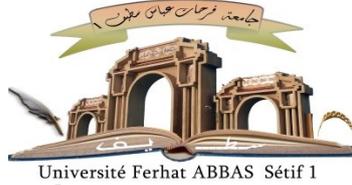


الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ferhat ABBAS Sétif 1  
**UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS - SÉTIF 1**  
**INSTITUT D'OPTIQUE ET DE MÉCANIQUE DE PRÉCISION**  
**THÈSE**

Présentée à l'institut d'optique et de mécanique de précision  
Pour l'obtention du diplôme de

**DOCTORAT EN SCIENCES**

Option : Optique et mécanique de précision  
Par

**MERTANI Boubekour Mohammed Bilel**

**THÈME**

**Étude numérique et expérimentale du comportement  
mécanique des panneaux sandwichs à âme en nid  
d'abeilles**

Soutenue le 10/06/2021 devant le Jury :			
ABDESLEM Saad	Professeur	Univ. Ferhat Abbas Sétif 1	Président
KESKES Boualem	Professeur	Univ. Ferhat Abbas Sétif 1	Directeur de thèse
TARFAOUI Mostapha	Professeur	ENSTA Bretagne (France)	Co-Directeur
BEZAZI Abderrezak	Professeur	Univ. 8 mai 1945 Guelma	Examineur
AKNOUCHE Hamid	Professeur	Univ. M'hamed Bougara Boumerdes	Examineur



## Remerciements

Les travaux que je présente dans cette thèse ont été réalisés au sein du laboratoire de mécanique appliquée (LMPA) à l'institut d'optique et de mécanique de précision (IOMP) université Ferhat Abbas - Sétif 1 (UFAS 1) Algérie et aussi à l'institut de recherche Dupuy de Lôme (IRDL) de l'école nationale supérieure des techniques avancées (ENSTA Bretagne) France.

Tout d'abord je rends grâce à **Allah** pour m'avoir donné la volonté pour achever ce travail.

Je tiens à remercier tout particulièrement mon directeur de thèse mon Professeur Monsieur **Boualem KESKES** pour avoir dirigé ma thèse avec beaucoup d'efforts et de patience. Ses qualités pédagogiques et surtout humaines remarquables m'ont permis de profiter de ses connaissances et ont contribué à l'avancement et à l'aboutissement de mon travail et ont fait de cette thèse une expérience enrichissante pour moi.

Je tiens aussi à remercier chaleureusement mon codirecteur de thèse Monsieur **Mostapha TARFAOUI**, Professeur à l'ENSTA Bretagne France pour m'avoir fait confiance et m'a permis de finaliser ma thèse au sein de son équipe de recherche à l'ENSTA, son aide précieuse et sa rigueur scientifique ont contribué à la réussite de ce travail.

Je veux ensuite remercier Monsieur **Saad ABDESLEM**, Professeur de l'université Ferhat Abbas - Sétif 1 d'avoir accepté de présider mon jury de thèse de doctorat. Je suis également très reconnaissant au Professeur **Abderrezak BEZAZI** de l'université 8 mai 1945 de Guelma et au Professeur **Hamid AKNOUCHE** de l'université M'hamed Bougara de Boumerdès pour m'avoir fait l'honneur d'accepter le rôle d'examinateur.

Je veux également remercier tous ceux qui m'ont enseigné, encadré et transmis des valeurs universitaires ainsi que tous les techniciens, ingénieurs et doctorants de l'IOMP que j'ai eu le plaisir de côtoyer pendant mes études.

Enfin je veux remercier particulièrement mon épouse ainsi que toute ma famille, belle-famille et mes amis pour leurs soutiens et leurs encouragements tout au long de ces travaux.

الي امي رحمها الله

الي ابي الذي طال انتظاره

## Sommaire

Sommaire .....	I
Liste des figures .....	VI
Liste des tableaux .....	XIII
Introduction générale .....	1
Chapitre 1 : Etude bibliographique .....	3
1.1 Historique .....	3
1.2 Définition .....	4
1.3 Matériaux constitutifs des structures sandwichs .....	5
1.3.1 Matériaux des peaux pour panneaux sandwichs .....	5
1.3.2 Matériaux pour l'âme des panneaux sandwichs .....	5
1.3.3 Matériaux pour l'interface des panneaux sandwichs .....	6
1.4 Fabrication des âmes en nid d'abeilles .....	7
1.4.1 Méthode d'expansion .....	7
1.4.2 Méthode de préondulation .....	7
1.5 Propriétés mécaniques des panneaux sandwichs .....	8
1.5.1 Types de matériaux .....	8
1.5.2 Propriétés mécaniques de l'âme .....	10
1.5.3 Propriétés mécaniques des peaux .....	11
1.6 Comportement mécanique des âmes en nid d'abeilles .....	11
1.6.1 Comportement élastique de l'âme avec le concept d'homogénéisation .....	11
1.6.2 Méthodes et modèles d'homogénéisation analytique .....	12
1.6.2.1 Modèles de Gibson .....	13
a) Propriétés dans le plan (x, y) .....	14
b) Calcul de $E_x$ .....	14
c) Calcul de $E_y$ .....	15
d) Calcul de $G_{xy}$ .....	18
e) Propriétés hors du plan (x,y) .....	19
f) Détermination du module $E_z$ .....	19
g) Détermination des coefficients de Poisson $\nu_{xz}, \nu_{yz}$ .....	20
h) Détermination des modules de cisaillement transverse $G_{yz}$ .....	20
i) Détermination de la borne supérieure : .....	21
j) Détermination de la borne inférieure : .....	22

1.6.2.2	Modèle de Burton et Noor .....	24
a)	Densité équivalente de l'âme .....	25
b)	Propriétés dans le plan (x, y) .....	25
c)	Propriétés hors du plan (x, y) .....	25
d)	Détermination de la borne supérieure et inférieure .....	25
1.6.3	Méthodes d'homogénéisation numérique .....	26
1.6.4	Comportement plastique de l'âme en nid d'abeilles sous chargement de compression. ....	27
1.7	Méthodes d'essais et de caractérisation des âmes en nid d'abeilles .....	29
1.7.1	Essai de compression .....	30
1.7.2	Essai de cisaillement .....	31
1.8	Sollicitations mécaniques et modes ruptures des panneaux sandwichs .....	32
1.8.1	Flambement généralisé des peaux .....	32
1.8.2	Rupture des peaux en traction ou en compression .....	33
1.8.3	Rupture par indentation locale .....	33
1.8.4	Rupture de l'âme par cisaillement .....	33
1.8.5	Flambement généralisé de l'âme ou « crimping » .....	34
1.8.6	Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling » .....	34
1.9	Conclusion .....	35
Chapitre 2 : Résultats de l'homogénéisation numérique et analytique des modules élastique de l'âme en nid d'abeilles .....		36
2.1	Introduction .....	36
2.2	Procédure d'homogénéisation numérique .....	37
2.2.1	Choix du VER de la structure en nid d'abeilles .....	37
2.2.2	Maillage du VER .....	38
2.2.3	Conditions aux limites du VER .....	39
2.2.3.1	Homogénéisation des propriétés $E_i$ et $\nu_{ij}$ .....	40
a)	Détermination du module $E_x$ .....	41
b)	Détermination du module $E_y$ .....	42
c)	Détermination du module $E_z$ .....	43
2.2.3.2	Homogénéisation des propriétés $G_{ij}$ .....	43
a)	Détermination du module $G_{xy}$ .....	44
b)	Détermination du module $G_{xz}$ .....	45
c)	Détermination du module $G_{yz}$ .....	45

2.3	Résultats de l'homogénéisation analytique et numérique des âmes en nid d'abeilles Nomex .....	46
2.3.1	Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation de l'épaisseur de paroi de cellule .....	47
2.3.2	Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation du diamètre de la cellule .....	50
2.4	Résultats de l'homogénéisation analytique et numérique des âmes en nid d'abeilles aluminium .....	55
2.4.1	Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation de l'épaisseur de paroi de cellule .....	55
2.4.2	Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation du diamètre de la cellule .....	60
2.4.3	Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation de l'angle de la cellule .....	64
2.5	Validation numérique et expérimentale du comportement en flexion .....	68
2.5.1	Essai expérimental de la flexion 3 points .....	68
2.5.2	Résultats expérimentaux de l'essai de flexion 3 points .....	69
2.5.3	Modélisation de l'essai de flexion 3 points avec une plaque sandwich .....	71
2.5.4	Résultats de la simulation de l'essai de flexion 3 points .....	73
2.5.5	Comparaison des résultats expérimentaux et numériques de l'essai de flexion trois points .....	74
2.6	Conclusion .....	76
	Chapitre 3 : Étude expérimentale du comportement en compression uniaxiale quasi statique et basse vitesse des âmes en nid d'abeilles .....	78
3.1	Introduction .....	78
3.2	Matériaux utilisés .....	78
3.3	Procédure expérimentale .....	80
3.4	Résultats et discussions des essais de compression quasi statique .....	81
3.4.1	Effet de la taille de l'échantillon .....	85
3.4.2	Effet du nombre de cellules .....	87
3.4.3	Effet de la densité .....	90
3.4.4	Effet du volume de l'échantillon .....	94
3.5	Conclusion .....	95
	Chapitre 4 : Étude expérimentale du comportement en compression dynamique des âmes en nid d'abeilles. ....	97
4.1	Introduction .....	97
4.2	Matériaux utilisés .....	97

---

4.3	Procédure expérimentale de l'essai de compression rapide et description du banc d'essai dynamique .....	97
4.3.1	Cellule d'effort .....	100
4.3.2	Photodiodes laser.....	100
4.3.3	Caméra rapide .....	101
4.3.4	Bai d'acquisition .....	101
4.4	Résultats de l'essais de compression rapide et interprétations .....	102
4.4.1	Résultats expérimentaux pour les échantillons en nid d'abeilles D 3.2 .....	102
4.4.1.1	Analyse du premier mode d'écrasement.....	105
4.4.1.2	Analyse du second mode d'écrasement.....	109
4.4.2	Synthèses des résultats et discussions .....	112
4.5	Procédure expérimentale de l'essai de compression à faible vitesse et description du banc d'essai à masse tombante .....	117
4.5.1	Cellule de force .....	118
4.5.2	Module d'acquisition MX440B .....	118
4.5.3	Système de mesure la vitesse d'impact .....	119
4.5.4	Caméra .....	119
4.6	Résultats de l'essai de compression à basse vitesse et interprétations .....	119
4.6.1	Résultats expérimentaux de la déformation .....	123
4.6.2	Effet de la vitesse d'impact et la hauteur de l'échantillon sur la déformation .	126
4.6.3	Effet de la taille de cellules sur la déformation .....	129
4.7	Conclusion .....	131
	Chapitre 5 : Modélisation numérique du comportement en compression quasi statique et dynamique .....	133
5.1	Introduction .....	133
5.2	Préparation du calcul .....	133
5.2.1	Modèle 3D de l'échantillon nid d'abeilles .....	133
5.2.2	Maillage du modèle 3D .....	135
5.2.3	Conditions aux limites et de contact.....	136
5.3	Modélisation de l'essai de compression quasi statique .....	137
5.3.1	Résultats de la modélisation statique implicite .....	138
5.3.2	Résultats de la modélisation explicites non linéaires .....	139
5.4	Modélisation de l'essai de compression dynamique .....	142
5.4.1	Résultats de la simulation dynamique .....	142
5.4.2	Comparaisons des résultats expérimentaux/numériques.....	146
5.4.2.1	Résultats du déplacement maximal .....	146

---

5.4.2.2 Résultats de la force plateau .....	149
5.5 Conclusion .....	150
Conclusion générale .....	152
Références .....	154
Annexes .....	161
A.1 Résultats de l'homogénéisations .....	161
A.2 Résultats de la compression statique .....	168
A.3 Résultats de la compression rapide sur le lanceur à gaz .....	169
A.4 Résultats de la compression rapide sur la tour de chute .....	179
A.5 Programme de génération du modèle 3D .....	182
A.6 Publications internationales .....	188
Résumé .....	189

## Liste des figures

Figure 1-1 : Structure sandwich à âme cellulaire en nids d'abeilles. ....	5
Figure 1-2 : Panneaux sandwichs à âme pleine (cellulaires). ....	6
Figure 1-3 : Panneaux sandwichs à âme creuse. ....	6
Figure 1-4 : Méthode d'expansion des âmes en nid d'abeilles. ....	7
Figure 1-5 : Méthode de préondulation des âmes en nid d'abeilles. ....	8
Figure 1-6 : Matrices de rigidités des différents types de matériaux. ....	9
Figure 1-7 : Vue en perspective du nid d'abeilles. ....	13
Figure 1-8 : Déformation des cellules par flexion sous une charge dirigée suivant $X_1$ . ....	14
Figure 1-9 : Déformation des cellules par flexion sous une charge dirigée suivant $X_2$ . ....	16
Figure 1-10: Déformation des cellules par flexion et rotation dans le plan $(X_1, X_2)$ . ....	18
Figure 1-11: Directions et plans principaux de la structure hexagonale d'un nid d'abeilles. ....	21
Figure 1-12: Géométrie d'un segment de cellule. ....	24
Figure 1-13: Courbe typique force vs déplacement quasi statique d'un matériau cellulaire. ....	27
Figure 1-14: Pliage progressif des parois de la cellule. ....	28
Figure 1-15: Machine d'essai dynamique. ....	30
Figure 1-16: Schéma du test de compression. ....	31
Figure 1-17: Schéma du test de cisaillement. ....	31
Figure 1-18: Différentes sollicitations des panneaux sandwichs. ....	32
Figure 1-19: Flambement généralisé des peaux. ....	32
Figure 1-20: Rupture des peaux en traction ou en compression. ....	33
Figure 1-21: Rupture par indentation locale. ....	33
Figure 1-22: Rupture de l'âme par cisaillement. ....	34
Figure 1-23: Flambement généralisé de l'âme ou « crimping ». ....	34
Figure 1-24: Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling ». ....	35
Figure 2-1: Paramètres géométriques d'une structure en nid d'abeilles. ....	36
Figure 2-2 : Direction nombre de cellules. ....	37
Figure 2-3: Convergence des nombres de cellules pour ABAQUS. ....	38
Figure 2-4: Convergence des nombres de cellules pour ANSYS. ....	38
Figure 2-5: VER du nid d'abeilles. ....	39
Figure 2-6: Maillage d'une cellule. ....	39
Figure 2-7: Convergence du maillage. ....	39
Figure 2-8 : Faces et maillage de nid d'abeilles. ....	40
Figure 2-9: Déformée du VER pour une sollicitation de la traction suivant la direction X. ....	41
Figure 2-10: Déformée après simulation de la traction suivant Y. ....	42
Figure 2-11: Déformée pour un déplacement imposé suivant l'axe Z. ....	43
Figure 2-12: Déformée du VER due au cisaillement dans le plan XY. ....	44
Figure 2-13: Déformée du VER en cisaillement dans le plan XZ. ....	45
Figure 2-14: Déformée en cisaillement dans le plan YZ. ....	46
Figure 2-15: Variation des modules d'élasticité $E_x$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60 $\mu\text{m}$ à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. ....	47
Figure 2-16: Variation des modules d'élasticité $E_y$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60 $\mu\text{m}$ à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. ....	47
Figure 2-17: Variation des modules d'élasticité $E_z$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60 $\mu\text{m}$ à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. ....	48
Figure 2-18: Erreur relative entre les modules d'élasticité E analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60 $\mu\text{m}$ à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. ....	48
Figure 2-19: Variation des modules de cisaillement $G_{xy}$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60 $\mu\text{m}$ à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. ....	49

Figure 2-20: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 49

Figure 2-21: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 50

Figure 2-22 : Erreur relative entre les modules de cisaillement G analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. .... 50

Figure 2-23: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 51

Figure 2-24: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 51

Figure 2-25: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 52

Figure 2-26: Erreur relative entre les modules d'élasticités E analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. . 52

Figure 2-27: Variation des modules de cisaillement  $G_{xy}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 53

Figure 2-28: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 53

Figure 2-29: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex..... 54

Figure 2-30: Erreur relative entre les modules de cisaillement G analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex. . 54

Figure 2-31: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. .... 56

Figure 2-32: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. 56

Figure 2-33: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. 57

Figure 2-34: Erreur relative entre les modules d'élasticité E analytique (Gibson) et numérique ANSYS en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. .... 57

Figure 2-35: Variation des modules de cisaillement  $G_{xy}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. 58

Figure 2-36: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. 58

Figure 2-37: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. 59

Figure 2-38 : Erreur relative entre les modules de cisaillement G analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium..... 59

Figure 2-39: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. .... 60

Figure 2-40: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. .... 60

Figure 2-41: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. .... 61

Figure 2-42: Erreur relative entre les modules d'élasticité E analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. .... 61

Figure 2-43: Variation des modules de cisaillement $G_{xy}$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	62
Figure 2-44: Variation des modules de cisaillement $G_{xz}$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	62
Figure 2-45: Variation des modules de cisaillement $G_{yz}$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	63
Figure 2-46: Erreur relative entre les modules de cisaillement $G$ analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	63
Figure 2-47: Variation des modules d'élasticité $E_x$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	64
Figure 2-48: Variation des modules d'élasticité $E_y$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	64
Figure 2-49: Variation des modules d'élasticité $E_z$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	65
Figure 2-50: Erreur relative entre les modules d'élasticité $E$ analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	65
Figure 2-51: Variation des modules de cisaillement $G_{xy}$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	66
Figure 2-52: Variation des modules de cisaillement $G_{xz}$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	66
Figure 2-53: Variation des modules de cisaillement $G_{yz}$ obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	67
Figure 2-54: Erreur relative entre les modules de cisaillement $G$ analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium. ....	67
Figure 2-55 : Dispositif de l'essai de flexion 3 points.....	68
Figure 2-56 : Schéma de l'essai de flexion en trois points et de la géométrie du panneau sandwich....	69
Figure 2-57 : Courbe d'essai de flexion 3 points pour $L=300$ mm du sandwich Alu-Alu $29 \text{ kg/m}^3$ . ....	70
Figure 2-58 : Courbe d'essai de flexion 3 points pour $L=300$ mm du sandwich Alu-Alu $82 \text{ kg/m}^3$ . ....	70
Figure 2-59 : Courbe d'essai de flexion 3 points pour $L=300$ mm du sandwich Alu-Alu $130 \text{ kg/m}^3$ . ...	71
Figure 2-60 : Principe de l'essai de flexion trois points sur un panneau sandwich. ....	71
Figure 2-61 : Maillage du panneau sandwich.....	72
Figure 2-62 : Conditions aux limites appliquées au panneau sandwich. ....	73
Figure 2-63: Résultats graphiques de la déformation du panneau sandwich pour $L=300$ mm. ....	73
Figure 2-64: Comparaison des résultats de la modélisation numérique et de l'expérimental (charge/flèche) pour la distance entre appuis de $L=300$ mm.....	75
Figure 2-65: Erreur relative entre les résultats de la modélisation numérique et de l'expérimental (charge/flèche) pour la distance entre appuis de $L=300$ mm.....	76
Figure 3-1: Courbe type contrainte-déformation de l'aluminium H3003. ....	79
Figure 3-2: Spécimens en aluminium H3003. ....	80
Figure 3-3: Guidage des plateaux de compression. ....	81
Figure 3-4: Montage expérimental. ....	81
Figure 3-5: Courbe d'écrasement typique d'une âme en nid d'abeilles lors du test de compression quasi statique. ....	82
Figure 3-6: Différentes courbes d'écrasement d'une âme en nid d'abeilles D 6.4 $30 \times 30 \times 20$ lors du test de compression quasi statique. ....	82
Figure 3-7: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles à différents stades d'écrasement correspondant aux points numérotés sur la courbe d'essai de la figure 3-5. ....	83
Figure 3-8: Courbe force-déplacement pour différents échantillons nid d'abeilles D 3.2 mm lors du test de compression quasi statique. ....	83

Figure 3-9: Courbe force-déplacement pour différents échantillons nid d'abeilles D 6.4 mm lors du test de compression quasi statique. ....	84
Figure 3-10: Courbe force-déplacement pour différents échantillons nid d'abeilles D 9.6 mm lors du test de compression quasi statique. ....	84
Figure 3-11: Diagramme de l'énergie absorbée des âmes en nid d'abeilles en fonction de la taille des échantillons pour H=10 mm et H=20 mm. ....	87
Figure 3-12: Géométries des cellules nid d'abeilles. ....	88
Figure 3-13: Courbe de la force d'écrasement par rapport au nombre de cellules pour ECM 3.2-130. ....	89
Figure 3-14: Courbe de la force d'écrasement par rapport au nombre de cellules pour ECM 6.4-82. ...	89
Figure 3-15: Courbe de la force d'écrasement par rapport au nombre de cellules pour ECM 9.6-55. ...	90
Figure 3-16: Courbes force-déplacement pour l'échantillon de taille 50×50 avec différentes densités de l'âme en nid d'abeilles. ....	90
Figure 3-17: Courbes force déplacement pour l'échantillon de taille 40×40 avec. ....	91
Figure 3-18: Courbes force déplacement pour l'échantillon de taille 30×30 avec. ....	91
Figure 3-19: Courbe de la force d'écrasement par rapport à la densité du nid d'abeilles pour les échantillons de taille 30×30. ....	92
Figure 3-20: Courbe de la force d'écrasement par rapport à la densité du nid d'abeilles pour les échantillons de taille 40×40. ....	92
Figure 3-21: Courbe de la force d'écrasement par rapport à la densité du nid d'abeilles pour les échantillons de taille 50×50. ....	93
Figure 3-22: Variation de l'énergie absorbée en fonction du volume de l'échantillon. ....	95
Figure 4-1: Schéma du montage expérimental du banc d'essai dynamique. ....	98
Figure 4-2: Montage expérimental du banc d'essai dynamique. ....	98
Figure 4-3: Projectile. ....	99
Figure 4-4: Évolution de la vitesse du projectile mesurée en fonction de la pression du réservoir d'air comprimé du lanceur à gaz. ....	99
Figure 4-5: Cellule d'effort. ....	100
Figure 4-6: Photodiodes laser. ....	101
Figure 4-7: Caméra rapide. ....	101
Figure 4-8: Baie d'acquisition. ....	102
Figure 4-9: Force d'écrasement en fonction du temps, V=11.1 m/s. ....	103
Figure 4-10: Force d'écrasement en fonction du temps, V=15.24 m/s. ....	103
Figure 4-11: Force d'écrasement en fonction du temps, V=20.01 m/s. ....	104
Figure 4-12: Force d'écrasement en fonction du temps, V (photo diode) = 24.01 m/s. ....	104
Figure 4-13: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 3.2 30×30×20 (Vitesse du projectile V=11.1 m/s). ....	105
Figure 4-14: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D 3.2 30×30 H20 à différents stades d'écrasement, V=11.1 m/s. ....	106
Figure 4-15: Vitesse du projectile en fonction du temps. ....	107
Figure 4-16: Déplacement du projectile en fonction du temps. ....	108
Figure 4-17: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 3.2 30×30×20 (Vitesse du projectile V=11.1 m/s). ....	109
Figure 4-18: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 3.2 30×30×20 (Vitesse du projectile V=24.2 m/s). ....	109
Figure 4-19: Séquences des photographies des cellules en nid d'abeilles D 3.2 30×30 h20 à différents stades d'écrasement, V=24.2 m/s. ....	110
Figure 4-20: Vitesse du projectile en fonction du temps. ....	110
Figure 4-21: Trajectoire du projectile en fonction du temps. ....	111
Figure 4-22: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 3.2 30×30×20 (Vitesse du projectile V=24.2 m/s). ....	112
Figure 4-23: Force d'écrasement en fonction du déplacement. ....	113

Figure 4-24: Force plateau en fonction des vitesses.....	114
Figure 4-25: Énergie absorbée en fonction des vitesses.....	115
Figure 4-26: Déplacement en fonction des vitesses.....	116
Figure 4-27: Montage expérimental.....	117
Figure 4-28: Schéma du montage expérimental.....	118
Figure 4-29: Cellule de force.....	118
Figure 4-30: Module d'acquisition MX440B.....	119
Figure 4-31: Dispositif de mesure de la vitesse Photogate.....	119
Figure 4-32: Force d'écrasement en fonction du temps pour le nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 (Vitesse du projectile V=4.175 m/s).....	120
Figure 4-33: Force d'écrasement en fonction du temps pour le nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 (Vitesse du projectile V=2.273 m/s).....	120
Figure 4-34: Force d'écrasement en fonction du temps pour le nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 (Vitesse du projectile V=3.345 m/s).....	121
Figure 4-35: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 avant l'essai.....	122
Figure 4-36: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 après écrasement (Vitesse du projectile V=2.273 m/s).....	122
Figure 4-37: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 après écrasement (Vitesse du projectile V=3.345 m/s).....	122
Figure 4-38: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 après écrasement (Vitesse du projectile V=4.175 m/s).....	122
Figure 4-39: Déformation en fonction de la vitesse pour différentes tailles d'échantillons et un diamètre de cellule de 3.2 mm.....	126
Figure 4-40: Déformation en fonction de la vitesse pour différentes tailles d'échantillons et un diamètre de cellule de 6.4 mm.....	126
Figure 4-41: Déformation en fonction de la vitesse pour différentes tailles d'échantillons et un diamètre de cellule de 9.6 mm.....	127
Figure 4-42: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et les vitesses d'impact (ECM 3.2-130).....	127
Figure 4-43: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et les vitesses d'impact (ECM 6.4-82).....	128
Figure 4-44: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et les vitesses d'impact (ECM 9.6-55).....	129
Figure 4-45: Déformation en fonction du diamètre de cellules et une vitesse d'impact de 4.175 m/s.....	129
Figure 4-46: Déformation en fonction du diamètre de cellules et une vitesse d'impact de 3.345 m/s.....	130
Figure 4-47: Déformation en fonction du diamètre de cellules et une vitesse d'impact de 2.273 m/s.....	130
Figure 5-1: Digramme du programme.....	134
Figure 5-2: Modèles 3D de l'échantillon nid d'abeilles D 3.2.....	134
Figure 5-3: Maillage utilisé pour le modèle 3D.....	135
Figure 5-4: Convergence du maillage.....	135
Figure 5-5: Modèle 3D de l'échantillon et des plateaux de compression.....	136
Figure 5-6: Conditions de contact.....	137
Figure 5-7: Conditions aux limites.....	137
Figure 5-8: Résultats graphiques de la simulation.....	138
Figure 5-9: Courbe charge-temps numérique (implicite) pour l'échantillon 30×30×10 D 6.4.....	139
Figure 5-10: Courbe charge-temps numérique (implicite) pour l'échantillon 30×30×10 D 6.4.....	140
Figure 5-11: Résultats graphiques de la simulation.....	140
Figure 5-12: Comparaison de la courbe charge-déplacement numérique et expérimentale pour l'échantillon 30×30×10 D 6.4.....	141
Figure 5-13: Comparaison visuelle des étapes d'écrasement de l'âme en nid d'abeilles entre le modèle numérique et les résultats expérimentaux.....	141

Figure 5-14: Force d'écrasement en fonction du déplacement pour l'échantillon D 3.2 30×30×20 avec différentes vitesses d'impact. ....	142
Figure 5-15: Force d'écrasement en fonction du déplacement pour l'échantillon D 6.4 30×30×20 avec différentes vitesses d'impact. ....	143
Figure 5-16: Force d'écrasement en fonction du déplacement pour l'échantillon D 9.6 30×30×20 avec différentes vitesses d'impact. ....	143
Figure 5-17: Résultats graphiques de la déformation (V1= 11.1 m/s) D 3.2 30×30×20. ....	144
Figure 5-18: Résultats graphiques de la déformation (V2= 14.2 m/s) D 3.2 30×30×20. ....	144
Figure 5-19: Résultats graphiques de la déformation (V3= 20.3 m/s) D 3.2 30×30×20. ....	144
Figure 5-20: Résultats graphiques de la déformation (V4= 24.2 m/s) D 3.2 30×30×20. ....	144
Figure 5-21: Résultats graphiques de la déformation (V1= 11.1 m/s) D 6.4 30×30×20. ....	145
Figure 5-22: Résultats graphiques de la déformation (V2= 14.2 m/s) D 6.4 30×30×20. ....	145
Figure 5-23: Résultats graphiques de la déformation (V3= 16.2 m/s) D 6.4 30×30×20. ....	145
Figure 5-24: Résultats graphiques de la déformation (V1= 6.95 m/s) D 9.6 30×30×20. ....	145
Figure 5-25: Résultats graphiques de la déformation (V1= 9.75 m/s) D 9.6 30×30×20. ....	146
Figure 5-26: Résultats graphiques de la déformation (V1= 9.75 m/s) D 9.6 30×30×20. ....	146
Figure 5-27: Déplacement maximal de l'échantillon nid d'abeilles. ....	146
Figure 5-28: Déplacement maximal (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20. ....	147
Figure 5-29: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20. ....	147
Figure 5-30: Déplacement maximal (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20. ....	148
Figure 5-31: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20. ....	148
Figure 5-32: Déplacement maximal (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20. ....	148
Figure 5-33: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20. ....	148
Figure 5-34: Force plateau (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20. ....	149
Figure 5-35: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20. ....	149
Figure 5-36: Force plateau (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20. ....	150
Figure 5-37: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20. ....	150
Figure 5-38: Force plateau (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20. ....	150
Figure 5-39: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20. ....	150

**Liste des figures de l'annexe**

Figure A-1: Force d'écrasement en fonction du temps pour les échantillons D 9.6 mm (vitesse projectile V=7 m/s) pression =0.55 bar. ....	169
Figure A-2: Force d'écrasement en fonction du temps pour les échantillons D 9.6 mm (vitesse projectile V=11.4 m/s) pression =0.53 bar. ....	169
Figure A-3: Force d'écrasement en fonction du temps pour les échantillons D 9.6 mm (vitesse projectile V=12.45 m/s) pression =0.55 bar. ....	169

Figure A-4: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 9.6 30×30×20 (Vitesse 7 m/s pression =0.5 bar).....	170
Figure A-5 : Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D6.4 30×30 H20 à différents stades d'écrasement (Vitesse 7 m/s pression =0.5 bar).....	170
Figure A-6: Vitesse du projectile en fonction du temps.....	171
Figure A-7: Trajectoire du projectile en fonction du temps.....	171
Figure A-8: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 9.6 30×30×20 (Vitesse du projectile V=7 m/s).....	171
Figure A-9: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 9.6 30×30 H20 (Vitesse 11 m/s pression =0.55 bar).....	172
Figure A-10: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D9.6 30×30 H20 à différents stades d'écrasement (Vitesse 11 m/s pression =0.55 bar).....	172
Figure A-11: Vitesse du projectile en fonction du temps.....	173
Figure A-12: Trajectoire du projectile en fonction du temps.....	173
Figure A-13: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 9.6 30×30×20 (Vitesse du projectile V=11 m/s).....	173
Figure A-14: Force d'écrasement en fonction du temps, V=11.2 m/s pression =0.55 bar.....	174
Figure A-15: Force d'écrasement en fonction du temps, V=14.74 m/s pression =0.6 bar.....	174
Figure A-16: Force d'écrasement en fonction du temps, V=16.54 m/s pression =0.65 bar.....	174
Figure A-17: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 6.4 30×30×20 (Vitesse du projectile V=11.2 m/s).....	175
Figure A-18: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D6.4 30×30 H20 à différents stades d'écrasement, V=11.1 m/s (P=0.55 bar).....	175
Figure A-19: Vitesse du projectile en fonction du temps.....	176
Figure A-20: Trajectoire du projectile en fonction du temps.....	176
Figure A-21: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 6.4 30×30×20 (Vitesse du projectile V=11.2 m/s).....	176
Figure A-22: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 6.4 30×30×20 (Vitesse 16.11 m/s pression =0.65 bar).....	177
Figure A-23: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D6.4 30×30 H20 à différents stades d'écrasement (Vitesse 16.11 m/s pression =0.65 bar).....	177
Figure A-24: Vitesse du projectile en fonction du temps.....	178
Figure A-25: Trajectoire du projectile en fonction du temps.....	178
Figure A-26: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 6.4 30×30×20 (Vitesse du projectile V=11.2 m/s).....	178

**Liste des tableaux**

Tableau 1-1: Méthodes d'essai ASTM. ....	29
Tableau 2-1: Conditions aux limites utilisées lors de la simulation. ....	40
Tableau 2-2: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction X. ....	41
Tableau 2-3: Conditions aux limites secondaires pour une traction suivant la direction X. ....	41
Tableau 2-4: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction Y. ....	42
Tableau 2-5: Conditions aux limites secondaires pour une traction suivant la direction Y. ....	42
Tableau 2-6: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction Z. ....	43
Tableau 2-7: Conditions aux limites secondaires pour une traction suivant la direction Z. ....	43
Tableau 2-8: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction X. ....	44
Tableau 2-9: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction X. ....	45
Tableau 2-10: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction Y. ....	45
Tableau 2-11: Dimensions des éprouvettes testées. ....	69
Tableau 2-12: Propriétés mécaniques du nid d'abeilles en aluminium. ....	69
Tableau 2-13: Caractéristiques mécaniques des peaux. ....	72
Tableau 2-14: Caractéristiques mécaniques homogénéisées des panneaux sandwichs. ....	72
Tableau 2-15: Flèche obtenue numériquement est expérimentalement pour les panneaux sandwichs, 29 kg/m <sup>3</sup> et une distance entre appuis de 300 mm. ....	74
Tableau 2-16: Flèche obtenue numériquement est expérimentalement pour les panneaux sandwichs, 82 kg/m <sup>3</sup> et une distance entre appuis de 300 mm. ....	74
Tableau 2-17: Flèche obtenue numériquement est expérimentalement pour les panneaux sandwichs, 130 kg/m <sup>3</sup> et une distance entre appuis de 300 mm. ....	74
Tableau 3-1: propriété mécanique de l'aluminium H3003. ....	78
Tableau 3-2: Dimension des spécimens. ....	79
Tableau 3-3: Propriétés mécaniques du nid d'abeilles en aluminium. ....	80
Tableau 3-4: Force moyenne d'écrasement de l'âme en nid d'abeilles. ....	85
Tableau 3-5: Force plateau moyenne et énergie absorbée des échantillons en nid d'abeilles. ....	87
Tableau 3-6: Force d'écrasement par nombre de cellules. ....	88
Tableau 3-7: Force d'écrasement par densité de l'âme en nid d'abeilles. ....	93
Tableau 3-8: Énergie absorbée par volume de l'échantillon. ....	94
Tableau 4-1: Vitesse du projectile mesurée en fonction de la pression du réservoir d'air comprimé. ..	99
Tableau 4-2: Valeurs de la force plateau, de l'énergie absorbée et du déplacement pour différentes vitesses d'impact et différant échantillons nid d'abeilles. ....	113
Tableau 4-3: Vitesse et énergie du projectile (p = 6.02 Kg) en fonction de la hauteur. ....	117
Tableau 4-4: Déformations moyennes des échantillons en nid d'abeilles D 3.2. ....	123
Tableau 4-5: Déformations moyennes des échantillons en nid d'abeilles D 6.4. ....	124
Tableau 4-6: Déformations moyennes des échantillons en nid d'abeilles D 9.6. ....	125
Tableau 4-7: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et la vitesse d'impact. ....	128
Tableau 4-8: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et le diamètre des cellules. ....	131
Tableau 5-1: Condition aux limites du modèle. ....	136
Tableau 5-2: Force moyenne d'écrasement de l'âme en nid d'abeilles. ....	139
Tableau 5-3: Vitesse du projectile lors de l'essai expérimental. ....	142
Tableau 5-4: Résultats expérimentaux et numériques du déplacement maximal. ....	147
Tableau 5-5: Résultats expérimentaux et numériques de la force plateau. ....	149

**Liste des tableaux de l'annexe**

Tableau A-1: Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi. .... 161

Tableau A-2 : Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi..... 161

Tableau A-3 : Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule. .... 162

Tableau A-4 Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule..... 163

Tableau A-5: Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi. .... 164

Tableau A-6 : Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi..... 164

Tableau A-7 : Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule. .... 165

Tableau A-8 : Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule..... 166

Tableau A-9 : Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'angle de cellule. .... 167

Tableau A-10: Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'angle de cellule. .... 167

## Introduction générale

Dans le domaine des matériaux sandwichs à âme en nid d'abeilles, les exigences de performances ont conduit à la recherche, et le développement de matériaux présentant des propriétés mécaniques spécifiques, car les technologies modernes exigent que l'on utilise des matériaux à la hauteur de leur emploi. Pour cela, les matériaux en nid d'abeilles sont largement utilisés dans divers domaines stratégiques tels que l'aéronautique, l'aérospatiale, le naval et le ferroviaire. L'utilisation fréquente des âmes en nid d'abeilles est justifiée par leurs faibles densités, leurs grandes résistances et une rigidité importante et aussi une excellente durabilité. Cependant la plus importante caractéristique de ces matériaux concerne leurs capacités d'absorption d'énergie en compression statique et dynamique.

De nombreux travaux ont été développés et se poursuivent sur les matériaux en nid d'abeilles dans le but de maîtriser leurs comportements dans des environnements spécifiques. L'objectif de notre travail de recherche est l'étude expérimentale et numérique du comportement en compression de l'âme en nid d'abeilles dans les domaines élastique et plastique avec des chargements statiques et dynamiques (quasi statique, base vitesse et grande vitesse). Cette étude réalisée sur différentes configurations de nid d'abeilles en aluminium et en fibres d'aramide, nous a permis d'évaluer plusieurs paramètres caractérisant les âmes en nid d'abeilles comme la charge critique maximale, la charge plateau et la capacité d'absorption d'énergie ainsi que les mécanismes d'endommagement de ces structures.

En parallèle, une étude numérique par éléments finis en utilisant les codes de calcul Abaqus et Ansys a été réalisée. Plusieurs méthodes de modélisation ont été appliquées pour prédire le comportement mécanique en compression statique et dynamique des matériaux à âme en nid d'abeilles dans les domaines élastiques et plastiques pour différentes vitesses de chargement. Les résultats des modélisations numériques ont été corrélés et validés avec les résultats expérimentaux.

Afin de présenter notre travail, ce manuscrit est composé de cinq chapitres.

Le premier chapitre constitue un rappel bibliographique concernant les matériaux à âme en nid d'abeilles ainsi que leurs propriétés mécaniques, et leurs méthodes d'homogénéisations et de caractérisation expérimentales, numériques et analytiques.

Le deuxième chapitre est consacré à la détermination des propriétés mécaniques ( $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ) en fonction de la variation des paramètres géométrique des cellules en nid d'abeilles.

Deux méthodes d'homogénéisations, l'une analytique et l'autre numérique ont été appliquées. Les résultats obtenus numériquement et analytiquement ont été validés par des résultats expérimentaux obtenus par des essais de flexion 3 points.

Le troisième chapitre présente l'étude expérimentale sur le comportement mécanique du nid d'abeilles en compression uniaxiale quasi statique. Nous avons étudié l'influence de différentes configurations géométriques des cellules et des échantillons en nid d'abeilles en aluminium sur la charge critique maximale, la déformation, la charge plateau et l'énergie absorbée par les cellules.

Le quatrième chapitre aborde l'étude expérimentale dynamique en compression du nid d'abeilles en aluminium pour les moyennes et haute vitesse de compression. Cette étude a été menée à l'aide d'une tour de chute munie d'une masse tombante pour les vitesses moyennes d'écrasement et un lanceur à gaz équipé d'un projectile plat pour les hautes vitesses d'écrasement.

Le cinquième chapitre présente la modélisation et la simulation numérique par éléments finis des essais d'écrasement statique et dynamique du matériau cellulaire en nid d'abeilles. Les résultats issus de la modélisation telle que la charge critique maximale d'écrasement, la charge plateau et l'énergie absorbée par les cellules ont été corrélés et validés avec les résultats expérimentaux obtenus.

Enfin, les diverses synthèses des résultats obtenus lors de ce travail sont reprises dans la conclusion.

## Chapitre 1 : Étude bibliographique

### 1.1 Historique

L'âme en nid d'abeilles est le composant principal des matériaux sandwichs. Le concept des âmes en nid d'abeilles est très répandu dans la nature. Les branches d'un arbre ou les os d'un squelette sont certainement de bons exemples, d'autre part, la structure cellulaire ressemble beaucoup au nid de l'abeille trouvé dans la nature, d'où il tire son nom. Il peut être fabriqué à partir de n'importe quel matériau plat et fin, et dans le passé, plus de 500 types différents de nids d'abeilles ont été fabriqués. Le nid d'abeilles en papier a été fabriqué pour la première fois il y a environ 2000 ans par les Chinois, qui l'ont utilisé pour des ornements et non pas structurellement tel qu'il est aujourd'hui. Ces structures répondent, naturellement, à un principe d'optimisation structurelle : usage minimum de matière pour des performances maximales. Historiquement, l'utilisation du concept de la construction type sandwich revient à Fairbairn en Angleterre en 1849. En 1924, Von T. Karman et P. Stock ont breveté un avion planeur avec un fuselage en sandwich. En suivant son prédécesseur Von Karman, Mautner a conçu un avion ayant des éléments sandwichs dans la structure des ailes. Toujours en Angleterre, la construction du sandwich a été utilisée pour la première fois dans la conception du bombardier de nuit « Mosquito » durant la Seconde Guerre mondiale. En 1943, Wright et Patterson ont conçu et ont fabriqué le fuselage du BT-15 en sandwich. Ils ont utilisé du polyester renforcé de fibre de verre comme matériau pour les faces associées à une âme en nids d'abeilles. Le sandwich avec une combinaison métal-bois a été utilisé pour la première fois dans les panneaux du plus vieux Fokker (F27) dont les éléments en sandwich avaient une âme en balsa et des faces en aluminium. L'usage du matériau sandwich dans le projet Apollo, qui a débarqué avec succès sur la lune en 1969, a montré et mis au jour les grandes possibilités offertes par les structures sandwichs dans le champ aérospatial.

Avec l'aide de cette nouvelle technologie, il a été possible de construire la capsule Apollo légère et capable de supporter les accélérations importantes subies par la structure pendant la phase de lancement. Les applications des composites pour de grandes structures comme celle de l'Airbus ont commencé par la conception du A310. Ce dernier est le premier avion de la flotte à s'être équipé d'un gouvernail en sandwich avec une âme en nid d'abeilles. En 1992, Bitzer a donné une excellente vue d'ensemble des matériaux en nids d'abeilles et leurs applications. Il a montré que les matériaux sandwichs avec une âme en nids d'abeilles sont utilisés dans au moins un

avion à moteur sur deux et que l'utilisation des matériaux sandwichs qui était seulement de 8 % de la surface mouillée du Boeing 707 est passé à 46 % dans le Boeing 757/767.

La marine nationale des États unis utilise des panneaux sandwichs dans la construction de cloisons de bateaux pour réduire le poids au-dessus de la ligne de flottaison. La marine royale suédoise est la première à avoir utilisé les sandwichs dans la conception de l'ensemble de ces bateaux. De la même façon, la Marine royale australienne utilise des matériaux composites en sandwich avec une âme en mousse à haute performance dans la construction de ces destroyers. Depuis 1980, les matériaux sandwichs sont utilisés dans les wagons de trains et dans les structures des locomotives comme la XPT en Australie, les locomotives ETR 500 en Italie, le TGV français et la locomotive 2000 en suisse. Le critère de conception majeur est la résistance à la pression subie pendant la traversée de deux trains de grande vitesse dans un tunnel. Au Japon, les trains Nozomi 500 utilisent un sandwich avec une âme en nid d'abeilles comme structure porteuse. En 1995, Starlinger et Reif ont appliqué cette technique pour les autobus. En Europe, COBRAE (Composite Bridge Alliance Europe) a été fondée pour mener et encourager la construction de ponts en matériaux composites dans l'Union européenne. Un autre usage majeur des matériaux composites sandwichs, pendant la dernière décennie, est les éoliennes.

Le futur de la construction en matériaux cellulaire semble en effet clair. Le matériau cellulaire constituera la structure de base pour l'industrie spatiale, aéronautique et navale où il sera utilisé de plus en plus [1, 2].

## 1.2 Définition

Le panneau sandwich typique comme illustré dans la figure 1-1 se compose de deux couches minces et rigides, formants les peaux, collées sur un noyau épais, léger appelé l'âme.

Le rôle des peaux est de supporter les charges dans le plan et le rôle principal de l'âme est de maintenir la distance respectueuse entre les peaux, de ce fait il assure une grande rigidité à la flexion avec un faible poids. Une tâche additionnelle de l'âme est la reprise des forces transversales et l'absorption d'énergie. Les structures en nid d'abeilles consistent en un ensemble de cellules ouvertes, formées à partir de très minces feuilles de matériau liées les unes aux autres. Habituellement, les cellules forment des hexagones [2-7].

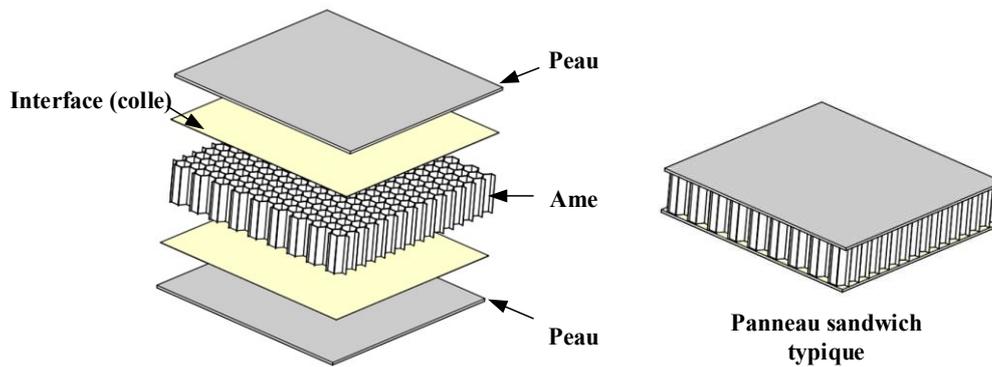


Figure 1-1 : Structure sandwich à âme cellulaire en nids d'abeilles.

### 1.3 Matériaux constitutifs des structures sandwichs

Il existe plusieurs combinaisons de matériaux pour l'âme et pour les peaux suivant les domaines d'utilisation. Il est donc important pour des structures sandwichs de choisir les matériaux constitutifs en faisant un compromis entre la résistance mécanique et la densité [8, 9].

#### 1.3.1 Matériaux des peaux pour panneaux sandwichs

Généralement de faibles épaisseurs, les peaux sont constituées de tout matériau pouvant être obtenu sous forme de couche. Le choix de la nature des peaux s'effectue principalement en fonction des performances mécaniques exigées. Mais généralement, une rigidité élevée et une excellente résistance à la compression et à la tension sont les principales qualités recherchées. Le choix des matériaux utilisés dans les panneaux sandwichs est conditionné par leurs utilisations :

- Structures moyennes et hautes performances : on utilise des stratifiés à matrice therm durcissable (polyesters insaturés, époxydes ou thermoplastique polypropylène...) et d'un renfort fibreux en tissu de verre et de carbone ou d'aramide.
- Structures portantes : on utilise des feuilles métalliques (aluminium, acier).
- Structures de faibles à moyennes performances : on utilise du bois, laminé, stratifié, contre-plaqué.

#### 1.3.2 Matériaux pour l'âme des panneaux sandwichs

En général, c'est le matériau de l'âme qui permet de classer les différentes structures sandwichs. De densité faible, l'âme a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement. Les matériaux de l'âme les plus couramment utilisés se présentent principalement sous deux formes [10] :

- Les âmes pleines parmi lesquelles on retrouve le balsa (ou bois cellulaire), diverses mousses, des résines chargées de microsphères creuses de verres (mousses syntactiques), figure 1-2.

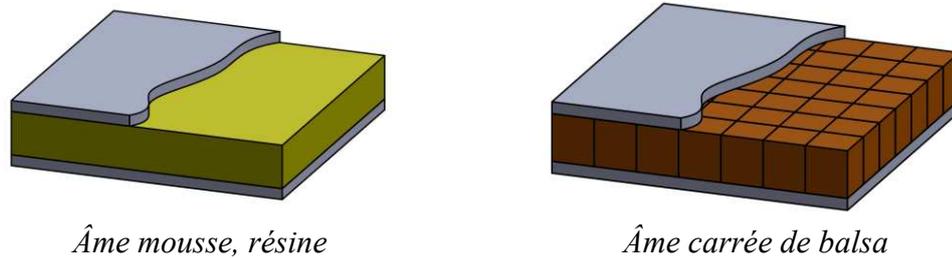


Figure 1-2 : Panneaux sandwichs à âme pleine (cellulaires).

- Les âmes creuses (cellulaires), essentiellement ce sont les nids d'abeilles qui sont couramment utilisés ils sont constitués généralement de l'aluminium [11], d'autres matériaux sont aussi utilisés comme les papiers kraft (enduit ou non de résine), les fibres aramides (type papier NOMEX), il existe d'autres géométries pour les matériaux cellulaires comme les géométries en treillis (maillages métalliques) et aussi les gaufrages (figure 1-3) [12].

Parmi les âmes les plus utilisées, citons celles en nid d'abeilles, en mousse et en bois de balsa.

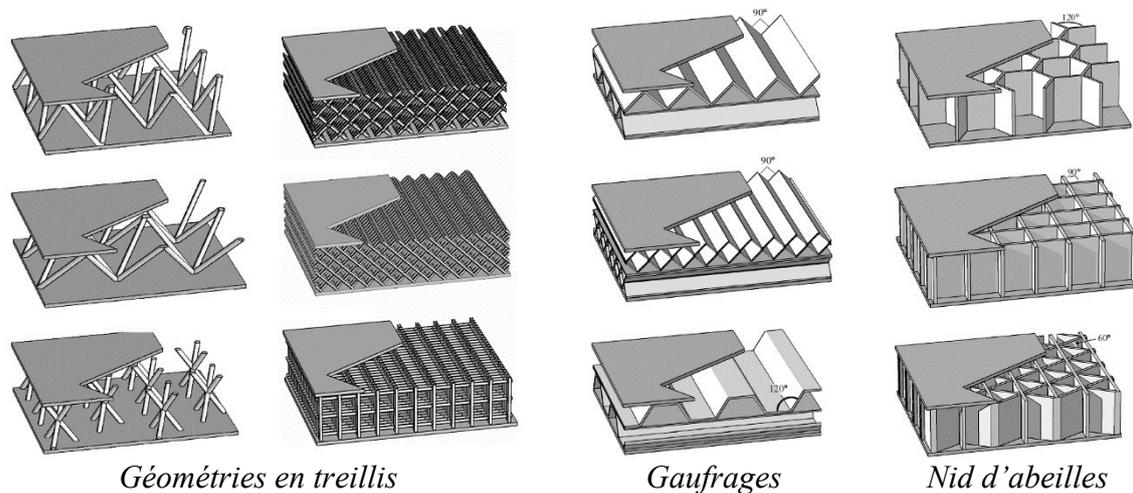


Figure 1-3 : Panneaux sandwichs à âme creuse.

### 1.3.3 Matériaux pour l'interface des panneaux sandwichs

L'interface, dont l'importance est cruciale, forme la liaison entre l'âme et les peaux. Cette liaison doit être continue et sans porosité et d'épaisseur constante avec une capacité à s'opposer à la déformation afin de transmettre des sollicitations mécaniques. Mais, aussi elle doit être

élastique pour absorber et atténuer les impacts. En réalité, l'épaisseur de l'adhésif est limitée entre 0.025 et 0.2 mm [13]. On peut aussi trouver l'assemblage par soudage ou par brasage.

#### 1.4 Fabrication des âmes en nid d'abeilles

Les âmes en nid d'abeilles peuvent être réalisées de quatre façons [2]: le collage, le soudage par résistance, le brasage, le soudage par diffusion et la fusion thermique. La plus évidente est de former un matériau en feuille dans un moule demi-hexagonal et coller les plaques ondulées ensemble. Le procédé le plus commun pour la fabrication des âmes en nid d'abeilles est la liaison adhésive ; jusqu'à 95 % des âmes en nid d'abeilles sont fabriquées de cette façon. Le soudage par résistance, le brasage ou le collage par diffusion ne sont utilisés que sur des âmes utilisées dans des températures élevées ou des conditions environnementales extrêmes. Il existe deux techniques de base utilisées pour transformer la matière en feuille en nid d'abeilles : le processus d'expansion et le processus d'ondulation.

##### 1.4.1 Méthode d'expansion

Le processus d'expansion (figure 1-4) consiste à appliquer une série de bandes d'adhésif sur des feuillards nettoyés et dégraissés pour une meilleure qualité d'assemblage. Par la suite, ils sont empilés les uns sur les autres et pressés à chaud pour la polymérisation de la colle. L'étirement du bloc d'empilement fait apparaître les cellules de nid d'abeilles. La qualité du nid d'abeilles est évaluée par la régularité de la géométrie des cellules et le maintien de l'assemblage [14].

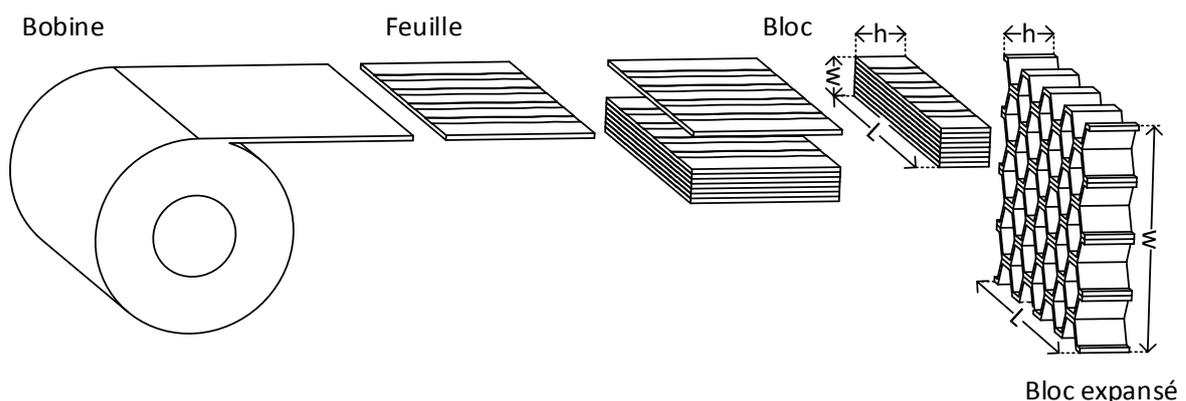


Figure 1-4 : Méthode d'expansion des âmes en nid d'abeilles.

##### 1.4.2 Méthode de préondulation

La deuxième méthode d'obtention des âmes en nid d'abeilles illustrée dans la figure 1-5 est basée sur la préondulation des feuilles par la mise en forme par déformation plastique. Ensuite,

les feuilles sont rassemblées par des bandes adhésives aux nœuds ondulés [15]. Ce procédé est essentiellement utilisé pour la fabrication des produits de densité élevée qui peuvent subir des déformations importantes.

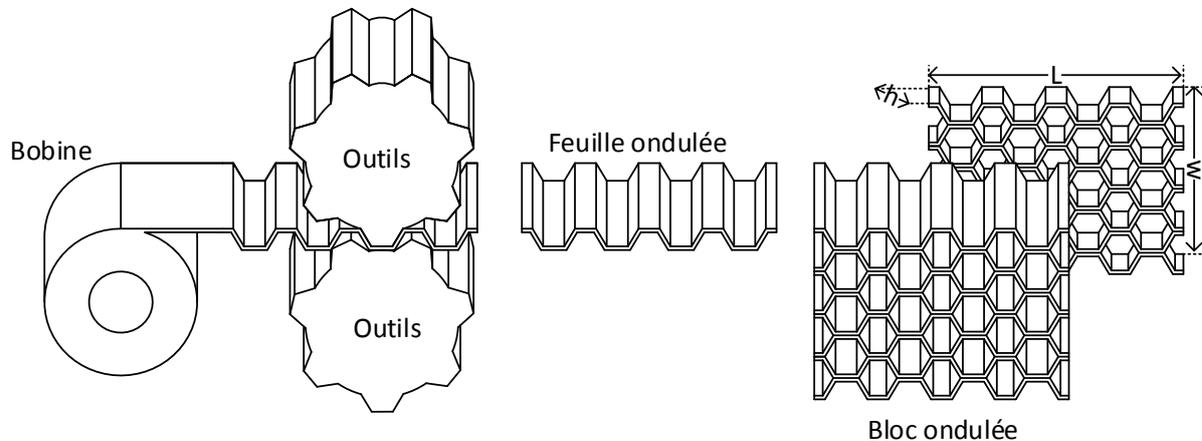


Figure 1-5 : Méthode de préondulation des âmes en nid d'abeilles.

## 1.5 Propriétés mécaniques des panneaux sandwichs

### 1.5.1 Types de matériaux

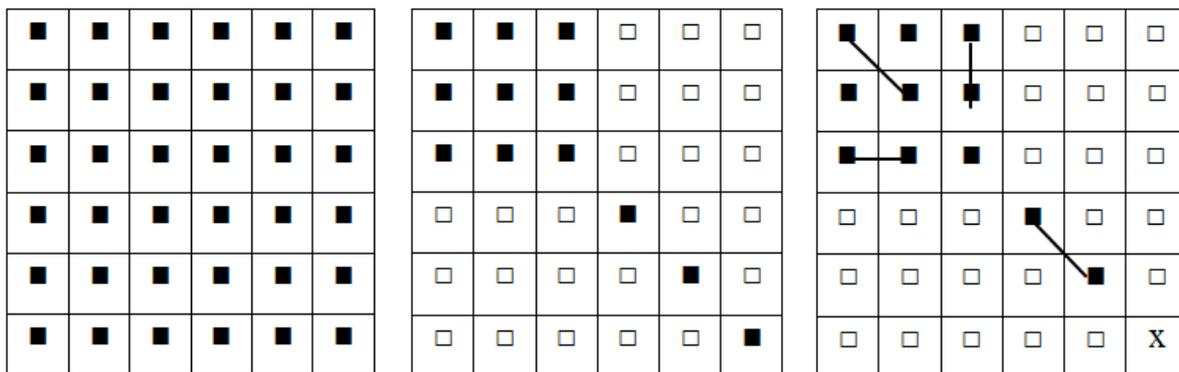
Une conception optimale nécessite une détermination précise des caractéristiques mécaniques du matériau. Dans le cas des matériaux composites, la caractérisation est beaucoup plus complexe que dans le cas des matériaux isotropes de par la nature même de ces matériaux, il est souvent possible de connaître les propriétés des constituants pris séparément à partir des caractéristiques fournisseurs ou d'une base de données matériaux.

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'obtenir un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. Des techniques d'homogénéisation permettent alors de déterminer les propriétés du matériau composite idéalisé en fonction de l'architecture et de la fraction volumique de chaque constituant, grâce aux méthodes de caractérisation mécanique destructives ou non destructives appliquées, directement sur le matériau composite, et dont les informations recueillies sont plus précises [5].

Dans le cas le plus général, cas d'un matériau à comportement anisotrope, la matrice de rigidité et la matrice de souplesse sont déterminées chacune par 21 constantes indépendantes. Ce cas correspond à un matériau possédant une seule propriété de symétrie (centre de symétrie) ; un tel matériau est appelé matériau à symétrie triclinique [5].

La plupart des matériaux anisotropes possèdent une structure présentant une ou plusieurs symétries (axe ou plan de symétrie), sachant que les propriétés de symétrie géométrique réduisent le nombre de constantes indépendantes nécessaires pour décrire le comportement du matériau considéré.

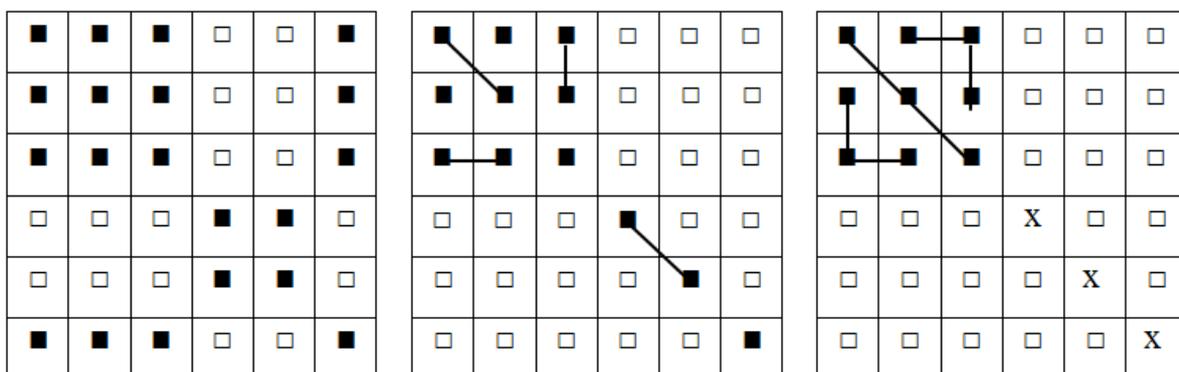
Les matrices données dans la figure 1-6 représentent la relation entre six symétries géométriques des matériaux, le nombre de constantes indépendantes de la matrice de rigidité et la disposition des composantes nulles et non nulles dans cette matrice [16].



*Triclinique : 21 constantes*

*Orthorhombique : 9 constantes*

*Hexagonal : 5 constantes*



*Monoclinique : 13 constantes*

*Tétragonal : 6 constantes*

*Isotrope : 2 constantes*

- : Composante non nulle
- : Composante nulle
- x : Composante égale à  $(C_{11}-C_{12})/2$
- : Composante égale

Figure 1-6 : Matrices de rigidités des différents types de matériaux.

Un matériau monoclinique est un matériau qui possède un plan de symétrie.

La forme de la matrice de rigidité ou de souplesse doit être telle qu'un changement de base effectué par symétrie par rapport à ce plan ne modifie pas la matrice.

Un matériau orthorhombique, ou orthotrope possède trois plans de symétrie perpendiculaires deux à deux ; il est à noter que l'existence de deux plans de symétrie perpendiculaires implique l'existence du troisième, la forme de la matrice de rigidité est déduite en ajoutant au matériau monoclinique un plan de symétrie perpendiculaire au précédent.

Un matériau tétragonal, ou quasi isotrope transverse possède un plan de symétrie de plus de ( $45^\circ$ ) que le matériau orthotrope.

Un matériau hexagonal se comporte comme un matériau orthotrope possédant de plus un axe de révolution ; ce matériau est alors appelé matériau orthotrope de révolution ou isotrope transverse [4].

Enfin, un matériau est isotrope si ses propriétés sont indépendantes du choix des axes de référence [5].

### 1.5.2 Propriétés mécaniques de l'âme

Dans le cas général, l'âme du sandwich peut être constituée en métal ou en matériaux composites unidirectionnels. Dans la plupart des cas, le comportement d'un matériau composite à symétrie orthorhombique suffit pour représenter le comportement du matériau, la matrice de rigidité, ou de souplesse est caractérisée par neuf termes indépendants. Ces neuf termes sont les constantes de l'ingénieur : 3 modules d'élasticité, 3 modules de cisaillement, 3 coefficients de Poisson dans chaque direction [17, 18].

La matrice de rigidité  $[C_{ij}]$  d'un matériau orthotrope est de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

La matrice de souplesse du matériau orthotrope exprimée avec les neuf constantes de l'ingénieur prend la forme suivante :

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

Cette matrice est aussi symétrique, ce qui implique la relation de symétrie :

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (1-3)$$

Le nid d'abeilles est assimilable à un matériau orthotrope de par ses propriétés directionnelles et ses plans de symétrie. Son homogénéisation passe tout d'abord par la détermination des constants élastiques de l'ingénieur.

### 1.5.3 Propriétés mécaniques des peaux

La peau d'un sandwich peut être un matériau orthotrope (comme le cas précédent) ou un matériau isotrope.

## 1.6 Comportement mécanique des âmes en nid d'abeilles

L'évaluation des caractéristiques mécaniques et l'étude du comportement mécanique des âmes en nid d'abeilles ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche afin de comprendre les mécanismes d'endommagement et d'analyser l'influence de certains paramètres essentiels sur le comportement mécanique des âmes en nid d'abeilles.

### 1.6.1 Comportement élastique de l'âme avec le concept d'homogénéisation

L'étude du comportement élastique des âmes en nid d'abeilles se fait à travers l'homogénéisation des propriétés mécaniques. Le concept d'homogénéisation consiste à remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes [19]. Ces propriétés peuvent être utilisées dans des modèles de calculs où les effets locaux, phénomènes qui interviennent à l'échelle microstructurale, peuvent être négligés. C'est typiquement le cas quand on considère le matériau composite sans les effets locaux dans un but d'exploiter tout le potentiel de la structure. Les procédures d'homogénéisation peuvent être appliquées pour déterminer une large gamme de propriétés physiques qui peuvent être mécaniques, électriques, acoustiques, thermiques et autres.

Il existe une multitude de méthodes de calcul des valeurs moyennes principales qui caractérisent le comportement du nid d'abeilles. Ce sont les modules d'élasticité  $E_z$  dans la direction perpendiculaire au plan, et les deux modules transverses de cisaillement  $G_{xz}$   $G_{yz}$  (hors du plan). Les trois autres modules sont généralement faibles. De plus, il s'avère que les nids d'abeilles n'ont pas de coefficients de Poisson connu [20].

Une première solution est alors de prendre les deux modules d'élasticité dans le plan  $E_x$  et  $E_y$  égaux à 1 % du module de la troisième direction, le module de cisaillement  $G_{xy}$  égal à 1 % la moyenne de  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$ , et tous les coefficients de Poisson égaux à 0.1 [21].

Une deuxième solution est de réaliser un modèle éléments finis tridimensionnel détaillé de la structure nids d'abeilles dans le but de déterminer les propriétés équivalentes de l'âme par des chargements spécifiques du modèle [22].

Une troisième solution est d'effectuer une étude par éléments finis d'une cellule élémentaire représentative et d'en déduire alors les modules transverses de cisaillement équivalents de la structure nids d'abeilles [23, 24].

Une quatrième solution est de s'appuyer sur la théorie de l'élasticité et d'évaluer les différents modules et coefficients des nids d'abeilles en fonction de leurs paramètres géométriques [25] [26].

La cinquième solution développée dans le cadre de cette étude s'appuie sur la simulation par éléments finis sur les codes de calcul ANSYS et ABAQUS ; ce modèle s'inspire des travaux de Chamis [22] et El Bachi [27].

### 1.6.2 Méthodes et modèles d'homogénéisation analytique

Les structures sandwichs ont ainsi bénéficié de beaucoup de travaux de recherches. Le livre de Gibson et d'Ashby est la première référence dans ce domaine. Les propriétés élastiques fondamentales équivalentes ont été obtenues pour la première fois en utilisant la théorie standard des poutres [25, 28]. D'autres améliorations ont été apportées à ces mêmes modèles par Masters et Evans [29].

Dans la littérature, il existe de nombreux travaux sur l'homogénéisation des propriétés élastiques pour les structures cellulaires parmi les travaux récents on peut citer ceux de Sorohan et al. [19], et ceux de Malek [30]. Le travail initial sur la détermination des modules de cisaillement transversal pour les nids d'abeille a été réalisé par Kelsey et al. [31] en utilisant l'approche énergétique. Vinson [32] a étudié la conception optimale des panneaux en nid

d'abeilles en sandwich. Il se base dans ses travaux sur la géométrie et les dimensions de l'âme en nid d'abeilles pour établir les relations entre les principales propriétés du matériau.

Grediac [23] a déterminé le module de cisaillement transverse équivalent pour les cœurs en nid d'abeilles par analyse des éléments finis en utilisant un volume élémentaire représentatif d'une cellule. Le module de cisaillement transverse équivalent est décrit par une relation basée sur les limites inférieures et supérieures du module de cisaillement transversal déterminées par Gibson et Ashby [25].

Burton et Noor [33, 34] ont évalué la précision des modules élastiques d'un modèle équivalent d'une âme cellulaire carrée en titane en se basant sur la réponse vibratoire obtenue par la méthode des éléments finis. Les propriétés élastiques équivalentes dans le plan et hors plan ont été obtenues en utilisant des approches similaires à celle de Gibson et Ashby [25]. La seule différence était la prise en compte de Burton et Noor de la double épaisseur de la paroi entre deux cellules dans la direction du ruban qui forme le noyau en nid d'abeilles.

#### 1.6.2.1 Modèles de Gibson

Le modèle de Gibson s'appuie sur les équations de l'élasticité pour déterminer les principaux modules et coefficients du nid d'abeilles (figure 1-7) en fonction de leurs paramètres géométriques. Les propriétés sont définies dans le plan  $(x, y)$  et hors plan [35].

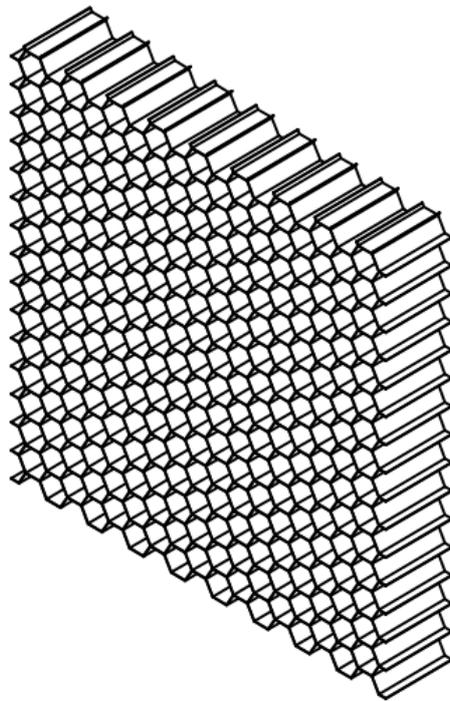


Figure 1-7 : Vue en perspective du nid d'abeilles.

### a) Propriétés dans le plan (x, y)

L'hypothèse introduite par Gibson : les déplacements sont uniquement dus à la flexion élastique des parois des cellules et que les effets de compression et de traction sont négligeables. Les propriétés concernées sont les suivantes :  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $G_{xy}$  et les coefficients de Poisson  $\nu_{xy}$  et  $\nu_{yx}$ .

### b) Calcul de $E_x$

Le module d'Young  $E_x$  est calculé en exerçant une pression suivant  $X_1$  qui induit un effort  $P$  suivant l'axe  $X_1$  et donc un moment de flexion  $M_x$ .

On considère le clinquant comme une poutre de longueur  $a$ , d'épaisseur  $t$  (figure 1-8), de profondeur  $h$  et de module d'Young  $E_0$  [8][21].

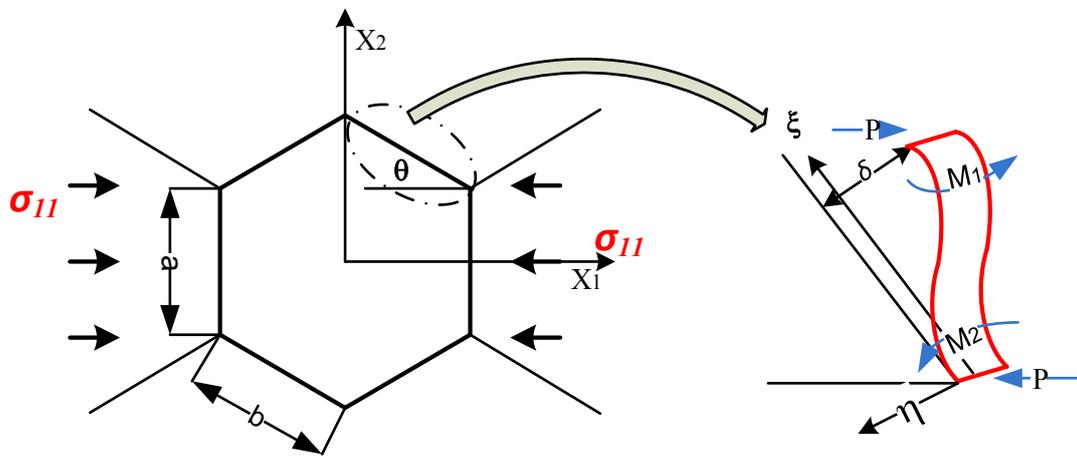


Figure 1-8 : Déformation des cellules par flexion sous une charge dirigée suivant  $X_1$ .

L'étude de la poutre permet d'obtenir l'équation du moment de flexion dans le repère local ( $\eta$ ,  $\xi$ ) tel que :

$$M_1 = P \cdot \sin\theta \left( \frac{a}{2} - \xi \right) \quad (1-4)$$

$$0 \leq \xi \leq a$$

L'expression de la déformée  $\eta(\xi)$  peut être obtenue par intégration de la relation

$$E_0 \cdot I \frac{d^2\eta(\xi)}{d\xi^2} = P \cdot \sin\theta (-\xi) \quad (1-5)$$

Une double intégration, et en tenant compte des conditions aux limites

$$\eta(0) = 0 \quad (1-6)$$

$$\frac{d\eta(0)}{d\xi} = 0 \quad (1-7)$$

Permettent d'obtenir :

$$E_0 I \eta(\xi) = P \cdot \sin\theta \left( \frac{-\xi^3}{6} + \frac{a}{4} \xi^2 \right) \quad (1-8)$$

Le module de Young  $E_x$  est défini en utilisant les relations suivantes :

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} \quad (1-9)$$

Avec :

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l_{x_1}}{l_{x_1}} = \frac{\delta \cdot \sin\theta}{a \cdot \cos\theta} \quad (1-10)$$

$$\delta = \eta(a) = \frac{P \cdot \sin\theta \cdot a^3}{12 \cdot E_0 \cdot I} \quad (1-11)$$

La déformation  $\varepsilon_x$  s'écrit :

$$\varepsilon_x = \frac{P \cdot a^2}{12 \cdot E_0 \cdot I} \times \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \quad (1-12)$$

Avec

$$I = \frac{h \cdot t^3}{12} \quad (1-13)$$

$$P = \sigma_x - (b + a \cdot \sin\theta) \cdot h \quad (1-14)$$

Le module d'Young  $E_x$  devient :

$$E_x = E_0 \left( \frac{t}{a} \right)^3 \cdot \frac{\cos}{\left( \frac{b}{a} + \sin\theta \right) \cdot \sin^2\theta} \quad (1-15)$$

### c) Calcul de $E_y$

Le module d'Young  $E_y$  est calculé en exerçant une pression suivant  $X_2$  qui induit un effort  $W$  suivant l'axe  $X_2$  et donc un moment de flexion  $M_2$  (figure 1-11).

On considère, comme précédemment, le clinquant comme une poutre de longueur  $a$ , d'épaisseur  $t$ , de profondeur  $h$  et de module d'Young  $E_0$ .

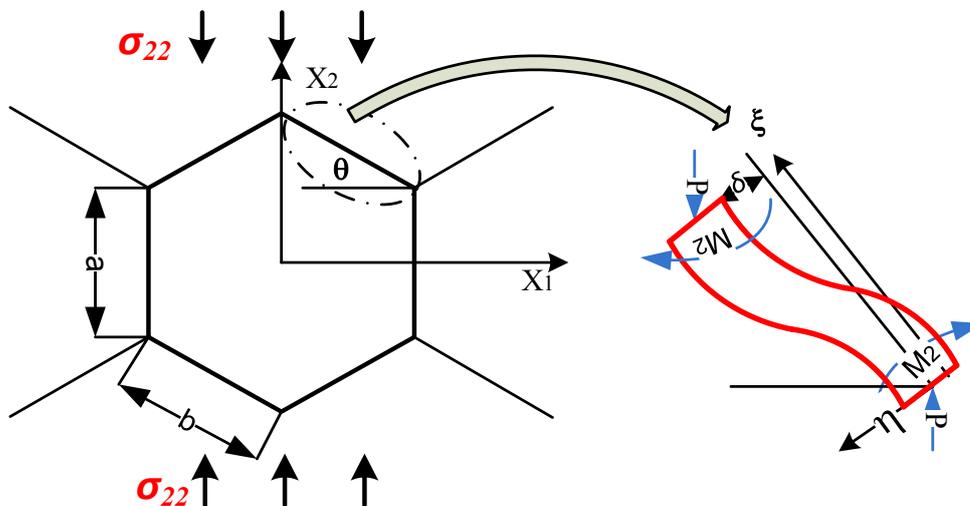


Figure 1-9 : Déformation des cellules par flexion sous une charge dirigée suivant  $X_2$ .

L'étude de la poutre permet d'obtenir l'équation du moment de flexion dans le repère local ( $\eta$ ,  $\xi$ ) tel que :

$$M_1 = -W \cdot \cos\theta \left( \frac{a}{2} - \xi \right) \quad (1-16)$$

$$0 \leq \xi \leq a$$

$$E_0 \cdot I \frac{d^2\eta(\xi)}{d\xi^2} = W \cdot \cos\theta \left( \frac{a}{2} - \xi \right) \quad (1-17)$$

Une double intégration, et la condition aux limites  $\eta(0) = 0$ ,  $\frac{d\eta(0)}{d\xi} = 0$  permettent d'obtenir :

$$E_0 I \eta(\xi) = W \cdot \cos\theta \left( \frac{-\xi^3}{6} + \frac{a}{4} \xi^2 \right) \quad (1-18)$$

Le module de Young  $E_y$  est défini en utilisant les relations suivantes :

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} \quad (1-19)$$

Avec

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta l_{x_2}}{l_{x_2}} = \frac{\delta \cdot \cos\theta}{b + a \cdot \sin\theta} \quad (1-20)$$

$$\delta = \eta(a) = \frac{w \cdot \cos\theta \cdot a^3}{12 \cdot E_0 \cdot I} \quad (1-21)$$

La déformation  $\varepsilon_y$  s'écrit :

$$\varepsilon_y = \frac{W \cdot a^2}{12 \cdot E_0 \cdot I} \cdot \frac{\cos^2 \theta}{b + a \cdot \sin \theta} \quad (1-22)$$

Avec :

$$I = \frac{h \cdot t^3}{12} \quad (1-23)$$

Et :

$$W = \sigma_y \cdot a \cdot \cos \theta \cdot h \quad (1-24)$$

Le module d'Young  $E_y$  devient :

$$E_y = E_0 \left( \frac{t}{a} \right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin \theta}{\cos^3 \theta} \quad (1-25)$$

Les coefficients de poisson sont calculés de la manière suivante :

$$\nu_{yx} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad (1-26)$$

$$\nu_{yx} = \frac{\left( \frac{b}{a} + \sin \theta \right) \cdot \sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad (1-27)$$

Où :

$$P \cdot \cos \theta = -W \sin \theta \quad (1-28)$$

$$\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (1-29)$$

$$\nu_{xy} = \frac{\cos^2 \theta}{\left( \frac{b}{a} + \sin \theta \right) \cdot \sin \theta} \quad (1-30)$$

Remarque : On peut aussi déterminer  $\nu_{yx}$  avec la relation de réciprocité à savoir :

$$E_x \cdot \nu_{yx} = E_y \cdot \nu_{xy} = E_0 \left( \frac{t}{a} \right)^3 \cdot \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \quad (1-31)$$

**d) Calcul de  $G_{xy}$**

Le module de cisaillement dans le plan  $(X_1, X_2)$  peut être calculé à partir du schéma de la figure 1-10. On considère que les points A, B, C n'ont pas de mouvements relatifs quand on exerce un état de cisaillement sur le nid d'abeilles.

À cause de la symétrie, la déviation  $U_s$  est uniquement due à la flexion et à la rotation du clinquant (rotation d'angle  $\varphi$ ) autour de B [25].

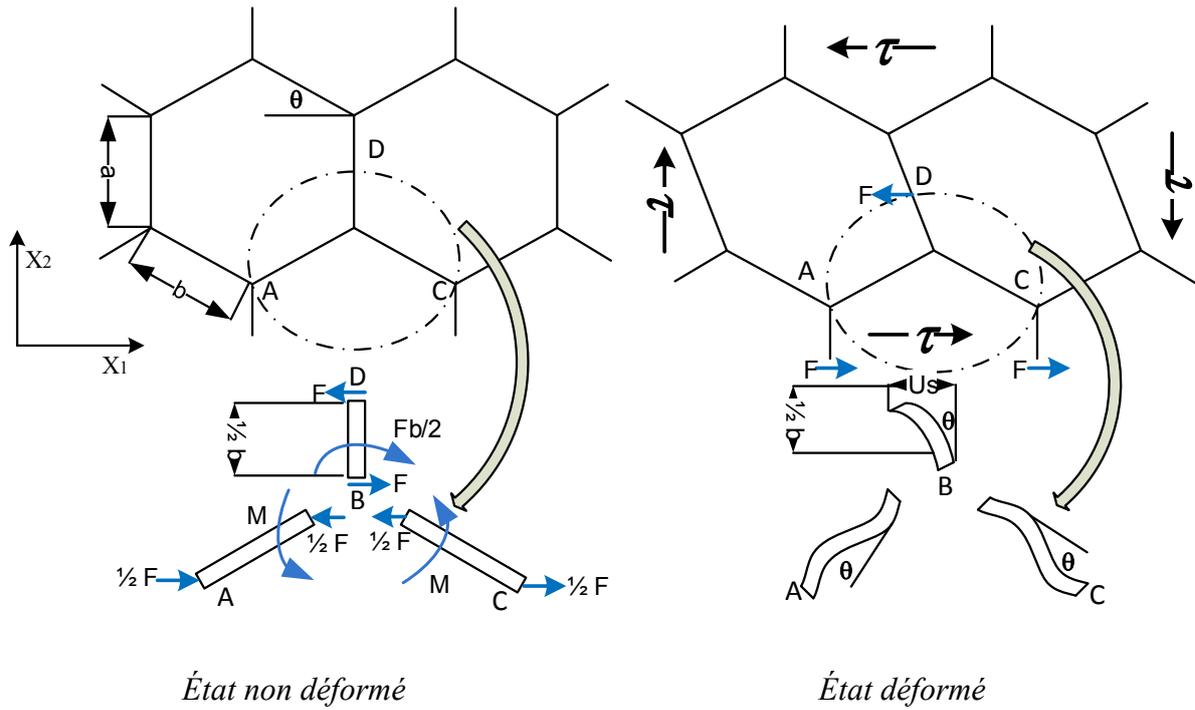


Figure 1-10: Déformation des cellules par flexion et rotation dans le plan  $(X_1, X_2)$ .

La déviation  $U_s$  est alors de la forme :

$$U_s = \frac{1}{2} \cdot \varphi \cdot b + \frac{F \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3}{3 \cdot E_0 \cdot I} \quad (1-32)$$

Avec  $I$  moment d'inertie suivant  $X_3$  du clinquant central BD :

$$I = \frac{ht^3}{12} \quad (1-33)$$

En écrivant que la somme des moments au point B est nulle, on en déduit le moment  $M$  au niveau de AB et BC :

$$M = \frac{F \cdot b}{4} \quad (1-34)$$

On déduit l'angle  $\varphi$

$$\varphi = \tan \varphi = \frac{\delta}{a} \quad (1-35)$$

Avec

$$\delta = \frac{M \cdot a^2}{6 \cdot E_0 I'} \quad (1-36)$$

$I'$  est le moment d'inertie des clinquants inclinés AB et BC :

$$I' = \frac{ht^3}{12} \quad (1-37)$$

D'où

$$\varphi = \frac{F \cdot a \cdot b}{24 \cdot E_0 I'} \quad (1-38)$$

En remplaçant  $\varphi$  dans l'expression de  $U_s$ , on obtient :

$$U_s = \frac{F \cdot b^2}{48 \cdot E_0 \cdot I'} \cdot \left( \frac{a}{I'} + \frac{2b}{I} \right) \quad (1-39)$$

La relation du comportement en cisaillement s'écrit :

$$G_{xy} = \frac{\tau}{\gamma} \quad (1-40)$$

Avec

$$\tau = \frac{F}{2 \cdot a \cdot \cos\theta \cdot h} \quad (1-41)$$

Et

$$\gamma = \frac{2 \cdot U_s}{b + a \cdot \sin\theta} \quad (1-42)$$

On obtient l'expression de  $G_{xy}$  :

$$G_{xy} = E_0 \left( \frac{t}{a} \right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin\theta}{\left( \frac{b}{a} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{2b}{a} \right) \cdot \cos\theta} \quad (1-43)$$

### e) Propriétés hors du plan (x,y)

Ces propriétés sont intéressantes et jouent un rôle important dans les caractéristiques mécaniques des panneaux sandwichs une fois le nid d'abeilles et les peaux assemblés. Les cinq constantes ( $E_z$ ,  $\nu_{xz}$ ,  $\nu_{yz}$ ,  $G_{xz}$ ,  $G_{yz}$ ) sont nécessaires pour décrire les déformations hors du plan.

### f) Détermination du module $E_z$

Ce module est donné par la relation suivante :

$$E_z = E_0 \cdot \frac{\text{Section de la cellule}}{2 \cdot \text{Surface de l'hexagone}} \quad (1-44)$$

$$E_z = E_0 \left(\frac{t}{a}\right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin\theta}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2b}{a}\right) \cdot \cos\theta} \quad (1-45)$$

**g) Détermination des coefficients de Poisson  $\nu_{xz}$ ,  $\nu_{yz}$**

Les coefficients de Poisson  $\nu_{zx}$ ,  $\nu_{zy}$  sont supposés égaux à  $\nu$  le coefficient de Poisson du matériau constituant le feuillard [25](cas de la traction suivant l'axe  $X_3$ ).

$$\nu_{zx} = \nu_{zy} = \nu \quad (1-46)$$

On déduit les deux autres coefficients  $\nu_{xy}$  et  $\nu_{yz}$  grâce à la relation de réciprocité :

$$\nu_{xz} = \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx} \quad (1-47)$$

$$\nu_{yz} = \frac{E_y}{E_z} \nu_{zy} \quad (1-48)$$

**h) Détermination des modules de cisaillement transverse  $G_{yz}$**

La tâche pour déterminer les modules de cisaillement est difficile, car la distribution des contraintes est complexe. Les faces sur lesquelles on applique un cisaillement ne sont plus planes après déformation. On peut cependant utiliser des méthodes énergétiques pour borner ces modules. Cette approche initiée par Kelsey s'est développée avec les approches micro-macro [31].

**Rappelons ici, les théorèmes des bornes :**

Le principe des bornes est basé sur le concept de l'énergie minimale.

**Borne supérieure :** Pour déterminer la borne supérieure, on utilise le principe du travail maximal. Il indique que l'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de déplacement virtuel compatible avec les conditions aux limites est supérieure à l'énergie utilisée par le champ de déplacement réel.

**Borne inférieure :** L'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de contraintes statiquement admissible (continu et vérifiant les conditions de bords) est inférieure à l'énergie de déformation obtenue par un champ de contraintes réelles.

### i) Détermination de la borne supérieure :

La détermination de la borne supérieure est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{1}{2} G_{jz} \cdot \gamma_{jz}^2 \cdot V \leq \frac{1}{2} \sum_i G \cdot \gamma_i^2 \cdot V_i \quad (1-49)$$

$J=x,y$   $i = \text{nombre de parois}$ .

$G$  : le module de cisaillement du matériau constituant les parois.

$V$  : volume de l'hexagone.

Dans notre cas, on peut écrire :

$$\frac{1}{2} G_{jz} \cdot \gamma_{jz}^2 \cdot S \cdot h \leq \frac{1}{2} \sum_i G \cdot \gamma_i^2 \cdot S_i \cdot h \quad (1-50)$$

Avec :

$J=x,y$   $i = \text{nombre de parois}$ .

$S$  : projection dans le plan  $(X_1, X_2)$  de l'hexagone,

$S_i$  : projection dans le plan  $(X_1, X_2)$  de la paroi  $i$ .

Si on considère une contrainte de cisaillement  $\tau_{xz}$ , agissant sur la surface de la normale  $X_1$  dans la direction  $X_3$ , les déformations dans les parois  $k$ ,  $l$  et  $m$  sont présentées sur la Figure 1-11, les angles de cisaillement définis comme suit :

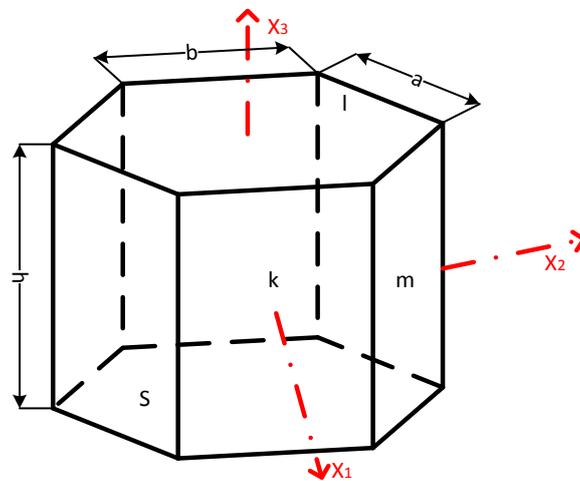


Figure 1-11: Directions et plans principaux de la structure hexagonale d'un nid d'abeilles.

$$\gamma_k = 0$$

$$\gamma_l = \gamma_{xz} \cdot \cos\theta \quad (1-51)$$

$$\gamma_m = \gamma_{xz} \cdot \cos\theta$$

$$G_{xz} \cdot \gamma_{yz}^2 \cdot S \leq G \cdot (\gamma_l^2 \cdot S_l + \gamma_m^2 \cdot S_m) \quad (1-52)$$

$$G_{yz} \cdot \gamma_{yz}^2 \cdot S \leq G \cdot (\gamma_k^2 \cdot S_{ki} + \gamma_l^2 \cdot S_l + \gamma_m^2 \cdot S_m) \quad (1-53)$$

Soit

$$G_{xz} \cdot \gamma_{xz}^2 \cdot 2a \cdot \cos\theta \cdot (b + a \cdot \sin\theta) \leq G \cdot \gamma_{xz}^2 \cdot \cos^2\theta \cdot 2a \cdot t \quad (1-54)$$

Où :  $S_l$  et  $S_m$  sont respectivement les sections des parois l et m on obtient :

$$G_{xy} \leq G \cdot \frac{\cos\theta}{\frac{b}{a} + \sin\theta} \cdot \left(\frac{t}{a}\right) \quad (1-55)$$

Si on considère une contrainte de cisaillement  $\tau_{yz}$ , agissant sur la surface de la normale  $X_2$  dans la direction  $X_3$ . Les déformations dans les parois k, l et m sont présentées sur la figure 1-11, avec des angles de cisaillement définis comme suit :

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \gamma_{yz} \\ \gamma_l &= \gamma_{yz} \cdot \sin\theta \end{aligned} \quad (1-56)$$

$$\gamma_m = \gamma_{yz} \cdot \sin\theta$$

$$G_{yz} \cdot \gamma_{yz}^2 \cdot S \leq G \cdot (\gamma_k^2 \cdot S_{ki} + \gamma_l^2 \cdot S_l + \gamma_m^2 \cdot S_m) \quad (1-57)$$

Où :  $S_k$  est la section de parois k.

Soit :

$$G_{yz} \cdot \gamma_{yz}^2 \cdot 2a \cdot \cos\theta \cdot (b + a \cdot \sin\theta) \leq G \cdot (\gamma_{yz}^2 \cdot t \cdot b + \gamma_{yz}^2 \cdot \sin^2\theta \cdot 2a \cdot t) \quad (1-58)$$

On obtient :

$$G_{yz} \leq G \cdot \frac{\frac{b}{a} + 2 \cdot \sin^2\theta}{2 \cdot \cos\theta \cdot \left(\frac{b}{a} + 2 \cdot \sin\theta\right)} \cdot \left(\frac{t}{a}\right) \quad (1-59)$$

### j) Détermination de la borne inférieure :

La détermination de la borne inférieure est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_{Jz}^2}{G_{Jz}} \cdot V \leq \frac{1}{2} \sum_i \left[ \frac{\tau_i^2}{G} \cdot V_i \right] \quad (1-60)$$

$J=1,2$

Si on considère une contrainte de cisaillement  $\tau_{xz}$ , elle induit des contraintes dans les trois parois. Par symétrie,  $\tau_l = \tau_m$  la paroi k est simplement fléchie :

L'équilibre implique :

$$\tau_{xz} \cdot S = \tau_x \cdot 2 \cdot a \cdot t \cdot \cos\theta \quad (1-61)$$

Avec

$$S = 2. a. \cos\theta. (b + a. \sin\theta) \quad (1-62)$$

$$\frac{\tau_{xz}^2}{G_{xz}} \cdot S \leq \sum_i \left[ \frac{\tau_i^2}{G} \cdot S_i \right] \quad (1-63)$$

$$\frac{1}{G_{xz}} \cdot \left[ \frac{2. t. a. \tau_x \cdot \cos\theta}{2. a. \cos\theta. (b + a. \sin\theta)} \right]^2 \cdot 2. a. \cos\theta. (b + a. \sin\theta) \leq \frac{2}{G} \cdot \tau_x^2 \cdot t. a \quad (1-64)$$

On obtient :

$$G_{xz} \leq G \cdot \frac{\cos\theta}{\frac{b}{a} + \sin\theta} \cdot \left( \frac{t}{a} \right) \quad (1-65)$$

On remarque que la borne inférieure est identique à la borne supérieure.

On a donc :

$$G_{xz} \leq G \cdot \frac{\cos\theta}{\frac{b}{a} + \sin\theta} \cdot \left( \frac{t}{a} \right) \quad (1-66)$$

Si on considère maintenant une contrainte de cisaillement  $\tau_{yz}$ .

Par symétrie :

$$\tau_l = \tau_m \quad (1-67)$$

L'équilibre implique :

$$\tau_k = \tau_m + \tau_l = 2\tau_l \quad (1-68)$$

$$\tau_{yz} \cdot S = \tau_k \cdot t \cdot b + \tau_l \cdot 2. a. t \cdot \sin\theta \quad (1-69)$$

Soit :

$$\tau_{yz} \cdot 2. \cos\theta. (b + a. \sin\theta) = 2\tau_l \cdot t \cdot (b + a. \sin\theta) \quad (1-70)$$

On obtient :

$$G \cdot \left( \frac{t}{a} \right) \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin\theta}{\left( 1 + \frac{2b}{a} \right) \cdot \cos\theta} \leq G_{yz} \leq G \left( \frac{t}{a} \right) \cdot \frac{\frac{b}{a} + 2. \sin^2\theta}{2. \cos\theta. \left( \frac{b}{a} + \sin\theta \right)} \quad (1-71)$$

Où  $G$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.

Le cas le plus courant correspond à des nids d'abeilles fabriqués à partir de feuilles de métal découpées, embouties et collées les unes sur les autres. On a dans ce cas  $t' = 2t$  et les relations qui changent sont les suivantes :

I moment d'inertie suivant  $X_3$  du clinquant central BD :

$$I = \frac{h \cdot (2t)^3}{12} \quad (1-72)$$

$$G_{xy} = E_0 \left(\frac{t}{a}\right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin\theta}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(1 + \frac{b}{4a}\right) \cos\theta} \quad (1-73)$$

$$E_z = E_0 \left(\frac{t}{a}\right) \cdot \frac{\frac{b}{a} + 1}{\left(\frac{b}{a} + \sin\theta\right) \cdot \cos\theta} \quad (1-74)$$

$$G \cdot \left(\frac{t}{a}\right) \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin\theta}{\left(1 + \frac{b}{a}\right) \cdot \cos\theta} \leq G_{yz} \leq G \left(\frac{t}{a}\right) \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin^2\theta}{\cos\theta \cdot \left(\frac{b}{a} + \sin\theta\right)} \quad (1-75)$$

On peut observer que la hauteur des cellules  $h$  n'intervient pas dans les expressions précédentes.

### 1.6.2.2 Modèle de Burton et Noor

Les propriétés équivalentes de l'âme en nid d'abeilles ont été calculées en utilisant des modèles similaires à ceux de [25]. La figure 1-12 montre la géométrie caractéristique de la cellule en nid d'abeilles où  $l_1$  est la largeur de la paroi de la cellule,  $2l_2$  est la largeur de la paroi qui forme le joint avec la cellule adjacente,  $\theta$  est l'angle d'ouverture de la cellule,  $t_c$  est l'épaisseur la paroi. Pour simplifier le rapport des largeurs de la paroi cellulaire est représenté par le paramètre  $\eta = 2l_2/l_1$  [33].

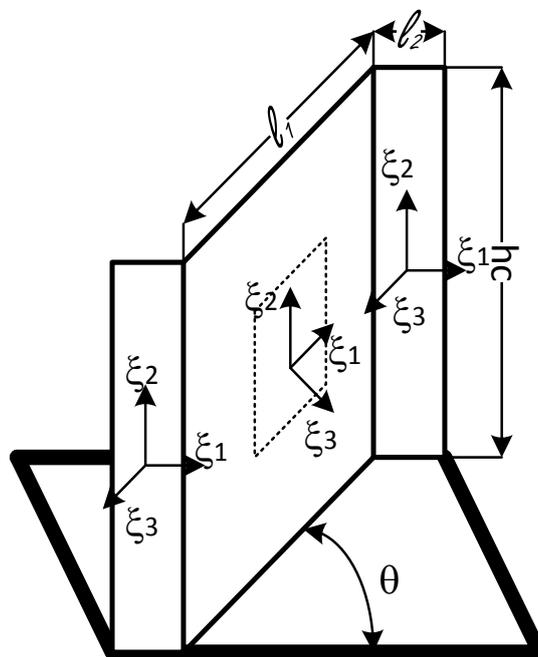


Figure 1-12: Géométrie d'un segment de cellule.

Les expressions des propriétés équivalentes ( $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ) sont présentées en fonction des propriétés du matériau constituant le nid d'abeilles qui sont les modules élastiques  $E_0, G_0$ , la densité du matériau  $\rho_0$  et les paramètres géométriques de la cellule de base  $l_1, \theta, t_c$  et  $\eta$  [33].

**a) Densité équivalente de l'âme**

$$\frac{\rho_c}{\rho_0} = \frac{(1 + \eta)}{(\eta + \cos \theta) \sin \theta} \left( \frac{t_c}{l_1} \right) \quad (1-76)$$

$$E_x = E_o \left\{ \frac{1}{(\sin \theta)(\lambda \sin^2 \theta / (\eta + \cos \theta)(t_c/l_1)^3 + (\eta + \cos^2 \theta) / (\eta + \sin \theta)(t_c/l_1))} \right\} \quad (1-77)$$

**b) Propriétés dans le plan (x, y)**

$$E_y = E_o \left\{ \frac{\sin \theta}{(\eta + \cos \theta)(\lambda \cos^2 \theta / (t_c/l_1)^3 + \sin^2 \theta / (t_c/l_1))} \right\} \quad (1-78)$$

$$v_{xy} = \left\{ -\cos \theta \left\{ \frac{(-\lambda / (t_c/l_1)^3 + 1 / (t_c/l_1))}{(\lambda \sin^2 \theta / (t_c/l_1)^3 (\eta + \cos \theta) + \cos^2 \theta / (t_c/l_1)(\eta + \sin \theta))} \right\} \right\} \quad (1-79)$$

$$G_{xy} = E_o \left( \frac{t_c}{l_1} \right)^3 \frac{(\eta + \cos \theta)}{\eta^2 (1 + \eta/4) \sin \theta} \quad (1-80)$$

**c) Propriétés hors du plan (x, y)**

$$E_z = E_o \frac{(1 + \eta)}{(\eta + \cos \theta) \sin \theta} \left( \frac{t_c}{l_1} \right) \quad (1-81)$$

$$v_{zx} = v_{zy} = v_0 \quad (1-82)$$

$$v_{xz} = \frac{E_x}{E_z} v_0 \quad (1-83)$$

$$v_{yz} = \frac{E_y}{E_z} v_0 \quad (1-84)$$

**d) Détermination de la borne supérieure et inférieure**

$$G_{yzBI} = G_{yzBS} = G_{yz} = G_o \frac{\sin \theta}{(\eta + \cos \theta)} \left( \frac{t_c}{l_1} \right) \quad (1-85)$$

$$G_{xzBI} = G_o \frac{(\eta + \cos \theta)}{(1 + 4\eta) \sin \theta} \left( \frac{t_c}{l_1} \right) \quad (1-86)$$

$$G_{xzBS} = G_o \frac{(\eta + \cos^2 \theta)}{(\eta + \cos \theta) \sin \theta} \left( \frac{t_c}{l_1} \right) \quad (1-87)$$

### 1.6.3 Méthodes d'homogénéisation numérique

Dans sa forme la plus élémentaire, une procédure d'homogénéisation consiste en une série d'expériences (de simulations) réalisées sur le plus petit volume élémentaire représentatif (VER) et d'un modèle mathématique permettant la détermination des propriétés du matériau homogène équivalent.

Dans le cas d'une structure répétitive, comme le panneau en nid d'abeilles, le VER peut être choisi comme étant la cellule unitaire (avec ses plaques de couverture) et le reste de la structure est modélisé à travers l'adoption de conditions aux limites appropriées. Le chargement sur la cellule doit être considéré de manière que tous les modes de déformation en question soient pris en compte. Des restrictions sur le chargement doivent être appliquées de manière à ce que les deux faces opposées de la cellule se déforment de la même manière, et que le vecteur de traction agissant sur les faces opposées du VER soit le même en module et direction, mais de sens opposé. La première restriction est une condition aux limites périodiques garantissant la continuité d'une cellule par rapport à une cellule voisine, alors que la deuxième condition assure le respect de l'équilibre entre les cellules.

Il est clair que la géométrie de VER est compliquée pour permettre une solution analytique du problème posé par les équations de l'élasticité et des conditions aux limites déjà mentionnées. Toutefois, une procédure numérique peut être appliquée pour ce problème. La méthode des éléments finis (MEF) est généralement la plus adaptée à ce contexte. En plus, les données utilisées dans la MEF peuvent être exploitées dans le schéma de calcul des propriétés moyennes du matériau homogène équivalent.

Il existe une multitude de méthodes de calcul des valeurs moyennes des caractéristiques homogènes du matériau. A titre d'exemple, les propriétés du matériau homogène peuvent être déterminées de façon que l'énergie de déformation emmagasinée soit la même que celle dans le matériau non homogène. Une autre manière serait de calculer la valeur moyenne du champ de contraintes dans la cellule de base et de déterminer les propriétés du matériau homogène permettant de recréer ce même champ de contraintes dans le matériau homogène équivalent. Si les dimensions de la cellule sont effectivement petites devant les dimensions globales de la partie considérée, les résultats des divers schémas sont souvent les mêmes [36].

### 1.6.4 Comportement plastique de l'âme en nid d'abeille sous chargement de compression.

Le nid d'abeilles aluminium présente l'avantage d'avoir une bonne résistance en compression et cisaillement hors plan pour une faible masse volumique. On s'intéressera en particulier à ses caractéristiques statiques et dynamiques, soumis à la compression.

Un grand nombre d'études expérimentales, numériques et analytiques du comportement quasi statique et dynamique des âmes en nid d'abeilles sont rapportées dans la littérature [26, 37]. Il en ressort que le mode de compression associée à des plissements permet de dissiper une énergie d'impact importante. La mécanique et les méthodes de modélisations de ces phénomènes ont été étudiées par de nombreux chercheurs [38-41].

La courbe typique force-déplacement quasi statique d'un matériau cellulaire soumis à la compression présente généralement une faible zone élastique au début du chargement (A) puis une phase plateau plastique quasi parfait (B) qui correspond à l'effondrement successif des parois des cellules jusqu'à la densification (C) comme illustrée dans la figure 1-13. Le comportement de l'âme en nid d'abeilles sous chargement quasi statique peut être aussi estimé à partir des données du matériau de base [9, 25, 42, 43].

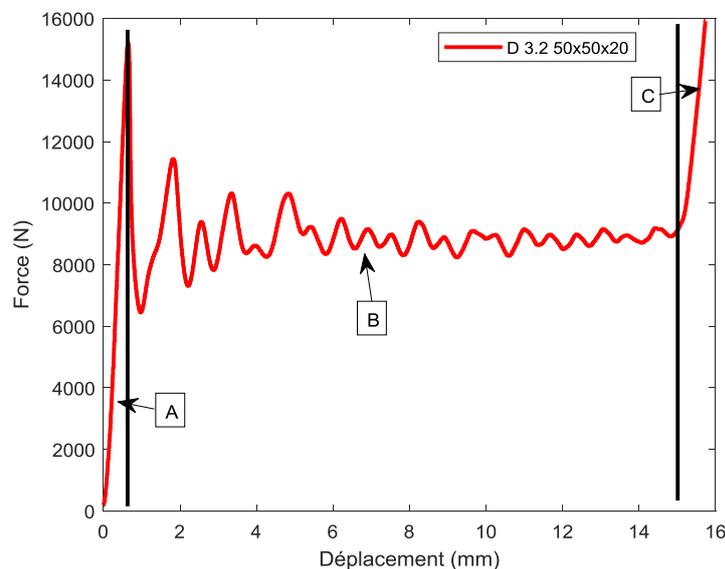


Figure 1-13: Courbe typique force vs déplacement quasi statique d'un matériau cellulaire.

Lorsque les nids d'abeilles sont chargés en compression, la déformation se déroule à travers le pliage progressif des parois de la cellule lorsque la charge de compression dépasse la charge critique de flambement [44]. Les études montrent que le flambement commence généralement en bas ou en haut des cellules du nid d'abeilles et se plie autour d'une charnière et progresse

plus loin comme un accordéon. Ce comportement provoque des fluctuations du comportement de la charge.

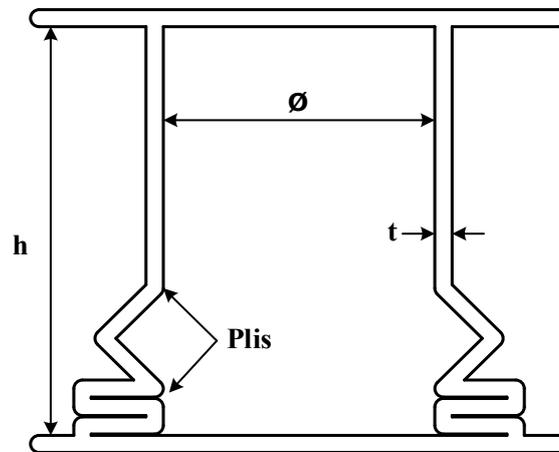


Figure 1-14: Pliage progressif des parois de la cellule.

L'un des premiers travaux sur la compression des nids d'abeilles a été réalisé par Mc Farland en 1963 [45] qui a étudié l'écrasement des nids d'abeilles ; il s'est intéressé au mode de plissement de l'arête (figure 1-14). Selon Mc Farland, l'effet du chargement dynamique est identique à l'effet chargement statique pour les nids d'abeilles métalliques tant que la vitesse d'impact est inférieure à 15.24 m/s [45]. En 1964, il a mené une vaste étude expérimentale statique et dynamique pour déterminer la capacité d'absorption d'énergie des nids d'abeilles métalliques qui sont soumis à la compression [46]. Une autre étude sur le chargement en compression a été réalisée par Wierzbicki en 1983 [38]. Il a suggéré une formule analytique estimant la charge d'écrasement moyenne des nids d'abeilles. Ces résultats étaient en parfait accord avec les résultats expérimentaux. Tel que rapporté par Wu et Jiang en 1996 [47], le comportement en compression des nids d'abeilles montre généralement un pic initial suivi de fluctuations oscillatoires relativement stables qui représente la force plateau. Cette étude a été menée pour différents nids d'abeilles en alliage d'aluminium avec différents nombres de cellules. Les résultats obtenus ont été comparés aux résultats analytiques. Ils ont montré que la résistance à l'écrasement ne dépend pas du nombre de cellules [47]. L'effet de la densité relative et du rapport hauteur de l'échantillon / taille de cellule sur la réponse en compression des nids d'abeilles carrés ont été étudié expérimentalement et analytiquement par Cote et al. en 2004 [48]. Ils ont conclu que les résultats expérimentaux concordent avec les résultats analytiques et aussi que la résistance maximale n'est pas sensible au rapport hauteur / taille de cellule.

En 2005, Yamashita et Gotoh [49] ont étudié l'effet de la forme des cellules et l'épaisseur du papier d'aluminium sur l'écrasement des nids d'abeilles en l'aluminium. Leurs études ont

indiqué que pour les tests d'impact jusqu'à une vitesse d'impact de 10 m/s les essais statiques peuvent remplacer les expériences dynamiques [50].

### 1.7 Méthodes d'essais et de caractérisation des âmes en nid d'abeilles

Il existe de nombreux tests qui peuvent être utilisés pour obtenir les propriétés physiques des nids d'abeilles et des panneaux sandwichs. Les tests de base sont contenus dans les normes ASTM listées dans le tableau 1-1 [21].

Tableau 1-1: Méthodes d'essai ASTM.

Reference	Teste
C271-94	Densité des matériaux pour âme sandwich
C272-96	Absorption d'eau des matériaux de base des sandwichs structurels
C273-94	Propriétés de cisaillement des matériaux a âme sandwich
C274-94	Constructions des sandwichs structurels
C297-94	Résistance à la traction à plat des constructions sandwichs
C363-94	Résistance au délaminage des matériaux a âme en nid d'abeilles
C364-94	Résistance à la compression des constructions sandwichs
C365-94	Propriétés de compression à plat des âmes sandwichs
C366-94	Mesure de l'épaisseur des âmes sandwichs
C393-94	Propriétés de flexion des constructions sandwichs
C394-94	Fatigue par cisaillement des matériaux pour âme sandwich
C480-94	Fluage en flexion des constructions sandwichs
C481-94	Vieillissement en laboratoire des constructions sandwichs
FI645-96	Migration de l'eau dans le matériau nid d'abeilles

Généralement, pour caractériser le comportement mécanique en statique des cellules en nid d'abeilles, l'essai de traction ou compression est suffisant. Mais si on veut augmenter la vitesse de chargement pour voir le comportement en dynamique il est nécessaire d'utiliser d'autres moyens de caractérisation comme les machines de traction hydraulique, les dispositifs de masse tombante ou les lanceurs à gaz (figure 1-15) [4].



*a- Machine hydraulique de chocs.*



*b- Machine de choc par masse tombante.*



*c-Lanceur à gaz.*

Figure 1-15: Machine d'essai dynamique.

### 1.7.1 Essai de compression

Ce test (figure 1-16) est effectué pour avoir la limite de la résistance à la compression ainsi que la charge plateau qui caractérise les âmes en nid d'abeilles et qui permet d'évaluer la capacité d'absorption d'énergie [51]. Il y a deux types pour le test de compression :

La méthode de compression non stabilisée et la méthode de compression stabilisée [52].

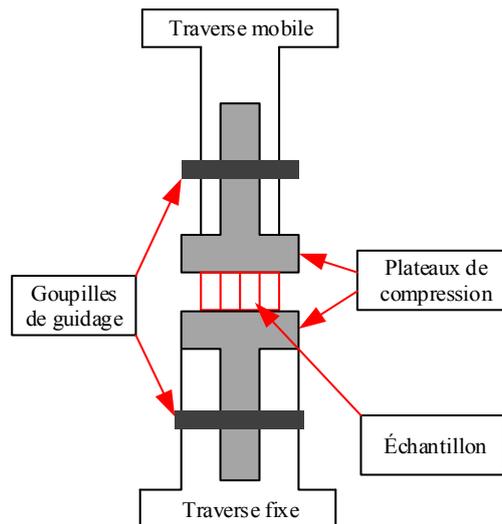


Figure 1-16: Schéma du test de compression.

### 1.7.2 Essai de cisaillement

Le test de cisaillement des plaques est probablement le test le plus important pour les structures sandwichs en nid d'abeilles. Ce test permet de déterminer les résistances au cisaillement des nids d'abeilles. Il existe deux façons d'effectuer cet essai sur les plaques sandwichs en nid d'abeilles : cisaillement à la compression et cisaillement à la traction comme illustré sur la figure 1-17 [4].

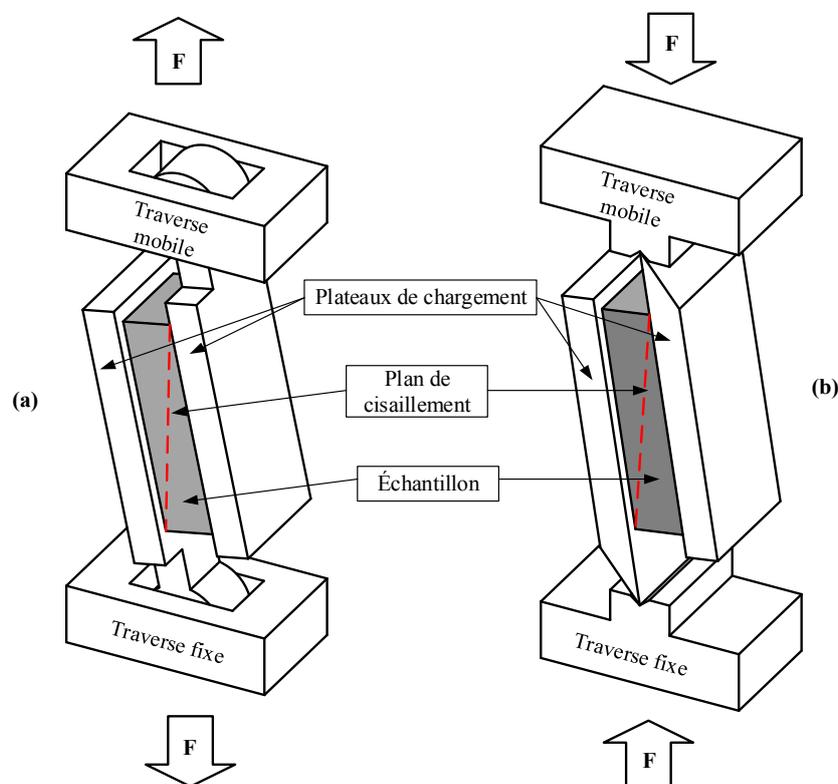


Figure 1-17: Schéma du test de cisaillement.

## 1.8 Sollicitations mécaniques et modes ruptures des panneaux sandwichs

Un panneau sandwich peut être soumis aux sollicitations mécaniques données par la figure 1-18 :



Figure 1-18: Différentes sollicitations des panneaux sandwichs.

- Un moment de flexion  $M$ .
- Un effort normal  $N$ .
- Un effort tranchant  $T$ .

Ces derniers provoquent différents modes de rupture détaillés dans les sections suivantes :

### 1.8.1 Flambement généralisé des peaux

Le flambement généralisé survient quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures aux résistances à la rupture. La charge qui cause le flambement du sandwich dépend de paramètres tels que les dimensions dans le plan de la poutre et les conditions aux limites, qui ne peuvent être modifiées que partiellement lors de la conception.

D'autres grandeurs, également importantes dans la définition de la charge de flambement, dépendent, directement du type de sandwich, tels que la rigidité de flexion du sandwich, l'épaisseur des peaux, les propriétés élastiques des peaux, l'épaisseur de l'âme, ou le module de cisaillement de l'âme.

Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, et pour l'âme un matériau avec un module cisaillement plus élevé [27, 36, 53-55].

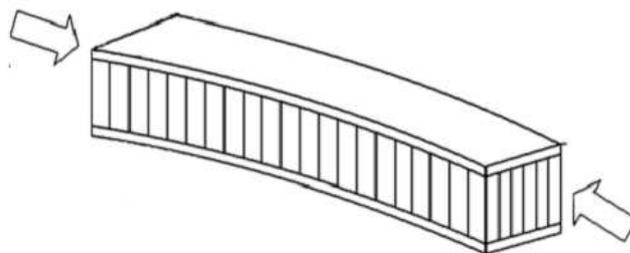


Figure 1-19: Flambement généralisé des peaux.

### 1.8.2 Rupture des peaux en traction ou en compression

Il s'agit du cas où les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles pour le matériau constituant les peaux.

Ce phénomène peut être évité en utilisant un matériau dont les contraintes à la rupture sont plus élevées, en augmentant l'épaisseur des peaux, ce qui réduit les contraintes appliquées, ou en augmentant l'épaisseur de l'âme ce qui permet également de réduire les contraintes dans la peau.

La manière la plus adéquate de résoudre le problème est souvent d'augmenter l'épaisseur de l'âme ; par contre, une âme de plus forte densité (plus rigide) n'affecte pas les contraintes dans la peau [27, 36, 53-55].

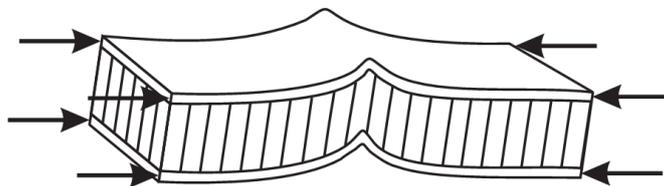


Figure 1-20: Rupture des peaux en traction ou en compression.

### 1.8.3 Rupture par indentation locale

L'indentation locale est un mode localisé de rupture dû à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique [27, 36, 53-55].

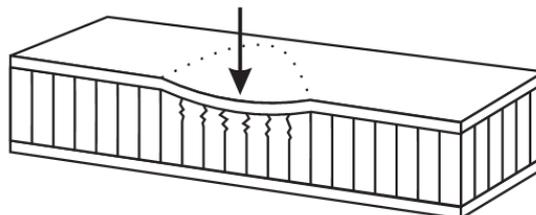


Figure 1-21: Rupture par indentation locale.

### 1.8.4 Rupture de l'âme par cisaillement

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a rupture de l'âme.

Si l'on se trouve dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau pour l'âme qui possède une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme.

Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur n'aura pas d'effet [27, 36, 53-55].

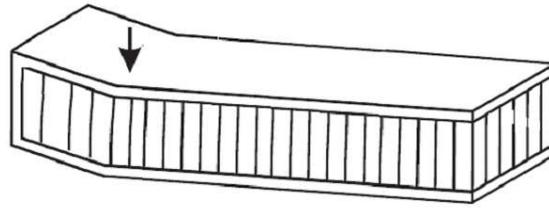


Figure 1-22: Rupture de l'âme par cisaillement.

### 1.8.5 Flambement généralisé de l'âme ou « crimping »

Si le rapport longueur/épaisseur est relativement faible et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme.

Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux, il augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement dans l'âme.

Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme avec un module de cisaillement plus élevé [27, 36, 53-55].

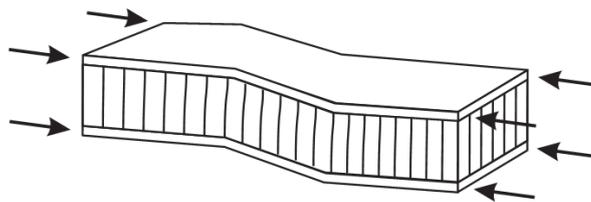


Figure 1-23: Flambement généralisé de l'âme ou « crimping ».

### 1.8.6 Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling »

Les peaux, considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur c'est l'âme qui empêche leur flambement ; cependant, si on atteint les contraintes limites, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement

Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » se produit. Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne dépendent ni de la géométrie de la structure ni des conditions aux limites. Par contre, il est influencé par les modules élastiques des peaux et de l'âme et le module de cisaillement dans l'âme. Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser des matériaux avec un module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées [27, 36, 53-55].

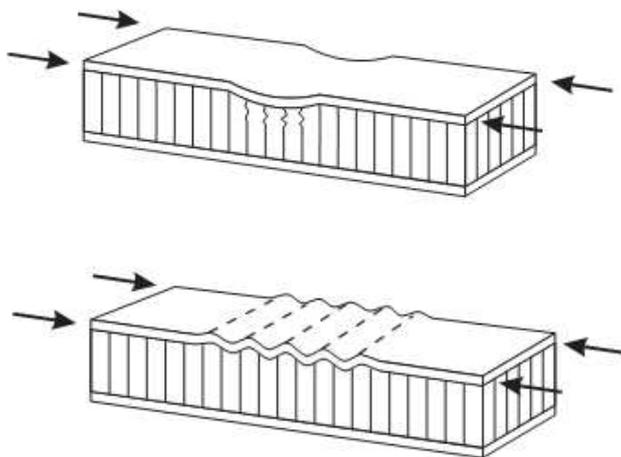


Figure 1-24: Flambement localisé « wrinkling » ou « dimpling ».

### 1.9 Conclusion

Dans ce premier chapitre, une présentation générale sur l'historique des matériaux sandwichs, types de matériaux nid d'abeilles, élaboration des nids d'abeilles et caractéristiques géométriques et mécaniques ont été établis. Puis nous avons décrit les principales formulations analytiques sur l'homogénéisation qui permette de déterminer les propriétés mécaniques du nid d'abeilles à structure hexagonale ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ). Enfin, on a recensé les principaux moyens de caractérisations des nids d'abeilles.

## Chapitre 2 : Résultats de l'homogénéisation numérique et analytique des modules élastique de l'âme en nid d'abeilles

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente les résultats obtenus des modules élastiques ( $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ) de l'âme en nid d'abeilles en fonction des paramètres géométriques de la cellule (diamètre des cellules, hauteur des cellules, épaisseur de paroi, angle). Ces modules ont été déterminés par deux méthodes d'homogénéisation, l'une analytique et l'autre numérique. Aussi une modélisation du comportement en flexion trois points a été proposée en utilisant les caractéristiques élastiques de l'âme homogénéisée dans le programme de calcul Ansys. Les résultats obtenus ont été comparés avec les résultats expérimentaux de la flèche en fonction de la charge appliquée.

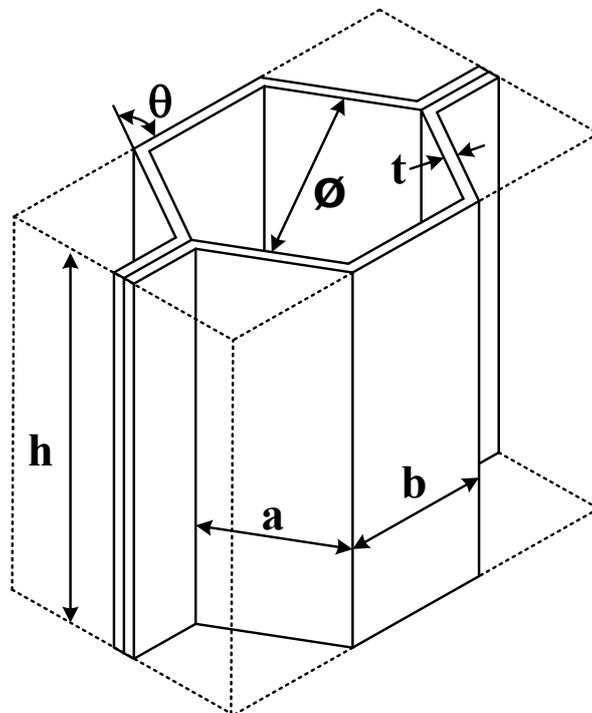


Figure 2-1: Paramètres géométriques d'une structure en nid d'abeilles.

Figure 2-1 montre les différents paramètres géométriques d'une cellule nid d'abeilles où :

- h est la hauteur de la cellule.
- Ø est le diamètre de la cellule.
- θ est l'angle de la cellule.
- a et b sont les longueurs d'arête de la cellule.
- t est l'épaisseur de la paroi de la cellule

## 2.2 Procédure d'homogénéisation numérique

La technique d'homogénéisation appliquée est basée sur les travaux de plusieurs équipes de recherche [22, 23, 27, 36, 54, 56-58].

L'objectif principal est la détermination des constantes élastiques par une méthode d'homogénéisation numérique appliquée à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif (VER) du nid d'abeilles.

À cet effet neuf simulations sont nécessaires pour déterminer les constantes ( $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ).

- Trois simulations de traction simple, chacune permettant de calculer un module d'élasticité et deux coefficients de Poisson.
- Six simulations de cisaillement, une pour chaque module de cisaillement.

La détermination de ces constantes élastiques a été effectuée par deux codes de calcul éléments finis ANSYS et ABAQUS pour un souci de comparaison.

### 2.2.1 Choix du VER de la structure en nid d'abeilles

Le volume élémentaire représentatif (VER) du modèle de nid d'abeilles prend en compte 39 cellules 4 suivant Y et 11 suivants X (figure 2-2).

Le nombre de cellules a été choisi d'après une étude de convergence qui a permis de connaître le nombre minimal de cellules qui représente le comportement global du panneau sandwich. Les résultats obtenus de cette étude de convergence sont présentés dans les figures 2-3 et 2-4.

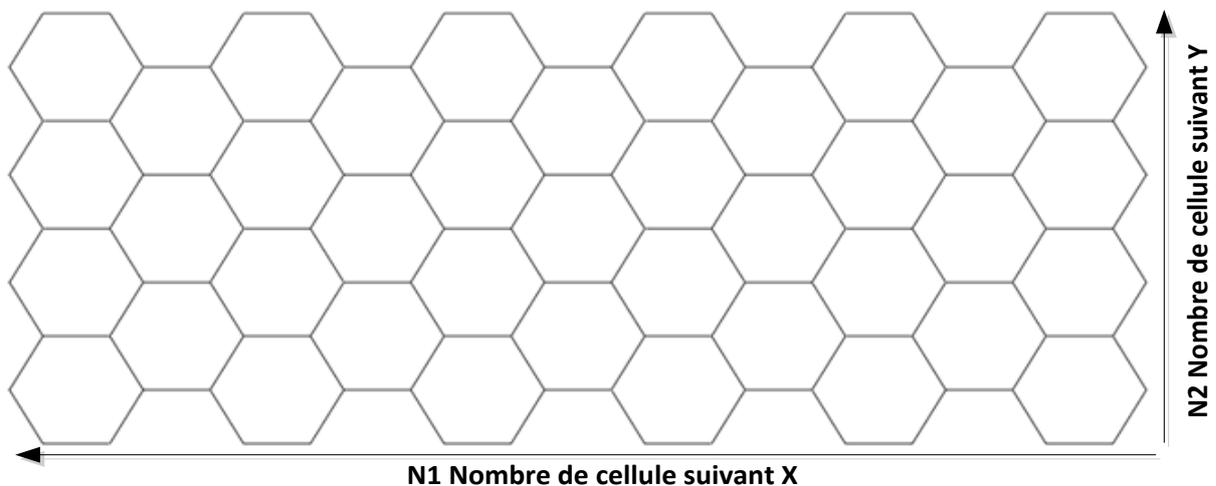


Figure 2-2 : Direction nombre de cellules.

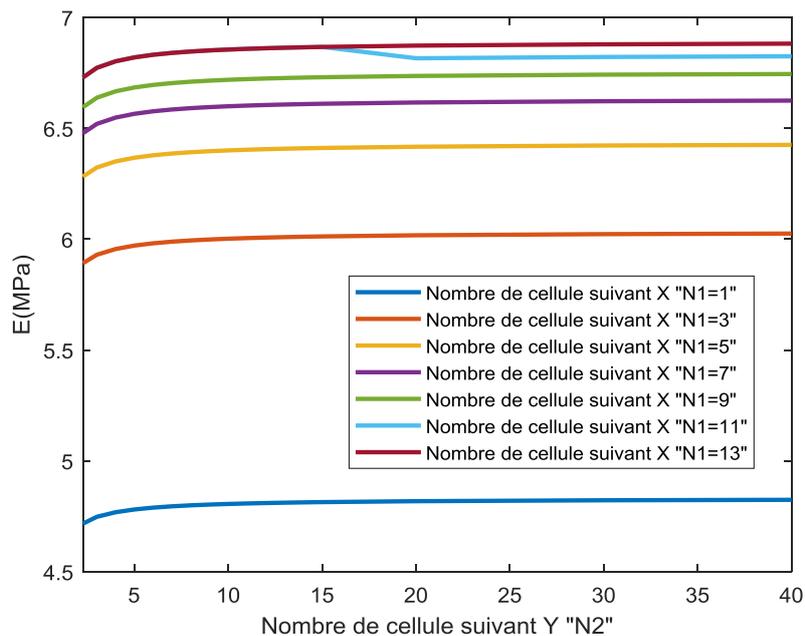


Figure 2-3: Convergence des nombres de cellules pour ABAQUS.

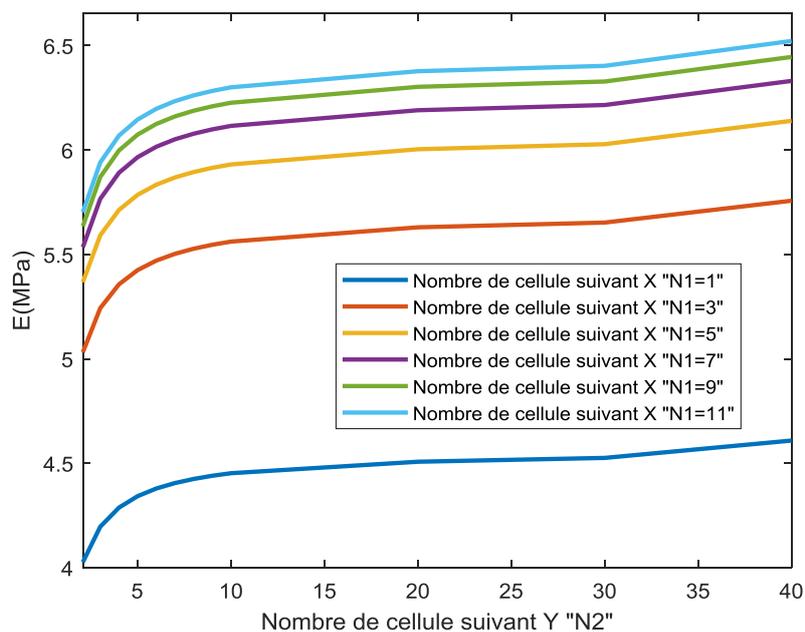


Figure 2-4: Convergence des nombres de cellules pour ANSYS.

### 2.2.2 Maillage du VER

Le maillage choisi pour les modèles permet de ne pas trop alourdir le calcul tout en gardant une bonne précision au niveau des résultats. Le VER a été maillé dans ANSYS avec des éléments plaques Shell 63 à 4 nœuds à 6 degrés de liberté par nœud et dans ABAQUS l'élément S8R à 8 nœuds à 6 degrés de liberté par nœud a été utilisé (figure 2-5, figure 2-6).

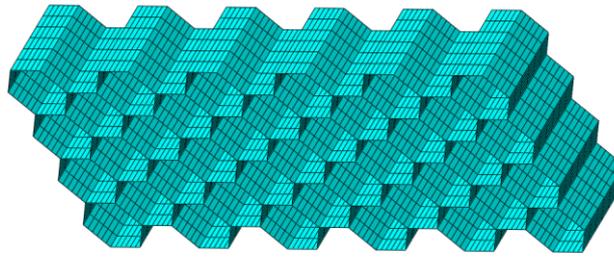


Figure 2-5: VER du nid d'abeilles.

La convergence du maillage a été obtenue à partir de 5256 éléments comme représentés sur la figure 2-7, chaque clinquant contient 36 éléments, 6 suivant la hauteur (NH) et 6 suivant l'arête (NA) (figure 2-6).

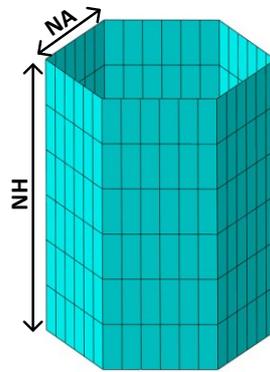


Figure 2-6: Maillage d'une cellule.

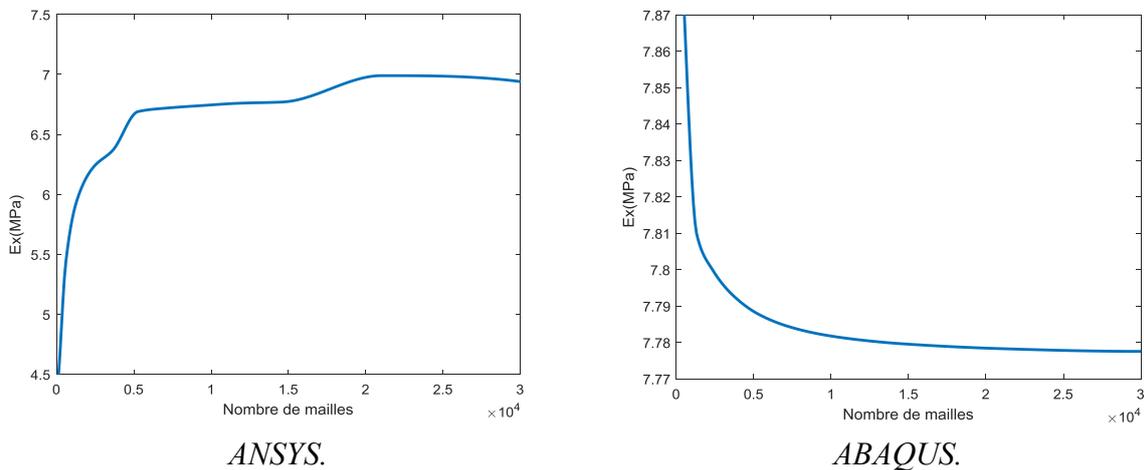


Figure 2-7: Convergence du maillage.

### 2.2.3 Conditions aux limites du VER

Pour calculer les différents modules, un déplacement est imposé sur une face du VER dans une direction donnée, la face opposée étant fixe. La figure 2-8 montre les faces du panneau sandwich avec des lettres affectées à chacune des six faces du VER.



Figure 2-8 : Faces et maillage de nid d'abeilles.

Le tableau 2-1 donne les six différentes simulations pour lesquelles les analyses par éléments finis sont effectuées.

Tableau 2-1: Conditions aux limites utilisées lors de la simulation.

Simulation	Face fixe	Face à déplacer	Direction et valeur du déplacement	Constantes élastiques calculées
1	A	B	x (1.0 mm)	$E_x, \nu_{xy}, \nu_{xz}$
2	C	D	z (0.1 mm)	$E_z$
3	E	F	y (1.0 mm)	$E_y, \nu_{yz}$
4	C	D	x (1.0 mm)	$G_{xz}$
5	C	D	y (1.0 mm)	$G_{yz}$
6	E	F	x (1.0 mm)	$G_{xy}$

### 2.2.3.1 Homogénéisation des propriétés $E_i \nu_{ij} t$

Trois simulations de traction permettent de déterminer les modules d'élasticité et les coefficients de Poisson.

On utilisera les relations simples de comportement élastique dans le cas d'une sollicitation uniaxiale :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad i = x, y, z \quad (2-1)$$

$$\sigma_i = \frac{F_i}{S} \quad (2-2)$$

$F_i$  est la force de réaction du VER suivant la direction  $i$  (déduite à partir du déplacement  $\delta U_i$  imposé).  $S$  est la surface perpendiculaire au déplacement imposé  $\delta U_i$ .

Les déformations  $\varepsilon_i, \varepsilon_j$  sont :

$$\varepsilon_i = \frac{\delta U_i}{l_i} \varepsilon_j = \frac{\delta U_j}{l_j} \quad i \neq j \quad i, j = x, y, z \quad (2-3)$$

Les coefficients de Poisson sont déterminés par la relation :

$$v_{ij} = -\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_j} \quad i \neq j \quad i, j = x, y, z \quad (2-4)$$

**a) Détermination du module  $E_x$**

Les conditions aux limites appliquées dans ce cas sont :

Tableau 2-2: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction X.

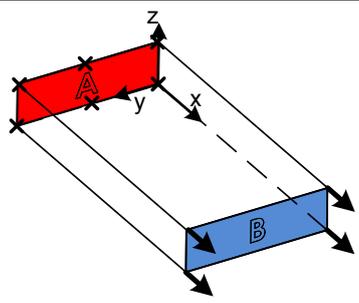
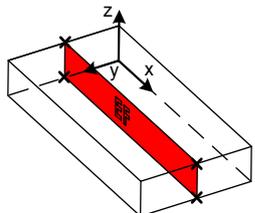
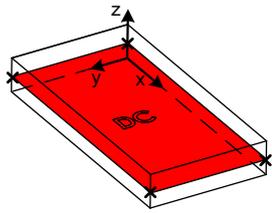
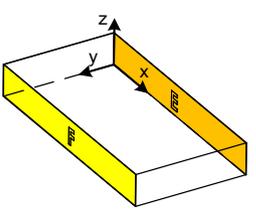
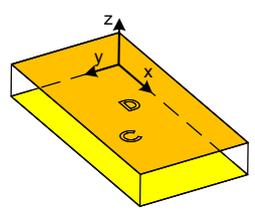
Conditions aux limites principales	
<p>Blocage du déplacement suivant X pour les nœuds de la face A. Déplacement imposé suivant X pour les nœuds de la face B.</p>	

Tableau 2-3: Conditions aux limites secondaires pour une traction suivant la direction X.

Conditions aux limites secondaires			
<p>Blocage du déplacement suivant Y pour les nœuds de la face intermédiaire EF</p>	<p>Blocage du déplacement suivant Z pour les nœuds de la face intermédiaire DC</p>	<p>Couplage des déplacements suivant Y pour les nœuds de la face E et la face F</p>	<p>Couplage des déplacements suivant Z pour les nœuds de la face C et la face D</p>
			

La figure 2-9 illustre la déformée du VER du nid d'abeilles sous l'effet d'une sollicitation de la traction suivant la direction X

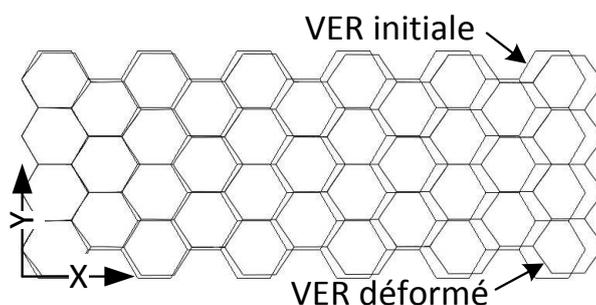


Figure 2-9: Déformée du VER pour une sollicitation de la traction suivant la direction X.

**b) Détermination du module  $E_y$**

Pour la traction suivant Y, les conditions aux limites sont :

Tableau 2-4: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction Y.

Conditions aux limites principales	
Blocage du déplacement suivant Y pour les nœuds de la face E Déplacement imposé suivant Y pour les nœuds de la face F	

Tableau 2-5: Conditions aux limites secondaires pour une traction suivant la direction Y.

Conditions aux limites secondaires			
Blocage du déplacement suivant X pour les nœuds de la face intermédiaire AB	Blocage du déplacement suivant Z pour les nœuds de la face intermédiaire DC	Couplage des déplacements suivant X pour les nœuds de la face A et la face B	Couplage des déplacements suivant Z pour les nœuds de la face C et la face D

La figure 2-10 représente la déformée de la structure nid d'abeilles sous l'effet de la traction suivant Y. Le comportement est satisfaisant puisque on peut noter de l'allongement suivant Y et la contraction suivant X sont dans l'ensemble uniformes sur le VER.

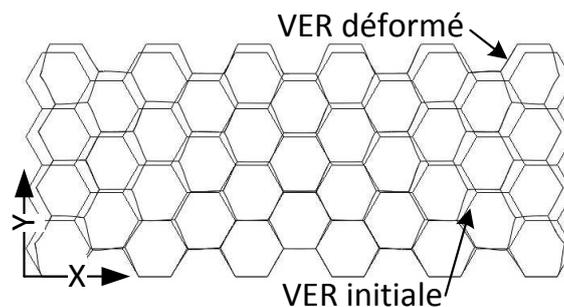


Figure 2-10: Déformée après simulation de la traction suivant Y.

**c) Détermination du module  $E_z$**

Pour la traction suivant Z, les conditions aux limites sont :

Tableau 2-6: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction Z.

Conditions aux limites principales	
Blocage du déplacement suivant Z pour les nœuds de la face C Déplacement imposé suivant Z pour les nœuds de la face D	

Tableau 2-7: Conditions aux limites secondaires pour une traction suivant la direction Z.

Conditions aux limites secondaires	
Blocage du déplacement suivant X pour les nœuds de la face intermédiaire AB	Blocage du déplacement suivant Y pour les nœuds de la face intermédiaire EF

La figure 2-11 présente la déformée du nid d'abeilles sous une sollicitation suivant l'axe Z.

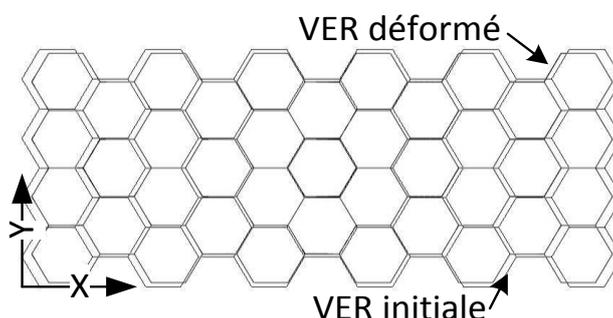


Figure 2-11: Déformée pour un déplacement imposé suivant l'axe Z.

**2.2.3.2 Homogénéisation des propriétés  $G_{ij}$**

Dans cette méthode, comme les précédentes, les caractéristiques élastiques sont déterminées par l'analyse des efforts aux liaisons en utilisant les lois de comportement pour les petites perturbations.

Le module de cisaillement est défini par la relation :

$$G_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad i \neq j \text{ et } i, j = x, y, z \quad (2-5)$$

Avec la contrainte de cisaillement :

$$\tau_{ij} = \frac{F_i}{S_{ik}} \quad i \neq j \neq k \text{ et } i, j, k = x, y, z \quad (2-6)$$

Et la déformation de cisaillement :

$$\gamma_{ij} \approx \tan \gamma_{ij} = \frac{\delta U_i}{l_j}, i \neq j. \quad (2-7)$$

$F_i$  est déterminée par la simulation numérique.

**a) Détermination du module  $G_{xy}$**

Nous allons décrire comment à partir de déplacements imposés dans un plan  $ij$  nous pouvons obtenir  $G_{ij}$ . La méthode de détermination des modules consiste à bloquer en translation une face et à appliquer un déplacement sur la face opposée.

Pour déterminer  $G_{xy}$ , les conditions aux limites sont les suivantes :

Tableau 2-8: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction X.

Conditions aux limites	
<p>Blocage du déplacement suivant X, Y et Z pour les nœuds de la face E</p> <p>Blocage du déplacement suivant Y et Z pour les nœuds de la face F</p> <p>Déplacement imposé suivant X pour les nœuds de la face F</p>	

Les conditions aux limites précédentes entraînent une déformation globalement homogène comme on peut l'observer sur La figure 2-12.

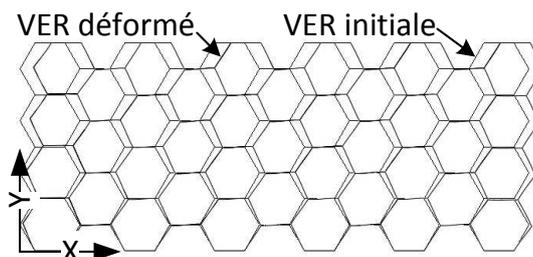


Figure 2-12: Déformée du VER due au cisaillement dans le plan XY.

**b) Détermination du module  $G_{xz}$**

La méthode de détermination des modules consiste à bloquer en translation une face et à appliquer un déplacement parallèle sur la face opposée, comme dans le cas précédent. Les conditions aux limites entraînent une déformation qu'on peut l'observer sur la figure 2-13.

Pour déterminer  $G_{xz}$ , les Conditions aux limites imposées sont données dans le tableau 2-9.

Tableau 2-9: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction X.

Conditions aux limites	
<p>Blocage du déplacement suivant X, Y et Z pour les nœuds de la face C</p> <p>Blocage du déplacement suivant Y et Z pour les nœuds de la face D</p> <p>Déplacement imposé suivant X pour les nœuds de la face D</p>	

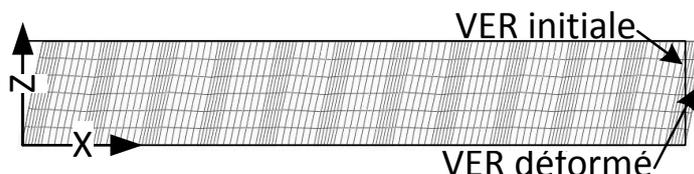


Figure 2-13: Déformée du VER en cisaillement dans le plan XZ.

**c) Détermination du module  $G_{yz}$**

Pour déterminer  $G_{yz}$ , on suit la même procédure que dans les cas précédant, les Conditions aux limites imposées sont données dans le tableau 2-10.

Tableau 2-10: Conditions aux limites principales pour une traction suivant la direction Y.

Conditions aux limites	
<p>Blocage du déplacement suivant X, Y et Z pour les nœuds de la face C</p> <p>Blocage du déplacement suivant X et Z pour les nœuds de la face D</p> <p>Déplacement imposé suivant Y pour les nœuds de la face D</p>	

Dans la figure 2-14 on peut l'observer une déformation homogène induite par les conditions aux limites appliquées.

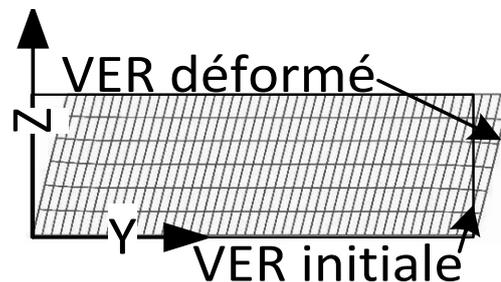


Figure 2-14: Déformée en cisaillement dans le plan YZ.

### 2.3 Résultats de l'homogénéisation analytique et numérique des âmes en nid d'abeilles Nomex

Cette homogénéisation des propriétés mécaniques a été effectuée sur des âmes en nid d'abeilles Nomex en variant les paramètres suivants :

- L'épaisseur de parois de cellule ( $t$ ) : de 0.06 mm à 1 mm.
- Le diamètre de cellule ( $\emptyset$ ) : de 1 mm à 50 mm.

Le nid d'abeilles Nomex est un matériau de construction non métallique et ultraléger utilisé essentiellement comme noyau dans les structures sandwichs. Pour la production du nid d'abeilles Nomex on utilise des fibres aramides recouvertes de résine phénolique. Le nid d'abeilles Nomex offre des propriétés mécaniques très élevées pour un poids très faible. Il possède aussi une haute résistance électrique, thermique et chimique de même qu'une résistance excellente à la corrosion aux chocs et à la fatigue.

Toutes ces propriétés font du nid d'abeilles Nomex un matériau idéal pour la construction légère. Les domaines d'applications typiques sont : Voitures de F1, coffres pour véhicules utilitaires, redresseurs de flux, industrie du ski, construction de bateaux de compétition, panneaux ultralégers, industrie ferroviaire [59].

Pour l'obtention des propriétés élastiques homogénéisée, la méthode numérique décrite précédemment dans le chapitre 1 a été utilisée ainsi que le modèle analytique de Gibson. Afin de mieux interpréter les résultats, ils seront présentés sous forme de graphes et de tableaux.

### 2.3.1 Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation de l'épaisseur de paroi de cellule

Les tableaux A-1 et A-2 présentés en annexe nous donnent les résultats obtenus ainsi que l'erreur correspondante, ces résultats nous ont permis de tracer les figures 2-15, 2-16 et 2-17 qui présentent l'évolution des modules d'élasticité  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  et les figures 2-19, 2-20 et la figure 2-21 qui présentent l'évolution des modules de cisaillement  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  en fonction de la variation de l'épaisseur. Aussi ces résultats nous en permis d'établir la figure 2-18 et la figure 2-22 qui montrent l'erreur relative entre les modules analytique (Gibson) et numérique (Ansys).

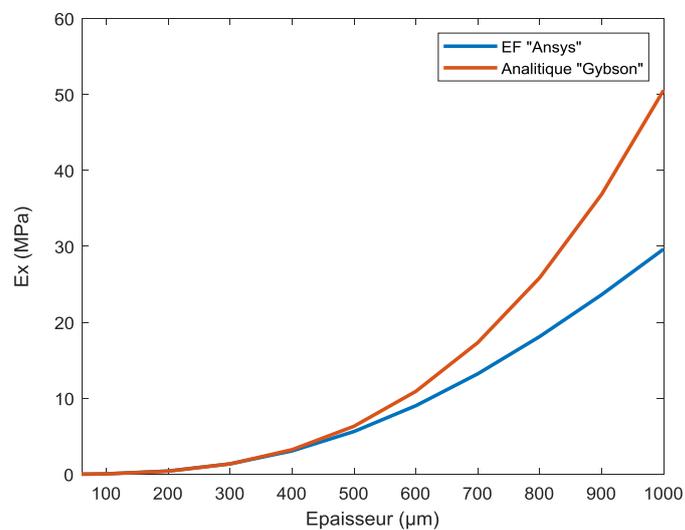


Figure 2-15: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60 μm à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

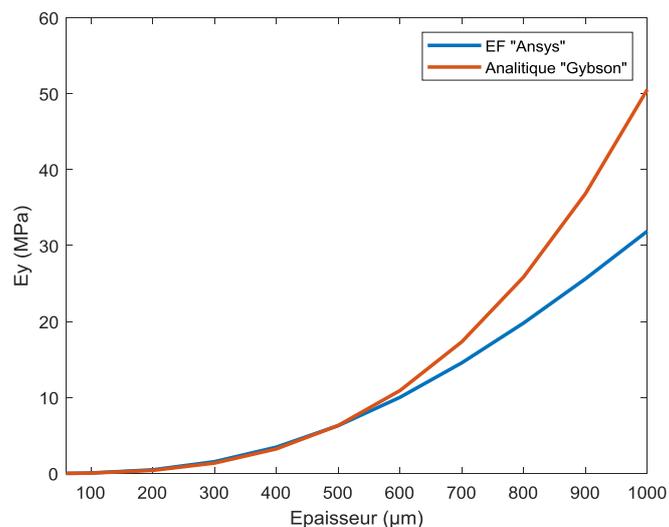


Figure 2-16: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60 μm à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

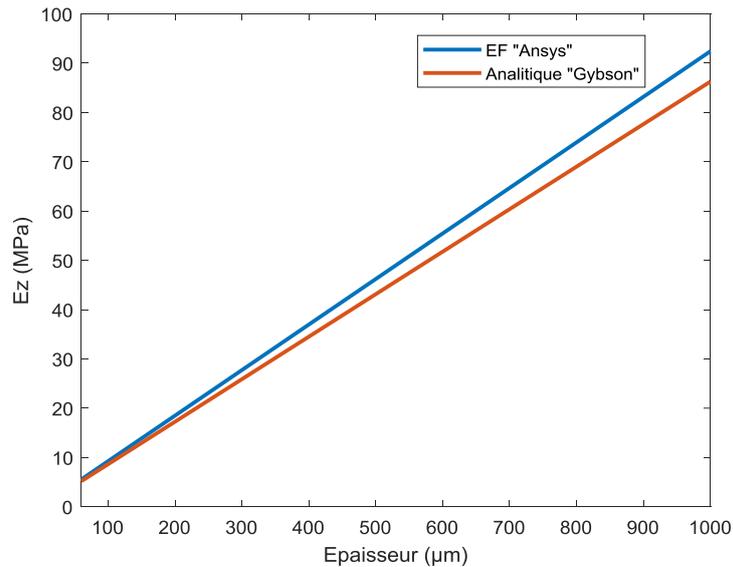


Figure 2-17: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

Après analyse des résultats présentés dans la figure 2-18 et la figure 2-22, on peut voir que l'évolution des modules  $E_z$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  est proportionnelle à l'augmentation de l'épaisseur de paroi. Pour les autres modules  $E_x$ ,  $E_y$  et  $G_{xy}$  on constate qu'il y'a une tendance vers 0 en dessous de 400  $\mu\text{m}$  présente une augmentation rapide au-delà de cette valeur.

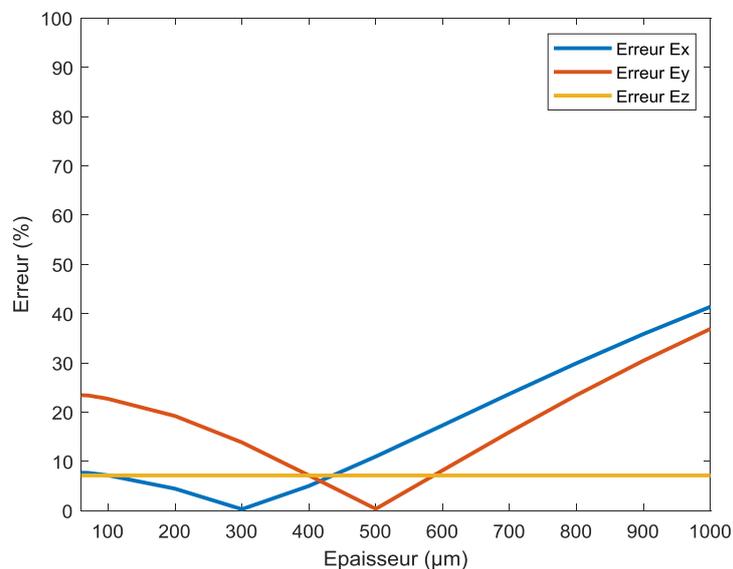


Figure 2-18: Erreur relative entre les modules d'élasticité  $E$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

Concernant l'erreur (figure 2-18, figure 2-22) entre le modèle analytique et le modèle numérique pour le module  $E_x$  et  $E_y$  elles sont respectivement aux alentours de 8 % et de 25 %

pour les petites épaisseurs de 60  $\mu\text{m}$ . Cette erreur est minimale à 300  $\mu\text{m}$  pour  $E_x$  et a 500  $\mu\text{m}$  pour  $E_y$ , elle augmente ensuite rapidement pour atteindre 41% pour  $E_x$  et 36 % pour  $E_y$ . On remarque la même allure pour le module de  $G_{xy}$  ; l'erreur commence à 16 % pour l'épaisseur 1  $\mu\text{m}$  puis elle diminue a une valeur de 0.4 % pour l'épaisseur de 600  $\mu\text{m}$  puis elle augmente rapidement jusqu'à une valeur de 18 %.

Pour les modules  $E_z$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  l'erreur est constante par rapport à l'épaisseur, pour  $E_z$  elle est de 7 %, pour  $G_{xz}$  elle est de 0.8 % et 5 % pour  $G_{yz}$ .

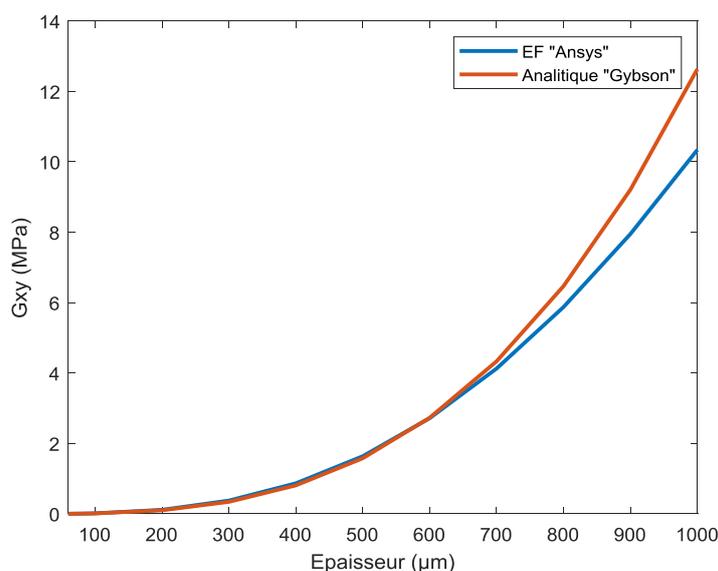


Figure 2-19: Variation des modules de cisaillement  $G_{xy}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

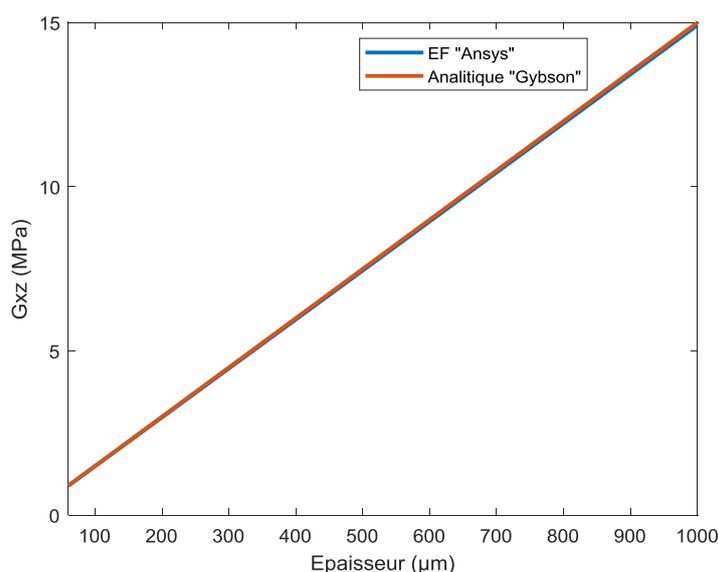


Figure 2-20: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 60  $\mu\text{m}$  à 1 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

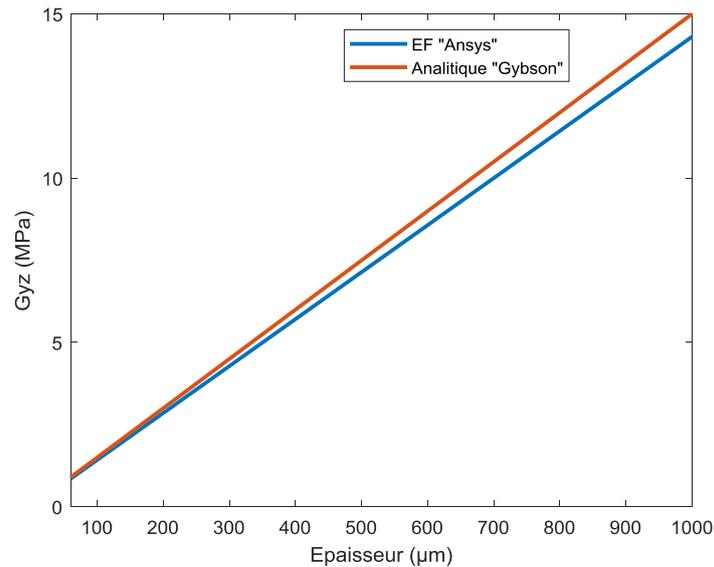


Figure 2-21: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $60 \mu\text{m}$  à  $1 \text{ mm}$  des âmes en nid d'abeilles Nomex.

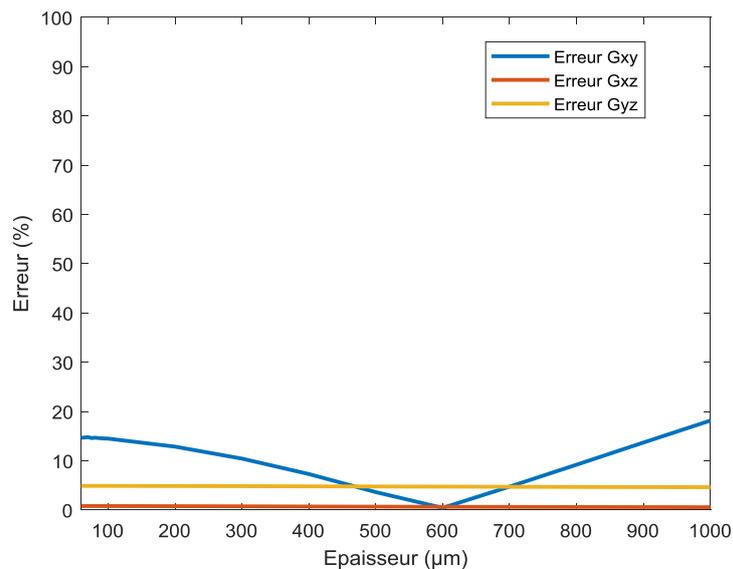


Figure 2-22 : Erreur relative entre les modules de cisaillement  $G$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $60 \mu\text{m}$  à  $1 \text{ mm}$  des âmes en nid d'abeilles Nomex.

### 2.3.2 Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation du diamètre de la cellule

Les résultats obtenus ainsi que l'erreur correspondante ont été obtenus d'après les tableaux A-3 et A-4 présentés en annexe. Ces résultats nous ont permis de tracer les figures 2-23, 2-24 et 2-25 qui présentent l'évolution des modules d'élasticité  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$ . Les figures 2-27, 2-28 et 2-29 présentent les modules de cisaillement  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  en fonction de la variation du diamètre de cellule.

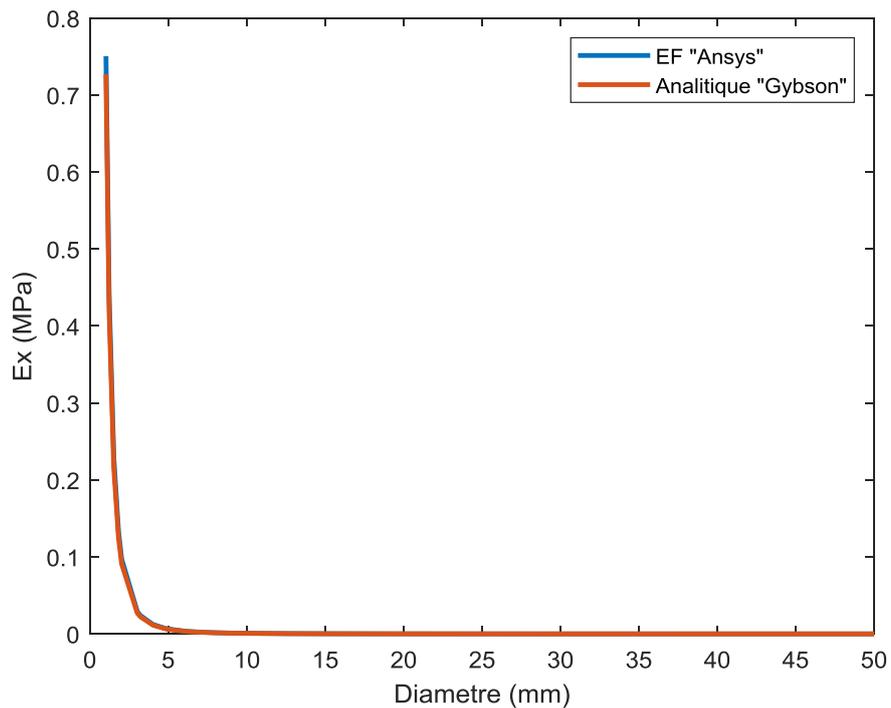


Figure 2-23: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

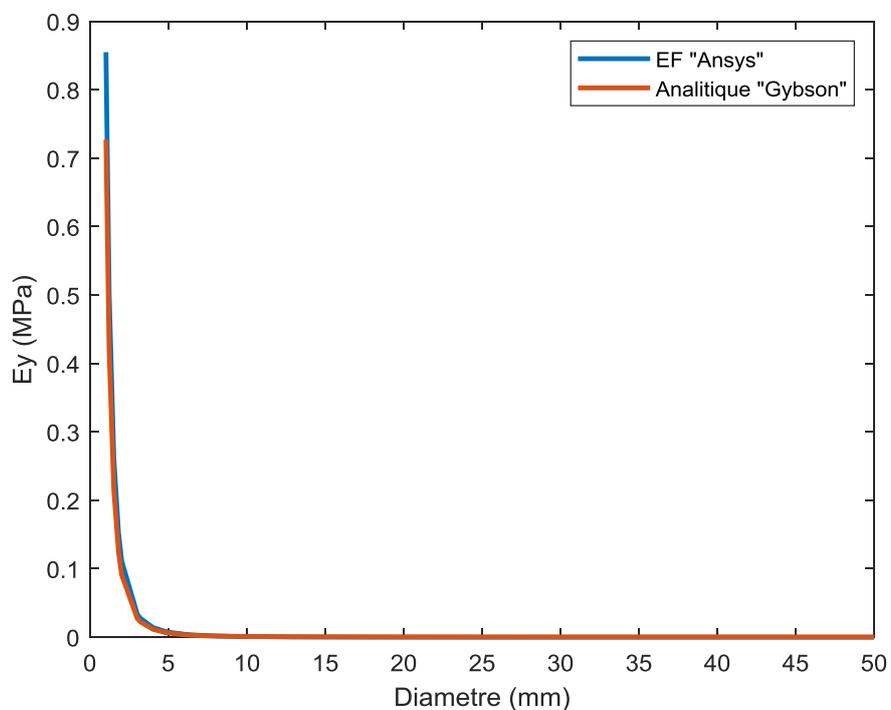


Figure 2-24: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

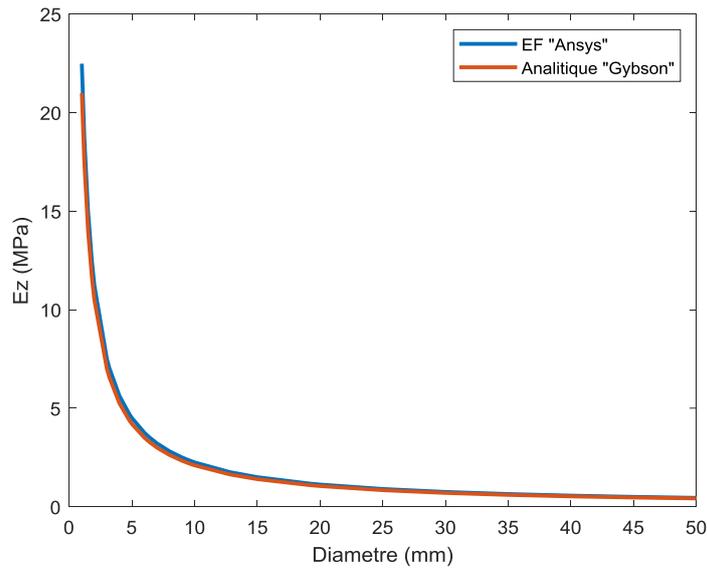


Figure 2-25: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

Ces résultats nous ont permis aussi d'établir les figures 2-26 et 2-30 qui montrent l'erreur relative entre les modules analytique (Gibson) et numérique (Ansys).

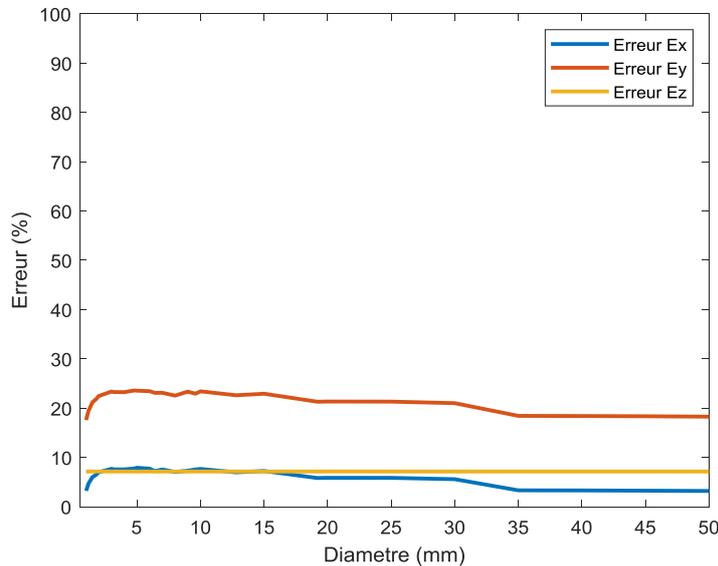


Figure 2-26: Erreur relative entre les modules d'élasticités  $E$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

L'analyse des résultats présentés montre que l'évolution de tous les modules présente une décroissance exponentielle par rapport à la variation du diamètre de cellule. En constate une diminution rapide des valeurs des modules jusqu'à un diamètre de cellule d'environ 20 mm puis au-delà les modules tendent vers 0.

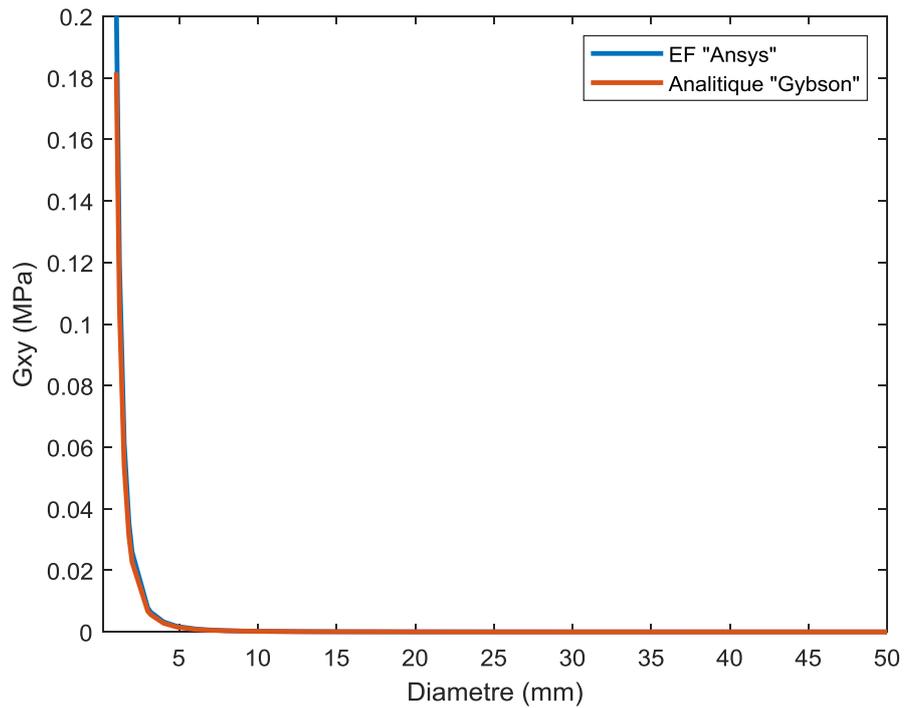


Figure 2-27: Variation des modules de cisaillement  $G_{xy}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

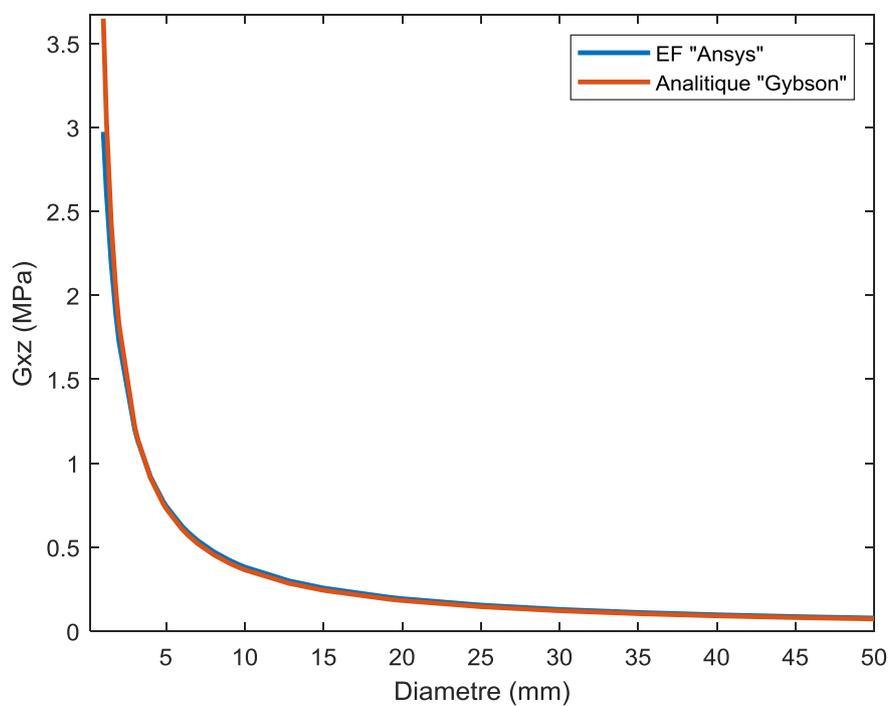


Figure 2-28: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

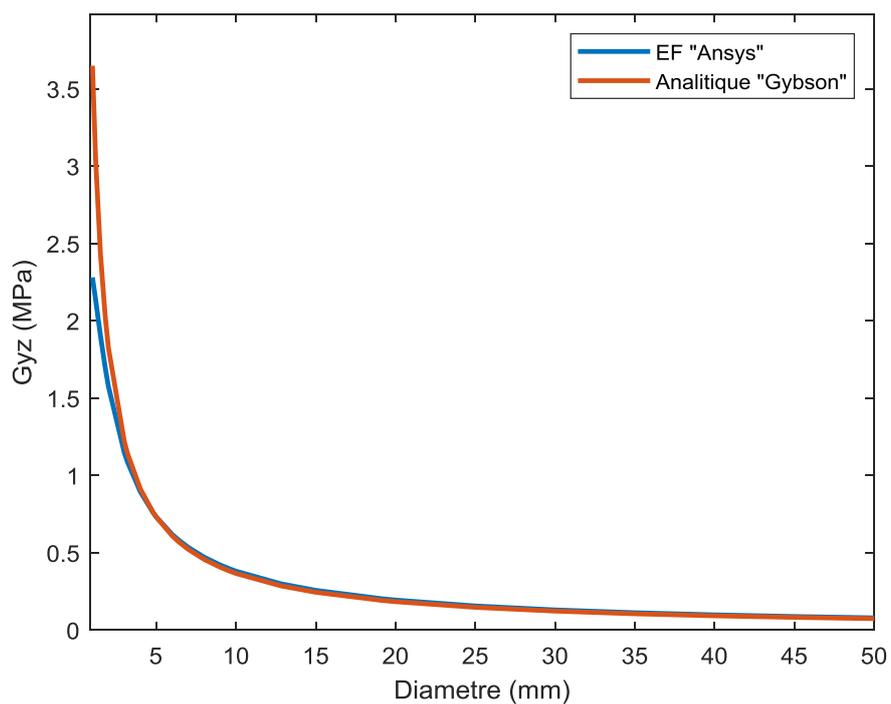


Figure 2-29: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

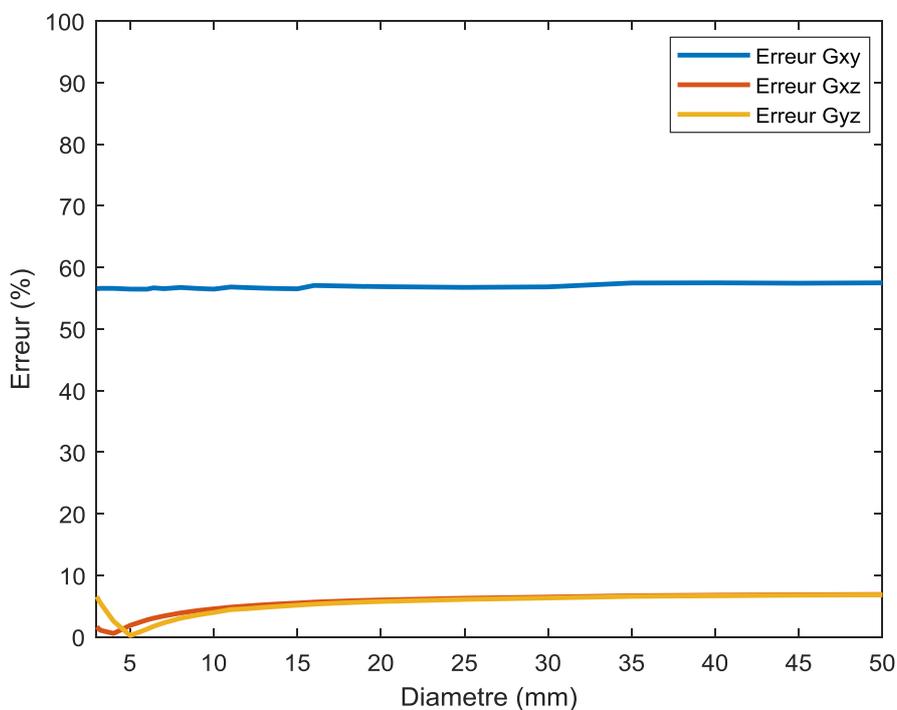


Figure 2-30: Erreur relative entre les modules de cisaillement  $G$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 1 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles Nomex.

On constate que l'écart des résultats de l'erreur relative entre la simulation numérique (Ansys) et le modèle analytique (Gibson) dans le cas de variation de diamètre de cellule est stable pour les modules  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  et  $G_{xy}$  ; elle est d'environ 6 % pour  $E_x$ , 21 % pour  $E_y$ , 7 % pour  $E_z$  et 13 % pour  $G_{xy}$ .

Ces écarts sont acceptables si on prend le module de Gibson comme référence.

Pour ce qui est des modules de cisaillement  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  l'erreur relative varie avec le diamètre de cellule ; elles présentent une erreur maximale pour les plus petits diamètres puis les erreurs diminuent à leurs plus basses valeurs qui est de 0.11 % pour  $G_{yz}$  et 0.77 % pour  $G_{xz}$  avec un diamètre correspondant de 4 mm et 5 mm. Au-delà de ces diamètres, l'erreur augmente puis se stabilise aux environs de 7 %.

La comparaison des résultats numériques et ceux obtenus par le modèle de Gibson, donnent des résultats proches.

## **2.4 Résultats de l'homogénéisation analytique et numérique des âmes en nid d'abeilles aluminium**

Cette homogénéisation a été effectuée en variant les paramètres suivants :

- L'épaisseur de parois de cellule ( $t$ ) : de 60  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm.
- Le diamètre de cellule ( $\emptyset$ ) : de 3 mm à 50 mm.
- L'angle de cellule ( $\theta$ ) : de 4° à 80°.

Le matériau étudié est un nid d'abeilles avec des cellules de forme hexagonale de la société EURO COMPOSITE [59]. Le matériau constituant le nid d'abeilles est l'aluminium allié 3003 H18 avec une densité apparente de 27.3 kg/m<sup>3</sup>.

Pour l'obtention des propriétés élastiques homogénéisée, la méthode numérique décrite précédemment a été utilisée ainsi que le modèle analytique de Gibson.

### **2.4.1 Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation de l'épaisseur de paroi de cellule**

Les figures 2-31, 2-32 et 2-33 montrent les courbes de l'évolution des modules  $E$  et les figures 2-35, 2-36 et 2-37 montrent les courbes de l'évolution des modules  $G$  obtenue d'après les tableaux A-5 et A-6 présentés en annexe.

L'allure des courbes pour tous les modules montrent augmentation constante par rapport à la variation de l'épaisseur.

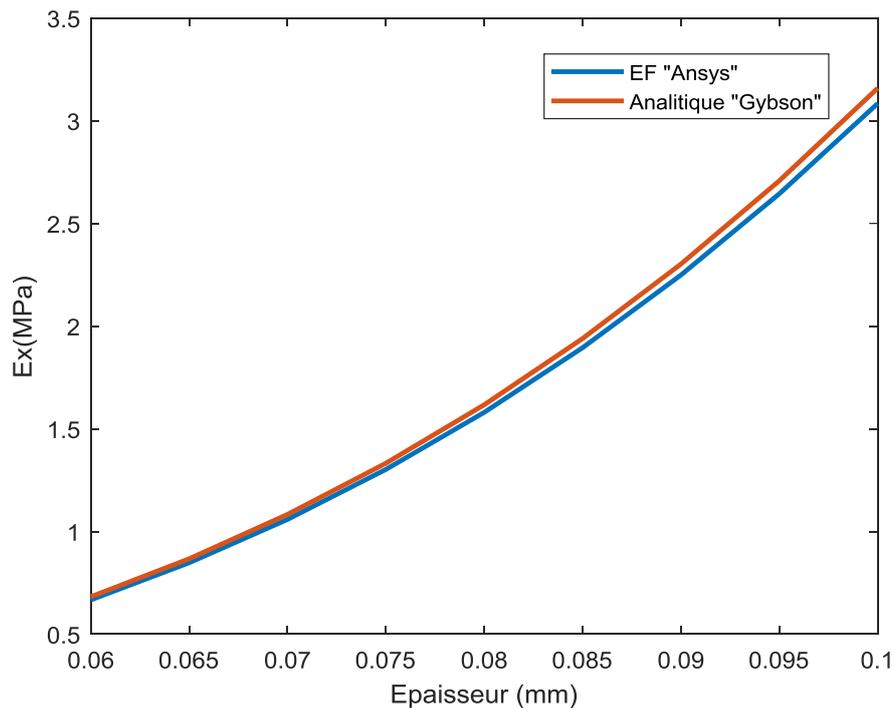


Figure 2-31: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $60\ \mu\text{m}$  à  $0.1\ \text{mm}$  des âmes en nid d'abeilles aluminium.

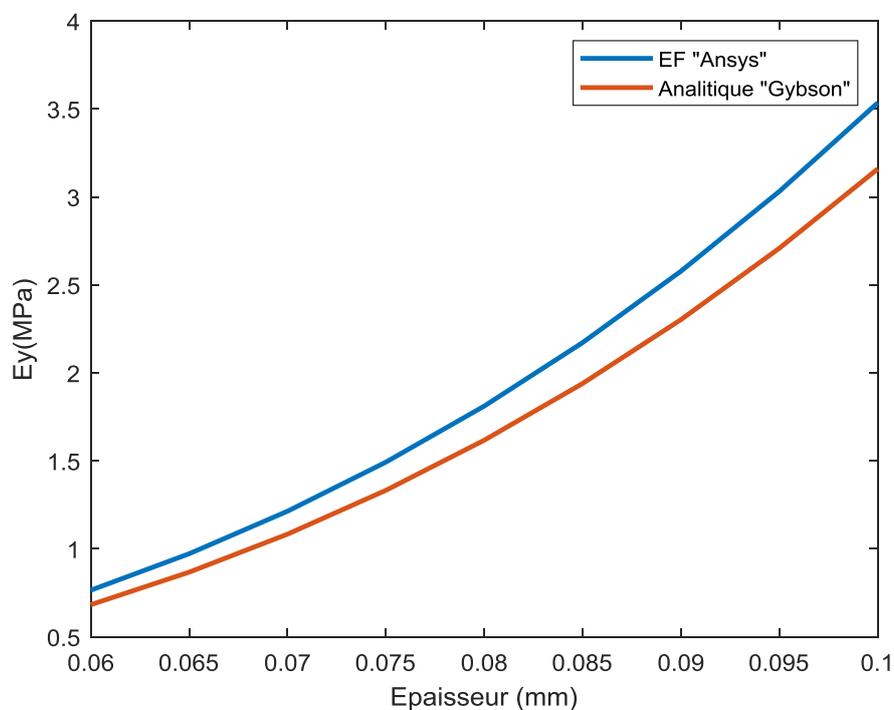


Figure 2-32: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $1\ \mu\text{m}$  à  $0.1\ \text{mm}$  des âmes en nid d'abeilles aluminium.

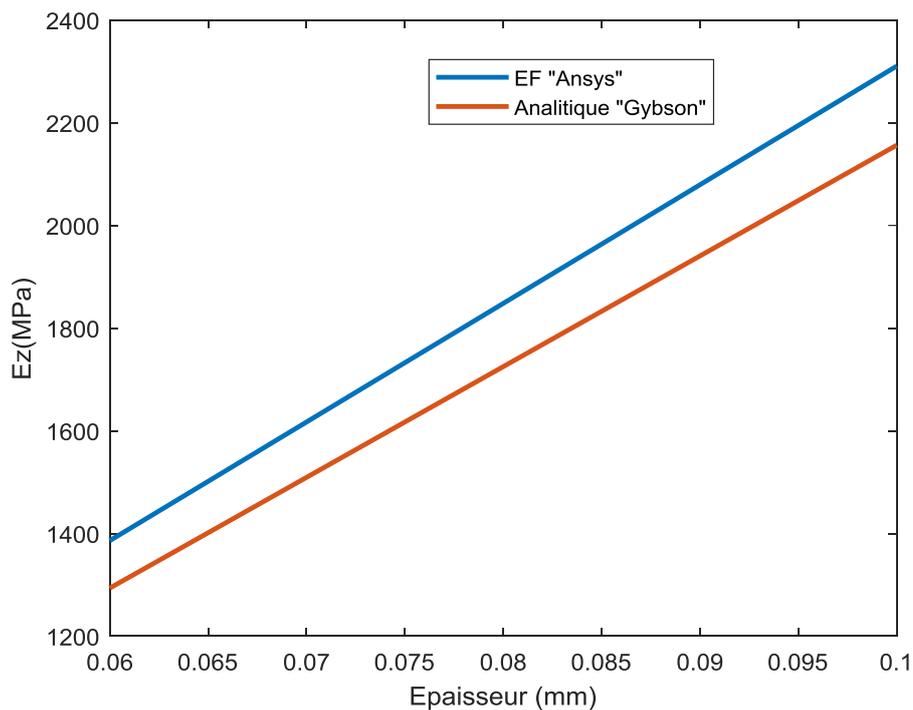


Figure 2-33: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $1 \mu\text{m}$  à  $0.1 \text{ mm}$  des âmes en nid d'abeilles aluminium.

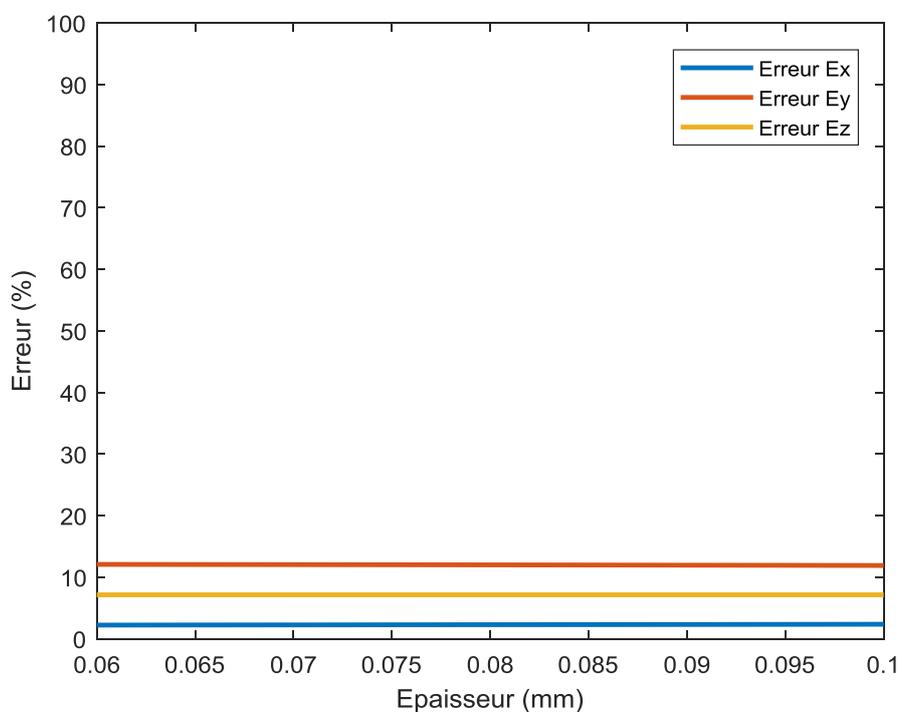


Figure 2-34: Erreur relative entre les modules d'élasticité  $E$  analytique (Gibson) et numérique ANSYS en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $1 \mu\text{m}$  à  $0.1 \text{ mm}$  des âmes en nid d'abeilles aluminium.

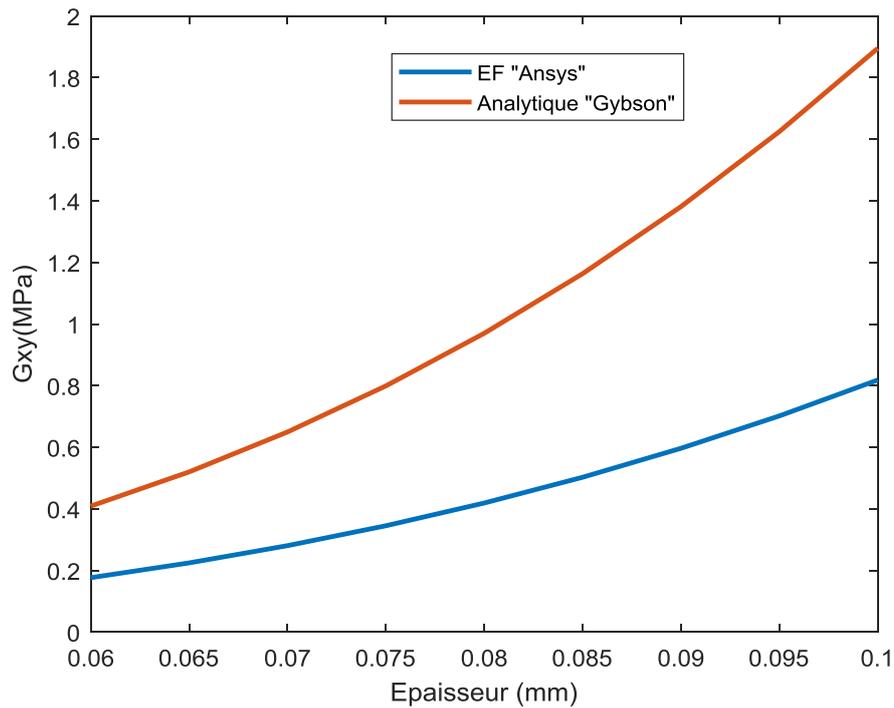


Figure 2-35: Variation des modules de cisaillement  $G_{xy}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $1 \mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

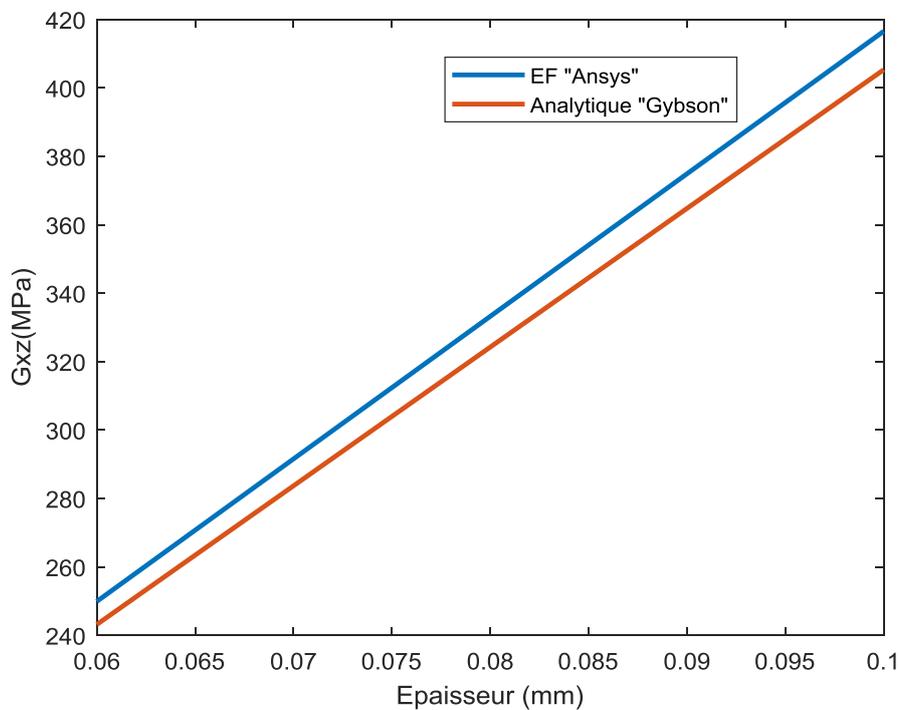


Figure 2-36: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de  $1 \mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

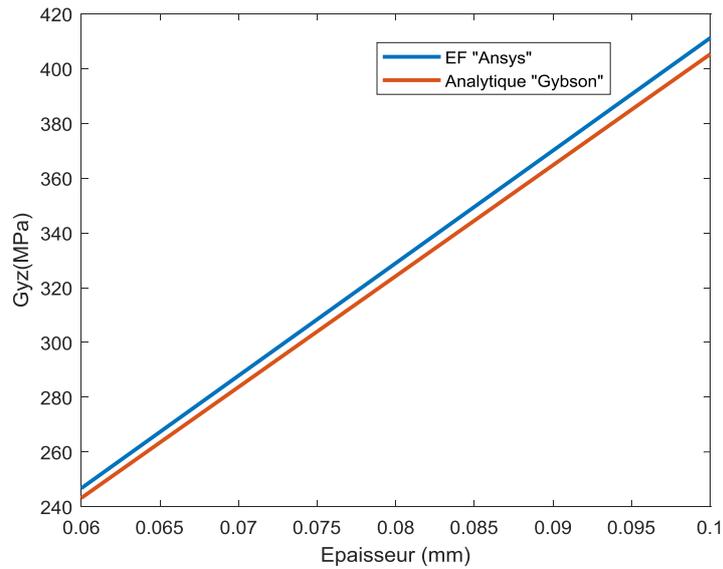


Figure 2-37: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

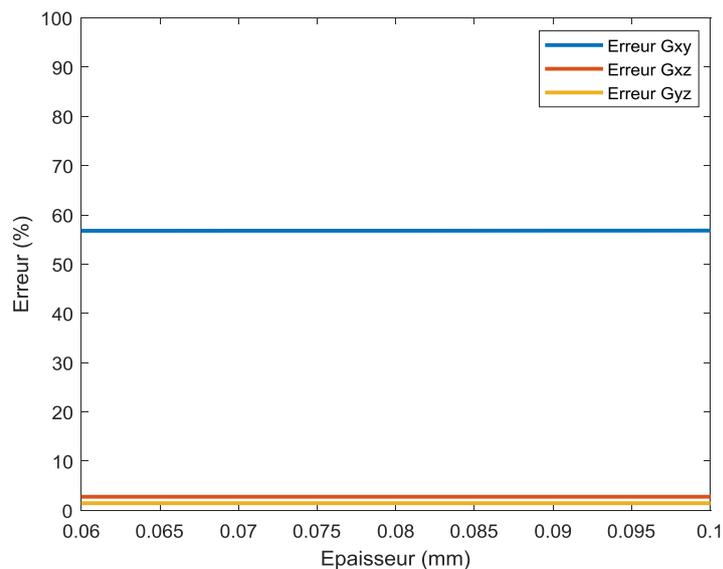


Figure 2-38 : Erreur relative entre les modules de cisaillement  $G$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'épaisseur de paroi de cellule de 1  $\mu\text{m}$  à 0.1 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

Concernant l'évolution de l'erreur tracée dans la figure 2-34 et la figure 2-38, on remarque qu'elle est constante pour tous les modules étudiés. Ces valeurs sont assez faibles ne dépassant pas les 12 % sauf pour le module  $G_{xy}$  où l'erreur est de l'ordre de 56 %. Cette erreur relativement importante concerne un module de faible valeur donc cette dernière influence peu les propriétés mécaniques du sandwich.

### 2.4.2 Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation du diamètre de la cellule

La figure 2-39, figure 2-40 et la figure 2-41 ainsi que la figure 2-43, figure 2-44 et la figure 2-45 présentent la variation des modules  $E$  et  $G$  en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm. Les tableaux des résultats (tableaux A-7, A-8) sont parentés en annexe. L'allure des courbes montre une forte décroissance exponentielle suivie d'un palier stable qui tend vers 0 à partir du diamètre de cellule 20 mm.

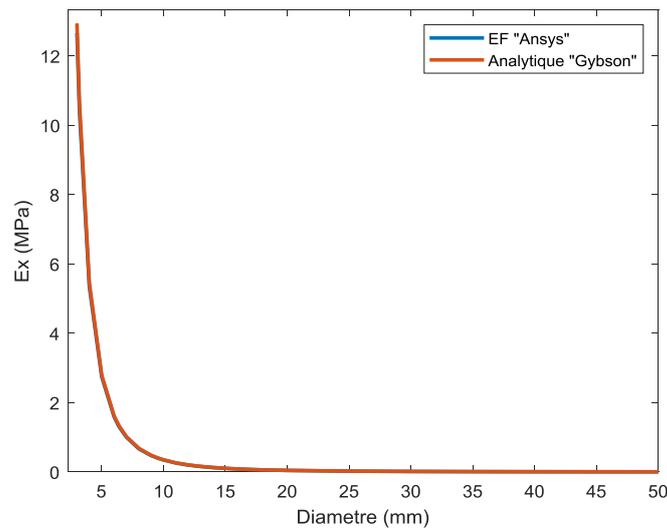


Figure 2-39: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

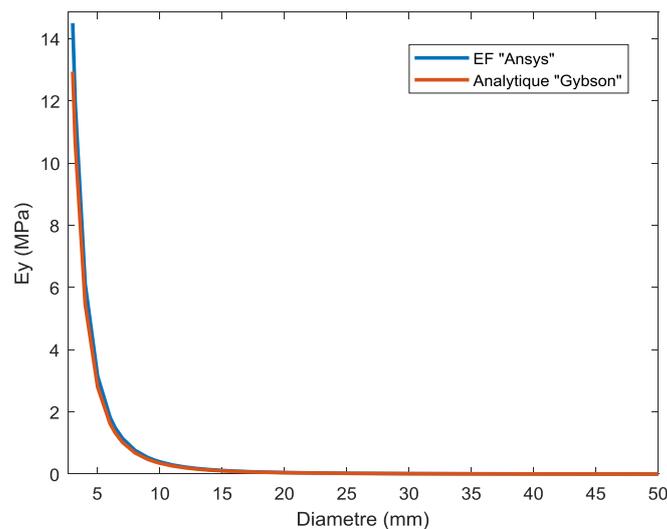


Figure 2-40: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

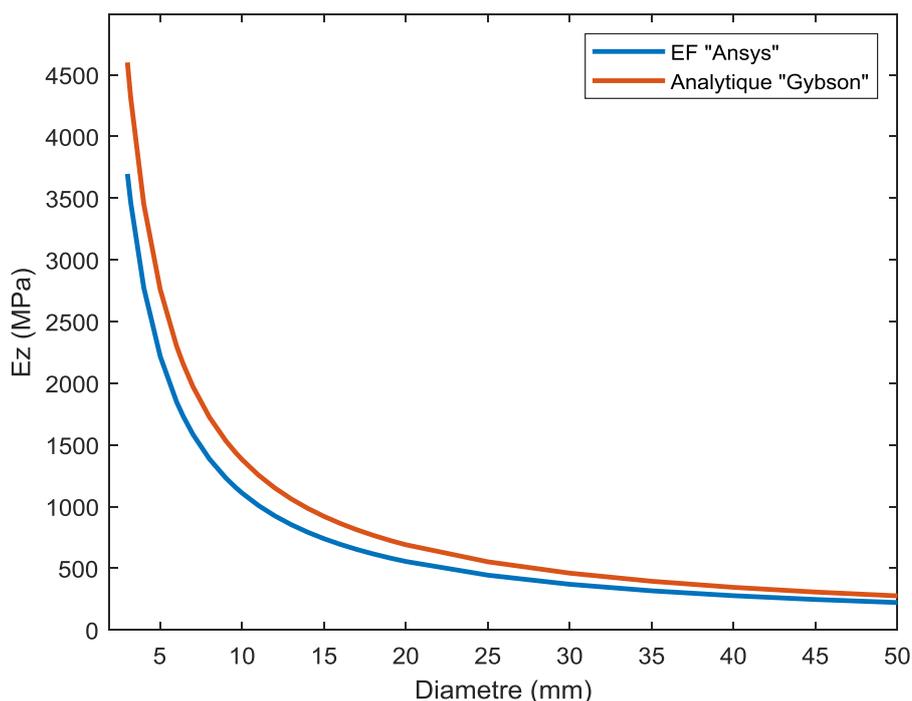


Figure 2-41: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

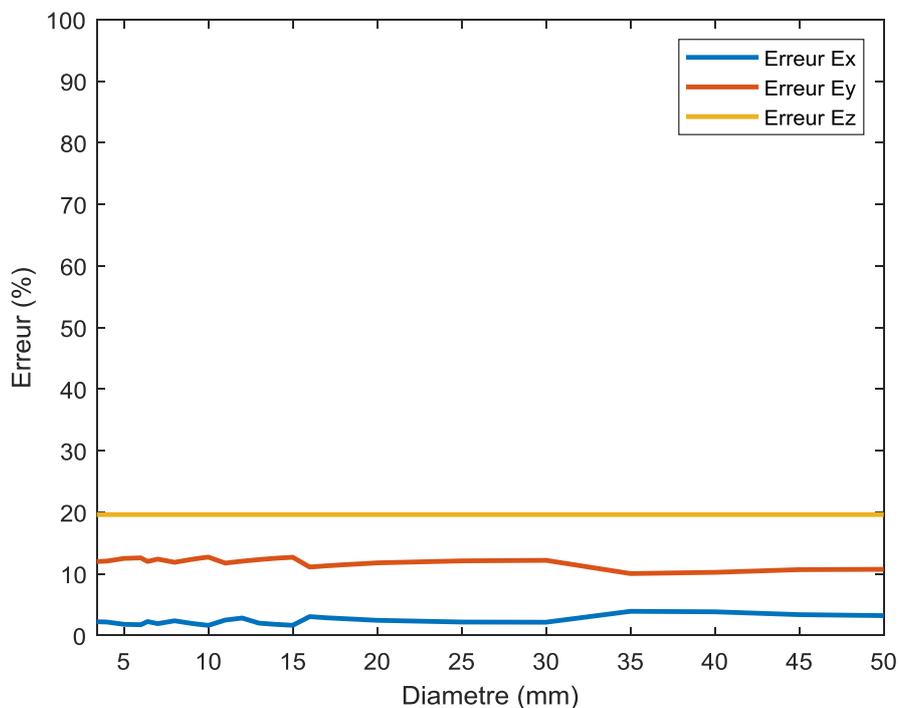


Figure 2-42: Erreur relative entre les modules d'élasticité  $E$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

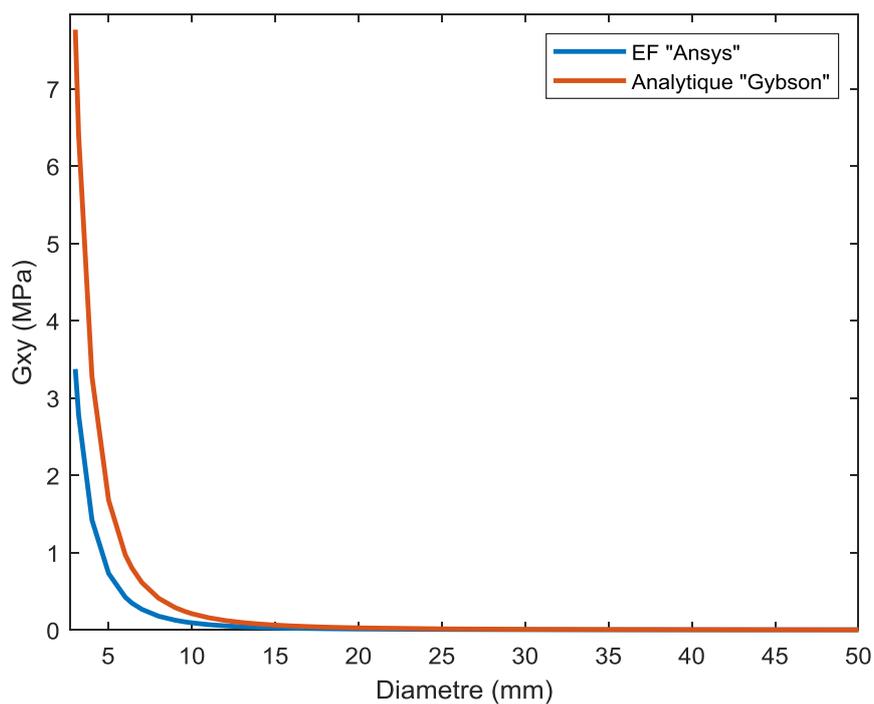


Figure 2-43: Variation des modules de cisaillement  $G_{xy}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

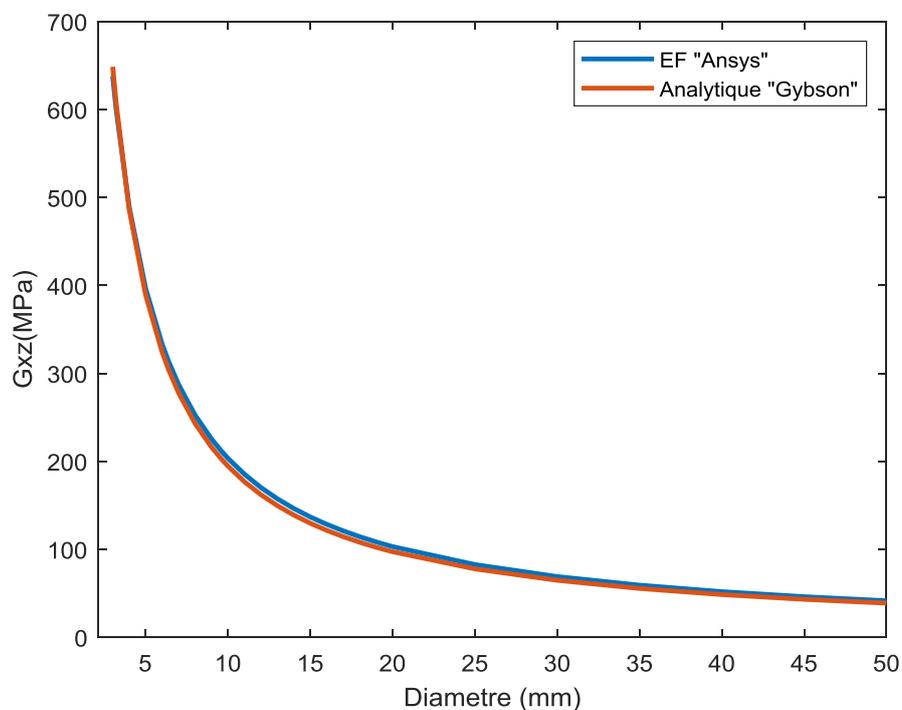


Figure 2-44: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

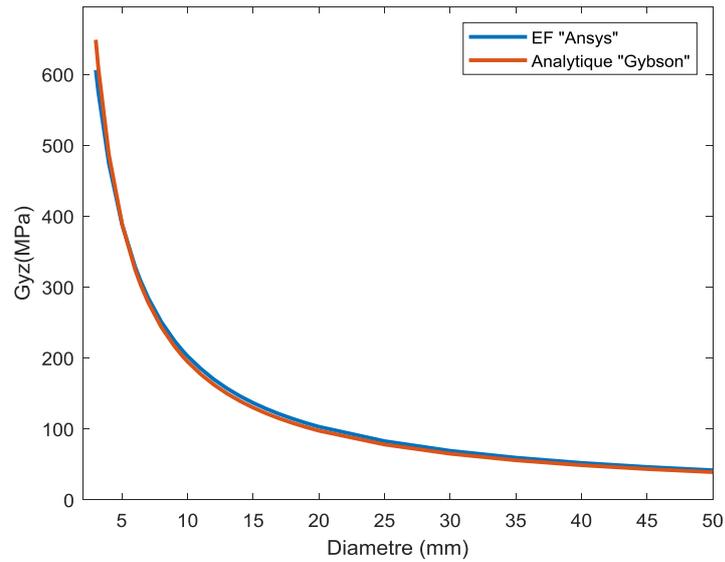


Figure 2-45: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

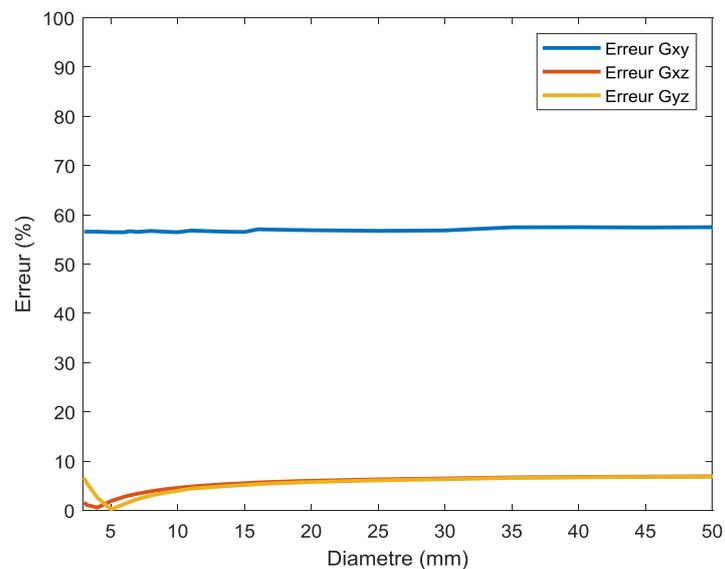


Figure 2-46: Erreur relative entre les modules de cisaillement  $G$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction du diamètre de cellule de 3 mm à 50 mm des âmes en nid d'abeilles aluminium.

Concernant les erreurs présentées dans les figures 2-42 et 2-46, on constate qu'elle est constante pour tous les modules étudiés, ces valeurs sont assez faibles ne dépassant pas les 19 % sauf pour le module  $G_{xy}$  où l'erreur est de l'ordre de 58 %. Comme le cas précédent, cette erreur est relativement importante, mais concerne un module de faible influence sur les propriétés mécaniques du sandwich.

### 2.4.3 Résultats de l'homogénéisation des modules en fonction de la variation de l'angle de la cellule

Les résultats obtenus de l'homogénéisation analytique et numérique des propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeilles  $E$  et  $G$  en fonction de l'angle de cellule se trouvent en annexe (tableaux A-9, A-10). Ils ont servi à tracer les courbes des figures 2-47, 2-48 et 2-49 ainsi que les figures 2-51, 2-52 et 2-53.

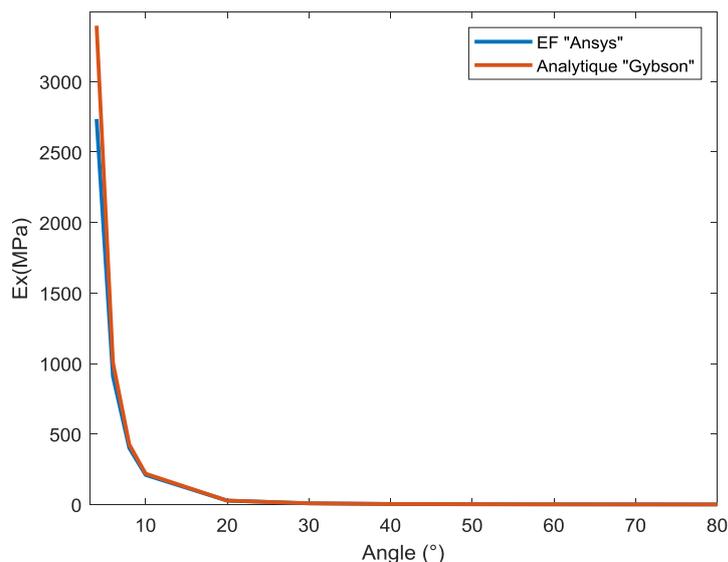


Figure 2-47: Variation des modules d'élasticité  $E_x$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

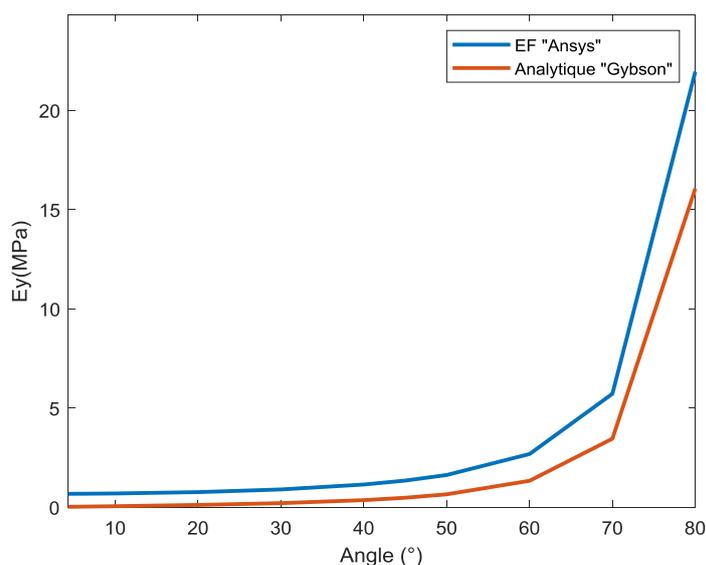


Figure 2-48: Variation des modules d'élasticité  $E_y$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

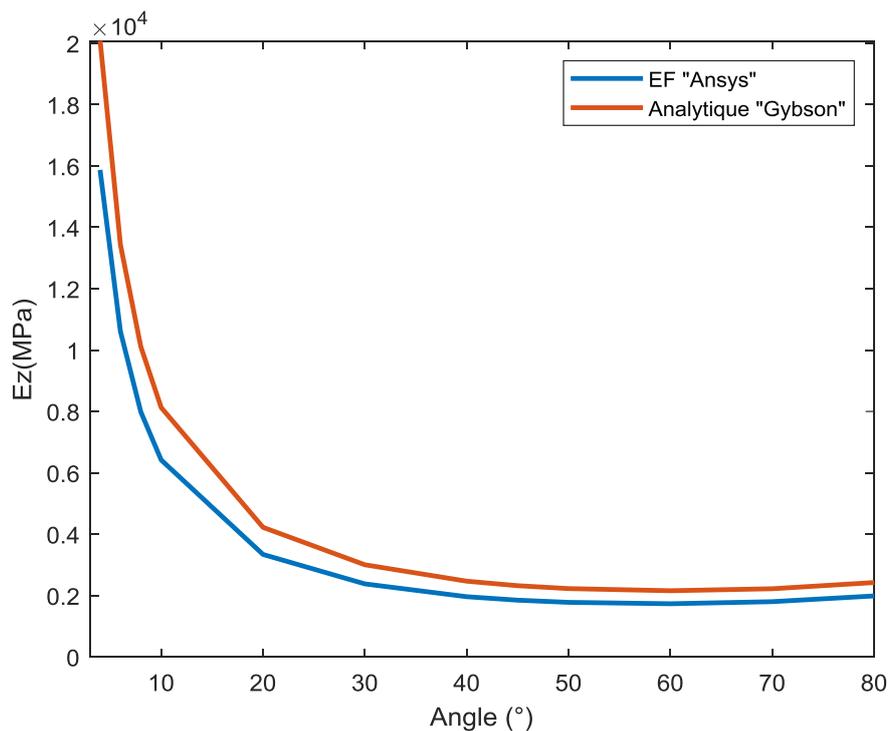


Figure 2-49: Variation des modules d'élasticité  $E_z$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de  $4^\circ$  à  $80^\circ$ ) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

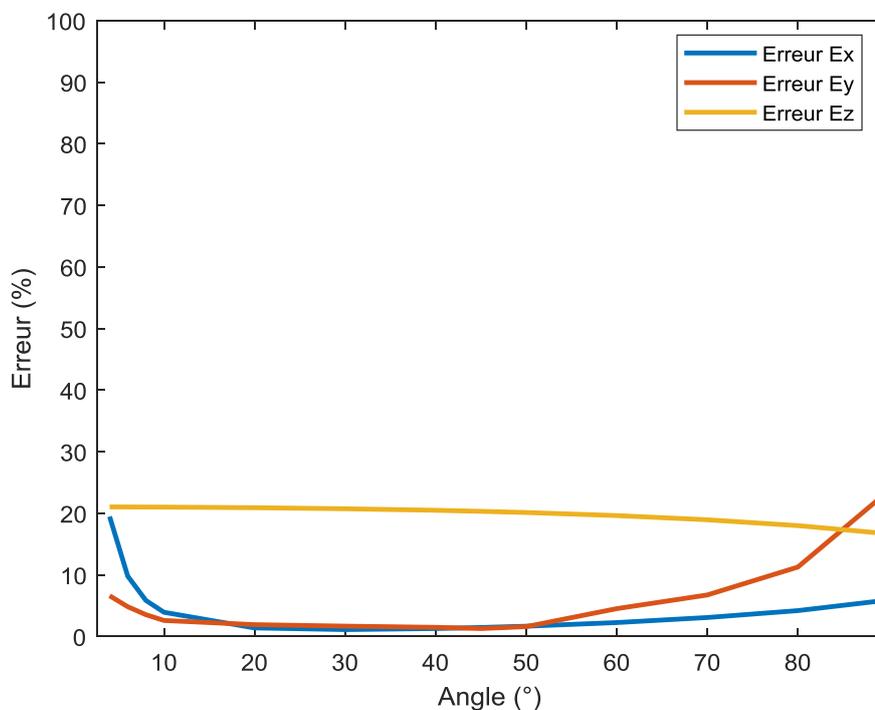


Figure 2-50: Erreur relative entre les modules d'élasticité  $E$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'angle de cellule (de  $4^\circ$  à  $80^\circ$ ) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

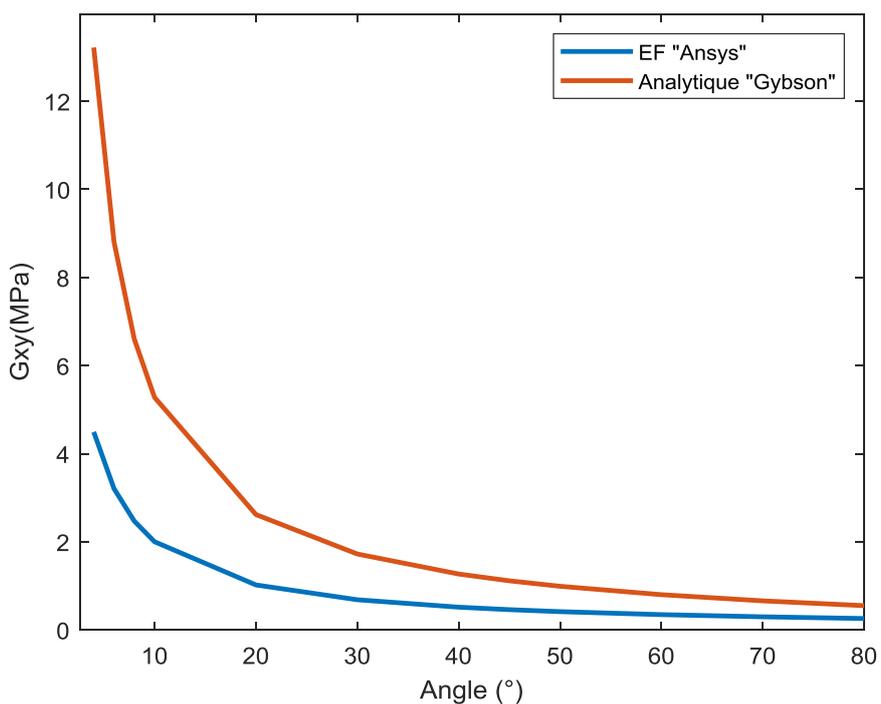


Figure 2-51: Variation des modules de cisaillement  $G_{xy}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

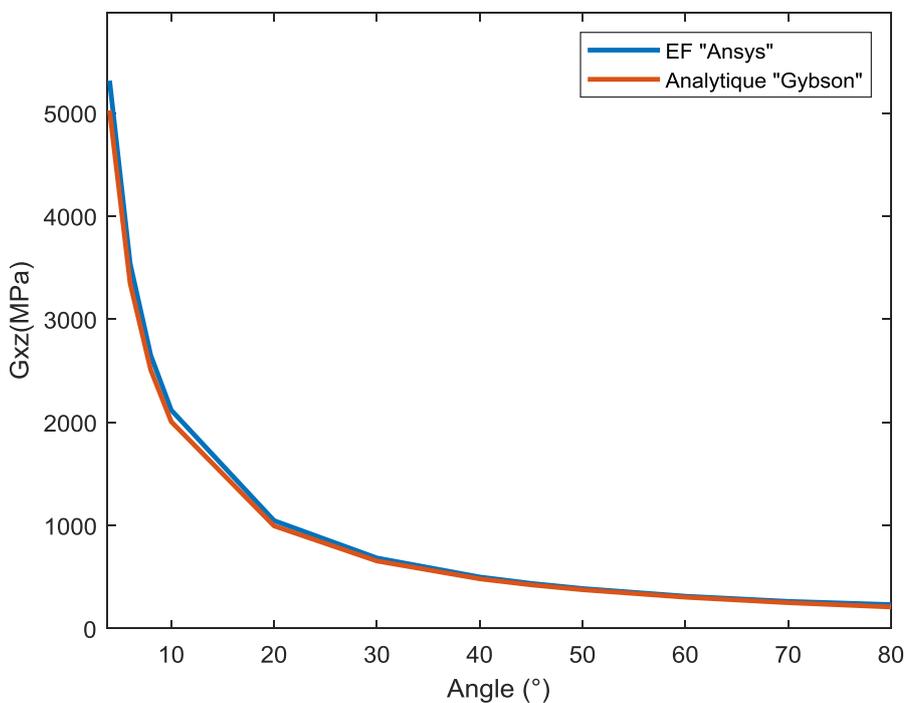


Figure 2-52: Variation des modules de cisaillement  $G_{xz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de 4° à 80°) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

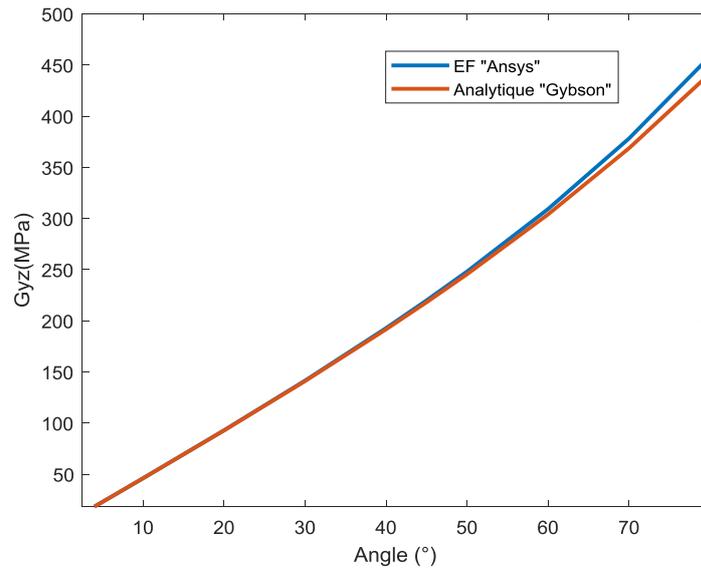


Figure 2-53: Variation des modules de cisaillement  $G_{yz}$  obtenue analytiquement et numériquement en fonction de l'angle de cellule (de  $4^\circ$  à  $80^\circ$ ) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

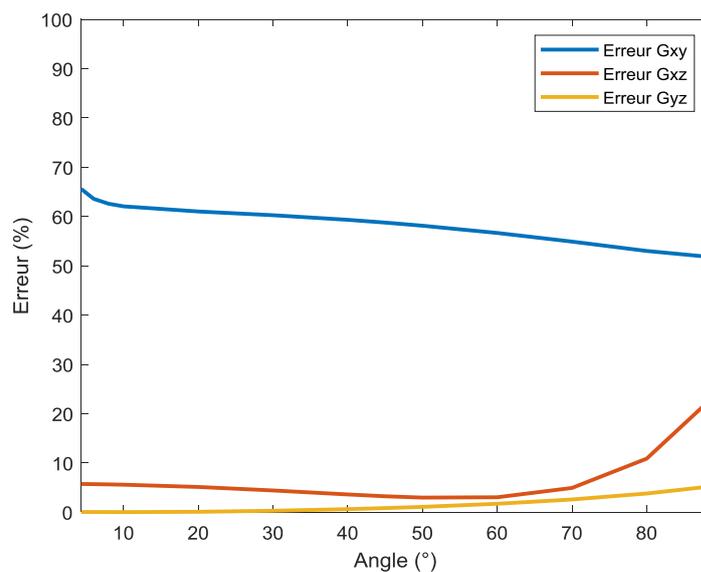


Figure 2-54: Erreur relative entre les modules de cisaillement  $G$  analytique (Gibson) et numérique (ANSYS) en fonction de l'angle de cellule (de  $4^\circ$  à  $80^\circ$ ) des âmes en nid d'abeilles aluminium.

L'analyse des résultats montre que la variation des modules  $E_z$  et  $G_{xy}$  en fonction de l'angle de cellule est presque stable. Les résultats sont très faibles par rapport aux autres modules. Concernant les modules  $G_{xz}$  et  $E_x$  l'influence de la variation de l'angle est très grande ; on peut constater une différence de presque 3000 MPa entre les bornes de la variation de l'angle.

Pour ce qui est de l'erreur entre les modules analytiques et numériques, elle est inférieure à 20 % pour tous les modules calculés sauf pour  $G_{xy}$  où l'erreur est aux environs de 60 %.

## 2.5 Validation numérique et expérimentale du comportement en flexion

Afin de valider les résultats des caractéristiques mécaniques ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ) obtenues par les deux méthodes d'homogénéisation analytique et numérique, nous avons proposé une modélisation du comportement en flexion trois points de plaques sandwichs (aluminium/aluminium/aluminium). Les résultats de la flèche en fonction de la charge seront comparés aux résultats expérimentaux réalisés [36, 54, 60].

### 2.5.1 Essai expérimental de la flexion 3 points

Les essais statiques de flexion trois points ont été effectués, selon la norme ASTM C393-62 [61], avec une vitesse de chargement 2mm/min, sur une machine de type ZwickRoell Z100 (figure 2-55). Cette machine est constituée d'un bâti supportant une traverse mobile sur laquelle est montée une cellule de charge de 50 kN. L'ensemble est piloté par un ordinateur. L'essai de flexion 3 points consiste à solliciter une éprouvette de section rectangulaire reposant sur deux appuis à écartement réglable (figure 2-56). Trois éprouvettes ont été testées, pour une distance entre appuis de  $L=300$  mm.

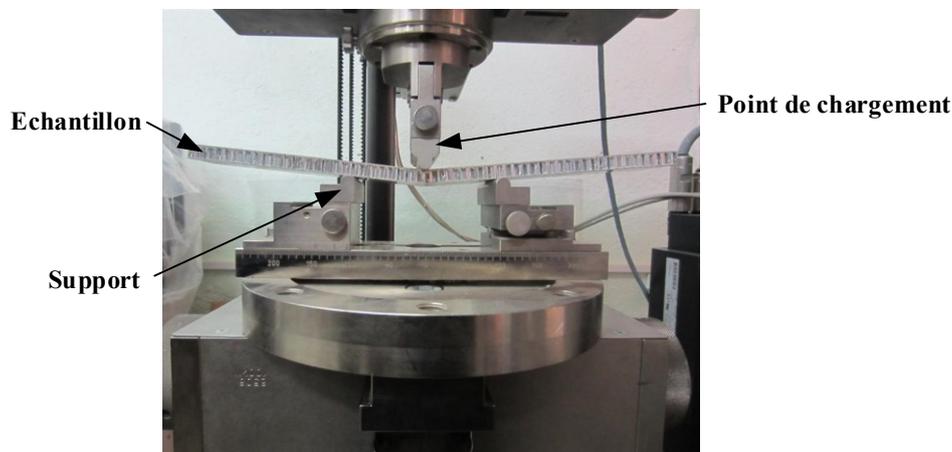


Figure 2-55 : Dispositif de l'essai de flexion 3 points.

Le matériau sandwich à âme nids d'abeilles en aluminium utilisé dans cette étude a été fourni par Euro-Composites [59] et destiné à l'industrie aéronautique avec les propriétés mécaniques présentées dans le tableau 2-12 et le tableau 2-13. La structure de ce type de sandwich est constituée d'alvéoles bidimensionnelles placées dans le plan du sandwich dont les peaux sont en Aluminium (AlMg3) et des âmes en nid d'abeilles de différentes densités (29, 82 et 130  $\text{kg/m}^3$ ). Les éprouvettes ont été découpées à l'aide d'une tronçonneuse à disque à partir des

plaques sandwichs de 500 mm × 250 mm dans le sens longitudinal des cellules de l'âme selon la norme ASTM C393-62 [61]. Les dimensions des éprouvettes testées en flexion sont présentées dans le tableau 2-11.

Tableau 2-11: Dimensions des éprouvettes testées.

L (Distance entre appuis) (mm)	b (mm)	h (mm)	$t_c$ (mm)	$t_f$ (mm)	$d = t_f + t_c$ (mm)
300	40	10	8.80	0.60	9.40

Tableau 2-12: Propriétés mécaniques du nid d'abeilles en aluminium.

Taille des cellules (mm)	19.2	6.4	3.2
Densité (Kg/m3)	29	82	130
Résistance au cisaillement (direction L) (MPa)	0.66	2.4	5.47
Module de cisaillement (direction L) (MPa)	201	430	523
Résistance au cisaillement (direction W) (MPa)	0.32	1.4	3.36
Module de cisaillement (direction W) (MPa)	54	220	311
Résistance à la compression (MPa)	0.69	4.5	11.55

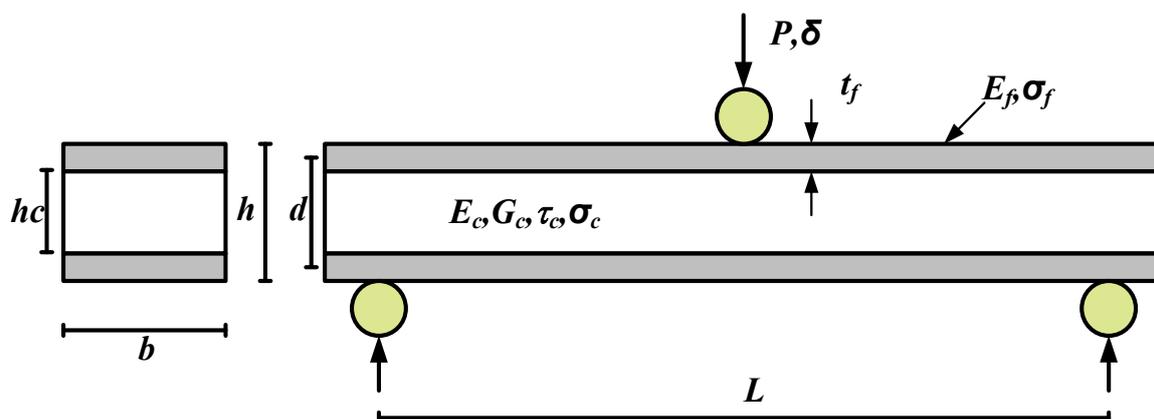


Figure 2-56 : Schéma de l'essai de flexion en trois points et de la géométrie du panneau sandwich.

### 2.5.2 Résultats expérimentaux de l'essai de flexion 3 points

Les figures suivantes (figures 2-57, 2-58 et 2-59) représentent les courbes expérimentales de la flexion 3 points. Elles montrent l'évolution de la charge en fonction de la flèche pour une distance entre appuis de 300 mm et densités du sandwich de 29 kg/m<sup>3</sup>, 82 kg/m<sup>3</sup> et 130 kg/m<sup>3</sup>.

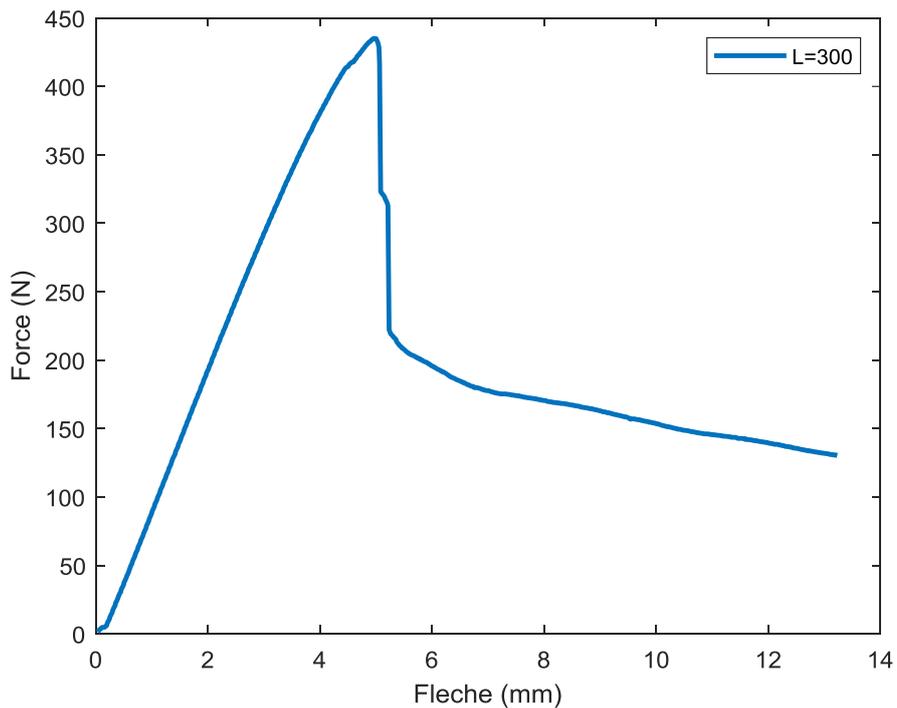


Figure 2-57 : Courbe d'essai de flexion 3 points pour L=300 mm du sandwich Alu-Alu 29 kg/m<sup>3</sup>.

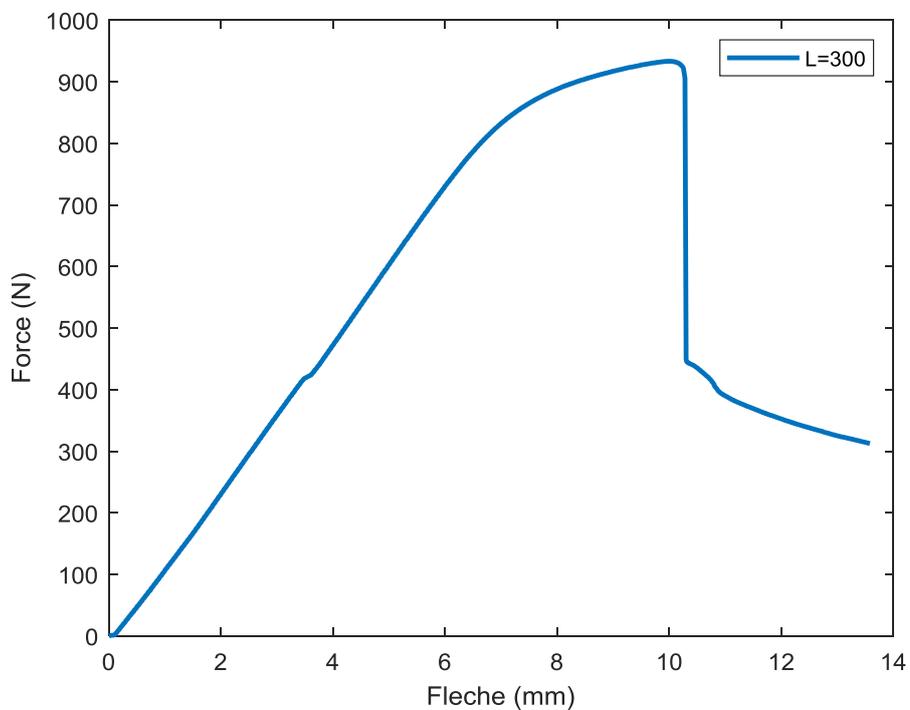


Figure 2-58 : Courbe d'essai de flexion 3 points pour L=300 mm du sandwich Alu-Alu 82 kg/m<sup>3</sup>.

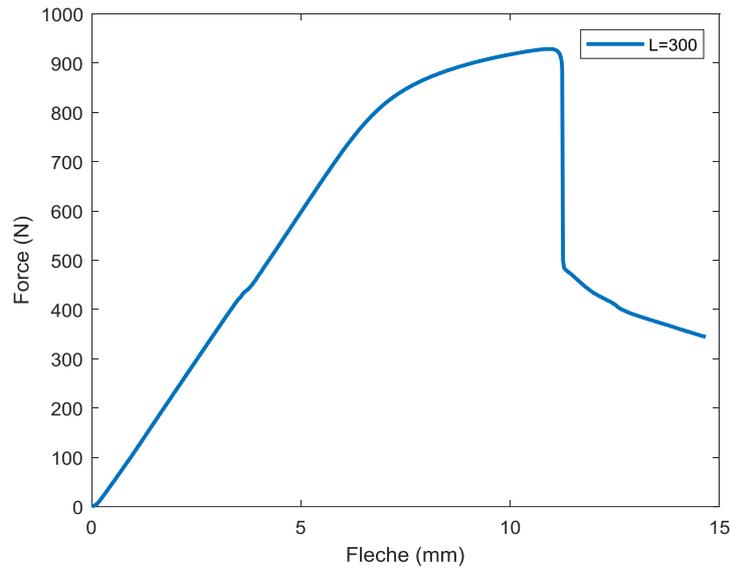


Figure 2-59 : Courbe d'essai de flexion 3 points pour  $L=300$  mm du sandwich Alu-Alu  $130 \text{ kg/m}^3$ .

Les résultats expérimentaux de la flèche dans la partie élastique ont été comparés avec les résultats de la modélisation numérique de l'essai de flexion 3 points.

### 2.5.3 Modélisation de l'essai de flexion 3 points avec une plaque sandwich

La modélisation de l'essai de flexion 3 points schématisée sur la figure 2-60 a été effectuée avec le code de calcul basé sur les éléments finis Ansys. Nous avons considéré l'âme comme un matériau orthotrope avec les caractéristiques mécaniques homogénéisées précédemment calculées (tableau 2-14) et les peaux comme étant un matériau isotrope (tableau 2-13).

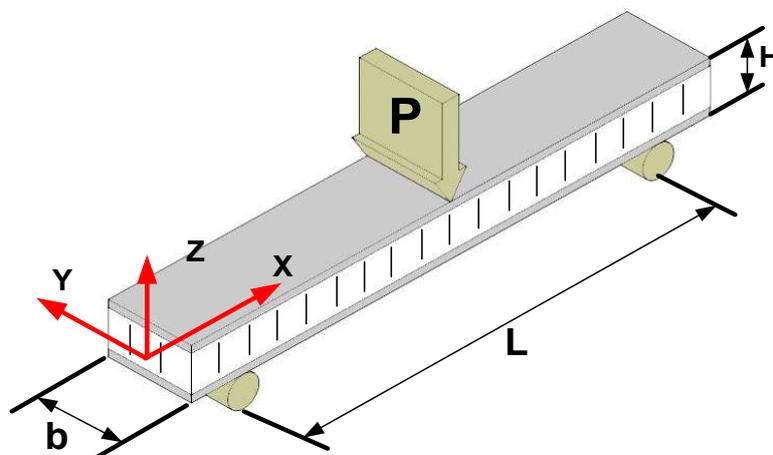


Figure 2-60 : Principe de l'essai de flexion trois points sur un panneau sandwich.

Les peaux de la plaque sandwich sont constituées en aluminium AlMg3, de caractéristiques mécaniques ci-dessous [59].

Tableau 2-13: Caractéristiques mécaniques des peaux.

Module de Young (MPa)	Module de cisaillement (MPa)	Coefficient de poisson
69000	25940	0.33

L'âme en nid d'abeilles est en aluminium de densités (29, 82 et 130 kg/m<sup>3</sup>) dont les propriétés mécaniques homogénéisées sont présentées dans le tableau 2-14.

Tableau 2-14: Caractéristiques mécaniques homogénéisées des panneaux sandwichs.

Densité	29 kg/m <sup>3</sup>	82 kg/m <sup>3</sup>	130 kg/m <sup>3</sup>
$E_x$ (MPa)	0.049352646	1.332521439	10.66017151
$E_y$ (MPa)	0.049352646	1.332521439	10.66017151
$E_z$ (MPa)	718.75	2156.25	4312.5
$G_{xy}$ (MPa)	0.029611588	0.799512863	6.396102905
$G_{xz}$ (MPa)	101.328125	303.984375	607.96875
$G_{yz}$ (MPa)	101.328125	303.984375	607.96875
$\nu_{xy}$	1	1	1

Pour le maillage, l'élément 3D (SOLID 45) a été choisi, car il est bien adapté à la modélisation des structures [62]. La convergence du maillage a été acquise à 33600 éléments répartis en 240 éléments suivant X, 10 éléments suivant l'axe Z de l'épaisseur de l'âme, 2 éléments suivant l'axe Z de l'épaisseur de la peau et 10 éléments suivant l'axe Y de la largeur de la plaque (figure 2-61).

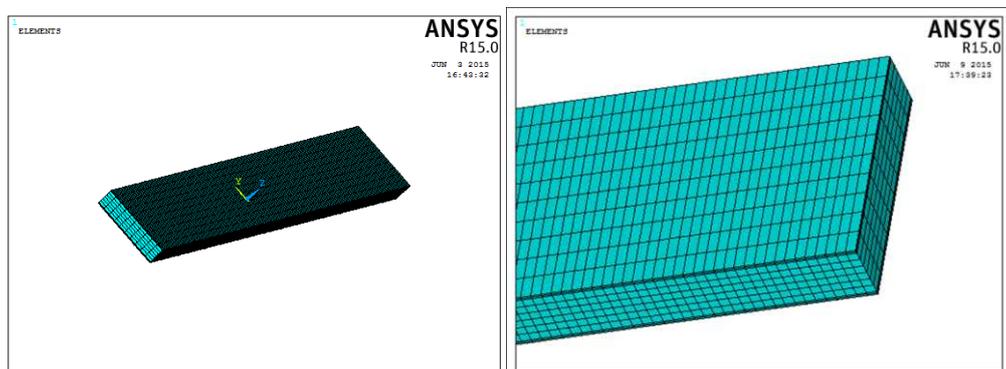


Figure 2-61 : Maillage du panneau sandwich.

Les conditions aux limites ont été prises comme suit :  $U_y$  et  $U_z$  bloqués aux deux extrémités de la plaque et  $U_x$  bloqué sur une des deux extrémités, comme illustré dans la figure 2-62.

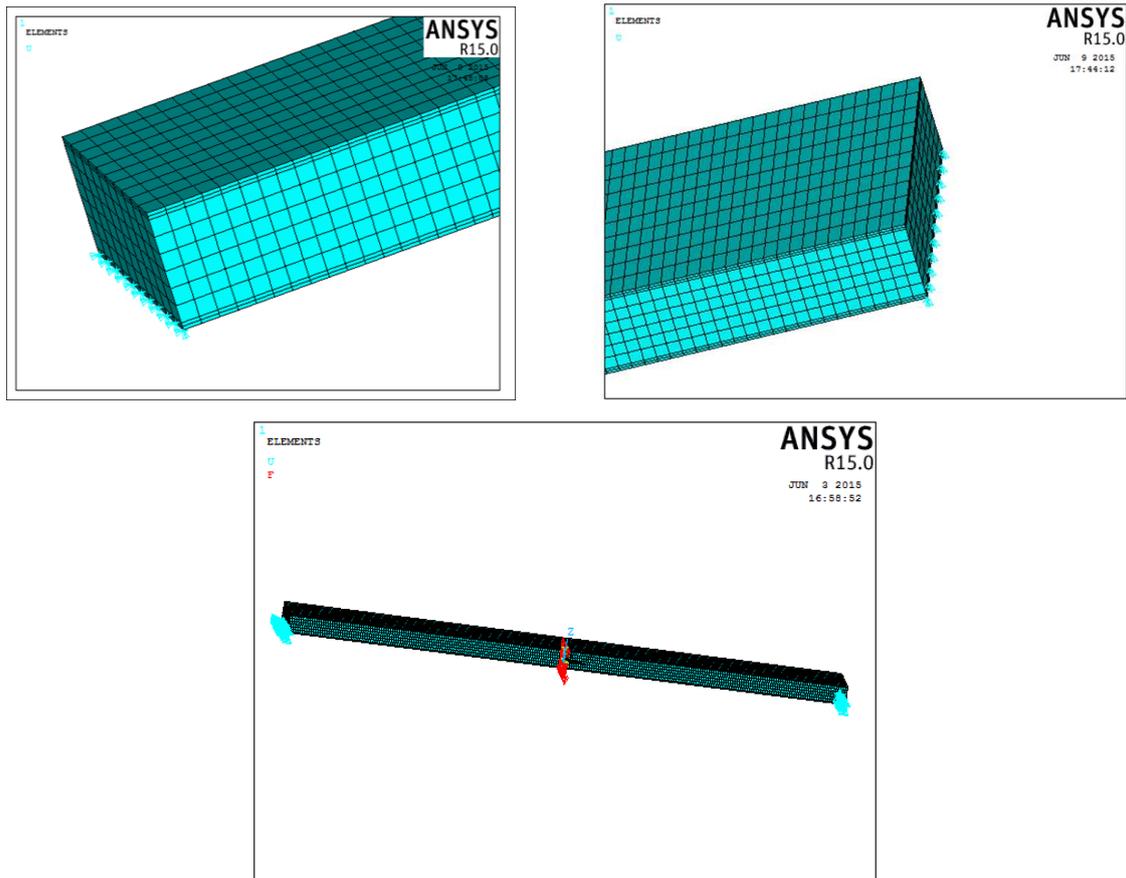


Figure 2-62 : Conditions aux limites appliquées au panneau sandwich.

### 2.5.4 Résultats de la simulation de l'essai de flexion 3 points

La figure 2-63 montre un exemple de la simulation de l'essai de flexion 3 point et la déformation obtenue pour la distance entre appuis 300 mm et 400 mm avec un panneau sandwich de densité  $82 \text{ kg/m}^3$  et une force de chargement de 300 N.

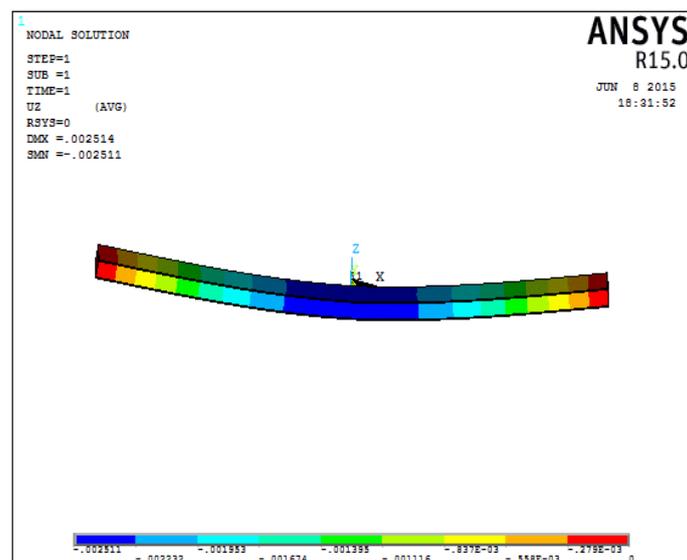


Figure 2-63: Résultats graphiques de la déformation du panneau sandwich pour  $L=300 \text{ mm}$ .

Les résultats numériques de la simulation sont présentés en détail dans la section qui suit.

### 2.5.5 Comparaison des résultats expérimentaux et numériques de l'essai de flexion trois points

Les tableaux suivants (2-15, 2-16 et 2-17) représentent les résultats de la flèche ( $W$ ) obtenue expérimentalement et par la simulation numérique pour les panneaux sandwichs de différentes densités (29, 82 et 130 kg/m<sup>3</sup>) et avec une distance entre appuis de  $L=300$  mm.

Tableau 2-15: Flèche obtenue numériquement est expérimentalement pour les panneaux sandwichs, 29 kg/m<sup>3</sup> et une distance entre appuis de 300 mm.

Densité (Kg/m <sup>3</sup> )	29					
Force (N)	150	200	250	300	350	400
W (mm) Exp	1.59	2.07	2.56	3.08	3.63	4.25
W (mm) Ansys	1.448	1.93	2.413	2.895	3.378	3.86
Erreur relative	8.93	6.76	5.74	6	6.94	9.18

Tableau 2-16: Flèche obtenue numériquement est expérimentalement pour les panneaux sandwichs, 82 kg/m<sup>3</sup> et une distance entre appuis de 300 mm.

Densité (Kg/m <sup>3</sup> )	82						
Force (N)	200	300	400	500	600	700	800
W (mm) Exp	1.75	2.54	3.34	4.21	4.99	5.76	6.64
W (mm) Ansys	1.674	2.511	3.348	4.185	5.022	5.859	6.669
Erreur relative	4.34	1.14	0.24	0.59	0.64	1.72	0.44

Tableau 2-17: Flèche obtenue numériquement est expérimentalement pour les panneaux sandwichs, 130 kg/m<sup>3</sup> et une distance entre appuis de 300 mm.

Densité (Kg/m <sup>3</sup> )	130							
Force (N)	200	300	400	450	500	600	700	800
W Exp	1.72	2.52	3.32	3.82	4.24	5.02	5.81	6.77
W (mm) Ansys	1.599	2.399	3.199	3.599	4	4.798	5.598	6.398
Erreur relative	7.03	4.80	3.64	5.78	5.66	4.42	3.65	5.49

Les figures 2-64 et 2-65 montrent une comparaison entre les résultats expérimentaux de la flèche-charge (domaine élastique linéaire) et les résultats issus de la simulation numérique à l'aide du code ANSYS, pour les différentes densités (29, 82 et 130 kg/m<sup>3</sup>) de panneau sandwich Alu-Alu et une distance entre appuis  $L=300$  mm ainsi que l'erreur correspondante.

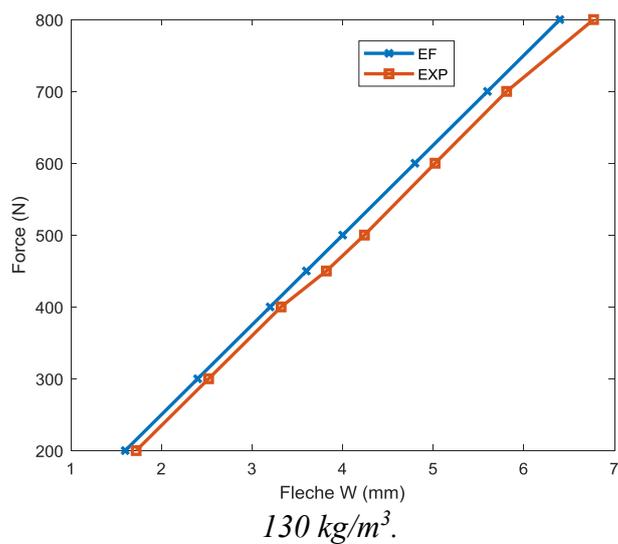
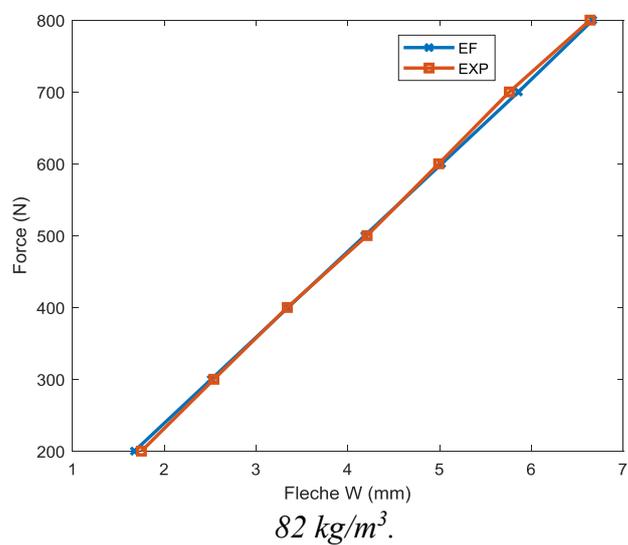
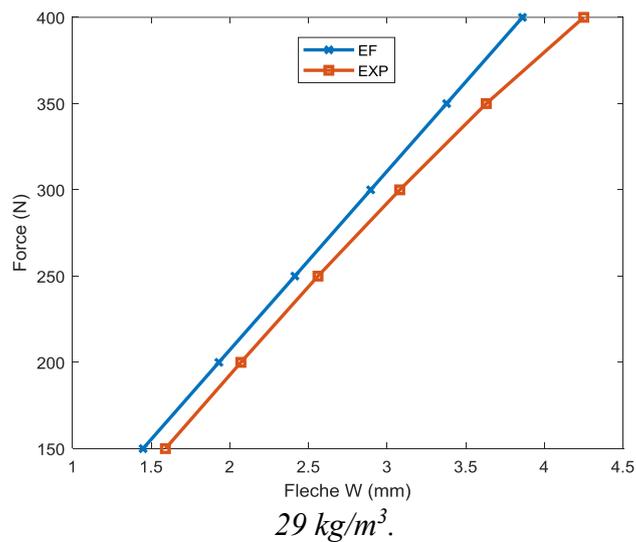


Figure 2-64: Comparaison des résultats de la modélisation numérique et de l'expérimental (charge/flèche) pour la distance entre appuis de L=300 mm.

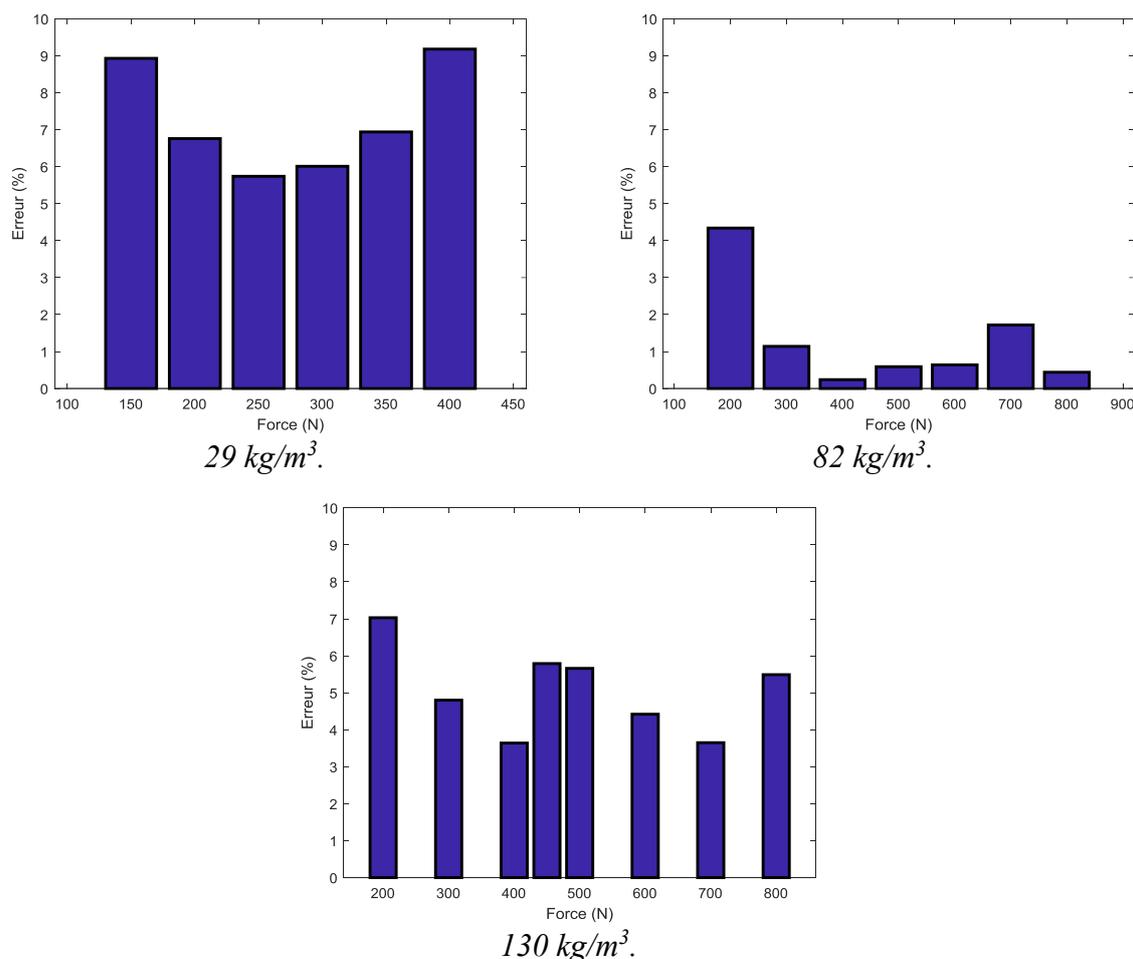


Figure 2-65: Erreur relative entre les résultats de la modélisation numérique et de l'expérimental (charge/flèche) pour la distance entre appuis de  $L=300$  mm.

L'analyse des résultats de la modélisation par rapport aux résultats expérimentaux en flexion 3 points nous a permis de caractériser le comportement sous chargement statique de sandwichs à âme en nid d'abeilles (alu-alu), en fonction de la densité.

L'erreur de la flèche  $W$  pour la simulation numérique est de l'ordre de 0.24 % à 9.18 % par rapport à la flèche obtenue expérimentalement pour la distance entre appuis de 300mm. On peut aussi constater que l'erreur entre la simulation numérique et l'expérience est sensiblement la même du point de vue densité des panneaux utilisés.

## 2.6 Conclusion

Cette étude sur l'homogénéisation des nids d'abeilles Nomex et aluminium a permis d'avoir une approche prévisionnelle des modules élastiques des nids d'abeilles étudiés. En utilisant en parallèle les modélisations analytiques et numériques, on arrive à déterminer les constants élastiques du nid d'abeilles supposé orthotrope. Ces propriétés mécaniques ont été intégrées dans des modèles numériques pour prédire le comportement mécanique des panneaux

sandwichs soumis à la flexion 3 points. Les résultats obtenus ont été corrélés avec les résultats expérimentaux. L'erreur obtenue est inférieure à 10 %, ce qui valide la démarche d'homogénéisation des propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeilles suivie au début de ce chapitre.

## **Chapitre 3 : Étude expérimentale du comportement en compression uniaxiale quasi statique et basse vitesse des âmes en nid d'abeilles**

### **3.1 Introduction**

les structures à âme en nid d'abeilles présentent plusieurs caractéristiques mécaniques intéressantes, dont la plus importante est la capacité de dissipation d'énergie par déformations plastiques [4, 63-66]. Cette capacité d'absorption d'énergie se manifeste lors de la phase plateau de la compression uniaxiale [14, 44, 67-71]. Par conséquent, de nombreux chercheurs au cours de la dernière décennie se sont concentrés sur le comportement mécanique, en particulier au cours de la dernière décennie, et la plupart des intérêts de recherche dans ce domaine ont été principalement axés sur la résistance à la compression du nid d'abeilles en raison de son importance pour l'absorption d'énergie [72-75].

Ce chapitre est consacré à l'étude expérimentale du comportement mécanique de l'âme en nid d'abeilles soumis à la compression uniaxiale quasi statique. Très peu d'études expérimentales ont été faites sur les âmes en nid d'abeilles. La plupart des travaux déjà effectués portent sur le comportement mécanique du sandwich complet (peaux + âme en nid d'abeilles).

L'objectif du travail est de caractères en fonction de divers paramètres tels que la taille de l'échantillon, le nombre de cellules et la densité de l'âme.

### **3.2 Matériaux utilisés**

Une série d'essais de compression a été effectuée sur des configurations différentes d'âme en nid d'abeilles en aluminium allié 3003 H18 avec une densité apparente de  $27.3 \text{ kg/m}^3$ . Les spécimens ont une taille de cellule de 3.2 mm, 6.4 mm et 9.6 mm avec une épaisseur de paroi de 0.08 mm. On a utilisé différentes tailles d'échantillon comme indiqué dans la figure 3-2 et listées dans le tableau 3-2. Les propriétés mécaniques de l'âme sont énumérées dans le tableau 3-3. Les spécimens en nid d'abeilles en aluminium ont été coupés à l'aide d'une meuleuse portable sans endommager les cellules en nid d'abeilles.

La courbe de la feuille d'aluminium AA3003 H18 avec  $t = 0.08 \text{ mm}$  est obtenue en utilisant les éprouvettes de traction avec des dimensions telles que spécifiées dans la norme ASTM E8M-04 [76]. La courbe de contrainte de traction de AA3003 H18 est représentée sur la figure 3-1 [77].

Les propriétés mécaniques du matériau sont données dans le tableau 3-1 [77].

Tableau 3-1: propriété mécanique de l'aluminium H3003.

<b>Aluminium AA3003 H18</b>	
Modules de Young	$E=69.0$ GPa
Limite d'élasticité	$\sigma_y=115.8$ MPa
Contrainte à la rupture	$\sigma_u=154.5$ MPa
Le coefficient de Poisson	$\nu=0.33$

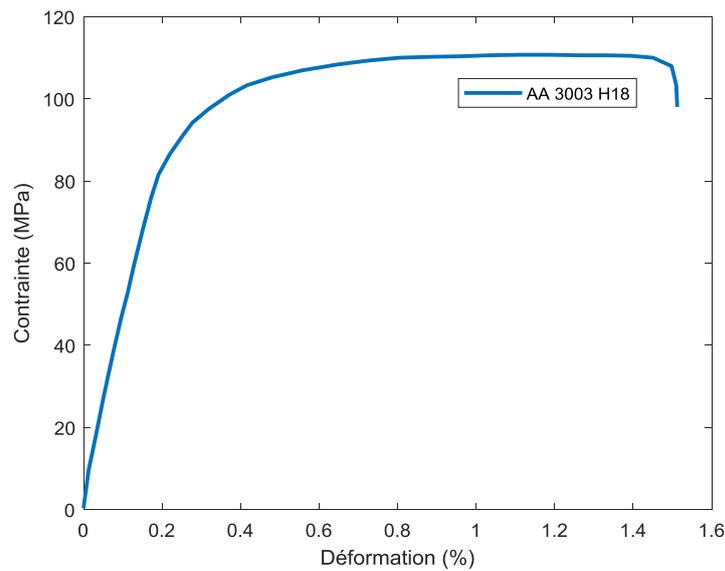


Figure 3-1: Courbe type contrainte-déformation de l'aluminium H3003.

Tableau 3-2: Dimension des spécimens.

<b>Désignation</b>	<b>ECM 3.2-130</b>	<b>ECM 6.4-82</b>	<b>ECM 9.6-55</b>
(W mm × L mm × H mm)	30×30×10	30×30×10	30×30×10
	30×30×20	30×30×20	30×30×20
	40×40×10	40×40×10	40×40×10
	40×40×20	40×40×20	40×40×20
	50×50×10	50×50×10	50×50×10
	50×50×20	50×50×20	50×50×20

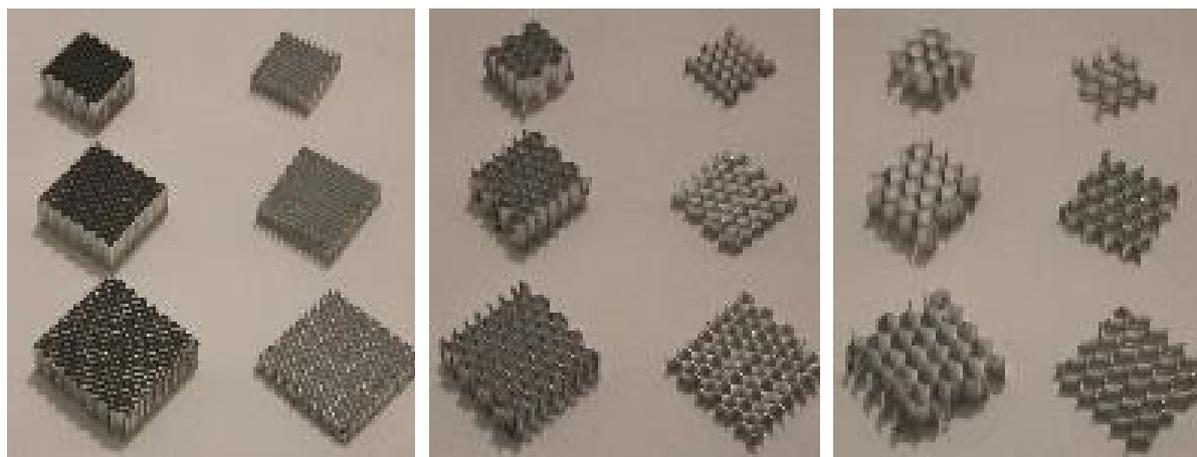
*ECM 3.2-130.**ECM 6.4-82.**ECM 9.6-55.*

Figure 3-2: Spécimens en aluminium H3003.

Tableau 3-3: Propriétés mécaniques du nid d'abeilles en aluminium.

<b>Taille des cellules (mm)</b>	9.6	6.4	3.2
<b>Densité (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	55	82	130
<b>Résistance au cisaillement (direction L) (MPa)</b>	1.48	2.4	5.47
<b>Module de cisaillement (direction L) (MPa)</b>	253	430	523
<b>Résistance au cisaillement (direction W) (MPa)</b>	0.88	1.4	3.36
<b>Module de cisaillement (direction W) (MPa)</b>	170	220	311
<b>Résistance à la compression (MPa)</b>	2.75	4.5	11.55

### 3.3 Procédure expérimentale

Des essais quasi statiques à une vitesse constante de 2 mm / min ont été effectués entre deux plateaux de compression sur une âme en nid d'abeilles en utilisant une machine de traction ADAMEL. Le parallélisme des plateaux de compression durant l'essai a été assuré par un guide cylindrique comme indiqué sur la figure 3-3. Un ordinateur a été utilisé pour acquérir les signaux de charge et de déplacement.

La configuration expérimentale du test de compression axiale est indiquée sur la figure 3-4.

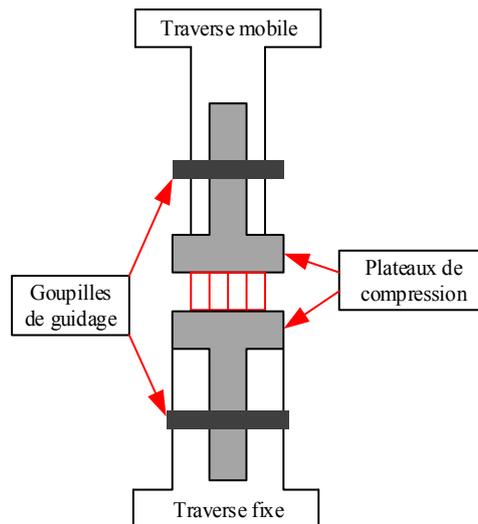


Figure 3-3: Guidage des plateaux de compression.

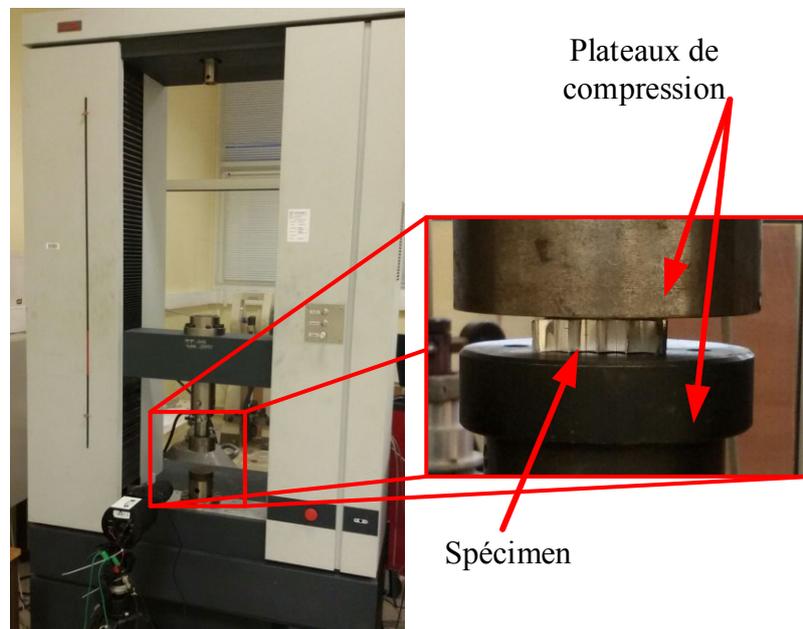


Figure 3-4: Montage expérimental.

### 3.4 Résultats et discussions des essais de compression quasi statique

Une courbe déplacement-temps de l'essai de compression uniaxiale typique pour l'échantillon d6.4 30×30×20 est représentée sur la figure 3-5 en corrélation avec la figure 3-7 qui montre la chronologie de l'endommagement du nid d'abeilles à chaque étape de l'essai.

L'analyse des résultats expérimentaux des tests de compression statique permet de faire les conclusions suivantes : les cellules flambent élastiquement et s'effondrent à une certaine force critique, après écrasement des cellules par formation progressive de plis. Lorsque la hauteur totale du cœur est consommée par des plis. En remarque une densification de ce dernier.

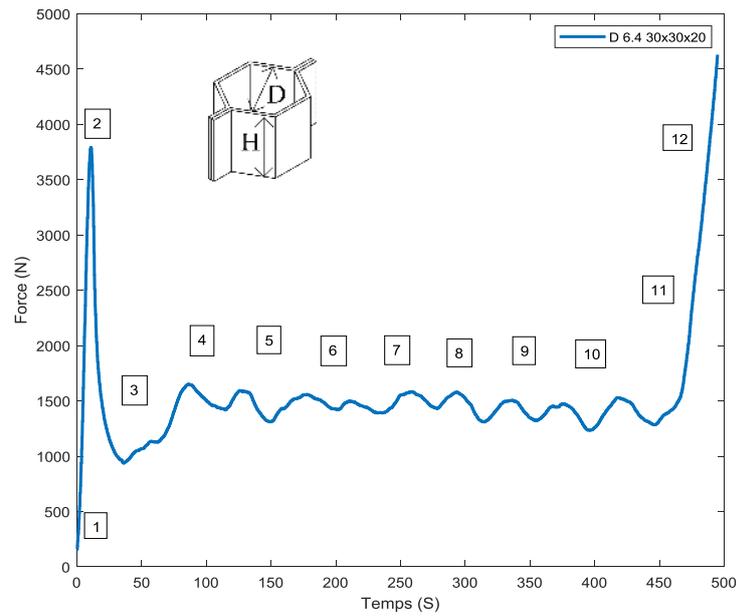


Figure 3-5: Courbe d'écrasement typique d'une âme en nid d'abeilles lors du test de compression quasi statique.

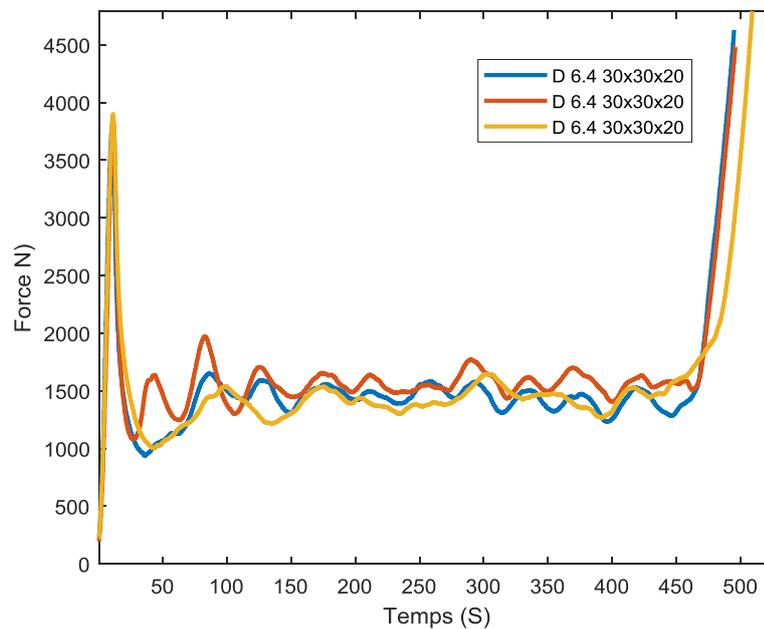


Figure 3-6: Différentes courbes d'écrasement d'une âme en nid d'abeilles D 6.4 30×30×20 lors du test de compression quasi statique.

La figure 3-6 montre la bonne reproductibilité de l'essai de compression. Pour les autres configurations, les essais correspondants sont présentés en annexe (figure A-1, A-2 et A-3).

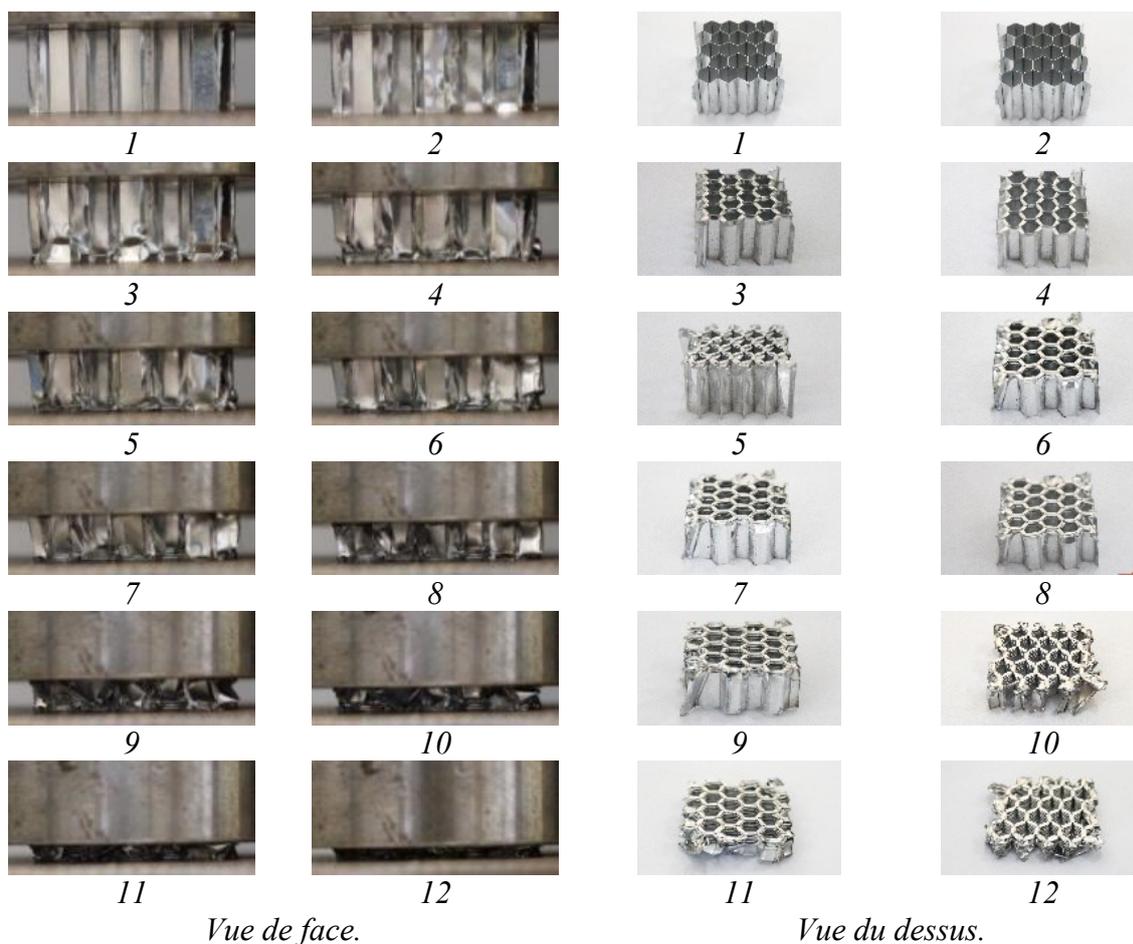


Figure 3-7: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles à différents stades d'écrasement correspondant aux points numérotés sur la courbe d'essai de la figure 3-5.

Les courbes d'essais (force-déplacement) obtenues pour les différentes tailles d'échantillons et densité de l'âme sont illustrées dans la figure 3-8, la figure 3-9 et la figure 3-10.

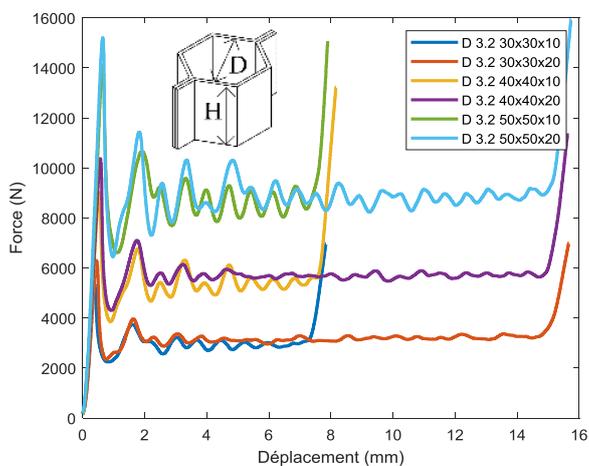


Figure 3-8: Courbe force-déplacement pour différents échantillons nid d'abeilles D 3.2 mm lors du test de compression quasi statique.

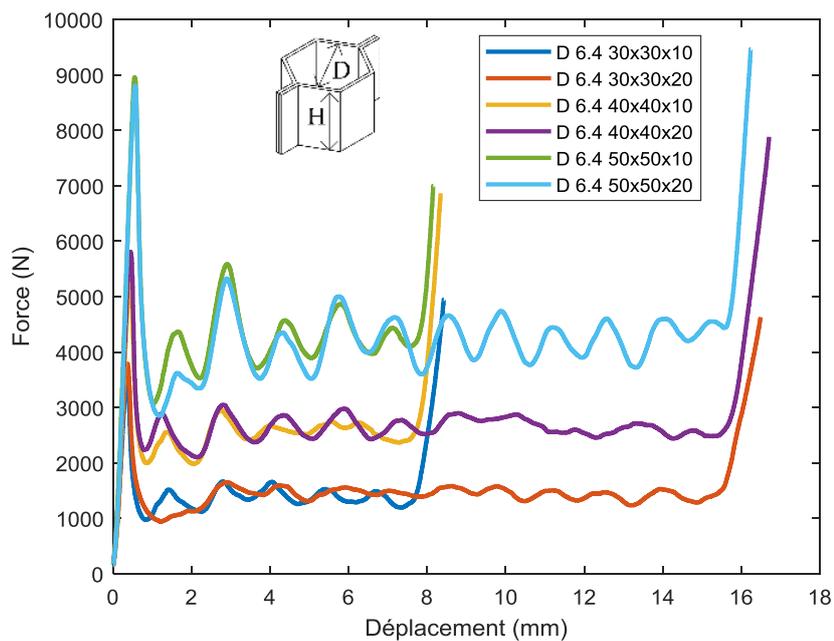


Figure 3-9: Courbe force-déplacement pour différents échantillons nid d'abeilles D 6.4 mm lors du test de compression quasi statique.

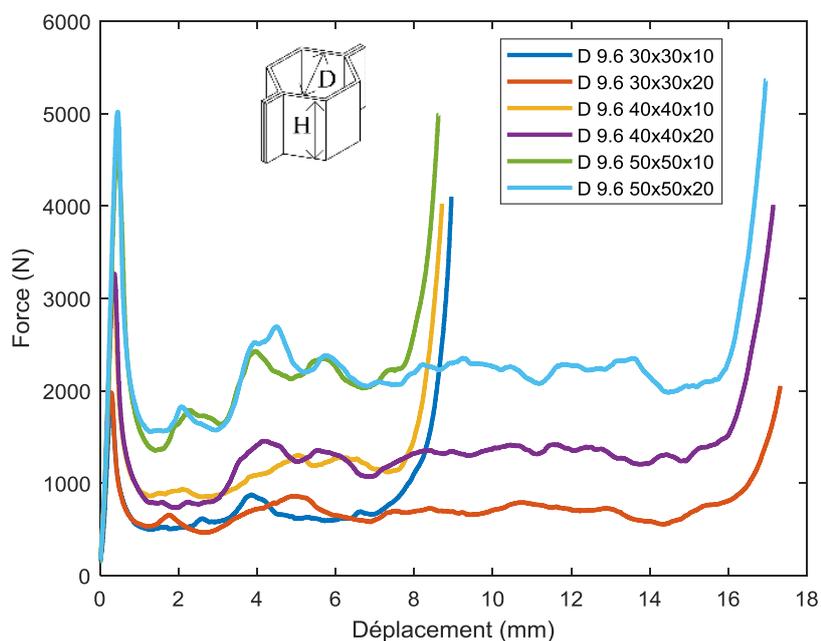


Figure 3-10: Courbe force-déplacement pour différents échantillons nid d'abeilles D 9.6 mm lors du test de compression quasi statique.

L'exploitation des résultats obtenus des essais a permis d'étudier l'influence de divers paramètres de l'échantillon nid d'abeilles : Taille de l'échantillon, nombres de cellules et densité de l'âme sur le comportement mécanique en compression.

### 3.4.1 Effet de la taille de l'échantillon

Les valeurs de la force d'écrasement et de  $r$  des courbes d'essais sont présentées dans le tableau 3-4 et le tableau 3-5.

Tableau 3-4: Force moyenne d'écrasement de l'âme en nid d'abeilles.

Taille d'échantillon (mm)	Test	ECM 3.2-130	ECM 6.4-82	ECM 9.6-55
		Force d'écrasement (N)		
30×30×10	Test#1	5172	3554	1930
	Test#2	5348	3505	2104
	Test#3	5511	3629	1961
	Moyenne	5344	3563	1998
	Écart type	173	62	93
30×30×20	Test#1	5801	3792	1981
	Test#2	6296	3825	1842
	Test#3	6085	3900	1787
	Moyenne	6061	3839	1870
	Écart type	248	55	100
40×40×10	Test#1	9015	5294	3336
	Test#2	8930	5995	3255
	Test#3	9638	5795	3424
	Moyenne	9194	5695	3338
	Écart type	387	361	85
40×40×20	Test#1	10373	7134	3572
	Test#2	10159	5810	3267
	Test#3	10136	6621	3054
	Moyenne	10223	6522	3298
	Écart type)	131	668	260
50×50×10	Test#1	13880	9833	4466
	Test#2	14031	9861	4790
	Test#3	14114	8957	4572
	Moyenne	14008	9550	4609
	Écart type	119	514	165
50×50×20	Test#1	15328	9941	5018
	Test#2	15208	8807	5046
	Test#3	15239	9173	4859
	Moyenne	15258	9307	4974
	Écart type	62	579	101

La force d'écrasement moyenne pour les échantillons avec la taille de cellule de 3.2 mm et les dimensions de 30 × 30 × 10 mm est de 5344 N et la force de plateau moyenne est de 3020 N. La densification de l'écrasement des cellules a commencé à 7.29 mm de déformation.

Pour déterminer l'énergie absorbée ( $E_a$ ) par les cellules, on a calculé l'aire sous le graphique force déplacement grâce à l'équation suivante :

$$Ea = \int_0^d F(x)dx \quad (3-1)$$

Où  $d$  est la distance d'écrasement (de  $d=0$  jusqu'au début de la phase de densification) et  $F$  la force d'écrasement.

La valeur pour un déplacement de 7.29 mm a donné 21.47 joules.

L'allure du graphe force-déplacement du l'échantillon de D3.2 30×30×20 mm est similaire à celui de l'échantillon de dimension D3.2 30×30×10 où on peut observer les trois phases : la phase élastique, la phase plateau et la phase de densification. On peut voir que la force d'écrasement critique est de 6061 N et la force de plateau moyenne est la même qu'avant, soit 3020 N. Le point de densification débute à une déformation de la structure de 14.8 mm et l'énergie absorbée est de 46.81 joules.

Pour les autres échantillons de tailles 40×40× (10-20) mm et de tailles 50×50× (10-20) mm, nous retrouvons la même allure de courbe que celle de la courbe 30 × 30.

Les résultats pour l'échantillon 40 × 40 sont les suivants : la force critique est de 9194 N pour  $H=10$  mm et de 10223 N pour  $H=20$  mm ; la force de plateau moyenne est de 5800 N pour  $H=10$  mm et  $H = 20$  mm. Le point de densification commence à 14.9 mm de déformation pour  $H=20$  mm avec une énergie absorbée de 84.52 joules et 7.59 mm de déformation pour  $H=10$  mm avec une énergie absorbée de 4019 joules. Pour l'échantillon 50×50, les résultats sont les suivants : la force critique est de 14008 N pour  $H=10$  mm et de 15258 N pour  $H=20$  mm. La force moyenne du plateau est de 9350 N et 9410 N pour  $H=10$  et  $H=20$  respectivement. Le point de densification débute à une déformation de la structure de 14.9 mm pour  $H=20$  mm avec une énergie absorbée de 131.6 joules et 7.59 mm pour  $H=10$  mm et une énergie absorbée de 62.87 joules.

D'après les courbes d'essais (figures 3-8, 3-9 et 3-10) on a constaté que la phase plateau (voir étapes 3 à 10 de l'essai sur la figure 3-5) du test de compression est influencée seulement par la taille de l'échantillon. La force de plateau augmente avec l'augmentation de la taille de l'échantillon. Par contre, la hauteur de l'échantillon n'affecte que la durée de la phase plateau.

Pour les autres tailles de cellules, l'interprétation des résultats est identique à celle de la taille de cellule de 3.2 mm. Ces résultats sont classés dans les tableaux 3-4 et 3-5 comme illustré dans la figure 3-11.

Tableau 3-5: Force plateau moyenne et énergie absorbée des échantillons en nid d'abeilles.

Taille de l'échantillon (mm)	ECM 3.2-130		ECM 6.4-82		ECM 9.6-55	
	Force plateau moyenne (N)	Énergie absorbée (joule)	Force plateau moyenne (N)	Énergie absorbée (joule)	Force plateau moyenne (N)	Énergie absorbée (joule)
30×30×10	3020	21.47	1430	9.48	671	4.88
30×30×20	3020	46.81	1460	20.85	775	10.79
40×40×10	5800	40.19	2550	19.61	1130	8.77
40×40×20	5800	84.52	2700	41.32	1300	19.86
50×50×10	9350	62.87	4120	33.52	2080	15.95
50×50×20	9410	131.6	4105	65.46	2200	32.61

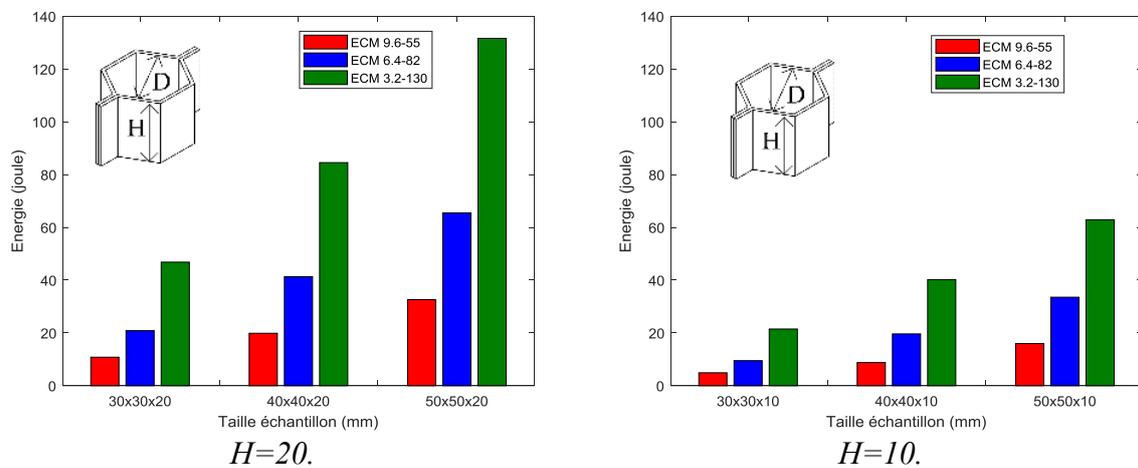


Figure 3-11: Diagramme de l'énergie absorbée des âmes en nid d'abeilles en fonction de la taille des échantillons pour H=10 mm et H=20 mm.

### 3.4.2 Effet du nombre de cellules

Dans cette partie nous avons déterminé l'influence du nombre de cellule sur la force d'écrasement (étape 2 sur la figure 3-5). Le nombre de cellules pour les différents échantillons a été calculé d'après les équations suivante :

$$A = 3 D^2 / 4 \cos \beta \quad (3-2)$$

$$AS = W \times L \quad (3-3)$$

$$NC = AS / A \quad (3-4)$$

Avec  $A$  la superficie d'une cellule,  $AS$  la superficie de l'échantillon et  $NC$  le nombre de cellules. Les différentes dimensions de la cellule du nid d'abeilles ont été sélectionnées en fonction de la géométrie indiquée à la figure 3-12. Les résultats de la force d'écrasement moyenne des cellules sont présentés au tableau 3-6.

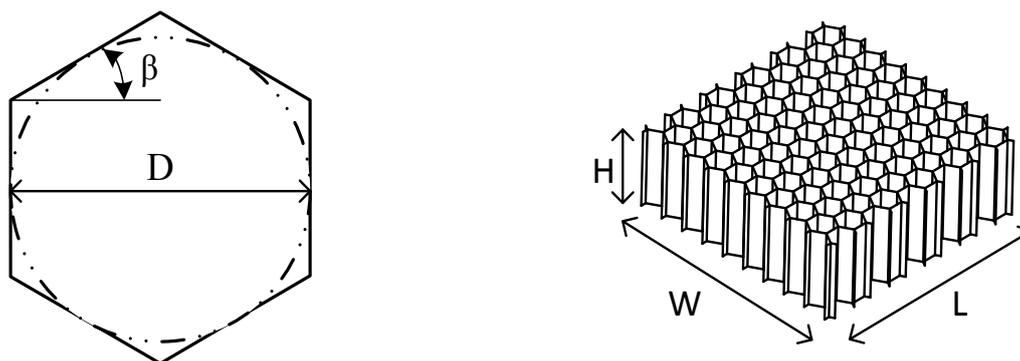


Figure 3-12: Géométries des cellules nid d'abeilles.

Tableau 3-6: Force d'écrasement par nombre de cellules.

Taille de l'échantillon (mm)	ECM 3.2-130		ECM 6.4-82		ECM 9.6-55	
	Nombre de cellules	Force d'écrasement (N)	Nombre de cellules	Force d'écrasement (N)	Nombre de cellules	Force d'écrasement (N)
30×30×10	102	5344	26	3563	12	1998
30×30×20	102	6061	26	3839	12	1870
40×40×10	181	9194	46	5695	21	3338
40×40×20	181	10223	46	6522	21	3298
50×50×10	282	14008	71	9550	32	4609
50×50×20	282	15258	71	9307	32	4974

L'évolution de la force d'écrasement en fonction du nombre de cellules pour différentes densités d'âme est illustrée aux figures 3-13, 3-14 et 3-15. Les résultats des tests pour les échantillons ECM 3.2-130 montrent une légère diminution de la force de l'ordre de 11.5 % entre les échantillons de hauteur 20 mm et les échantillons de hauteur 10 mm. Pour les échantillons ECM 6.4-82, il est de l'ordre de 14 % entre les deux hauteurs. Et pour les échantillons ECM 9.6-55, la dispersion des résultats ne nous permet pas d'avoir une conclusion fiable. Ce résultat est dû

à la taille de cellule de 9.6 mm qui est grande par rapport à la taille de l'échantillon. Par conséquent, la taille de l'échantillon 50 mm × 50 mm n'est pas représentative du comportement mécanique de l'ECM 9.6-55. On peut conclure que les courbes ont une évolution relativement linéaire.

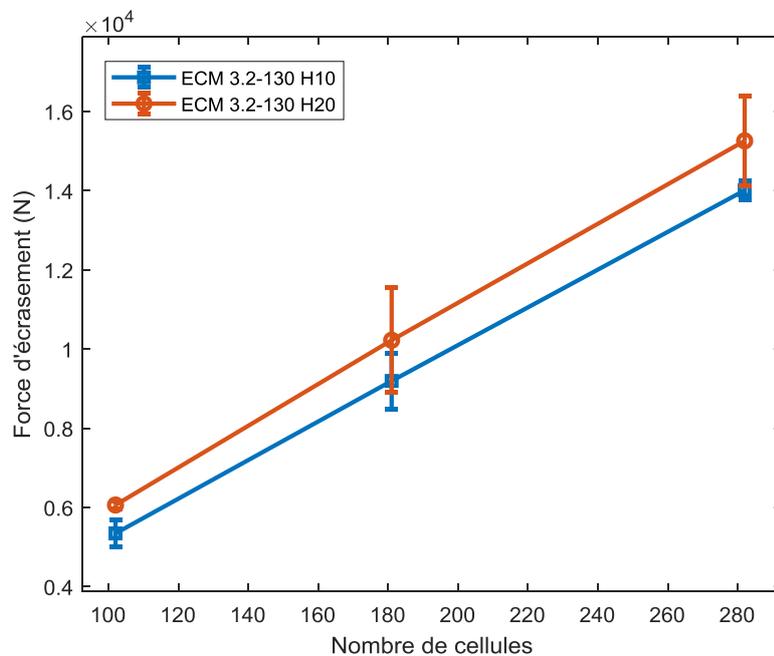


Figure 3-13: Courbe de la force d'écrasement par rapport au nombre de cellules pour ECM 3.2-130.

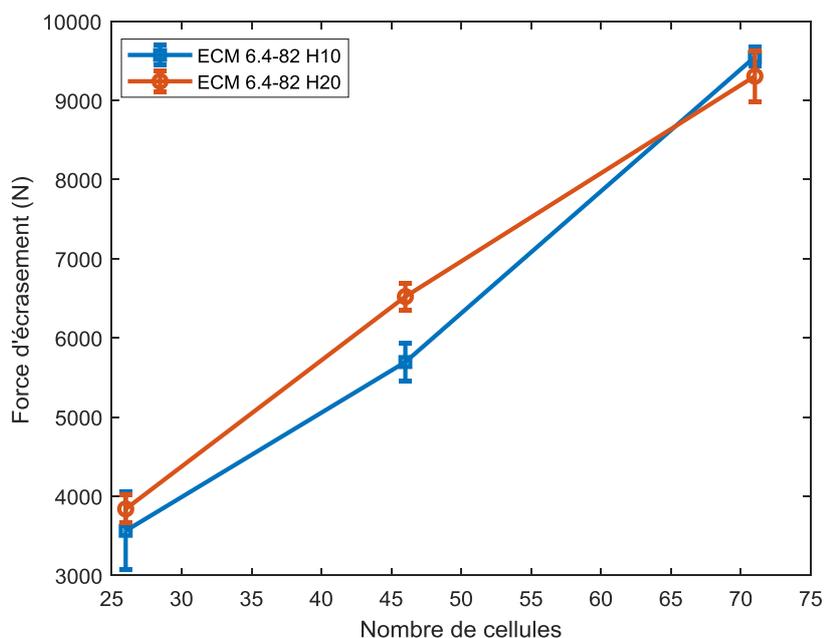


Figure 3-14: Courbe de la force d'écrasement par rapport au nombre de cellules pour ECM 6.4-82.

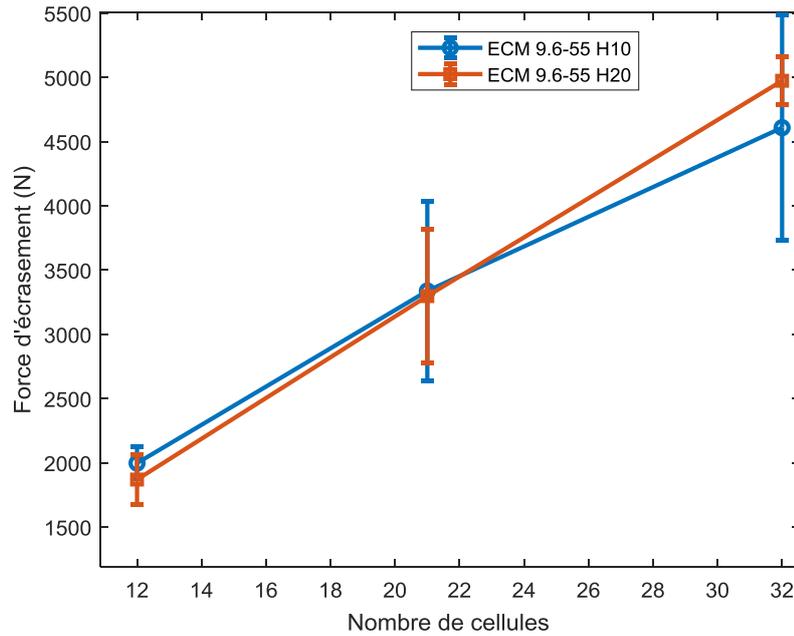


Figure 3-15: Courbe de la force d'écrasement par rapport au nombre de cellules pour ECM 9.6-55.

### 3.4.3 Effet de la densité

Les courbes présentées dans les figures 3-16, 3-17 et 3-18 illustrent le comportement mécanique des échantillons pour différentes densités de l'âme en nid d'abeilles et différentes tailles d'échantillons. Les courbes des figures 3-19, 3-20 et 3-21 montrent l'évolution de la force d'écrasement moyenne en fonction de la densité de l'âme ; les valeurs de la force d'écrasement sont classées dans le tableau 3-7.

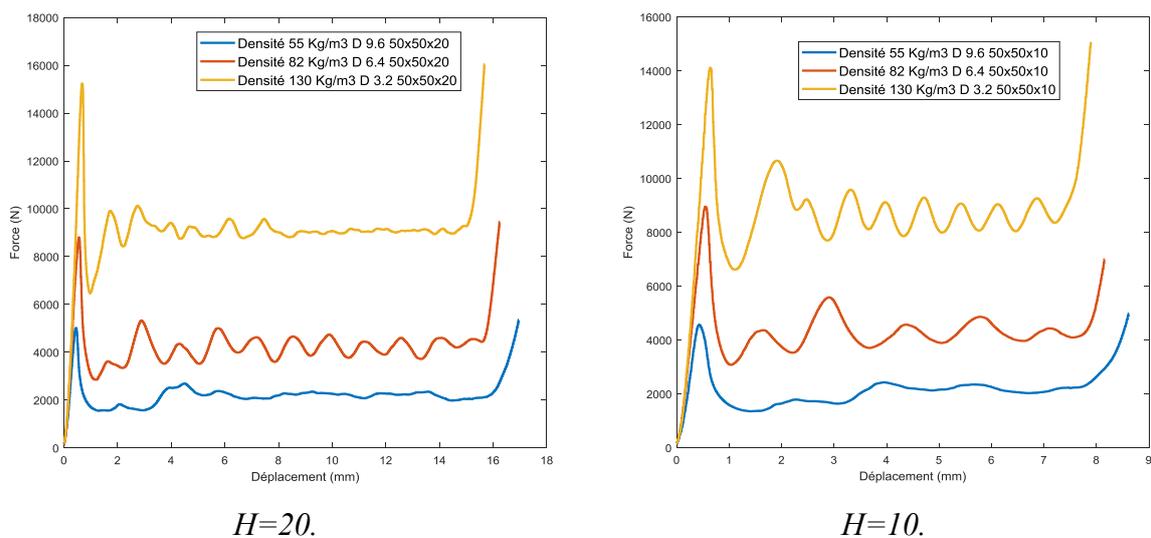
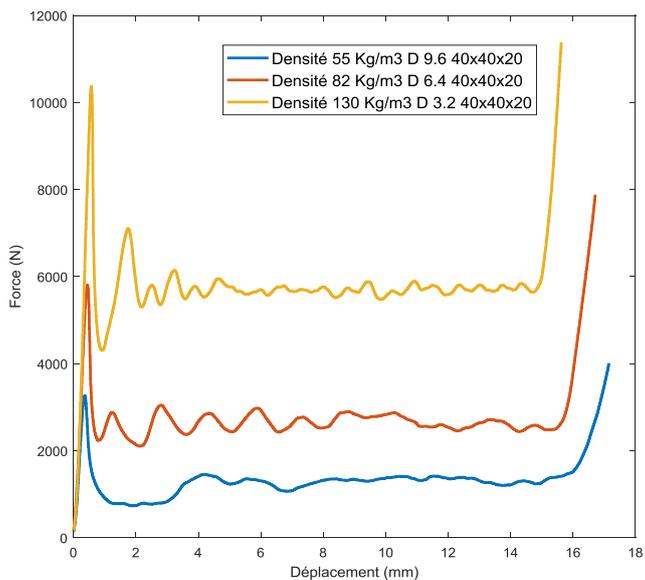
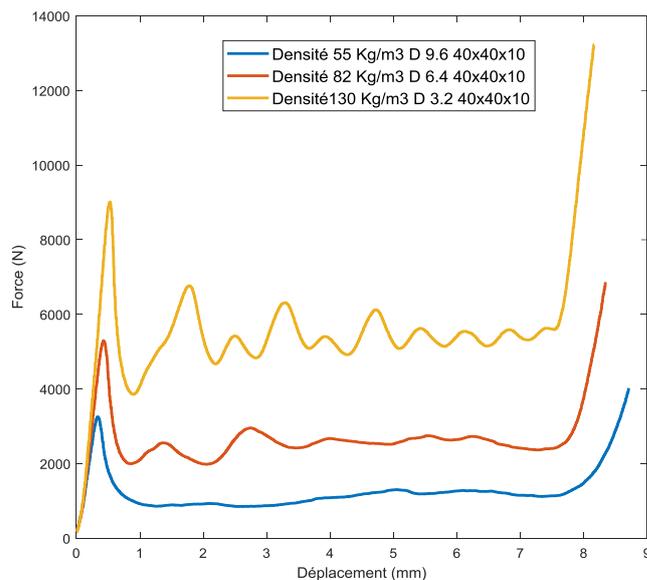


Figure 3-16: Courbes force-déplacement pour l'échantillon de taille 50×50 avec différentes densités de l'âme en nid d'abeilles.

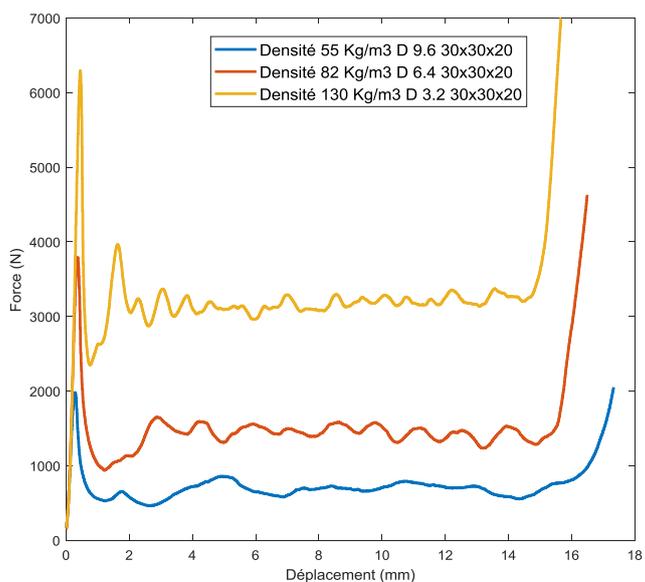


$H=20$ .

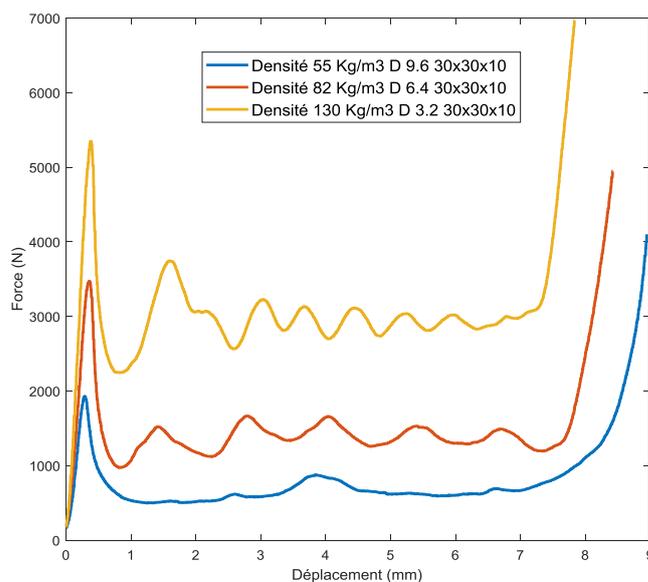


$H=10$ .

Figure 3-17: Courbes force déplacement pour l'échantillon de taille 40×40 avec différentes densités de l'âme en nid d'abeilles.



$H=20$ .



$H=10$ .

Figure 3-18: Courbes force déplacement pour l'échantillon de taille 30×30 avec différentes densités de l'âme en nid d'abeilles.

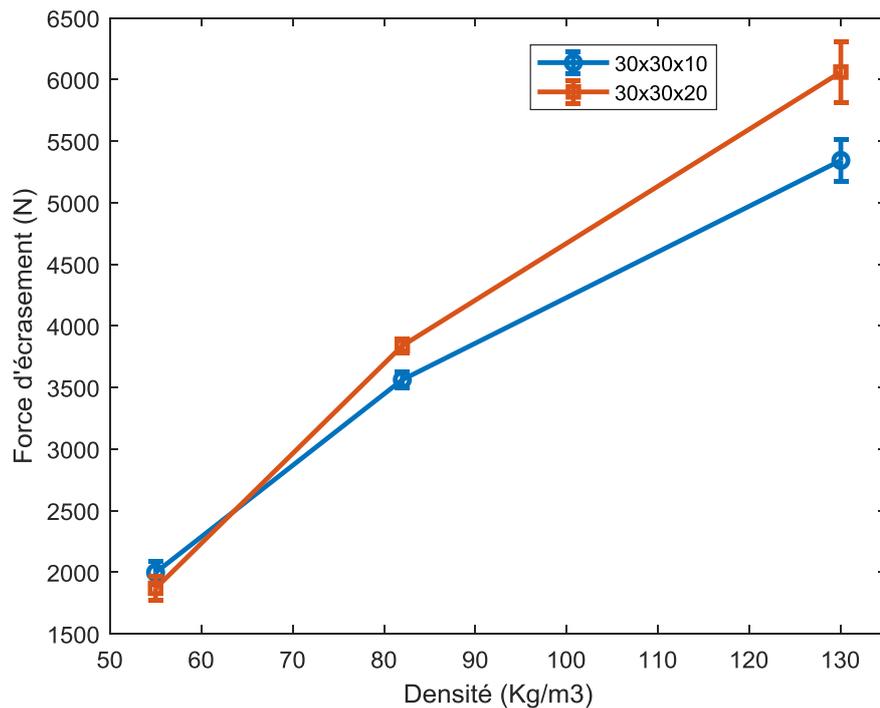


Figure 3-19: Courbe de la force d'écrasement par rapport à la densité du nid d'abeilles pour les échantillons de taille 30×30.

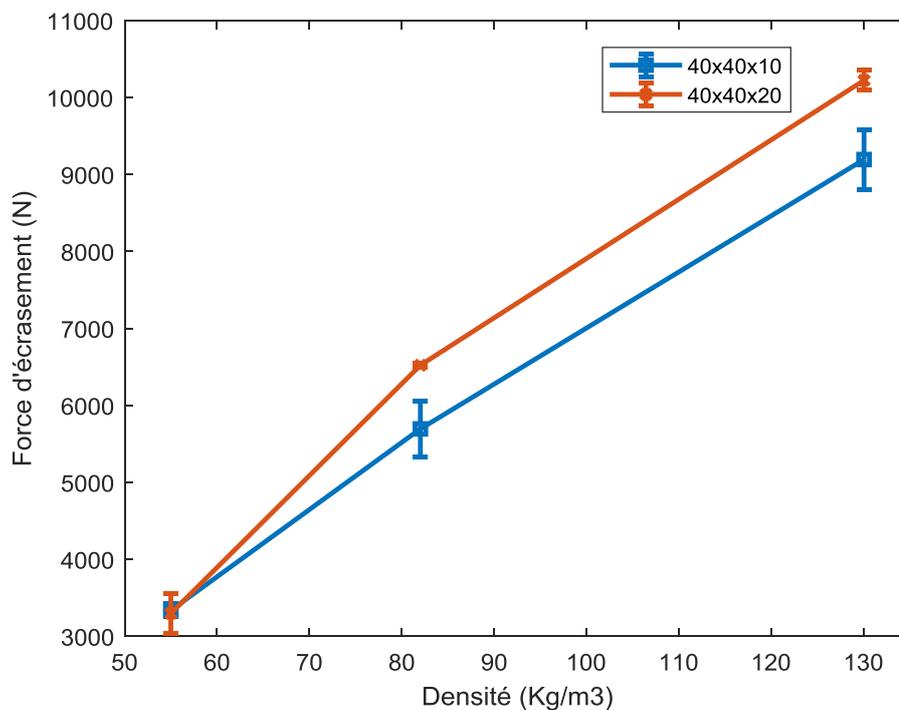


Figure 3-20: Courbe de la force d'écrasement par rapport à la densité du nid d'abeilles pour les échantillons de taille 40×40.

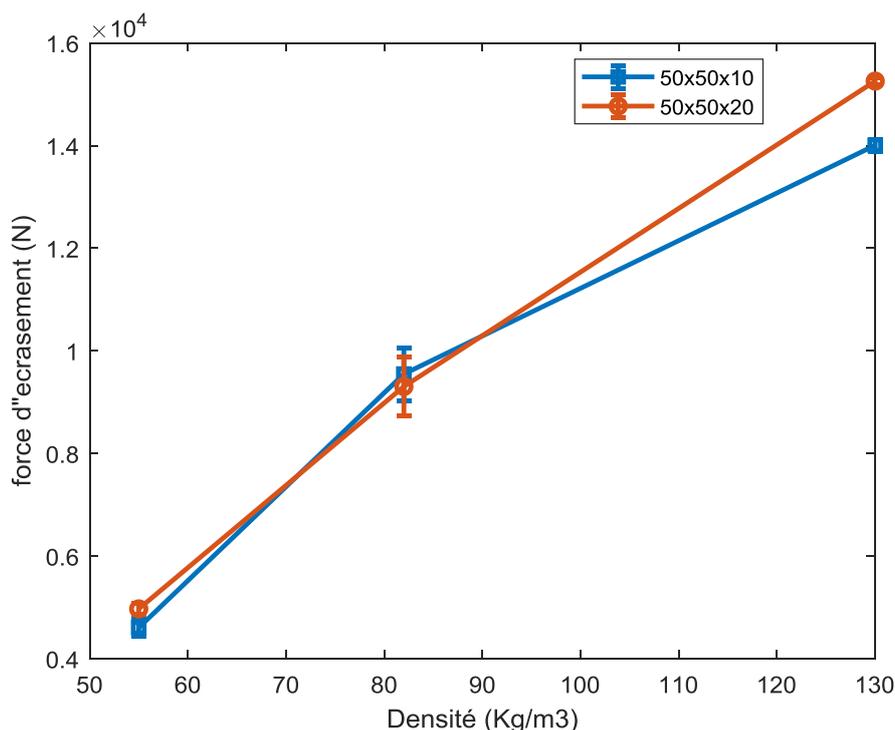


Figure 3-21: Courbe de la force d'ecrasement par rapport à la densité du nid d'abeilles pour les échantillons de taille 50×50.

Le tableau 3-7 présente les résultats de la force d'ecrasement moyenne par rapport à la densité de l'âme en nid d'abeilles. Pour la densité de  $55 \text{ kg/m}^3$ , des valeurs très proches de la force d'ecrasement ont été obtenues entre les deux hauteurs pour les 3 tailles d'échantillon. Pour la densité de  $82 \text{ kg/m}^3$ , le résultat montre une différence de 7.8 % pour la taille de l'échantillon  $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ , de 8.7 % pour la taille de l'échantillon  $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$  et de 4.7 % pour la taille de l'échantillon  $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ . La plus grande différence dans les résultats de force d'ecrasement a été obtenue pour une densité de  $130 \text{ kg/m}^3$  où elle a été de 13.4 % pour la taille de l'échantillon  $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ , 11.2 % pour la taille de l'échantillon  $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$  et 11.8 % pour la taille de l'échantillon  $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ .

Tableau 3-7: Force d'ecrasement par densité de l'âme en nid d'abeilles.

Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	Taille de l'échantillon (mm) 30×30 H10		Taille de l'échantillon (mm) 30×30 H20	
	Force moyenne (N)	Écart type	Force moyenne (N)	Écart type
55	1998	93	1870	100
82	3563	62	3839	55
130	5344	173	6061	248

Densité (kg/m <sup>3</sup> )	Taille de l'échantillon (mm) 40×40 H10		Taille de l'échantillon (mm) 40×40 H20	
	Force moyenne (N)	Écart type	Force moyenne (N)	Écart type
55	3338	85	3298	260
82	5995	361	6522	21
130	9194	387	10223	131

Densité (kg/m <sup>3</sup> )	Taille de l'échantillon (mm) 50×50 H10		Taille de l'échantillon (mm) 50×50 H20	
	Force moyenne (N)	Écart type	Force moyenne (N)	Écart type
55	4609	165	4974	101
82	9550	514	9307	579
130	14008	119	15258	62

L'influence de la densité d'âme en nid d'abeilles sur la force d'écrasement du nid d'abeilles est identique à celle des résultats précédents. Ils montrent que la résistance à l'écrasement augmente linéairement avec l'augmentation de la densité de l'âme. Nous pouvons également observer que la phase plateau (de 3 à 10 sur la figure 3-5) de l'essai de compression est influencée par la densité ; elles augmentent avec l'augmentation de la densité. On peut constater que l'évolution de la densité est similaire à celle de la force d'écrasement.

#### 3.4.4 Effet du volume de l'échantillon

Pour relier les différents paramètres géométriques de l'échantillon en nid d'abeilles avec la densité de ces derniers et mettre en évidence leur influence sur la capacité d'absorption d'énergie, nous avons étudié l'influence du volume d'échantillon. Les résultats de l'énergie absorbée en fonction du volume de l'échantillon sont présentés dans le tableau 3-8.

Tableau 3-8: Énergie absorbée par volume de l'échantillon.

Volume de l'échantillon (mm <sup>3</sup> )	ECM 3.2-130	ECM 6.4-82	ECM 9.6-55
	Énergie absorbée (joule)	Énergie absorbée (joule)	Énergie absorbée (joule)
9000	21.47	9.48	4.88
16000	40.19	19.61	8.77
18000	46.81	20.85	10.79
25000	62.87	33.52	15.95
32000	84.52	41.32	19.86
50000	131.6	65.46	32.61

Les résultats tirés du tableau précédent nous ont permis de tracer la figure 3-22.

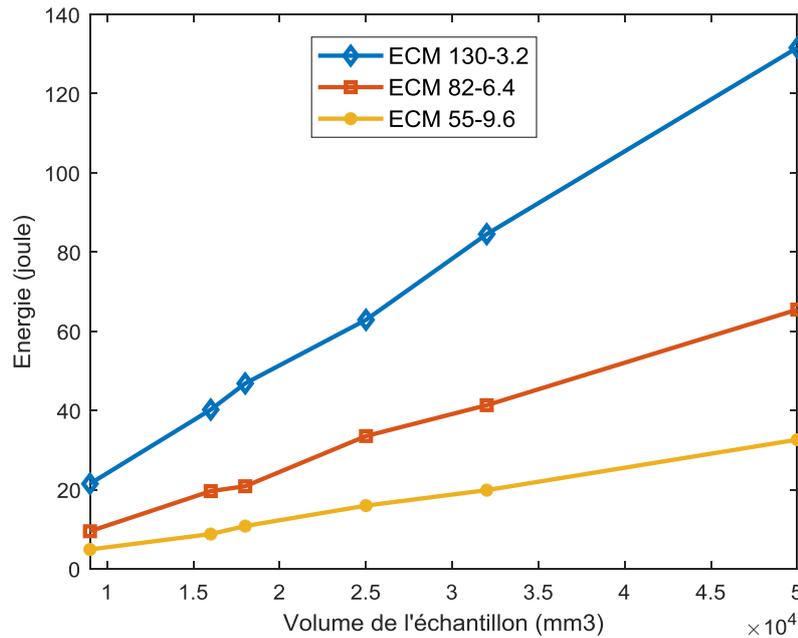


Figure 3-22: Variation de l'énergie absorbée en fonction du volume de l'échantillon.

D'après l'analyse des courbes présentées sur la figure 3-22 nous pouvons constater que l'influence du volume d'échantillon sur la capacité d'absorption d'énergie varie en fonction du diamètre des cellules. Pour les échantillons avec le plus grand diamètre de cellule, c.-à-d. la plus faible densité, la capacité d'absorption d'énergie varie légèrement ce qui se traduit sur la courbe par une faible pente. Pour les autres diamètres de cellule (6.4 mm et 3.2 mm), on constate que plus le diamètre de cellule diminue plus le volume de l'échantillon participe à l'augmentation de la capacité d'absorption d'énergie (pente importante sur la courbe).

### 3.5 Conclusion

Dans cette partie une étude expérimentale sur la résistance à l'écrasement en compression uniaxiale des âmes en nid d'abeilles avec diverses configurations de cellules a été effectuée. Six tailles d'échantillon avec trois différents diamètres de cellules et densité ont été testées. Pour étudier expérimentalement l'influence du nombre de cellules, de la taille de l'échantillon et de la densité de l'âme en nid d'abeilles en aluminium ainsi que le volume de l'échantillon sur la force de compression et la capacité d'absorption d'énergie, 18 configurations d'échantillons ont été utilisées.

Les résultats obtenus sont les suivants :

- Le comportement du nid d'abeilles lors de l'écrasement comprend trois phases : au début de l'écrasement, une région linéairement élastique, suivi d'un flambement par formation de plis progressifs, et finalement, une densification.

- La force d'écrasement est influencée par la taille de l'échantillon ; elle augmente avec la taille de l'échantillon, mais la hauteur de celui-ci n'affecte que la durée de la phase constante.
- L'absorption d'énergie est fortement influencée par le diamètre de la cellule, car elle augmente avec la diminution du diamètre. La hauteur du noyau en nid d'abeilles joue un rôle très important dans le processus d'absorption d'énergie dont elle est directement proportionnelle, pour le volume de l'échantillon son influence augmente avec la diminution du diamètre de cellule et vice versa.
- L'analyse des résultats d'essais de test en compression quasi statique a montré que le domaine de comportement linéaire est limité à de faibles valeurs de déformations.
- Les différents modes d'endommagement du nid d'abeilles pour les différentes étapes du processus d'écrasement ont été observés et répertoriés.
- Enfin, cette étude nous a permis d'établir une base de données sur diverses configurations de nid d'abeilles en aluminium soumis à une compression uniaxiale, qui a servi de base à la validation de la modélisation numérique.

## **Chapitre 4 : Étude expérimentale du comportement en compression dynamique des âmes en nid d'abeilles**

### **4.1 Introduction**

De nombreuses études ont été menées sur la compression des âmes en nid d'abeilles en aluminium à des vitesses d'impact faible et intermédiaire [4, 47, 78-80]. Aussi, un grand nombre d'études expérimentales et analytiques ont été menées pour évaluer les performances des âmes en nid d'abeilles soumises à des charges d'impact à basse vitesse [50, 72, 77, 81-85].

Dans ce chapitre, nous présentons une étude expérimentale de la réponse en compression dynamique des âmes en nid d'abeilles hexagonal en aluminium. Pour comprendre le comportement et les mécanismes d'endommagement de ces structures, différents échantillons en nid d'abeilles ayant une densité de  $55 \text{ kg/m}^3$ ,  $82 \text{ kg/m}^3$  et  $130 \text{ kg/m}^3$  ont été testés à différentes vitesses d'impact. Deux campagnes d'essais ont été réalisées ; la première sur un banc d'essai dynamique équipé d'un lanceur à gaz avec un suivi de la vitesse, de la charge et de la déformation, et la deuxième sur une tour de chute à masse tombante.

Dans ce travail nous avons étudié l'influence de la vitesse de chargement de l'impacteur et l'effet de la densité de l'âme sur la phase plateau du processus de déformation et la capacité d'absorption d'énergie.

### **4.2 Matériaux utilisés**

Le matériau utilisé dans l'essai de compression dynamique est identique à celui utilisé dans l'étude des essais de compression statique (tableau 3-1, tableau 3-3).

### **4.3 Procédure expérimentale de l'essai de compression rapide et description du banc d'essai dynamique**

Les essais de compression rapide ont été menés sur des échantillons en nid d'abeilles de différentes configurations à l'aide d'un banc d'essai dynamique réalisé au laboratoire. Le montage utilisé est montré dans les figures 4-1 et 4-2.

Le banc d'essai de compression dynamique est composé de :

- Dispositif de lancement rapide de l'impacteur (lanceur à gaz).
- Appareillages de mesure (cellule de force, caméra rapide et photo diode).
- Système d'acquisition des résultats d'essai et de pilotage.

Le banc d'essai dynamique (figure 4-1 , figure 4-2) est équipé d'un lanceur à gaz permettant de propulser un projectile plat en aluminium de diamètre 50 mm et d'un poids de 291 g (figure-4 3 ). Différentes vitesses d'impact ont été utilisées lors du test. Le tableau 4-1 indique les valeurs de la vitesse de l'impacteur en fonction de la variation de la pression du lanceur à gaz. Ensuite nous avons tracé une courbe de la vitesse de l'impacteur en fonction de la pression du réservoir du lanceur à gaz (figure 4-4).

L'effort a été enregistré grâce à une cellule de force reliée à une bai d'acquisitions. La déformation a été suivie par une caméra rapide et la vitesse du projectile a été mesurée avec des photos diode.

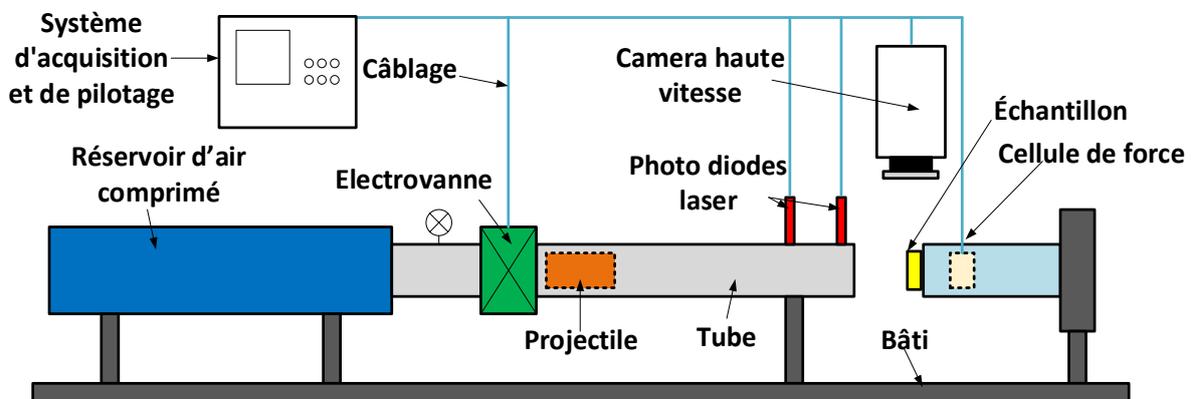


Figure 4-1: Schéma du montage expérimental du banc d'essai dynamique.

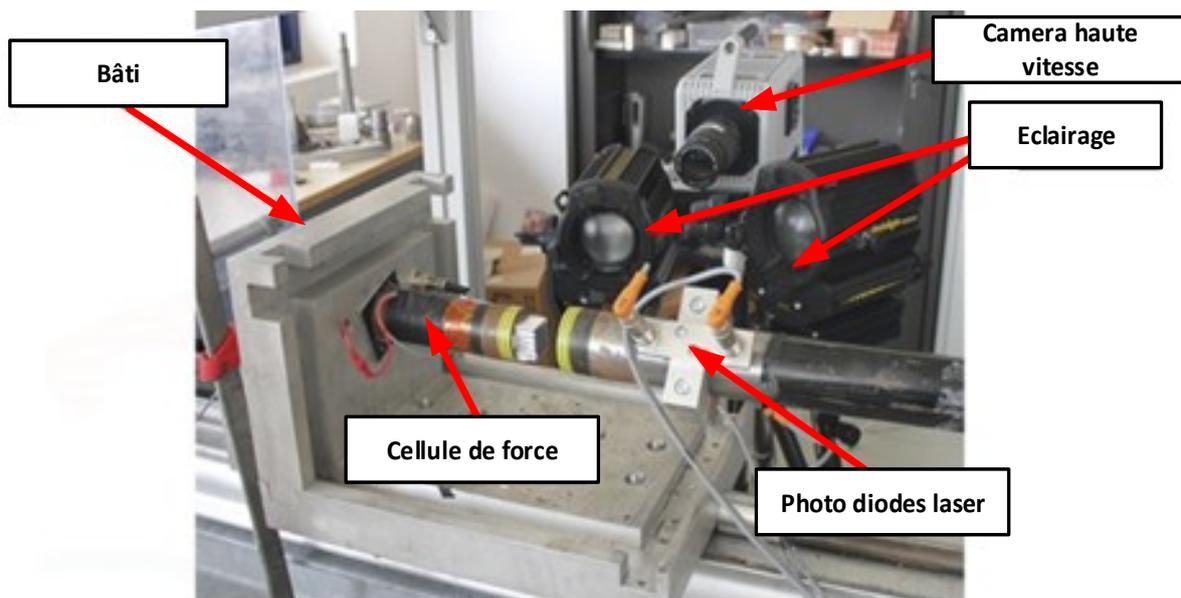


Figure 4-2: Montage expérimental du banc d'essai dynamique.



Figure 4-3: Projectile.

Tableau 4-1: Vitesse du projectile mesurée en fonction de la pression du réservoir d'air comprimé.

Pression du réservoir (bar)	Vitesse mesurée par les photos diode (m/s)	Écart type (m/s)	Vitesse mesurée par caméra rapide (m/s)
0.5	8.99	0.5398	6.95
0.53	11.3987	0.0916	9.75
0.55	12.5263	0.5818	11.1
0.6	14.9289	0.3192	14.2
0.65	16.5401	0.0575	16.2
0.75	20.0098	0.2022	20.3
0.9	24.0105	0.2097	24.2

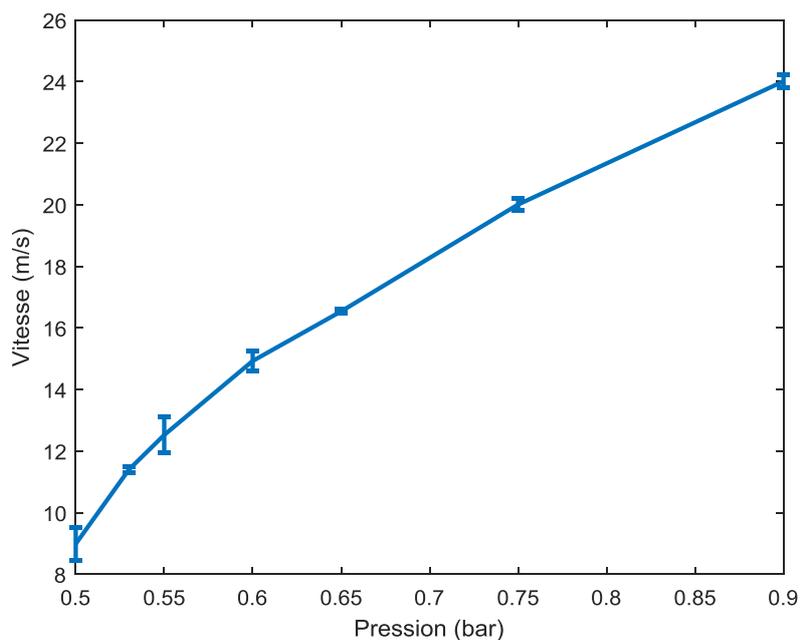


Figure 4-4: Évolution de la vitesse du projectile mesurée en fonction de la pression du réservoir d'air comprimé du lanceur à gaz.

### 4.3.1 Cellule d'effort

Nous avons conçu et réalisé une cellule d'effort (figure 4-5) pour mesurer les efforts d'écrasement des âmes en nid d'abeilles lors des essais de compression rapide. Cette cellule est constituée principalement d'un axe cylindrique en acier de diamètre 49 mm et de longueur 140 mm. Elle est montée par filetage dans le bâti du banc d'essai. Quatre jauges de déformation y ont été collées diamétralement opposées et reliées en pont de Wheatstone afin de ne recueillir que la composante axiale de l'effort normal. Ensuite la cellule de force a été calibrée et étalonnée sur une machine de compression statique (ADAMEL).

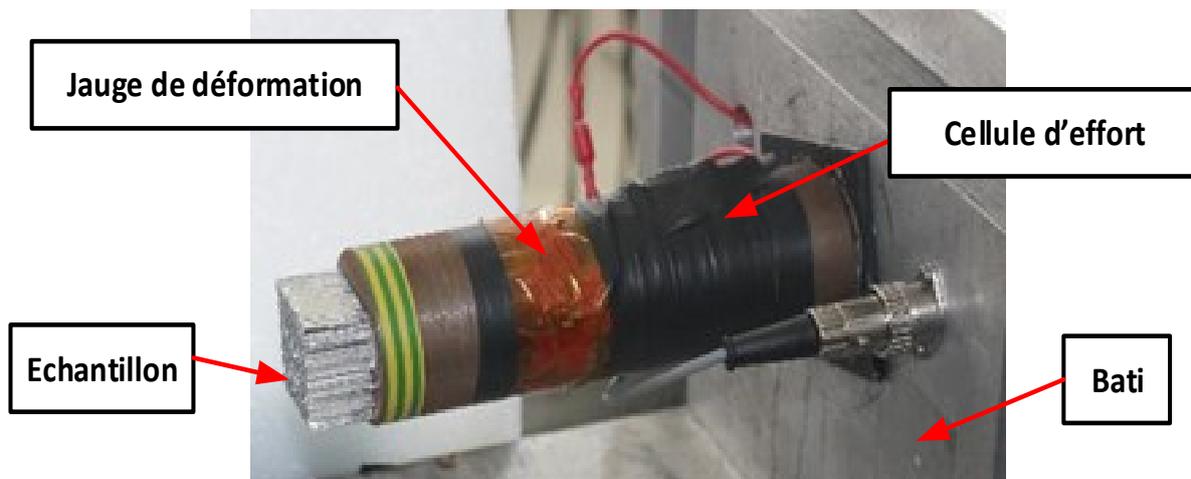


Figure 4-5: Cellule d'effort.

### 4.3.2 Photodiodes laser

Pour mesurer la vitesse d'impact du projectile pendant l'essai, on a placé deux photodiodes laser (figure 4-6) au bout du canon du lanceur à gaz. Lors d'un tir du projectile, les faisceaux des photodiodes sont coupés l'un après l'autre. Ces coupures provoquent pour chaque photodiode A et B une variation brutale de leurs tensions de sortie entre 0 à 10 V en 2  $\mu$ s. La variation du temps de coupure entre les photodiodes A et B permet la détermination de la vitesse du projectile par la relation suivante :

$$V = L/\Delta t \quad (4-1)$$

Avec  $L$  la distance entre les photodiode et  $\Delta t$  variation du temps de coupure entre photodiode A et B

La photodiode A assure le déclenchement de la prise de vue de la caméra rapide et l'échantillonnage de la baie d'acquisition.

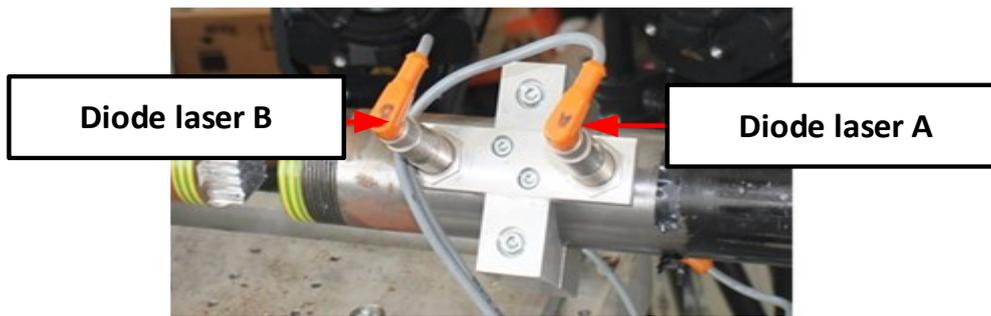


Figure 4-6: Photodiodes laser.

### 4.3.3 Caméra rapide

La mesure de déformation de l'échantillon écrasé a été effectuée grâce à une caméra rapide de marque Fastcam PHOTRON avec une capacité maximale de 100000 images/s présentée dans la figure 4-7 [86]. Cet outil a également fourni les vidéos des tirs (films au format AVI). L'acquisition et le traitement des séquences d'images (fréquence de 81000 clichés/seconde) simultanément avec le signal de l'effort d'impact, ont permis de suivre l'évolution de la déformation de l'échantillon en fonction de l'effort et d'obtenir ainsi la vitesse du projectile avant et pendant l'impact.



Figure 4-7: Caméra rapide.

### 4.3.4 Baie d'acquisition

La synchronisation de l'enregistrement des capteurs (diodes laser, cellule de force) a été réalisée au moyen de la baie d'acquisition de marque Nicolet (figure 4-8) à une fréquence de 1 MHz.

Un signal TTL de sortie, délivré par la baie lorsque le projectile coupe le faisceau de la première diode laser A, déclenche l'acquisition de la caméra rapide. Cette baie d'acquisition Nicolet est un oscilloscope numérique de type Odyssey possédant une carte OD-200 Amp. Elle permet l'acquisition de 4 voies de mesure en tension différentielle avec un codage numérique sur une profondeur de 14 bits [87].



Figure 4-8: Baie d'acquisition.

#### 4.4 Résultats de l'essais de compression rapide et interprétations

Les résultats de la campagne d'essais réalisés ont été obtenus après un dépouillement avec un programme Matlab que nous avons développé. Les figures de 4-9 à 4-12 et en annexe les figures A-1 à A-3 et figures A-14 à A-16 montrent l'évolution de la force d'impact en fonction du temps pour les diamètres de cellule 3.2 mm, 6.4 mm et 9.6 mm. Après une analyse des courbes d'essais, on a constaté que leurs allures sont presque identiques pour les trois diamètres des cellules des nids d'abeilles testés. Pour cela, on a analysé et interprété uniquement les résultats du diamètre 3.2 mm. Les résultats pour les diamètres 6.4 mm et 9.6 mm sont présentés en annexe.

##### 4.4.1 Résultats expérimentaux pour les échantillons en nid d'abeilles D 3.2

Les figures de 4-9 à 4-12 montrent l'évolution de la force d'impact en fonction du temps pour les vitesses d'écrasement : 11.1 m/s, 14.2 m/s, 20.3 m/s et 24.2 m/s. Pour chaque vitesse, on a effectué 3 à 4 essais similaires afin de vérifier la bonne reproductibilité de l'essai.

Nous avons observé deux principaux modes d'écrasement de l'âme en nid d'abeilles, le premier pour les vitesses 11.1 m/s, 14.2 m/s et 20.3 m/s et le second pour la vitesse de 24.2 m/s.

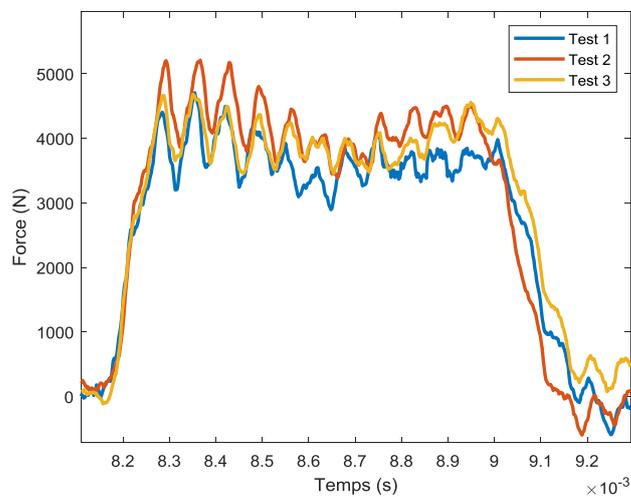


Figure 4-9: Force d'écrasement en fonction du temps,  $V=11.1$  m/s.

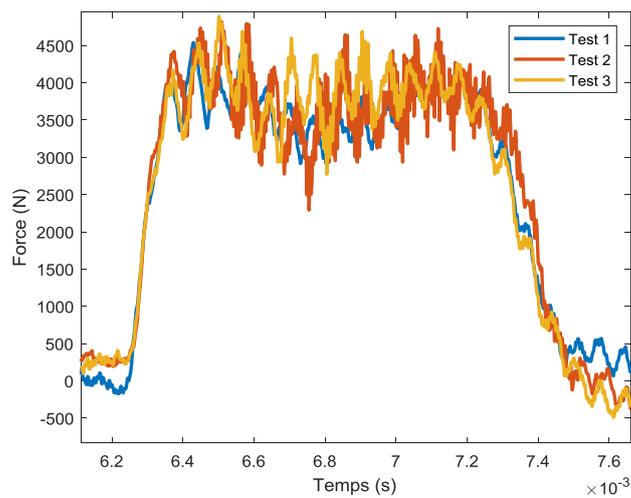


Figure 4-10: Force d'écrasement en fonction du temps,  $V=15.24$  m/s.

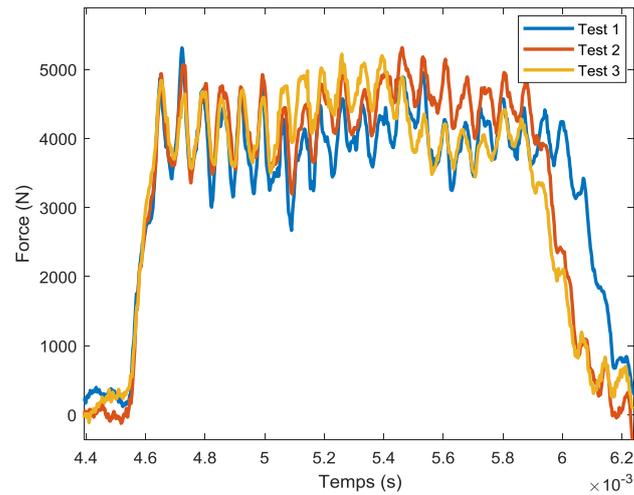


Figure 4-11: Force d'écrasement en fonction du temps,  $V=20.01$  m/s.

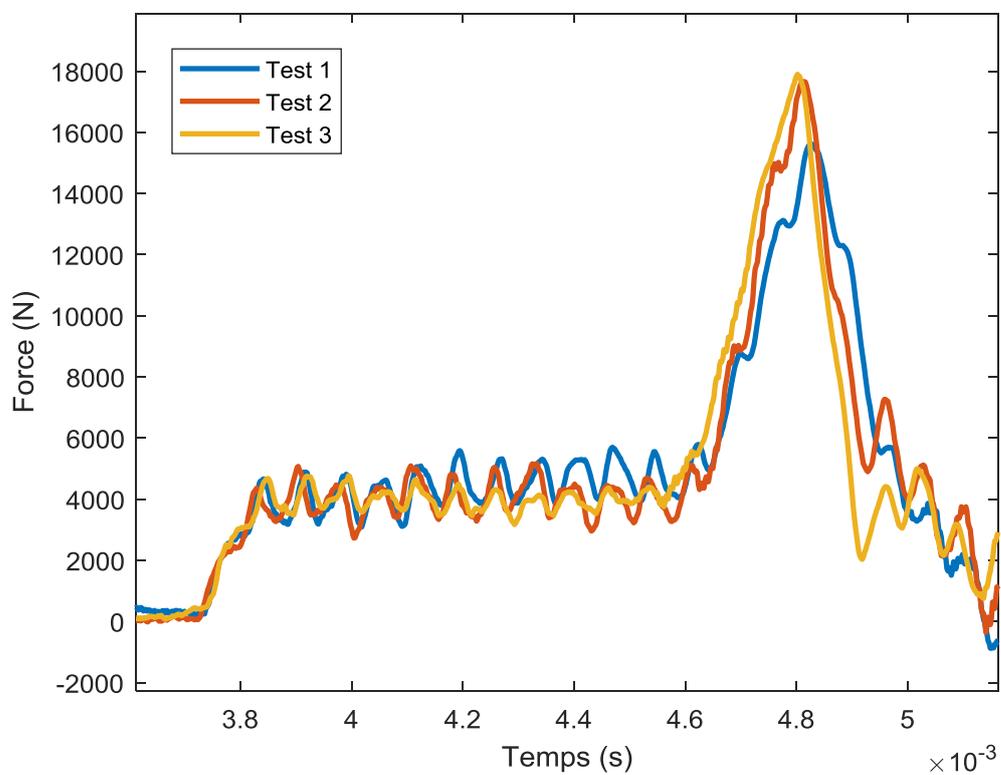


Figure 4-12: Force d'écrasement en fonction du temps,  $V$  (photo diode) = 24.01 m/s  
 $V$  (caméra rapide) = 24.2 m/s.

#### 4.4.1.1 Analyse du premier mode d'écrasement

Pour analyser le premier mode d'écrasement, nous avons choisi le cas de la vitesse 11.1 m/s. L'évolution de la force d'écrasement en fonction du temps des échantillons en nid d'abeilles D3.2 30×30×20 est présentée dans la figure 4-13.

La figure 4-14 montre les séquences photographiques de l'écrasement des cellules en nid d'abeilles D3.2 30×30×20 à différents stades (figure 4-13 de a à f) correspondant à la chronologie du processus d'endommagement. L'analyse de ces séquences d'écrasement en relation avec la courbe d'évolution de la force d'impact nous a permis d'expliquer le déroulement de l'écrasement des cellules lors de l'essai. Au début les cellules de l'échantillon flambent élastiquement au moment où le projectile touche l'échantillon (figure 4-14-b), ensuite commence le processus d'écrasement des cellules par la formation progressive de plis de la figure 4-14-c à la figure 4-14-e. Enfin, lorsque l'énergie totale de l'impact est dissipée par les plissements des cellules, le projectile change de direction et revient en arrière (figure 4-14-f).

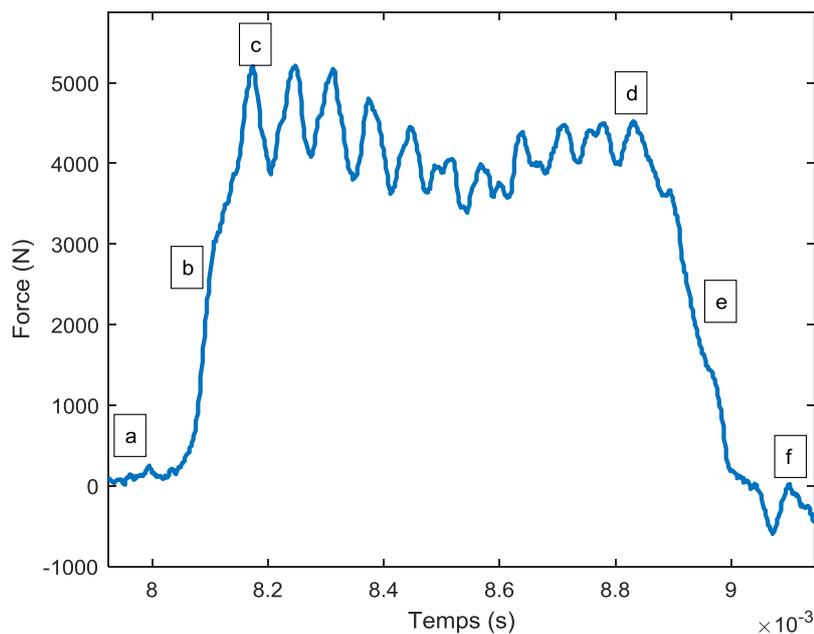


Figure 4-13: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 3.2 30×30×20 (Vitesse du projectile V=11.1 m/s).

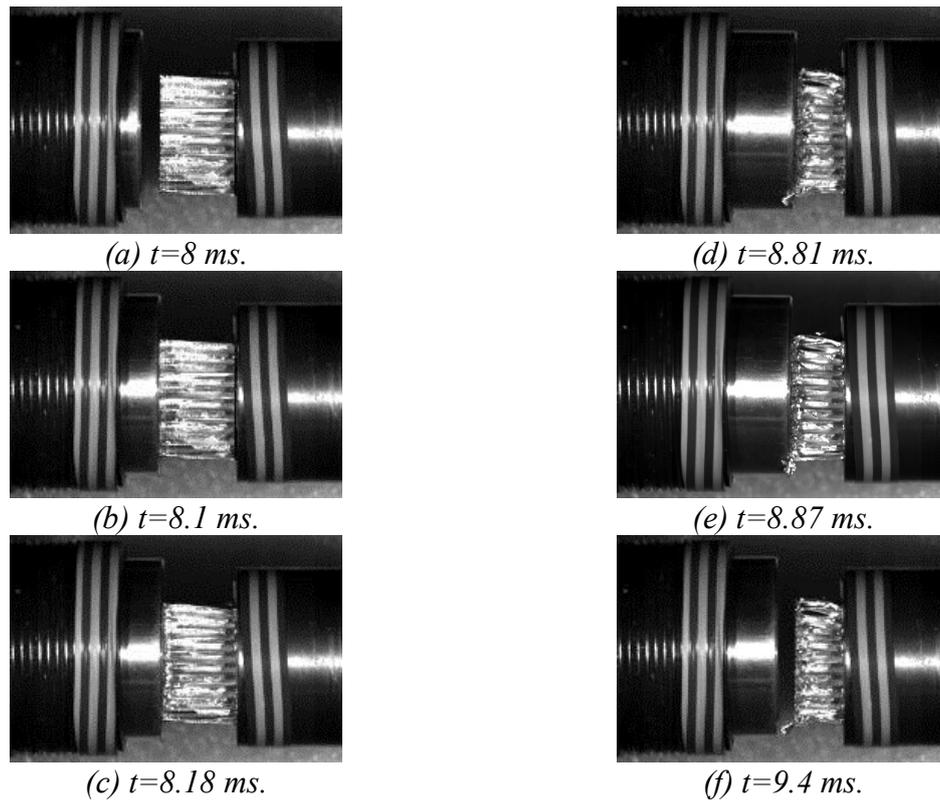


Figure 4-14: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D 3.2 30×30 H20 à différents stades d'écrasement,  $V=11.1$  m/s.

Les résultats de la variation de la vitesse et le déplacement du projectile en fonction du temps ont été déterminés par l'intermédiaire d'une caméra haute vitesse permettant de filmer l'essai à une vitesse de 81000 images/seconde (figure 4-15 et figure 4-16). Le traitement des images a été effectué avec à un logiciel spécial de segmentation d'image.

Sur la figure 4-15, la zone A représente la vitesse du projectile juste avant l'impact ; on peut voir que la vitesse est relativement constante. Puis la vitesse chute brusquement (zone B) jusqu'à une valeur négative relativement constante (zone C). La zone B correspond à la phase d'écrasement de l'échantillon et la zone C correspond au retour du projectile après impact.

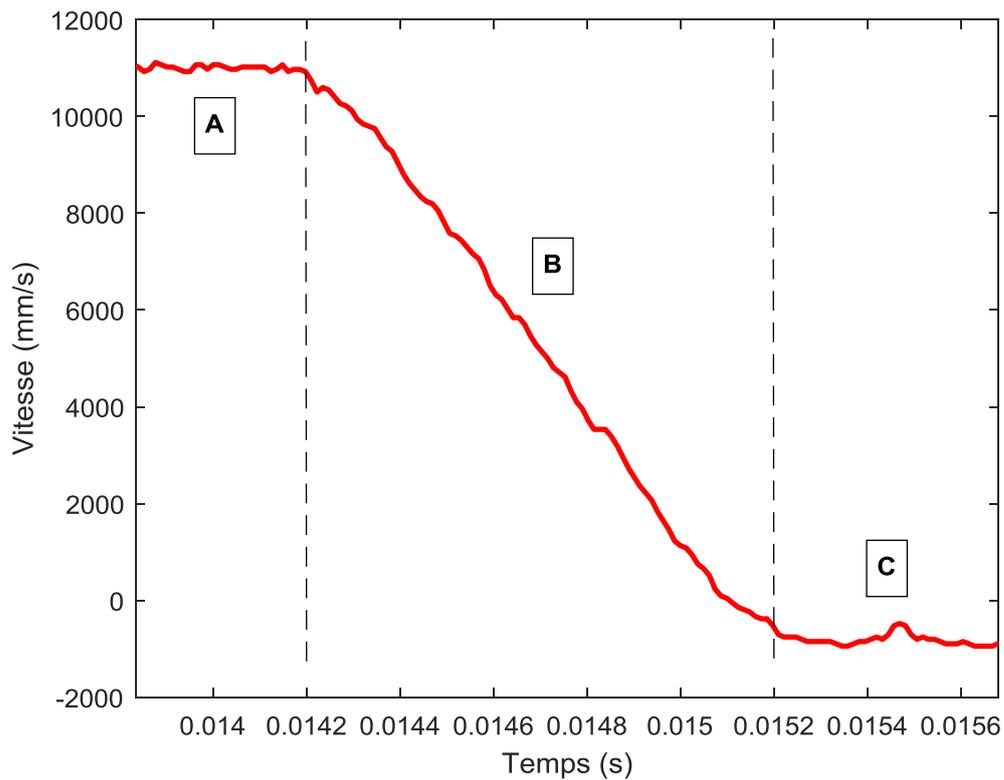


Figure 4-15: Vitesse du projectile en fonction du temps.

Le déplacement du projectile pendant l'essai en fonction du temps est représenté par la courbe de la figure 4-16. On constate trois phases A, B et C : La phase A indique la position du projectile avant impact, la phase B correspond à la phase d'écrasement de l'échantillon pendant l'impact, la phase C indique le recul du projectile après l'impact.

La hauteur d'écrasement maximale de l'échantillon est déterminée à partir de la phase B de la courbe (figure 4-16).

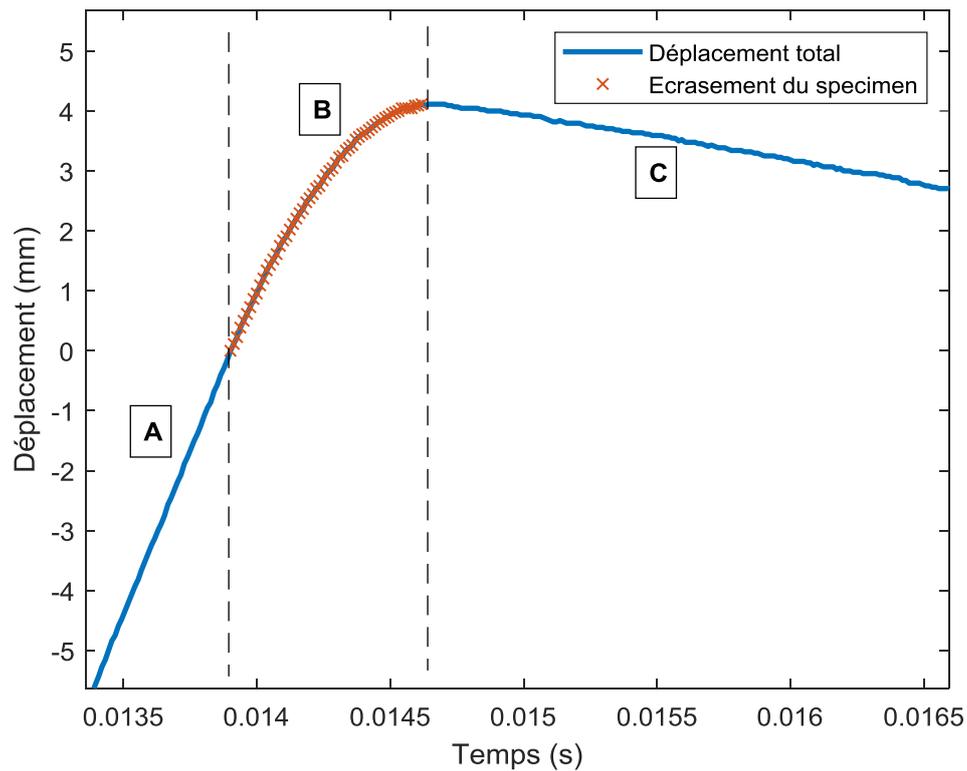


Figure 4-16: Déplacement du projectile en fonction du temps.

La figure 4-17 représente la courbe du comportement mécanique de l'échantillon en nid d'abeilles D 3.2 30×30×20 pour une vitesse réelle du projectile de 11.1 m/s.

On peut en déduire que le déroulement de l'écrasement s'effectue en deux étapes ; la première étape (A) est une phase élastique où la force augmente jusqu'à une certaine valeur limite, la deuxième étape (B) est une phase plateau où la force reste constante puis elle diminue brusquement indiquant la fin de l'écrasement.

Les deux étapes A et B représentent la capacité d'absorption d'énergie de l'âme en nid d'abeilles, calculée d'après la relation suivante :

$$Ea = \int_0^d F(x)dx \quad (4-2)$$

Où  $d$  est la distance d'écrasement qui varie de  $d = 0$  mm à  $d=4$  mm à la fin,  $F$  la force d'écrasement.

Le résultat obtenu de l'énergie absorbée par les cellules est de 16.1254 joules.

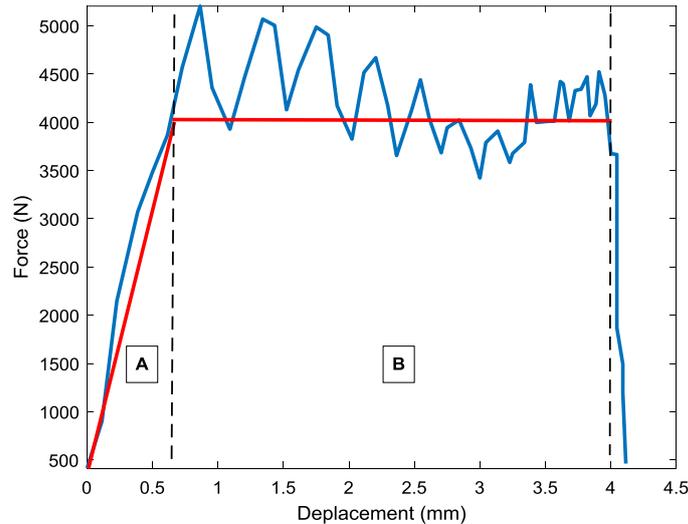


Figure 4-17: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 3.2  $30 \times 30 \times 20$  (Vitesse du projectile  $V=11.1$  m/s).

#### 4.4.1.2 Analyse du second mode d'écrasement

Le second mode d'écrasement est observé uniquement pour la plus grande vitesse (24.2 m/s). La figure 4-19 représente les séquences photographiques à différents stades d'écrasement de la cellule nid d'abeilles D3.2  $30 \times 30 \times 20$  en relation avec la courbe d'essai (figure 4-18). L'analyse du second mode d'écrasement est similaire à l'analyse du premier mode d'écrasement. La seule différence entre eux est la densification des cellules de l'âme à la fin de l'essai (figure 4-18, e-f). Cette densification (photos e f, figure 4-19) est observée après que la hauteur totale de l'échantillon est consommée par les plis d'écrasement des parois des cellules.

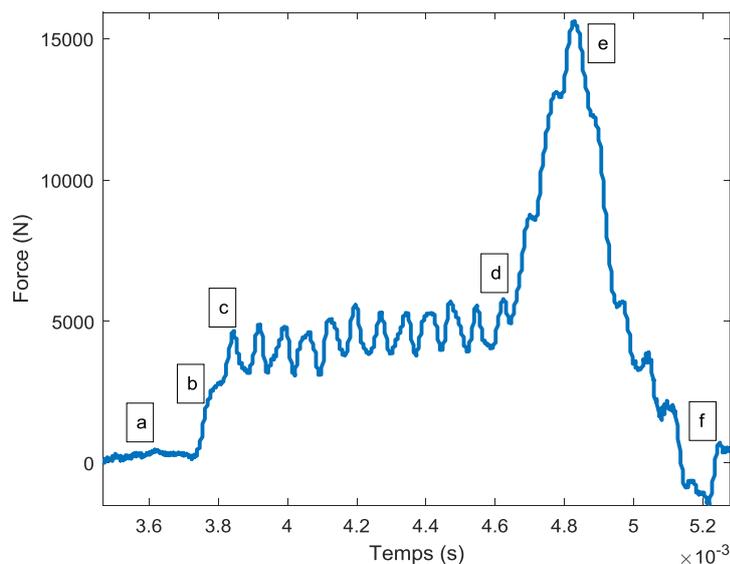


Figure 4-18: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 3.2  $30 \times 30 \times 20$  (Vitesse du projectile  $V=24.2$  m/s).

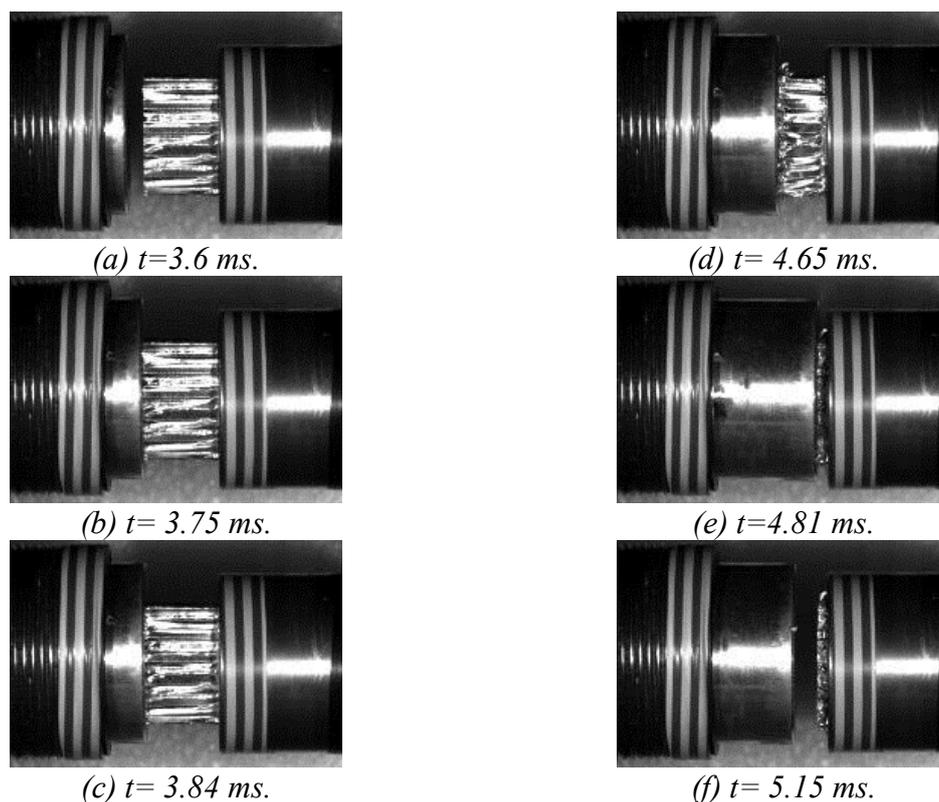


Figure 4-19: Séquences des photographies des cellules en nid d'abeilles D 3.2 30×30 h20 à différents stades d'écrasement,  $V=24.2$  m/s.

Les figures 4-20 et 4-21 montrent l'évolution de la vitesse et le déplacement de l'impacteur en fonction du temps ; on peut voir sur la figure 4-20 que la vitesse est relativement constante (zone A), ce qui représente la vitesse du projectile juste avant l'impact. Puis la vitesse chute brusquement en deux paliers (zone B et zone C), qui correspondent à la phase d'écrasement et la phase de densification) jusqu'à une valeur négative où la vitesse redevient relativement constante (zone D).

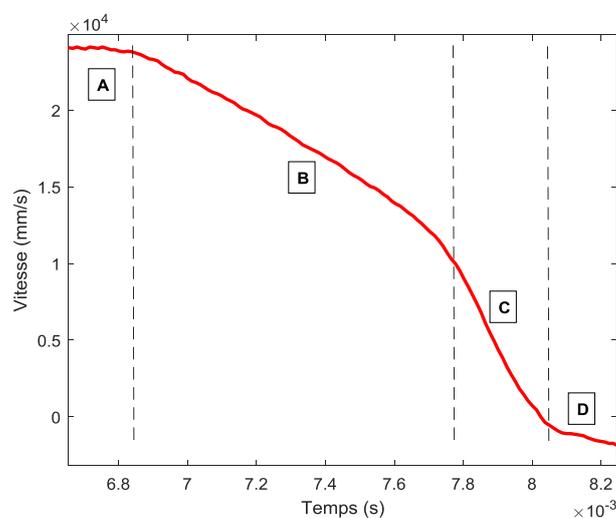


Figure 4-20: Vitesse du projectile en fonction du temps.

Pour la trajectoire du projectile représentée par la courbe de la figure 4-21 on constate qu'elle atteint un sommet puis change de direction, la distance d'écrasement (zone B et C) a augmenté par rapport à l'essai précédent.

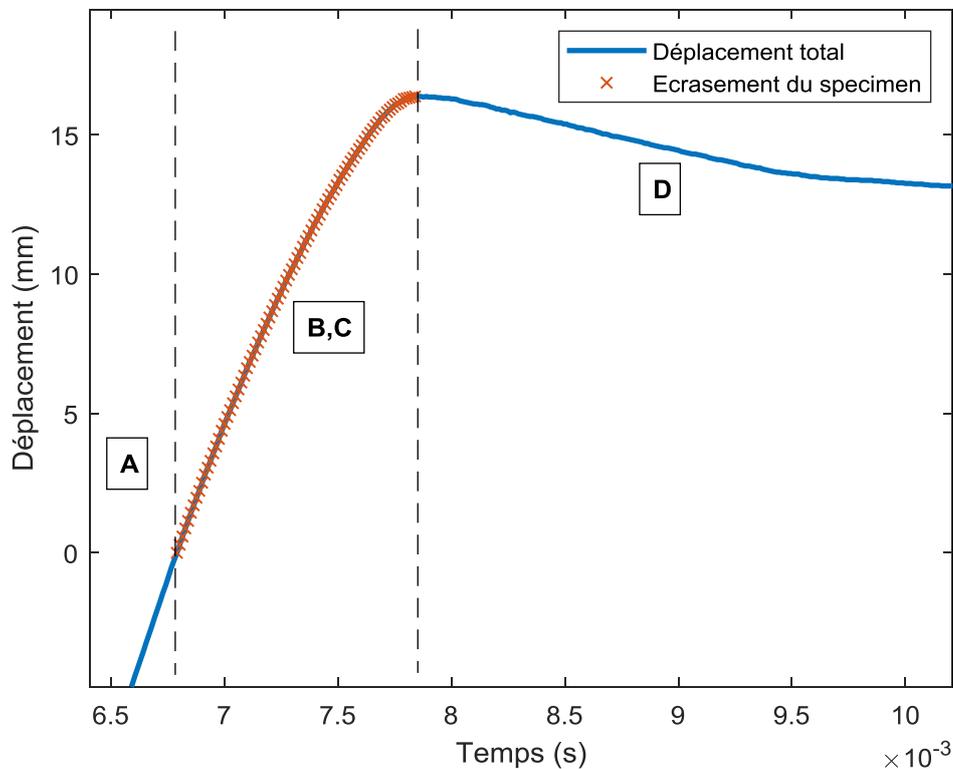


Figure 4-21: Trajectoire du projectile en fonction du temps.

La figure 4-22 représente la courbe du comportement mécanique de l'échantillon en nid d'abeilles D 3.2 30x30x20 pour une vitesse réelle du projectile de 24.2 m/s.

On peut en déduire que le déroulement de l'écrasement s'effectue en trois étapes, la première étape (A) est une phase élastique où la force augmente jusqu'à une certaine valeur, et la deuxième étape (B) est une phase plateau où la force reste constante jusqu'au début de la phase de densification (C).

Les deux phases A et B représentent la capacité d'absorption d'énergie des âmes en nid d'abeilles, elle est calculée d'après l'équation utilisée précédemment. Le résultat obtenu est de 86.4053 joules.

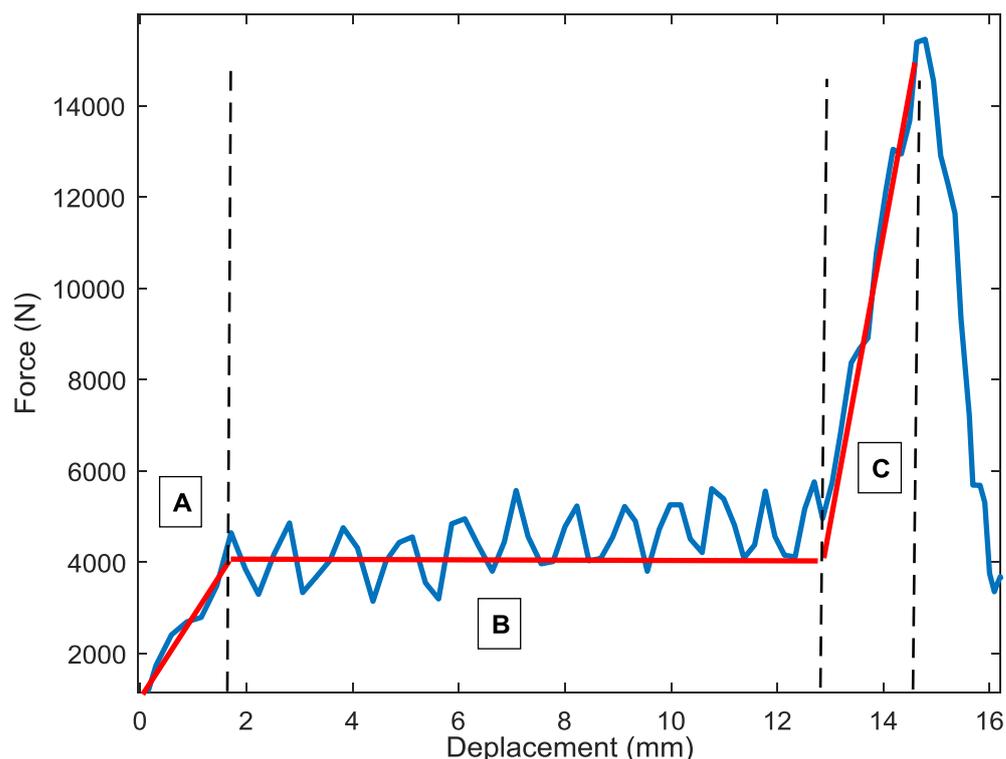


Figure 4-22: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 3.2 30×30×20 (Vitesse du projectile  $V=24.2$  m/s).

#### 4.4.2 Synthèses des résultats et discussions

La synthèse des résultats expérimentaux obtenue des essais de compression rapide pour différentes vitesses d'impact sur des échantillons de différents diamètres de cellules a permis de faire une comparaison de la capacité d'absorption d'énergie, la force plateau et la déformation de l'âme.

La figure 4-23 regroupe les courbes de l'évolution de la force en fonction du déplacement pour différents diamètres de cellules et différentes vitesses d'impact.

Après analyse des courbes de la figure 4-23, on a déterminé les valeurs de la force plateau, de l'énergie absorbée et du déplacement pour différentes vitesses d'impact et différents diamètres de cellules (tableau 4-2). Ces paramètres cités sont représentés graphiquement dans les figures 4-24, 4-25 et 4-26.

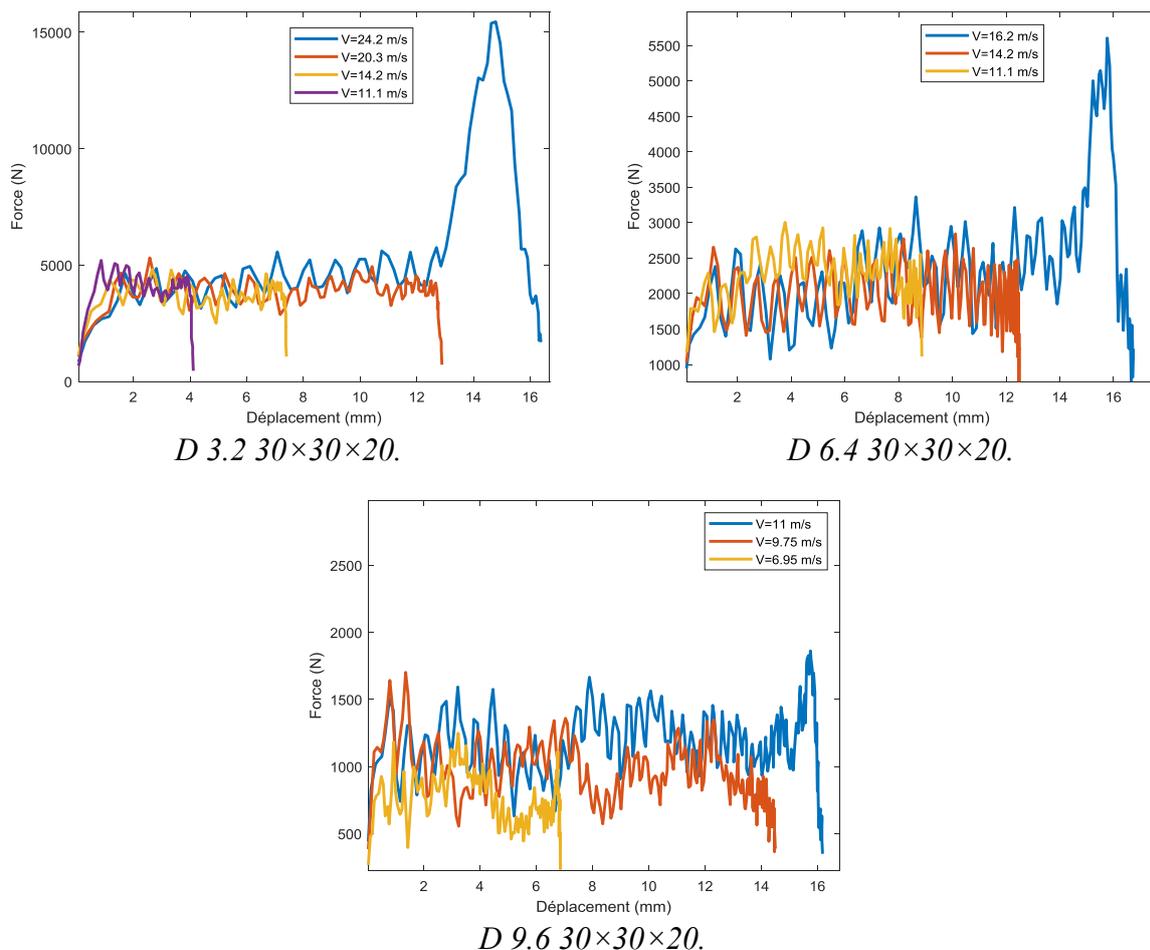
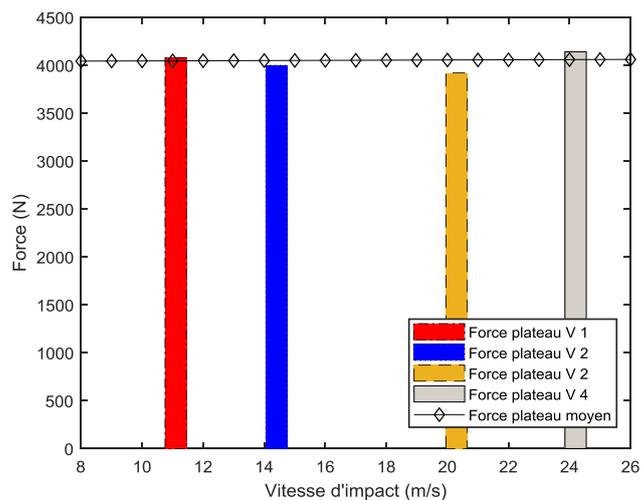


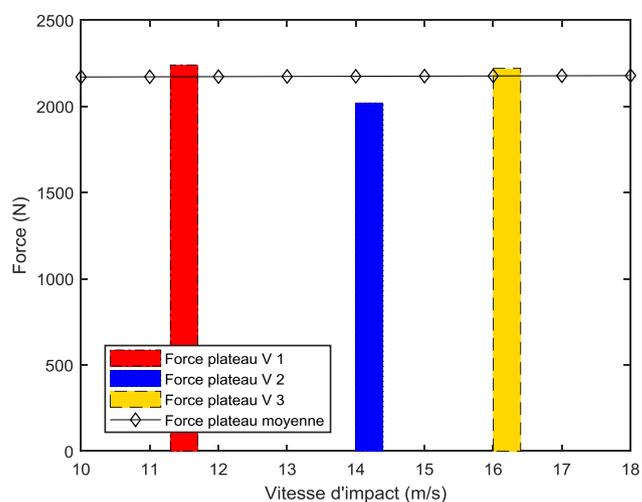
Figure 4-23: Force d'écrasement en fonction du déplacement.

Tableau 4-2: Valeurs de la force plateau, de l'énergie absorbée et du déplacement pour différentes vitesses d'impact et différents échantillons nid d'abeilles.

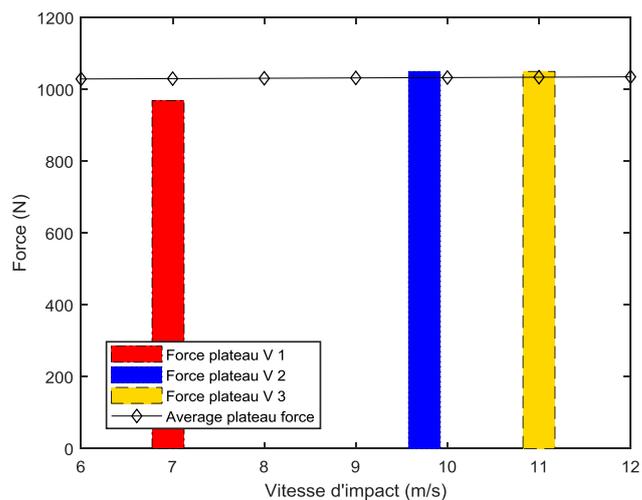
		Vitesse d'impact (m/s)	Force plateau (N)	Énergie absorbée (Joule)	Déplacement (mm)
D 3.2 30×30×20	V1	11.1	4080	16.12	4.11
	V2	14.4	4000	26.80	7.40
	V3	20.3	3920	49.03	12.88
	V4	24.2	4140	87.01	16.38
D 6.4 30×30×20	V1	11.5	2240	19.94	8.86
	V2	14.2	2020	24.90	12.48
	V3	16.2	2220	38.71	16.73
D 9.6 30×30×20	V1	6.95	969	5.28	6.85
	V2	9.75	1050	14.37	14.49
	V3	11	1050	19.08	16.18



*D 3.2 30x30x20.*



*D 6.4 30x30x20.*

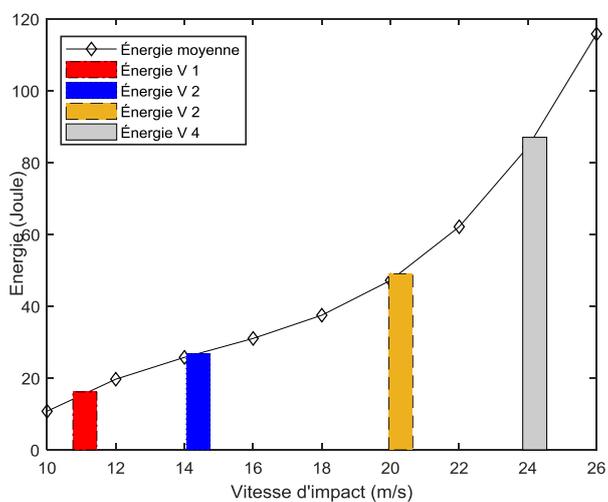


*D 9.6 30x30x20.*

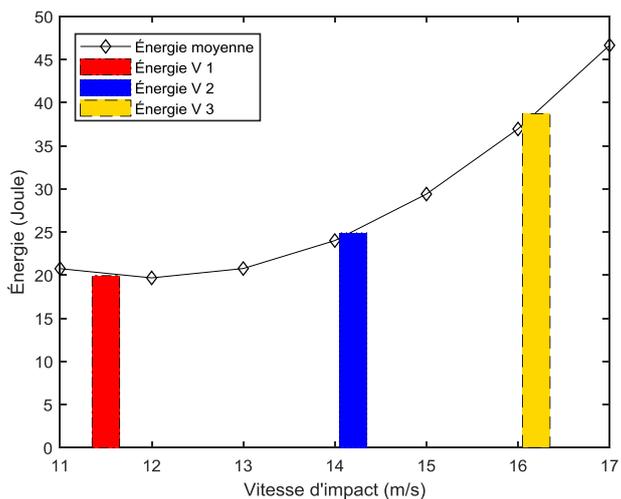
Figure 4-24: Force plateau en fonction des vitesses.

On remarque que l'énergie absorbée par l'âme augmente en fonction de la vitesse d'impact pour les différents diamètres de cellules (figure 4-25).

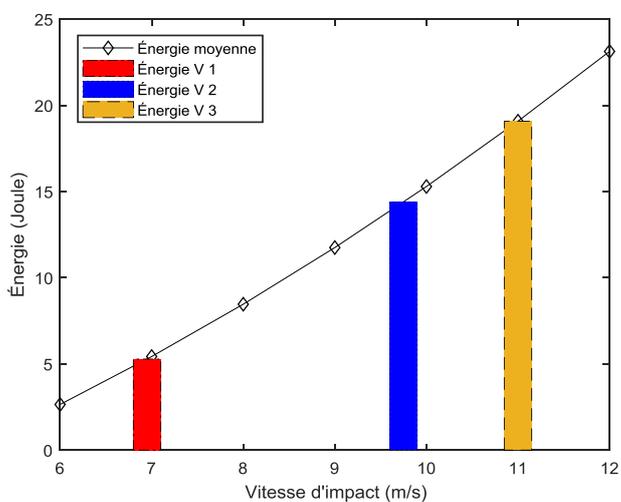
Les courbes des déplacements montrent une augmentation linéaire en fonction de la vitesse d'impact présentée (figure 4-26).



*D 3.2 30x30x20.*



*6.4 30x30x20.*



*D 9.6 30x30x20.*

Figure 4-25: Énergie absorbée en fonction des vitesses.

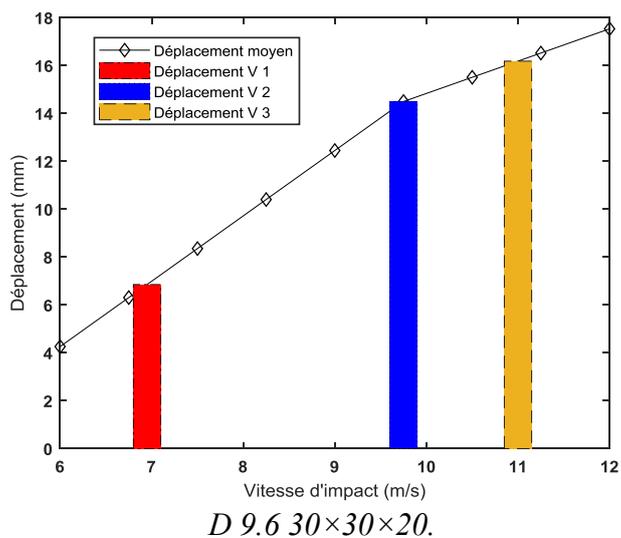
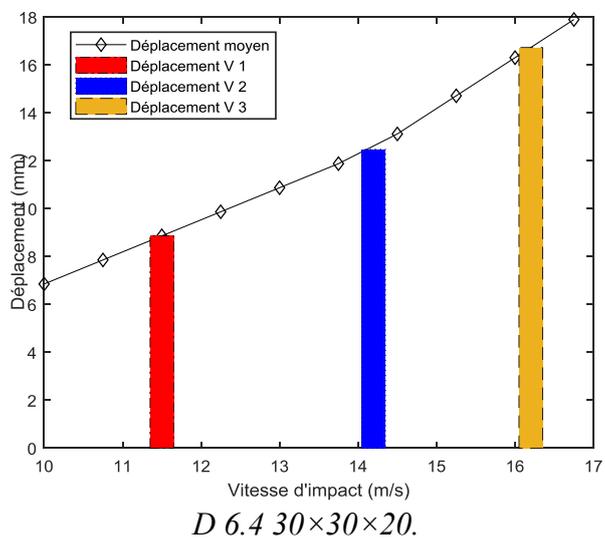
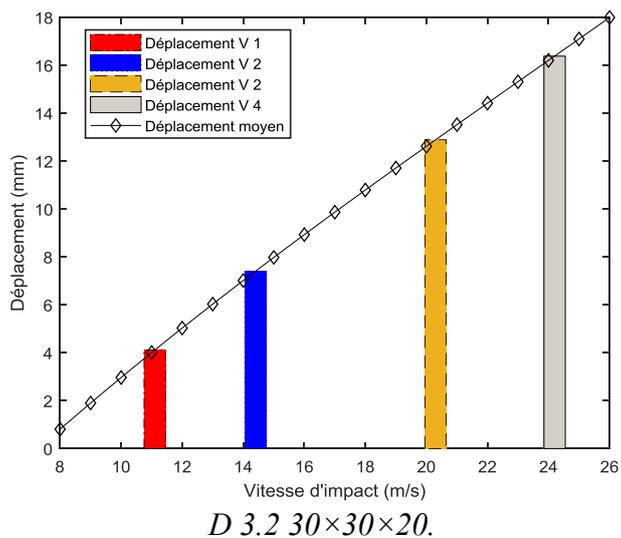


Figure 4-26: Déplacement en fonction des vitesses.

L'évolution de la force plateau illustré dans la figure 4-24 est presque constante pour toutes les vitesses d'impact et différents diamètres de cellules.

#### 4.5 Procédure expérimentale de l'essai de compression à faible vitesse et description du banc d'essai à masse tombante

Nous avons conçu et réalisé une tour de chute à masse tombante dans notre laboratoire, avec un impacteur cylindrique plat en acier d'un diamètre de 80 mm et d'un poids de 602 g.

Les essais d'impact sont effectués avec de faibles vitesses sur des échantillons en nid d'abeilles de différentes configurations et densités. La figure 4-27 montre la tour de chute à masse tombante utilisée pour nos essais. Trois vitesses de chute ont été appliquées pour l'impact à travers la variation de la hauteur (tableau 4-3). L'acquisition du signal de la force d'impact a été obtenue par l'intermédiaire d'une cellule de force reliée à un module d'acquisition MX440B (figure 4-30). La déformation a été observée grâce à une caméra vidéo. La vitesse de chute de l'impacteur est mesurée avec un dispositif de mesure par infrarouge Photogate (figure 4-31).

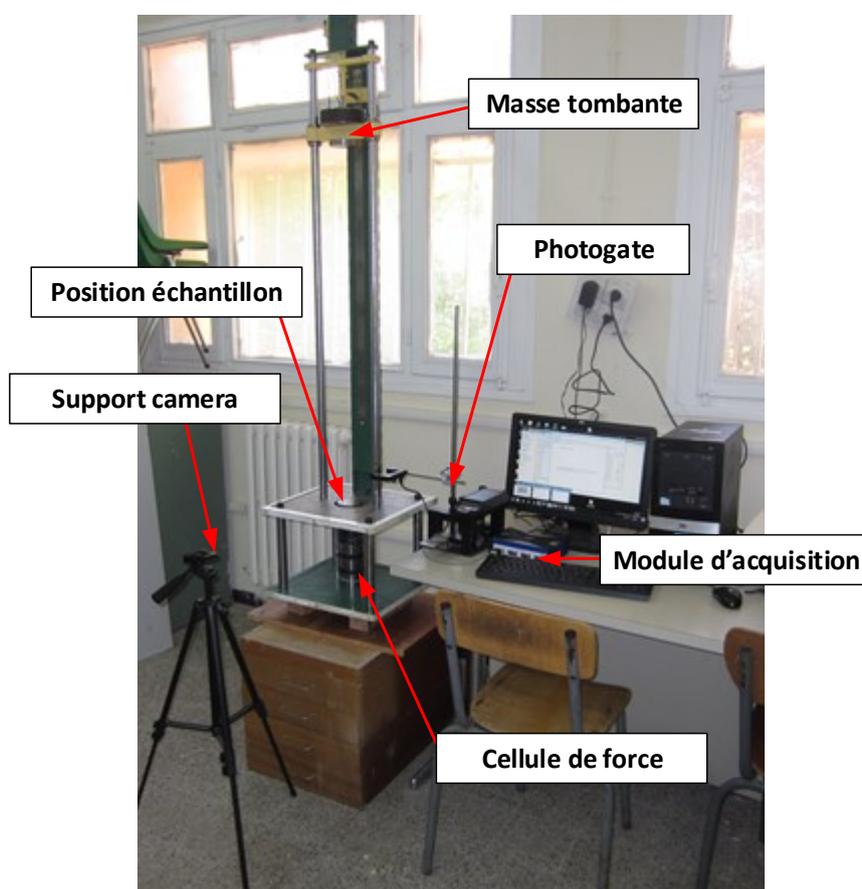


Figure 4-27: Montage expérimental.

Tableau 4-3: Vitesse et énergie du projectile ( $p = 6.02 \text{ Kg}$ ) en fonction de la hauteur.

<b>Hauteur (mm)</b>	349	698	1047
<b>Vitesse (m/s)</b>	2.273	3.383	4.175
<b>Énergie (joule)</b>	15.551	34.448	52.466

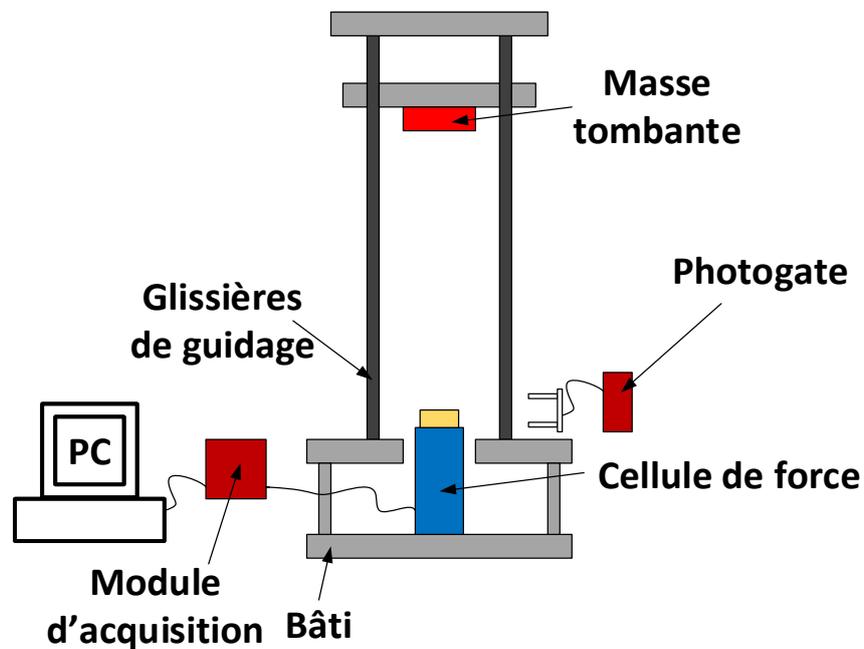


Figure 4-28: Schéma du montage expérimental.

#### 4.5.1 Cellule de force

Cette cellule de force (figure 4-29) est conçue et réalisée de la même manière que celle utilisée dans les essais de compression rapide. Elle a un diamètre de 80 mm et une longueur 270 mm.



Figure 4-29: Cellule de force.

#### 4.5.2 Module d'acquisition MX440B

Le module d'acquisition MX440B de marque HBM (figure 4-30) a servi à l'acquisition du signal de la cellule de force à une fréquence de 19200 Hz. Il est piloté par un logiciel de mesure « Catman » permettant l'enregistrement et le traitement des résultats des essais. Le codage numérique du signal est réalisé sur une profondeur de 08 bits.



Figure 4-30: Module d'acquisition MX440B.

#### 4.5.3 Système de mesure la vitesse d'impact

La vitesse d'impact du projectile a été mesurée par le dispositif photogate (figure 4-31), grâce à deux diodes laser reliées à un appareil de mesure du temps.



Figure 4-31: Dispositif de mesure de la vitesse Photogate.

#### 4.5.4 Caméra

La caméra a permis d'enregistrer les vidéos des essais (films au format AVI) et des séquences d'images montrant la déformation de l'âme et les modes de ruptures des éprouvettes en nid d'abeilles.

#### 4.6 Résultats de l'essai de compression à basse vitesse et interprétations

Dans cette partie on présente les résultats de la campagne d'essais de compression uniaxiale sur la tour de chute à masse tombante pour différentes vitesses (2.273 m/s, 3.345 m/s et 4.175 m/s).

Les courbes typiques du comportement en compression force-temps de l'essai ont été obtenus après un dépouillement réalisé avec un programme Matlab (figure 4-32, figure 4-33 et la figure 4-34). Elles montrent une bonne reproductibilité des essais.

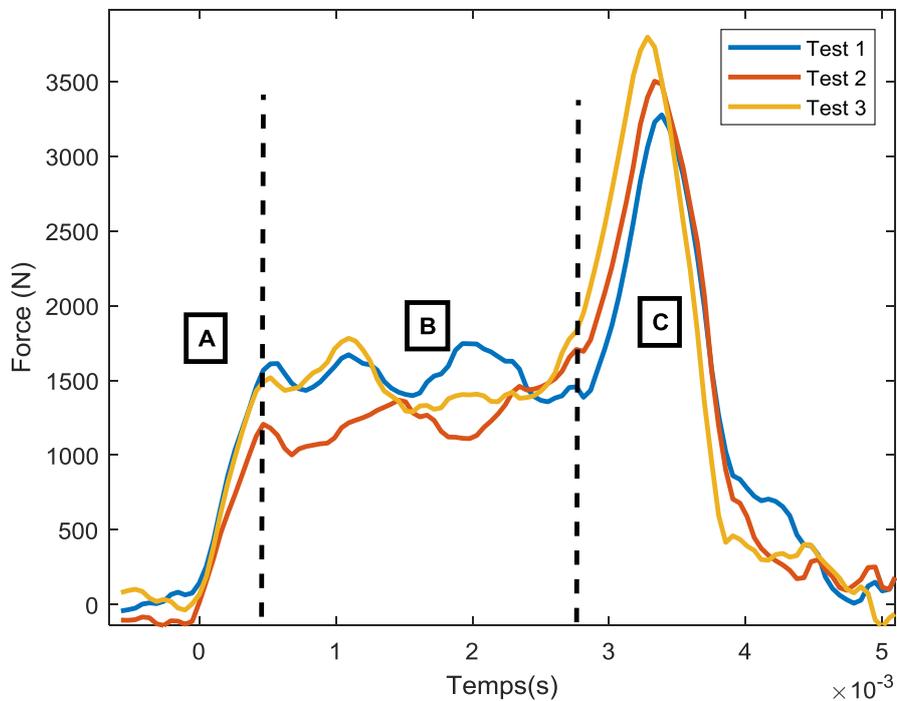


Figure 4-32: Force d'écrasement en fonction du temps pour le nid d'abeilles D 6.4  $50 \times 50 \times 20$  (Vitesse du projectile  $V=4.175$  m/s).

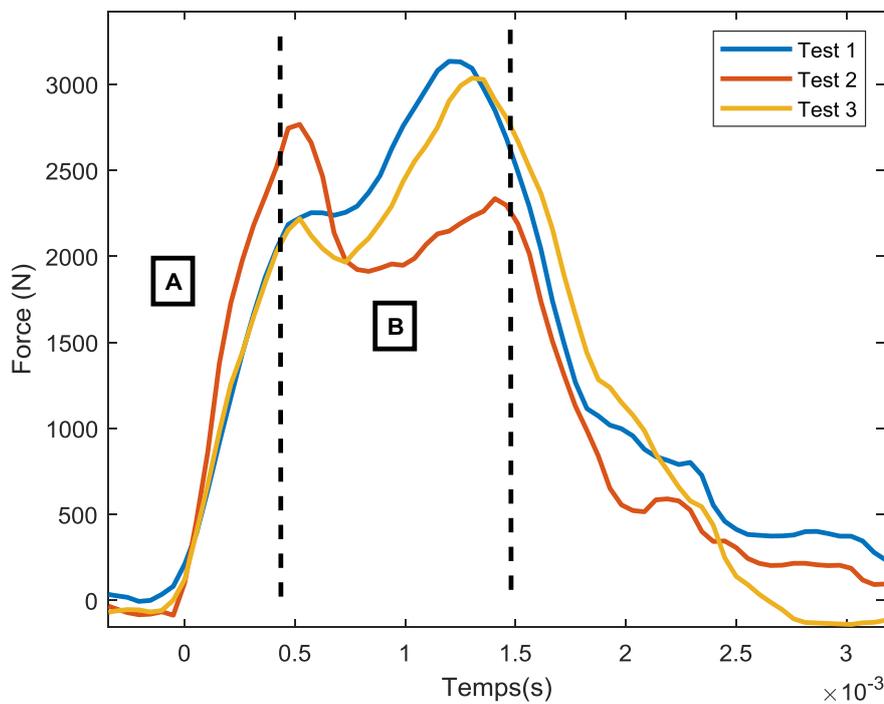


Figure 4-33: Force d'écrasement en fonction du temps pour le nid d'abeilles D 6.4  $50 \times 50 \times 20$  (Vitesse du projectile  $V=2.273$  m/s).

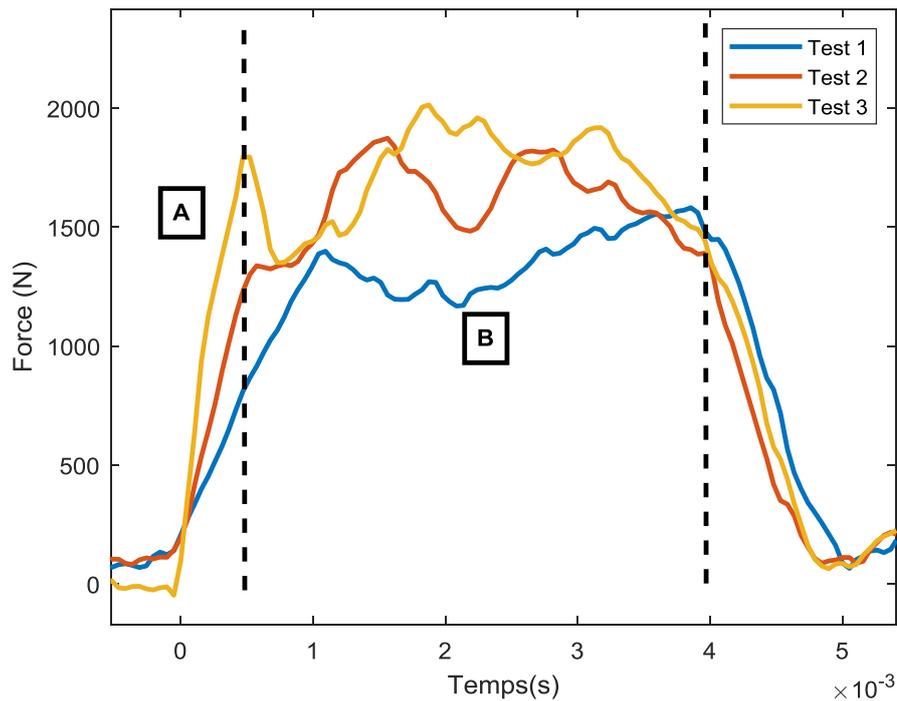


Figure 4-34: Force d'écrasement en fonction du temps pour le nid d'abeilles D 6.4  $50 \times 50 \times 20$  (Vitesse du projectile  $V=3.345$  m/s).

L'analyse préliminaire des courbes représentant le comportement en compression pour différentes vitesses (figure 4-32, figure 4-33 et figure 4-34), ainsi que les modes d'endommagements des échantillons (figure 4-36, figure 4-37 et figure 4-38), permettent de tirer les conclusions suivantes : Au début de l'essai, les parois des cellules flambent élastiquement (phase A) puis commencent la phase d'écrasement par formation progressive de plis (phase B). La phase C montrant la densification due à l'écrasement total de l'échantillon n'a été observée que pour la vitesse 4.175 m/s (figure 4-38).

La figure 4-35 présente l'échantillon en nid d'abeilles à l'état initial juste avant l'essai et les figures 4-36, 4-37 et 4-38 montrent l'endommagement final par écrasement des cellules en nid d'abeilles (par plissement et densification).

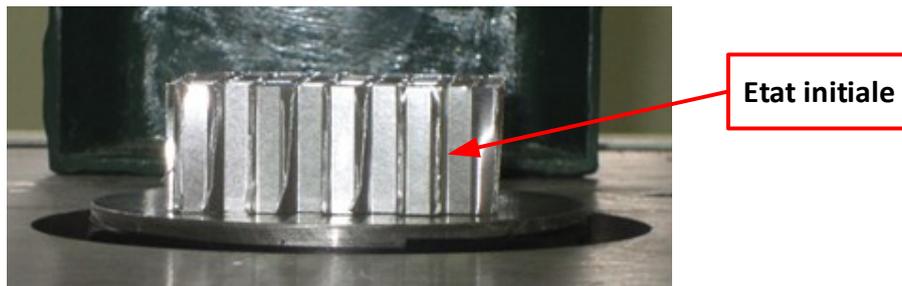


Figure 4-35: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 avant l'essai.

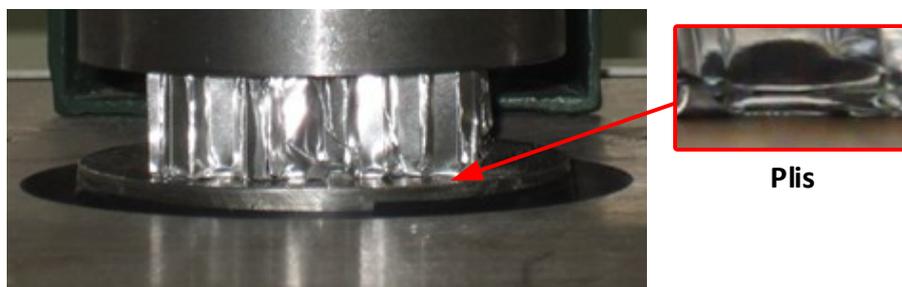


Figure 4-36: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 après écrasement (Vitesse du projectile  $V=2.273$  m/s).

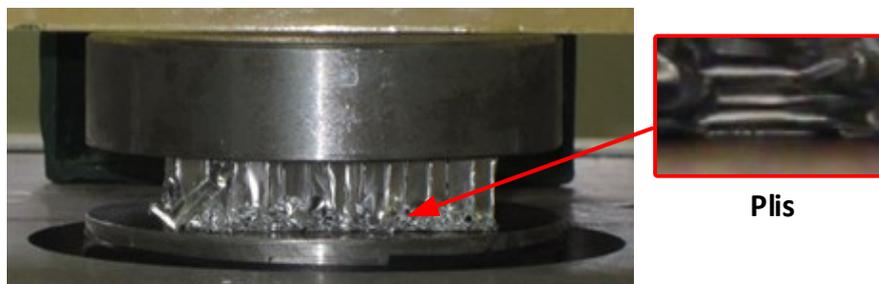


Figure 4-37: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 après écrasement (Vitesse du projectile  $V=3.345$  m/s).

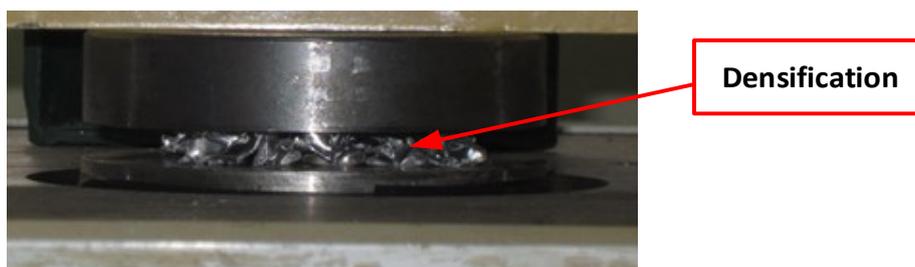


Figure 4-38: Échantillon en nid d'abeilles D 6.4 50×50×20 après écrasement (Vitesse du projectile  $V=4.175$  m/s).

#### 4.6.1 Résultats expérimentaux de la déformation

Les résultats de la déformation maximale moyenne obtenus pour différentes tailles d'échantillons et diamètres de cellules, testés avec trois vitesses d'impact sont présentés dans les tableaux 4-4, 4-5 et 4-6.

Tableau 4-4: Déformations moyennes des échantillons en nid d'abeilles D 3.2.

Taille de l'échantillon (mm)	Test	4.175 m/s	3.345 m/s	2.273 m/s
		ECM 3.2-130		
30×30×10	Test#1	0.855	0.799	0.512
	Test#2	0.865	0.820	0.476
	Test#3	0.851	0.810	0.474
	Moyenne	0.8570	0.8097	0.4873
	Écart type	0.0072	0.0105	0.0214
30×30×20	Test#1	0.670	0.450	0.162
	Test#2	0.633	0.422	0.158
	Test#3	0.632	0.458	0.197
	Moyenne	0.6452	0.4435	0.1725
	Écart type	0.0215	0.0186	0.0213
40×40×10	Test#1	0.762	0.571	0.235
	Test#2	0.720	0.508	0.225
	Test#3	0.729	0.597	0.254
	Moyenne	0.7370	0.5587	0.2380
	Écart type	0.0221	0.0221	0.0147
40×40×20	Test#1	0.382	0.239	0.104
	Test#2	0.3415	0.239	0.098
	Test#3	0.371	0.259	0.107
	Moyenne	0.3650	0.2457	0.1030
	Écart type)	0.0210	0.0115	0.0046
50×50×10	Test#1	0.495	0.323	0.142
	Test#2	0.489	0.308	0.134
	Test#3	0.465	0.314	0.134
	Moyenne	0.4830	0.3150	0.1367
	Écart type	0.0159	0.0075	0.0046
50×50×20	Test#1	0.229	0.146	0.050
	Test#2	0.226	0.144	0.059
	Test#3	0.2435	0.1455	0.060
	Moyenne	0.2330	0.1452	0.0563
	Écart type	0.0093	0.0010	0.0055

Tableau 4-5: Déformations moyennes des échantillons en nid d'abeilles D 6.4.

Taille de l'échantillon (mm)	Test	4.175 m/s	3.345 m/s	2.273 m/s
		ECM 6.4-82		
<b>30×30×10</b>	Test#1	0.914	0.895	0.808
	Test#2	0.916	0.895	0.834
	Test#3	0.923	0.805	0.811
	Moyenne	0.9177	0.8650	0.8177
	Écart type	0.0047	0.0520	0.0142
<b>30×30×20</b>	Test#1	0.887	0.842	0.440
	Test#2	0.8985	0.840	0.457
	Test#3	0.8875	0.825	0.449
	Moyenne	0.8912	0.8360	0.4490
	Écart type	0.0064	0.0092	0.0083
<b>40×40×10</b>	Test#1	0.897	0.839	0.515
	Test#2	0.887	0.833	0.5340
	Test#3	0.880	0.859	0.579
	Moyenne	0.8880	0.8437	0.5427
	Écart type	0.0085	0.0136	0.0329
<b>40×40×20</b>	Test#1	0.794	0.499	0.245
	Test#2	0.774	0.484	0.255
	Test#3	0.809	0.502	0.2375
	Moyenne	0.7927	0.4950	0.2462
	Écart type)	0.0178	0.0096	0.0090
<b>50×50×10</b>	Test#1	0.832	0.676	0.303
	Test#2	0.835	0.653	0.338
	Test#3	0.827	0.660	0.315
	Moyenne	0.8313	0.6630	0.3187
	Écart type	0.0040	0.0118	0.0178
<b>50×50×20</b>	Test#1	0.480	0.343	0.154
	Test#2	0.464	0.312	0.149
	Test#3	0.469	0.3115	0.146
	Moyenne	0.4713	0.3223	0.1502
	Écart type	0.0084	0.0179	0.0040

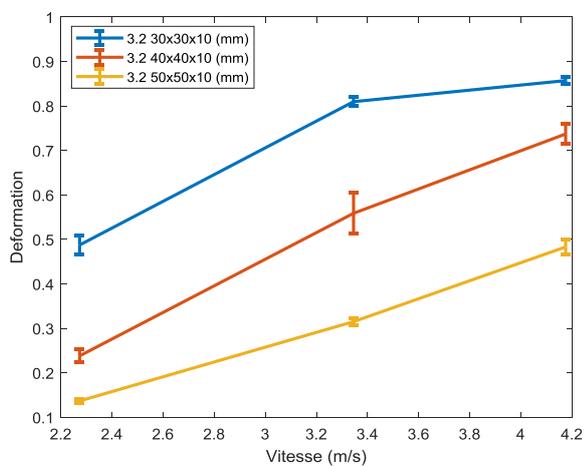
Tableau 4-6: Déformations moyennes des échantillons en nid d'abeilles D 9.6

Taille de l'échantillon (mm)	Test	4.175 m/s	3.345 m/s	2.273 m/s
		ECM 9.6-55		
<b>30×30×10</b>	Test#1	0.944	0.921	0.874
	Test#2	0.947	0.922	0.863
	Test#3	0.949	0.925	0.886
	Moyenne	0.946	0.922	0.874
	Écart type	0.0025	0.0021	0.0115
<b>30×30×20</b>	Test#1	0.973	0.944	0.906
	Test#2	0.970	0.9515	0.882
	Test#3	0.970	0.9425	0.900
	Moyenne	0.971	0.946	0.896
	Écart type	0.0014	0.0048	0.0126
<b>40×40×10</b>	Test#1	0.929	0.919	0.872
	Test#2	0.931	0.912	0.869
	Test#3	0.934	0.916	0.871
	Moyenne	0.931	0.915	0.870
	Écart type	0.0025	0.0035	0.0015
<b>40×40×20</b>	Test#1	0.908	0.905	0.518
	Test#2	0.911	0.892	0.622
	Test#3	0.916	0.8715	0.584
	Moyenne	0.911	0.889	0.575
	Écart type	0.004	0.0172	0.0524
<b>50×50×10</b>	Test#1	0.911	0.878	0.690
	Test#2	0.9140	0.896	0.734
	Test#3	0.913	0.896	0.726
	Moyenne	0.9126	0.890	0.716
	Écart type	0.0015	0.0104	0.0234
<b>50×50×20</b>	Test#1	0.864	0.676	0.388
	Test#2	0.875	0.745	0.371
	Test#3	0.861	0.686	0.359
	Moyenne	0.866	0.702	0.373
	Écart type	0.0072	0.037	0.0146

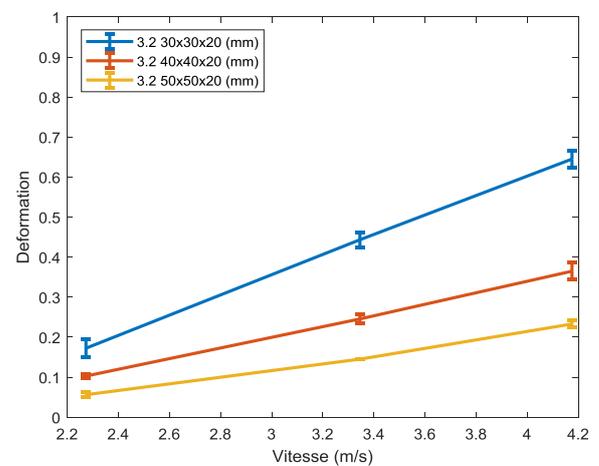
Afin d'analyser l'effet des paramètres suivants : vitesse d'impact, taille d'échantillon et diamètre de cellule sur la déformation de l'échantillon, nous avons traité chaque paramètre séparément.

#### 4.6.2 Effet de la vitesse d'impact et la hauteur de l'échantillon sur la déformation

Les figures 4-39, 4-40 et 4-41 montrent l'influence de la taille de l'échantillon et la vitesse d'impact sur la déformation des nids d'abeilles en aluminium. L'analyse des résultats montre que la déformation croît graduellement avec l'augmentation de la vitesse d'impact et la taille d'échantillon.

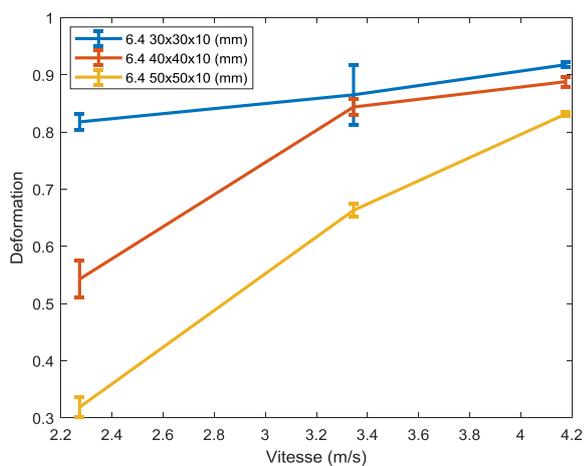


H10.

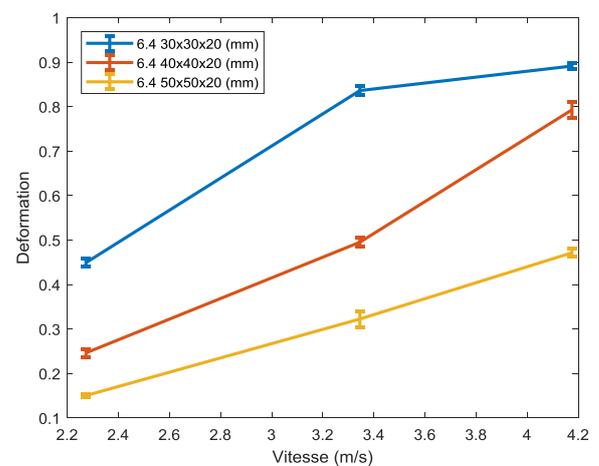


H20.

Figure 4-39: Déformation en fonction de la vitesse pour différentes tailles d'échantillons et un diamètre de cellule de 3.2 mm.



H10.



H20.

Figure 4-40: Déformation en fonction de la vitesse pour différentes tailles d'échantillons et un diamètre de cellule de 6.4 mm.

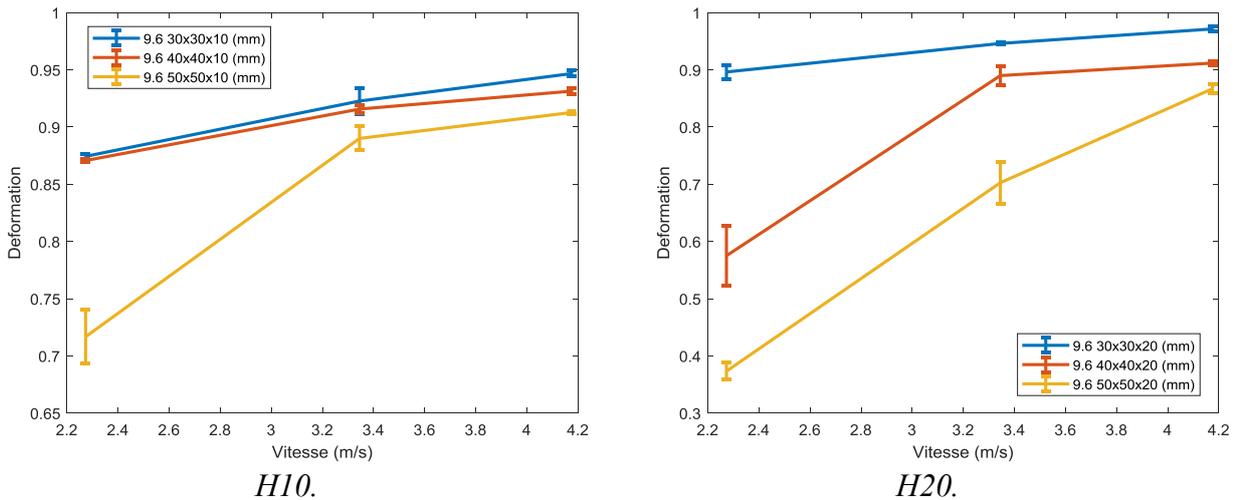


Figure 4-41: Déformation en fonction de la vitesse pour différentes tailles d'échantillons et un diamètre de cellule de 9.6 mm.

Les résultats des tests pour les échantillons avec un diamètre de cellule de 3.2 mm et une hauteur de 10 mm montrent (figure 4-42) que les valeurs de la déformation entre les tailles d'échantillons 30×30 et 40×40 est respectivement de 14 % pour la vitesse d'écrasement  $V1=4.175$  m/s, 31 % pour la vitesse  $V2=3.345$  m/s et 51 % pour la vitesse  $V3=2.273$  m/s. Pour la taille de 50×50 mm, la déformation est 43 % pour la vitesse d'écrasement  $V1=4.175$  m/s, 61 % pour la vitesse  $V2=3.345$  m/s et 71 % pour la vitesse  $V3=2.273$  m/s. Concernant la hauteur 20 mm, les valeurs de la déformation entre les tailles d'échantillons 30×30 et 40×40 est à peu près la même pour les 3 vitesses d'écrasement ; elle varie de 40 % à 44 %. Pour la taille de 50×50 mm la différence de déformation est aussi là même pour les 3 vitesses d'écrasement ; elle est aux alentours de 65 %.

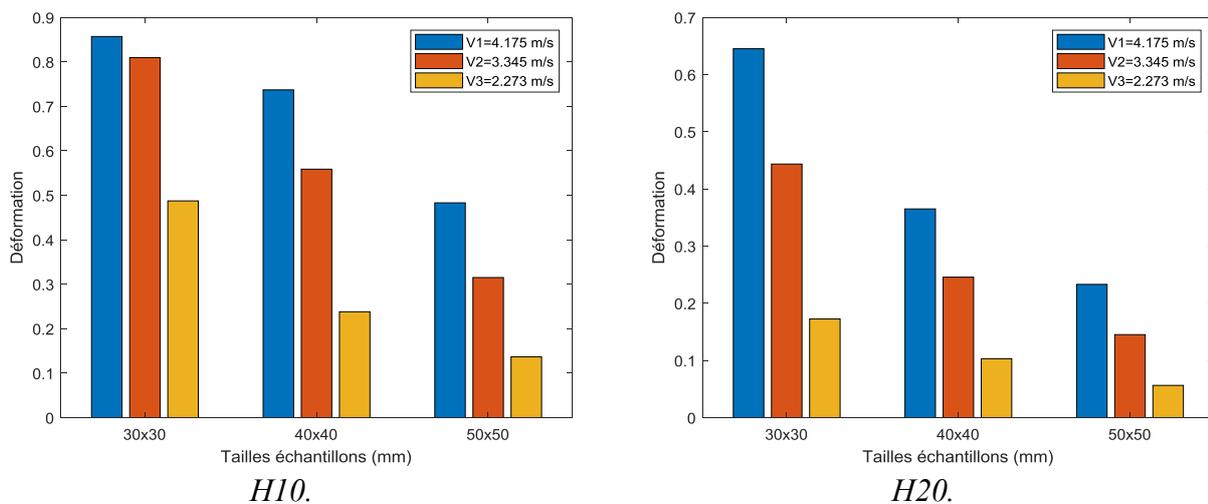


Figure 4-42: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et les vitesses d'impact (ECM 3.2-130).

Pour les autres diamètres de cellule les résultats obtenus sont classés dans le tableau 4-7 et illustrés dans les figures 4-43 et 4-44.

Tableau 4-7: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et la vitesse d'impact.

		4.175 m/s	3.345 m/s	2.273 m/s
<b>ECM 3.2-130 H10</b>	30×30 40×40	14.00 %	31.00 %	51.16 %
	30×30 50×50	43.64 %	61.09 %	71.95 %
<b>ECM 3.2-130 H20</b>	30×30 40×40	43.42 %	44.60 %	40.28 %
	30×30 50×50	63.88 %	67.26 %	67.34 %
<b>ECM 6.4-82 H10</b>	30×30 40×40	3.23 %	2.46 %	33.63 %
	30×30 50×50	9.40 %	23.35 %	61.02 %
<b>ECM 6.4-82 H20</b>	30×30 40×40	11.05 %	40.78 %	45.17 %
	30×30 50×50	47.11 %	61.44 %	66.55 %
<b>ECM 9.6-55 H10</b>	30×30 40×40	1.61 %	0.758 %	0.41 %
	30×30 50×50	3.59 %	3.54 %	18.03 %
<b>ECM 9.6-55 H20</b>	30×30 40×40	6.14 %	5.93 %	35.83 %
	30×30 50×50	10.75 %	25.72 %	58.35 %

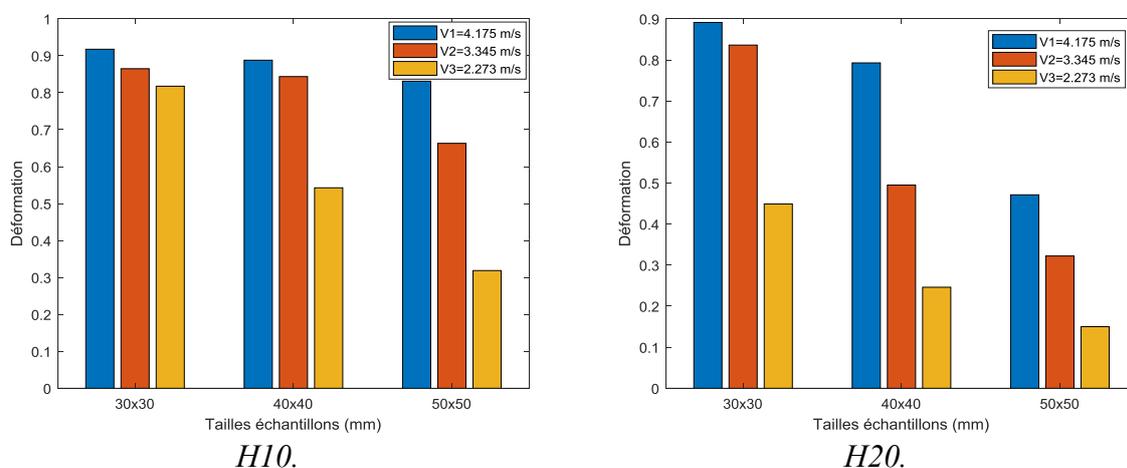
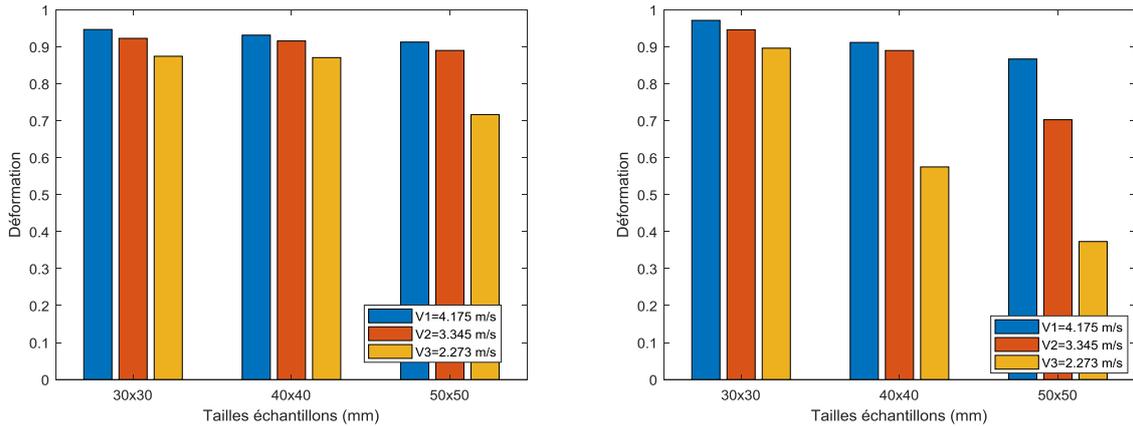


Figure 4-43: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et les vitesses d'impact (ECM 6.4-82).



H10.

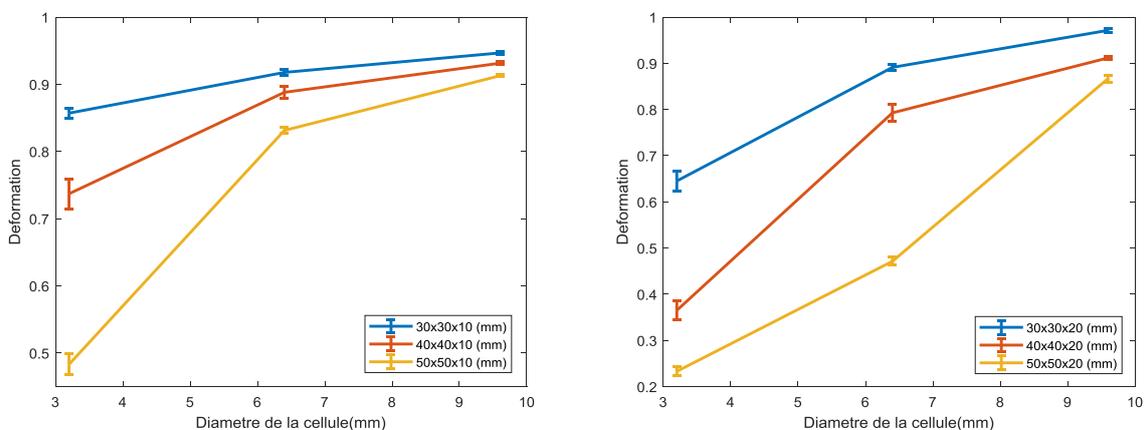
H20.

Figure 4-44: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et les vitesses d'impact (ECM 9.6-55).

L'analyse des résultats permet de voir que certains échantillons nid d'abeilles présentent une évolution de la déformation en fonction de la vitesse d'impact linéairement proportionnelle, c'est-à-dire que la déformation augmente avec la vitesse. Ces échantillons sont ceux qui présentent un pourcentage de déformation entre la taille des échantillons ainsi que les vitesses d'impact inférieur à 5 %. Cela est dû à la présence de la phase de densification (phase C de la figure 4-32) dans le processus d'écrasement des nids d'abeilles. La même constatation s'applique à l'évolution de la déformation par rapport à la taille d'échantillons ; elle augmente aussi proportionnellement.

#### 4.6.3 Effet de la taille de cellules sur la déformation

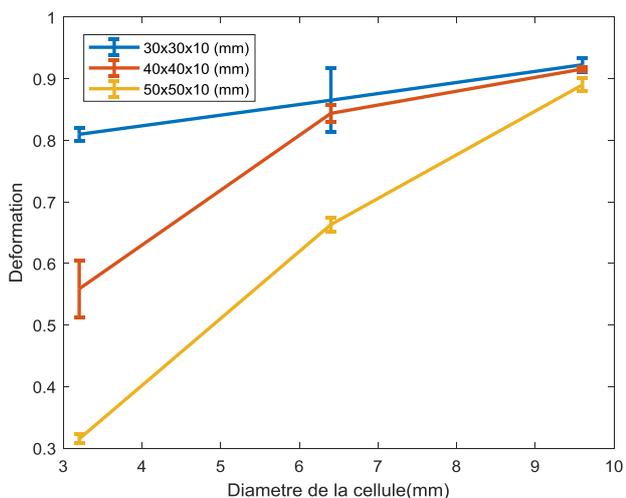
Les figures 4-45, 4-46 et 4-47 présentent l'évolution de la déformation des échantillons nid d'abeilles en fonction du diamètre de cellule.



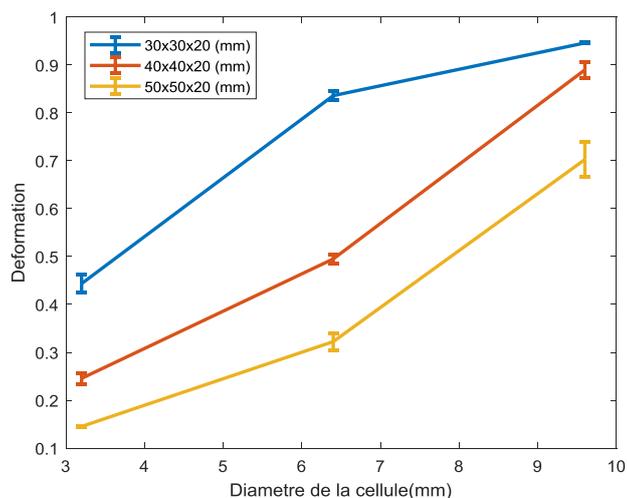
H10.

H20.

Figure 4-45: Déformation en fonction du diamètre de cellules et une vitesse d'impact de 4.175 m/s.

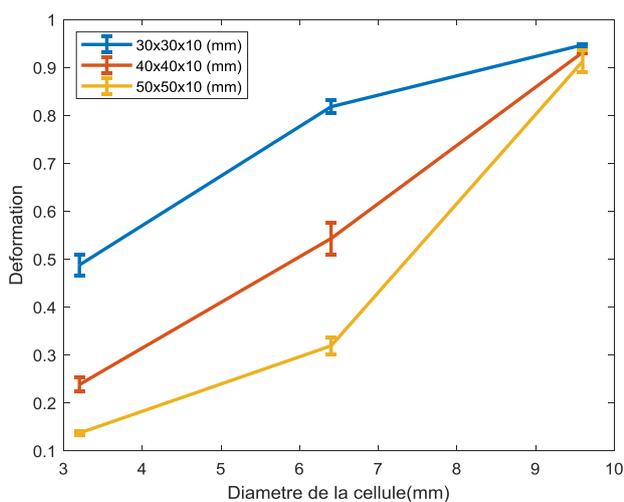


H10.

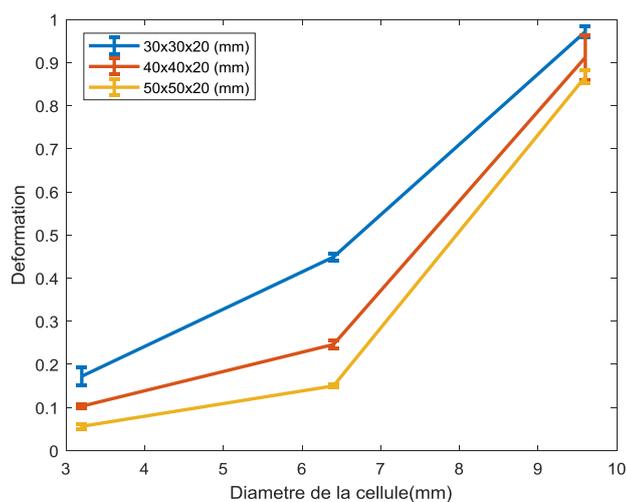


H20.

Figure 4-46: Déformation en fonction du diamètre de cellules et une vitesse d'impact de 3.345 m/s.



H10.



H20.

Figure 4-47: Déformation en fonction du diamètre de cellules et une vitesse d'impact de 2.273 m/s.

L'évolution du pourcentage de déformation en fonction de la taille des échantillons et le diamètre des cellules est présentée dans le tableau 4-8.

Tableau 4-8: Comparaison de la déformation en fonction de la taille des échantillons et le diamètre des cellules.

		<b>3.2 mm</b>	<b>6.4 mm</b>	<b>9.6 mm</b>
<b>V=2.273 m/s H10</b>	30×30 40×40	51.16 %	33.63 %	1.61 %
	30×30 50×50	71.95 %	61.02 %	3.59 %
<b>V=2.273 m/s H20</b>	30×30 40×40	40.28 %	45.17 %	6.14 %
	30×30 50×50	67.34 %	66.55 %	10.75 %
<b>V=3.345 m/s H10</b>	30×30 40×40	31.00 %	2.46 %	0.75 %
	30×30 50×50	61.09 %	23.35 %	3.54 %
<b>V=3.345 m/s H20</b>	30×30 40×40	44.60 %	40.78 %	5.93 %
	30×30 50×50	67.26 %	61.44 %	25.72 %
<b>V=4.175 m/s H10</b>	30×30 40×40	14.00 %	3.23 %	1.61 %
	30×30 50×50	43.64 %	9.40 %	3.59 %
<b>V=4.175 m/s H20</b>	30×30 40×40	43.42 %	11.05 %	6.14 %
	30×30 50×50	63.88 %	47.11 %	10.75 %

L'analyse de l'allure des courbes présente dans les figures (figures 4-45, 4-46 et 4-47) et les résultats du tableau 4-8 montrent une augmentation presque linéaire de la déformation en fonction du diamètre de cellule dans la majorité des courbes. Sauf dans les cas où on est en présence d'une densification de l'échantillon nid d'abeilles (phase C de la figure 4-32). On remarque que la densification se manifeste dans le cas des grandes vitesses d'impact, des grands diamètres de cellule et pour les petites tailles d'échantillons. Cela est identique au comportement décrit précédemment.

#### 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre une étude expérimentale sur la résistance à l'écrasement en compression rapide des âmes en nid d'abeilles avec diverses configurations de cellules est diverse vitesses d'impact a été effectué. Deux régimes d'écrasement ont été appliqués, haute vitesse et basse vitesse.

Les résultats obtenus sont les suivants :

- Dans le cas d'une compression haute vitesse et basse vitesse on retrouve deux modes d'écrasement, le premier mode présente une phase élastique suivie d'une phase plateau, le deuxième mode présente les trois phases observées lors de l'essai quasi statique, qui sont : une région linéairement élastique au début de l'écrasement, suivie d'une phase plateau caractérisée par un flambement par formation de plis progressive, et à la fin on observe la phase densification.
- L'énergie absorbée par l'âme augmente en fonction de la vitesse d'impact pour les différents diamètres de cellules.
- Le déplacement maximal augmente linéairement en fonction de la vitesse d'impact.
- La force plateau reste constante pour toutes les vitesses d'impact et différents diamètres de cellules.

---

## Chapitre 5 : Modélisation numérique du comportement en compression quasi statique et dynamique

### 5.1 Introduction

Les modélisations numériques par éléments finis constituent une part très importante dans l'étude des matériaux sandwichs en nid d'abeilles. Elles permettent de prédire leur comportement dans divers cas de chargement et par conséquent elles permettent de bien choisir les configurations géométriques adéquates pour chaque cas d'utilisation, et de nombreuses études ont été effectuées dans ce sens [15, 74, 84, 85, 88-93].

Dans ce chapitre on a effectué une modélisation par éléments finis (EF) du comportement mécanique des nids d'abeilles soumis à la compression uniaxiale. Deux régimes de chargement seront étudiés : le régime d'écrasement quasi statique et le régime d'écrasement haute vitesse. La modélisation a été effectuée grâce au logiciel de simulation multiphysique Abaqus qui est composé d'une interface graphique (Abaqus/CAE) facile d'apprentissage avec une infrastructure Object-Action et des menus personnalisables. Le principal atout d'Abaqus reste ses solveurs. En effet, ils permettent à l'utilisateur d'accéder à une large gamme de procédures linéaires et non linéaires, statiques et dynamiques, implicite ou explicite [94-96].

### 5.2 Préparation du calcul

Dans cette partie de l'étude, nous allons présenter les différentes étapes qui précèdent le processus de calcul.

#### 5.2.1 Modèle 3D de l'échantillon nid d'abeilles

Pour la création du modèle 3D de l'échantillon nid d'abeilles utilisé dans les tests, un programme en Python a été codé et implémenté dans le logiciel de simulation Abaqus ; le diagramme de fonctionnement du programme est représenté sur la figure 5-1.

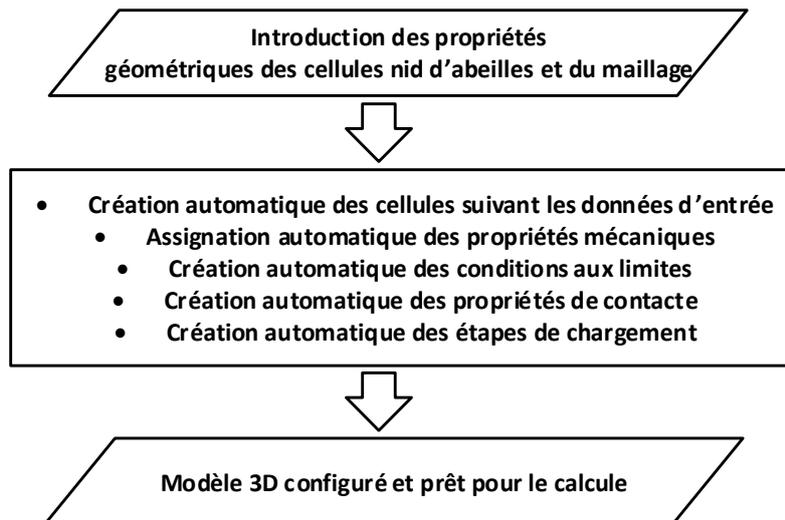


Figure 5-1: Digramme du programme.

Ce programme totalement paramétrable nous a permis de générer des modèles d'échantillon nid d'abeilles avec différentes configurations géométriques des cellules, différentes propriétés mécaniques, différents chargements et différentes conditions aux limites (figure 5-2).

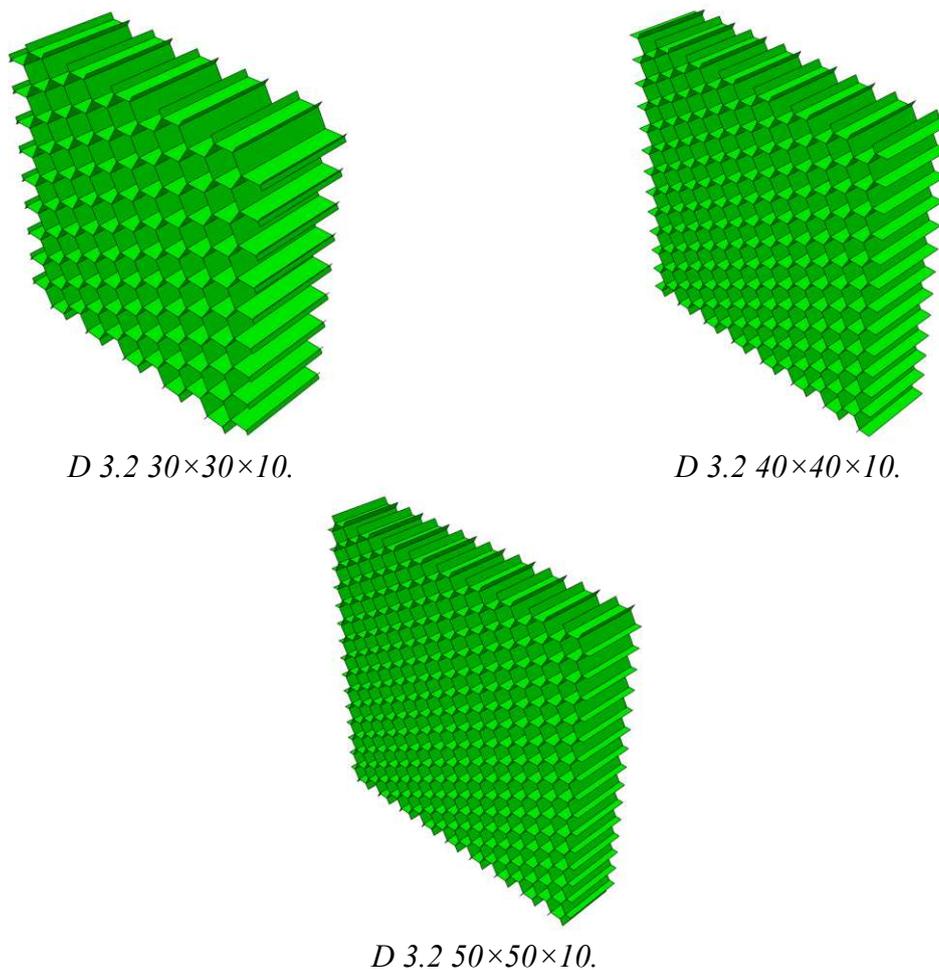


Figure 5-2: Modèles 3D de l'échantillon nid d'abeilles D 3.2.

### 5.2.2 Maillage du modèle 3D

Le maillage sélectionné pour les modèles (figure 5-3) est un élément coque de type quadrangle à quatre nœuds et une intégration réduite de type S4R. Il a l'avantage de ne pas augmenter le calcul tout en maintenant une bonne précision dans les résultats. Les plateaux de compression ont été maillés avec un élément rigide de type R3D4.

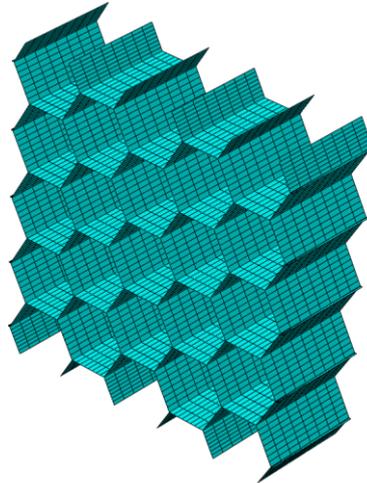


Figure 5-3: Maillage utilisé pour le modèle 3D.

Le nombre optimal de mailles a été obtenu après une étude de convergence du maillage, il est de 5256 éléments comme le montre la figure 5-4.

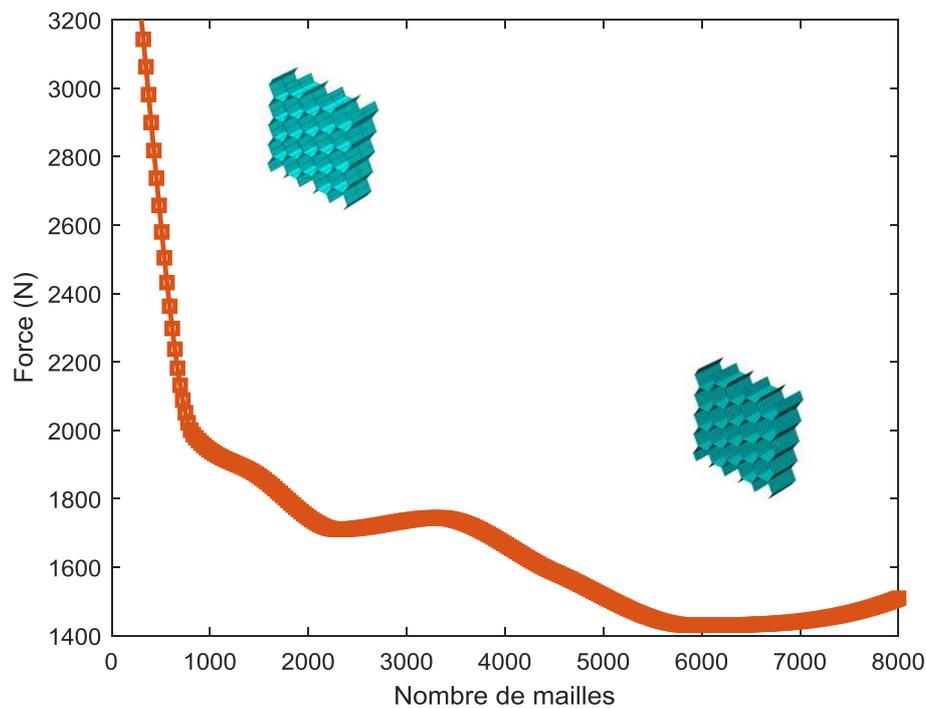


Figure 5-4: Convergence du maillage.

### 5.2.3 Conditions aux limites et de contact

Afin de bien se conformer aux conditions de l'essai expérimental, les deux plateaux de compression ont été modélisés sous forme de plaque rigide avec un point de référence (figure 5-5), ce dernier nous a permis d'appliquer les conditions aux limites qui sont listées dans le tableau 5-1.

Tableau 5-1: Condition aux limites du modèle.

	Déplacement			Rotation			Vitesse		
	Ux	Uy	Uz	URx	URy	URz	Vx	Vy	Vz
<b>Échantillon</b>	Libre	Libre	Libre	Libre	Libre	Libre	Libre	Libre	Libre
<b>Plateau supérieur</b>	0	0	Libre	0	0	0	0	0	X
<b>Plateau inférieur</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X=2 m/min (Essai quasi statique)									
X=7~24 m/s (Essai dynamique)									

- Une vitesse initiale correspondant à la vitesse de l'essai a été attribuée au point de référence du plateau supérieur et seul le déplacement suivant l'axe de la cellule z est autorisé.
- Le plateau inférieur a été encastré à travers le blocage de tous les degrés de liberté du point de référence de ce dernier.
- L'échantillon est laissé libre sans contrainte.

Les conditions aux limites appliquées sur le modèle sont représentées sur la Figure 5-7.

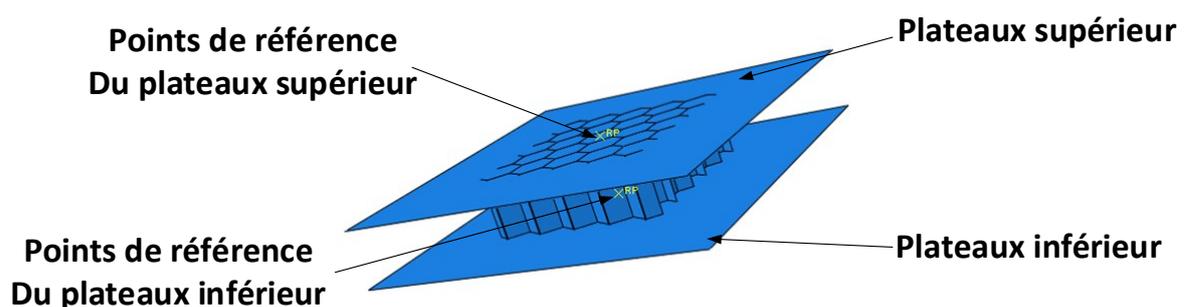


Figure 5-5: Modèle 3D de l'échantillon et des plateaux de compression.

Pour simuler le contact entre les plaques et l'échantillon, un algorithme de contact général a été introduit en utilisant une méthode de contact de type pénalité dans Abaqus. L'auto contact pour les parois cellulaires de l'âme en nid d'abeilles a également été inclus dans le modèle (figure 5-6).

La valeur du coefficient de frottement pour le contact entre les plaques et l'échantillon a été choisie égale à 0.15, qui correspond au coefficient de frottement acier aluminium [71, 85].

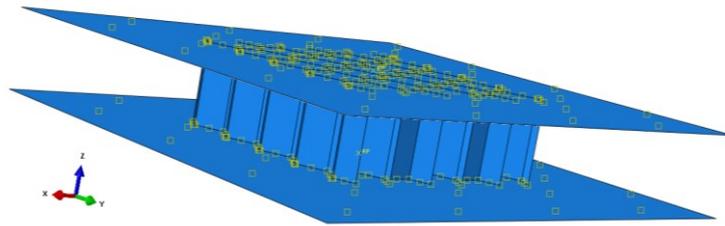


Figure 5-6: Conditions de contact.

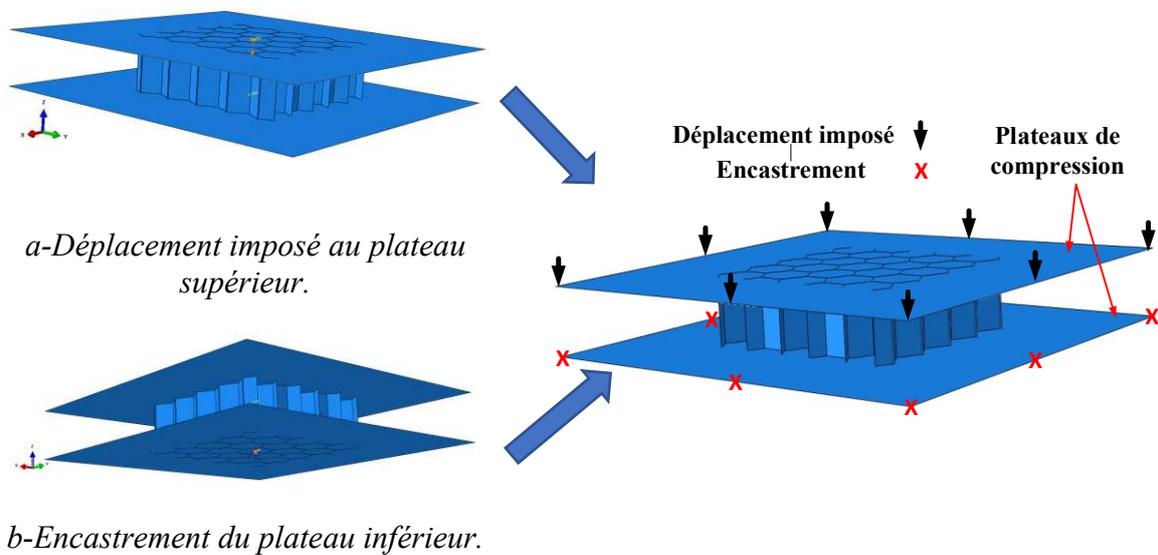


Figure 5-7: Conditions aux limites.

### 5.3 Modélisation de l'essai de compression quasi statique

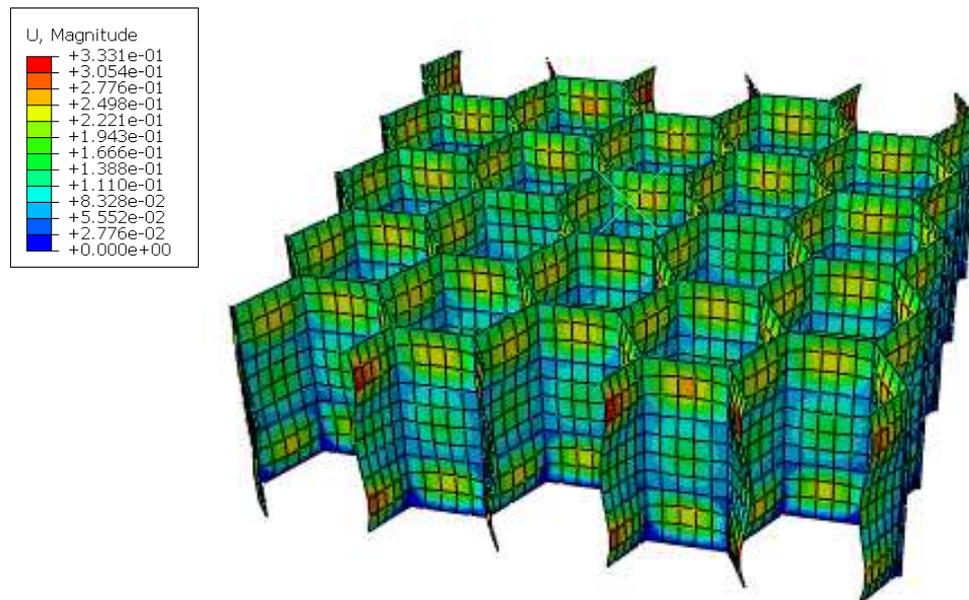
Pour la simulation de l'essai de compression quasi statique des nids d'abeilles en aluminium, deux approches de modélisation ont été utilisées : l'analyse statique implicite et l'analyse explicites non linéaires. La méthode de solution explicite est une procédure dynamique développée à l'origine pour modéliser des événements dynamiques d'impact à grande vitesse dans lesquels l'inertie joue un rôle dominant dans la solution. Par conséquent, dans une analyse quasi statique, l'objectif est de modéliser le processus où les forces inertielles restent insignifiantes. Le moyen d'obtenir un processus quasi statique en utilisant la procédure de dynamique explicite est d'utiliser l'option de mise à l'échelle de la masse (mass scaling) dans Abaqus [62, 83, 97].

Le facteur de mise à l'échelle de la masse a été choisi de sorte que le temps de test soit de 300 secondes ; un facteur différent a été choisi et testé pour prouver que l'inertie n'a aucune influence sur le test [71].

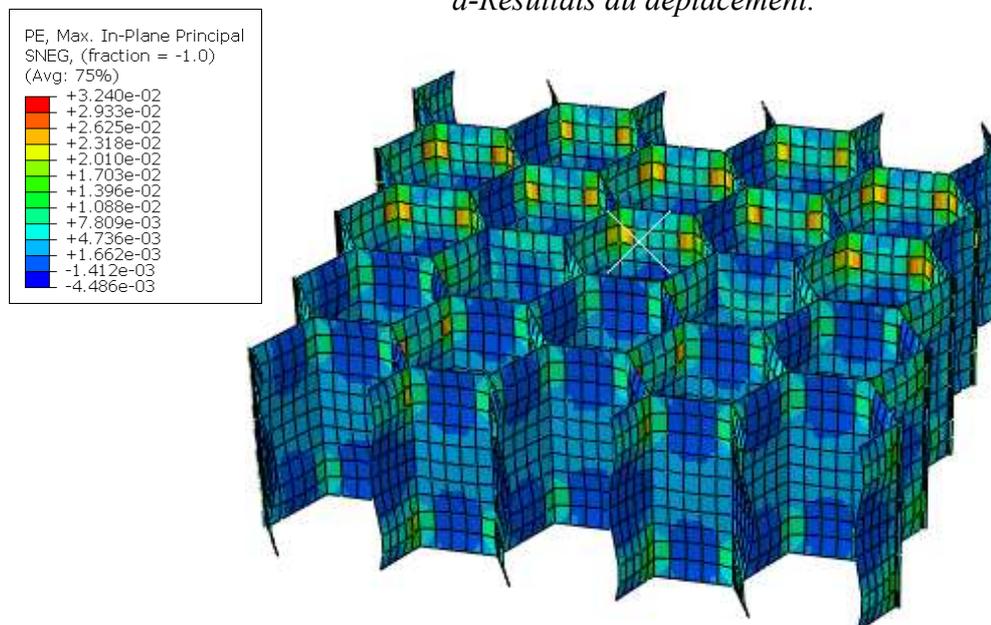
### 5.3.1 Résultats de la modélisation statique implicite

Dans l'étude statique, la simulation a été réalisée jusqu'au premier effondrement après la phase élastique, car au-delà, le calcul présente de nombreux problèmes de divergence.

Les résultats graphiques obtenus pour un échantillon à âme en nid d'abeilles D 6.4 30×30×10 sont représentés sur la figure 5-8 et les résultats obtenus de la force sont présentés dans le tableau 5-2.



*a-Résultats du déplacement.*



*b-Résultats de la déformation.*

Figure 5-8: Résultats graphiques de la simulation.

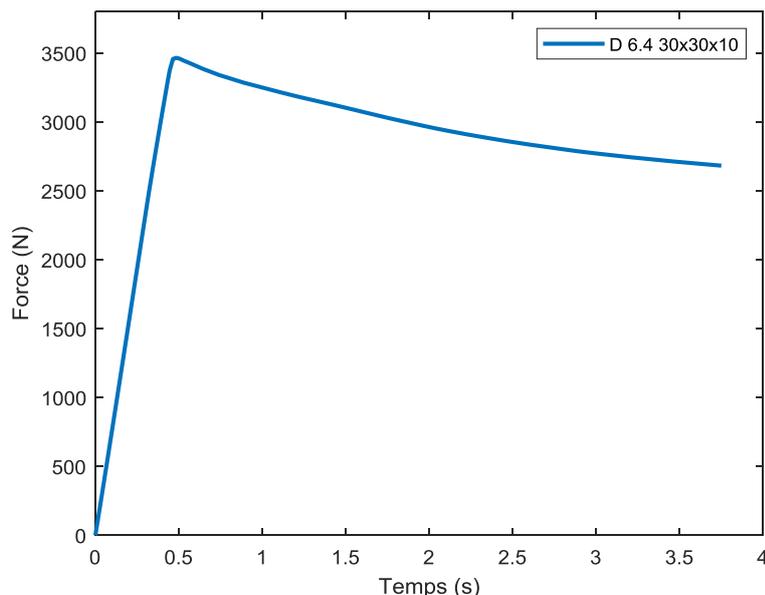


Figure 5-9: Courbe charge-temps numérique (implicite) pour l'échantillon 30×30×10 D 6.4.

Tableau 5-2: Force moyenne d'écrasement de l'âme en nid d'abeilles.

	ECM 3.2-130			ECM 6.4-82			ECM 9.6-55		
	EF	Exp	Err	EF	Exp	Err	EF	Exp	Err
<b>30×30×10</b>	5178.7	5344	3.09	3465.5	3563	2.74	1888.2	1998	5.5
<b>30×30×20</b>	5958.3	6061	1.7	3759	3839	2.08	1801.1	1870	3.68
<b>40×40×10</b>	9304.4	9194	1.20	5601	5695	1.65	3147	3338	5.72
<b>40×40×20</b>	10010.2	10223	2.08	6485	6522	0.57	3110.5	3298	5.68
<b>50×50×10</b>	14792.4	14008	5.56	9479	9550	0.74	4532	4609	1.67
<b>50×50×20</b>	14989	15258	1.76	9105	9307	2.17	4835.2	4974	2.79

D'après le tableau 5-2, l'erreur de la force moyenne d'écrasement entre l'expérimentale et la modélisation est inférieure 5.72 %. Ceci nous indique que la modélisation implicite standard donne de bons résultats pour la première étape du test, car la force calculée par simulation est très proche de celle obtenue par les tests expérimentaux.

### 5.3.2 Résultats de la modélisation explicites non linéaires

Comme décrit précédemment la procédure de simulation explicite non linéaire est destinée à l'étude de phénomènes dynamiques ou généralement le temps de l'essai est court. Dans notre cas nous avons utilisé la méthode explicite non linéaire pour simuler un essai quasi statique de 300 secondes donc la simulation a duré plus d'une semaine sur un ordinateur à 64 cœurs ; c'est pour cela que seul l'échantillon 30×30×10 D 6.4 a été testé.

Les résultats de la simulation explicite non linéaire du test de compression quasi statique sur les matériaux en nid d'abeilles en aluminium sont montrés sur la figure 5-10 : elle montre les étapes typiques du test de compression quasi statique. Trois régimes différents peuvent être

observés : une région (A) linéairement élastique, suivie d'un flambement progressif (B) et d'une densification finale (C).

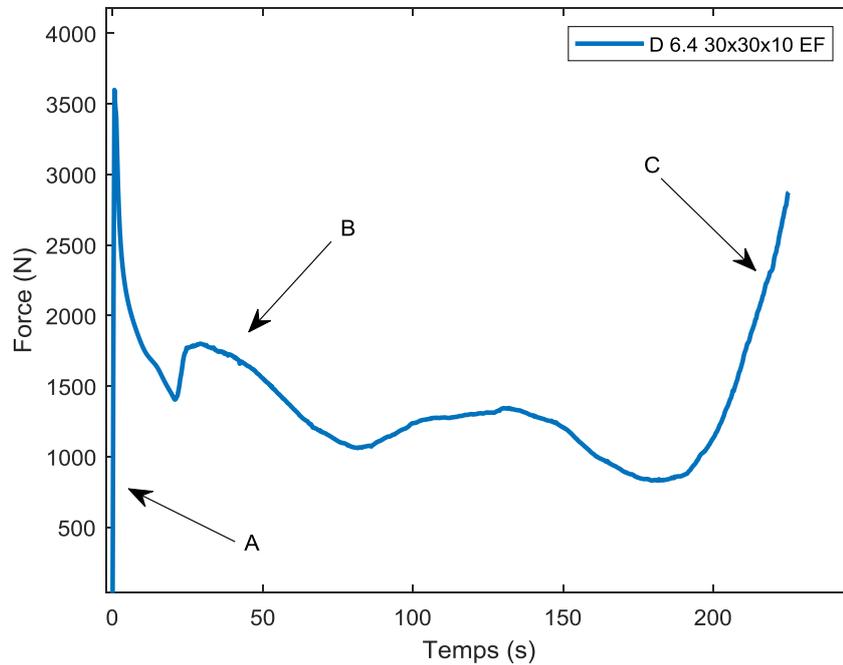


Figure 5-10: Courbe charge-temps numérique (implicite) pour l'échantillon 30×30×10 D 6.4.

La figure 5-11 montre les différents stades de déformation de l'échantillon testé en corrélation avec la figure 5-10.

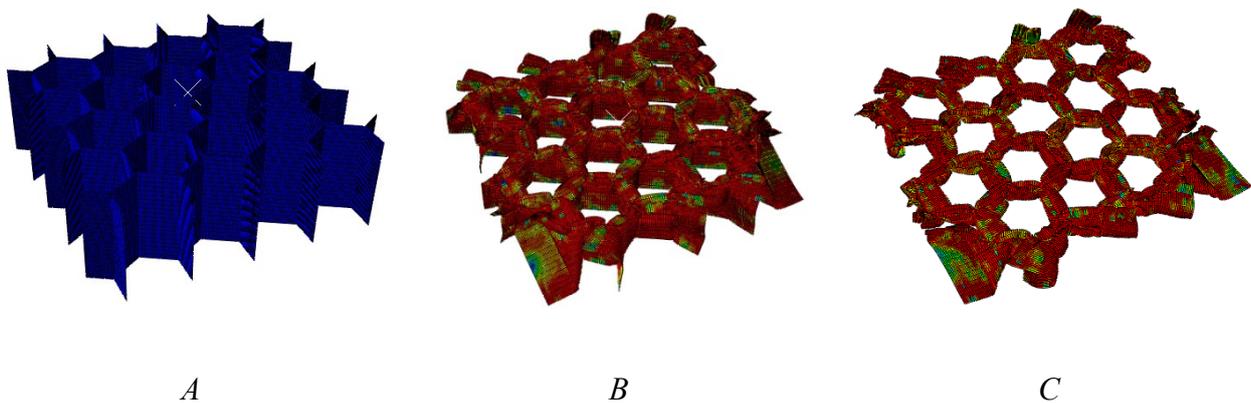


Figure 5-11: Résultats graphiques de la simulation.

La corrélation calcul/essais des courbes charge-temps représentées dans figure 5-12 montre que les résultats des simulations sont en assez bon accord avec l'expérience ; seule la phase élastique de l'essai montre une légère différence due à l'absence de la modélisation de la colle dans notre simulation. Par contre, l'allure globale de la courbe est correctement retrouvée, ce qui montre que le modèle intègre bien la mécanique du phénomène. Pour les modes d'endommagement

représenté dans la figure 5-13, elles sont similaires à chaque stade de l'essai. Cette approche permet par ailleurs de vérifier l'hypothèse d'équivalence dynamique/statique pour le type de structures et permet donc de valider l'ensemble de la démarche effectuée.

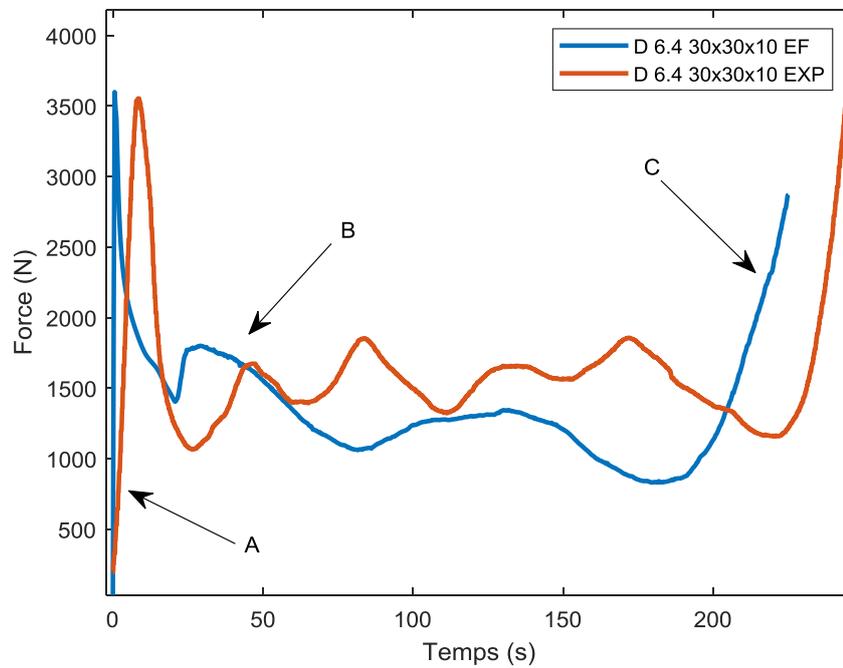


Figure 5-12: Comparaison de la courbe charge-déplacement numérique et expérimentale pour l'échantillon 30×30×10 D 6.4.

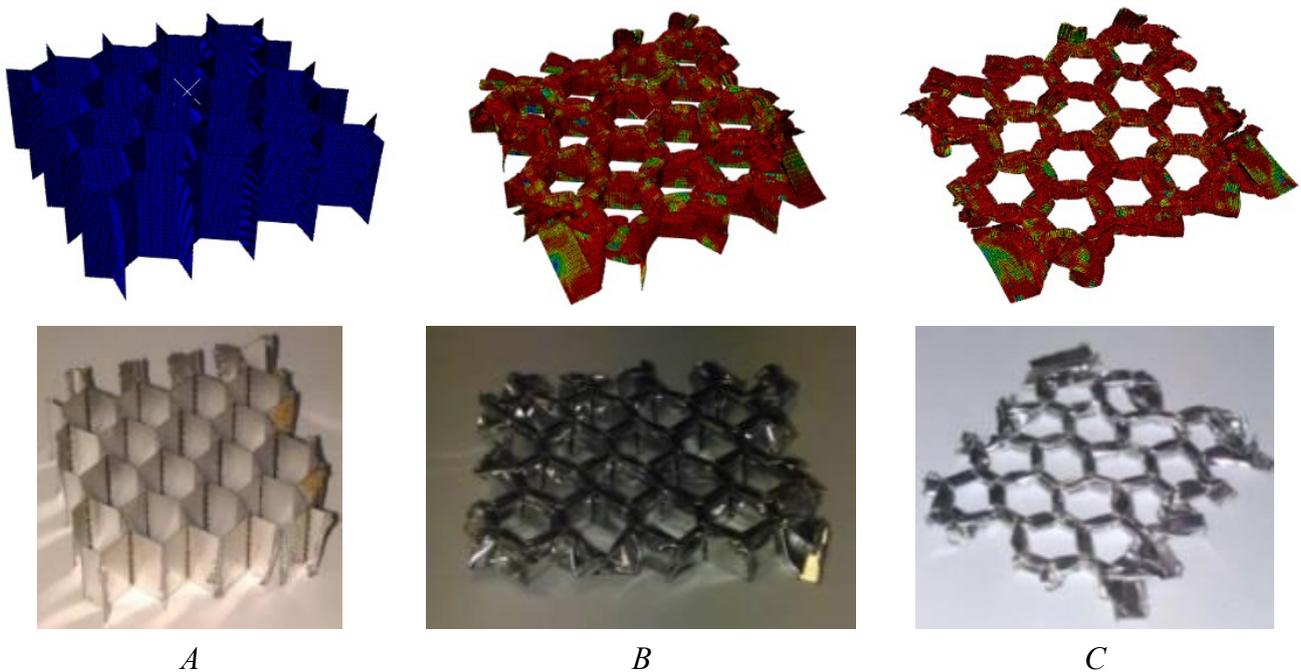


Figure 5-13: Comparaison visuelle des étapes d'écrasement de l'âme en nid d'abeilles entre le modèle numérique et les résultats expérimentaux.

## 5.4 Modélisation de l'essai de compression dynamique

La modélisation explicite non linéaire nous a permis la simulation de l'essai de compression dynamique des âmes en nid d'abeilles en aluminium. Afin de pouvoir valider les résultats de la simulation, les vitesses de l'essai (tableau 5-3) ont été choisies identiques à l'essai expérimental décrit dans le chapitre 4.

Tableau 5-3: Vitesse du projectile lors de l'essai expérimental.

Diamètre de cellule	V	Vitesse (m/s)
<b>D 3.2</b>	V 1	11.1 m/s
	V 2	14.2 m/s
	V 3	20.3 m/s
	V 4	24.2 m/s
<b>D 6.4</b>	V 1	11.1 m/s
	V 2	14.2 m/s
	V 3	16.2 m/s
<b>D 9.6</b>	V 1	6.95 m/s
	V 2	9.75 m/s
	V 3	11.1 m/s

### 5.4.1 Résultats de la simulation dynamique

Les courbes force-déplacement obtenues de la simulation numérique pour les échantillons en nid d'abeilles D 3.2 mm, D 6.4 mm et D 9.6 mm sont présentés respectivement sur les figure 5-14, figure 5-15 et figure 5-16.

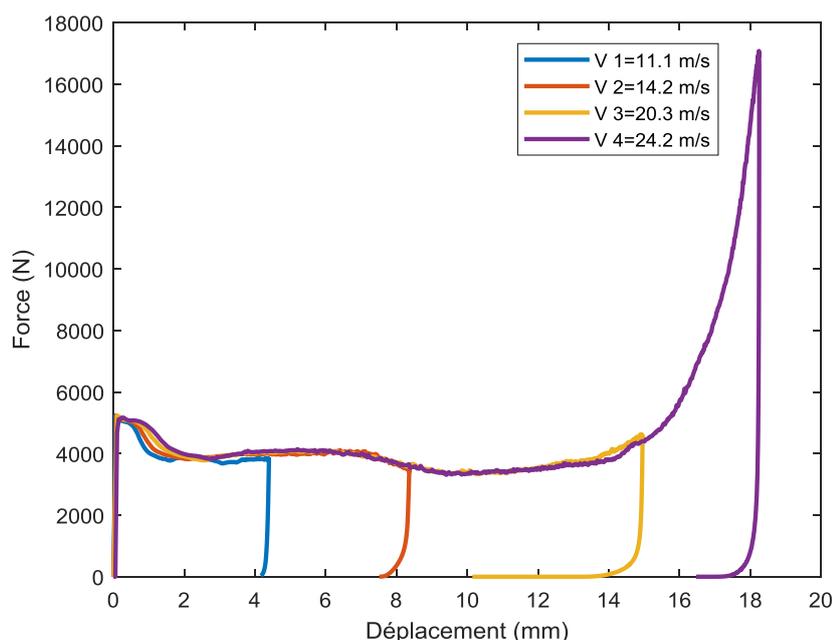


Figure 5-14: Force d'écrasement en fonction du déplacement pour l'échantillon D 3.2 30×30×20 avec différentes vitesses d'impact.

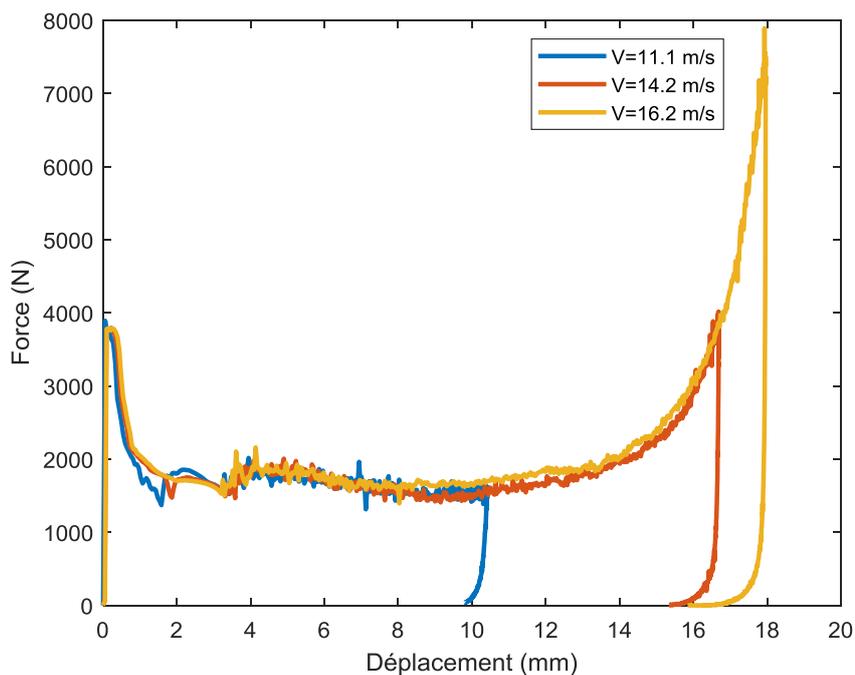


Figure 5-15: Force d'écrasement en fonction du déplacement pour l'échantillon D 6.4 30×30×20 avec différentes vitesses d'impact.

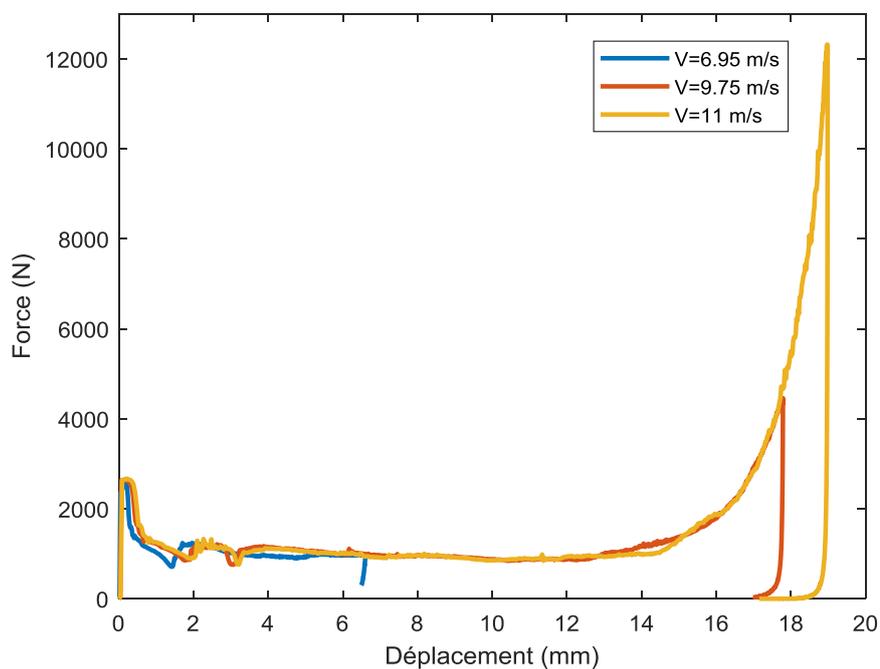


Figure 5-16: Force d'écrasement en fonction du déplacement pour l'échantillon D 9.6 30×30×20 avec différentes vitesses d'impact.

L'allure des courbes force-déplacement obtenues de la simulation présente trois phases : la phase élastique, la phase plateau et la phase de densification.

Les résultats graphiques de la déformation pour les différentes vitesses d'impact et différents diamètres de cellule sont illustrés sur les figures 5-(17 à 26).

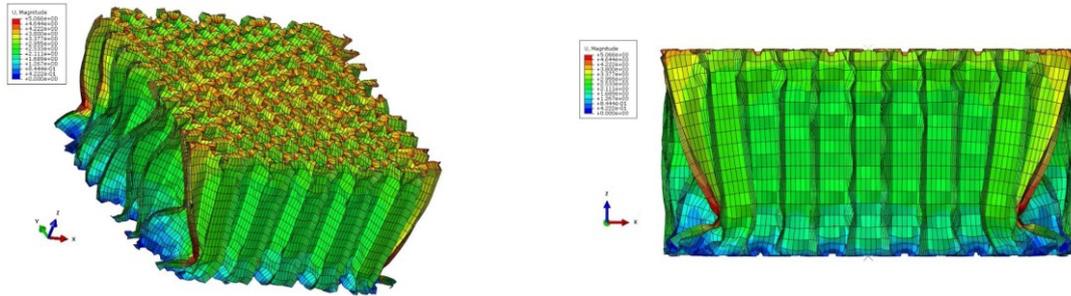


Figure 5-17: Résultats graphiques de la déformation ( $V_1= 11.1$  m/s) D 3.2 30×30×20.

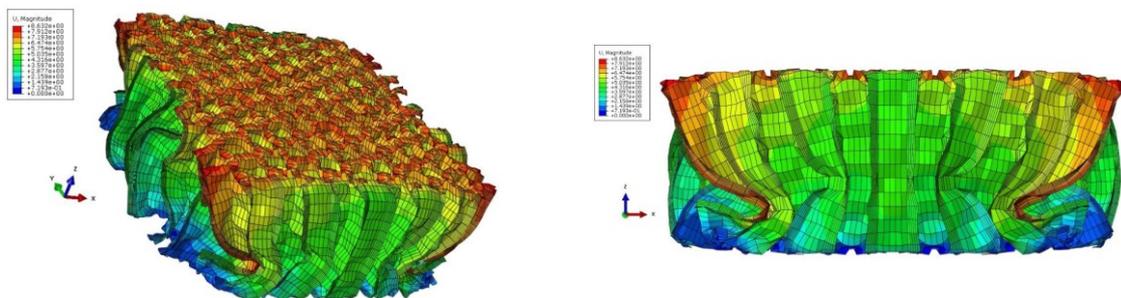


Figure 5-18: Résultats graphiques de la déformation ( $V_2= 14.2$  m/s) D 3.2 30×30×20.

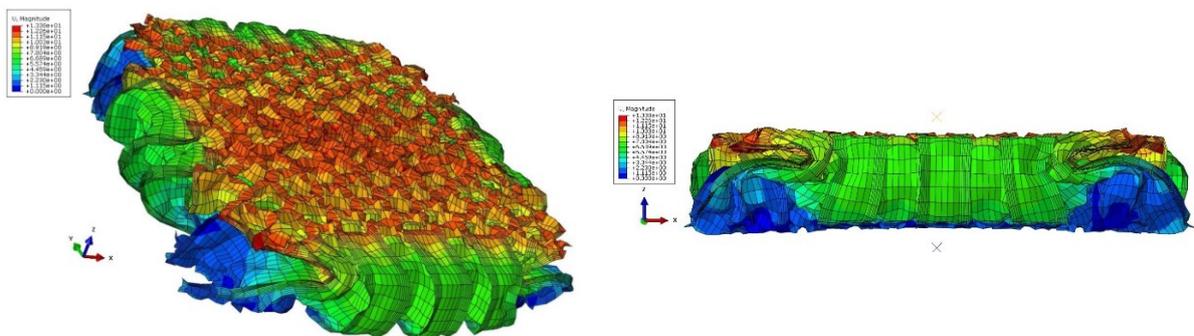


Figure 5-19: Résultats graphiques de la déformation ( $V_3= 20.3$  m/s) D 3.2 30×30×20.

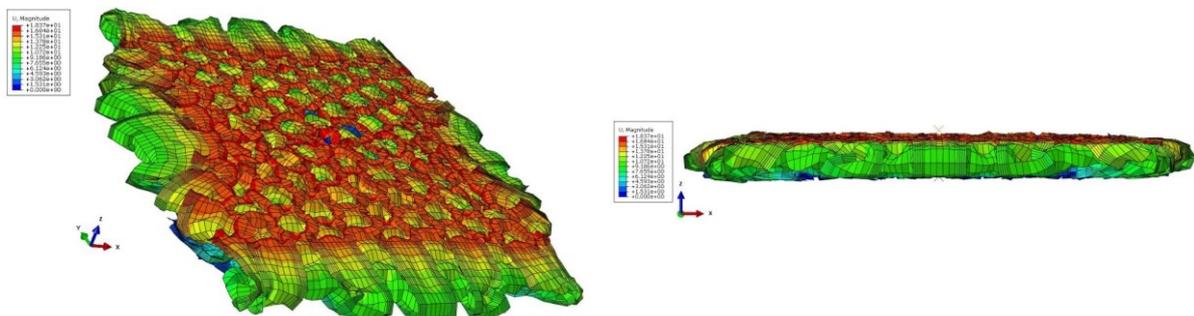


Figure 5-20: Résultats graphiques de la déformation ( $V_4= 24.2$  m/s) D 3.2 30×30×20.

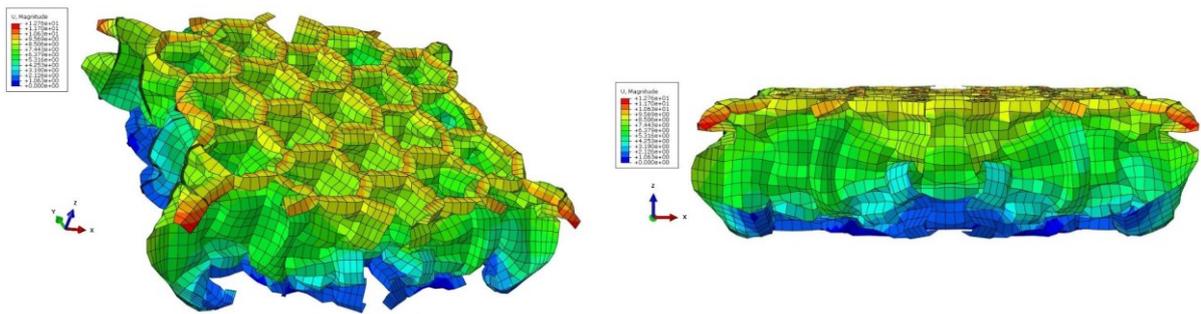


Figure 5-21: Résultats graphiques de la déformation (V1= 11.1 m/s) D 6.4 30×30×20.

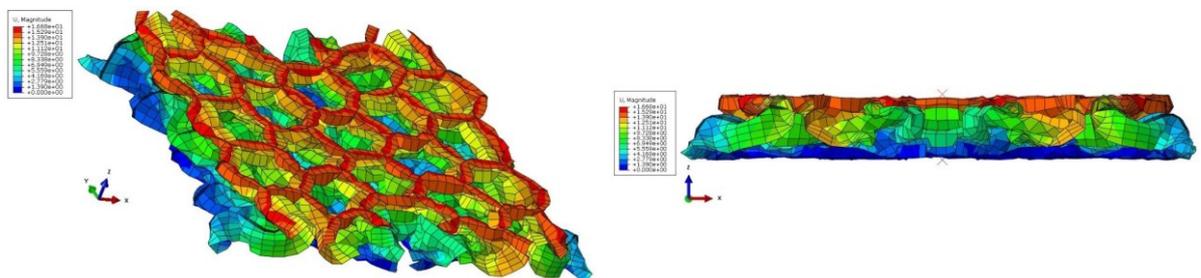


Figure 5-22: Résultats graphiques de la déformation (V2= 14.2 m/s) D 6.4 30×30×20.

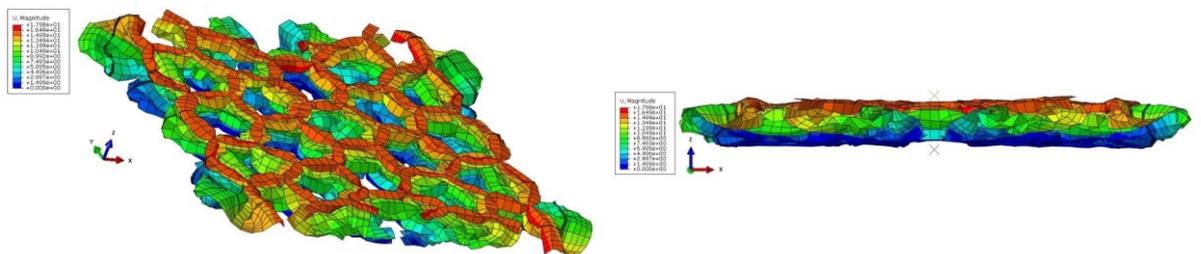


Figure 5-23: Résultats graphiques de la déformation (V3= 16.2 m/s) D 6.4 30×30×20.

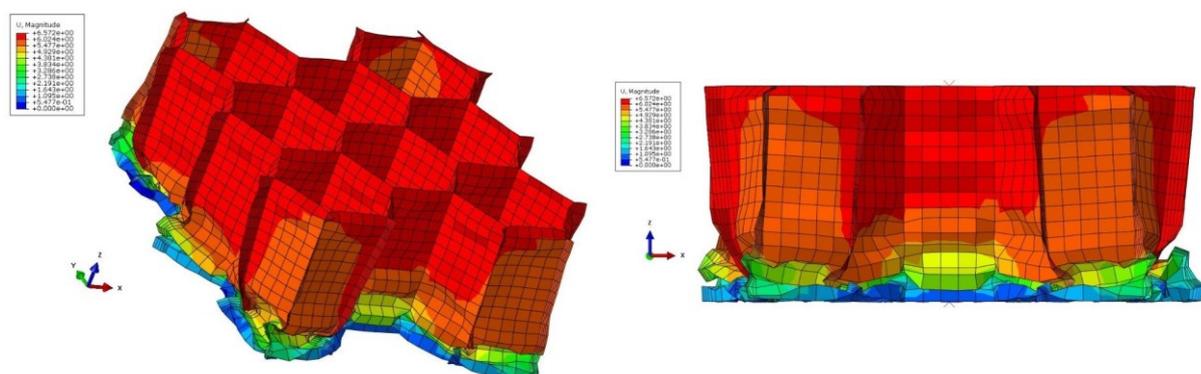


Figure 5-24: Résultats graphiques de la déformation (V1= 6.95 m/s) D 9.6 30×30×20.

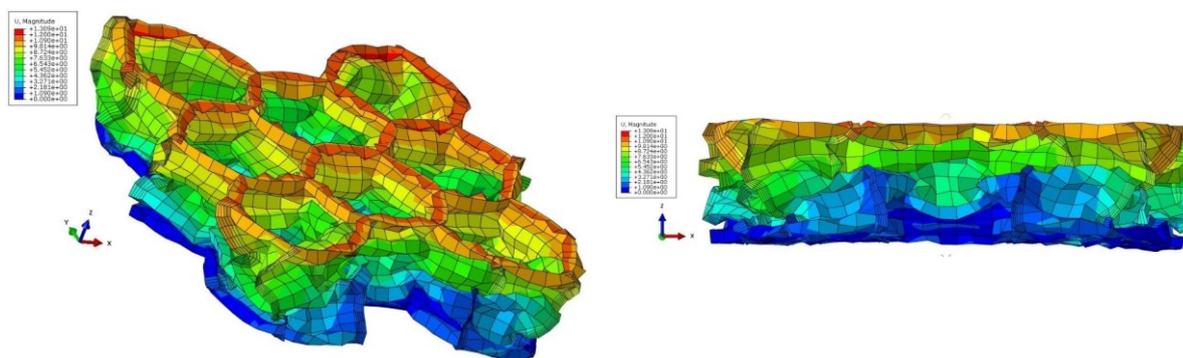


Figure 5-25: Résultats graphiques de la déformation ( $V_1= 9.75$  m/s) D 9.6  $30\times30\times20$ .

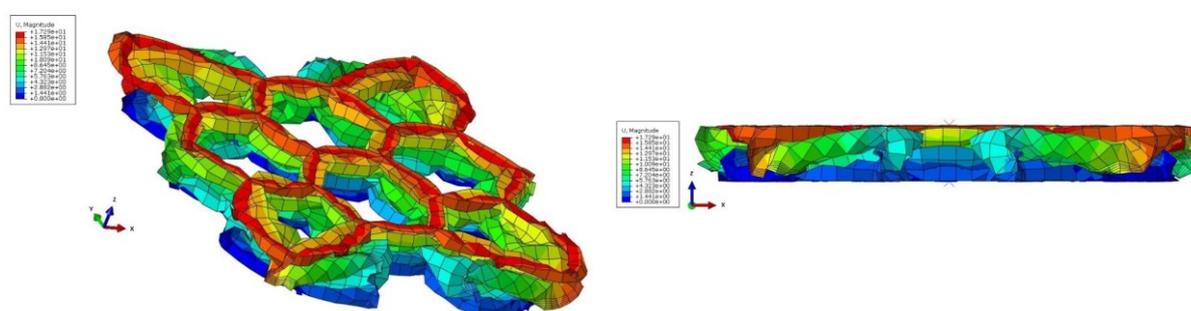


Figure 5-26: Résultats graphiques de la déformation ( $V_1= 9.75$  m/s) D 9.6  $30\times30\times20$ .

Les résultats graphiques de la simulation illustrent très bien le processus de déformation ainsi que les modes de rupture observée précédemment dans l'étude expérimentale du chapitre 4.

### 5.4.2 Comparaisons des résultats expérimentaux/numériques

Dans cette partie de l'étude, une comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques de l'essai de compression dynamique a été effectuée.

#### 5.4.2.1 Résultats du déplacement maximal

Le déplacement maximal représente l'épaisseur écrasée de l'échantillon après impacte, c.-à-d. la distance parcourue par l'impacteur entre le moment où il entre en contact avec l'échantillon ( $H_0$ ) jusqu'à la fin de l'écrasement ( $H_1$ ) (figures 5-27).

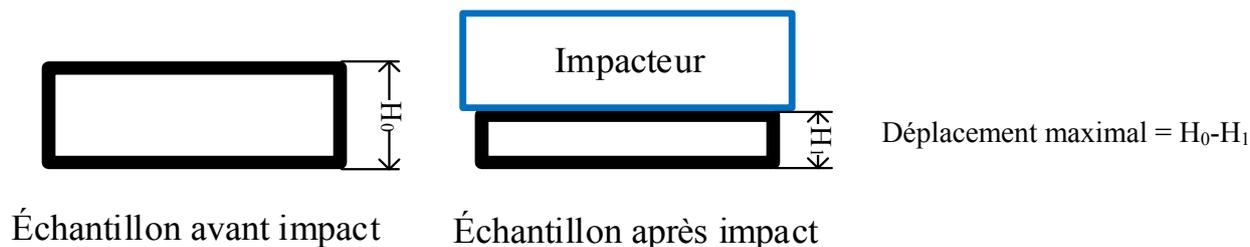


Figure 5-27: Déplacement maximal de l'échantillon nid d'abeilles.

Le tableau 5-4 regroupe les résultats numériques et expérimentaux avec leurs erreurs correspondantes.

Tableau 5-4: Résultats expérimentaux et numériques du déplacement maximal.

		Vitesse d'impact (m/s)	Déplacement max EF (mm)	Déplacement max EXP (mm)	Erreur (%)
<b>D 3.2</b> <b>30×30×20</b>	<b>V1</b>	11.1	4.39	4.11	6.4
	<b>V2</b>	14.4	7.21	7.40	2.6
	<b>V3</b>	20.3	14.95	12.88	13.8
	<b>V4</b>	24.2	18.25	16.38	10.2
<b>D 6.4</b> <b>30×30×20</b>	<b>V1</b>	11.5	10.4	8.86	14.8
	<b>V2</b>	14.2	16.69	14.48	13.2
	<b>V3</b>	16.2	17.96	16.73	6.8
<b>D 9.6</b> <b>30×30×20</b>	<b>V1</b>	6.95	6.60	6.85	3.8
	<b>V2</b>	9.75	13.39	14.49	8.2
	<b>V3</b>	11	16.52	16.18	2.1

Les résultats du tableau 5-4 nous ont permis de tracer les figure 5-27 à 5-33 qui représente l'évolution du déplacement maximal obtenu numériquement et expérimentalement en fonction des vitesses d'impact pour chaque diamètre de cellule ainsi que leurs erreurs correspondantes.

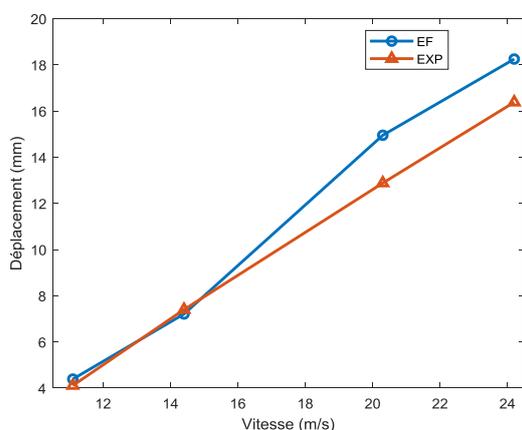


Figure 5-28: Déplacement maximal (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20.

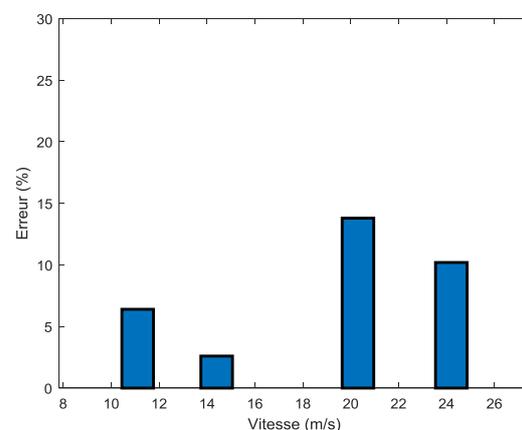


Figure 5-29: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20.

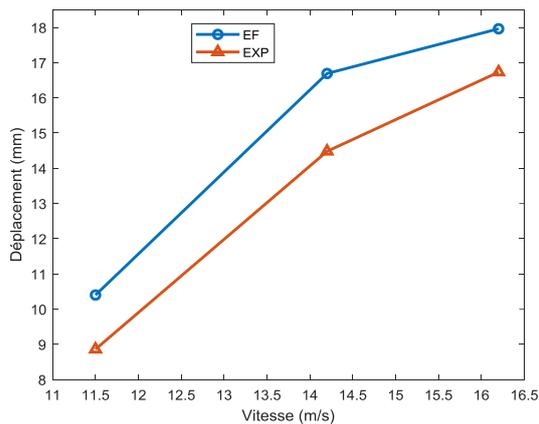


Figure 5-30: Déplacement maximal (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20.

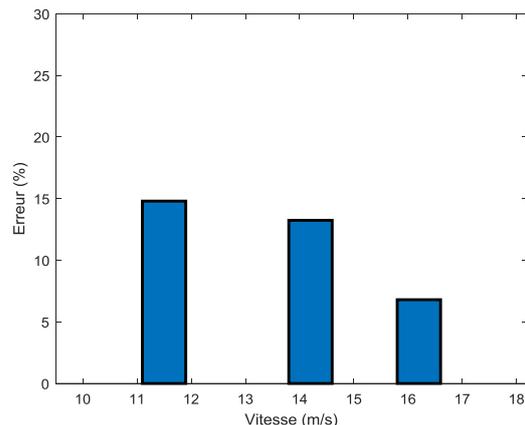


Figure 5-31: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20.

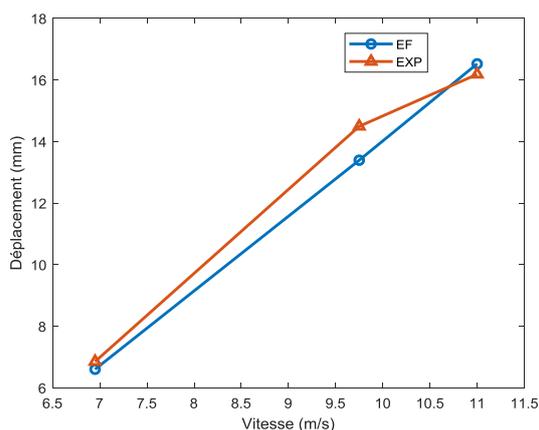


Figure 5-32: Déplacement maximal (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20.

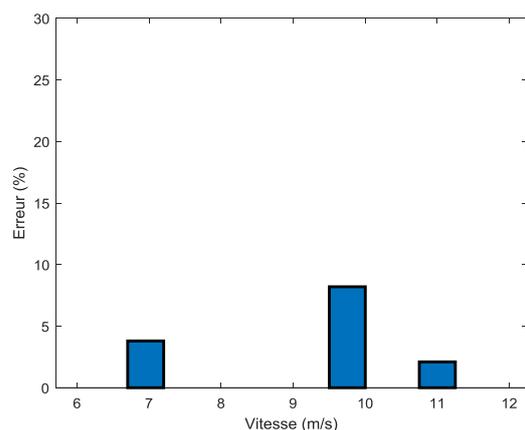


Figure 5-33: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20.

L'analyse des résultats nous montre que l'erreur entre la simulation numérique et l'essai expérimental pour le déplacement maximal ne dépasse pas les 14.8 % et dans la plupart des cas l'erreur est inférieure à 10 %. Donc du point de vue déformation du nid d'abeilles, la simulation numérique de la compression dynamique est en adéquation avec l'essai expérimental.

### 5.4.2.2 Résultats de la force plateau

Le tableau 5-5 regroupe les résultats numériques et expérimentaux de la force plateau ainsi que l'erreur correspondante. Ces résultats ont été tracés sur les figures 5-(34 à 39).

Tableau 5-5: Résultats expérimentaux et numériques de la force plateau.

		Vitesse d'impact (m/s)	Force plateau EF (N)	Force plateau EXP (N)	Erreur (%)
<b>D 3.2</b> <b>30×30×20</b>	<b>V1</b>	11.1	3816	4080	6.9
	<b>V2</b>	14.4	3976	4000	0.6
	<b>V3</b>	20.3	3995	3920	1.9
	<b>V4</b>	24.2	4018	4140	3
<b>D 6.4</b> <b>30×30×20</b>	<b>V1</b>	11.5	2010	2240	11.4
	<b>V2</b>	14.2	1980	2020	2
	<b>V3</b>	16.2	2145	2220	3.5
<b>D 9.6</b> <b>30×30×20</b>	<b>V1</b>	6.95	990	969	2.1
	<b>V2</b>	9.75	1075	1050	2.3
	<b>V3</b>	11	930	1050	12.9

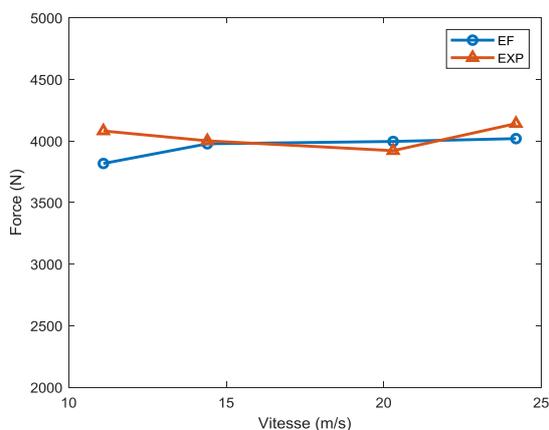


Figure 5-34: Force plateau (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20.

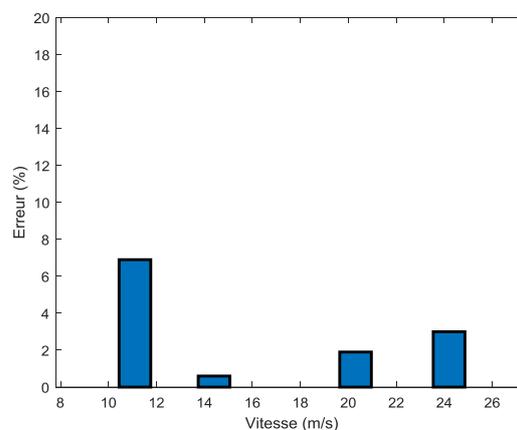


Figure 5-35: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 3.2 30×30×20.

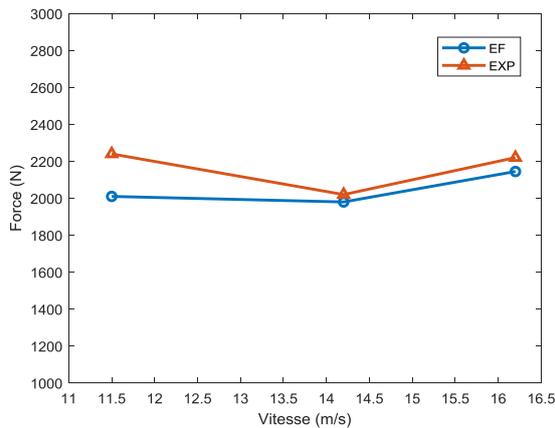


Figure 5-36: Force plateau (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20.

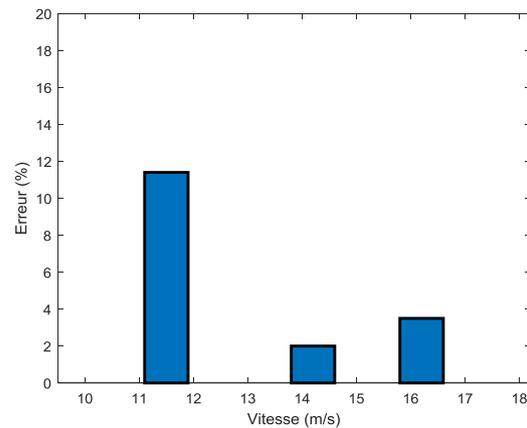


Figure 5-37: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 6.4 30×30×20.

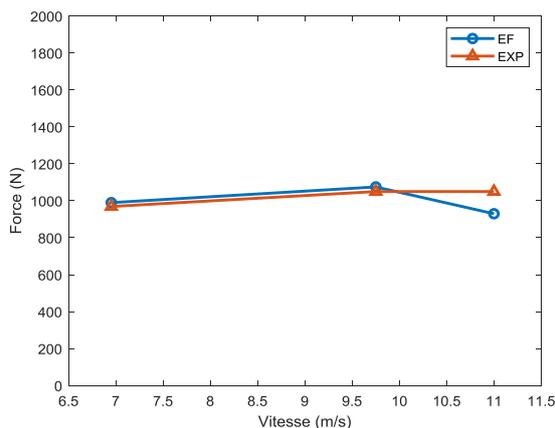


Figure 5-38: Force plateau (EF/EXP) en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20.

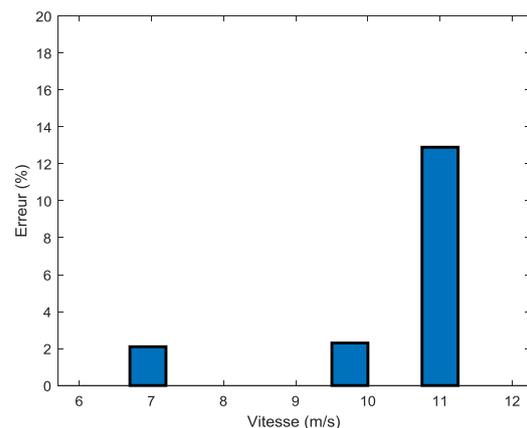


Figure 5-39: Erreurs entre numérique et expérimental en fonction des différentes vitesses d'impact pour l'échantillon D 9.6 30×30×20.

Les résultats obtenus nous montrent que l'erreur entre la simulation numérique et l'essai expérimental pour la force plateau est de l'ordre de 0.6 % à 6.8 % sauf dans deux cas où l'erreur est de 11.4 % et 12.9 %. L'erreur reste acceptable est valide la démarche suivie pour la simulation numérique de la compression dynamique.

## 5.5 Conclusion

La simulation numérique par éléments finis a été menée pour mieux cerner le comportement des nids d'abeilles en aluminium en compression statique et dynamique. Dans la modélisation

de l'essai de compression statique, deux approches ont été utilisées : l'analyse statique implicite et l'analyse explicite non linéaires. La modélisation implicite standard a donné de bons résultats pour la première étape du test, car la force calculée par simulation est très proche de celle obtenue par les tests expérimentaux. Pour l'analyse explicite non linéaire, l'allure globale de la courbe est correctement retrouvée, ce qui montre que le modèle intègre bien la mécanique du phénomène.

La modélisation explicite non linéaire nous a permis la simulation de l'essai de compression dynamique. Les résultats obtenus confirment l'évolution du comportement du nid d'abeilles dans le domaine plastique passe par trois phases distinctes : la phase élastique limitée par un pic de contrainte suivie d'une phase plateau qui se traduit par le flambement des parois verticales ensuite vient la phase de densification. Avec cette approche, une bonne corrélation avec les essais expérimentaux a été obtenue.

## Conclusion générale

Ce travail a porté sur la caractérisation expérimentale et la modélisation du comportement à la compression des structures cellulaires en nid d'abeilles dans les domaines élastique et plastique en régime quasi statique, basse vitesse et grande vitesse. Cette étude réalisée sur différentes configurations géométriques de nid d'abeilles nous a permis d'avoir l'évaluation de plusieurs paramètres qui caractérisent les âmes en nid d'abeilles comme la charge critique maximale, la charge plateau et la capacité d'absorption d'énergie ainsi que les mécanismes d'endommagement de ces structures.

Nous avons choisi dans un premier temps de caractériser les matériaux en nid d'abeilles dans le domaine élastique. Les formulations analytiques et les simulations numériques sur l'homogénéisation ont permis de déterminer les propriétés mécaniques du nid d'abeilles à structure hexagonale ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ). On peut constater que les écarts entre les résultats de la simulation numérique et ceux du modèle analytique sont acceptables. Afin de valider les résultats de l'homogénéisation numérique les résultats obtenus numériquement et analytiquement ont été validés par des résultats expérimentaux obtenus par des essais de flexion 3 points, qui ont donné de bons résultats.

Dans la partie de l'étude expérimentale sur la résistance à l'écrasement en compression quasi statique des âmes en nid d'abeilles avec diverses configurations de cellules : trois tailles d'échantillon avec différents diamètres de cellules ont été testées. Au total, 18 configurations d'échantillons ont été utilisées pour étudier l'influence du nombre de cellules, de la taille de l'échantillon et de la densité l'âme en nid d'abeilles en aluminium sur la force de compression et la capacité d'absorption d'énergie. On a pu tirer les conclusions suivantes :

La compression quasi statique du nid d'abeilles lors de l'écrasement comprend trois phases : au début de l'écrasement, une région linéairement élastique, suivi d'un flambement par formation de plis progressive, et au final, une densification. Aussi, on a pu tirer les conclusions suivantes :

La force d'écrasement est influencée par la taille de l'échantillon ; elle augmente avec la taille de l'échantillon, mais la hauteur de celui-ci n'affecte que la durée de la phase constante.

L'absorption d'énergie est fortement influencée par le diamètre de la cellule, car elle augmente avec la diminution du diamètre. La hauteur du noyau en nid d'abeilles joue un rôle très important dans le processus d'absorption d'énergie dont elle est directement proportionnelle.

Concernant l'étude la compression dynamique des âmes en nid d'abeilles avec diverses configurations de cellules. Deux régimes d'écrasement ont été appliqués, haute vitesse et basse vitesse.

Les résultats obtenus sont les suivants : Dans le cas d'une compression haute vitesse et basse vitesse on retrouve deux modes d'écrasement, le premier mode présente une phase élastique suivie d'une phase plateau, le deuxième mode présente les trois phases observées lors de l'essai quasi statique, qui sont : une région linéairement élastique au début de l'écrasement, suivie d'une phase plateau caractérisée par un flambement par formation de plis progressive, et à la fin, on observe la phase de densification.

L'énergie absorbée par l'âme augmente en fonction de la vitesse d'impact pour les différents diamètres de cellules.

Le déplacement maximal augmente linéairement en fonction de la vitesse d'impact.

La force plateau reste constante pour toutes les vitesses d'impact et différents diamètres de cellules.

Les différents modes d'endommagement des nids d'abeilles lors du processus de compression ont été observés et corrélés avec les résultats numériques.

Pour ce qui concerne l'étude numérique, la modélisation implicite standard a donné de bons résultats pour la première étape du test de compression quasi statique, car la force calculée par simulation est très proche de celle obtenue par les tests expérimentaux. Pour l'analyse explicite non linéaire, l'allure globale de la courbe est correctement retrouvée, ce qui montre que le modèle intègre bien la mécanique du phénomène.

La modélisation explicite non linéaire nous a permis la simulation de l'essai de compression dynamique. Les résultats obtenus confirment que l'évolution du comportement du nid d'abeilles dans le domaine plastique passe par trois phases distinctes : la phase élastique limitée par un pic de contrainte suivie d'une phase plateau qui se traduit par le flambement des parois verticales ensuite vient la phase de densification.

Enfin, cette étude nous a permis d'établir une base de données sur diverses configurations de nid d'abeilles en aluminium soumis à une compression uniaxiale, qui servira de base à la validation de futures études de modélisation numérique et d'optimisation.

## Références

1. Vinson, J.R., *Sandwich structures: past, present, and future*, in *Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials* 2005, Springer. p. 3-12.
2. Bitzer, T.N., *Honeycomb Technology: Materials, Design, Manufacturing, Applications and Testing* 2012: Springer Netherlands.
3. Marshall, A., *Sandwich Construction*, in *Handbook of Composites*, G. Lubin, Editor 1982, Springer US: Boston, MA. p. 557-601.
4. Vinson, J.R., *The behavior of sandwich structures of isotropic and composite materials* 2018: Routledge.
5. Berthelot, J.-M., *Matériaux composites (5<sup>e</sup> Éd.) : Comportement mécanique et analyse des structures* 2012: Lavoisier.
6. Davies, J.M., *Lightweight sandwich construction* 2008: John Wiley & Sons.
7. Janot, C. and B. Ilschner, *Matériaux émergents*. Vol. 19. 2001: PPUR presses polytechniques.
8. Allen, H.G., *Analysis and design of structural sandwich panels* 1969: Elsevier. 300.
9. Altenbach, H. and A. Öchsner, *Cellular and Porous Materials in Structures and Processes* 2011: Springer Vienna.
10. Zenkert, D., *An introduction to sandwich structures*, 1995.
11. Zenkert, D., *The handbook of sandwich construction* 1997: Emas.
12. Wadley, H.N.G., *Multifunctional periodic cellular metals*. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2006. **364**(1838): p. 31-68.
13. Gay, D., *Matériaux composites, 5e édition révisée*. Lavoisier, Paris, 2005.
14. Wang, Z., J. Liu, and D. Hui, *Mechanical behaviors of inclined cell honeycomb structure subjected to compression*. Composites Part B: Engineering, 2017. **110**: p. 307-314.
15. Jackson, K.E., *Predicting the dynamic crushing response of a composite honeycomb energy absorber using solid-element-based models in LS-DYNA*. 2010.
16. Teti, R. and G. Caprino, *Mechanical behavior of structural sandwiches*. Sandwich Constructions I, 1989: p. 53-67.
17. Frey, F., *Analyse des structures et milieux continus: mécanique des structures*. Vol. 2. 2000: PPUR presses polytechniques.
18. Laroze, S. and J.-J. Barrau, *Mécanique des structures* 1988: Eyrolles.

19. Sorohan, S., et al., *On the homogenization of hexagonal honeycombs under axial and shear loading. Part I: Analytical formulation for free skin effect*. Mechanics of Materials, 2018. **119**: p. 74-91.
20. Allen, H.G. and B.G. Neal, *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels: The Commonwealth and International Library: Structures and Solid Body Mechanics Division* 2013: Elsevier Science.
21. Bitzer, T., *Useful analysis methods for sandwich structures*. Moving Forward With 50 Years of Leadership in Advanced Materials., 1994. **39**: p. 419-425.
22. Chamis, C.C., P.L. Murthy, and R.A. Aiello, *Fiber composite sandwich thermostructural behavior: Computational simulation*. Journal of Composites, Technology and Research, 1988. **10**(3): p. 93-99.
23. Grediac, M., *A finite element study of the transverse shear in honeycomb cores*. International journal of solids and structures, 1993. **30**(13): p. 1777-1788.
24. Mistou, S., *Développement d'un élément fini de coque composite à double courbure pour l'implémentation d'une application orientée objet*, 2000, Bordeaux 1 Bordeaux.
25. Gibson, L.J. and M.F. Ashby, *Cellular Solids: Structure and Properties* 1999: Cambridge University Press.
26. Gibson, L. and M. Ashby, *Hierarchical cellular materials*. MRS Proceedings, 1991. **255**: p. 343.
27. Al Bachi, L., *Modélisation numérique et expérimentale du comportement de matériaux sandwichs appliqués à l'aéronautique*, 2002, Toulouse, INPT.
28. Gibson, L.J., *Modelling the mechanical behavior of cellular materials*. Materials Science and Engineering: A, 1989. **110**: p. 1-36.
29. Masters, I.G. and K.E. Evans, *Models for the elastic deformation of honeycombs*. Composite structures, 1996. **35**(4): p. 403-422.
30. Malek, S. and L. Gibson, *Effective elastic properties of periodic hexagonal honeycombs*. Mechanics of Materials, 2015. **91**: p. 226-240.
31. Kelsey, S., R. Gellatly, and B. Clark, *The shear modulus of foil honeycomb cores: A theoretical and experimental investigation on cores used in sandwich construction*. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 1958. **30**(10): p. 294-302.
32. Vinson, J.R., *Optimum design of composite honeycomb sandwich panels subjected to uniaxial compression*. AIAA journal, 1986. **24**(10): p. 1690-1696.

33. Burton, W. and A. Noor, *Assessment of continuum models for sandwich panel honeycomb cores*. Computer methods in applied mechanics and engineering, 1997. **145**(3): p. 341-360.
34. Noor, A.K., W.S. Burton, and C.W. Bert, *Computational models for sandwich panels and shells*. Applied Mechanics Reviews, 1996. **49**(3): p. 155-199.
35. Gibson, L.J., et al., *The mechanics of two-dimensional cellular materials*. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 1982. **382**(1782): p. 25-42.
36. Keskes, B., *Comportement en fatigue des composites sandwichs a âme en nids d'abeilles* 2007, Université Ferhat Abbas Sétif 1.
37. Vesenjak, M., Z. Ren, and A. Öchsner, *Behaviour of cellular materials under impact loading*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 2008. **39**(2): p. 125-132.
38. Wierzbicki, T., *Crushing analysis of metal honeycombs*. International Journal of Impact Engineering, 1983. **1**(2): p. 157-174.
39. Gupta, N. and H. Abbas, *Mathematical modeling of axial crushing of cylindrical tubes*. Thin-Walled Structures, 2000. **38**(4): p. 355-375.
40. Alghamdi, A.A.A., *Collapsible impact energy absorbers: an overview*. Thin-Walled Structures, 2001. **39**(2): p. 189-213.
41. Singace, A.A., *Axial crushing analysis of tubes deforming in the multi-lobe mode*. International Journal of Mechanical Sciences, 1999. **41**(7): p. 865-890.
42. Zhu, F., et al., *Plastic Deformation, Failure and Energy Absorption of Sandwich Structures with Metallic Cellular Cores*. International Journal of Protective Structures, 2010. **1**(4): p. 507-541.
43. Ashby, M.F. and R.F.M. Medalist, *The mechanical properties of cellular solids*. Metallurgical Transactions A, 1983. **14**(9): p. 1755-1769.
44. Brentjes, J., *HONEYCOMB AS AN ENERGY ABSORBING MATERIAL*, in *8th Structural Dynamics and Materials Conference* 1967, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
45. Mc Farland, R.K., *HEXAGONAL CELL STRUCTURES UNDER POST-BUCKLING AXIAL LOAD*. AIAA journal, 1963. **1**(6): p. 1380-1385.
46. Mc Farland Jr, R., *The development of metal honeycomb energy-absorbing elements*. 1964.
47. Wu, E. and W.-S. Jiang, *Axial crush of metallic honeycombs*. International Journal of Impact Engineering, 1997. **19**(5): p. 439-456.

48. Côté, F., et al., *The out-of-plane compressive behavior of metallic honeycombs*. Materials Science and Engineering: A, 2004. **380**(1): p. 272-280.
49. Yamashita, M. and M. Gotoh, *Impact behavior of honeycomb structures with various cell specifications—numerical simulation and experiment*. International Journal of Impact Engineering, 2005. **32**(1): p. 618-630.
50. J. Schluppkotten, R.P.m.M.S.M.H. and M. Maier, *Modeling and testing of energy absorbing lightweight materials and structures for automotive applications*. Science and Technology of Advanced Materials, 1998. **Volume 6**(8): p. 173.
51. Lu, G. and T. Yu, *Energy absorption of structures and materials*2003: Elsevier. 424.
52. Standards, M., *Sandwich Construction and Core Materials, General Test Methods*. MIL-STD-401B, 1967.
53. Triantafillou, T.C. and L.J. Gibson, *Failure mode maps for foam core sandwich beams*. Materials Science and Engineering, 1987. **95**: p. 37-53.
54. Mertani, B.M.B., *Modélisation numérique et expérimentale du comportement des panneaux sandwichs à âme en nids d'abeilles*, in *IOMP2011*, UFAS 1.
55. Crupi, V., G. Epasto, and E. Guglielmino, *Collapse modes in aluminium honeycomb sandwich panels under bending and impact loading*. International Journal of Impact Engineering, 2012. **43**: p. 6-15.
56. Gornet, L., G. Marckmann, and M. Lombard, *Détermination des coefficients d'élasticité et de rupture d'âmes nids d'abeilles Nomex® : homogénéisation périodique et simulation numérique*. Mechanics & Industry, 2005. **6**(6): p. 595-604.
57. Al Bachi, L. and M. Karama, *Caractérisation des propriétés des nids d'abeilles par une méthode numérique*. Premier colloque interdisciplinaire sur les matériaux en France, Tours, 2002: p. 21-25.
58. Hohe, J. and W. Becker, *An energetic homogenisation procedure for the elastic properties of general cellular sandwich cores*. Composites Part B: Engineering, 2001. **32**(3): p. 185-197.
59. EuroComposites, *Technical data sheet for aluminum honeycomb core.*, EuroComposites, Editor 2016.
60. Birman, V. and G.A. Kardomateas, *Review of current trends in research and applications of sandwich structures*. Composites Part B: Engineering, 2018. **142**: p. 221-240.
61. ASTM-C393-62, *Standard Test Methods for the Flexural Properties of Flat Sandwich Constructions*, in *Annual book of the ASTM Standards*.

62. Ansys, *14.0 User's Guide*. ANSYS inc, 2011.
63. Duan, S., et al., *Enhanced out-of-plane compressive strength and energy absorption of 3D printed square and hexagonal honeycombs with variable-thickness cell edges*. Extreme Mechanics Letters, 2018. **18**: p. 9-18.
64. Wang, S., et al., *Investigation on the temperature dependent out-of-plane quasi-static compressive behavior of metallic honeycombs*. Thin-Walled Structures, 2020. **149**: p. 106625.
65. Ganilova, O.A. and J.J. Low, *Application of smart honeycomb structures for automotive passive safety*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2018. **232**(6): p. 797-811.
66. Lu, G. and T. Yu, *Energy absorption of structures and materials*2003: Elsevier.
67. Giglio, M., A. Manes, and A. Gilioli, *Investigations on sandwich core properties through an experimental–numerical approach*. Composites Part B: Engineering, 2012. **43**(2): p. 361-374.
68. Aminanda, Y., et al. *Étude expérimentale et modélisation du comportement en compression des structures nid d'abeille*. in *Journal de Physique IV (Proceedings)*. 2002. EDP sciences.
69. Goldsmith, W. and J.L. Sackman, *An experimental study of energy absorption in impact on sandwich plates*. International Journal of Impact Engineering, 1992. **12**(2): p. 241-262.
70. Ivañez, I., L.M. Fernandez-Cañadas, and S. Sanchez-Saez, *Compressive deformation and energy-absorption capability of aluminium honeycomb core*. Composite structures, 2017. **174**: p. 123-133.
71. Seemann, R., *A Virtual Testing Approach for Honeycomb Sandwich Panel Joints in Aircraft Interior*. Vol. 16. 2019: Springer.
72. Hu, L.L. and T.X. Yu, *Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs*. International Journal of Impact Engineering, 2010. **37**(5): p. 467-474.
73. Tao, Y., et al., *Enhanced out-of-plane crushing strength and energy absorption of in-plane graded honeycombs*. Composites Part B: Engineering, 2017. **118**: p. 33-40.
74. Mertani, B.M.B., B. Keskes, and M. Tarfaoui, *Numerical study on the compressive behaviour of an aluminium honeycomb core*. Materiali in tehnologije, 2019. **53**(2): p. 199-206.

75. Mertani, B.M.B., B. Keskes, and M. Tarfaoui, *Experimental Analysis of the Crushing of Honeycomb Cores Under Compression*. Journal of Materials Engineering and Performance, 2019. **28**(3): p. 1628-1638.
76. ASTM-E8M-04, *Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials [Metric] (Withdrawn 2008)*, in *Annual book of the ASTM Standards 2008*: West Conshohocken.
77. Zhang, X., H. Zhang, and Z. Wen, *Experimental and numerical studies on the crush resistance of aluminum honeycombs with various cell configurations*. International Journal of Impact Engineering, 2014. **66**: p. 48-59.
78. Baker, W.E., T.C. Togami, and J.C. Weydert, *Static and dynamic properties of high-density metal honeycombs*. International Journal of Impact Engineering, 1998. **21**(3): p. 149-163.
79. Zhou, Q. and R.R. Mayer, *Characterization of Aluminum Honeycomb Material Failure in Large Deformation Compression, Shear, and Tearing*. Journal of Engineering Materials and Technology, 2002. **124**(4): p. 412-420.
80. Vijayasimha Reddy, B.G., K.V. Sharma, and T. Yella Reddy, *Deformation and impact energy absorption of cellular sandwich panels*. Materials & Design, 2014. **61**: p. 217-227.
81. Xu, S., et al., *Experimental study of the out-of-plane dynamic compression of hexagonal honeycombs*. Composite structures, 2012. **94**(8): p. 2326-2336.
82. Cote, F., et al., *The out-of-plane compressive behavior of metallic honeycombs*. Materials Science and Engineering: A, 2004. **380**(1-2): p. 272-280.
83. Hou, B., et al., *Inertia effects on the progressive crushing of aluminium honeycombs under impact loading*. International journal of solids and structures, 2012. **49**(19-20): p. 2754-2762.
84. Bentouhami, A. and B. Keskes, *Experimental analysis and modeling of the buckling of a loaded honeycomb sandwich composite*. Materiali in tehnologije, 2015. **49**(2): p. 235-242.
85. Stachowiak, G. and A.W. Batchelor, *Engineering tribology 2013*: Butterworth-Heinemann.
86. FASTCAM, P., *Hardware Manual*, 2014.
87. Nicolet, *Hardware Manual*, 2005.

88. Wang, Z., et al., *Compressive crushing of novel aluminum hexagonal honeycombs with perforations: Experimental and numerical investigations*. International journal of solids and structures, 2017. **126-127**: p. 187-195.
89. Zhang, Y., T. Liu, and W. Tizani, *Experimental and numerical analysis of dynamic compressive response of Nomex honeycombs*. Composites Part B: Engineering, 2018. **148**: p. 27-39.
90. Aktay, L., A.F. Johnson, and B.-H. Kröplin, *Numerical modelling of honeycomb core crush behaviour*. Engineering Fracture Mechanics, 2008. **75(9)**: p. 2616-2630.
91. Dong, Z., et al., *Experimental and numerical studies on the compressive mechanical properties of the metallic auxetic reentrant honeycomb*. Materials & Design, 2019. **182**: p. 108036.
92. Partovi Meran, A., T. Toprak, and A. Muğan, *Numerical and experimental study of crashworthiness parameters of honeycomb structures*. Thin-Walled Structures, 2014. **78**: p. 87-94.
93. Ma, J., et al., *Quasi-static axial crushing of hexagonal origami crash boxes as energy absorption devices*. Mech. Sci., 2019. **10(1)**: p. 133-143.
94. Olabi, A.G., E. Morris, and M.S.J. Hashmi, *Metallic tube type energy absorbers: A synopsis*. Thin-Walled Structures, 2007. **45(7)**: p. 706-726.
95. Ashab, A.S.M.A., et al., *Finite Element Analysis of Aluminum Honeycombs Subjected to Dynamic Indentation and Compression Loads*. Materials (Basel, Switzerland), 2016. **9(3)**: p. 162.
96. Hibbitt, K., and Sorensen, *ABAQUS Inc.*, 2015: Rhode Island.
97. Boulbes, R.J., *Troubleshooting Finite-Element Modeling with Abaqus: With Application in Structural Engineering Analysis* 2019: Springer Nature.

## Annexes

## A.1 Résultats de l'homogénéisations

Tableau A-1: Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi.

Epaisseur (µm)	$E_x$ (MPa) Ansys	$E_x$ (MPa) GYbson	Erreur (%)	$E_y$ (MPa) Ansys	$E_y$ (MPa) GYbson	Erreur (%)	$E_z$ (MPa) Ansys	$E_z$ (MPa) GYbson	Erreur (%)
60	1.17e-02	1.09e-02	7.69	1.34e-02	1.09e-02	23.44	5.54e+00	5.17e+00	7.14
70	1.86e-02	1.73e-02	7.67	2.13e-02	1.73e-02	23.37	6.46e+00	6.03e+00	7.14
76	2.38e-02	2.21e-02	7.57	2.73e-02	2.21e-02	23.26	7.02e+00	6.55e+00	7.14
80	2.78e-02	2.58e-02	7.50	3.18e-02	2.58e-02	23.15	7.39e+00	6.90e+00	7.14
90	3.95e-02	3.68e-02	7.33	4.52e-02	3.68e-02	22.94	8.31e+00	7.76e+00	7.14
100	5.41e-02	5.05e-02	7.16	6.20e-02	5.05e-02	22.69	9.24e+00	8.62e+00	7.14
200	4.22e-01	4.04e-01	4.45	4.81e-01	4.04e-01	19.21	1.84e+01	1.72e+01	7.14
300	1.36e+00	1.36e+00	0.28	1.55e+00	1.36e+00	13.85	2.77e+01	2.58e+01	7.14
400	3.07e+00	3.23e+00	5.00	3.46e+00	3.23e+00	7.16	3.69e+01	3.45e+01	7.14
500	5.62e+00	6.31e+00	10.98	6.29e+00	6.31e+00	0.35	4.62e+01	4.31e+01	7.14
600	9.02e+00	1.09e+01	17.32	1.00e+01	1.09e+01	8.18	5.54e+01	5.17e+01	7.14
700	1.32e+01	1.73e+01	23.71	1.45e+01	1.73e+01	15.97	6.46e+01	6.03e+01	7.14
800	1.81e+01	2.58e+01	29.93	1.98e+01	2.58e+01	23.44	7.39e+01	6.90e+01	7.14
900	2.36e+01	3.68e+01	35.85	2.56e+01	3.68e+01	30.44	8.31e+01	7.76e+01	7.14
1000	2.96e+01	5.05e+01	41.38	3.18e+01	5.05e+01	36.89	9.24e+01	8.62e+01	7.14

Tableau A-2 : Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi.

Epaisseur (µm)	$G_{xy}$ (MPa) Ansys	$G_{xy}$ (MPa) GYbson	Erreur (%)	$G_{xz}$ (MPa) Ansys	$G_{xz}$ (MPa) GYbson	Erreur (%)	$G_{yz}$ (MPa) Ansys	$G_{yz}$ (MPa) GYbson	Erreur (%)
60	3.13e-03	2.73e-03	14.65	8.92e-01	9.00e-01	0.80	8.55e-01	9.00e-01	4.89
70	4.97e-03	4.33e-03	14.78	1.04e+00	1.05e+00	0.80	9.98e-01	1.05e+00	4.89
76	6.36e-03	5.55e-03	14.59	1.13e+00	1.14e+00	0.80	1.08e+00	1.14e+00	4.89
80	7.42e-03	6.47e-03	14.68	1.19e+00	1.20e+00	0.80	1.14e+00	1.20e+00	4.89
90	1.05e-02	9.21e-03	14.55	1.33e+00	1.35e+00	0.80	1.28e+00	1.35e+00	4.89
100	1.44e-02	1.26e-02	14.49	1.48e+00	1.50e+00	0.80	1.42e+00	1.50e+00	4.89
200	1.14e-01	1.01e-01	12.86	2.97e+00	3.00e+00	0.77	2.85e+00	3.00e+00	4.86
300	3.76e-01	3.41e-01	10.43	4.46e+00	4.50e+00	0.74	4.28e+00	4.50e+00	4.84
400	8.67e-01	8.08e-01	7.30	5.95e+00	6.00e+00	0.70	5.71e+00	6.00e+00	4.80
500	1.63e+00	1.57e+00	3.63	7.44e+00	7.50e+00	0.67	7.14e+00	7.50e+00	4.77
600	2.71e+00	2.72e+00	0.43	8.94e+00	9.00e+00	0.64	8.57e+00	9.00e+00	4.74
700	4.12e+00	4.33e+00	4.74	1.04e+01	1.05e+01	0.62	1.00e+01	1.05e+01	4.71
800	5.87e+00	6.46e+00	9.19	1.19e+01	1.20e+01	0.60	1.14e+01	1.20e+01	4.68
900	7.94e+00	9.21e+00	13.69	1.34e+01	1.35e+01	0.58	1.28e+01	1.35e+01	4.65
1000	1.03e+01	1.26e+01	18.15	1.49e+01	1.50e+01	0.56	1.43e+01	1.50e+01	4.63

Tableau A-3 : Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule.

Diamètre (mm)	$E_x$ (MPa) Ansys	$E_x$ (MPa) Gysbson	Erreur (%)	$E_y$ (MPa) Ansys	$E_y$ (MPa) Gysbson	Erreur (%)	$E_z$ (MPa) Ansys	$E_z$ (MPa) Gysbson	Erreur (%)
1	7.50e-01	7.26e-01	3.23	8.54e-01	7.26e-01	17.58	2.24e+01	2.09e+01	7.14
1.2	4.40e-01	4.20e-01	4.74	5.02e-01	4.20e-01	19.53	1.87e+01	1.74e+01	7.14
1.50	2.28e-01	2.15e-01	6.01	2.60e-01	2.15e-01	21.17	1.49e+01	1.39e+01	7.14
1.80	1.32e-01	1.24e-01	6.51	1.51e-01	1.24e-01	21.86	1.24e+01	1.16e+01	7.14
2.00	9.72e-02	9.08e-02	7.00	1.11e-01	9.08e-02	22.46	1.12e+01	1.04e+01	7.15
3.00	2.89e-02	2.69e-02	7.69	3.32e-02	2.69e-02	23.37	7.49e+00	6.99e+00	7.14
3.20	2.38e-02	2.21e-02	7.57	2.73e-02	2.21e-02	23.26	7.02e+00	6.55e+00	7.14
4.00	1.22e-02	1.13e-02	7.57	1.40e-02	1.13e-02	23.24	5.61e+00	5.24e+00	7.14
4.80	7.08e-03	6.57e-03	7.76	8.12e-03	6.57e-03	23.59	4.68e+00	4.37e+00	7.14
5.00	6.28e-03	5.82e-03	7.90	7.19e-03	5.82e-03	23.54	4.49e+00	4.19e+00	7.14
6.00	3.63e-03	3.37e-03	7.72	4.16e-03	3.37e-03	23.44	3.74e+00	3.49e+00	7.14
6.40	2.97e-03	2.77e-03	7.22	3.41e-03	2.77e-03	23.10	3.51e+00	3.27e+00	7.14
7.00	2.28e-03	2.12e-03	7.55	2.61e-03	2.12e-03	23.11	3.21e+00	2.99e+00	7.14
8.00	1.52e-03	1.42e-03	7.04	1.74e-03	1.42e-03	22.54	2.80e+00	2.62e+00	7.14
9.00	1.07e-03	9.97e-04	7.30	1.23e-03	9.97e-04	23.35	2.49e+00	2.33e+00	7.14
9.60	8.83e-04	8.21e-04	7.56	1.01e-03	8.21e-04	22.92	2.34e+00	2.18e+00	7.14
10.00	7.82e-04	7.26e-04	7.66	8.97e-04	7.26e-04	23.41	2.24e+00	2.09e+00	7.14
12.80	3.70e-04	3.46e-04	6.97	4.25e-04	3.46e-04	22.61	1.75e+00	1.63e+00	7.14
15.00	2.30e-04	2.15e-04	7.24	2.64e-04	2.15e-04	22.92	1.49e+00	1.39e+00	7.14
19.20	1.08e-04	1.02e-04	5.82	1.24e-04	1.02e-04	21.30	1.17e+00	1.09e+00	7.14
20.00	9.61e-05	9.08e-05	5.86	1.10e-04	9.08e-05	21.34	1.12e+00	1.04e+00	7.15
25.00	4.92e-05	4.65e-05	5.85	5.64e-05	4.65e-05	21.32	8.98e-01	8.39e-01	7.14
30.00	2.84e-05	2.69e-05	5.58	3.25e-05	2.69e-05	21.01	7.49e-01	6.99e-01	7.14
35.00	1.75e-05	1.69e-05	3.32	2.00e-05	1.69e-05	18.43	6.42e-01	5.99e-01	7.14
40.00	1.17e-05	1.13e-05	3.30	1.34e-05	1.13e-05	18.40	5.61e-01	5.24e-01	7.14
45.00	8.23e-06	7.97e-06	3.25	9.44e-06	7.97e-06	18.35	4.99e-01	4.66e-01	7.14
50.00	6.00e-06	5.81e-06	3.19	6.87e-06	5.81e-06	18.27	4.49e-01	4.19e-01	7.14

Tableau A-4 Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule.

Diamètre (mm)	$G_{xy}$ (MPa) Ansys	$G_{xy}$ (MPa) Gymbson	Erreur (%)	$G_{xz}$ (MPa) Ansys	$G_{xz}$ (MPa) Gymbson	Erreur (%)	$G_{yz}$ (MPa) Ansys	$G_{yz}$ (MPa) Gymbson	Erreur (%)
1	2.04e-01	1.81e-01	12.62	2.97e+00	3.64e+00	18.50	2.27e+00	3.64e+00	37.52
1.2	1.19e-01	1.05e-01	13.40	2.61e+00	3.04e+00	14.13	2.13e+00	3.04e+00	29.82
1.50	6.14e-02	5.38e-02	14.04	2.19e+00	2.43e+00	9.81	1.90e+00	2.43e+00	21.77
1.80	3.55e-02	3.11e-02	14.22	1.88e+00	2.02e+00	6.96	1.69e+00	2.02e+00	16.37
2.00	2.60e-02	2.27e-02	14.52	1.72e+00	1.82e+00	5.55	1.57e+00	1.82e+00	13.70
3.00	7.73e-03	6.73e-03	14.86	1.19e+00	1.21e+00	1.33	1.14e+00	1.21e+00	5.85
3.20	6.36e-03	5.55e-03	14.59	1.13e+00	1.14e+00	0.80	1.08e+00	1.14e+00	4.89
4.00	3.25e-03	2.84e-03	14.44	9.18e-01	9.12e-01	0.77	8.93e-01	9.12e-01	2.06
4.80	1.88e-03	1.64e-03	14.63	7.73e-01	7.60e-01	1.80	7.58e-01	7.60e-01	0.24
5.00	1.67e-03	1.45e-03	15.17	7.44e-01	7.29e-01	2.01	7.30e-01	7.29e-01	0.11
6.00	9.65e-04	8.41e-04	14.73	6.25e-01	6.08e-01	2.84	6.17e-01	6.08e-01	1.50
6.40	7.91e-04	6.93e-04	14.12	5.87e-01	5.70e-01	3.11	5.81e-01	5.70e-01	1.94
7.00	6.06e-04	5.29e-04	14.39	5.39e-01	5.21e-01	3.45	5.33e-01	5.21e-01	2.46
8.00	4.03e-04	3.54e-04	13.76	4.73e-01	4.56e-01	3.91	4.70e-01	4.56e-01	3.14
9.00	2.84e-04	2.49e-04	14.08	4.22e-01	4.05e-01	4.26	4.20e-01	4.05e-01	3.64
9.60	2.34e-04	2.05e-04	14.23	3.96e-01	3.80e-01	4.44	3.94e-01	3.80e-01	3.87
10.00	2.07e-04	1.81e-04	14.31	3.81e-01	3.64e-01	4.55	3.79e-01	3.64e-01	4.02
12.80	9.83e-05	8.66e-05	13.54	2.99e-01	2.85e-01	5.13	2.98e-01	2.85e-01	4.75
15.00	6.12e-05	5.38e-05	13.71	2.56e-01	2.43e-01	5.43	2.55e-01	2.43e-01	5.12
19.20	2.88e-05	2.56e-05	12.24	2.01e-01	1.90e-01	5.85	2.00e-01	1.90e-01	5.61
20.00	2.54e-05	2.27e-05	12.24	1.93e-01	1.82e-01	5.90	1.92e-01	1.82e-01	5.67
25.00	1.30e-05	1.16e-05	12.08	1.54e-01	1.45e-01	6.17	1.54e-01	1.45e-01	5.99
30.00	7.51e-06	6.73e-06	11.69	1.29e-01	1.21e-01	6.34	1.29e-01	1.21e-01	6.20
35.00	4.63e-06	4.23e-06	9.44	1.11e-01	1.04e-01	6.54	1.10e-01	1.04e-01	6.46
40.00	3.10e-06	2.83e-06	9.32	9.72e-02	9.12e-02	6.62	9.71e-02	9.12e-02	6.56
45.00	2.17e-06	1.99e-06	9.19	8.64e-02	8.10e-02	6.69	8.64e-02	8.10e-02	6.62
50.00	1.58e-06	1.45e-06	9.06	7.78e-02	7.29e-02	6.73	7.78e-02	7.29e-02	6.67

Tableau A-5: Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi.

Epaisseur (mm)	$E_x$ (MPa) Ansys	$E_x$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$E_y$ (MPa) Ansys	$E_y$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$E_z$ (MPa) Ansys	$E_z$ (MPa) Gybson	Erreur (%)
0.060	6.67e-01	6.82e-01	2.22	7.64e-01	6.82e-01	12.08	1.38e+03	1.29e+03	7.14
0.065	8.48e-01	8.67e-01	2.24	9.72e-01	8.67e-01	12.06	1.50e+03	1.40e+03	7.14
0.070	1.05e+00	1.08e+00	2.25	1.21e+00	1.08e+00	12.04	1.61e+03	1.50e+03	7.14
0.075	1.30e+00	1.33e+00	2.27	1.49e+00	1.33e+00	12.02	1.73e+03	1.61e+03	7.14
0.080	1.58e+00	1.61e+00	2.29	1.81e+00	1.61e+00	12.00	1.84e+03	1.72e+03	7.14
0.085	1.89e+00	1.93e+00	2.30	2.17e+00	1.93e+00	11.98	1.96e+03	1.83e+03	7.14
0.090	2.24e+00	2.30e+00	2.32	2.57e+00	2.30e+00	11.95	2.07e+03	1.94e+03	7.14
0.095	2.64e+00	2.70e+00	2.34	3.03e+00	2.70e+00	11.93	2.19e+03	2.04e+03	7.14
0.100	3.08e+00	3.15e+00	2.36	3.53e+00	3.15e+00	11.90	2.31e+03	2.15e+03	7.14

Tableau A-6 : Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'épaisseur de paroi.

Epaisseur (mm)	$G_{xy}$ (MPa) Ansys	$G_{xy}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$G_{xz}$ (MPa) Ansys	$G_{xz}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$G_{yz}$ (MPa) Ansys	$G_{yz}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)
0.060	1.76e-01	4.09e-01	56.77	2.49e+02	2.43e+02	2.77	2.46e+02	2.43e+02	1.46
0.065	2.24e-01	5.20e-01	56.77	2.70e+02	2.63e+02	2.77	2.67e+02	2.63e+02	1.46
0.070	2.80e-01	6.50e-01	56.78	2.91e+02	2.83e+02	2.77	2.87e+02	2.83e+02	1.46
0.075	3.45e-01	7.99e-01	56.78	3.12e+02	3.03e+02	2.77	3.08e+02	3.03e+02	1.46
0.080	4.19e-01	9.70e-01	56.78	3.33e+02	3.24e+02	2.77	3.28e+02	3.24e+02	1.46
0.085	5.02e-01	1.16e+00	56.79	3.54e+02	3.44e+02	2.77	3.49e+02	3.44e+02	1.46
0.090	5.96e-01	1.38e+00	56.80	3.74e+02	3.64e+02	2.77	3.70e+02	3.64e+02	1.46
0.095	7.01e-01	1.62e+00	56.80	3.95e+02	3.85e+02	2.77	3.90e+02	3.85e+02	1.46
0.100	8.18e-01	1.89e+00	56.81	4.16e+02	4.05e+02	2.77	4.11e+02	4.05e+02	1.46

Tableau A-7 : Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule.

Diamètre (mm)	$E_x$ (MPa) Ansys	$E_x$ (MPa) Gymbson	Erreur (%)	$E_y$ (MPa) Ansys	$E_y$ (MPa) Gymbson	Erreur (%)	$E_z$ (MPa) Ansys	$E_z$ (MPa) Gymbson	Erreur (%)
3.00	1.26e+01	1.29e+01	2.17	1.45e+01	1.29e+01	12.07	3.69e+03	4.60e+03	19.64
3.20	1.04e+01	1.06e+01	2.26	1.19e+01	1.06e+01	11.98	3.46e+03	4.31e+03	19.64
4.00	5.33e+00	5.45e+00	2.19	6.11e+00	5.45e+00	12.09	2.77e+03	3.45e+03	19.64
5.00	2.74e+00	2.79e+00	1.82	3.14e+00	2.79e+00	12.52	2.21e+03	2.76e+03	19.64
6.00	1.58e+00	1.61e+00	1.75	1.82e+00	1.61e+00	12.61	1.84e+03	2.30e+03	19.64
6.40	1.30e+00	1.33e+00	2.27	1.49e+00	1.33e+00	12.02	1.73e+03	2.15e+03	19.64
7.00	9.98e-01	1.01e+00	1.93	1.14e+00	1.01e+00	12.41	1.58e+03	1.97e+03	19.64
8.00	6.65e-01	6.82e-01	2.39	7.63e-01	6.82e-01	11.89	1.38e+03	1.72e+03	19.64
9.00	4.69e-01	4.79e-01	1.97	5.38e-01	4.79e-01	12.36	1.23e+03	1.53e+03	19.64
9.60	3.87e-01	3.94e-01	1.77	4.44e-01	3.94e-01	12.60	1.15e+03	1.43e+03	19.64
10.00	3.43e-01	3.49e-01	1.65	3.93e-01	3.49e-01	12.73	1.10e+03	1.38e+03	19.64
11.00	2.55e-01	2.62e-01	2.51	2.93e-01	2.62e-01	11.76	1.00e+03	1.25e+03	19.64
12.00	1.96e-01	2.02e-01	2.84	2.26e-01	2.02e-01	12.07	9.24e+02	1.15e+03	19.64
13.00	1.55e-01	1.59e-01	2.01	1.78e-01	1.59e-01	12.33	8.53e+02	1.06e+03	19.64
14.00	1.24e-01	1.27e-01	1.81	1.43e-01	1.27e-01	12.55	7.92e+02	9.85e+02	19.64
15.00	1.01e-01	1.03e-01	1.66	1.16e-01	1.03e-01	12.71	7.39e+02	9.20e+02	19.64
16.00	8.26e-02	8.52e-02	3.07	9.47e-02	8.52e-02	11.12	6.93e+02	8.62e+02	19.64
17.00	6.90e-02	7.11e-02	2.88	7.91e-02	7.11e-02	11.32	6.52e+02	8.11e+02	19.64
18.00	5.82e-02	5.99e-02	2.74	6.67e-02	5.99e-02	11.49	6.16e+02	7.66e+02	19.64
19.00	4.96e-02	5.09e-02	2.61	5.68e-02	5.09e-02	11.64	5.83e+02	7.26e+02	19.64
19.20	4.80e-02	4.93e-02	2.57	5.51e-02	4.93e-02	11.67	5.77e+02	7.18e+02	19.64
20.00	4.25e-02	4.36e-02	2.47	4.88e-02	4.36e-02	11.80	5.54e+02	6.90e+02	19.64
25.00	2.18e-02	2.23e-02	2.19	2.50e-02	2.23e-02	12.12	4.43e+02	5.52e+02	19.64
30.00	1.26e-02	1.29e-02	2.16	1.45e-02	1.29e-02	12.21	3.69e+02	4.60e+02	19.64
35.00	7.83e-03	8.15e-03	3.93	8.97e-03	8.15e-03	10.06	3.16e+02	3.94e+02	19.64
40.00	5.25e-03	5.46e-03	3.85	6.02e-03	5.46e-03	10.26	2.77e+02	3.45e+02	19.64
45.00	3.70e-03	3.83e-03	3.39	4.24e-03	3.83e-03	10.70	2.46e+02	3.06e+02	19.64
50.00	2.70e-03	2.79e-03	3.23	3.09e-03	2.79e-03	10.75	2.21e+02	2.76e+02	19.64

Tableau A-8 : Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation du diamètre de cellule.

Diamètre (mm)	$G_{xy}$ (MPa) Ansys	$G_{xy}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$G_{xz}$ (MPa) Ansys	$G_{xz}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$G_{yz}$ (MPa) Ansys	$G_{yz}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)
3.00	3.37e+00	7.76e+00	56.54	6.37e+02	6.48e+02	1.65	6.05e+02	6.48e+02	6.57
3.20	2.77e+00	6.39e+00	56.59	6.01e+02	6.07e+02	1.09	5.74e+02	6.07e+02	5.55
4.00	1.42e+00	3.27e+00	56.59	4.89e+02	4.86e+02	0.56	4.73e+02	4.86e+02	2.55
5.00	7.29e-01	1.67e+00	56.47	3.96e+02	3.89e+02	1.88	3.88e+02	3.89e+02	0.22
6.00	4.22e-01	9.70e-01	56.46	3.33e+02	3.24e+02	2.76	3.28e+02	3.24e+02	1.26
6.40	3.46e-01	7.99e-01	56.67	3.13e+02	3.03e+02	3.04	3.09e+02	3.03e+02	1.72
7.00	2.65e-01	6.11e-01	56.54	2.87e+02	2.77e+02	3.39	2.84e+02	2.77e+02	2.28
8.00	1.77e-01	4.09e-01	56.73	2.52e+02	2.43e+02	3.88	2.50e+02	2.43e+02	3.02
9.00	1.24e-01	2.87e-01	56.58	2.25e+02	2.16e+02	4.26	2.23e+02	2.16e+02	3.55
9.60	1.03e-01	2.36e-01	56.51	2.11e+02	2.02e+02	4.44	2.10e+02	2.02e+02	3.81
10.00	9.12e-02	2.09e-01	56.47	2.03e+02	1.94e+02	4.56	2.02e+02	1.94e+02	3.97
11.00	6.80e-02	1.57e-01	56.81	1.85e+02	1.76e+02	4.83	1.84e+02	1.76e+02	4.43
12.00	5.25e-02	1.21e-01	56.71	1.70e+02	1.62e+02	5.03	1.69e+02	1.62e+02	4.58
13.00	4.13e-02	9.54e-02	56.62	1.57e+02	1.49e+02	5.22	1.56e+02	1.49e+02	4.80
14.00	3.31e-02	7.63e-02	56.56	1.46e+02	1.38e+02	5.37	1.45e+02	1.38e+02	4.98
15.00	2.70e-02	6.21e-02	56.52	1.36e+02	1.29e+02	5.50	1.36e+02	1.29e+02	5.15
16.00	2.19e-02	5.11e-02	57.06	1.28e+02	1.21e+02	5.65	1.28e+02	1.21e+02	5.32
17.00	1.83e-02	4.26e-02	57.01	1.21e+02	1.14e+02	5.75	1.20e+02	1.14e+02	5.45
18.00	1.54e-02	3.59e-02	56.96	1.14e+02	1.08e+02	5.84	1.14e+02	1.08e+02	5.56
19.00	1.31e-02	3.05e-02	56.90	1.08e+02	1.02e+02	5.93	1.08e+02	1.02e+02	5.66
19.20	1.27e-02	2.96e-02	56.91	1.07e+02	1.01e+02	5.94	1.07e+02	1.01e+02	5.68
20.00	1.13e-02	2.62e-02	56.87	1.03e+02	9.72e+01	6.00	1.02e+02	9.72e+01	5.75
25.00	5.80e-03	1.34e-02	56.75	8.27e+01	7.78e+01	6.28	8.25e+01	7.78e+01	6.09
30.00	3.35e-03	7.76e-03	56.83	6.90e+01	6.48e+01	6.47	6.89e+01	6.48e+01	6.32
35.00	2.08e-03	4.89e-03	57.46	5.93e+01	5.55e+01	6.68	5.92e+01	5.55e+01	6.58
40.00	1.39e-03	3.27e-03	57.49	5.19e+01	4.86e+01	6.77	5.18e+01	4.86e+01	6.69
45.00	9.79e-04	2.30e-03	57.43	4.61e+01	4.32e+01	6.84	4.61e+01	4.32e+01	6.77
50.00	7.14e-04	1.68e-03	57.49	4.15e+01	3.89e+01	6.89	4.15e+01	3.89e+01	6.83

Tableau A-9 : Résultats  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'angle de cellule.

Angle (°)	$E_x$ (MPa) Ansys	$E_x$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$E_y$ (MPa) Ansys	$E_y$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$E_z$ (MPa) Ansys	$E_z$ (MPa) Gybson	Erreur (%)
4	2.73e+03	3.39e+03	19.48	6.75e-01	2.02e-02	-	1.58e+04	2.01e+04	21.05
6	9.08e+02	1.00e+03	9.81	6.80e-01	3.05e-02	-	1.06e+04	1.34e+04	21.04
8	4.01e+02	4.26e+02	5.87	6.85e-01	4.11e-02	-	7.98e+03	1.01e+04	21.03
10	2.10e+02	2.18e+02	3.94	6.93e-01	5.20e-02	-	6.41e+03	8.12e+03	21.02
20	2.75e+01	2.79e+01	1.40	7.61e-01	1.15e-01	-	3.33e+03	4.22e+03	20.92
30	8.51e+00	8.61e+00	1.13	8.95e-01	2.06e-01	-	2.37e+03	3.00e+03	20.75
40	3.78e+00	3.83e+00	1.30	1.14e+00	3.57e-01	-	1.96e+03	2.46e+03	20.50
45	2.74e+00	2.78e+00	1.47	1.34e+00	4.78e-01	-	1.84e+03	2.32e+03	20.33
50	2.07e+00	2.10e+00	1.68	1.62e+00	6.51e-01	-	1.77e+03	2.22e+03	20.14
60	1.30e+00	1.33e+00	2.27	2.68e+00	1.33e+00	-	1.73e+03	2.15e+03	19.64
70	9.04e-01	9.33e-01	3.09	5.71e+00	3.45e+00	-	1.80e+03	2.22e+03	18.96
80	6.79e-01	7.09e-01	4.21	2.19e+01	1.60e+01	-	1.98e+03	2.42e+03	18.01
89	5.53e-01	5.87e-01	5.76	9.31e+02	1.86e+03	-	2.29e+03	2.75e+03	16.82

Tableau A-10: Résultats de  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$  avec leurs erreurs correspondantes pour la variation de l'angle de cellule.

Angle (°)	$G_{xy}$ (MPa) Ansys	$G_{xy}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$G_{xz}$ (MPa) Ansys	$G_{xz}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)	$G_{yz}$ (MPa) Ansys	$G_{yz}$ (MPa) Gybson	Erreur (%)
4	4.49e+00	1.32e+01	66.01	5.31e+03	5.02e+03	5.74	1.83e+01	1.83e+01	0.05
6	3.20e+00	8.80e+00	63.60	3.53e+03	3.34e+03	5.70	2.75e+01	2.75e+01	0.05
8	2.46e+00	6.60e+00	62.60	2.65e+03	2.50e+03	5.65	3.68e+01	3.68e+01	0.04
10	2.00e+00	5.27e+00	62.07	2.11e+03	2.00e+03	5.59	4.60e+01	4.60e+01	0.03
20	1.02e+00	2.61e+00	61.03	1.04e+03	9.95e+02	5.13	9.29e+01	9.28e+01	0.09
30	6.84e-01	1.72e+00	60.27	6.83e+02	6.55e+02	4.42	1.41e+02	1.41e+02	0.30
40	5.15e-01	1.26e+00	59.34	4.99e+02	4.82e+02	3.61	1.92e+02	1.91e+02	0.63
45	4.59e-01	1.11e+00	58.78	4.37e+02	4.23e+02	3.24	2.19e+02	2.18e+02	0.84
50	4.14e-01	9.89e-01	58.14	3.87e+02	3.76e+02	2.97	2.48e+02	2.45e+02	1.09
60	3.46e-01	7.99e-01	56.67	3.13e+02	3.03e+02	3.04	3.09e+02	3.03e+02	1.72
70	2.97e-01	6.59e-01	54.92	2.63e+02	2.50e+02	4.93	3.78e+02	3.68e+02	2.59
80	2.58e-01	5.50e-01	53.02	2.31e+02	2.09e+02	10.87	4.58e+02	4.41e+02	3.80
89	2.26e-01	4.69e-01	51.73	2.20e+02	1.78e+02	23.52	5.44e+02	5.17e+02	5.31

## A.2 Résultats de la compression statique

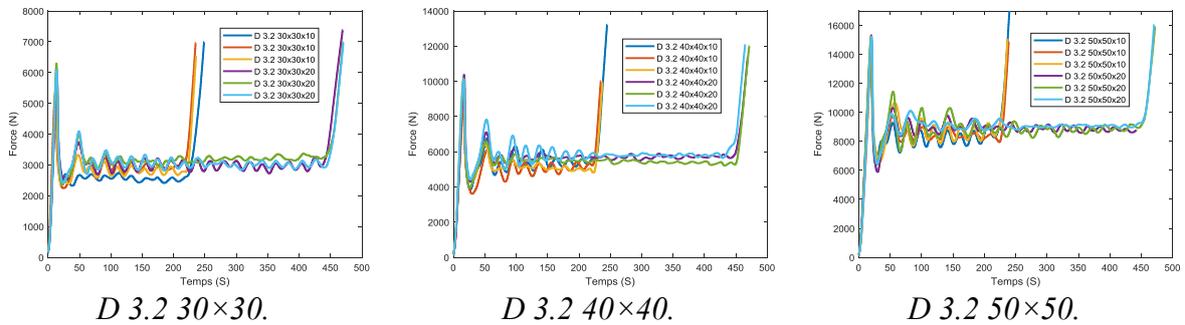


Figure A-1: Différentes courbes d'écrasement d'une âme en nid d'abeilles D3.2 mm lors du test de compression quasi statique.

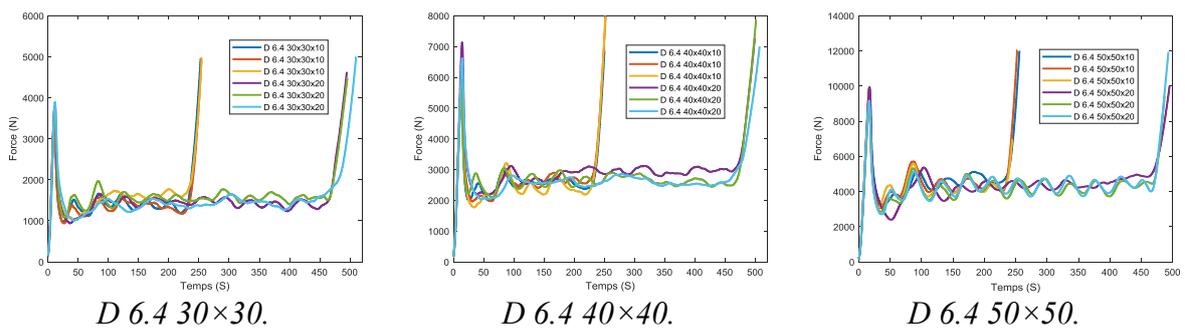


Figure A-2: Différentes courbes d'écrasement d'une âme en nid d'abeilles D 6.4 mm lors du test de compression quasi statique.

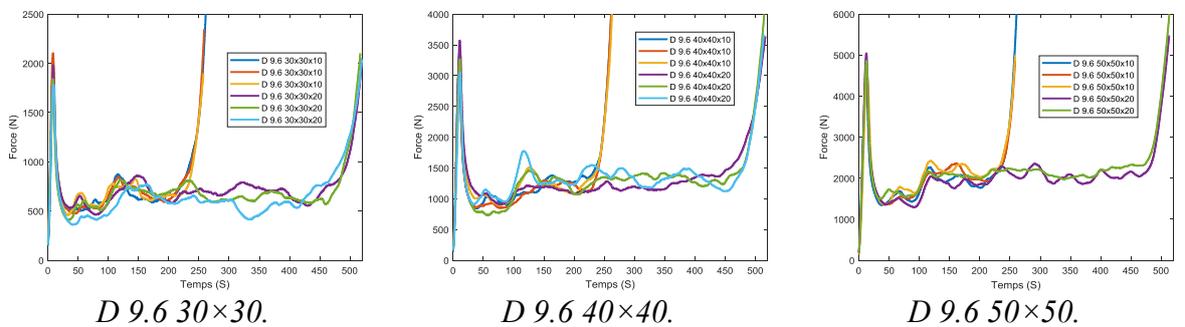


Figure A-3: Différentes courbes d'écrasement d'une âme en nid d'abeilles D 9.6 mm lors du test de compression quasi statique.

### A.3 Résultats de la compression rapide sur le lanceur à gaz

#### Résultats expérimentaux pour les échantillons en nid d'abeilles D 9.6 :

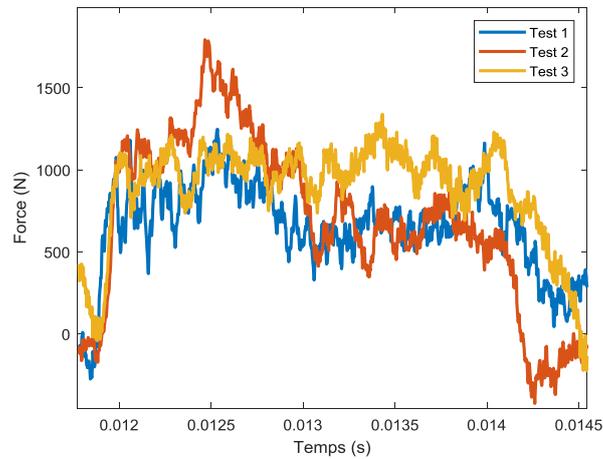


Figure A-1: Force d'écrasement en fonction du temps pour les échantillons D 9.6 mm (vitesse projectile  $V=7$  m/s) pression =0.55 bar.

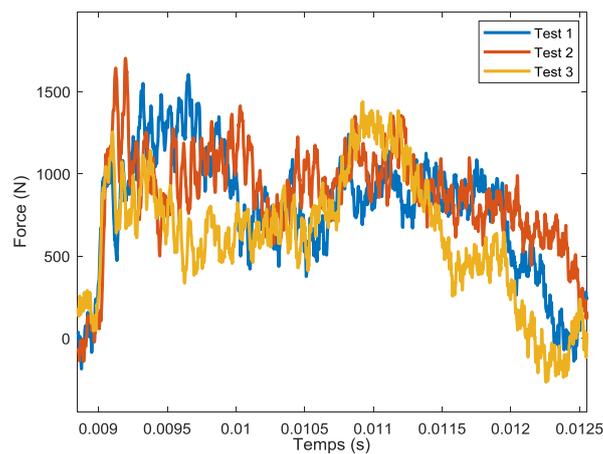


Figure A-2: Force d'écrasement en fonction du temps pour les échantillons D 9.6 mm (vitesse projectile  $V=11.4$  m/s) pression =0.53 bar.

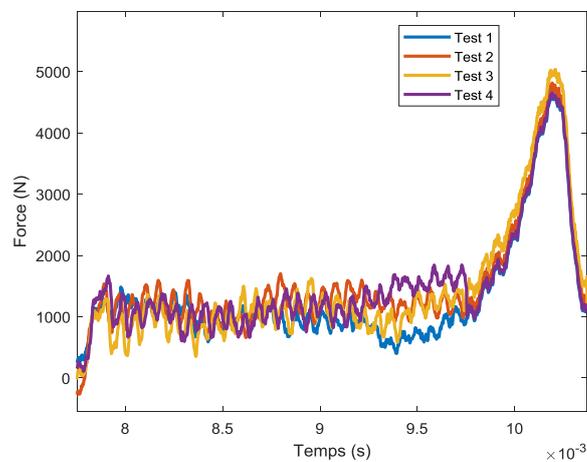


Figure A-3: Force d'écrasement en fonction du temps pour les échantillons D 9.6 mm (vitesse projectile  $V=12.45$  m/s) pression =0.55 bar.

**Résultats expérimentaux des échantillons D 9.6 pour le premier mode d'écrasement avec une vitesse d'impact de  $V=7$  m/s**

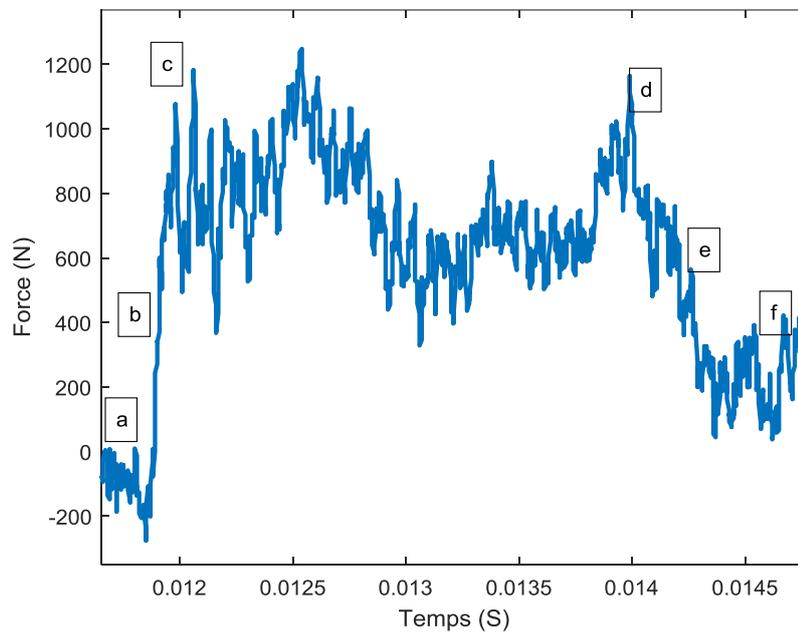


Figure A-4: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 9.6 30x30x20 (Vitesse 7 m/s pression =0.5 bar).

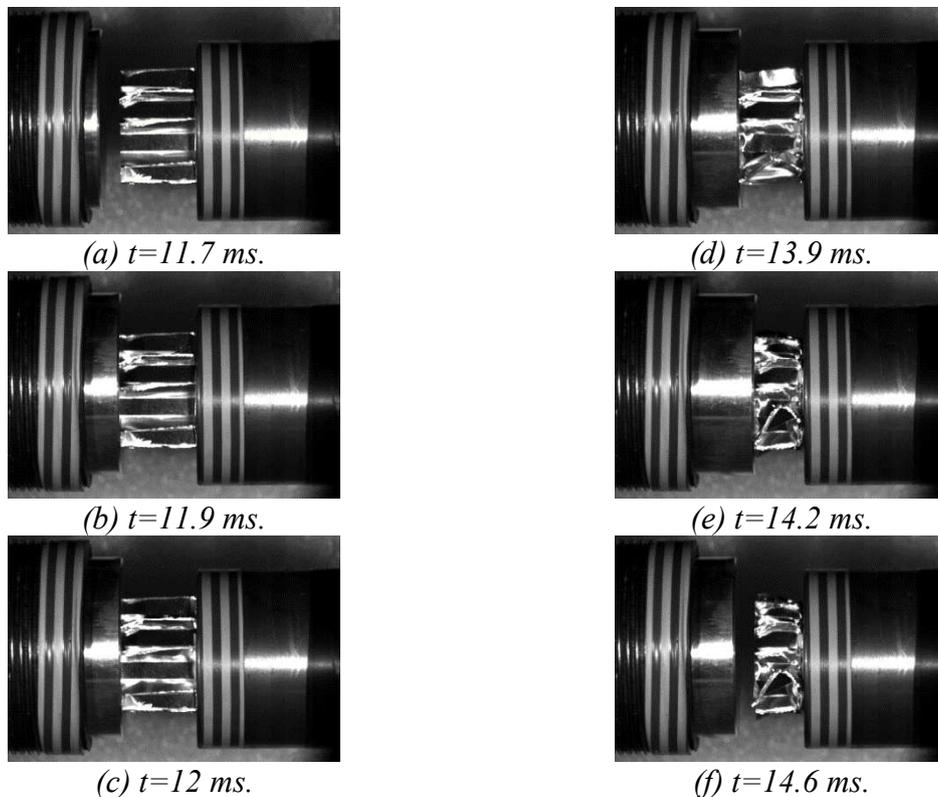


Figure A-5 : Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D 9.6 30x30 H20 à différents stades d'écrasement (Vitesse 7 m/s pression =0.5 bar).

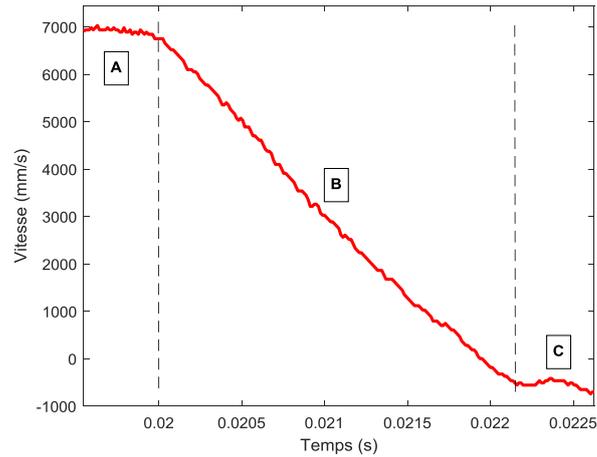


Figure A-6: Vitesse du projectile en fonction du temps.

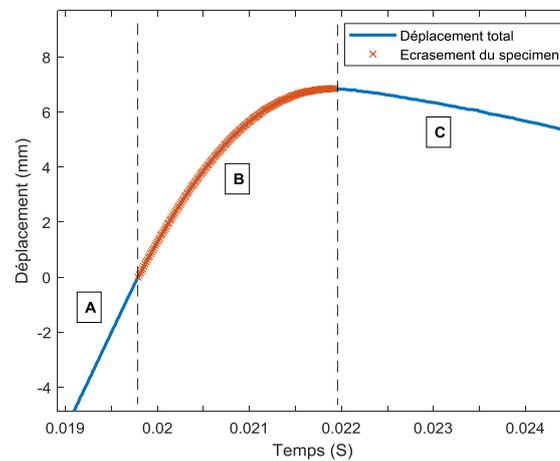
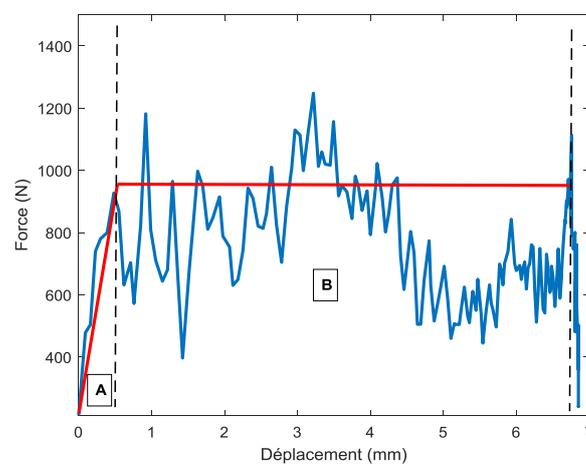


Figure A-7: Trajectoire du projectile en fonction du temps.

Figure A-8: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 9.6 30x30x20 (Vitesse du projectile  $V=7$  m/s).

**Résultats expérimentaux des échantillons D 9.6 pour le premier mode d'écrasement avec une vitesse d'impact de  $V=11$  m/s**

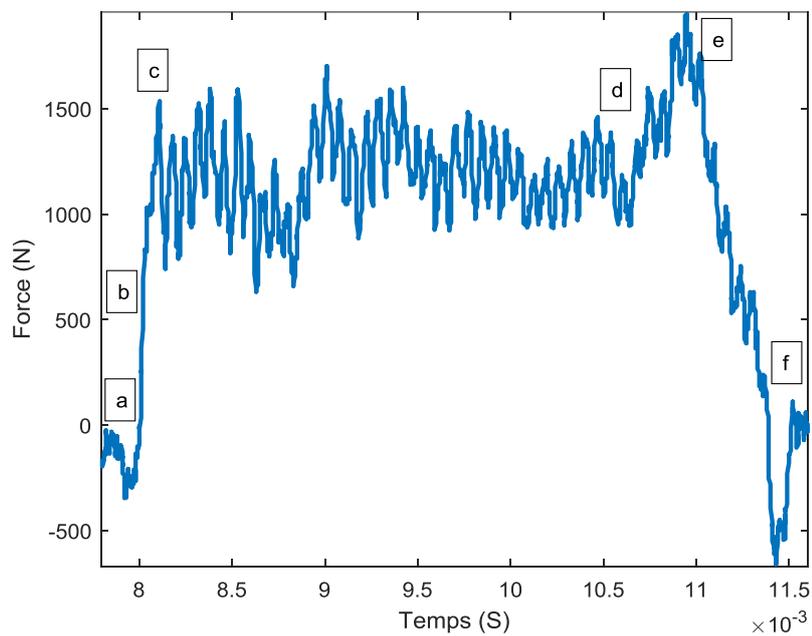


Figure A-9: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 9.6 30x30 H20 (Vitesse 11 m/s pression =0.55 bar).

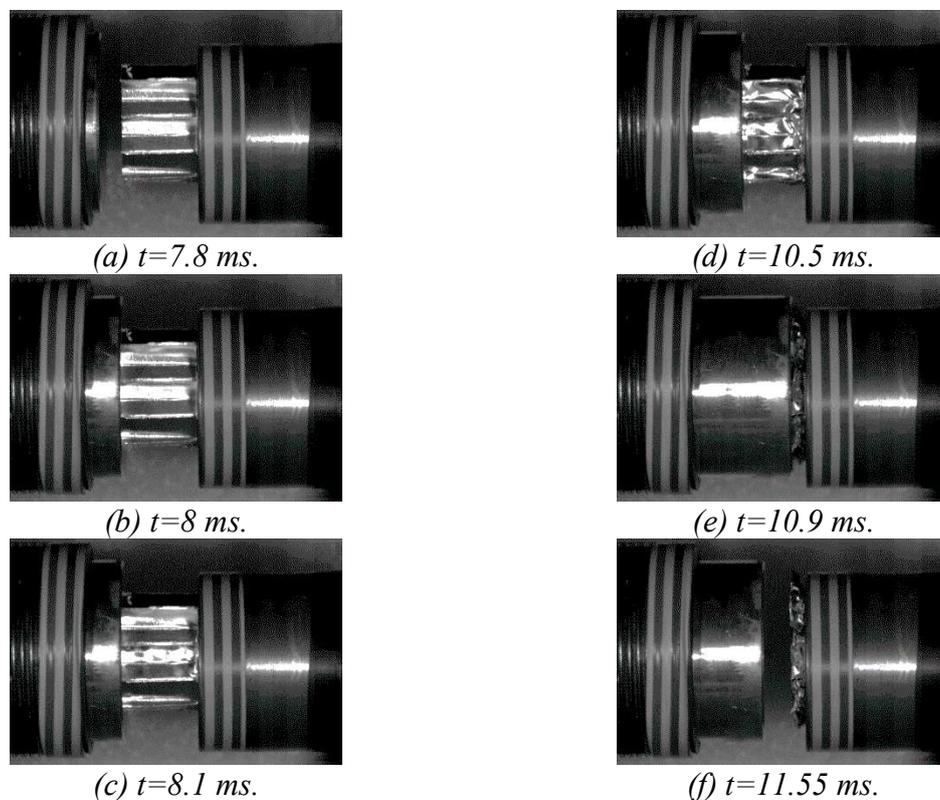


Figure A-10: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D 9.6 30x30 H20 à différents stades d'écrasement (Vitesse 11 m/s pression =0.55 bar).

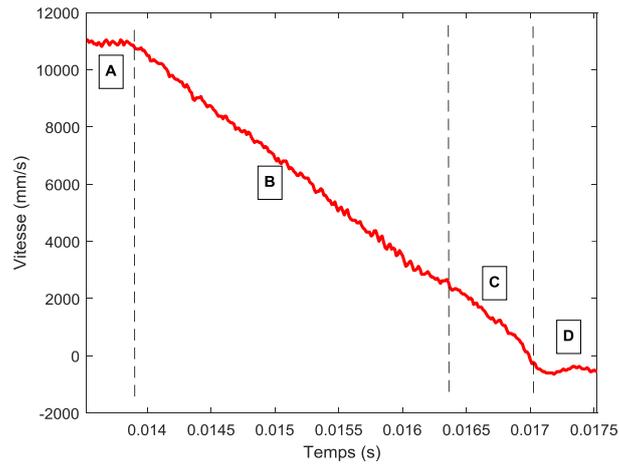


Figure A-11: Vitesse du projectile en fonction du temps.

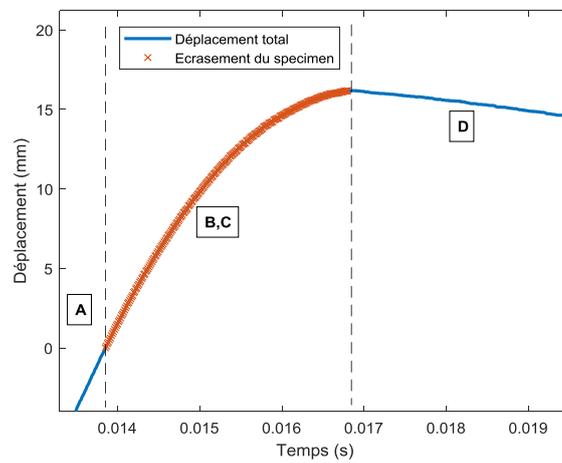


Figure A-12: Trajectoire du projectile en fonction du temps.

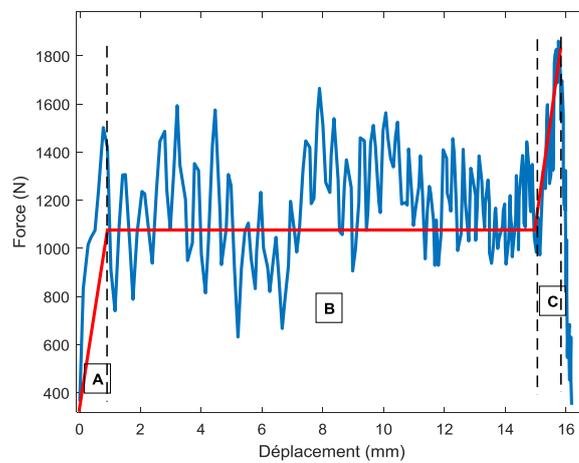
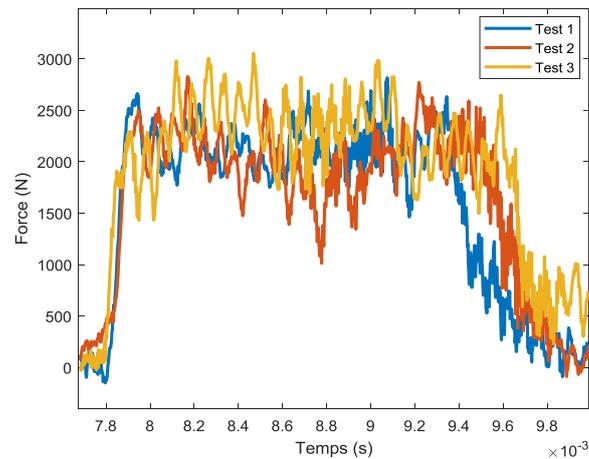
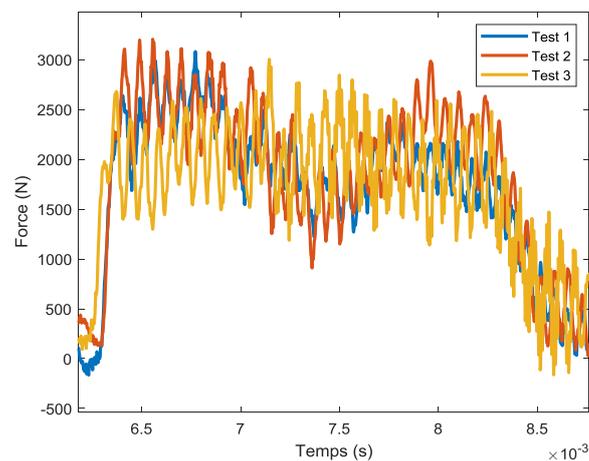
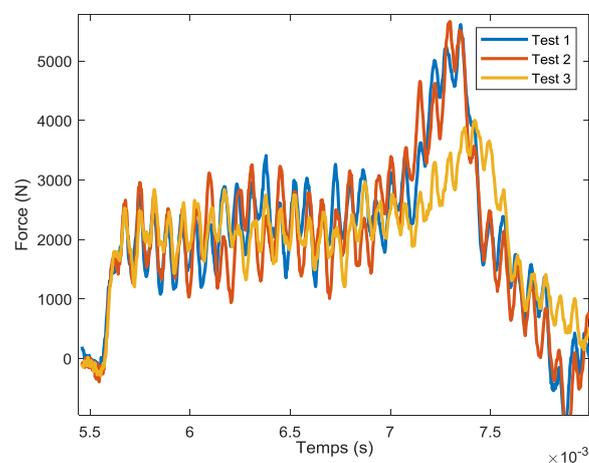


Figure A-13: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 9.6 30x30x20 (Vitesse du projectile  $V=11$  m/s).

**Résultats expérimentaux pour les échantillons en nid d'abeilles D 6.4 :**Figure A-14: Force d'écrasement en fonction du temps,  $V=11.2$  m/s pression =0.55 bar.Figure A-15: Force d'écrasement en fonction du temps,  $V=14.74$  m/s pression =0.6 bar.Figure A-16: Force d'écrasement en fonction du temps,  $V=16.54$  m/s pression =0.65 bar.

**Résultats expérimentaux des échantillons D 6.4 pour le premier mode d'écrasement avec une vitesse d'impact de  $V=11.2$  m/s.**

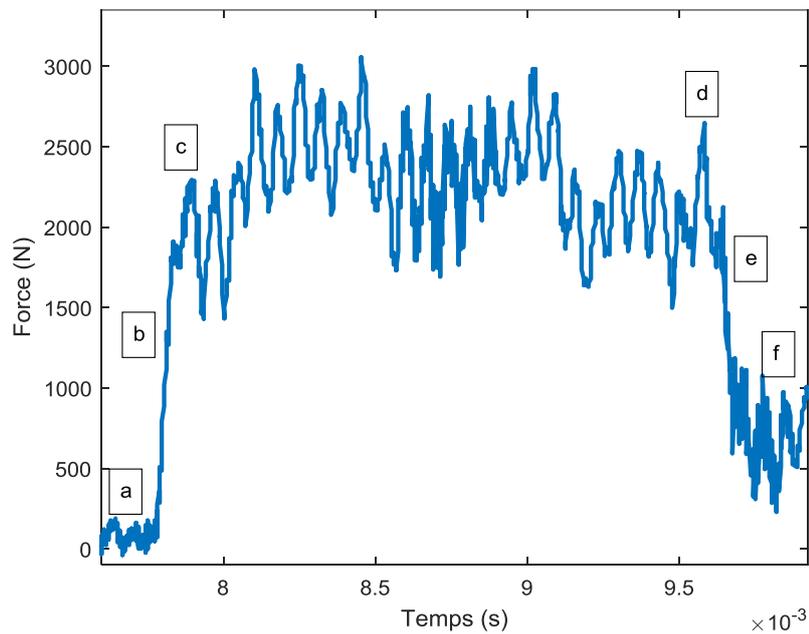


Figure A-17: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 6.4 30x30x20 (Vitesse du projectile  $V=11.2$  m/s).

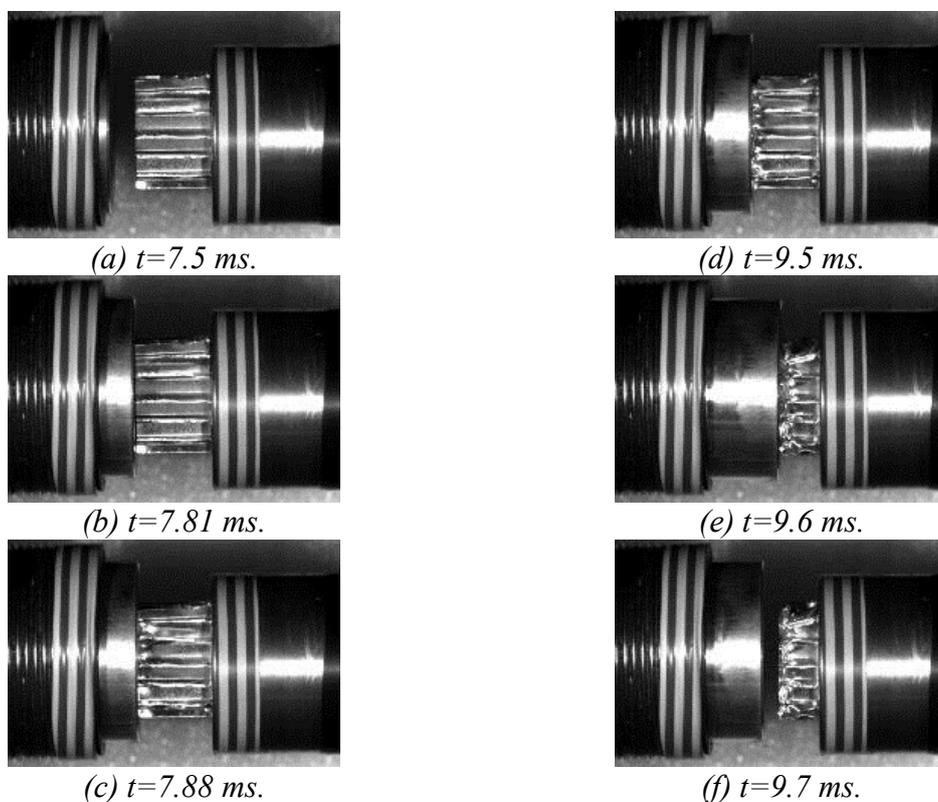


Figure A-18: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D6.4 30x30 H20 à différents stades d'écrasement,  $V=11.1$  m/s ( $P=0.55$  bar).

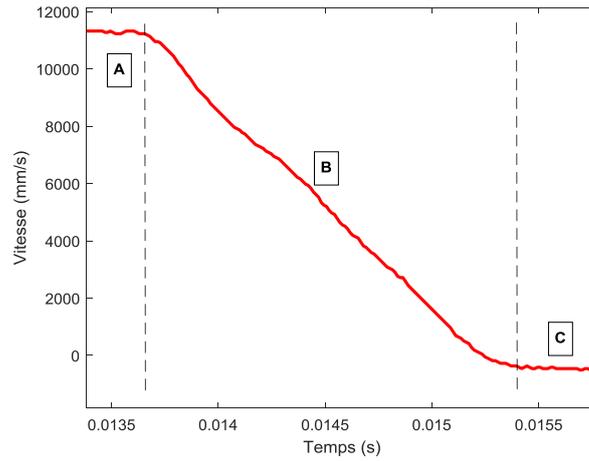


Figure A-19: Vitesse du projectile en fonction du temps.

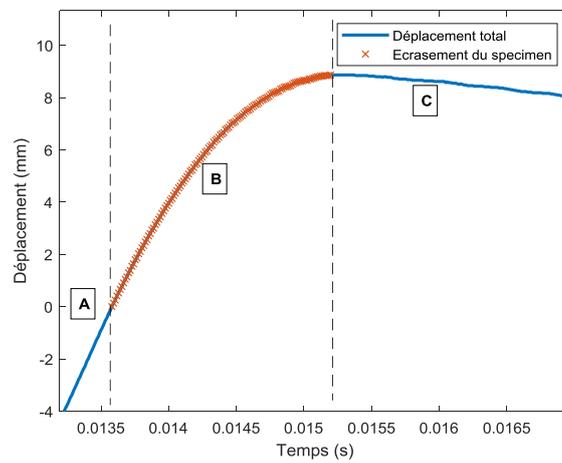


Figure A-20: Trajectoire du projectile en fonction du temps.

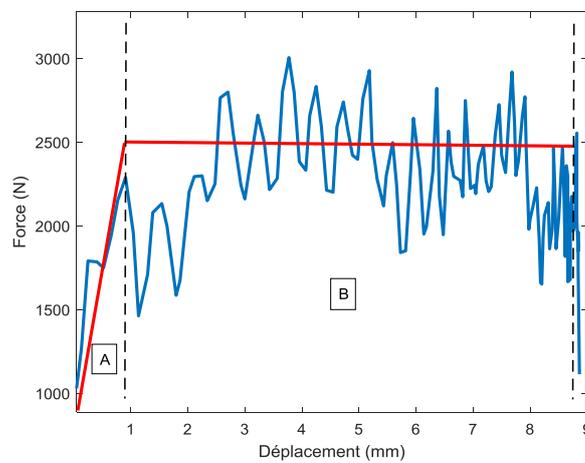


Figure A-21: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 6.4 30x30x20 (Vitesse du projectile  $V=11.2$  m/s).

**Résultats expérimentaux des échantillons D 6.4 pour le premier mode d'écrasement avec une vitesse d'impact de  $V=16.11$  m/s.**

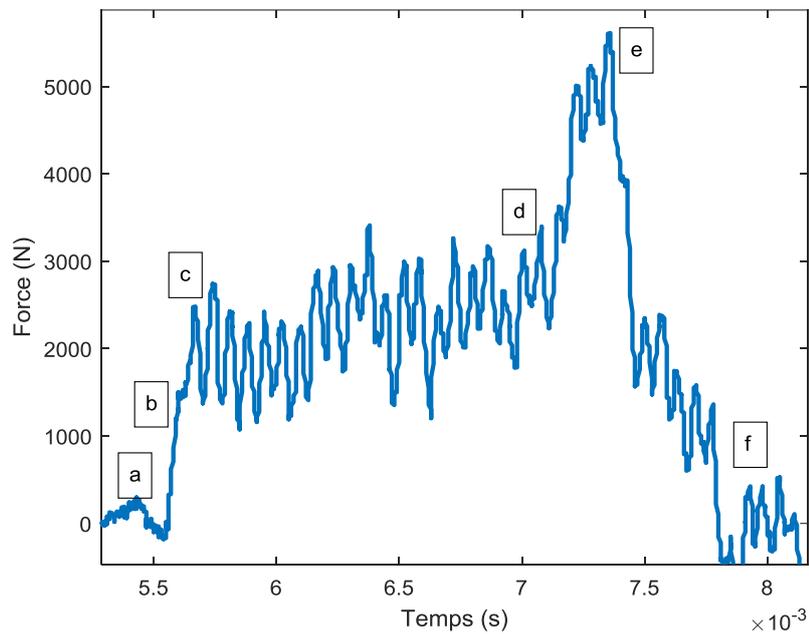


Figure A-22: Force d'écrasement en fonction du temps, et chronologie de l'endommagement pour le nid d'abeilles D 6.4 30x30x20 (Vitesse 16.11 m/s pression =0.65 bar).

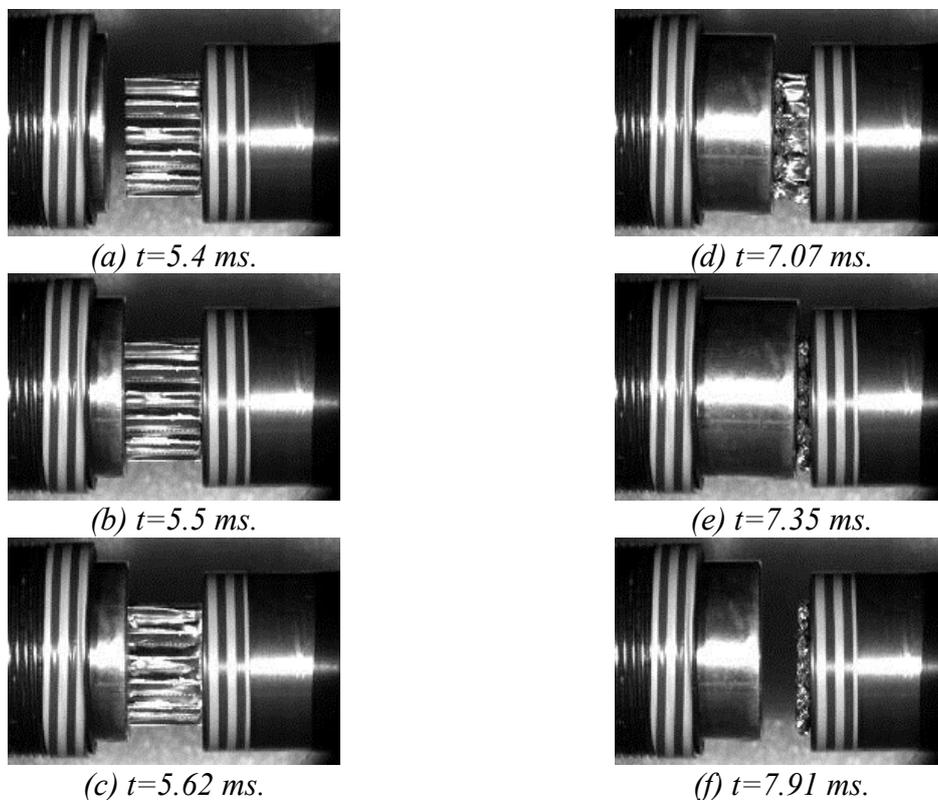


Figure A-23: Séquence des photographies des cellules en nid d'abeilles D6.4 30x30 H20 à différents stades d'écrasement (Vitesse 16.11 m/s pression =0.65 bar).

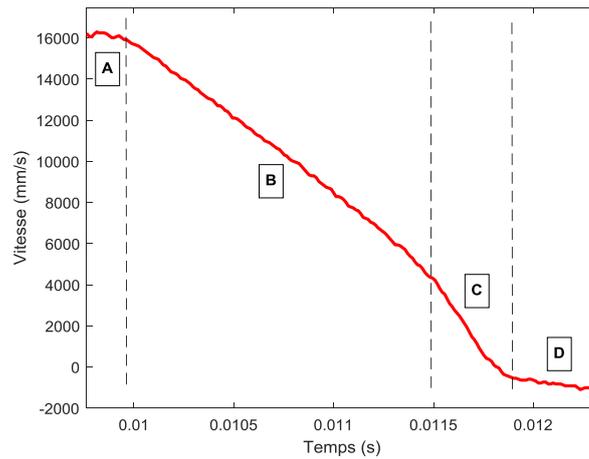


Figure A-24: Vitesse du projectile en fonction du temps.

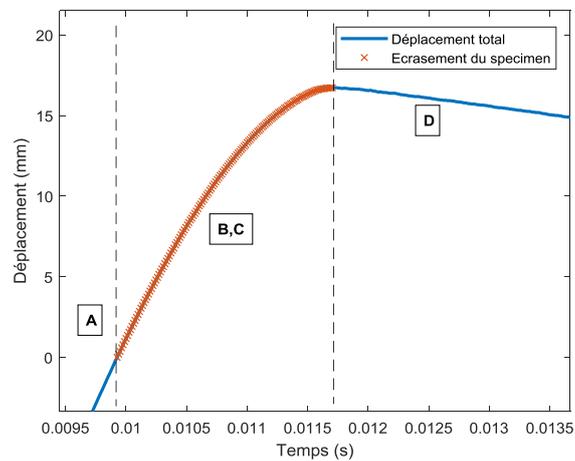


Figure A-25: Trajectoire du projectile en fonction du temps.

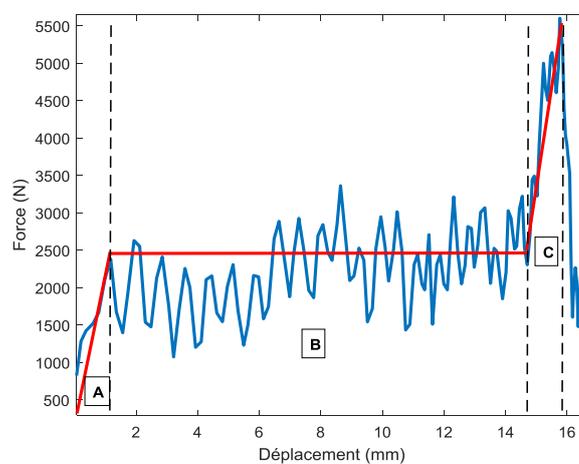


Figure A-26: Force d'écrasement en fonction du déplacement, pour le nid d'abeilles D 6.4 30x30x20 (Vitesse du projectile  $V=11.2$  m/s).

## A.4 Résultats de la compression rapide sur la tour de chute

Taille de l'échantillon (mm)	Test	4.175 m/s	3.345m/s	2.273m/s
		ECM 3.2-130		
30×30×10	Test#1	4715.00	3383.28	3705.79
	Test#2	4316.63	3158.75	2782.16
	Test#3	4436.47	4075.43	2931.88
	Moyenne	4489.37	3539.16	3139.94
30×30×20	Test#1	3404.49	3083.92	2991.93
	Test#2	3185.64	2852.72	2929.23
	Test#3	3223.15	3116.43	2792.34
	Moyenne	3271.09	3017.69	2904.50
40×40×10	Test#1	3845.80	3278.31	3675.47
	Test#2	3423.01	3847.03	3411.67
	Test#3	3897.85	3164.78	3276.52
	Moyenne	3722.22	3430.04	3454.55
40×40×20	Test#1	3132.18	3698.75	3800.56
	Test#2	3556.43	3746.99	3344.76
	Test#3	3585.26	3577.46	3167.72
	Moyenne	3424.62	3674.40	3437.68
50×50×10	Test#1	4603.84	5950.53	5938.09
	Test#2	5393.11	5439.76	7239.80
	Test#3	6250.64	5830.51	5901.44
	Moyenne	5415.87	5740.27	6359.78
50×50×20	Test#1	6293.16	5843.37	8421.44
	Test#2	5498.74	6171.19	6584.63
	Test#3	5566.45	5646.59	7492.72
	Moyenne	5786.12	5887.05	7499.60

Taille de l'échantillon (mm)	Test	4.175 m/s	3.345m/s	2.273m/s
		ECM 6.4-82		
30×30×10	Test#1	7319.64	6090.20	4432.74
	Test#2	7748.46	4883.48	4600.69
	Test#3	6913.33	5894.39	4303.57
	Moyenne	7327.14	5622.69	4445.67
30×30×20	Test#1	4382.38	3058.01	2854.14
	Test#2	4432.97	3208.18	2777.89
	Test#3	3919.50	3070.16	3041.98
	Moyenne	4244.95	3112.12	2891.33
40×40×10	Test#1	5497.31	3856.26	3651.18
	Test#2	5750.73	3797.89	3413.59
	Test#3	5409.64	4306.89	3143.40
	Moyenne	5552.56	3987.016	3402.72
40×40×20	Test#1	3404.72	2838.58	3600.23
	Test#2	3064.49	3242.31	2817.73
	Test#3	3294.06	2943.69	3539.69
	Moyenne	3254.42	3008.19	3319.22
50×50×10	Test#1	7125.17	5205.07	5239.87
	Test#2	7364.67	4482.76	4246.89
	Test#3	6756.12	3936.99	5147.02
	Moyenne	7081.98	4541.61	4877.93
50×50×20	Test#1	5593.70	3781.21	5249.54
	Test#2	4662.14	5797.58	5791.30
	Test#3	4935.18	5782.93	6930.98
	Moyenne	5063.68	5120.58	5990.60

Taille de l'échantillon (mm)	Test	4.175 m/s	3.345m/s	2.273m/s
		ECM 9.6-55		
30×30×10	Test#1	8810.36	6636.90	2903.20
	Test#2	9480.31	6987.86	2898.09
	Test#3	8638.98	8371.26	2879.16
	Moyenne	8976.55	7332.01	2893.48
30×30×20	Test#1	6153.66	4238.56	2880.90
	Test#2	7372.48	5695.01	2914.25
	Test#3	7010.77	4710.79	2887.02
	Moyenne	6845.64	4881.46	2894.06
40×40×10	Test#1	7851.77	5697.28	2913.33
	Test#2	12459.16	5988.63	3305.54
	Test#3	7771.51	-	2726.20
	Moyenne	9360.81	5818.18	2981.69
40×40×20	Test#1	4018.21	3341.10	2884.34
	Test#2	4521.61	3409.33	3034.37
	Test#3	4302.55	3330.83	2920.66
	Moyenne	4280.79	3360.42	2946.46
50×50×10	Test#1	16054.65	6507.77	2947.95
	Test#2	11579.03	7062.79	3867.91
	Test#3	10122.45	7285.00	3041.77
	Moyenne	12585.38	6951.85	3285.88
50×50×20	Test#1	3842.63	3651.89	3034.49
	Test#2	4139.58	3790.68	2901.49
	Test#3	3931.52	3120.21	3059.73
	Moyenne	3971.24	3520.93	2998.57

## A.5 Programme de génération du modèle 3D

```

# last-*- coding: mbc -*-
from part import *
from material import *
from section import *
from optimization import *
from assembly import *
from step import *
from interaction import *
from load import *
from mesh import *
from job import *
from sketch import *
from visualization import *
from connectorBehavior import *
### var cellule ###
n1= getInput('ENTRE LE NOMBRE (IMPAIR) DE CELLULE SUIVANT X :', ")
n1=float(n1)
n1=int(float(n1))
n2= getInput('ENTRE LE NOMBRE DE CELLULE SUIVANT Y :', ")
n2=float(n2)
n2=int(float(n2))
dia= getInput('Diametre de cellule :', ")
dia=float(dia)
#dia=int(float(dia))
h= getInput('Hauteur de cellule :', ")
h=float(h)
#h=int(float(h))
t= getInput('Epaisseur paroi de la cellule :', ")
t=float(t)
#t=int(float(t))
na= getInput('Nombre de maille suivant l'arete :', ")
na=float(na)
na=int(float(na))
nh= getInput('Nombre de maille suivant la hauteur :', ")
nh=float(nh)
nh=int(float(nh))
#####
E=69000 ### Module élastique materiaux cellule en MPa###
NU=0.3
#dia=6.4 ### Diametre cellule en mm ###
ang=3.1415926535897932384626433832795/6
diax=(dia/cos(ang))
#h=10 ### Hauteur cellule en mm ###
#t=0.075 ### Epaisseur paroi cellule en mm ###
ss=1 ### Temps de essai en S ###
#n1=1 ### nombre celule x impaire ###
#n2=1 ### nombre celule y ###
#na=10 ### nombre de maille arete###
#nh=24 ### nombre de maille hauteur###
#####
n3=n1
n1=(n1+1)/2
largeur=(n2*dia)
longueur=((3*n1)-1)*(diax/2)
Surface=largeur*longueur

#####
###Une Cellule + peau superieur et inferieur###
#####
mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__', sheetSize=200.0)
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Line(point1=(0.0, 0.0), point2=((diax/4), (dia/2)))
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Line(point1=((diax/4), (dia/2)), point2=((diax/4)*3), (dia/2)))
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Line(point1=((diax/4)*3), (dia/2)), point2=(diax, 0))
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Line(point1=(diax, 0), point2=((3*(diax/4), -(dia/2)))
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Line(point1=((3*(diax/4)),-(dia/2)), point2=((diax/4), -(dia/2)))
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Line(point1=((diax/4), -(dia/2)), point2=(0.0, 0.0))
mdb.models['Model-1'].Part(dimensionality=THREE_D, name='Part-1', type=
    DEFORMABLE_BODY)
mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].BaseShellExtrude(depth=h, sketch=
    mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'])
del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']

```

```

mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__', sheetSize=200.0)
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].rectangle(point1=(-10, ((-dia/2)-10)),
point2=(longeur+10, largeur-(dia/2)+10))
mdb.models['Model-1'].Part(dimensionality=THREE_D, name='Part-5', type=
DISCRETE_RIGID_SURFACE)
mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'].BaseShell(sketch=
mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'])
del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']
RP=mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'].ReferencePoint(point=(diax/2, 0,
0.0))
RP_id6=RP.id
mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'].Set(name='point_de_chargement', referencePoints=(
mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'].referencePoints[RP_id6], ))
#####
### Materiaux et section ###
mdb.models['Model-1'].Material(name='Material-1')
mdb.models['Model-1'].materials['Material-1'].Density(table=((2.7e-9, ), ))
mdb.models['Model-1'].materials['Material-1'].Elastic(table=(E,
NU), ))
mdb.models['Model-1'].materials['Material-1'].Plastic(table=((248.0, 0.0), (
394.0, 0.1)))
mdb.models['Model-1'].HomogeneousShellSection(material='Material-1', name=
'Section-1', thickness=t)
allfaces=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].faces
mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].Set(name='ALL_FACE_PART_1', faces=
allfaces)
mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].SectionAssignment(offset=0.0,
offsetField='', offsetType=MIDDLE_SURFACE, region=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].sets['ALL_FACE_PART_1'],
sectionName='Section-1', thicknessAssignment=
FROM_SECTION)
#####
### ASSEMBLY ###
#####
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.DatumCsysByDefault(CARTESIAN)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Instance(dependent=ON, name='Part-1-1',
part=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'])
ttt=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.LinearInstancePattern(direction1=(1.0, 0.0,
0.0), direction2=(0.0, 1.0, 0.0), instanceList=('Part-1-1', ), number1=(n1),
number2=n2, spacing1=((diax/2)*3), spacing2=dia)
if (n3 > 1):
ddd=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Instance(dependent=ON, name='Part-2-1',
part=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'])
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.translate(instanceList=('Part-2-1', ), vector=((diax/4)*3, dia/2, 0.0))
hhh=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.LinearInstancePattern(direction1=(1.0, 0.0, 0.0), direction2=(0.0, 1.0, 0.0),
instanceList=('Part-2-1', ), number1=(n1-1), number2=(n2-1), spacing1=((diax/2)*3), spacing2=dia)
if (n3>1) and (n2>3):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
hhh),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(hhh),
mergeNodes=ALL, name='Part-3', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3>1) and (n2>3):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
ttt),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(ttt),
mergeNodes=ALL, name='Part-2', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3>3) and (n2==3):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
ttt),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(ttt),
mergeNodes=ALL, name='Part-2', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
hhh),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)

```

```

mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(hhh),
mergeNodes=ALL, name='Part-3', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=( mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3==3) and (n2==3):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
ttt),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(ttt),
mergeNodes=ALL, name='Part-2', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1-lin-1-2']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=( mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1-lin-1-2']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3>1) and (n2>3):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=( mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3<3) and (n3>1) and (n2==3):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1-lin-1-2']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=( mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-2'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1-lin-1-2']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3==1) and (n2==2):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1-lin-1-2']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=

```

```

1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=( mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1-lin-1-2']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3==1) and (n2>2):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
ttt),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(ttt),
mergeNodes=ALL, name='Part-3', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=( mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3==3) and (n2==2):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
ttt),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(ttt),
mergeNodes=ALL, name='Part-3', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3==5) and (n2==2):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
ttt),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(ttt),
mergeNodes=ALL, name='Part-3', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1-lin-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1-lin-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3>5) and (n2==2):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
ttt),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)

```

```

mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(ttt),
mergeNodes=ALL, name='Part-3', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
hhh),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(hhh),
mergeNodes=ALL, name='Part-5', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-5-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-5-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-3-1']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
if (n3==1) and (n2==1):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.features.changeKey(fromName='Part-1-1',
toName='Part-4-1')
mdb.models['Model-1'].parts.changeKey(fromName='Part-1', toName='Part-4')
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.regenerate()
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.DatumCsysByDefault(CARTESIAN)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Instance(dependent=ON, name='Part-5-1',
part=mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'])
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Instance(dependent=ON, name='Part-5-2',
part=mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'])

mdb.models['Model-1'].rootAssembly.translate(instanceList=('Part-5-2', ), vector=(0, 0, h))
if (n3==2) and (n2==2):
mdb.models['Model-1'].rootAssembly._previewMergeMeshes(instances=(
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1-lin-1-2']),
keepOnlyOrphanElems=True, mergeBoundaryOnly=False, nodeMergingTolerance=
1e-06)
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=BOTH,
instances=( mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-2-1'],
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1-lin-1-2']),
mergeNodes=ALL, name='Part-4', nodeMergingTolerance=1e-06,
originalInstances=DELETE)
#####
### MESH ###
#####
#maillage seed Edge By Number
#selection edges peaux
alledges= mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-5-1'].edges
mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'].seedEdgeByNumber(constraint=FINER, edges=
alledges, number=1)
#selection edges nida
alledges= mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-4-1'].edges
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].seedEdgeByNumber(constraint=FINER, edges=
alledges, number=nh)
alledges= mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-4-1'].edges
#carre de sel
delta = 1.0e-6
x=0
y=-dia/2
z=0
xmin, ymin, zmin = x-0.1, y-delta-0.1, z-delta
xmax, ymax, zmax = (+0.1+x+((3*n3)-1)*(diax/2)),y+(dia*n2)+0.1, z+delta
#sel avec carre
edgesC = alledges.getByBoundingBox(xmin, ymin, zmin, xmax, ymax, zmax)
#maillage
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].seedEdgeByNumber(constraint=FINER, edges=

```

```

edgesC, number=na)
#creation set edges c
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.regenerate()
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Set(name='FACE_C_edges', edges=
edgesC)
alldges= mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-4-1'].edges
#carre de sel
delta = 1.0e-4
x=0
y=-dia/2
z=h
xmin, ymin, zmin = x-0.1, y-delta, z-delta
xmax, ymax, zmax = (+0.1+x+(3*n3)-1)*(diax/2),y+(dia*n2)+0.1, z+delta
#sel avec carre
edgesD= alldges.getByBoundingBox(xmin, ymin, zmin, xmax, ymax, zmax)
#maillage
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].seedEdgeByNumber(constraint=FINER, edges=
edgesD, number=na)
#creation set edges d
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.regenerate()
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Set(name='FACE_D_edges', edges=
edgesD)
#####maillage Mesh Controls
allfaces= mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-4-1'].faces
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].setMeshControls(elemShape=QUAD, regions=
allfaces, technique=STRUCTURED)
#####maillage Element Type
allfaces=mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].faces
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].Set(name='ALLFACEPRT', faces=
allfaces)
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].setElementType(elemTypes=(ElemType(
elemCode=S4R, elemLibrary=STANDARD, secondOrderAccuracy=OFF), ElemType(
elemCode=S3, elemLibrary=STANDARD, secondOrderAccuracy=OFF)), regions=
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].sets['ALLFACEPRT'] )
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.regenerate()
mdb.models['Model-1'].parts['Part-4'].generateMesh()
mdb.models['Model-1'].parts['Part-5'].generateMesh()
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.regenerate()
mdb.models['Model-1'].rootAssembly.regenerate()
#mdb.models['Model-1'].rootAssembly.features['Part-5-1'].suppress()
#mdb.models['Model-1'].rootAssembly.features['Part-5-2'].suppress()

```

### **A.6 Publications internationales**

- Boubekour Mohammed Bilel Mertani, Boualem Keskes and Mostapha Tarfaoui  
« Experimental analysis of the crushing of honeycomb cores under compression »  
Journal of Materials Engineering and Performance. 2019. 28(3) : p. 1628-1638.  
DOI : <https://doi.org/10.1007/s11665-018-3852-2>.
- Boubekour Mohammed Bilel Mertani, Boualem Keskes and Mostapha Tarfaoui  
« Numerical study on the compressive behaviour of an aluminium honeycomb core »  
Materiali in Tehnologije. 2019. 53(2) : p. 199-206.  
DOI : <https://doi.org/10.17222/mit.2018.028>.

## Résumé

Cette thèse présente une étude du comportement mécanique sous compression statique et dynamique des âmes en nid d'abeilles utilisées dans les panneaux sandwichs. Une étude paramétrique est d'abord menée et validée pour caractériser le comportement mécanique ces matériaux dans le domaine élastique est identifier les propriétés mécaniques ( $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}$  et  $G_{yz}$ ) du nid d'abeilles à structure hexagonale. Ensuite une étude expérimentale approfondie est mise en place pour identifier les paramètres caractérisant les âmes en nid d'abeilles dans le domaine plastique sous différente vitesse de chargement (quasi statique, moyenne vitesse et haute de vitesse). L'influence des différentes configurations géométriques des cellules et des échantillons en nid d'abeilles en aluminium sur la charge critique maximale, la charge plateau et l'énergie absorbée par les cellules a été étudiée. Enfin une modélisation numérique par éléments finis est appliquée à l'essai d'écrasement statique et dynamique du matériau cellulaire en nid d'abeilles. Les résultats obtenus ont été corrélés et validés avec les résultats expérimentaux.

Mots clés : Âme en nid d'abeilles, Compression dynamique, Compression statique, Homogénéisations, Panneau sandwich.

## Abstract

This thesis presents a study of the mechanical behaviour of honeycomb cores used in sandwich panels subject to static and dynamic compression. Firstly, a parametric study is conducted and validated to characterize the mechanical behaviour of these materials in the elastic region and identify the mechanical properties ( $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}$  and  $G_{yz}$ ) of hexagonal honeycomb structure. Secondly, an experimental study is set up to identify the parameters characterizing cellular materials in the plastic region under different loading speeds (quasi-static, medium speed and high-speed). The influence of different geometric configurations of cells and aluminium honeycomb samples on the maximum critical load, plateau force and the energy absorbed by the cells was studied. Finally, a finite element modelling is applied to the static and dynamic crushing tests of cellular honeycomb material. The results obtained were correlated and validated with the experimental results.

Key words: Honeycomb core, Dynamic compression, Static compression, Homogenizations, Sandwich panel.

## ملخص

تقدم هذه الرسالة دراسة للسلوك الميكانيكي للمواد عشب النحل المستخدمة في الواح السندويش تحت الضغط الساكن والديناميكي. أولاً تم إجراء دراسة بارامترية والتحقق من صحتها لوصف السلوك الميكانيكي لهذه المواد ذات البنية السداسية وتحديد خواصها الميكانيكية. ثم تم إعداد دراسة تجريبية معمقة لتحديد العوامل التي تميز مواد عشب النحل في المجال البلاستيكي تحت سرعات ضغط مختلفة (سرعة شبه ثابتة، وسرعة متوسطة وسرعة عالية). أيضاً تمت دراسة تأثير العوامل الهندسية المختلفة لعينات مواد عشب النحل المصنوعة من الألومنيوم على عدة عوامل كالقوة القصوى والطاقة التي تمتصها مواد عشب النحل. أخيراً، تم تطبيق نمذجة رقمية لاختبار الضغط الثابت والديناميكي للمواد الخلوية على شكل عشب النحل و تم ربط النتائج المتحصل عليها مع نتائج التجربة والتحقق من صحتها.

الكلمات المفتاحية: مواد عشب النحل، ضغط ديناميكي، ضغط ثابت، تجانس، لوحة ساندويش.

# Experimental Analysis of the Crushing of Honeycomb Cores Under Compression

*Boubekeur Mohammed Bilel Mertani, Boualem Keskes, and Mostapha Tarfaoui*

*(Submitted February 23, 2018; in revised form December 13, 2018)*

This paper presents an experimental study of the compressive response of hexagonal honeycomb core from the initial elastic regime to a fully crushed state. To understand the crushing mechanism, aluminum honeycomb core was compressed quasi-statically between rigid platens under displacement control. Honeycomb test specimens made of aluminum alloy with different configurations such as cell size, cell number, core density, and specimen size have been tested. During the crushing, the cells buckle elastically and collapse at a higher stress due to inelastic action, after the cells crush by progressive formation of folds on cell walls. The response densifies when folds consume the whole panel height. The peak load recorded during tests corresponded to the buckling of honeycomb cells. The different specimens showed similar load/displacement curves, and the differences observed were only due to the influence of the core density, number of cells, and specimens size on mechanical behavior of hexagonal honeycomb core which has a very important role in the energy absorption capacity. In addition, this study allowed us to build a database of experimental tests for various configurations and allowed us to know the precise energy absorption capacity.

**Keywords** aluminum honeycomb core, buckling, compression load, crushing, energy absorption

## 1. Introduction

Honeycomb cores are applied in a wide range of fields, including aerospace, marine, and railway engineering due to their high stiffness-to-weight ratios (Ref 1). This type of structure shows several interesting mechanical characteristics, and the most important is the large and considerable capacity of energy dissipation by large plastic deformation under compression loading (Ref 2, 3). Also, the stress of honeycomb core exhibits wide and flat 'constant phase' under uniaxial compression, resulting in steady energy absorption during this period (Ref 4, 5, 6). The pioneering work done by McFarland (Ref 7) was to predict the crushing strength of regular hexagonal honeycombs with an overview of an analytical formula of the average crush load for honeycombs which is harmonic with experimental results.

Therefore, many researchers have been focused on the mechanical behavior, particularly in the last decade, and most of research interests in this field have been mainly focused on

the crushing strength of the honeycomb as it is important for energy absorption (Ref 8, 9).

As mentioned by Wu and Jiang in 1997 (Ref 10), the stress versus strain behavior of crushing of honeycombs shows an initial peak and following to the peak a relatively stable plateau level load. These authors studied experimentally the crushing of honeycombs with different cell numbers and different aluminum alloy, and the results obtained were compared to analytical results. They studied experimentally the crushing of different aluminum alloy honeycombs with different cell numbers and compared their results to analytical results. These authors studied experimentally the crushing of honeycombs with different cell numbers and different aluminum alloy. Cote et al. in Ref 11 have reported a good agreement of experimental and analytical results of compressive response of aluminum honeycomb core. They studied the effect of relative density, specimen height, and cell size.

A various experimental and numerical analysis methods have been developed to predict mechanical behavior of honeycomb core (Ref 12, 13). For small strain, the mechanical behavior under quasi-static loadings such as the elastic behavior and failure strength is well investigated for structural applications (Ref 14). Elastic and fracture models for out-of-plane crushing (Ref 15, 13) have been developed. In the case of the larger strain, theoretical, experimental and numerical studies have been reported (Ref 16). Theoretical models can predict the crushing pressure of honeycombs from its geometrical parameters and wall material behavior such as the out-of-plane crushing pressure (Ref 17), the in-plane crushing pressure (Ref 18) and multi-axial collapse envelope (Ref 19). Other related topics such as fracture detection using elastic waves (Ref 20) and foam-filled honeycombs (Ref 21) have also been reported in the literature.

In many analytical studies, predictions of core properties have been limited to the assumptions of regular geometry and constant mechanical properties. The approaches are mainly based on bending deformation of inclined walls of a hexagonal

**Boubekeur Mohammed Bilel Mertani**, Laboratoire de Mécanique de Précision Appliqué (LMPA), Institut d'Optique et de Mécanique de Précision (IOMP), Université Ferhat Abbas Sétif 1 (UFAS1), 19000 Sétif, Algeria; and IRDL UMR CNRS 6027, ENSTA Bretagne, 2 François Verny, 29200 Brest, France; **Boualem Keskes**, Laboratoire de Mécanique de Précision Appliqué (LMPA), Institut d'Optique et de Mécanique de Précision (IOMP), Université Ferhat Abbas Sétif 1 (UFAS1), 19000 Sétif, Algeria; **Mostapha Tarfaoui**, IRDL UMR CNRS 6027, ENSTA Bretagne, 2 François Verny, 29200 Brest, France. Contact e-mails: [bmb.mertani@univ-setif.dz](mailto:bmb.mertani@univ-setif.dz), [bmb.mertani@ensta-bretagne.org](mailto:bmb.mertani@ensta-bretagne.org), [bkeskes2012@gmail.com](mailto:bkeskes2012@gmail.com), [bkeskes@univ-setif.dz](mailto:bkeskes@univ-setif.dz), and [mostapha.tarfaoui@ensta-bretagne.fr](mailto:mostapha.tarfaoui@ensta-bretagne.fr).

unit cell modeled as fixed and guided beam (Ref 14), while the axial deformation of the vertical walls is neglected due to its minor effect on slender honeycomb cell walls (Ref 22). In contrast to abundance of analytical approaches, there have been very few experimental studies observing the deformation and prediction of the material behavior and most of the work already done focuses on the mechanical behavior of the complete sandwich (face sheets or skins and honeycomb core). In this paper, unlike most works who study the complete sandwich panel we proposed a study of the mechanical behavior of the honeycomb core of sandwich panels subjected to uniaxial compression. A series of tests has been performed on a wide range of specimens with different cell configurations in order to extract the different parameters that influence mechanical behavior of honeycomb core and evaluate their impact.

## 2. Materials

The honeycomb sandwich core used in this study has been provided by Euro-Composites S.A. (Luxembourg) and intended for the aircraft industry (Ref 23). The sandwich panels are made from aluminum (AlMg3). The honeycomb core is an opened

cell with various densities of 55, 82 and 130 kg/m<sup>3</sup>. The geometrical dimensions of the specimen are shown in Table 1. The mechanical properties of the honeycomb core are depicted in Table 2.

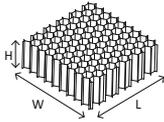
A series of crushing experiments were performed on different configuration of aluminum honeycomb core which were made of aluminum alloy 3003 H18 with a density of 27.3 kg/m<sup>3</sup>. The mechanical properties of the aluminum foil (3003 H18) with  $t = 0.08$  mm are given in Table 3 (Ref 13) they were obtained by using the tensile specimens with dimensions as specified in the ASTM standard (Ref 24). The specimen had a cell size of 3.2, 6.4, and 9.6 mm. The core height is 10 mm and 20 mm, and wall thickness is 0.08 mm. Different cutting sizes of the sample (Fig. 1) were used as shown in Table 1. Aluminum honeycomb specimens were cut using portable grinder without giving any damage to the honeycomb cells.

## 3. Experimental Setup

Quasi-static tests at a constant velocity of 2 mm/min were conducted between two flat compression test plates on sandwich core by using ADAMEL machine test with a capacity

**Table 1** Dimensions of specimen

Designation	ECM 3.2-130	ECM 6.4-82	ECM 9.6-55
(W mm × L mm × H mm)	30 × 30 × 10	30 × 30 × 10	30 × 30 × 10
	30 × 30 × 20	30 × 30 × 20	30 × 30 × 20
	40 × 40 × 10	40 × 40 × 10	40 × 40 × 10
	40 × 40 × 20	40 × 40 × 20	40 × 40 × 20
	50 × 50 × 10	50 × 50 × 10	50 × 50 × 10
	50 × 50 × 20	50 × 50 × 20	50 × 50 × 20



**Table 2** Mechanical properties of honeycomb cores (Ref 23)

Materials	Aluminum		
Core		ECM	
Size of the cell, mm	9.6	6.4	3.2
Densities, Kg/m <sup>3</sup>	55	82	130
Shear strength (L direction), MPa	1.48	2.4	5.47
Shear modulus (L direction), MPa	253	430	523
Shear strength (W direction), MPa	0.88	1.4	3.36
Shear modulus (W direction), MPa	170	220	311
Compressive strength, MPa	2.75	4.5	11.55

**Table 3** Mechanical properties of aluminum alloy 3003 H18 (Ref 13)

Parameter	Symbol	Unit	Value
Young's modulus	$E$	GPa	69.0
Initial yield stress	$\sigma_y$	MPa	115.8
Ultimate stress	$\sigma_u$	MPa	154.5
Poisson's ratio	$\nu$	...	0.33

of 100 kN. The parallelism of the compression plates at any time during the test was ensured by a cylindrical guide as shown in Fig. 2. The electronic unit with machine-specific software performs the test control and the data acquisition. A computer was used to acquire the load and displacement signals. The test results are reported in detail in Sect. 4.

## 4. Experimental Results

A typical loading displacement curve is shown in Fig. 3. The analysis of the experimental results of the static compression tests allows to make the following statements:

- The cells buckle elastically and collapse at a higher stress due to inelastic action.
- Then, the cells crush by progressive formation of folds; this phenomenon is called the flat plateau force.
- The shape of the graph shows a densification of the honeycomb core when the whole panel height is consumed by folds.

Figure 3(c) shows that the tests performed on the samples D 6.4  $30 \times 30 \times 20$  are reproducible.

### 4.1 Effect of Specimen's Size

The force–displacement curves for the different cell sizes are shown in Fig. 4. They allowed us to have the values of crush force and plateau force. We can see from Fig. 4 that the constant phase of force [from points 3 to 10 in Fig. 3b] of the compression test is influenced by the specimen's size as it increases with the size of the sample, but the height of the sample affects only the duration of the constant phase [from points 3 to 10 in Fig. 3b].

The average crush force for specimens with cell size of 3.2 mm and dimension of  $30 \times 30 \times 10$  mm is 5344 N, and the average plateau force is 3020 N. The densification started at the structure deformation of 7.29 mm. The energy absorption ( $E_a$ ) is determined by calculating the area under the graph of load–displacement according to the following equation:  $E_a = \int F(x)dx$ , where  $d$  is the axial crushing distance (from  $d = 0$  the beginning of densification phase) and  $F$  the axial crushing force and the value for 7.29 mm displacement is 21.47 J.

The graph pattern force–displacement in Fig. 4 for specimen dimension  $30 \times 30 \times 20$  mm 3.2 mm cell size is similar with specimen dimension  $30 \times 30 \times 10$  mm 3.2 mm cell size. There are three regions, which are elastic, plateau, and densification. The critical force is 6061 N and the average plateau force is the same as before which is 3020 N. The

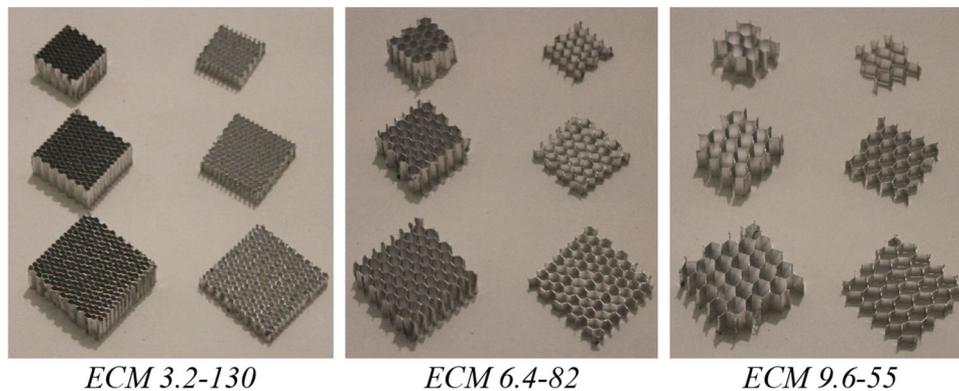


Fig. 1 Aluminum honeycomb core specimens

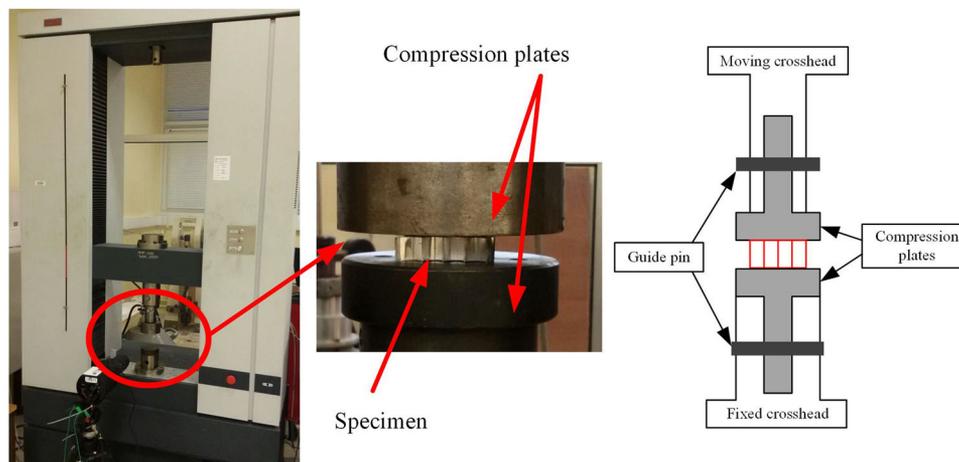
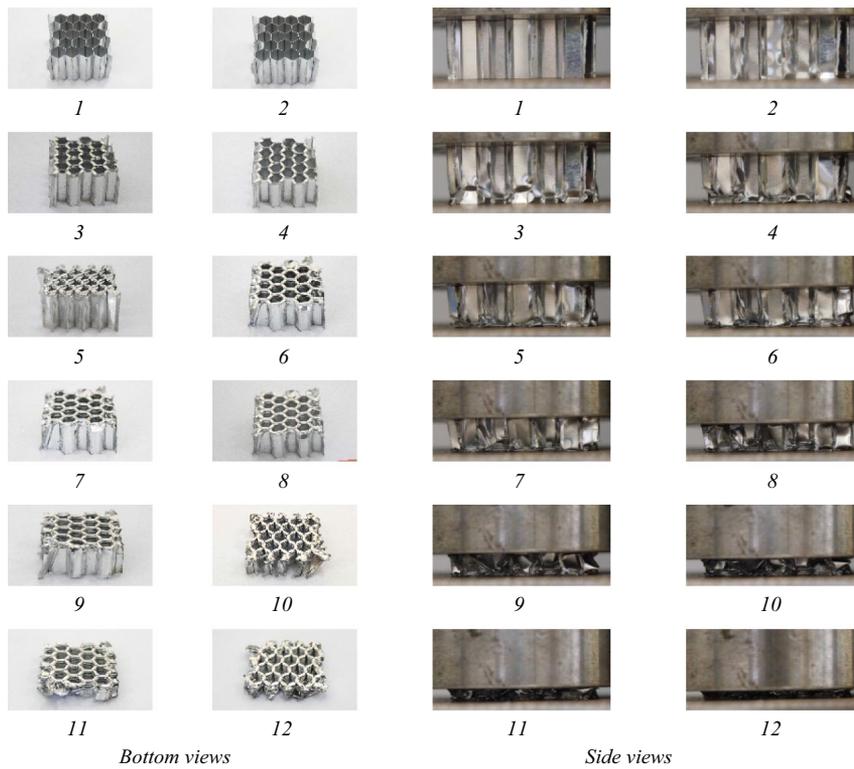
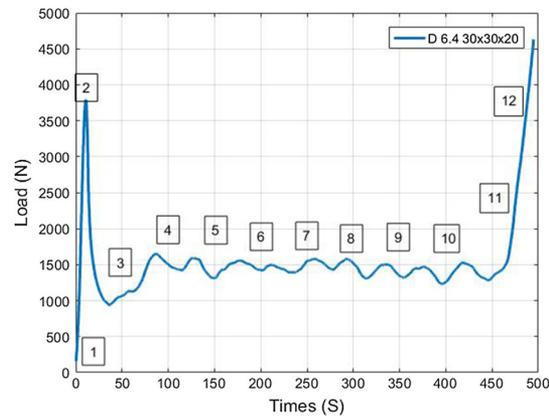


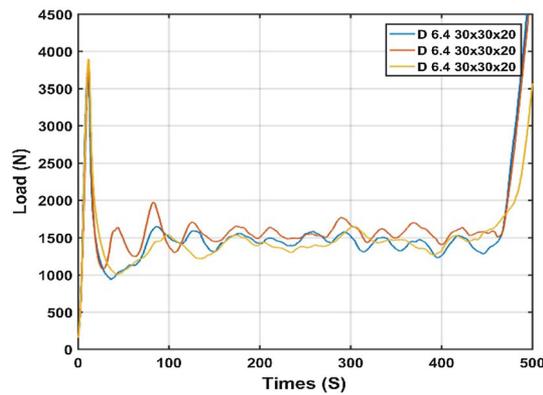
Fig. 2 Experimental setup



(a) Damage process

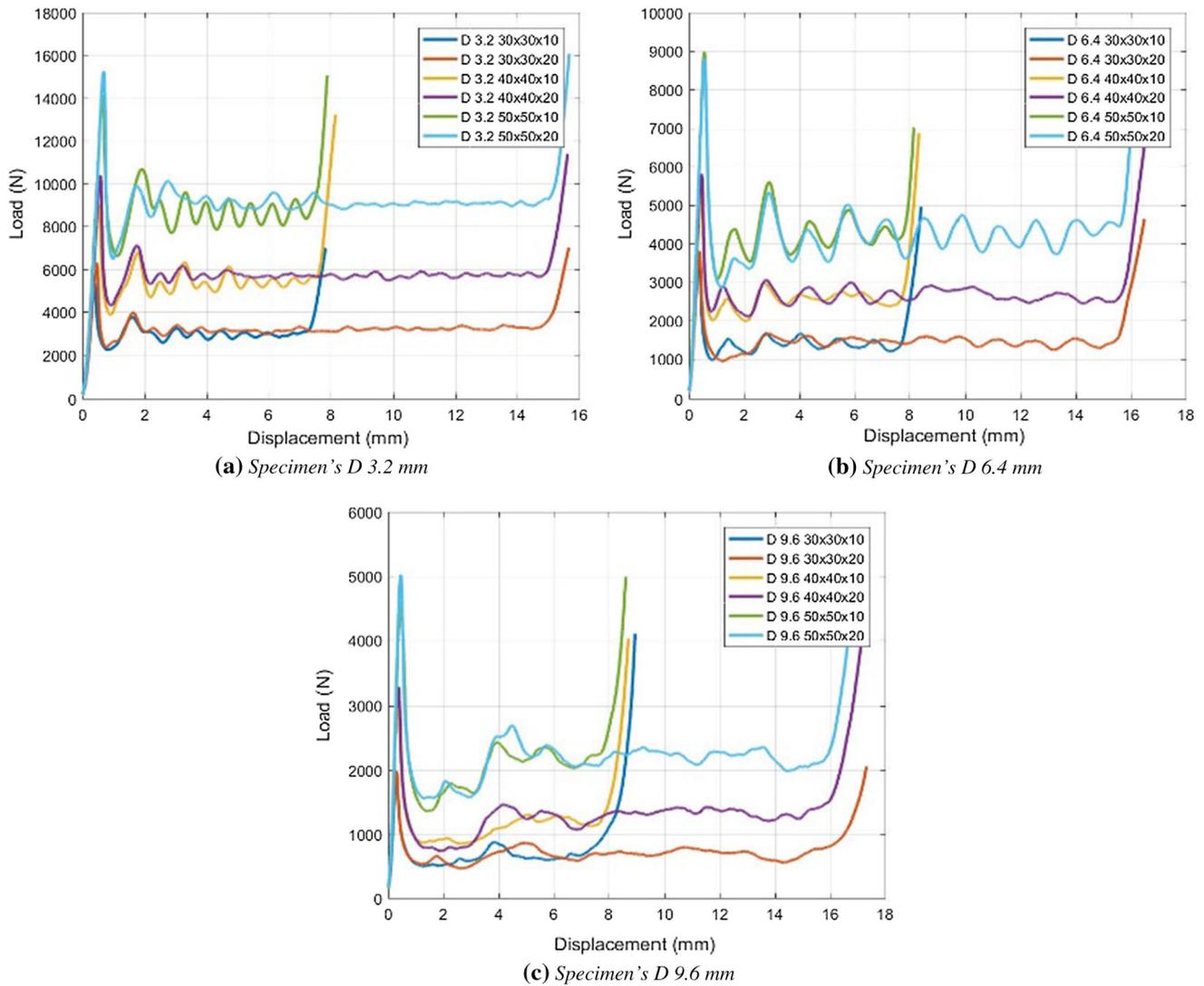


(b) Typical loading displacement curve



(c) Different loading displacement curve for the sample D 6.4 30 × 30 × 20

**Fig. 3** Typical crush process of honeycomb core during quasi-static axial loading test and chronology of damage (a) damage process (b) typical loading displacement curve (c) different loading displacement curve for the sample D 6.4 30 × 30 × 20



**Fig. 4** Force–displacement curves of honeycomb core during quasi-static axial loading test. (a) Specimen's D 3.2 mm (b) Specimen's D 6.4 mm (c) Specimen's D 9.6 mm

densification point starts at the structure deformation of 14.8 mm, and the energy absorption is 46.81 J.

For the other size of specimens  $40 \times 40 \times (10-20)$  mm and  $50 \times 50 \times (10-20)$  mm, we find the same shape of the curve as the  $30 \times 30$  curve. The results for the  $40 \times 40$  sample are as follows: The critical force is 9194 N for  $H = 10$  mm and 10,223 N for  $H = 20$  mm, the average plateau force is 5800 N for  $H = 10$  mm and it is the same for  $H = 20$  mm. The densification point starts at the structure deformation of 14.9 mm for  $H = 20$  mm with an absorbed energy of 84.52 J and 7.59 for  $H = 10$  mm with an absorbed energy of 40.19 J. For the  $50 \times 50$  sample, the results are as follows: The critical force is 14,008 N for  $H = 10$  mm and 15,258 N for  $H = 20$  mm, and the average plateau force is 9350 N for  $H = 10$  mm and for  $H = 20$  is 9410 N. The densification point starts at the structure deformation of 14.9 mm for  $H = 20$  mm with an absorbed energy of 131.6 J and 7.59 for  $H = 10$  mm with an absorbed energy of 62.87 J.

For the other cell sizes, the interpretation of the results is the same as the cell size 3.2 mm and they are classified in Table 4 and illustrated in Fig. 5.

Figure 4 shows the constant phase of the compression force [from points 3 to 10 in Fig. 3b] that was influenced by the specimen's size; it increases with the size of the sample, but the height of the sample affects only the duration of the constant phase.

Table 5 regroups all results of crush force obtained in experimental investigation of uniaxial compression test of honeycomb core (Fig. 4). Three similar tests were performed for each sample, and the average value was obtained. These results will be analyzed in the next sections of the article.

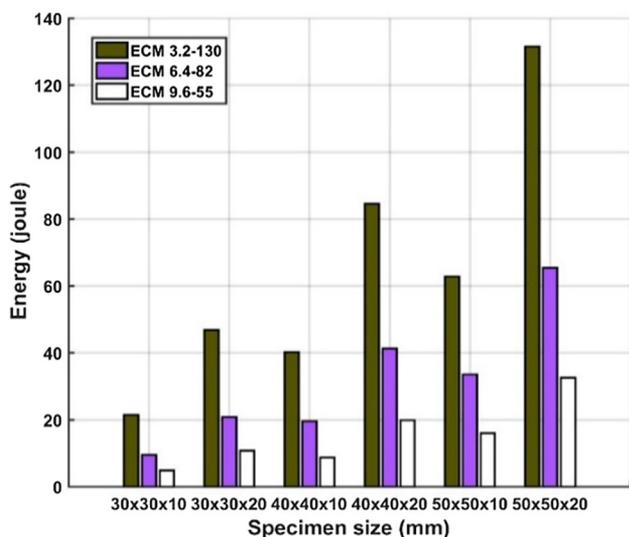
#### 4.2 Effect of Number of Cells

In order to make comparison results between different specimens, the average crush force of the cells was calculated by dividing the higher stress value [point 2 in Fig. 3b] by the cell number.

The cell number was obtained with the following equations ( $A = 3 D^2/4 \cos \beta$ ), ( $A_S = W \times L$ ), ( $N_C = A_S/A$ ) where  $L$  is the length of specimen,  $W$  is the width of specimen,  $\beta$  is the cell angle,  $D$  is the cell diameter,  $A$  is the area of one cell,  $A_S$  is the area of specimen,  $N_C$  is the number of cells. The different sizes

**Table 4 Average plateau force and absorbed energy of the honeycomb core**

Sample size, mm	ECM 3.2-130		ECM 6.4-82		ECM 9.6-55	
	Average plateau force, N	Absorbed energy, J	Average plateau force, N	Absorbed energy, J	Average plateau force, N	Absorbed energy, J
30 × 30 × 10	3020	21.47	1430	9.48	671	4.88
30 × 30 × 20	3020	46.81	1460	20.85	775	10.79
40 × 40 × 10	5800	40.19	2550	19.61	1130	8.77
40 × 40 × 20	5800	84.52	2700	41.32	1300	19.86
50 × 50 × 10	9350	62.87	4120	33.52	2080	15.95
50 × 50 × 20	9410	131.6	4105	65.46	2200	32.61

**Fig. 5** Absorbed energy diagram of honeycomb core during quasi-static axial compression test

of honeycomb core were selected according to the geometry shown in Fig. 6. The results of the average crush force of the cells are presented in Table 6.

The evolution of the crush force versus the number of cells for different core density is shown in Fig. 7. As seen on samples ECM 3.2-130, the measured values of the crush force show a slight decrease in the force in the order of almost 11.5% between the samples with the height of 20 mm and the samples with the height of 10 mm. For samples ECM 6.4-82, it is in the order of 14% between the two heights. And for the samples ECM 9.6-55, the dispersion of the results does not allow us to have a reliable conclusion. This vanishing result is owed to the cell size of 9.6 mm which is large compared to the sample size, so the 50 mm × 50 mm sample size is not representative of the mechanical behavior for ECM 9.6-55, a larger sample size would be more adequate for this study. In conclusion, the curves have a relative proportional evolution.

#### 4.3 Effect of Core Density

Figure 8 displays the mechanical behavior of specimens for different core densities and different specimen sizes. Figure 9 shows the evolution of the average crush force depending on

the core density, the values of the crush force are classified in Table 6.

The influence of the core density on the force result of crushing of honeycomb core is the same as the previous results; these results show that the crash resistance increases linearly with the increase in density.

We can see also that the constant phase of force [from 3 to 10 in Fig. 3b] of the compression test is influenced by the core density. We observe that the force of constant phase increases with the increase in density and its evolution is similar to the evolution of the critical force.

In Table 7, the results of the average crush force per density of core are illustrated. For the core density 55 kg/m<sup>3</sup>, very close values for crush force have been obtained between the two heights for the three sample sizes. For the core density 82 kg/m<sup>3</sup>, the result shows a difference in the results which is 7.8% for the sample size 30 mm × 30 mm, 8.7% for the sample size 40 mm × 40 mm and 4.7% for the sample size 50 mm × 50 mm. The biggest difference in the crush force results has been obtained for the core density 130 kg/m<sup>3</sup>, and it was 13.4% for the sample size 30 mm × 30 mm, 11.2% for the sample size 40 mm × 40 mm, and 11.8% for the sample size 50 mm × 50 mm.

## 5. Conclusions

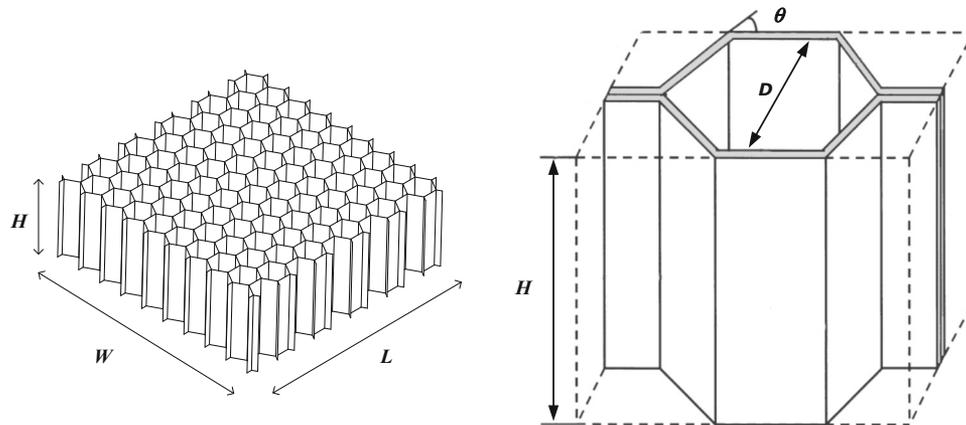
This paper focused on experimental investigation and comparisons of the crush behavior of honeycomb core subject to axial compression.

The experimental studies on the crushing resistance of honeycomb core with various cell configurations are carried out in the laboratory. Three sample sizes with different cell size were tested. In total, 18 sample configurations were used to investigate the influence of the cell number, specimen size, and core density of aluminum honeycomb core on the crush force and the energy absorption capacity.

Results and achievement in the paper are drafted as the following: In the case of quasi-static compression, the crush response consists of three phases: at low strains a linearly elastic region and buckling, followed by progressive folding and final densification. The crushing force is influenced by the specimen's size; it increases with the size of the sample, but the height of the sample affects only the duration of the constant phase. The energy absorption is strongly influenced by cell diameter as it increases with the decrease in the diameter. The

**Table 5 Average crush force of the honeycomb core**

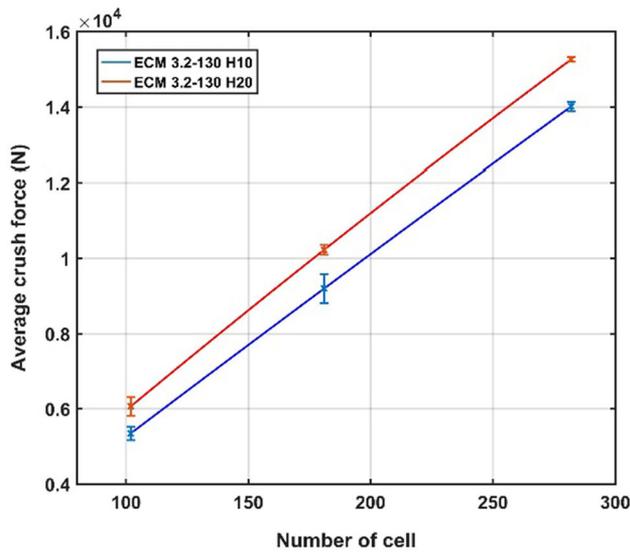
Sample size, mm	Test	ECM 3.2-130	ECM 6.4-82	ECM 9.6-55
			<i>Crush force, N</i>	
30 × 30 × 10	Test#1	5172	3554	1930
	Test#2	5348	3505	2104
	Test#3	5511	3629	1961
	Mean	5344	3563	1998
	SD	173	62	93
30 × 30 × 20	Test#1	5801	3792	1981
	Test#2	6296	3825	1842
	Test#3	6085	3900	1787
	Mean	6061	3839	1870
	SD	248	55	100
40 × 40 × 10	Test#1	9015	5294	3336
	Test#2	8930	5995	3255
	Test#3	9638	5795	3424
	Mean	9194	5695	3338
	SD	387	361	85
40 × 40 × 20	Test#1	10,373	7134	3572
	Test#2	10,159	5810	3267
	Test#3	10,136	6621	3054
	Mean	10,223	6522	3298
	SD	131	668	260
50 × 50 × 10	Test#1	13,880	9833	4466
	Test#2	14,031	9861	4790
	Test#3	14,114	8957	4572
	Mean	14,008	9550	4609
	SD	119	514	165
50 × 50 × 20	Test#1	15,328	9941	5018
	Test#2	15,208	8807	5046
	Test#3	15,239	9173	4859
	Mean	15,258	9307	4974
	SD	62	579	101



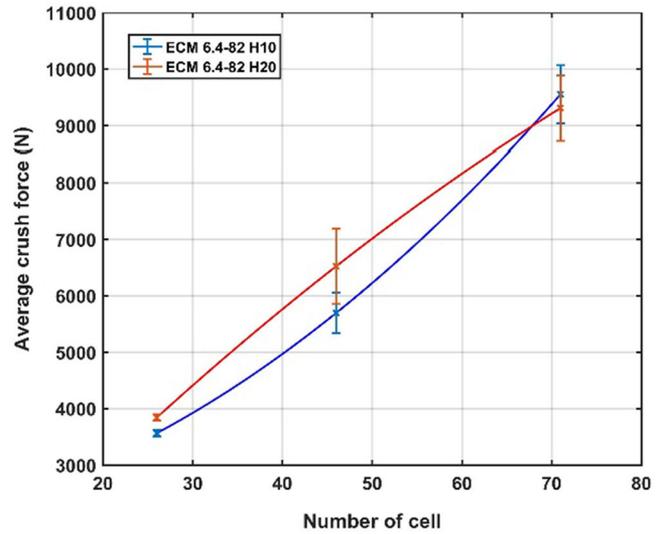
**Fig. 6** Schematic description of the honeycomb core structure

**Table 6 Average crush force per number of cells**

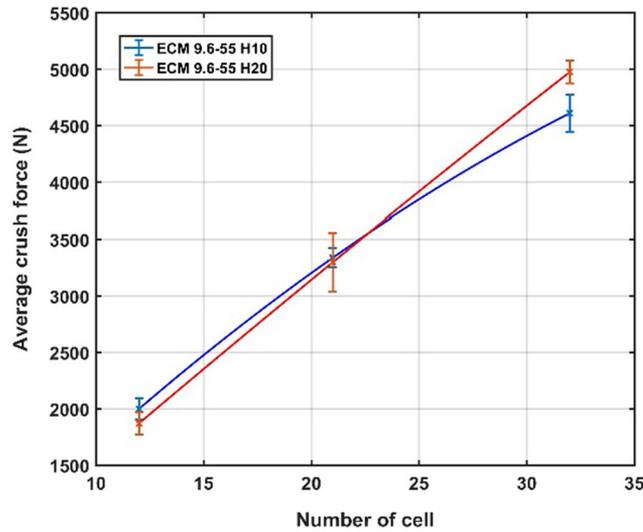
Sample size, mm	ECM 3.2-130			ECM 6.4-82			ECM 9.6-55		
	Number of cells	Average crush force, N	SD	Number of cells	Average crush force, N	SD	Number of cells	Average crush force, N	SD
30 × 30 × 10	102	5344	173	26	3563	62	12	1998	93
30 × 30 × 20	102	6061	248	26	3839	55	12	1870	100
40 × 40 × 10	181	9194	387	46	5695	361	21	3338	85
40 × 40 × 20	181	10,223	131	46	6522	668	21	3298	260
50 × 50 × 10	282	14,008	119	71	9550	514	32	4609	165
50 × 50 × 20	282	15,258	62	71	9307	579	32	4974	101



(a) ECM 3.2-130



(b) ECM 6.4-82



(c) ECM 9.6-55

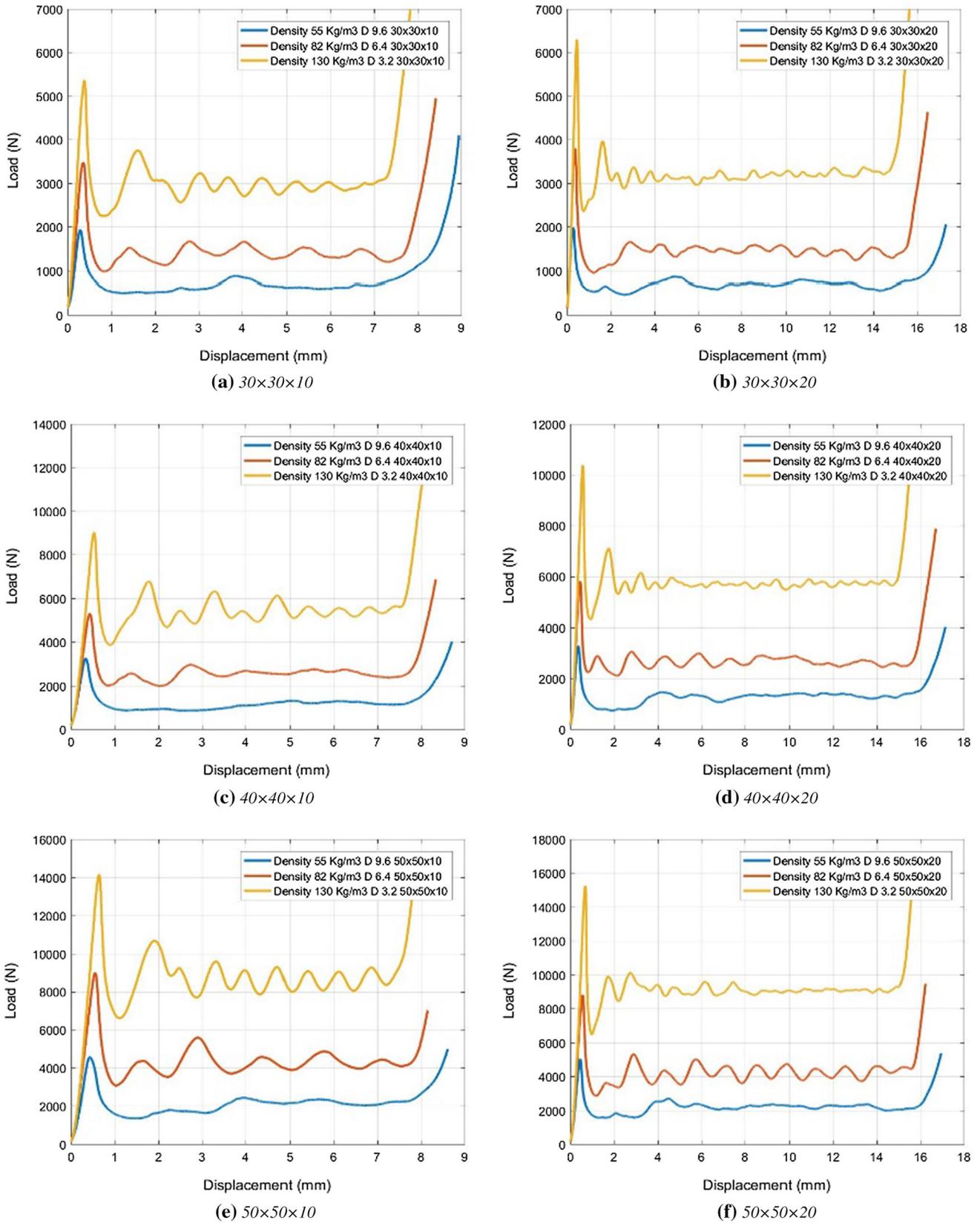
Fig. 7 Curve of crush force vs. number of cells

Table 7 Average crush force per density of core

Density, kg/m <sup>3</sup>	Average crush force, N											
	Sample size, mm, 30 × 30				Sample size, mm, 40 × 40				Sample size, mm, 50 × 50			
	H = 10 mm	SD	H = 20 mm	SD	H = 10 mm	SD	H = 20 mm	SD	H = 10 mm	SD	H = 20 mm	SD
55	1998	93	1870	100	3338	85	3298	260	4609	165	4974	101
82	3563	62	3839	55	5995	361	6522	21	9550	514	9307	579
130	5344	173	6061	248	9194	387	10,223	131	14,008	119	15,258	62

height of the honeycomb core plays a very important role in the energy absorption process of which it is directly proportional. The different failure mode of honeycomb crush process for different stages of crushing process was observed and listed.

Finally, this study allowed us to establish a database on various configurations of aluminum honeycomb core subjected to uniaxial compression which will serve as a base for the validation of future numerical modeling studies.



**Fig. 8** Force–displacement curves of different core density

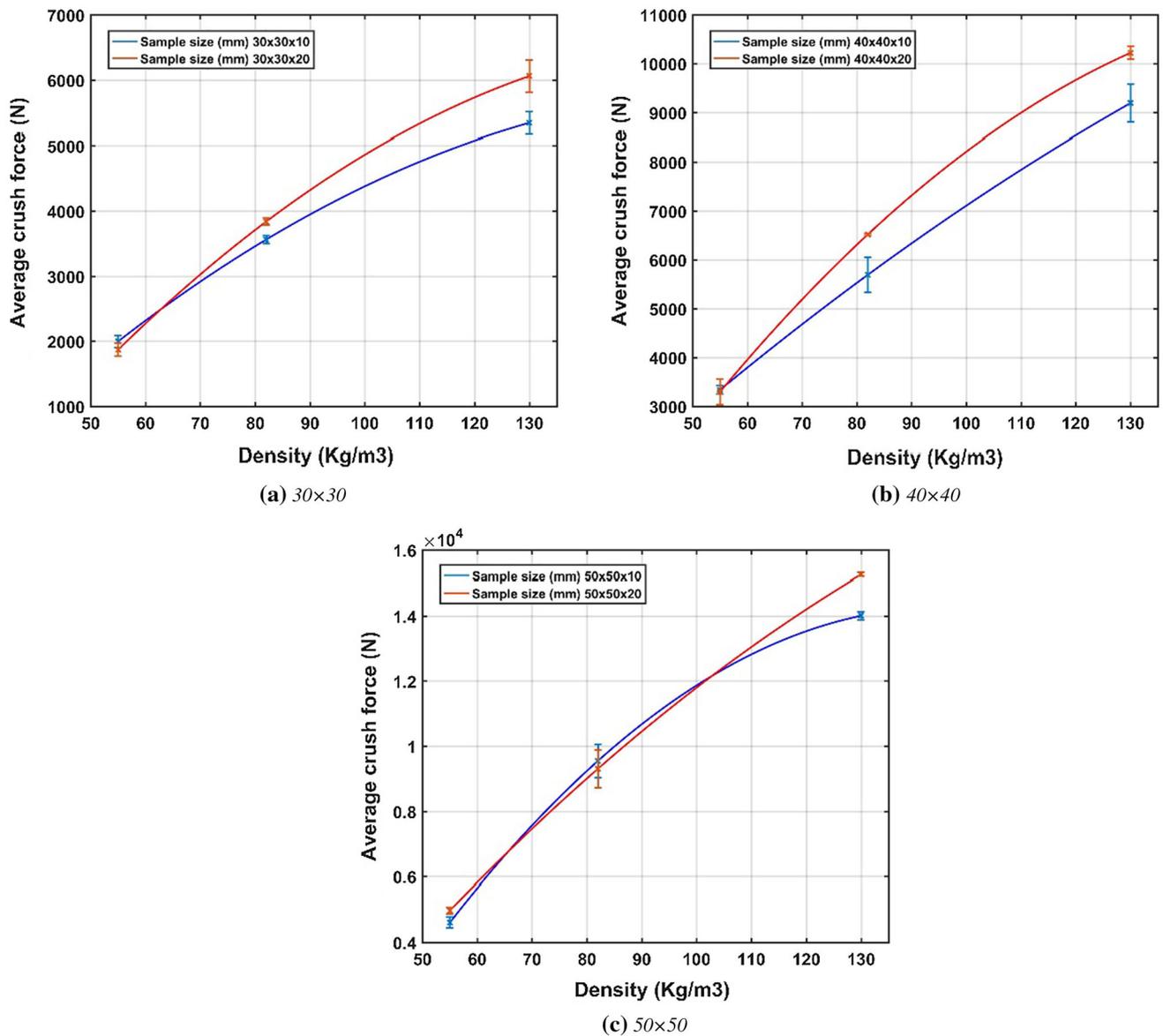


Fig. 9 Crush force vs. density for different sample size (mm)

### Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge the Algerian and French state for the financial support of this work in the framework of program PROFAS B+ 2015–2016.

### References

- J.R. Vinson, *Sandwich Structures: Past, Present, and Future*, Springer, Dordrecht, 2005, p 3–12
- O.A. Ganilova and J.J. Low, Application of Smart Honeycomb Structures for Automotive Passive Safety, *Proc. Inst. Mech. Eng., Part D: J. Automob. Eng.*, 2018, **232**, p 797–811
- G. Lu and T. Yu, *Energy Absorption of Structures And Materials*, Elsevier, Amsterdam, 2003
- W. Goldsmith and J.L. Sackman, An Experimental Study of Energy Absorption In Impact on Sandwich Plates, *Int. J. Impact Eng*, 1992, **12**, p 241–262
- I. Ivañez, L.M. Fernandez-Cañadas, and S. Sanchez-Saez, Compressive Deformation and Energy-Absorption Capability of Aluminium Honeycomb Core, *Compos. Struct.*, 2017, **174**, p 123–133
- J. Brentjes, Honeycomb as an Energy Absorbing Material, in *8th Structural dynamics and materials conference*, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1967
- R.K. Mc Farland, Hexagonal Cell Structures Under Post-Buckling Axial Load, *AIAA J.*, 1963, **1**, p 1380–1385
- L.L. Hu and T.X. Yu, Dynamic Crushing Strength of Hexagonal Honeycombs, *Int. J. Impact Eng*, 2010, **37**, p 467–474
- Y. Tao, S. Duan, W. Wen, Y. Pei, and D. Fang, Enhanced Out-of-Plane Crushing Strength and Energy Absorption of In-Plane Graded Honeycombs, *Compos. Part B: Eng.*, 2017, **118**, p 33–40
- E. Wu and W.-S. Jiang, Axial Crush of Metallic Honeycombs, *Int. J. Impact Eng.*, 1997, **19**, p 439–456
- F. Cote, V. Deshpande, N. Fleck, and A. Evans, The Out-of-Plane Compressive Behavior of Metallic Honeycombs, *Mater. Sci. Eng., A*, 2004, **380**, p 272–280
- A. Partovi Meran, T. Toprak, and A. Muğan, Numerical and Experimental Study of Crashworthiness Parameters of Honeycomb Structures, *Thin-Walled Struct.*, 2014, **78**, p 87–94
- X. Zhang, H. Zhang, and Z. Wen, Experimental and Numerical Studies on the Crush Resistance of Aluminum Honeycombs with Various Cell Configurations, *Int. J. Impact Eng*, 2014, **66**, p 48–59
- L.J. Gibson and M.F. Ashby, *Cellular Solids: Structure and Properties*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999

15. J. Zhang and M.F. Ashby, The Out-of-Plane Properties of Honeycombs, *Int. J. Mech. Sci.*, 1992, **34**, p 475–489
16. A. Bentouhami and B. Keskes, Experimental Analysis and Modeling of the Buckling of a Loaded Honeycomb Sandwich Composite, *Mater. Tehnol.*, 2015, **49**, p 235–242
17. T. Wierzbicki, Crushing Analysis of Metal Honeycombs, *Int. J. Impact Eng*, 1983, **1**, p 157–174
18. J.W. Klintworth and W.J. Stronge, Elasto-plastic Yield Limits and Deformation Laws for Transversely Crushed Honeycombs, *Int. J. Mech. Sci.*, 1988, **30**, p 273–292
19. D. Mohr and M. Doyoyo, Experimental Investigation on the Plasticity of Hexagonal Aluminum Honeycomb Under Multiaxial Loading, *J. Appl. Mech.*, 2004, **71**, p 375–385
20. S. Thwaites and N.H. Clark, Non-destructive Testing of Honeycomb Sandwich Structures Using Elastic Waves, *J. Sound Vib.*, 1995, **187**, p 253–269
21. C. Wu, C. Weeks, and C. Sun, Improving Honeycomb-Core Sandwich Structures for Impact Resistance, *J. Adv. Mater.*, 1995, **26**, p 41–47
22. I. Masters and K. Evans, Models for the Elastic Deformation of Honeycombs, *Compos. Struct.*, 1996, **35**, p 403–422
23. Technical data sheet for aluminum honeycomb core. EURO-COMPOSITES. <https://www.euro-composites.com/en/>. Accessed May 2016
24. ASTM-E8 M-04, Standard test methods for tension testing of metallic materials [Metric] (Withdrawn 2008), ed. West Conshohocken, 2008

# NUMERICAL STUDY ON THE COMPRESSIVE BEHAVIOUR OF AN ALUMINIUM HONEYCOMB CORE

## NUMERIČNA ŠTUDIJA OBNAŠANJA TLAČNO OBREMENJENEGA JEDRA SATOVJA IZ ZLITINE NA OSNOVI ALUMINIJA

**Boubekeur Mohammed Bilel Mertani<sup>1,2</sup>, Boualem Keskes<sup>1</sup>, Mostapha Tarfaoui<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Laboratory of Applied Precision Mechanics (LMPA), Institute of Optics and Precision Mechanics (IOMP), University Ferhat Abbas Sétif 1, Saïd Boukhraïssa, Maabouda, 19000 Sétif, Algeria

<sup>2</sup>ENSTA Bretagne, IRDL UMR CNRS 6027, 2 François Verny, 29200 Brest, France

*Prejem rokopisa – received: 2018-02-20; sprejem za objavo – accepted for publication: 2018-11-06*

doi:10.17222/mit.2018.028

In this research, a hexagonal honeycomb core under a compressional load is studied numerically from the initial elastic regime to the fully crushed state using the Abaqus finite-element modelling. Two modelling approaches, i.e., a static analysis and an explicit non-linear analysis are applied to a 3D model of an aluminium honeycomb core. This honeycomb structure is compressed quasi statically using rigid plates and displacement control. Moreover, the crushing of the honeycomb-core structure and the failure due to buckling are verified numerically, and a study is also performed to show how different densities, cell sizes and specimen sizes can affect the average crush force and plateau force. A comparison between experimental and numerical results is drawn, showing that the numerical models can effectively predict the mean crushing force and mechanical behaviour with a good accuracy.

**Keywords:** sandwich structure, aluminium honeycomb core, compression load, buckling, crushing, finite-element analysis

Avtorji so raziskovali obnašanje jedra heksagonalnega satovja pod tlačno obremenitvijo. Numerična študija, izvedena s pomočjo metode končnih elementov na programskem orodju Abaqus, je potekala od začetnega elastičnega režima do popolne porušitve strukture. Uporabili so dva pristopa k modeliranju, to je: statično analizo in eksplicitno nelinearno analizo 3D modela jedra satovja iz izbrane Al zlitine (AlMg3). Izbrana struktura v obliki satovja je bila kvazi-statično tlačno obremenjena z uporabo togih plošč v režimu kontrole pomika. Nadalje so avtorji numerično verificirali porušitev strukture zaradi njene deformacije. Numerična študija je tudi pokazala, kako razlike v gostoti, velikosti celic in velikosti same strukture vplivajo na povprečno in maksimalno obremenitev, ki sta potrebni za njeno porušitev. Izvedli so primerjavo med eksperimentalno dobljenimi rezultati in rezultati numeričnih simulacij. Izkazalo se je, da se dobljeni rezultati med seboj dobro ujemajo ter da lahko numerični model dokaj natančno napove povprečno obremenitev, potrebno za porušitev dane strukture.

**Ključne besede:** sendvič struktura, jedro satovja iz Al zlitine, tlačna obremenitev, deformacije, porušitev, numerična analiza na osnovi metode končnih elementov

## 1 INTRODUCTION

Sandwich structures with honeycomb cores are widely used in different applications such as aerospace, marine and railway engineering because of their high stiffness-to-weight ratios. Also, sandwich structures are well known because they have the ability to dissipate considerable energy generated by a large plastic deformation under compression loading.<sup>1,2</sup>

Therefore, many researchers focused their research on the mechanical behaviour of a honeycomb core, particularly in the last decade. For this reason, various experimental and numerical analyses were developed to predict the mechanical behaviour of a honeycomb core. Mechanical behaviour such as elastic response and fracture strength at a small strain under quasi-static loadings were well investigated for the honeycomb core for structural applications.<sup>3</sup> In addition to only elastic and fracture models of the out-of-plane and in-plane crushing,<sup>4-6</sup> transverse shearing models were also well established.<sup>7</sup>

For the case of a larger strain, theoretical, experimental and numerical studies were also reported. Theoretical models can predict the crushing pressures such as the out-of-plane crushing pressure, in-plane crushing pressure and multi-axial collapse envelope of a honeycomb using its geometrical parameters and material properties.<sup>8-10</sup> Other related investigations such as fracture detection using elastic waves, honeycombs with a negative Poisson's ratio, and foam-filled honeycombs were also reported in the literature.<sup>11-13</sup>

In many analytical studies, predictions of the core properties were limited to the assumptions based on regular geometry and constant mechanical properties. The approaches were mainly based on the bending deformation of inclined walls of a hexagonal unit cell that were modelled as fixed and guided end beams, while the axial deformation of the vertical walls was neglected because of its minor effect on the slender walls of a honeycomb cell.<sup>3,14</sup> In contrast to the abundance of analytical approaches, there were very few experimental studies observing the deformation behaviour and predicting the material performance. Schwingshackl conducted

\*Corresponding author e-mail:  
bkeskes@univ-setif.dz

a broad investigation of fifteen analytical approaches and proposed an alternative dynamic experimental method based on resonance response frequencies.<sup>15</sup>

Most of the work already done focused on the mechanical behaviour of a complete sandwich (face sheets or skins and a honeycomb core).

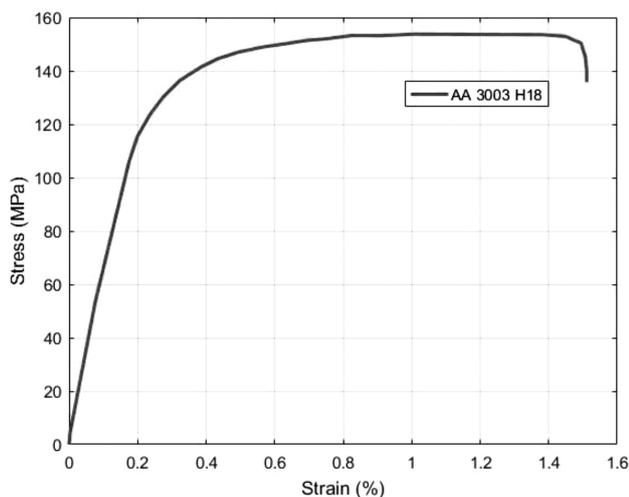
In our research, the study of the mechanical behaviour of the core of honeycomb sandwich panels subjected to uniaxial compression is conducted. Two methods of numerical modelling, the static analysis usually used in this kind of simulation and the explicit non-linear analysis originally developed to solve dynamic problems, were applied. In addition, a series of experimental investigations was conducted. A typical load-displacement curve, failure modes and effects of the cell size and specimen size on the crushing were studied. Moreover, the energy-absorption capabilities were also quantified. The results obtained were used to validate our numerical-simulation approach to different stages of the crushing of the honeycomb core.

## 2 EXPERIMENTAL PART

### 2.1 Materials

The honeycomb-sandwich cores used in this study were provided by Euro-Composites S.A. (Luxembourg); they are intended for the aircraft industry.<sup>16</sup> The honeycomb cores were made from aluminium alloy foil 3003 H18 (AlMg3) with a density of 27.3 kg/m<sup>3</sup>. The mechanical properties of the material are given in **Table 3**. The tensile stress/strain curve of AA3003 H18 is shown in **Figure 1**.<sup>17</sup> The curve was obtained using tensile specimens with the dimensions specified in the ASTM standard.<sup>18</sup>

The honeycomb cores consisted of open cells with densities of 55, 82 and 130 kg/m<sup>3</sup>. The geometrical dimensions of a specimen are shown in **Table 1**. The

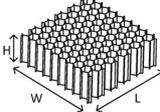


**Figure 1:** Engineering stress/strain curve of AA3003 H18<sup>17</sup>

mechanical properties of the sandwich honeycomb cores are depicted in **Table 2**.

A series of crushing experiments were performed on aluminium honeycombs with different configurations. The specimens had cell sizes of 3.2, 6.4 and 9.6 mm with a wall thickness of 0.08 mm. Different cutting sizes of the samples were used as shown in **Table 1** and **Figure 2**. Aluminium honeycomb specimens were cut using a portable grinder without causing any damage to the honeycomb cells.

**Table 1:** Dimensions of the specimens in mm

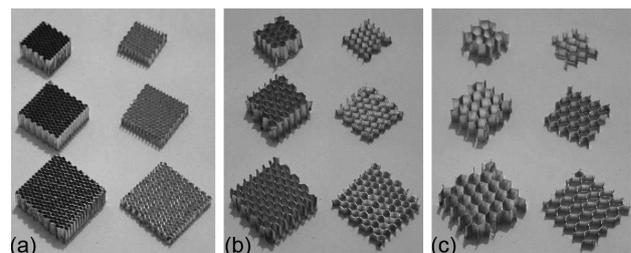
Designation (W × L × H) mm	ECM 3.2-130	ECM 6.4-82	ECM 9.6-55
	30 × 30 × 10	30 × 30 × 10	30 × 30 × 10
	30 × 30 × 20	30 × 30 × 20	30 × 30 × 20
	40 × 40 × 10	40 × 40 × 10	40 × 40 × 10
	40 × 40 × 20	40 × 40 × 20	40 × 40 × 20
	50 × 50 × 10	50 × 50 × 10	50 × 50 × 10
	50 × 50 × 20	50 × 50 × 20	50 × 50 × 20

**Table 2:** Mechanical properties of honeycomb cores<sup>16</sup>

Materials Core	Aluminium ECM		
	Size of the cell (mm)	9.6	6.4
Densities (Kg/m <sup>3</sup> )	55	82	130
Shear strength (L direction) (MPa)	1.48	2.4	5.47
Shear modulus (L direction) (MPa)	253	430	523
Shear strength (W direction) (MPa)	0.88	1.4	3.36
Shear modulus (W direction) (MPa)	170	220	311
Compressive strength (MPa)	2.75	4.5	11.55

**Table 3:** Mechanical properties of aluminium alloy H3003 H18

Parameter	Symbol	Unit	Value
Young's modulus	<i>E</i>	GPa	69.0
Initial yield stress	$\sigma_y$	MPa	115.8
Ultimate stress	$\sigma_u$	MPa	154.5
Poisson's ratio	$\nu$	–	0.33



**Figure 2:** Aluminium honeycomb-core specimens: a) ECM 3.2-130, b) ECM 6.4-82, c) ECM 9.6-55

### 2.2 Experimental set-up

Quasi-static tests at a constant velocity of 2 mm/min were conducted between two flat compression test plates on the honeycomb core using an ADAMEL machine equipped with a 100-kN load cell (Figure 3). The duration of the tests was 250 s for a sample with a height of 10 mm and 500 s for a sample with a height of 20 mm. An electronic unit was used for the test control and data acquisition. A computer was used to acquire the load and displacement signals. The experimental set-up for the axial-compression test is shown in Figure 3. The test results are reported in detail in the following section.

### 3 RESULTS AND DISCUSSION

A typical load-displacement curve is shown in Figure 4A, indicating different stages of the crushing of a honeycomb core subjected to compression. Different failure modes corresponding to the steps of the curve are illustrated in Figure 4B.

The analysis of the experimental results of the typical static-compression tests allow us to make the following statements:

- The cells buckled elastically and collapsed at a higher stress due to an inelastic action (steps 1–2 in Figures 4A and 4B).

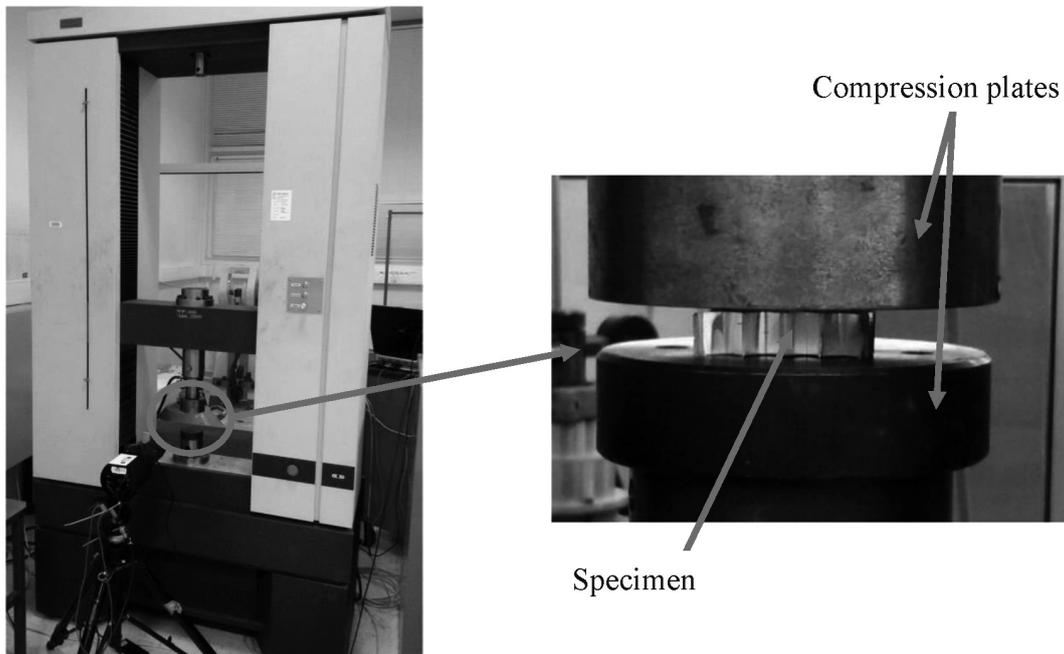


Figure 3: Experimental set-up

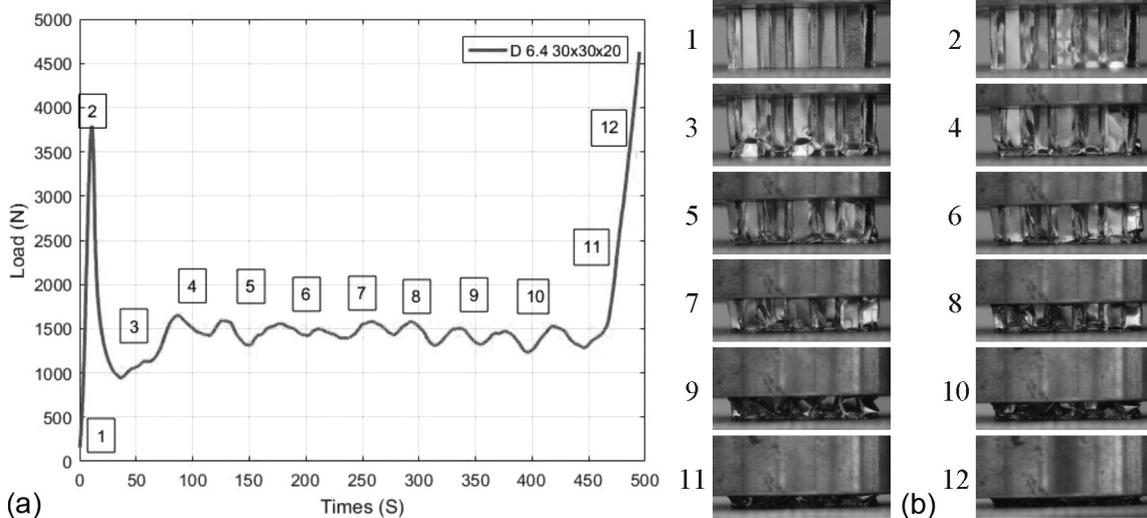
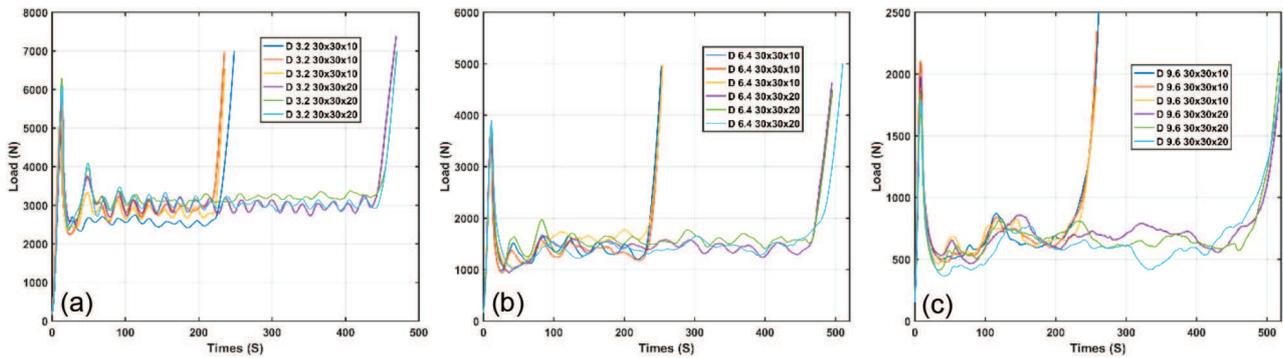


Figure 4: Typical crush process of a honeycomb core during a quasi-static axial-loading test and chronology of damage: a) typical loading-displacement curve, b) damage process



**Figure 5:** Force/time curves for different honeycomb cores: a) compression test for samples (D 3.2 30 × 30 × 10 mm and D 3.2 30 × 30 × 20 mm), b) compression test for samples (D 6.4 30 × 30 × 10 mm and D 6.4 30 × 30 × 20 mm), c) compression test for samples (D 9.6 30 × 30 × 10 mm and D 9.6 30 × 30 × 20 mm)

- After the first cell was crushed (steps 2–3 in **Figures 4A** and **4B**), a progressive formation of folds was observed (steps 3–10 in **Figures 4A** and **4B**): this phenomenon is called the flat-plateau force.
- In the final phase of the compression test (steps 11–12 in **Figures 4A** and **4B**), the shape of the graph shows a fast increase in the load. This explains the densification of the honeycomb core because the whole height of the panel is consumed by the folds.

**Figures 5A, 5B** and **5C** refer to group tests for all the configurations of the specimens with dimensions of 30 × 30 mm. They show that the tests performed on the samples were reproducible.

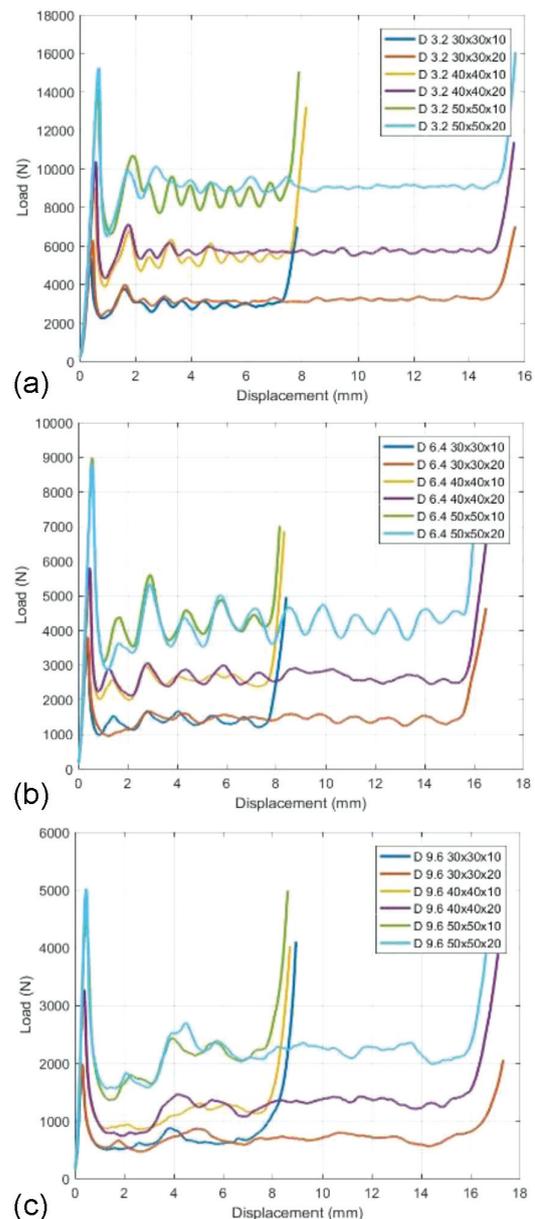
Force-displacement curves for different cell sizes are shown in **Figure 6**. It can be seen that the constant phase of the compression force during the test was influenced by the specimen size. The compression force was increased with the size of the sample, but the height of the sample only affected the duration of the constant phase.

The average crush force for specimens with a cell size of 3.2 mm and dimensions of (30 × 30 × 10) mm was 5344 N and the average plateau force was 3020 N. The densification started during the deformation of the structure of 7.29 mm. The energy absorption ( $E_a$ ) in joule (J) was determined by calculating the area under the load-displacement graph using the following equation:

$$E_a = \int_0^d F(x)dx \quad (1)$$

where  $d$  is the axial crushing distance (from  $d = 0$  to the start of the densification phase),  $F$  is the axial crushing force and the value for the 7.29 mm displacement is 21.47 J.

The force-displacement graph from **Figure 6** refers to the specimens with dimensions of (30 × 30 × 20) mm and a cell size of 3.2 mm, which were similar to the specimens with dimensions of (30 × 30 × 10) mm and a cell size of 3.2 mm. There were three regions: the elastic region, the plateau and the densification region included in the curve. The critical force was 6061 N and the average plateau force was the same as before, i.e., 3020 N.



**Figure 6:** Force-displacement curves for honeycomb cores during the quasi-static axial-loading test: a) specimen D 3.2 mm, b) specimen D 6.4 mm, c) specimen D 9.6 mm

The densification point started at the structure deformation of 14.8 mm and the energy absorption was 46.81 J.

For the other sizes of the specimens, i.e., (40 × 40 × (10–20)) mm and (50 × 50 × (10–20)) mm, it was found that the shape of the curve was similar to the curve of the sample with the dimensions of (30 × 30) mm. The results for the (40 × 40) mm samples are as follows: The critical force for  $H = 10$  mm is 9194 N and 10223 N for  $H = 20$  mm, the average plateau force for both  $H = 10$  mm and  $H = 20$  mm is the same, i.e., is 5800 N. The densification point starts at the structure deformation of 14.9 mm for  $H = 20$  mm, with an absorbed energy of 84.52 J and at 7.59 mm for  $H = 10$  mm with an absorbed energy of 40.19 J. For the (50 × 50) mm sample, the results are as follows: The critical force for  $H = 10$  mm is 14008 N and 15258 N for  $H = 20$  mm, the average plateau force for  $H = 10$  mm is 9350 N and for  $H = 20$  mm it is 9410 N. The densification point for  $H = 20$  mm starts at the structure deformation of 14.9 mm, with an absorbed energy of 131.6 J and at 7.59 mm for  $H = 10$  mm, with an absorbed energy of 62.87 J.

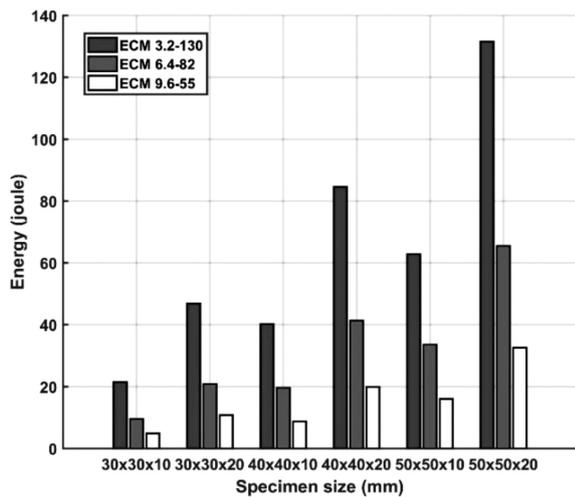


Figure 7: Absorbed-energy diagram for honeycomb cores during the quasi-static axial-compression test

Table 4: Average plateau force and absorbed energy of the honeycomb cores

Sample size (mm)	ECM 3.2-130		ECM 6.4-82		ECM 9.6-55	
	Average plateau force (N)	Absorbed energy (J)	Average plateau force (N)	Absorbed energy (J)	Average plateau force (N)	Absorbed energy (J)
30 × 30 × 10	3020	21.47	1430	9.48	671	4.88
30 × 30 × 20	3020	46.81	1460	20.85	775	10.79
40 × 40 × 10	5800	40.19	2550	19.61	1130	8.77
40 × 40 × 20	5800	84.52	2700	41.32	1300	19.86
50 × 50 × 10	9350	62.87	4120	33.52	2080	15.95
50 × 50 × 20	9410	131.6	4105	65.46	2200	32.61

For the other cell sizes, the interpretation of the results was same as for the cell size of 3.2 mm and they are listed in Table 4.

Figure 7 illustrates the energy-absorption capacity of honeycomb cores and it shows that there is a close relationship between the energy-absorption capacity of a honeycomb core and the honeycomb cell size. The results presented in Table 4 and Figure 7 show a proportional increase in the energy absorbed with an increase in the specimen size and a decrease in the energy absorbed with the increasing cell size.

Table 7 presents the results of the crush force obtained during the compression tests of the honeycomb cores (Figure 6). Three tests were performed for each sample and the average value was retained. These results were then used to validate the numerical model based on the static-analysis approach.

Table 5: Average crush force for the honeycomb cores

Sample size (mm)	Test	ECM 3.2-130	ECM 6.4-82	ECM 9.6-55
		Crush force (N)		
30 × 30 × 10	Test#1	5172	3554	1930
	Test#2	5348	3505	2104
	Test#3	5511	3629	1961
	Mean	5344	3563	1998
	Standard deviation	173	62	93
30 × 30 × 20	Test#1	5801	3792	1981
	Test#2	6296	3825	1842
	Test#3	6085	3900	1787
	Mean	6061	3839	1870
	Standard deviation	248	55	100
40 × 40 × 10	Test#1	9015	5294	3336
	Test#2	8930	5995	3255
	Test#3	9638	5795	3424
	Mean	9194	5695	3338
	Standard deviation	387	361	85
40 × 40 × 20	Test#1	10373	7134	3572
	Test#2	10159	5810	3267
	Test#3	10136	6621	3054
	Mean	10223	6522	3298
	Standard deviation	131	668	260
50 × 50 × 10	Test#1	13880	9833	4466
	Test#2	14031	9861	4790
	Test#3	14114	8957	4572
	Mean	14008	9550	4609
	Standard deviation	119	514	165
50 × 50 × 20	Test#1	15328	9941	5018
	Test#2	15208	8807	5046
	Test#3	15239	9173	4859
	Mean	15258	9307	4974
	Standard deviation	62	579	101

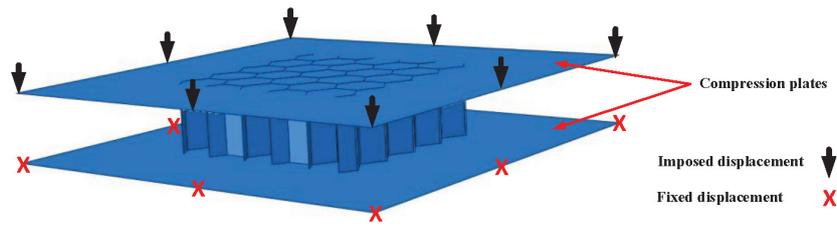


Figure 8: Boundary conditions

#### 4 FINITE-ELEMENT MODELLING

As mentioned before, two modelling approaches, i.e., a static analysis and an explicit non-linear analysis were employed to study the behaviour of aluminium honeycombs in finite modelling. ABAQUS was used for the explicit non-linear finite-element code to simulate the quasi-static axial loading of aluminium honeycombs. The explicit-solution method was a true dynamic procedure originally developed to model high-speed impact events, in which inertia plays a dominant role. Therefore, in the quasi-static analysis, the goal was to model the process in the shortest time, in which inertial forces remain insignificant. To achieve a quasi-static process using an explicit dynamic procedure, the mass-scaling option was used in ABAQUS.<sup>19</sup> The mass-scaling factor was selected so that the test time was 300 s; in addition, this factor was chosen and tested to prove that the inertia had no influence on the test.

##### 4.1 Finite-element procedure

To simulate a contact between the plates and the sample, a general contact algorithm was introduced using a penalty contact method in ABAQUS.<sup>19</sup> Self-contact for the cellular walls of a honeycomb core was also included in the FE model, so the core walls were not allowed to fold onto themselves. The value of the coefficient of friction for the contact between the plates and the sample was chosen to be 0.15 because the flat-compression test plates are made of hardened steel and the faces of the plates were cleaned with oil to minimise the friction. This indicated friction between aluminium and steel with lubrication and the friction values in the literature were between 0.1 and 0.4. The plates were modelled as rigid bodies using an analytical rigid technique. The initial velocity was assigned to the plate reference points and the plates were also constrained to move only in the out-of-plane direction as shown in Figure 8. The honeycomb core did not have any constraint.

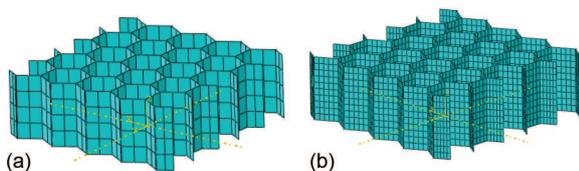


Figure 9: Mesh types for the honeycomb core: a) coarse mesh, b) convergence mesh

The mesh element selected for this model was SR4, (Figure 9) with four nodes, double-curved thick-shell elements with a reduced integration, active-stiffness hourglass control and five integration points through the cell-wall thickness. It was a robust, general-purpose element suitable for this kind of simulation.<sup>19</sup> It had the advantage of a short computing time while maintaining a good accuracy of the results. The optimal number of the mesh was obtained after a mesh-convergence study including 5256 elements as shown in Figure 10.

##### 4.2 Finite-element results and discussion

In the static analysis, the simulation was carried out until the first collapse after the elastic phase because the calculation presented many problems relating to divergence.

The deformed model obtained is shown in Figure 11B and the first crush of the cells can be observed. Figure 11A shows the FE model in the initial state before the crushing. The results obtained for the crush

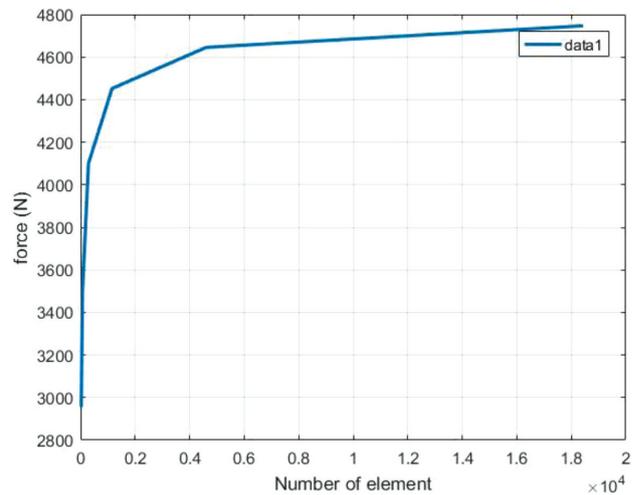


Figure 10: Mesh convergence of the honeycomb core

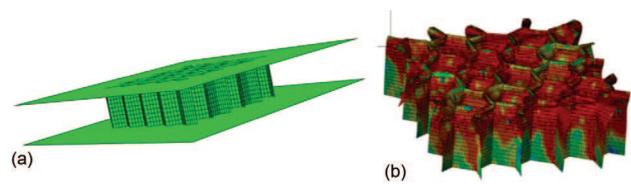


Figure 11: Results of the finite-element model: a) FE model, b) stress distribution

**Table 6:** Average crush force of the honeycomb cores

Specimens size (mm)	ECM 3.2–130			ECM 6.4–82			ECM 9.6–55		
	Test (N)	FE (N)	Err (%)	Test (N)	FE (N)	Err (%)	Test (N)	FE (N)	Err (%)
30 × 30 × 10	5178.7	5344	3.1	3465.5	3563	2.9	1888.2	1998	5.5
30 × 30 × 20	5958.3	6061	1.7	3759	3839	2.1	1801.1	1870	3.7
40 × 40 × 10	9304.4	9194	1.2	5601	5695	1.7	3147	3338	5.7
40 × 40 × 20	10010.2	10223	2.1	6485	6522	0.6	3110.5	3298	5.7
50 × 50 × 10	14792.4	14008	5.6	9479	9550	0.7	4532	4609	1.7
50 × 50 × 20	14989	15258	1.8	9105	9307	2.2	4835.2	4974	2.8

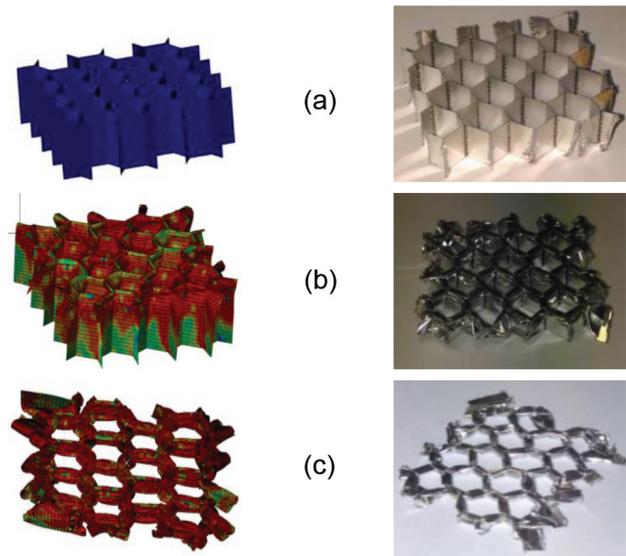
force are presented in **Table 6** for all the specimens tested (ECM 9.6–55, ECM 6.4–82 and ECM 3.2–130). The results were in good agreement with the experimental results and showed the maximum difference of only 5.7 % between the crushing forces calculated numerically and experimentally where normally this error is up to 2 %.

The standard explicit modelling gave good results for the first stage of the test and the force calculated with the simulation was very close to that obtained with the experimental tests.

Numerical results of the explicit non-linear analyses of specimen D 6.4 mm (30 × 30 × 10) mm obtained with the finite-element model and experimental results are given in **Figure 12**. They show the typical stages of a quasi-static compression test of an aluminium honeycomb-core material. Three different regimes were observed: at a low strain, there are a linearly elastic region (A in **Figure 12**) and buckling, followed by progressive folding (B in **Figure 12**) and the final densification (C in **Figure 12**).

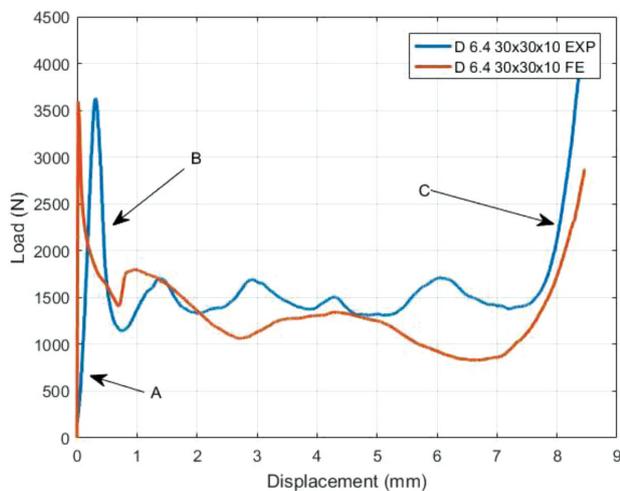
The curve obtained in **Figure 12** shows that the numerical procedure was in good agreement with the experiment results, and that all the steps of the test were simulated successfully.

**Figure 13** illustrates a comparison between the numerical and experimental failure behaviour where **Fig-**



**Figure 13:** Visual comparison of honeycomb cores during crushing steps of FE (left) and experimental (right) investigations

**ure 13a** shows the numerical model and an experimental specimen before the failure and **Figure 13b** illustrates the damage after the first crush of cells. **Figure 13c** presents the final densification after the whole panel has been consumed by folds.



**Figure 12:** Comparison of the numerical and experimental load-displacement curves for 30 × 30 × 10 mm D 6.4 mm

## 5 CONCLUSIONS

This paper focused on numerical modelling and verification of the experimental results of the crush behaviour of honeycomb cores subjected to axial compression. Two modelling approaches were employed, the static and dynamic methods. The experimental crushing resistance of honeycomb cores with various cell configurations was first determined and 18 different configurations were tested under compression. The experimental study allowed us to make the following conclusions:

- The results of the quasi-static compression tests show that the crush response consists of three phases: at low strains, there are a linearly elastic region and buckling, followed by progressive folding and the final densification.
- The crushing force is influenced by the specimen size. It increases with the size of the sample, but the

height of the sample only affects the duration of the constant phase.

- The energy absorption is strongly influenced by the cell diameter; it increases with a decreasing diameter. The height of a honeycomb core plays a very important role in the energy-absorption process and these two quantities are found to be directly proportional.

Regarding the numerical study, we can make the following conclusions:

- It is demonstrated that the Abaqus static modelling gives good results for the first-stage failure of the compression test, but it is unable to reproduce the rest of the failure taking place during the test. This modelling approach allows us to find the value of the crushing force for all the configurations of the honeycomb cores. The numerical results are in good agreement with the experimental results.
- The dynamic modelling technique is successful at reproducing all the steps of the compression test and this method gives a good correlation with the experimental compression tests for aluminium honeycombs. The inconvenience of this method is the fact that it requires greater computing resources.
- Different failure modes of the honeycomb crash process obtained with the FE modelling have the same shapes as those of the experimental failure modes, showing all the stages of the crushing process.

## Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge the Algerian and French state for the financial support of this work in the framework of program PROFAS B+ 2015-2016.

## 5 REFERENCES

- <sup>1</sup> O. A. Ganiłova, J. J. Low, Application of smart honeycomb structures for automotive passive safety, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 232 (2018) 6, 797–811, doi:10.1177/0954407017708916
- <sup>2</sup> G. Lu, T. Yu, Energy absorption of structures and materials, 1<sup>st</sup> ed., Elsevier, 2003, 268–316
- <sup>3</sup> L. J. Gibson, M. F. Ashby, Cellular solids: Structure and properties, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press, Cambridge 1999
- <sup>4</sup> J. Zhang, M. F. Ashby, The out-of-plane properties of honeycombs, International Journal of Mechanical Sciences, 34 (1992) 6, 475–489, doi:10.1016/0020-7403(92)90013-7
- <sup>5</sup> J. Zhang, M. F. Ashby, Buckling of honeycombs under in-plane biaxial stresses, International Journal of Mechanical Sciences, 34 (1992) 6, 491–509, doi:10.1016/0020-7403(92)90014-8
- <sup>6</sup> W. Zhao, Z. Xie, X. Li, X. Yue, J. Sun, Compression after impact behaviour of titanium honeycomb sandwich structures, Journal of Sandwich Structures & Materials, 00 (2017) 0, 1–19, doi:10.1177/1099636217707150
- <sup>7</sup> G. Shi, P. Tong, Equivalent transverse shear stiffness of honeycomb cores, International journal of solids and structures, 32 (1995) 10, 1383–1393, doi:10.1016/0020-7683(94)00202-8
- <sup>8</sup> T. Wierzbicki, Crushing analysis of metal honeycombs, International Journal of Impact Engineering, 1 (1983) 2, 157–174, doi:10.1016/0734-743X(83)90004-0
- <sup>9</sup> J. W. Klintworth, W. J. Stronge, Elasto-plastic yield limits and deformation laws for transversely crushed honeycombs, International Journal of Mechanical Sciences, 30 (1988) 3, 273–292, doi:10.1016/0020-7403(88)90060-4
- <sup>10</sup> D. Mohr, M. Doyoyo, Experimental investigation on the plasticity of hexagonal aluminum honeycomb under multiaxial loading, Journal of Applied Mechanics, 71 (2004) 3, 375–385, doi:10.1115/1.1683715
- <sup>11</sup> S. Thwaites, N. H. Clark, Non-destructive testing of honeycomb sandwich structures using elastic waves, Journal of Sound and Vibration, 187 (1995) 2, 253–269, doi:10.1006/jsvi.1995.0519
- <sup>12</sup> D. Prall, R. S. Lakes, Properties of a chiral honeycomb with a poisson's ratio of -1, International Journal of Mechanical Sciences, 39 (1997) 3, 305–314, doi:10.1016/S0020-7403(96)00025-2
- <sup>13</sup> C. Wu, C. Weeks, C. Sun, Improving honeycomb-core sandwich structures for impact resistance, Journal of Advanced Materials, 26 (1995) 4, 41–47
- <sup>14</sup> I. Masters, K. Evans, Models for the elastic deformation of honeycombs, Composite Structures, 35 (1996) 4, 403–422, doi:10.1016/s0263-8223(96)00054-2
- <sup>15</sup> C. W. Schwingshackl, G. S. Aglietti, P. R. Cunningham, Determination of honeycomb material properties: Existing theories and an alternative dynamic approach, Journal of Aerospace Engineering, 19 (2006) 3, 177–183, doi:10.1061/(ASCE)0893-1321(2006)19:3(177)
- <sup>16</sup> ECM-Honeycomb Data Sheet, Euro Composites S.A., Luxembourg 2015
- <sup>17</sup> X. Zhang, H. Zhang, Z. Wen, Experimental and numerical studies on the crush resistance of aluminium honeycombs with various cell configurations, International Journal of Impact Engineering, 66 (2014), 48–59, doi:10.1016/j.ijimpeng.2013.12.009
- <sup>18</sup> ASTM E8 / E8M-16a:2016, Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials, ASTM International, West Conshohocken
- <sup>19</sup> Abaqus, Ver 6.14, Dassault Systemes Simulia Corporation, Rhode Island 2014