
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS - SETIF1

FACULTÉ DE TECHNOLOGIE

THÈSE

Présentée au Département D'électrotechnique

Pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Option : Automatique

Par

HACHANA Aicha

THÈME

Contrôle intelligent d'un pancréas artificiel

Soutenue le / 01 /2022 devant le Jury :

<i>BOUAFIA Abdelouahab</i>	<i>Prof</i>	<i>à l'Université Ferhat ABBAS de Sétif 1</i>	<i>Président</i>
<i>KHABER Farid</i>	<i>Prof</i>	<i>à l'Université Ferhat ABBAS de Sétif 1</i>	<i>Directeur de thèse</i>
<i>ABDESSEMED Foudil</i>	<i>Prof</i>	<i>à l'Université Batna 2</i>	<i>Examineur</i>
<i>BENAGGOUNE Said</i>	<i>Prof</i>	<i>à l'Université Batna 2</i>	<i>Examineur</i>
<i>TAIBI Mahmoud</i>	<i>Prof</i>	<i>à l'Université d'Annaba</i>	<i>Examineur</i>
<i>SARI Bilal</i>	<i>M.C.A.</i>	<i>à l'Université Ferhat ABBAS de Sétif 1</i>	<i>Examineur</i>
<i>HARMAS Mohamed Naguib</i>	<i>Prof</i>	<i>à l'Université Ferhat ABBAS de Sétif 1</i>	<i>Invité</i>

REMERCIEMENTS

Avant tous, louanges à Dieu, le tout puissant, pour m'avoir donné la volonté, le courage et la patience lors de toutes ces années d'étude.

Je tiens à remercier vivement, Monsieur **Mohamed Naguib HARMAS**, Professeur à l'université Ferhat ABBAS de Sétif 1 pour la proposition du sujet de cette thèse, pour son esprit scientifique et pour ses conseils et ses critiques objectifs tout au long de ce travail.

Merci pour la confiance que vous m'avez accordée au cours de ces années d'encadrement.

De même, j'aimerais exprimer ma profonde gratitude et mon entière reconnaissance à mon actuel directeur de thèse Monsieur **Farid KHABER**, Professeur à l'université Ferhat ABBAS de Sétif 1.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur **Abdelouahab BOUAFIA**, Professeur à l'université Sétif 1, pour avoir accepté de juger ce travail et présider le jury. Je tiens également à remercier Mr **Foudil ABDESSEMED** Professeur à l'université Batna 2, Mr **Said BENAGGOUNE** Professeur à l'université Batna 2, Mr **Mahmoud TAIBI** Professeur à l'université d'Annaba et Mr **Bilal SARI** M.C.A à l'Université de Sétif 1 pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail en acceptant de l'examiner.

Enfin, je remercie toute ma famille et tous mes amis (es).

Dédicaces

A ma mère,

A la mémoire de mon père,

A mon mari,

A toute ma famille,

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Listes des acronymes et symboles

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

Chapitre 01

ÉTAT DE L'ART DU SYSTEME DE CONTROLE DU GLUCOSE DANS LE SANG

1.1. Introduction.....	8
1.2. Régulation du glucose.....	8
1.3. Le diabète.....	10
1.3.1. Types de diabète.....	11
1.3.1.1 Diabète de type 1 (T1DM).....	13
1.3.1.2 Diabète de type 2 (T2DM).....	13
1.3.2. Traitement actuel du diabète.....	13
1.3.3. Surveillance du glucose.....	14
1.3.3.1. Pompes à insuline.....	15
1.4. Contrôle en boucle fermée du diabète.....	16
1.4.1. Le pancréas artificiel.....	16
1.4.2. Algorithmes de contrôle.....	18
1.4.3. Modèles du métabolisme glucidique dédiés à la commande.....	19
1.4.3.1. Modèles compartimentaux.....	20
1.4.3.2. Modèles détaillés du métabolisme glucidique.....	20
1.4.3.3. Modèles d'ordre réduit.....	21
1.5. Description du modèle minimal de Bergman.....	21
1.5.1. Dynamique du glucose.....	21
1.5.2. Dynamique de l'insuline.....	22
1.5.3. L'insuline à distance en action.....	23
1.5.4. Modèle complet.....	23
1.5.1. Analyse du modèle de Bergman.....	24
1.6. La commande PID.....	28
1.6.1. Résultats et discussion.....	28

Chapitre 02

COMMANDE ROBUSTE PAR L'APPROCHE H_∞ ET μ SYNTHESE

2.1. Introduction.....	31
2.2. Commande par l'approche H_∞	32
2.2.1. Principe de la synthèse H_∞	32
2.2.2. Résolution du problème H_∞ standard par équations de Riccati.....	33
2.2.3. Algorithme de calcul.....	34
2.2.4. Mise en œuvre par l'introduction de fonctions de pondération.....	35
2.2.5. Théorème de stabilité pour des incertitudes structurées.....	36
2.2.6. Robustesse en stabilité et en performance.....	37

2.2.6.1. Stabilité robuste.....	37
2.2.6.2. Performance robuste.....	38
2.2.7. Commande H_∞ sur le système glucose-insuline.....	39
2.2.7.1. Modèle des patients diabétiques avec des paramètres incertains.....	39
2.2.7.2. Synthèse du contrôleur sous-optimal par H_∞	42
2.2.7.3. Objectifs de performance et de robustesse.....	43
2.2.7.4. Analyse du système bouclé.....	44
2.3. μ synthèse.....	51
2.3.1. Obtention du schéma d'interconnexion standard.....	51
2.3.2. Problème général.....	52
2.3.3. La méthode D-K itération.....	53
2.3.4. Synthèse du correcteur par μ synthèse sur notre système.....	54
2.3.4.1. Analyse du système bouclé.....	57
2.4. Conclusion.....	63

Chapitre 03

LA COMMANDE ROBUSTE PAR MODE GLISSANT ET SYNERGÉTIQUE

3.1. Introduction.....	64
3.2. Commande par mode glissant.....	65
3.2.1. Concepts de base.....	65
3.2.2. Synthèse de la loi de commande.....	66
3.2.3. Commande par mode glissant d'ordre un.....	67
3.2.3.1. Inconvénients de la commande par mode glissant.....	68
3.2.3.2. Quelques solutions pour le chattering.....	69
3.2.4. Commande par mode glissant d'ordre supérieur.....	70
3.2.4.1. Principe de fonctionnement.....	71
3.2.4.2. Commande par mode glissant d'ordre deux.....	71
3.2.5. Synthèse de l'algorithme Super-Twisting sur le système glucose-insuline.....	73
3.2.5.1. Résultats de simulation.....	75
3.3. Commande Synergétique.....	78
3.3.1. Concepts de base.....	79
3.3.2. Synthèse de la commande synergétique sur le système glucose-insuline.....	81
3.3.2.1. Résultats de simulation.....	82
3.4. Commande terminale synergétique.....	84
3.4.1. Synthèse de la commande terminale synergétique sur le système glucose-insuline.....	85
3.4.1.1. Résultats de simulation.....	86
3.5. Commande Adaptative Synergétique.....	88
3.5.1. Synthèse de la commande adaptative synergétique sur le système glucose-insuline.....	89
3.5.1.1. Résultats de simulation.....	92
3.6. Conclusion.....	94

Chapitre 04

TECHNIQUES INTELLIGENTES

4.1. Introduction.....	96
4.2. Approximation par les systèmes flous type-1.....	97
4.3. Commande adaptative floue synergétique.....	98
4.3.1. Conception du contrôleur adaptatif flou synergétique.....	99
4.3.1.1. Résultat de simulation.....	101

4.4. Systèmes Neuro-flous.....	106
4.4.1. Définition.....	104
4.4.2. Méthodes des combinaisons neuro-floues.....	105
4.4.3. Systèmes neuro-flous hybrides.....	105
4.4.3.1. Modèle ANFIS.....	106
4.4.3.2. Architecture de l'ANFIS.....	106
4.4.3.3. Algorithme d'apprentissage.....	109
4.4.4. Commande ANFIS du système glucose-insuline.....	110
4.4.4.1. Résultats de simulation.....	110
4.5. Comparaison.....	115
4.6. Conclusion.....	118
CONCLUSION GENERALE.....	119

Liste des figures

Figure 1-1. Régulation hormonale de la glycémie.....	10
Figure 1-2. Pancréas artificiel en boucle fermée.....	17
Figure 1-3. Structure de modèle minimal de Bergman.....	22
Figure 2-1. Représentation sous forme standard d'un système.....	32
Figure 2-2. Mise en place des pondérations.....	35
Figure 2-3. Le schéma bloc du modèle.....	39
Figure 2-4. Le schéma bloc du modèle avec les paramètres incertains.....	40
Figure 2-5. Schéma-bloc entrées-sorties.....	40
Figure 2-6. Représentation des incertitudes paramétriques sous forme structurée.....	41
Figure 2-7. La réponse fréquentielle du processus incertain en boucle ouverte.....	42
Figure 2-8. Schéma-bloc de la synthèse H_∞	42
Figure 2-9. La valeur de γ et $\ F_l(p(s), K(s))\ _\infty$	45
Figure 2-10. La fonction de transfert $1/W_p$ et $I+KF_u(G,\Delta)^{-1}W_m$	45
Figure 2-11. La fonction de transfert $1/W_u$ et $I+KF_u(G,\Delta)^{-1}W_m$	46
Figure 2-12. La fonction de transfert $1/W_p$ et $I+KF_u(G,\Delta)^{-1}W_{exe}$	46
Figure 2-13. La fonction de transfert $1/W_u$ et $I+KF_u(G,\Delta)^{-1}W_{exe}$	47
Figure 2-14. Robustesse en stabilité par la μ -analyse.....	47
Figure 2-15. Robustesse en performance par la μ -analyse.....	48
Figure 2-16. La concentration du glucose.....	49
Figure 2-17. La concentration de l'insuline.....	49
Figure 2-18. Les repas et l'effet de l'exercice.....	50
Figure 2-19. La concentration du glucose.....	51
Figure 2-20. La concentration de l'insuline.....	51
Figure 2-21. Schéma d'interconnexion standard pour la μ analyse.....	52
Figure 2-22. Interconnexion pour la μ synthèse.....	52
Figure 2-23. Problème μ synthèse résolu lors des D-K itération.....	54
Figure 2-24. Problème μ synthèse.....	55
Figure 2-25. Présentation structurée d'un système avec prise en compte des performances. ...	56
Figure 2-26. 4 ^{ème} itération de D-K itération.....	57
Figure 2-27. La fonction de transfert $1/W_p$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m$	58
Figure 2-28. La fonction de transfert $1/W_u$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m$	58

Figure 2-29. La fonction de transfert $1/W_p$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe}$	58
Figure 2-30. La fonction de transfert $1/W_u$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe}$	59
Figure 2-31. Robustesse en stabilité par la μ -analyse.....	59
Figure 2-32. Robustesse en performance par la μ -analyse.....	60
Figure 2-33. La concentration du glucose.....	60
Figure 2-34. La concentration de l'insuline.....	61
Figure 2-35. La concentration du glucose.....	61
Figure 2-36. La concentration d'insuline.	62
Figure 3-1. Algorithme de Super-Twisting : trajectoire dans le plan de phase (s, \dot{s})	73
Figure 3-2. La concentration du glucose.....	76
Figure 3-3 La concentration de l'insuline.....	76
Figure 3-4. La concentration du glucose de patient 3.	77
Figure 3-5. La concentration du glucose.....	78
Figure 3-6. La concentration d'insuline.	78
Figure 3-7. Orientation vers un manifold de deux variables x_1, x_2	79
Figure 3-8. La concentration du glucose.....	82
Figure 3-9. La concentration de l'insuline.....	83
Figure 3-10. La concentration du glucose.....	83
Figure 3-11. La concentration d'insuline.	84
Figure 3-12. La concentration du glucose.....	86
Figure 3-13. La concentration d'insuline.	87
Figure 3-14. La concentration du glucose.....	87
Figure 3-15. La concentration d'insuline.	88
Figure 3-16. Le bruit de l'actionneur.	92
Figure 3-17. L'estimation du bruit de perturbation.	93
Figure 3-18. L'erreur d'estimation e_F	93
Figure 3-19. La concentration du glucose.....	94
Figure 3-20. La concentration d'insuline.	94
Figure 4-1. La concentration du glucose.....	102
Figure 4-2. La concentration d'insuline.	102
Figure 4-3. La concentration du glucose.....	103
Figure 4-4. La concentration d'insuline.	103
Figure 4-5. Principe du système Neuro-flou.....	104
Figure 4-6. Principe de fonctionnement d'un Réseau Neuro-Flou.....	104
Figure 4-7. Différentes architectures des systèmes neuro-flous hybride.....	106

Figure 4-8. Structure d'un ANFIS.....	107
Figure 4-9. Exemple ANFIS à 2 entrées avec 9 règles.....	108
Figure 4-10. La concentration du glucose.....	111
Figure 4-11. La concentration d'insuline.	111
Figure 4-12. La concentration du glucose.....	112
Figure 4-13. La concentration d'insuline.	112
Figure 4-14. La concentration du glucose de patient 1.....	115
Figure 4-15. La concentration du glucose de patient 2.....	115
Figure 4-16. La concentration du glucose de patient 3.....	116
Figure 4-17. La concentration d'insuline de patient 1.	116
Figure 4-18. La concentration d'insuline de patient 2.	117
Figure 4-19. La concentration d'insuline de patient 3.	117
Figure 4-20. Profil d'erreur de 3 patients utilisant les commandes en boucle fermée.....	118

Liste des tableaux

Tableau 1-1. Paramètres du modèle minimal de Bergman [8].	24
Tableau 1-2. Les paramètres pour des personnes diabétiques.	28
Tableau 4-1. Les différentes couches d'un système ANFIS.	109
Tableau 4-2. Analyse quantitative des contrôleurs sous incertitudes de paramètres.	114

Listes des Acronymes et Symboles

Acronymes

AGFSC	La commande synergétique floue a gain adaptative.
ANFIS	Adaptative-Network-based Fuzzy Inference System
ATP	Adénosine triphosphate
BG	Blood glucose
CGM	Continuous glucose monitoring
CHO	Carbohydrates
CSII	Continuous subcutaneous insulin infusion
CT	Thérapie conventionnelle
DCCT	The Diabetes Control and Complications Trial
DT1	Diabète de type 1
DT2	Diabète de type 2
FBF	Fonction floue de base
FID	Fédération Internationale du Diabète
FISs	Les systèmes d'inférences flous Floue Inférence System
H_{∞}	La commande H infinie
IOB	Insulin on Board
IT	Thérapie intensive
IV	La voie intraveineuse
LFR	Transformation linéaire fractionnelle

LFT	Transformation fractionnaire linéaire
MAPE	Mean absolute percent error
MDII	Multiple daily insulin injections
MPC	Model predictive control
MRAC	A Model Reference Adaptive Control
NEFCLASS	Fuzzy adaptive learning control network
NEFPROX	Neuro fuzzy function approximator
PID	Proportionnel-intégral-dérivé
RNA	Les réseaux de neurones artificiels
SC	Subcutaneous sous-cutanée
SMC	Sliding mode control
T1DM	Type 1 diabetes mellitus
T2DM	Type 1 diabetes mellitus
SSV	Structured Singular value
La voie IV-IV	Voie intraveineuse

Symboles

$G(t)$	La concentration du glucose dans le sang
G_b	État d'équilibre de la concentration de glucose dans le sang
$X(t)$	L'effet de l'insuline active
$I(t)$	La concentration de l'insuline dans le sang
I_b	État d'équilibre de la concentration de l'insuline dans le sang

$I_2(t)$	La concentration active en insuline
P_1	La vitesse d'élimination de glucose indépendant d'insuline
P_2	Le taux de dégagement d'insuline active
P_3	L'augmentation dans la capacité d'absorber causée par l'insuline
n	Le taux de premier ordre de décroissance de l'insuline dans le plasma
γ	Le taux de libération de l'insuline des cellules β -pancréatiques d'après l'injection de glucose à la concentration de glucose au-dessus du seuil
h	La valeur de seuil de glucose à laquelle la β pancréatique - cellules libèrent l'insuline
$u(t)$	Définit la vitesse d'injection de l'insuline
$e(t)$	L'erreur
T_i	La constante de temps d'intégration
T_d	La constante de temps de dérivation
K_p	Le gain proportionnel
x	Variables d'état
$P(s)$	Représente le procédé généralisé
$K(s)$	Représente le correcteur
μ	La valeur singulière structurée
r	Le taux d'incertitude
$V(x)$	La fonction de Lyapunov
Δ	Les incertitudes
$\sigma(\underline{x}, t)$	La variable de glissement
Ψ	Le manifold synergétique
$\mu_{F_i^i}(x_i)$	La fonction d'appartenance

INTRODUCTION GENERALE

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse de Doctorat ont été réalisés au sein du laboratoire Qualité de l'Energie dans les Réseaux Electriques (QUERE).

Le diabète sucré - maladie chronique due principalement à l'incapacité de l'organisme à contrôler efficacement l'utilisation et le stockage du glucose (qui se traduit alors par des taux élevés dans le sang) - se caractérise par le fait que l'organisme ne produit pas ou n'utilise pas correctement l'insuline. Selon la Fédération Internationale du Diabète (FID), 366 millions de personnes sont atteintes de diabète dans le monde [1]. Il existe deux grands types de diabète sucré : Le diabète type 1, diabète sucré insulino-dépendant, qui apparaît soudainement pendant l'enfance ou l'adolescence et le diabète type 2, diabète sucré non insulino-dépendant, qui apparaît de manière progressive, généralement chez les personnes âgées de plus de 40 ans. Le diabète sucré est fortement associé à des complications macro-vasculaires telles que les maladies coronariennes, les maladies cérébrales et vasculaires périphériques ainsi qu'à des complications micro-vasculaires comme la rétinopathie, la néphropathie et la neuropathie. Ces complications à long terme entraînent une augmentation des handicaps, une réduction de l'espérance de vie et des coûts de santé énormes pour pratiquement toutes les sociétés [1].

L'insulinothérapie intensive, dont l'objectif est de maintenir la glycémie à un niveau proche de la normale, a permis de retarder l'apparition des anomalies telles que la rétinopathie, de la néphropathie et de la neuropathie diabétiques et de ralentir la progression de celles-ci chez les patients atteints de diabète sucré insulino-dépendant. L'insulinothérapie actuelle pour les patients atteints de T1DM est basée sur des mesures discrètes de la glycémie et des injections quotidiennes multiples d'insuline (MDII) ou une perfusion sous-cutanée continue d'insuline (CSII). L'utilisation de capteurs et de systèmes de pompes CSII dans une combinaison en boucle ouverte a permis d'obtenir de meilleurs résultats cliniques que la thérapie MDII conventionnelle [1].

Étant donné l'incapacité des thérapies actuelles à obtenir un contrôle glycémique satisfaisant, l'avancée technologique en matière de la conception et de développement de capteurs de surveillance du glucose (CGM), l'utilisation croissante des pompes CSII et la mise au jour d'un pancréas artificiel (un dispositif biomédical effectuant un contrôle en boucle fermée du glucose sanguin) sont considérés comme une solution prometteuse pour le contrôle

glycémique du T1DM. Le pancréas artificiel, qui délivre automatiquement de l'insuline pour maintenir le taux de glucose sanguin dans la plage souhaitée, empêche l'hypoglycémie, minimise la nécessité d'une intervention du patient dans la thérapie et offre une plus grande flexibilité aux patients dans la vie quotidienne, par exemple, horaires et quantités des repas, activité physique, etc. En assurant un bon contrôle de la glycémie, il réduira également l'occurrence et la gravité des complications du diabète. Le pancréas artificiel est composé de trois éléments principaux : un capteur de glucose, une pompe à insuline et un algorithme de contrôle reliant les mesures du capteur à la pompe pour calculer l'apport d'insuline nécessaire.

Ces dernières années la disponibilité, de capteurs permettant de mesurer la glycémie (CGM) et d'actionneurs tels que les pompes à insuline permettent d'envisager l'implémentation d'une solution en boucle fermée. Le développement de modèles dédiés à la commande est aujourd'hui un axe de recherche important au sein de la communauté [2, 3]. L'identifiabilité de tels modèles à partir de données disponibles obtenues dans le cadre de vie usuelle du patient est d'un intérêt majeur pour le développement à grande échelle d'une telle solution. Depuis le modèle proposé par Bolie(1961), de nombreux modèles mathématiques du métabolisme glucidique ont été développés [4, 7]. L'un de ces modèles mathématiques qui décrit le système de glucose insuline avec quelques nombres de paramètres s'appelle le modèle minimal de Bergman, il a été présenté dans les années 80 [8].

Le développement d'un pancréas artificiel en boucle fermée est un sujet de recherche en constante évolution depuis plus de quatre décennies. Différentes études cliniques et de simulation ont démontré la faisabilité d'un tel système automatisé, où plusieurs algorithmes de contrôle classiques et avancés ont déjà été proposés [9, 10]. Parmi les stratégies de contrôle les plus couramment utilisées, on peut citer les contrôleurs PID [11,12], les contrôleurs qui utilisent la logique floue et/ou les techniques neurales [13, 14], les stratégies qui mettent en œuvre des algorithmes de fonctionnement en continu [15, 17], les contrôleurs à mode glissant [18, 19], les contrôleurs MPC [9, 20, 22]. Même si toutes les approches présentent leurs propres avantages par rapport aux autres (par exemple, le contrôleur PID peut fournir une bonne approximation du comportement des cellules bêta saines [23]). Ces derniers temps, il semble que l'approche intelligente soit la plus prometteuse en raison de ses nombreuses caractéristiques intéressantes. Tout d'abord, il est facile d'interpréter son comportement en termes de guérison classique. En effet, lorsque le patient traite sa maladie, il peut être considéré comme un patient qui essaie de résoudre un problème de contrôle optimal. Il veut stabiliser sa glycémie à une valeur donnée (stabilisation), éviter l'hypoglycémie et réduire l'hyperglycémie (contraintes d'état) en ne s'injectant que de l'insuline (contraintes d'entrée). Ensuite, elle est intéressante car elle permet

d'anticiper sur des perturbations connues. Par exemple, un patient sait souvent à l'avance quand est ce qu'il va manger, et en fournissant ces informations au contrôleur, il devient possible de viser de meilleures performances de contrôle [24]. Enfin, il peut également être utile pour surmonter les retards physiologiques dus à l'utilisation de la voie sous-cutanée pour l'injection d'insuline et la mesure de la glycémie [25].

Cependant, un système en boucle fermée n'est pas encore disponible sur le marché et le contrôle du glucose sanguin dans le T1DM reste un problème difficile à résoudre dans le domaine du génie biomédical. La régulation du glucose dans le T1DM comporte plusieurs sources d'erreurs et d'incertitudes qui rendent très difficile la mise au point d'un algorithme de contrôle pour le pancréas artificiel :

- La complexité inhérente au système insuline-glucose, qui comprend la présence de non-linéarités et de dynamiques variables dans le temps spécifiques au patient.
- Les mesures imprécises et bruitées des capteurs.
- Les erreurs de modélisation et l'incertitude.
- Retard dans la détection du glucose.
- Différentes sources de perturbation qui affectent le niveau de glucose, telles que la prise des repas, le stress et les activités physiques.

Un algorithme de contrôle adéquat doit être capable de relever ces défis physiologiques et techniques tout en offrant des performances acceptables. Actuellement, les principaux défis auxquels le progrès du pancréas artificiel doit faire face sont le développement d'un algorithme de contrôle en boucle fermée fiable et la disponibilité d'un capteur de glucose robuste et précis [26].

L'objectif principal de cette thèse est de concevoir, valider et comparer des techniques avancées de contrôle basées sur le modèle de Bergman (patient virtuel). Pour la régulation en boucle fermée de la concentration du glucose dans le sang pour les malades affectés par un diabète de type 1. Nous nous intéresserons cependant plus à la robustesse de la commande vis-à-vis des incertitudes paramétriques. Le modèle considéré pour la synthèse possède quelques paramètres incertains dans certains intervalles ou variant dans le temps [27].

La méthodologie présentée dans la première partie s'appuie sur la technique de commande H_∞ . Cette technique a été longtemps synonyme de la commande robuste [28, 31], dans la mesure où elle permet de mettre en place une méthodologie de synthèse des correcteurs pour notre système.

Une analyse de robustesse adaptée à cette commande est la μ -analyse, celle-ci est souvent utilisée pour caractériser la robustesse en stabilité et en performances du système.

Ainsi, cet outil permettra d'affiner les liens entre dimensionnement des composants et la commande [28].

D'autres approches peuvent être utilisées dans le cadre de la commande robuste, telle que la commande par μ synthèse, utilisant la méthode de D-K itération[32]. Le but de la μ -synthèse est de concevoir un contrôleur de façon à réduire l'impact des incertitudes Δ sur le système.

Les commandes linéaires peuvent donc s'avérer suffisantes si les exigences en précision et en performance du système ne sont pas trop sévères. Elles sont souvent sujettes à des perturbations significatives, c'est-à-dire le point de fonctionnement n'est plus fixé à une position nominale et les algorithmes de commande conçus ne peuvent donc pas assurer une robustesse du comportement vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres et leurs variations. Ceci a conduit à un important intérêt pour la synthèse de techniques de commande non linéaires et robustes et capables de pallier à ce problème. Il est évident que les effets des interférences externes sont souvent la source d'instabilité et des mauvaises performances d'un système. Parmi les techniques robustes de contrôle utilisées principalement dans cette thèse figure la commande par mode glissant (SMC). Cette dernière a connu un essor considérable durant les dernières décennies [33]. Techniquement, il s'agit d'une loi de contrôle discontinue à rétroaction d'état variant dans le temps permettant un comportement robuste du système en boucle fermée. Lorsque le système commandé est en régime de mode glissant, sa dynamique devient alors théoriquement insensible aux variations paramétriques, aux erreurs de modélisation et à certaines perturbations externes [34]. L'utilisation de cette approche a cependant longtemps été limitée par les vibrations résiduelles en hautes fréquences qui se manifestent sur les grandeurs asservies et les variables de commande. Ce problème a été pris en considération en proposant des solutions telles que la commande par mode glissant d'ordre élevé (HOSM) [35]. Dans notre thèse nous avons utilisé la commande par mode glissant de second ordre basée sur "l'algorithme Super-Twisting" [36, 37].

Une autre approche robuste de contrôle similaire à la technique de contrôle par mode glissant est la commande synergétique [94] qui s'y apparente par une méthodologie commune à savoir l'imposition d'une dynamique préconçue par le concepteur sans les inconvénients du mode glissant. Cette technique de contrôle est considérée comme une méthodologie puissante de conception de commande robuste. Sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre en pratique ont mis en avant cette approche de contrôle relativement nouvelle. Il n'y a aucune application de la commande synergétique sur le système glucose-insuline autre que celle préconisée dans ce travail. Nous avons ensuite amélioré les performances de convergence par l'approche

terminale qui a l'avantage de converger en temps fini sans broutement.

Les patients sont soumis à diverses perturbations, dont les effets sont difficiles à quantifier (par exemple, stress, exercice physique[38]). Afin de renforcer la robustesse de la technique synergétique, l'approche adaptative est utilisée pour estimer les incertitudes sur les paramètres dans l'élaboration de la loi de commande.

Le problème du contrôle de la glycémie est difficile selon divers aspects. Le système considéré (c'est-à-dire le corps humain) est non linéaire et varie dans le temps. De plus, tous les patients sont extrêmement différents en ce sens que pour la même excitation, nous pouvons obtenir des réponses très différentes. Cela rend la conception d'un contrôleur efficace plus difficile car ces aspects sont préjudiciables à la stabilité de la boucle fermée.

Tous ces faits conduisent à la proposition d'une méthode de conception d'un stabilisateur intelligent à base d'une commande non linéaire robuste.

Les résultats les plus aboutis de l'intelligence artificielle concernent la résolution de problèmes complexes dans un domaine délimité de compétences. Ainsi, nous avons combinés la commande synergétique et l'adaptation par logique floue. Une nouvelle approche est proposée "Contrôle synergétique flou à gain adaptatif ". Cette combinaison assure que le régulateur préserve la stabilité et est capable de traiter plusieurs malades en présence des variations paramétriques du système.

En revanche, l'intelligence artificielle (IA) telles que la logique floue, les réseaux de neurones et neuro-flous offrent des outils totalement découplés de la structure du système ne nécessitant pas la modélisation préalable de ce dernier.

Par ailleurs, le suivi en temps réel de l'évolution du système fait que l'approche de l'intelligence artificielle est plus robuste vis-à-vis des changements de modes opératoires, comme pour les systèmes ayant plusieurs configurations ou ceux qui sont obligés de changer régulièrement de configuration. Cette approche s'avère par conséquent évolutive.

La principale propriété des réseaux neuro-flous est leur capacité à traiter dans une même structure les connaissances numériques et symboliques d'un système. Ils permettent donc d'exploiter les capacités d'apprentissage des réseaux de neurones d'une part et les capacités de raisonnement de la logique floue d'autre part. Différentes combinaisons de ces deux techniques d'intelligence artificielle existent et mettent en avant des propriétés différentes. Parmi ces combinaisons, on s'intéresse à la technique ANFIS [126].

Par conséquent, les objectifs de la thèse sont les suivants :

- ✓ Le développement d'un contrôleur viable, robuste et universel pour traiter efficacement tous les modèles raisonnablement adéquats, qui sera capable de traiter de vrais patients.

- ✓ L'évaluation des commandes non linéaires orientées vers notre modèle choisi qui représente le système de régulation du glucose.
- ✓ La synthèse d'un contrôleur terminal synergétique pour le système de régulation du glucose et de l'insuline. Ce contrôleur est développé en combinant la théorie du contrôle synergétique et les techniques d'attracteur terminal. De plus, il présente l'avantage de converger en temps fini réduisant ainsi rapidement les erreurs statiques. Une approche adaptative est intégrée dans ce schéma de contrôle synergétique pour gérer les perturbations et les variations des paramètres.
- ✓ L'utilisation d'une approche floue adaptative pour ajuster le gain du contrôleur afin de garantir la robustesse vis-à-vis des incertitudes et des perturbations externes. Ce contrôleur a conduit à la diminution de la quantité d'insuline délivrée et aide à réduire le risque d'hypoglycémie qui conduit souvent à un coma diabétique.
- ✓ Les tests des algorithmes de contrôle dans des conditions réalistes afin que les simulations imitent fidèlement les conditions de vie réelle d'un patient diabétique.

Organisation de la thèse

Cette thèse est composée de 4 chapitres organisés comme suit :

- Le premier chapitre donne un aperçu du contexte physiologique du diabète sucré et permet au lecteur de se familiariser avec le sujet. Sur cette base, l'algorithme de contrôle en boucle fermée et la modélisation mathématique du patient seront présentés.
- Le deuxième chapitre est consacré à l'application des commandes robustes de type H_∞ et μ synthèse au glucose de sang. En raison des perturbations auxquelles sont soumis les paramètres de système, le développement de ces commandes permettant de s'affranchir de ces phénomènes.
- Le troisième chapitre s'occupe de la synthèse de commande par mode glissant et la commande synergétique, l'amélioration de la commande synergétique par l'utilisation de la stratégie terminale « temps fini » et la technique adaptative.
- Le quatrième chapitre présente l'amélioration de la commande synergétique par l'utilisation des systèmes flous. La propriété d'approximation des systèmes flous et la robustesse de la commande synergétique seront exploitées pour développer une structure de commande adaptative floue synergétique. Enfin, nos dernières applications concernant l'utilisation des systèmes neuro-flous pour réguler le glucose dans le sang seront abordées. Les résultats de simulation obtenus et leurs discussions sont ainsi présentés. Enfin une étude comparative entre toutes les techniques de commandes précédentes est abordée.

Une conclusion générale, permettant de résumer les différents points abordés dans notre travail de recherche est donnée. Elle apportera aussi une réponse à nos problématiques de départ et elle proposera d'autres perspectives et d'autres visions de recherches.

Chapter 01

ÉTAT DE L'ART DU SYSTEME DE CONTROLE DU GLUCOSE DANS LE SANG

1.1. Introduction

Ce chapitre présente les éléments impliqués dans le problème de régulation du glucose dans le sang chez les diabétiques. Tout d'abord, le mécanisme de régulation du glucose chez la personne non diabétique sera résumé. Ensuite, la différence entre le patient diabétique et la personne non diabétique sera expliqué afin d'indiquer les éléments du schéma de contrôle requis. Enfin, les travaux antérieurs réalisés dans le domaine du contrôle glycémique, en ce qui concerne la modélisation et le contrôle en boucle fermée, seront passés en revue afin de fournir le contexte nécessaire avant de discuter la recherche effectuée dans cette thèse.

1.2. Régulation du glucose

Des discussions approfondies sur le métabolisme du glucose et les complications associées au contrôle du glucose se trouvent dans des manuels spécialisés en physiologie, endocrinologie et en diabétologie [39, 40]. Cette section donne un résumé général afin de fournir une compréhension de base des principaux processus et hormones impliqués dans le contrôle du glucose.

Le corps humain utilise le glucose comme source d'énergie principale. Les molécules de glucose sont décomposées à l'intérieur des cellules afin de synthétiser des molécules d'adénosine triphosphate (ATP), des molécules riches en énergie qui alimentent de nombreux processus dans les cellules vivantes. Par conséquent, le glucose est le principal métabolite nécessaire au bon fonctionnement de l'organisme. Les molécules de glucose sont délivrées aux cellules par la circulation sanguine, soit pour être utilisées comme ATP, soit pour stocker l'énergie (selon le tissu cible).

Par conséquent, pour assurer un apport constant de glucose aux cellules, il est important que des taux de glucose relativement constants soient présents dans la circulation sanguine. Chez une personne non diabétique, la glycémie (BG) est normalement maintenue à

l'intérieur d'une plage relativement étroite (70-110 mg/dl) par des systèmes complexes de contrôle à rétroaction négative qui suivent les changements dans le corps et activent des mécanismes qui inversent ces changements pour rétablir les conditions corporelles à leur niveau normal. Les mécanismes de rétroaction négative sont essentiellement importants dans la régulation du glucose pour garantir l'équilibre entre le glucose entrant dans la circulation sanguine et le glucose consommé par l'organisme.

La régulation du glucose se fait principalement par l'action de deux hormones pancréatiques, l'insuline et le glucagon (Figure 1.1). Ces hormones sont sécrétées par les cellules endocrines des îlots de Langerhans dans le tissu exocrine du pancréas. Les cellules β sécrètent de l'insuline, tandis que le glucagon est sécrété par les cellules α . Lorsque la glycémie atteint un niveau élevé (généralement après un repas), les cellules β réagissent en sécrétant de l'insuline. Les effets métaboliques de l'insuline sont les suivants :

- Stimulation des cellules du corps pour augmenter leur taux d'absorption du glucose dans le sang ;
- Augmentation de l'utilisation cellulaire du glucose comme source d'énergie ;
- Stimulation de la glycogénèse (formation de glycogène à partir du glucose dans les cellules du foie et des muscles squelettiques) ;
- Catalyse la synthèse des graisses à partir du glucose dans les cellules du foie et le tissu adipeux. Ces effets de l'insuline font revenir le taux de glycémie à la normale.

D'un autre côté, lorsque la glycémie descend en dessous de la normale (par exemple, entre les repas, à jeun, à cause de l'exercice ou de la faim), la sécrétion d'insuline est inhibée et, en même temps, les cellules α du pancréas répondent en sécrétant du glucagon, une autre hormone qui fonctionne dans le sens contraire de l'insuline. Le glucagon a les effets suivants (principalement sur les cellules hépatiques) : Stimulation de la dégradation du glycogène (glycogénolyse) en glucose, qui est ensuite libéré dans la circulation sanguine, empêchant les taux de glucose de tomber trop bas :

- Augmentation de la dégradation des graisses en acides gras et en glycérol dans le tissu adipeux et, par conséquent, la libération de ces substances dans le sang ;
- Stimulation de la synthèse du glucose dans le foie (du glycérol absorbé du sang) et sa libération dans le sang. Ces effets provoquent une augmentation de la glycémie à des niveaux normaux.

Ces actions de contrôle par rétroaction de l'insuline et du glucagon maintiennent la glycémie dans des limites serrées, garantissant ainsi un apport constant en glucose aux tissus

de l'organisme. En plus de l'insuline et du glucagon, il existe d'autres hormones qui peuvent influencer sur le taux de glycémie. Les plus importantes sont l'épinéphrine, le cortisol et l'hormone de croissance. Toutes ces hormones sont des hormones contre-régulatrices qui agissent contre l'action de l'insuline et peuvent augmenter la glycémie.

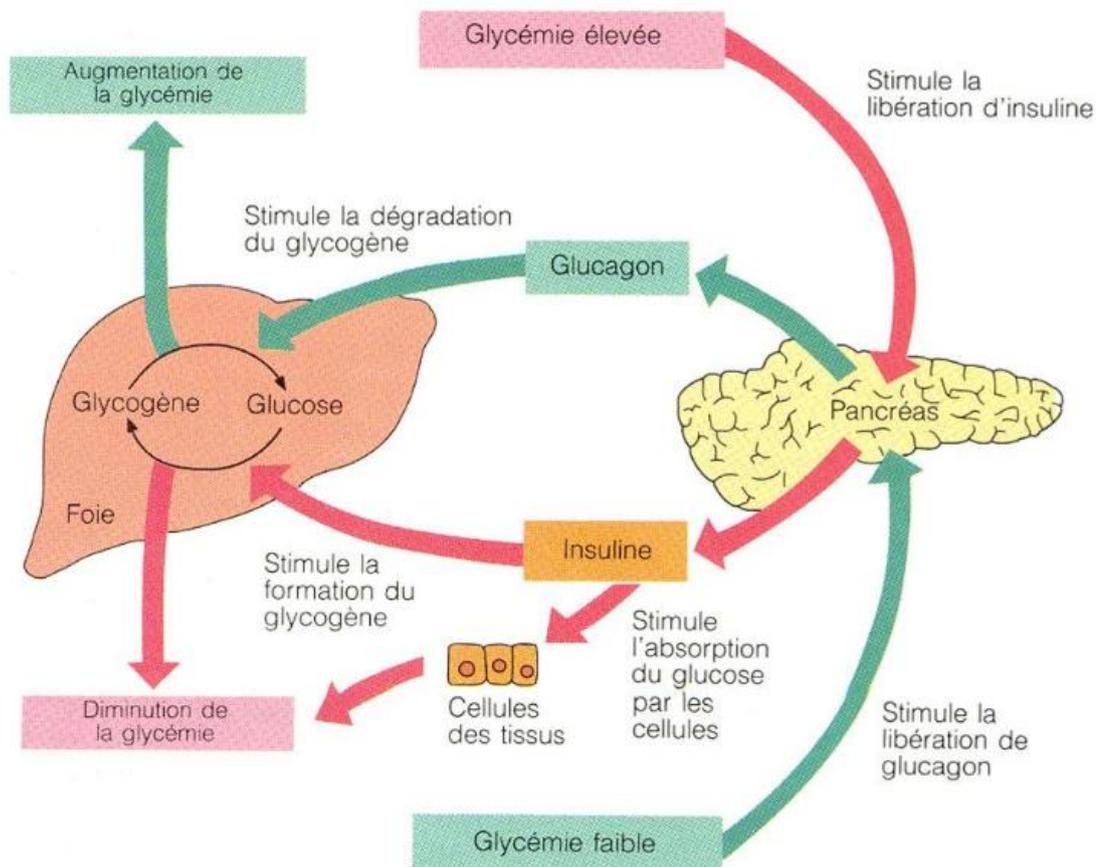


Figure 1-1. Régulation hormonale de la glycémie.

1.3. Le diabète

Dans des conditions normales, le glucose est de loin le principal stimulant de la sécrétion d'insuline. Lorsque les taux de glycémie augmentent, les taux d'insuline augmentent également, ce qui établit un système classique de rétroaction négative qui maintient le taux de glycémie dans une fourchette étroite. Dans le cas de diabète sucré, le métabolisme du glucose est altéré par l'absence de sécrétion d'insuline ou par une sensibilité réduite des cellules à l'insuline (c.-à-d. une résistance accrue).

En raison d'un manque d'insuline ou de résistance à l'insuline, le glucose ne peut être utilisé ou stocké par la plupart des cellules du corps. Il en résulte une augmentation de la glycémie (hyperglycémie) et une augmentation de l'utilisation des graisses et des protéines par

les cellules comme source d'énergie, ce qui entraîne la libération d'acides gras libres, de cholestérol et de phospholipides dans la circulation sanguine. L'accumulation de ces substances dans le sang est associée à des dommages, des dysfonctionnements et des défaillances de divers organes de l'organisme. L'hyperglycémie soutenue est associée à une acidocétose aiguë et à des maladies micro et macro-vasculaires [39]. L'acidocétose, due à l'accumulation de cétones due à la dégradation des graisses et des protéines dans le sang, peut mettre la vie en danger si elle n'est pas traitée, entraînant le coma et la mort.

1.3.1. Types de diabète

Il existe deux principaux types de diabète :

1.3.1.1. Diabète de type 1 (T1DM)

Dans le DT1, les cellules β pancréatiques sont détruites par une réaction auto-immune erronée dans le corps. Ainsi, la sécrétion d'insuline est réduite à un niveau très bas (jusqu'à 10% de la normale). À ce niveau de production, l'insuline ne peut pas diminuer la glycémie. La glycémie augmente encore plus en raison d'un autre effet manquant de l'insuline, à savoir l'inhibition de la sécrétion de glucagon (qui stimule la dégradation du glycogène en glucose) lorsque le taux de glycémie est élevé. La glycémie chez les patients atteints du DT1 peut atteindre 300 à 1200 mg/dl, soit 8 à 10 fois plus élevée que celle d'une personne non diabétique. Lorsque la glycémie dépasse 180 mg/dl, les reins commencent à libérer du glucose dans l'urine. Les symptômes du DT1 comprennent la fatigue, la faim et la perte de poids. Les patients souffrant du DT1 sont dépendants de l'administration de doses d'insuline externes parce que rien n'est sécrété. C'est pourquoi ce type de diabète est également appelé diabète insulino-dépendant.

a) Les causes du diabète de type 1 :

Ce type de diabète est une maladie que l'on appelle "auto-immune". Pour des raisons qui restent inconnues [41], la personne fabrique des anticorps qui ont la caractéristique d'attaquer ses propres cellules pancréatiques, en l'occurrence celles qui fabriquent de l'insuline. Le résultat en est la destruction des îlots de Langerhans où se fabrique l'insuline. Quand 90% des îlots sont détruits, le diabète apparaît [42]. Il existe un terrain génétique particulier, mais le rôle de l'hérédité n'est pas si déterminant : dans 90 % des nouveaux cas, on ne retrouve aucun antécédent de diabète de type 1 dans la famille et le risque de devenir diabétique si un parent est atteint ne dépasse pas 2 à 3 % [42]. Cela signifie que les facteurs environnementaux, infectieux, alimentaires ou psychologiques, sans en être la cause spécifique, jouent un rôle important dans le déclenchement de cette maladie auto-immune si la personne est

génétiqnement prédisposée.

b) *Les symptômes du Diabète type 1 :*

Dans l'immense majorité des cas, le diabète de type 1 survient de façon soudaine avant l'âge de 30 ans, le plus souvent chez l'enfant ou l'adolescent. Il provoque des états de fatigue importante, une soif intense, une perte de poids massive ou encore un besoin fréquent d'uriner.

c) *Diagnostic du diabète type 1 :*

D'un point de vue clinique, les critères permettant de poser le diagnostic du diabète sont les suivants : La glycémie à jeun est supérieure à 1,26 g/l ; La glycémie mesurée 2 heures après une charge orale de 75 g de glucose est supérieure à 2 g/l ; La glycémie à n'importe quel moment de la journée est supérieure à 2 g/l avec la présence de certains symptômes (sensation de soif, sécrétion excessive d'urine, somnolence, amaigrissement inexplicée, etc.). Un de ces critères est à vérifier à deux reprises pour poser un diagnostic définitif. Dans le cas d'un diabète de type 1, la glycémie est en général très élevée ($\gg 3$ g/l) à la découverte du diabète et une hospitalisation s'avère nécessaire. Cette hyperglycémie est généralement associée à la présence de corps cétoniques en excès, ce qui traduit une carence en insuline. La présence d'anticorps anti-îlots témoigne de l'auto-immunité anti-pancréatique et permet de confirmer la maladie. En l'absence de traitement, le décès peut survenir en quelques semaines ou mois [41].

1.3.1.2. Diabète de type 2 (T2DM)

Contrairement au diabète de type 1, le diabète de type 2 permet au pancréas de produire de l'insuline. Toutefois, l'insuline sécrétée n'est pas capable d'affecter les cellules de l'organisme pour augmenter leur absorption de glucose. Ainsi, les patients atteints du diabète de type 2 sont résistants à l'insuline. Avec le temps, le nombre de β -cellules commencent à diminuer en raison de la surcharge, et puis, les diabétiques de type 2 doivent être traités avec des médicaments pour augmenter la sensibilité à l'insuline. Si ces médicaments ne sont pas suffisants, l'insuline externe doit être injectée comme dans DT1. Le DT2 est le type de diabète le plus courant.

Au cours des deux dernières décennies, la prévalence du diabète a augmenté de façon spectaculaire et la maladie est maintenant un problème de santé publique mondiale. Dans le monde, environ 366 millions de personnes sont diabétiques. On s'attend à ce que ce nombre atteigne environ 552 millions d'ici 2030 [42]. La maladie et sa complication ont coûté au moins 465 milliards de dollars en dépenses de santé en 2011. Le diabète est l'une des dix principales causes de décès dans le monde. Ce sont là des faits alarmants qui justifient la nécessité de mener des recherches dans ce domaine.

a) Les causes du diabète de type 2

Il n'existe pas une cause précise mais un ensemble de facteurs qui en sont responsables : Une origine génétique : le facteur familial est tout à fait prépondérant. Des antécédents de diabète du même type sont souvent présents dans la famille.

Des facteurs environnementaux : alimentation déséquilibrée, un manque d'activité physique, responsables du surpoids [39].

b) Les symptômes :

Les symptômes du diabète de type 2 sont malheureusement rarement détectables sans effectuer une analyse sanguine (mesure de la glycémie) d'où l'importance de faire régulièrement un check-up chez votre médecin, c'est surtout recommandé chez des personnes en surpoids, car le risque de développer un diabète de type 2 est plus élevé chez ces individus. Notons que dans certains cas des signes ou des symptômes de diabète de type 2 peuvent être visibles, ce sont : Une soif importante due à une concentration élevée dans le sang qui provoque une sortie du liquide des cellules vers le sang, par effet d'osmose. Une envie fréquente d'uriner, pour la même raison qu'en cas de soif importante, le liquide sort des cellules par effet d'osmose, va dans la circulation sanguine et est ensuite en partie éliminé au niveau rénal, la personne va donc uriner de façon fréquente [39].

c) Les complications :

Le diabète de type 2 est une maladie qui peut présenter de graves complications pour la santé, en particulier chez les personnes qui ne sont pas correctement traitées ou qui ignorent qu'elles souffrent de cette maladie métabolique. En effet, lorsque le diabète n'est pas correctement soigné (hyperglycémie), on peut observer les complications suivantes : complications cardio-vasculaires, troubles rénaux, augmentation du risque d'infection [39].

1.3.2. Traitement actuel du diabète

Comme les cellules productrices d'insuline du DT1 sont détériorées, le traitement du DT1 est basé sur l'administration quotidienne d'insuline externe. Bien que le nombre, la quantité et le calendrier des doses d'insuline soient ajustés en fonction des caractéristiques de chaque patient, le traitement DT1 peut être classifié, selon le régime d'insuline et de la surveillance (mesure) des taux de glycémie, en : thérapie conventionnelle (CT) et thérapie intensive (IT). L'CT comprend une ou deux injections quotidiennes d'insuline, l'auto-surveillance de la glycémie dans le sang ou l'urine, le contrôle alimentaire et l'exercice physique. En général, cette thérapie n'inclut pas les ajustements quotidiens de la dose d'insuline. D'autre part, la T consiste

en de multiples injections d'insuline (trois fois ou plus par jour), ou la livraison d'insuline par l'intermédiaire d'une pompe, et l'analyse de la glycémie par le prélèvement des doigts pour le sang six fois ou plus. La dose peut être ajustée en fonction de l'auto-surveillance de la glycémie, du régime alimentaire et de l'anticipation de l'intensité de l'exercice.

The Diabetes Control and Complications Trial (DCCT) [43] a étudié les types de thérapie et a démontré les avantages d'un contrôle glycémique intensif chez DT1. L'étude a prouvé que les complications micro-vasculaires et certaines complications macro-vasculaires du DT1 pouvaient être réduites par un contrôle glycémique intensif. Cependant, le risque accru d'hypoglycémie associé à l'insulinothérapie intensive a limité l'utilisation clinique d'une telle thérapie, en raison des imperfections des régimes thérapeutiques disponibles [44]. Les deux principales modalités actuellement utilisées pour l'administration de l'insuline sont les pompes MDII et CSII. En fait, tous les traitements actuels dépendent encore fortement des décisions quotidiennes du patient au sujet de l'insulinothérapie, alors que de nombreux facteurs doivent être pris en compte (p. ex. taux de glycémie actuel, glycémie cible, sensibilité à l'insuline, heure et composition des repas, activité physique). Ce régime de traitement peut ajouter des limites strictes au mode de vie des patients et est sujet à des erreurs. En conséquence, de nombreux patients diabétiques n'ont pas, ou ne sont pas en mesure de maintenir un contrôle glycémique serré, ce qui les expose à des complications importantes à court et à long terme.

Par conséquent, l'un des principaux problèmes du traitement actuel est qu'il n'y a pas d'interaction entre le système de surveillance du glucose et la pompe à insuline pour automatiser le traitement d'une manière stable et robuste. En raison de ces problèmes, plusieurs tentatives de développement d'un système automatisé de contrôle en boucle fermée de la glycémie ont été faites dans le passé et sont toujours en cours aujourd'hui.

1.3.3. Surveillance du glucose

Généralement, le glucose est surveillé à l'aide d'un glucomètre, qui est un petit appareil portatif. Pour mesurer la glycémie à l'aide d'un lecteur traditionnel, une personne doit prélever un petit échantillon de sang en piquant le doigt, placer l'échantillon sur une bandelette-test et insérer la bandelette dans l'appareil. Les appareils de mesure existants utilisent des principes de réflectométrie électrochimique ou optique pour mesurer le niveau de glucose [45]. La plupart de ces glucomètres utilisent une méthode électrochimique enzymatique (oxydation du glucose) pour la détection du glucose. Le test doit être répété plusieurs fois par jour. Les glucomètres actuels fournissent des informations instantanées (discrètes) et ne tiennent pas compte de la dynamique (p. ex. variations des niveaux et des tendances) du glucose entre les tests, ce qui

limite leur capacité à atteindre le contrôle glycémique souhaité. Le DCCT a recommandé une surveillance stricte de la glycémie pour maintenir la concentration de glucose dans la plage la plus sûre possible. Une telle surveillance est possible grâce à l'utilisation de dispositifs de surveillance continue du glucose (CGM) : des technologies de capteurs qui fournissent des mesures continues des niveaux de glucose et émettent des lectures toutes les 1 à 5 minutes [46]. La plupart des dispositifs CGM se composent d'un capteur qui est généralement inséré dans le tissu sous-cutané, d'un moniteur pour afficher les informations et d'un émetteur qui transmet les données du capteur au moniteur. CGM peut fournir des informations qui permettent de :

- Détecter les événements hypoglycémiques et hyperglycémiques ainsi que les fluctuations importantes de la glycémie (variabilité glycémique) ;
- Prédire les hypoglycémies imminentes [47].

Les appareils CGM peuvent aider les patients et les médecins à adapter le traitement et faciliter l'élaboration de stratégies thérapeutiques qui tiennent compte de la dynamique du sang en temps réel, comme la réponse temporelle du glucose en fonction de la prise de repas et/ou de la dose d'insuline et du taux de variation du signal glycémique mesuré.

1.3.3.1. Pompes à insuline

La pompe CSII est le moyen le plus précis d'imiter la sécrétion normale d'insuline car les taux d'insuline basale peuvent être programmés en plusieurs segments sur une période de 24 heures [48]. Les patients peuvent gérer les changements métaboliques liés aux conditions quotidiennes (p. ex., manger, faire de l'exercice, être malade, avoir un horaire de travail variable, etc.) en modifiant la disponibilité de l'insuline sur une base horaire. La pompe CSII est un petit dispositif que les patients portent à l'extérieur de leur corps et peut administrer de l'insuline au patient à un rythme continu. L'appareil se compose d'une pompe mécanique, d'un contenant jetable pour l'insuline contenue dans la pompe et d'un ensemble de perfusion jetable composé d'une canule et d'un tube mince souple utilisé pour relier la canule au contenant d'insuline. La canule à l'extrémité de la tubulure peut être facilement insérée à l'aide d'une simple aiguille sous la peau pour délivrer l'insuline aux tissus sous-cutanés.

La quantité d'insuline dont un patient a besoin varie selon l'heure de la journée, l'apport alimentaire et le niveau d'activité. Une quantité constante (basale) d'insuline est nécessaire tout au long de la journée pour les fonctions normales de l'organisme, et une dose supplémentaire est nécessaire lorsque vous mangez ou faites de l'exercice. Avec les injections d'insuline traditionnelles, il est difficile de s'assurer que le débit basal est maintenu pendant la journée et que ce dernier n'est pas consommé pour éliminer l'effet des repas. D'autre part, les pompes à

insuline peuvent être programmées en fonction de l'état de chaque patient et peuvent fournir les deux quantités d'insuline nécessaires. La pompe est programmée pour fournir un petit débit basal prédéterminé d'insuline en continu aux patients afin d'assurer une plage de glycémie constante entre les repas et pendant le sommeil des patients. Le deuxième type d'administration d'insuline n'est pas une quantité régulière, mais plutôt une dose bolus d'insuline à action rapide pour contrer l'état actuel du patient. Cette dose est habituellement administrée au moment des repas, mais peut également être administrée si le taux de glucose du patient est trop élevé.

Les pompes modernes peuvent suivre avec précision l'insuline restante sur la carte (IOB) pour une utilisation plus sûre de l'insuline en bolus. L'IOB est une méthode empirique utilisée pour estimer la quantité d'insuline encore active par rapport aux doses précédentes. L'IOB est représentée par des courbes de désintégration de l'action de l'insuline avec des durées différentes (2-8 heures). Les pompes à insuline incluent l'option IOB qui permet de calculer la dose d'insuline requise suivante tout en réduisant le risque de surdosage et d'hypoglycémie. Les nouvelles pompes à insuline peuvent également estimer la quantité d'insuline prandiale (à l'heure du repas) nécessaire pour un repas [48]. La pompe calcule la quantité d'insuline prandiale encore active et fournit au patient une dose suggérée que le patient peut activer ou sauter. Bien que les pompes CSII présentent plusieurs avantages par rapport au traitement MDII, en termes de commodité, de facilité d'utilisation, de bolus facile, de comptage précis des glucides et d'ajustement précis de la dose, elles fonctionnent toujours en boucle ouverte, nécessitant l'intervention du patient pour régler le débit de perfusion de base et administrer les bolus de repas en fonction de son taux glycémique.

Actuellement, l'utilisation des pompes CSII augmente et un certain nombre d'appareils CGM ont reçu l'approbation réglementaire. Bien que les capteurs CGM et les systèmes de pompes CSII présentent encore quelques problèmes, leur utilisation dans une combinaison en boucle ouverte a donné de meilleurs résultats cliniques que le traitement MDII [46, 49]. Par conséquent, les efforts en cours sont destinés à la régulation en boucle fermée en reliant la mesure continue de la glycémie avec des pompes à insuline à contrôle automatique, dans le but final de développer un pancréas artificiel [47].

1.4. Contrôle en boucle fermée du diabète

1.4.1. Le pancréas artificiel

Comme mentionné précédemment, chez les sujets sains, le glucose est régulé par un système de rétroaction en boucle fermée. Dans le T1DM, la boucle de régulation est rompue en

raison de l'absence d'insuline. Par conséquent, une façon naturelle de remplacer la boucle brisée est d'utiliser un système de contrôle externe en boucle fermée pour la régulation du glucose. L'inexistence d'une boucle externe " artificielle " pour remplacer la boucle naturelle oblige les patients diabétiques à réguler leur glycémie en boucle ouverte, en utilisant les systèmes disponibles de surveillance glycémique et d'administration d'insuline. Bien que le traitement soit supervisé par le personnel médical, des situations mal gérées (non contrôlées) apparaissent souvent, entraînant une hyperglycémie et une hypoglycémie qui sont toutes deux dangereuses, cette dernière étant plus mortelle à court terme, entraînant, par exemple, une perte de conscience et un coma. Par conséquent, la composante la plus complexe de la régulation de la glycémie est sans doute le domaine du contrôle. Dans le cas de la régulation du glucose par un système en boucle fermée, également connu sous le nom de pancréas artificiel, la glycémie est surveillée en continu, ce qui permet d'obtenir une perfusion d'insuline continue calculée par un algorithme informatique, sans qu'il soit nécessaire de consulter le patient (Figure 1.2).

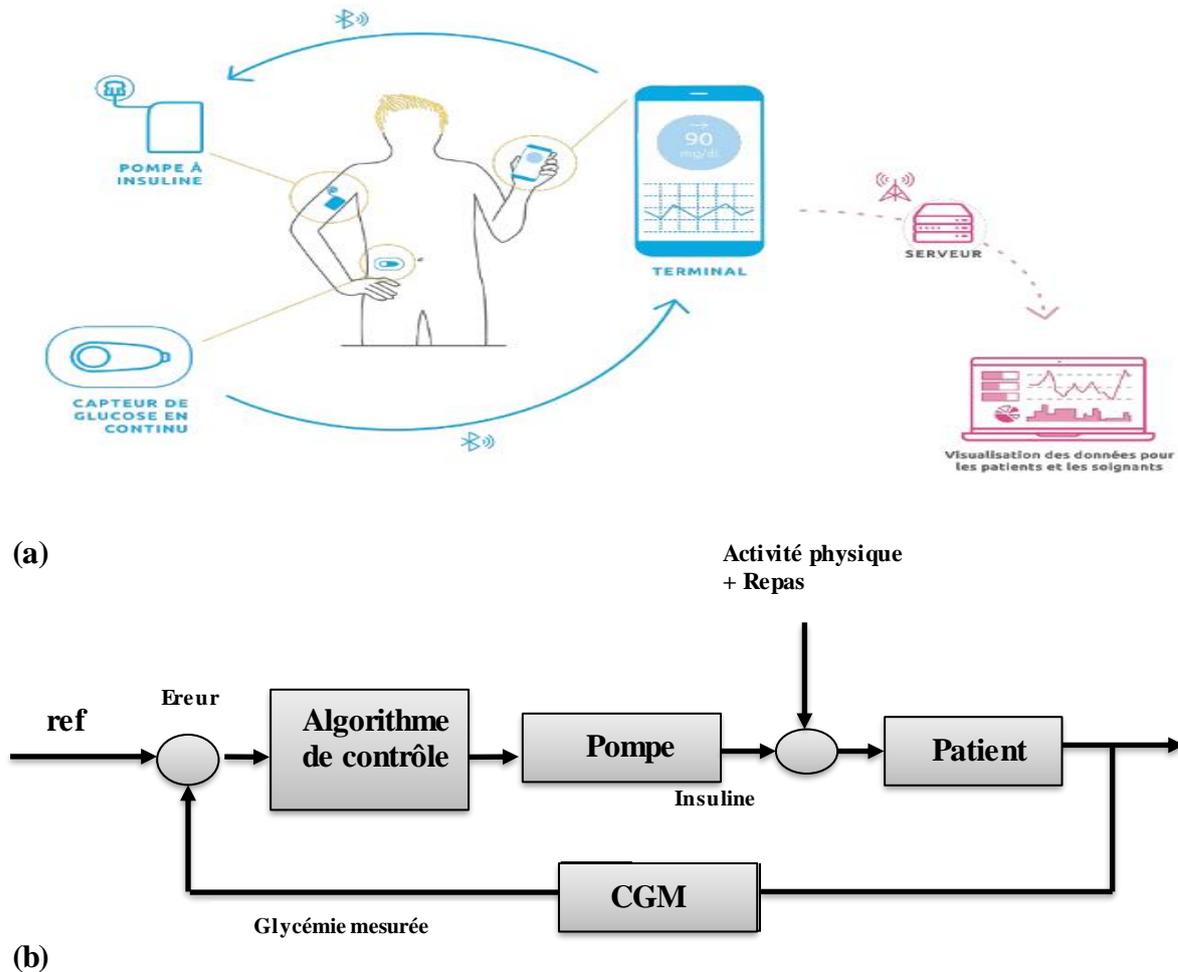


Figure 1-2. Pancréas artificiel en boucle fermée.

(a) : Esquisse simple, (b) : Schéma fonctionnel du système.

Le pancréas artificiel comporte trois composants principaux [10, 50]: un capteur de

glucose, une pompe à insuline et un algorithme de contrôle capable de déterminer " automatiquement " la dose d'insuline requise dans des conditions réelles (par exemple en présence de repas et d'exercice, ou pendant la nuit).

Par rapport à l'insulinothérapie actuellement utilisée, le pancréas artificiel a le potentiel d'atteindre :

- Moins de variabilité glycémique ;
- Moins de risque d'hypoglycémie ;
- Moins de douleur en piquant la peau pour vérifier le glucose et administrer l'insuline;
- Moins de patients dans l'ensemble effort avec une plus grande flexibilité dans le style de vie.

Cependant, jusqu'à présent, il n'existe pas de système de pancréas artificiel disponible dans le commerce avec les améliorations significatives apportées aux composants du capteur CGM et des pompes CSII, le développement d'un algorithme de contrôle en boucle fermée adéquat pour la progression du pancréas artificiel.

1.4.2. Algorithmes de contrôle

Pour pouvoir fermer la boucle et ainsi automatiser le schéma de contrôle glycémique, un ensemble de règles de décision (c'est-à-dire un algorithme) pour l'administration de l'insuline, basé principalement sur le taux de glucose contrôlé, est nécessaire. Plusieurs tentatives ont été faites pour concevoir un tel algorithme de contrôle en utilisant un large éventail d'approches en théorie du contrôle. Plusieurs études ont déjà longuement discuté des algorithmes de contrôle glycémique mis au point depuis les années 1960 jusqu'à aujourd'hui (voir par exemple [5, 10, 51, 52]). C'est la raison pour laquelle ce chapitre ne donne qu'un bref aperçu des algorithmes de régulation existants, en indiquant les plus pertinents.

Les tentatives de contrôle boucle fermée ont commencé dans les années soixante par Kadish en 1964, qui a utilisé un système tout ou rien avec perfusion intraveineuse d'insuline et de glucose (ou de glucagon) basé sur des mesures continues du glucose chez le patient diabétique. En 1974, Albisser a développé l'une des premières équations de contrôle basées sur l'ajustement des courbes. Cet algorithme a par la suite été modifié et a servi de base à l'algorithme utilisé dans Biostator, le premier dispositif commercial de contrôle automatique du glucose [45]. Le Biostator a également utilisé la voie intraveineuse (IV) pour la surveillance du glucose et l'administration d'insuline (c.-à-d. la voie IV-IV), où l'algorithme de contrôle calcule la dose d'insuline à l'aide d'une courbe de réponse sigmoïde glucose-insuline [45]. L'approche IV-IV adoptée a l'inconvénient d'être très invasive et ne peut être utilisée quotidiennement. La

mise au point d'analogues de l'insuline à action rapide et de capteurs de glucose moins invasifs (ou peu invasifs) ont rendu plus facile l'utilisation de la voie sous-cutanée (SC-SC) qui est beaucoup moins invasive que la voie IV-IV, puisque l'administration de l'insuline et la mesure du glucose sont effectuées dans les tissus sous cutanés.

Par la suite, divers algorithmes de contrôle ont été proposés, allant des approches classiques telles que Proportionnel-Integral-Dérivé (PID), des algorithmes de contrôle avancés tels que le contrôle prédictif (MPC), contrôle adaptatif, approches robustes H_∞ et SMC (commande par mode glissant), et des commandes intelligentes telles que la commande floue et la commande des réseaux neuronaux. La plupart de ces algorithmes de contrôle ont été testés dans des simulations [5, 10, 53], tandis que certaines approches ont été testées sur des animaux et même des patients diabétiques [54, 55].

La stratégie de contrôle PID est l'un des algorithmes les plus utilisés dans le domaine de la régulation du glucose. Dans sa formulation simple, la loi de contrôle du PID dépend de l'erreur de sortie (c'est-à-dire de la différence entre la glycémie mesurée et la glycémie souhaitée) et de son comportement proportionnel dérivé intégral. Un tel algorithme est préférable parce qu'il est basé sur des calculs mathématiques et qu'aucune connaissance détaillée du comportement du patient n'est requise. Dans [56, 57], un algorithme PID a été testé dans un essai clinique préliminaire en boucle fermée, utilisant la voie de contrôle sous-cutanée. Des modifications ultérieures ont été adoptées dans l'algorithme, comme l'utilisation d'un terme de rétroaction de l'insuline pour minimiser l'administration de l'insuline à partir d'une estimation de l'insuline dans le sang [57]. Dans une étude clinique récente [3], la rétroaction de l'insuline a été utilisée pour améliorer la réponse du régulateur PID en évitant l'hypoglycémie après le petit déjeuner, et la performance désirée a été atteinte.

Pour faire cette étude, on doit d'abord avoir un modèle mathématique représentant la dynamique du métabolisme Glucose – Insuline où la concentration du glucose est le paramètre à réguler par injection automatique de la dose requise de l'insuline. Afin d'atteindre cet objectif, on définit, dans ce qui suit, le modèle à adopter.

1.4.3. Modèles du métabolisme glucidique dédiés à la commande

Motivés par la nécessité d'étudier le système physiologique et d'analyser sa réponse à un large éventail de signaux de contrôle et de perturbation sans exposer le patient au risque réel, plusieurs modèles mathématiques ont été développés pour décrire le système de régulation du glucose dans le T1DM [50]. Ces modèles sont essentiels pour tester et valider le pancréas artificiel dans les études de simulation (*i.e. in silico*) avant de le mettre en usage clinique chez

de vrais patients. De plus, ces modèles sont essentiels à la conception des algorithmes de contrôle en boucle fermée (pour les essais cliniques et *in silico*), puisque la plupart des contrôleurs actuellement proposés sont basés sur des modèles où le pancréas artificiel régule la glycémie en fonction des mesures du glucose et du modèle mathématique du patient qui est utilisé pour concevoir le contrôleur.

Dans les dernières décennies, une variété de modèles mathématiques a été introduite pour la compréhension des différents aspects de la maladie, y compris la dynamique du glucose et de l'insuline [58], l'épidémiologie [59], les complications et les coûts [60]. Certains de ces modèles offrent de nouvelles perspectives sur les mécanismes impliqués dans le maintien de la glycémie. Malgré l'existence de nombreux modèles qui tentent d'aborder la complexité de la maladie, le déséquilibre subsiste entre les connaissances actuelles obtenues à partir des approches expérimentales et leurs représentations mathématiques [61]. Pour y remédier, il est important de revenir sur les progrès accomplis dans la modélisation mathématique en diabétologie. Cette partie est une synthèse de différents types de modèles du métabolisme glucidique dédiés à la commande.

Trois classes de modèles sont utilisées dans le domaine de la régulation du glucose :

1.4.3.1. Modèles compartimentaux

Les modèles compartimentaux sont une forme de modèle utilisée pour représenter et étudier l'évolution et la répartition d'une substance (médicament, hormone, etc.) dans l'organisme [62]. Ce sont des modèles sous forme d'équations d'état avec un choix particulier de variables d'état et d'interprétation de ces variables [63].

Un compartiment modélise une quantité de matière dont la caractéristique est une répartition uniforme et une homogénéité cinétique. Un modèle compartimental est un modèle constitué d'une suite de compartiments interconnectés entre-eux et qui ont des échanges.

1.4.3.2. Modèles du métabolisme glucidique

Un certain nombre de modèles détaillés du métabolisme glucidique ont été développés [4]. Nous présentons dans ce paragraphe deux de ces modèles : le modèle de Dalla Man [64] et le modèle de Hovorka [51]. Ces modèles sont actuellement utilisés en tant que modèle de simulation pour tester des lois de commande régulant la glycémie de patients diabétiques. Comme nous le verrons ci-après, ils ont aussi été utilisés pour développer des lois de commande dans ce cadre.

1.4.3.3. Modèles d'ordre réduit

Les modèles précédemment mentionnés modélisent l'ensemble du processus du métabolisme glucidique chez un patient diabétique de type 1. L'identification de leurs paramètres nécessitent des protocoles expérimentaux complexe et coûteux ce qui rend leur utilisation en tant que modèle de commande difficile à mettre en place. Nous présentons ci-dessous des modèles d'ordre plus réduit dont l'identification paramétrique pourrait être effectuée avec des données non contraignantes pour les patients.

- **Modèles de type ARMAX du diabète [65]**

Les modèles de type autorégressif à entrées exogènes ont été appliqués au métabolisme glucidique [65]. Dans ce cadre, les modèles ARMAX (pour « autoregressive moving average exogenous input »)

- **Modèle minimal de Bergman [8]**

Ce modèle a été développé en 1979 pour que les paramètres puissent être déterminés de manière simple à partir de données d'un test clinique fait à l'hôpital, appelé IVGTT. Il a été modifié pour pouvoir représenter le métabolisme glucidique d'un patient diabétique de type 1 et utilisé en tant que modèle de commande [66], Dua et al.[67], Cormerais et Richard [68].

1.5. Description du modèle minimal de Bergman

Le modèle de Bergman est l'un des premiers modèles introduits et les plus connus du métabolisme de l'insuline et du glucose chez l'homme. Les modifications et le perfectionnement du modèle minimal de Bergman ont contribué à une meilleure compréhension du système de régulation du glucose. La structure globale du modèle est présentée par la figure (1.3). Les flèches marquées en rouge sont utilisées pour clarifier certains des points présentés dans la description du modèle [8].

1.5.1. Dynamique du glucose

Pour décrire mathématiquement la dynamique du glucose, on applique le bilan massique. La description est présentée dans l'expression (1.1) et est la même pour tous les modèles examinés.

$$\frac{dG(t)}{dt} = \text{activation} - \text{consommation} \quad (1.1)$$

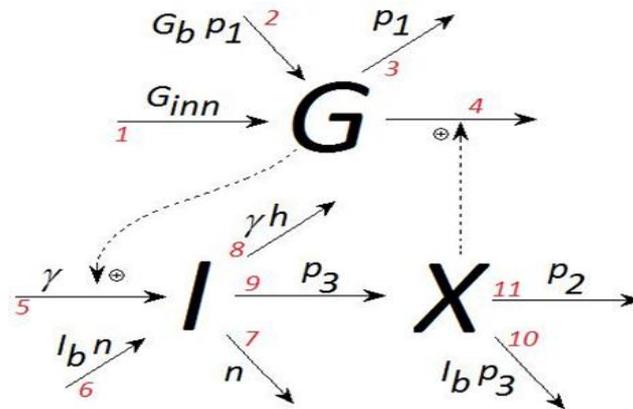


Figure 1-3. Structure de modèle minimal de Bergman.

Considérant la figure (1.3) flèches 1 et 2, le glucose est activé par une perfusion basale de glucose G_b au débit p_1 , et un signal d'entrée de glucose G_{inn} . La perfusion basale de glucose G_b est probablement liée à la libération hépatique de glucose. Alors que le signal d'entrée G_{inn} est probablement lié à l'absorption du glucose dans les aliments. Le flux d'activation, j_{act} peut alors être exprimé comme suit :

$$j_{act} = G_{inn} + p_1 G_b \quad (1.2)$$

La description de la dynamique du glucose à deux termes de consommation, flèche 3 et 4 figure (1.3). L'insuline indépendante de la consommation de glucose dans le cerveau à la vitesse P_1 , et une consommation de glucose activé par l'insuline. Cette dernière décrit très probablement l'absorption du glucose dans les tissus musculaires et adipeux, ainsi que dans le foie. Le flux de consommation de glucose j_{con} devient alors :

$$j_{con} = p_1 G(t) + X(t)G(t) \quad (1.3)$$

En combinant les expressions (1.2) et (1.3), la dynamique complète du glucose devient la suivante :

$$\frac{dG(t)}{dt} = G_{inn} - p_1 (G(t) - G_b) - X(t)G(t) \quad (1.4)$$

1.5.2. Dynamique de l'insuline

Pour décrire mathématiquement la dynamique de l'insuline, on applique le bilan massique. La description est présentée dans l'expression (1.5) et est la même pour tous les modèles examinés.

$$\frac{dI(t)}{dt} = \text{activation} - \text{dégradation} \quad (1.5)$$

Une augmentation de la concentration d'insuline est activée par deux termes dans le modèle de Bergman, flèche 5 et 6 figure (1.3). Une augmentation de la concentration de glucose active la sécrétion d'insuline à un taux γ' . En outre, la dynamique de l'insuline à la sécrétion basale I_b à un taux n . le flux d'activation de l'insuline est alors exprimée comme suit :

$$j_{act} = I_b n + \gamma' G(t) \quad (1.6)$$

La concentration d'insuline à deux termes de dégradation, flèche 7 et 8 figure (1.3). Un terme du premier ordre associé au taux de dégradation n , et une dégradation d'ordre zéro. Le flux complet de dégradation de l'insuline j_{deg} est exprimé comme suit :

$$j_{deg} = nI(t) + \gamma'h \quad (1.7)$$

L'expression (1.6) et (1.7) sont combinées pour obtenir la description complète de la dynamique de l'insuline :

$$\frac{dI(t)}{dt} = -n(I(t) - I_b) + \gamma'(G(t) - h) \quad (1.8)$$

1.5.3. L'insuline à distance en action

En plus du glucose et de l'insuline, le modèle de Bergman décrit l'effet de l'insuline sur la disparition nette du glucose, ou insuline à distance en action $X(t)$. La figure (1.3), flèche 9, illustre comment la concentration d'insuline $I(t)$ active l'insuline $X(t)$ à distance, qui à son tour active la dégradation du glucose. L'insuline à distance a une dégradation du premier ordre et une dégradation de l'ordre zéro, flèche 11 et 10 respectivement. L'expression complète de la dynamique de l'insuline à distance devient :

$$\frac{dX(t)}{dt} = -p_2 X(t) + p_3 (I(t) - I_b) \quad (1.9)$$

1.5.4. Modèle complet

L'ensemble du modèle de Bergman est présenté aux équations (1.4), (1.8) et (1.9). Les paramètres du modèle sont présentés dans le tableau (1.1).

$$\begin{cases} \frac{dG(t)}{dt} = G_{imm} - p_1 (G(t) - G_b) - X(t)G(t) \\ \frac{dX(t)}{dt} = -p_2 X(t) + p_3 (I(t) - I_b) \\ \frac{dI(t)}{dt} = -n(I(t) - I_b) + \gamma'(G(t) - h)^+ + u \end{cases} \quad (1.10)$$

Tableau 1-1. Paramètres du modèle minimal de Bergman [8].

Paramètres	Unité	Description
t	min	Le temps.
$G(t)$	mg/dl	La concentration du glucose dans le sang.
G_b	mg/dl	État d'équilibre de la concentration de glucose dans le sang.
$X(t)$	l/min	L'effet de l'insuline active.
$I(t)$	mU/L	La concentration de l'insuline dans le sang.
I_b	mU/L	État d'équilibre de la concentration de l'insuline dans le sang.
P_1	l/min	La vitesse d'élimination de glucose indépendant d'insuline.
P_2	l/min	Le taux de dégagement d'insuline active.
P_3	$L^2 / min mU$	L'augmentation de la capacité d'absorber causée par l'insuline.
n	l/min	Le taux de premier ordre de décroissance de l'insuline dans le plasma.
γ'	$[(\mu U/ml min^{-2} (mg/dl))^{-1}]$	Le taux de libération de l'insuline des cellules β -pancréatiques d'après l'injection de glucose à la concentration de glucose au-dessus du seuil.
h	mg/dl	La valeur de seuil de glucose à laquelle la β pancréatique - cellules libèrent l'insuline.
$u(t)$	mU/L	Définit la vitesse d'injection de l'insuline et remplace la régulation de l'insuline normale du corps.

Avec $100 U = 1 ml$.

1.5.5. Analyse du modèle de Bergman

Ce modèle considère deux constantes particulières (I_b et G_b respectivement) supposées

connues a priori et correspondant aux valeurs basales d'insuline et de glucose. Chez un sujet non diabétique de type 1, I_b correspond à la valeur d'insuline produite par le pancréas en état de jeûne et G_b correspond à la glycémie associée. Ces deux valeurs peuvent donc être mesurées. En revanche, chez un patient diabétique de type 1, les valeurs de I_b et G_b sont inconnues puisque l'organisme ne produit pas d'insuline. Or, le modèle minimal de Bergman n'est pas structurellement identifiable si I_b et G_b ne sont pas fixés [69]. Ainsi, lors de l'identification sur un jeu de données patients, ces valeurs sont à fixer et le choix fait conditionner les valeurs estimées des paramètres restants. De plus, même en considérant I_b et G_b connus, [70] et [71] ont noté des difficultés dans l'estimation de certains paramètres. Le paramètre P_2 , sur des jeux de données de patients diabétiques, était estimé à une valeur proche de zéro ou sa valeur était difficile à estimer [72]. On a montré que les difficultés d'estimation des paramètres du modèle proviennent des techniques d'estimation choisies (moindres carrées généralisées non linéaires, maximum de vraisemblance). Ils ont proposé d'utiliser des techniques d'estimation bayésienne en fixant la loi de distribution des paramètres a priori. Leurs résultats ont montré que l'approche bayésienne permettait une meilleure estimation des paramètres. En effet, l'intervalle de confiance des paramètres estimés est plus faible que pour le maximum de vraisemblance tout en étant concentré autour des vraies valeurs des paramètres. Ils ont cependant remarqué un intervalle de confiance assez large pour le paramètre P_2 , dû à des queues de distribution épaisses au niveau de la loi associée au paramètre. Ceci peut notamment poser problème pour déterminer une valeur précise de ce paramètre.

La simplicité de la structure du modèle minimal et sa capacité d'évaluer les paramètres physiologiques a conduit à plus de 1000 publications liées au modèle [50, 73]. Les avantages du modèle minimal sont assez nombreux, d'après le professeur R.N. Bergman dans [73]: "Je crois que la longévité du modèle minimal peut être attribuée à ce qui suit:

- La simplicité de concept : Les non-mathématiciens peuvent comprendre les concepts fondamentaux du modèle ;
- La validation du modèle par de nombreux chercheurs indépendants ;
- L'utilité du modèle : de nombreux chercheurs dans de nombreux domaines tiennent à mesurer la sensibilité à l'insuline ;
- La disponibilité des logiciels conviviaux pour calculer les paramètres du modèle ;
- La preuve irréfutable : le modèle a fourni un outil puissant pour prédire quels individus vont développer le diabète de type 2 avant l'apparition de la maladie ;
- Des concepts physiologiques et physiopathologiques intéressants et importants sont sortis de l'expérimentation du modèle."

Comme indiqué dans la partie précédente, l'échec pancréatique et trouble métabolique de l'Insuline-Glucose, après le repas, en période de jeûne, l'augmentation de la concentration de glucose reste élevée car le pancréas ne produit pas l'insuline qui fait un rôle principal de diminuer le taux de sucre dans le sang. Plusieurs tentatives ont été faites pour concevoir un tel algorithme de contrôle en utilisant un large spectre d'approches de la théorie du contrôle. Nous avons proposé une méthode pour étudier cette maladie qui est basée sur un système de contre-réaction (feedback) en utilisant le régulateur PID et le modèle qu'on a choisi 'modèle minimal de Bergman'.

1.6. La commande PID

L'usage des correcteurs classiques assurent quelques performances notamment la précision et la stabilité grâce à l'action intégrale et l'action dérivée. La stratégie de contrôle PID a été largement utilisée dans les systèmes de contrôle industriels ainsi que dans le domaine biomédical, plus de 90% des boucles d'asservissement sont des correcteurs PID. Généralement, le correcteur PID classique est implémenté dans des systèmes de commande à retour unitaire classique. Dans sa formulation simple, la loi de contrôle du PID dépend de l'erreur de sortie (c'est-à-dire la différence entre le niveau de glucose mesuré et le niveau de glucose souhaité) et de son comportement proportionnel dérivé intégral. Un tel algorithme est préférable parce qu'il est basé sur des calculs mathématiques et qu'aucune connaissance détaillée du comportement du patient n'est requise. De plus, l'algorithme PID montre une similarité avec la réponse insulinique multi-phases des cellules β naturelles [56]. Dans une étude clinique récente [74], la rétroaction de l'insuline a été utilisée pour améliorer la réponse du régulateur PID en évitant l'hypoglycémie après le repas, et la performance désirée a été atteinte. Cependant, le contrôleur n'est toujours pas complètement capable d'éviter l'hypoglycémie.

Le régulateur PID utilisé est mathématiquement décrit par l'équation différentielle suivante :

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{-\infty}^t e(t) dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (1.11)$$

Où $u(t)$ est la sortie de contrôleur ; $e(t)$ est l'erreur ; T_i la constante de temps d'intégration ; T_d la constante de temps de dérivation ; K_p le gain proportionnel.

Il faut d'abord linéariser notre système.

- **Linéarisation du système**

Forme générale des modèles dynamique :

Nous avons l'ensemble d'équations différentielles du 1er ordre :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, p_1, p_2, \dots, p_r) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, p_1, p_2, \dots, p_r) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, p_1, p_2, \dots, p_r)\end{aligned}\quad (1.12)$$

La représentation vectorielle est $\dot{x} = f(x, u, p_i), i = 1 : r$

Avec x variables d'état, u variables d'entrées et p paramètres.

La linéarisation permet de transformer une équation non-linéaire en une équation linéaire applicable autour d'un point de fonctionnement donné :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= g(x, u)\end{aligned}\quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\quad (1.13)$$

Avec $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$; \bar{x} point de fonctionnement.

En substituant à l'aide des variables constantes et de déviation, nous obtenons :

$$\delta_x(t) \approx f(\bar{x}, \delta_x(t), \bar{u}, \delta_u(t)) \quad (1.14)$$

Maintenant nous allons faire un développement de Taylor, et la négligence de tous les termes d'ordre supérieur.

$$\delta_x(t) \approx f(\bar{x}, \bar{u}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \delta_x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \delta_u(t) \quad (1.15)$$

On a $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$, Donc

$$\delta_x(t) \approx \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \delta_x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \delta_u(t) \quad (1.16)$$

Les éléments des matrices de linéarisation :

$$A := \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad B := \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \in \mathfrak{R}^{n \times m} \quad C := \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \in \mathfrak{R}^{p \times n} \quad D := \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \in \mathfrak{R}^{p \times m} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned}\delta \dot{x}(t) &= A\delta x(t) + B\delta u(t) \\ \delta y(t) &= C\delta x(t) + D\delta u(t)\end{aligned}\quad (1.18)$$

La linéarisation des équations (1.10) devient autour des points de fonctionnement suivants :

$$G=G_b, X=0 \text{ et } I=I_b.$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -p_1 x_1 - G_b x_2 \\ \dot{x}_2 = -p_2 x_2 + p_3 x_3 \\ \dot{x}_3 = -n x_3 + u(t) \end{cases} \quad (1.19)$$

1.6.1. Résultats et discussion

MATLAB est utilisé pour mettre en place une série d'expériences informatiques pour simuler le système en boucle fermée. Les valeurs qui ont été utilisées dans la mise en œuvre du modèle sont données dans le tableau (1.2) [5].

Pour représenter les limites de l'hypo et de l'hyperglycémie, une bandelette est ajoutée à toutes les simulations de glucose marquant la plage de 50 à 130 mg/dl.

Tableau 1-2. Les paramètres pour des personnes diabétiques.

Variable	Patient 1	Patient 2	Patient 3	Units
P_1	0	0	0	l/min
P_2	0.0142	0.0072	0.02	l/min
P_3	9.94×10^{-5}	2.16×10^{-6}	5.3×10^{-6}	$ml/uUmin^2$
n	0.2814	0.2465	0.3	l/min

Expérience 1 :

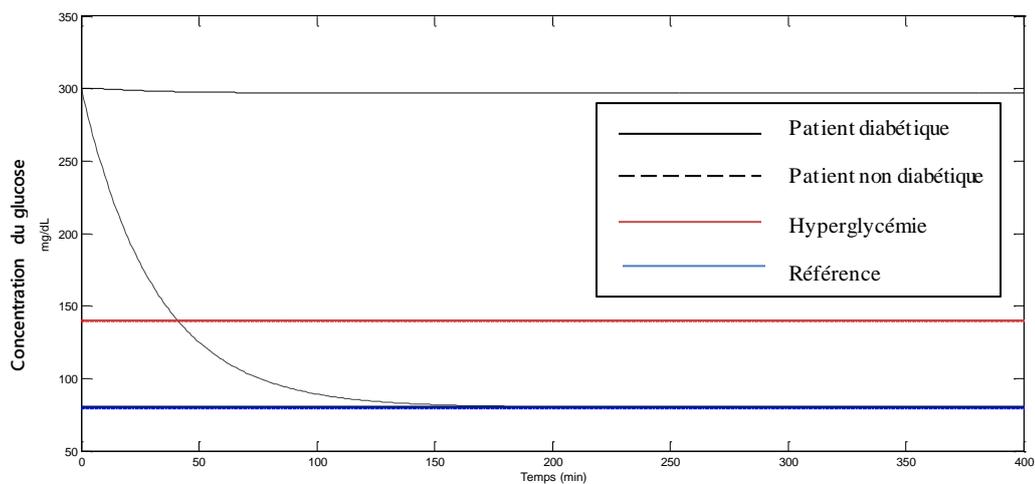


Figure 1-4. Système de réglementation du glucose en boucle ouvert.

Cette expérience a été réalisée pour le système d'équation (1.10) en supposant qu'il n'y a pas de

contrôleur $u(t)$. La figure (1.4) montre la réponse d'une personne non diabétique et d'un diabétique pour démontrer la différence entre leurs systèmes régulateurs de glucose. Il est facile de voir que la valeur de glucose de la personne non diabétique est stabilisée au niveau basal en présence de la perturbation du repas, mais le taux de glucose de la personne malade reste hors plage.

Expérience 2 :

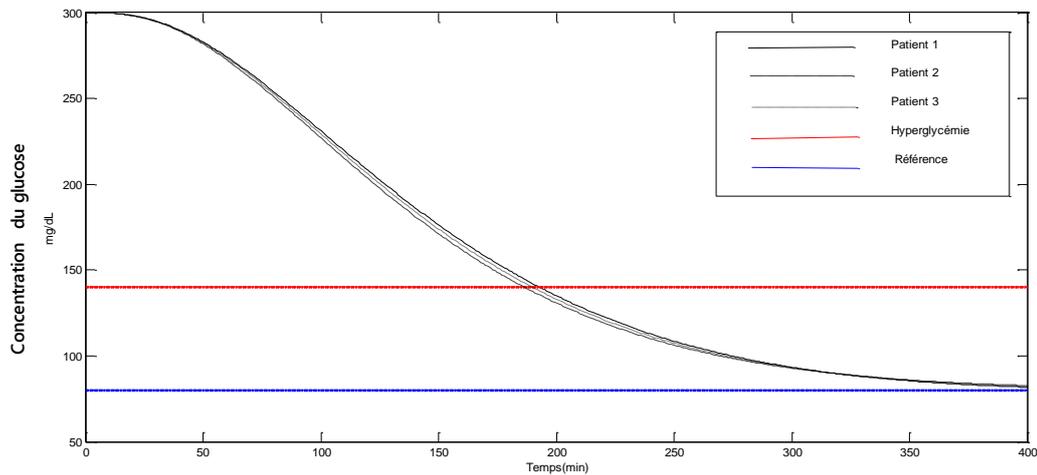


Figure 1-5. Concentration du glucose sous contrôleur PID.

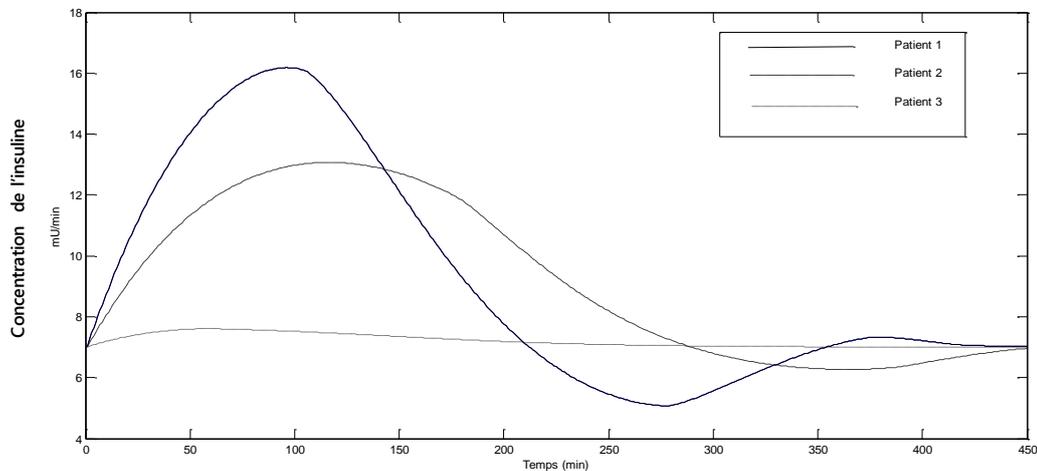


Figure 1-6. Concentration de l'insuline sous contrôleur PID.

J.G Ziegler et N.B Nichols [75] ont été les premiers à montrer comment on peut choisir les paramètres d'un PID à partir d'une réponse à un échelon du procédé. Leur méthode, même si elle n'est pas la meilleure, jouit d'une notoriété telle qu'elle n'est pas possible de l'ignorer.

Les paramètres du régulateur PID : $T_i=0$, $T_d=0.04$, et $K_c=0.009$.

À partir des paramètres T_i , T_d et K_c obtenus, on calcule le correcteur PID à introduire. Après

simulation du système pour les différents cas, on obtient les réponses présentées sur les figures suivantes.

Les figures (1.5) et (1.6) montrent les résultats de simulation de la concentration de glucose et la concentration d'insuline à l'aide de contrôleur PID, respectivement. Selon ces résultats, cela montre qu'une réponse lente ou un temps de repense lent a conduit à une augmentation de la concentration de glucose dans le sang, qui ne peut pas surmonter toute hyperglycémie dans la concentration de glucose en raison d'une réponse lente. De plus, le contrôleur PID a une erreur de stabilité qui rend difficile pour la concentration de glucose d'atteindre son point de consigne.

1.7. conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté un aperçu du contexte physiologique du diabète sucré ; la modélisation mathématique du patient et les algorithmes de contrôle. A partir de cette synthèse bibliographique, Différents systèmes de pancréas artificiel en boucle ouverte disponibles sur le marché. Cependant, un système de perfusion d'insuline en boucle fermée entièrement automatisé capable de délivrer des quantités appropriées d'insuline aux patients sans aucune intervention externe (manuelle) n'est pas encore développé. Pour la pompe à insuline en boucle fermée, la disponibilité du système CGM en temps réel a permis le développement de systèmes de commande qui permet la perfusion précise d'insuline. L'algorithme de commande doit être robuste et présente une fiabilité élevée qui sera représenté dans le second chapitre.

Chapter 02

LA COMMANDE ROBUSTE PAR L'APPROCHE H_∞ ET μ SYNTHÈSE

2.1. Introduction

Le problème de la commande robuste a été traité par de nombreux auteurs ces dernières années. Il consiste à trouver des conditions pour garantir l'obtention des performances souhaitées en présence des perturbations dans le système. Différentes méthodes de résolution de ce problème ont été proposées. De manière non exhaustive, nous citerons la commande H_∞ et μ synthèse pour les systèmes linéaires ou linéarisés.

La commande H_∞ a été introduite par Zames au début des années 80 [76]. Cette méthode est devenue parmi les méthodes les plus importantes de la commande robuste suite aux travaux de Doyle, Glover et Francis [77]. La synthèse H_∞ est particulièrement intéressante à plus d'un titre, puisqu'elle permet de prendre en compte, a priori et explicitement des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges, simplifiant ainsi la détermination du correcteur. Elle est considérée comme un moyen permettant d'intégrer différents objectifs de performance et de robustesse dans la synthèse du correcteur. Le but étant alors de rechercher un correcteur qui maximise ces objectifs. En pratique, cela se traduit essentiellement par un modelage des matrices de transfert entre les perturbations et les sorties à contrôler. La solution s'effectuera dans le cadre du problème H_∞ standard en boucle fermée ou en boucle ouverte, comme la synthèse H_∞ par la méthode des facteurs premiers. Cette dernière approche, la plus simple et la plus fiable numériquement utilisant les algorithmes de Glover-Doyle, repose sur la résolution des équations de Riccati [77].

Parallèlement à cette méthode de synthèse, des techniques d'analyse de la robustesse ont été développées. Une analyse de robustesse adaptée à cette commande, la μ analyse est utilisée ensuite pour caractériser la robustesse en stabilité et en performances du système.

L'intérêt de μ analyse telle qu'elle a été introduite par Doyle et Safonov au début des années quatre-vingt, est de fournir un cadre général de résolution du problème d'analyse de la robustesse face à une incertitude structurée du modèle contenant des dynamiques négligées et des incertitudes paramétriques. La marge de stabilité face à une telle perturbation est obtenue typiquement en calculant soit la valeur exacte, soit nous faisons un encadrement de la valeur

singulière structurée et ce pour chaque fréquence [78].

L'association de la synthèse H_∞ et μ analyse fournit des outils puissants permettant de déterminer des lois de commande efficaces, d'autres approches peuvent être utilisées dans le cadre de la commande robuste mentionnant la commande par la μ synthèse telle que la méthode de D-K itération [32]. Le but de la μ synthèse est de concevoir un contrôleur de façon à réduire l'impact des incertitudes Δ sur le système. Dans notre étude, nous allons synthétiser par ces deux méthodes un contrôleur robuste pour la régulation du glucose dans le sang.

2.2. Commande par l'approche H_∞

2.2.1. Principe de la synthèse H_∞

La synthèse H_∞ utilise la notion de problème standard, qui est représenté sur la figure (2.1).

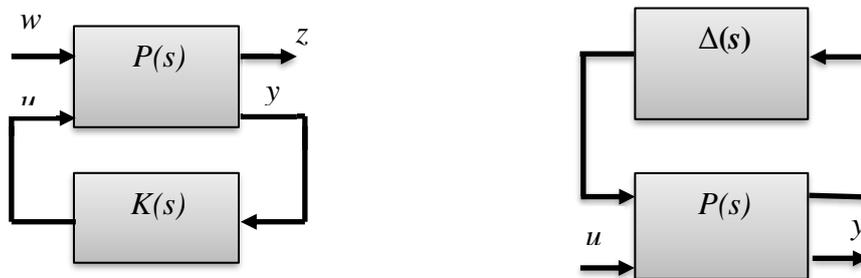


Figure 2-1. Représentation sous forme standard d'un système.

$P(s)$: Représente le procédé généralisé.

$K(s)$: Représente le correcteur.

w : Représente des entrées extérieures, tels que les signaux de perturbations et de bruits.

u : Représente les signaux de commande.

z : sont choisis pour caractériser le bon fonctionnement de l'asservissement.

y : Représente les mesures disponibles pour élaborer la commande.

$\Delta(s)$: Les incertitudes.

Le système augmenté aura la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1W(t) + B_2U(t) \\ Z(t) = C_1X(t) + D_{11}W(t) + D_{12}U(t) \\ Y(t) = C_2X(t) + D_{21}W(t) + D_{22}U(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Soit :

$$P = \begin{pmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Et la matrice de transfert associée sera donnée par :

$$P(s) = \begin{pmatrix} P(s)_{11} & P(s)_{12} \\ P(s)_{21} & P(s)_{22} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Nous calculons la matrice de transfert entre w et z du système bouclé, qui est appelée *Transformation Fractionnaire Linéaire* (LFT) inférieure :

$$F_l(P, K) = P_{11} + P_{21} K (I - P_{22} K)^{-1} P_{12} \quad (2.4)$$

La synthèse H_∞ du correcteur est définie par le problème suivant :

- **Problème H_∞ standard** [77] :

Étant données $P(s)$ et $\gamma > 0$, il faut déterminer $K(s)$ qui stabilise le système bouclé de la figure (2.1) et assure $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$.

Les correcteurs assurant la plus petite valeur de γ possible seront dits "optimaux".

2.2.2. Résolution du problème H_∞ standard par les équations de Riccati :

Considérons la représentation d'état généralisée introduite par les équations (2.1), (2.2) et sa matrice de transfert donnée par (2.3). Nous supposons, sans perte de généralités, dans cette représentation que la matrice D_{22} est nulle, c'est à dire qu'il n'existe pas une transmission directe de l'entrée vers la sortie, ce qui est le cas dans la plupart des applications industrielles. Soient $P = P^T$, $Q = Q^T$ des matrices de mêmes dimensions que A . Notons :

$$X = Ric \begin{pmatrix} A & -P \\ -Q & -A^T \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Quand elle existe, la solution symétrique de l'équation de Riccati :

$$X A + A^T X - X P X + Q = 0 \quad (2.6)$$

Sachant que toutes les valeurs propres de $(A - P X)$ ont une partie réelle strictement négative. Pour résoudre le problème H_∞ standard, nous supposons qu'elle satisfait aux hypothèses suivantes :

1. (A, B_2) est stabilisable et (C_2, A) est détectable ;

2. $(D_{12})^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$; $[B_1^T \ D_{21}^T] (D_{21}) = [0 \ I]$;

3. P et K sont rationnelles, réelles et propres.

4. Les matrices : $\begin{bmatrix} A - J\omega I_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} A - J\omega I_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ sont de rang plein, $\forall \omega \in \mathcal{R}$.

• **Théorème 2.1.** Selon ces hypothèses, le problème H_∞ standard a une solution si et seulement si les 5 conditions suivantes sont vérifiées :

1. La matrice $H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix}$ n'a pas des valeurs propres sur l'axe

imaginaire, et il existe une matrice telle que : $X_\infty = Ric(H_\infty) \geq 0$

2. La matrice $J_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2}C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1B_1^T & -A \end{bmatrix}$ n'a pas des valeurs propres sur l'axe

imaginaire, et il existe une matrice $Y_\infty = Ric(J_\infty) \geq 0$

3. $\rho(X, Y) < \gamma^2$, sachant que ρ rayon spectral.

• **Théorème 2.2.** Selon les conditions du théorème 2.1, les correcteurs rationnels $K(s)$ stabilisant le système et satisfaisant à $\|F_l(p(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ sont décrits par la LFT :

$$K(s) = F_l(K_a(s), \varphi).$$

Sachant que $\varphi(s) \in \mathfrak{RH}_\infty$, vérifiant $\|\varphi\|_\infty \leq \gamma$, et $K_a(s)$ est décrit par la représentation d'état suivante :

$$K_a = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty & Z_\infty B_2 \\ F_\infty & 0 & I \\ -C_2 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Avec

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma B_1 B_1^T X + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \quad (2.8)$$

$$L_\infty = -\gamma C_2^T \quad (2.9)$$

$$F_\infty = -B_2^T X \quad (2.10)$$

$$Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y X)^{-1} \quad (2.11)$$

En particulier, le correcteur correspondant à $\varphi(s) = 0$, appelé *correcteur central*, admet la représentation d'état :

$$K_c = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.2.3. Algorithme de calcul

Etant donnée la matrice de la fonction de transfert $P(s)$ représentant le système à commander :

Etape 1 : Ecrire le modèle du système et mettre le problème sous la forme standard donnée par l'équation (2.1).

Etape 2 : Vérifier les hypothèses H_1, H_2, H_3 et H_4 .

Etape 3 : -Vérifier que les matrices hamiltoniennes H_∞ et J_∞ n'ont pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire.

- Calculer les matrices X_∞ et Y_∞ qui sont les solutions des équations $X_\infty = Ric(H_\infty)$ et $Y_\infty = Ric(J_\infty)$, respectivement. Puis, vérifier qu'elles sont symétriques définies positives.

- Calculer les valeurs propres des matrices X_∞ et Y_∞ , puis vérifier que le module de la plus grande valeur propre du produit des deux matrices (X_∞, Y_∞) est inférieur à γ^2 (γ étant préalablement choisi).

Etape 4 : Le modèle d'état du correcteur central est finalement donné par le modèle (2.7) où les matrices A_∞ et Z_∞ sont respectivement déterminées par les relations (2.8) et (2.11).

2.2.4. Mise en œuvre par l'introduction de fonctions de pondération

Nous pouvons introduire des pondérations sur les différents signaux qui prendront la forme de filtres permettant, suivant le signal auquel elles s'appliquent et de privilégier un domaine de fréquences particulier. Considérons à cette fin le schéma de la figure (2.2), dans lequel l'erreur e est pondérée par le filtre $W_1(s)$, la commande u par $W_2(s)$, et l'entrée de perturbation b est la sortie d'un filtre $W_3(s)$. Nous aurons donc r et d comme entrées et z_1 et z_2 comme signaux à surveiller.

Le problème H_∞ standard qui en découle est la détermination d'un nombre $\gamma > 0$, et le correcteur $K(s)$ stabilisant le système bouclé et assurant :

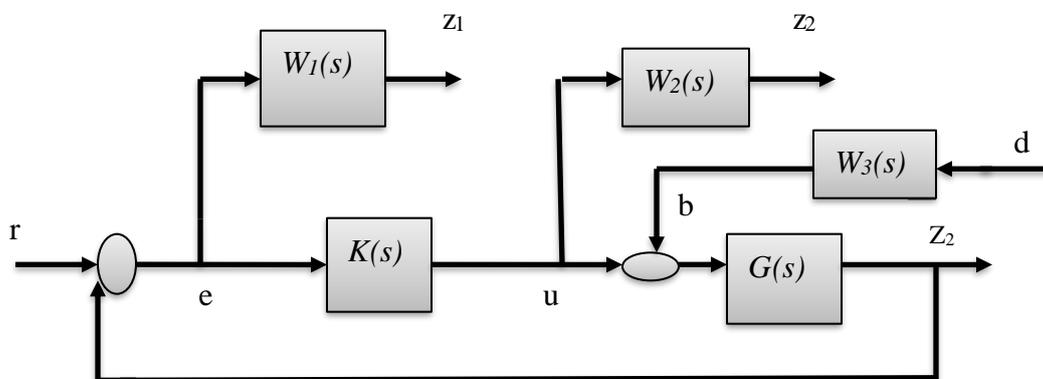


Figure 2-2. Mise en place des pondérations.

$$\left\| \begin{array}{cc} W_1 S & W_1 S G W_3 \\ W_2 K S & W_2 K S G W_3 \end{array} \right\|_\infty < \gamma \quad (2.13)$$

Avec $S = (I + KG)^{-1}$ la fonction de sensibilité.

Il faut considérer que le problème est beaucoup plus simple et que les filtres $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$ permettent de modéliser les différents transferts S , KS , SG et $KS G$, les propriétés de la norme H_∞ montrent que si la condition (2.13) est vérifiée, les 4 suivantes le seront aussi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|W_1 S\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in \mathfrak{R} |S(jw)| < \frac{\gamma}{|W_1(jw)|} \\ \|W_2 K S\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in \mathfrak{R} |K(jw)S(jw)| < \frac{\gamma}{|W_2(jw)|} \\ \|W_1 W_3 S G\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in \mathfrak{R} |S(jw)G(jw)| < \frac{\gamma}{|W_1(jw)W_3(jw)|} \\ \|W_2 W_3 K S G\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in \mathfrak{R} |K(jw)S(jw)G(jw)| < \frac{\gamma}{|W_2(jw)W_3(jw)|} \end{array} \right. \quad (2.14)$$

2.2.5. Théorème de stabilité pour des incertitudes structurées

La notion de la valeur singulière structurée μ a été introduite initialement par *J. Doyle* [78] pour analyser la stabilité robuste des systèmes multi variables (μ -analyse). Dans la même période, *M.G. Safonov* [79] proposait une notion similaire avec la marge de stabilité multivariable k_m correspondant à l'inverse de la valeur singulière structurée μ . Ces techniques se sont ensuite étendues au cadre de la synthèse de correcteur à stabilité robuste (μ synthèse). Nous rappellerons ici quelques définitions et propriétés importantes. Pour approfondir le sujet, nous pourrions se référer à l'article de synthèse de *A. Packard* et *J. Doyle* [80] sur l'utilisation de la valeur singulière structurée μ pour l'analyse et la synthèse de loi de commande robuste.

- **Théorème 2.3.** Avec les notations utilisées pour le théorème de Nyquist généralisé, le théorème de stabilité robuste dans le cas d'incertitudes structurées peut se mettre sous la forme suivante:

Le régulateur K stabilise la famille de modèles $G(s) = F_u(P(s), \Delta)$ pour toute incertitude $\Delta \in D_G \cap \underline{\Delta}$, si :

- K stabilise le modèle nominal $G_0(s) = F_u(P(s), 0)$

- $\forall \omega \in \mathfrak{R}^+, \mu_{\underline{\Delta}}(Q_0(j\omega)) \leq 1$ avec $Q_0(s) = F_l(P(s), K)$

La démonstration de ce théorème [78] utilise conjointement la définition de μ et le théorème de Nyquist généralisé, ce théorème intéresse dans le cas d'incertitudes structurées.

Sachant que

Une matrice Δ appartient à la structure $\underline{\Delta}$ si et seulement si elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\underline{\Delta} = \text{blocdiag}(\delta_1^R I_{k_{r_1}}, \dots, \delta_m^R I_{k_{r_m}}, \delta_1^C I_{k_{c_1}}, \dots, \delta_m^C I_{k_{c_m}}, \Delta_1^C, \dots, \Delta_f^C) \quad (2.15)$$

Avec $\delta_q^R \in \mathfrak{R}$ et $\delta_q^C \in \mathbb{C}$ des éléments qui définissent les ensembles des scalaires répétés réels et complexes, et les éléments Δ_q^C constituent l'ensemble des matrices pleines complexes.

La valeur singulière structurée de la matrice M par rapport à la structure $\underline{\Delta}$ notée $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$ est définie :

$$\mu_{\underline{\Delta}}(M) = \frac{1}{\min(\overline{\sigma(\Delta)} / \det(I - M\Delta) = 0)} \quad (2.16)$$

S'il n'existe pas de matrice Δ de $\underline{\Delta}$ pour que $I - M\Delta$ soit singulière, le terme $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$ sera nul.

- $Q_0(s)$ le modèle nominal corrigé se définit alors comme la transformation linéaire fractionnaire bas de la matrice P par K (LFT).

- $G(s)$ la famille de modèles se définit alors comme la transformation linéaire fractionnaire haute de la matrice P par la matrice d'incertitude Δ .

- $D_G = \{\Delta \in RL_\infty, \eta(G(s, 0)) = \eta(G(s, \Delta)), \|\Delta\|_\infty < 1\}$, avec η la fonction donnant le nombre de pôles R.H.P. (right half plane) de la fonction de transfert.

2.2.6. Robustesse en stabilité et en performance

2.2.6.1. Stabilité robuste

Les théorèmes de stabilité robuste évoqués précédemment peuvent s'exprimer à partir des différentes fonctions de sensibilité nominales associées au modèle nominal bouclé. Cette formulation va nous permettre de préciser le lien entre les fonctions de sensibilité et la stabilité robuste en fonction du type d'incertitude considéré. Pour ce faire, nous utiliserons la valeur singulière structurée, sachant qu'en l'absence de structure $\underline{\Delta} = \{\Delta \in \mathbb{C}^{n \times n}\}$, la valeur singulière structurée d'une matrice M est égale à la valeur singulière supérieure $\overline{\sigma}(M)$.

Nous associons à chaque matrice d'incertitude Δ de $\underline{\Delta}$ une matrice scalaire δ telle que $|\Delta(j\omega)\delta(\omega)| < \delta(\omega) \forall \omega \in \mathcal{R}$.

La stabilité robuste est alors obtenue dans :

- Incertitude additive Δ_a de $\underline{\Delta}$, si et seulement si :

$$\mu_{\underline{\Delta}} \left(K(I_p + GK)^{-1} \right) < \frac{1}{|\delta_a(j\omega)|} \quad \forall \omega \in \mathcal{R} \quad \text{ou encore } \|KS_s\|_{\underline{\Delta}} < \frac{1}{\|\Delta_a\|_\infty} \quad (2.17)$$

Avec $S_{e,s} = (I + KG)^{-1}$ la fonction de sensibilité.

- Incertitude multiplicative en entrée Δ_e de $\underline{\Delta}$, si et seulement si :

$$\mu_{\underline{\Delta}} (KG(I_m + KG)^{-1}) < \frac{1}{|\delta_e(j\omega)|} \quad \forall \omega \in \mathcal{R} \quad \text{ou encore } \|T_e\|_{\underline{\Delta}} < \frac{1}{\|\Delta_e\|_\infty} \quad (2.18)$$

Avec $T_{e,s} = GK(I + KG)^{-1}$ la fonction de sensibilité complémentaire.

- Incertitude multiplicative en sortie Δ_s de $\underline{\Delta}$, si et seulement si :

$$\mu_{\underline{\Delta}} \left(GK(I_p + GK)^{-1} \right) < \frac{1}{|\delta_s(j\omega)|} \quad \forall \omega \in \mathcal{R} \quad \text{ou encore } \|T_s\|_{\underline{\Delta}} < \frac{1}{\|\Delta_s\|_\infty} \quad (2.19)$$

- Incertitude multiplicative inverse en entrée Δ_{ie} de $\underline{\Delta}$, si et seulement si :

$$\mu_{\underline{\Delta}} ((I_m + KG)^{-1}) < \frac{1}{|\delta_{ie}(j\omega)|} \quad \forall \omega \in \mathcal{R} \quad \text{ou encore } \|S_e\|_{\underline{\Delta}} < \frac{1}{\|\Delta_{ie}\|_\infty} \quad (2.20)$$

- Incertitude multiplicative inverse en sortie Δ_{is} de $\underline{\Delta}$, si et seulement si :

$$\mu_{\underline{\Delta}} ((I_m + GK)^{-1}) < \frac{1}{|\delta_{is}(j\omega)|} \quad \forall \omega \in \mathcal{R} \quad \text{ou encore } \|S_s\|_{\underline{\Delta}} < \frac{1}{\|\Delta_{is}\|_\infty} \quad (2.21)$$

Cette formulation des théorèmes de stabilité robuste fait apparaître très clairement que chaque fonction de sensibilité nominale caractérise la robustesse du système bouclé vis à vis d'une représentation des incertitudes. Ainsi, la conformation des normes de ces différentes fonctions à des gabarits fréquentiels revient à prendre en compte de manière plus ou moins explicite des incertitudes dans la synthèse de la loi de commande.

2.2.6.2. Performance robuste

Soit une famille de modèles $G(s)$, définie comme la LFT d'une matrice P par une matrice d'incertitudes $\Delta_G(s)$ appartenant à la structure $\underline{\Delta}_G$, de gain inférieur à 1. La matrice des transferts de boucle fermée $T(s, \Delta_G, K)$ représente les différentes fonctions de transfert entre les entrées de perturbations contenues dans le vecteur W et les sorties à réguler contenues dans le vecteur Z . Nous associons à cette matrice la matrice des pondérations $W_T(s)$ traduisant les performances attendues sur les différents transferts. Le problème de performance robuste consiste à déterminer le régulateur stabilisant $K(s)$ tel que pour toute incertitude de modèle Δ_G de structure $\underline{\Delta}_G$, nous vérifions l'inégalité suivante :

$$\|T(s, \Delta_G, K)W_T(s)\| \leq 1 \quad (2.22)$$

2.2.7. Commande H_∞ sur le système glucose-insuline

2.2.7.1. Modèle des patients diabétiques avec des paramètres incertains

Nous avons le système linéarisé suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -p_1 x_1 - G_b x_2 \\ \dot{x}_2 &= -p_2 x_2 + p_3 x_3 \\ \dot{x}_3 &= -n x_3 + u(t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Partant de la description (2.23), nous établissons le schéma bloc suivant :

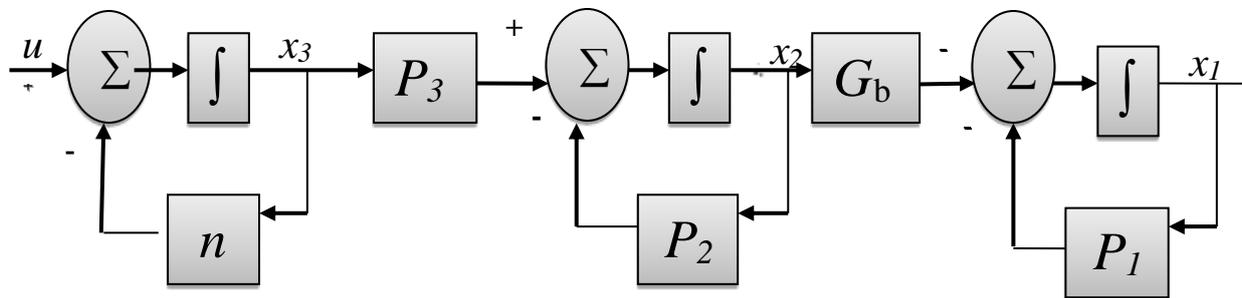


Figure 2-3. Le schéma bloc du modèle.

Comme nous allons tenir compte lors du calcul du correcteur des incertitudes paramétriques du système, nous avons intérêt à mettre ces incertitudes sous forme structurée. Pour le faire, nous nous limitons à la prise en considération des incertitudes sur P_1, P_2, P_3 et n .

Posons :

$$\begin{cases} p_i = \bar{p}_i (1 + r_{p_i} \delta_{p_i}) \\ n = \bar{n} (1 + r_n \delta_n) \end{cases} \tag{2.24}$$

Où (p_i, n) sont les paramètres incertains, (\bar{p}_i, \bar{n}) sont les paramètres nominaux, (r_{p_i}, r_n) sont les taux d'incertitudes et $\delta \in [-1, 1]$.

L'objectif du modèle incertain est de couvrir la différence entre le modèle et la réalité par la définition de l'incertitude pour les paramètres choisis. Le modèle des patients qui suit avec des paramètres incertains est basé sur la description (2.23) et les principes de la modélisation incertaine.

Nous obtenons donc le modèle de la figure (2.4) représenté sous forme LFT avec des paramètres incertains.

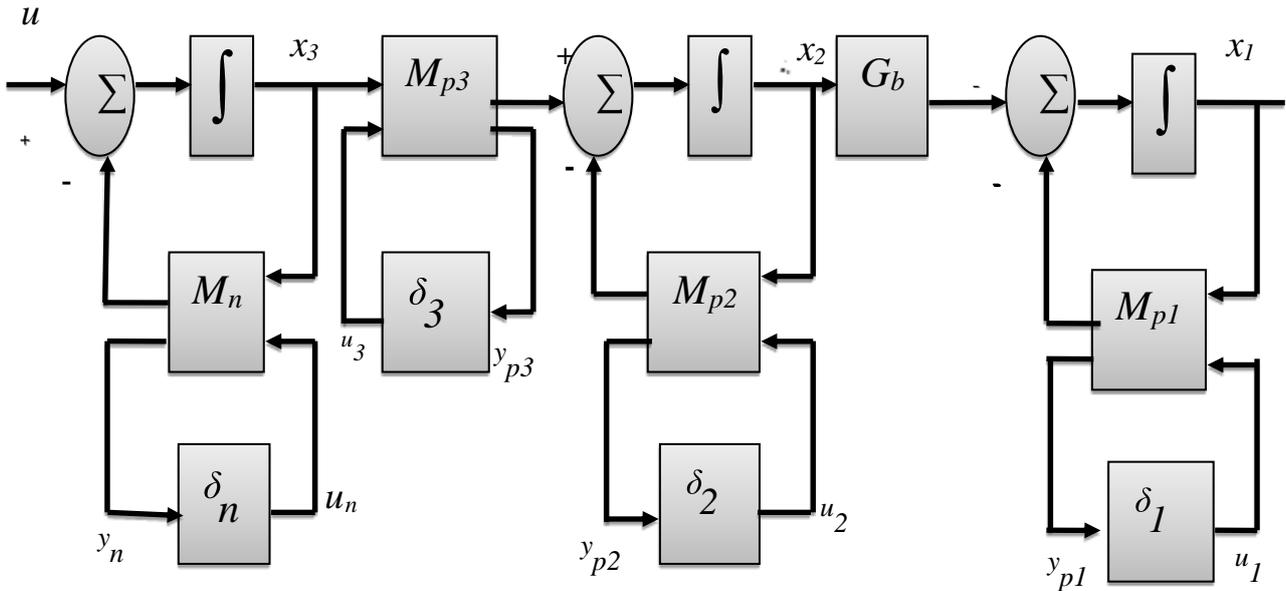


Figure 2-4. Le schéma bloc du modèle avec les paramètres incertains.

Avec $n = F_u(M_n, \delta_n)$ et $p_i = F_u(M_{p_i}, \delta_{p_i})$

$$M_n = \begin{bmatrix} 0 & \bar{n} \\ r_n & \bar{n} \end{bmatrix}, M_{p_i} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{p}_i \\ r_{p_i} & \bar{p}_i \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3 \quad (2.25)$$

Les valeurs du tableau (2.1) sont utilisées pour définir des paramètres incertains [81].

Tableau 2-1. Les paramètres incertains.

Parameter	Min Value	Max Value
P_1	0	0
P_2	0.01	0.02
P_3	$1.0 \cdot 10^{-6}$	$3.0 \cdot 10^{-6}$
n	0.12	0.3
γ	0	0

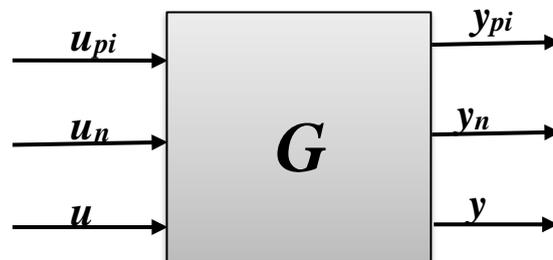


Figure 2-5. Schéma-bloc entrées-sorties.

G représente la dynamique d'entrée/sortie de système, qui prend en compte l'incertitude de

paramètres comme le montre la figure (2.6).

La transformation linéaire fractionnaire nous permet d'écrire : les équations dynamiques reliant les entrées aux sorties correspondantes autour des paramètres incertains qui sont réarrangées comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ y_{p_1} \\ y_{p_2} \\ y_{p_3} \\ y_n \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{p}_1 & -G_b & 0 & -r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{p}_2 & \bar{p}_3 & 0 & -r_2 & r_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{n} & 0 & 0 & 0 & -r_n & 1 \\ \bar{p}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{p}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{p}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_n \\ u \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Ce qui nous conduit à la représentation, sous forme standard, suivante du système incertain :

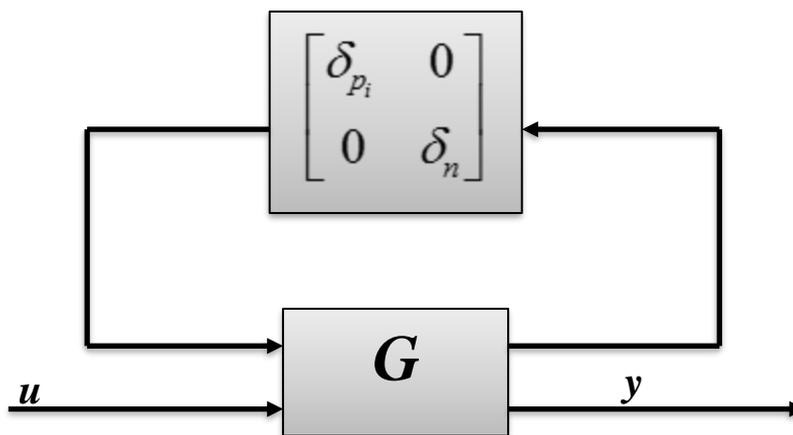


Figure 2-6. Représentation des incertitudes paramétriques sous forme structurée.

La matrice G représente le système augmenté obtenue à partir du système nominal et de la matrice Δ qui représente les variations des paramètres du système. La matrice Δ est une matrice diagonale $\Delta = \text{diag} \{ \delta_1, \dots, \delta_m \}$, dans le cas de l'incertitude paramétrique. Le modèle augmenté est généralement obtenue par la transformation linéaire supérieure [79].

- **Analyse de fréquence de système incertain**

La figure (2.7) représente la réponse fréquentielle du processus nominal et d'un certain nombre de modèles du processus incertain en boucle ouverte.

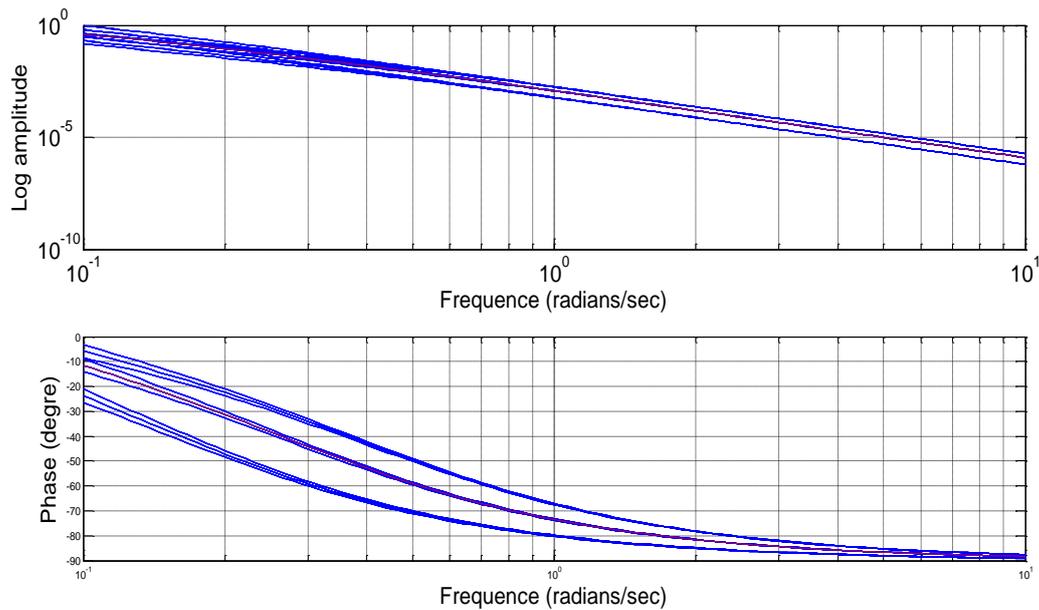


Figure 2-7. La réponse fréquentielle du processus incertain en boucle ouverte.

2.2.7.2. Synthèse du contrôleur sous-optimal par H_∞

Le contrôleur H_∞ à synthétiser pour le système décrit par la figure (2.4) est un contrôleur sous-optimal stabilisant le système de manière interne et vérifiant :

$$\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma \tag{2.27}$$

Rappelons que $F_l(P, K)$ est la matrice de transfert du système nominal en boucle fermée entre les entrées exogènes et les sorties contrôlées, le schéma bloc représenté sur la figure (2.8) montre la structure de la boucle fermée comprenant le contrôleur et les éléments permettant de prendre en compte les incertitudes de modélisation et les différentes spécifications de performance

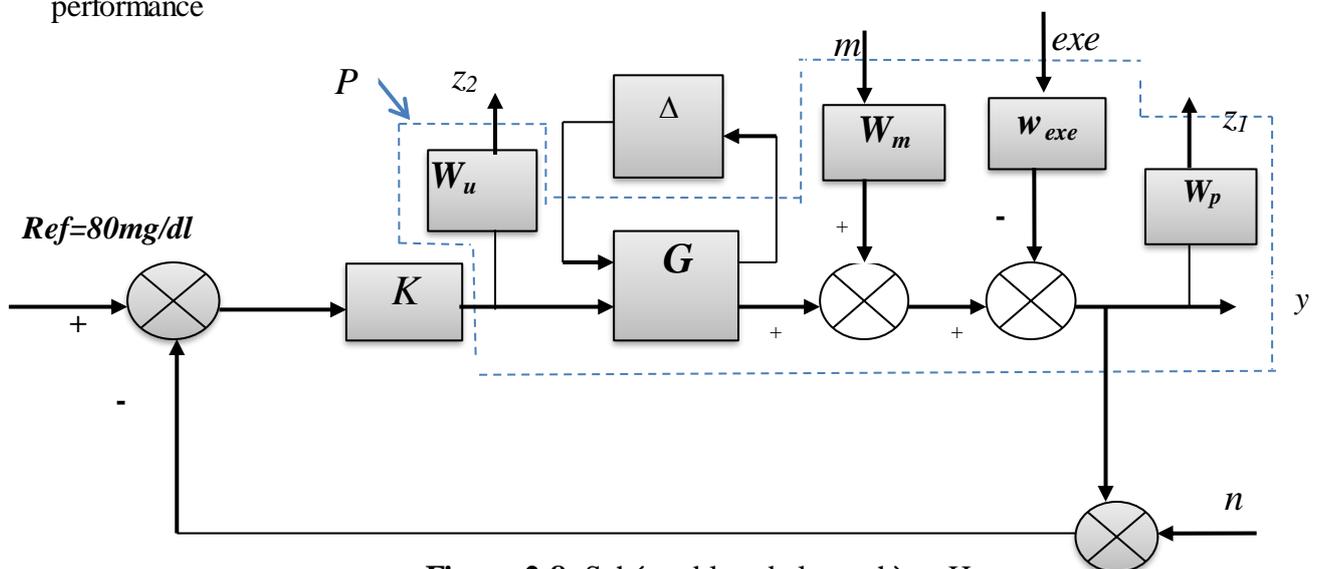


Figure 2-8. Schéma-bloc de la synthèse H_∞ .

Avec : *Ref* : Référence d'une personne non diabétique.

y : Sortie à asservir le glucose de sang ($y=x_I$).

G : Modèle de maladie.

K : le correcteur H_∞ .

Les entrées exogènes w : m : les repas, exe : l'effet d'exercice, n : le bruit.

Les sorties à surveillées Z : $Z = (Z_1, Z_2)^T$

Δ est une matrice d'incertitude supposée stable, inconnue mais satisfaisant à la condition $\|\Delta\|_\infty < 1$.

2.2.7.3. Objectifs de performance et de robustesse

Le but est de développer une loi de commande linéaire $u(s) = K(s) y(s)$ pour garantir la stabilité et les performances du système en boucle fermée, les propriétés suivantes doivent être considérées

- **Stabilité et performances nominale :**

Le contrôleur $K(s)$ synthétisé doit impérativement stabiliser le système bouclé de façon interne. De plus, les performances requises en boucle fermée doivent être assurées pour le processus nominal G . Pour cela, le critère H_∞ à satisfaire est donné par :

$$\left\| \begin{array}{ccc} W_p(I + KG)^{-1}W_m & W_p(I + KG)^{-1}W_{exe} & W_pKG(I + KG)^{-1} \\ W_uK(I + KG)^{-1}W_m & W_uK(I + KG)^{-1}W_{exe} & W_uK(I + KG)^{-1} \end{array} \right\| < \gamma \quad (2.28)$$

Où $(I + KG)^{-1}$ est la fonction de sensibilité du système nominal, et W_m, W_p, W_{exe} et W_u sont les filtres de pondération.

- **Robustesse en stabilité**

La robustesse en stabilité du système bouclé est garantie si le système est stable de manière interne pour tous les éléments de la famille de modèles $F_u(G, \Delta)$.

- **Robustesse en performance**

La robustesse en performance est garantie si le $K(s)$ assure les spécifications de performances pour tous les modèles G . Le système bouclé doit satisfaire cette contrainte :

$$\left\| \begin{array}{ccc} W_p(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m & W_p(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe} & W_pKF_u(G, \Delta)(I + KF_u(G, \Delta))^{-1} \\ W_uK(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m & W_uK(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe} & W_uK(I + KF_u(G, \Delta))^{-1} \end{array} \right\|_\infty < \gamma \quad (2.29)$$

Où $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}$ est la fonction de sensibilité du système incertain.

Le contrôleur est calculé en résolvant le problème H_∞ se définit comme suit : trouver un

compensateur K qui stabilise le système de manière interne et satisfait l'équation (2.29).

Nous choisissons pour la boucle les fonctions de pondération suivantes :

$$W_m(s) = \frac{1}{5s+1}, \quad W_{exe}(s) = \frac{1}{2s+1}, \quad W_p(s) = \frac{\frac{s}{2} + 0.5}{s+1}, \quad W_u(s) = 1.$$

Une fois choisis les filtres, il reste à mettre le problème ainsi défini sous forme standard. Le système augmenté aura la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ Z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases}$$

Sachant que :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -81 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0142 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2814 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -214.3059 & 0 & -15 & -1.8708 & 0.3742 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7071 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1414 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -40.5 & 0 & -2.6458 & -0.3536 & 0.0707 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 81 & 0 & 0 & 0.7071 & -0.1414 \end{pmatrix}$$

En appliquant l'algorithme de Glover-Doyle pour lequel le système bouclé assure une norme H_∞ égale à $\gamma = 0.4856$. Celui-ci fournit un contrôleur sous-optimal $K(s)$ de réalisation minimale suivante :

$$K = \frac{-0.7871 s^4 - 0.3932 s^3 - 0.0506 s^2 - 0.0006414 s - 6.414 * 10^{-11}}{s^5 + 1.968 s^4 + 1.432 s^3 + 0.4937 s^2 + 0.08334 s + 0.005546}$$

2.2.7.4. Analyse du système bouclé

- Valeur singulière du système bouclé

Dans ce paragraphe, la méthode μ -analyse est appliquée sur le système de contrôle de la

concentration du glucose. Afin d'analyser le comportement du système bouclé avec le contrôleur synthétisé, nous utilisons la fonction de transfert suivante :

$$T_{zw}(s) = F_l(P, K) \tag{2.30}$$

La figure (2.9) montre l'allure des valeurs singulières de la fonction $F_l(P(s), K(s))$ et la valeur de γ . La valeur maximale de γ est de $0.4856 < 1$ et $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$, il est donc clair que notre correcteur satisfait le problème H_∞ standard, donc $K(s)$ stabilise le système bouclé.

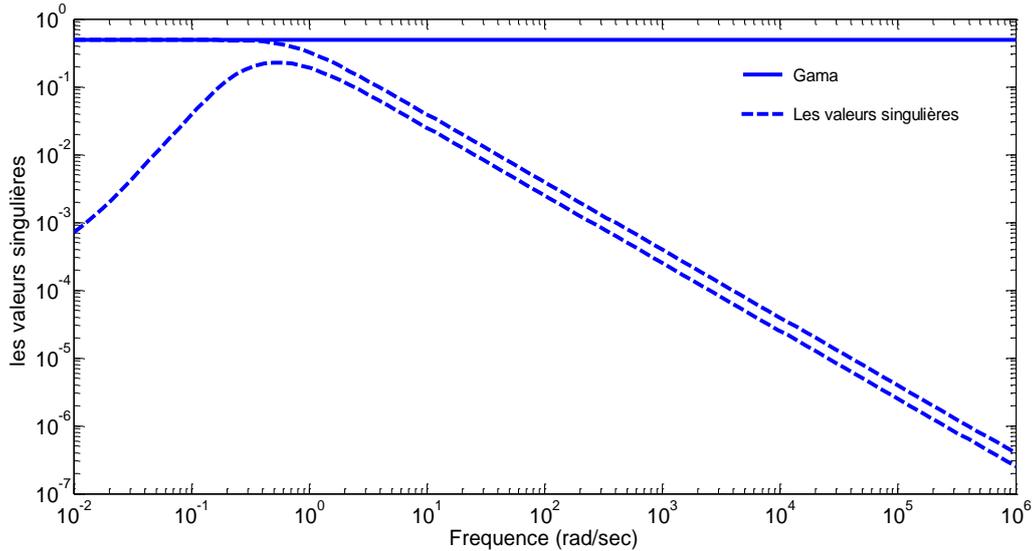


Figure 2-9. La valeur de γ et $\|F_l(p(s), K(s))\|_\infty$.

- **Fonction de sensibilité et son gabarit**

Les figures (2.10) à (2.13) en témoignent représentent respectivement, la comparaison de la fonction du système nominal, du système incertain avec les gabarits fréquentiels.

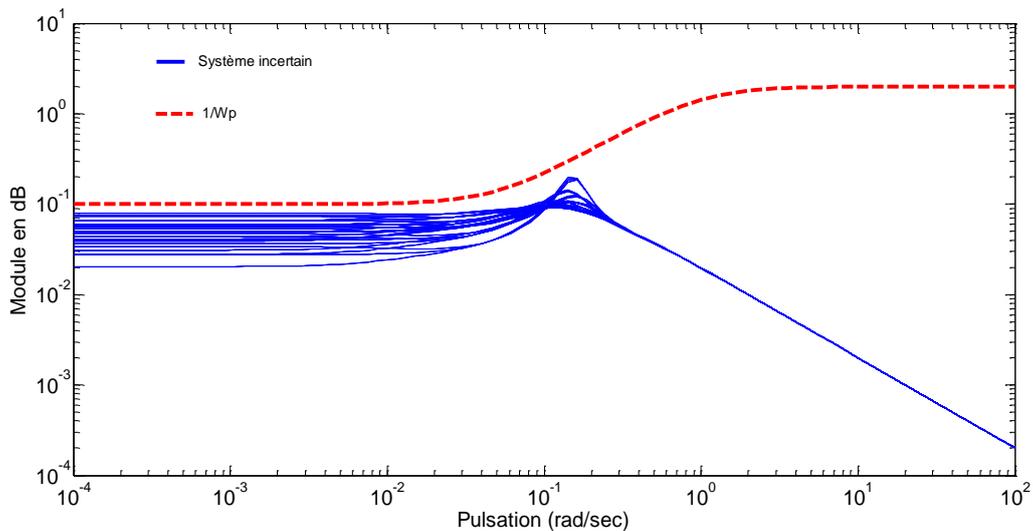


Figure 2-10. La fonction de transfert $1/W_p$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m$.

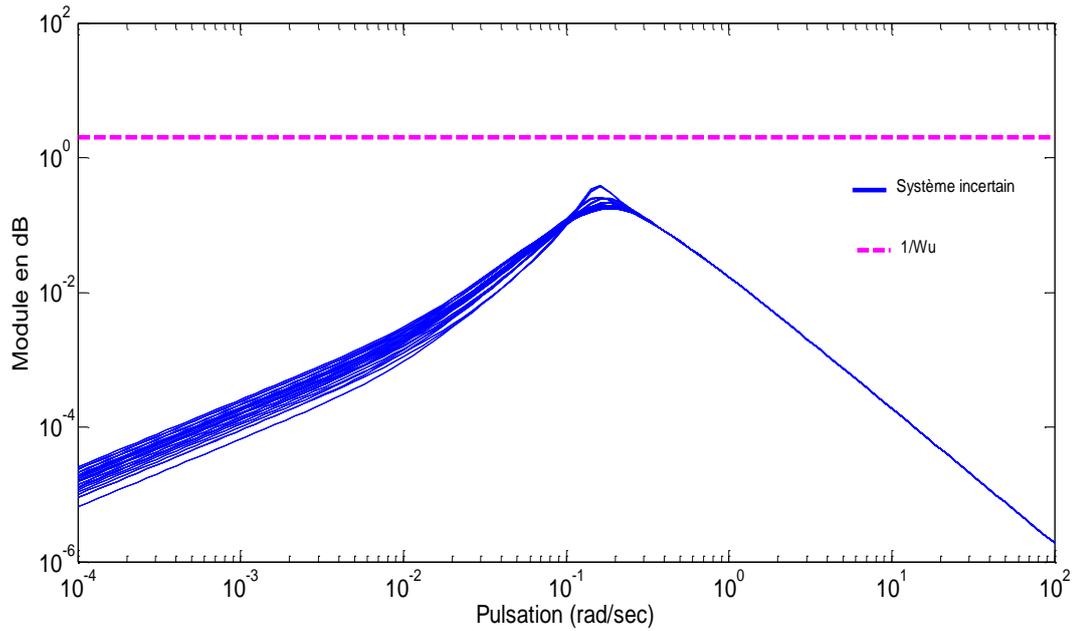


Figure 2-11. La fonction de transfert $1/W_u$ et $K(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m$.

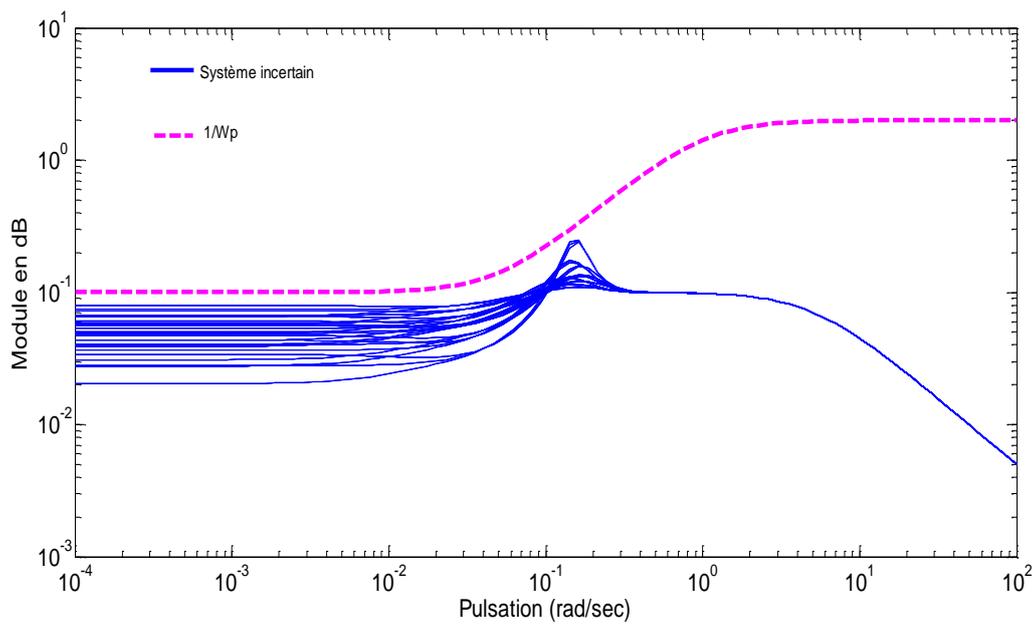


Figure 2-12. La fonction de transfert $\frac{1}{W_p}$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe}$.

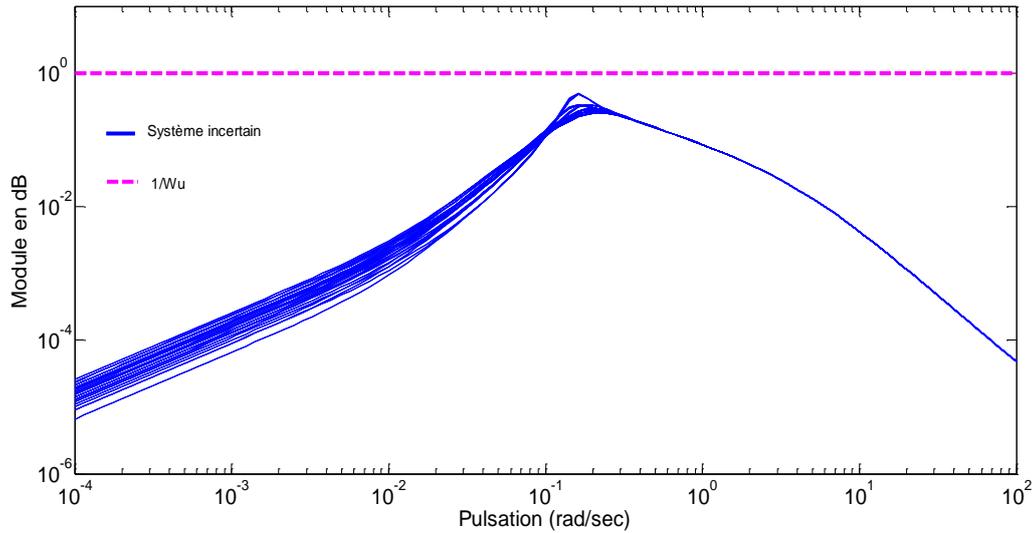


Figure 2-13. La fonction de transfert $1/W_u$ et $K(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe}$.

- **Analyse de la robustesse en stabilité par la SSV (Structured Singular value SSV)**

Comme le système est entaché d'incertitudes structurées, nous utilisons la méthode μ analyse et les valeurs singulières structurées utilisées pour vérifier la robustesse en stabilité. Les réponses fréquentielles des bornes supérieures et inférieures de μ sont représentées sur la figure (2.14). Elle nous renseigne sur la robustesse en stabilité du système bouclé.

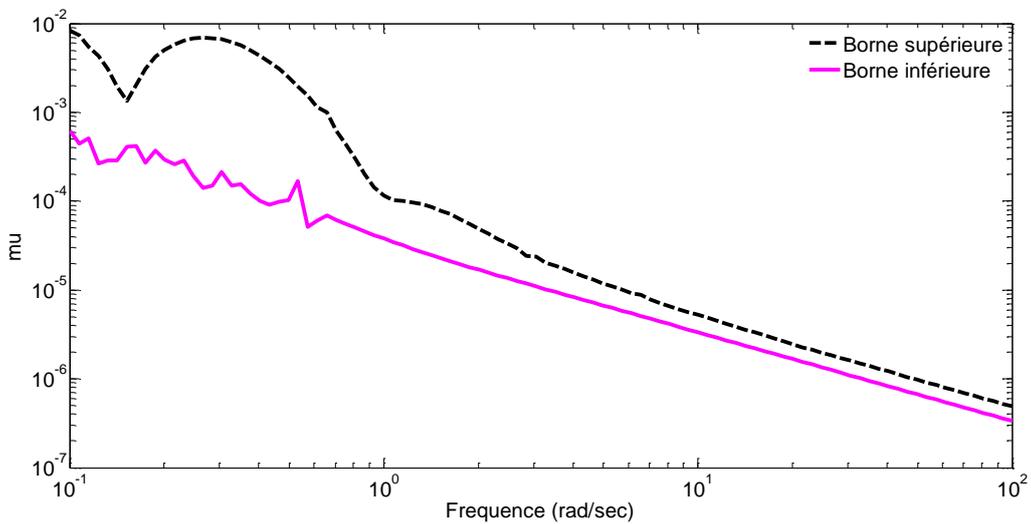


Figure 2-14. Robustesse en stabilité par la μ -analyse.

La valeur maximale de μ est de $0.0082258 < 1$, ce qui confirme la robustesse en stabilité. En plus, le système reste stable pour toute perturbation structurée dont la norme ne dépasse pas $1/0.0082258$.

- **Analyse de la robustesse en performance par la SSV**

La figure (2.15), montre le tracé de la borne supérieure et de la borne inférieure de la SSV. Elle nous renseigne sur la robustesse en performance. La valeur maximale de μ est de $0.539 < 1$, la robustesse en performance est respectée.

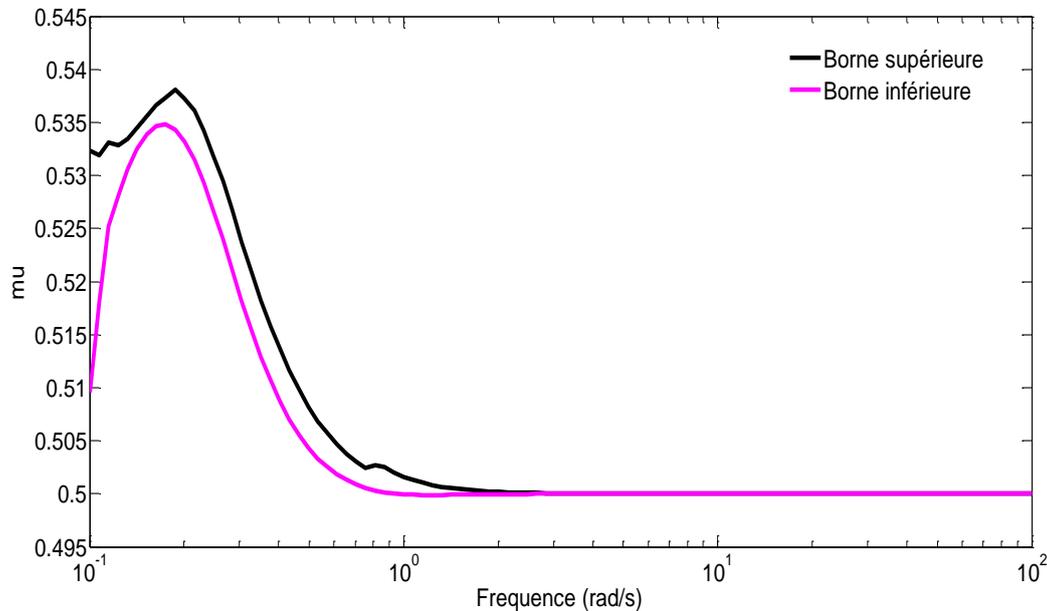


Figure 2-15. Robustesse en performance par la μ -analyse.

- **Test par expérience**

Pour tester la robustesse par rapport à l'insensibilité aux incertitudes des paramètres et aux perturbations, des simulations sont réalisées pour des états postprandiaux et pour trois patients diabétiques différents *in silico* (tableau 1.2). Le taux de glycémie plasmatique de référence est considéré comme étant de 80mg/dl. Pour différentes perturbations. Les scénarios testés sont les suivants :

Expérience 1 : *Analyse de la robustesse des performances, y compris les incertitudes des paramètres*

Pour démontrer la robustesse d'algorithme de contrôle proposé (l'approche par H_∞), trois patients différents ont été pris en compte dans cet ensemble d'expériences. Les figures (2.16) et (2.17) montrent les résultats obtenus à partir de la simulation représentant la concentration du glucose et l'insuline dans le sang. Le glucose est totalement stabilisé au niveau basal dans un intervalle de temps raisonnable.

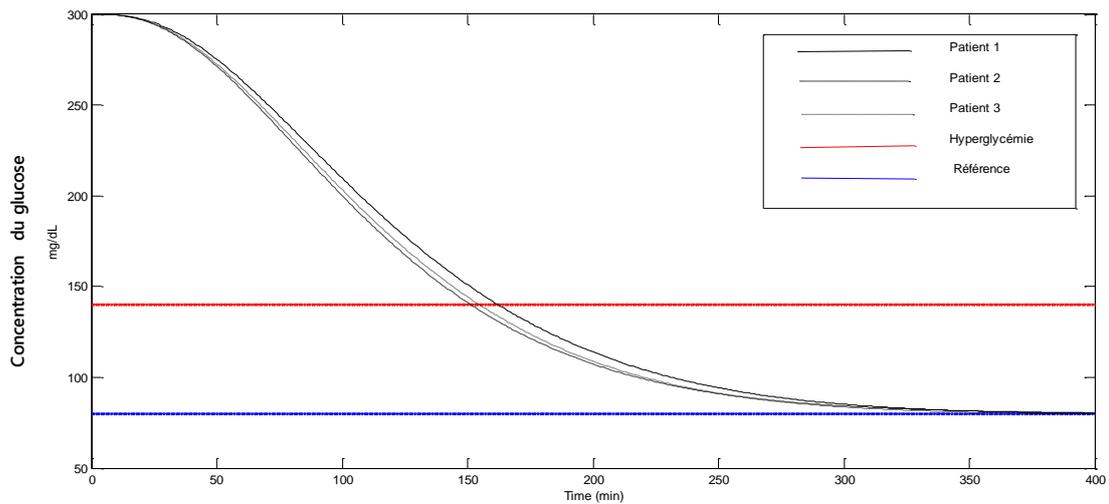


Figure 2-16. La concentration du glucose.

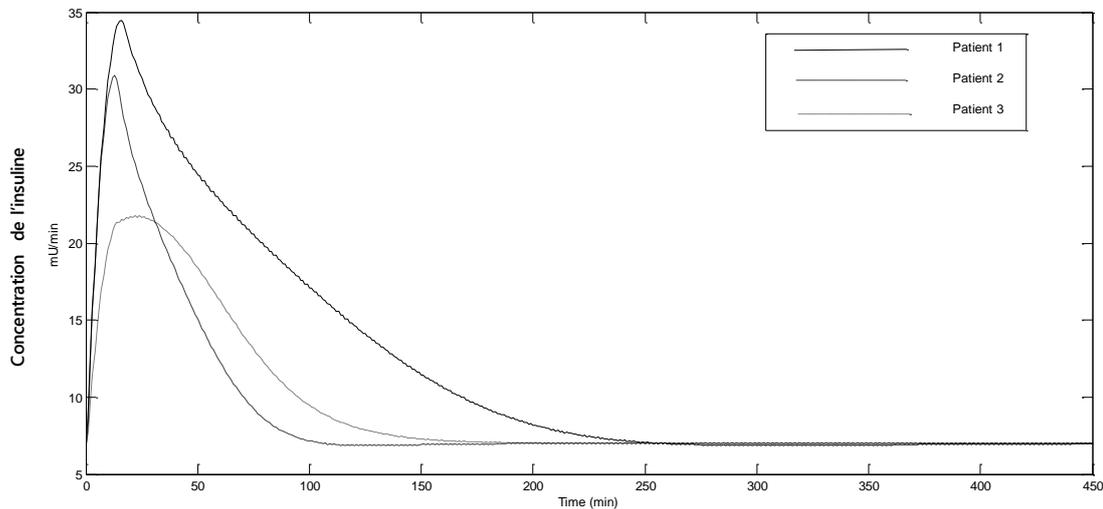


Figure 2-17. La concentration de l'insuline.

Expérience 2 : *Analyse de la robustesse des performances du système en cas de perturbations*

Nous pouvons ajouter la perturbation D_I dans l'équation (2.23), et elle peut être modélisée par une fonction exponentielle décroissante de la forme : $D_I(t) = A \exp(-Bt)$

- Représente les repas standards ($A=0.05$, $B=0,5$) [82]
- Représente les effets d'exercices ($A=0.11$, $B=0.025$) [83]

En se référant en 1er lieu sur la fonction de perturbation de Fisher [82] notre expérience est basée sur un diabétique contrôlé dont le repas contient 60 g de glucides pendant 15 mn.

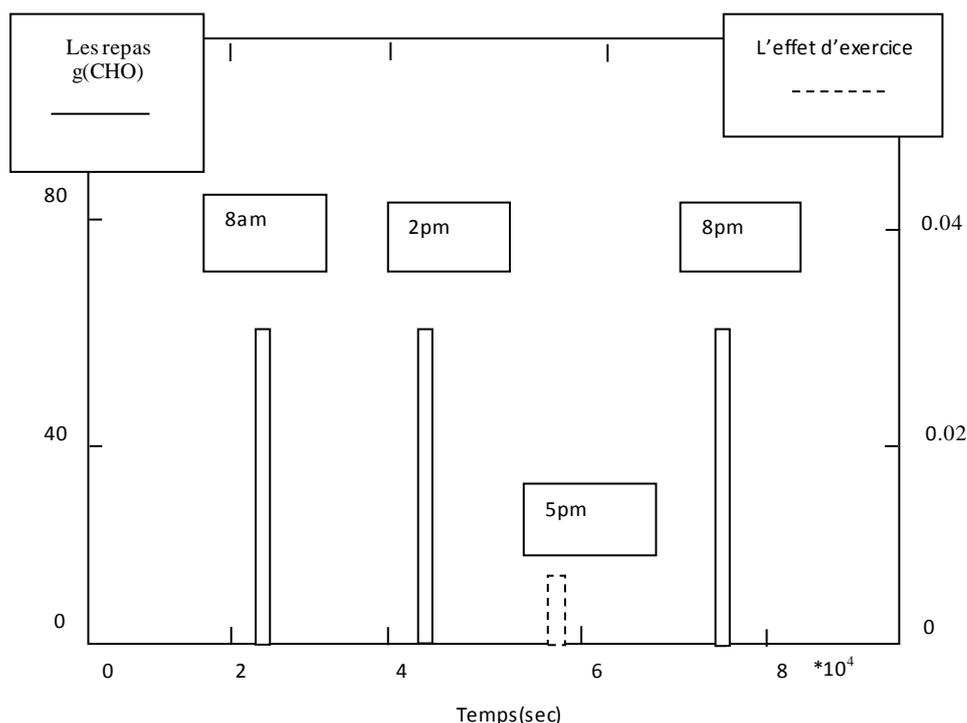


Figure 2-18. Les repas et l'effet de l'exercice.

Les repas sont repartis en 3 prises comme suit : le petit déjeuner à 8h, le déjeuner à 14h, le dîner à 20h. En second lieu la fonction de perturbation d'exercice [83] le diabétique exerce un effort physique à 17h et dure 20mn dont on a pris comme 0,005 unité arbitraire. Ces entrées sont considérées comme des impulsions comme le montre la figure (2.18), qui est absorbé par les dynamiques linéaires du processus. Le niveau de glycémie plasmatique de référence est considéré comme 4,5 mmol/l ou 80 mg /dl.

La figure (2.19) et la figure (2.20) montrent la concentration du glucose - insuline pendant 24 heures d'une personne diabétique est contrôlée par le contrôleur H_∞ . Il est révélé que lorsque le malade est soumis à 60 g de glucide (CHO) toutes les six heures, la glycémie reste dans la réglementation stricte de (108) mg/dl. Les dépassements qui sont au niveau de la glycémie sont beaucoup plus moindre par rapport à la synthèse de contrôleur qui est similaire avec le modèle non linéaire rapportés dans la littérature [84, 85]. Lorsque le patient est soumis à une perturbation de l'exercice spécifique, le niveau de glucose baisse à 76.5 mg/dl, ce qui est acceptable. La dose d'insuline est également bien contrôlée, pour que la condition d'hypoglycémie n'apparaisse jamais au même moment.

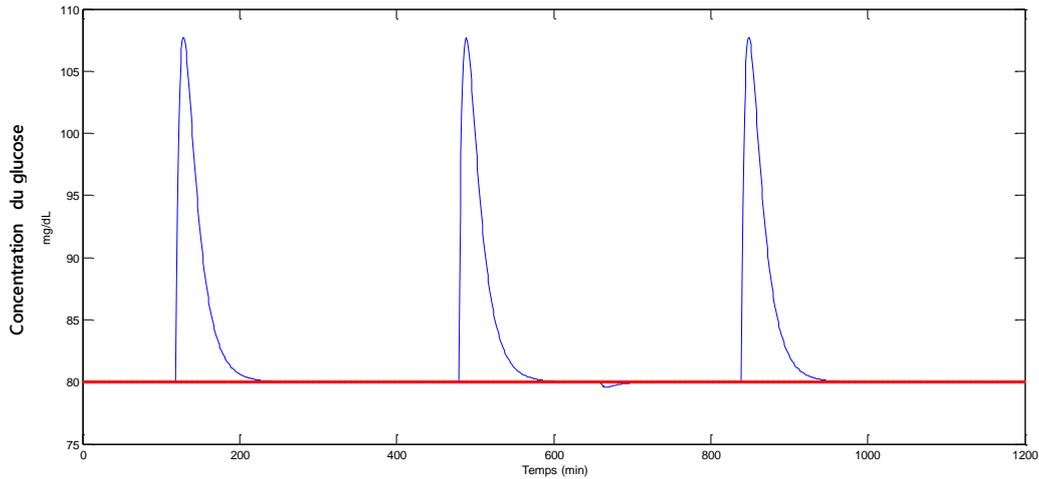


Figure 2-19. La concentration du glucose.

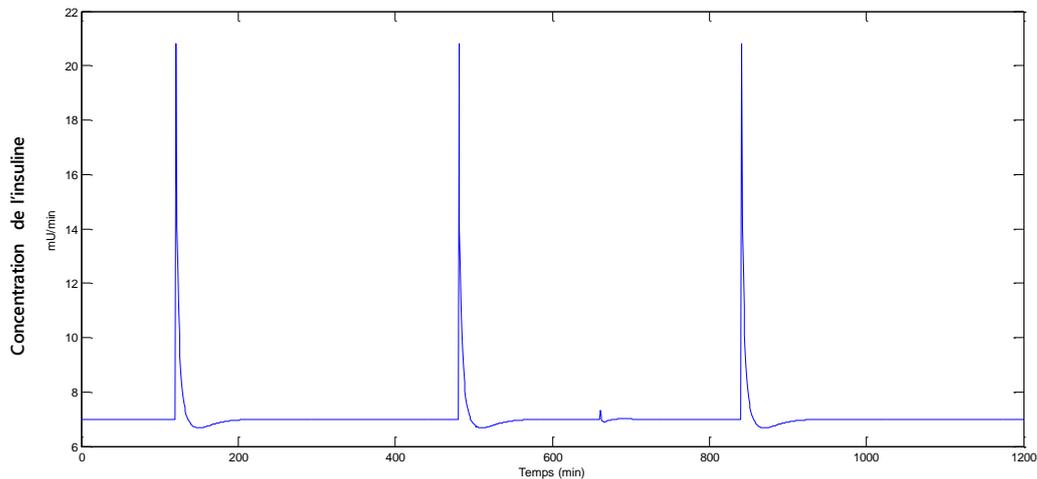


Figure 2-20. La concentration de l'insuline.

2.3. μ synthèse

La μ synthèse [32] consiste en la construction explicite d'un compensateur $K(s)$ minimisant la SSV du système. Il s'agit donc d'une technique de commande robuste. En général, il est très difficile de calculer la valeur de μ . Nous allons donc utiliser la borne supérieure.

2.3.1. Obtention du schéma d'interconnexion standard

Considérons une boucle fermée soumise à différentes perturbations de modèle (incertitudes paramétriques + dynamiques négligées), si nous désirons appliquer les techniques

de μ analyse, la première étape consiste à transformer cette boucle fermée de façon à se ramener au schéma d'interconnexion standard $M(s)$ - Δ de la figure (2.21), la matrice Δ contient les incertitudes de modèle et la matrice de transfert $M(s)$ contient la boucle fermée.

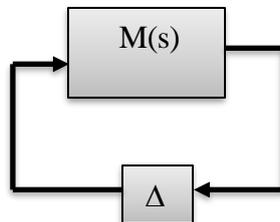


Figure 2-21. Schéma d'interconnexion standard pour la μ analyse.

2.3.2. Problème général

La μ synthèse allie le concept de valeur singulière structurée et la technique H_∞ pour concevoir des compensateurs pour des systèmes aux incertitudes structurées. Dans la suite, nous désignerons le compensateur recherché par K , la matrice de transfert d'interconnexion qui décrit l'architecture de commande par P , et les relations entre les spécifications par z , les signaux pare qui peuvent aussi être vus comme des signaux exogènes (références, perturbations, bruits) non bouclé, la mesure par y et la commande par u . Δ désigne un bloc général d'incertitude.

Le schéma général du problème de μ synthèse est représenté sur la figure suivante :

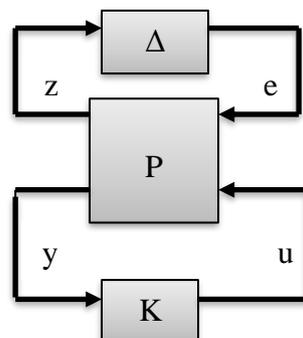


Figure 2-22. Interconnexion pour la μ synthèse.

Cette forme standard est équivalente à celle représentée dans la figure (2.22) où :

$$M(K) = F_l(P, K) = P_{11} + P_{21}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{12} \tag{2.31}$$

Avec la notion

$$P(s) = \begin{pmatrix} P(s)_{11} & P(s)_{12} \\ P(s)_{21} & P(s)_{22} \end{pmatrix} \tag{2.32}$$

Nous pouvons appliquer 2 types d'opération sur l'interconnexion précédente.

- Pour un compensateur donné, nous pouvons effectuer une μ analyse pour évaluer les performances et la stabilité du compensateur. Cette opération doit donc prendre en compte la structure de Δ qui caractérise notre problème.
- Nous pouvons également effectuer une synthèse H_∞ de manière à réduire l'impact des incertitudes Δ sur le système. Dans ce cas, nous minimiserons le transfert entre e et z à l'aide d'un compensateur $K(s)$.

En générale, la vraie valeur de μ n'est pas calculable, nous allons donc exploiter la borne suivante :

$$\mu(F_l(P, K)) \leq \bar{\sigma}(DF_l(P, K)D^{-1}) \text{ avec } D \in \mathcal{D} \quad (2.33)$$

D est appelée matrice de normalisation ou matrice de mise à l'échelle. L'ensemble

$$\text{des matrices } D \text{ est défini comme suit : } D = \begin{cases} D = \text{diag} [D_1, \dots, D_f, d_1 I_{r_1}, \dots, d_f I_{r_f}] \\ D_i \in \mathbb{C}^{r_i \times r_i}, D_i = D_i^* \succ 0, d_j \succ 0 \end{cases}$$

En d'autres termes, nous cherchons à minimiser sur l'ensemble des compensateurs stabilisants, la borne supérieure de μ indiquée dans l'expression précédente. Ceci se traduit formellement par :

$$\min_{K(s) \text{ stabilisant}} \max_{\omega \in \mathcal{R}} \min_{D \in \mathcal{D}} \bar{\sigma}(DF_l(P, K)D^{-1}) \quad (2.34)$$

D_ω est choisi parmi les éléments de \mathcal{D} , l'équation (2.34) est équivalente à :

$$\text{Minimiser } \min_{D_\omega \in \mathcal{D}} \max_{\omega} \underbrace{\bar{\sigma} [D_\omega F_l(P, K)(j\omega)D_\omega^{-1}]}_{\|\cdot\|_\infty} \quad (2.35)$$

Si nous disposons d'une matrice de transfert $\hat{D}(s)$ stable et à minimum de phase, telle que $\hat{D}(s)$ coïncide avec chacun des D_ω calculés aux pulsations $j\omega$, alors le problème de minimisation ci-dessus s'apparente à la minimisation de la norme H_∞ de :

$$\hat{D} F_l(P, K) \hat{D}^{-1} \quad (2.36)$$

Ce dernier problème est précisément le problème de μ synthèse dans lequel nous cherchons à minimiser par rapport à $K(s)$ et à $\hat{D}(s)$ la norme suivante :

$$\left\| \hat{D} F_l(P, K) \hat{D}^{-1} \right\|_\infty \quad (2.37)$$

2.3.3. La méthode D-K itération

Une méthode de résolution pour minimiser $\left\| \hat{D} F_l(P, K) \hat{D}^{-1} \right\|_\infty$ par rapport à K et D est

d'effectuer une minimisation alternative. D étant fixé, nous optimisons K , et comme K sera fixé, nous minimiserons vis-à-vis de D et ainsi de suite jusqu'à la convergence. Notons en particulier les points suivants :

- $\hat{D}(s)$ est fixé, le problème se réduit à un simple problème H_∞ , comme sur la figure suivante :

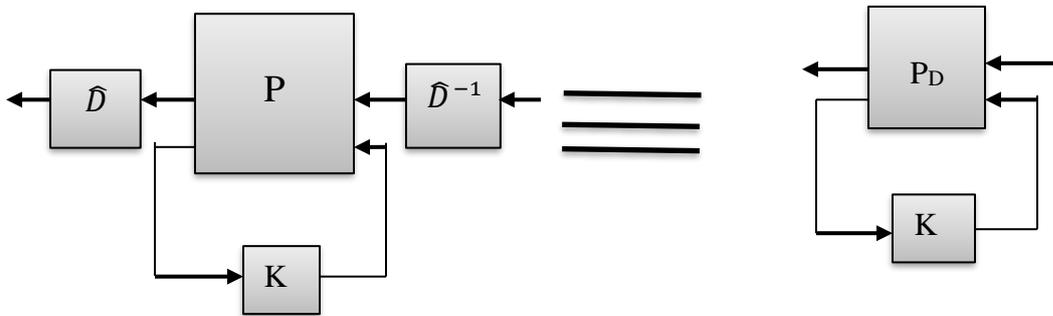


Figure 2-23. Problème μ synthèse résolu lors des D-K itération.

Où P_D est défini par :

$$\begin{pmatrix} \hat{D} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} P \begin{pmatrix} \hat{D}^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \tag{2.38}$$

Ce problème s'exprime donc sous la forme :

Minimiser $\|\hat{D}F_l(P, K)\hat{D}^{-1}\|_\infty$ ou minimiser $\|F_l(P_D, K)\|_\infty$

- Pour K fixé, l'expression est minimisée à chaque fréquence par rapport à D .

Les 2 étapes décrites précédemment constituent ce que l'on appelle les D - K itérations, faisant référence au fait que l'on minimise séparément en K puis en D .

Cette approche de la μ synthèse a été appliquée à de nombreux problèmes pratiques et a souvent donné satisfaction.

2.3.4. Synthèse du correcteur par μ -synthèse

Le but de la μ synthèse est de concevoir un contrôleur de façon à réduire l'impact des incertitudes Δ sur le système. Le problème de μ synthèse est illustré par le schéma bloc de la figure (2.24).

L'analyse de robustesse en stabilité et/ou en performance s'effectue à l'aide de la valeur singulière structurée appelée également μ pour les systèmes LFR (Transformation linéaire

fractionnelle). Cette grandeur permet de caractériser quatre états du système : sa stabilité, sa robustesse en stabilité, ses performances nominales et sa robustesse en performances [27].

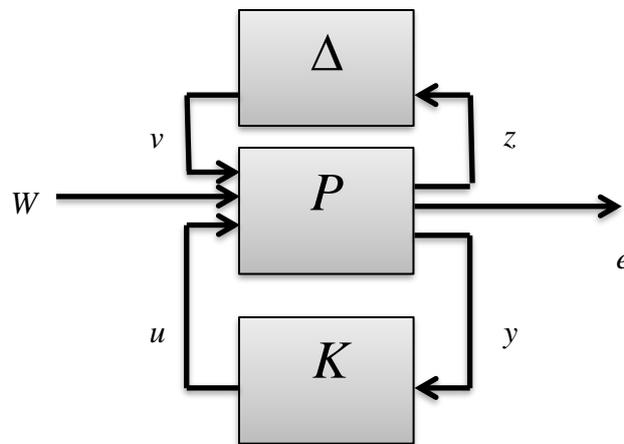


Figure 2-24. Problème μ synthèse.

Cette μ -analyse correspond à une extension du théorème des petits gains pour des systèmes multivariables avec incertitude. Cette technique comporte deux étapes présentées ci-dessous :

1^{ère} étape : mise en forme structurée du problème

Elle permet de déterminer la robustesse en stabilité et en performances, à partir des relations entre les entrées W (références, perturbations) et les sorties externes z (sorties contrôlées) du système faisant clairement apparaître les incertitudes tant paramétriques que celles liées aux performances dynamiques recherchées. Cette mise en forme découle directement d'une LFT [27].

La représentation donnée sur la figure (2.25) à gauche permet de prendre en compte les performances du système en intégrant un gabarit fréquentiel $1/W_{perf}$. Nous rappelons que P correspond au transfert entre w et z pour le régime nominal.

Nous faisons apparaître également deux matrices diagonales pour modéliser les incertitudes du système :

- Sur les performances du système : n incertitudes fictives (Δ_f),
- Sur les paramètres du système : m incertitudes réelles ou complexes (δ_k),
- Sur les incertitudes non structurées (fréquentielles) : p incertitudes complexes (Δ_k).

Cette représentation fait alors apparaître deux blocs : un bloc « N » correspondant au système étudié et un bloc « Δ » correspondant aux incertitudes sur ce système (figure (2.25) à droite). Le système est alors représenté par une LFR.

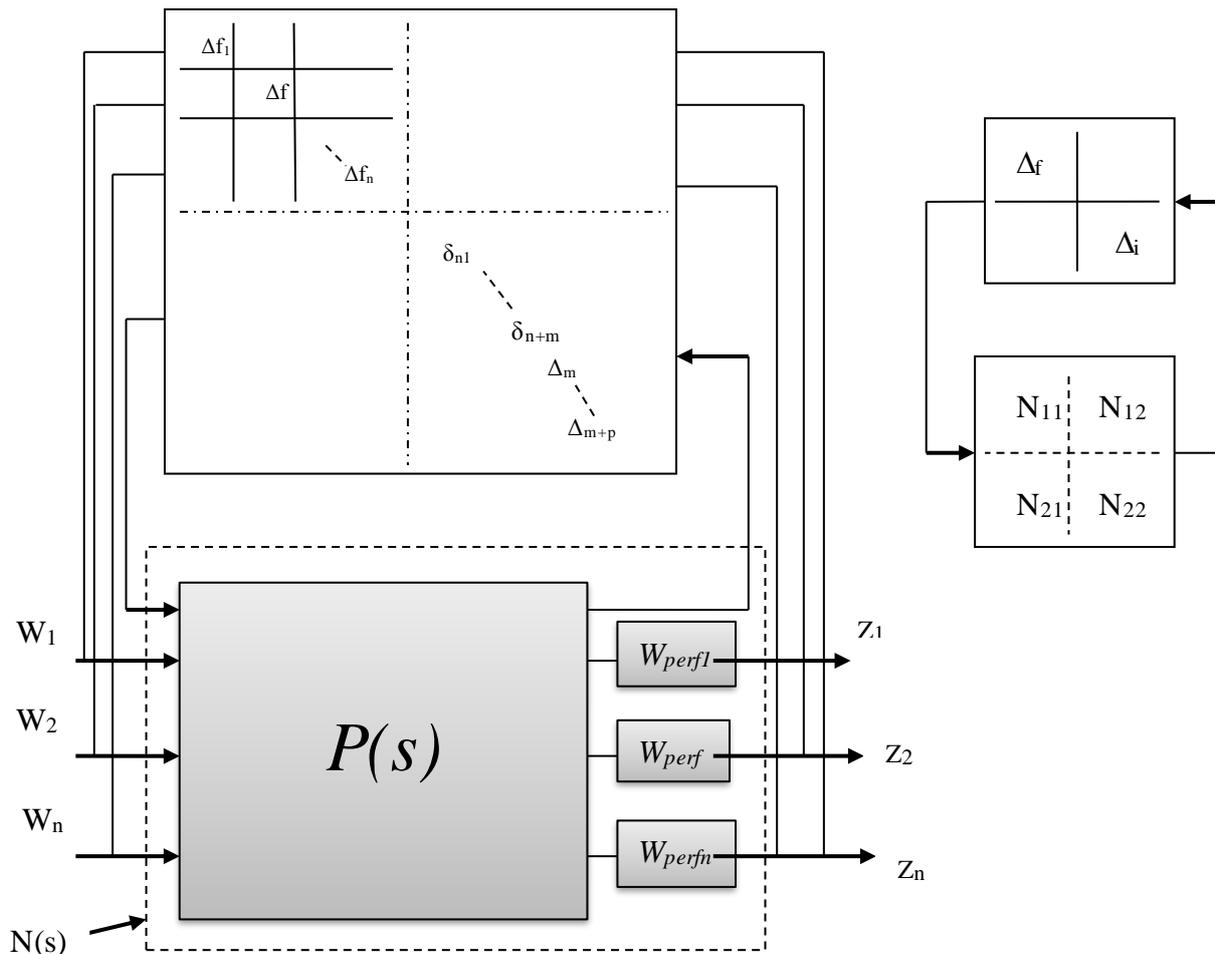


Figure 2-25. Présentation structurée d'un système avec prise en compte des performances.

2^{ème} étape : Calcul de la valeur singulière structurée et interprétation

Dans le cas général, la valeur singulière structurée d'une matrice N par rapport à une structure Δ est définie par la relation suivante :

$$\mu_{\Delta}(N(j\omega)) = \frac{1}{\min_{\Delta} [\sigma_{max}(\Delta) / \det[I - N\Delta] = 0]} \tag{2.39}$$

En général, il est impossible de calculer la valeur exacte de μ . Il faut donc la limiter avec des valeurs minimales (min) et maximales (max), qui sont très proches numériquement.

Appliqués au système représenté sur la figure (2.25), les théorèmes de robustesse sont alors les suivants :

- Stabilité nominale $\Leftrightarrow N$ est stable de manière interne,
- Robustesse en stabilité \Leftrightarrow le système est stable au nominal et $\forall \omega$, nous avons

$$\mu_{\Delta_i}(N_{11}(j\omega)) < 1,$$

- Performance nominale \Leftrightarrow le système est stable au nominal et $\forall \omega$, nous avons $\mu_{\Delta_f}(N_{22}(j\omega)) < 1$,
- Robustesse en performance \Leftrightarrow le système est stable au nominal et $\forall \omega$, nous avons $\mu_{\Delta}(N(j\omega)) < 1$,

En utilisant l'algorithme D - K itération pour calculer le correcteur, le problème s'exprime sous la forme :

$$\min_{K(s) \text{ stabilisant}} \min_{D_l, D_r} \left\| D_l F_l(P, K) D_r^{-1} \right\|_{\infty} \quad (2.40)$$

Nous obtenons un correcteur d'ordre 4,

$$K = \frac{-0.002352 s^3 - 0.000904 s^2 - 0.0001018 s - 3.185 * 10^{-6}}{s^4 + 1.031 s^3 + 0.3332 s^2 + 0.03504 s + 0.0003299}$$

A partir de l'itération 4, la valeur de γ diminue à 0.512 et la valeur de μ devient égal à 0.507, ce qui signifie que la robustesse est atteinte.

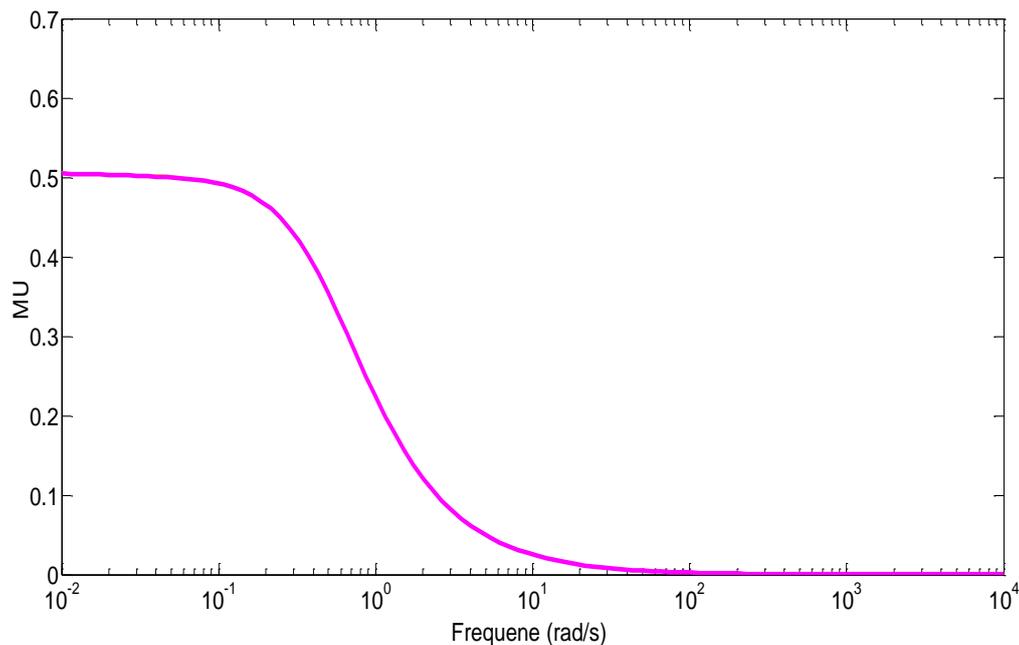


Figure 2-26. 4^{ème} itération de D-K itération.

2.3.4.1. Analyse du système bouclé

- **Fonction de sensibilité et son gabarit**

Les figures (2.27) à (2.30) représentent respectivement, la comparaison de la fonction du système incertain avec $1/W_p$ et avec $1/W_u$.

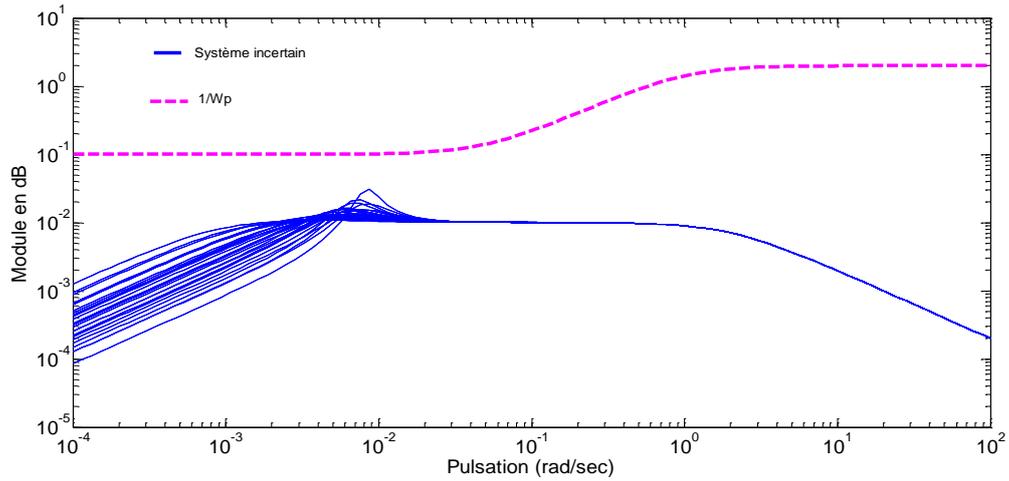


Figure 2-27. La fonction de transfert $1/W_p$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m$.

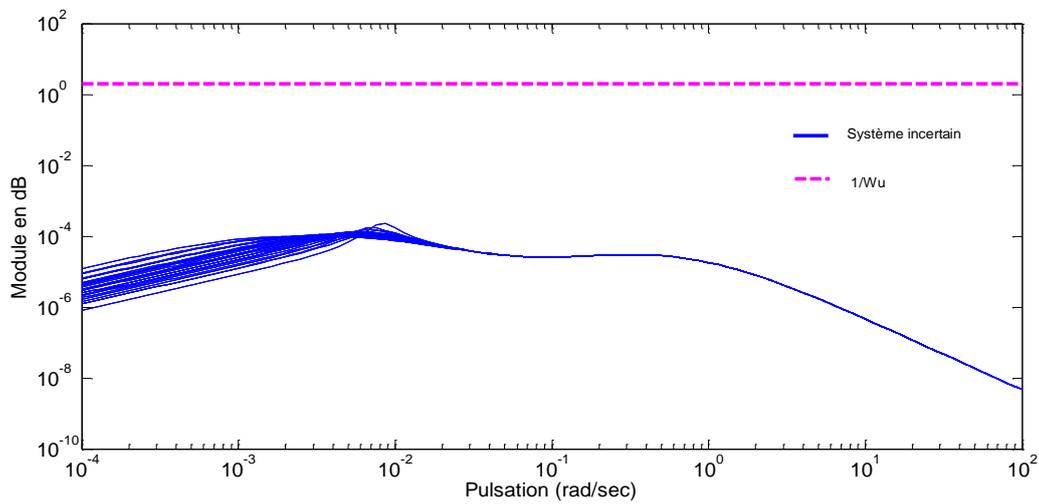


Figure 2-28. La fonction de transfert $1/W_u$ et $K(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_m$.

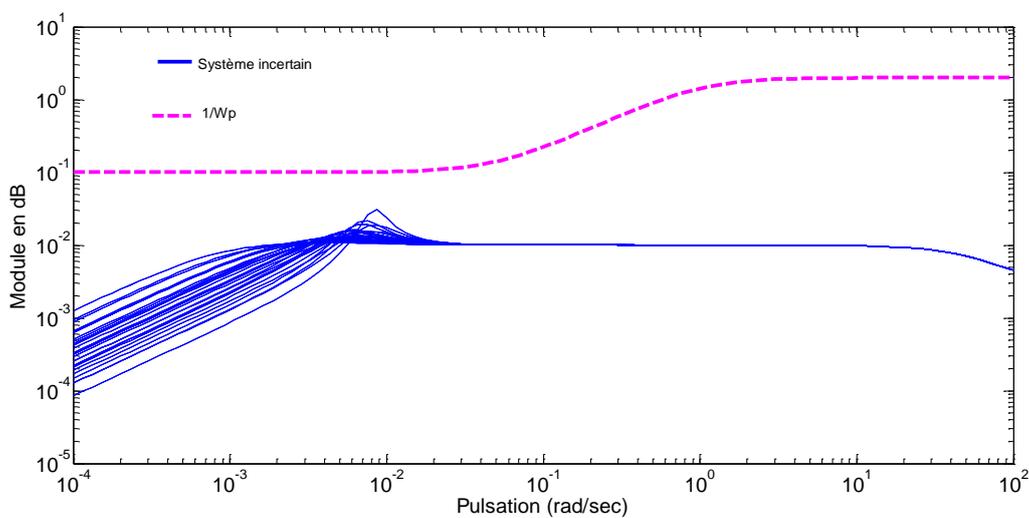


Figure 2-29. La fonction de transfert $1/W_p$ et $(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe}$.

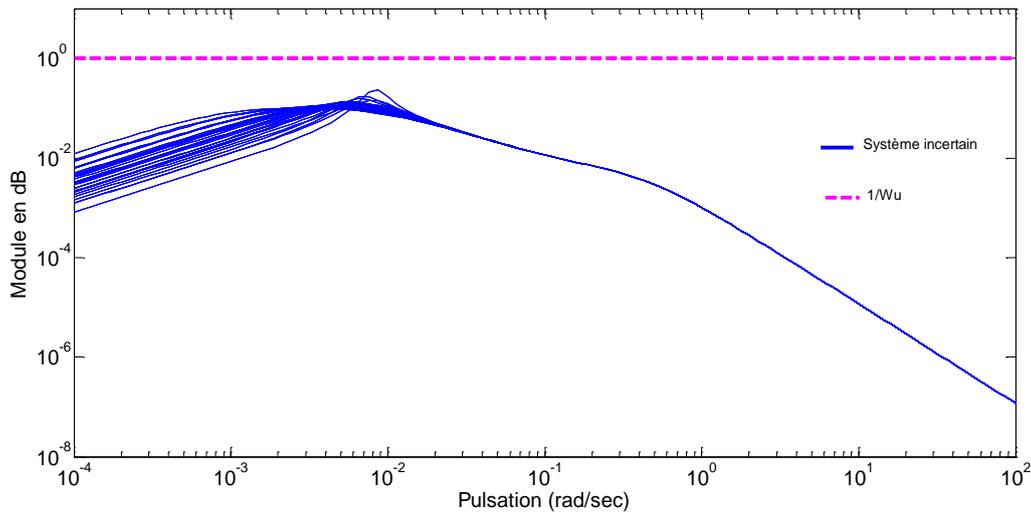


Figure 2-30. La fonction de transfert $1/W_u$ et $K(I + KF_u(G, \Delta))^{-1}W_{exe}$.

- **Analyse de la robustesse en stabilité par la SSV**

Comme le système est entaché d'incertitudes structurées, nous utilisons la méthode μ -analyse et à l'aide des valeurs singulières structurées, nous pouvons donc vérifier la robustesse en stabilité. Les réponses fréquentielles de borne supérieure de μ sont représentées sur la figure (2.31).

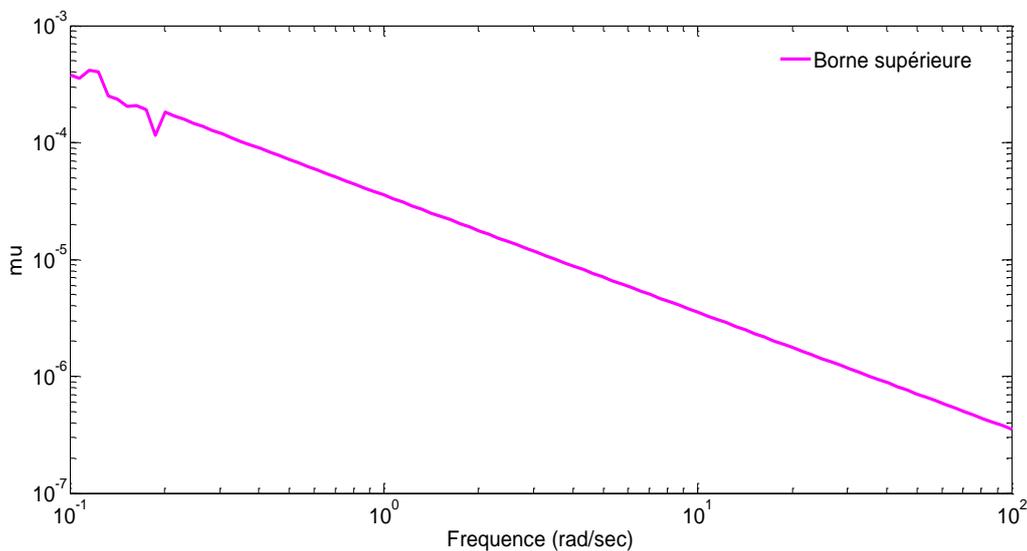


Figure 2-31. Robustesse en stabilité par la μ -analyse.

La valeur maximale de μ est de $0.00059889 < 1$, ce qui confirme la robustesse en stabilité, en plus, elle reste stable pour toute perturbation structurée dont la norme ne dépasse pas $1/0.00059889$.

- **Analyse de la robustesse en performance par la SSV**

La figure (2.32), montre le tracé de la borne supérieure et la borne inférieure de la SSV. Elle nous renseigne sur la robustesse en performance. La valeur maximale de μ est de $4.1 \cdot 10^{-3} < 1$, la robustesse en performance est respectée.

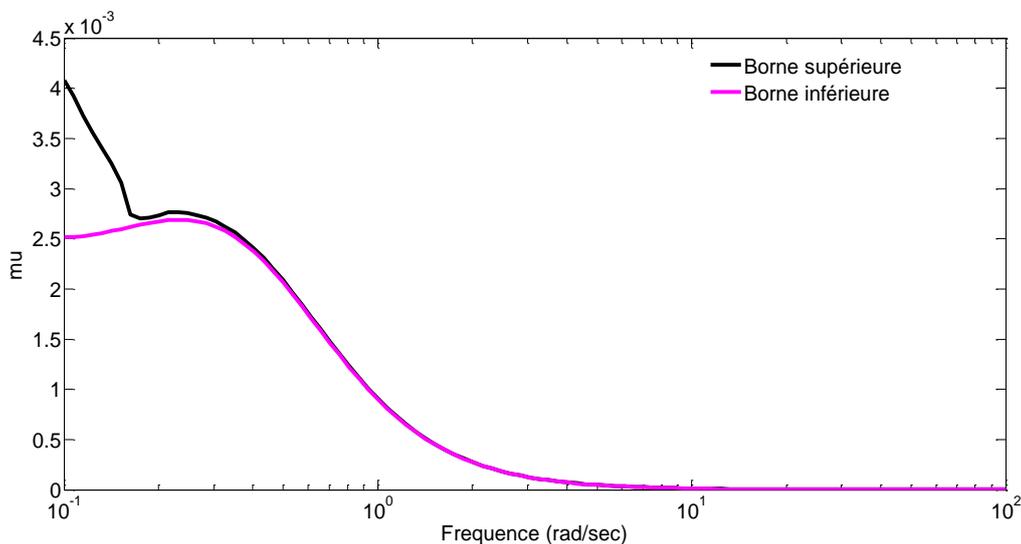


Figure 2-32. Robustesse en performance par la μ -analyse.

- **Test par expérience**

La simulation est effectuée dans les mêmes événements postprandiaux précédents.

Expérience 1 : *Analyse de la robustesse des performances, y compris les incertitudes des paramètres*

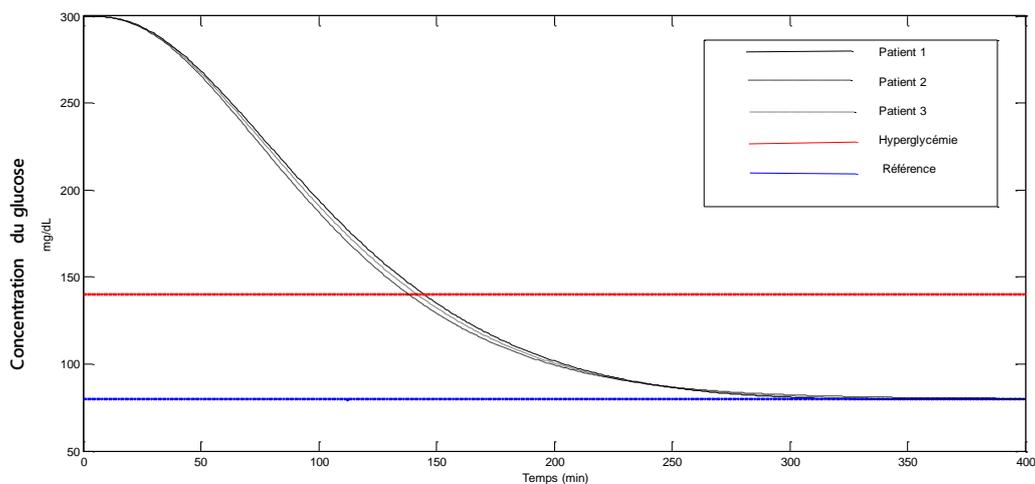


Figure 2-33. La concentration du glucose

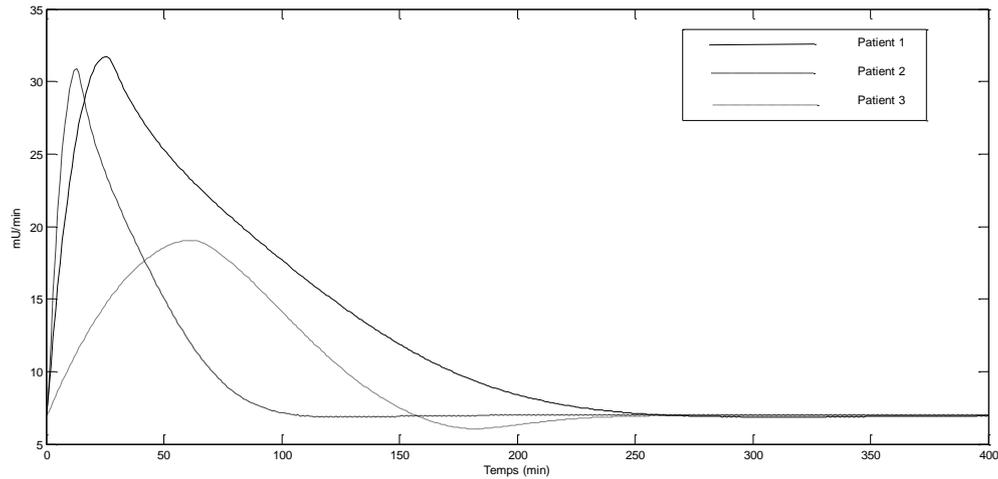


Figure 2-34. La concentration de l'insuline.

Pour vérifier la robustesse de l'algorithme de contrôle pour les variations des paramètres, des simulations sont faites sur les mêmes patients diabétiques précédents, où le tableau (1.2) montre les paramètres du modèle pour ces derniers.

Les Figures (2.33) et (2.34) montrent le niveau de concentration de glucose et de l'insuline des patients dans le sang. Le glucose est totalement stabilisé au niveau basal dans un intervalle de temps acceptable.

Expérience 2 : *Analyse de la robustesse des performances du système en cas de perturbations*

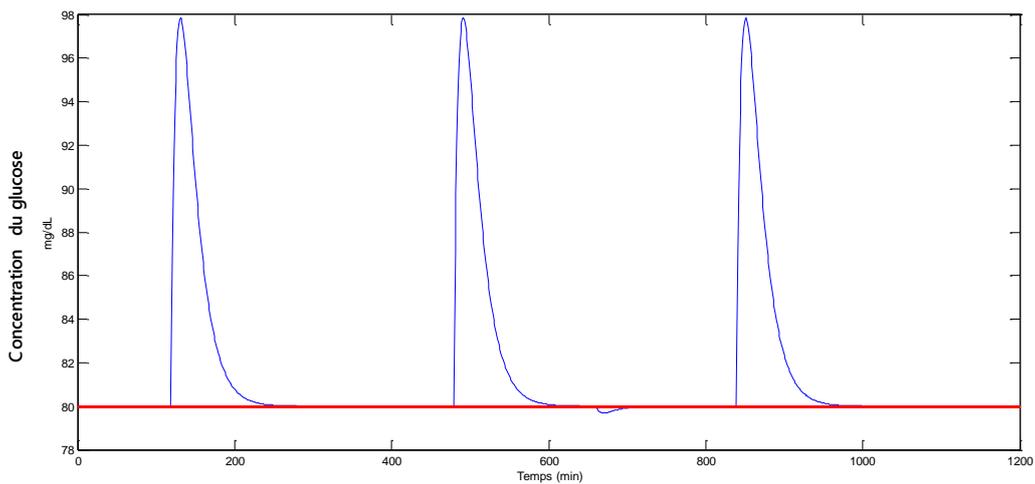


Figure 2-35. La concentration du glucose.

Dans cette expérience de simulation, les figures (2.35) et (2.36) montrent le profil

glucose-insuline pendant 24 heures pour le patient 3 qui est contrôlée par le contrôleur de μ synthèse. Nous observons qu'à chaque fois qu'un patient est soumis à 60 g repas (CHO) toutes les six heures, la glycémie reste dans la réglementation stricte de 98 mg/dl. Les dépassements sont au niveau de glycémie sont moins par rapport à la synthèse de contrôleur H_∞ . Lorsque le patient fait du sport spécifique, le niveau de glucose tombe à 79.8 mg/dl, ce qui est également à l'intérieur de limites acceptables. La dose d'insuline est également bien contrôlée afin que la condition d'hypoglycémie n'apparaît pas.

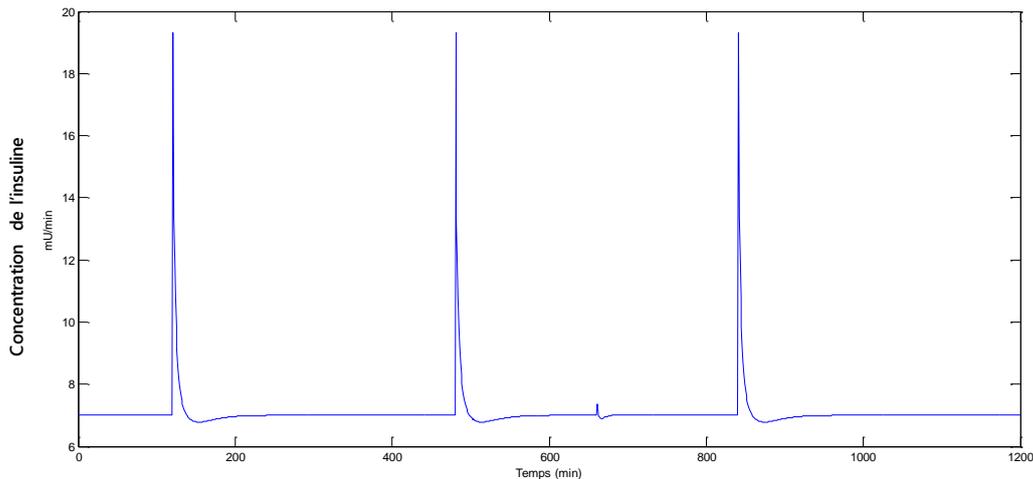


Figure 2-36. La concentration d'insuline.

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les incertitudes structurées dans le but d'utiliser les techniques de :

- L'approche H_∞ pour calculer un correcteur robuste en stabilité et en performance.
- μ analyse, pour vérifier la robustesse en performance du système corrigé et perturbé.
- μ synthèse pour calculer un correcteur robuste en stabilité et en performance.

Nous avons pu affirmer dans ce chapitre l'efficacité de la commande appliquée pour régler le glucose dans le sang. Des résultats intéressants ont été obtenus tant qu'en stabilité qu'en performances, nous ont permis de tirer les conclusions suivantes sur les méthodes utilisées :

- La μ synthèse offre la meilleure robustesse en stabilité et en performance au détriment d'un correcteur d'ordre moins par rapport à l'approche H_∞ .

- Les conclusions citées ci-dessus nous ont conduit à opter pour le choix du correcteur obtenu par la méthode de μ synthèse offrant le meilleur compromis entre la robustesse en stabilité et en performance et la possibilité de réaliser un correcteur.

Chapter 03

COMMANDE ROBUSTE PAR MODE GLISSANT ET SYNERGÉTIQUE

3.1. Introduction

L'étude du contrôle non linéaire est d'un grand intérêt, puisque la majorité des systèmes réels sont essentiellement non linéaires. Les méthodes linéaires conventionnelles sont satisfaisantes mais pour des plages de fonctionnement restreintes. Dès que le système sort de ce domaine de fonctionnement, le contrôleur linéaire n'est plus valable et ne garantit plus la stabilité du système. D'où l'intérêt d'étudier plus profondément les méthodes de commande non linéaires, connu par sa robustesse et sa simplicité de mise en œuvre, le mode glissant a été largement utilisé pour commander une large classe de systèmes non linéaires [86, 88]. Il s'agit de définir une surface dite de glissement en fonction des états du système de façon qu'elle soit attractive. La commande globale synthétisée se compose de deux termes : le premier permet l'approche jusqu'à cette surface et le second le maintien du glissement le long de celle-ci vers l'origine du plan de phases. En revanche, le principal inconvénient de cette technique de commande vient du fait qu'elle soit basée sur une utilisation discontinue du système, c'est à dire que la commande générera une multitude de fréquences afin de suivre sa consigne.

Le phénomène de broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande est le principal frein à l'utilisation généralisée des modes glissants dans notre application. Toutefois, les chercheurs se sont penché vers de nouvelles façons de glissement qui permettent de réduire voire supprimer ce phénomène indésirable [89, 90].

La technique du mode glissant d'ordre supérieur a été introduite par Levantovsky [91]. Elle permet, en plus des bonnes propriétés de robustesse, et de simplicité de mise en œuvre des modes glissants classiques, la réduction du phénomène de réticence, tout en conservant les performances du système [92, 93]. Un autre inconvénient de cette commande réside dans la nécessité d'avoir des informations précises sur l'évolution du système dans l'espace d'état et les bornes supérieures des incertitudes et des perturbations. Or, la nature incertaine des systèmes non linéaires rend difficile si ce n'est impossible de disposer d'une description analytique de la dynamique du système.

Une autre commande appliquée, c'est la commande synergétique. Elle a été introduite la première fois d'une façon générale par les chercheurs russes dans les dernières années par le Prof. Anatoly Kolesnikov et son équipe [94]. Récemment cette théorie a été appliquée avec succès dans le domaine des commandes de l'électronique de puissance, et quelques aspects pratiques [95].

La commande synergétique est une technique de contrôle assez proche de la commande par mode glissant dans le sens où l'on force le système considéré à évoluer avec une dynamique pré-choisie par le concepteur. Elle en diffère dans le fait que la commande y est toujours continue et utilise une macro-variable qui peut être en fonction de deux ou plusieurs variables d'état du système.

Les propriétés de deux commandes en font un choix approprié pour un tel algorithme de contrôle lié au corps humain, où la précision extrême est de la plus haute importance. Il est important de rappeler que le système complexe non linéaire du métabolisme du glucose est lié à un certain nombre de facteurs, pas toujours mesurables, comme la quantité de nourriture consommée, les paramètres varient d'un patient à l'autre et d'autres conditions d'activité.

Dans ce chapitre, nous nous focaliserons, d'abord, sur deux lois de commandes (mode glissant et synergétique) et le principe de chacune d'elles. Ensuite, nous les appliquerons sur notre système modelé précédemment. En outre, nous avons proposé la commande terminale synergétique pour obtenir une convergence rapide et en temps fini. Dans le contrôleur proposé, un collecteur synergétique terminal non singulier est utilisé pour concevoir la loi de commande.

Une autre difficulté rencontrée par le contrôleur synergétique est la nécessité de connaître au préalable la limite supérieure de l'incertitude du système. Dans une application en temps réel, il est très difficile d'obtenir la limite supérieure de l'incertitude. Pour contourner la difficulté ci-dessus, nous avons proposé un contrôleur synergétique est intégrée par une nouvelle méthode d'estimation adaptative, cette nouvelle loi adaptative utilisant le concept d'attracteur terminal.

3.2. Commande par mode glissant

3.2.1. Concepts de base

La commande par mode glissant qui n'est autre qu'un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable et multifonctions [96]. Basée essentiellement sur la résolution des équations différentielles à second ordre discontinu initiée par Filippov [97], qui est utilisée à

partir des travaux de Utkin [98]. Puis une généralisation avec les modes glissants d'ordre supérieur a été proposée, où la communauté automatique s'est rapidement rendu compte de l'intérêt de cette technique qui allie simplicité de synthèse et robustesse [99, 100].

Le principe de la commande par mode glissant est de contraindre l'état du système à atteindre en temps fini une hypersurface (dans l'espace d'état) donnée pour ensuite y rester. Cette hypersurface étant une relation entre les variables d'état du système, elle définit une équation différentielle, et donc détermine totalement la dynamique du système, pourvu qu'il reste sur cette hypersurface. L'évolution d'un système soumis à une loi de commande qui le fait rester sur une hypersurface donnée ne dépend donc plus du tout du système lui-même ou des perturbations auxquelles il peut être soumis, mais uniquement des propriétés de cette hypersurface. Le système bouclé ne sera donc pas seulement robuste vis-à-vis des incertitudes (propres au système) et des perturbations (extérieures au système) mais totalement insensible, car elles sont complètement rejetées par la commande [101]. La synthèse d'une loi de commande par mode glissant consiste donc à déterminer :

- Une hypersurface en fonction des objectifs de commande et des propriétés statiques et dynamiques désirées pour le système bouclé. La dynamique exigée par l'hypersurface doit être compatible avec l'amplitude de commande utile disponible et la dynamique du système en boucle ouverte. Dans le cas contraire, le système ne pourra pas rester sur l'hypersurface, et la propriété d'insensibilité aux perturbations sera perdue.
- Une loi de commande discontinue de manière à contraindre les trajectoires d'état du système à atteindre cette hypersurface en temps fini puis à y rester en dépit des incertitudes et des perturbations.

3.2.2. Synthèse de la loi de commande

L'objectif de la loi de commande est de contraindre les trajectoires d'état du système à atteindre et ensuite à rester sur la surface de glissement malgré la présence d'incertitudes sur le système. En d'autres termes, la loi de commande doit rendre la surface de glissement localement attractive, c'est-à-dire au voisinage de la surface de glissement, toutes les trajectoires du système doivent être dirigées vers elle. Ainsi, la loi de commande doit être calculée en vérifiant une condition assurant la stabilité de $\sigma(\underline{x}, t) = 0$. Une telle condition est appelée condition d'attractivité. Une des méthodes pour tester la stabilité de la commande par mode glissant est basée sur le deuxième théorème de Lyapunov. Supposons que l'état d'équilibre soit zéro, soit $V(x)$ la fonction de Lyapunov, sa dérivée temporelle est $\dot{V}(x) < 0$.

Le signe de $\dot{V}(x)$ donne une information sur la stabilité du système, si $V(x) > 0, \forall x \neq 0$ et $\dot{V}(x) < 0$ alors le système est asymptotiquement stable.

Une classe de fonctions de Lyapunov classique pour la détermination de la condition d'attractivité est celle des fonctions quadratiques du type :

$$V(\sigma) = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (3.1)$$

Cette fonction est définie positive de manière évidente. Une condition nécessaire et suffisante pour que la variable de glissement $\sigma(\underline{x}, t)$ tende vers zéro est que la dérivée de V soit définie négative :

$$t \in [0, t_c] \quad (3.2)$$

Cette inégalité est appelée condition d'attractivité qui n'est pas suffisante pour assurer une convergence en temps fini vers la surface. Pour assurer une convergence de $\sigma(\underline{x}, t)$ vers 0 en un temps fini, une condition plus forte doit être respectée. Dans le cas des modes glissants classiques, nous utilisons généralement la condition d'attractivité non linéaire dite condition de η -attractivité [86, 102]:

$$\sigma \dot{\sigma} \leq -\eta |\sigma|, \eta > 0 \quad (3.3)$$

Lors de l'établissement d'un mode glissant, le comportement du système peut être décrit par deux phases :

- Phase de convergence : Cette phase correspond à l'intervalle de temps $t \in [0, t_c]$ (t_c est le temps de convergence) pendant lequel les trajectoires d'état du système ne sont pas sur la surface de glissement σ . Durant cette phase, le système reste sensible aux variations de paramètres. Sa durée peut être réduite en augmentant η , c'est-à-dire en augmentant l'amplitude de la commande [101].
- Phase de glissement : Cette phase correspond à l'intervalle de temps $t \in [t_c, \infty[$ durant laquelle les trajectoires d'état sont concernées sur la surface de glissement σ . Durant cette phase, le comportement du système ne dépend plus du système d'origine ni des perturbations, mais il est entièrement caractérisé par le choix de la surface de glissement.

3.2.3. Commande par mode glissant d'ordre un

La commande par mode glissant d'ordre 1 se compose de deux termes, une commande discontinue en fonction du signe de la surface de glissement et une commande dite équivalente caractérisant la dynamique du système sur la surface de glissement. Afin de satisfaire la

condition de η -attractivité (3.3), il suffit de choisir la partie discontinue de la commande comme suit : $u_{di} = K \text{sign}(\sigma)$.

Avec K le gain de commande choisi suffisamment grand pour compenser l'écart dynamique entre le système réel et de référence (donné par la surface de glissement), et les perturbations du système. Pendant le régime glissant, la commande a une fréquence de commutation en théorie infinie, autrement dit, la commande est discontinue à chaque instant. Il est à noter que c'est ce caractère discontinu de la loi de commande qui permet d'assurer une convergence en temps fini ainsi que la robustesse vis-à-vis des perturbations. La partie équivalente de la commande décrit un mouvement idéal de glissement, c'est-à-dire sans la prise en considération des incertitudes et perturbations du système. Physiquement, elle peut être vue comme la valeur moyenne de la commande réelle. Elle est obtenue grâce aux conditions d'invariance de la surface de glissement.

3.2.3.1. Inconvénients de la commande par mode glissant

Un régime glissant idéal nécessite une commande de fréquence de commutation infinie. Évidemment, pour une utilisation pratique, seule une commutation à une fréquence finie est possible, ce qui cause un retard entre la mesure de la sortie et le calcul de la commande, qui peut être amplifié si le système présente naturellement des retards ou des dynamiques négligées. Cela conduit le système à quitter la surface de glissement sans que la commande ne puisse réagir, puis, une fois le signe de la commande inversé, à revenir sur cette surface et passer de l'autre côté, et ainsi de suite. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner des oscillations de haute fréquence de la trajectoire du système autour de la surface de glissement. Ce phénomène est appelé broutement (*chattering* en anglais). Les principales causes de ce phénomène sont [103]:

- Les retards purs en série avec le système en boucle ouverte (retards inhérents au système, échantillonnage ...),
- Les dynamiques non modélisées des capteurs et des observateurs, qui retardent le moment où le régulateur prend conscience qu'il faut inverser la commande,
- Les dynamiques non modélisées des actionneurs et autres dynamiques rapides du système, qui retardent le moment où la commande est suffisamment forte pour rapprocher le système de la surface de glissement.

Tous ces phénomènes ont globalement l'effet de retarder l'application effective de la commande permettant de ramener le système sur la surface de glissement à partir du moment où il l'a quitté.

Nous parlons aussi de chattering pour désigner l'oscillation de haute fréquence de la commande et non pas de la variable de glissement. Une autre cause de chattering, notamment sur la commande, est le bruit de mesure. En effet, une erreur de mesure quand l'état est très proche de la surface de glissement peut entraîner une erreur de signe de la commande, car il se peut que cette dernière croit alors que le système se trouve de l'autre côté de la surface. Ce phénomène est amplifié par la nécessité d'avoir des observateurs ou dérivateurs rapides, donc filtrant peu la mesure.

Les phénomènes de chattering peuvent être si pénalisants que l'utilisation d'une loi de commande par mode glissant peut, dans certaines applications être à proscrire, vu que son utilisation peut dégrader les performances, voire conduire à l'instabilité à cause du chattering sur la sortie. Le chattering de la commande, peut entraîner une usure prématurée des actionneurs ou de certaines parties du système à cause de fortes sollicitations. En excitant les modes propres des dynamiques non modélisées ou des fréquences de résonance du système correspondant aux retards de commutation, cette commande peut provoquer sur les systèmes mécaniques un bruit haute fréquence et des oscillations préjudiciables à leur structure. Sur des systèmes autres que mécaniques, les oscillations engendrées peuvent poser d'autres problèmes (réduction de précision, créations d'ondes électromagnétiques néfastes ou autres ondes amplifiées par le système, ...).

3.2.3.2. Quelques solutions pour le chattering

Afin de réduire ou d'éliminer le phénomène de chattering, de nombreuses techniques ont été proposées. Parmi les techniques les plus utilisées, nous citons :

➤ La couche limite (boundary layer)

Elle consiste à substituer la fonction signe par une approximation à gain élevé au voisinage de σ , et faire saturer la fonction à l'extérieur [86, 102]. Dans ce cas, le régime glissant n'est plus dans σ , mais au voisinage de celui-ci. Ce qui entraîne un régime pseudo-glissant. Cependant, cette méthode engendre un compromis entre le niveau de réduction de chattering et la conservation de robustesse. Parmi les fonctions utilisées nous citons : la fonction saturation, la fonction signe + saturation et tangente hyperbolique. Ces fonctions et d'autres ainsi que leurs formalisme mathématique sont données par V. Bregeault [101].

➤ Observateur

Le principe de cette méthode consiste à faire apparaître une seconde boucle dans la grande boucle du système. C'est dans la deuxième boucle que l'observateur est inséré et que le régime glissant sera généré. Dans ce cas, l'observateur ne sera pas atteint par les dynamiques

non modélisées. C'est ce qui nous permet d'avoir un mode glissant presque idéal dans la boucle secondaire. Mais il se peut qu'il soit troublé par la fréquence d'échantillonnage finie ou par des négligences sur la dynamique et les retards liés au système. La commande fait donc tendre l'état estimé vers un voisinage proche de l'origine. Mais la convergence de l'état estimé vers l'état réel dépend directement de la dynamique de l'observateur, qui peut ne converger qu'asymptotiquement, et ne prendre en compte les perturbations non modélisées que lentement. Cette commande en quelque sorte fait l'autruche, ne tenant pas compte de l'état réel [101].

➤ **Système adaptatif flou**

En utilisant le même principe que celui de la couche limite, Lin et Chen ont introduit une bande de transition floue [104]. Le système flou considéré est de type Mamdani, il a la surface de glissement comme entrée et la commande globale comme sortie. La bande de transition ainsi construite est non linéaire. Les trois règles floues utilisées correspondent à la valeur de la fonction signe. Le phénomène de chattering est certes éliminé, néanmoins, la commande permettant la phase d'approche reste difficile à calculer, car les bornes des incertitudes et des perturbations sont généralement inconnues. S. Hajri[105] a proposé de faire varier le gain de glissement à l'aide d'un système flou. Ainsi, sa valeur diminue au fur et à mesure que le système s'approche de la surface de glissement. N. Essounbouli[106] a substitué la partie discontinue de la commande avec saturation par un système flou adaptatif. Le contrôleur a pour entrée la surface de glissement et délivre en sortie la meilleure approximation de la commande. A l'égard de sa performance, sa convergence dépend de la valeur initiale de la partie ajustable.

3.2.4. Commande par mode glissant d'ordre supérieur

Comme nous venons de l'exposer, le phénomène de broutement par l'usure prématurée des organes de commande et par la sollicitation de dynamique rapides non modélisées, il est le principal frein à l'utilisation généralisée des modes glissants dans des applications industrielles. Toutefois, les travaux des chercheurs russes (comme Emelyanov et Levant) sur des nouvelles façons de glissement permettent d'envisager de réduire, voire supprimer ce phénomène indésirable, tout en sauvegardant les propriétés de convergence en temps fini, d'invariance de la surface et de rejet d'une certaine classe de perturbations [89].

Cette nouvelle solution est basée sur la théorie des modes glissant d'ordre supérieur et conduit à des lois de commande toujours relativement simples. Dans le cas (fondamental en pratique) où nous souhaitons obtenir un régime glissant en temps fini, pendant longtemps, les

seuls qui ont été maîtrisés ce sont les algorithmes d'ordre un, deux ou trois [107-109]. Néanmoins, désormais plusieurs articles proposent des algorithmes pour des modes glissants d'ordre r arbitraire appliqués au contrôle en temps fini de systèmes non linéaires ayant une entrée et une sortie (SISO) d'ordre 2 [90, 110].

3.2.4.1. Principe de fonctionnement

Le régime glissant standard agit sur la surface de glissement afin de l'annuler. Un régime glissant d'ordre r (noté r -glissant) agit sur la surface et ses $(r-1)$ premières dérivées successives par rapport au temps. L'objectif est de forcer le système à évoluer non seulement sur la surface mais aussi sur ses $(r-1)$ premières dérivées successives et à maintenir l'ensemble de glissement à zéro :

$$\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)} = 0 \quad (3.4)$$

Où r désigne le degré relatif du système, qui signifie le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la surface, par rapport au temps, pour faire apparaître la commande explicitement. Il est calculé en déterminant les dérivées successives de σ [97]:

$$\begin{aligned} r = 1, i.e., \frac{\partial}{\partial u} \dot{\sigma} \neq 0 \\ r \geq 2, i.e., \frac{\partial}{\partial u} \sigma^i = 0 (i = 1, \dots, r-1) \frac{\partial}{\partial u} \sigma^r \neq 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Afin de conserver la caractéristique d'atténuation de chattering tout en limitant le nombre de capteurs nécessaires pour la mise en œuvre de la commande, dans notre étude, nous nous sommes limités au mode glissant d'ordre deux.

3.2.4.2. Commande par mode glissant d'ordre deux

L'ordre r du mode glissant, est le nombre de dérivées totales continues de la variable σ (incluant l'ordre zéro) au voisinage de la structure de glissement [97]. Le but de ce type de contrôleurs est de générer un régime glissant du second ordre sur une surface σ par l'annulation de σ elle-même ainsi que de sa dérivée $\dot{\sigma}$ en un temps fini $\sigma, \dot{\sigma} = 0$.

La caractéristique principale de cette stratégie est que la partie discontinue apparaît sur la dérivée de la commande \dot{u} . Finalement lorsque nous faisons le calcul de la commande du système $u = \int \dot{u}$, elle devient continue limitant ainsi le phénomène de réticence.

- **L'Algorithme de « Super-Twisting »**

Cet algorithme a été développé pour des systèmes de degré relatif égal à 1 par rapport

à la fonction contrainte σ afin d'éliminer le phénomène de réticence. Donc la discontinuité agit sur la première dérivée de la commande. Cette loi ne nécessite pas la connaissance de $\dot{\sigma}$ [97, 107].

La convergence de cet algorithme est régie par des rotations autour de l'origine du diagramme de phase (appelées aussi Twisting), comme illustré par la figure (3.1). La loi de commande du Super-Twisting est formée de deux parties. La première u_1 est définie par sa dérivée par rapport au temps, tandis que la deuxième u_2 est continue et en fonction de la variable de glissement. Pour un mode glissant réel, la loi de commande sera donnée par [91]. Pour un système de degré relatif 2, et pour tous $x \in \mathfrak{R}^n$ tel que $|\sigma(t, x)| < \sigma_0$, le problème revient à la stabilisation en temps fini du système auxiliaire du second ordre défini par l'inclusion différentielle suivante : $\ddot{\sigma} \in [-C, C] + [K_m, K_M]u$

Alors la commande $u(t)$ se présente sous forme d'une combinaison de deux termes u_1 et u_2 tels que :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (3.6)$$

$$\dot{u}_1(t) = \begin{cases} -u(t) & \text{si } |u(t)| > 1, \\ -W \text{sign}(\sigma) & \text{si } |u(t)| \leq 1, \end{cases} \quad (3.7)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} -\psi |\sigma_0|^\rho \text{sign}(\sigma_0) & \text{si } |\sigma(t)| > \sigma_0, \\ -\psi |\sigma|^\rho \text{sign}(\sigma) & \text{si } |\sigma(t)| \leq \sigma_0, \end{cases} \quad (3.8)$$

Où les constantes W et ψ sont positives et fixées de telle sorte que les conditions suffisantes de convergence en temps fini de l'algorithme de « Super-Twisting » soient vérifiées ;

$$\begin{cases} W > \frac{C}{U_m}, & \psi^2 \geq \frac{4C}{U_m^2} \frac{U_M(W+C)}{U_m(W-C)} \\ 0 < \rho \leq 0.5 \end{cases} \quad (3.9)$$

Ce contrôleur peut être simplifié, dans le cas où le système est affiné par rapport à la commande, et la commande totale est donnée par :

$$\begin{aligned} u(t) &= -\psi |\sigma|^\rho \text{sign}(\sigma) + u_1(t) \\ \dot{u}_1(t) &= -W \text{sign}(\sigma) \end{aligned} \quad (3.10)$$

La technique « Super-Twisting » est très robuste, et elle n'a pas besoin d'informations sur la dérivée de σ , et le paramètre ρ est généralement choisi égale à 0.5[97].

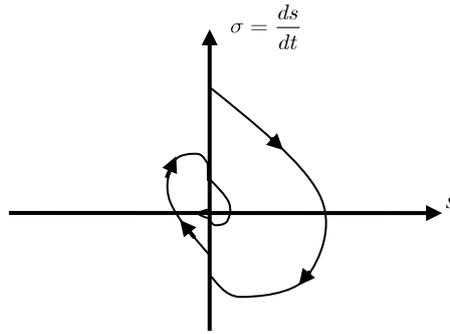


Figure 3-1. Algorithme de Super-Twisting : trajectoire dans le plan de phase $(\sigma, \dot{\sigma})$

3.2.5. Synthèse de l'algorithme Super-Twisting sur le système glucose-insuline

Le modèle dynamique du système glucose-insuline est :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -p_1[x_1 - G_b] - x_1x_2 + D_1(t) \\ \dot{x}_2 = -p_2x_2 + p_3[x_3 - I_b] \\ \dot{x}_3 = -n[x_3 - I_b] + \gamma'[x_1 - h]^+ t + u(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

Avec D_1 la perturbation, la stabilisation de la concentration de glucose dans le sang du patient diabétique au niveau basal G_b est un problème de suivi de sortie. Par conséquent, l'erreur de suivi est définie comme la différence entre le niveau de concentration de glucose et sa valeur de base dans le sang du patient diabétique, comme suit :

$$e = G_b - G = G_b - x_1 \quad (3.12)$$

Alors $\dot{e} = -\dot{x}_1$

Il faut d'abord déterminer le degré relatif du système. En supposant que $y = x_1$, le degré relatif serait défini par le nombre de différenciations successives jusqu'à ce que la variable de contrôle apparaisse [95, 108]. En utilisant (3.11), la fonction de contrôle apparaît dans les équations après la troisième différenciation, c'est-à-dire :

$$x_1^{(3)} = \phi(x, t) - p_3x_1u(t) \quad (3.13)$$

Puisque $p_3 \neq 0$, $x_1 \neq 0$, et $p_3x_1 \in [1.2 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-2}]$, le système (3.11) a un degré relatif bien défini de $r=3$. Ce qui nous permet de concevoir le contrôleur pour le système qui obtiendra une erreur nulle : $e \rightarrow 0$

Où

$$\begin{aligned}
\phi(x,t) = & x_1 \left[-p_1 (p_1^2 + 3p_3 I_b) - p_3 I_b (p_2 + n) - p_3 \gamma (x_1 - h)^+ t \right] \\
& + x_2 \left[-p_1^2 (1 + G_b) + p_1 p_2 (2G_b - 1) + 2D_1 (p_1 + p_2) \right] \\
& + x_3 \left[-2p_3 (p_1 + D_1) \right] + x_1 x_2 \left[-(p_1 + p_2)^2 - 3p_3 I_b \right] \\
& + x_1 x_3 \left[p_3 (3p_1 + p_2 + n) \right] + x_1 x_1^2 \left[-3(p_1 + p_2) \right] \\
& + x_2^2 (p_1 G_b + D_1) + 3p_3 x_1 x_2 x_3 - x_1 x_2^3 + \ddot{D}_1 \\
& + (p_1 G_b + D_1)(p_1^2 + 2p_3 I_b)
\end{aligned}$$

L'algorithme de commande super-twisting contrôle en continu le système avec un degré relatif $r=1$, en présence de perturbations bornées, en sélectionnant la variable glissante :

$$\sigma = \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e \quad (3.14)$$

Où c_1 et c_0 sont des constantes de valeurs réelles choisies de telle sorte que l'équation (3.14) ait le comportement dynamique souhaité. Pour vérifier l'état de l'existence de la SMC, la dynamique de la variable de glissement doit être calculée à l'aide (3.14) :

$$\dot{\sigma} = \ddot{\ddot{e}} + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e} \quad (3.15)$$

En utilisant (3.12) et (3.13), (3.15) peut être écrit comme :

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma} = & \ddot{G}_b - \ddot{x}_1 + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e} = -\ddot{x}_1 + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e} \\
= & -\phi(x,t) + p_3 x_1 u(t) + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e}
\end{aligned} \quad (3.16)$$

En combinant et en simplifiant les termes (3.16), nous aurons :

$$\dot{\sigma} = \psi(t) + p_3 x_1 u(t) \quad (3.17)$$

Où

$$\psi(t) = -\phi(x,t) + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e} \quad (3.18)$$

Le SMC existe si $\psi(t)$ doit être délimité par un nombre réel positif N [108], c'est-à-dire

$$|\dot{\psi}(t)| \leq N \quad (3.19)$$

À partir des équations (3.11), (3.12) et (3.13) il est clair que la condition est remplie, donc le SMC existe et le contrôleur peut être conçu pour le système (3.11). Considérons la première commande différentielle non linéaire suivante :

$$\dot{\sigma} + \alpha |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) + \beta \int \text{sign}(\sigma) d\tau = f(t) \quad (3.20)$$

Où $|\dot{f}(t)| \leq L$. Il a été démontré [107] que la solution de cette équation différentielle non linéaire et que sa première dérivée convergent vers zéro en un temps fini si $\alpha = 1.5\sqrt{L}$ et $\beta = 1.1L$, où L est un réel positif constant. La commande de super-Twisting peut alors être réalisée sous la forme :

$$u = -\alpha_1 |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) - \beta_1 \int \text{sign}(\sigma) d\tau \quad (3.21)$$

Où $\alpha_1 = 7.5 \times 10^5 \sqrt{N}$ et $\beta_1 = 5.52 \times 10^5 N$.

En utilisant cette loi de contrôle [107] et par un choix approprié de α et β , la variable glissante σ de l'équation (3.14) sera stabilisée à zéro en temps fini, en supposant que la perturbation $D_I(t)$ dans (3.11) est limitée par un nombre positif réel comme M , tel que $|D_I(t)| \leq M$

Remarque 1 : Il est à noter que quelle que soit la fonction de signe présentée dans la commande introduite dans l'équation (3.21), cette fonction a un caractère continu car sa partie discontinue, signe (σ), est intégrée et donc la commutation haute fréquence est filtrée par cette intégration.

Remarque 2 : L'algorithme de contrôle de super-twisting (3.21) assure une convergence en temps fini de la variable glissante vers (3.14), mais une convergence asymptotique de l'erreur de poursuite due à l'équation, c'est-à-dire que la glycémie sera stabilisée à son niveau basal asymptotiquement. La convergence asymptotique ne créerait aucun problème puisque, en cas de régulation insuline-glucose ; le processus lui-même est intrinsèquement asymptotique.

3.2.5.1. Résultats de simulation

La proposition des simulations est de tester les performances de l'algorithme super-Twisting (3.21) selon différents scénarios. Pour tester la robustesse par rapport à l'insensibilité aux incertitudes des paramètres et aux perturbations, des simulations sont réalisées pour des états postprandiaux et pour trois patients diabétiques différents *in silico* (tableau 1.2). Les simulations sont effectuées selon les mêmes cas du chapitre précédent. Les scénarios testés sont les suivants :

Expérience 1 : *Analyse de la robustesse des performances, y compris les incertitudes des paramètres*

Cet ensemble d'expériences a été réalisé pour valider la commande proposée par l'équation (3.21). La fonction de contrôle est appliquée au système (3.11) et la réponse d'une personne malade en présence de la perturbation des repas est examinée. La première expérience représente un événement hyperglycémique de départ à 300 mg/dl. Les figures (3.2) et (3.3) montrent respectivement le profil de glucose et le profil de l'insuline. Il est évident que dans tous les cas, le glucose est complètement stabilisé au niveau basal dans un intervalle de temps raisonnable, le contrôleur est capable de gérer cette perturbation intense et de maintenir le profile.

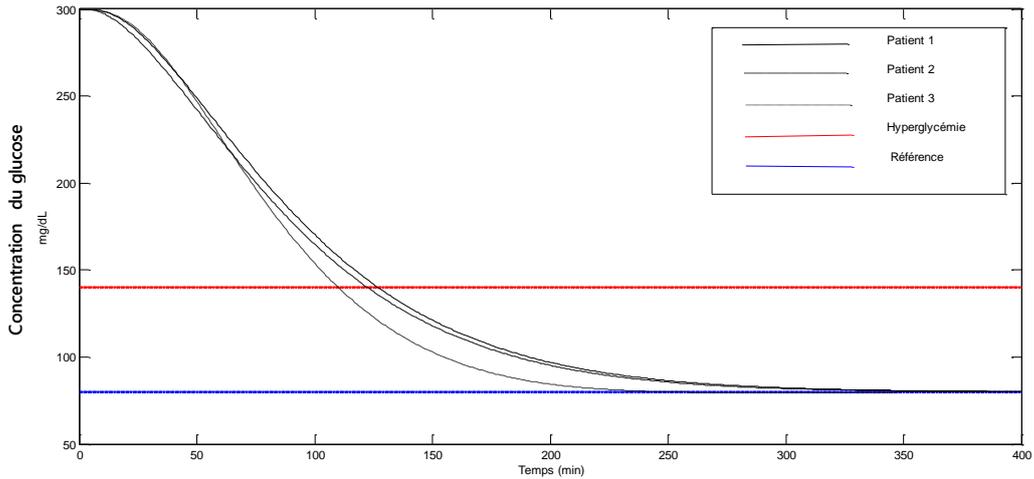


Figure 3-2. La concentration du glucose.

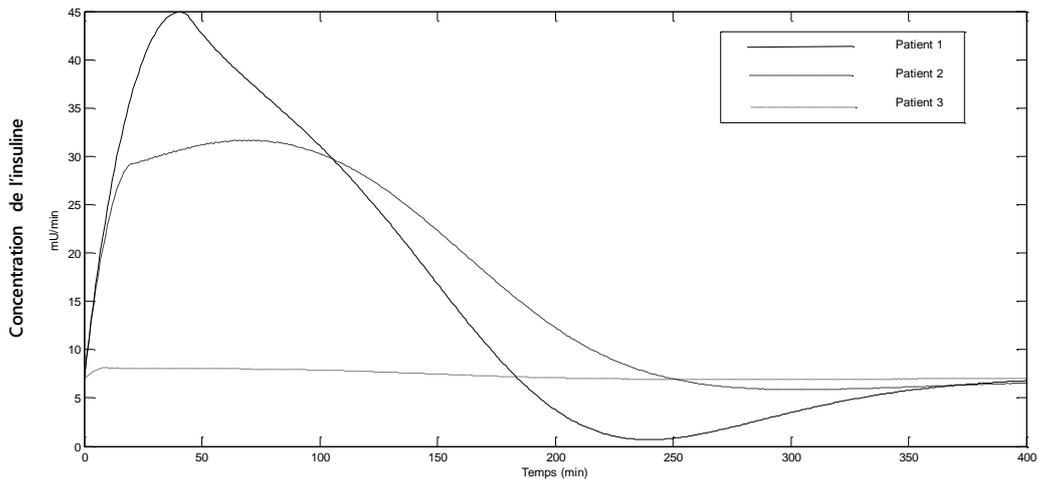


Figure 3-3. La concentration de l'insuline.

Remarque: La figure (3.4) montre la concentration d'insuline du patient 3 en utilisant un contrôle de super-twisting qui réduit le chattering sans diminuer la robustesse du système, mais devrait être un choix approprié pour les algorithmes de contrôle liés à la santé humaine, où une grande précision est d'une extrême importance.

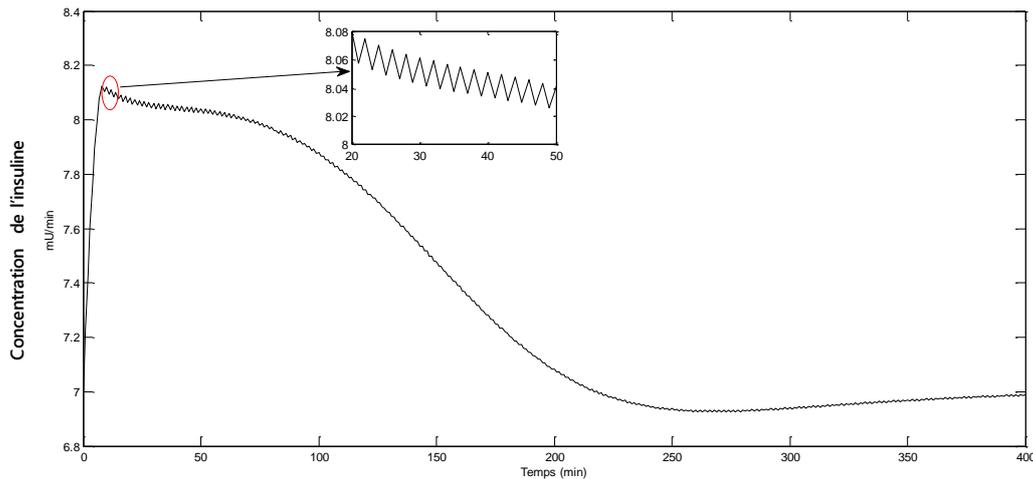


Figure 3-4. La concentration de l'insuline de patient 3.

Expérience 2 : *Analyse de la robustesse des performances du système en cas de perturbations*

Dans cette expérience de simulation, la performance de robustesse des contrôleurs conçus est testée sous de multiples perturbations telles que les repas et l'exercice, le même test est effectué dans le chapitre 2.

Tous les patients sont soumis à la prise de trois repas à 8 heures, à 14 heures et à 20 heures, et pour étudier l'effet de la consommation d'énergie, par exemple l'entraînement, une autre perturbation sous la forme d'un exercice physique, qui a été modélisée comme la fonction exponentielle de décroissance retardée ; avec amplitude négative pour montrer la consommation de l'énergie, se produisant à 17 heures. Ces perturbations sont prises sous forme de pulsations, comme le montre la figure (2.18).

A partir du profil glucose-insuline des figures (3.5) et (3.6), nous observons qu'à chaque fois que le patient 3 est soumis à un repas, son taux de glycémie ne dépasse pas la limite de la normalité. De plus, lorsqu'un patient fait du sport (perturbation de l'exercice), la concentration de glucose est maintenue à un niveau normal. Les problèmes d'hypoglycémie et d'hyperglycémie dans le taux de glucose sanguin n'apparaissent pas, le taux d'infusion d'insuline et le temps de stabilisation sont dans une limite acceptable, ce qui indique que la commande par super-twisting fonctionne correctement en cas de perturbations multiples.

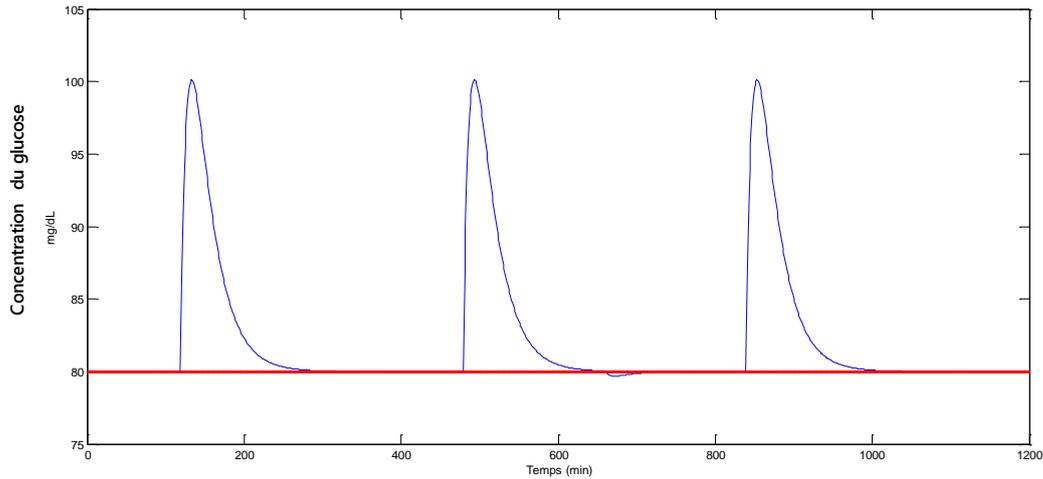


Figure 3-5. La concentration du glucose.

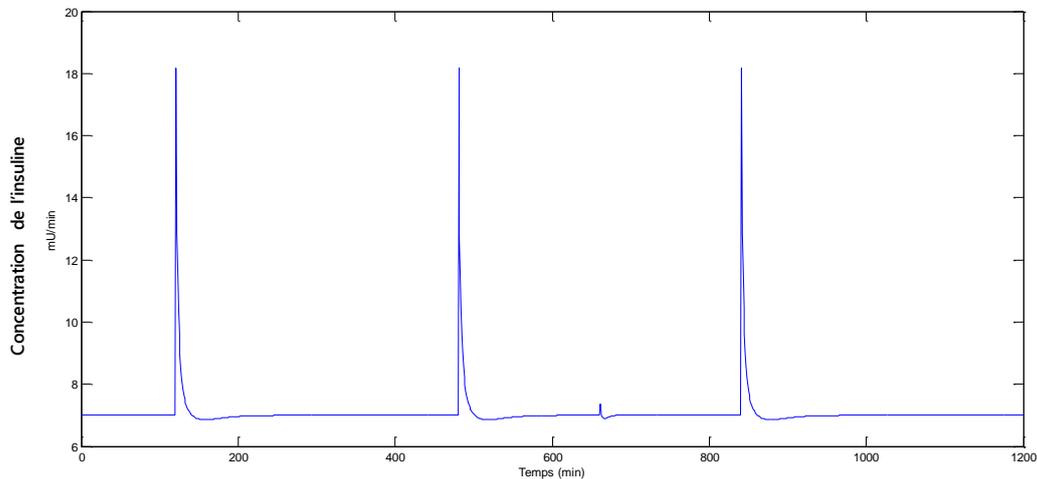


Figure 3-6. La concentration d'insuline.

3.3. Commande synergétique

La théorie de la commande synergétique est l'une des nouvelles options prometteuses dans la théorie des commandes modernes et émergentes. Elle ouvre de nouveaux horizons dans la conception efficace de commande des systèmes non linéaires complexes et autres [94].

En général, la théorie de la commande synergétique fournit des méthodes pour concevoir des contrôleurs optimaux pour les systèmes dynamiques, lesquelles ont des secteurs d'attraction qui correspondent aux buts de la commande utilisée. Un attracteur est une région dans l'espace d'état d'un système dynamique dont toutes les trajectoires des secteurs voisins de l'espace d'état convergent vers elle. Comme le montre la figure(3.7).

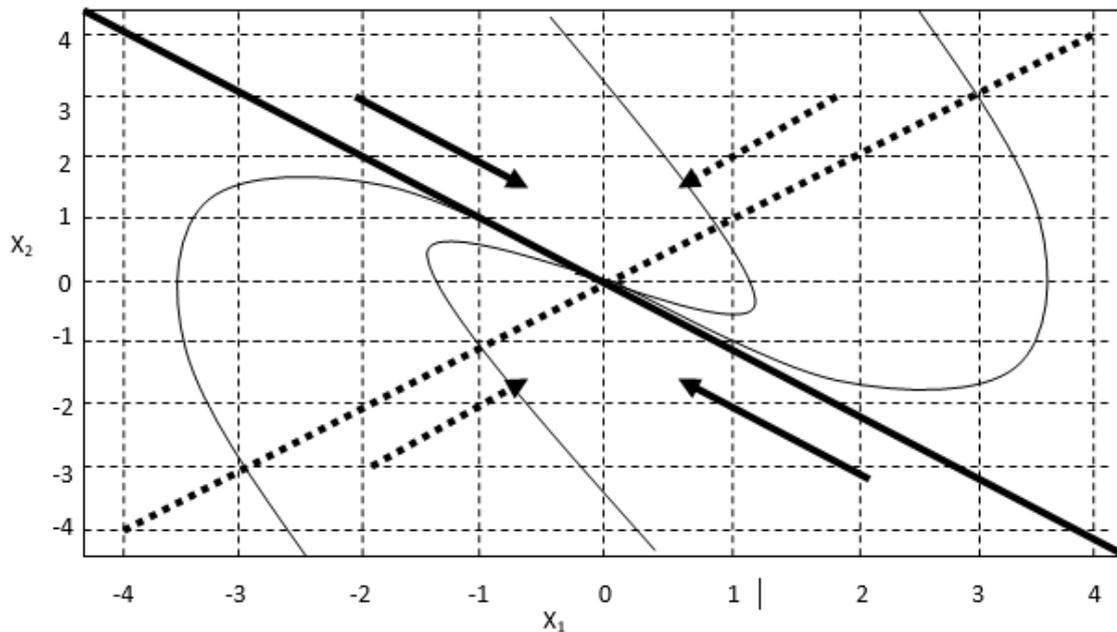


Figure 3-7. Orientation vers un manifold de deux variables x_1, x_2 .

3.3.1. Concepts de base

Considérons le système dynamique non-linéaire SISO de dimension n qui peut être décrit par l'équation non linéaire suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, u, t) \quad (3.22)$$

Où x représente le vecteur d'état du système et u représente le vecteur de commande, la première étape dans la synthèse du contrôleur synergetique est la définition d'une macro-variable par le concepteur, pour réaliser le cahier des charges et prendre en charge d'éventuelle contrainte de contrôle, qui est donnée comme suit :

$$\Psi = \psi(x, t) \quad (3.23)$$

Où Ψ est la macro-variable et $\psi(x, t)$ est une fonction définie par le concepteur, en général, c'est une fonction des variables d'état et du temps. Chaque macro-variable présente une nouvelle contrainte sur le système dans l'espace d'état, ainsi, son ordre réduit d'une unité en le forçant à évoluer vers une stabilité globale à l'état désiré.

L'objectif de la commande synergetique est de forcer le système à évoluer sur le domaine choisit au préalable par le concepteur $\Psi = 0$ d'où :

$$\psi(x, t) = 0 \quad (3.24)$$

Les caractéristiques de la macro-variable peuvent être choisies par le concepteur, selon

les paramètres tels que l'objectif de commande, les limitations de la commande, le temps de réponse etc. La macro-variable peut être une combinaison linéaire simple des variables d'état, et elle est forcée d'évoluer d'une façon désirée exprimée par une contrainte comme indiquée en exemple par l'équation suivante :

$$T \dot{\psi} + \psi = 0, T > 0 \quad (3.25)$$

La solution de l'équation (3.25) est :

$$\psi(t) = \psi_0 e^{-t/T}$$

D'après cette solution, la macro-variable $\psi(t)$ converge vers l'attracteur ou le collecteur (manifold) $\psi = 0$ pour différentes conditions initiales ψ_0 , où T est un paramètre de contrôle qui indique la vitesse de convergence du système en boucle fermée vers le domaine indiqué.

En tenant compte de la chaîne de la différentiation qui est donnée par :

$$\frac{d\psi(x,t)}{dt} = \frac{d\psi(x,t)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (3.26)$$

La substitution de (3.21) et de (3.22) dans (3.25) permet d'écrire :

$$T \frac{d\psi(x,t)}{dx} f(x,u,t) + \psi(x,t) = 0 \quad (3.27)$$

En résolvant (3.27) pour u , la loi de commande peut être trouvée comme suit :

$$u = g(x, \psi(x,t), T, t) \quad (3.28)$$

À partir de l'équation (3.28), nous pouvons voir que la commande ne dépend pas seulement des variables d'état du système, mais également de $\psi(x,t)$ et de la constante de temps choisies T . En d'autres termes, le concepteur peut choisir les caractéristiques du contrôleur synergétique en choisissant une macro-variable appropriée et une constante de temps T . En synthétisant le contrôleur, chaque domaine présente une nouvelle contrainte sur le domaine de l'espace d'état. Dans la synthèse du contrôleur synergétique, il est clair que le contrôleur agit sur le système non-linéaire et une linéarisation ou une simplification du modèle n'est pas nécessaire comme la théorie de la commande traditionnelle.

A partir d'un choix approprié des macro-variables, le concepteur peut obtenir les caractéristiques intéressantes suivantes pour le système final [111]:

- Stabilité globale.
- Insensibilité vis-à-vis les paramètres.
- Suppression de bruit.

Il est intéressant de noter que la commande synergétique garantit la stabilité globale sur le domaine choisi. Ceci signifie qu'une fois que l'hypersurface est atteinte, le système n'est

pas supposé la quitter, malgré la variation éventuelle des paramètres du système. Cette propriété d'invariance aux perturbations et la variation des paramètres est partagée par la technique de commande en mode glissant lors du glissement des trajectoires sur la surface.

3.3.2. Synthèse de la commande synergétique pour le système glucose-insuline

Dans cette application, nous utiliserons la commande synergétique, commande robuste appropriée au système glucose-insuline. Le comportement dynamique de notre système est décrit par un modèle non linéaire détaillé dans le chapitre précédent, c'est-à-dire qu'il nécessite une commande robuste. Cette commande doit être insensible et stable à la variation des paramètres et perturbations. Ces caractéristiques attendues de la commande peuvent être réalisées par une synthèse fondée sur la technique de contrôle synergétique [94].

L'objectif de la commande est de réguler la concentration de glucose dans le sang du patient diabétique.

Définissons tout d'abord l'erreur de poursuite comme :

$$e = G_b - G = G_b - x_1 \quad (3.29)$$

Le degré relatif du système est détaillé dans la partie précédente, ainsi, la fonction de contrôle apparaît dans les équations après la troisième différenciation.

La macro-variable ψ est exprimée par :

$$\psi = \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e \quad (3.30)$$

Où c_1, c_0 sont des constantes positives choisies par le concepteur.

L'objectif de la commande synergétique est de forcer le système à évoluer sur le domaine choisit au préalable par le concepteur :

$$\psi = 0 \quad (3.31)$$

L'évolution dynamique des macro-variables conduit les trajectoires du système à évoluer selon une façon appropriée exprimée par une contrainte choisie par le concepteur comme indiquée par l'équation :

$$T\dot{\psi} + \psi = 0 \quad (3.32)$$

T est une constante qui indique la vitesse de convergence du système en boucle fermée vers l'attracteur désiré. La combinaison des équations (3.31), (3.32) et (3.11), on obtient la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{p_3 x_1} \left(-\frac{\psi}{T} + \phi - c_1 \ddot{e} - c_0 \dot{e} \right) \quad (3.33)$$

Comme $p_3 \neq 0$, $x_1 \neq 0$, et c_1, c_0 sont des constantes valeurs réelles choisies. Pour justifier la stabilité de système de commande, on utilise la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \psi(e)^2 \quad (3.34)$$

Après différenciation, et en utilisant (3.34), nous aurons donc :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \psi(e) \dot{\psi}(e) \\ \dot{V} &= \psi(e) (\ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e) = \psi(e) (-\ddot{x}_1 + c_1 \dot{e} + c_2 e) \\ \dot{V} &= \psi(e) (-\phi + p_3 x_1 u + c_1 \dot{e} + c_2 e) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Nous allons remplacer (3.33) par (3.35) pour avoir :

$$\dot{V} = \psi(e) \left(-\frac{1}{T} \psi(e) \right) = -\frac{1}{T} \psi(e)^2 < 0 \quad (3.36)$$

Par conséquent, le contrôleur peut répondre à la stabilité de Lyapunov.

3.3.2.1. Résultats de simulation

Pour tester la robustesse de commande synergétique, leur insensibilité aux perturbations et aux incertitudes des paramètres, des simulations sont effectuées selon les mêmes cas précédentes.

Expériences 1 : *Analyse de la robustesse des performances, y compris les incertitudes des paramètres*

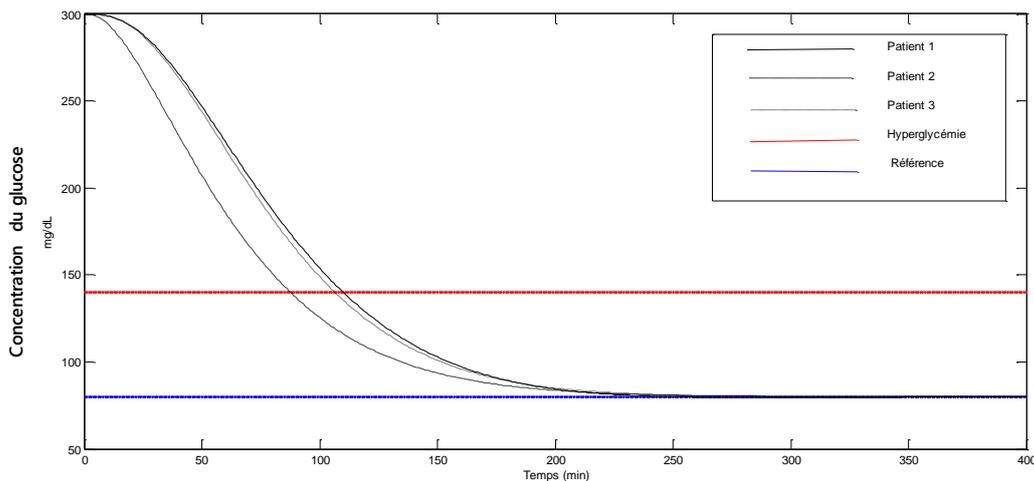


Figure 3-8. La concentration du glucose.

Les simulations représentent un événement postprandial d'un patient diabétique, commençant à un niveau de glucose sanguin de 300mg/dl, où le contrôle synergétique est utilisé

pour contrôler la concentration de glucose sur trois patients différents. Les figures (3.8) et (3.9) montrent le niveau de concentration de glucose des patients; il est stabilisé dans un temps acceptable (150 min). Il n'y a pas d'apparition d'hypoglycémie, par conséquent, la stabilité est garantie malgré les incertitudes des paramètres associés aux différents patients.

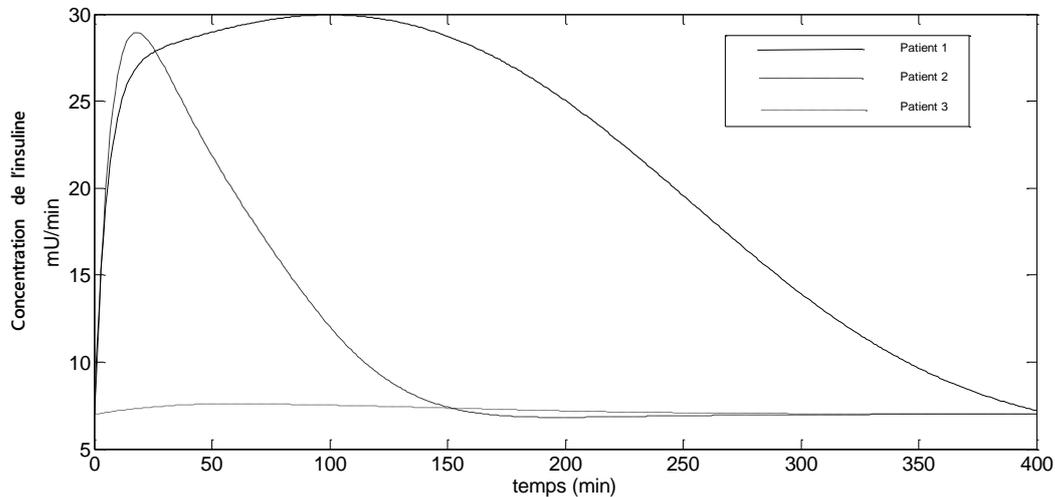


Figure 3-9. La concentration de l'insuline.

Expérience 2 : *Analyse de la robustesse des performances du système en cas de perturbations*

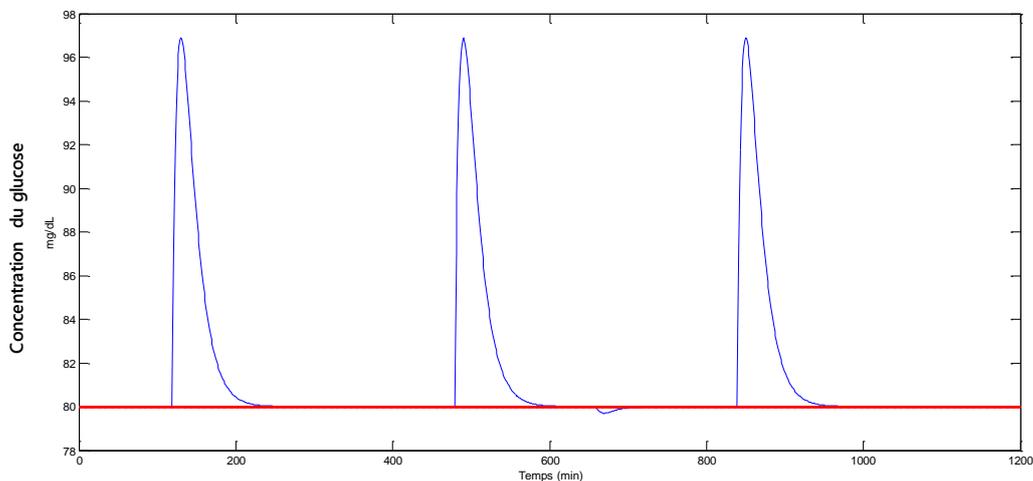


Figure 3-10. La concentration du glucose.

Pour parvenir à contrôler le niveau de glucose chez les patients diabétiques, l'impact de trois repas par jour a été pris en compte, et une perturbation de l'exercice. La simulation de la concentration de glucose-insuline en boucle fermée pendant 24 heures pour le patient diabétique 3 est effectuée à l'aide de notre contrôleur. Les figures (3.10) et (3.11) montrent que

les performances de notre technique est satisfaisante. Aucun signe d'hypoglycémie, même lorsque le patient fait de l'exercice.

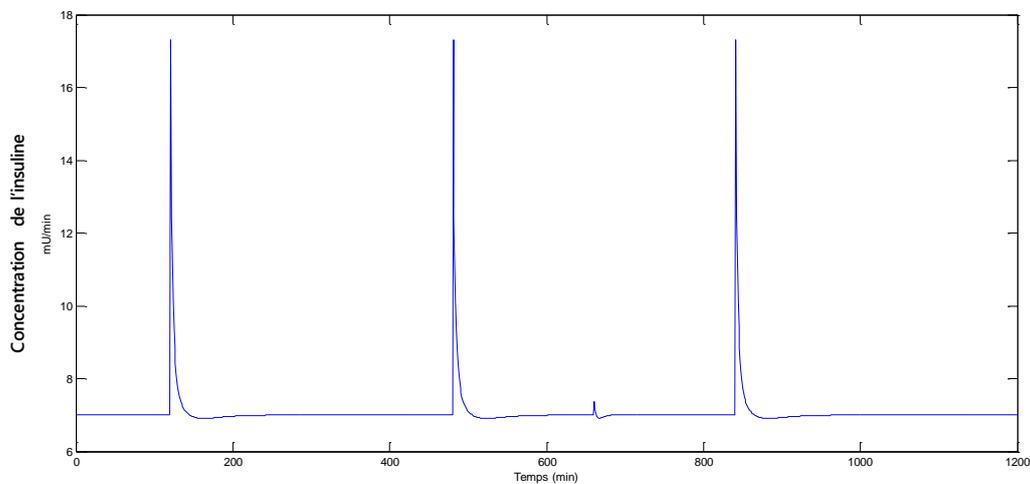


Figure 3-11. La concentration d'insuline.

3.4. Commande terminale synergétique

Plusieurs travaux ont proposé une approche dite terminale aboutissant à une convergence en temps fini basée sur des techniques d'attracteurs terminaux [112, 113]. En réduisant le temps requis pour atteindre le point d'équilibre, nous renforçons aussi bien la convergence, que l'atténuation rapide de l'effet des perturbations.

La commande terminale synergétique a l'avantage de convergence en temps fini et minimiser l'erreur statique. La robustesse de cette commande joue un rôle très important pour garantir le fonctionnement normal du système. La conception de la commande terminale synergétique est basée sur un choix particulier de la macro variable qui se traduit par la détermination d'une loi de commande pour forcer le système pour suivre un signal de référence en un temps fini.

Maintenant, un contrôleur terminal synergétique est proposé pour le système de régulation glucose-insuline. Ce contrôleur est développé en combinant la théorie du contrôle synergétique et des techniques d'attracteur terminal. Le contrôleur proposé élimine le problème de singularité associé aux approches terminales [113]. De plus, il présente l'avantage de la convergence en un temps fini, réduisant ainsi rapidement les erreurs statiques.

3.4.1. Synthèse de la commande terminale synergétique sur le système glucose-insuline

L'approche dite terminale permet d'obtenir une convergence finie accordée par le concept d'attraction terminale. Le contrôleur proposé sera conçu ici de manière à ce que les états du système s'approchent exponentiellement d'une contrainte spécifiée dans un temps fini selon l'équation suivante :

$$T\dot{\psi}^{p/q} + \psi = 0 \quad (3.37)$$

Où p et q sont des constantes impaires positives telle que $1 < p/q < 2$.

Nous choisissons la macro-variable comme suite :

$$\psi = \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e \quad (3.38)$$

L'utilisation des équations (3.37) et (3.38) donne les résultats suivants :

$$\dot{\psi} = \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e = \left(\frac{-\psi}{T} \right)^{q/p} \quad (3.39)$$

Les équations (3.38) et (3.39) conduisent à la loi de contrôle suivante :

$$u = \frac{1}{p_3 x_1} \left(\left(\frac{-\psi}{T} \right)^{q/p} + \phi - c_1 \ddot{e} - c_0 \dot{e} \right) \quad (3.40)$$

Où $p_3 \neq 0$, $x_1 \neq 0$, et c_1 , c_0 sont des constantes réelles.

Théorème 3.1. Considérons le système glucose-insuline (3.11). Les erreurs de système et le taux d'erreur asymptotiquement convergeront vers zéro en temps fini, le taux de convergence dépendant des paramètres T , p et q si la loi de commande est sélectionnée comme (3.40)

Preuve 3.1. Pour justifier la stabilité de système de commande, nous utilisons la fonction de Lyapunov suivante : $V = \frac{1}{2} \psi(e)^2$

Cela conduit, après différenciation :

$$\dot{V} = \psi(e) \dot{\psi}(e) \quad (3.41)$$

Nous allons remplacer (3.41) par (3.39) pour trouver :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \psi(-T^{-1}\psi)^{q/p} \\ &= (-T^{-1})^{q/p} (\psi)^{(q+p)/p} \leq -T^{-q/p} 2^{(p+q/2p)} \left(\frac{1}{2} \psi^2 \right)^{(p+q)/2p} \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\leq -T_1 V(t)^{(p+q)/2p} \quad (3.43)$$

Où $T_1 = T^{-q/p} 2^{(p+q/2p)}$

À partir de l'équation (3.37) nous avons $1 < p/q < 2$ et $\forall \psi$ le problème de singularité, n'existe pas pour cette commande.

Lemme 3.1 : Supposons qu'une fonction continue, positive et définie satisfaisant à l'inégalité

suivante [113] :

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha V^\eta(t), \forall t \geq t_0, V(t_0) \geq 0, \quad (3.44)$$

Où $\alpha > 0, 0 < \eta < 1$ sont des constantes. Ensuite, pour chaque $t_0, V(t)$ satisfait l'inégalité suivante

$$V^{1-\eta} \leq V^{1-\eta}(t_0) - \alpha(1-\eta)(t-t_0), t_0 < t < t_1 \quad (3.45)$$

Et $V(t) \equiv 0, \forall t \geq t_1$ avec t_1 donnée par

$$t_1 = t_0 + \frac{V^{1-\eta}(t_0)}{\alpha(1-\eta)} \quad (3.46)$$

A partir du Lemme 3.1, nous pouvons constater que le collecteur synergétique puisse converger vers zéro au temps fini t_1 donné par :

$$t_1 = \frac{V^{(1-(p+q)/2p)}(0)}{T_1(1-(p+q)/2p)} \quad (3.47)$$

3.4.1.1. Résultats de simulation

Le but des simulations est d'examiner la performance la commande terminale synergétique dans les mêmes différents scénarios.

Expérience 1 : *Analyse de la robustesse des performances, y compris les incertitudes des paramètres*

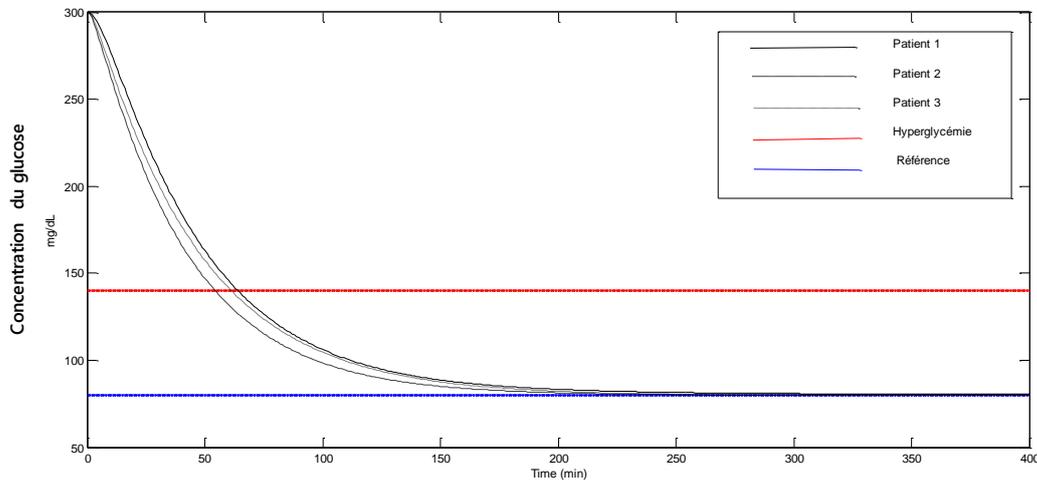


Figure 3-12. La concentration du glucose.

La simulation est effectuée dans les mêmes événements postprandiaux précédent pour les 3 différents patients diabétiques. Le niveau de concentration de glucose pour les trois patients est indiqué sur la figure (3.12) et la concentration d'insuline requise pour chaque patient, telle que prescrite par notre contrôleur, est indiquée sur la figure (3.13). Nous observons

à partir de ces résultats de simulation que le niveau de concentration de glucose des patients est stabilisé avec une normoglycémie obtenue en un temps plus court en utilisant la commande terminale synergétique, par conséquent, il n'y a pas d'hypoglycémie et la stabilité est garantie par notre commande malgré les incertitudes des paramètres associés aux différents patients. Nous observons que la commande terminale synergétique atteint une dose un peu élevée d'insuline.

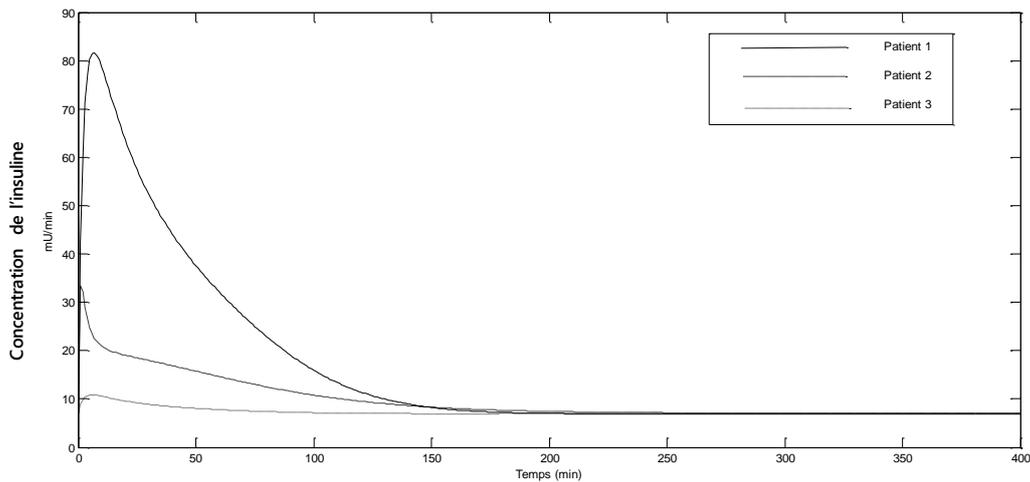


Figure 3-13. La concentration d'insuline.

Expérience 2 : *Analyse de la robustesse des performances d'un système soumis à des perturbations multiples*

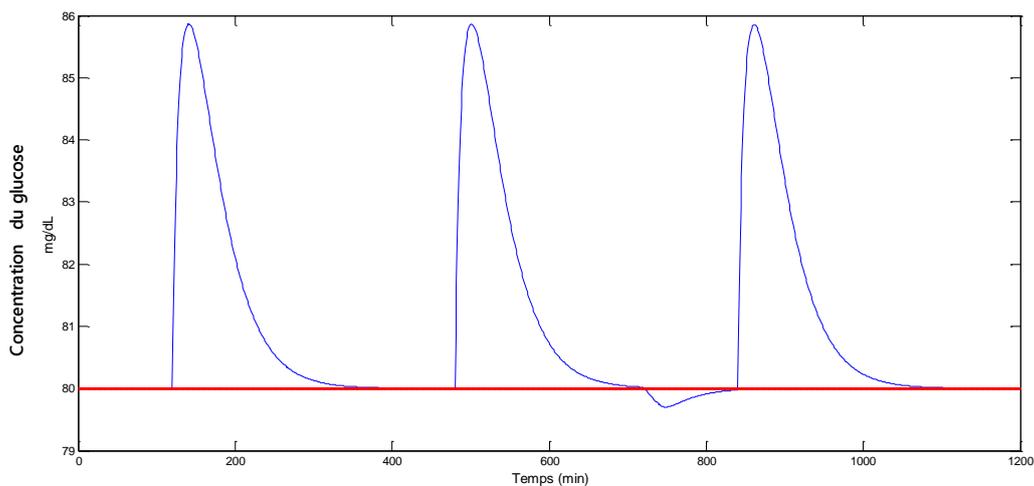


Figure 3-14. La concentration du glucose.

Dans cette expérience de simulation, la performance de robustesse de la commande

conçu est testée sous de multiples perturbations tels que les repas et l'exercice. À partir du profil glucose-insuline des figures (3.14) et (3.15), nous observons qu'à chaque fois qu'un patient est soumis à un repas, son taux de glycémie ne dépasse pas la limite de la normalité, De plus, lorsqu'un patient fait du sport, la concentration de glucose est maintenue à un niveau normal. Les problèmes d'hypoglycémie et d'hyperglycémie dans le taux de glucose sanguin n'apparaissent pas, le temps de réponse est dans une limite acceptable, ce qui indique que la commande terminale synergétique fonctionne correctement en cas de perturbations multiples.

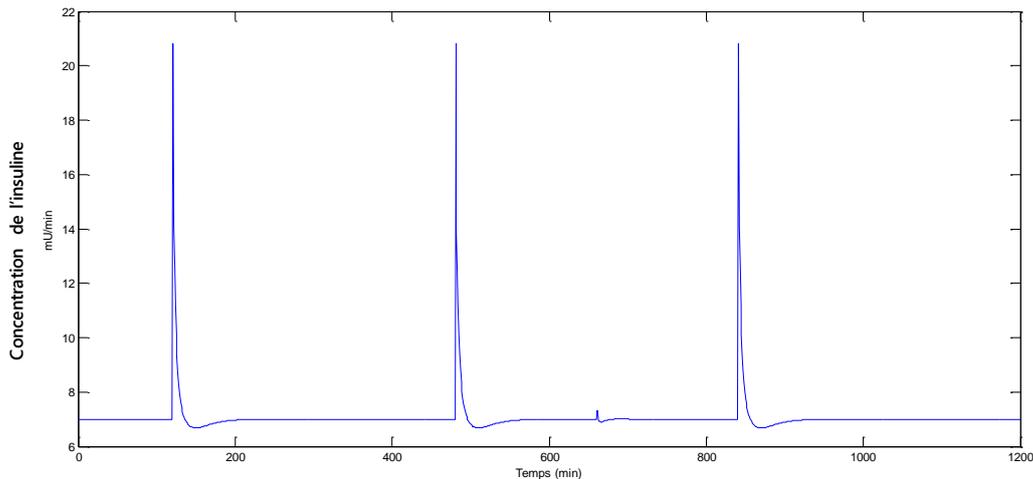


Figure 3-15. La concentration d'insuline.

3.5. La commande adaptative synergétique

En général, le système à contrôler possède des paramètres incertains au début de l'opération de commande. Bien que l'effet de cette incertitude paramétrique puisse disparaître en temps fini par un certain mécanisme d'ajustement, elle peut causer une instabilité du système.

L'idée de base de l'approche de contrôle adaptative consiste à concevoir des systèmes présentant les mêmes propriétés dynamiques dans des conditions d'incertitude basées sur l'utilisation des informations actuelles. Il s'agit de modifier la loi de contrôle utilisée par un contrôleur pour tenir compte du fait que les paramètres du système contrôlé varient lentement dans le temps ou sont incertains. De plus, le contrôle adaptatif implique l'amélioration des caractéristiques dynamiques [114, 115].

Le succès de la régulation automatique de la glycémie repose sur la robustesse de l'algorithme de contrôle utilisé. C'est une tâche difficile à accomplir en raison de la nature complexe du système glucose-insuline de l'être humain, à cet objectif, il faut faire un

développement d'un algorithme de contrôle synergétique robuste. Une approche adaptative est intégrée dans ce schéma de contrôle synergétique pour gérer les perturbations et les variations des paramètres.

Cette dernière consiste à modifier la loi de commande utilisée par un contrôleur pour surmonter le fait que les paramètres du système contrôlé varient dans le temps ou sont incertains. Pour que le système de régulation garantisse la stabilité du système et le suivi des points de consigne même en présence de perturbations aux limites inconnues, une nouvelle méthode d'estimation adaptative est intégrée dans le schéma synergétique utilisé. Une nouvelle loi adaptative utilisant le concept d'attracteur terminal est utilisée dans la procédure de contrôle en temps fini des systèmes non linéaires, ce qui assure une procédure d'adaptation des paramètres plus rapide qui se traduit par une amélioration de la robustesse globale de la boucle fermée.

3.5.1. Synthèse de la commande adaptative synergétique

Commençons par définir la macro variable suivante :

$$\psi = \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e \quad (3.48)$$

Avec $e = G_b - G = G_b - x_1$

La commande va forcer le système à atteindre $\psi = 0$. L'évolution dynamique désirée de la macro-variable est :

$$T\dot{\psi} + \psi = 0 \quad (3.49)$$

Où T est un paramètre de conception indiquant la vitesse de convergence vers le collecteur spécifié par la macro-variable. Pour que le système de commande soit indépendant des valeurs limites de perturbation, une estimation adaptative de la perturbation est effectuée, puis le contrôleur synergétique peut être modifié. Soit l'erreur estimée définie comme suit :

$$e_F = F - \hat{F} \quad (3.50)$$

Où \hat{F} est l'estimation de F ; nous proposons maintenant une loi d'adaptation utilisant le concept d'une technique terminale rapide, notre principale contribution, de manière à provoquer l'erreur d'estimation, à zéro dans un temps fini.

Théorème 3.2. Si l'estimation des perturbations ajustée par :

$$\dot{\hat{F}} = (\alpha e_F + \beta e_F^{q/p}) \quad (3.51)$$

Où $\alpha > 0, \beta > 0$, avec $(p > q) > 0$ des nombres entiers impairs.

Nous pouvons donc en conclure que :

- La perturbation estimée restera limitée.
- L'erreur d'estimation e_F convergera vers zéro en temps fini.

Preuve 3.2. Choisir le candidat à la fonction Lyapunov qui doit d'être comme suit :

$$V_F = \frac{1}{2} e_F^2 \quad (3.52)$$

Par conséquent

$$\begin{aligned} \dot{V}_F &= e_F \dot{e}_F = e_F (-\dot{\hat{F}}) \\ &= -e_F (\alpha e_F + \beta e_F^{q/p}) \\ &= -\alpha e_F^2 - \beta e_F^{(q+p)/p} \\ &= -2\alpha V_F - 2\beta V_F^{(q+p)/2p} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Ainsi, nous avons $\dot{V}_F \leq 0$ pour tous $V_F \geq 0$ et nous serons asymptotiquement convergents, car $0 < \frac{p+q}{2p} < 1$, par conséquent, la perturbation estimée du paramètre restera limitée.

Lemme 3.2: Si une fonction de Lyapunov peut être définie comme :

$$\dot{V}(t) + a'V(t) + b'V^\eta(t) \leq 0, \forall t \geq t_0, V(t_0) \geq 0, \quad (3.54)$$

Où $a, b > 0, 0 < \eta < 1$

Le temps fini est donné par l'expression suivante :

$$t = \frac{1}{\alpha'(1-\eta)} \ln\left(\frac{\alpha'V(0)^{1-\eta} + \beta'}{\beta'}\right) \quad (3.55)$$

Du lemme 1 dans [113], (3.53) peut être écrit comme:

$$\dot{V}_F + \alpha V_F + \beta V_F^{(q+p)/2p} \leq 0 \quad (3.56)$$

Ainsi, l'erreur d'estimation converge vers zéro en temps infini donné par :

$$t = \frac{1}{\alpha(1-\frac{q+p}{2p})} \ln\left(\frac{\alpha V_F(0)^{1-\frac{q+p}{2p}} + \beta}{\beta}\right) \quad (3.57)$$

Par conséquent, l'erreur d'estimation e_F converge vers zéro en un temps fini.

La loi de commande (3.33) est donc réécrite comme suit :

$$u = \frac{1}{p_3 x_1} \left(-\frac{\psi}{T} + \phi - c_1 \ddot{e} - c_0 \dot{e} + \hat{F} \right) \quad (3.58)$$

Théorème 3.3. Considérant le système non linéaire (3.11), et en choisissant la loi de commande (3.59) :

$$u = \frac{1}{p_3 x_1} \left(-\frac{\psi}{T} + \phi - c_1 \ddot{e} - c_0 \dot{e} + \hat{F} \right) \quad (3.59)$$

Avec la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{\hat{F}} = (\alpha e_F + \beta e_F^{q/p}) \quad (3.60)$$

Tels que $\alpha > 0, \beta > 0$, et $p > q > 0$ sont des nombres entiers impairs positifs, alors la stabilité du système en boucle fermée peut être garantie, les signaux du système en boucle fermée seront limités et l'erreur de suivi convergeront vers zéro asymptotiquement.

Preuve 3.3. Soit la fonction de Lyapounov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} \psi(e)^2 \quad (3.61)$$

$$\dot{\psi} = -\phi + p_3 x_1 u + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e} + F \quad (3.62)$$

Donc

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \psi(e) \dot{\psi}(e) \\ \dot{V} &= \psi(e) (\ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e) = \psi(e) (-\ddot{x}_1 + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e}) \\ \dot{V} &= \psi(e) (-\phi + p_3 x_1 u + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e} + F) \end{aligned} \quad (3.63)$$

La substitution de (3.59) et (3.60) en (3.63) conduit à :

$$\dot{V} = \psi(e) \left(-\frac{1}{T} \psi(e) + e_F \right) \quad (3.64)$$

Remarque. Selon le théorème 3.2, dans un temps fini, la perturbation F convergera vers la perturbation optimale estimée \hat{F} , donc l'équation (3.64) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \psi(e) \left(-\frac{1}{T} \psi(e) + \varepsilon_F \right) \\ \dot{V} &\leq -\frac{1}{T} |\psi|^2 + |\varepsilon_F| |\psi| \end{aligned} \quad (3.65)$$

Le terme $\varepsilon_F \psi$ est très petit en raison de l'erreur minimale d'estimation.

$$\text{Ainsi } \dot{V} \leq -\frac{1}{T} |\psi|^2 \leq 0$$

L'erreur ε_F dans (3.65) étant la meilleure erreur que l'on puisse obtenir, elle nous amène à conclure que tous les signaux du système sont limités et puisque $e(0)$ est limitée alors $e(t)$ est également limitée, le signal G_{ref} est limité, donc l'état système $x(t)$ est également limité. Pour prouver la convergence de l'erreur de suivi à zéro asymptotiquement, nous devons prouver ce qui suit :

L'équation (3.65) conduit à :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -\frac{1}{T}|\psi|^2 + |\varepsilon_F||\psi| \\
\dot{V} &\leq -\frac{1}{2T}|\psi|^2 - \frac{1}{2T}(|\psi| - T|\varepsilon_F|)^2 + \frac{T}{2}|\varepsilon_F|^2 \\
\dot{V} &\leq -\frac{1}{2T}|\psi|^2 + \frac{T}{2}|\varepsilon_F|^2
\end{aligned} \tag{3.66}$$

L'intégration des deux côtés de (3.66) conduit à :

$$\int_0^t |\psi(\tau)|^2 d\tau \leq 2T[|V(0)| + |V(t)|] + T^2 \int_0^t |\varepsilon_F(\tau)|^2 d\tau \tag{3.67}$$

Où $a = 2T[|V(0)| + \sup_{t \geq 0} |V(t)|]$ et $b = T^2$.

Par conséquent, (3.67) peut être encore simplifiée en tant que :

$$\int_0^t |\psi(\tau)|^2 d\tau \leq a + b \int_0^t |\varepsilon_F(\tau)|^2 d\tau \tag{3.68}$$

Si $\varepsilon_F \in L_2$, nous avons $\psi \in L_2$ de (3.68), nous savons que la macro-variable est délimitée ainsi que chaque terme de (3.62) est délimité, donc, $\psi, \dot{\psi} \in L_\infty$ et en utilisant le lemme de Barbalat [116], si $\psi \in L_2 \cap L_\infty$ et $\dot{\psi} \in L_\infty$, implique cela $\lim_{t \rightarrow \infty} |\psi(t)| = 0$, nous pouvons donc conclure que le système est stable et que l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

3.5.1.1. Résultats de simulation

Le but des simulations est d'examiner la performance de la commande adaptative synergétique.

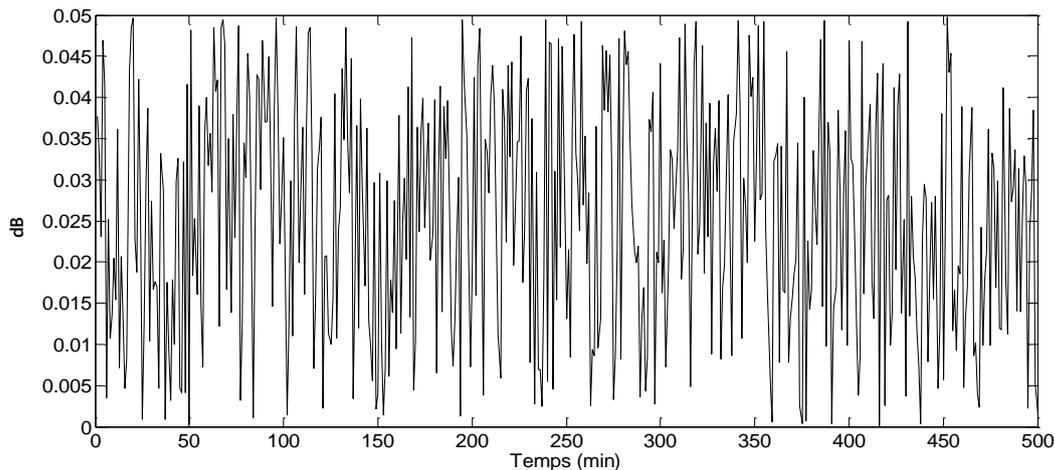


Figure 3-16. Le bruit de l'actionneur.

Pour tester la robustesse de l'algorithme de contrôle et son insensibilité par rapport aux perturbations. Le scénario testé est le suivant :

Analyse des performances du régulateur avec bruit de l'actionneur. La glycémie de référence est de 80 mg/dl.

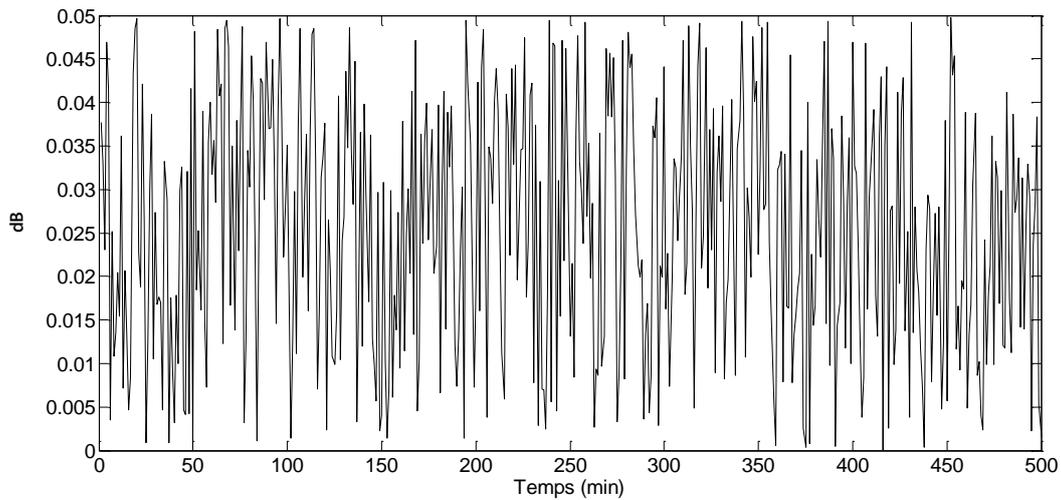


Figure 3-17. L'estimation du bruit de perturbation.

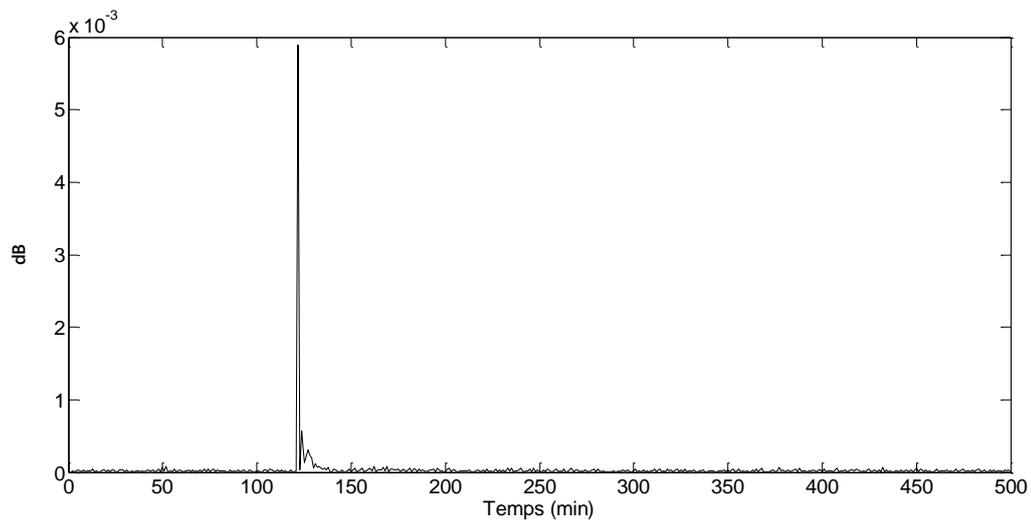


Figure 3-18. L'erreur d'estimation e_F .

Dans cette expérience, le concept de la nouvelle technique d'estimation adaptative des perturbations a été utilisé pour la conception d'un contrôleur synergétique. Dans la figure (3.16), le bruit de l'actionneur est considéré comme un bruit blanc et en supposant un écart type de 0,05. La figure (3.17) montre l'estimation du bruit de perturbation, dans un temps fini, la nouvelle adaptation est utilisée pour garantir que l'estimation de la perturbation convergera vers l'approximation optimale du bruit de perturbation. La figure (3.18) montre également que l'erreur d'estimation de suivi F_e selon la méthode proposée converge plus rapidement par rapport aux méthodes de contrôle adaptatives conventionnelles. Les figures (3.19) et (3.20) montrent le niveau de concentration de glucose et la dose d'insuline que le contrôleur proposé atteint le suivi du point de consigne en présence d'une perturbation du repas et de bruit, le rendement du

contrôleur a été évalué en fonction de la réduction de l'effet de la perturbation.

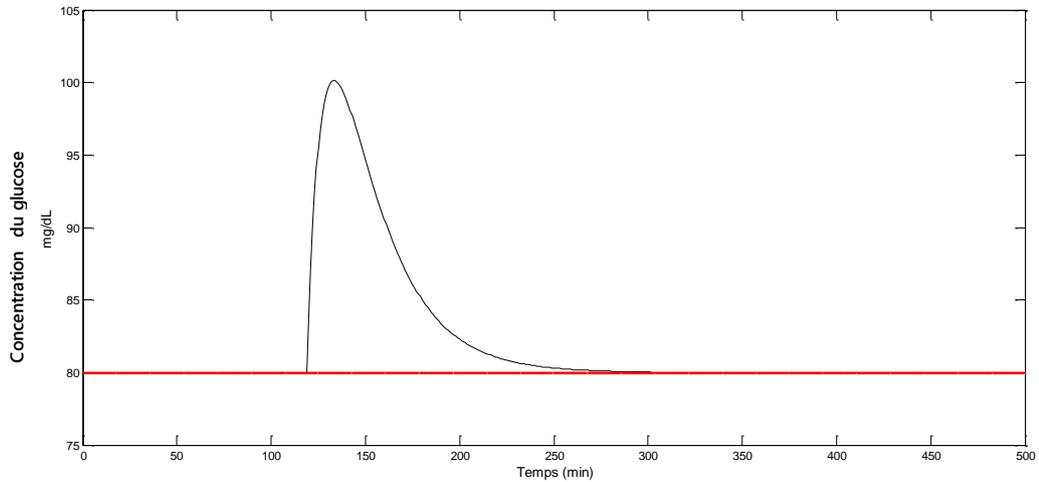


Figure 3-19. La concentration du glucose patient 3.

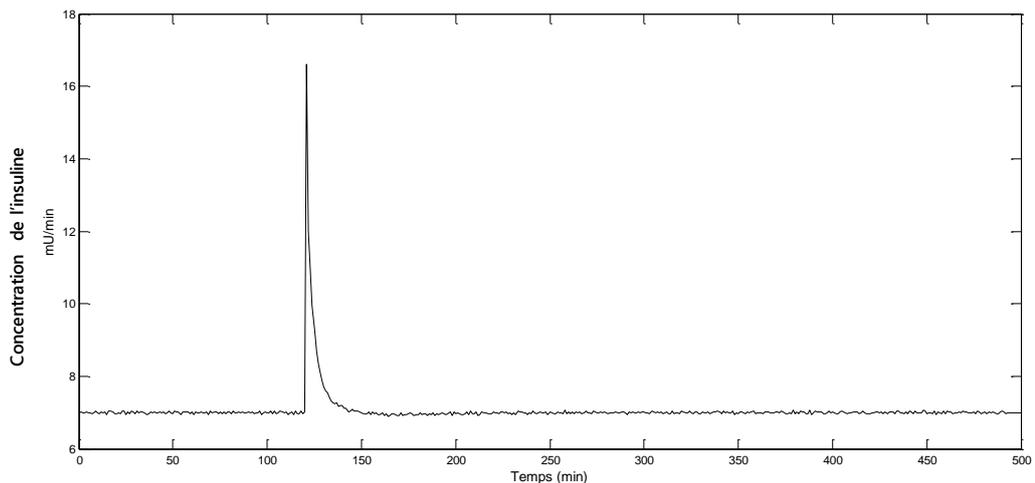


Figure 3-20. La concentration d'insuline patient 3.

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné les notions de base de la théorie de la commande par mode glissant classique (ordre un), et celle d'ordre supérieur (d'ordre deux), pour laquelle nous avons présenté l'algorithme « Super-Twisting » et la commande synergétique.

A partir des résultats de ce chapitre, nous concluons que la commande synergétique et la commande par mode glissant permettent de forcer le système à suivre le signal de référence, cette poursuite s'effectue en minimisant l'erreur d'une part, et en assurant la stabilité du système d'autre part, mais l'inconvénient de la commande par mode glissant est le broutement qui représente un grand problème dans notre système.

La commande synergétique nous a permis d'éviter ce problème. En outre, elle est moins sensible au bruit à haute fréquence et impose un comportement dynamique bien contrôlée. On remarque aussi que le temps de réponse de ces deux commandes est un peu grand, donc ce problème fait appel aux commandes à temps fini, la commande terminale synergétique est proposée pour assurer une stabilisation rapide et en temps fini de système incertain. Une autre limitation de la commande synergétique est le prérequis de conception de connaître la borne supérieure de l'incertitude du système a priori, ce qui est pratiquement difficile à réaliser. Le contrôleur proposé tente de surmonter cette difficulté en utilisant une méthodologie de réglage adaptatif, la solution de ce dernier est l'utilisation de la commande adaptative synergétique qui montre des bonnes performances.

Dans le chapitre suivant, la propriété d'approximation des systèmes flous et la robustesse de la commande synergétique seront exploitées pour développer une structure de commande adaptative floue synergétique, en plus, nous avons utilisé la commande ANFIS pour prendre en charge la propriété de notre système non linéaires incertains.

Chapter 04

TECHNIQUES INTELLIGENTES

4.1. Introduction

Le soft computing a été introduit par L. A. Zadeh en 1994 comme un moyen de construire des systèmes intelligents répondant à des obligations d'efficacité, de robustesse, de facilité d'implémentation et d'optimisation de coûts temporels, énergétiques, financiers, ...etc., tout en prenant en considération la composante humaine, généralement présente dans les systèmes [117]. Ses principales composantes dites aussi techniques intelligentes en sont la logique floue, inspirée du processus de raisonnement approximatif des êtres humains, les réseaux neuronaux artificiels et des méthodes d'optimisation telles que les algorithmes génétiques.

- La logique floue part essentiellement de la notion de variable linguistique, ce type de variables sert à modéliser des connaissances imprécises ou incomplètes.
- Les réseaux de neurones artificiels se basent sur l'apprentissage en simulant le raisonnement humain.

Ils sont destinés à la recherche optimale des solutions. Depuis le début des années 1990, ces techniques intelligentes font leur entrée dans les sciences de l'ingénieur. Le but visé par les chercheurs est de concevoir des systèmes artificiels qui retiennent les mécanismes importants des systèmes naturels.

Les systèmes adaptatifs flous ont l'avantage d'être efficaces malgré l'absence de modèle mathématique et aussi de permettre aux informations linguistiques données par l'expert qu'elles soient incorporées directement à l'aide des règles floues dans le contrôleur.

Dans ce chapitre, nous allons présenter et analyser quelques structures intelligentes basées sur les concepts tels que la logique floue, et les réseaux neuro-flous. La manière de construire une commande adaptative floue synergétique en utilisant le système flous type-1 pour approximer le gain de la commande synergétique, la stabilité du système en boucle fermé étant assurée par la synthèse de Lyapounov au sens que tous les signaux soient bornés.

Ensuite, dans la deuxième partie de ce chapitre, nous nous concentrerons en particulier sur la projection des systèmes flous dans un réseau de neurone afin de former un système neuro-flou en tirons les profits de la logique floue et des réseaux de neurones. L'esprit de ces réseaux

est d'intégrer à priori, une connaissance même imparfaite, mais permettant un apprentissage plus rapide qu'avec des poids initiaux aléatoires.

A la fin de la synthèse de chaque type de commande, nous présenterons les résultats de simulations du système commandé avec les preuves de perturbation et de variations paramétrique.

4.2. Approximation par les systèmes flous type-1

L'ensemble du système flou avec la fuzzification singleton, la défuzzification par centre de gravité et le produit d'inférence sont des fonctions $f : U \subset \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ de la forme suivante [118]:

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (4.1)$$

Où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in U$ est le vecteur d'entrée, \bar{y} représente les centres des fonctions d'appartenance des conséquences, $\mu_{F_i^l}(x_i)$ correspond à la fonction d'appartenance de l'entrée

x_i de la règle l , et la conjonction 'ET' dans les prémisses, est réalisée par le produit.

Le système flou (4.1) peut être réécrit sous la forme suivante [118]:

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (4.2)$$

Où $\theta = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M)^T$ est un vecteur de paramètres et $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^M(x))^T$ est un vecteur régressif avec le régresseur $\xi^l(x)$ (fonction floue de base) défini comme :

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (4.3)$$

Avec des fonctions d'appartenance gaussiennes, le système représenté par (4.1) peut être écrit sous la forme suivante :

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{l=1}^M \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right]} \quad (4.4)$$

Où les paramètres \bar{y}^l, \bar{x}_i^l et $\sigma_i^l > 0$ sont des paramètres réglables, avec \bar{x}_i^l sont les centres des gaussiennes et σ_i^l leurs écarts type.

Il a été prouvé par Wang [119] que ces systèmes (4.4) sont des approximateurs universels, capables d'approximer toute fonction réelle continue sur un ensemble compact U avec une précision arbitraire donnée.

4.3. La commande adaptative floue synergétique

Les défis comprennent des mesures bruyantes et inexactes, l'existence de non-linéarités et l'incertitude affectent la régulation du glucose (par exemple, repas, stress et exercice). Ainsi, une technique de contrôle robuste doit être utilisée dans de tels systèmes sensibles et délicats. Plusieurs propositions ont été faites tel que la commande par mode glissant (SMC), la commande synergétique. Cette dernière est un moyen plus récent et approprié qui a été défini pour contourner ce problème tout en maintenant un haut degré de robustesse, il est basé sur une conception analytique de régulateurs. Néanmoins, il existe d'autres limitations, un inconvénient du contrôle synergétique est le gain fixe; le système de régulation glucose – insuline est non linéaire avec des paramètres qui varient le plus souvent en fonction de l'incertitude [120]. Ce contrôleur peut provoquer un surdosage d'insuline conduisant à une hypoglycémie après un épisode d'hyperglycémie.

De plus, l'effet de l'insuline n'est pas instantané et une appréciation erronée de la concentration en glucose peut entraîner une hypoglycémie même si la perfusion d'insuline a été arrêtée [121]. D'où la nécessité d'aborder ce problème dans cette partie: c'est de réduire la quantité de débit de perfusion d'insuline à son niveau suffisant en utilisant des systèmes flous.

Ces derniers sont connus pour être moins sensibles aux paramètres du système qui devraient être appropriés dans un système où les paramètres varient d'un patient à l'autre.

Tirant parti des mérites de la logique floue et du contrôle synergétique, une nouvelle approche est proposée : « Contrôle synergétique flou à gain adaptatif ». Il vise à contrôler plus efficacement la glycémie et par conséquent, la quantité d'insuline délivrée au patient avec plus de précision.

Nous avons étudié la stabilité par la commande synergétique sans incertitudes, maintenant, nous allons étudier en présence d'incertitudes les paramètres et l'erreur de modélisation du processus glucose-insuline. L'équation (3.13) peut être exprimée comme suit :

$$x_1^{(3)} = \phi_1(x, t) - p_3 x_1 u(t) \quad (4.5)$$

Avec

$$\Delta\phi(x) = \phi_1(x) - \hat{\phi} \quad (4.6)$$

Où $\Delta\phi(x)$ est un terme incertain représentant la variation structurelle ou la dynamique non

modulée du système. En général, nous supposons que l'incertitude est limitée comme suit:

$$|\Delta\phi(x)| \leq \alpha \quad (4.7)$$

Où α est une constante positive inconnue.

4.3.1. Conception du contrôleur adaptatif flou synergétique

Ces dernières années, les systèmes flous ont été utilisés dans de nombreuses applications, en particulier, les systèmes avec des incertitudes sont présentes dans la plupart des applications de la vie réelle. D'autre part, en raison des avantages significatifs du contrôle synergétique, il est connu sous le nom de : insensibilité aux perturbations limitées, et il a une bonne robustesse à l'incertitude des paramètres avec une haute précision de contrôle [94]. Cependant, un inconvénient du contrôle synergétique qui est le coefficient fixe "T", qui conduit à un taux élevé de perfusion d'insuline, en particulier après un repas, ce qui entraîne un risque élevé d'hypoglycémie.

Par conséquent, en raison des avantages remarquables de la logique floue, le contrôle synergétique a été combiné avec le contrôle flou, où la théorie de la logique floue est appliquée pour adapter le gain du contrôle synergétique. Dans ce cas, la propriété de robustesse du contrôle synergétique est maintenue, notre proposition d'AGFSC contient un contrôle synergétique et un gain adaptatif.

- **Conception des systèmes flous utilisés**

Nous savons que les systèmes flous, utilisant la fuzzification simple, l'inférence de produit et la défuzzification moyenne centrale sont capables d'approcher toute fonction continue réelle dans un ensemble compact avec une précision arbitraire donnée [122].

Dans ce cas, le gain de contrôle optimal $K = \frac{1}{T}$ sera approximé par un système flou comme indiqué ci-dessous :

$$\text{R\`egle 1 : Si } e(t) \text{ est } F_1^l, \text{ et } e_I(t) \text{ est } F_2^l \quad (4.8)$$

$$\text{Alors } \hat{K} \text{ est } G^l; l=1, \dots, M$$

Où $x=[e(t), e_I(t)]$ sont les variables de base; \hat{K} est l'approximation de K ; M étant le nombre de règles; F et G sont des ensembles flous choisis.

Dans notre étude, nous allons donner une approximation de la fonction par des systèmes flous permettant de l'écrire sous la forme (4.2) et pour les systèmes flous type-1; les FBF seront données par (4.3), les fonctions \hat{K} estimées sont données par :

$$\hat{K}(x|\theta_K) = \theta_K^T \xi(x) \quad (4.9)$$

• **Lois d'adaptation :**

La tâche suivante consiste à remplacer \hat{K} par la formule spécifique des systèmes flous (4.9) et de développer les lois d'adaptation pour ajuster les paramètres dans le but d'assurer la convergence du système en boucle fermée. Tout d'abord, nous définissons les paramètres optimaux θ_K^* par :

$$\theta_K^* = \arg \min_{\theta_K \in \Omega_K} \left[\sup_{x \in U_c} |\hat{K}(x|\theta_K) - K| \right] \quad (4.10)$$

Où Ω_K sont des ensembles de contraintes pour θ_K respectivement, spécifiés par l'expert. Ces ensembles sont définis comme :

$$\Omega_K = \{ \theta_K : |\theta_K| < M_K \} \quad (4.11)$$

Avec M_K sont des constantes positives spécifiées par l'expert. Nous avons :

$$\tilde{\theta} = \theta^* - \theta \quad (4.12)$$

Ensuite, la loi de contrôle synergétique est modifiée dans la forme :

$$u = \frac{1}{p_3 x_1} (-\hat{K}\psi + \phi - c_1 \ddot{e} - c_0 \dot{e}) \quad (4.13)$$

Alors, le dérivé de l'équation de la macro-variable peut être réécrit comme :

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e \\ &= -\phi_1 + p_3 x_1 u + c_1 \ddot{e} + c_2 \dot{e} \end{aligned} \quad (4.14)$$

En remplaçant (4.13) dans (4.14), nous aurons :

$$\dot{\psi} = -\Delta\phi - \hat{K}\psi \quad (4.15)$$

Théorème 4.1. Considérons le système non linéaire (1.10), et choisir la loi de contrôle (4.16) :

$$u = \frac{1}{p_3 x_1} (-\hat{K}\psi + \phi - c_1 \ddot{e} - c_0 \dot{e}) \quad (4.16)$$

Et le gain flou adaptatif \hat{K} dans (4.9) ajusté par :

$$\dot{\theta}_K = \gamma \xi \psi^2 \quad (4.17)$$

Tel que $\gamma > 0$, alors la stabilité du système en boucle fermée peut être garantie, les signaux du système en boucle fermée seront limités et l'erreur de suivi convergera vers zéro asymptotiquement.

Preuve 4.1 : Sélectionnons la fonction candidate de Lyapunov comme suit :

$$V = \frac{1}{2} \psi(e)^2 + \frac{1}{2} \gamma^{-1} \tilde{\theta}_K^T \tilde{\theta}_K \quad (4.18)$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \psi(e)\dot{\psi}(e) - \gamma^{-1}\tilde{\theta}_K^T\dot{\theta}_K \\
\dot{V} &= \psi(e)(-\Delta\phi - \hat{K}\psi) - \gamma^{-1}\tilde{\theta}_K^T\dot{\theta}_K \\
\dot{V} &= \psi(e)(-\Delta\phi - \hat{K}\psi + \hat{K}(x/\theta_K^*)\psi - \hat{K}(x/\theta_K^*)\psi) - \gamma^{-1}\tilde{\theta}_K^T\dot{\theta}_K \\
&= \psi(e)(-\Delta\phi + (\hat{K}(x/\theta_K^*) - \hat{K})\psi - \hat{K}(x/\theta_K^*)\psi) - \gamma^{-1}\tilde{\theta}_K^T\dot{\theta}_K \\
&= \psi(e)(-\Delta\phi + \xi\tilde{\theta}\psi - \hat{K}(x/\theta_K^*)\psi) - \gamma^{-1}\tilde{\theta}_K^T\dot{\theta}_K \\
&= \psi(-\Delta\phi - \hat{K}(x/\theta_K^*)\psi) + \tilde{\theta}(\xi\psi^2 - \gamma^{-1}\dot{\theta}_K^T) \\
\dot{V} &= \psi(-\Delta\phi - \hat{K}^*\psi) \\
\dot{V} &\leq -\hat{K}^*|\psi|^2 - |\Delta\phi||\psi|
\end{aligned}$$

Nous avons $\hat{K}^* > 0$ et $|\Delta\phi(x)| \leq \alpha$ alors

$$\dot{V} \leq -\hat{K}^*|\psi|^2 - \alpha|\psi| \leq 0 \quad (4.19)$$

En utilisant le lemme de Barbalat [116], nous avons $\psi, \dot{\psi} \in L_\infty$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} |\psi(t)| = 0$, donc le système est stable et l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

4.3.1.1. Résultat de simulation

La simulation est effectuée sur un modèle minimal de Bergman non linéaire pour évaluer le gain adaptatif et les performances de contrôle synergétique flou dans les mêmes différents scénarios. L'efficacité et la robustesse du contrôleur sont évaluées sous les incertitudes des paramètres, ainsi que sous les perturbations des repas.

Expérience 1 : *Analyse de la robustesse des performances, y compris les incertitudes des paramètres*

La simulation est effectuée en représentant le même événement postprandial des patients diabétiques précédents, l'événement au cours duquel la commande adaptative flou synergétique est activée pour contrôler la concentration de glucose.

Les niveaux de concentration de glucose pour les trois patients sont indiqués sur la figure (4.1), et la concentration d'insuline requise pour chaque patient, est indiquée sur la figure (4.2).

Nous observons à partir de ces résultats de simulation que le niveau de concentration de glucose des patients est stabilisé avec une normoglycémie obtenue en un temps raisonnable.

Il n'y a pas d'hypoglycémie, par conséquent, la stabilité est garantie et la quantité d'insuline est raisonnable.

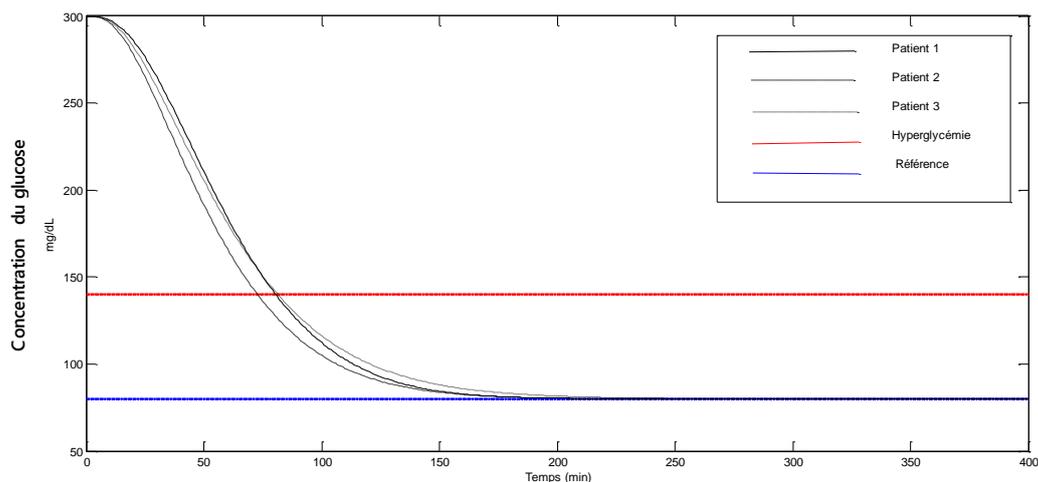


Figure 4-1. La concentration du glucose.

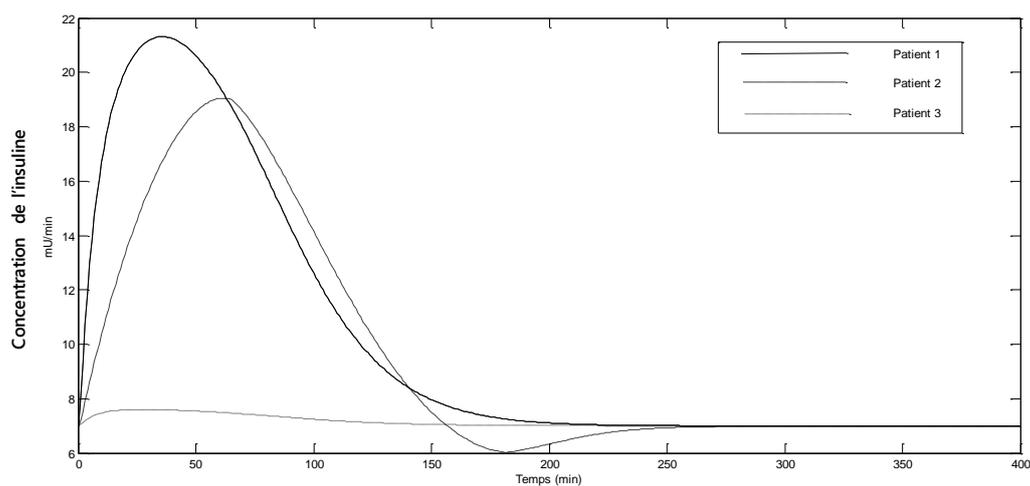


Figure 4-2. La concentration d'insuline.

Expérience 2 : *Analyse de la robustesse des performances du système en cas de perturbations multiples*

Dans cette expérience de simulation, la performance de robustesse des contrôleurs conçus est testée sous de multiples perturbations.

La figure (4.3) montre le résultat de la simulation de la régulation de la concentration du glucose dans le sang pour le patient 3 en utilisant le contrôleur proposé. Le résultat de la simulation démontre que la commande AGFSC a régulé la concentration du glucose dans le sang pendant 24 heures en injectant l'insuline exogène appropriée.

Le patient a consommé des repas en CHO et a eu des exercices en même jour. Sur la base du résultat de simulation présenté sur la figure (4.4), le contrôleur pourrait réguler le glucose dans le sang sans aucun risque d'hypoglycémie et de coma diabétique pour la valeur élevée de repas, la valeur de la concentration du glucose dans le sang est de 90mg / dl, nous remarquons que le temps de convergence de la concentration du glucose dans le sang de la valeur initiale à la plage normale est d'environ 100 minutes. Le temps de convergence peut être diminué davantage en augmentant le gain de contrôle mais le risque d'hypoglycémie est également augmenté.

Nous pouvons dire que la méthode d'adaptation floue de gain T nous donne le meilleur résultat, tout en conservant tous les avantages de l'approche synergétique.

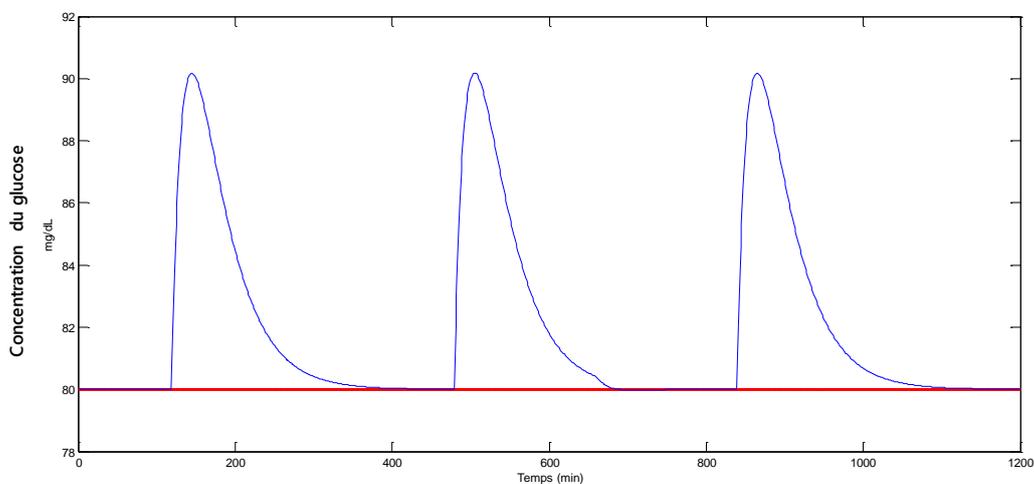


Figure 4-3. La concentration du glucose.

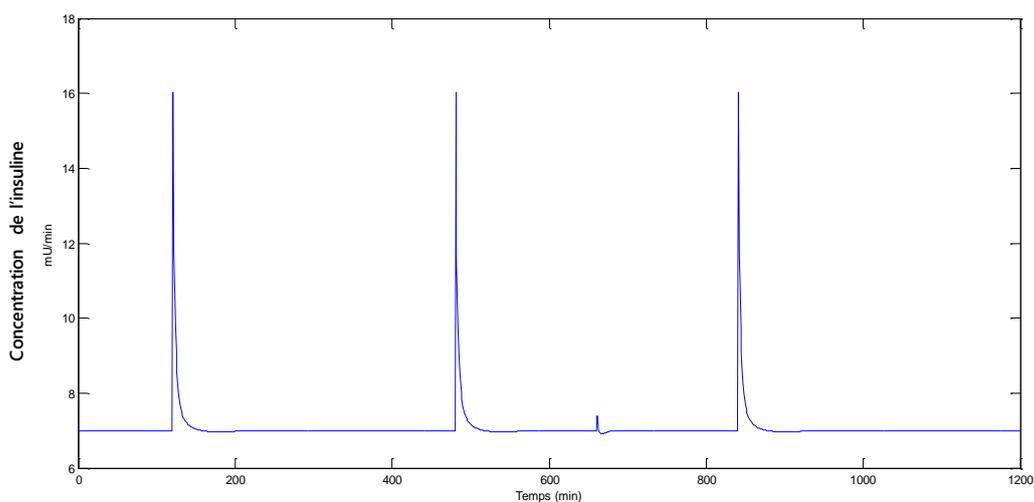


Figure 4-4. La concentration d'insuline.

4.4. Systèmes neuro-flous

Les systèmes neuro-flous permettent de combiner les avantages de deux techniques complémentaires. Les systèmes flous fournissent une bonne représentation des connaissances. L'intégration de réseaux de neurones au sein de ces systèmes flous améliore leurs performances grâce à leur capacité d'apprentissage. Inversement, l'injection des règles floues dans les réseaux de neurones, souvent critique pour leur manque de lisibilité, clarifie la signification des paramètres du réseau et facilite leur initialisation, ce qui représente un gain de temps de calcul considérable pour leur identification, comme présenté sur la figure (4-5) [123].

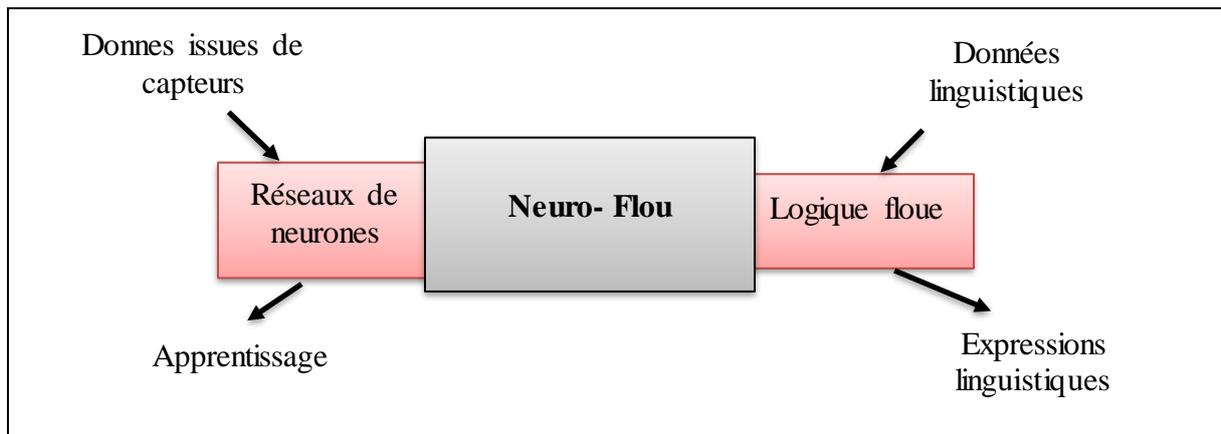


Figure 4-5. Principe du système Neuro-flou.

Afin de clarifier les définitions, nous proposons dans cette section une présentation bref des quelques types des systèmes Neuro-flous.

4.4.1. Définition

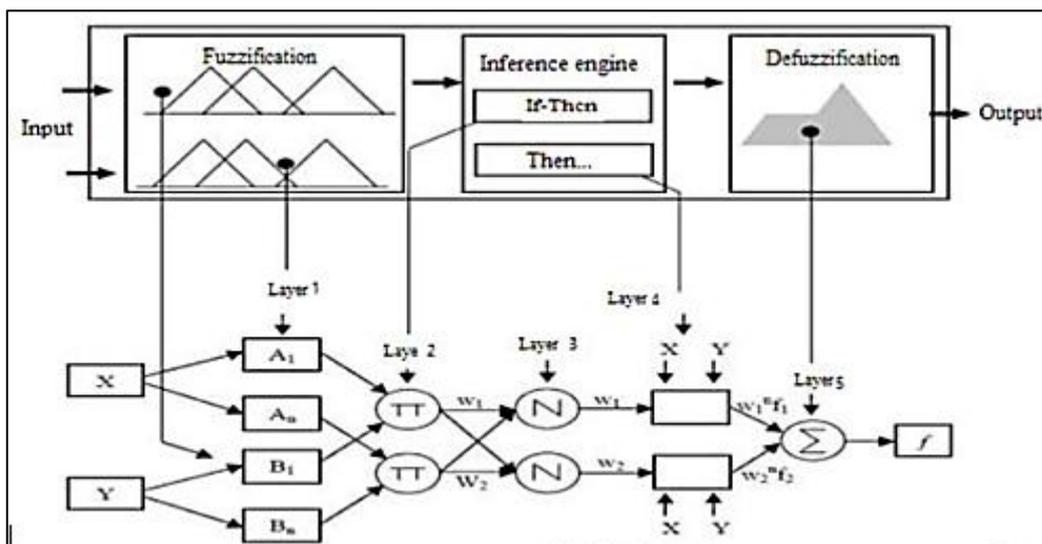


Figure 4-6. Principe de fonctionnement d'un Réseau Neuro-Flou [123].

Les systèmes Neuro-flous sont des systèmes flous formés par un algorithme d'apprentissage inspiré de la théorie des réseaux de neurones. La technique d'apprentissage opère en fonction de l'information locale et produit uniquement des changements locaux dans le système flou d'origine comme il est montré sur la figure (4-6).

4.4.2. Méthodes des combinaisons neuro-floues

Il existe quatre grandes catégories de combinaisons des réseaux de neurones avec la logique floue [124]:

- **Réseau flou neuronal** : Dans ces réseaux, les techniques floues sont employées pour augmenter les possibilités du processus d'apprentissage et d'exécution des réseaux de neurones.
- **Système neuronal/flou simultanément** : Le réseau de neurone et le système flou fonctionnent ensemble sur la même tâche, mais sans s'influencer l'un l'autre, c-à-d. ni l'un ni l'autre n'est employé pour déterminer les paramètres de l'autre. Habituellement le réseau neuronal traite les entrées, ou post-traite les sorties du système flou.
- **Modèles neuro-flous coopératifs** : Le réseau de neurone est employé pour déterminer les paramètres (les règles et les ensembles flous) d'un système flou. Après la phase d'apprentissage, le système flou fonctionne sans le réseau de neurone. C'est une forme simple des systèmes neuro-flous.
- **Modèles neuro-flous hybrides** : Les approches neuro-floues modernes sont de cette forme. Un réseau neuronal et un système flou sont combinés dans une architecture homogène. Le système peut être interprété comme un réseau neuronal spécial avec des paramètres flous ou comme un système flou mis en application sous une forme distribuée parallèle.

4.4.3. Systèmes neuro-flous hybrides

Diverses associations de méthodes et d'architectures neuro-floues ont été développées depuis 1988 [125]. La figure suivante montre quelques modèles de systèmes neuro-flous. FALCON et GARIC interprètent la règle floue avec une structure à 5 couches, NEFCLASS interprète la règle floue avec une structure à 3 couches et ANFIS interprète la règle floue avec une structure à 6 couches [125].

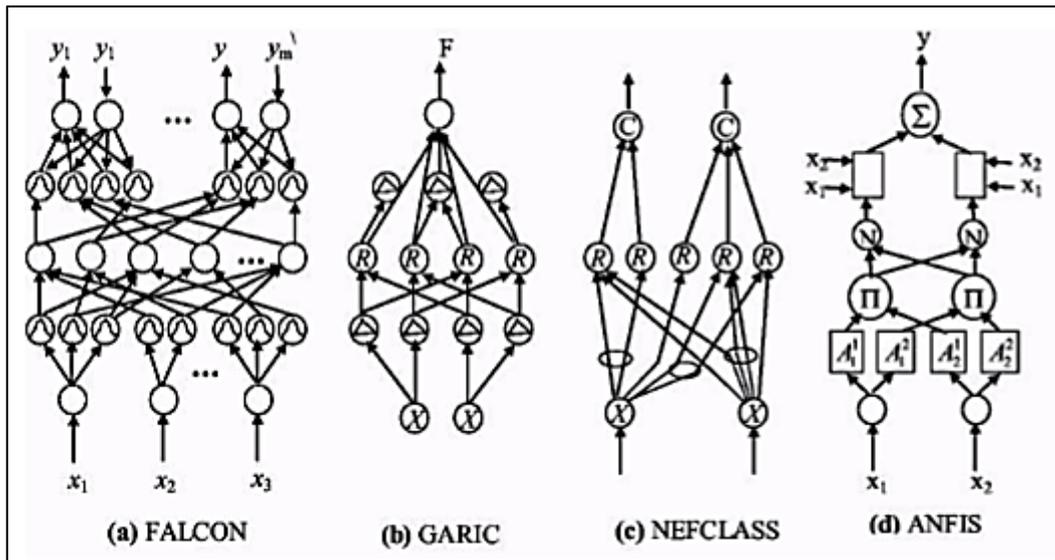


Figure 4-7. Différentes architectures des systèmes neuro-flous hybride [123].

4.4.3.1. Modèle ANFIS

Notre travail traite plus spécifiquement le système ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) proposé par Jang [126]. Le système ANFIS est une classe de réseau adaptatif. Il peut être vu comme un réseau de neurones non bouclé pour lequel chaque couche est un composant d'un système neuro-flou et, à ce titre, c'est un "approximateur" universel. Il est ainsi utilisé dans différentes applications de prédictions.

Un système ANFIS réalise une approximation linéaire de la variable de sortie en décomposant l'espace des entrées en différents espaces flous.

4.4.3.2. Architecture de l'ANFIS

ANFIS (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) c'est un système d'inférence adaptatif neuro-flou qui consiste à utiliser un réseau neurone à 5 couches comme représenté sur la figure (4.8) pour lequel chaque couche correspond à la réalisation d'une étape d'un système d'inférence flou de type Takagi Sugeno. Pour la simplicité, nous supposons que le système d'inférence flou à deux entrées x_1 et x_2 , et y comme une sortie. Supposons que la base de règle contient deux règles floues de type Takagi-Sugeno.

Règle1 :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } \mathbf{A}_1 \text{ et } x_2 \text{ est } \mathbf{B}_1 \text{ ALORS } \mathbf{y} = p_1.x_1 + q_1.x_2 + r_1. \quad (4.20)$$

Règle2 :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } \mathbf{A}_2 \text{ et } x_2 \text{ est } \mathbf{B}_2 \text{ ALORS } \mathbf{y} = p_2.x_1 + q_2.x_2 + r_2 \quad (4.21)$$

Ou A_i , B_i sont un sous ensemble flou, les paramètres (p_i, q_i, r_i) sont appelés

paramètres de la conséquences.

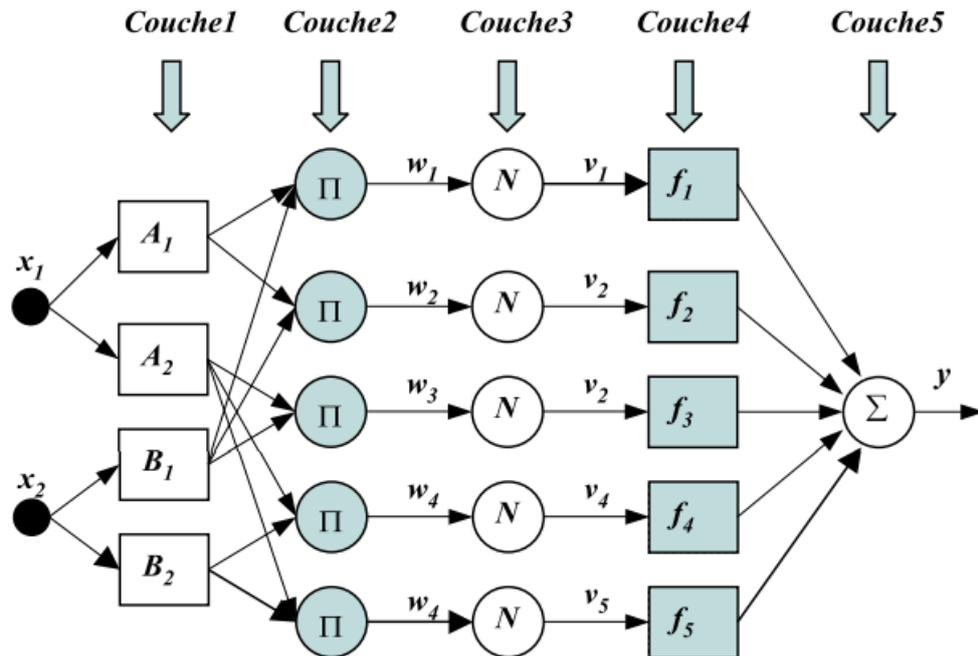


Figure 4-8. Structure d'un ANFIS.

- **Couche 1 (Fuzzification) :**

Cette couche (layer 1) permet la "fuzzification" des entrées x et y . Chaque neurone dans cette couche correspond à une variable linguistique. Les entrées x et y sont passées par la fuzzification en utilisant des fonctions d'appartenance des variables linguistiques A_i et B_j , (elles sont en générale sous formes triangulaires, trapézoïdales ou Gaussiennes). Par exemple, la fonction d'appartenance Gaussienne est définie par :

$$\mu_{A_i}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \bar{x}_i}{\sigma_i'}\right)^2\right), \quad \mu_{B_j}(y) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y - \bar{y}_j}{\sigma_j'}\right)^2\right) \quad (4.22)$$

Où \bar{x}_i est le centre et σ la largeur de la fonction d'appartenance.

Les sorties de la première couche sont :

$$x_{1,i} = \mu_{A_i}(x) \text{ pour } i=1,2$$

$$y_{1,j} = \mu_{B_j}(y) \text{ pour } j=1,2$$

Alors, la valeur obtenue $\mu_{A_i}(x)$ représente le degré d'appartenance de la valeur x à l'ensemble A .

• **Couche 2 (règles) :**

Chaque nœud correspond à une T-Norme floue (l'opérateur T-Norme permet de réaliser l'équivalent d'un "ET" booléen). Il reçoit la sortie des nœuds de fuzzification et calcule sa valeur de sortie grâce à l'opérateur produit (Cet opérateur est généralement utilisé mais il en existe d'autres : max, min ...).

La fonction d'activation des neurones i de la première couche est :

$$w_i = \min \{ \mu_{A_i}(x), \mu_{B_j}(y) \}, i = 1, 2 \text{ et } j = 1, 2 \tag{4.23}$$

Où $w_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_j}(y), i = 1, 2 \text{ et } j = 1, 2$

• **Couche 3 (normalisation) :**

Cette couche normalise les résultats fournis par la couche précédente. Les résultats obtenus représentent le degré d'implication de la valeur dans le résultat final.

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^2 w_i} \tag{4.24}$$

Les ensembles des sorties de cette couche sont appelées : les poids normalisés.

• **Couche 4 (conséquence) :**

Chaque nœud de cette couche est relié aux entrées initiales. Nous calculons le résultat en fonction de son entrée et d'une combinaison linéaire du premier ordre des entrées initiales (Approche de TAKAGI - SUGENO).

$$f_i^4 = y_i = \bar{w}_i \times (p_i x_1 + q_i x_2 + r_i) \tag{4.25}$$

Où \bar{w}_i est la sortie de la troisième couche, et p_i, q_i, r_i sont l'ensemble des paramètres désignés sous le nom : conséquents.

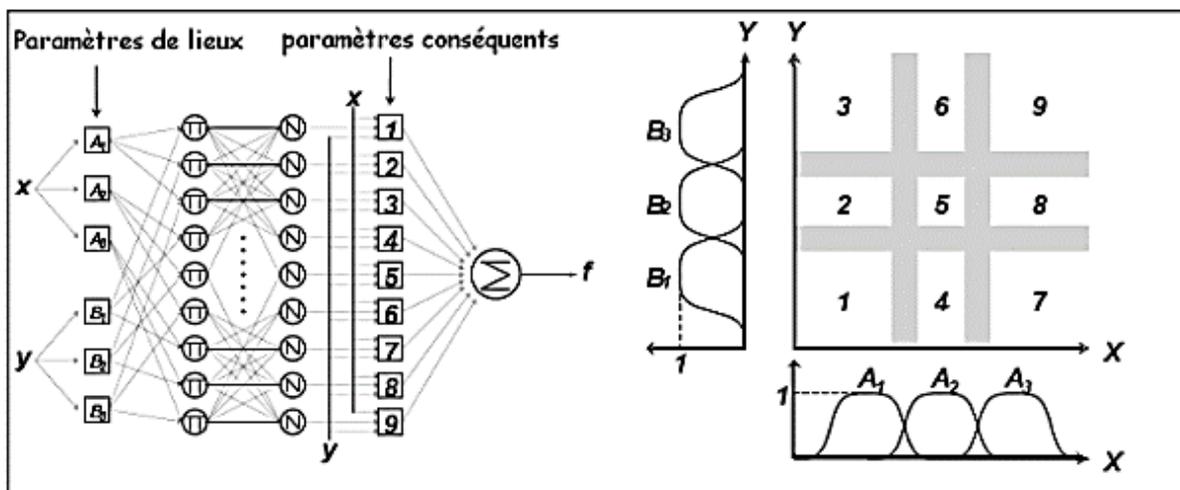


Figure 4-9. Exemple ANFIS à 2 entées avec 9 règles [124].

- **La couche de sortie (somme) :**

Elle est constituée d'un seul neurone qui calcule la somme des signaux de la couche précédente, alors :

$$y = \sum_{i=1}^2 y_i \quad (4.26)$$

La figure suivante représente un système ANFIS à 2 entrées, chaque entrée répartie en trois sous-ensembles flous et 9 règles.

Tableau 4-1. Les différentes couches d'un système ANFIS.

Les différentes couches	Type des couches	Nbre de neurone dans la couche
Couche 0	Les entrées	n
Couche 1	Fuzzification	$(p \cdot n)$
Couche 2	Inférence	p^n
Couche 3	La normalisation	p^n
Couche 4	Linéarisation des fonctions	p^n
Couche 5	Somme (sortie)	1

Tel que :

n : le nombre des entrées.

p : le nombre des sous-ensembles flous d'entrée (partition flou).

Noter que les neurones dans ANFIS ont différentes structures :

- Valeurs [fonction d'appartenance définie par différentes formes].
- Règles [habituellement produit].
- Normalisation [division de somme et d'arithmétique].
- Fonctions [régressions linéaires et multiplication avec \bar{w} , tel que \bar{w} est la normalisation du poids w].
- La sortie [somme algébrique].

4.4.3.3. Algorithme d'apprentissage

En supposant des ensembles flous du type gaussien, le réseau ANFIS décrit, ci avant comporte 14 paramètres devant être optimisés (8 concernant les fonctions gaussiennes et 6 à la linéarisation des sorties des règles). À cette fin, une base d'apprentissage est nécessaire. L'apprentissage consiste en la correction des paramètres (prémises et conséquents) du réseau afin de généraliser une fonction de transfert (inconnue a priori) entre les entrées et la sortie du

réseau. Celle-ci est constituée d'un ensemble de couples "entrées /sortie" connus (relevé de données). Le déploiement des algorithmes d'apprentissage sur cette base de données permet de construire une fonction d'approximation de la sortie (sortie désirée) à partir des nouveaux vecteurs d'entrée. Les points forts de l'ANFIS consistent dans le mécanisme d'inférence distributif, et par contre les règles sont non interprétables et l'apprentissage se fait hors ligne. Les résultats de simulations présentés dans la section suivante, vont montrer l'efficacité du modèle ANFIS dans la modélisation des systèmes non linéaires.

4.4.4. Commande ANFIS du système glucose-insuline

Les systèmes d'inférences flous (FISs) et les réseaux de neurones artificiels (RNA) ont chacun des avantages particuliers. Les méthodes hybrides neuronales et floues permettent de tirer les avantages de l'une et de l'autre.

Principalement, des capacités d'apprentissage des RNA et de la lisibilité et la souplesse des SIFs. Le principal type d'association entre les réseaux de neurones et les systèmes flous est le cas où un système d'inférence flou est mis sous la forme d'un réseau multicouche, dans lequel les poids correspondent aux paramètres du système d'inférences floue.

Dans ce travail, nous allons présenter un modèle ANFIS qui va être appliqué pour contrôler la concentration du glucose dans le sang. Le système hybride ANFIS (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) est un système d'inférence neuro-flou adaptatif qui consiste à utiliser un réseau de neurone à 5 couches pour lequel chaque couche est destinée à la réalisation d'une étape d'un système d'inférence flou de type Takagi Sugeno.

En simplifiant, les paramètres du modèle ANFIS sont pris par défaut, utilisant 5 fonctions d'appartenances pour chaque entrée (erreur et dérivé de l'erreur).

4.4.4.1. Résultats de simulation

Pour évaluer les performances de la technique proposée, nous présenterons les résultats de simulation de la concentration du glucose et la concentration d'insuline.

Expérience 1 : *Analyse de la robustesse des performances, vis-à-vis des incertitudes des paramètres*

La figure (4.10) montre que la glycémie de ces 3 patients s'est stabilisée au niveau basal lors de l'application de la commande ANFIS dans un temps acceptable.

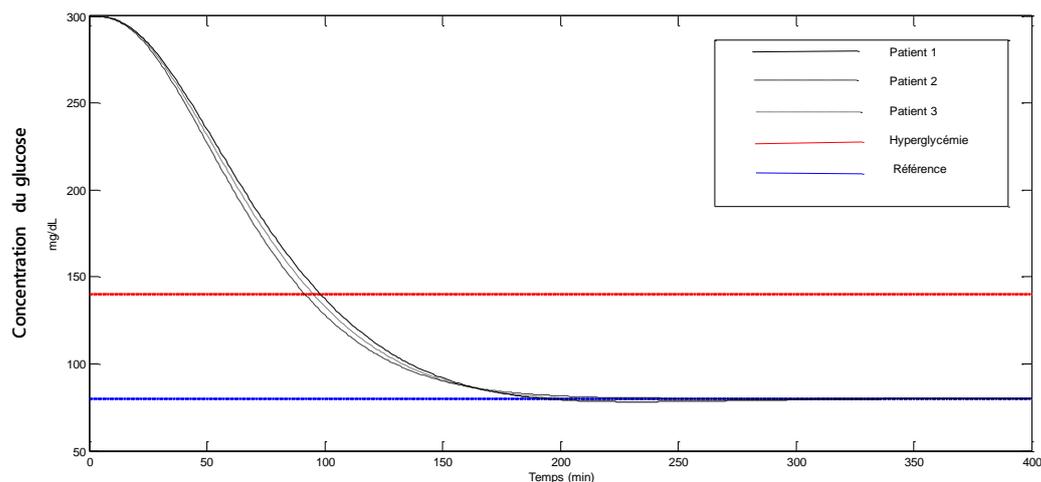


Figure 4-10. La concentration du glucose.

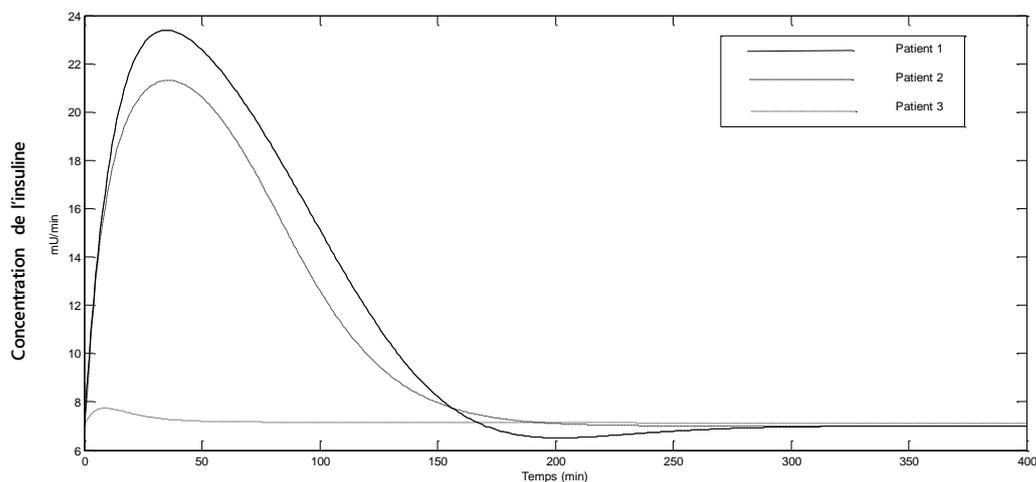


Figure 4-11. La concentration d'insuline.

Expérience 2 : *Analyse de la robustesse des performances du système en cas de perturbations multiples*

Les résultats de la simulation en boucle fermée pour les différentes perturbations sont représentés sur les figures (4.12) et (4.13). En observant le niveau de glucose dans le sang, ce dernier commence à diminuer presque instantanément et reste dans la plage souhaitée, nous pouvons dire que le contrôleur est suffisamment robuste en termes des perturbations des repas et des exercices. En ce qui concerne l'insuline témoin, nous remarquons un pic court et modéré. Par conséquent, les résultats sont plausibles d'un point de vue physiologique.

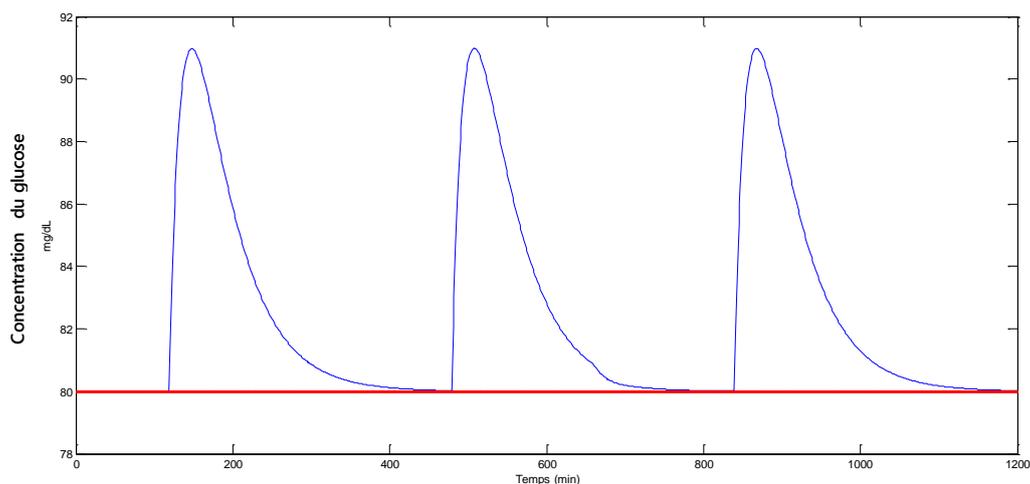


Figure 4-12. La concentration du glucose.

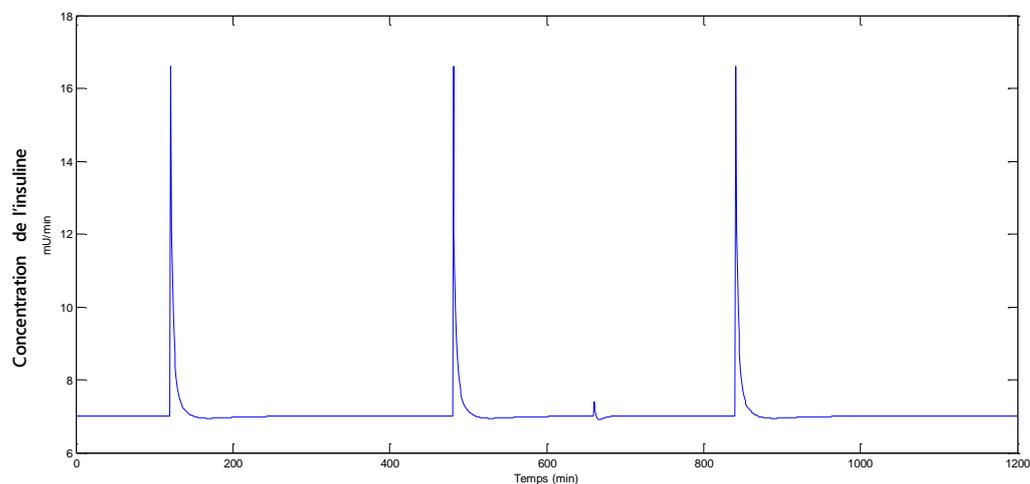


Figure 4-13. La concentration d'insuline.

4.5. Comparaison

Dans cette section, les résultats obtenus par les commandes précédentes ont été comparés. La simulation de comparaison est réalisée représentant un événement postprandial des patients diabétique (commençant à un niveau hypoglycémique de 300 mg/dl) auxquels la commande super-twisting, la commande synergétique, la commande terminale synergétique, la commande adaptative flou synergétique et la commande ANFIS sont utilisés pour contrôler la concentration de glucose. Les performances de ces contrôleurs sont testées pour les incertitudes des paramètres sur trois patients diabétiques différents (tableau 1.2).

Les niveaux de concentration de glucose pour les trois patients sont indiqués sur les

figures (4.14), (4.15), et (4.16) en utilisant toutes les commandes précitées au-dessus. La concentration d'insuline requise pour chaque patient, telle que prescrite par les contrôleurs, est indiquée sur les figures (4.17), (4.18), et (4.19).

Il n'y a pas d'hypoglycémie, par conséquent, la stabilité est garantie par tous les contrôleurs malgré les incertitudes des paramètres associés aux différents patients.

Nous avons observé à partir de ces résultats de simulation que le temps de réponse donnée par la commande terminale synergétique (TSY) est meilleur par rapport aux autres commandes, puis on a la commande synergétique floue à gain adaptatif (AGFSC) mais la moyenne d'insuline injectée est élevée par la commande TSY, la valeur maximum égale 80 mU/min dans le cas de patient 1, en particulier le risque d'hypoglycémie lié à l'utilisation de cette commande n'est pas négligeable, ce qui constitue une limitation sérieuse, par contre la commande AGFSC déminée le temps de réponse sans augmentation de la quantité d'insuline la valeur maximum de l'insuline égale 20 mU/min pour le même patient.

Une autre comparaison entre toutes les commandes étudiées, le pourcentage absolu moyen d'erreur pour ces techniques de contrôle est donné dans le tableau (4.2) dans une évaluation numérique de leur efficacité. Le profil d'erreur (MAPE) utilisant toutes les commandes pour les trois patients sont présentées sur la figure (4.20).

Sachant que $MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_1^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right|$, où A_t est la valeur réelle et F_t est la valeur

prévue, n le nombre de points ajustés.

Les résultats numériques présentés dans le tableau (4.2) montrent que la commande TSY proposé offre de bonne performance de réduire l'erreur d'après l'indicateur MAPE

À partir de ces résultats de simulation, nous pouvons dire que la méthode d'adaptation floue de gain T nous donne le meilleur résultat, tout en conservant tous les avantages de l'approche synergétique. Le niveau de concentration de glucose des patients est stabilisé avec une normoglycémie obtenue en un temps raisonnable, la stabilité est garantie et la quantité d'insuline est raisonnable même en présence de conditions initiales de grande valeur (dose minimale d'insuline). L'AGFSC est alors plus robuste que les autres contrôleurs.

Tableau 4-2. Analyse quantitative des contrôleurs sous incertitudes de paramètres.

La commande	Patient n°	Temps (min)	MAPE%
PID	Patient 1	193	39.8259
	Patient 2	188	39.2054
	Patient 3	190	39.5173
H_∞	Patient 1	162	32.5160
	Patient 2	152	32.0768
	Patient 3	154	32.2523
μ synthèse	Patient 1	146	29.8483
	Patient 2	138	29.3309
	Patient 3	141	29.4816
Super-twisting	Patient 1	126	25.4514
	Patient 2	110	23.9880
	Patient 3	122	24.5906
Synergétique	Patient 1	110	23.3880
	Patient 2	88	22.5103
	Patient 3	106	22.7844
Terminale synergétique	Patient 1	64	15.3661
	Patient 2	54	14.2929
	Patient 3	61	14.7714
AGFSC	Patient 1	80	17.8540
	Patient 2	72	17.6869
	Patient 3	82	17.7714
ANFIS	Patient 1	98	20.3661
	Patient 2	91	19.2929
	Patient 3	95	19.6708

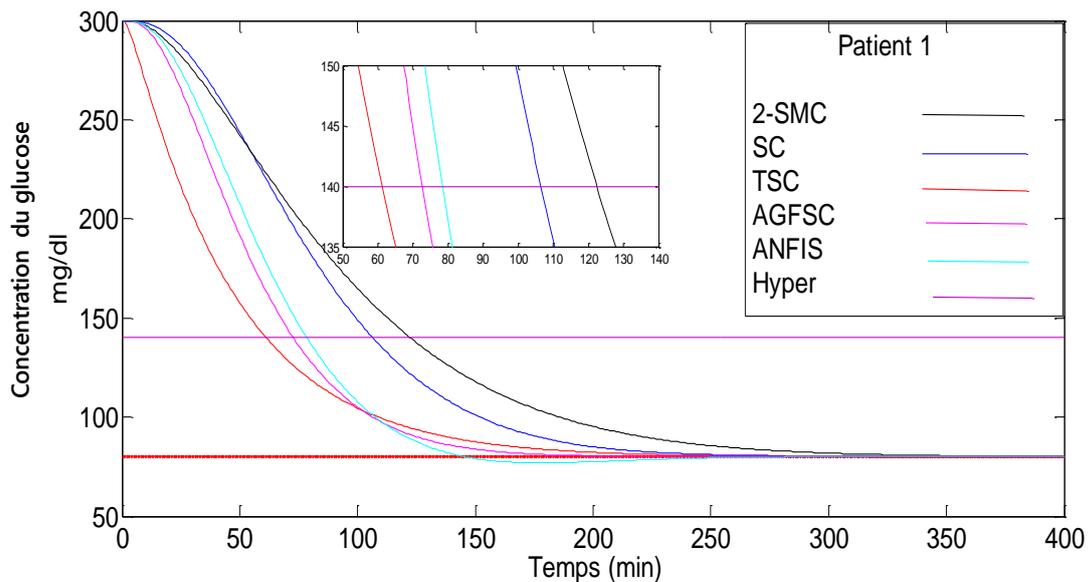


Figure 4-14. La concentration du glucose de patient 1.

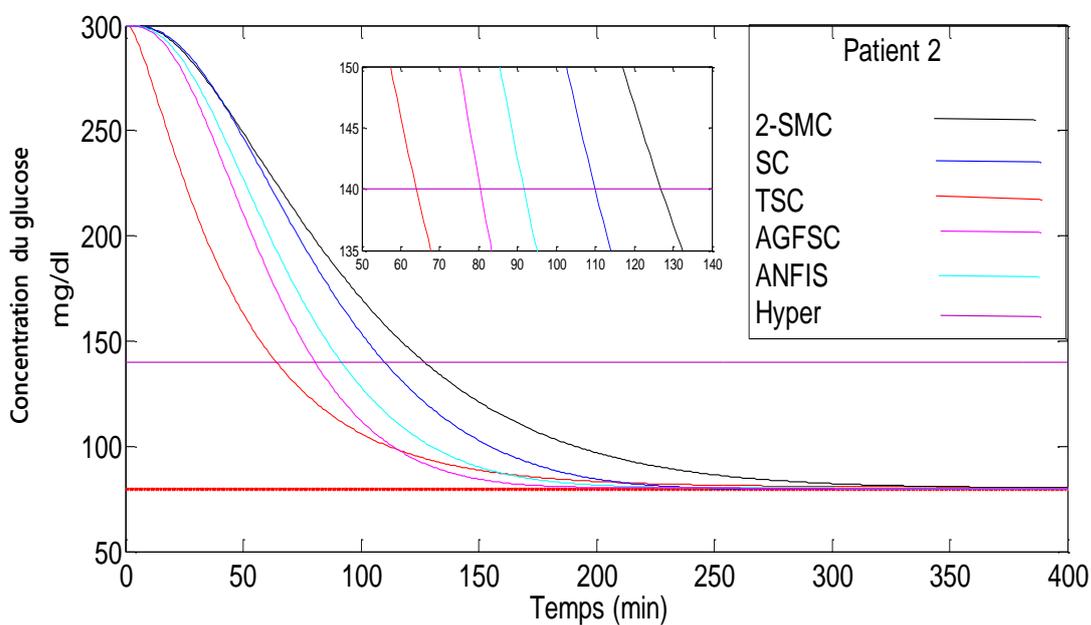


Figure 4-15. La concentration du glucose de patient 2.

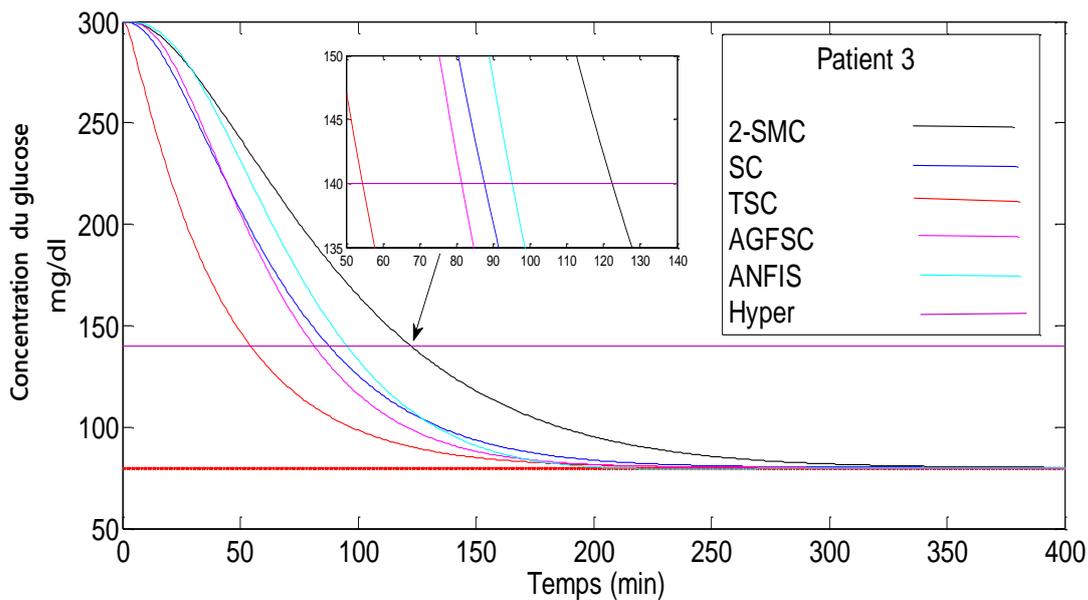


Figure 4-16. La concentration du glucose de patient 3.

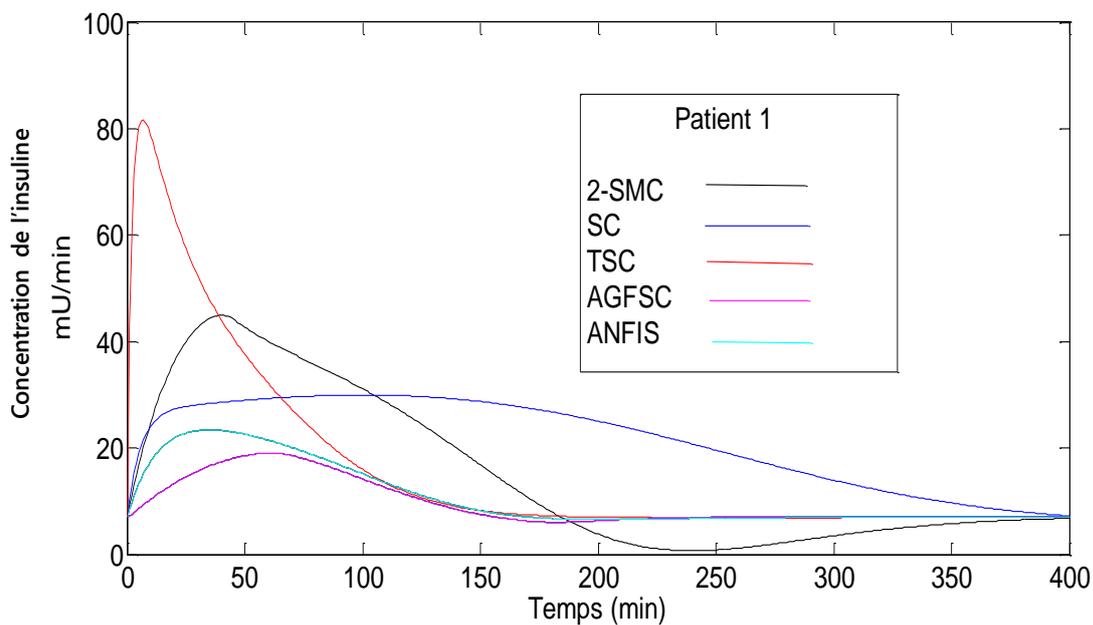


Figure 4-17. La concentration d'insuline de patient 1.

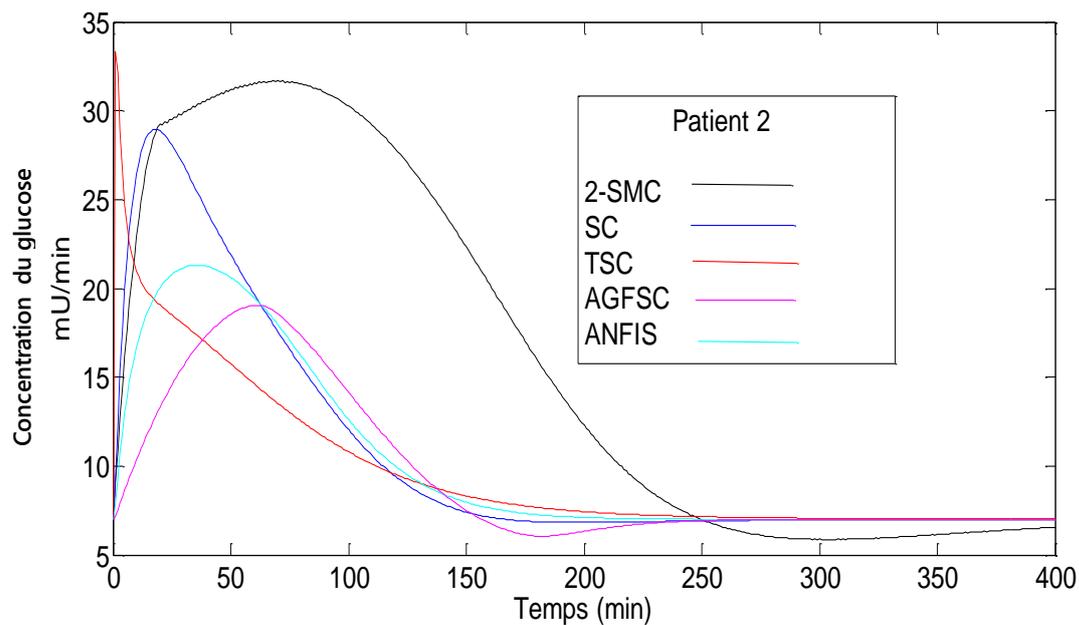


Figure 4-18. La concentration d'insuline de patient 2.

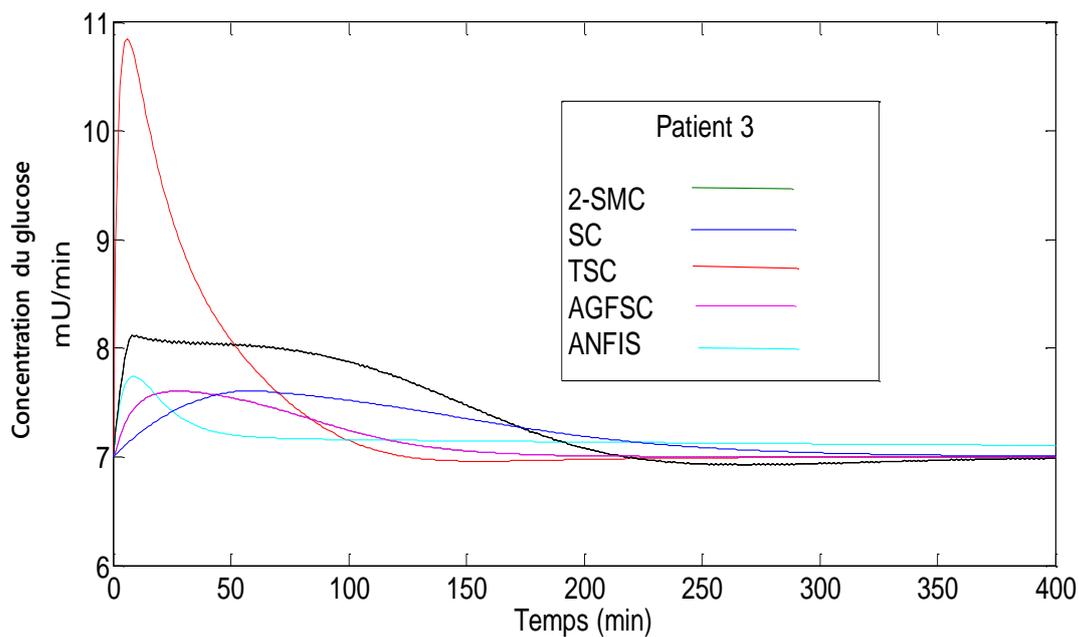


Figure 4-19. La concentration d'insuline de patient 3.

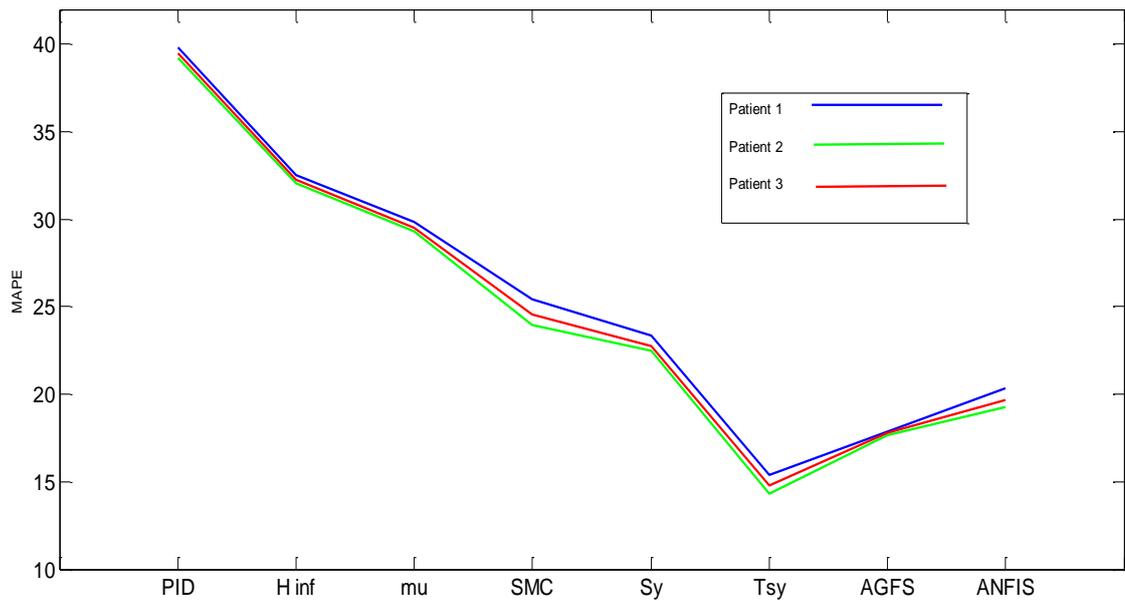


Figure 4-20. Profil d'erreur de 3 patients utilisant les commandes en boucle fermée.

4.6. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la technique de la commande adaptative floue synergétique à base de systèmes flous de type-1, la commande AGFSC est proposée pour une régulation plus efficace de la concentration du glucose chez les patients diabétiques de type 1 avec un temps de réponse minimum et avec une quantité optimale d'injection de l'insuline par rapport aux autres commandes.

La stabilité asymptotique du système en boucle fermée est prouvée par la méthode de stabilité de Lyapounov.

Ensuite, nous avons présenté la technique neuro-floue et nous nous sommes intéressés principalement aux systèmes ANFIS, alors nous pouvons dire que l'utilisation conjointe des méthodes neuronales et floues permet de tirer l'avantage des qualités. La commande adaptative floue synergétique et l'architecture du système neuro-flou adopté dans ce chapitre montrent de bonnes performances dans les simulations du contrôle du glucose.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif principal de la thèse était de concevoir et de valider des techniques avancées de contrôle pour la régulation en boucle fermée du glucose sanguin dans le diabète de type 1. Cette contribution traite principalement la synthèse de commande robuste pour la classe des systèmes incertains et perturbés. Les approches élaborées se basent sur une combinaison de trois concepts et techniques, à savoir les commandes robustes linéaires, les commandes robustes non linéaires et les commandes intelligentes.

Dans le premier chapitre, nous avons mené une étude bibliographique partant du concept de la gestion du diabète comme l'un des problèmes de contrôle les plus difficiles dans les systèmes de régulation humains. Le modèle mathématique est présenté pour montrer la dynamique du système de régulation glucose-insuline du corps humain (Bergman).

Après un aperçu sur le concept et le système de glucose-insuline, dans le deuxième chapitre nous avons abordé le problème de stabilisation de la concentration de glucose dans le sang d'un patient diabétique au niveau souhaité. Cette stabilisation a été effectuée en présence de perturbations externes telles que l'ingestion d'aliments et les incertitudes paramétriques du modèle qui sont d'une grande précision avec une bonne robustesse de l'ensemble du système. Cette partie vise à montrer l'intérêt de l'usage d'une commande H_∞ et μ synthèse. Dans un premier temps, nous avons détaillé la synthèse de ces deux commandes, les solutions qui sont proposées dans la littérature. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés aux modes glissants d'ordres supérieurs qui représentent une généralisation des modes glissants classiques. Parmi les différentes catégories, les algorithmes de commande à base des modes glissants d'ordre deux sont largement utilisés. En raison de ses performances, l'algorithme du Super-Twisting fût l'objet principal de notre étude. Sa grande réputation est due essentiellement à sa robustesse et à la non nécessité d'information supplémentaire sur la première dérivée de la surface de glissement. Cependant, l'étude menée dans cette partie a montré qu'il arrive à atténuer le chattering mais ne l'élimine pas totalement. Pour traiter ce problème, de nombreuses approches ont été proposées parmi lesquelles nous citons la commande synergétique. Ce contrôleur synergétique est bien adapté pour la mise en œuvre numérique car il nécessite une bande passante relativement faible. En plus, il possède l'avantage de fonctionner à une fréquence de commutation constante et par conséquent n'est pas confronté au problème de chattering.

Ensuite, nous avons considéré la notion de convergence en temps fini par le biais d'améliorations introduites sur la macro-variable. L'application de l'approche terminale synergétique garantit une convergence en temps fini et les résultats de la simulation indiquent clairement que cette commande permet une régulation plus rapide de la glycémie sans hypoglycémie par rapport autres commandes.

Pour améliorer les performances de notre système en cas de variations de paramètres internes et de perturbations externes, tels que l'exercice physique, la prise alimentaire et le bruit stochastique de la pompe d'insuline, nous avons proposé la commande adaptative synergétique en combinant une nouvelle loi adaptative et la technique de contrôle synergétique. L'aspect adaptatif est principalement consacré à la prise en charge des incertitudes globales qui ne requièrent plus la connaissance de leurs bornes supérieures.

De plus, l'effet de l'insuline n'est pas instantané et une appréciation erronée de la concentration en glucose peut entraîner une hypoglycémie même si la perfusion d'insuline a été arrêtée. Pour la prise en charge de ce problème, nous avons utilisé la commande synergétique floue à gain adaptatif, où nous avons approximé le gain de la commande synergétique par un système flou type-1 adaptatif qui conserve la structure originale de l'algorithme et délivre en sortie à chaque instant la valeur optimale de gain de commande. Dans notre cas, c'est la régulation la plus efficace de la glycémie trouvée chez les patients diabétiques de type 1 avec un minimum de temps de réponse et avec une quantité optimale de perfusion d'insuline.

Dans la dernière partie de la thèse, nous avons abordé les techniques de l'intelligence artificielle. Nous avons appliqué la commande hybride neuro-floue (type ANFIS) qui combine la théorie puissante de la logique floue et celle des réseaux de neurones, elle est employée en automatique afin de répondre au mieux aux objectifs de performance et de robustesse pour la régulation d'un procédé.

Pour conclure, compte tenu des résultats obtenus et l'étude comparative réalisée, nous pouvons dire que la commande AGFSC donne de meilleurs résultats en termes de robustesse, de qualité de poursuite et de stabilité.

Comme perspectives, les points suivants méritent d'être pris en considération en tant que travaux futurs :

- Amélioration de la stratégie de contrôle pour les études cliniques sur des patients réels.
- Le développement des observateurs adaptatifs par la commande synergétique.

Références

- [1] R. A. Wimmer *et al.*, "Human blood vessel organoids as a model of diabetic vasculopathy," *Nature*, vol. 565, no. 7740, pp. 505-510, 2019.
- [2] G. Steil, B. Clark, S. Kanderian, and K. Rebrin, "Modeling insulin action for development of a closed-loop artificial pancreas," *Diabetes technology & therapeutics*, vol. 7, no. 1, pp. 94-108, 2005.
- [3] G. M. Steil and J. Reifman, "Mathematical modeling research to support the development of automated insulin-delivery systems," ed: SAGE Publications, 2009.
- [4] M. E. Wilinska and R. Hovorka, "Simulation models for in silico testing of closed-loop glucose controllers in type 1 diabetes," *Drug Discovery Today: Disease Models*, vol. 5, no. 4, pp. 289-298, 2008.
- [5] N. P. Balakrishnan, G. P. Rangaiah, and L. Samavedham, "Review and analysis of blood glucose (BG) models for type 1 diabetic patients," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 50, no. 21, pp. 12041-12066, 2011.
- [6] A. Makroglou, J. Li, and Y. Kuang, "Mathematical models and software tools for the glucose-insulin regulatory system and diabetes: an overview," *Applied numerical mathematics*, vol. 56, no. 3-4, pp. 559-573, 2006.
- [7] J. T. Sorensen, "A physiologic model of glucose metabolism in man and its use to design and assess improved insulin therapies for diabetes," Massachusetts Institute of Technology, 1985.
- [8] R. Bergman, Phillips L& Cobelli C. "Physiological evaluation of factors controlling glucose tolerance in man," *J. Clin. Invest*, vol. 68, pp. 1456-1467, 1981.
- [9] Y. Wang, E. Dassau, and F. J. Doyle III, "Closed-loop control of artificial pancreatic beta α -cell in type 1 diabetes mellitus using model predictive iterative learning control," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 57, no. 2, pp. 211-219, 2009.
- [10] B. W. Bequette, "Challenges and progress in the development of a closed-loop artificial pancreas," in *2012 American Control Conference (ACC)*, IEEE, pp. 4065-4071, 2012.
- [11] G. Marchetti, M. Barolo, L. Jovanovic, H. Zisser, and D. E. Seborg, "An improved PID switching control strategy for type 1 diabetes," *IEEE transactions on biomedical engineering*, vol. 55, no. 3, pp. 857-865, 2008.
- [12] H. M. Paiva, S. K. Wagner, and L. G. R. da Cunha, "Blood-glucose regulation using fractional-order pid control." *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 1-9, 2020.
- [13] B. S. Leon, A. Y. Alanis, E. N. Sanchez, F. Ornelas, and E. Ruiz-Velazquez, "Subcutaneous blood glucose neural inverse optimal control for type 1 diabetes mellitus patients," in *World Automation Congress 2012*, IEEE, pp. 1-6, 2012.
- [14] B. Farahmand, D. Maryam, and V. Navid, "Fuzzy model-based controller for blood glucose control in type 1 diabetes: An LMI approach." *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 54, pp. 16-27, 2019.
- [15] C. Owens, H. Zisser, L. Jovanovic, B. Srinivasan, D. Bonvin, and F. J. Doyle, "Run-to-run control of blood glucose concentrations for people with type 1 diabetes mellitus," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 53, no. 6, pp. 996-1005, 2006.
- [16] D. U. Campos-Delgado, F. Campos-Cornejo, and M. Hernández-Ordoñez, "Extension of the run-to-run control to multi-boluses schemes," in *2008 IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 678-683, 2008.

-
- [17] C. C. Palerm, H. Zisser, L. Jovanovič, and F. J. Doyle III, "A run-to-run control strategy to adjust basal insulin infusion rates in type 1 diabetes," *Journal of process control*, vol. 18, no. 3-4, pp. 258-265, 2008.
- [18] A. Abu-Rmleeh, W. Garcia-Gabin, and D. Zambrano, "Internal model sliding mode control approach for glucose regulation in type 1 diabetes," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 5, no. 2, pp. 94-102, 2010.
- [19] M. W. Khan, et al. "Sliding mode control for a fractional-order non-linear glucose-insulin system." *IET Systems Biology*, vol. 14, no. 5, pp. 223-229, 2020.
- [20] A. Abu-Rmleeh and W. Garcia-Gabin, "Feedforward–feedback multiple predictive controllers for glucose regulation in type 1 diabetes," *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 99, no. 1, pp. 113-123, 2010.
- [21] H. Kirchsteiger and L. del Re, "Reduced hypoglycemia risk in insulin bolus therapy using asymmetric cost functions," in *2009 7th Asian Control Conference*, pp. 751-756, 2009.
- [22] F. J. Doyle, "Zone model predictive control of an artificial pancreas," in *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 8-9, 2012.
- [23] G. M. Steil, A. E. Panteleon, and K. Rebrin, "Closed-loop insulin delivery—the path to physiological glucose control," *Advanced drug delivery reviews*, vol. 56, no. 2, pp. 125-144, 2004.
- [24] A. Abu-Rmleeh and W. Garcia-Gabin, "A gain-scheduling model predictive controller for blood glucose control in type 1 diabetes," *IEEE transactions on biomedical engineering*, vol. 57, no. 10, pp. 2478-2484, 2009.
- [25] R. Hovorka, "Continuous glucose monitoring and closed-loop systems," *Diabetic medicine*, vol. 23, no. 1, pp. 1-12, 2006.
- [26] P. Soru *et al.*, "MPC based artificial pancreas: strategies for individualization and meal compensation," *Annual Reviews in Control*, vol. 36, no. 1, pp. 118-128, 2012.
- [27] S. Skogestad and I. Postlethwaite, *Multivariable feedback control: analysis and design*. Wiley New York, 2007.
- [28] J. W. Helton and O. Merino, *Classical Control Using H-Infinity Methods: An Introduction to Design*. SIAM, 1998.
- [29] J. W. Helton and M. R. James, *Extending H_∞ control to nonlinear systems: control of nonlinear systems to achieve performance objectives*. SIAM, 1999.
- [30] F. Amato, *Robust control of linear systems subject to uncertain time-varying parameters*. Springer, 2006.
- [31] X.-H. Chang, *Robust output feedback H-infinity control and filtering for uncertain linear systems*. Springer Science & Business, 2014.
- [32] H. Bevrani, M. R. Feizi, and S. Ataei, "Robust Frequency Control in an Islanded Microgrid: H infinity and mu Synthesis Approaches," *IEEE transactions on smart grid*, vol. 7, no. 2, pp. 706-717, 2015.
- [33] P. Mattavelli, L. Rossetto, G. Spiazzi, and P. Tenti, "General-purpose sliding-mode controller for DC/DC converter applications," in *Proceedings of IEEE Power Electronics Specialist Conference-PESC'93*, pp. 609-615, 1993.
- [34] V. Utkin, J. Guldner, and M. Shijun, *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. CRC press, 1999.
- [35] L. Fridman and A. Levant, "Higher order sliding modes," *Sliding mode control in engineering*, vol. 11, pp. 53-102, 2002.
- [36] M. Tanelli and A. Ferrara, "Switched second-order sliding mode control with partial information: theory and application," *Asian Journal of Control*, vol. 15, no. 1, pp. 20-30, 2013.
-

-
- [37] I. Castillo, M. Steinberger, L. Fridman, J. A. Moreno, and M. Horn, "Saturated super-twisting algorithm: Lyapunov based approach," in *2016 14th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, pp. 269-273, 2016.
- [38] J. Styskal, H. Van Remmen, A. Richardson, and A. B. Salmon, "Oxidative stress and diabetes: what can we learn about insulin resistance from antioxidant mutant mouse models," *Free Radical Biology and Medicine*, vol. 52, no. 1, pp. 46-58, 2012.
- [39] J. E. Hall, *Guyton and Hall Textbook of Medical Physiology, Jordanian Edition E-Book*. Elsevier, 2016.
- [40] D. LeRoith, S. I. Taylor, and J. M. Olefsky, *Diabetes mellitus: a fundamental and clinical text*. Lippincott Williams & Wilkins, 2004.
- [41] L. R. Jouli, "Définition et classification du diabète," *Médecine Nucléaire-Imagerie fonctionnelle et métabolique*, vol. 25, no. 2, p. 91, 2001.
- [42] I. B. Abbes, "Développement d'un nouveau modèle dédié à la commande du métabolisme glucidique appliqué aux patients diabétiques de type 1," 2013.
- [43] D. R. GROUP, "The effect of intensive treatment of diabetes on the development and progression of long-term complications in insulindependent diabetes mellitus," *N. Engl. Med.*, vol. 329, pp. 977-986, 1993.
- [44] P. Cryer, "Hypoglycemia: still the limiting factor in the glycemic management of diabetes," *Endocrine Practice*, vol. 14, no. 6, pp. 750-756, 2008.
- [45] F. Chee and T. Fernando, *Closed-loop control of blood glucose*. Springer, 2007.
- [46] D. C. Klonoff, "Continuous glucose monitoring: roadmap for 21st century diabetes therapy," *Diabetes care*, vol. 28, no. 5, pp. 1231-1239, 2005.
- [47] D. C. Klonoff, "The artificial pancreas: how sweet engineering will solve bitter problems," *Journal of Diabetes Science and Technology*, vol. 1, no. 1, pp. 72-81, 2007.
- [48] I. B. Hirsch and J. S. Skyler, "Management of type 1 diabetes," in *Atlas of Diabetes*: Springer, 2012, pp. 95-113.
- [49] K. Kumareswaran, M. L. Evans, and R. Hovorka, "Artificial pancreas: an emerging approach to treat Type 1 diabetes," *Expert review of medical devices*, vol. 6, no. 4, pp. 401-410, 2009.
- [50] C. Cobelli, C. Dalla Man, G. Sparacino, L. Magni, G. De Nicolao, and B. Kovatchev, "Diabetes: models, signals and control," *IEEE Rev Biomed Eng*, vol. 3, 2010.
- [51] R. Hovorka *et al.*, "Partitioning glucose distribution/transport, disposal, and endogenous production during IVGTT," *American Journal of Physiology-Endocrinology and Metabolism*, vol. 282, no. 5, pp. E992-E1007, 2002.
- [52] R. S. Parker, F. J. Doyle, and N. A. Peppas, "The intravenous route to blood glucose control," *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, vol. 20, no. 1, pp. 65-73, 2001.
- [53] K. Lunze, T. Singh, M. Walter, M. D. Brendel, and S. Leonhardt, "Blood glucose control algorithms for type 1 diabetic patients: A methodological review," *Biomedical signal processing and control*, vol. 8, no. 2, pp. 107-119, 2013.
- [54] E. Atlas, R. Nimri, S. Miller, E. A. Grunberg, and M. Phillip, "MD-logic artificial pancreas system: a pilot study in adults with type 1 diabetes," *Diabetes care*, vol. 33, no. 5, pp. 1072-1076, 2010.
- [55] S. A. Weinzimer, G. M. Steil, K. L. Swan, J. Dziura, N. Kurtz, and W. V. Tamborlane, "Fully automated closed-loop insulin delivery versus semiautomated hybrid control in pediatric patients with type 1 diabetes using an artificial pancreas," *Diabetes care*, vol. 31, no. 5, pp. 934-939, 2008.
- [56] G. M. Steil, K. Rebrin, C. Darwin, F. Hariri, and M. F. Saad, "Feasibility of automating insulin delivery for the treatment of type 1 diabetes," *Diabetes*, vol. 55, no. 12, pp. 3344-3350, 2006.
-

-
- [57] C. C. Palerm, "Physiologic insulin delivery with insulin feedback: a control systems perspective," *Computer methods and programs in biomedicine*, vol. 102, no. 2, pp. 130-137, 2011.
- [58] M. D'Abbicco, N. Del Buono, P. Gena, M. Berardi, G. Calamita, and L. Lopez, "A model for the hepatic glucose metabolism based on Hill and step functions," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 292, pp. 746-759, 2016.
- [59] F. García-García, R. Hovorka, M. E. Wilinska, D. Elleri, and M. E. Hernando, "Modelling the effect of insulin on the disposal of meal-attributable glucose in type 1 diabetes," *Medical & biological engineering & computing*, vol. 55, no. 2, pp. 271-282, 2017.
- [60] A. Boutayeb and A. Chetouani, "A critical review of mathematical models and data used in diabetology," *Biomedical engineering online*, vol. 5, no. 1, p. 43, 2006.
- [61] I. Ajmera, M. Swat, C. Laibe, N. Le Novere, and V. Chelliah, "The impact of mathematical modeling on the understanding of diabetes and related complications," *CPT: pharmacometrics & systems pharmacology*, vol. 2, no. 7, pp. 1-14, 2013.
- [62] C. Cobelli, D. Foster, and G. Toffolo, *Tracer kinetics in biomedical research: from data to model*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [63] L. Edelstein-Keshet, *Mathematical models in biology*. SIAM, 2005.
- [64] C. Dalla Man, R. A. Rizza, and C. Cobelli, "Meal simulation model of the glucose-insulin system," *IEEE Transactions on biomedical engineering*, vol. 54, no. 10, pp. 1740-1749, 2007.
- [65] D. A. Finan *et al.*, "Identification of empirical dynamic models from type 1 diabetes subject data," in *2008 American Control Conference*, pp. 2099-2104, 2008.
- [66] R. Gillis, C. C. Palerm, H. Zisser, L. Jovanovic, D. E. Seborg, and F. J. Doyle III, "Glucose estimation and prediction through meal responses using ambulatory subject data for advisory mode model predictive control," ed: SAGE Publications, 2007.
- [67] P. Dua, K. Kouramas, V. Dua, and E. N. Pistikopoulos, "MPC on a chip—Recent advances on the application of multi-parametric model-based control," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 32, no. 4-5, pp. 754-765, 2008.
- [68] H. Cormerais and P.-Y. Richard, "Artificial pancreas for type 1 diabetes: closed-loop algorithm based on error dynamics shaping," *Journal of Process Control*, vol. 22, no. 7, pp. 1219-1227, 2012.
- [69] S. Chin and M. J. Chappell, "Structural identifiability and indistinguishability analyses of the Minimal Model and a Euglycemic Hyperinsulinemic Clamp model for glucose-insulin dynamics," *Computer methods and programs in biomedicine*, vol. 104, no. 2, pp. 120-134, 2011.
- [70] M. J. Quon, C. Cochran, S. I. Taylor, and R. C. Eastman, "Non-insulin-mediated glucose disappearance in subjects with IDDM: discordance between experimental results and minimal model analysis," *Diabetes*, vol. 43, no. 7, pp. 890-896, 1994.
- [71] C. Cobelli, F. Bettini, A. Caumo, and M. J. Quon, "Overestimation of minimal model glucose effectiveness in presence of insulin response is due to undermodeling," *American Journal of Physiology-Endocrinology and Metabolism*, vol. 275, no. 6, pp. E1031-E1036, 1998.
- [72] G. Pillonetto, G. Sparacino, and C. Cobelli, "Numerical non-identifiability regions of the minimal model of glucose kinetics: superiority of Bayesian estimation," *Mathematical biosciences*, vol. 184, no. 1, pp. 53-67, 2003.
- [73] R. N. Bergman, "The minimal model of glucose regulation: a biography," in *Mathematical Modeling in Nutrition and the Health Sciences*: Springer, 2003, pp. 1-19.
- [74] J. L. Ruiz *et al.*, "Effect of insulin feedback on closed-loop glucose control: a crossover study," *Journal of diabetes science and technology*, vol. 6, no. 5, pp. 1123-1130, 2012.
-

-
- [75] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," *trans. ASME*, vol. 64, no. 11, 1942.
- [76] G. Zames, "Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses," *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 26, no. 2, pp. 301-320, 1981.
- [77] R. S. Smith and J. C. Doyle, "Model invalidation: A connection between robust control and identification," in *1989 American Control Conference*, 1989: IEEE, pp. 1435-1440.
- [78] J. Doyle, "Analysis of control systems with structured uncertainty," *IEE Proc. Part D*, vol. 129, pp. 242-250, 1982.
- [79] M. G. Safonov, "Stability margins of diagonally perturbed multivariable feedback systems," in *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, vol. 129, no. 6: IET, pp. 251-256, 1982.
- [80] A. Packard and J. Doyle, "The complex structured singular value," *Automatica*, vol. 29, no. 1, pp. 71-109, 1993.
- [81] N. Bhitre and R. Padhi, "An adaptive insulin infusion approach for customized blood glucose regulation of type i diabetic patients," in *2011 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, pp. 127-132, 2011.
- [82] M. E. Fisher, "A semiclosed-loop algorithm for the control of blood glucose levels in diabetics," *IEEE transactions on biomedical engineering*, vol. 38, no. 1, pp. 57-61, 1991.
- [83] M. G. Markakis, G. D. Mitsis, G. P. Papavassilopoulos, P. A. Ioannou, and V. Z. Marmarelis, "A switching control strategy for the attenuation of blood glucose disturbances," *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 32, no. 2, pp. 185-195, 2011.
- [84] A. Sutradhar and A. Chaudhuri, "Adaptive LQG/LTR Controller for Implantable Insulin Delivery System in Type-1 Diabetic Patient," in *Proceedings of 3rd International Conference on System Identification and Control Problems*, pp. 1313-1328, 2004.
- [85] E. Ruiz-Velázquez, R. Femat, and D. Campos-Delgado, "Blood glucose control for type I diabetes mellitus: A robust tracking H_∞ problem," *Control engineering practice*, vol. 12, no. 9, pp. 1179-1195, 2004.
- [86] V. Utkin, "Sliding Modes in Control and Optimization Springer-Verlag," *New York*, 1992.
- [87] A. Poursamad and A. H. Markazi, "Adaptive fuzzy sliding-mode control for multi-input multi-output chaotic systems," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 42, no. 5, pp. 3100-3109, 2009.
- [88] J.-L. Chang, "Dynamic output feedback sliding mode control for uncertain mechanical systems without velocity measurements," *ISA transactions*, vol. 49, no. 2, pp. 229-234, 2010.
- [89] O. Bethoux, "Commande et détection de défaillance d'un convertisseur multicellulaire série," Cergy-Pontoise, 2005.
- [90] R. Benayache, S. M. Mahmoud, L. Chrifi-Alaoui, P. Bussy, and J. Castelain, "Controller design using second order sliding mode algorithm with an application to a coupled-tank liquid-level system," in *2009 IEEE International Conference on Control and Automation*, pp. 558-563, 2009.
- [91] A. Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control," *International journal of control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247-1263, 1993.
- [92] J. Scarratt, A. Zinober, R. Mills, M. Rios-Bolívar, A. Ferrara, and L. Giacomini, "Dynamical adaptive first and second-order sliding backstepping control of nonlinear
-

-
- nontriangular uncertain systems," *J. Dyn. Sys., Meas., Control*, vol. 122, no. 4, pp. 746-752, 2000.
- [93] A. J. Koshkouei, K. J. Burnham, and A. S. Zinober, "Dynamic sliding mode control design," *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 152, no. 4, pp. 392-396, 2005.
- [94] A. Kolesnikov, G. Veselov, and A. Kolesnikov, "Modern applied control theory: synergetic approach in control theory," *TRTU, Moscow, Taganrog*, pp. 4477-4479, 2000.
- [95] Y. B. Shtessel, I. A. Shkolnikov, and M. D. Brown, "An asymptotic second-order smooth sliding mode control," *Asian journal of control*, vol. 5, no. 4, pp. 498-504, 2003.
- [96] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung, "Variable structure control: A survey," *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 40, no. 1, pp. 2-22, 1993.
- [97] W. Perruquetti and J.-P. Barbot, *Sliding mode control in engineering*. CRC press, 2002.
- [98] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 22, no. 2, pp. 212-222, 1977.
- [99] C. Edwards and S. Spurgeon, *Sliding mode control: theory and applications*. Crc Press, 1998.
- [100] F. Plestan, E. Moulay, A. Glumineau, and T. Cheviron, "Robust output feedback sampling control based on second-order sliding mode," *Automatica*, vol. 46, no. 6, pp. 1096-1100, 2010.
- [101] V. Bregeault, "Quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants," 2010.
- [102] V. I. Utkin, "Sliding modes in optimization and control problems," ed: Springer Verlag, New York, 1992.
- [103] K. D. Young, V. I. Utkin, and U. Ozguner, "A control engineer's guide to sliding mode control," *IEEE transactions on control systems technology*, vol. 7, no. 3, pp. 328-342, 1999.
- [104] W.-S. Lin and C.-S. Chen, "Robust adaptive sliding mode control using fuzzy modelling for a class of uncertain MIMO nonlinear systems," *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 149, no. 3, pp. 193-202, 2002.
- [105] S. Hajri, "Commande dynamique par mode glissant: application à la robustification des processus complexes," Lille 1, 1997.
- [106] N. Essounbouli, "Commande adaptative floue robuste des systèmes non linéaires incertains," *Doctorat de l'Université de Reims Champagne Ardenne*, 2004.
- [107] A. Levant, "Higher order sliding: collection of design tools," in *1997 European Control Conference (ECC)*, pp. 3043-3048, 1997.
- [108] A. Levant, "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control," *International journal of Control*, vol. 76, no. 9-10, pp. 924-941, 2003.
- [109] A. Levant, "Principles of 2-sliding mode design," *automatica*, vol. 43, no. 4, pp. 576-586, 2007.
- [110] İ. Eker, "Second-order sliding mode control with experimental application," *ISA transactions*, vol. 49, no. 3, pp. 394-405, 2010.
- [111] D. Li, K. Proddatur, E. Santi, and A. Monti, "Synergetic control of a boost converter: Theory and experimental verification," in *Proceedings IEEE SoutheastCon 2002 (Cat. No. 02CH37283)*, pp. 197-200, 2002.
- [112] M. Zhihong, A. P. Paplinski, and H. R. Wu, "A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators," *IEEE transactions on automatic control*, vol. 39, no. 12, pp. 2464-2469, 1994.
-

-
- [113] S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh, and Z. Man, "Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode," *Automatica*, vol. 41, no. 11, pp. 1957-1964, 2005.
- [114] K. J. Astrom and B. Wittenmark, "Adaptive control 2nd Edition," *Addison-Wesley Pub Co.*, vol. 1994, 1994.
- [115] S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive control: stability, convergence and robustness*. Courier Corporation, 2011.
- [116] M. Hou, G. Duan, and M. Guo, "New versions of Barbalat's lemma with applications," *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 8, no. 4, pp. 545-547, 2010.
- [117] L. A. Zadeh, "Soft computing and fuzzy logic," in *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems: Selected Papers by Lotfi a Zadeh*: World Scientific, pp. 796-804, 1996.
- [118] L.-X. Wang, "Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 26, no. 5, pp. 677-691, 1996.
- [119] L.-X. Wang, "Adaptive fuzzy systems and control," *Design and stability analysis*, 1994.
- [120] M. Cescon, R. Johansson, E. Renard, and A. Maran, "Identification of individualised empirical models of carbohydrate and insulin effects on T1DM blood glucose dynamics," *International Journal of Control*, vol. 87, no. 7, pp. 1438-1453, 2014.
- [121] J. Bondia, S. Romero-Vivo, B. Ricarte, and J. L. Diez, "Insulin estimation and prediction: a review of the estimation and prediction of subcutaneous insulin pharmacokinetics in closed-loop glucose control," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 38, no. 1, pp. 47-66, 2018.
- [122] L.-X. Wang, "Fuzzy systems are universal approximators," in *[1992 Proceedings] IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1992: IEEE, pp. 1163-1170.
- [123] N. Dechemi, T. Benkaci, and A. Issolah, "Modélisation des débits mensuels par les modèles conceptuels et les systèmes neuro-flous," *Revue des sciences de l'eau/Journal of Water Science*, vol. 16, no. 4, pp. 407-424, 2003.
- [124] A. Abraham, "Neuro fuzzy systems: State-of-the-art modeling techniques," in *International Work-Conference on Artificial Neural Networks*, pp. 269-276, 2001.
- [125] O. E. Dragomir, "Contribution au pronostic de défaillances par réseau neuro-flou: maîtrise de l'erreur de prédiction," Besançon, 2008.
- [126] J.-S. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system," *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, vol. 23, no. 3, pp. 665-685, 1993.
-

Abstract

This thesis proposes different control strategies for the closed-loop artificial pancreas, which are based on:

- Synthesis and analysis of two glucose control techniques H_{∞} , μ synthesis .
- A review of two of the main robust control techniques namely: Sliding Mode, and Synergetic Control.
- Terminal Synergetic control used to enhance closed loop dynamics where a new adaptation method integrating synergetic control to estimate the uncertainties and the parametric variations of the system.
- Introduction of a new method of designing an intelligent stabilizer, combining fuzzy logic adaptation and synergetic control.
- An ANFIS design used to model and improve the performance of our controller.

The different types of controls are tested on the Bergman model of DT1, and a comparative study between these commands is included in this thesis.

Keywords: The control H_{∞} , μ synthesis, the glucose regulation system, sliding mode control, synergetic control, terminal synergetic control, adaptive synergetic control, adaptive fuzzy synergetic control, ANFIS, DT1 Bergman model.

Résumé

Cette thèse présente différentes stratégies de contrôle du pancréas artificiel en boucle fermée, basées sur

- Synthèse et analyse de deux contrôles H_{∞} , μ synthèse du système de régulation du glucose.
- Deux principales techniques de commande robuste sont revisitées : commande par mode glissant, et la commande synergetique.
- Application de la commande terminale synergetique suivi de l'utilisation d'une nouvelle méthode d'adaptation intégrant la commande synergetique pour estimer les incertitudes et les variations paramétriques du système.
- Proposition d'une nouvelle méthode de conception d'un stabilisateur intelligent, combinant l'adaptation par la logique floue et la commande synergetique.
- L'ANFIS est utilisé pour modeler et améliorer les performances de notre contrôleur.

Les différents types de contrôles sont testés sur le modèle de Bergman de DT1, et une étude comparative entre ces commandes est incluse dans cette thèse.

Mots clés : La commande H_{∞} , μ synthèse, le système de régulation du glucose, commande par mode glissant, la commande synergetique, la commande terminale synergetique, la commande adaptative synergetique, la commande adaptative floue synergetique, ANFIS, le modèle de Bergman de DT1.

ملخص

يعرض في هذه المذكرة استراتيجيات مختلفة للسيطرة على البنكرياس الاصطناعي في حلقة مغلقة، بناءً على:

- تجميع وتحليل اثنين من انواع التحكم H_{∞} و μ على نظام تنظيم الجلوكوز.
 - قمنا بدراسة واستعراض نوعين من أنظمة التحكم القوية: تقنية التحكم بالأسلوب الانزلاق والتحكم التآزري.
 - استخدمنا التحكم التآزري النهائي. بعد ذلك، اقترحنا طريقة تكيف جديدة مدمجة بواسطة التحكم التآزري لتقدير أوجه عدم اليقين والتغيرات في معلمات للنظام.
 - لقد اقترحنا طريقة جديدة لتصميم مثبت ذكي، يجمع بين التكيف عن طريق المنطق الضبابي والتحكم التآزري.
 - تم استخدام ANFIS لتحسين أداء وحدة التحكم لدينا.
- تم اختبار الأنواع المختلفة من التحكم على نموذج برقمان لمرض سكري نوع 1، ويتم تضمين دراسة مقارنة بين هذه الأوامر في هذه الأطروحة. الكلمات المفتاحية: التحكم H_{∞} ، تركيب μ ، نظام تنظيم الجلوكوز، التحكم بالأسلوب الانزلاق، التحكم التآزري، التحكم التآزري النهائي، التحكم التآزري التكيفي، الية التحكم الضبابي التكيفي عبر التحكم التآزري، استخدام ANFIS، نموذج برقمان لمرض سكري نوع 1.