficile et prendre plus de temps que les structures conventionnelles en raison de leur géométrie complexe.

En outre, la conception et la fabrication de systèmes de tensegrité nécessitent une expertise spécialisée et des outils de modélisation avancés pour assurer la sécurité et la stabilité structurelle. Des erreurs dans la conception ou la fabrication peuvent compromettre la stabilité de toute la structure.

Enfin, bien que les systèmes de tensegrité soient résistants aux forces de compression et de tension, ils peuvent être sensibles aux forces latérales telles que le vent ou les séismes. Cela peut nécessiter des renforts supplémentaires pour assurer la stabilité structurelle.

Malgré ces limites et défis, les systèmes de tensegrité continuent de susciter l'intérêt dans la recherche et la construction, offrant des possibilités de conception innovantes et des avantages écologiques dans les domaines de l'architecture, de l'ingénierie et de la construction.

### **1.8.1. Tensegrité dans l'Architecture Moderne**

Le développement des systèmes de tensegrité dans l'architecture et l'ingénierie contemporaines a été marqué par l'expérimentation de nouvelles formes structurelles et la mise en œuvre de nouveaux matériaux.

Les architectes et ingénieurs ont commencé à intégrer les principes de tensegrité dans la conception de structures, en utilisant des câbles, des barres et des membrures pour créer des formes élégantes et efficaces. Des exemples de structures de tensegrité dans l'architecture contemporaine incluent le pavillon du Japon à l'exposition universelle de 1970 à Osaka, le dôme géodésique de l'Eden Project en Angleterre, le stade olympique de Munich, le centre Pompidou-Metz en France, et le Musée de la Ferme du Château de Saint-Priest en France.

En plus de l'architecture, les systèmes de tensegrité ont également trouvé des applications dans l'ingénierie civile, notamment dans la construction de ponts et de passerelles. Le pont de Sundial, situé à Manchester, au Royaume-Uni, est un exemple notable de l'utilisation de la tensegrité dans la construction de ponts.

Les avancées dans les matériaux composites ont également contribué à l'essor des systèmes de tensegrité, en permettant la fabrication de structures plus légères et plus résistantes. Des matériaux tels que la fibre de carbone, la fibre de verre et l'aramide sont couramment utilisés dans la construction de structures de tensegrité contemporaines.

### **1.9. Les perspectives futures de l'utilisation des systèmes de tensegrité**

Dans les dernières années, les systèmes de tensegrité ont connu une croissance rapide en termes d'applications et de domaines d'utilisation. L'architecture et l'ingénierie sont les domaines les plus courants où les tensegrités ont été utilisées pour créer des structures autoportantes et légères. Les tensegrités ont trouvé leur place dans la construction de ponts, de toits, de dômes et de bâtiments. En effet, les structures de tensegrité sont de plus en plus utilisées dans les projets d'ingénierie tels que les ponts, les tours et les plates-formes pétrolières, en raison de leur légèreté, de leur résistance aux charges de compression et de tension, et de leur capacité à supporter des charges lourdes. En dehors de l'architecture et de l'ingénierie, les tensegrités sont également de plus en plus utilisées dans la robotique pour créer des robots légers, stables et efficaces, capables de se déplacer sur des terrains difficiles et de manipuler des objets délicats. Enfin, les tensegrités sont également utilisées dans le domaine artistique pour créer des sculptures et des installations innovantes et fascinantes.

#### **1.9.1. Conceptions des passerelles de tensegrité**

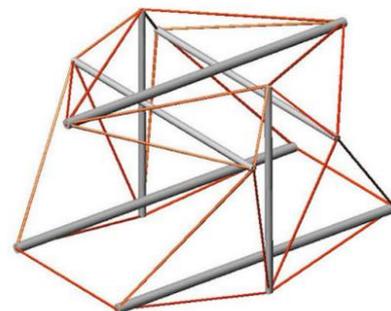
Les passerelles de tensegrité sont un exemple intéressant de l'application des systèmes de tensegrité dans l'architecture et l'ingénierie civile. Ces passerelles sont des structures légères et autoportantes, composées de poutres en tension reliées par des éléments de compression.

La conception des passerelles de tensegrité implique une analyse minutieuse de la charge et des conditions environnementales pour garantir la sécurité et la stabilité de la structure. Les poutres en tension sont souvent constituées de câbles en acier haute résistance ou de fibres composites, tandis que les éléments de compression peuvent être constitués de poteaux en acier ou de mâts en fibre de verre.

Les avantages de l'utilisation de tensegrités dans la conception de passerelles sont nombreux. Les structures de tensegrité sont légères, ce qui réduit les coûts de construction et les charges sur les fondations. Elles offrent également une grande résistance aux charges de compression et de tension, ce qui les rend idéales pour les passerelles longues et étroites.

Plusieurs exemples de passerelles de tensegrité ont été construits dans le monde entier, tels que la passerelle de tensegrité de Leonard P. Zakim à Boston, USA, la passerelle Skybridge en Australie et la passerelle du parc de la Gorge à Ronda, en Espagne. Les images de ces passerelles sont souvent disponibles sur les sites Web des entreprises de construction et d'ingénierie, ainsi que sur des sites spécialisés dans l'architecture et le design.

Le Pont de Pied TorVergata, situé à Rome en Italie, est un exemple remarquable d'application des principes de la tensegrité dans la conception de ponts pour piétons. Conçu en 2003 par une équipe d'architectes et d'ingénieurs sous la direction d'Antonio Pao, le pont a subi une rénovation importante en 2006, avec la modification de l'un de ses modules de tensegrité. Bien que relativement petit, avec une portée totale de 28 mètres et une largeur de 2,2 mètres, le pont de pied TorVergata est un exemple exceptionnel de la capacité des structures de tensegrité à supporter des charges légères. Le module de tensegrité réaménagé en 2006 mesure environ 7,5 mètres de long et 2,5 mètres de large, des dimensions modestes reflétant la nature piétonne du pont. Le pont de pied TorVergata est donc un exemple concret de la manière dont les principes de la tensegrité peuvent être appliqués à la conception de structures légères et résistantes pour les piétons.



**Fig 1.11** Le projet TorVergata Footbridge de 2003 et l'un de ses modules TS, tel que repensé en 2006.

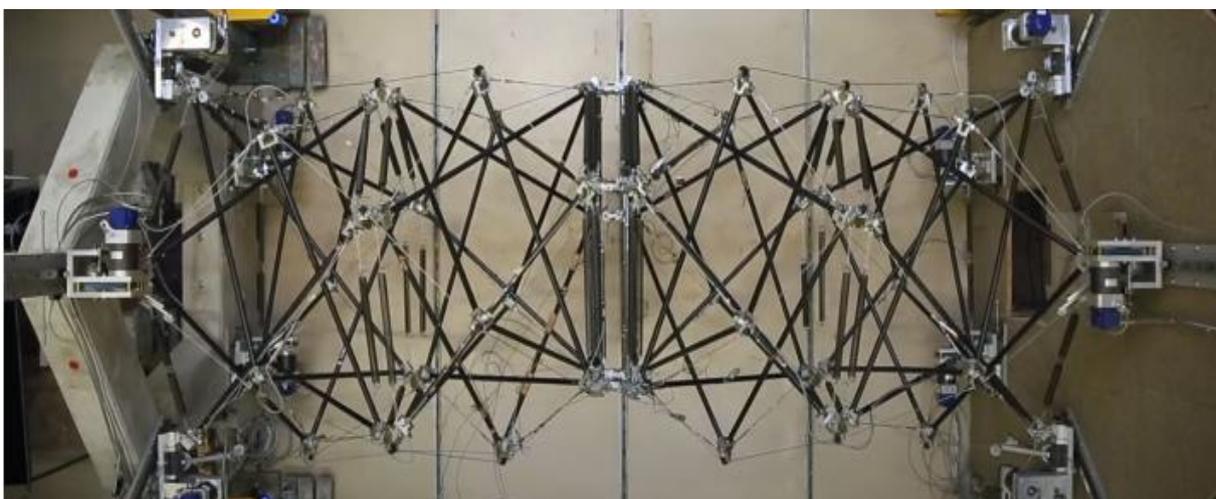
Le pont Kurilpa, situé à Brisbane en Australie, est un pont pour piétons et vélos de 128 mètres de long, conçu par Cox Rayner Architects en collaboration avec Arup Engineers. Contrairement à la passerelle TorVergata, ce pont a été construit avec une touche de tensegrité optique plutôt qu'une structure entièrement en tensegrité.

Le pont est soutenu par quatre haubans orientés de manière irrégulière sur chaque pile, avec d'autres haubans qui se croisent le long du pont. Des câbles de support primaires et secondaires sont également utilisés. Le régime structurel du pont est similaire à celui d'un pont à haubans, bien qu'il utilise des éléments de tensegrité pour des raisons esthétiques plutôt que pour des considérations de structure.

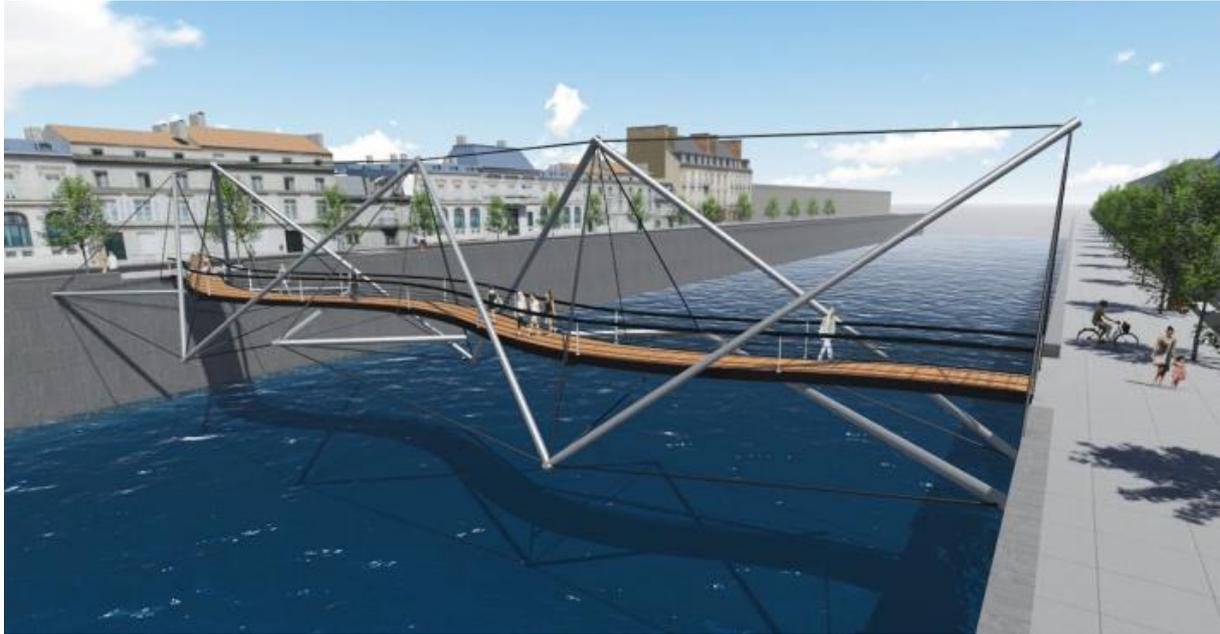
Le pont Kurilpa est un exemple de l'utilisation de la tensegrité dans la conception de ponts pour piétons et vélos, avec une touche esthétique plutôt que fonctionnelle. La combinaison de la structure à haubans et des éléments de tensegrité a permis de créer un pont léger et élégant qui s'intègre harmonieusement dans son environnement urbain.



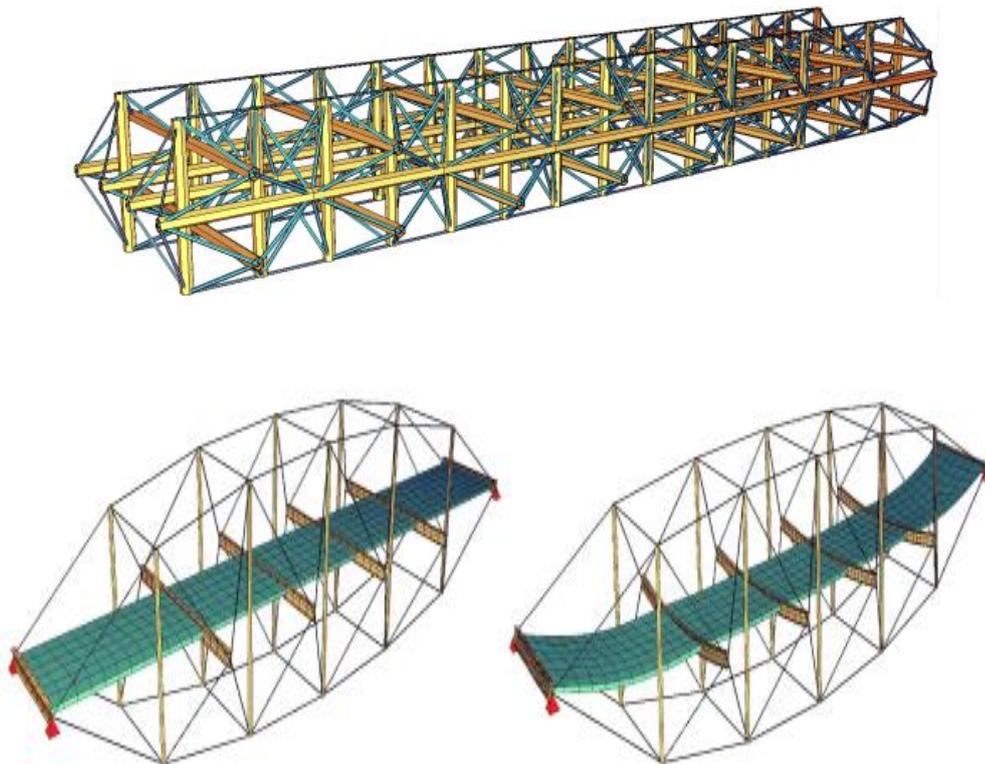
**Fig 1.12** Le pont Kurilpa 2009, Brisbane, Queensland, (Australie) (Image credit: Paul Guard at English Wikipedia).



**Fig 1.13.** Maquette à échelle réduite de la passerelle de tensegrité déployable étudiée dans [20-21].



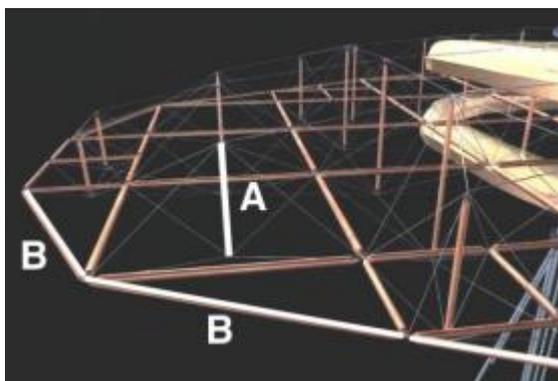
**Fig 1.14** La passerelle sinueuse TS présentée dans [22] (image courtoisie de Jonas Feron et Pierre Lateur, UCLouvain)



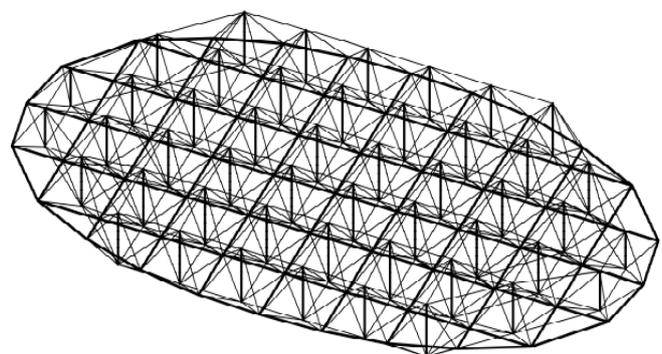
**Fig 1.15.** Visualisation du modèle de passerelle avec les caractéristiques de tensegrité.

### 1.9.2. Application de la tensegrité à double nappe dans la conception de fermes spatiales

L'une des applications largement étudiées des structures de tensegrité concerne les grilles spatiales à double nappe, principalement utilisées comme structures de toit. Depuis les années 1980, des recherches ont été menées sur ce type de système, dirigées initialement par Ariel Hanaor (Hanaor : 1987, 1991a, 1991b, 1992) [23-26] et (René Motro 1987, 1986) [27-28], puis par Bin-Bing Wang (Wang : 1998, 2004) [29-30] et le groupe Kono, Choong, Shimada, Kunieda (Kono : 1999) [31], entre autres. Les fermes spatiales de tensegrité à deux nappes consistent à combiner des modules de tensegrité, des modules avec des caractéristiques de tensegrité ou des modules modifiés de manière bidimensionnelle. Les connexions entre les modules peuvent être réalisées dans le système barre-cables (Hanaor, Kono) ou dans le système nœud-nœud (Motro, Wang). Les possibilités de combiner les modules seront discutées plus en détail dans ce travail. Les fermes spatiales de tensegrité à deux nappes ont également été testées expérimentalement sur des prototypes grandeur nature, tels que la ferme de conception Kono qui se compose de modules simplex à trois boulons modifiés interconnectés, reliés alternativement pour créer une structure d'une portée de 9 m et d'une superficie de 80 m<sup>2</sup>. D'autres exemples de fermes spatiales de tensegrité à deux couches peuvent être trouvés dans la thèse de doctorat de Vinicius Raducan (2001) [32-33], qui décrit une structure constituée de modules simplex à quatre entretoises reliées entre eux par des nœuds et une structure constituée d'hexagones de tendons reliés entre eux par des nœuds, avec des entretoises reposant sur les diagonales des parois latérales. D'autres approches, comme celle de Passera et Pedretti, ont utilisé une combinaison de modules de tensegrité pour construire des structures telles que le Pavillon de l'Expo 2002 ("Blur Building") en Suisse et le toit du vélodrome du Centre Mondial du Cyclisme à Aigle, Suisse, ouvert en 2002.



a)



b)



c)

**Fig 1.16** Grilles double nappe a) Schéma de la structure "Blur Building". b) Grilles "Blur Building" en construction. c) Musée national de Reggio de Calabre Étage. Proposé par Marco Riccobelli et Nicola Bissanti d'ABDR Architetti Associati. Structure conçue par Loris Manfroni.

René Motro [34] a conçu une grille à double nappe qui respecte le principe de la tensegrité dans le cadre du projet intitulé "Tensarch" (voir Figure 1.17). Cette structure, couvrant une superficie de plus de 80 mètres carrés, a été dimensionnée conformément à l'Eurocode 3, prenant en compte les charges permanentes et les charges d'exploitation conformes aux normes classiques.



**Fig 1.17** Projet "Tensarch". Grille à double nappe de René Motro

### **1.9.3. Tensegrité pour l'accessibilité : Une solution légère, modulaire et pliable pour les environnements isolés.**

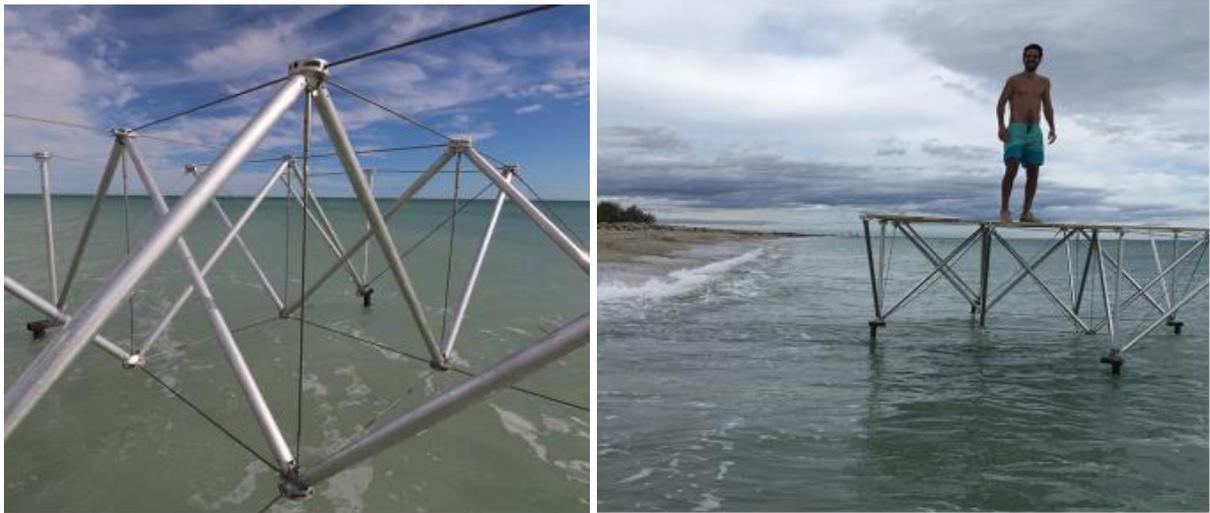
Les structures de tensegrité présentent une solution prometteuse pour résoudre les problèmes d'accessibilité dans les environnements isolés. Leur légèreté, modularité et pliability permettent une facilité de transport et de montage sur place, sans avoir besoin d'équipements lourds ou de personnel qualifié. De plus, leur modularité permet de les adapter à différents contextes et besoins, ce qui les rend flexibles pour s'adapter à des terrains accidentés ou des environnements hostiles.

Cependant, la conception de structures de tensegrité pour l'accessibilité dans les environnements isolés présente encore des défis. Par exemple, la mise en place de modules nécessite un calepinage précis et la réalisation des nœuds doit être soigneusement étudiée. Ces défis peuvent être relevés grâce à une démarche liant études structurelles et prototypage, en impliquant le public handicapé pour tester et valider les solutions proposées.

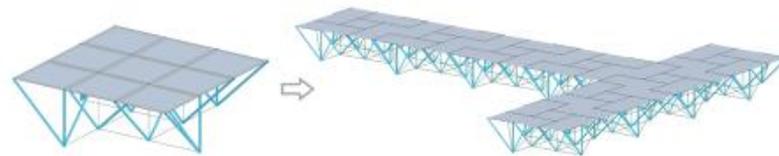
La construction de démonstrateurs en lien avec le public handicapé permet de démontrer l'efficacité de ces solutions concrètes pour faciliter l'accès à des zones difficiles d'accès. Cette approche expérimentale est essentielle pour convaincre les différents acteurs impliqués dans la réalisation de projets sur le littoral, tels que les mairies, les métropoles ou les départements, de la pertinence de l'utilisation de la tensegrité pour améliorer l'accessibilité.

En somme, l'utilisation des systèmes de tensegrité dans des environnements isolés offre une solution intéressante pour résoudre le problème d'accessibilité. Leur adoption peut contribuer à réduire l'impact environnemental des infrastructures de transport, tout en offrant une alternative durable et économique [35].

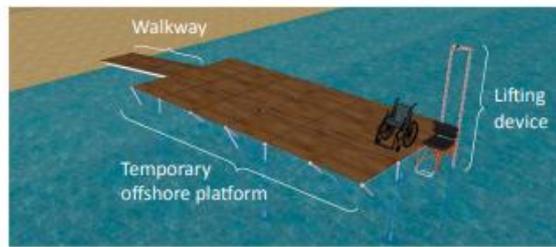




**Fig 1.18.** Implantation et mise en service d'un prototype de module 3x3x1 – (Hérault) [35].

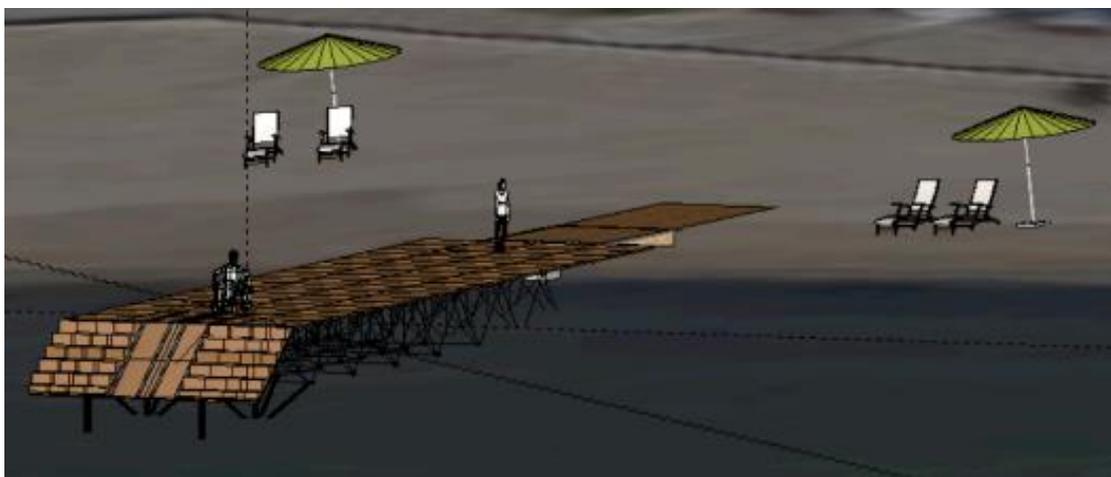


(a)



(b)

**Fig 1.19 a)** Formation de plates-formes variables à partir de modules élémentaires de tensegrité. **(b)** Aperçu du projet « La mer pour tous »[35].



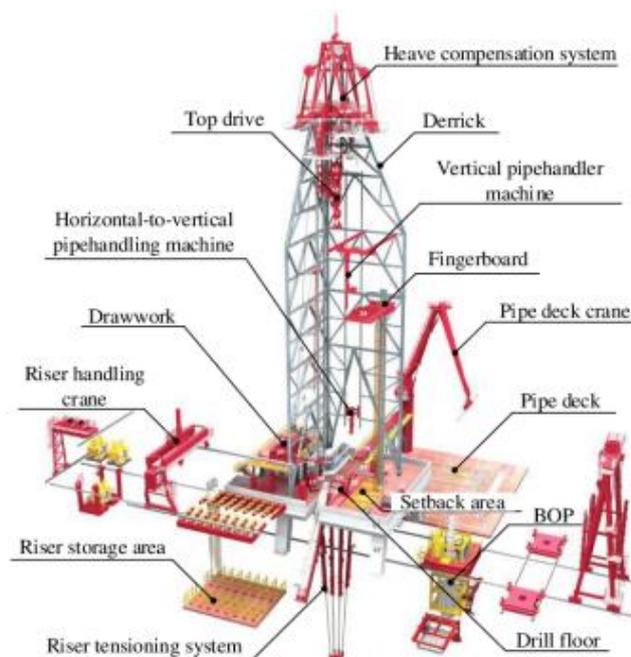
**Fig.1.20** Vue d'ensemble du projet [35].

### 1.9.4. Utilisation des systèmes de tensegrité dans les plateformes de forage : applications et considérations

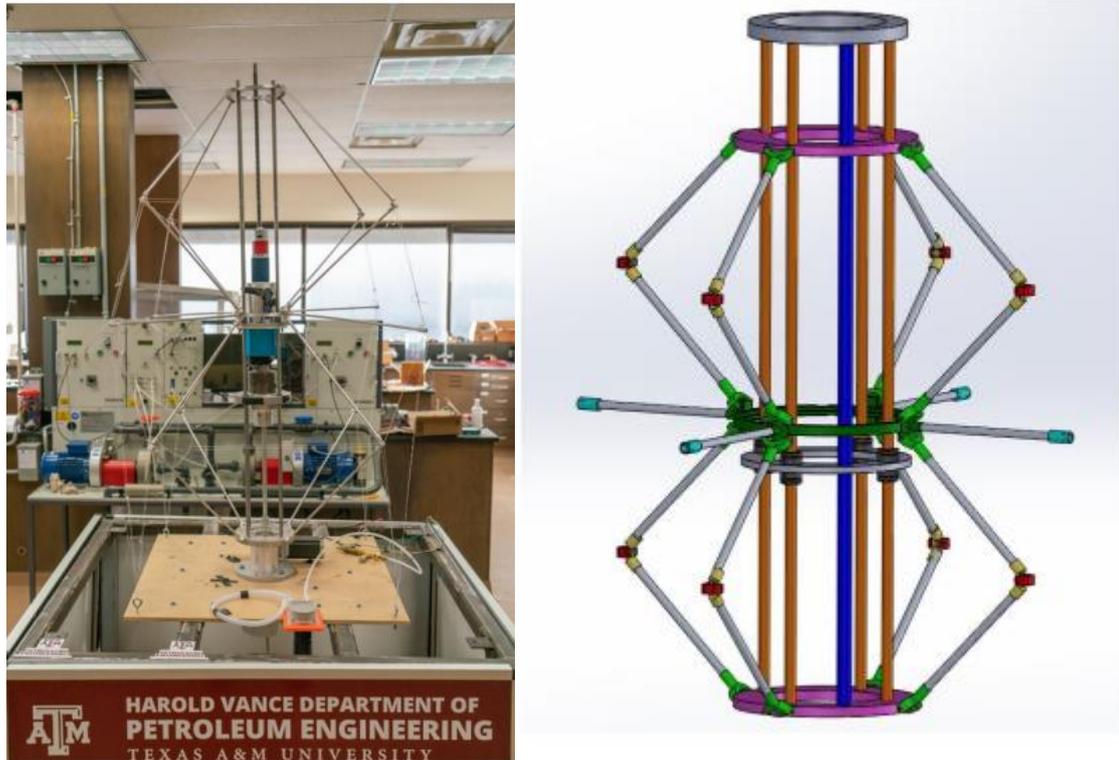
Les plateformes de forage utilisant des systèmes de tensegrité sont des structures innovantes et résistantes qui permettent de réaliser des forages dans des environnements difficiles, comme en mer ou dans des zones géologiques complexes. Les câbles en tension servent à maintenir la structure en place, tandis que les piliers en compression assurent la rigidité de l'ensemble. Le résultat est une structure légère et résistante, qui peut être utilisée pour les forages en mer profonde, les forages en milieu désertique, ou même pour les forages sur d'autres planètes.

Les structures peuvent être de différents types, allant des structures flottantes aux structures fixes, et peuvent être adaptées pour répondre à des besoins spécifiques. L'utilisation de systèmes de tensegrité pour les plateformes de forage présente plusieurs avantages par rapport aux méthodes traditionnelles, notamment une installation et une maintenance plus faciles, une meilleure résistance aux forces extérieures, et une sécurité accrue pour l'équipage et le matériel.

En résumé, les plateformes de forage utilisant des systèmes de tensegrité sont une innovation technologique qui offre des avantages significatifs pour l'exploration et la production de pétrole et de gaz, et qui peuvent être utilisées dans des environnements difficiles où les méthodes traditionnelles ne seraient pas viables.[36].



**Fig 1.21** Plate-forme de forage traditionnelle et structure de levage, adaptée de [37].



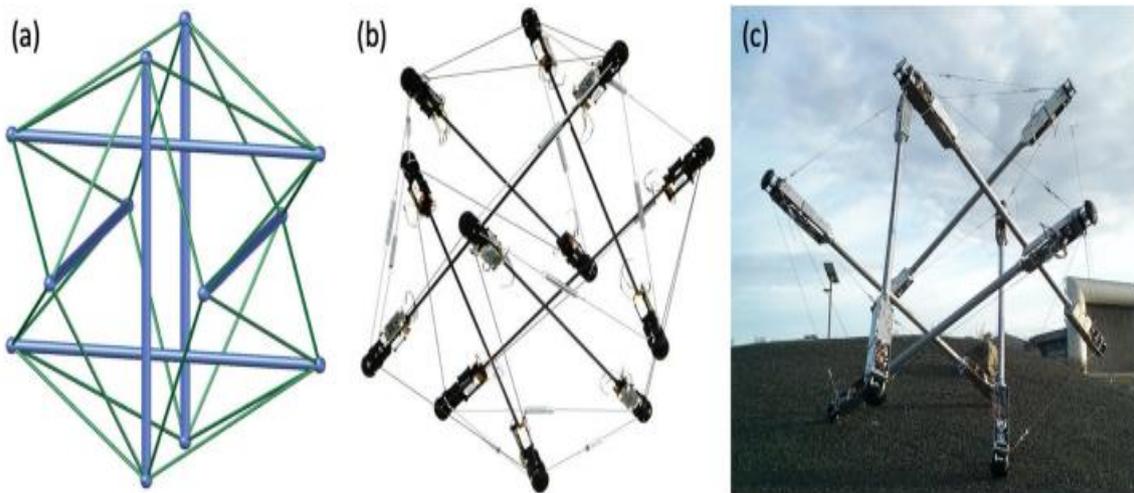
**Fig.1. 22 a)** La plate-forme de forage de tensegrité. **b)** Appareil de forage avec réseau de tensegrité :Tensegrity Squelette : joint annulaire (vert), tige ACME (bleue), stabilité Tiges (orange), joint de classe 2 (jaune), joint en C (rouge), classe 1 Mixte (aqua).[36].

#### 1.9.5. Tensegrity dans les applications robotiques : études et développements récents

Ces dernières années, les applications robotiques des systèmes de tensegrité (TS) ont suscité un intérêt grandissant. Skelton et al. [38] ont réalisé des travaux qui ont inspiré une étude menée par Aldrich et al. [39] sur un robot léger et agile. Cette étude a permis de déterminer les forces des câbles nécessaires pour que le robot suive une trajectoire prescrite en un minimum de temps. Paul et al. [40] ont quant à eux utilisé des prismes TS triangulaires et carrés pour créer des robots capables de se déplacer au sol grâce à des algorithmes de contrôle évolutifs.

Fivat et Lipson ont conçu un robot roulant basé sur l'octaèdre expansé, un système de tensegrité classique, mais n'ont pas encore publié de résultats (voir Figure 23 a, b). Rovira et Mirats Tur [41] ont développé un robot basé sur un TP, doté d'une capacité de recherche de chemin. Shai et al. [42] ont analysé et construit un robot empilant des TP les uns sur les autres. Shibata et Hirai [43] ont utilisé l'octaèdre élargi pour créer un robot à locomotion roulante.

Ushigome et al. [44] ont réalisé des TS mobiles et interactifs. La NASA a également envisagé les robots à système de tensegrité comme une solution prometteuse pour l'exploration planétaire [45-46] (voir Figure 1. 23 c). Contrairement aux robots à roues, les robots à locomotion roulante actionnée par câble peuvent se déplacer sur des terrains accidentés sans risque de basculement.



**Fig1. 23 a)** représente l'Octaèdre élargi, une TS classique choisie pour réaliser des robots roulants. **b)** Le robot IcoTens de Fivat et Lipson). **c)** Le Super Ball Bot de la NASA [45,46] .

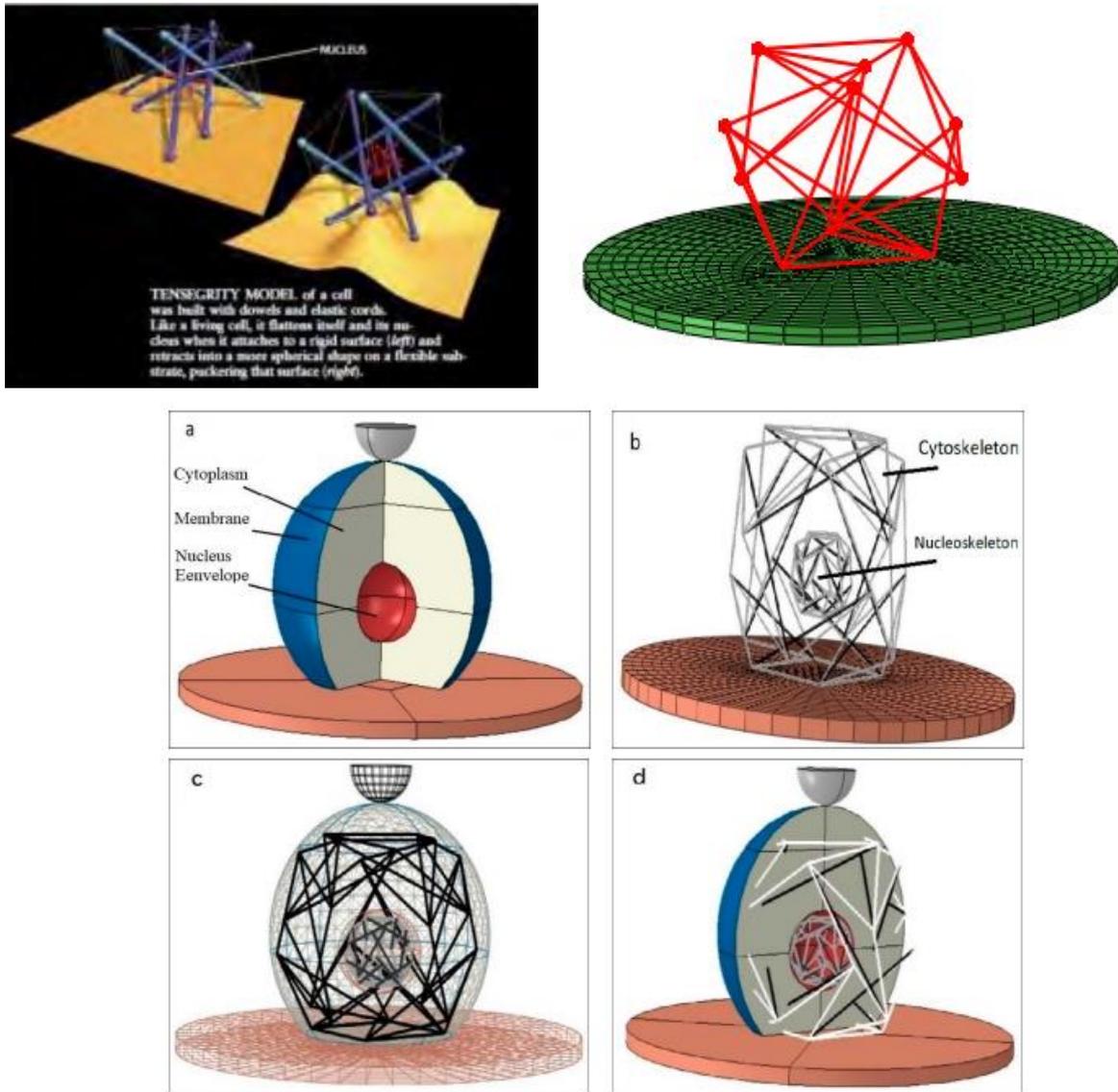
#### 1.9.6. Domaine biologique : Le squelette et la tensegrité du corps humain

Le corps humain est un bon exemple de structure tensegritique, composé de 251 os qui sont soumis à la force de gravité. L'étirement des muscles, des tendons et des tissus nerveux permet d'équilibrer cette structure. Dans la structure de tenseur du corps, les os jouent le rôle d'éléments de compression (Figure 1.24). Donald Ingber, un chercheur qui a mené de nombreuses études sur la biologie des atomes, des cellules et des tissus naturels, affirme que malgré des années de recherches, les scientifiques connaissent encore peu de choses sur la façon dont les atomes se transforment en molécules, puis en cellules et tissus. Toutefois, de nombreux systèmes naturels, tels que les atomes de carbone, les molécules d'eau, les protéines, les virus, les cellules, les tissus, le corps humain et d'autres phénomènes vivants utilisent l'architecture de la tensegrité. Cette découverte fondamentale a des applications scientifiques dans tous les domaines.

La cellule est la plus petite unité fonctionnelle du corps des mammifères. Elles affectent directement toutes les activités du corps, notamment le mouvement, la transmission d'informations, le métabolisme, le stockage des nutriments, etc. Les cellules eucaryotes possèdent une structure interne complexe, constituée d'organites subcellulaires tels que le noyau, la membrane et, surtout, le cytosquelette, qui jouent un rôle crucial dans leur comportement mécanique. Le cytosquelette, composé de filaments d'actine, de filaments intermédiaires et de microtubules, est responsable de la forme, de la stabilité structurelle et de la fonction des cellules de mammifères. Cette organisation rappelle les principes des systèmes de tensegrité, où l'équilibre entre les éléments en tension et en compression assure la stabilité de l'ensemble. De la même manière, le cytosquelette maintient la forme cellulaire et répond aux forces extérieures, en équilibrant les forces internes [47-48].

Ingber [49] a étudié le comportement des cellules de cardamome et a conclu que la structure de tensegrité est le meilleur modèle pour expliquer leur comportement. Il a réalisé une maquette de

tenségrité comprenant un clou en bois et du caoutchouc pour les relier, puis il a comparé le comportement de cette maquette à celui de la cellule placée sur une surface de verre lisse et une surface de tissu rugueux. Ses observations montrent que le comportement cellulaire et la structure de tenségrité sont exactement similaires (Figure 24).



**Fig. 1.24.** a) La forme proposée par Ingber, qui utilise la structure de tensegrité pour étudier le comportement cellulaire (Ingber : 1998). b) Géométrie du modèle cellulaire créé dans Abaqus CAE : (a) composants continus comprenant le cytoplasme, la membrane et l'enveloppe nucléaire fusionnés, (b) deux tensegrités, (c) modèle cellulaire complet maillé, (d) vue en coupe du modèle cellulaire.

### 1.10. Problèmes technologiques et limites intrinsèques

Certaines questions technologiques et limitations structurales intrinsèques doivent être résolues avec succès afin de développer des applications viables des concepts de tensegrité.

La pertinence et la méthode de résolution des problèmes technologiques dépendent fortement de l'application spécifique en question. Prenons deux problèmes de ce type : la conception des nœuds et les procédures d'actionnement des structures déployables, à la fois pendant la construction et en service. Pour les structures de génie civil, les nœuds nécessitent une conception et les procédures d'actionnement (voir Moored et Bart-Smith [50]) ne sont pas du tout les mêmes que pour les structures.

En ce qui concerne les limitations intrinsèques, les structures de type tensegrité ont intrinsèquement une faible rigidité (voir Wang [29-30]). Cela est principalement dû au fait que la rigidité globale de telles structures dépend uniquement des câbles, car les barres ne sont pas directement interconnectées. De plus, le rapport entre les arêtes et les nœuds est inférieur à celui des structures conventionnelles.

Cependant, la faible rigidité, qui rend tout système tensegrité inefficace pour supporter des charges importantes, est un problème mineur ou inexistant lorsque le système est destiné à supporter des charges mécaniques faibles ou nulles, comme dans le cas d'applications spatiales. La complexité est un deuxième aspect qui a limité les réalisations pratiques jusqu'à présent : en effet, les systèmes tensegrité ont une géométrie complexe et un comportement mécanique complexe. Comme indiqué dans la section 3, la complexité géométrique a été abordée en améliorant les méthodes de recherche de forme et en développant de nouvelles méthodes. Cependant, le choix des ingrédients conceptuels formels mais essentiels pour les systèmes tensegrité reste une étape cruciale pour déterminer le succès d'une solution de conception.

Le comportement mécanique complexe est principalement dû aux non-linéarités, qui sont associées à la réponse de raidissement global en statique et au comportement unilatéral des câbles (voir Maurin et al. [51]), sans parler des collisions possibles et des interférences entre les éléments (voir Le Saux et al. [52]). La complexité est également mesurée par le nombre généralement élevé de variables impliquées dans un processus d'optimisation tel que l'optimisation de l'ensemble du trajet des placements d'équilibre dans le cas de structures déployables.

### **1.11. Conclusion**

En conclusion, cette étude bibliographique nous a permis de découvrir les origines historiques des systèmes de tensegrité et leur évolution jusqu'à aujourd'hui, ainsi que les contributions de pionniers tels que Richard Buckminster Fuller et Kenneth Snelson. Nous avons également examiné les applications de la tensegrité dans divers domaines, tels que l'art, l'architecture, l'ingénierie civile, la robotique et la biologie, mettant en évidence ses avantages en termes de légèreté, de résistance et de déploiement pour les structures de grande envergure.

Plus particulièrement, nous avons étudié les avantages et les applications des systèmes de tensegrité dans les plateformes de forage pour l'exploration pétrolière et gazière. Ces structures innovantes et résistantes permettent de réaliser des forages dans des environnements difficiles, tels que les mers profondes ou les zones géologiques complexes. Grâce à leur combinaison de câbles en tension et de piliers en compression, ces plateformes offrent une solution efficace, légère et robuste, offrant des avantages considérables par rapport aux méthodes traditionnelles.

De plus, nous avons également abordé l'application de la tensegrité pour résoudre les problèmes d'accessibilité dans les environnements isolés, en mettant en lumière sa légèreté, sa modularité et sa pliability. Ces caractéristiques permettent une facilité de transport et de montage sur place, sans nécessiter d'équipements lourds ou de personnel qualifié. La modularité des structures de tensegrité les rend adaptables à différents contextes et besoins, ce qui les rend flexibles pour s'adapter aux terrains accidentés ou aux environnements hostiles. Cette approche trouve des applications dans des domaines tels que "La mer pour tous", visant à faciliter l'accès aux environnements marins. Cependant, malgré les avantages et les perspectives prometteuses offerts par la tensegrité, des défis subsistent, notamment en termes de conception complexe et de mise en œuvre pratique des structures. Néanmoins, le développement de nouvelles technologies et l'innovation dans le domaine de la tensegrité ouvrent de nouvelles voies pour surmonter ces défis et exploiter pleinement le potentiel de cette discipline.

# *Chapitre02 :*

## *Conception des grilles à double nappe*

### ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

---

#### **2.1. Introduction**

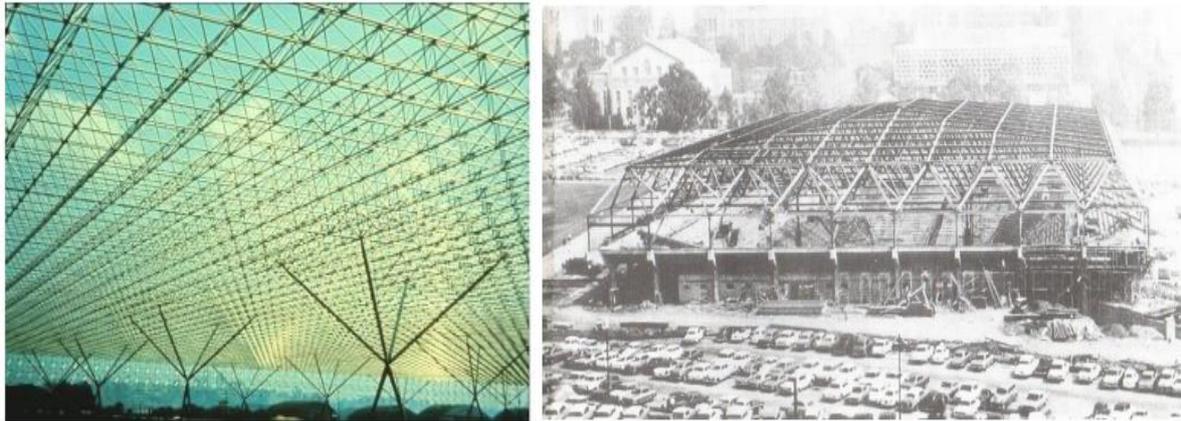
La conception de structures de toiture à double nappe représente un domaine à la fois complexe et fascinant, qui attire l'attention des ingénieurs et des architectes depuis de nombreuses années. Les grilles de tensegrité émergent comme une solution innovante pour la réalisation de ces structures, offrant des avantages significatifs tels que résistance, légèreté, flexibilité et esthétisme. Ce chapitre propose une étude approfondie des grilles de tensegrité appliquées aux structures de toiture à double nappe, avec un focus sur les assemblages des éléments structuraux.

L'analyse se concentre sur les différentes typologies de grilles disponibles, fournissant ainsi un catalogue complet des solutions envisageables. Les assemblages des barres et des câbles, essentiels dans la conception des systèmes de tensegrité, jouent un rôle crucial dans la performance des structures. En explorant les diverses méthodes d'assemblage - telles que les connexions nodales, les connexions de nœuds de câble, les connexions de barres pliées et les connexions par boulons- ce chapitre vise à offrir une compréhension approfondie de leur impact sur la stabilité et la sécurité des structures. En outre, les définitions et caractéristiques des grilles de tensegrité pour les toitures à double nappe seront examinées, avec une présentation des différents types développés dans la littérature. Les avantages et inconvénients de chaque type, ainsi que les principales méthodes de calcul, matériaux et techniques de construction spécifiques, seront discutés. Ce chapitre se présente comme un catalogue détaillé des types de grilles à double nappe, mettant en lumière les perspectives d'utilisation future, les défis à relever, et les opportunités offertes aux professionnels du génie et de l'architecture dans ce domaine en pleine expansion.

### *a. Histoire et développements des DLGT*

Avant que les ingénieurs puissent construire des structures spatiales plus grandes pouvant couvrir de larges portées sans colonnes intermédiaires, ils doivent trouver un moyen de rendre les structures plus légères. La solution à cela est plutôt évidente, en utilisant des membres structurels en acier. Les structures en acier sont comparativement plus solides et plus légères que les structures en béton. Les colonnes et poutres en acier dans un bâtiment sont verrouillées ensemble pour former un squelette en acier. Ainsi, ce squelette peut être mince et léger, mais s'il est correctement conçu, il peut supporter le poids de toute la structure (Makowski, 1965) [53]. Cependant, il y a des siècles, il y avait un énorme problème sur les chantiers de construction, en raison du temps nécessaire pour ériger de grandes structures (TATA, 2010) [54]. Une fois le travail de construction commencé, tout jour supplémentaire requis pour une construction inachevée serait très coûteux. Les ingénieurs et les constructeurs ont donc dû trouver un moyen de réduire au minimum absolu le temps de construction (Hsieh, 1997) [55]. C'est alors que la préfabrication a été poussée à un nouveau niveau. En 1870, il a expérimenté plusieurs structures de grille à plusieurs couches composées de barres de longueur égale jointes ensemble, utilisant des connexions simples et identiques. Ses résultats expérimentaux ont montré que les structures testées étaient capables de supporter des charges très élevées. Cette forme structurelle, en plus d'être économique en raison de sa masse préfabriquée de membres simples et légers, était également très résistante pour son poids (Makowski, 1981) [56]. Depuis l'invention de Bell, les grilles préfabriquées à double couche ont évolué pour devenir parmi les formes les plus utilisées de cadres spatiaux, adaptées aux bâtiments à grande portée comme les entrepôts et les halls. Cette populaire poutre treillis à double couche est solide, économique et légère, et se compose d'ensembles de barres parallèles s'entrecroisant pour supporter les charges appliquées latéralement.

La figure 2.1 montre le toit d'une salle d'exposition à Sao Paulo, au Brésil. Le toit est une grille en treillis à double nappe couvrant une superficie de 260 mx 260 m et est soutenu par seulement 25 colonnes s'étendant sur 60 m entre les colonnes (Narayanan, 2006) [57]. La figure 2. b montre le toit du UCLA Activities Memorial Center à Westwood, en Californie. Cette ferme de toit de 92 mx 122 m est soutenue par 42 colonnes périmétriques. Ces deux figures montrent que chaque ferme comprend deux couches parallèles de membrures supérieure et inférieure reliées entre elles par des membrures diagonales inclinées.



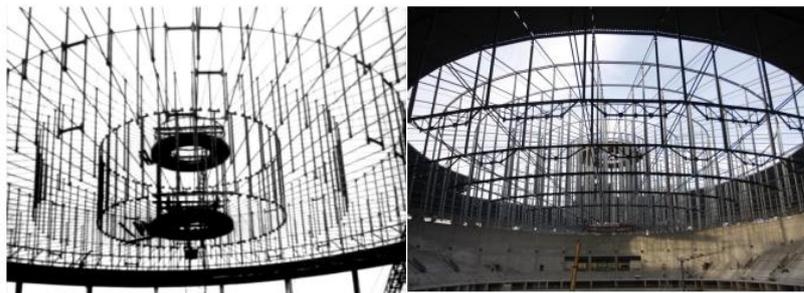
a)

b)

**Fig 2.1.** a) Une grille en treillis double nappe au-dessus du hall d'exposition de Sao Paulo, Brésil, conçue par Cedric Marsh (Narayanan, 2006). b) Centre commémoratif des activités de L'UCLA, Westwood, Californie (Cuoco, 1997).

## 2.2. Applications de grilles de tensegrité dans les structures de toiture : études de cas de l'auditorium d'Utica et de l'arène de Cracovie"

Le concept de la grille de tensegrité pour les structures de toiture à double nappe est une solution fascinante qui a été utilisée dans de nombreuses constructions, y compris l'auditorium d'Utica et l'arène de Cracovie. Le toit de l'auditorium d'Utica, terminé en 1959, avait une portée de 75,3 m et une hauteur maximale de poutre de 5,5 m. De même, la nouvelle arène de Cracovie à Czyżyny utilise cette solution innovante, avec une portée de dôme de 128,4 m et une hauteur maximale de poutre de 14,9 m. Dans ce chapitre, nous examinerons plus en détail les caractéristiques des grilles de tensegrité pour les toitures à double nappe, ainsi que leurs avantages, leurs inconvénients et leurs applications.



a)

b)

**Fig. 2.2** a) Toit de l'auditorium à Utica, États-Unis. b) Structure du toit de l'arène de Cracovie, Cracovie.

Ce chapitre sera divisé en deux parties distinctes pour mieux organiser les informations. La première partie (Partie I) explorera les grilles de tensegrité, en détaillant leurs propriétés ainsi que les études de faisabilité qui ont été réalisées sur ce type de structure. La deuxième partie (Partie II) se concentrera sur la théorie et les nouveaux concepts liés à l'utilisation des grilles barre-câbles, soulignant l'importance des systèmes de Barre-Cable dans les structures spatiales. Cette dernière partie conclura sur le caractère révolutionnaire de ces systèmes pour la conception de telles structures.

La Partie I présentera les différents types de grilles de tensegrité, en passant en revue les configurations les plus courantes, comme les entretoises non contiguës et contiguës, tout en discutant des avantages et inconvénients de chacune. On y abordera également les bénéfices des grilles de tensegrité par rapport à d'autres structures, comme les grilles barre-câbles. Les propriétés des grilles de tensegrité, telles que leur légèreté, leur résistance et leur capacité à supporter de grandes charges, seront analysées. Finalement, les avantages globaux de ces grilles, incluant leur flexibilité, leur adaptabilité et leur utilisation dans diverses applications, seront mis en lumière.

### **2.3. Classification des grilles à double nappe DLGT.**

Les structures de toiture présentent une grande diversité et peuvent être classées selon plusieurs critères, tels que leur forme, le matériau utilisé ou leur fonction. Parmi les exemples courants, on trouve les toits plats, les toits en pente, les toits arrondis, chacune de ces structures répond à des besoins spécifiques en termes de fonctionnalité et d'esthétique.

Dans ce contexte, les grilles de tensegrité représentent une solution innovante pour la conception de toitures autoportantes et esthétiques. Parmi les différents types de grilles de tensegrité, l'accent est mis sur les grilles à double nappe, qui se divisent principalement en deux catégories : les grilles à cellules de tensegrité et les grilles à barres et câbles.

Les grilles à cellules de tensegrité sont constituées de multiples cellules de tensegrité interconnectées, formant ainsi une structure globale à la fois solide et légère. À l'inverse, les grilles à barres et câbles reposent sur un réseau de barres rigides et de câbles tendus, créant une structure autoportante et allégée.

Les sections suivantes examineront en détail les propriétés et avantages des grilles à cellules de tensegrité ainsi que des grilles à barres et câbles, ainsi que leur application dans le domaine des structures de toiture.

### 2.3.1. Classifications des structures spatiales à l'aide de grilles de barres et câbles et de grilles de tensegrité

Les grilles à base de câbles et de barres, appelées "Cable-strut grids", se divisent en plusieurs catégories en fonction de la manière dont les barres (ou "struts") interagissent entre elles dans les unités de base, appelées simplexes, ainsi que dans la structure globale des grilles. On distingue deux grandes familles : les grilles de tensegrité et les nouvelles grilles à câbles et barres.

Les **nouvelles grilles à câbles et barres** représentent des structures plus récentes où les barres peuvent être en contact, que ce soit dans les simplexes ou dans les grilles. Ces structures sont subdivisées en deux groupes : le premier regroupe des configurations où les barres se touchent dans les simplexes, mais ne sont pas directement connectées dans la grille globale. Les types de simplexes associés incluent des anti-prismes (AP), des pyramides tronquées (ATP) et d'autres géométries similaires. Le second groupe, qui correspond aux **grilles de type léger**, présente des barres en contact à la fois dans les simplexes et dans les grilles. Ce type est représenté par des structures plus rigides, telles que les pyramides rigides (RP).

Cette classification met en évidence la manière dont les interactions entre les barres influencent la rigidité et la légèreté des structures. Les tensegrités, avec l'absence de contact entre les barres, privilégient des configurations flexibles et légères, tandis que les nouvelles grilles introduisent plus de rigidité en permettant des contacts entre les barres, ce qui les rend potentiellement plus adaptées à certaines applications nécessitant une meilleure résistance [29-30,67]

<b>Grille a cellules de tensegrité</b>	câbles connectes, barres non connectées (non-contiguous strut)	Exp :quadruplex,qustrut S,Quastrut Z,Octaédre expansé...etc
	Câbles connectés, barres connectées (contiguous strut)	Exp : les anneaux de tensegrité(hexagone,pentagone,carré)
<b>Grille a cellules (barre-câble)</b>	Les barres non connectées dans les grilles	AP (anti-prismes), ATP (anti-prismes tronqués), P (pyramides), CP, DP

	Barres en connexion dans les grilles (type léger)	RP (pyramides rigides)
--	---	------------------------

**Tableau 2.1.** Résumé de types des grilles à double nappe.

## 2.4. Techniques de conception pour les grilles de tensegrité à double nappe

### (DLTGS)

Parmi toutes les expériences et études, deux méthodes différentes pour réussir la conception des configurations des DLTG sont généralement appliquées, et seront résumées dans ce qui suit :

#### 2.4.1. Composition

**Principe :** Cette méthode consiste à assembler des modules de tensegrité auto-stables. Chaque module ou cellule de base (par exemple, des prismes ou des pyramides tronquées) est un système de tensegrité qui peut se maintenir en équilibre de manière indépendante [58-59].

#### 2.4.2. Décomposition

**Principe :** Contrairement à la méthode de composition, cette approche ne repose pas sur des sous-systèmes auto-stables. Ici, la grille est formée en ajoutant des éléments de contreventement (expanseurs) entre les cordes supérieure et inférieure de la structure (grilles barres – câbles) [58-59].

## 2.5. Modules autonomes pour la conception de grilles à double nappe :

### Présentation et choix

La littérature décrit des dizaines de modules et de structures de tensegrité. Parmi ceux-ci, quatre ont été sélectionnés pour leur rôle principal dans les applications d'ingénierie. La description présentée ainsi que les résultats et les méthodes d'essai peuvent être généralisés et utilisés pour caractériser l'ensemble de la famille des structures de tensegrité.

#### 2.5.1. Configurations de tensegrité pour barres non contiguës

##### *Quadruplex*

Un module quadruplex est un type spécifique de module de tensegrité qui se compose de quatre barres et de 12 câbles disposés dans une configuration tétraédrique. Les caractéristiques du module quadruplex comprennent :

**Stabilité structurelle :** Le module quadruplex est intrinsèquement stable en raison de sa configuration tétraédrique, ce qui crée une structure auto-équilibrante capable de résister aux charges externes et de conserver sa forme.

**Résistance à la compression :** les entretoises du module quadruplex sont principalement

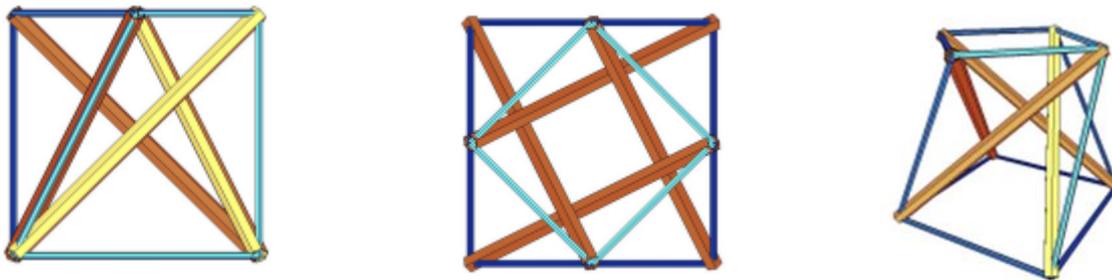
responsables de la résistance aux charges de compression, et leur géométrie et leur disposition permettent au module de résister au flambage et à l'effondrement.

**Résistance à la traction :** Les tendons du module quadruplex sont principalement responsables de la transmission des forces de traction et de la répartition des charges dans toute la structure. Leur tension peut être ajustée pour contrôler la rigidité globale et la réponse de la structure.

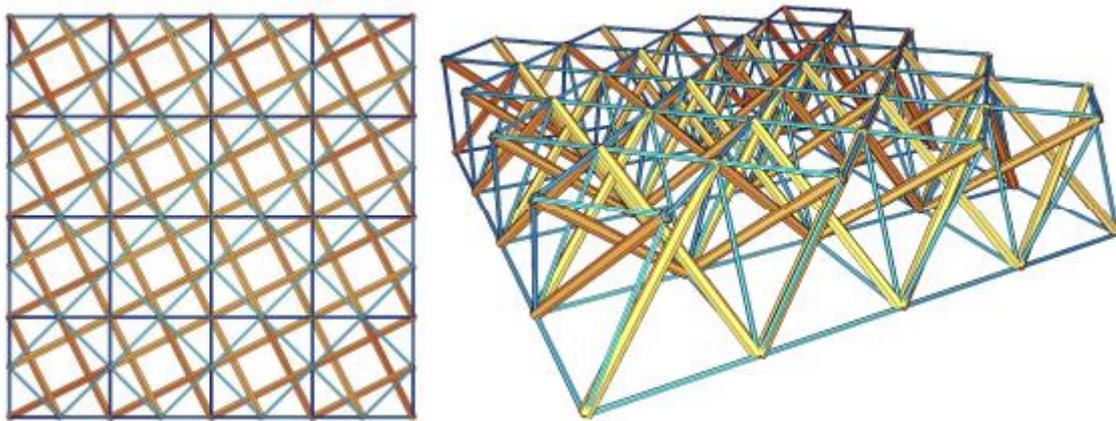
**Léger et efficace :** les structures Tensegrité, y compris le module quadruplex, sont légères et efficaces, car elles utilisent une quantité minimale de matériau pour créer une structure stable et solide. Cela les rend adaptés à une gamme d'applications, y compris l'architecture, l'ingénierie et la robotique.

**Conception modulaire :** Le module quadruplex est de conception modulaire, ce qui signifie que plusieurs modules peuvent être connectés ensemble pour former des structures plus grandes avec une complexité et des fonctionnalités accrues. Cette nature modulaire permet une gamme de possibilités de conception et d'adaptabilité à l'évolution des besoins et des exigences.

**Esthétiquement agréable :** Les structures de Tensegrité, y compris le module quadruplex, ont une esthétique unique et visuellement attrayante en raison de leur forme inhabituelle et organique. Cette esthétique peut être utilisée pour créer des structures visuellement étonnantes et inspirantes dans l'architecture et le design.



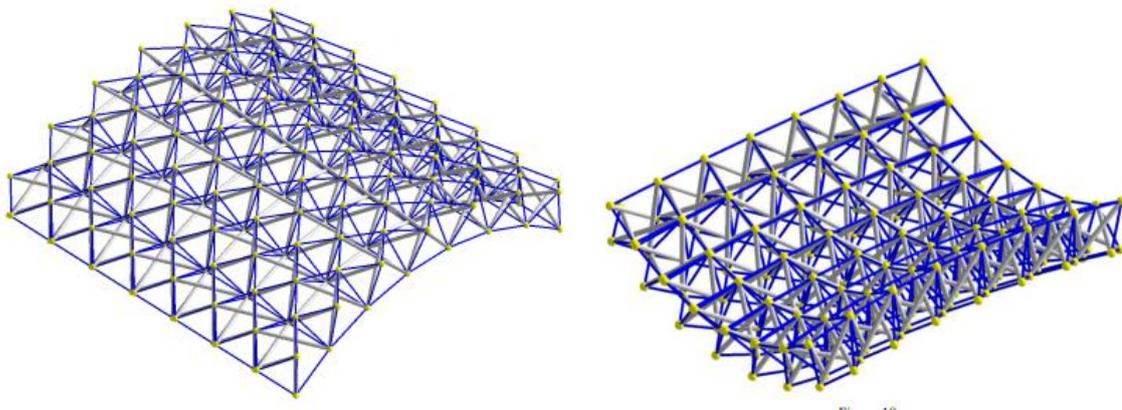
**Fig. 2.3** vue de dessus et vue de côté et perspective d'un module de Quadruplex pour les structures en plaques.



**Fig. 2.4** assemblages des modules de tensegrité a base de quadruplex a double nappe – vue de dessus, perspective. [32,60]

En maintenant le principe de cellules élémentaires autocontraintes, il est possible de modifier la forme d'équilibre de manière à générer un système de grille tensegrité à courbure simple (sur la surface cylindrique).

La figure 2.5 montre une grille de tensegrité à double nappe à courbure unique contenant  $7 \times 7 \times 1$  cellules modifiées à quatre entretoises.

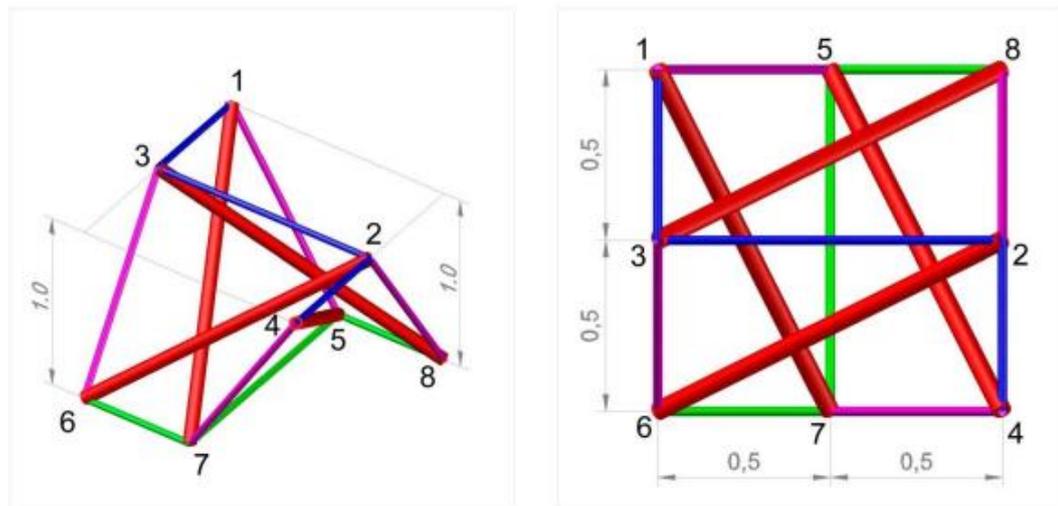


**Fig 2.5** Grille tensegrité à double nappe à courbure simple de  $7 \times 7 \times 1$  a base d'un quadruplex [61].

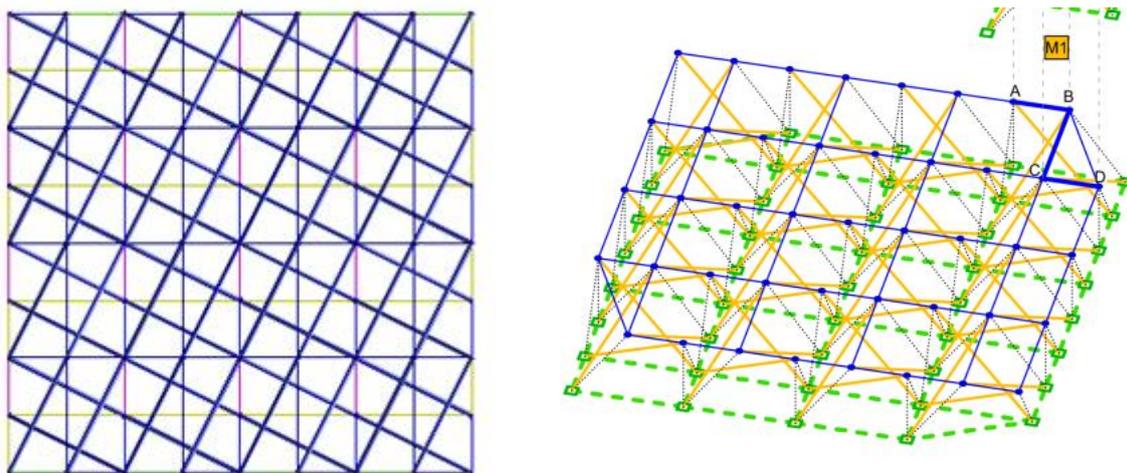
### **Quastrut**

Le module Quastrut, conçu par Gomez-Jauregui [58] à partir de la méthode de Rot-Umbela Manipulation appliquée à la grille DLTG, est une structure innovante de tensegrité composée de quatre barres. Cette manipulation a permis de générer deux nouvelles formes à l'intérieur de la grille d'origine, appelées Quastrut-S et Quastrut-Z. Le Quastrut-S est constitué de quatre entretoises, trois fils inférieurs, trois fils supérieurs et quatre câbles diagonaux, et présente une forme carrée en vue de

dessus, rectangulaire en élévation et trapézoïdale en vue latérale. Cette configuration est similaire au module de tensegrité du Demi-Cuboctaèdre, étudié à l'origine par Motro (1987) [28], mais avec une orientation des entretoises et une connectivité des fils légèrement différentes. De plus, le Quastrut-S nécessite moins de câbles (10 au lieu de 12) pour atteindre la stabilité par rapport au Demi-Cuboctaèdre. Le Quastrut-Z, qui sera étudié ultérieurement, offre une autre variante intéressante. Bien que les auteurs aient initialement considéré le Quastrut comme une structure de tensegrité entièrement nouvelle. Ces résultats et la méthodologie peuvent être généralisés et utilisés pour caractériser toute une famille de structures de tensegrité.



**Fig 2.6** Vue en perspective et en plan de Quastrut-S[62-64].

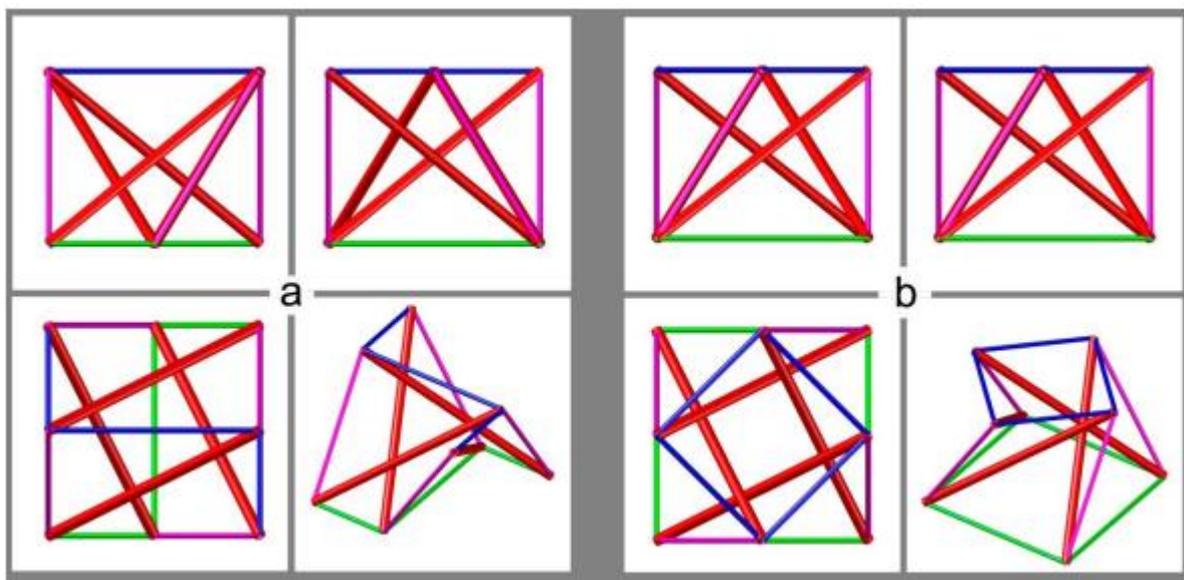


**Fig 2.7** DLTG Quastrut-S (vue perspective et vue en plan ). [62-64].

### Avantages du Quastrut-S.

- Besoin de moins d'éléments : le Quastrut nécessite 10 éléments en tension au lieu de 12, ce qui le rend plus léger, plus facile à construire et à assembler.
- Moins de longueur totale des membres : dans un cube de dimensions 1x1x1 unités, la longueur totale des membres est de 17,3 unités, alors que dans un Quastrut de mêmes dimensions elle est de 14,5 unités (soit une réduction de 16 %).
- Simplification de la configuration des nœuds : tous les modules de la famille Quastrut ont des nœuds avec seulement deux fils qui se rejoignent, ce qui simplifie leur configuration (et donc leur coût) et facilite tout type de déploiement du module.
- Comportement élastique des tendons : une fois que l'élément qui fixe le module dans sa configuration plane est libéré, le module revient automatiquement à sa forme dépliée originale grâce au comportement élastique des tendons.

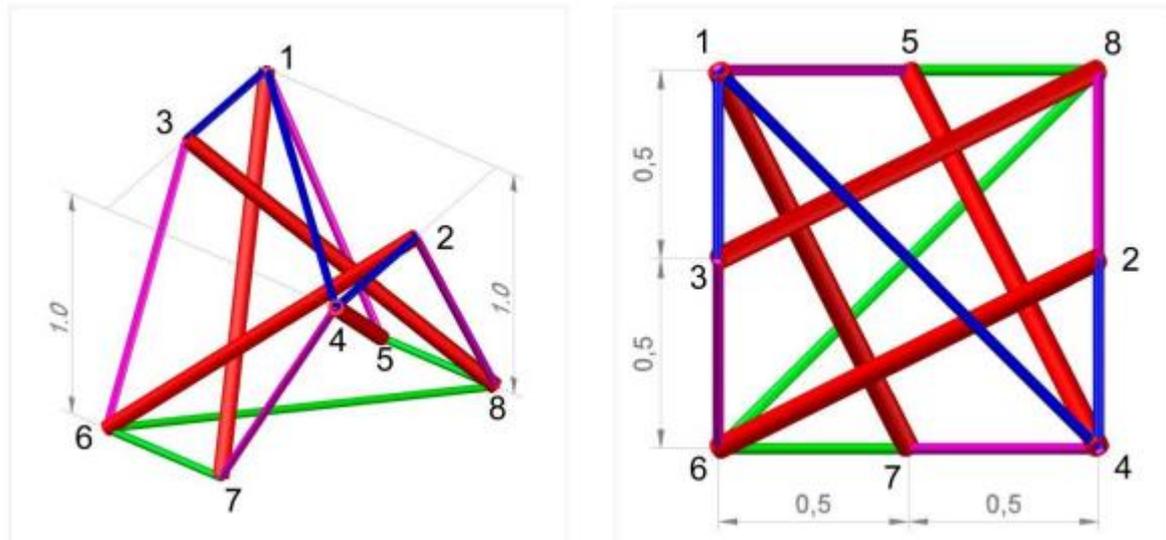
En outre, comme cela peut être observé sur la Figure 2.8, le module demi-cuboctaèdre et certains autres prismes tensegrity à barres 4 sont caractérisés par un angle de torsion de  $45^\circ$  entre les polygones supérieur et inférieur du prisme. Ce fait signifie que la projection de la grille de fils de la couche supérieure n'est ni parallèle ni perpendiculaire aux fils de la couche inférieure, ce qui ne donne pas, en vue plan, la même impression d'ordre et de symétrie que le Quastrut.



**Fig 2.8** Comparaison des différentes vues de Quastrut-S (a) et demi-Cuboctaèdre (b) [62-64].

### **Forme en Z : Quastrut-Z**

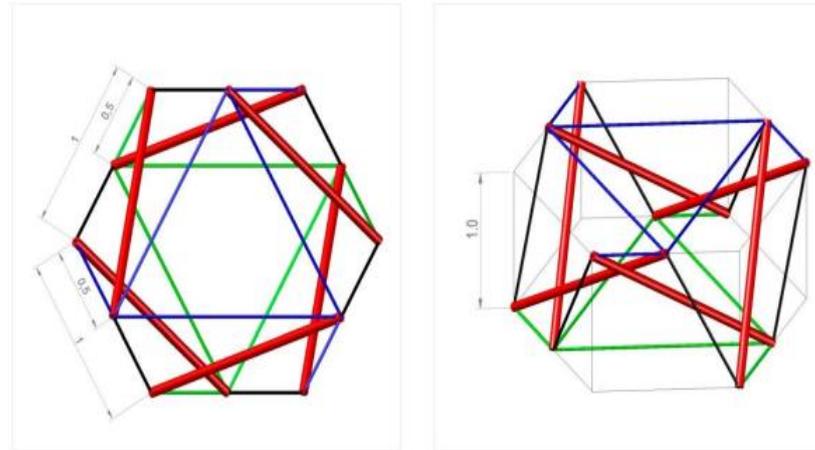
Le deuxième variant, appelé Quastrut-Z, est obtenu lorsque les câbles horizontaux forment une forme en Z, avec les câbles longs en diagonale du carré en vue de dessus. Bien que les coordonnées soient les mêmes que celles du Quastrut-S, la topologie est différente et correspond aux connexions illustrées dans la Figure 2.9. Cependant, cette configuration originale n'est pas stable en soi car elle comporte quatre mécanismes internes et aucun état d'autostress capable de rigidifier la structure, ce qui la disqualifie comme étant une structure de tensegrité. [62-64].



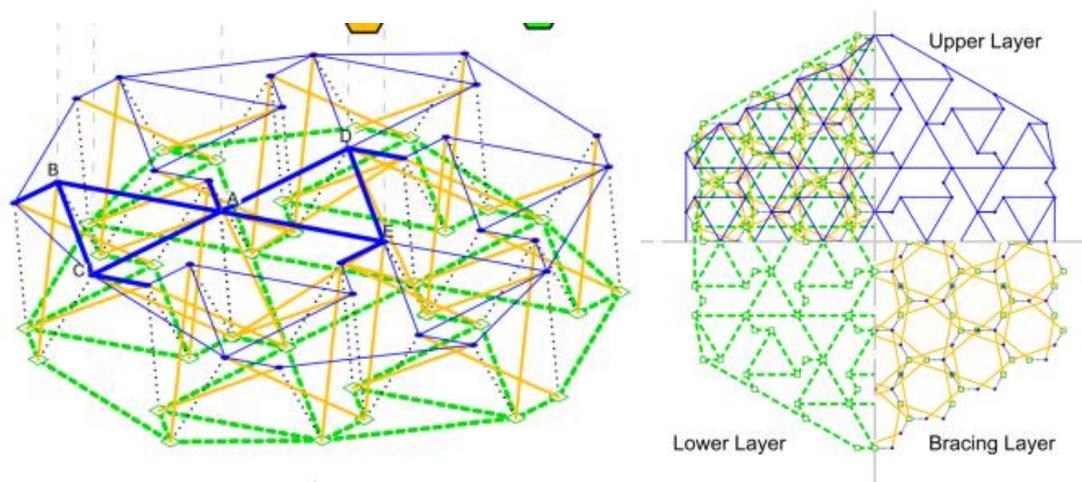
**Fig 2.9** Vue en perspective et en plan de Quastrut-Z. [62-64].

### **Sixstrut**

La méthode employée pour obtenir le Sixstrut est semblable à celle utilisée pour le Quastrut, mais avec une grille et une manipulation différente. Composé de six barres, le Sixstrut se distingue par sa grande stabilité et son unique état d'auto-contraintes. Il présente des caractéristiques géométriques et mécaniques optimisées, offrant ainsi une structure légère et résistante. Comme le Quastrut, il ne possède qu'un seul état de contrainte propre, renforçant sa stabilité. Les six mécanismes du Sixstrut correspondent aux déplacements inextensionnels des six nœuds où ne se rejoignent que deux câbles, créant ainsi une structure de tensegrité simple mais efficace, adaptée à de nombreuses applications. [62-64].



**Fig 2.10** Vue en perspective et en plan de Sixstrut [62-64]



**Fig 2.11** Grilles de tensegrité à double nappe a base d'un sixstrut vue en plan et vue perspective [62-64].

**Avantages du Sixstrut.**

**Longueur totale des membres inférieure :** la longueur totale des membres d'un prisme composé de 6 barres est de 32,5 unités, alors que dans un Sixstrut de mêmes dimensions, elle est de 28,6 unités, soit une réduction de 12%. Cela se traduit par une structure plus légère et moins sujette au flambage.

**Longueur des membres sous compression plus courte :** la longueur des six membres sous compression est également beaucoup plus courte (17%), ce qui aide encore plus la structure en termes de volume d'éléments, de légèreté et de risque de flambage.

**Facilement pliable :** grâce à la configuration des nœuds, où seulement deux fils se rejoignent dans six d'entre eux, Sixstrut est facilement pliable.

## 2.6. Configurations de tensegrité à barres contiguës

### 2.6.1. Les Grilles de Tensegrité à Base d'Anneaux de Tensegrité

Dans l'étude de la Tensegrité, Anthony Pugh, chercheur renommé dans ce domaine, a introduit en 1976 une nouvelle famille de Tensegrité appelée "circuit pattern". Cette famille a été créée en reformulant une unité existante, le "diamond pattern". Cependant, le nom a été modifié ultérieurement pour devenir l'anneau de Tensegrité, en raison de l'espace intérieur libre dans lequel cette unité est équipée. La topologie du module en anneau de Tensegrité se compose de plusieurs unités, dont les trois principaux anneaux de Tensegrité sont le carré, le pentagonal et l'hexagonal [65].

#### 2.6.1.1. Topologie du module de ring de tension pentagonale

Le module annulaire de ring de tension pentagonale est un système de tensegrité présenté en 2006 par Motro. Ce module est nommé d'après sa topologie qui comprend des entretoises interconnectées dans un seul circuit sous la forme d'un anneau. La géométrie du prisme droit est utilisée pour caractériser la géométrie du module annulaire. Le système de tensegrité basé sur un cycle pentagonal est viable pour un pont piétonnier et peut être réalisé en utilisant un seul module. Le module comprend 15 entretoises et 30 câbles. Les câbles de calque forment un pentagone à l'avant et à l'arrière du module, tandis que les compacts X forment un «X» de chaque côté latéral du module. Cette topologie est une alternative intéressante pour les projets de construction de ponts piétonniers et pour les structure de toit, offrant une structure résistante et légère. [66]

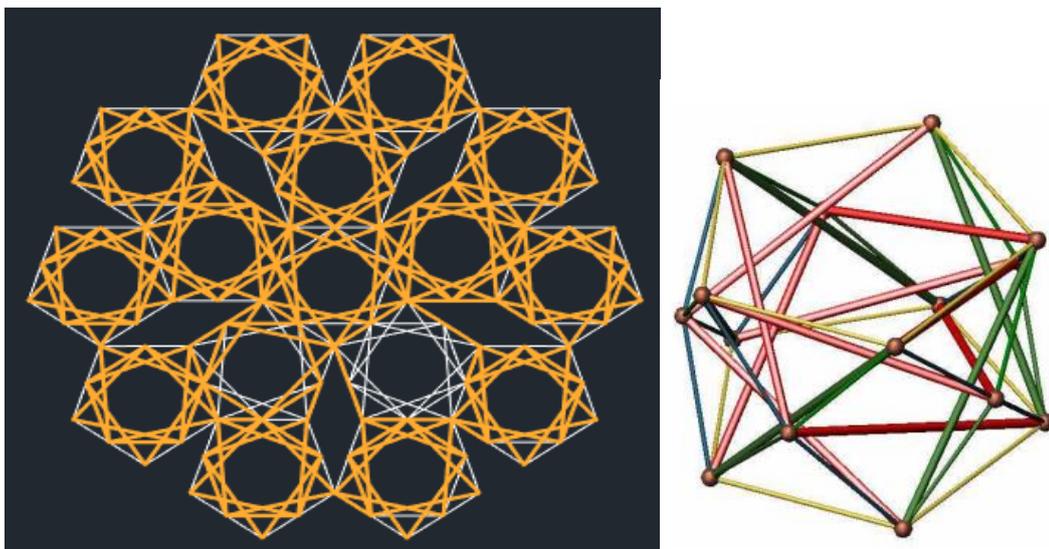
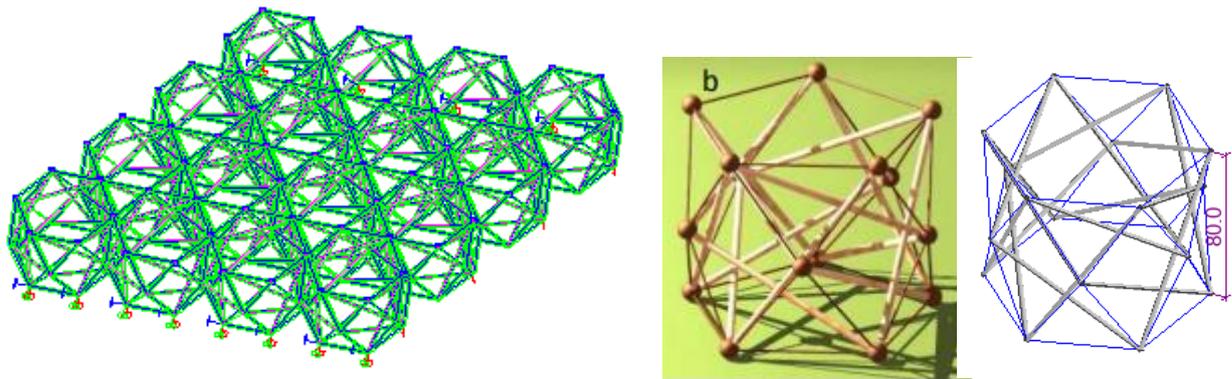


Fig 2.12 grilles à anneau de tensegrité a base d'un pentagone.

### 2.6.1.1. Topologie du module de ring de tensegrité hexagonale

Le module de base de la grille est choisi comme étant l'anneau de tensegrité basé sur un hexagone, présenté dans les figures 2.13. Ce module est constitué de 18 nœuds (six nœuds de la couche inférieure, six nœuds de la couche intermédiaire et six nœuds de la couche supérieure) et de 54 éléments : 36 câbles et 18 barres. Les coordonnées de la géométrie du module initial sont listées dans le tableau 1. Il comprend quatre types d'éléments de câble : des câbles plats, des câbles non coplanaires, des câbles coplanaires, ainsi que deux types de barres : des barres intermédiaires et des barres latérales. La conception d'une grille à double nappe basée sur un anneau hexagonal est illustrée dans les figures 2.13.



**Fig 2.13** grille de tensegrité a base d'un Hexagone. **a)** vue perspective. **b)** module de base.

## 2.7. Grille a cellule barre - câble

Dans cette partie, le concept des systèmes Barres-Câbles est présenté. Ces systèmes d'entretoises de câble comprenant les grilles à prisme réciproque (RP) et à cellules pyramidales (CP) sont des innovations majeures dans les structures spatiales, et ont été développés par le chercheur Wang Bin Bing. Leurs propriétés sont présentées dans cette section. Les systèmes d'entretoise de câble ont un avantage important par rapport aux structures flexibles conventionnelles en raison de leur équilibre autocontraint, évitant la nécessité d'un système d'ancrage volumineux. Cette caractéristique a grandement amélioré les propriétés structurelles des systèmes de tensegrité, qui ont également un équilibre autocontraint. En outre, les avantages supplémentaires des systèmes d'entretoise de câble comprennent une conception de joint simplifiée, la possibilité d'ajuster facilement la profondeur et la longueur de grille pour supporter des forces importantes, et une vue claire et attrayante en architecture. Les formes des systèmes RP se sont également avérées réalisables et économiques. [29-30,67]

### 2.7.1. Les principaux avantages

Les systèmes Barres-Câbles présentent un avantage majeur en étant les systèmes de barre d'espacement d'équilibre autocontraints les plus légers, atteignant la limite du poids propre, comme l'a théoriquement prouvé Wang [29]. Des études de cas ont démontré qu'en comparaison avec des treillis spatiaux de même paramètre, les systèmes de câbles et d'entretoises permettent une économie d'environ la moitié du poids propre, en particulier dans le cadre d'une conception optimale de petite longueur de grille. Cette économie s'explique notamment par la simplicité de la conception des joints qui peut réduire considérablement le poids des joints. Les systèmes RP et CP utilisent respectivement des simplexes RP rectangulaires et des simplexes CP triangulaires et rectangulaires, avec chaque joint connecté à cinq barres maximums et un angle correct entre les composants adjacents.

De plus, la longueur de la grille des systèmes de câbles et d'entretoises peut être raccourcie pour augmenter la stabilité des barres, améliorant ainsi leur capacité de charge et réduisant les forces appliquées sur les jambes de force. Même si des entretoises verticales sont ajoutées, le poids propre des systèmes peut être réduit grâce à une conception optimale. En somme, les systèmes de câbles et d'entretoises offrent des avantages importants en termes d'efficacité et de performance structurelle [29-30,67]

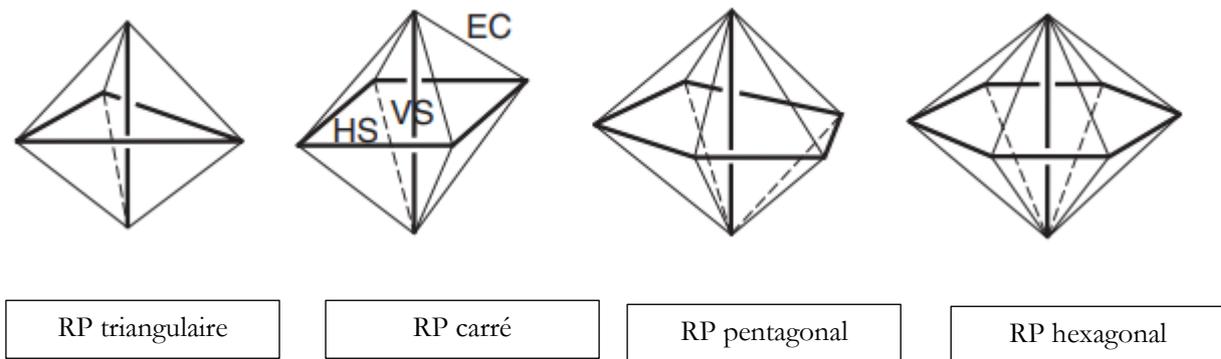
### 2.7.2. Exemples des Grilles barre -câbles (CP-RP-DP)

#### a) Grilles barre câble à base d'un RP

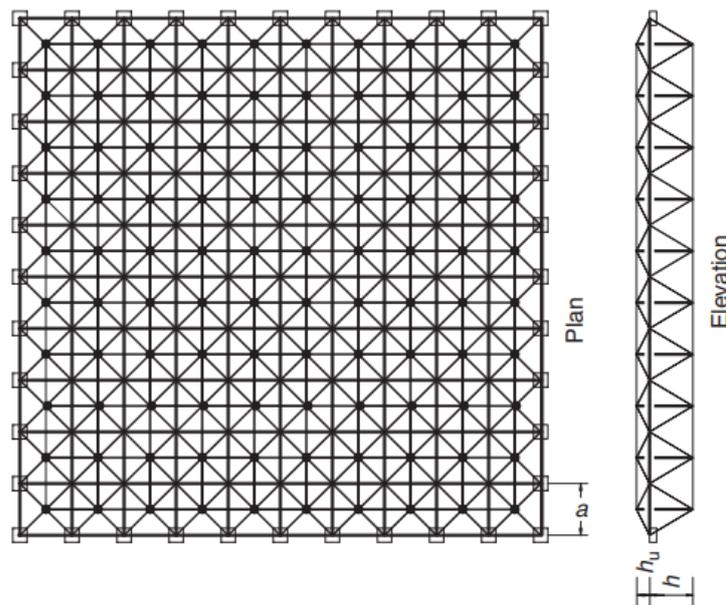
Si la charge principale est orientée vers le bas, les grilles RP sont conçues en se basant sur trois paramètres : **hu** : (la hauteur de la partie supérieure), **h** : (la hauteur de la partie inférieure, normalement la partie principale) et **a** : (la longueur modulaire). Étant donné que le modèle de transfert de charge des grilles RP est similaire aux formes des fermes spatiales correspondantes, leurs paramètres de conception peuvent être référencés à ceux des fermes spatiales. Ainsi, les paramètres **h** et **a** peuvent être les mêmes que ceux utilisés pour la conception de fermes spatiales ayant la même disposition. Le paramètre **hu** est lié à **h**, et un **hu** plus grand peut réduire les forces internes mais augmenter le poids. Des tests ont montré qu'un rapport optimal de **hu** à **h** est d'environ 0,3. En cas de charge principale orientée vers le haut, la partie supérieure devient la partie principale.

Les grilles RP sont des structures modulaires qui sont souvent utilisées pour les ponts et les bâtiments. Leur conception est basée sur les charges principales qui s'appliquent sur la grille. Si la charge principale est dirigée vers le bas, la grille RP est conçue en utilisant les paramètres **hu**, **h** et **a**, qui peuvent être similaires à ceux utilisés pour la conception de fermes spatiales. Un rapport optimal

de  $h_u$  à  $h$  est d'environ 0,3, mais il est important de noter que l'augmentation de  $h_u$  peut augmenter le poids total de la structure [29-30][67].



**Fig 2.14** Simplexes RP

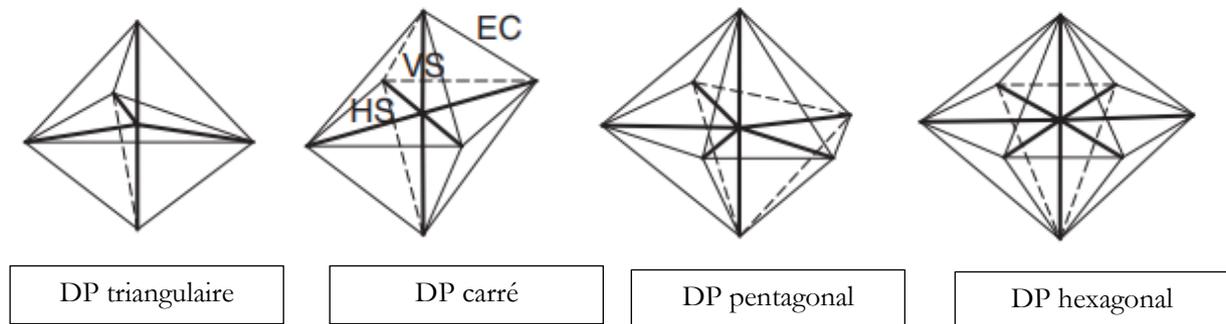


**Fig 2.15** Exemples de grilles RP.

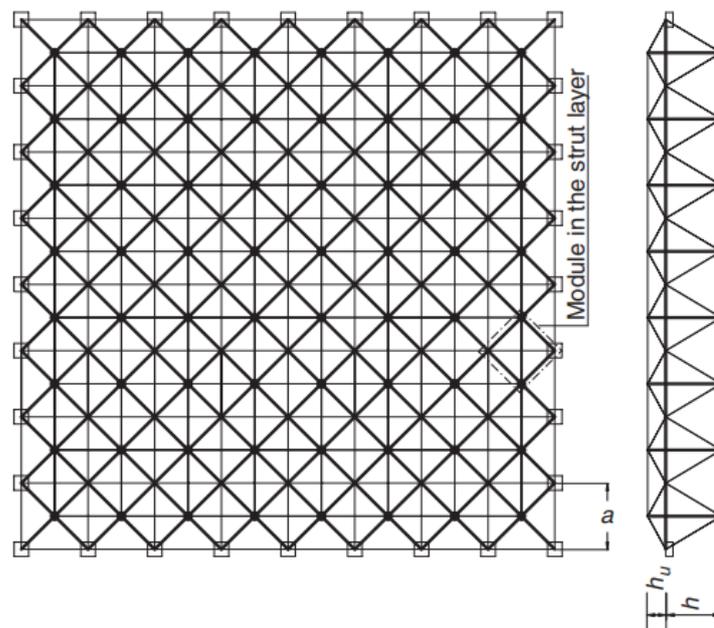
### ***b) Grilles barres- câble à base d'un DP***

Les propriétés des grilles DP sont similaires à celles des grilles RP. Dans la Figure 2.18 et 2.19, qui présente des exemples de grilles lorsque la charge principale est dirigée vers le bas sur une grille DP, le paramètre  $h$  est souvent utilisé dans la conception des grilles RP, bien qu'un  $h$  plus grand puisse entraîner une réduction supplémentaire du poids. Le paramètre  $h_u$  est influencé par le type d'articulation utilisé. Dans le cas d'un joint à rotule plein, un  $h_u$  plus grand est recommandé pour éviter des angles inclus trop petits entre les composants. Un rapport  $h_u/h$  de 0,6 est recommandé dans

ce cas. En revanche, lorsque le joint est un joint à rotule creux ou un joint de type plaque, un rapport  $h_u/h$  plus petit peut être utilisé [29-30][67].



**Fig 2.16** Simplexes DP



**Fig 2.17** conceptions de grilles en DP.

### **c) Grilles barre câble à base d'un CP**

Pour la conception des grilles CP, les paramètres clés sont la longueur modulaire ( $a$ ), la profondeur de la grille ( $h$ ) et la profondeur entre le joint intérieur et la couche supérieure ( $h_1$ ). Dans la plupart des grilles CP, les câbles supérieurs se relâchent, à l'exception de ceux situés aux modules de frontière, en raison de l'effet de l'effort tranchant global. Pour obtenir des performances optimales, il est important de sélectionner la bonne profondeur  $h_1$ , qui doit être plus petite au niveau des modules internes, mais pas trop petite pour éviter le phénomène de "snap-through". [29-30,67].

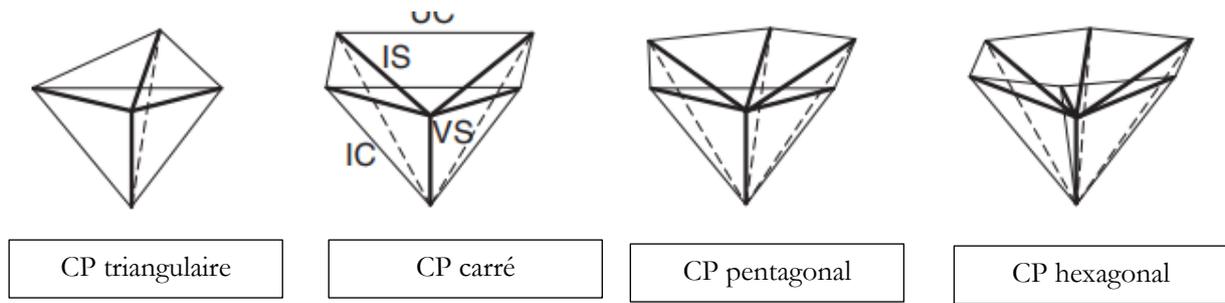


Fig 2.18 Module de type barre câble (Simplexes CP)

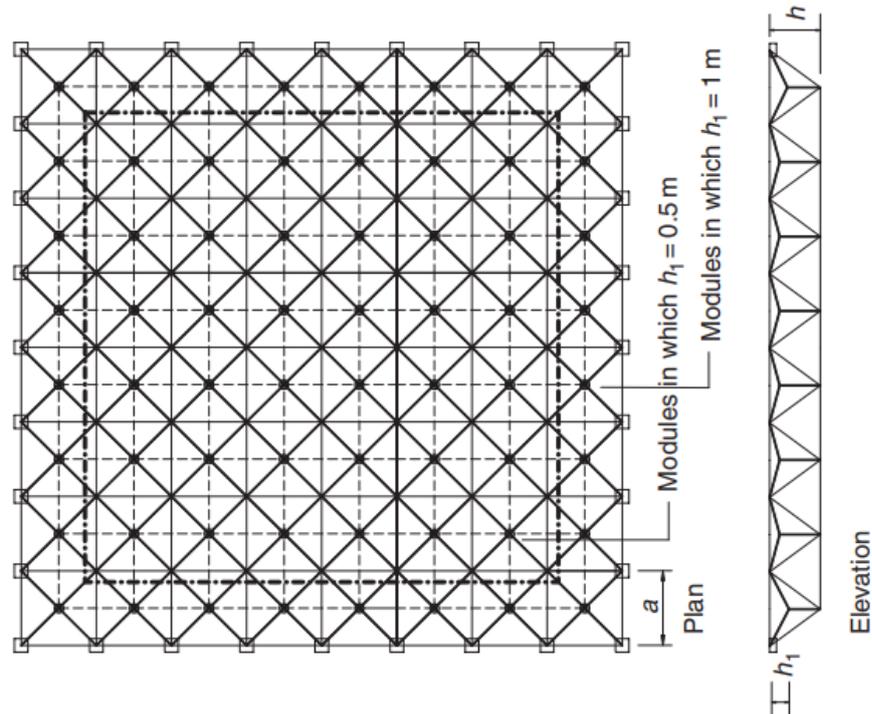
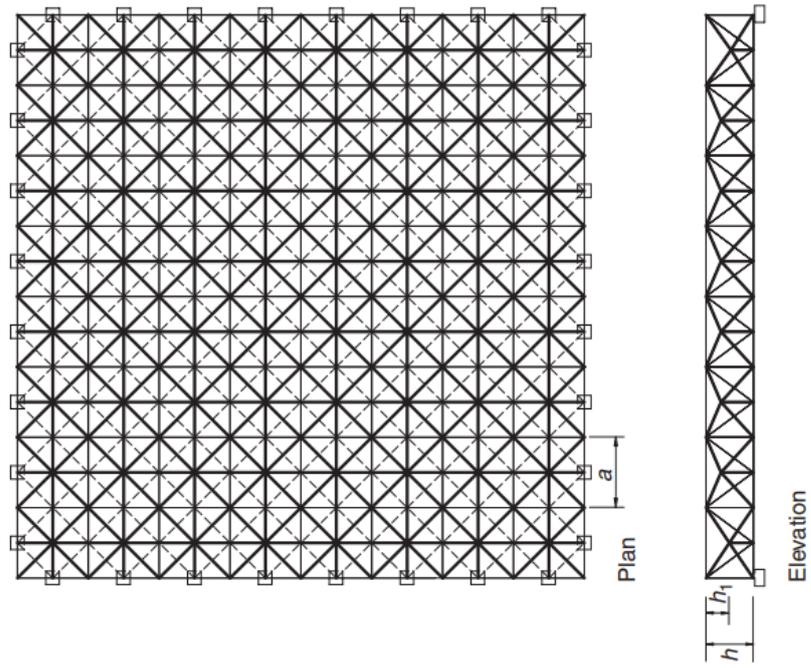


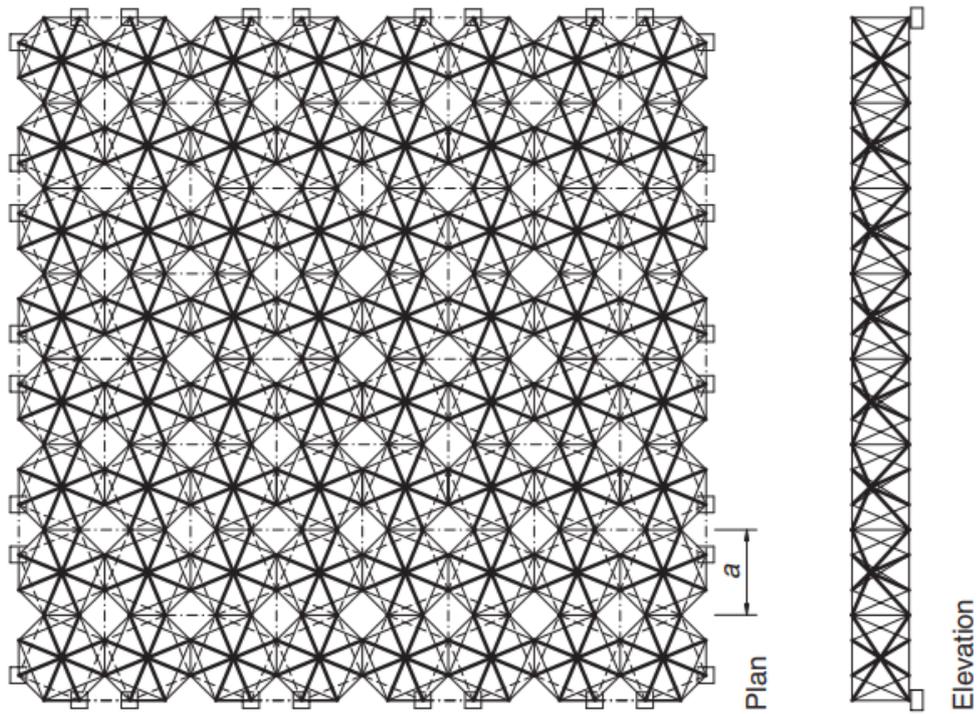
Fig 2.19 Conception d'une grille en CP.

#### d) Les Grilles barre - câbles de type ATP et AP

Les grilles AP et ATP ont des propriétés mécaniques similaires à celles des grilles de tensegrité à barres contigus. Dans la couche de compression, la plupart des câbles se détendent tandis que certains restent tendus dans les modules aux limites. Les entretoises inclinées connectées à la couche de compression supportent les composantes de compression des moments internes. La différence réside dans les bras de levier résistants qui peuvent être améliorés grâce à l'optimisation, en particulier pour les câbles inférieurs dans les grilles AP et ATP. Lorsque la grille ATP est soumise à une charge dominante vers le bas, il est préférable de placer la plus grande base de chaque ATP dans la couche supérieure et de concevoir une  $h_1$  plus petite (Figure 2.20(a,b)). Le design optimal peut équilibrer les longueurs des entretoises dans les parties supérieure et inférieure. [29-30][67].



a) Grille ATP

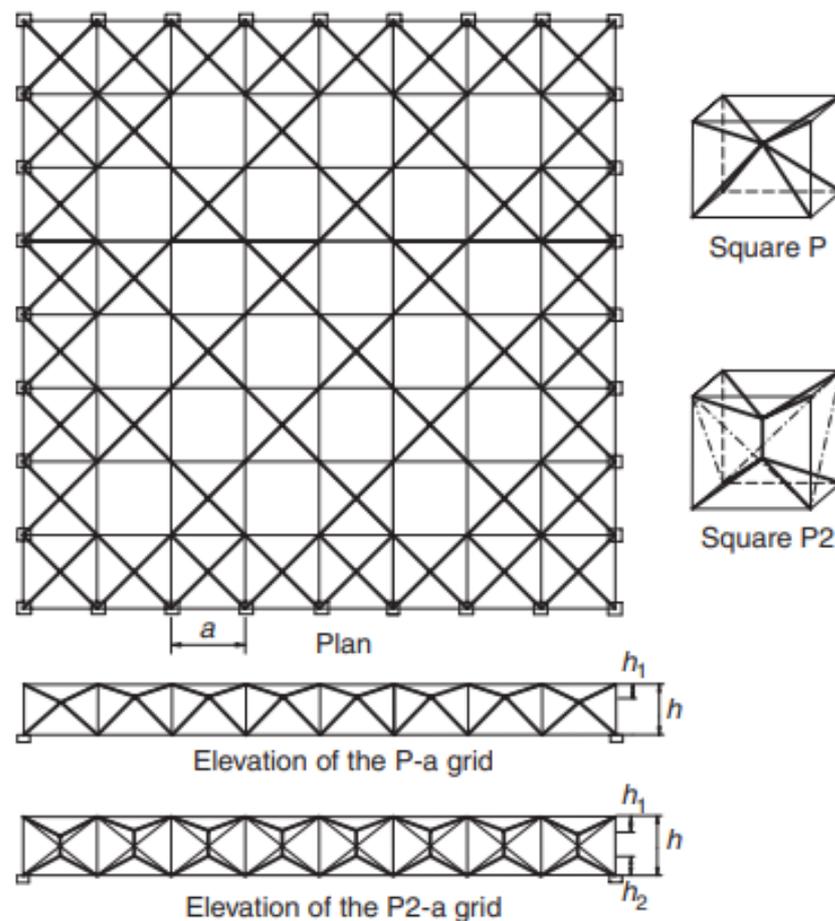


b)

Fig 2.20 Exemple de grille ATP et de grille AP (portée de 30 m) : (a) Grille ATP ; (b) Grille AP.

### Grilles P

La figure 2.21 présente des paramètres de conception, notamment  $h_1$ ,  $h$  et  $a$ , qui peuvent se référer à la conception dans la grille ATP. Les paramètres de conception dans les grilles P2 sont  $h_1$ ,  $h$ ,  $a$  et  $h_2$  (la distance de l'articulation intérieure inférieure à la base inférieure). La valeur optimale de  $h$  est plus grande que celle des grilles P et il est préférable que  $h_2$  soit plus grand afin de réduire les forces dans les contreforts inclinés inférieurs. .[29-30][67]



**Fig 2.21** Exemples de grilles P-a et P2-a. Source : Wang et Li (2003a) [30].

### 2.8. Connexion dans les systèmes de tensegrité

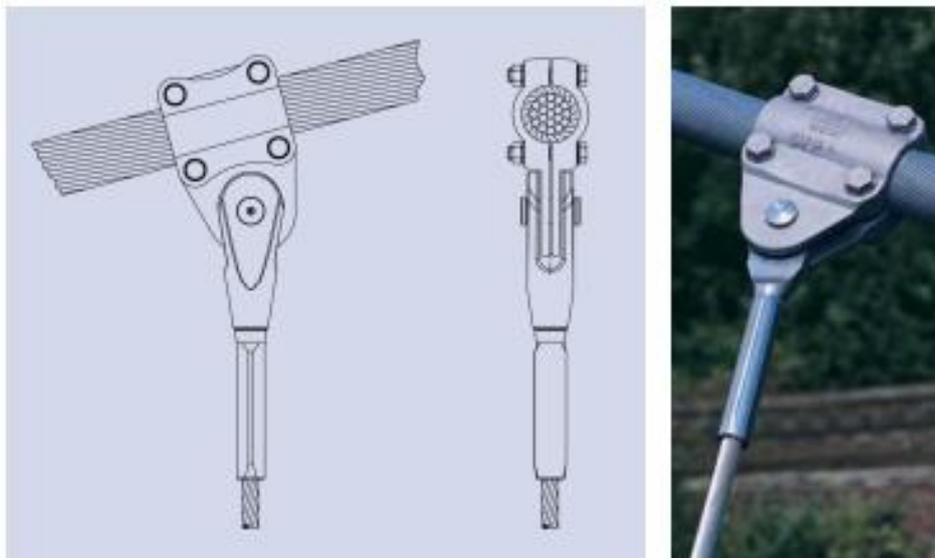
Les connexions et les assemblages sont des éléments clés dans la construction des systèmes de tensegrité. Les connexions relient les éléments de la structure, qui peuvent être des barres, des câbles ou des nœuds. Les assemblages sont des points où plusieurs éléments se rencontrent et se rejoignent pour former une structure complète.

Dans les systèmes de tensegrité, les connexions doivent être conçues pour maintenir une tension constante sur les câbles tout en permettant aux barres de se déplacer librement. Les

assemblages doivent également être conçus pour résister aux forces appliquées sur la structure, telles que la gravité et les vents latéraux. Les connexions et les assemblages sont donc essentiels pour assurer la stabilité, la résistance et la durabilité des structures de tensegrité.

Il existe plusieurs types de connexions et d'assemblages pour les structures de tensegrité. Certains d'entre eux comprennent les nœuds simples, les nœuds en étoile et les nœuds en croix. Les connexions peuvent être réalisées à l'aide de différentes techniques, telles que les goujons, les rivets et les boulons. Les assemblages peuvent être réalisés de manière permanente ou temporaire, selon les besoins de la structure et les contraintes environnementales.

Les structures de tensegrité qui utilisent de longs tendons continus présentent un problème particulier. Cela est vrai notamment pour les ponts suspendus et les toitures de grande portée. Dans les ponts suspendus, une pince est attachée aux câbles principaux continus, et le tirant vertical qui soutient la plate-forme est fixé à l'aide d'une chape (voir figure 2.22).



**Fig. 2.22** Exemple de câble porteur et de raccordement de câble porteur dans un pont suspendu : passerelle Herrenkrug, Magdebourg, Allemagne .

## 2.9. Conception des nœuds

La conception des différents types de nœuds dépend de leur position et de leur fonction dans la structure. Il y a deux principaux types de connexions : (i) les nœuds externes (y compris les frontières et les coins) (Fig. 2.23.a) et (ii) les nœuds internes (Fig. 2.23.b). La conception du premier type est relativement simple car il ne fixe qu'une seule jambe de force et plusieurs câbles. Cependant, la conception des nœuds internes est plus complexe car ils doivent remplir plusieurs conditions :

**Pliabilité** : les deux entretoises reliées au nœud doivent pouvoir tourner autour de l'axe de la liaison

pour permettre le pliage de la structure.

**Résistance** : la connexion doit supporter et transmettre en toute sécurité les forces de traction et de compression arrivant au nœud.

**Coïncidence** : pour éviter les excentricités des forces convergentes, les câbles doivent passer près du point de convergence des entretoises. Dans le cas contraire, des rotations dans les nœuds pourraient se produire en raison de ces excentricités.

**Standardisation** : la normalisation des différents types de nœuds est importante afin de minimiser les variations et donc les différents types d'éléments à acheter, fabriquer et assembler. Dans la mesure du possible, les composants du nœud doivent être des produits prêts à l'emploi pour faciliter le programme court, le budget réduit et l'interchangeabilité des éléments.

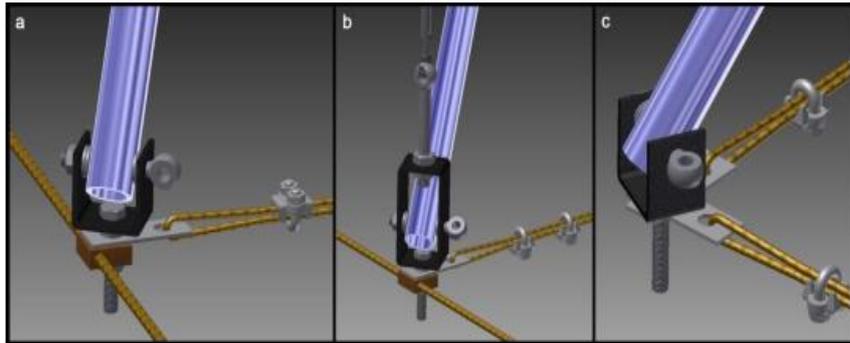
**Continuité** : la solution doit permettre la continuité des câbles traversant le nœud, de manière à ce que si la connexion est relâchée, les câbles puissent le traverser sans être complètement démontés. Cette condition est essentielle pour permettre un assemblage rapide, une application efficace de la précontrainte et une facilité de pliage de la grille en ne libérant que quelques câbles sélectionnés.

**Taille** : optimiser la taille du nœud est essentiel pour le rendre suffisamment petit pour éviter les grandes excentricités, le poids et les coûts élevés, mais suffisamment solide pour supporter toutes les forces transmises par les câbles et les entretoises.

**Multi-direction** : la direction des câbles varie selon le type de tendon : horizontale pour les couches supérieures et inférieures, diagonale pour la couche de contreventement et verticale pour les tenseurs. Par conséquent, le nœud doit être conçu pour permettre des connexions multidirectionnelles.

Il est important de souligner que le nœud doit être capable de connecter différents câbles dans des directions variées. Toutefois, il convient de prendre en compte une éventuelle limitation lors de l'assemblage et de la mise en tension des câbles. En effet, le faible rayon de courbure du câble diagonal lorsqu'il traverse le trou peut entraver sa libre circulation.

Il est donc essentiel de veiller à ce que la conception du nœud permette une installation facile et une précontrainte efficace des câbles, tout en évitant toute entrave à leur circulation. Cela peut être réalisé en optimisant la forme et la taille du trou de manière à minimiser les frottements et les déformations excessives du câble.

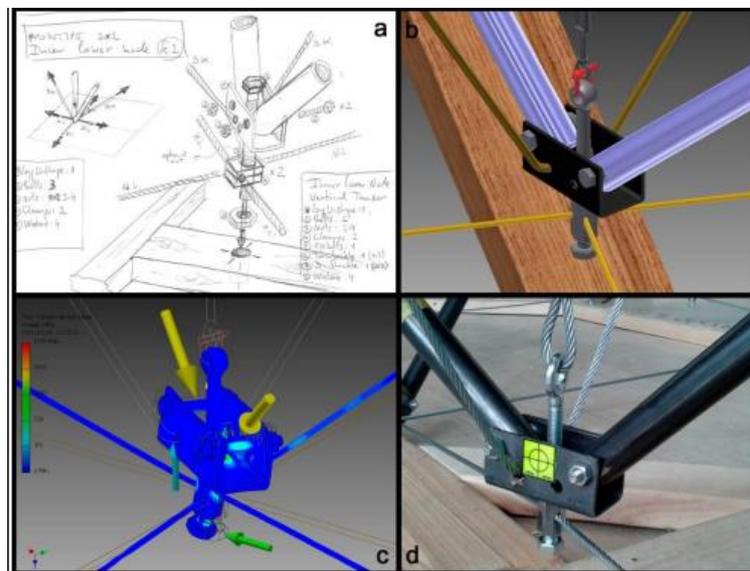


**Fig. 2.23** Conceptions pour les nœuds externes : a) nœud frontière ; b) nœud frontière avec tenseur ; c) nœud d'angle.

### 2.9.1. Les étapes générales du processus de conception de nœuds

Le processus de conception des nœuds suit une approche structurée en plusieurs phases. Tout d'abord, une conception conceptuelle est esquissée manuellement. Cette idée initiale est ensuite modélisée en 3D à l'aide d'un logiciel de conception assistée par ordinateur (CAO). Afin de valider les performances du nœud, une analyse par éléments finis (FEA) est réalisée à l'aide d'un logiciel de simulation (CAE). Enfin, le nœud est fabriqué à grande échelle en laboratoire (voir Figure 2.24).

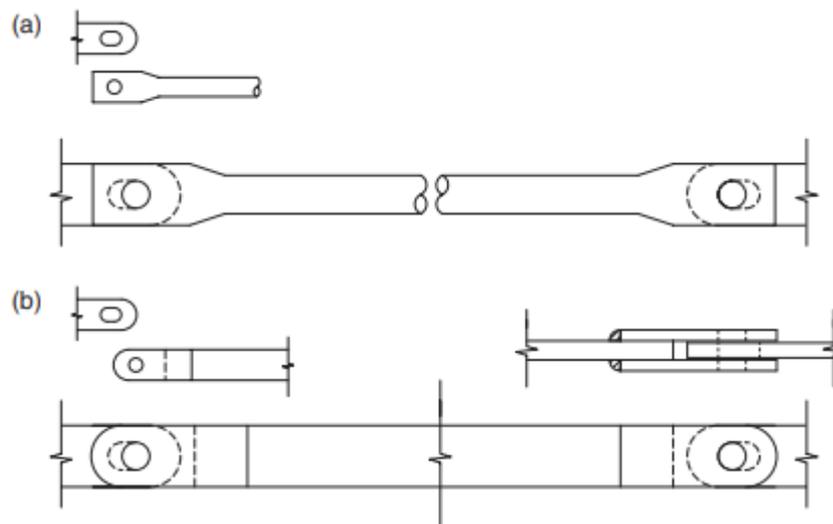
Dans certains cas, la conception est complétée par l'intégration de la fabrication additive. Des prototypes en plastique, réalisés via impression 3D, permettent de tester l'interaction du nœud avec d'autres composants, ainsi que sa stabilité et sa fonctionnalité. Cette méthode accélère la validation des performances avant la production à grande échelle.



**Fig. 2.24** Processus de définition du nœud interne ( $k=2$ ) : a) croquis à main levée ; b) Modèle 3D avec CAO ; c) FEA avec CAE ; d) prototype grandeur nature.

### 2.9.2. Différents types de connexion des Nœuds

Dans les structures spatiales en treillis, on peut principalement distinguer quatre types de systèmes de joints les plus courants : les joints sphériques boulonnés pleins, les joints sphériques boulonnés creux, les joints sphériques creux soudés et les joints de type plaque. Dans le cas des grilles de tensegrité, l'utilisation de ces quatre types de systèmes de joints est possible, mais les joints sphériques creux soudés nécessitent une soudure sur place.

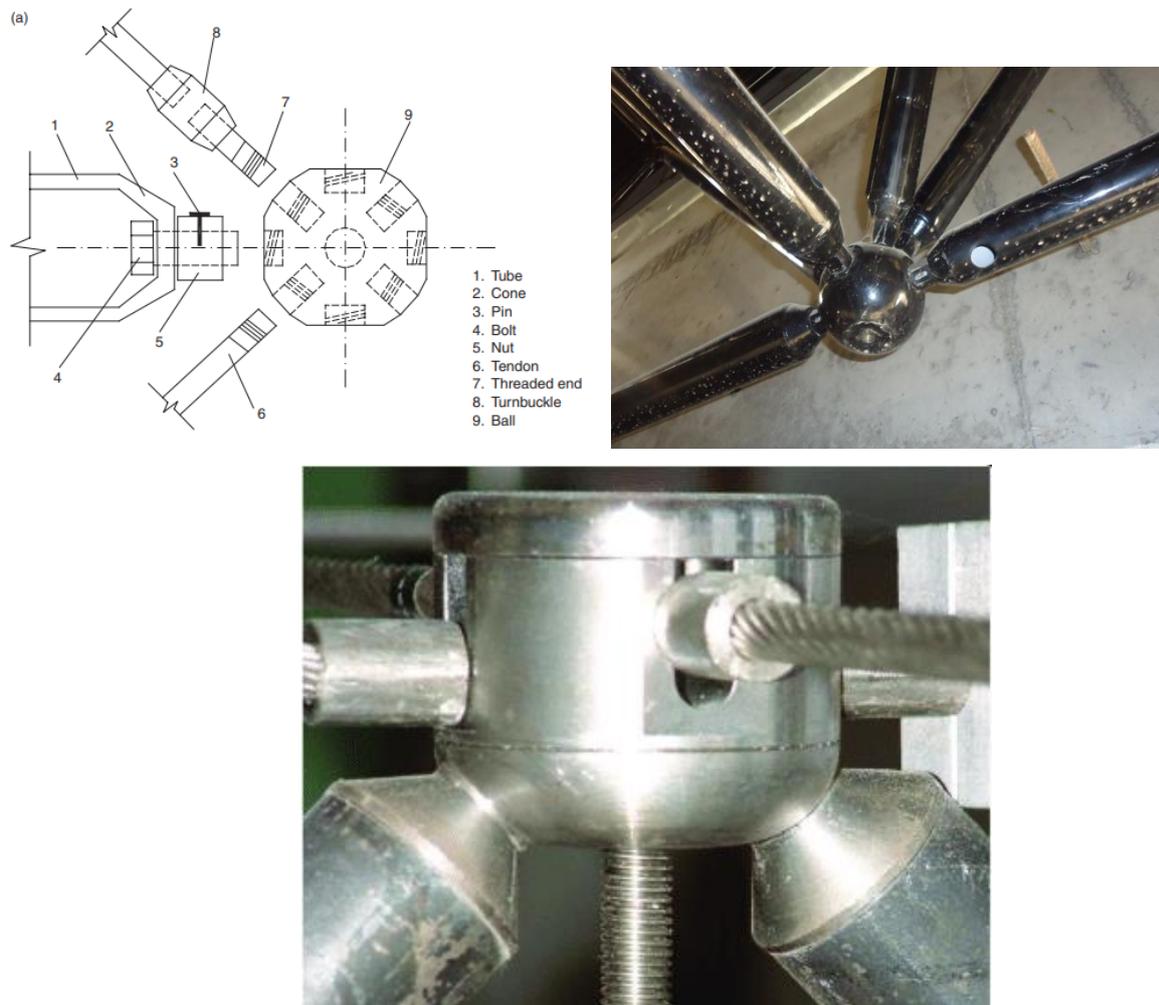


**Fig 2.25** Éléments tendus : (a) élément tubulaire ; (b) barre plate. Élément barre Vue 3D

#### *a) Système de joints sphériques boulonnés pleins*

Les joints sphériques boulonnés pleins sont fréquemment utilisés dans les treillis spatiaux. Pour connecter un tube à la balle boulonnée, un boulon, un écrou, une goupille et un cône soudé sur le tube sont nécessaires (Figure 2.26). La méthode de connexion peut également être utilisée pour les entretoises dans les grilles de tensegrité et les grilles barres-câbles. Comme les barres sont principalement soumises à la compression, le boulon peut être plus petit car peu de force lui est transmise. En comparaison, la connexion d'un tendon à la balle est beaucoup plus simple et nécessite

une petite zone de contact (Figure 2.26). Seule une vis de réglage supplémentaire est nécessaire pour le serrer. La simplicité est un avantage important de l'application de tendons plutôt que de tubes de tension dans les treillis spatiaux.

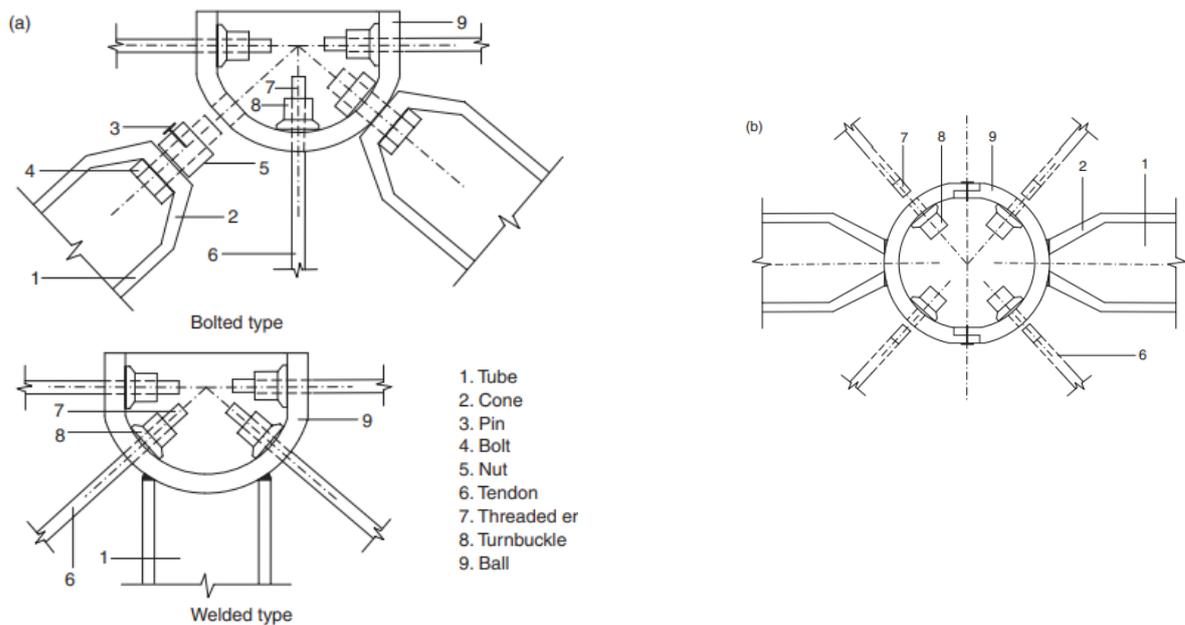


**Fig 2.26** Système de joint sphérique solide boulonné .

### ***b) Système de joints sphériques creux***

Les assemblages sphériques creux sont des éléments de construction couramment utilisés dans les structures en treillis métalliques et les grilles de câbles et de barres. Ces assemblages sont souvent composés d'une boule creuse et d'un tube ou d'un câble. La boule creuse peut être conçue comme une demi-sphère et est équipée de trous filetés pour permettre la fixation des tubes ou des câbles. Les assemblages sphériques creux peuvent être fixés par boulonnage ou par soudage directement au tube, en fonction des exigences de la structure. Dans le cas du boulonnage, un écrou est appliqué à l'intérieur de la boule creuse pour fixer l'extrémité filetée du tube ou du câble, éliminant ainsi la

nécessité d'un tendeur.

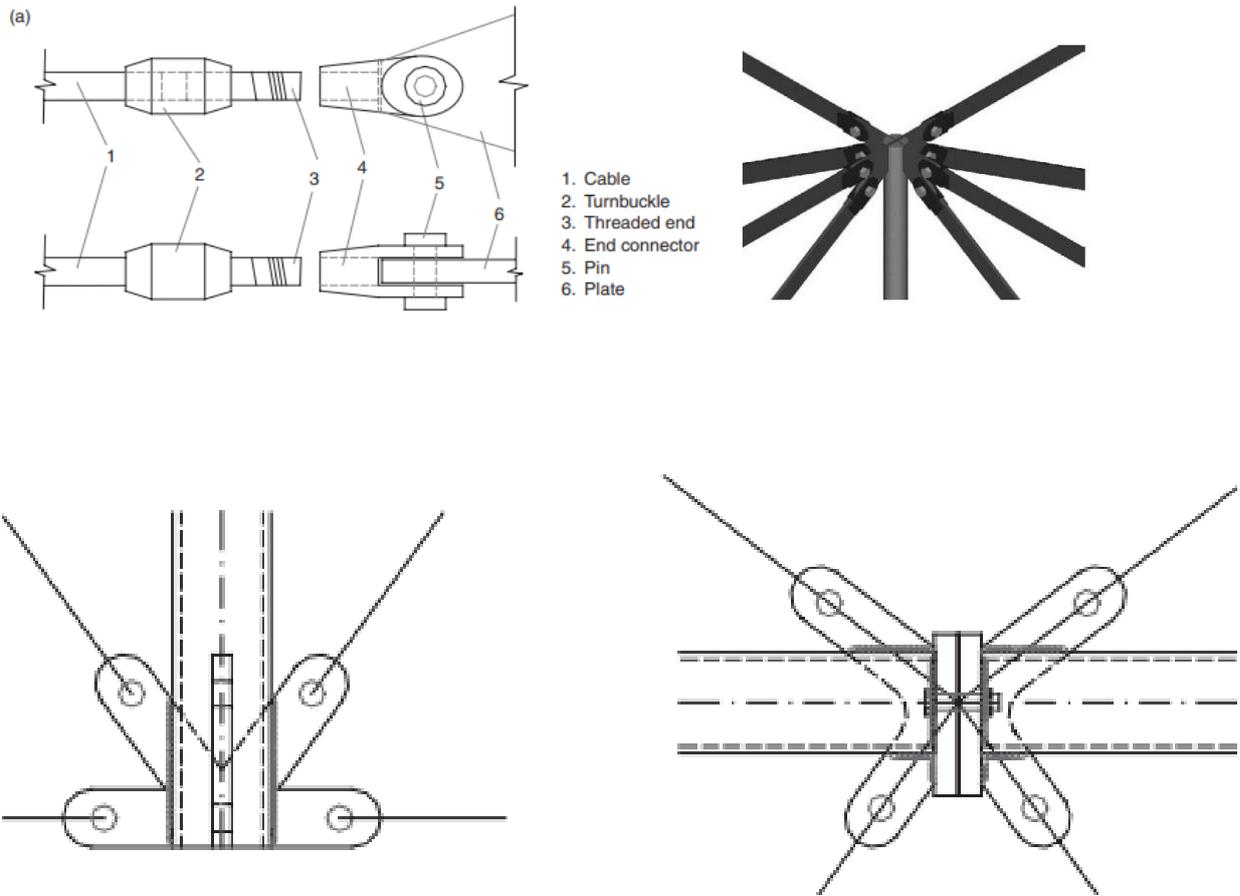


**Fig 2.27** Joints sphériques creux : (a) système de joints sphériques creux ; (b) joint sphérique creux dans la couche intermédiaire avec des câbles.

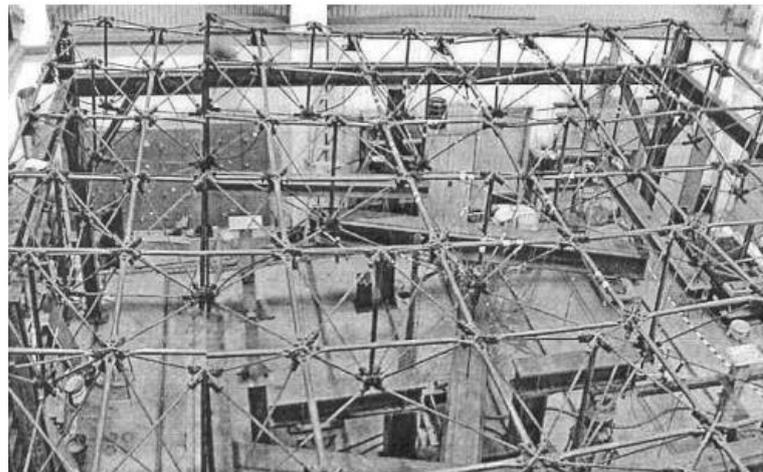
### *c) Système de joint de type plaque*

Les joints de type plaque sont populaires dans les structures conventionnelles de câbles. Chaque joint contient souvent une seule plaque qui relie plusieurs tendons coplanaires (Ishii 1999)[68]. L'assemblage du joint contient un tendeur, un connecteur d'extrémité et une broche (Figure 2.28(a)). Le tendeur peut être omis lorsqu'un tendon avec des filetages inversés aux deux extrémités est utilisé.

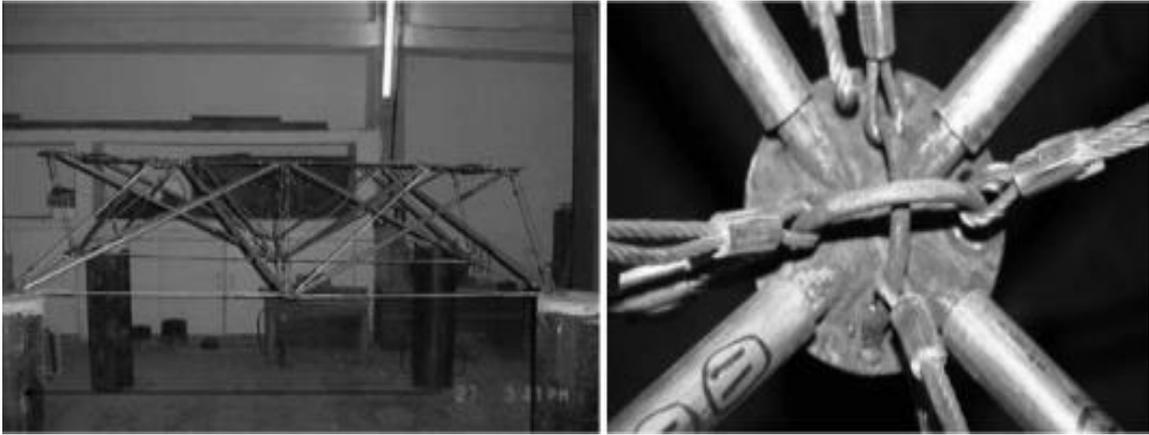
Un test a été réalisé sur des joints de type plaque conçus dans la grille RP-b d'un plan de 8 m sur 8 m (Figure 2.29) (Lee 2001)[69]. Les résultats des tests correspondent bien à la théorie. Cependant, les joints en forme de « papillon » dans le modèle de test, comme le montre la Figure 2.30, se révèlent être trop robustes par rapport aux tubes.



**Fig 2.28** Système de joint de plaque : (a) connexion câble-plaque ; (b) une meilleure conception des joints[68].



**Fig 2.29** Modèle de test du maillage RP-b sous chargement. Source : [69].



**Fig 2.30** Grilles de tensegrité en acier démontables comme structures de toit alternatives .

### 2.10. Conclusion

Ce chapitre a présenté un vaste catalogue des différentes typologies de grilles à double nappe, offrant ainsi un aperçu complet des solutions envisageables pour la conception de structures de toiture. Chaque type de grille a été étudié en détail, en soulignant ses avantages, ses inconvénients et ses applications potentielles.

Un accent particulier a été mis sur les méthodes d'assemblage des éléments structuraux, notamment les connexions nodales, les assemblages par câbles et par barres, ainsi que les systèmes boulonnés. Ces techniques jouent un rôle crucial dans la stabilité et la performance des structures, et le choix de la méthode d'assemblage doit être adapté aux contraintes spécifiques de chaque projet.

En résumé, ce chapitre fournit un cadre de référence essentiel pour la conception des grilles de tensegrité à double nappe, en mettant en lumière les nombreuses possibilités d'assemblage et en offrant des outils aux ingénieurs et architectes pour explorer de nouvelles approches dans ce domaine en constante évolution.

## *Chapitre03 :*

# COMPORTEMENT MECANIQUE DES GRILLES A DOUBLE NAPPE

---

### **3.1. Introduction**

Les grilles de tensegrité à double nappe sont des structures complexes composées de deux niveaux, trouvant leur utilité dans des domaines variés tels que les toitures et les passerelles. Elles se distinguent par leur capacité à être autoportantes, combinant habilement des éléments rigides et des éléments tendus pour parvenir à un équilibre structurel global.

Dans le cadre de cette étude, le comportement mécanique non linéaire des grilles à double nappe est examiné en utilisant des principes issus des systèmes de tensegrité. À cette fin, un modèle de calcul non linéaire combine (géométrie et matériel) a été développé, reposant sur la technique de pilotage en longueur d'arc imposée. Cette approche prend en considération les effets non linéaires engendrés par les grands déplacements, grandes déformations.

Deux types de grilles sont présentés dans cette étude : une grille de tensegrité classique générée sur la base de quadruplex, et une grille à anneaux de tensegrité construite autour d'un anneau à base hexagonale, représentant ainsi la dernière génération de systèmes de tensegrité. L'analyse du comportement mécanique de ces grilles sous diverses charges statiques est réalisée, permettant également d'évaluer l'impact des paramètres géométriques et matériaux sur leur comportement global. Cet examen approfondi contribue à une meilleure compréhension du comportement mécanique non linéaire des grilles à double nappe fondées sur les principes des systèmes de tensegrité. Ces connaissances peuvent être précieuses pour la conception de structures à la fois légères et résistantes, ouvrant ainsi la voie à des innovations dans le domaine de l'ingénierie structurelle.

### **3.2. Revue de la littérature**

Au cours des dernières années, une grande avancée a été réalisée dans l'analyse et la conception des systèmes de tensegrité grâce au développement de nouvelles méthodes d'analyse et aux recherches régulières et systématiques dans le domaine. Cela a permis de fournir des bases théoriques solides pour l'analyse et la conception de ces structures innovantes.

Parmi les avantages les plus significatifs des systèmes tensegrités, il y a la possibilité de contrôler leur rigidité en ajustant la précontrainte au niveau des câbles ; Cette caractéristique offre une grande flexibilité pour adapter les tensegrités à diverses applications et besoins. Furuya (1992) [70] a été probablement le premier à vérifier le contrôle de la rigidité par analyse modale d'une tour tensegrité, confirmant que les fréquences naturelles augmentent avec les précontraintes. Bel Hadj Ali (2010) [71] est arrivé à la même conclusion plus récemment, en combinant des expériences et des simulations en travaillant avec différentes fréquences d'excitation. Il a réussi à contrôler les amplitudes de vibration de la structure testée en modifiant la précontrainte pour que la fréquence naturelle de la structure évite celle de l'excitation. Yang et Sultan (2016) [72] ont séquencé le déploiement d'un système tensegrity-membrane et ont modélisé une stratégie de contrôle. Motro (1986) [27] a démontré, grâce à des simulations et des expériences physiques sur une configuration tensegrité composée de 9 câbles et 3 barres, que le comportement non linéaire des structures simples peut être approximé raisonnablement par un modèle linéaire. Toutefois, Yang et Sultan (2014) [73] ont conclu, après avoir étudié une membrane-tensegrité composée de 4 barres et 4 câbles, qu'un modèle élastique linéaire n'est pas précis lorsque les déplacements de la membrane sont suffisamment importants.

Le degré de rigidité d'un câble dépend de sa précontrainte et de son orientation géométrique, qui est donnée par la configuration de tensegrité. La forme peut être trouvée à travers des méthodes de recherche de forme, (Pagitz et Tur, 2009) [74] et (Zhang et Ohsaki, 2006) [75]. Par conséquent, contrôler la rigidité globale de la structure grâce à la précontrainte nécessite une attention particulière car cela peut affecter la géométrie. De plus, les précontraintes peuvent être utilisées pour redessiner la géométrie de sorte que la structure montre une rigidité accrue dans une certaine direction, non seulement parce que les éléments sont plus sollicités, mais aussi parce que leurs orientations y contribuent (Skelton, Adhikari, et al. 2001) [76]. Holland (2008) [77] a étudié les grandes déformations et vibrations d'une poutre longue pour soutenir son application sur les voiles solaires, dont les bras hautement flexibles peuvent fléchir. Feng (2018) [78] a modélisé une poutre tensegrité et a appliqué une technique de contrôle actif pour atténuer ses vibrations, mais semble manquer de résultats expérimentaux. La conception d'une technique de contrôle similaire à la tour 2D proposée ou d'un prototype pour le modèle de Feng peut être une étape future. Kebiche (1999) [79] a modélisé une poutre tensegrité composée de plusieurs prismes à 4 entretoises en séquence et a analysé son comportement non-linéaire géométrique. Dalilsafaei (2012) [80] a également modélisé une poutre tensegrité, mais avec des prismes à 3 entretoises, et a tenté d'améliorer sa rigidité en flexion. Moored (2007) [81] a également conçu une poutre tensegrité, mais avec des capacités de morphing, en trois

dimensions et sans prototype. Sa condition de changement de forme a été initialement proposée pour contrôler le noyau d'une aile morphing et imiter une raie manta, mais elle peut être facilement adaptée pour fonctionner comme un support de caméra dans une sonde spatiale également.

L'étude de comportement mécanique exposée dans ce chapitre s'inspire des travaux antérieurs de Khellaf et Kebiche[82] sur l'analyse des structures de tensegrité, mais avec une application spécifique aux grilles de tensegrité à double nappe. En utilisant une méthode similaire à celle de Khellaf et Kebiche[83], L'étude a porté sur la rigidité de la grille en fonction de la précontrainte des câbles. Cependant, ce travail se distingue par l'application spécifique aux grilles de tensegrité à double nappe [92], qui présentent des défis particuliers en termes de conception et d'analyse en raison de leur complexité. En explorant les propriétés mécaniques de ces structures, nous espérons contribuer à la compréhension de leur comportement et à leur utilisation potentielle dans divers domaines d'application.

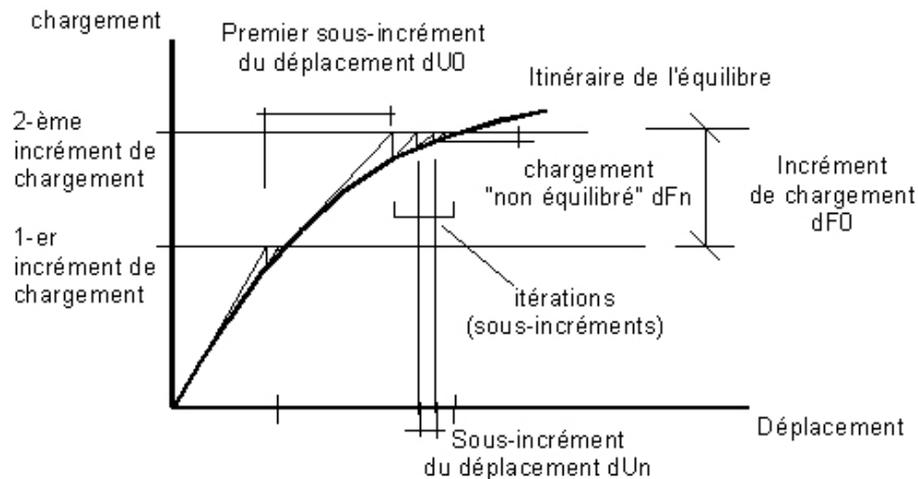
### **3.3. Méthode d'analyse**

La matrice de rigidité tangentielle de la structure tendue est dérivée de sa constitution d'équilibre, de compatibilité et de rapport. Un modèle numérique a été développé pour simuler et mettre en évidence l'amplification des déplacements des plaques de tensegrité, connues pour leur grande flexibilité, compte tenu des grandes déformations (plastification) et des grands déplacements (relâchement) des câbles.

#### **3.3.1. Méthode de résolution non linéaire**

Le comportement non linéaire des grilles de tensegrité (charge-déplacement) qui est dû à leur grande flexibilité peut être amplifié par la non-linéarité géométrique ou matérielle de leurs éléments constitutifs (barres ou câbles).

La méthode de résolution utilisée est itérative incrémentale. Pour un incrément, une correction d'équilibre est introduite, selon un processus itératif. La méthode de Newton-Raphson basée sur la matrice de rigidité tangente ré-estimée à chaque itération, afin d'atteindre l'équilibre est utilisée. L'utilisation de cette méthode présente l'avantage d'assurer une convergence assez rapide, avec des résultats fiables. La figure.3.1 montre un exemple du processus itératif incrémental



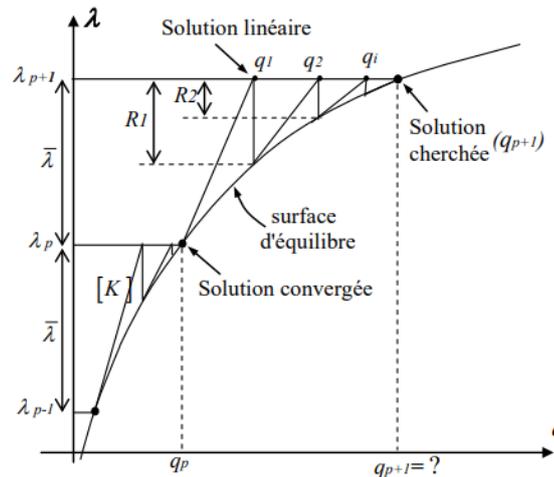
**Fig 3.1** : Processus de calcul en non linéaire.

### 3.3.1.1. Stratégies de résolution

L'algorithme incrémentale consiste à calculer une succession d'états d'équilibre de façon incrémentale. Cet algorithme repose sur l'utilisation de différentes techniques de pilotage qui permettent de contrôler le comportement de la structure au cours de son analyse. Parmi ces techniques, nous retrouvons la méthode de charge imposée (**contrôle d'effort**), la méthode de déplacement imposé (**contrôle de déplacement**) et la méthode de **longueur d'arc imposé**.

- **La technique de pilotage en charge imposée**, également appelée méthode de suivi de charge, est une approche utilisée dans le domaine de la simulation numérique et de l'analyse de structures pour suivre la réponse d'une structure sous des charges spécifiques.

L'objectif principal de la technique de pilotage en charge imposée est de maintenir une charge constante sur la structure tout au long de l'analyse, permettant ainsi d'observer comment la structure réagit à cette charge donnée. Cela peut se représenter schématiquement pour le pas de chargement  $\Delta\lambda$  constant (Le problème se ramène alors à un problème standard de Newton-Raphson) sur la figure 3.2. La description ainsi que la convergence de cet algorithme sont détaillées par [79].



**Fig 3.2** Pilotage en Charge imposé.

### *Technique de pilotage en longueur d'arc*

Pour trouver la réponse complète d'une structure sollicitée, et décrire toute la courbe charge-déplacement. En présence de points limites, les techniques de pilotage basées sur l'incrément de charge ou l'incrément de déplacement ne permettent pas de suivre toute la branche solution, S'il est nécessaire de tracer le chemin d'équilibre à travers les points limites, une solution technique doit être appliquée, c'est le contrôle en Longueur d'arc introduite initialement par Riks (1972), et Crisfield (1981). Comme illustré sur figure (3.3) Cette méthode assure la convergence du problème d'équilibre avant et après le point limite.

La technique de longueur d'arc est une méthode numérique utilisée pour résoudre des problèmes d'analyse structurelle non linéaire. Il s'agit de tracer la courbe charge-déformation d'une structure étape par étape à l'aide d'un algorithme spécial qui assure la stabilité et la précision de la solution. La technique est particulièrement utile pour analyser les structures qui présentent un comportement de rupture, de point limite ou de bifurcation. Les paramètres utilisés dans la technique de longueur d'arc sont les suivants :

**Paramètre de charge :** le paramètre de charge est une valeur scalaire qui détermine l'amplitude de la charge appliquée. Elle est généralement notée  $\lambda$  et est traitée comme une variable pseudo-temporelle dans la méthode de la longueur d'arc. Le paramètre de charge est incrémenté par petites étapes pour tracer la courbe charge-déformation de la structure.

**Vecteur déplacement :** Le vecteur déplacement est un vecteur colonne qui contient les déplacements nodaux de la structure. Il est généralement noté  $u$  et représente les inconnues dans les équations du mouvement. Le vecteur de déplacement est mis à jour à chaque étape de l'analyse en résolvant le système linéaire d'équations.

**Matrice de rigidité tangente :** La matrice de rigidité tangente est une matrice carrée qui relie les forces nodales aux déplacements nodaux. Il représente la rigidité de la structure à un niveau de charge particulier et est calculé en différenciant les équations d'équilibre par rapport au vecteur de déplacement. La matrice de rigidité tangente est utilisée pour résoudre le système linéaire d'équations à chaque étape de l'analyse.

**Vecteur de force résiduelle :** Le vecteur de force résiduelle est un vecteur colonne qui représente les forces déséquilibrées dans la structure. Il est calculé en soustrayant les efforts internes des efforts externes et permet de vérifier l'équilibre de la structure à chaque niveau de charge.

**Taille d'incrément :** la taille d'incrément est une valeur scalaire qui détermine la taille du pas d'incrément du paramètre de charge. Il est généralement choisi suffisamment petit pour assurer la stabilité et la précision de la solution, mais suffisamment grand pour réduire le coût de calcul.

**Paramètre de longueur d'arc :** le paramètre de longueur d'arc est une valeur scalaire qui contrôle la direction et l'amplitude du vecteur de déplacement incrémentiel. Il est utilisé pour s'assurer que la solution reste sur la courbe charge-déformation et ne saute pas à une branche différente de la solution.

**Paramètre de contrôle de charge :** Le paramètre de contrôle de charge est une valeur scalaire qui détermine le rapport de la charge appliquée à la charge maximale que la structure peut supporter. Il est utilisé pour ajuster le paramètre de charge incrémentielle afin de maintenir un niveau de contrôle de charge souhaité pendant l'analyse.

En résumé, la technique de longueur d'arc consiste à tracer progressivement la courbe charge-déformation d'une structure non linéaire en utilisant une combinaison de paramètres de charge, de déplacement et de rigidité. Ces paramètres sont soigneusement choisis et mis à jour à chaque étape de l'analyse pour assurer la stabilité et la précision de la solution.

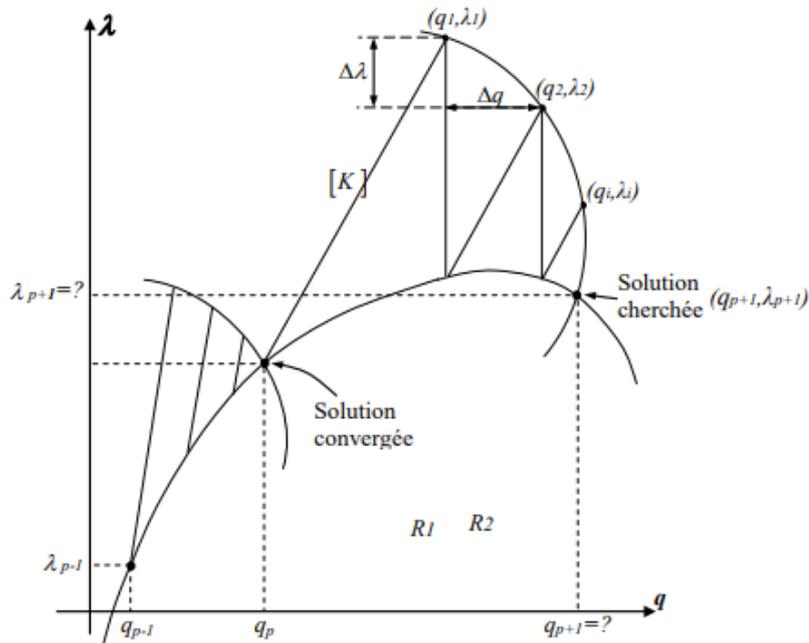


Fig 3.3 Algorithme de longueur d'arc de base, Crisfield 1983.

### 3.4. Modélisation des éléments du grillage (câbles, barres)

Le **câble** est un élément qui travaille uniquement en traction (palissade). Du fait de sa non-linéarité, l'analyse d'une structure contenant des éléments de câble nécessite l'utilisation d'algorithmes de calcul définis pour une analyse intégrant la non-linéarité géométrique.

Les équations suivantes ont été utilisées (Khellaf et Kebiche, 2013) [82-83] :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \text{ si } \sigma < \sigma_y \dots \dots \dots (3.1)$$

$$\sigma = f(\varepsilon) \text{ si } \sigma \geq \sigma_y \dots \dots \dots (3.2)$$

Où  $\sigma$  est la contrainte d'ingénierie axiale,  $\sigma_y$  est la contrainte limitant le comportement élastique du matériau,  $E_T$  est le module de rigidité élastique du matériau (« module de Young ») et  $\varepsilon$  est la déformation d'ingénierie axiale,  $f(\varepsilon)$  représente celle -loi d'écoulement dimensionnelle (Khellaf et Kebiche, 2014 ; Abedi et Shekastehband, 2008) [83,84]. La règle d'écrouissage a été définie ultérieurement.

Alors que **les barres**, qui sont supposées avoir un comportement élastique-parfaitement plastique, la loi de comportement est :

$$f(\varepsilon) = \sigma_y \dots \dots \dots (3.3)$$

### 3.5. Validation du modèle de calcul.

#### 3.5.1. Validation avec des résultats numériques par ABAQUS

ABAQUS est un logiciel de simulation par éléments finis couramment utilisé pour la modélisation de structures de tensegrité. Dans ABAQUS, les éléments de câble sont modélisés comme des éléments de type "Truss" qui permettent de simuler la réponse d'un élément axial à la traction. Les éléments de barre, quant à eux, sont modélisés comme des éléments de type "truss" qui permettent de simuler la réponse d'un élément à la traction et la compression.

Lors de la modélisation, les propriétés matérielles des éléments de câble et de barre, telles que le module d'élasticité et le coefficient de Poisson, doivent être définies. De plus, les précontraintes des câbles doivent également être spécifiées pour que la simulation soit précise.

Dans cette partie nous validons nos résultats de simulation en comparant les résultats de simulation obtenus par le logiciel commercial ABAQUS V6.14 [85] avec les résultats du modèle de calcul développé.

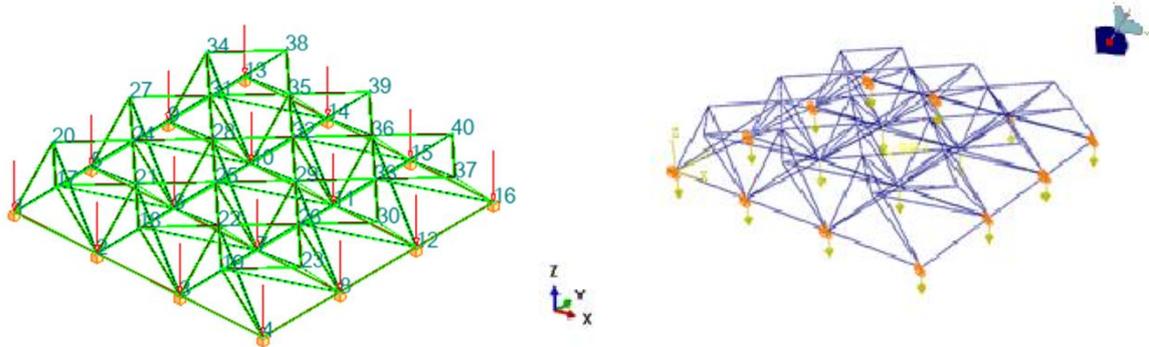
##### 3.5.1.1. Caractéristiques géométriques et mécaniques de la grille.

Toutes les caractéristiques géométriques et mécaniques ainsi que les valeurs de l'autocontrainte initiale appliquée aux éléments composant la structure (barres et câbles) sont précisées sur le tableau.3.1.

Groupe	Type de composant	Limite d'élasticité initiale $\sigma$ (daN/cm <sup>2</sup> )	E (daN/cm <sup>2</sup> )	A (cm <sup>2</sup> )	Contrainte critique de flambement (daN/cm <sup>2</sup> )	Tension initiale (daN)
1	Barres	2350	2000000	3.25	1116.9	-
2	Câble nappe inférieure	4800	400000	0.28	-	-600.0
3	Câble nappe supérieure et entoillement	4800	400000	0.28	-	- 848.52
4	Câble commun	4800	400000	0.56	-	- 848.52

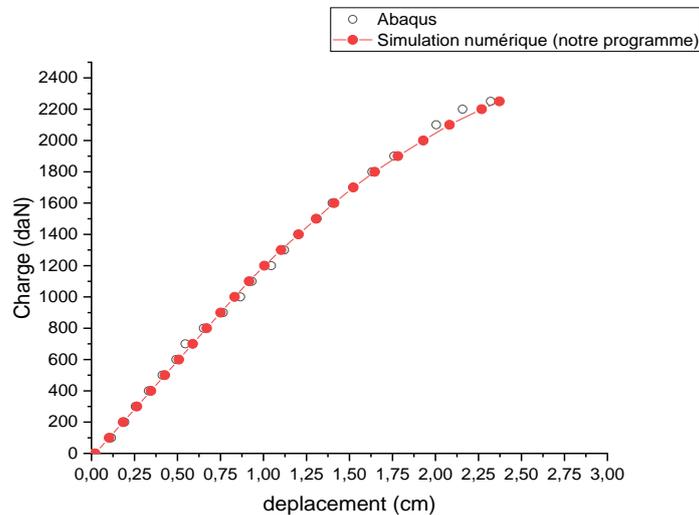
**Tableau 3.1.** Caractéristiques géométriques et mécaniques.

Les charges nodales sont appliquées comme indique sur la fig.3.4. D'autre part, pour nous mettre dans des conditions de réalisation pratique, nous avons émis l'hypothèse que tous les nœuds périphériques de nappe inférieure de la grille sont fixés selon les directions X, Y et Z fig.3.4.

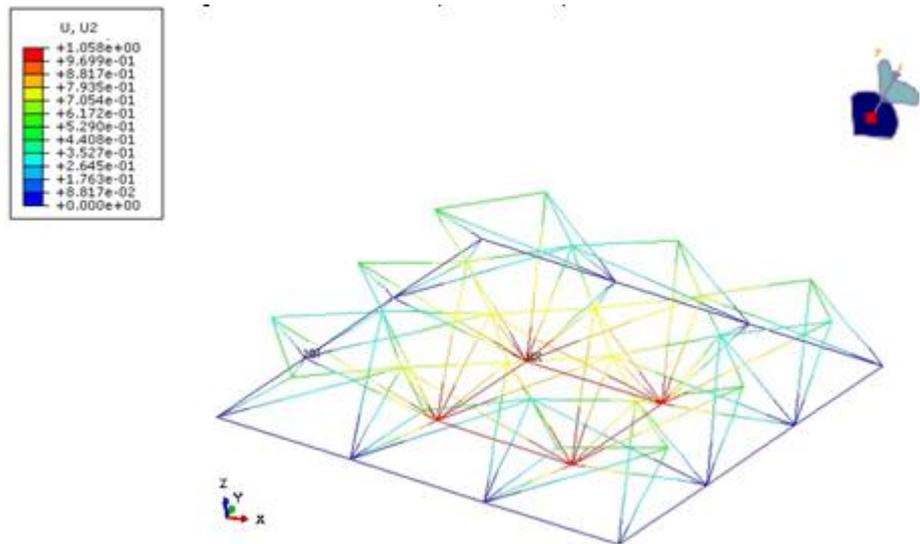


**Fig. 3.4.** Géométrie et chargement de la grille a double nappe a 9 module .

Les déplacements verticaux  $Z_{moyen}$  des nœuds<sub>centrales</sub> (6,7,10,11) en fonction de la charge croissante appliquée sont tracés sur la Fig.3.4. En effet les résultats ont été comparés à ceux obtenus par le logiciel ABAQUS 6.14. Comme le montre la fig.3.6, Les résultats sont en parfait accord.



**Fig 3.5.** Déplacements z moyenne des nœuds (6,7,10,11) dans la direction Z.



**Fig.3.6.** Déplacement maximale des nœuds obtenue par Abaqus sous charge 1200 daN.

### 3.5.2. Validation avec des résultats expérimentaux

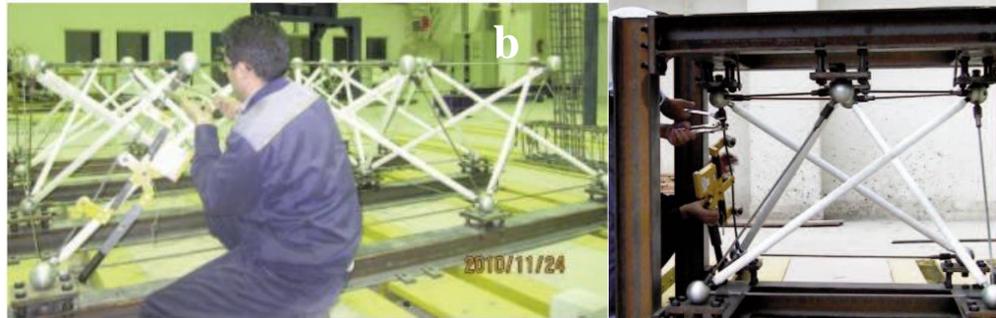
Pour confirmer la fiabilité du modèle de simulation développé, une comparaison avec des données obtenues par des tests expérimentaux effectués sur une grille de tensegrité à double nappes s'avère nécessaire.

#### 3.5.2.1. Étapes expérimentales de construction d'un modèle de tensegrité

Le travail expérimental de Shekastehband et al [86]. Décrit la conception et la construction d'un modèle de tensegrité composé de 40 nœuds, 36 entretoises et 84 câbles. Les coefficients de répartition des contraintes d'auto-contrainte des entretoises ont été choisis de manière à provoquer l'effondrement local du modèle sous des charges externes. Les forces de câbles ont été mesurées à l'aide d'un tensiomètre et le modèle a été construit en neuf modules assemblés sur une plate-forme fixée au sol. Les joints des nœuds étaient constitués de sphères en acier forgé et les entretoises étaient fixées aux nœuds à l'aide de boulons.

Les figures 3.7 et 3.8, illustrent les étapes clés de la construction du modèle tensegrité étudié par Shekastehband et al [86-87]. La figure **3.7 a)** montre comment les forces axiales des éléments de câble ont été appliquées à l'aide d'un tensiomètre. La figure **3.7. b)** montre la construction des modules sur un gabarit, tandis que la figure **3.8.** Décrit la séquence de construction du modèle complet sur une plateforme. Les trois étapes ont été nécessaires pour construire le modèle tensegrité et les chercheurs

ont utilisé des gabarits pour assurer la précision des positions géométriques des joints. Ces étapes ont permis aux chercheurs de mesurer les contraintes de l'état d'équilibre du modèle et de le comparer avec les résultats de l'analyse numérique. Les petites erreurs de mesure indiquent la précision du processus expérimental et la validité des résultats obtenus.



**Fig 3.7.** a) Application de forces axiales par tensiomètre. b) Construction de modules dans le gabarit[86-87].

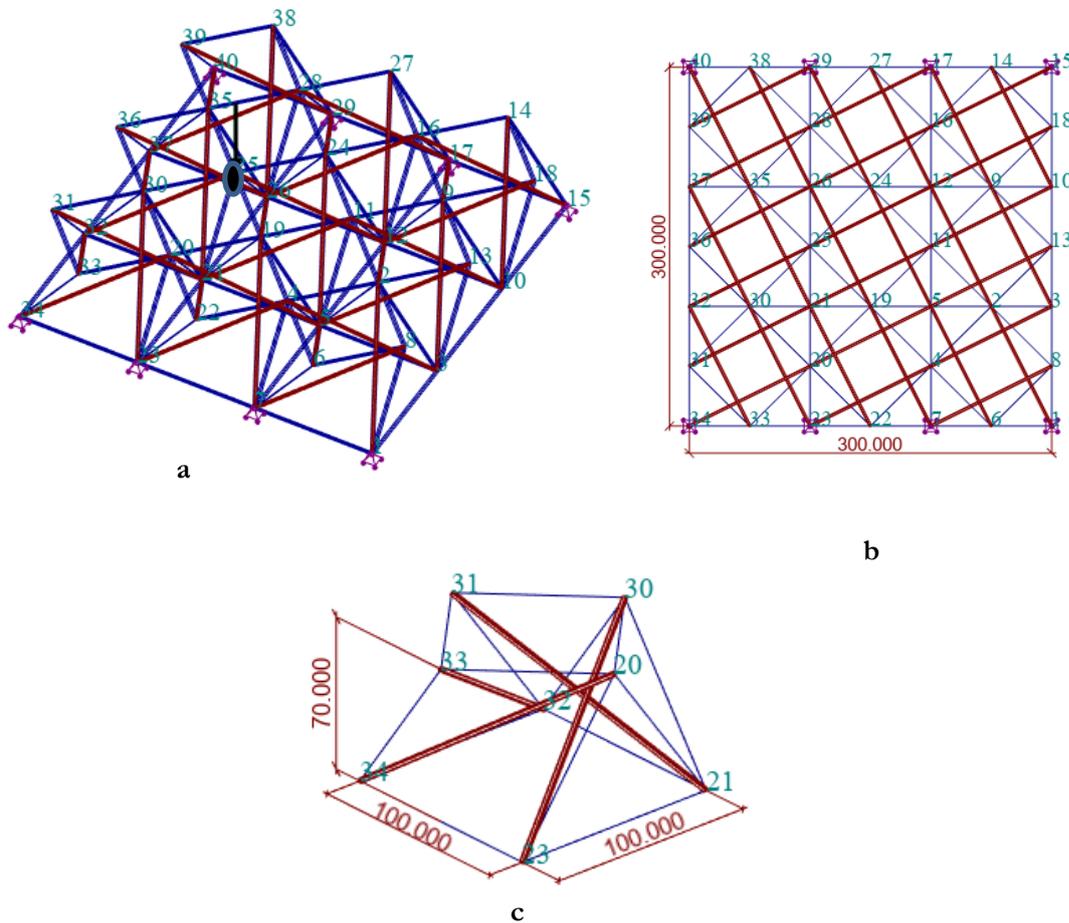


**Fig 3.8.** La séquence de construction de la tensegrité modèle. (a). Fixation de quatre modules d'angle à la plate-forme (b). Construction des bords du modèle sur plate-forme à l'aide d'un gabarit (c). Construction du module central du modèle à l'aide d'un gabarit.

### 3.5.2.2. Spécifications géométriques de la grille expérimentée

L'étude expérimentale a été menée par Shekastehband et al [86] sur une grille de tensegrité composée de 9 modules en demi-cuboctaèdre  $3 \times 3 \times 0,7$  m (**fig 3.8**). Le module et la structure assemblée sont représentés sur la **fig.3.9**. Les propriétés du matériau sont présentées dans le tableau.3.2. La grille est composée de 132 éléments reliés par des nœuds dont, 36 entretoises comprimées (tubes en acier) et 96 câbles tendus, (acier) **Fig. 3.9**.

La charge est appliquée sur le nœud 25 figure **3.9.a** D'autre part, Les nœuds 1, 7, 23, 34, 15, 17, 29, 40 représentés sur la figure **3.9.c** sont bloqués le long des directions X, Y. L'investigation expérimentale a été réalisée sous contrôle de charge, et par conséquent, il n'y a eu aucun contrôle sur les déplacements.

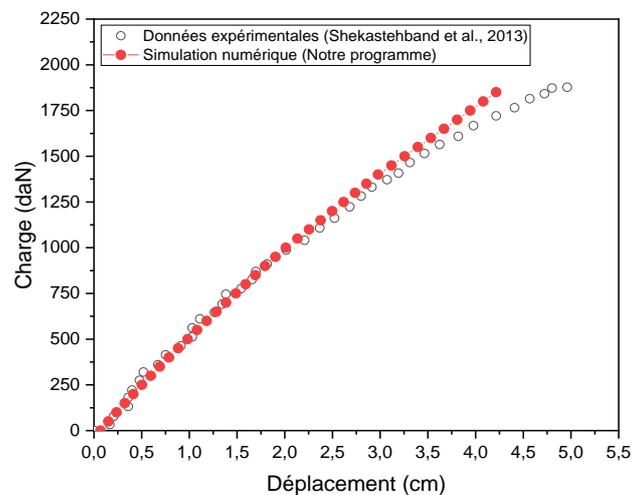


**Fig 3.9.** Grille de tensegrité à disposition régulière composée de 36 entretoises et 96 câbles. **a)** Vue en perspective. **b)** Le module de quadruplex. **c)** Vue en plan.

Element		Limite d'élasticité initiale [daN/cm <sup>2</sup> ]	Module d'élasticité [daN/cm <sup>2</sup> ]	Section de l'élément [cm <sup>2</sup> ]
Barres		3450	2040000	2.07240
Câbles	Type 1	13500	1250000	0.50240
	Type 2	13800	1370000	0.50240
	Type 3	16400	1930000	0.50240

**Tableau 3.2.** Propriétés mécaniques des d'éléments utilisés dans le modèle de tensegrité.

La Fig.3.10 montre les réponses expérimentales et numériques charge-déformation de la grille de tensegrité au niveau du nœud 25. Les déplacements Z du nœud 25 sont tracés en fonction de la charge appliquée croissante



**Fig 3.10.** Courbe de comportement au niveau du nœud 25

### 3.5.2.3. Discussion

D'après la fig.3.10, on constate que les valeurs expérimentales et numériques obtenues d'après le présent modèle sont très proches. Sur le tableau ci-dessous on présente la divergence maximale % entre les deux procédés de calcul.

<b>Charge P(daN)</b>	<b>1850</b>
<b>Z valeur numerique(cm)</b>	<b>4.21589</b>
<b>Z valeur experimentale(cm)</b>	<b>4.64265</b>
<b>Difference en %</b>	<b>10%</b>

Cette faible différence peut être due à quelques imperfections d'exécutions expérimentales comme l'application des tensions initiales au niveau des câbles ainsi que d'éventuels relâchement au niveau des nœuds de connexion.

### 3.6. Application

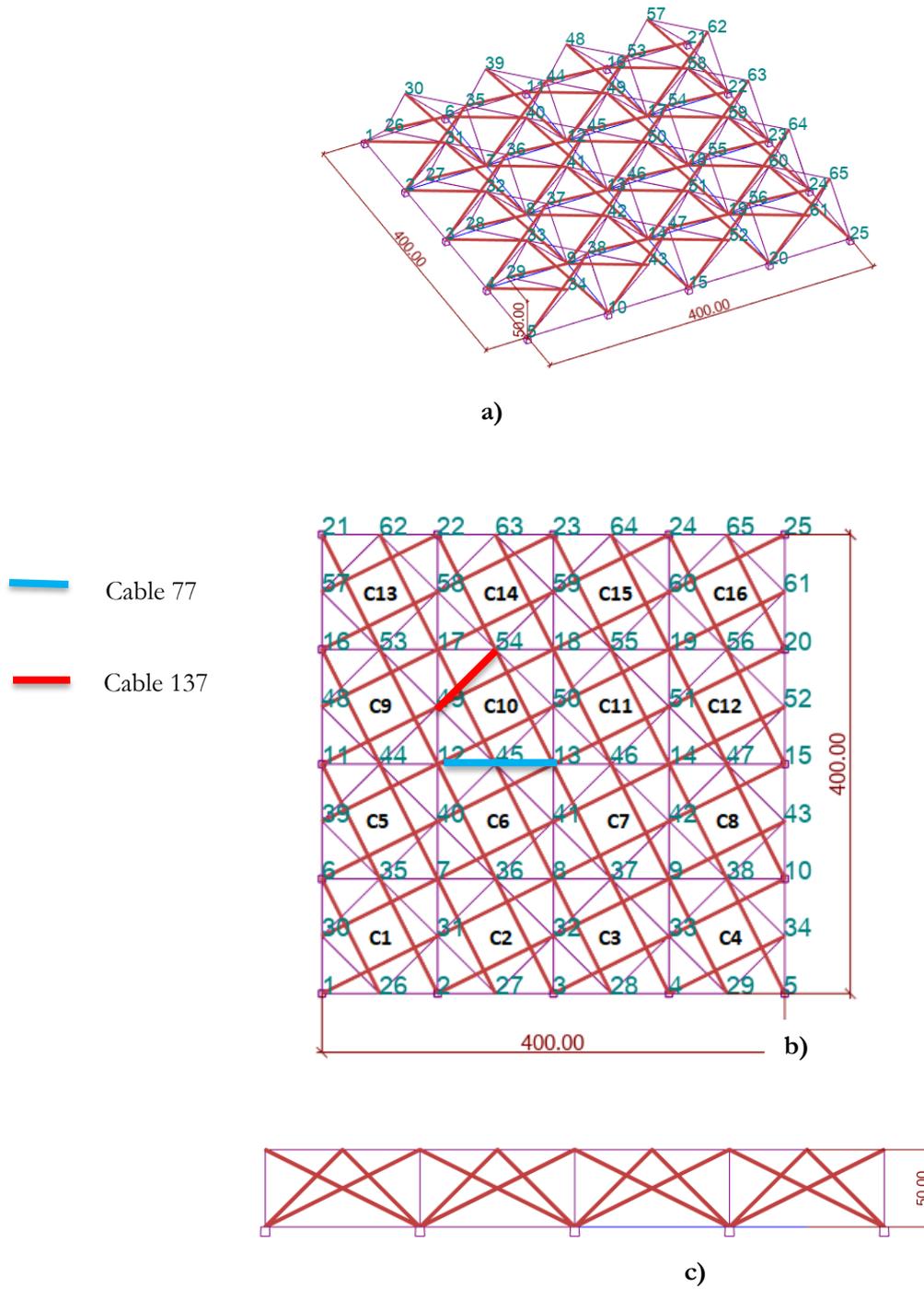
Dans cette section, une étude comparative sera présentée pour comparer le comportement des grilles de tensegrité en Analyse Non-linéaire Géométrique (N.E. A) et en Analyse Non-linéaire combinée (géométrique et matérielle) (N.EP.A.), en prenant en compte l'effet potentiel de l'évolution dans le domaine élastoplastique des éléments de câbles. L'impact de la relachement des câbles sur l'amplification du déplacement de ces grilles sera également étudié.

#### 3.6.1. Grille de tensegrite 4x4

Cette section est consacrée à l'application du présent code pour l'analyse d'une grille de tensegrité à double nappe 4x4 à base de quadruplex sous charge de flexion (Fig. 3.11). Les résultats sont souvent présentés sous forme d'évolution des déplacements de nœuds sollicités en fonction des charges externes. Les déformations élastiques et elasto-plastique sont étudié en fonction des charges externes.

#### 3.6.2. Spécifications géométriques et matérielles de la grille :

La figure 3.11 présente une grille de tensegrité plane carrée (4x4) reconstituée à base de 16 modules en quadruplex (4 x 4 x 0.5 m). Cette structure est composée de 65 nœuds, 64 entretoises et 168 câbles. Les coordonnées nodales, les caractéristiques mécaniques et le vecteur d'autocontrainte de la grille sont donnés respectivement dans les tableaux 3(3,4 et 5).



**Fig .3.11.** Grille de tensegrité à disposition régulière. **(a)**Une vue en perspective,**(b)**vue en plan, **(c)** vue en élévation .

Nœud	X[cm]	Y[cm]	Z[cm]
1	0	0	0
2	0	100	0
3	0	50	50
4	50	0	50
5	50	100	50
6	100	0	0
7	100	100	0
8	100	50	50

**Tableau 3.3.** Coordonnées nodales en cm d'un quadruplex.

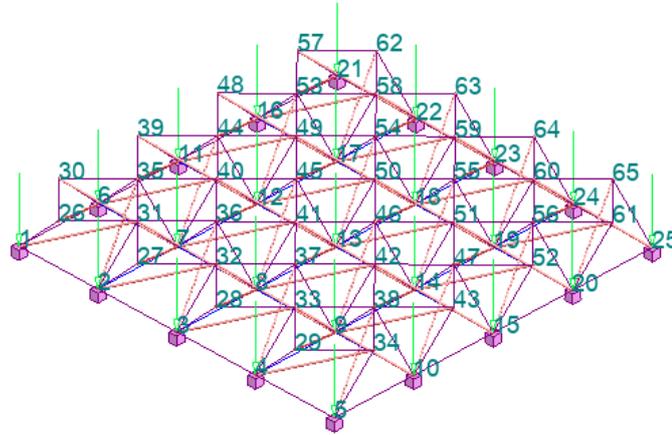
Groupe	Type de composant	E (daN/cm <sup>2</sup> )	A (cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (daN/cm <sup>2</sup> )	Contrainte limite de rupture $\sigma_r$ (daN/cm <sup>2</sup> )	Contrainte critique de flambement (daN/cm <sup>2</sup> )
1	Barres	2000000	3.25	2350	3600.	1116.9
2	Câble nappe inférieure	400000	0.28	4800	7500	-
3	Câble nappe supérieure et d'entrousement	400000	0.28	4800	7500	-

**Tableau3.4** Caractéristiques géométriques et mécaniques des éléments de câbles et barres.

Élément Nature	S1(daN)
Barres	-1469.64
Câble,nappe inférieure	600.0
Câble,nappe supérieure,et entrousement	848.52
Autres cables	1200

**Tableau 3.5.** Valeurs d'autocontrainte initiales.

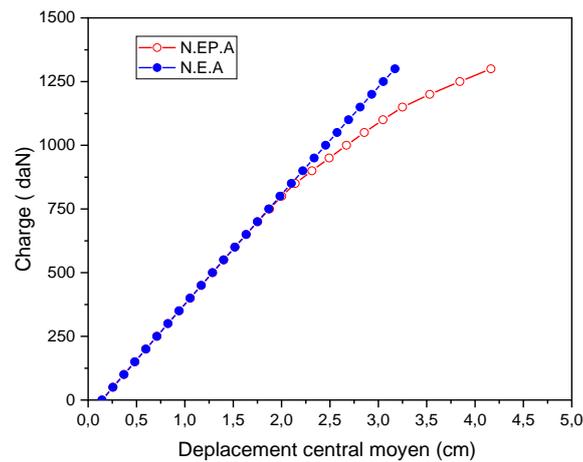
Pour nous mettre dans des conditions de réalisation pratique, nous avons émis l'hypothèse que tous les nœuds périphériques de la nappe inférieure de la grille sont fixés suivant les directions X, Y et Z. La charge 'F' verticale est appliquée comme illustre sur la fig.3.12



**Fig.3.12.** Géométrie et Chargement de la grille de tensegrité.

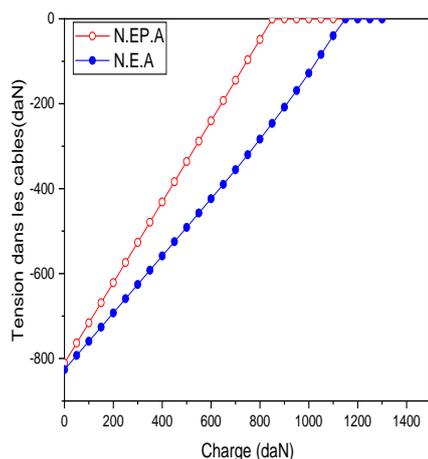
La fig.3.13 montre les courbes de comportement (charges-déplacements) en **N.E.A** et **N.EP.A** de la grille de tensegrite (4X4) fig.3.12. Les déplacements sont relevés en (cm) au niveau du nœud 13 au centre de la plaque. L'effet du relâchement des câbles est pris en compte pour les deux types d'analyse. Le but de cette étude est de ressortir l'impact du comportement non linéaire matériel des câbles sur l'amplification des déplacements max de la structure.

Il est à noter d'après la figure La fig.3.13 que le comportement de la grille en **N.E.A** présente une non linéarité à peine détectable. Tandis qu'en **N.EP. A** la courbure du tracé est nettement visible. La divergence entre les deux courbes prend début à partir de la charge  $F=850\text{ daN}$ . Lorsque celle-ci atteint sa valeur max  $F=1300\text{ daN}$ , la différence entre les déplacements correspondant aux deux types d'analyse est d'environ 1 cm. Donc on peut conclure que l'effet de la plastification des câbles sur l'augmentation de la souplesse de la grille est certain.

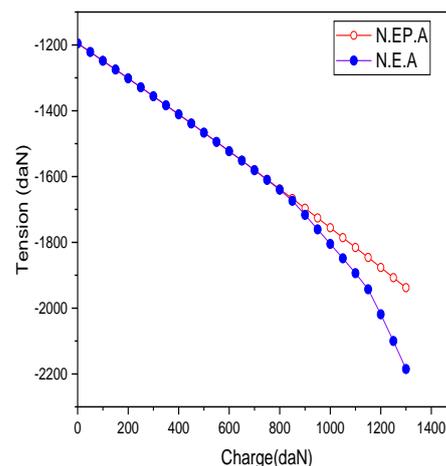


**Fig.3.13.** Comparaison des comportements élastique et Elasto-Plastique Sous l'effet de flexion.

Les deux Fig.3.14 et fig.3.15 montrent une comparaison entre la variation de la tension interne dans les câbles 137 et 77 de la grille pour les cas d'analyse Elastique (N.E.A) et Elasto-Plastique (N.E.P.A), les deux figures, montrent qu'il y a une différence dans les efforts internes. Le relâchement du câble 137 en analyse N.E.P. A prenant effet à  $F=850$  daN, alors que pour l'analyse N.E.A le même câble se relâche à  $F=1100$  daN, ceci renforce l'hypothèse que l'analyse élastique non linéaire est insuffisante pour prévoir le comportement de la structure ni même des éléments la constituant. (Fig.3.15).



**Fig.3. 14.** tension dans le Câble 137

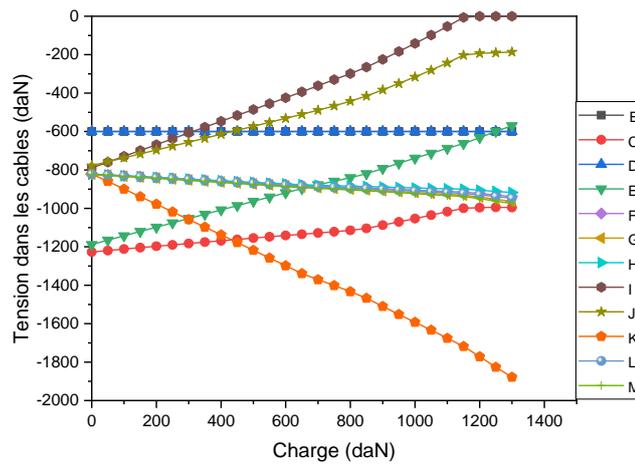


**Fig. 3.15.** Tension dans le Câble 77

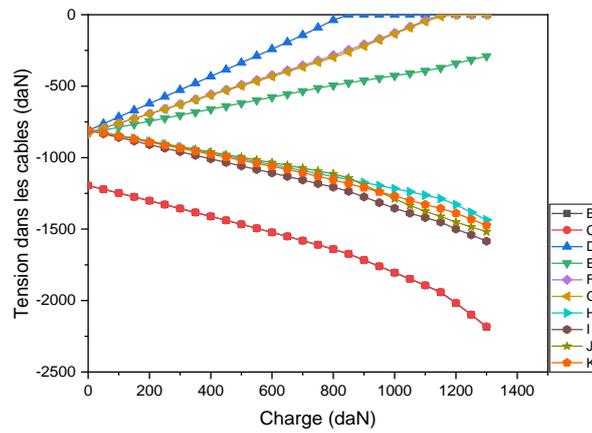
Sur les figures 3. (16, 17, 18,19) et le tableau.6 on a essayé de présenter une analyse (N.EP.A) de la réponse de la grille en flexion , en considérant l'évolution des efforts internes dans les éléments câbles et barres, des modules C<sub>1</sub> (module d'angle) et C<sub>2</sub> (module central).

	<b>Zone d'angle (module C1)</b>	<b>Zone centrale (module C6)</b>
<b>Etats des câbles</b>	Un seul câble relâché (câble de nappe). La plupart des câbles du module présente une évolution de tension presque constante. Le câble K dont la tension augmente visiblement et tend vers la limite de rupture est un câble d'entretoise (fig.16).	Trois câbles relâchés (câble de nappes sup et inf). Le relâchement des câbles D, G et F a causé l'augmentation rapide de la tension dans les autres cables du module. Les câble C et B tendent vers la tension de rupture (T=2100daN) fig.17.
<b>Etat des barres</b>	Sur la fig.18 on peut nettement distinguer l'effet du relâchement des câbles (sous F=1150daN) sur l'augmentation de la compression dans les barres C et D	La compression dans les quatre barres présente un faisceau qui va en augmentant influence surtout par la perte des câbles D G et F par relaxation sous F=1150daN
	Qui montrent que les efforts internes sont trop loin que la valeur de l'effort critique de flambement qui est égal à 3629.925 daN dans les deux analyses N.E. A et N.EP.A.	

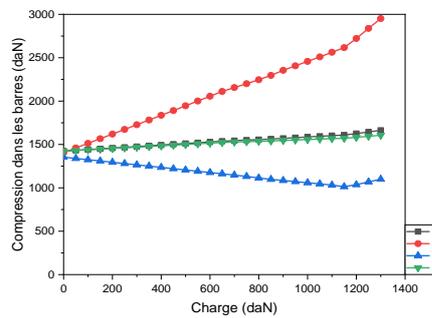
**Tableau 3.6.** Analyse de variation des efforts internes dans les barres et câbles au centre et à l'angle de la grille 4X4 a base de demi-cuboctaèdre.



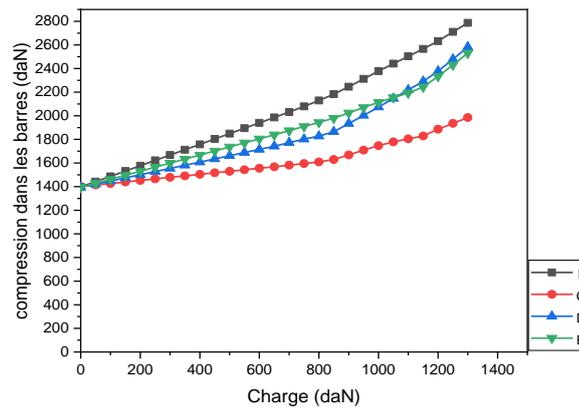
**Fig. 3.16.** Variation de la Force de Tension dans les Câbles du Module C1 N.EP.A



**Fig.3.17.** Variation de la Force de Tension dans les Câbles du Module C6 N.EP.A.



**Fig. 3.18.** Variation de la compression dans les Barres du Module C1 N.EP.A



**Fig. 3.19.** Variation de la compression dans les Barres du Module C6 N.EP.A.

## II- Etude comparative entre deux types des grilles à double nappe

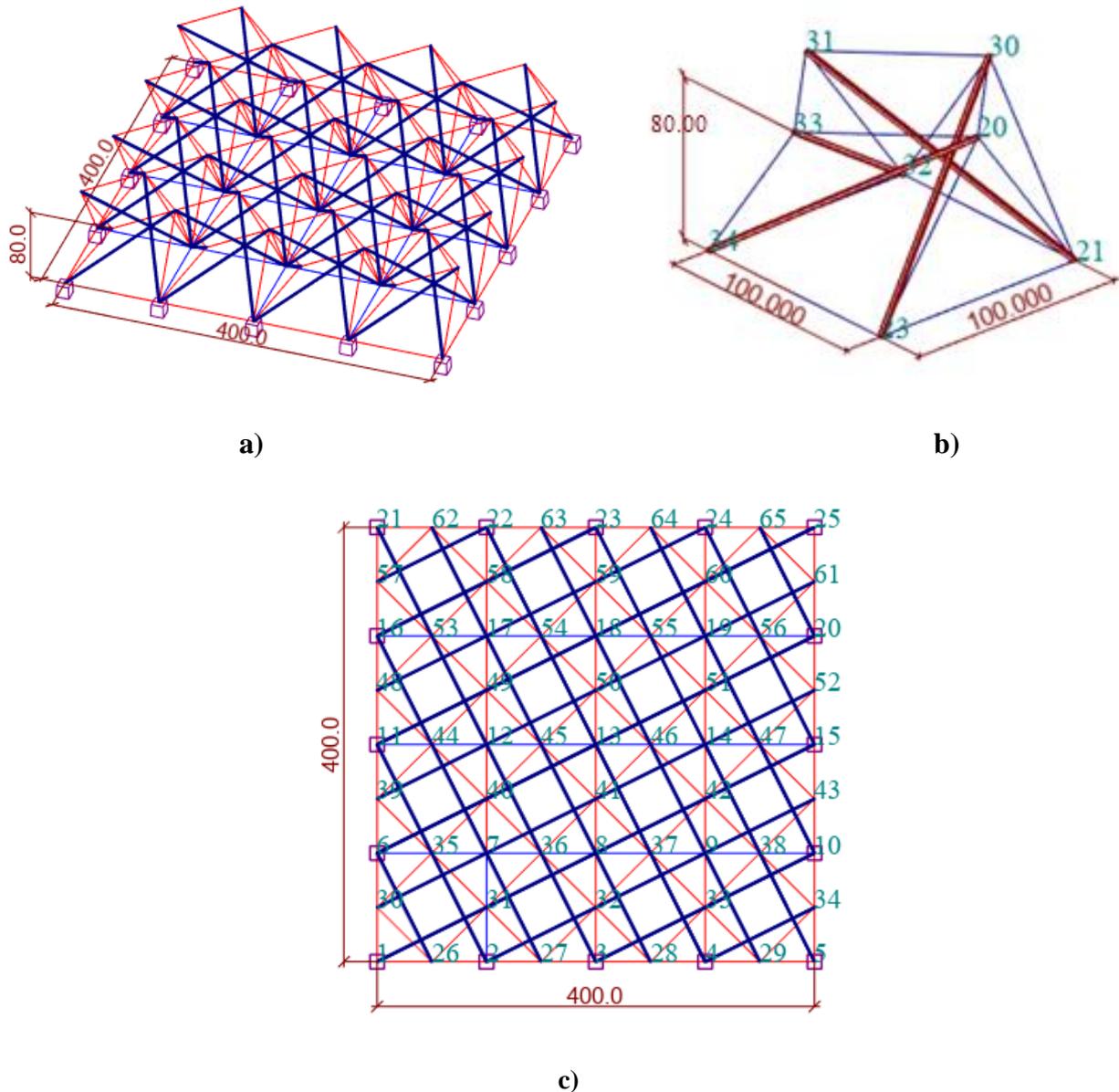
Dans cette section, une étude comparative approfondie sera menée entre deux structures : une structure classique utilisant une grille à double nappe basée sur un demi cuboctaèdre, et une structure innovante utilisant une grille à double nappe basée sur un anneau de tensegrité en forme d'hexagone, représentant la dernière génération de systèmes de tensegrité. Ces structures présentent de multiples avantages dans différents domaines d'application, au-delà de leurs qualités architecturales et esthétiques. Parmi ces avantages, se trouvent une performance mécanique exceptionnelle, une légèreté remarquable et une grande pliabilité.

### 3.7. Construction des grilles à double nappe

Dans cette section, la description de deux types de grilles à double nappe utilisées dans la construction de toitures. Le premier est basé sur un système de tensegrité classique à base d'un module (Quadruplex), tandis que le second est basé sur un anneau de tensegrité (Hexagone).

#### 3.7.1. Grille de tensegrité classique

La Fig. 3.20 présente une grille de tensegrité plane carrée (4x4) reconstituée à partir de 16 modules de demi-cuboctaèdre (4 x 4 x 0,8 m). Cette structure est composée de 65 nœuds, 64 barres et 168 câbles. Les conditions aux limites sont représentées sur les figures 3.20.a et 3.20.b. Les caractéristiques mécaniques des éléments de cette grille sont données dans le tableau 3.4.



**Fig. 3.20.** Grille de tensegrité disposée régulièrement composée de 64 entretoises et de 168 câbles.

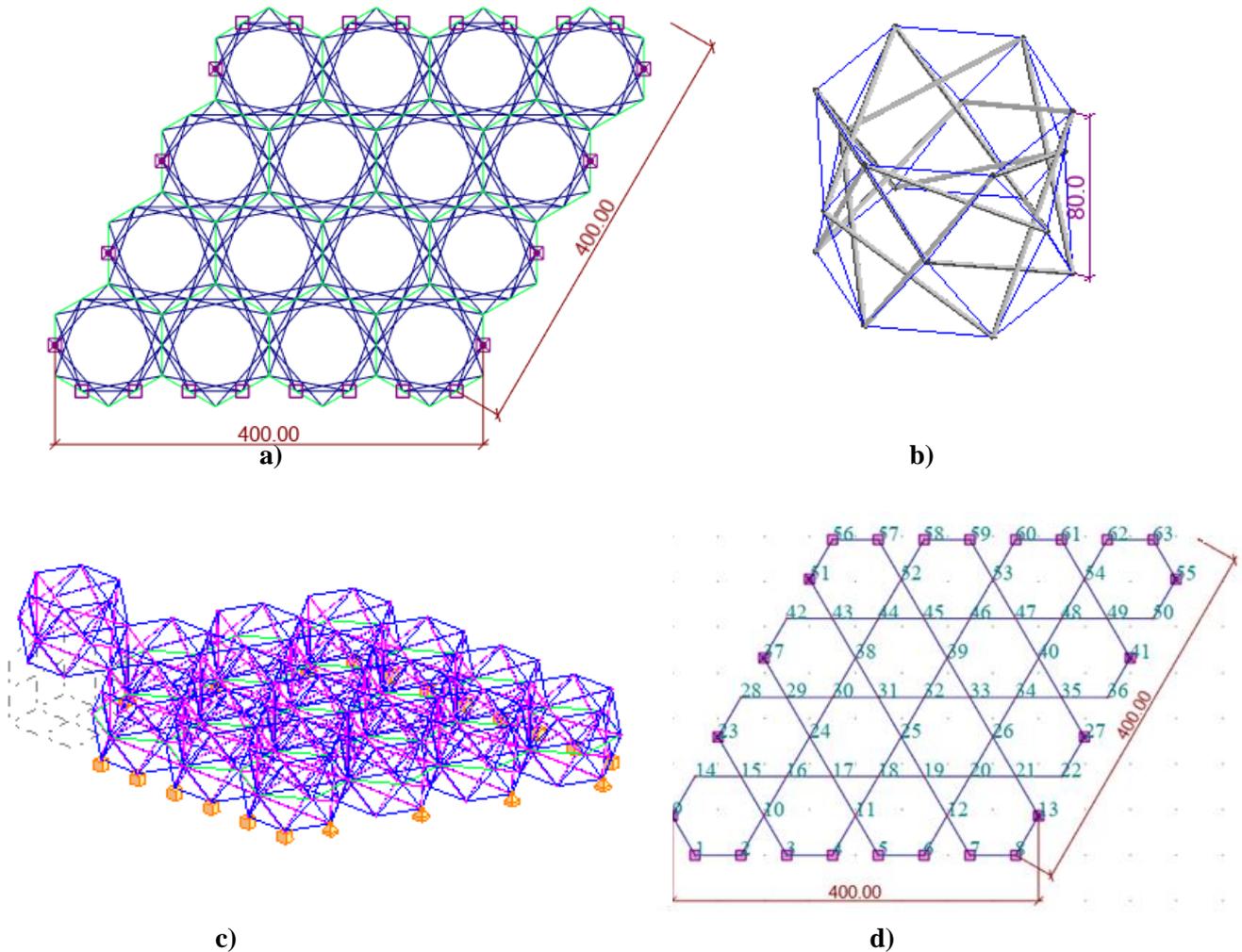
a) Vue en perspective. b) Le module quadruplex .c) Vue en plan

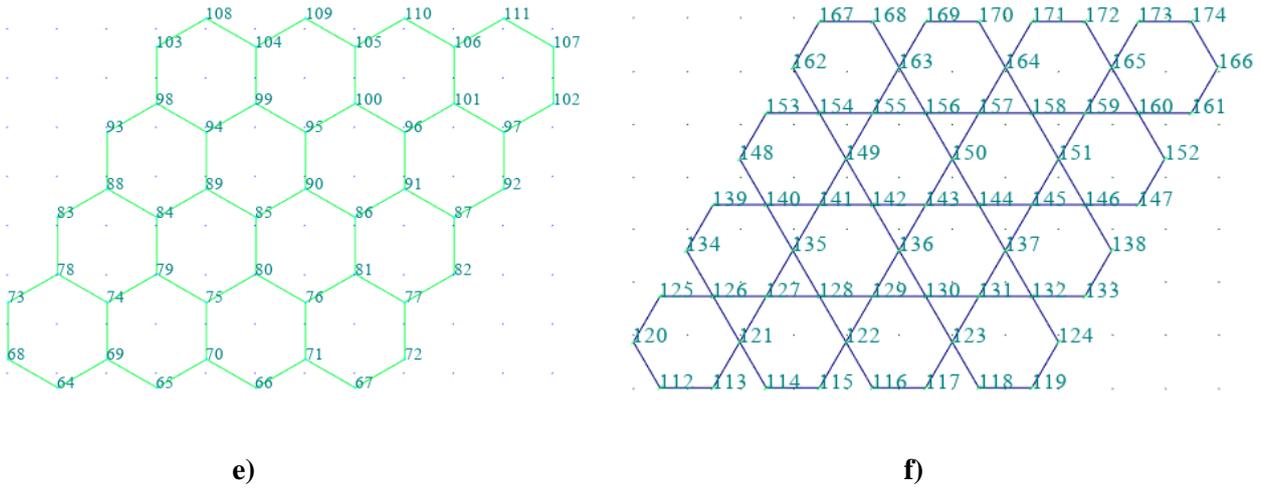
### 3.7.2. Grille à double nappe à base d'anneau d'hexagone de tensegrité

L'anneau en tensegrité basé sur un hexagone, illustré dans les figures 3.21.a et 3.21.b, est choisi comme module de base de référence pour la grille. Il est composé de 18 nœuds (six nœuds de la couche inférieure, six nœuds de la couche intermédiaire et six nœuds de la couche supérieure) et de 54 éléments : 36 câbles et 18 barres. Il comprend quatre types d'éléments de câble : des câbles de nappe, des câbles non coplanaires, des câbles coplanaires, ainsi que deux types de barres : des barres intermédiaires et des barres latérales. La conception d'une grille à double nappe avec une base

Hexagonale est présentée dans la figure **3.21.c-f**, reconstituée à partir de 16 modules hexagonaux ( $4 \times 4 \times 0,8$  m). Cette structure comprend 816 membres (528 câbles et 288 barres) et 174 nœuds.

Les conditions aux limites sont comprises sur les nœuds périphériques de la nappe inférieure (Figure **3.22**). Les nœuds 1 à 8 et 56 à 63 sont bloqués dans les trois directions, tandis que les autres le sont uniquement dans la direction Z (9, 13, 23, 27, 37, 41, 51, 55).





**Fig. 3.21.** Modèle de grille basé sur un anneau de tensegrité hexagonal composé de 288 barres et 528 câbles. a) Vue en plan. b) Vue en perspective c) Vue 3D de la grille double couche basée sur un anneau de tensegrité. d) agencement des nœuds de la couche inférieure  $Z = 0$  m ; e) disposition des nœuds de la couche intermédiaire  $Z= 40$  cm. f) disposition des nœuds de la couche supérieure  $Z= 80$  cm.

### 3.7.3. Caractéristiques mécaniques des éléments

Les propriétés géométriques et matérielles de ces structures sont résumées dans le tableau 3.7 et le tableau 3.8.

Groupe	Type de composant	E (daN/cm <sup>2</sup> )	A (cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (daN/cm <sup>2</sup> )	Contrainte limite de rupture $\sigma_r$ (daN/cm <sup>2</sup> )	Contrainte critique de flambement (daN/cm <sup>2</sup> )
1	Barres	2000000	3.25	2350	3600	1116.9
2	Câble	400000	0.28	4800	7500	-
3	Câble commun	400000	0.56	4800	7500	-

**Tableau 3.7.** Caractéristiques géométriques et mécaniques des éléments de câbles et barres.

Le tableau 3.8 présente le niveau de pré-tension dans les éléments de câbles des deux types de grilles. L'harmonisation des niveaux de précontrainte est essentielle car elle assure des conditions comparables d'évaluation des performances statiques des grilles. Un niveau de pré-tension initial

approprié est crucial car il influence la réponse statique, y compris la résistance à la charge et les déformations structurelles.

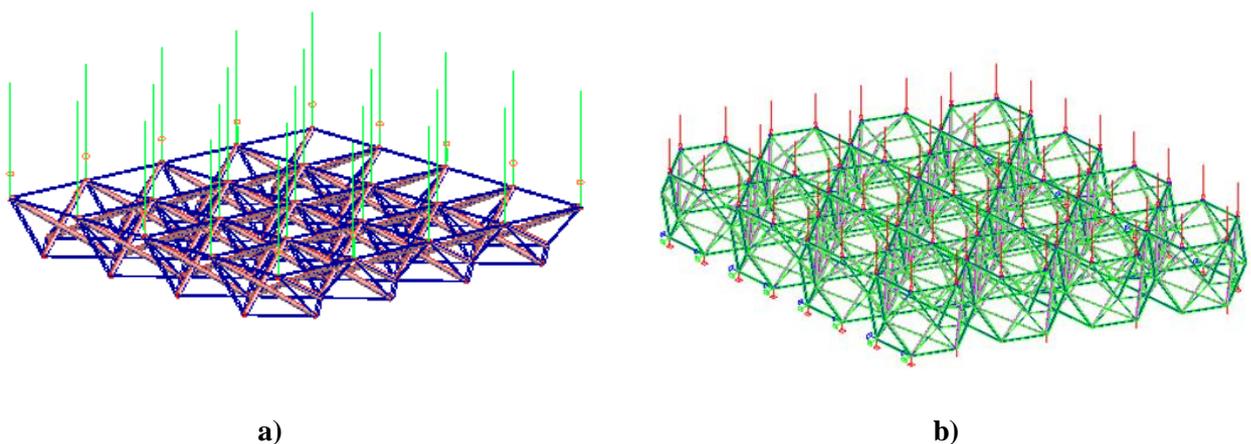
Type d'element	S1(daN)	S2(daN)
Les cables de nappe inférieure	-202.50	-202.50
Cable de nappe sup	-200.46	-202.5
Les cables coplanaires et non coplanaires	-668,63	-681,95

**Tableau 3.8.** Pré-tension initiale (daN) Utilisée pour les éléments de deux grilles.

### 3.8. Résultats et discussion

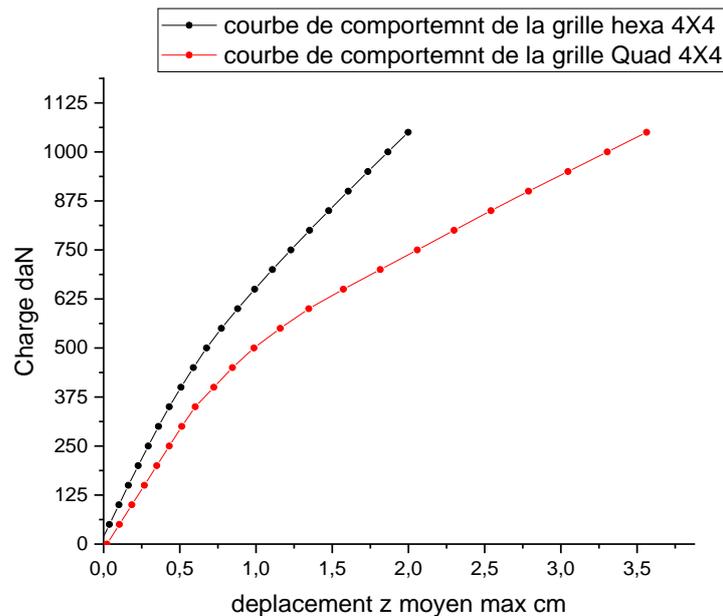
La réponse structurelle des grilles a été évaluée dans différentes conditions de chargement. Il a été constaté que la grille classique et la grille annulaire présentaient une stabilité globale et maintenaient leur intégrité structurelle. Cependant, certaines différences ont été observées en termes de répartition des charges et de concentration des contraintes.

La charge a été appliquée spécifiquement aux nœuds de la nappe supérieure, comme illustré sur les figures 3.22.a et 3.22.b.



**Fig.3.22.** Charge appliquée sur les deux types de grilles. a) la grille classique. b) la grille a anneau

La figure 3.23 illustre les courbes de comportement, montrant la relation entre la charge appliquée croissante et les déplacements verticaux moyens des nœuds centraux pour les deux types de grilles de tensegrité.



**Fig.3.23.** Comparaison des comportements des deux grilles sous l'effet de flexion.

En analysant les résultats de cette étude comparative entre les deux grilles sous charge statique, basée sur la technique de pilotage en charge imposée (chargement incrémental), plusieurs observations significatives ont émergé. Tout d'abord, il est important de souligner que la grille à anneaux de tensegrité supporte une charge plus élevée que la grille classique du point de vue de la capacité portante.

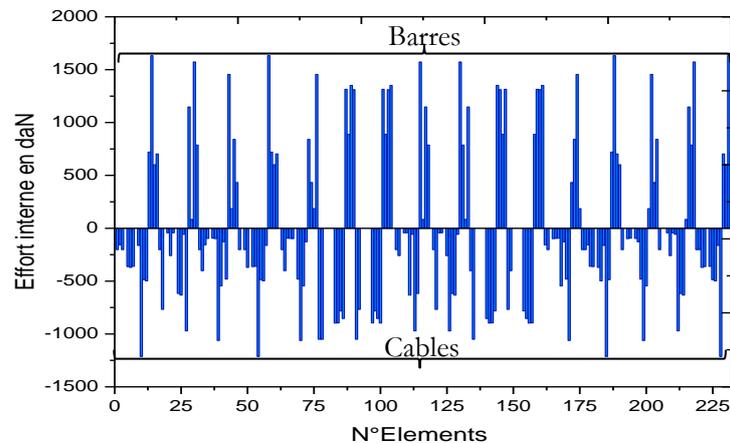
L'analyse des courbes de comportement montre clairement que la grille à anneaux de tensegrité est plus rigide que la grille classique sur l'ensemble du domaine de chargement, de 0 à 1050 daN. A une charge maximale de 1050 daN, la grille classique présente un déplacement nodal maximal de 3,56 cm, tandis que la grille à anneaux de tensegrité affiche un déplacement bien inférieur, de 1,99 cm.

Cela représente une réduction de déplacement de 43,9 % pour la grille à anneaux par rapport à la grille classique, démontrant ainsi une rigidité accrue et une meilleure capacité à limiter les déformations sous charge statique.

Cette rigidité supérieure de la grille à anneaux peut être attribuée à sa configuration structurelle, qui répartit mieux les efforts et limite la flexibilité excessive observée dans la grille classique. En conséquence, la grille à anneaux est plus adaptée aux applications nécessitant une faible déformation sous charge.

La figure 3.24 illustre les forces dans les composants de la grille de tensegrité classique sous

une charge de 1050 daN.



**Fig. 3.24.** Efforts dans les éléments de la grille classique.

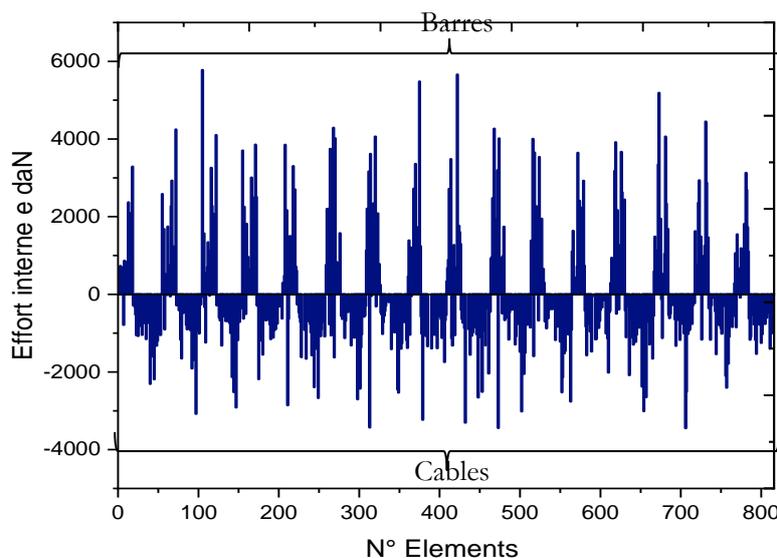
Selon les résultats présentés dans la Figure 3.24, plusieurs valeurs significatives peuvent être observées. Tout d'abord, la tension maximale sur les câbles de la nappe est de -1061.76 daN, située à la cellule C1. Cette valeur négative indique une importante force de traction exercée sur ces câbles dans cette zone spécifique de la grille.

En ce qui concerne les barres, la compression maximale est de 1633.07 daN. Cela suggère que certaines barres sont soumises à des contraintes de compression significatives, ce qui leur permet de supporter de lourdes charges.

De plus, les câbles de contreventement présentent une tension maximale de -1213.06 daN. Cette valeur indique une force de traction exercée sur ces câbles.

Ces différentes valeurs mettent en évidence les contraintes mécaniques spécifiques auxquelles les éléments constitutifs de la grille sont soumis. La tension maximale sur les câbles de la nappe, la compression maximale sur les barres et la tension maximale sur les câbles de contreventement jouent tous un rôle crucial dans les performances et la capacité de charge de la structure.

Dans la Figure 3.25, une tentative a été faite pour présenter la réponse de la grille de tensegrité en anneau en flexion sous une charge de 1050 daN, en considérant l'évolution des forces internes dans les éléments de câbles et de barres.



**Fig. 3.25** Efforts dans les éléments de la grille a anneau.

Selon la Figure 3.25, on peut observer que la force de compression maximale est atteinte dans les barres de contreventement des cellules (C3, C8, C9), avec une valeur de 5773.69 daN. Cela indique que ces barres sont soumises à une forte pression interne dans cette zone (C8) spécifique de la structure. De plus, la force de compression maximale dans les barres latérales se trouve dans la cellule C3, atteignant une valeur de 5659.54 daN.

En ce qui concerne les câbles, les résultats montrent que la tension maximale est atteinte dans les câbles coplanaires, avec une valeur de -3447.02 daN, dans la cellule centrale C6. Cette tension négative indique que ces câbles sont soumis à une force de traction importante dans cette zone. Les tensions maximales dans les câbles sont principalement localisées dans les cellules C6, C8 et C9. L'analyse des figures 3.24 et 3.25 permet d'évaluer l'effet du relâchement des câbles dans les deux structures étudiées. On observe que, dans la grille à anneaux, 93 câbles sur 528 subissent un relâchement, soit environ 17.6 % des câbles. En revanche, pour la grille classique, 36 câbles sur 168 sont relâchés, représentant 21.4 % des câbles. Ces résultats indiquent que, proportionnellement, la grille classique présente un taux de relâchement des câbles légèrement plus élevé que la grille à anneaux, ce qui peut influencer la stabilité et la redistribution des efforts internes au sein de la structure.

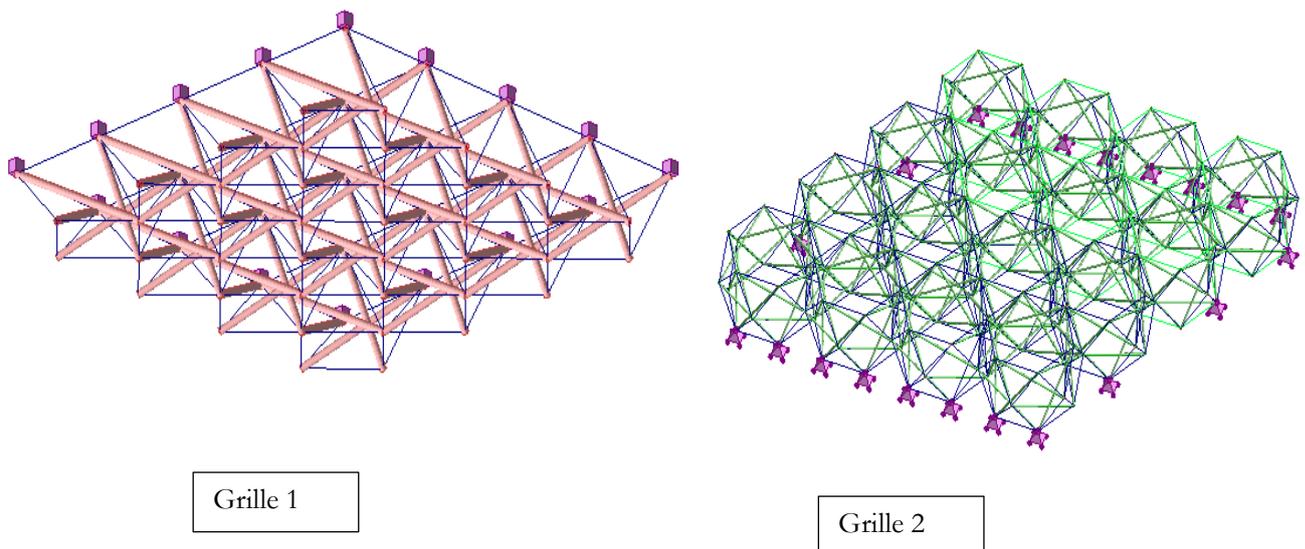
Ces observations mettent en évidence les différentes contraintes de compression et de traction auxquelles sont soumises différentes parties de la structure de la grille.

### 3.9. Optimisation du Poids

#### 3.9.1. Analyse Comparative

Dans cette section, une comparaison structurelle est effectuée entre les deux types de grilles de tensegrité décrites dans la section précédente : l'une constituée d'anneaux de tensegrité et l'autre de conception classique. L'objectif est d'évaluer les différences significatives en termes de poids total entre ces deux structures. Le dimensionnement est réalisé en considérant une charge appliquée de 640 daN, suivant la méthode de contrôle des charges imposées. La méthodologie adoptée comprend les étapes suivantes :

Premièrement, toutes les sections initiales sont choisies pour être identiques avec une valeur arbitrairement fixée. Par la suite, la structure est calculée selon la méthode non linéaire pour déterminer les efforts internes présents dans les éléments. Les éléments sont ensuite redimensionnés grâce à la méthode d'optimisation de section.



**Fig 3.26.** Les deux types des grilles. a). Grille de tensegrité classique .b) grille de tensegrité a anneau .

### 3.9.2. Principe de Dimensionnement

Le principe de cette méthode d'optimisation consiste à dimensionner les éléments d'une structure en catégories :

- Toutes les barres comprimées sont redimensionnées avec la dimension de la barre la plus comprimée :

$$A_{\text{bars}} = \max(A_{e, \text{bars}})$$

- Tous les câbles des bases sont redimensionnés avec la dimension du câble de base le plus tendu :

$$A_{c, \text{bases}} = \max(A_{e, \text{bases}})$$

Tous les câbles non coplanaires sont redimensionnés avec la dimension du câble non coplanaire le plus tendu :

$$A_{c, \text{no cop}} = \max(A_{e, \text{non cop}}).$$

Le problème du dimensionnement optimal pour une structure de tensegrité dans les conditions décrites précédemment peut être formulé comme suit :

$$W = \rho \sum_{j=1}^{n_e} A_i L_i \dots \dots \dots (3.4)$$

Avec  $A_i$  est la section de la barre  $i$ ,  $L_i$  est la longueur de la barre  $i$ ,  $\rho$  est la densité du matériau et  $n_e$  est le nombre de barres et des câbles,  $W$  : le poids des éléments de la structure

Pour notre cas d'étude, nous allons supposer que les éléments constitutifs des systèmes de tensegrité sont réalisés en acier. Nous utiliserons donc les règles de calcul définies dans l'Eurocode 3[88].

$$N_{sd} \leq N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{m0}} A \geq \frac{N_{sd} \gamma_{m0}}{f_y} \dots \dots \dots (3.5)$$

Avec :

$\gamma_{m0}$  : Coefficient partiel de sécurité pour la résistance du matériau = **1,0**

$f_y$  : La limite d'élasticité de l'acier (caractéristique de l'acier utilisé).

$N_{pl,Rd}$  : C'est la résistance plastique de calcul de l'élément à la compression.

$N_{sd}$  : C'est l'effort normal de calcul dans l'élément.

Le premier cas consiste à déterminer la section transversale des éléments du maillage (tensegrité des anneaux) en considérant les efforts internes des éléments dans le NEA sous une charge externe

$$F_{\text{ext}} = 1050 \text{ daN.}$$

Après le redimensionnement de tous les éléments de la grille en anneaux de tensegrité, le poids total de la structure est estimé à 180.5 kg.

Le deuxième cas consiste à déterminer la section des éléments de grille classiques en considérant les efforts internes des éléments (fig. 3.24), sous une charge externe  $F_{ext} = 1050 \text{ daN}$ . Après le redimensionnement des sections de chaque élément de la grille, le poids total de la structure est de 46.50 kg.

Les résultats indiquent clairement une disparité importante en termes de poids entre les deux structures. La grille à anneaux de tensegrité a un poids total de 180.5 kg, tandis que la grille classique plus légère pèse 46.5 kg. La différence de poids est estimée à environ **74.25%** plus élevée pour la grille à anneaux de tensegrité.

Cette différence significative de poids peut être justifiée par plusieurs facteurs inhérents à la conception des structures de tensegrité. En premier lieu, les longues barres, une caractéristique fondamentale de toutes les structures de tensegrité, contribuent de manière substantielle à l'augmentation du poids total. Ces barres, ou entretoises, sont souvent plus massives et plus nombreuses dans les grilles à anneaux de tensegrité, car elles doivent supporter des charges réparties de manière complexe tout en maintenant l'intégrité structurelle par la précontrainte.

Les grilles de tensegrité à anneaux, malgré leur poids plus élevé, offrent une meilleure performance en termes de résistance et de redistribution des efforts internes. Cette configuration permet de mieux gérer les instabilités locales, notamment en limitant la plastification des câbles et le flambement des barres. En revanche, les grilles de tensegrité classiques, avec des entretoises non contiguës, bien que plus légères, présentent une répartition des forces moins optimisée, ce qui peut accroître le risque de concentrations de contraintes et d'instabilités locales. Ainsi, bien que plus lourde, la grille à anneaux se révèle plus efficace pour assurer la stabilité structurelle et la durabilité de l'ensemble.

Pour les projets nécessitant une réduction de poids tout en maintenant une haute capacité de charge et une flexibilité de conception, les structures barres et câbles représentent une alternative intéressante. Ces structures permettent d'optimiser l'utilisation des matériaux, les câbles travaillant principalement en traction pouvant être fabriqués à partir de matériaux à haute résistance comme l'acier ou les fibres de carbone. Cela permet de réduire le poids tout en augmentant la capacité de charge. Comparées aux structures de tensegrité avec de longues barres et entretoises, les structures barres et câbles peuvent être beaucoup plus légères. De plus, elles offrent une grande flexibilité et peuvent être adaptées à des formes architecturales variées et innovantes.

Ainsi, la conception même des structures de tensegrité avec des entretoises contiguës dans les grilles à anneaux, contrairement aux entretoises non contiguës des grilles classiques, est la principale raison de cette différence de poids. Les premières nécessitent une utilisation accrue de matériaux pour maintenir la précontrainte et la stabilité structurale, tandis que les secondes bénéficient d'une disposition qui permet une économie de matière tout en conservant des performances mécaniques élevées.

### 3.10. Conclusion

Le Code De Calcul proposé permet de prédire le comportement géométrique et matériel non linéaire des systèmes de tensegrité, en utilisant une description lagrangienne actualisée. L'inclusion de l'analyse non linéaire matérielle permet d'optimiser le dimensionnement des éléments de la structure, réduisant ainsi les tensions internes. Les résultats obtenus à l'aide du programme développé sont en accord avec ceux du logiciel commercial ABAQUS et des travaux expérimentaux [86].

La recherche a évalué deux configurations de tensegrité : une grille traditionnelle à base de quadruplex et une grille de tensegrité construite à partir d'anneaux hexagonaux, afin d'identifier laquelle était la plus appropriée pour le scénario spécifique étudié.

Les résultats ont montré que la grille à anneaux présente une performance supérieure à la grille classique basée sur un demi cubo-octaèdre, notamment en termes de capacité portante et de redistribution des efforts internes. Bien que son poids soit plus élevé, cette configuration permet de mieux limiter les instabilités locales, telles que la plastification des câbles et le flambement des barres, garantissant ainsi une meilleure stabilité structurelle. Par conséquent, la grille à anneaux se révèle être une option plus efficace pour des applications nécessitant une résistance accrue et une répartition optimisée des charges.

Cela souligne l'importance de prendre en compte les exigences architecturales spécifiques et les résultats souhaités lors du choix de la configuration de tensegrité la plus appropriée pour un projet donné. En utilisant le Code proposé, les concepteurs et les ingénieurs peuvent prédire le comportement des systèmes de tensegrité et optimiser leur conception pour obtenir des performances optimales.

## *Chapitre04 :*

# EFFET DE FLAMBEMENT DES BARRES SUR LE COMPORTEMENT NON LINEAIRE DES GRILLES DE TENSEGRITE

---

## 4.1 Introduction

L'objectif fondamental de cette recherche est de pousser l'analyse du comportement mécanique non linéaire des grilles de tensegrité à double-nappe, en mettant particulièrement en lumière l'impact critique de la défaillance des barres par flambement sur l'accentuation de ce comportement.

Cette étude s'inscrit dans le cadre plus large de l'étude des structures basées sur des modules de tensegrité, caractérisées par leurs propriétés singulières de légèreté, de flexibilité et de résilience.

Dans le précédent chapitre, le comportement mécanique non linéaire des grilles de tensegrité à double-nappe a été minutieusement examiné, en insistant sur les effets du relâchement et de la plastification des câbles. Ces instabilités locales sont susceptibles de provoquer des déformations non linéaires significatives dans les grilles de tensegrité. Dans cette phase avancée de l'étude, une attention particulière est portée sur l'analyse de l'influence du flambement des barres sur l'amplification du comportement non linéaire des grilles de tensegrité à double-nappe.

En effet le flambement des barres revêt une importance capitale, car il peut induire des déformations significatives et des défaillances structurelles dans les grilles de tensegrité. En saisissant pleinement comment le flambement des barres peut influencer le comportement global de la structure, nous aspirons à enrichir notre compréhension de la performance et de la fiabilité de ces grilles.

En résumé, ce chapitre s'attèle à élargir notre compréhension du comportement mécanique non linéaire des grilles de tensegrité à double-nappe, en scrutant l'impact de la défaillance des barres par flambement, conjointement avec le relâchement et la plastification des câbles. Nous mettons un accent particulier sur l'influence du flambement et du post-flambement des barres sur le comportement global de la structure. Les connaissances que nous acquerrons à travers cette étude seront essentielles pour mieux appréhender les interactions complexes entre les divers modes de déformation et de défaillance dans les grilles de tensegrité, contribuant ainsi à améliorer la conception

et la performance de ces structures dans divers domaines d'application.

## **4.2 Exemples réels d'effets du Flambement sur le comportement des Structures**

### **Spatiales**

L'impact spécifique du flambement des barres dans les structures spatiales sera mis en évidence par des exemples concrets de cas où l'effet de flambement des barres a joué un rôle crucial dans le comportement des grilles à double nappe de tensegrité. Ces exemples seront sélectionnés pour illustrer divers aspects et défis rencontrés dans la conception et la réalisation de telles structures.

#### **4.2.1 Exemple 1 : Flambement des Barres dans un Marché Commercial à Adana,**

#### **Turquie [93].**

Le marché commercial à Adana, Turquie, doté d'un toit en treillis spatial soutenu par des colonnes caisson en acier. Malgré l'absence de surcharges externes, certaines barres du treillis se sont déformées en flambement, ce qui a soulevé des préoccupations quant à la stabilité de la structure. Les études géotechniques ont révélé une augmentation de l'affaissement de consolidation du sol de fondation, suggérant que des affaissements différentiels des supports pourraient être responsables du flambement des barres. Une enquête photogrammétrique et des observations sur site ont été menées pour évaluer les positions des supports de toit et examiner la répartition des barres fléchies.

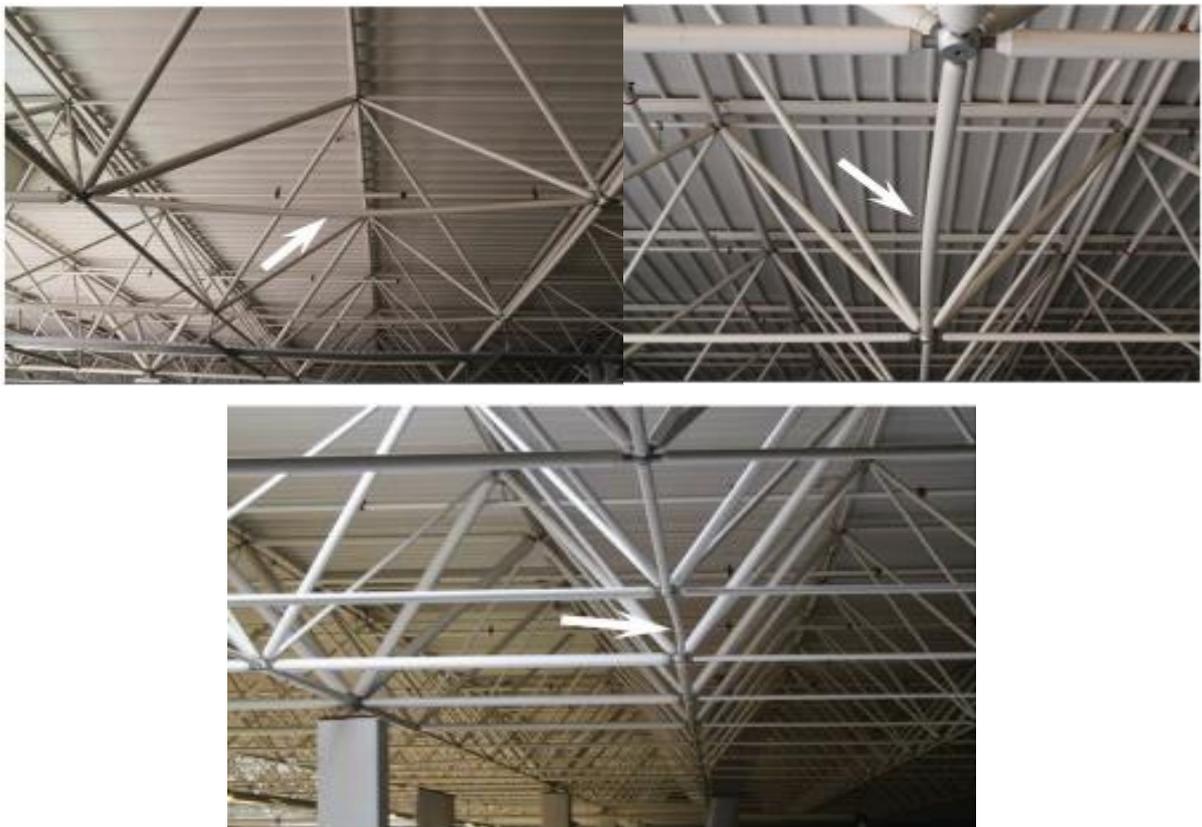
Un modèle analytique 3D a été développé pour comprendre si les défaillances par flambement étaient dues aux affaissements différentiels du sol sous les fondations. Les résultats ont confirmé que les barres avaient fléchi en raison des effets des affaissements différentiels induits par l'augmentation de l'affaissement de consolidation du sol environnant [93].

Cet exemple souligne l'importance de tenir compte des conditions géotechniques lors de la conception et de la construction de structures, afin de prévenir les défaillances potentielles dues aux phénomènes de flambement des barres [93].



**Fig 4.1** Vue typique du système structurel.[93].

La figure 4.2 présente la déformation typique en flexion des barres du treillis fléchies. Aucune indication de dommage sur les boulons, les sphères et les manchons n'a été observée. Les soudures reliant les parties coniques aux extrémités des éléments tubulaires n'ont pas non plus subi de dommages.



**Fig. 4.2** Photographies montrant des barres de la grille de la toiture d'Adana en flambement [93].



**Fig.4.3** Nœud Mero typique indiquant l'absence de défaillance des boulons, des manchons et des sphères. (Adana)[93].

#### **4.2.2 Exemple 2 : Effondrement de la Toiture d'un Stade à Sultan Mizan Zain al Abidin, Malaisie [94].**

L'effondrement de la toiture de la tribune Est du stade Sultan Mizan Zainal Abidin en Malaisie le 2 juin 2009, tout comme un autre cas tragique d'effondrement survenu antérieurement, illustre clairement les dangers associés au flambement des barres dans les structures à double nappe. En effet, ces incidents mettent en lumière les conséquences dévastatrices résultant d'une conception déficiente et d'une analyse insuffisante des conditions de support.

Dans ce contexte, l'effondrement survenu seulement un an après l'achèvement du projet révèle des failles significatives dans la conception, telles que l'absence d'une analyse approfondie prenant en compte les charges de support et l'utilisation de matériaux inadaptés. Les enquêtes subséquentes ont mis en évidence une négligence flagrante des conditions de support et un manque de rigueur dans l'analyse des structures, conduisant à une surcharge des éléments et à des défaillances des membres de la grille par flambage [94].

Pour remédier à ces lacunes, il est impératif d'instaurer de nouveaux standards de conception et de construction, mettant un accent particulier sur l'étude approfondie du comportement de flambement des barres. Une approche proactive visant à prévenir de futurs désastres similaires doit être adoptée, garantissant ainsi la sécurité des structures et des occupants.

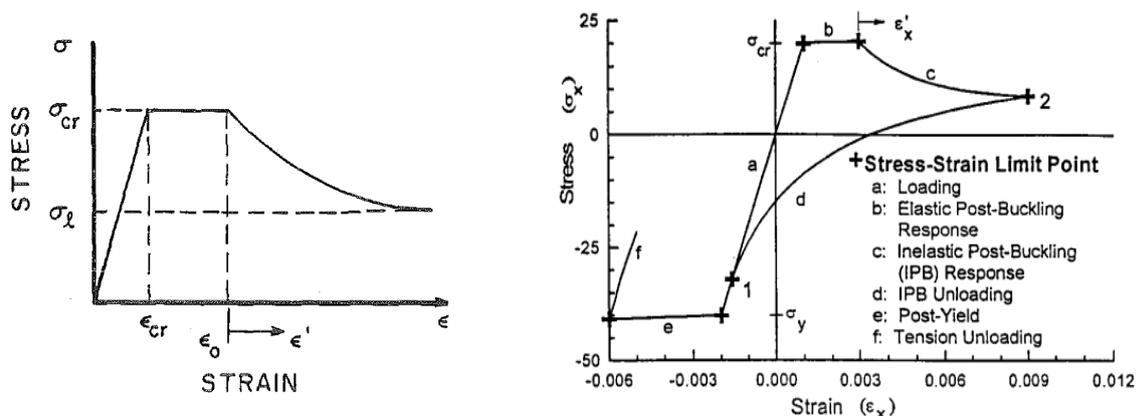


**Fig 4.4** Effondrement du toit du stade Sultan Mizan Zainal Abidin [94].

### 4.3 Comportement des barres

L'étude du post-flambement, comme son nom l'indique, décrit le comportement d'une structure après un certain niveau de chargement appelé chargement critique de flambement. Le flambement, ou flambage, concerne toutes les structures dites "élancées", qui présentent au moins une dimension très petite devant les autres.

Les courbes de post-flambement développées dans les études expérimentales de Mueller et Wagner (1984) montrent que tous les éléments chargés axialement présentent le même mode de comportement de post-flambement. L'influence dominante sur le comportement après flambage est le rapport d'élancement ( $L/r$ ), comme le montre la Fig. 4.5.



**Fig.4.5** Courbe de contrainte-déformation supposée pour un comportement post flambement élastique et inélastique [89-90].

### 4.3.1 Modes de réponse d'un élément en compression (types de flambement)

Selon la figure 4.5, les formulations utilisées pour modéliser le comportement des barres en post-flambement peuvent être réparties en trois catégories distinctes :

- **Analyse élastique (Non Linéarité Géométrique) :**

L'analyse élastique fait référence à une analyse géométriquement non linéaire classique qui utilise une relation linéaire entre contrainte et déformation. Elle considère que les déformations subies par les membres se récupèrent entièrement lors d'un renversement de contrainte. En d'autres termes, lors du déchargement, le chemin d'origine est simplement retracé. La courbe contrainte-déformation en tension et compression est représentée dans la figure 4.5.

- **Analyse Élastique Post-Flambage (Elastic Post- Buckling Analysis EPB) :**

L'analyse élastique post-flambage se caractérise par une récupération élastique complète des déformations dans le membre lors du renversement de contrainte. Cela signifie que lors de la décharge, le chemin d'origine est retracé sans déformation résiduelle. La courbe contrainte-déformation en compression est représentée dans la figure 4.5.

- **Analyse Inélastique Post-Flambage ((Inelastic Post- Buckling Analysis IPB) :**

L'analyse inélastique post-flambement (IEPB) consiste à étudier le comportement d'une structure en acier pratique lorsqu'un renversement de contrainte se produit. Dans de telles situations, il peut y avoir des déformations résiduelles dans la structure qui ne sont pas entièrement récupérées figure 4.5.

### 4.3.2 Modélisation du comportement des barres

Dans cette étude, les hypothèses adoptées sont les mêmes que celles formulées par Hill et al [89]. L'objectif est de mieux comprendre comment la structure réagit après un renversement de contrainte, en prenant en compte les déformations irréversibles, ce qui est essentiel pour l'analyse des structures en acier dans des conditions pratiques.

Pour modéliser le comportement de l'élément en compression dans l'analyse non linéaire, la réponse charge axiale - déplacement axial de l'élément en compression est utilisée. Une analyse statique non linéaire (élastoplastique, grands déplacements) est effectuée pour trouver la réponse de la charge axiale-déplacement des éléments de compression, en d'autres termes, les non-linéarités et la géométrie non linéaire pertinentes sont prises en compte dans l'analyse. Afin de suivre le chemin de l'équilibre et de la transition du point critique à la zone post-critique, la méthode de la longueur d'arc est utilisée. La courbure initiale de l'élément est considérée comme un défaut, et le défaut maximal se situe au milieu de l'élément.

La modélisation du comportement d'élasticité est basée sur le modèle bilinéaire contrainte-déformation.

Pour les éléments compression :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{pour} \quad \varepsilon < \varepsilon_{cr} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

$$\sigma = \sigma_{cr} \quad \text{pour} \quad \varepsilon_{cr} < \varepsilon < \varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

$$\sigma = \sigma_l + (\sigma_l - \sigma_{cr})e^{(-X_1+X_2\sqrt{\varepsilon'})\varepsilon'} \quad \text{pour} \quad \varepsilon > \varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

Où  $\varepsilon_y$  et  $\sigma_y$  sont respectivement la déformation élastique et la limite élastique correspondante.  $X_1$  et  $X_2$  sont les constantes dépendant du rapport d'élanement ( $L / r$ ) des éléments de compression.  $\sigma_l = r \sigma_{cr}$  est la limite inférieure de stress asymptotique figure 4.5.  $\varepsilon' = \varepsilon - \varepsilon_{cr}$ .  $\varepsilon'$  est la déformation axiale mesurée depuis le début de la plage de post-flambement inélastique comme le montre la Fig.4.5.  $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2}$  et  $\varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E}$  sont la contrainte critique de flambement d'Euler et la déformation critique de flambement correspondante, respectivement. Où  $E$  est le module d'élasticité du matériau.  $I$ ,  $A$  et  $L$  sont respectivement le moment d'inertie par rapport à l'axe faible, la section et la longueur de l'élément.

Le module de rigidité d'un élément dans le domaine inélastique post-flambement ( $\varepsilon > \varepsilon_{cr}$ ) est donné par l'expression suivante :

$$\hat{E} = -(\sigma_{cr} - \sigma_l) e^{(X_1+X_2\sqrt{\varepsilon'})\varepsilon'} \left[ X_1 + \frac{3}{2} X_2 \sqrt{\varepsilon'} \right]$$

**4.4 Validation Du Modèle De Calcul**

**4.4.1 Validation du comportement d'un élément en compression**

Cette section présente une validation du comportement d'un élément spécifique à travers une comparaison entre les résultats obtenus à partir d'un modèle numérique développé et les données expérimentales. Les données expérimentales ont été extraites d'un diagramme affichant la courbe de comportement d'une barre soumise à un essai de compression réalisé par Shekastehband et al [86]. L'objectif principal de cette validation est de vérifier la précision du modèle numérique développé en comparant ses résultats avec les données expérimentales obtenues par Shekastehband. Les tests expérimentaux ont été réalisés sur des échantillons de tubes de dimensions spécifiques (35x2mm et 30x1.5mm) afin d'étudier le comportement de pré-flambement et post-flambement des entretoises d'un modèle de tensegrité.

Figure 4.6. Une approche rigoureuse et méthodique a été adoptée par Shekastehband et son équipe pour obtenir des résultats expérimentaux fiables. Les caractéristiques mécaniques de la barre sont illustrées dans le tableau 4.1.

Tube (mm)	Module d'élasticité(N/mm <sup>2</sup> )	Longueur (mm)	Rapport d'élanement(L/r)	Limite d'élasticité(N/mm <sup>2</sup> )
35x2	2090000	1319	100	345

**Tableau 4.1.** Les caractéristiques mécaniques de la barre.



**Fig 4.6** Essai de flambement sur une barre [86].

Dans la figure 4.7, nous avons comparé les courbes issues de notre programme avec celles de l'essai de Shekastehband [86].

Le test de compression effectué sur une barre, tel que présenté dans la figure 4.6, a révélé les caractéristiques suivantes : les paramètres de régression non linéaire est  $\mathbf{X}_1 = 5.729$  et  $\mathbf{X}_2 = 1.795$ . La contrainte critique d'Euler est de  $\sigma_{cr} = 2020.20 \text{ daN/cm}^2$ , tandis que la contrainte asymptotique atteint  $\sigma_1 = 527 \text{ daN/cm}^2$ . Le coefficient  $r = 0.25$ . Le premier nœud est fixé dans les trois directions, tandis que le deuxième nœud est libre uniquement dans la direction Z, comme illustré dans la figure 4.10. En augmentant progressivement la charge, l'allongement observé correspond aux courbes de la figure 4.12., montrant un accord satisfaisant avec les prédictions expérimentales.

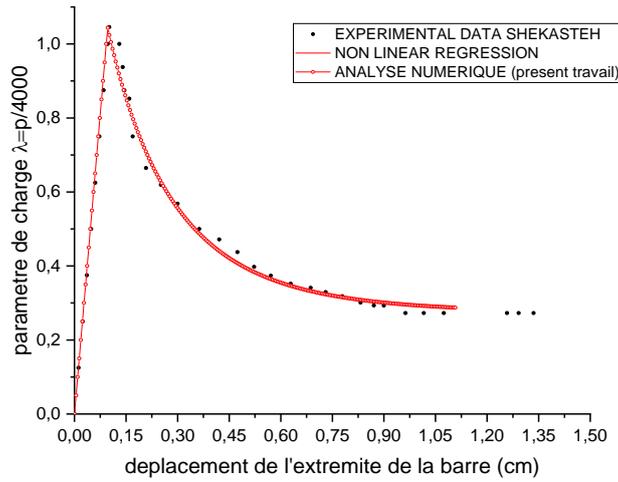


Fig. 4.7. Comportement en compression d'un élément barre.

4.4.2 Validation aux travaux de Hill et al [89-90]

Le deuxième test est axé sur la validation de la technique de pilotage en longueur d'arc imposée en utilisant notre modélisation d'une structure en treillis bien connue appelée "star dome". Cette modélisation permet d'appliquer la technique de pilotage et d'évaluer son efficacité sur cette structure spécifique. La géométrie de la structure ainsi que le mode de chargement sont représentées dans la figure 4.8.

La structure en treillis "star dome" est caractérisée par une configuration particulière de poutres interconnectées formant un motif en étoile. Cette conception confère à la structure une grande rigidité et une résistance élevée. La figure 4.8 illustre la géométrie détaillée de cette structure.

Dans le cadre de ce deuxième test, un aspect particulier est étudié présentant l'influence du flambement des éléments du treillis sur le comportement global de la structure. La figure 4.15 met en évidence cette influence en montrant comment le flambement des éléments peut modifier la réponse globale de la structure.

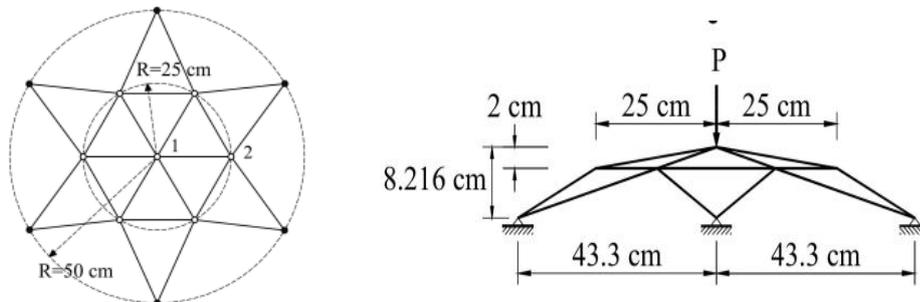


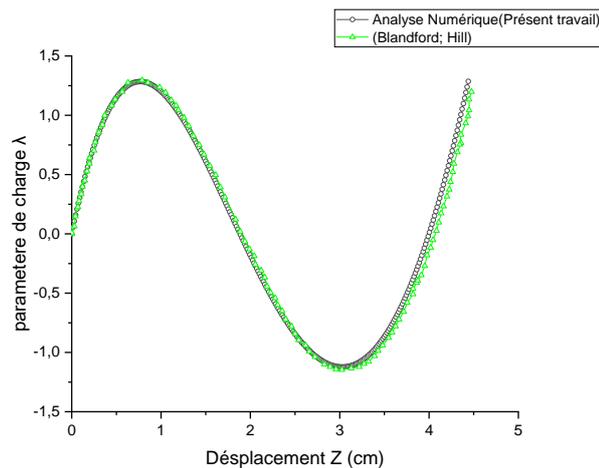
Fig.4.8. Géométrie et chargement de la 'Star Dome Truss'

Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques mécaniques des différents éléments de la star dôme :

Aire de la section transversale (cm <sup>2</sup> )	Moment d'inertie de l'axe faible (cm <sup>4</sup> )	Module d'élasticité (N/cm <sup>2</sup> )	Contrainte de rupture (kg/cm <sup>2</sup> )
0.1	0.00417	$2.034 \times 10^7$	$4 \times 10^4$

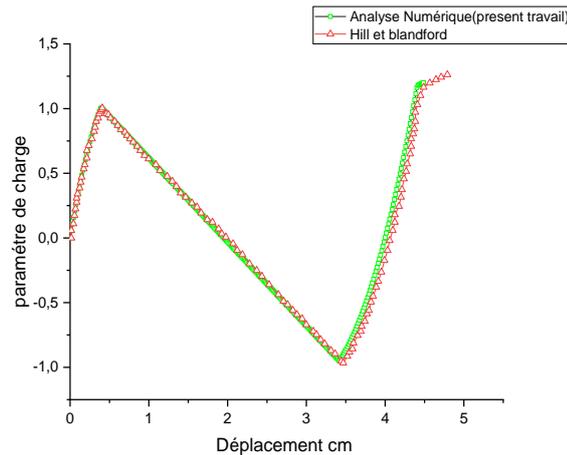
**Tableau 4.2.** Caractéristiques mécaniques des éléments du treillis.

La ferme tridimensionnelle a été analysée en utilisant le modèle numérique développée dans ce travail, et le chemin d'équilibre a été tracé, comme illustré à la Figure 4.9. Cette figure présente la courbe charge-déplacement du nœud 1 obtenue par cette étude, ainsi que les travaux de Hill et Blandford [89] pour l'analyse élastique et élastique post flambement (EPB). Il est observé que les résultats obtenus grâce à la procédure proposée concordent bien avec ceux obtenus par Hill et Blandford et notre programme.



**Fig 4.9.** Courbes charge-déplacement de la Star dome .

La courbe de la Figure 4.9 illustre le comportement de la star dôme lors d'une analyse non linéaire élastique (non linéarité géométrique), au cours de laquelle le flambement des barres n'a pas été pris en compte. Il est important de noter que les résultats obtenus montrent un excellent accord avec les travaux antérieurs de Hill et Blandford [89]. Cette concordance souligne la précision de l'approche utilisée dans cette analyse et confirme l'absence d'erreurs significatives dans la méthodologie employée.



**Fig.4.10.** Courbes charge-déplacement de la Star dôme EPB.

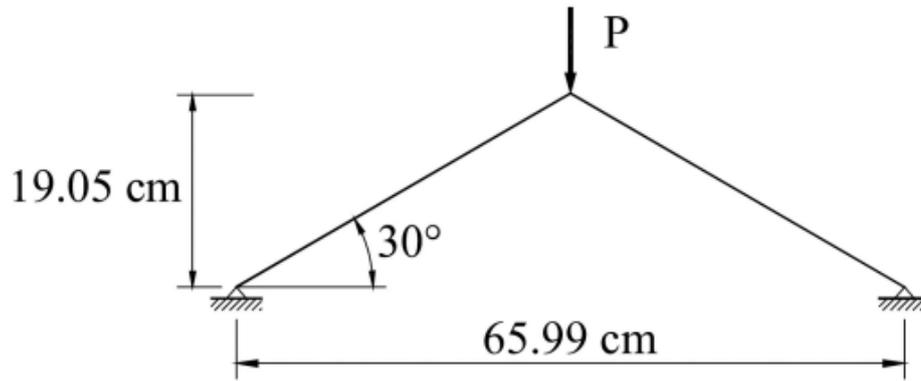
La courbe de la Figure 4.10 décrit le comportement de la star dôme lors d'une analyse élastique post-flambement, prenant en compte le flambement des barres. Les résultats obtenus montrent un accord parfait générale avec les travaux antérieurs de Hill et Blandford [89].

Ces résultats soulignent l'importance de tenir compte du flambement des barres dans l'analyse des structures similaires à la star dôme. Cela permet de mieux capturer les réponses non linéaires et inélastiques des éléments constitutifs, contribuant ainsi à des modèles plus précis et à une conception plus robuste. Cependant, il est essentiel de continuer à examiner les sources d'erreur et d'imperfection pour améliorer la précision des analyses et des prévisions dans ce domaine.

Une Troisième validation pour voir l'effet de flambement sur une structure analysé par Hill et al appelé "**Toggle Truss**". Les resultats sont comparés entre les resultatts extrait des fichier datta de Hill et les resultats simulé par notre programme.

La structure de toggle Truss sur la figure 4.11 a été étudiée par de nombreux chercheurs. La ferme est composée de deux éléments identiques d'une superficie de  $96,77 \text{ cm}^2$  et d'un moment d'inertie de  $745,18 \text{ cm}^4$ . Le module élastique et la limite d'élasticité du matériau sont respectivement de  $E = 7.03 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $\sigma_y = 4 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$ . La structure de ferme a été précédemment analysée par Papadrakakis [91], qui a employé la méthode de relaxation dynamique en tenant compte de diverses relations contrainte-déformation. De leur côté, Hill et al. [89] ont utilisé la méthode de la longueur d'arc pour mener leur analyse.

La figure ci-dessous représente la géométrie et les dimensions de la structure et le mode de chargement



**Fig 4.11.** Géométrie et chargement de la **Toggle Truss**.

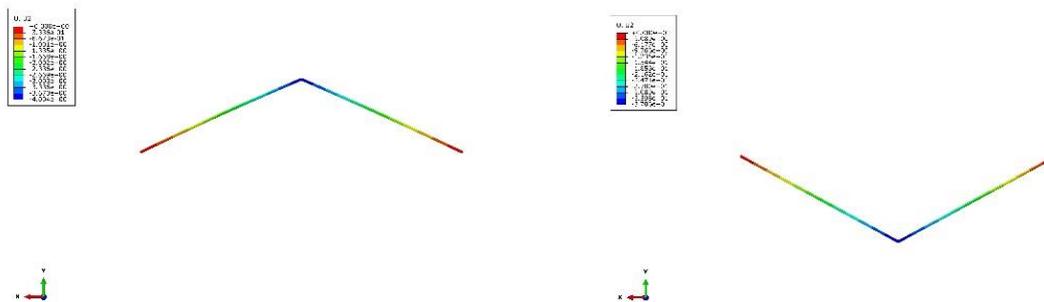
Avant de procéder à la simulation du comportement élastique post-flambement, nous débutons par une analyse comparative du comportement élastique non linéaire, en excluant la considération du flambement des barres. La Figure 4.13 illustre le mode de déformation élastique de la structure, sans prendre en compte le flambement des barres.

#### 4.4.2.1 Comportement de Toggle Truss pour l'analyse non linéaire élastique (NEA)

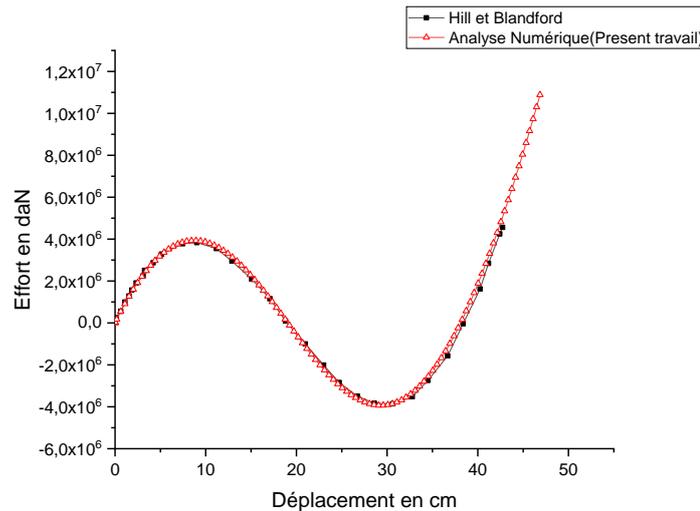
La figure ci-dessous illustre de manière graphique le comportement de la structure lorsqu'elle est soumise à une analyse non linéaire élastique.

Dans cette section, nous explorons le phénomène fascinant du "snap-through", mis en évidence par des structures comme la ferme en étoile Star Dome et le Toggle Truss, comme le montrent respectivement les Figures 4.12.

Le snap-through buckling est un mode d'instabilité où un système élastique, soumis à une charge spécifique, passe brusquement d'un état d'équilibre à un autre état d'équilibre différent. Cette transition instantanée est cruciale pour comprendre le comportement global de ces structures et ses implications dans diverses applications.



**Fig 4.12.** Mode de déformation pour l'analyse NEA



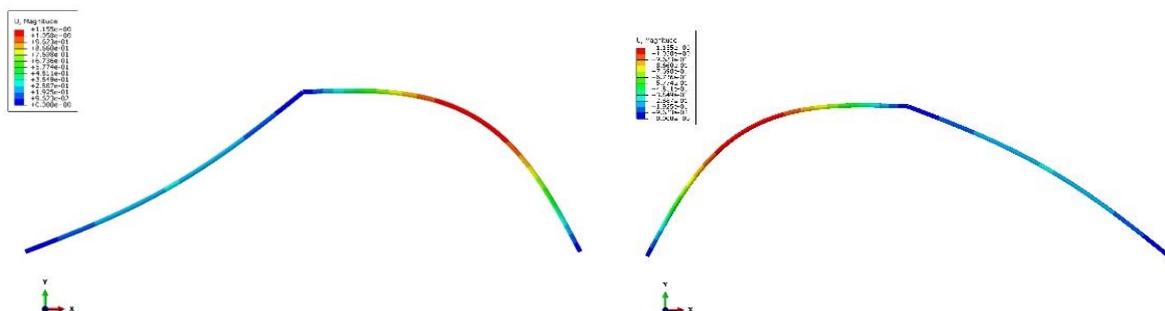
**Fig.4.13.** Courbe charge-déplacement pour **Toggle Truss**.

D'après la figure 4.13 Les résultats démontrent une concordance remarquable entre les deux courbes : celles obtenues à partir de notre programme, et les données extraites du fichier de Hill et Blandford pour l'analyse NEA.

#### 4.4.2.2 Comportement de Toggle Truss pour l'analyse élastique post flambement (EPB)

Dans cette section, nous procéderons à une validation pour une analyse non linéaire élastique post-flambement, en comparant les résultats obtenus à partir de notre programme avec ceux des travaux antérieurs de Hill, ainsi qu'avec les résultats de notre propre programme. Préalablement à cette comparaison, une étude approfondie sur les modes de flambement a été menée à bien en utilisant Abaqus, comme en témoignent les figures ci-dessous.

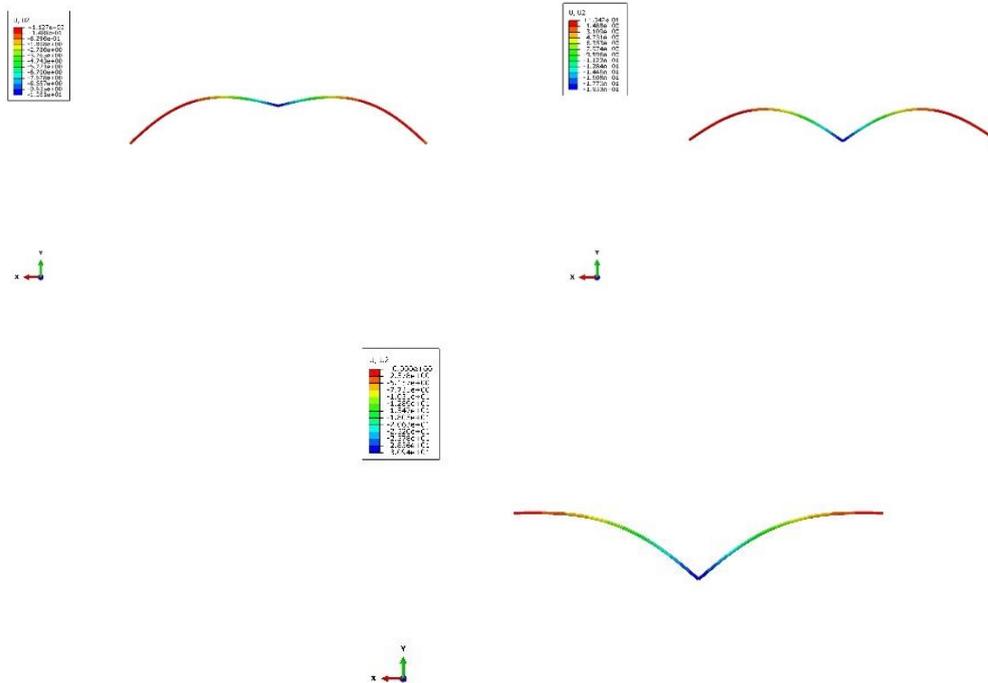
Les deux figures ci-dessous présentent les deux modes de flambement observés pour la structure en treillis Toggle, extraits d'Abaqus.



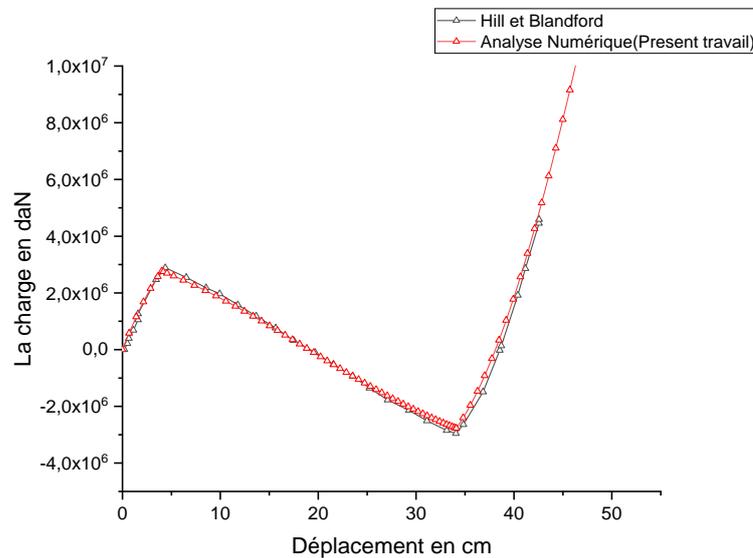
**Fig.4.14.** Modes de flambement attendus typiques Toggle truss (a) premier mode de flambement (b) deuxième mode de flambement (c).

Dans les captures réalisées à partir du logiciel Abaqus, nous pouvons observer la déformation de la structure à différentes étapes de l'analyse. Ces figures permettent une visualisation claire et détaillée de la manière dont la structure du treillis Toggle réagit sous différentes charges. En

examinant attentivement ces captures, nous pouvons appréhender comment les contraintes se redistribuent à travers les éléments de la structure, comment les déformations se propagent, et finalement, comment la structure répond aux sollicitations extérieures, offrant ainsi un aperçu précieux du comportement mécanique de la conception étudiée.



**Fig 4.15.** Mode de deformation pour l’analyse EPB



**Fig.4.16.** Courbe de comportement de la structure **Toggle Truss (EPB)**

Le comportement de la structure du treillis Toggle dans une analyse élastique post-flambement est notablement observé à travers la fusion des deux courbes. Cela témoigne de l'efficacité de notre programme dans le traitement de cette analyse, soulignant ainsi sa robustesse et sa capacité à capturer

avec précision les phénomènes de flambement et les comportements élastiques subséquents.

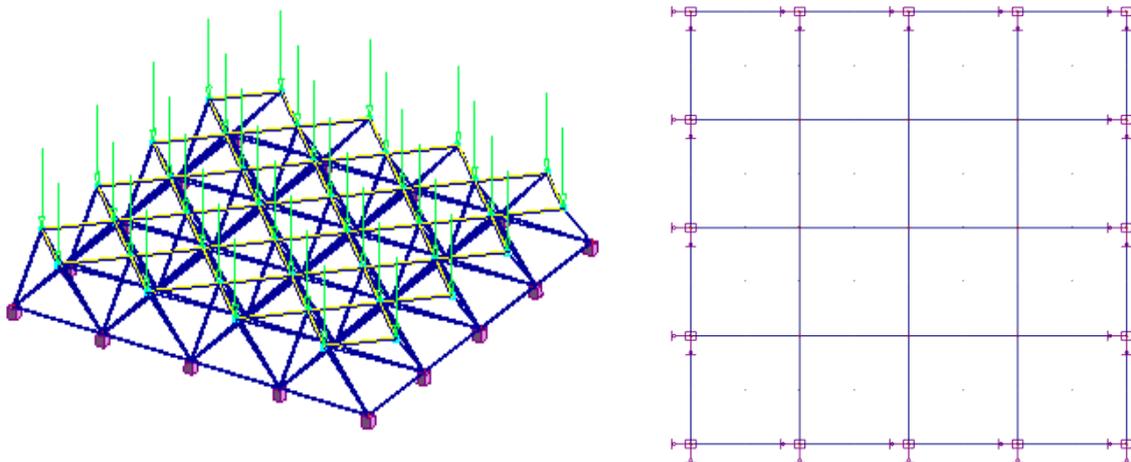
#### 4.5. Application sur la grille à double nappe à base d'un Quadruplex

##### 4.5.1. Application 01

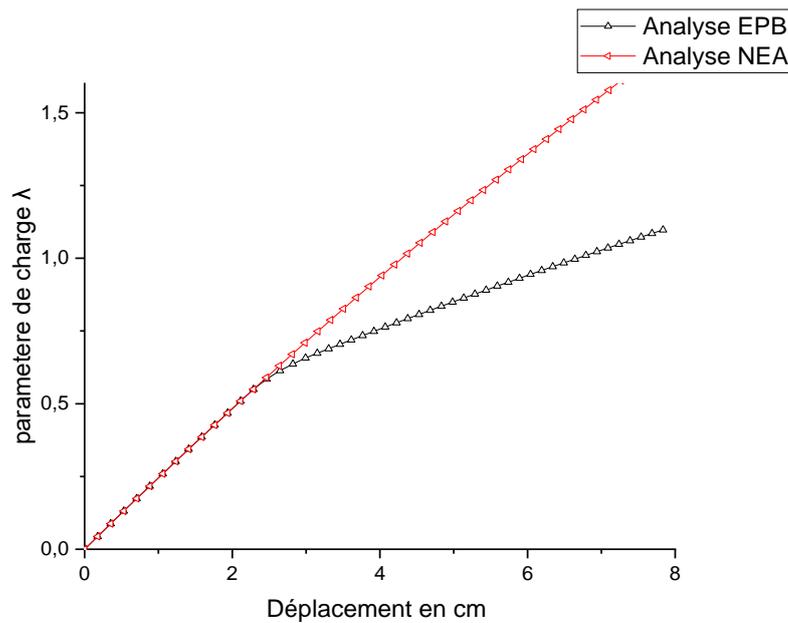
La première application sera effectuée sur une grille à double nappe a quadruplex comme module répétitifs figure.4.17 et tirant parti des caractéristiques mécaniques similaires à celles présentées dans les travaux de Shekastehbande [86] tableau 4.3.

Element	Limite d'élasticité initiale [daN/cm <sup>2</sup> ]	Module d'élasticité [daN/cm <sup>2</sup> ]	Contrainte critique de flambement (daN/cm <sup>2</sup> )	Inertie [cm <sup>4</sup> ]	Section de l'élément [cm <sup>2</sup> ]
Barres	3450	2040000	2 261,76	2.83	2.07240
Câbles	13500	1250000	/	/	0.291

**Tableau 4.3.** Propriétés mécaniques des d'éléments utilisés dans le modèle de tensegrité.



**Fig 4.17.** a) Géométrie et Chargement de la grille de tensegrité.



**Fig.4.18.** Courbe charge-déplacement au niveau du nœud central.

Dans cette étude, l'effet de flambement des barres sur le comportement non linéaire de grilles à double nappe a été examiné, mettant en évidence les résultats significatifs obtenus à partir des courbes d'analyse. Les deux courbes, représentant respectivement l'analyse non linéaire élastique (**N.E.A**) et l'analyse élastique post-flambement (**N.EP.B**), offrent un aperçu profond des différentes phases du comportement de la structure soumise à des charges croissantes.

La première courbe, l'analyse non linéaire élastique, dépeint la réponse initiale de la grille aux charges. À ce stade, la structure se comporte de manière relativement rigide et linéaire, sans prendre en compte l'effet de flambement des barres en considérant uniquement l'effet de relâchement des câbles. Cette phase initiale révèle les propriétés élastiques de la structure.

La deuxième courbe, correspondant à l'analyse élastique post-flambement, indique un changement significatif dans le comportement de la grille. Le fait que cette courbe se trouve en dessous de la première montre que l'effet de flambement des barres commence à se manifester. Cependant, la structure continue de suivre une réponse élastique en grande partie, bien que des déformations non linéaires puissent être observées. Cette phase suggère que les barres fléchissent sous les charges, mais la structure dans son ensemble ne montre pas encore de signes d'instabilité critique.

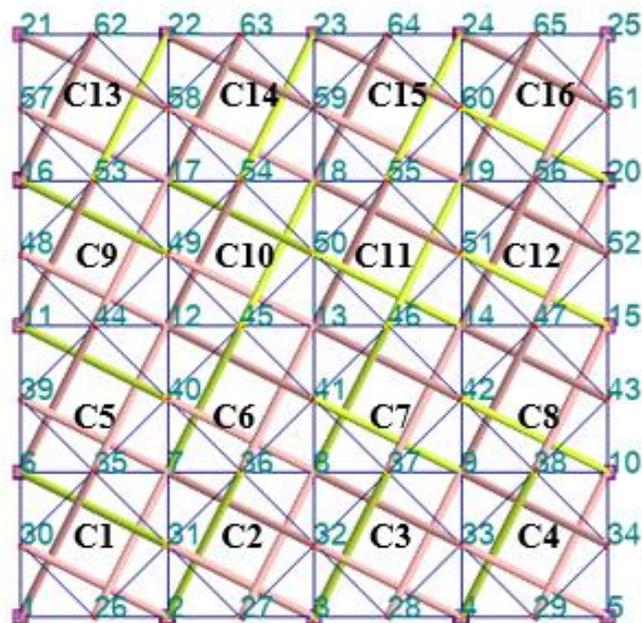
Ces courbes mettent clairement en évidence que l'effet de flambement des barres ajouté au relâchement des câbles a un impact significatif sur le comportement non linéaire de la grille. Cette observation souligne l'importance de prendre en compte le phénomène de flambement des barres dans la conception et l'analyse de telles structures.

Cette analyse met en évidence les étapes clés du comportement non linéaire de grilles à double nappe soumises à des charges croissantes, en mettant en lumière l'influence significative de l'effet des instabilité locale (relâchement des câbles et flambement des barres). Ces résultats ont des implications importantes pour la conception et la performance de telles structures.

#### 4.5.1.1 Analyse de flambage

Les résultats des analyses de flambement élastique effectuées sur la grille à double nappe avec un facteur de longueur de flambement ( $K=0.9$ ) sont présentés graphiquement dans la Figure 4.19 et tableau 4.4. Prise en compte des élancements des membrures et des contraintes maximales au sein au sein des éléments du modèle, les résultats montrent que certains des éléments situés au milieu de la structure dans le modèle ont subi un flambement, comme le montre la figure 4.19.

En comparant ces résultats avec la charge critique d'Euler, on met en lumière l'évolution des efforts internes dans les barres en fonction de la charge appliquée. Les figures 4.20 à 4.23 illustrent ces variations de l'effort dans les barres ayant subi le flambement en fonction du paramètre de charge. Le Tableau 4.4 répertorie ces barres avec leurs emplacements dans la structure. Cette analyse permet non seulement d'identifier barres à flamber, mais également de comprendre la propagation du phénomène à travers la structure, offrant ainsi une meilleure compréhension des mécanismes de flambement dans les membres de la grille.



**Fig. 4.19.** Disposition des Barres flambée (en jaune) si l'analyse EPB est considérée.

Charge [daN]	Localisation des Barres flambée															
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
704.016	14			58					133				188			231
734.90												174		202		
736.81			43													
738.536					76											
812.3832						87	101			147	159					
816.364										145						
817.304											160					
818.464								117								216
819.388		28														
820.968							103									

Tableau4.4. Niveau de Chargement Causant le flambement des barres.

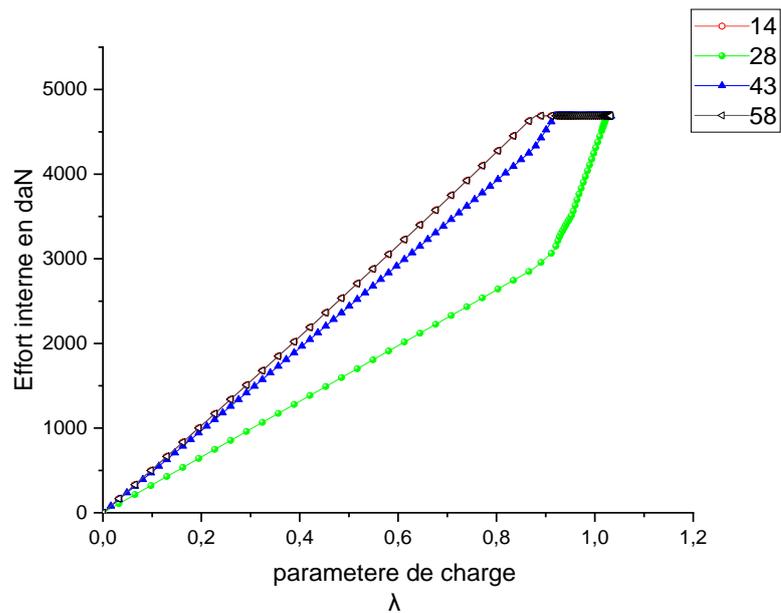
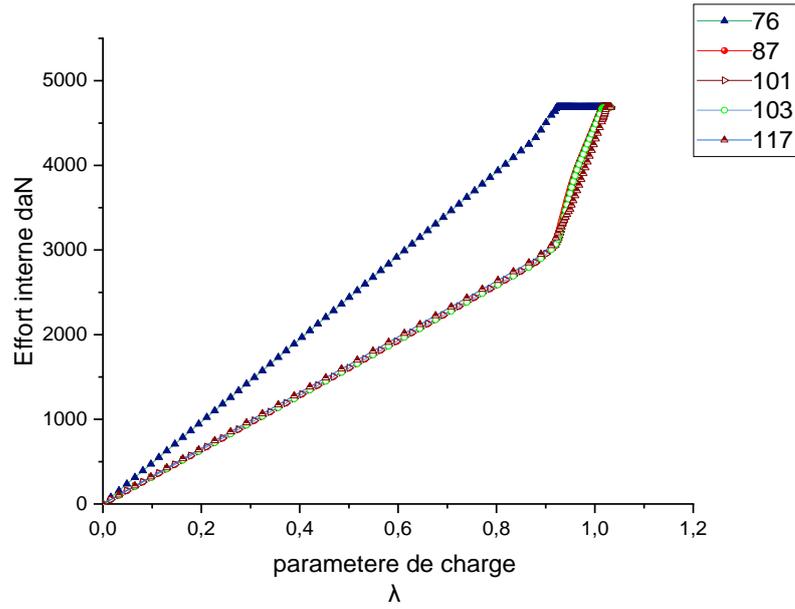
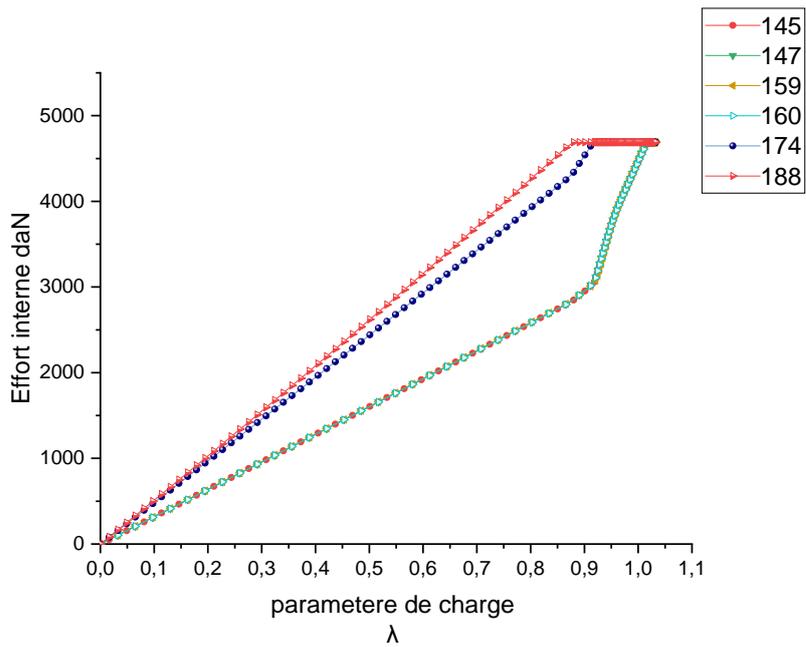


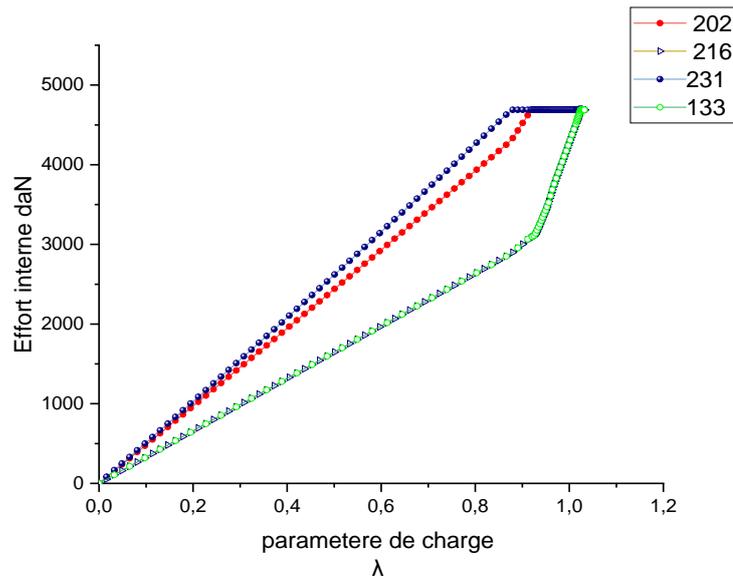
Fig. 4.20. Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C1, C2, C3, C4



**Fig.4.21.** Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C5, C6, C7, C8



**Fig4.22.** Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C9, C10, C11, C12



**Fig4.23.** Variation des forces dans les éléments comprimés des Cellule C13, C14, C15, C16

En observant les courbes représentant les variations de l'effort interne en fonction du paramètre de charge, il est clair que certaines barres présentent des comportements similaires sous charge. Certaines barres montrent un comportement quasi identique, avec une augmentation linéaire de l'effort interne jusqu'à atteindre le point de flambement, suivi d'un palier horizontal où  $N=N_{cr}$  l'effort reste constant après ce point critique. De même, d'autres types de barres (28, 117, 133...) Suivent une trajectoire semblable, avec une réponse élastique linéaire jusqu'au seuil de flambement, mais avec une pente légèrement différente, ce qui indique une différence dans la rigidité ou la résistance de ces barres.

Ces observations mettent en évidence l'importance d'analyser non seulement chaque barre individuellement, mais aussi de regrouper celles ayant des réponses similaires pour mieux appréhender la distribution des charges et les zones de vulnérabilité dans la structure globale.

## 4.5.2. Application.2

### 4.5.2.1 Effet du flambage et de la longueur effective

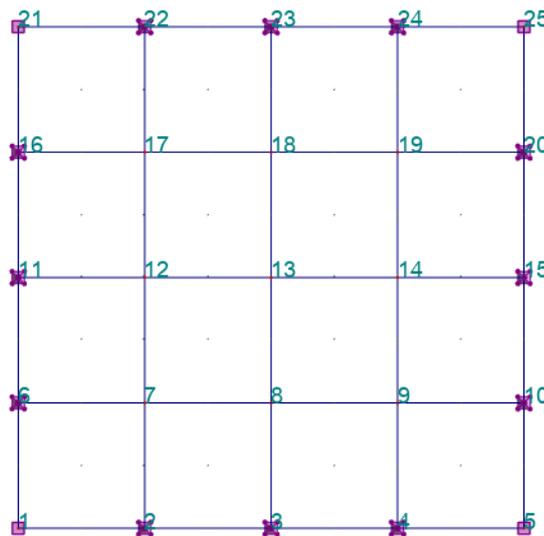
La même grille de tensegrité à double nappes utilisée dans section 4.5 est reprise ici, mais avec des conditions aux limites et des longueurs effectives différentes pour les éléments comprimés, tout en conservant les mêmes conditions de chargement et propriétés des matériaux.

### 4.5.2.2. Longueur effective

En pratique, les éléments sont généralement reliés par des connexions articulées. Lors de la conception, la connexion des éléments peut être considérée comme rigide, articulée, ou intermédiaire, selon la manière dont les connexions sont définies. Le choix de la longueur effective nécessaire dépend du type d'appuis sélectionné. Dans la conception décrite à la section 4.5, les éléments sont connectés par des connexions rigides. Par conséquent, les résultats de cette étude supposent que les nœuds périphériques de la nappe inférieure sont fixés, tandis que les extrémités sont considérées comme articulées.

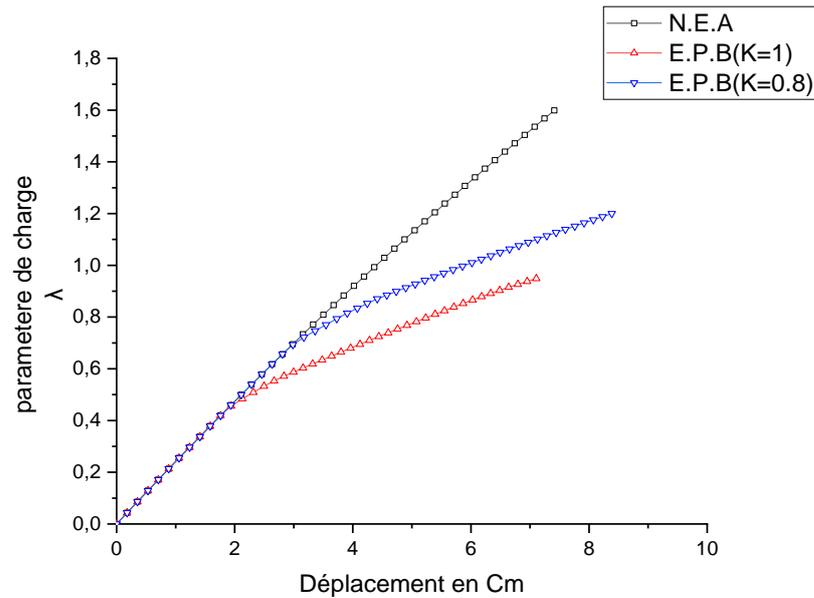
### 4.5.2.3. Description de la grille

La section suivante examine une grille à double nappe avec des appuis différents de ceux présentés dans la section 4.5. L'impact de la longueur effective et du flambement des barres sur la performance de la structure sera étudié dans la présente section. La figure 4.24 illustre la disposition des supports pour ces différentes configurations



**Fig4.24.** Disposition des supports pour la DLGT.

La figure 4.25 présente trois courbes illustrant les résultats des analyses effectuées. La première courbe correspond à l'analyse élastique non linéaire (NEA), la deuxième et troisième représentent les résultats de l'analyse « Elastic Post-Buckling Analysis » (EPB), avec un coefficient de longueur effective  $K = 1$ , et  $K = 0.8$ . Cette comparaison permet de visualiser l'impact du coefficient de longueur effective sur le comportement structural global.



**Fig 4.25.** Courbe charge-déplacement au niveau des nœuds centraux

La figure 4.25 illustre le comportement de la grille en comparant trois scénarios : une analyse élastique non linéaire (NEA) sans flambement, et deux cas intégrant le flambement, correspondant à des coefficients de longueur effective de  $K = 0,8$  et  $K = 1$ . Les résultats montrent que, sans flambement, la structure présente une rigidité plus élevée. En revanche, l'introduction du flambement entraîne une diminution de cette rigidité, avec une différence notable entre les deux coefficients. L'impact de la longueur effective  $K$  sur le comportement des grilles est particulièrement significatif. Une longueur effective plus élevée ( $K = 1$ ) implique une plus grande vulnérabilité au flambement, réduisant ainsi la rigidité et la capacité portante de la structure. À l'inverse, une valeur plus faible ( $K = 0,8$ ) atténue ce phénomène et permet de préserver une rigidité légèrement supérieure. Ce constat souligne l'importance du choix de  $K$  dans la conception des grilles de tensegrité, puisqu'il influence directement leur stabilité et leur capacité à supporter les charges. L'optimisation de ce paramètre pourrait ainsi contribuer à améliorer la performance globale de ces structures innovantes.

Les résultats obtenus mettent en évidence plusieurs aspects critiques qui améliorent la compréhension du comportement global de ces structures légères et flexibles. L'analyse a révélé la complexité des interactions entre les différents modes de déformation et de défaillance, notamment le relâchement et la plastification des câbles, ainsi que le flambement des barres. Ces phénomènes jouent un rôle déterminant dans la non-linéarité du comportement des grilles de tensegrité, influençant directement leur performance et leur fiabilité.

#### **4.6. Conclusion**

En conclusion, ce chapitre a enrichi notre compréhension de l'influence du flambement des barres sur les grilles de tensegrité à double-nappe. Les connaissances acquises permettent de mieux appréhender les mécanismes de déformation et de défaillance, et d'améliorer la conception et la performance de ces structures dans divers domaines d'application. Cette étude ouvre la voie à des recherches futures qui pourraient explorer davantage les effets combinés des instabilités locales et globales.

# CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

---

Le choix d'étudier les grilles à double nappe et les structures de tensegrité s'appuie sur leur potentiel innovant et leur efficacité structurelle remarquable. Ces systèmes, qui combinent des éléments en tension et en compression, permettent de concevoir des structures légères, autoportantes et résistantes, répondant ainsi aux besoins croissants dans les domaines de l'architecture et du génie civil. En particulier, leur application dans les toitures et les structures spatiales offre des solutions esthétiques et pratiques pour réaliser de grandes portées sans supports intermédiaires. Malgré un intérêt croissant, ces structures restent encore mal comprises en ingénierie, notamment en ce qui concerne leur comportement non linéaire, avec des phénomènes tels que le flambement des barres et la plastification des câbles. L'étude de ce sujet vise donc à combler ces lacunes en approfondissant la modélisation numérique des grilles à double nappe à base de tensegrité, tout en ouvrant de nouvelles perspectives pour leur utilisation future. De plus, leur faible consommation de matériaux et leur légèreté en font une solution idéale pour répondre aux enjeux de durabilité et de réduction de l'empreinte écologique dans la construction moderne. Ce sujet offre de nombreuses opportunités d'approfondissement sur les plans scientifique et technique. Il permet d'explorer des aspects importants liés à la conception et à l'optimisation des structures, tout en contribuant à une meilleure compréhension des comportements associés aux grilles à double nappe et aux structures de tensegrité.

Dans cette étude, après avoir analysé en détail les structures de tensegrité, une évaluation des différents types de modules, tels que les grilles à cellules de tensegrité et les grilles à cellules barres-câbles, a été effectuée. Cette analyse a permis de comparer leurs caractéristiques afin d'identifier la configuration la plus efficace pour les applications en toiture.

Une étude approfondie des comportements non linéaires des systèmes de tensegrité, avec un focus particulier sur les grilles à double nappe (DLGT), a été menée à l'aide d'un programme spécialisé. Cette recherche a principalement visé à développer une méthode numérique basée sur les éléments finis, permettant une prédiction précise du comportement de ces structures complexes. Le programme utilisé a permis de modéliser en détail les aspects géométriques et matériels non linéaires des systèmes de tensegrité. Les résultats obtenus avec ce programme, spécifique aux non-linéarités géométriques et matérielles, ont montré une concordance notable avec les résultats générés par le logiciel commercial ABAQUS, ainsi que les travaux expérimentaux de Shekastehband et al. (2013) et de Hill et Blandford. Cette validation des méthodes numériques contribue à une meilleure

compréhension et à une simulation plus précise des comportements des grilles à double nappe dans diverses conditions de chargement.

Une étude comparative du comportement des grilles de tensegrité a été réalisée en utilisant deux types d'analyses non linéaires : l'analyse non linéaire géométrique (GNA) et l'analyse non linéaire combinée (CNLA), qui intègre à la fois les effets géométriques et matériels. Cette dernière prend en compte l'évolution élasto-plastique des câbles. L'intégration de l'analyse géométrique non linéaire a révélé une réduction des contraintes internes, indiquant ainsi une possible optimisation du dimensionnement des éléments structurels, notamment en termes de poids. De plus, l'impact de la relaxation des câbles sur l'amplification des déplacements a été évalué.

Deux types de grilles à double nappe (DLGT) ont été étudiés : une grille de tensegrité classique, basée sur une structure quadruplex, et une grille à anneaux de tensegrité, conçue selon une configuration hexagonale, qui représente une évolution dans la conception de ces systèmes. L'analyse mécanique de ces grilles a été effectuée sous diverses charges statiques, fournissant des informations détaillées sur leur comportement structurel. Les résultats montrent que la grille à anneau présente de meilleures performances comparées à la grille classique.

Cette recherche a contribué à la compréhension et à la simulation du post-flambement local des barres dans les grilles de tensegrité. Ce phénomène non linéaire a un impact notable sur la réponse globale de ces structures. La résolution de cette problématique est essentielle en raison de son influence sur le comportement des grilles à double nappe, notamment l'effet de la défaillance des barres par flambement sur l'amplification du comportement non linéaire. Cela s'ajoute aux deux types d'instabilités locales observées : le relâchement et la plastification des câbles.

Les résultats ont été présentés sous forme d'une comparaison entre trois types d'analyses non linéaires : l'analyse élastique non linéaire (NEA), l'analyse élastique post-flambement (EPB), et l'analyse inélastique post-flambement (IPBA). Cette thèse a apporté une contribution notable à la simulation du post-flambement local des barres, un phénomène non linéaire résultant d'une instabilité spécifique dans les grilles à double nappe, qui affecte de manière significative leur réponse globale.

Les résultats ont révélé que le flambement d'un élément comprimé a des conséquences plus sévères que le relâchement d'un élément en tension. Le comportement élastique post-flambement des structures a été validé dans l'analyse EPB en le comparant avec celui de l'analyse NEA, à l'exception des cas de sollicitation en compression, où la force interne de tension dans les câbles est restée

inférieure à la limite élastique jusqu'à l'effondrement causé par le flambement d'un grand nombre de barres.

Il a été constaté que lorsque la grille prend en compte le flambement des barres, la structure devient plus flexible, mais perd en résistance par rapport à une structure qui ne considère que le relâchement et la plastification des câbles."

En résumé, cette étude a examiné les grilles à double nappe, soulignant leur adaptabilité pour couvrir de grands espaces. L'analyse non linéaire a mis en évidence l'impact du flambement des barres sur la flexibilité et la résistance de la structure par rapport au relâchement des câbles. Les résultats ont confirmé que le choix de la disposition influence la réponse mécanique des systèmes de tensegrité, avec une préférence pour les structures qui minimisent le flambement des barres pour une meilleure résistance.

### **Perspectives**

La méthode numérique présentée dans cette étude a démontré qu'il existe plusieurs suggestions sur le comportement d'effondrement des DLST qui pourraient être étendues pour une étude plus approfondie. Les suggestions sont les suivantes :

- Une enquête plus approfondie devrait être effectuée sur différentes configurations de DLST, telles que les structures double courbure, et des structure barre-câble, pour étudier son indice de vulnérabilité. Si des tendances de comportement similaires sont observées pour différentes configurations de DLST, il sera alors possible d'élaborer une ligne directrice de conception qui donnera lieu à des structures spatiales sujettes à un effondrement progressif.
- Utiliser des techniques avancées d'optimisation, telles que les algorithmes génétiques, et l'optimisation basée sur la topologie, pour améliorer la conception des grilles de tensegrité.
- La présente étude considère l'effet du retrait d'un élément individuel en traction ou en compression en raison de l'endommagement ou de la perte de l'élément. Des recherches plus approfondies peuvent être menées pour étudier le comportement structurel soumis à une explosion ou à une charge d'incendie provoquant la rupture de ses éléments.
- Des recherches plus approfondies sur les effets de la température et sur les différents matériaux des membres peuvent être étudiées.

- Étudier le comportement des grilles de tensegrité sous les charges dynamiques, en se concentrant sur les turbulences du vent. Analyser comment les fluctuations rapides du vent influencent la stabilité et la performance structurelle.
- Utiliser des logiciels de simulation avancés (comme ABAQUS, ANSYS) pour modéliser les grilles de tensegrité en prenant en compte les comportements inélastiques.

## Références Bibliographiques

- [1] Fuller, R. B. (1962). Tensile-integrity structures. U.S. Patent 3,063,521, November 13, 1962.
- [2] Snelson, K.D.: Snelson on the tensegrity invention. *Int. J. Space Struct.* 11, 43–48 (1996). <https://doi.org/10.1177/026635119601-207>.
- [3] Ingber, D. E. (1998). The architecture of life. *Scientific American*, 278, 48–57.
- [4] Castro, G., & Levy, M. P. (1992). Analysis of the Georgia Dome cable roof. In *Computing in Civil Engineering and Geographic Information Systems Symposium*, (pp. 566–573) ASCE
- [5] Scarr, G. (2012). A consideration of the elbow as a tensegrity structure. *International Journal of Osteopathic Medicine*, 15(2), 53–65.
- [6] Denton, M. J., Dearden, P. K., & Sowerby, S. J. (2003). Physical law not natural selection as the major determinant of biological complexity in the subcellular realm: new support for the pre-Darwinian conception of evolution by natural law. *Biosystems*, 71(3), 297–303.
- [7] Bohm, V., & Zimmermann, K. (2013). Vibration-driven mobile robots based on single actuated tensegrity structures. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (pp. 5475–5480) IEEE.
- [8] Hirai, S., Koizumi, Y., Shibata, M., Wang, M. H., & Bin, L. (2013). Active shaping of a tensegrity robot via pre-pressure. In *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)* (pp. 19–25) IEEE.
- [9] Emmerich D.G. (1988), *Structures tendues et autotendantes*, Ecole d'architecture de Paris la Villette.
- [10] Wroldsen A.S. (2007), *Modelling and Control of Tensegrity Structures*, Ph.D. Thesis, Department of Marine Technology, Norwegian University of Science and Technology.
- [11] Gough M. (1998), In the Laboratory of Constructivism: Karl Ioganson's Cold Structures. „October”, vol. 84, pp. 90–117.
- [12] Burkhardt R.W., Jr. (2008), *A Practical Guide to Tensegrity Design* [online] [dostęp 22 marca 2014]. Dostępny w WWW: [http://www.angelfire.com/ma4/bob\\_wb/tenseg.pdf](http://www.angelfire.com/ma4/bob_wb/tenseg.pdf).
- [13] Sadao S. (1996), Fuller on Tensegrity, „International Journal of Space Structures”, vol. 11, nos 1–2, pp. 37–42.
- [14] Cadoni, D., Micheletti, A.: Structural performances of single-layer tensegrity domes. *Int. J. Space Struct.* 2–3, 167–178 (2012). <https://doi.org/10.1260/0266-3511.27.2-3.167>
- [15] Buckminster Fuller, R.: *Suspension Building*. US Patent 3139957 (1964).
- [16] Daro, P., Gray, D., Guest, S., Micheletti, A., Winslow, P.: The Kent tensegrity project. In: *Proceedings of the IASS Symposium 2015, Amsterdam, The Netherlands* (2015)
- [17] Pizzigoni, A., Micheletti, A., Ruscica, G.: Planting tensegrity trees. In: *Proceedings of the IX International Nexus Conference—Relationships Between Architecture and Mathematics*, 11–14 June 2012, Milan, Italy (poster Presentation) (2012)
- [18] Tamai, H., Elnimeiri, M.: Semi-triangulated and free-standing tensegrity domes: exploring cablestrut configurations for tensegrity domes based on structural performances. In: *Proceedings of the IASS Symposium/APCS Conference 2006, Beijing, China* (2006)
- [19] Micheletti, A., Ruscica, G.: Nested endoskeletal prestressed structures. In: Mueller, C., Adriaenssens, S. (eds.) *Proceedings of the IASS Symposium 2018, Boston, USA* (2018)
- [20] Rhode-Barbarigos, L., Ali, N.B.H., Motro, R., Smith, I.F.C.: Design aspects of a deployable tensegrity-hollow-rope footbridge. *Int. J. Space Struct.* 27, 81–96 (2012). <https://doi.org/10.1260/0266-3511.27.2-3.81>

- [21] Sychterz, A.C., Smith, I.F.C.: Damage mitigation of near-full-scale deployable tensegrity structure through behavior biomimetics. *J. Struct. Eng.* 146(1), 04019181 (2020). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0002470](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002470)
- [22] Feron, J., Boucher, L., Denoël, V., Latteur, P.: Optimization of footbridges composed of prismatic tensegrity modules. *J. Bridg. Eng.* 24(12), 04019112 (2019). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001438](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001438)
- [23] Hanaor A. (1987), Preliminary Investigation of Double-Layer Tensegrities”, [w] B.H.V. Topping (ed.), Proceedings of the International Conference on the Design and Construction of Non-Conventional Structures, vol. 2., Civil-Comp Press, Edinburgh.
- [24] Hanaor A. (1991a), Double-layer tensegrity grids: static load response. II – experimental study, „Journal of Structural Engineering”, vol. 117, iss. 6, pp. 1675–1684.
- [25] Hanaor A., Liao M.K. (1991b), Double-layer tensegrity grids: static load response I – analytical study, *Journal of Structural Engineering*”, vol. 117, iss. 6, pp. 1660–1674.
- [26] Hanaor A. (1992), Aspects of design of double-layer tensegrity domes, „International Journal of Space Structures”, vol. 7, iss. 2, pp. 101–113.
- [27] Motro R., Najari S., Jouanna P. (1986), Static and dynamic analysis of tensegrity systems. Shell and spatial structures: computational aspects, [w] Proceedings of the International Symposium, July 1968, pp. 270–278.
- [28] Motro R. (1987), Tensegrity systems for double layer spacestructures, [w] H.V. Topping (ed.), Proceedings of International Conference on the Design and Construction of Non-conventional Structures, vol. 2, CivilComp Press, Edinburgh.
- [29] Wang B.-B. (1998), Cable-Strut Systems: Part I – Tensegrity, „Journal of Constructional Steel Research”, vol. 45, iss. 3, pp. 281–289.
- [30] Wang B.-B., (2004), Free-standing tension structures. From tensegrity systems to cable-strut systems, Spon Press, New York.
- [31] Kono Y. et al. (1999), An experimental investigation of a type of double-layer tensegrity grids, „Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures”, vol. 40, iss. 130, pp. 103–111.
- [32] Raducanu V. (2001), Architecture et système constructif. Cas des systèmes de tenségrité. Thèse, Université Montpellier II.
- [33] Raducanu, V., Motro, R.: Systeme a autoequilibre stable pour element de construction. French Patent FR2823287-B1 (2003) 93.
- [34] Motro, R., Raducanu, V.: Tensegrity systems. *Int. J. Space Struct.* 18(2), 77–84 (2003). <https://doi.org/10.1260/026635103769518198>.
- [35] Hrazmi, I, Averseng, J, Quirant, J, Jamin, F. Deployable double layer tensegrity grid platforms for sea accessibility. *Eng Struct.* 2021;231.
- [36] Khaled, M.S., Chen, M., Losoya, E.Z., Rodriguez, L.A., Gildin, E., Skelton, R.E., 2022. Tensegrity laboratory drilling rig for earth and space drilling, mining, and exploration. *International Journal of Solids and Structures* 252, 111785.
- [37] M. K. Bak, Model based design of electro-hydraulic motion control systems for offshore pipe handling equipment (2014).
- [38] Skelton, R.E., Helton, J.W., Adhikari, R., Pinaud, J.P., Chan, W.: An Introduction to the Mechanics of Tensegrity Structures. CRC Press, London (2002).
- [39] Aldrich, J.B., Skelton, R.E., Kreutz-Delgado, K.: Control synthesis for a class of light and agile robotic tensegrity structures. In: Proceedings of the IEEE American Control Conference, Denver, Colorado (2003). Proceedings of the IEEE American Control Conference, Denver, Colorado.

- [40] Paul, C., Lipson, H., Cuevas, F.J.V.: Design and control of tensegrity robots for locomotion. *IEEE Trans. Rob.* 22(5), 944–957 (2005). <https://doi.org/10.1109/TRO.2006.878980>.
- [41] Rovira, A.G., Mirats Tur, J.M.: Control and simulation of a tensegrity-based mobile robot. *Robot. Auton. Syst.* 57, 526–535 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.robot.2008.10.010>
- [42] Shai, O., Tehori, I., Bronfeld, A., Slavutin, M., Ben-Hanan, U.: Adjustable tensegrity robot based on assur graph principle. In: *Proceedings of IMECE2009* (2009)
- [43] Shibata, M., Hirai, S.: Rolling locomotion of deformable tensegrity structure. In: *Mobile Robotics*, pp. 479–486 (2009). [https://doi.org/10.1142/9789814291279\\_0059](https://doi.org/10.1142/9789814291279_0059)
- [44] Ushigome, Y., Nishimura, K., Hirose, M.: Structured creature: a prototype of moving space structure. In: *Proceedings of ACE2008*, Yokohama, Japan (2008)
- [45] Bruce, J., Caluwaerts, K., Iscen, A., Sabelhaus, A.P., SunSpiral, V.: Design and evolution of a modular tensegrity robot platform. In: *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 3483–3489 (2014). <https://doi.org/10.1109/ICRA.2014.6907361>
- [46] Kim, K., Moon, D., Bin, J.Y., Agogino, A.M.: Design of a spherical tensegrity robot for dynamic locomotion. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 450–455 (2017). <https://doi.org/10.1109/IROS.2017.8202192>.
- [47] Ingber, D. Tensegrity: the architectural basis of cellular mechanotransduction. *Annual review of physiology*, v. 59, n. 1, p. 575-599, 1997.
- [48] Ingber, D. E., and I. Tensegrity. Cell structure and hierarchical systems biology. *J. Cell Sci.* 116:1157–1173, 2003.
- [49] Ingber, D. E., and I. Tensegrity. How structural networks influence cellular information processing networks. *J. Cell Sci.* 116:1397–1408, 2003.
- [50] Moored, K.W., Bart-Smith, H.: Investigation of clustered actuation in tensegrity structures. *Int. J. Solids Struct.* 46, 3272–3281 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.04.026>
- [51] Maurin, B., Bagneris, M., Motro, R.: Mechanisms of prestressed reticulate systems with unilateral stiffened components. *Eur. J. Mech. A/Solids* 27, 61–68 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2007.05.009>
- [52] Le Saux, C., Cevaer, F., Motro, R.: Contribution to 3d impact problems: collisions between two slender steel bars. *C.R. Mech.* 332, 17–22 (2004). <https://doi.org/10.1016/j.crme.2003.10.005>.
- [53] Makowski, Z.S. (1965) Steel space structures. [Online]. M. Joseph. Available from: <http://books.google.com.my/books?id=o0EsAQAAIAAJ>.
- [54] TATA (2010) The advantages and disadvantages of using space grids. [Online]. 2010. Available from: [http://www.tatasteelconstruction.com/en/reference/teaching\\_resources/architectural\\_studio\\_reference/design/space\\_grid\\_structures/advantages\\_and\\_disadvantages\\_of\\_grids/](http://www.tatasteelconstruction.com/en/reference/teaching_resources/architectural_studio_reference/design/space_grid_structures/advantages_and_disadvantages_of_grids/).
- [55] Hsieh, T.-Y. (1997) The economic implications of subcontracting practice on building prefabrication. *Automation in Construction*. [Online] 6 (3), 163–174. Available from: [doi:10.1016/S0926-5805\(97\)00001-0](https://doi.org/10.1016/S0926-5805(97)00001-0) [Accessed: 19 May 2015].
- [56] Makowski, Z.S. (1981) Analysis, Design, and Construction of Double-layer Grids. [Online]. Applied Science Publishers. Available from: <http://books.google.com.my/books?id=SwYTYgEACAAJ>.
- [57] Narayanan, S. (2006) v. 1. Space Structures: Principles and Practice. [Online]. Multi-Science Pub. Available from: <http://books.google.com.my/books?id=V1-8SAAACAAJ>.
- [58] Gómez-Jáuregui, V., Quilligan, M., Manchado, C., and Otero, C., Design, Fabrication and Construction of a Deployable Double-Layer Tensegrity Grid. *Structural Engineering International*, 2018. 28(1): p. 13- 20.
- [59] Quirant J., Kazi-Aoual M.N., Motro R. (2003), Designing tensegrity systems. The case of a double layer grid, „Engineering Structures”, vol. 25, iss. 9, pp. 1121–1130.

- [61]. Olejnikova, T. Double Layer Tensegrity Grids. *Acta Polytech. Hung.* 2012, 9, 95–106.
- [62] Gómez-Jáuregui, V., Otero, C., Arias, R., Manchado, C.: Innovative families of double-layer tensegrity grids: Quastruts and sixstruts. *J. Struct. Eng.* 139(9), 1618–1636 (2013). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000739](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000739)
- [63] Gómez-Jáuregui, V., Manchado, C., and Otero, C., Comparison between new families of Double-Layer Tensegrity Grids, in *Proceedings of the First Conference Transformables 2013*, F. Escrig and J. Sanchez, Editors. 2013, Starbooks: Seville, Spain. p. 201–206.
- [64] Gómez-Jáuregui, V., Manchado, C., Otero, C., Iglesias, A., Galvez, A., Quilligan, M., and Casey, T., Nudo de conexión para estructuras desplegables. 2016: Spain. p. ES 2555635 (B2). Granted 2016/05/03.
- [65] Khellaf Nadia, « Comportement Non Linéaire Géométrique et Matériel Des Anneaux De Tenségrité Relâchement et Plastification Des Câbles », Thèse de Doctorat, Université de Biskra, 2014.
- [66] Nguyen A. D., Etude du comportement mécanique et du pliage d'un Anneau de tensegrité a base pentagonale, thèse, Université Montpellier II, 2009.
- [67] Bing, W. B. Free-standing tension structures: from tensegrity systems to cable-strut systems. CRC Press, 2004, <https://doi.org/10.1201/9781482288308>
- [68] Ishii K. *Membrane Designs and Structures in the World*, Shinken-chiku-shu, Tokyo, (1999).
- [69] Lee B.H. (2001) *Analysis, Design and Implementation of Cable-strut Structures*, Master's Thesis, National University of Singapore.
- [70] Furuya, H. Concept of deployable tensegrity structures in space application. *International journal of space structures*, Nagoya, v. 7, n. 2, p. 143-151, May 1992.
- [71] Bel Hadj Ali, N.; Smith, I. F. C. Dynamic behavior and vibration control of a tensegrity structure. *International journal of solids and structures*, Lausanne, n. 47, p. 1285-1296, January 2010.
- [72] Yang, S.; SULTAN, C. Control-oriented modeling and deployment of tensegrity-membrane systems. *International journal of robust and nonlinear control*, Blacksburg, October 2016.
- [73] SULTAN, C. Tensegrity deployment using infinitesimal mechanisms. *International journal of solids and structures*, Blacksburg, n. 51, p. 3653-3668, July 2014.
- [74] PAGITZ, M.; TUR, J. M. Finite element-based form-finding algorithm for tensegrity structures. *International journal of solids and structures*, v. 46, n. 17, p. 3235-3240, 2009.
- [75] ZHANG, J.; OHSAKI, M. Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures. *International journal of solids and structures*, v. 43, p. 5658-5673, 2006.
- [76] SKELTON, R. et al. An introduction to the mechanics of tensegrity structures. *Proceedings of the 40th IEEE conference on decision and control (Cat. No. 01CH37228)*. Orlando: [s.n.]. 2001. p. 4254-4259.
- [77] HOLLAND, D.; VIRGIN, L.; PLAUT, R. Large deflections and vibration of a tapered cantilever pulled at its tip by a cable. *Journal of sound and vibration*, Durham, v. 310, n. 1- 2, p. 433-441, February 2008.
- [78] FENG, X.; MIAH, M.; OU, Y. Dynamic behavior and vibration mitigation of a spatial tensegrity beam. *Engineering structures*, v. 171, p. 1007-1016, February 2018.
- [79] KEBICHE, K.; KAZI-AOUAL, M.; MOTRO, R. Geometrical non-linear analysis of tensegrity systems. *Engineering structures*, v. 21, p. 864-876, 1999.
- [80] DALILSAFAEI, S.; ERIKSSON, A.; TIBERT, G. Improving bending stiffness of tensegrity booms. *International journal of space structures*, v. 27, n. 2, p. 117-129, 2012.
- [81] MOORED, K.; BART-SMITH, H. The analysis of tensegrity structures for the design of a morphing wing. *Journal of applied mechanics*, Charlottesville, v. 74, n. 4, p. 668-676, 2007.
- [82] Khellaf, N., and Kebiche, K., "Nonlinear Analysis of Hexagon-Based Tensegrity Ring: Effect of Slackened and Yielded Cables," *KSCE Journal of Civil Engineering*, Vol. 17, No. 6, 2013, pp. 1371–1382.

---

<https://doi.org/10.1007/s12205-013-0079-5>

- [83] Khellaf, N.; Kebiche, K. Geometric and Material Nonlinear Analysis of Square-Based Tensegrity Ring Structures. *Arab. J. Sci. Eng.* 2014, 39, 5979–5989, doi:10.1007/s13369-014-1196-2.
- [84] Abedi, K.; Shekastehband, B.: Static stability behavior of plane double-layer tensegrity structures. *Int. J. Space Struct.* 23, 89–102 (2008)
- [85] Simulia, D. ABAQUS 6.11 analysis user's manual. Abaqus 2011, 6, 22
- [86] Shekastehband B, Abedi K, Dianat N, Chenaghloou MR. Experimental and numerical studies on the collapse behavior of tensegrity systems considering cable rupture and strut collapse with snap-through. *Int J Nonlinear Mech* 2012; 47:751-68.
- [87] B. Shekastehband, K. Abedi, N. Dianat, Experimental and numerical studies on the progressive collapse behavior of tensegrity systems, *Int. J. Sp. Struct.* 29 (1) (2014) 9–24.
- [88] Eurocode 1: Actions on Structures, Part 1.1: Densities, Self-Weight and Imposed Loads for Buildings; Part 1.3: Snow Loads; Part 1.4: Wind Loads," European Committee for Standardization, Brussels, Jan. 1991.
- [89] Hill C.D., Blandford G.E. and Wang S.T., Post-buckling analysis of steel space trusses, *J. Struct. Eng.*, vol. 115, No. 4, pp. 900-919, 1989.
- [90] Blandford G.E., Large deformation analysis of inelastic space truss structures, *J.Struct. Engrg., ASCE.* 122, No. 4, pp. 407-415, 1996.
- [91] M. Papadrakakis, Inelastic post-buckling analysis of trusses. *J. struct. Div. ASCE* 109, 2129-2147 20. (1983).
- [92] Metrouni T, Khellaf N, Kebiche K. Non-Linear Behavior of Double-Layered Grids[J]. *SlovakJ ournal of Civil Engineering*, 2024, 32(1): 10-17.
- [93] C. Vatansever (2019) Investigation of buckled truss bars of a space truss roof system. *Eng Fail Anal* 106 :104156.
- [94] Gul, F.A.; Ali, C.M. Sultan Mizan Zainal Abidin Stadium Roof Collapse, Kuala Terengganu, Malaysia (Lack of Safety Issues). *EPH Int. J. Math. Stat.* 2016, 2, 14–43.

## ملخص:

تركز الأطروحة على دراسة الشبكات الهيكلية ذات الطبقتين من نظام التتسغريتي، حيث تهدف تصميماتها إلى تحقيق خفة الوزن وإمكانية الابتكار في الهندسة. يتمثل الهدف الرئيسي في تطوير نهج رقمي لتحليل السلوك الميكانيكي غير الخطي لهذه الهياكل، مع دمج تأثيرات التشوهات الكبيرة وتخفيف الكابلات وكذلك انبعاج الأعمدة. تم إنشاء برنامج حسابي غير خطي لتقييم أداء هذه الشبكات تحت ظروف تحميل مختلفة. تم دراسة تكوينين رئيسيين، وكشفت النتائج أن الشبكات الحلقية لنظام التتسغريتي (التي تتميز بالأعمدة المتصلة) تقدم مزايا من حيث المقاومة والكفاءة الهيكلية. سيسمح التحليل المتعمق لتأثير انبعاج الأعمدة بفهم أفضل لآليات التشوه وتحسين تصميم هذه الأنظمة لتطبيقات هيكلية تتطلب قدرات عالية. تفتح هذه النتائج الطريق أمام تطوير هياكل خفيفة الوزن، محسنة وموثوقة في مختلف مجالات التطبيق.

**كلمات مفتاحية:** شبكات ذات طبقتين، نظام التتسغريتي، السلوك، اللاخطية، المرونة بعد الانبعاج.

## Résumé :

La thèse se concentre sur l'étude des grilles de tensegrité à double nappe, dont la conception vise la légèreté et un certain potentiel d'innovation dans l'ingénierie. L'objectif principal est de développer une approche numérique pour analyser le comportement mécanique non linéaire de ces structures, en intégrant les effets des grandes déformations et relâchement des câbles ainsi que le flambement des barres. Un code de calcul non linéaire a été mis en place pour évaluer la performance de ces grilles sous différentes conditions de charges. Deux configurations principales ont été étudiées, révélant que les grilles à anneaux de tensegrité (à barres connectées) offrent des avantages en termes de résistance et d'efficacité structurelle. L'analyse approfondie de l'impact du flambement des barres permettra de mieux comprendre les mécanismes de déformation et d'améliorer la conception de ces systèmes pour des applications structurelles exigeantes. Ces résultats ouvrent la voie à des structures légères, optimisées et fiables dans divers domaines d'application.

**Mots Clés :** Grilles à double nappe, Tensegrité, Comportement, non-linéarités, élastique post-flambement.

## Abstract:

The thesis focuses on the study of double-layer tensegrity grids, designed for lightness and innovative potential in engineering. The main objective is to develop a numerical approach to analyze the nonlinear mechanical behavior of these structures, incorporating the effects of large deformations, cable relaxation, and bar buckling. A nonlinear computational code was developed to assess the performance of these grids under different loading conditions. Two main configurations were studied, revealing that the tensegrity ring grids (contiguous strut) offer advantages in terms of strength and structural efficiency. An in-depth analysis of the impact of bar buckling will help to better understand deformation mechanisms and improve the design of these systems for demanding structural applications. These results pave the way for lightweight, optimized, and reliable structures in various fields of application.

**Key Words:** Double-layer grids, tensegrity, non-linearities, Behavior, élastique post-buckling.