

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE FERHAT ABBAS SETIF-1

FACULTE DE TECHNOLOGIE

Domaine : Sciences et Technologie

THESE

Présentée au Département d'Electronique

Pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT LMD

Filière : Electronique

Option : Traitement du signal

Par

TELLALA Ihssene

THEME

Traitement Et Analyse Des Signaux par Les Méthodes basées EMD

Soutenue le 25/02/2021 devant le Jury:

Bouzit Nacerdine	Professeur	Univ. F. Abbas Sétif 1	Président
Amardjia Nourredine	Professeur	Univ. F. Abbas Sétif 1	Directeur de thèse
Bouguezal Saad	Professeur	Univ. F. Abbas Sétif 1	Examineur
Ferhat Hamida AbdelHak	Professeur	Univ. F. Abbas Sétif 1	Examineur
Bourouba Nacerdine	Professeur	Univ. F. Abbas Sétif 1	Examineur
Aidel Salih	Professeur	Univ. BBA	Examineur
Bekka Raïs El'hadi	Professeur	Univ. F. Abbas Sétif 1	Membre invité

DÉDICACE

A ma tendre mère et à mon cher père,

A mon mari et à mon fils,

A mes frères et sœurs,

Pour leurs soutiens et sacrifices.

A tous ceux que j'aime et qui m'aiment

Et à tous ceux qui m'ont soutenu durant ces années.

...Je dédie ce travail.

REMERCIEMENTS

Dieu merci de m'avoir donné l'énergie et la patience nécessaires à l'aboutissement de ce travail.

Toute ma gratitude et mes chaleureux remerciements au Prof. Nourredine Amardjia de l'Université Ferhat Abbas de Sétif, en sa qualité de directeur de thèse, pour avoir dirigé ce travail avec une grande patience et un esprit d'équipe et aussi pour sa disponibilité, ses conseils, son amabilité et sa fraternité jusqu'à l'aboutissement de ce travail.

Je suis très honoré que Monsieur Bouzit Nacerdine , Professeur à l'Université Ferhat Abbas de Sétif, ait accepté de présider le jury de ma thèse. Je le remercie chaleureusement.

Je remercie aussi Monsieur Bouguezal Saad Professeur à l'Université Ferhat Abbas de Sétif 1, Monsieur Ferhat Hamida AbdelHak, Professeur à l'Université Ferhat Abbas de Sétif 1, Bourouba Nacerdine Professeur à l'Université Ferhat Abbas de Sétif 1, Aidel Salih Professeur à l'Université de BBA, Monsieur Raïs El'hadî Bekka Professeur à l'Université Ferhat Abbas d'avoir accepté de faire partie du jury de cette thèse en qualité d'examineurs. Que leurs remarques et leurs critiques soient les bienvenues.

Enfin, je ne pourrais finir sans remercier tous les enseignants du département d'électronique.

Résumé

La Décomposition Empirique Modale (EMD) est un outil d'analyse potentiel dans le domaine du traitement du signal. L'EMD décompose le signal en Fonctions des Modes Intrinsèques (IMF) de manière adaptative et sans aucune hypothèse préalable sur la stationnarité et la linéarité du signal à analyser. Le but général de la thèse est l'exploration des propriétés de l'EMD pour le débruitage des signaux réels et des simulations. Nous proposons comme première application, une procédure de débruitage inspirée par le seuillage doux et dur en ondelettes appliquée sur des IMFs présélectionnées. Nous proposons comme deuxième application, une amélioration d'une méthode de débruitage basée sur l'application du filtre adaptatif à moyenne pondérée centrale ACWA (Adaptive Center Weighted Average filter) aux IMFs issus de l'EMD. Le bruit contenu dans chaque IMF a été estimé à l'aide d'un modèle de bruit seul. Les contributions que nous avons apportées sont illustrées sur des données synthétiques et réelles et les résultats sont comparés à ceux des méthodes éprouvées telles que celle utilisant les ondelettes et les méthodes conventionnelles.

Mots-clés : Décomposition Empirique Modale; Critère de Sélection ; Seuillage ; Débruitage des Signaux; Filtre Adaptatif à Moyenne Pondérée Centrale ; Modèle de Bruit Seul.

Liste des symboles

A_j : Approximation de la méthode ondelettes

D_j : Détails de la méthode ondelettes

TOD : Transformée en Ondelettes Discrète

$\psi(t)$: Fonction d'ondelettes

FFT : Fast Fourier Transform

TFD : Transformation de Fourier Discrète

T_0 : Période du signal

IMF : Intrinsic mode function

$r(t)$: Résidu de la méthode EMD

SD : critère d'arrêt de la boucle de tamisage

EMD : Empirical Mode Decomposition –

TF : Transformée de Fourier

$\mu_{j,i-1}(t)$: Enveloppe moyenne

IO : Indice d'Orthogonalité

f : fréquence

f_e : fréquence d'échantillonnage

ν : fréquence normalisée

fGn : Fractional Gaussian Noise

τ_H : Séquence d'autocorrélation

H : Exposant de Hurst

$S_H(f)$: Densité spectrale de puissance

DSP : Densité spectrale de puissance

$V_H[K]$: Variance des modes

DWT : Discrete Wavelet Transform

Liste des symboles

σ : Variance

C_j : Fonctions de mode intrinsèque

$\hat{E}_j$: Model du bruit seul

T_j : Seuil universel modifié

SNR_{in} : Input signal to noise ratio

SNR_{out} : Output signal to noise ratio

EMD-Dur : Méthode de seuillage direct dur

EMD-Doux : méthode de seuillage direct doux

EMD-CDoux : Méthode de seuillage doux avec constante basée sur EMD

EMD-SCDoux : Méthode de seuillage doux avec constante et sélection des modes

EMD-CDur : Méthode de seuillage dur avec constante basée sur EMD

EMD-SCDur : Méthode de seuillage dur avec constante et sélection des modes

EMD-Conv : Méthode conventionnelle de seuillage basée sur EMD

ACWA : Adaptive Center Weighted Average filter

EMD-ACWA : Méthode conventionnelle de filtrage par le filtre ACWA basée sur EMD

EMD-IT : EMD interval threshlding

L : taille de la fenêtre du filtre ACWA

dB : décibel

Db8 : Ondelette Daubechies 8

WSS : Weighted spectral slope

Liste des figures

Fig. 1.1	Différentes classes des signaux.....	11
Fig. 1. 2	Représentation d'un ensemble de réalisations signaux discrets.....	12
Fig. 1. 3	Classification morphologique des signaux.....	14
Fig. 1. 4	Moyenne d'ensemble et moyenne temporelle.....	15
Fig. 1. 5	Exemple de discontinuité de seconde espèce.....	17
Fig. 1. 6	Schéma-bloc de la transformation de Fourier.....	19
Fig. 1. 7	Répartition des fréquences discrètes	21
Fig. 1. 8	Diverses opérations que l'on peut effectuer sur une fonction mère par transformée de Fourier à fenêtre glissante (en haut) et par transformée en ondelettes (en bas)	24
Fig. 1.9	Division du domaine fréquentiel. (a) pour la transformée de Fourier à fenêtre glissante (couverture uniforme), (b) pour la transformée en ondelettes (couverture logarithmique).....	26
Fig. 1.10	Représentation de la grille dyadique. $d(i,j)$ est le détail du signal correspondant à l'échelle j et la position i	28
Fig 1. 11	Arbre de décomposition pyramidale représentant le fonctionnement de l'algorithme de Mallat. Le 2 avec une flèche vers le bas symbolise une décimation par deux, c'est-à-dire on retire un point sur deux (analyse dyadique).....	29
Fig. 1. 12	Processus de reconstruction.....	30
Fig. 1. 13	Représentation des différentes étapes de la TOD. En haut la décomposition du signal et en bas sa reconstruction.....	31
Fig. 2. 1	L'organigramme de la décomposition EMD.....	42
Fig. 2. 2	la représentation du signal $x_1(t)$ et ses composantes.....	43
Fig. 2. 3	Principe de tamisage pour l'estimation de la première IMF du signal $x_1(t)$...	43
Fig. 2. 4	La décomposition EMD du signal $x_1(t)$	44

Fig. 2. 5	Le signal de test $x_2(t)$	47
fig. 2. 6	La décomposition EMD du signal $x_2(t)$	48
Fig. 2. 7	Erreur sur la décomposition EMD du signal $x_2(t)$	49
Fig. 2. 8	La décomposition EMD du signal $x_3(t)$ pour les deux différentes fréquences normalisées.....	51
Fig. 2. 9	Décomposition du signal $x_4(t)$ par la méthode EMD.....	53
Fig. 3. 1	Les Spectres de puissance des IMFs du bruit gaussien fractionnaire (courbes continues). DSP théorique du processus global est présenté par la ligne discontinue (Ref fig).....	60
Fig. 3. 2	(a) nombre moyen de passages par zéro des IMFs dans le cas du bruit gaussien fractionnaire $H=0.1$ (ligne en cercles), $H=0.9$ (ligne carrée). (b) Taux de diminution correspondant des passages par zéro (cercles et ligne en pointillés), avec l'approximation quadratique des moindres carrés donné par l'équation (3.3) (ligne discontinue).....	61
Fig. 3. 3	Spectres (DSP) des IMFs re-normalisées dans le cas du bruit gaussien fractionnaire.....	62
Fig. 3. 4	modegrammes expérimentaux dans le cas du bruit gaussien fractionnaire...	64
Fig. 3. 5	Logarithme (de base 2) de la variance relative donnée dans figure 3.4, $\log_2(\log_2(T_H[k]/Z=W_H[k]))$	65
Fig. 3. 6	Exemple de débruitage d'un signal sinusoïdal avec bruit blanc de $SNR_{in}=5dB$ par la méthode EMD-Conventionnel. (a) : Model du bruit à intervalle de confiance 99% avec les énergies des IMFs du signal bruité. (b) : Signal bruité. (c) : Signal après débruitage (d) : Bruit estimé.....	67
Fig. 3. 7	la décomposition EMD d'un signal Doppler contaminé par un bruit blanc avec $SNR_{in}=5dB$	71
Fig. 3. 8	(a) : Seuillage dur de l'IMF5. (b) : Signal Doppler (figure 3. 7) après débruitage par la méthode proposée EMD-dur.....	71

Fig. 3. 9	(a) : Seuillage dur de l'IMF5. (b) : Signal Doppler (fig.3.5) débruité par la méthode EMD-doux.....	72
Fig. 3. 10	Variation du seuil T_j	73
Fig. 3. 11	Signaux de test. (a) Doppler, (b) Blocks et (c) Bumps.....	74
Fig. 3. 12	Choix de la constante de seuillage doux. (a) : signaux de simulation. (b) : signaux ECG.....	75
Fig. 3. 13	Choix de constante de seuillage dur. (a) : signaux ECG. (b) : signaux de parole.....	76
Fig. 3. 14	Distribution d'énergie des IMFs du signal Doppler bruité et le model du bruit seul.....	77
Fig. 3. 15	Choix du paramètre M_1 . (a) : Signaux de simulation. (b) : Signaux ECG. (c) : Signaux de parole.....	78
Fig. 3. 16	Choix du paramètre M_1 . (a) : Signaux de simulation. (b) : Signaux ECG. (a) : Signaux de parole.....	79
Fig. 3. 17	Choix de parametres M_2 . (a) : Signaux de simulation. (b) : Signaux ECG. (c) : Signaux de parole.....	80
Fig. 3. 18	Résultats de débruitage du signal ECG.106 par la méthode proposée (EMD-SCDur), la méthode de seuillage direct (EMD-Dur) et la méthode conventienlle (EMD-Conv).....	82
Fig. 3. 19	Résultats de débruitage des signaux de simulation.....	83
Fig. 3. 20	Résultats de débruitage des signaux réels.....	84
Fig. 4. 1	Seuillage d'une cellule de l'IMF par la méthode EMD-IT (Dure).....	94
Fig. 4. 2	Un signal « piecewise regular » et son version bruité correspondant avec un SNR avant débruitage de 4 dB. (b) Comparaison de l'estimation du bruit obtenue par la méthode médiane et le modèle de bruit seul.....	97
Fig. 4. 3	Choix de la longueur de la fenêtre du filtre ACWA.....	98

Fig. 4. 4	(a) Signal parole ; (b) Signal ECG-100 ; (c) Version bruitée du signal parole ; (d) Version bruitée du signal ECG ($SNR_{in} = 4$ dB).....	99
Fig. 4. 5	Résultats de débruitage par la méthode EMD-ACWA proposée. (a) Piecewise-regular, (b) Signal parole, (c) ECG.....	100
Fig. 4. 6	Signaux de test. (a) Doppler, (b) Blocks et (c) Bumps.....	101
Fig. 4. 7	Résultats de débruitage du signal « piecewise regular ». (a) Méthode proposée, (b) Méthode EMD-ACWA conventionnelle, (c) EMD-IT, (d) Wavelet Daubechies-8.....	102
Fig. 4. 8	Evaluation des performances des méthodes appliquées sur les signaux de simulation. (a) Piecewise regular, (b) Doppler, (c) Blocks, (d)Bumps.....	103
Fig. 4. 9	Evaluation des performances des méthodes appliquées sur les signaux réels. (a) Parole, (b) ECG.....	105

Sommaire

Dédicace

Remerciements

Résumé

Liste des acronymes iv Liste des Figures

Liste des figures1

Introduction générale5

Chapitre 1 : Méthodes d'Analyse des signaux

1.1 Introduction 10

1.2 Qu'est-ce qu'un signal ? 10

1.3 Classification des signaux 11

1.3.1 Classification phénoménologique 11

1.3.2 Classification morphologique 13

1.3.3 Signaux stationnaires 15

1.3.4 Signaux ergodiques15

1.3.5 Signaux non-stationnaires 15

1.4 Décomposition et analyse de Fourier 16

1.4.1 Développement en série Fourier 16

1.4.2 Transformation de Fourier 18

1.5 Analyse spectrale des signaux numériques 20

1.5.1 Transformation de Fourier numérique 20

1.5.2 Transformation de Fourier discrète 20

1.5.3 Transformation de Fourier à fenêtre glissante 22

1.6 Transformée en ondelettes et analyse multi-résolution..... 23

1.6.1 Aspect historique 23

1.6.2 Principe 24

1.6.3 Définitions..... 25

1.6.4	Transformée en ondelettes	27
1.6.5	Transformation discrète	27
1.6.6	Propriétés des familles d'ondelettes	31
1.6.7	Choix d'ondelette d'analyse	32
1.7	Conclusion.....	32
	References.....	34

Chapitre 2 : la transformée du huang

2.1	Introduction	37
2.2	EMD : Méthode originelle ou EMD classique.....	37
2.2.1	Quelques définitions	37
2.3	Le Principe de la méthode EMD	38
2.4	Algorithme et processus de tamisage	40
2.5	Les Paramètres significatifs de la méthode EMD	44
2.5.1	Le critère d'arrêt	44
2.5.2	L'interpolation	45
2.6	Propriétés fondamentales de l'EMD	45
2.6.1	Non-linéarité	45
2.6.2	Pseudo-orthogonalité	46
2.6.3	Adaptabilité et localité	46
2.6.4	PDE pour la caractérisation des IMFs	49
2.6.5	Aspect multirésolution	50
2.7	EMD: un outil de description temps-fréquence	50
2.7.1	Importance de la fréquence d'échantillonnage	50

2.7.2 la séparation des composantes	52
2.8 Défauts de la méthode EMD	54
2.8.1 Effets de bord	54
2.8.2 Problème de mixage des modes	54
2.10 Conclusion	54
Référence.....	55

Chapitre 3 : Dé-bruitage dure et doux avec sélection des modes

3.1 Introduction	57
3.2 Model de bruit seul.....	58
3.2.1 Bruit Gaussien fractionnaire	58
3.2.2 Fonction de transfert équivalente.....	59
3.2.3 Estimation de variance des modes	63
3.3 Dé-bruitage conventionnel par EMD :	64
3.3.1 Principe	64
3.3.2 Procédure de Debruitage conventionnel	65
3.4 Débruitage avec seuillage dur	68
3.4.1 Principe de débruitage par ondelettes	68
3.4.2 Débruitage par seuillage dur direct des IMFs : EMD-Dur.....	69
3.4.3 Débruitage par seuillage doux direct des IMFs : EMD-Doux	72
3.5 Le Coefficient du seuillage	74
3.5.1 Choix du Coefficient du seuillage doux.....	74
3.5.2 Choix du Coefficient du seuillage dur	75
3.6 Critère de sélection des IMFs.....	77
3.7 Algorithme de débruitage proposé	81
3.8 Résultats et discussion.....	81

3.8	Conclusion.....	85
	Références.....	86

Chapitre 4 : Dé-bruitage adaptatif basé sur filtre ACWA amélioré

4.1	Introduction	89
4.2	Filtrage au domaine de temps par ACWA filtre.....	90
4.3	Amélioration du signal basée sur des statistiques locales	91
4.4	Filtrage d'un bruit Gaussien additif	91
4.5	Filtrage du bruit blanc basée sur EMD.....	93
4.6	Seuillage par intervalle combiné EMD	93
4.7	Approche de la méthode EMD-ACWA conventionnelle	95
4.8	L'algorithme de débruitage EMD-ACWA proposé	95
4.8.1	L'Algorithme	95
4.8.2	Comparaison entre le modèle Médian et le modèle de bruit seul	96
4.8.3	Choix de la longueur de la fenêtre du filtre ACWA	97
4.8.4	Application aux signaux réels et de simulation	96
4.9	Résultats et discussion	101
4.10	Conclusion	106
	Références	107
	Conclusion générale	111
	Annexex	
	Annexe N°1 : Production Scientifique	112
	Annexe N°2 : Article.....	113

Introduction générale

Le débruitage a toujours joué un rôle important dans le traitement du signal et il est également devenu de plus en plus important dans de nombreux domaines. Généralement, le débruitage des données peut être effectué soit dans le domaine temporel [1], soit dans le domaine fréquentiel [2], soit dans le domaine temps-fréquence. Les techniques de filtrage typiques dans le domaine fréquentiel sont le filtrage passe-bas de Fourier [3] et le filtrage par ondelettes [4]. Le filtrage passe-bas de Fourier est utilisable pour les systèmes linéaires et le traitement du signal périodique ou stationnaire, mais il ne peut pas éliminer le bruit avec une fréquence inférieure à la fréquence de coupure du filtre. De même, le filtrage de Wiener [5], qui fait partie des techniques de réduction de bruit les plus simples et les plus largement utilisées, reste inefficace pour les signaux non linéaires et non stationnaires qui sont typiquement le cas des signaux réels.

Récemment, la méthode des ondelettes, qui fonctionne bien en temps-fréquence et à plusieurs résolutions d'analyse, a été un outil largement utilisé pour débruiter des signaux stationnaires et non stationnaires [6-9]. Une limite de cette approche est que l'effet de débruitage d'un filtre à ondelettes est influencé par la sélection des fonctions de base prédéfinies et de l'échelle de décomposition, ce qui le rend non adaptatif et ne correspond pas nécessairement à tous les signaux réels [10].

Afin de surmonter les inconvénients des approches ci-dessus, Huang et al. [11] ont introduit une nouvelle analyse temps-fréquence est une méthode adaptative appelée la Décomposition Empirique Modale (ou EMD acronyme de Empirical Mode Decomposition), qui peut bien gérer les processus des signaux non stationnaires et non linéaires. Contrairement à l'analyse de Fourier et d'ondelettes, avec une base prédéfinie, l'EMD exprime le signal comme un ensemble de fonctions de base pilotées par les données, des modes haute fréquence aux modes basse fréquence [12] et qui sont directement dérivées du signal lui-même [13], [14]. Elle est donc auto-adaptative, totalement intuitive et basée sur les données [15].

L'EMD décompose le signal en un nombre fini de composantes modulées d'amplitude et de fréquence moyennes nulles appelées Fonctions de Mode Intrinsèque (IMFs pour Intrinsic Mode Functions), qui représentent les modes oscillatoires locaux intégrés dans le signal [16]. Elle a montré qu'elle surpassait les techniques traditionnelles dans l'analyse des signaux non linéaires et non stationnaires [11, 17]. De plus, elle est appliqué avec succès à des

problèmes tels que le débruitage [18-20], la fréquence instantanée [21], l'estimation autorégressive des paramètres [22], la classification [23] et le codage audio [24].

La thèse est organisée en quatre chapitres :

Après une introduction générale, le premier chapitre est consacré aux différentes méthodes d'analyse des signaux telles que la transformée de Fourier et la transformée en ondelettes.

Le deuxième chapitre présente la méthode EMD en insistant sur ses avantages et ses inconvénients.

Le troisième chapitre traite le problème de débruitage par seuillage à base de l'EMD. Ensuite, une méthode de sélection des IMFs ainsi que le choix du paramètre du seuillage et l'influence de ces dernières seront montrés. Des résultats obtenus par simulation appliqués sur des signaux simulés et réels seront présentés dans la dernière partie de ce chapitre.

Le dernier chapitre est consacré à une méthode modifiée de l'EMD-ACWA, basée sur l'application du filtre adaptatif à moyenne pondérée centrale (Adaptive Center Weighted Average filter ou ACWA filter), pour le débruitage des signaux est proposée en ajoutant une amélioration à la stratégie développée dans [25]. L'amélioration est obtenue en estimant le bruit contenu dans chaque IMF à l'aide d'un modèle de bruit seul [26], améliorant ainsi la précision de l'estimation du bruit. Le schéma de débruitage EMD-ACWA proposé est testé sur des signaux réels de la parole de la base de données CORPORA [27], des enregistrements ECG réels de la base de données d'arythmie MIT-BIH (360 Hz) [28] et des différents signaux de simulation.

Enfin, nous clôturons cette thèse par une conclusion générale.

Références

- [1] K. S. S. Srinivas and K. Prahallad, “An ’FIR implementation of zero frequency filtering of speech signals,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 20 no.9, pp. 2613–2617, Nov. 2012
- [2] A. A. Fedotov, Selection of Parameters of Bandpass Filtering of the ECG Signal for Heart Rhythm Monitor-ing Systems. *Biomedical Engineering*. 2016, Vol 50, No 2, pp 114-118.
- [3] S. Sangeetha and P. Kannan, “Design and Analysis of Digital Filters for Speech Signal Using Multirate Signal Processing”, *ICTACT JOURNAL ON MICROELECTRONICS*, vol. 3, no. 4, pp. 480-487, 2018.
- [4] J. S. Rajput, M. Sharma, R.S. Tan et al., “Automated detection of severity of hypertension ECG signals using an optimal bi-orthogonal wavelet filter bank”, *Computers in Biology and Medicine* (2020), doi: <https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2020.103924>.
- [5] J.G. Proakis, D.G. Manolakis, *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications*, Prentice-Hall, 1996
- [6] Y, Gan, L.Sui, , J. Wu, Wang, B, Zhang, Q.; Xiao, G. An EMD threshold de-noising method for inertial sensors. *Measurement* **2014**, 49, 34–41.
- [7] A. Antoniadis, A, Bigot, J, Sapatinas, T. Wavelet Estimators in Nonparametric Regression: A Comparative Simulation Study. *J. Stat. Softw.* **2001**, 6, 1–83.
- [8] T.T. Cai, B.W. Silverman, Incorporating Information on Neighbouring Coefficients into Wavelet Estimation. *Sankhyā Indian J. Stat. Ser. B* **2001**, 63, 127–148.
- [9] G. Baldazzi , E. Sulas , M. Urru , R. Tumbarello ,L. Raffo , D. Pani , “Wavelet Denoising as a Post-Processing Enhancement Method for Non-Invasive Foetal Electrocardiography”, *Computer Methods and Programs in Biomedicine* (2020), doi: <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2020.105558>.
- [10] C. Liu; Yang, Z.; Shi, Z.; Ma, J.; Cao, J. “A Gyroscope Signal Denoising Method Based on Empirical Mode Decomposition and Signal Reconstruction,” *Sensors*, vol. 19, no. 23, p. 5064, 2019.
- [11] N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C.Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N.C. Yen, C.C. Tung, H.H. Liu, The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A* 454 (3) (1998) 903–995.

-
- [12] A. O. Boudraa, J. C. Cexus, “Denoising via empirical mode decomposition”, IEEE International Symposium on Control Communications and Signal Processing, Marrakech, Morocco, March, 2006
 - [13] H. Huang, J. Pan, Speech pitch determination based on Hilbert-Huang transform[J], Signal Process. 86 (4) (2006) 792–803.
 - [14] N. Tsakalozos, K. Drakakis, S. Rickard, A formal study of the nonlinearity and consistency of the empirical mode decomposition [J], Signal Process. 92 (9) (2012) 1961–1969.
 - [15] Q. W. Xie, B. Xuan, S. L. Peng, J. P. Li, W. X. Xu, and H. Han. 2008. “Bandwidth Empirical Mode Decomposition and Its Application.” International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, Vol. 6, no 06, pp 777–798, 2008.
 - [16] G. Rilling, P. Flandrin, and P. Gonc ,Conalves, “On empirical mode decomposition and its algorithms,” in Proceedings of the 6th IEEE/EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing (NSIP '03), Grado, Italy, 2003
 - [17] Q. Wang and S.-T. Quek, Comparison of Hilbert-Huang, Wavelet, and Fourier Transforms for Selected Applications, pp. 213–244, CRC Press, 2005.
 - [18] I. Tellala, N. Amardjia, A. Kesmia, “A Modified EMD-ACWA Denoising Scheme using a Noise-only Model”, Engineering, Technology & Applied Science Research, vol. 10, no 2 , pp. 5470-5476, 2020.
 - [19] P. Flandrin, G. Rilling, P. Goncalves, Empirical mode decomposition as a filter bank, IEEE Signal Process. Lett. 11 (2004) 112–114.
 - [20] P. Flandrin, P. Goncalves, G. Rilling, Detrending and denoising with empiri-cal mode decomposition, in: Proc. of XIIth European Signal Proc. Conf., 2004, pp. 1581–1584
 - [21] R. Gupta, A. Kumar, R. Bahl, Estimation of instantaneous frequencies using it-erative empirical mode decomposition, Signal Image Video Process. 8 (2014) 799–812.
 - [22] M. Hasan, M. Apu, M. Molla, A robust method for parameter estimation of AR systems using empirical mode decomposition, Signal Image Video Process. 4 (2010) 451–461.

- [23] L. Ai, J. Wang, R. Yao, Classification of parkinsonian and essential tremor using empirical mode decomposition and support vector machine, *Digit. Signal Process.* 21 (2011) 543–550.
- [24] Khaldi, K., Boudraa, A., Torresani, B. et al. HHT-based audio coding. *SIViP*, vol. 9, pp. 107–115 (2015).

1.1 Introduction

Depuis de nombreuses années, les chercheurs ont utilisé et ont analysé les signaux pour les découvrir et bénéficier de leurs secrets. La fréquence identifie les notes dans des signaux musicaux et les couleurs de la lumière, etc. Ainsi, l'analyse des signaux a été développée il y a longtemps: avec l'analyse de Fourier d'abord et récemment en utilisant les ondelettes.

Pour aborder l'approche multi-échelle par ondelettes, il est d'abord essentiel d'exposer la transformée de Fourier, puis détailler le principe de la technique des ondelettes.

1.2 Qu'est-ce qu'un signal ?

Pour faire simple, on peut dire qu'un signal est la manifestation physique d'une information qui est transportée d'une source vers une destination. En pratique, c'est souvent une grandeur physique qui varie au cours du temps. Ceci est en réalité un peu restrictif mais correspond bien à la plupart des cas pratiques. Par exemple, en « Mesures Physiques », on est intéressé par la mesure issue des capteurs : la tension délivrée par tout capteur est typiquement un signal qui peut faire l'objet des propos qui vont suivre. La description mathématique des signaux est l'objectif de la théorie du signal. Elle offre les moyens d'analyser, de concevoir et de caractériser des systèmes de traitement de l'information. Soient les deux exemples de signaux :

Microphone :

Information physique : pression acoustique => représentation de l'information : signal électrique proportionnel.

Souris d'ordinateur :

Information physique : déplacement, clic, molette => représentation de l'information : signal électrique impulsionnel.

Cette interprétation très « physique » du signal peut s'étendre un peu et l'on appelle aussi souvent « signal » la description mathématique de l'évolution de la grandeur physique en question. Par exemple, si l'on dit qu'un capteur délivre une tension sinusoïdale, faisant donc référence à la forme mathématique de la fonction qui décrit la tension, on peut parler de signal sinusoïdal. Ceci se réfère bien à une notion mathématique et non physique. Toutefois,

dans les propos qui suivront, ce genre de distinction ne pose généralement pas de problème et relève plus de la nuance.

Le fait d'associer au signal sa description mathématique a mené assez naturellement à considérer que les signaux se ramènent à des fonctions du temps. Ceci est quelque peu restrictif en tentant de classer les signaux, mais, là encore, en première approche, c'est assez vrai.

Souvent, en traitement du signal, on distingue le signal utile, c'est-à-dire celui que l'on veut étudier, dont on veut extraire une information pertinente, d'un signal inutile qui viendrait parasiter le signal utile. La description mathématique des signaux est l'objectif de la théorie du signal. Elle offre les moyens d'analyser, de concevoir et de caractériser des systèmes de traitement de l'information.

1.3 Classification des signaux

Cette classification somme toute assez simpliste, repose sur certaine distinction. La figure 1.1 représente les différentes classes des signaux.

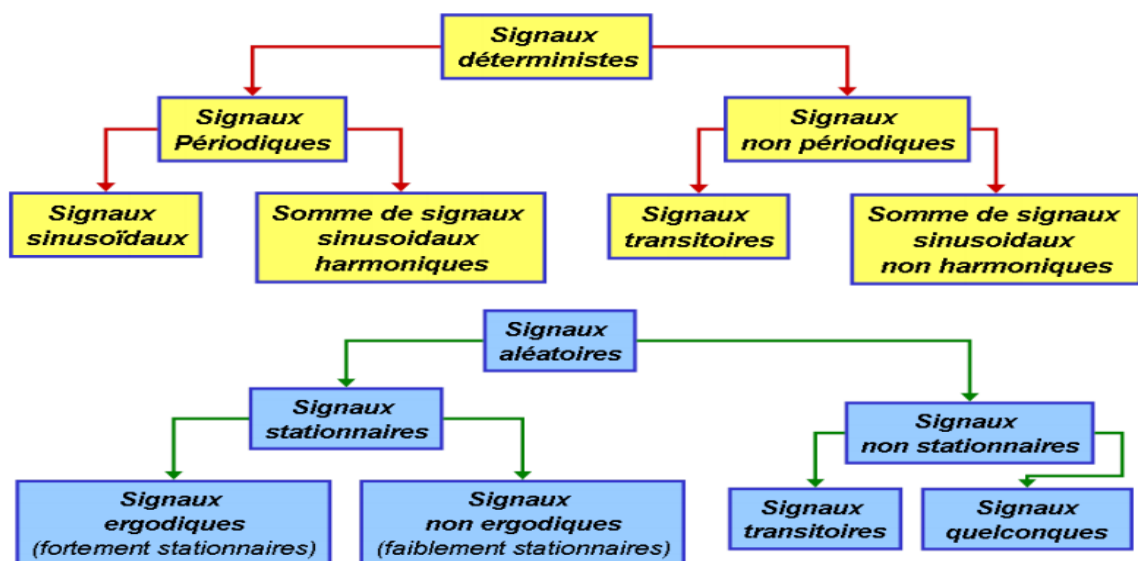


Fig.1 1. Différentes classes des signaux

1.3.1 Classification phénoménologique

On considère la nature de l'évolution du signal en fonction du temps. Il apparaît deux types de signaux :

Les signaux déterministes

Les signaux déterministes ou signaux certains ont une évolution en fonction du temps qui peut être parfaitement modélisée par une fonction mathématique. En outre, ce sont les signaux pour lesquels une description mathématique précise permet de prévoir à l'avance quelle sera leur valeur à des instants futurs. On retrouve dans cette classe les signaux périodiques, les signaux transitoires, les signaux pseudo-aléatoires, etc...

Les signaux aléatoires

Leur comportement temporel est imprévisible. Il faut faire appel à leurs propriétés statistiques pour les décrire. Ce sont les signaux pour lesquels la connaissance à un instant t ne peut pas permettre de déduire la valeur à un instant ultérieur.

Grossièrement, les signaux déterministes sont décrits par une fonction dans le cas analogique, ou par une suite numérique dans le cas discret. En revanche, pour les signaux stochastiques, cette description mathématique n'existe pas.

Réalisation : Pour ce type de signal, un enregistrement unique $x_i(t)$, pour une expérience donnée, représente une seule réalisation des développements possibles. Pour avoir une connaissance complète du phénomène, il faudrait en théorie enregistrer toutes les réalisations possibles.

Ensemble : On dit que le processus aléatoire $\{x(t)\}$ qui décrit le phénomène physique est défini par l'ensemble des enregistrements $x_i(t)$ (Figure 1.2).

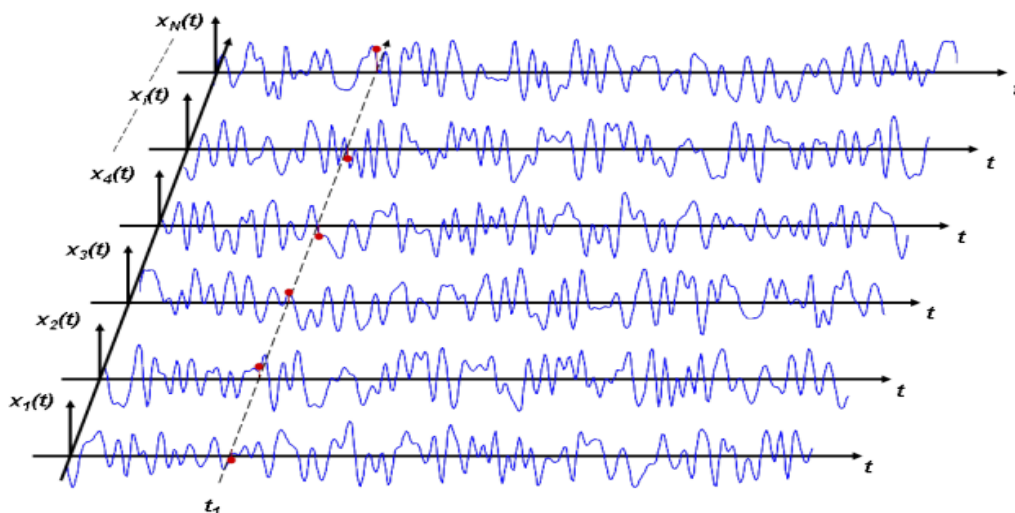


Fig.1. 2 Représentation d'un ensemble de réalisations

1.3.2 Classification morphologique

Un signal peut être vu comme une quantité, notée x , qui varie dans le temps, de sorte que $x(t)$ est une fonction ou une distribution du temps. Plus simplement, un signal se caractérise par une « amplitude » x (généralement associée à une grandeur physique) qui évolue en fonction du temps t . On peut distinguer différentes classes de signaux selon les valeurs que peuvent prendre x et t .

Les signaux à temps continu

Ou simplement « signaux continus » : ceux-ci sont tels que l'amplitude x est définie quel que soit le temps t .

Les signaux à temps discret

Ou simplement « signaux discrets » : ceux-là sont tels que l'amplitude x est définie à des instants précis du temps (le temps est alors « discrétisé »).

Les signaux non quantifiés

Pour lesquels x peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle continu.

Les signaux quantifiés

Pour lesquels x est un nombre quantifié c'est-à-dire qu'il ne peut prendre que des valeurs discrètes bien définies (l'amplitude est alors discrète).

Signaux numériques et analogiques

Un signal continu et non quantifié est appelé analogique (analog signal en anglais), tel celui dessiné sur la figure 1.3, cas (a). Dans les ouvrages sur le sujet, il arrive que l'on ne distingue pas les signaux continus et analogiques sans que cela ne soit nécessairement problématique. Toutefois, ces deux vocables ne sont pas synonymes et la classe des signaux analogiques constitue un sous-ensemble des signaux continus.

De même, un signal discret et quantifié est parfois qualifié de numérique (digital signal en anglais), tel celui dessiné sur la figure 1.3 (d). Là encore, il arrive très souvent que l'on confonde signal discret et signal numérique bien que les signaux numériques constituent un sous-ensemble des signaux discrets.

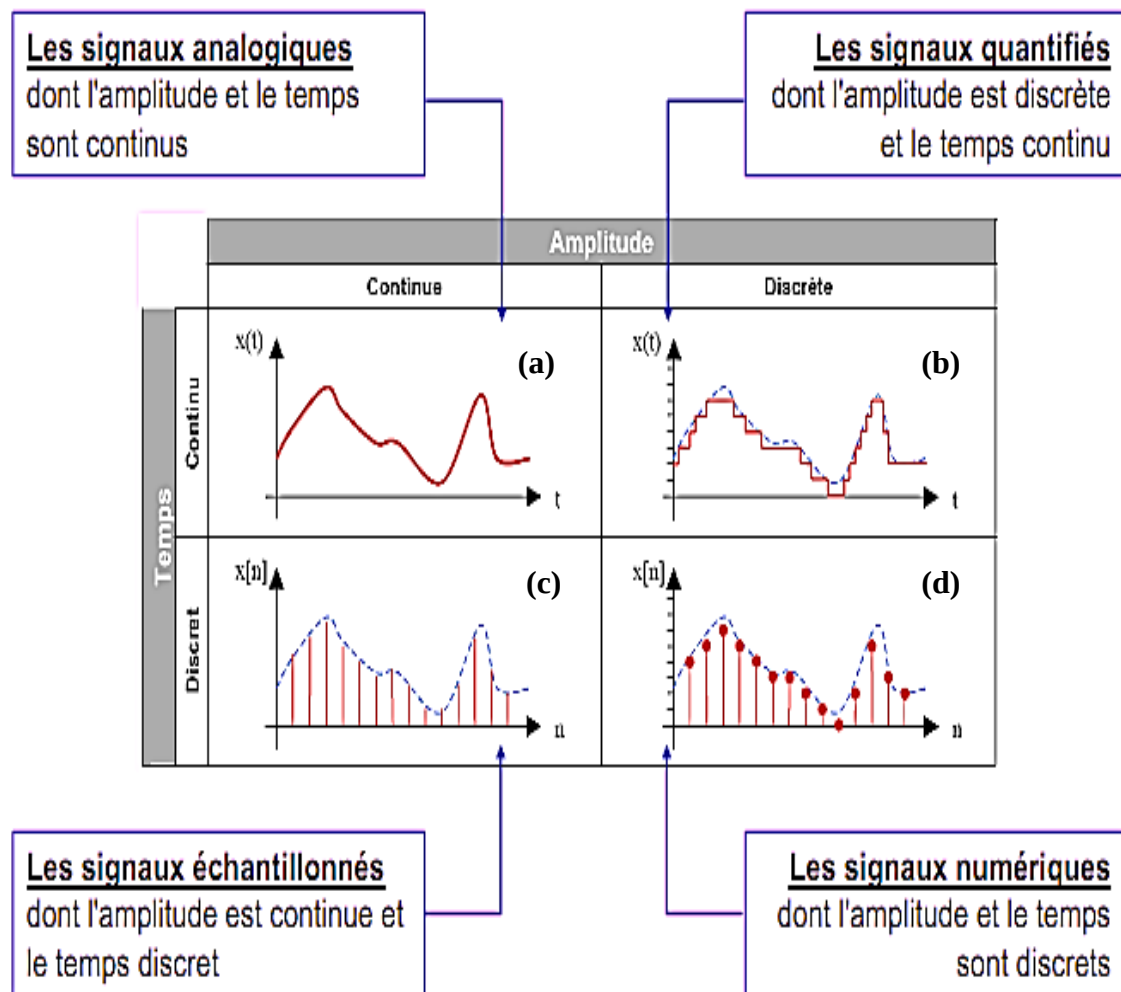


Fig.1.3 Classification morphologique des signaux.

Si les signaux continus sont bien modélisés par des fonctions mathématiques, les signaux discrets le seraient plutôt par ce que l'on appelle des distributions. Cependant, il est plus facile de s'affranchir du temps en définissant un signal discret par une suite de valeurs successives que l'on indice. Ainsi les valeurs $x(t_0)$, $x(t_1)$, etc., en supposant que t_0 est l'origine du temps, sont notées x_0 , x_1 et appelées échantillons. La séquence d'échantillons caractérisant le signal discret est notée $\{x_k\}$. L'indice k est alors un entier relatif qui peut, si on le souhaite, faire référence au temps. On retrouve la notion mathématique de suite numérique.

1.3.3 Signaux stationnaires

Soit un ensemble d'enregistrements $\{x(t)\}$ décrivant le phénomène étudié. Les propriétés moyennes du signal peuvent être évaluées à n'importe quel instant t_1 du signal en faisant une moyenne sur l'ensemble des réalisations. On peut ainsi évaluer la valeur moyenne, la valeur quadratique moyenne (ou « carré moyen ») ou tout autre grandeur moyenne.

Si ces valeurs moyennes sont invariantes en fonction de l'instant t_1 où elles sont calculées, alors on dit que le signal est stationnaire.

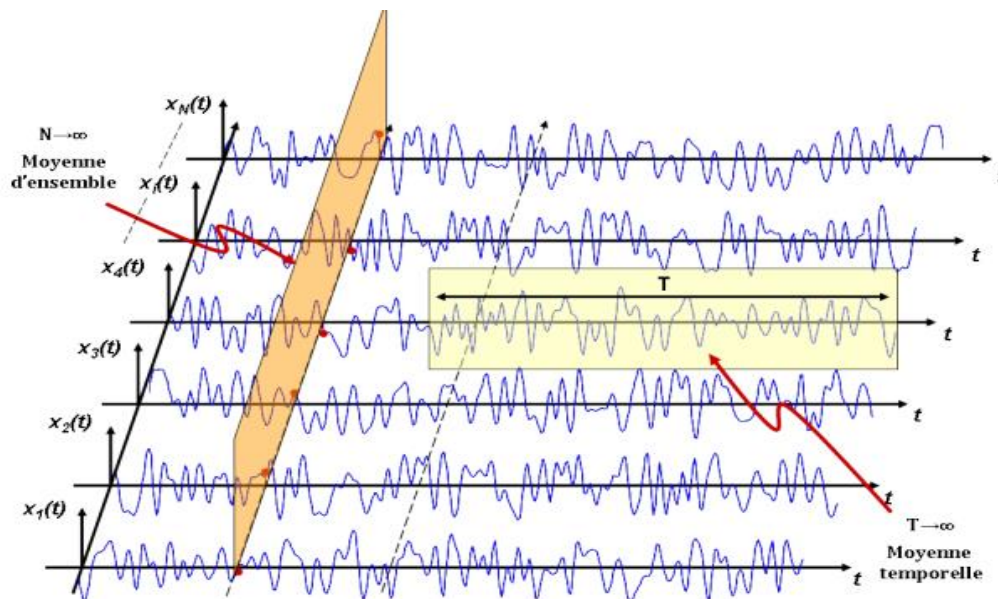


Fig.1.4 Moyenne d'ensemble et moyenne temporelle.

1.3.4 Signaux ergodiques

Pour la plupart des signaux stationnaires, les valeurs moyennes évaluées sur un ensemble à l'instant t_1 sont égales aux valeurs moyennes correspondantes évaluées relativement au temps à partir d'une seule réalisation $x(t)$, où $x(t)$ est choisie arbitrairement dans l'ensemble des réalisations et où la moyenne temporelle est évaluée sur une durée T . Cette propriété est appelée ergodicité. Les signaux dotés de cette propriété sont dits ergodiques.

1.3.5 Signaux non-stationnaires

Si leurs propriétés statistiques sont variantes dans le temps, on dit qu'ils sont non-stationnaires : parole, musique, impacts, machines tournantes lors d'accélération ou décélération.

1.4 Décomposition et analyse de Fourier

1.4.2 Développement en série Fourier

Coefficients du développement

Nous considérons une fonction $x(t)$ périodique, de période $T_0 = 2\pi/\omega_0$. Sous certaines conditions, généralement rencontrées en pratique, la fonction $x(t)$ peut être développée sous la forme de la série suivante [1]:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t) = \sum_{k=0}^{+\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \phi_k) \quad (1.1)$$

Avec :

$$a_k = \frac{2}{T} \int_t^{t+T_0} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_t^{t+T_0} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

$$\phi_k = -\arctg\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$$

Conditions de validité du développement

Comme dans tout problème de développement d'une fonction, le critère de validité repose sur la convergence de la série en tout point vers $x(t)$. Ainsi une fonction périodique $x(t)$ est développable en séries de Fourier si :

- $x(t)$ est définie et continue sur l'intervalle $[-T_0/2; T_0/2]$ à l'exception d'un nombre fini de points.
- $x(t)$ ne présente pas de discontinuités de seconde espèce (Figure 1.5).

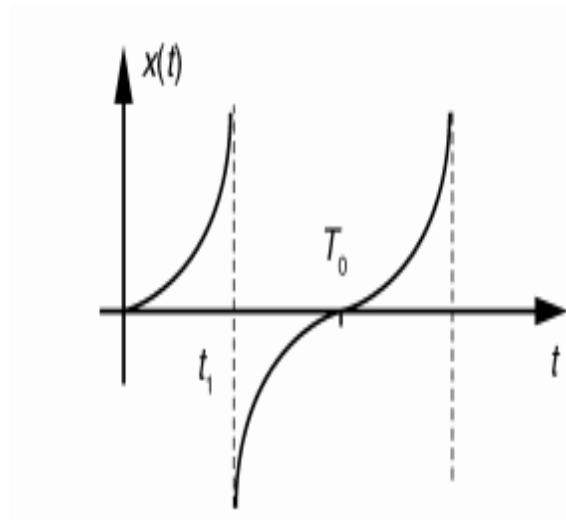
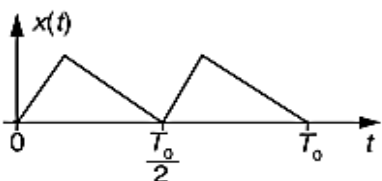
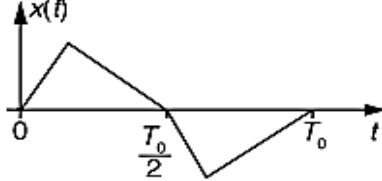


Fig.1.5. Exemple de discontinuité de seconde espèce.

Cas de simplification

Si la fonction à développer possède certaines symétries, des simplifications peuvent être apportées comme montre le tableau 1.1.

Tableau 1.1 Cas simple de transformée de Fourier

Fonction paire : $x(t) = x(-t), \forall t$ $b_k = 0, \forall k \in \mathbb{N}$ $a_k = \frac{4}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt, \forall k \in \mathbb{N}$	Fonction impaire : $x(t) = -x(-t), \forall t$ $a_k = 0, \forall k \in \mathbb{N}$ $b_k = \frac{4}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt, \forall k \in \mathbb{N}$
Symétrie par glissement (figure 5.6) : $x(t) = x\left(t + \frac{T_0}{2}\right), \forall t$ Dans ce cas, tous les coefficients de rang k impair sont nuls.  Figure 5.6 Exemple de symétrie par glissement.	Symétrie par glissement et inversion (figure 5.7) : $x(t) = -x\left(t + \frac{T_0}{2}\right), \forall t$ Dans ce cas, tous les coefficients de rang k pair sont nuls.  Figure 5.7 Exemple de symétrie par glissement et inversion.

Développement sous forme complexe

Il est possible également de mettre le développement (1.1) sous la forme complexe suivante :

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} P_k \exp(jk\omega_0 t) \quad (1.2)$$

Les coefficients P_k s'obtiennent par :

$$P_k = \frac{1}{T} \int_{(T_0)} x(t) \exp(-jk\omega_0 t) dt \quad (1.3)$$

1.4.3 Transformation de Fourier

Définition

Soit un signal tel que $\int_{t=-\infty}^{t=+\infty} x(t) dt$ reste bornée. La transformation de Fourier de ce signal s'écrit [2]:

$$X(f) = \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (1.4)$$

avec : $\omega = 2\pi f$

La transformation inverse est obtenue par :

$$x(t) = \int_{f=-\infty}^{f=+\infty} X(f) \exp(j2\pi ft) df \quad (1.5)$$

Représentation de la transformation sous forme d'un schéma bloc

Le schéma-bloc de la transformation de Fourier est représenté sur la figure 1.6. Pour réaliser l'analyse spectrale, la fréquence de l'oscillateur interne doit être balayée lentement afin de permettre une intégration suffisamment longue.

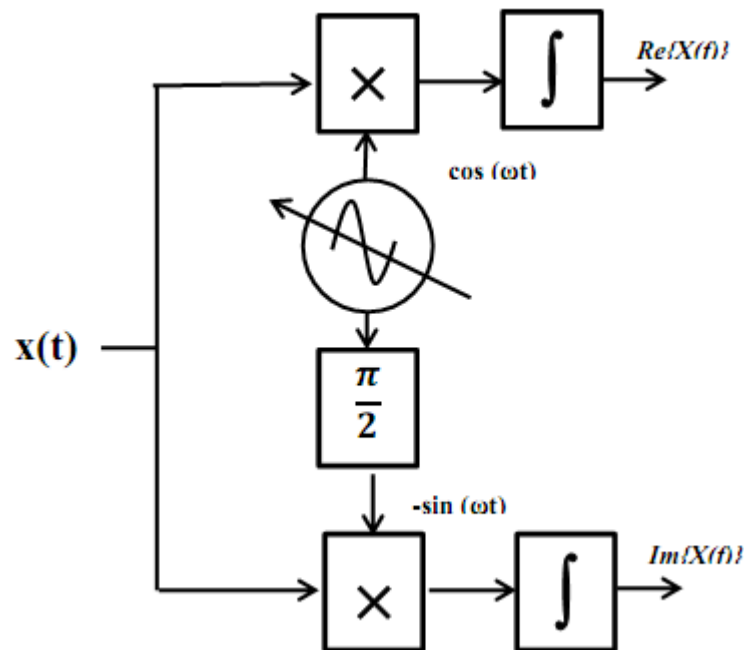


Fig.1.6 Schéma-bloc de la transformation de Fourier.

Principales propriétés de la transformation de Fourier

Les principales propriétés de la transformation de Fourier appliquée à un signal réel $x(t)$ sont données par [2] :

- 1 : $|X(f)|^2 = \text{Re}^2\{X(f)\} + \text{Im}^2\{X(f)\}$;
- 2 : la transformation de Fourier est une opération linéaire ;
- 3 : un retard pur est responsable de l'addition d'un déphasage linéaire à l'argument de $X(f)$;
- 4 : la fonction dérivée accroît l'amplitude des fréquences proportionnellement à leur valeur ;
- 5 : infiniment courte, l'impulsion idéale présente un spectre infiniment étendu ;
- 6 : un niveau continu est un signal de fréquence nulle ;

– 7 : il est facile de montrer que la transformée du phaseur complexe $e^{j2\pi f_0 t}$ est une impulsion idéale $\delta(f - f_0)$. Pour le reste, il suffit de se rappeler que

$$\cos(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2} [e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t}] ;$$

– 8 : la modulation de l'amplitude d'une fréquence porteuse par le signal $x(t)$ se traduit par une translation en fréquence ;

– 9 : la transformée d'un produit de convolution est un produit spectral ;

1.5 Analyse spectrale des signaux numériques

1.5.2 Transformation de Fourier numérique

TFN directe

Soit une suite numérique de N valeurs x_k , pour k variant de 0 à $N-1$. On peut toujours considérer que ces valeurs sont issues de l'échantillonnage à la cadence f_e du signal $x(t)$ c'est-à-dire que $x_k = x(t = k/f_e)$. La version numérique de la transformation devient :

$$X(f) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j2\pi k \frac{f}{f_e}} \quad (1.6)$$

Cette opération est appelée transformation de Fourier numérique notée TFN. La TFN possède les mêmes propriétés que la transformation continue mais transposées dans le domaine numérique.

1.5.3 Transformation de Fourier discrète

Discretisation de l'intervalle fréquentiel

La fréquence f est assimilée à une variable continue dans la TFN, ce qui ne rend pas aisé son calcul de manière informatisée. C'est pourquoi on choisit couramment de ne calculer que sur N fréquences discrètes réparties régulièrement dans l'intervalle fréquentiel de base.

On pose le pas fréquentiel : $\Delta f = f_e / N$

Les fréquences discrètes sont alors données par : $f_n = n\Delta f = \frac{n}{N} f_e$

Deux répartitions des fréquences f_n sont possibles suivant que N est un nombre pair ou impair (Figure 1.7).

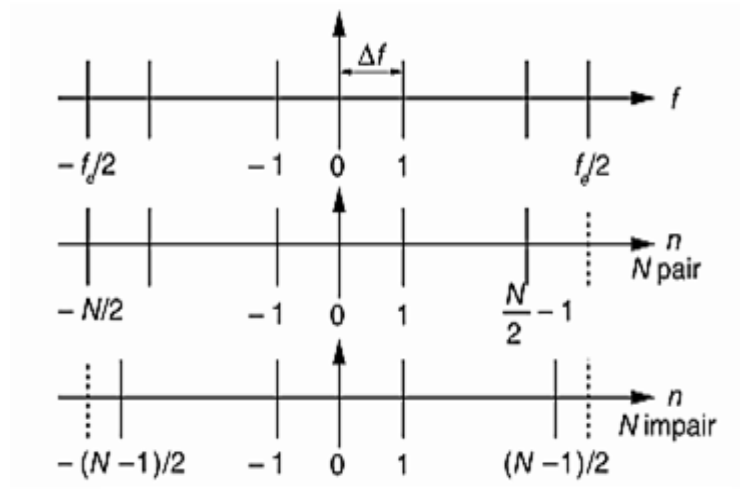


Fig1.7 répartition des fréquences discrètes.

TFD directe

La relation (1.7) est appelée transformation de Fourier discrète (TFD) :

$$X_n = X(f_n) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j2\pi k \frac{f}{f_c}} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k W_N^{-nk} \quad (1.7)$$

Avec pour $W_N = e^{j2\pi \frac{1}{N}}$, $n \in \left[-\frac{N}{2}; \frac{N}{2} - 1\right]$ pour N pair ou $n \in \left[-\frac{N-1}{2}; \frac{N-1}{2}\right]$ pour N

impair. La TFD fournit N points de spectre à partir de N valeurs temporelles. Pour un signal x_k purement réel, $\text{Re}\{X_n\}$ est une fonction paire et $\text{Im}\{X_n\}$ est une fonction impaire. La détermination de la moitié des valeurs spectrales complexes est suffisante.

Forme matricielle de la TFD

Nous considérons la détermination d'une TFD d'ordre N fournissant N valeurs spectrales complexes X_n , $0 \leq n \leq N-1$, à partir de N valeurs temporelles réelles x_k , $0 \leq k \leq N-1$.

Nous notons :

$$X = \begin{bmatrix} X_0 \\ \dots \\ X_n \\ \dots \\ X_{N-1} \end{bmatrix} ; x = \begin{bmatrix} x_0 \\ \dots \\ x_n \\ \dots \\ x_{N-1} \end{bmatrix} ;$$

$$\text{et } W = \begin{bmatrix} W_N^{00} & W_N^{-0k} & W_N^{-0(N-1)} \\ W_N^{-n0} & W_N^{-nk} & W_N^{-n(N-1)} \\ W_N^{-(N-1)0} & W_N^{-(N-1)k} & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix}$$

Nous pouvons alors écrire l'équation (1.7) sous la forme (1.8)

$$X = [W][x] \quad (1.8)$$

Sans optimisation des calculs, une TFD d'ordre N exige le calcul de N^2 multiplications complexes. L'algorithme FFT [3] (Fast Fourier Transform), qui élimine les redondances dans les calculs, détermine une TFD d'ordre N avec seulement $N \log_2(N)$ multiplications complexes. La condition nécessaire pour l'utilisation de cet algorithme est que N soit choisi comme une puissance de 2. Cet algorithme est présent dans les fonctions intégrées des logiciels de calcul mathématique. Son code figure généralement dans les bibliothèques d'application fournies avec les kits de développement des processeurs des signaux ou des circuits FPGA.

1.5.4 Transformation de Fourier à fenêtre glissante

Pour un signal non périodique, la sommation des sinus et cosinus ne représente pas précisément le signal. La première solution qui vient naturellement à l'esprit est de segmenter le signal en le délimitant à l'aide des fonctions bornées dans le temps (ou dans l'espace) appelée « fonctions fenêtre ». Autrement dit, faire glisser une fenêtre tout au long du signal et calculer à chaque décalage la transformée de Fourier de ce signal tronqué afin d'analyser séparément son contenu de fréquence. On obtient ainsi une transformée de Fourier à fenêtre glissante, introduite par le physicien Denis Gabor en 1940 : sa fenêtre est une fonction gaussienne $g(x)$ [4]. L'expression mathématique de cette transformation est :

$$T^{fglisse} S(f, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(x) g(x - a) e^{-j2\pi f x} dx \quad (1.9)$$

Cette transformée fait intervenir deux paramètres : la fréquence (f) et la position spatiale (ou temporelle) de la fenêtre sur l'axe des abscisses (a). Elle nous met en présence d'une résolution espace-fréquence ou temps-fréquence. Elle exprime ce qui se passe pour la fréquence (f) autour de la position (a). C'est donc une analyse spatiale locale. Elle peut être considérée comme une succession de transformations de Fourier d'un segment du signal fenêtré.

1.6 Transformée en ondelettes et analyse multi-résolution

1.6.2 Aspect historique

Dans l'histoire des mathématiques, l'analyse par ondelettes montre beaucoup d'origines différentes [5]. Beaucoup de travaux ont été exécutés dans les années 1930. A l'époque, les efforts séparés ne semblaient pas être les parties d'une théorie cohérente. Une grande ressource bibliographique existe sur les ondelettes [5], [6], [7]. La branche principale de mathématiques menant aux ondelettes a commencé par Joseph Fourier (1807) avec ses théories d'analyse de fréquence, souvent mentionnées comme l'analyse de Fourier. L'affirmation de Fourier a joué un rôle essentiel dans l'évolution des idées existantes sur les fonctions. Il a ouvert la porte à un nouvel univers fonctionnel.

La première mention d'ondelettes est apparue dans une annexe de la thèse d'Alfred Haar (1909) [27]. Sa recherche sur les systèmes orthogonaux des fonctions a mené au développement d'un ensemble de fonctions de base rectangulaires. Plus tard, une famille entière d'ondelettes, l'ondelette Haar, a été nommée sur la base de cet ensemble de fonctions. Les avancements majeurs d'ondelettes proviennent des travaux de Jean Morlet, autour de l'année 1975. En fait, Morlet a été le premier chercheur à utiliser le terme d'"ondelette" pour décrire ses fonctions. Plus spécifiquement, elles ont été nommées "les ondelettes de pente constante".

Autour de 1988, [28] a utilisé l'idée d'analyse multirésolution pour créer sa propre famille d'ondelettes. Ces ondelettes ont été bien sûr nommées les Ondelettes Daubechies. La famille d'ondelettes Daubechies satisfait un certain nombre de propriétés d'ondelettes : le support compact, l'orthogonalité, la régularité et la continuité.

La révolution dans plusieurs champs de recherche appliqués et théoriques a considérablement marquée ces dernières années, au point que les ondelettes sont maintenant très à la mode. Actuellement, les ondelettes sont utilisées dans des nombreuses disciplines telles que la synthèse du son [8], l'analyse de vibration et de mouvement [9], la compression d'images [10], les systèmes de communication [11] ou l'extraction de caractéristiques [12] et le domaine de la topographie des surfaces [13-15] pour n'en citer que quelques-uns.

1.6.3 Principe

Contrairement à la transformée de Fourier, l'analyse par Ondelettes est très importante dans l'analyse des signaux non-stationnaires. Par contraste avec la transformée de Gabor, qui utilise une fenêtre d'analyse simple dont la longueur est fixée une fois pour toutes, le principe de la transformée par Ondelettes est basé sur l'utilisation d'une fenêtre automatiquement ajustable, des courtes fenêtres en hautes fréquences et de longues fenêtres en basses fréquences. La Fig1.8. représente une fonction «fenêtre» (à gauche) et les diverses opérations qui peuvent être effectuées sur cette fonction par la transformée de Fourier à fenêtre glissante (en haut) et par la transformée en ondelettes (en bas).

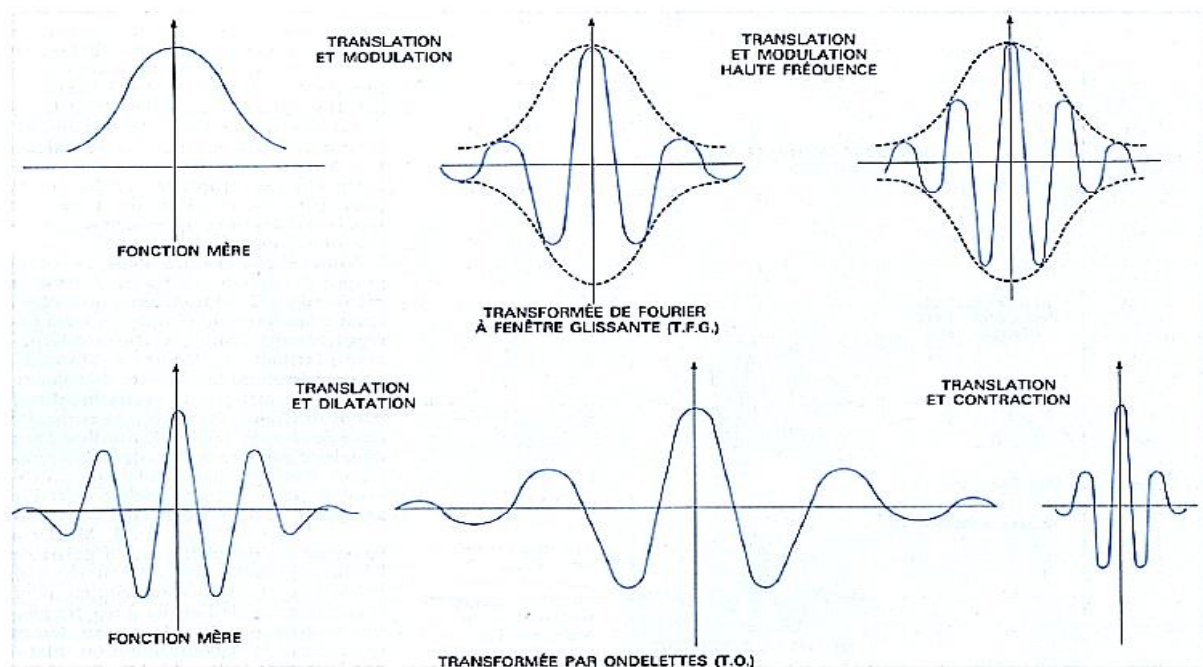


Fig.1.8 Diverses opérations que l'on peut effectuer sur une fonction mère par transformée de Fourier à fenêtre glissante (en haut) et par transformée en ondelettes (en bas)

1.6.4 Définitions

Ondelette mère et fonctions d'ondelettes

Le composant principal pour la transformée par ondelettes est appelé la fonction d'ondelettes $\psi(t)$. Elle est définie comme une fonction oscillante avec une moyenne nulle. Le paramètre (t) est mentionné comme la variable du temps ou de l'espace. Les ondelettes représentent un ensemble spécifique de fonctions de base. Elles sont particulièrement utiles dans la description des fonctions discontinues et non régulières que nous acquérons en traitant des objets physiques. Les fonctions de base appelées ondelettes filles sont toujours à la base de l'analyse d'ondelettes. Elles sont obtenus d'une simple ondelette de prototype (appelée ondelette mère) par des dilatations et des contractions aussi bien que des translations (voir Figure 1.8.). En introduisant les facteurs de translation b et d'échelle a on obtient l'ondelette

$(\psi_{a,b}(t)) :$

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.10)$$

Le facteur $a^{-1/2}$ est utilisé pour une normalisation énergétique aux différentes échelles.

Il existe de nombreuses familles d'ondelettes $\psi_{a,b}$ qui correspondent à des décompositions différentes, néanmoins l'architecture de calcul reste la même. Chaque ondelette mère a ses propres caractéristiques et donne différents types de résolutions. Ces familles d'ondelettes oscillent à une fréquence égale à $1/a$ autour du point b . Plus a est petite, plus l'intervalle sur lequel ces ondelettes ne sont pas nulles se contracte autour du point b . Les ondelettes $\psi_{a,b}$ effectuent ainsi un «zooming» sur n'importe quel phénomène intéressant du signal qui a lieu à une échelle petite au voisinage du point considéré. On peut donc considérer $\psi_{a,b}$ comme un banc de filtres composé de filtres passe-bande avec des bandes passantes relativement constantes. Autrement dit, au lieu d'avoir une couverture uniforme (le cas de la transformée de Fourier à fenêtre glissante), les filtres sont régulièrement réparties dans l'échelle logarithmique (voir Figure 1.9.). Cette capacité d'adaptation en fonction de l'échelle d'analyse est décrite par Torrèsani comme un microscope mathématique dont le grossissement est donné par $1/a$ [17].

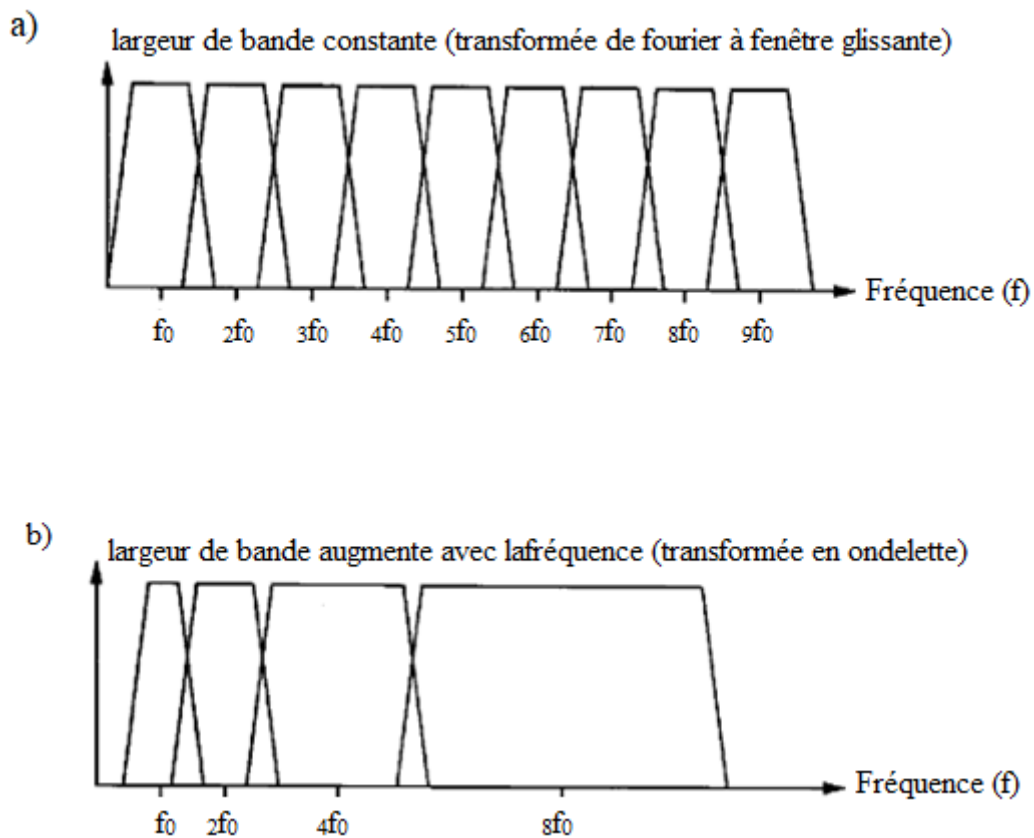


Fig.1.9. Division du domaine fréquentiel. (a) pour la transformée de Fourier à fenêtre glissante (couverture uniforme), (b) pour la transformée en ondelettes (couverture logarithmique).

Les principales caractéristiques d'une ondelette mère

Une ondelette mère $\psi(t)$ est une forme d'onde oscillante d'une durée limitée qui satisfait les conditions suivantes [19] :

- Etre admissible :

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \quad (1.11)$$

- ψ est réelle, continue et fait partie de l'espace des fonctions intégrables sur $\mathcal{R}$ ainsi que de l'espace des fonctions qui ont une énergie finie :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(t) dt < \infty \quad (1.12)$$

• La transformée de Fourier de l'ondelette appartient aussi à l'espace des fonctions intégrables et l'intégrale de ψ est nulle, ce qui implique que $\psi(t)$ a une valeur moyenne nulle (sa partie positive est égale à sa partie négative).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt \leq \infty \quad (1.13)$$

Avoir une moyenne nulle implique que le spectre de l'ondelette est de type passe-bande.

1.6.5 Transformée en ondelettes

Une transformée en ondelettes est une fonction $S(a, b)$ qui associe aux paramètres a et b la valeur du coefficient $C_{a,b}$ de l'ondelette $\psi_{a,b}$. Il existe deux algorithmes de la transformée en ondelettes : la transformation continue et la transformation discrète. La distinction entre les différents types de transformée en ondelettes dépend de la façon dont les paramètres d'échelle et de translation sont discrétisés.

La transformation continue d'un signal $X(t)$ est définie par l'équation suivante :

$$S_{i,j} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{i,j}^*(t) X(t) dt \leq \infty \quad (1.14)$$

où i et j sont des entiers et $S_{i,j}$ est le coefficient de l'ondelette fille $\psi_{i,j}$ calculé à l'échelle j et à la position i par dilatation et translation de l'ondelette mère ψ comme suit :

$$\psi_{i,j}(t) = \frac{1}{\sqrt{j}} \psi\left(\frac{t-i}{j}\right) \quad (1.15)$$

1.6.6 Transformation discrète

La transformée en ondelettes discrète (TOD) est un cas particulier de la transformée en ondelettes qui fournit une bonne localisation en temps et en fréquence. Dans le domaine discret, les paramètres d'échelle et de position sont discrétisés comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = a_0^j, a_0 > 1 \\ b = ib_0 a_0^j, b_0 > 0 \end{array} \right\} i, j \in \mathbb{Z} \quad (1.16)$$

Et les ondelettes d'analyse sont également discrétisées comme suit :

$$\psi_{i,j}(t) = a_0^{-j/2} \psi\left(\frac{t}{a_0^j} - ib_0\right) \quad (1.17)$$

La TOD d'un signal $X(t)$ est défini par l'équation suivante :

$$S_{i,j} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{i,j}^*(t) X(t) dt \quad (1.18)$$

Pour définir une analyse discrète, il reste à déterminer les valeurs de a_0 et b_0 . Meyer [20] a montré que pour les valeurs particulières $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$, soit $a = 2^j$ et $b = i2^j$ les $\psi_{i,j}(t)$ forment une base orthonormée de $L^2(R)$. Alors la famille d'ondelettes s'écrit :

$$\psi_{i,j}(t) = a^{-j/2} \psi(2^j t - i) \quad (1.19)$$

a_0 peut être définie comme un nombre rationnel, ce qui donne une transformée en ondelettes rationnelle. Mais ce type de transformées est principalement utilisé pour le débruitage des signaux. La relation (1.19) est la plus utilisée actuellement pour la transformation discrète et la technique est connue sous le nom de l'analyse dyadique. La Figure 1.10 représente l'échantillonnage de la grille dyadique. La TOD est calculée aux points $a = 2^j$ et $b = i2^j$. Les flèches dans la Figure 1.10 représentent la façon de descendre dans l'arbre pour savoir quel coefficient correspond à un temps donné (ou bien une position donnée) s'il n'y a pas de coefficients à la verticale du temps (ou position) considéré.

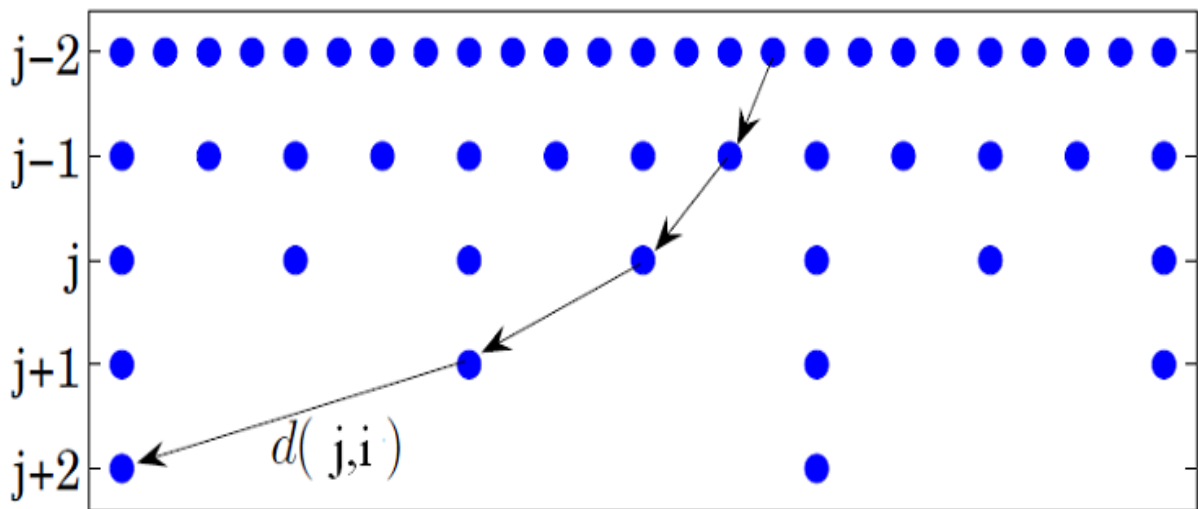


Fig1.10 Représentation de la grille dyadique. $d(i,j)$ est le détail du signal correspondant à l'échelle j et la position i

La transformation (TOD) fournit les détails du profil qui expriment la différence d'information entre deux niveaux de résolutions successives. La TOD s'appuie sur un algorithme de filtrage développé par Stéphane Mallat en 1989 [21]. Mallat a considéré l'analyse par ondelettes comme une décomposition du profil par une cascade de filtres [24], associant une paire de filtres à chaque niveau de résolution (voir Figure 1.11). Le profil est par la suite décomposé en approximation (A_j) correspondant aux basses fréquences et en détails (D_j) correspondant aux plus hautes d'entre elles. Ce processus est répété pour décomposer les approximations. Cet algorithme de décomposition est mathématiquement représenté comme suit :

$$A_j[K] = \sum_{i=1}^n X[i] \times h_{0,j}[2K - i]$$

et

$$D_j[K] = \sum_{i=1}^n X[i] \times h_{1,j}[2K - i] \quad (1.20)$$

Il utilise une paire de filtres :

$h_{0,j}$: filtre passe-bas qui projette l'approximation de l'échelle $j-1$ sur l'espace d'approximation de l'échelle j . On obtient donc l'approximation à l'échelle j .

$h_{1,j}$: filtre passe-haut qui projette l'approximation de l'échelle $j-1$ sur l'espace d'ondelettes (détail) de l'échelle j . On obtient alors les coefficients en ondelettes de l'échelle j .

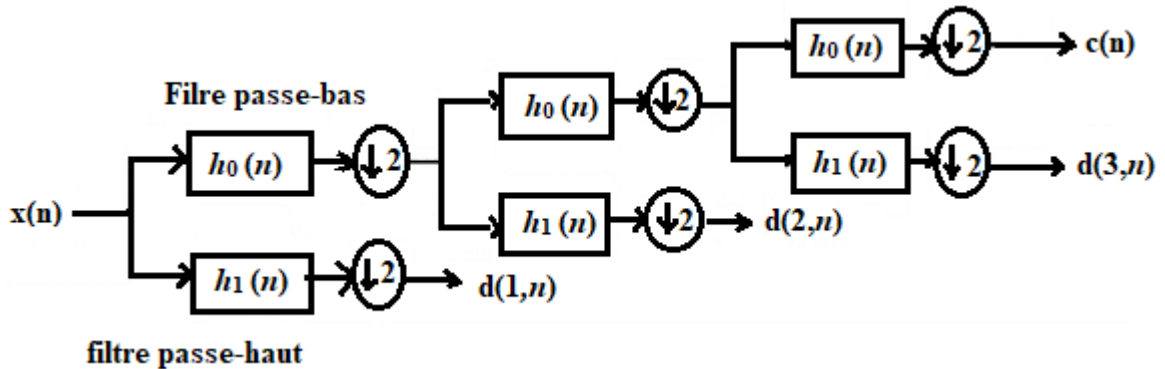


Figure 1.11: Arbre de décomposition pyramidale représentant le fonctionnement de l'algorithme de Mallat. Le 2 avec une flèche vers le bas symbolise une décimation par deux, c'est-à-dire on retire un point sur deux (analyse dyadique).

A partir de tous les détails et la dernière approximation, on peut reconstruire le signal du départ. Cette reconstruction est un processus inverse à la décomposition. Le but ici est de séparer la chaîne principale des coefficients de la décomposition en ondelettes. Il existe un algorithme similaire basé sur la relation suivante :

$$A^{j-1} = A^j + D^j \quad (1.21)$$

Une fois de plus, deux filtres sont utilisés dans ce processus : un filtre passe-bas $h_{0,j}R$ et un filtre passe-haut $h_{1,j}R$. Ils sont facilement déduits de ceux introduits au cours de la phase de décomposition:

$$h_{0,j}R = \text{inverse}(h_{0,j})$$

et

$$h_{1,j}R = \text{inverse}(h_{1,j}) \quad (1.22)$$

Avec $y = \text{inverse}(X)$ est définie par : $y(K) = X(-K)$, $K \in \mathbb{Z}$.

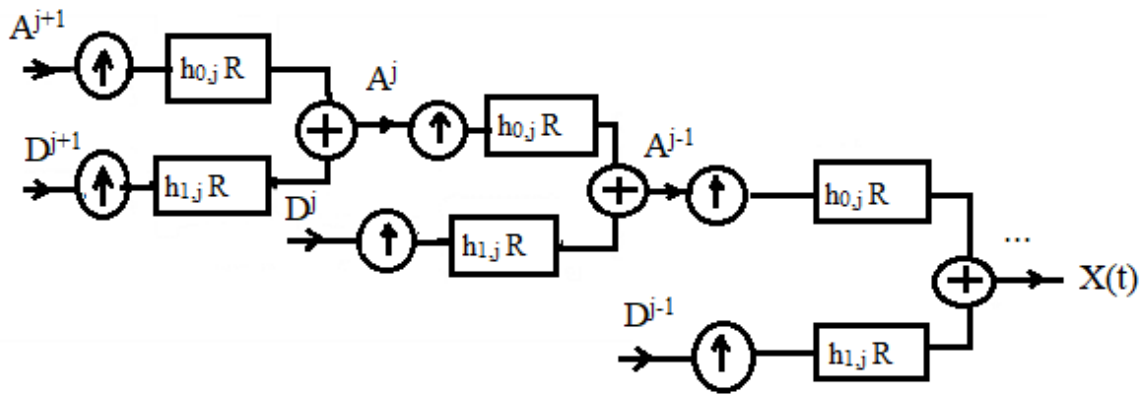


Figure 1.12. Processus de reconstruction.

Le principe de l'algorithme de synthèse de Mallat est expliqué par la Figure 1.12. Les flèches vers le haut dans la Figure 1.12 symbolisent l'opération d'intercaler un zéro entre les échantillons d'une série. Cette opération s'appelle sur-échantillonnage. L'équation de reconstruction est comme suit :

$$A_{j-1}[K] = \sum_{i=1}^n A_K^j \times h_{0,j}[i - 2K] + \sum_{i=1}^n D_K^j \times h_{1,j}[i - 2K] \quad (1.23)$$

Cette équation représente une somme d'équations de filtrage.

Les algorithmes d'analyse et de synthèse de Mallat sont résumés sur la Figure 1.13

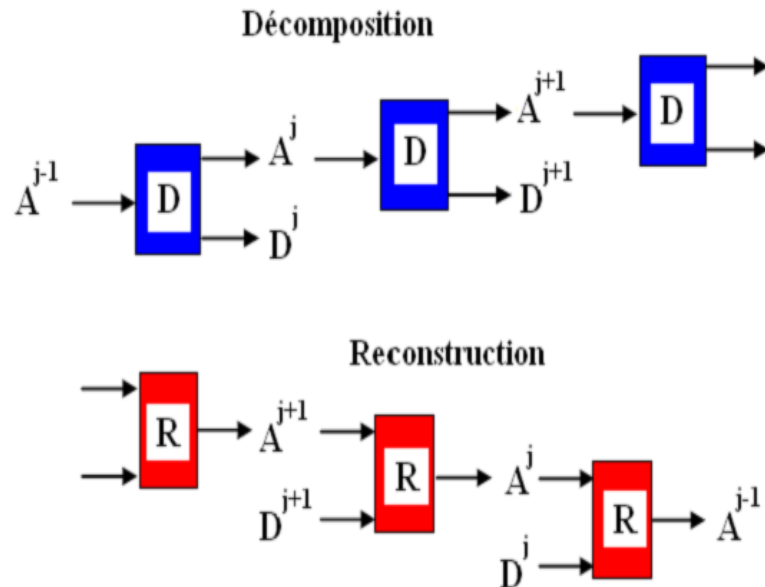


Fig.1.13 Représentation des différentes étapes de la TOD. En haut la décomposition du signal et en bas sa reconstruction.

1.6.7 Propriétés des familles d'ondelettes

Il existe plusieurs types et familles d'ondelettes dont les propriétés diffèrent selon les principaux critères suivants:

- Le support des fonctions $\psi(t)$.
- La symétrie.
- Le nombre de moments nuls de ψ .
- La régularité.
- L'orthogonalité ou la biorthogonalité de l'analyse qui en découle.

Le Tableau 8 résume les différentes propriétés des familles d'ondelettes, en les regroupant selon les quatre propriétés principales: l'existence de filtres associés, l'orthogonalité ou la biorthogonalité, le soutien compact ou non compact, les ondelettes réelles ou complexes. Les ondelettes avec des filtres sont associées à des analyses multi-résolutions orthogonales ou bi-orthogonales. Une transformation discrète et des calculs rapides en utilisant l'algorithme de

Mallat sont alors possibles. Les ondelettes sans filtre, d'autre part, sont utiles pour la transformée en ondelettes continue.

Tableau 1.2. Principales propriétés des familles d'ondelettes.

Ondelettes avec filtres			Ondelettes sans filtres	
Avec un support compact		sans un support compact.	Réel	complexe
Orthogonal	Bi-orthogonal	Orthogonal	Gaus, mexh, morl	Cgau, shan, fbsp, cmor
dB, haar, sym, coif	Bior	Meyr, dmey btlm		

1.6.8 Choix de l'ondelette d'analyse

Dans la pratique, il n'existe pas de critère unique pour choisir une ondelette mère. Les critères, pour choisir celle qui est la mieux adaptée au signal, dépendent fortement des processus physiques étudiés. Plusieurs auteurs signalent que c'est l'étape la plus importante dans l'analyse par ondelettes, car elle garantit une décomposition précise du signal original dans la résolution de différentes fréquences. Dans de nombreux cas, les chercheurs fondent leurs décisions sur une évaluation visuelle du signal analysé. Il existe plusieurs types d'ondelettes et plusieurs décompositions utilisant la transformée en ondelettes discrète sont possibles. La plus réussie est celle utilisant une ondelette mère qui répond mieux à la forme du signal analysé ou bien à la forme de la signature recherchée [25], [26].

1.7 Conclusion

La transformée de Fourier à fenêtre glissante permet d'analyser un signal au travers d'une fenêtre temps-fréquence. Ces fenêtres sont fixes et ont toujours la même résolution en temps et en fréquence. Certains signaux sont une succession de phases stationnaires, où la fréquence est stable sur une longue durée, et de phase transitoire, où il y a de fortes variations de fréquence sur une courte durée. C'est en fait le cas de beaucoup de signaux, comme par exemple dans la modélisation d'une note de musique ou une image présentant des textures. D'où l'idée d'adapter la dimension des fenêtres temps-fréquence afin de trouver un meilleur compromis sur la précision temporelle/fréquentielle. Les ondelettes, de par leurs propriétés mathématiques intéressantes, permettent une décomposition multi-résolution, multi-échelle pouvant assurer une meilleure compréhension du signal simultanément dans le domaine

temporel que fréquentiel. Nous avons également présenté le concept d'analyse multi-résolution qui apporte une réponse aux limites posées par la transformée de Fourier, en vue d'obtenir une précision pour un signal donné, aussi bien dans le domaine temporelle que fréquentielle

Références

- [1] Hwei P. Hsu. "Theory and Problems of Signals and Systems". Shaum's outline series, McGraw-Hill, 1995.
- [2] F. Cottet, "Aide mémoire - Traitement du signal" , Dunod, 2005.
- [3] J. W Cooley, P. AW Lewis, and P. D. Welch. "The fast fourier transform and its applications", IEEE Transactions on Education, Vol. 12, No.1, pp. 27-34, 1969.
- [4] J. C. Goswami, A. K. Chan, "Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications", Wiley Series in Microwave and Optical Engineering, 1999.
- [5] Y. Meyer, "Wavelets: Algorithms and Applications", Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1993.
- [6] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1992.
- [7] G. Kaiser, "A Friendly Guide to Wavelets", Birkhauser: Boston, 1994.
- [8] R. Kronland-Martinet, R. MJAGA, "Analysis of Sound Patterns Through Wavelet Transforms", International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Vol. 1, No.2, pp. 237-301, 1987
- [9] Ü. Lepik, "Application of Wavelet Transform Techniques to Vibration Studies", Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math., Vol. 50, No. 3, pp. 155-168, 2001.
- [10] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, P and I. Daubechies, "Image Coding Using Wavelet Transform", IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 1, No. 2: pp. 205-220, 1992.
- [11] N. Namazi, and al., "Synchronization and Detection of Binary Data in Free-Space Optical Communication Systems Using Haar Wavelet Transformation", Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, Vol. 45, No. 1, pp. 015001:1- 015001:13, 2006.

-
- [12] D. Cvetkovic, E. D. Übeyli, and I. Cosic, "Wavelet Transform Feature Extraction from Human PPG, ECG, and EEG Signal Responses to ELF PEMF Exposures: A Pilot Study", *Digital Signal Processing*, Vol. 18, No.5, pp. 861-874, 2008.
- [13] J. Raja, B. Muralikrishnan, Shengyu Fu, "Recent Advances in Separation of Roughness, Waviness, and Form", *Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology*, Vol. 26, No. 2, pp. 222-235, 2002.
- [14] X. Q. Jiang, L. Blunt, "Morphological Assessment of in Vivo Wear of Orthopaedic Implants Using Multiscalar Wavelets", *Wear*, Vol. 250, pp. 217-221, 2001.
- [15] X. Q. Jiang, L. Blunt, K. J. Stout, "Development of a Lifting Wavelet Representation for Surface Characterization", *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 456, pp. 2283-2313, 2001.
- [16] Y. Meyer, S. Jaffard, O. Rioul, "L'Analyse par Ondelette", *Pour la Science*, pp. 28-37, 1987.
- [17] B. Torrèsani, "Analyse Continue par Ondelettes", *Savoirs actuels*, Inter Editions/CNRS Edition, Paris, 1995.
- [18] O. Rioul, M. Vetterli, "Wavelets and signal processing, *IEEE Signal Processing Magazine*", Vol. 8, No. 4, pp. 14-38, 1991.
- [19] P. Pillay, A. Bhattacharjee, "Application of Wavelets to Model Short-Term Power System Disturbances", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 4, pp. 2031-2037, 1996.
- [20] Y. Meyer, *Ondelettes et Opérations*, Tome 1, Hermann, Editeurs des sciences et des arts, 1990.
- [21] S. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell*, Vol. 11, No. 7, pp. 674 - 693, 1989.
- [22] S. Mallat, "A Wavelet Tour of Signal Processing", Second edition, Elsevier, 1999.

- [23] I.W. Selesnick, R.G. Baraniuk, N.G. Kingsbury, “The Dual-Tree Complex Wavelet Transform”; A coherent framework for multiscale signal and image processing, IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 22, No. 6, pp. 123–151, 2005.
- [24] M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J. M. Poggi, “Wavelets and their Applications”, ISTE Ltd, 2007.
- [25] A. Petropulu, “Detection of Transients using Discrete Wavelet Transform”, ICASSP-92: IEEE Int, Conf. Acoust. Speech, Signal Processing, Vol. 2, 477-480, 1992.
- [26] A. Abbate, J. Koay, J. Frankel, S.C. Schroeder, P. Das, “Application of Wavelet Transform Signal Processor to Ultrasound”, Proc. IEEE Ultrasonic Symposium, pp. 1147-1152, France, 1994.

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons la Décomposition Empirique Modale (en anglais Empirical Mode Decomposition - EMD). L'EMD a été introduite par Huang et al. Contrairement à la transformée de Fourier (TF) ou la transformée en ondelettes, la base de décomposition de l'EMD est intrinsèque au signal. C'est une méthode non linéaire d'analyse de données qui ne fait pas appel à des hypothèses de stationnarité (propriétés statistiques constantes dans le temps). Elle est par ailleurs intuitive et simple à mettre en œuvre, ne nécessitant quasiment aucun paramétrage. C'est une méthode totalement adaptative, dans le sens où l'espace de représentation est construit directement à partir du signal.

L'EMD est basé sur l'extraction séquentielle d'énergie associée à diverses échelles de temps intrinsèques du signal ou des composantes oscillantes, appelées fonctions de mode intrinsèque (IMF), partant des IMFs haute fréquence aux IMFs basse fréquence.

2.2. EMD : Méthode originelle ou EMD classique

2.2.1 Quelques définitions

La moyenne locale

Soit $I_\delta = \left[t - \frac{\delta}{2}, t + \frac{\delta}{2} \right]$ une fenêtre d'observation. La moyenne locale du signal x définie au travers de I_δ est donnée par :

$$M loc_\delta[x](t) = \frac{1}{\delta} \int_{I_\delta} x(y) dy \quad (2.1)$$

La fonction $M loc_\delta[x](t)$ est plus régulière que x en ce sens qu'elle est dérivable sur I_δ

L'enveloppe moyenne

L'enveloppe moyenne d'un signal est une extension de la notion de moyenne locale. En pratique, elle est définie par la demi-somme de ses enveloppes supérieure et inférieure, qui sont obtenues par interpolation des maxima et des minima respectivement. Il existe différentes méthodes d'interpolation, la plus utilisée est l'interpolation par la spline cubique.

Une IMF (Intrinsic Mode Function)

Une IMF est une fonction oscillante de moyenne nulle, c'est-à-dire une fonction :

- dont le nombre d'extrema et le nombre de passages par zéro diffèrent d'au plus un.
- dont la moyenne locale est nulle en tout point.

Le Processus de tamisage

On appelle processus de tamisage (Sifting Process) (SP) la procédure qui consiste à soustraire à un signal sa moyenne locale, plusieurs fois de suite jusqu'à obtenir une moyenne (quasi) nulle.

Un mixage de modes

Un mixage de modes est une superposition, dans des proportions déterminées, de deux ou de plusieurs modes. Ce mélange garde toutefois les propriétés d'une IMF, ce qui rend difficile la séparation avec les méthodes classiques.

2.3 Le Principe de la méthode EMD

L'EMD est une méthode qui décompose les signaux d'une manière empirique. Basée sur le principe de décomposer le signal en une somme d'une composante locale haute fréquence et d'une composante basse fréquence, ce principe est illustré par l'équation (2.2) :

$$x(t) = d(t) + m(t) \quad (2.2)$$

Où $d(t)$ représente la composante haute fréquence et $m(t)$ représente la composante basse fréquence. La composante $m(t)$ peut également être décomposée en deux termes :

$$m(t) = d_1(t) + m_1(t) \quad (2.3)$$

Où $d_1(t)$ est la composante haute fréquence de $m(t)$, et $m_1(t)$ est la composante basse fréquence.

Pour extraire une IMF d'un signal $x(t)$, on suit la procédure suivante:

- Identifier tous les extrema locaux de $x(t)$.

- Interpoler les minima et les maxima de manière à construire une certaine enveloppe: $e_{\min}(t)$ et $e_{\max}(t)$.
- Calculer la moyenne de deux enveloppes $m(t) = (e_{\min}(t) + e_{\max}(t))/2$.
- Extraire le détail $d(t) = x(t) - m(t)$. Le signal $d(t)$ n'est considéré IMF qu'après un certain nombre d'itérations nécessaires afin que $d(t)$ obéisse à un critère d'arrêt donné.

En itérant ce principe, on obtient une décomposition du signal décrite comme suit:

$$x(t) = \sum_{j=1}^J IMF_j(t) + r(t) \quad (2.4)$$

Où $IMF_j(t)$ est la $j^{ème}$ oscillation, $r(t)$ est le résidu de la décomposition et J est le nombre des IMFs.

Les IMFs, sont des fonctions oscillantes autour de 0, et de moyenne locale nulle. Le résidu $r(t)$ est le moins oscillant. La méthode originale définit l'enveloppe supérieure d'un signal (resp. inférieure) comme l'interpolation par splines cubiques des maxima (resp. minima) du signal. On peut alors définir l'enveloppe moyenne comme demi-somme de ces deux enveloppes. L'algorithme consiste donc à extraire successivement les modes en soustrayant au signal son enveloppe moyenne. Cependant, les modes ainsi extraits ne sont pas des IMFs : bien qu'ils oscillent autour de 0, ils ne pourront être ainsi que si leur moyenne locale est nulle. Le rôle du processus de tamisage est de tamiser ces protomodes pour obtenir de véritables IMFs. Pour cela, on soustrait au mode son enveloppe moyenne, plusieurs fois, jusqu'à obtenir une moyenne locale - ou enveloppe moyenne - quasi-nulle.

Donc une IMF doit respecter les conditions suivantes [1]:

- la moyenne d'une IMF est nulle.
- Les nombres d'extrema et de passages par zéro doit être différent au plus de un (en d'autres termes, cela signifie qu'entre un minimum et un maximum successif, une IMF passe par zéro).
- Elle suit une loi de modulation en amplitude et en fréquence (comportement oscillant) naturellement de type mono-composante.

2.4 Algorithme et processus de tamisage

L'algorithme correspondant à la méthode EMD peut s'écrire sous la forme du pseudo - code suivant :

Tableau 2.1. Pseudo-code de l'EMD [1].

Etape 1 : fixer ε , $j \leftarrow 1$ ($j^{\text{ème}}$ IMF).

Etape 2 : $r_{j-1}(t) \leftarrow x(t)$ (résidu).

Etape 3 : extraire la $j^{\text{ème}}$ IMF :

(a) $h_{j,i-1}(t) \leftarrow r_{j-1}(t)$, $i \leftarrow 1$ (i : itération de la boucle de tamisage).

(b) extraire les maxima et les minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$.

(c) Calculer les enveloppes supérieure et inférieure $U_{j,i-1}(t)$ et $L_{j,i-1}(t)$ par interpolation (splines-cubiques) avec les maxima et minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$ respectivement.

(d) Calculer l'enveloppe moyenne : $\mu_{j,i-1}(t) \leftarrow \frac{U_{j,i-1}(t) + L_{j,i-1}(t)}{2}$

(e) : Mettre à jour : $h_{j,i}(t) \leftarrow h_{j,i-1}(t) - \mu_{j,i-1}(t)$, $i \leftarrow i + 1$

(f) : calculer le critère d'arrêt (par exemple) : $SD(i) \leftarrow \sum_{t=0}^n \frac{|h_{j,i-1}(t) - h_{j,i}(t)|^2}{(h_{j,i-1}(t))^2}$

où n représente le nombre d'échantillons du signal.

(g) : Décider : répéter l'étape (b)-(f) tant que $SD(i) < \varepsilon$ et alors mettre :

$IMF_j(t) \leftarrow h_{j,i}(t)$ ($j^{\text{ème}}$ IMF).

Etape 4 : Mettre à jour le résidu : $r_j(t) \leftarrow r_{j-1}(t) - IMF_j(t)$

Etape 5 : Répéter l'étape 3 avec $j \leftarrow j + 1$ jusqu'à ce que le nombre d'extrema dans $r_j(t)$ soit inférieur à 2.

Le processus de tamisage, correspond à l'extraction d'une IMF, à partir d'un signal donné. L'IMF, ainsi obtenue peut être vue comme les détails du signal, de variation rapide. Pour cela, on extrait de façon itérative ces détails, jusqu'à conserver une IMF. Lorsqu'une IMF est extraite du signal, le signal résiduel est privé des variations les moins rapides, On constate ainsi expérimentalement une diminution du nombre d'extrema et donc l'arrêt de l'algorithme. En particulier, le dernier résidu est une fonction monotone, qui traduit la tendance générale du signal.

L'organigramme de la méthode EMD est représenté dans la figure 2.1.

Nous commentons les différentes étapes du l'organigramme de la méthode EMD (Figure 2.1) [1], en prenant comme exemple un signal de test :

$$x_1(t) = \cos(2\pi \times 22 \times t) + \cos(2\pi \times 2 \times t) \quad (2.5)$$

Où t varie de (1 à 2s) (période d'échantillonnage de 2.8×10^{-3} s). Le signal est constitué de deux oscillations distinctes, l'une rapide et l'autre plus lente. La figure 2.2 représente le signal $x(t)$ et ses composantes.

La figure 2.3 éclaire graphiquement le processus de tamisage, la figure 2.3(b) représente l'identification des extrema locaux (maximum et minimum) qui sont symbolisés par des étoiles. La figure 2.3(c) montre l'estimation des enveloppes supérieures et inférieures par l'interpolation basée splines cubiques [1],[2]. La figure 2.3(d) représente l'enveloppe moyenne locale estimée à partir des enveloppes supérieures et inférieures. La figure 2.3(e) est obtenue après la soustraction de l'enveloppe moyenne du signal d'entrée (étape : 3e). Cela correspond alors à la première itération du tamisage. On calcule le critère d'arrêt (étape : 3f) et on vérifie alors que le signal remplit les critères d'une IMF (étape : 3g). Ici le critère décrit est celui proposé par Huang et al. [1]. Le signal de la figure 2.3(e) représente alors le premier IMF qui remplit tous les conditions d'un IMF décrites en dessus.

L'enveloppe moyenne, ligne en rouge de la figure 2.3 (d), représente la mise à jour de premier résidu qui est utilisé par la suite pour extraire de la deuxième IMF du signal. On vérifie par la suite si le résidu présente un nombre suffisant d'extrema (supérieur à deux) et réitérer sur le signal résultant le processus d'extraction de l'IMF (étape : 3) ; sinon, le résidu est considéré comme étant le résidu final de l'équation (2.4). Le processus d'extraction des IMFs est terminé lorsque le résidu ne contient plus d'extrema.

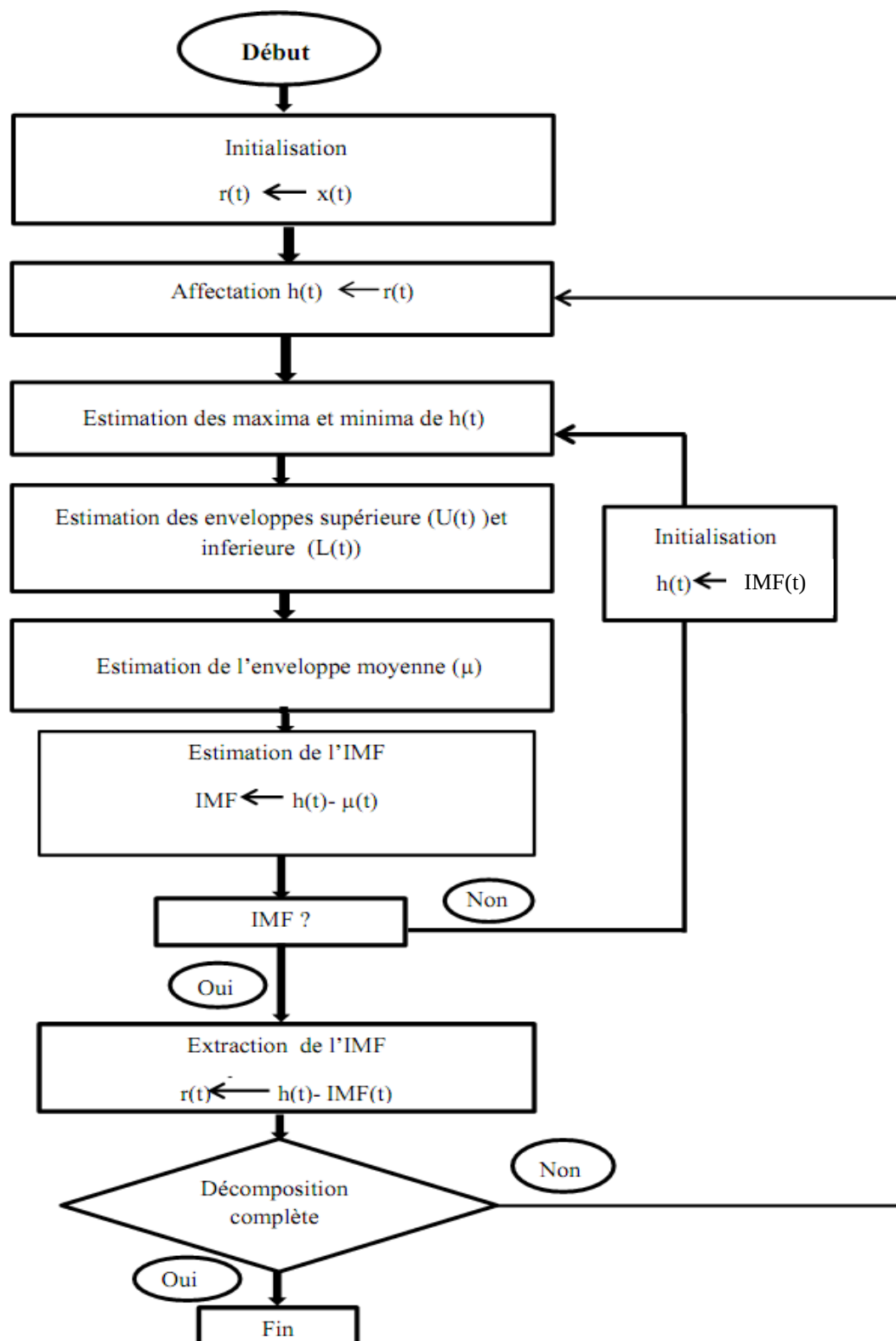


Fig. 2.1 L'organigramme de la décomposition EMD.

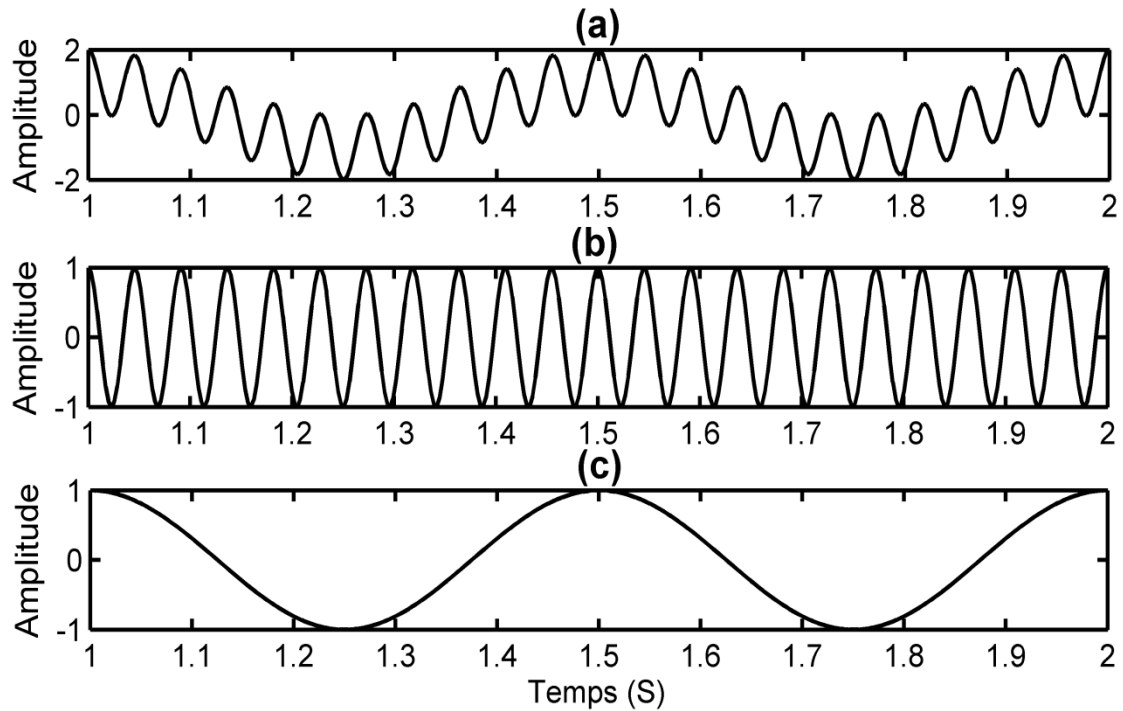


Fig.2.2 Signal $x_1(t)$ et ses composantes (a) : Signal $x_1(t)$, (b) : $\cos(44\pi t)$ et (c) : $\cos(4\pi t)$.

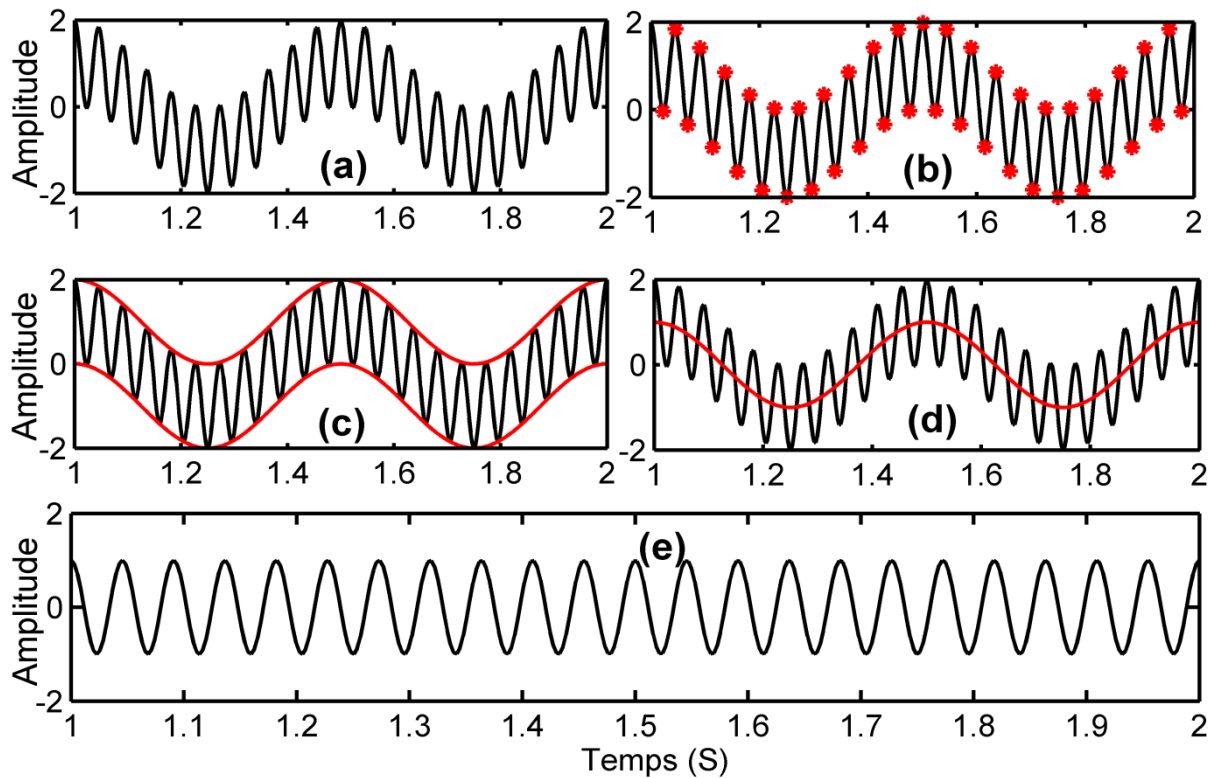


Fig.2.3 Principe de tamisage pour l'estimation de la première IMF du signal $x_1(t)$. (a) : Le signal $x_1(t)$. (b) : Identification des extrema locaux ; (c) : Estimation d'enveloppes (d) : Enveloppe moyenne (e) : Le premier IMF.

La figure 2.4 illustre le résultat de la décomposition EMD du signal $x_1(t)$ donné par l'équation (2.5). La décomposition, réalisée sans aucune connaissance préalable des caractéristiques du signal, permet d'extraire correctement les deux composantes sinusoïdales ainsi que le résidu du signal $x_1(t)$.

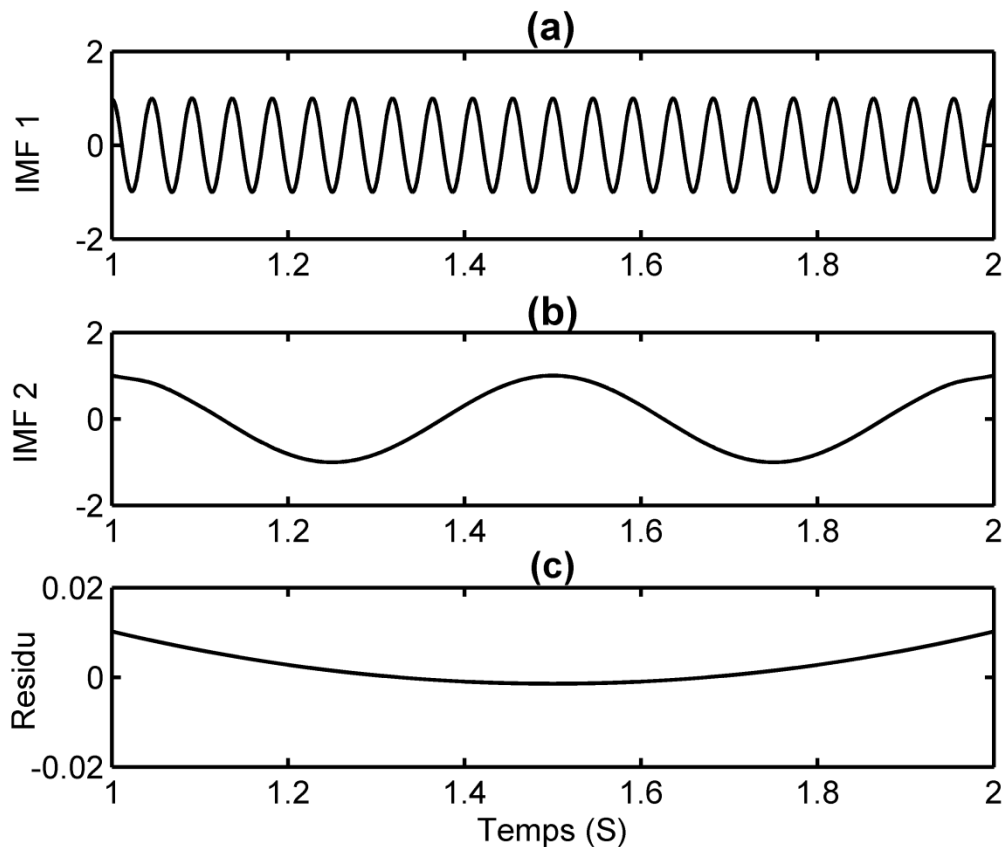


Fig.2.4 La décomposition EMD du signal $x_1(t)$.

2.5 Les Paramètres significatifs de la méthode EMD

Le résultat de la décomposition de l'EMD dépend du choix de deux paramètres importants: le critère d'arrêt et méthode d'interpolation utilisée.

2.5.1 Le critère d'arrêt

Puisqu'il y a deux boucles dans l'algorithme EMD, il faut assurer que les deux doivent s'arrêter. La boucle principale indexée par j s'arrête lorsqu'il est impossible de décomposer le résidu courant, c'est-à-dire que $r_j(t)$ a moins de deux extrema. La seconde boucle indexée par i

est liée à un critère d'arrêt qu'il convient de définir précisément. En fait, la seconde boucle s'arrêtera lorsque $h_{j,i}(t)$ satisfait aux critères définissant une IMF.

Théoriquement, cette hypothèse n'est pas prouvée. Ainsi, en pratique, un critère d'arrêt du processus de tamisage est imposé, afin d'éviter que les processus de tamisage rentrent dans une boucle infinie. Ainsi dans [1], les auteurs proposent un critère d'arrêt basé sur l'écart type $SD(i)$ défini par :

$$SD(i) = \sum_{t=0}^n \frac{|h_{j,i-1}(t) - h_{j,i}(t)|^2}{(h_{j,i-1}(t))^2} \quad (2.6)$$

Le test d'arrêt est validé lorsque $SD(i)$ est en dessous d'un seuil prédéfini ε . Typiquement, la valeur ε pour arrêter le tamisage est comprise entre 0,2 et 0,3 [1], [3].

2.5.2 L'interpolation

L'interpolation est une étape importante dans l'estimation et l'extraction des IMFs. En effet, les enveloppes sont estimées par interpolation à partir des extrema, donc l'interpolation détermine la forme de l'IMF. Selon [1], les méthodes d'interpolation dites «les plus proches» et «linéaires» ne sont pas recommandées pour l'estimation des IMFs, car les deux méthodes aboutissent à un nombre excessif de modes. Cependant, la méthode d'interpolation spline cubique fournit de meilleurs résultats que ceux obtenus par d'autres approches.

2.6 Propriétés fondamentales de l'EMD

2.6.1 Non-linéarité

Puisque l'algorithme de l'EMD est globalement non linéaire, la décomposition EMD d'une somme de deux signaux est différente de la somme des EMD des signaux séparés : le nombre d'IMFs de la somme n'est pas contrôlé par les nombres d'IMFs des signaux séparés : une IMF de la somme n'est pas généralement descriptible en termes de somme d'un ensemble quelconque d'IMFs des signaux séparés ni même d'une combinaison linéaire.

2.6.2 Pseudo-orthogonalité

Un certain type d'orthogonalité est approximativement atteint expérimentalement selon [1]. La comparaison effectuée est globale à l'ensemble des modes et [1] introduit un indice d'orthogonalité global de la méthode EMD IO , où IO est défini par :

$$IO = \int \frac{1}{x^2(t)} \left[\sum_{i < j} C_i(t) C_j(t) + \sum_i C_i(t) \mu_k(t) \right] \quad (2.8)$$

C'est quoi $C_i(t)$ sont les IMFs du signal.

Cependant, on recherche ici une monotonie dans le comportement de l'énergie, et on veut donc une orthogonalité des modes et de la tendance dans leur ensemble. De plus, plutôt que de regarder exactement le produit scalaire $\langle C_i(t) \setminus C_j(t) \rangle$, ou $\langle C_i(t) \setminus \mu_k(t) \rangle$, dont l'ordre de grandeur dépend de l'échelle choisie pour l'échantillon, on peut s'intéresser à l'angle géométrique θ entre $C_i(t)$ et $C_j(t)$, défini par :

$$\cos(\theta) = \frac{\langle C_i(t) \setminus C_j(t) \rangle}{\|C_i(t)\| \times \|C_j(t)\|} \quad (2.9)$$

2.6.3 Localité

La première IMF contient localement la gamme des oscillations les plus rapides par rapport aux autres pour un même instant t .

Cette propriété d'oscillations locales reste toujours vérifiée entre IMFs successives. Ce phénomène est illustré avec le signal $x_2(t)$ (Fig. 2.5) :

Avec :

$$x_2(t) = \begin{cases} \cos(2\pi \times 1 \times t) + \cos(2\pi \times 4 \times t) + \cos(2\pi \times 16 \times t) & 0 \leq t \leq 2 \\ \cos(2\pi \times 1 \times t) + \cos(2\pi \times 9 \times t) & 2 \leq t < 4 \\ \cos(2\pi \times 1 \times t) + \cos(2\pi \times 4 \times t) & 4 \leq t \leq 6 \end{cases} \quad (2.10)$$

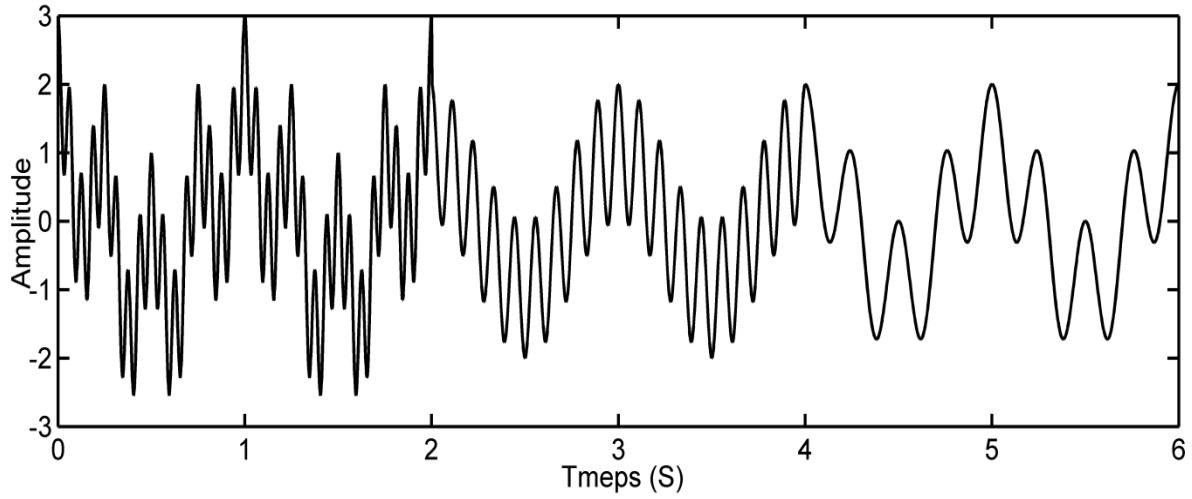


Fig.2.5. Le signal de test $x_2(t)$.

On remarque d'après la figure 2.6 que les quatre IMFs obtenues sont extraite des plus hautes fréquences aux plus basses fréquences et cela localement.

Les IMFs extraites théoriquement par la decomposition EMD du signal $x_2(t)$ sont écrites comme suit :

$$IMF_1 = \begin{cases} \cos(2\pi \times 16 \times t) & 0 \leq t < 2 \\ \cos(2\pi \times 9 \times t) & 2 \leq t < 4 \\ \cos(2\pi \times 4 \times t) & 4 \leq t < 6 \end{cases} \quad (2.11)$$

$$IMF_2 = \begin{cases} \cos(2\pi \times 4 \times t) & 0 \leq t < 2 \\ \cos(2\pi \times 1 \times t) & 2 \leq t < 4 \\ \cos(2\pi \times 1 \times t) & 4 \leq t < 6 \end{cases} \quad (2.12)$$

$$IMF_3 = \begin{cases} \cos(2\pi \times 1 \times t) & 0 \leq t < 2 \\ 0 & 2 \leq t < 4 \\ 0 & 4 \leq t < 6 \end{cases} \quad (2.13)$$

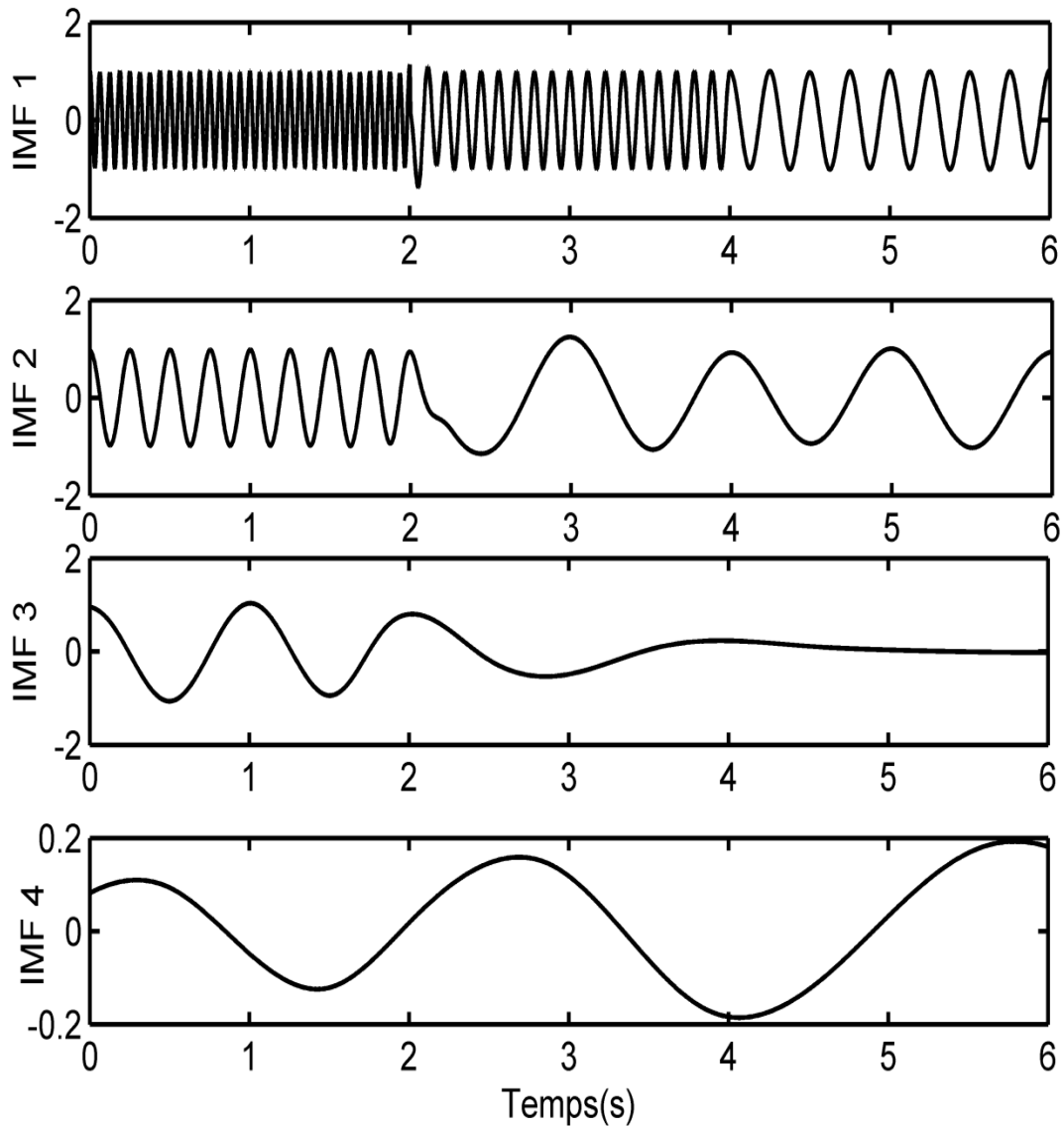


Fig.2.6 La décomposition EMD du signal $x_2(t)$.

On note que les IMFs de la décomposition sont similaires aux composantes du signal. De plus, il y a des singularités à $t=2s$ et $4s$.

L'erreur présentée dans la figure 2.7, obtenue par la soustraction entre le signal original et la somme de toutes les IMFs plus le résidu, est due essentiellement au processus de tamisage. L'accumulation des erreurs se traduit alors par l'apparition d'un composant artefact noté $IMF4(t)$. En effet, cette $IMF4$ n'a pas lieu d'exister théoriquement.

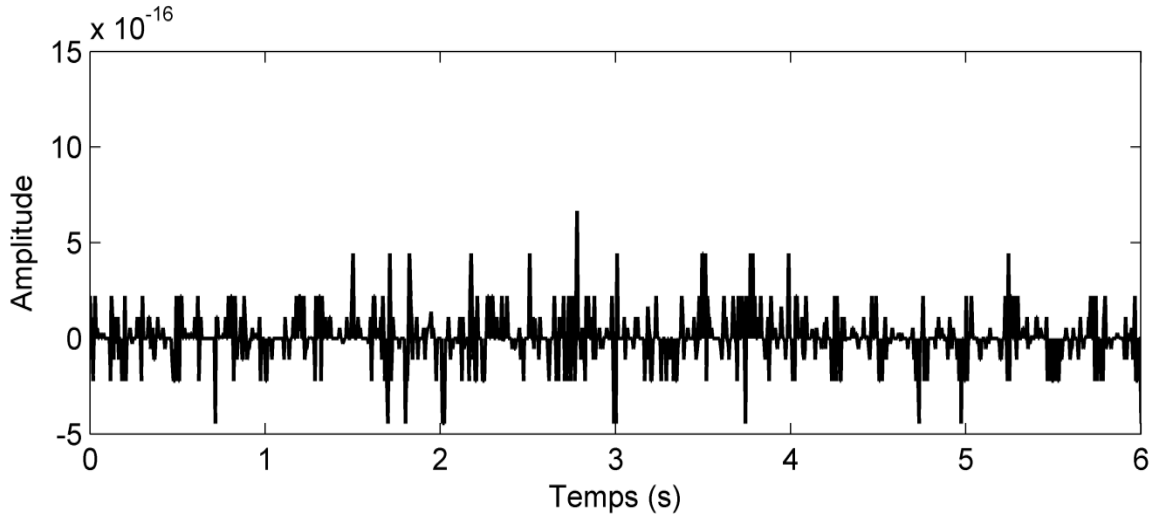


Fig.2.7. Erreur sur la décomposition EMD du signal $x_2(t)$

2.6.4 PDE pour la caractérisation des IMFs

L'EMD étant défini par un processus de tamisage. De nombreuses études sont récemment concentrées sur la compréhension de l'EMD [5], [6], [7], [8]. Ces différentes études ont tenté de trouver un cadre mathématique pour la description d'une IMF. Dans [18], le processus de tamisage est modélisé par une équation différentielle partielle (PDE) de quatrième ordre. Cette approche a été validée par des simulations numériques. Dans [9], une caractérisation mathématique des IMFs est obtenue. Les IMFs sont les solutions du PDE comme suit:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial V} + \frac{1}{\delta^2} h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = 0 \\ h(t,0) = x(t) \end{cases} \quad (2.14)$$

Où V est une variable PDE, t est une variable de temps, δ est le paramètre ajusté et x désigne le signal.

Ce modèle mathématique dépend du processus de tamisage, contrairement aux travaux [7, 8], où la relation mathématique des IMFs est indépendante du processus de tamisage. Ce modèle n'est valable que pour les signaux harmoniques et nécessite un bon choix du paramètre d'ajustement δ .

2.6.5 Aspect multi-résolution

L'EMD réalise une décomposition multi-échelles, ou multi-résolution, dans la mesure où elle explore successivement les échelles du signal de la plus fine, représentée par la première IMF, à la plus grossière, représentée par la dernière IMF ou le résidu. Par rapport à d'autres méthodes d'analyse multi-résolution, telle que la transformée en ondelettes, l'EMD présente un certain nombre de particularités. La transformée en ondelettes discrète propose une décomposition en échelles discrètes dans la mesure où la décomposition est constituée d'un nombre fini de composantes.

2.7 EMD: un outil de description temps-fréquence

2.7.1 Importance de la fréquence d'échantillonnage

La fréquence d'échantillonnage a une grande influence sur les résultats de la décomposition. Ça peut influencer sur le nombre d'IMFs obtenues. Nous proposons d'afficher l'effet de la fréquence d'échantillonnage pour un signal de fréquence pure (ou tonalité). Cette étude est basée sur les travaux de Rilling et al. [4], [10] et celle de Stevenson et al. [11]. Considérons le signal suivant:

$$x_3(t) = \cos(2\pi \nu t) \quad (2.15)$$

Où t est le temps discret $\in \{1, \dots, n\}$, $\nu = \frac{f}{f_e}$ est la fréquence normalisée et f_e est la fréquence d'échantillonnage. L'étude consiste à faire varier la fréquence normalisée du signal, et les résultats de l'EMD sont comparés à la composante sinusoïdale théorique de la fréquence ν , c'est-à-dire le signal d'origine.

La figure 2.8 illustre parfaitement le problème de la fréquence d'échantillonnage. Ainsi, bien que le nombre d'échantillons soit le même dans les deux cas, la décomposition de $x(t)$ est différente selon la fréquence normalisée choisie. Seul le signal de fréquence normalisée $\nu = 0,050$ est décomposé correctement par EMD (le résidu est nul). Cependant, pour un signal de fréquence normalisée $\nu = 0,032$, la décomposition par EMD donne trois IMFs et un résidu non nul.

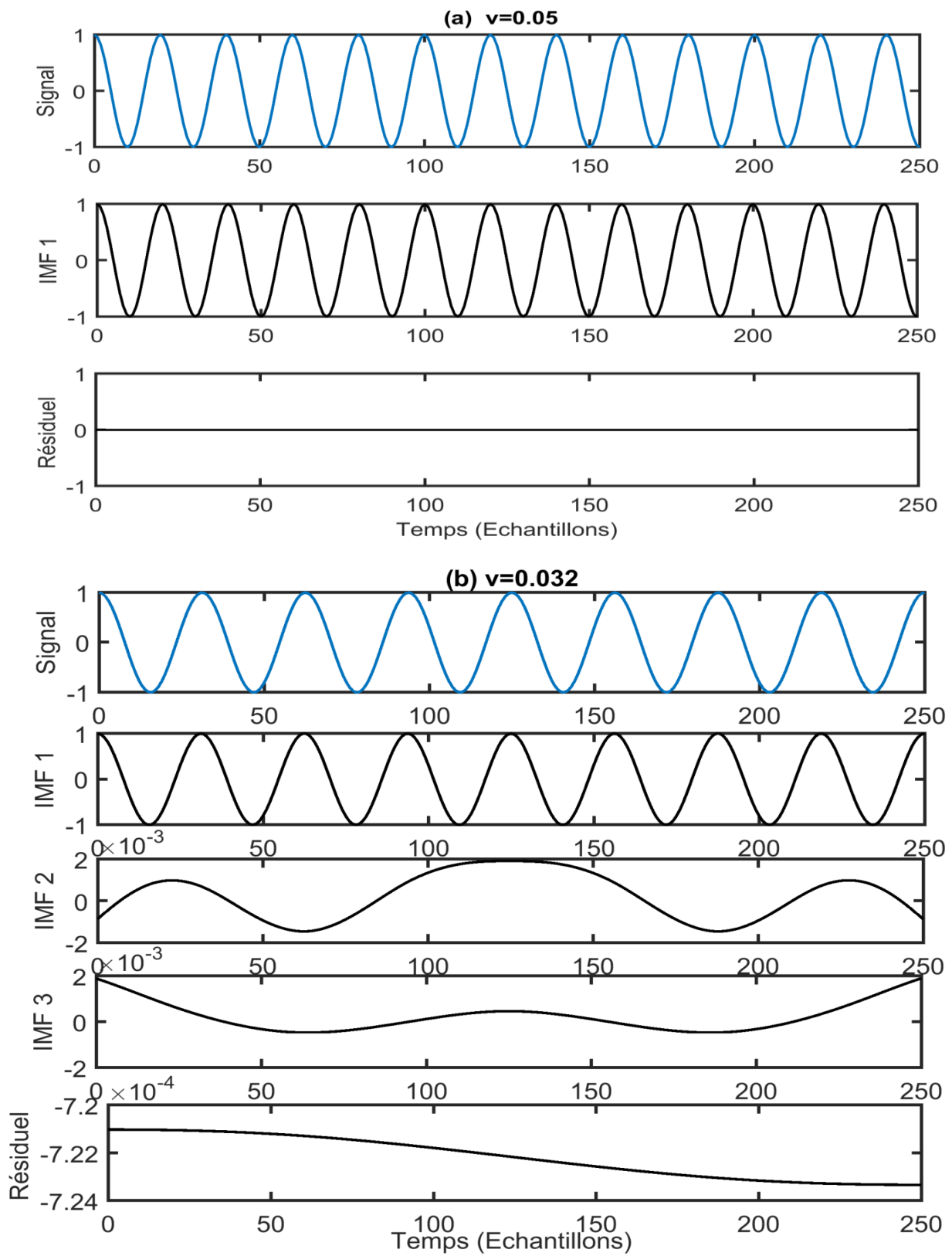


Fig.2.8 La décomposition EMD du signal $x_3(t)$ pour deux différentes fréquences normalisées

Pour illustrer le phénomène, l'erreur relative $E(\nu)$ associé au premier IMF est définie comme suit [4]:

$$E(\nu) = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n [x_\nu(t) - IMF_1(t)]^2}{\sum_{t=1}^n x_\nu(t)^2}} \quad (2.16)$$

Où ν est la fréquence normalisée, et IMF_1 est le premier IMF du signal $x_\nu(t)$.

L'erreur $E(\nu)$ est modelé comme suit :

- L'erreur augmente avec la fréquence normalisée pour $\nu = \frac{1}{2\kappa + 1}$, où κ est un nombre entier positive.
- L'erreur est égale zéro pour des fréquences normalisées $\nu = \frac{1}{2\kappa}$

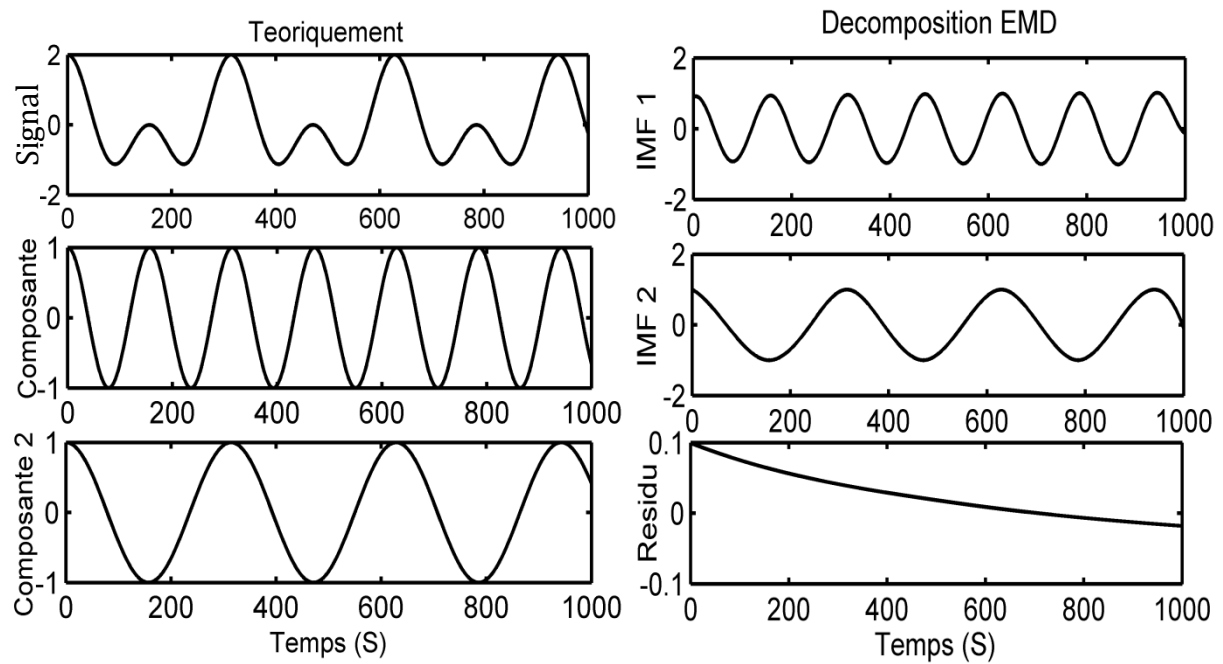
2.7.2 la séparation des composantes

Dans cette section, nous étudions la capacité de l'EMD à séparer deux composantes sinusoïdales, selon le rapport de leur fréquence. Cette étude est inspirée des travaux de Rilling et al. [4], [10]. Nous considérons un signal composé de deux composantes. Il est défini comme suit:

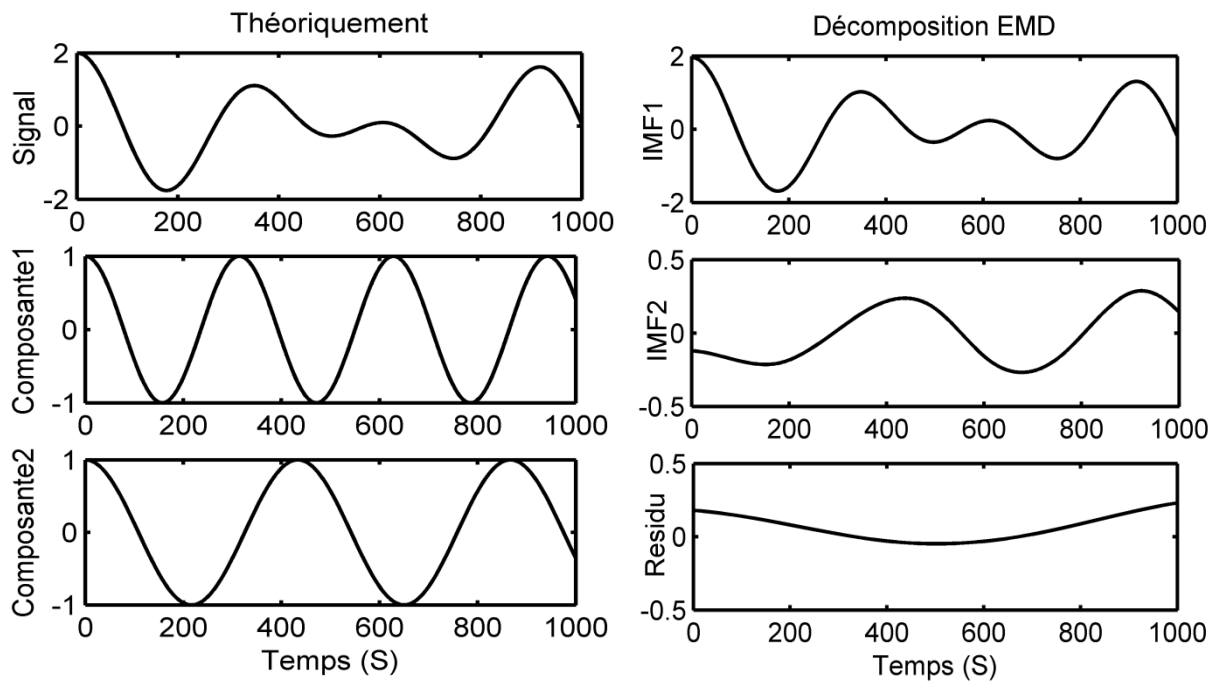
$$x_4(t) = x_{\nu_1}(t) + x_{\nu_2}(t) = \cos(2\pi\nu_1 t) + \cos(2\pi\nu_2 t) \quad (2.17)$$

où t est le temps discret $\in \{1, \dots, n\}$, et $(\nu_1; \nu_2)$ sont les fréquences normalisées distinctes, telles que $\nu_1 > \nu_2$. Pour simplifier, les amplitudes des deux signaux $x_{\nu_1}(t)$ et $x_{\nu_2}(t)$ sont égales. On s'attend ce que la décomposition EMD produise au moins deux IMFs: l'une associée à la fréquence la plus élevée et l'autre à la fréquence la plus basse. Pour le cas de deux fréquences distinctes, la decomposition EMD donne deux IMFs et un residu (Fig. 2.9(a)). Cependant, pour le cas de deux fréquences très proches, nous observons que l'EMD

considère le signal comme une composante unique modulée en amplitude (Fig. 2.9 (b)). On conclut que la méthode EMD est affectée par les fréquences très proches.



(a) : $v_1=0.04$; $v_2=0.02$



(b) : $v_1=0.02$; $v_2=0.0145$

Fig 2.9 Décomposition du signal $x_4(t)$ par la méthode EMD.

2.8 limitations de la méthode EMD

2.8.1 Effets de bord

Un point négatif de la méthode EMD est sa très grande sensibilité aux effets de bord. Cela est en partie lié au choix usuel des splines cubiques. Mais il n'existe pas de méthode systématique pour diminuer ces effets de bord. Des tentatives classiques de symétrisation, d'effet miroir, d'extrapolation ont été effectuées et ont été développés [1], [12], [13].

2.8.2 Problème de mixage des modes

Les résultats de décomposition souffrent souvent du mélange de modes. Le mélange de modes consiste d'une part à l'apparition de plus d'une IMF de la même oscillation locale et d'autre part à la disparition des oscillations de faible amplitude [14] causée par la non identification de leurs extrema et par conséquent l'IMF résultante se présente comme un mélange de plus d'une fréquence sur une durée d'analyse, ce qui lui fait perdre sa signification physique.

2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié certains aspects de l'EMD [1]. Cette décomposition temporelle et non linéaire est définie comme la sortie d'un algorithme. Nous avons montré que le signal peut être décomposé en un nombre fini de composantes de nature oscillante et dénommées IMFs. Les IMFs sont des modes centrés et de type AM-FM. Nous avons vérifié, en se basant sur des simulations, que l'extraction des IMFs est non linéaire, mais que leur recombinaison linéaire est précise. Chaque IMF est obtenue par un processus appelé tamisage, qui est itératif, séquentiel et local. Nous avons montré que les résultats de décomposition fournis par l'EMD sont conditionnés par la technique d'interpolation utilisée et la fréquence d'échantillonnage du signal. Ainsi, dans le reste de la thèse, nous allons étudier le succès de l'utilisation de l'EMD dans le traitement du signal.

Références

- [1] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shin, Q. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis", *Proceedings of the Royal Society of London A*, Vol. 454, pp. 903-995, 1998
- [2] P. Flandrin, G. Rilling, P. Goncalves, "Empirical mode decomposition as filter bank", *IEEE Signal Processing Letters*, "Vol. 11, No. 2, pp. 112-114, 2004
- [3] N.E. Huang, M.L.C. Wu, S.R. Long, S.S.P. Shen, W. Qu, P. Gloersen, and K.L. Fan, "A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis". *the Royal Society of London Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Vol. 459, No. 2037, pp. 2317–2345, 2003.
- [4] G. Rilling, P. Flandrin, and P. Gonçalves. "On empirical mode decomposition and its algorithms". *IEEE-EURASIP, Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing, NSIP, Grado(I)*, June 2003.
- [5] E. Delechelle, J. Lemoine, and O. Niang, "Empirical mode decomposition: An analytical approach for sifting process", *IEEE Signal Processing Letter*, Vol. 12, No. 11, pp. 764–767, 2005.
- [6] S. Meigen and V. Perrier, "A new formulation for emperical mode decomposition based on constrined optimization", *IEEE Signal Processing Letter*, Vol. 14, No. 12, pp. 932–935, 2007.
- [7] R.C. Sharpely and V. Vatchev, "Analysis of the intrinsic mode functions", *Constructive Approximation*, Vol. 24, No. 1, pp. 17–47, 2006.
- [8] V. Vatchev and R.C. Sharpely, "Decomposition of functions into pairs of intrinsic mode functions", *The Royal Society London A*, Vol. 464, No. 2097, pp. 2265–2280, 2008.
- [9] E. H. S. Diop, R. Alexandre and A. O. Boudraa, "Analysis of Intrinsic Mode Functions: A PDE Approach," *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 17 , No. 4, pp. 398-401, 2010.

- [10] G. Rilling and P. Flandrin. Décomposition modale empirique : échantillonnage et résolution. In GdR ISIS, Thème, Marseille, France, Décembre 2004. Journée: Décompositions adaptatives II.
- [11] N. Stevenson, M. Mesbah, and B. Boashash, “A sampling limit for the empirical mode decomposition”, In IEEE ISSPA, Vol. 2, pp. 647- 650, Sydney, Australia 28-31, August 2005.
- [12] Q.Chen , N. Huang , S. Riemenschneider and Y. Xu , “A B-spline approach for empirical mode decompositions. Advances in Computational Mathematics”, Vol. 24, No. 1, pp.171-195, 2003.
- [13] O. Niang, E. Delechelle, and J. Lemoine, “A spectral approach for sifting process in empirical mode decomposition”. IEEE transactions on signal processing, Vol. 58, No. 11, pp. 5612-5623, 2010.
- [14] J. Zhang, R. Yan , R. X. Gao, Z. Feng, “Performance enhancement of ensemble empirical mode decomposition”, Mechanical Systems and Signal Processing., Vol. 24, No. 7, pp. 2104-2123, 2010.

3.1 Introduction

Partout autour de nous il y a toujours des signaux qui requièrent d'être analysés. Les tremblements sismiques, le discours humain, les vibrations de moteur, les images médicales, les données financières, la musique et beaucoup d'autres types des signaux doivent être traités efficacement, comprimés, reconstruits, décrits, simplifiés, modélisés, distingués ou situés pour être interprétés [1-8]. Les ondelettes ont apporté un nouveau souffle dans le domaine du traitement du signal depuis son apparition. Elles permettent en effet d'analyser et de repérer les discontinuités d'un signal à une ou à deux dimensions, et à des échelles différentes. Par seuillage des coefficients d'ondelettes, on peut débruiter un signal par élimination des détails les plus fins.

Les estimateurs de seuillage furent introduits par Donoho et Johnstone [9] pour des bases arbitraires. Ils furent ensuite introduits pour les méthodes d'ondelettes dans les années 90 dans une série d'articles [10-12]. L'idée sous-jacente était de reconstruire le signal uniquement à l'aide des coefficients empiriques dont la valeur absolue était supérieure à un seuil fixé. Cette idée s'est vite montrée très performante tant au point de vue théorique que pratique. D'après la définition générale de Coiffman Wickerhauser dans [13], le débruitage par ondelettes revient à l'extraction d'une structure cohérente du signal traité, ce qui revient à considérer le bruit comme non cohérent par rapport à la base d'ondelette choisie, donc non corrélé avec les fonctions de base. Le débruitage par ondelettes classique est donc implémenté comme un filtrage non linéaire par seuillage : Les coefficients d'ondelettes supérieurs à un seuil T sont considérés comme faisant partie du signal informatif.

Dans la littérature, de nombreux auteurs ont proposé des approches pour l'amélioration du signal en utilisant la technique EMD basée sur l'exclusion des premières IMFs. L'EMD extrait, séquentiellement et intrinsèquement, l'énergie du signal en partant des modes haute fréquence vers les modes basse fréquence. La méthode de sélection repose sur l'hypothèse que les premières IMFs (modes haute fréquence) en majorité sont dominés par le bruit et ne représentent pas des informations spécifiques au signal d'origine. Ainsi, le signal amélioré n'est reconstruit que par quelques IMFs dans lesquelles le signal pur (d'origine) est dominé principalement. La base de cette approche est de mettre à zéro les premières IMFs dominantes du bruit [14]. En conséquence, le signal est partiellement reconstruit à partir des IMFs restantes.

Dans ce chapitre, une procédure de débruitage inspirée par le seuillage en ondelettes est proposée. Quelques résultats préliminaires sont apparus dans [15- 17] où l'idée de seuillage à base d'ondelettes est appliquée dans le cas de l'EMD.

Ce travail présente le problème de débruitage par seuillage à base de l'EMD. Puis la méthode de sélection des IMFs ainsi que le choix du paramètre de seuillage et l'influence de ces dernières seront montrés. Des résultats obtenus par simulation appliqués sur des signaux simulés et réels seront présentés en dernière partie de ce chapitre.

3.2 Model du bruit seul

3.2.1 Bruit Gaussien fractionnaire

Le bruit gaussien fractionnaire (fGn), [18-19] est une généralisation du bruit blanc ordinaire. C'est un modèle polyvalent pour un bruit à large bande étalé de manière homogène sans aucune bande de fréquence dominante, et un processus intrinsèquement discret en temps. Les propriétés statistiques du fGn sont entièrement déterminées par sa structure du second ordre, qui dépend uniquement d'un seul paramètre scalaire, H , son exposant de Hurst. Plus précisément, $\{x_H[n], n = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ est un bruit fractionnaire gaussien (fGn) d'indice H (avec $0 < H < 1$) si et seulement si c'est un processus stationnaire gaussien de moyenne nulle, dont la séquence d'autocorrélation $\tau_H[k] := E\{x_H[n]x_H[n+k]\}$ est donnée par [19, 20]:

$$\tau_H[k] = \frac{\sigma^2}{2} \left(|k-1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k+1|^{2H} \right) \quad (3.1)$$

Où E est l'opérateur d'espérance et σ^2 représente la variance

Il est bien connu que le cas particulier $H = \frac{1}{2}$ est le cas du bruit gaussien blanc, tandis que les autres valeurs induisent des corrélations non nulles, soit négatives quand $0 < H < \frac{1}{2}$, soit positives quand $\frac{1}{2} < H < 1$. En prenant la transformée de Fourier discrète de l'équation (3.1), la densité spectrale de puissance de fGn est :

$$S_H(f) = C\sigma^2 \left| e^{i2\pi f} - 1 \right|^2 \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|f+k|^{2H+1}} \quad (3.2)$$

Pour tout H , on peut approximer la densité spectrale de puissance du fGn par [14] $S_H(f) \approx C\sigma^2 |f|^{1-2H}$ quand $|f| \rightarrow 0$; le fGn est un modèle pratique pour les spectres de loi de puissance a basses fréquences.

3.2.2 Fonction de transfert équivalente Analyse spectrale

Des simulations approfondies ont été effectuées sur les processus du bruit gaussien fractionnaire (fGn) décomposé par EMD, avec des valeurs H allant de 0,1 à 0,9. L'étude dans [21-22] a généralisé l'étude menée indépendamment dans [23] pour le bruit gaussien blanc $\left(H = \frac{1}{2}\right)$.

Dans toutes les simulations, la taille des séries de bruit fGn a été considérée comme $N = 512$, et pour chaque valeur de H , $J = 5000$ réalisations indépendantes de fGn ont été générées. Les EMDs des IMFs du bruit $(\{C_{k,H}^{(j)}[n]; n = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K_j\})$ ont été calculées pour toutes les réalisations. Aucune des réalisations n'a généré moins de 7 modes. Par conséquent, $K = 7$ a été pris comme le nombre commun de modes pour toutes les réalisations.

Le résultat de cette analyse spectrale est représenté sur la figure 3.1, où la densité spectrale de puissance (DSP) de chaque IMF est présentée en fonction de la fréquence normalisée, dont les graphiques révèlent un certain nombre de caractéristiques:

- 1) Quelle que soit la valeur de l'exposant de Hurst (H), le comportement de la première IMF diffère de celui des autres modes. En première approximation, elle possède les caractéristiques d'un filtre passe-haut tandis que les modes d'ordre supérieur sont similaires à un filtre passe-bande.
- 2) Comme H varie de 0,1 à 0,9, le spectre de la dernière IMF ($k = 7$) évolue progressivement du passe-bande au passe-bas.
- 3) De manière similaire, mais plus générale, le bilan énergétique des différents modes reflète le comportement du spectre global (courbe en pointillé) décrit par l'équation

(3.2), le spectre plat lorsque $H = \frac{1}{2}$ (le cas du bruit blanc), et le spectre de la loi de puissance croissant (décroissant) lorsque $H < \frac{1}{2}$ ($H > \frac{1}{2}$).

4) Pour les modes $k = 2$ à 6 (IMFs passe-bande), tous les spectres apparaissent à peu près identiques, avec quelques décalages. Ce résultat rappelle étonnamment ce qui est actuellement observé dans les décompositions en ondelettes [24-25].

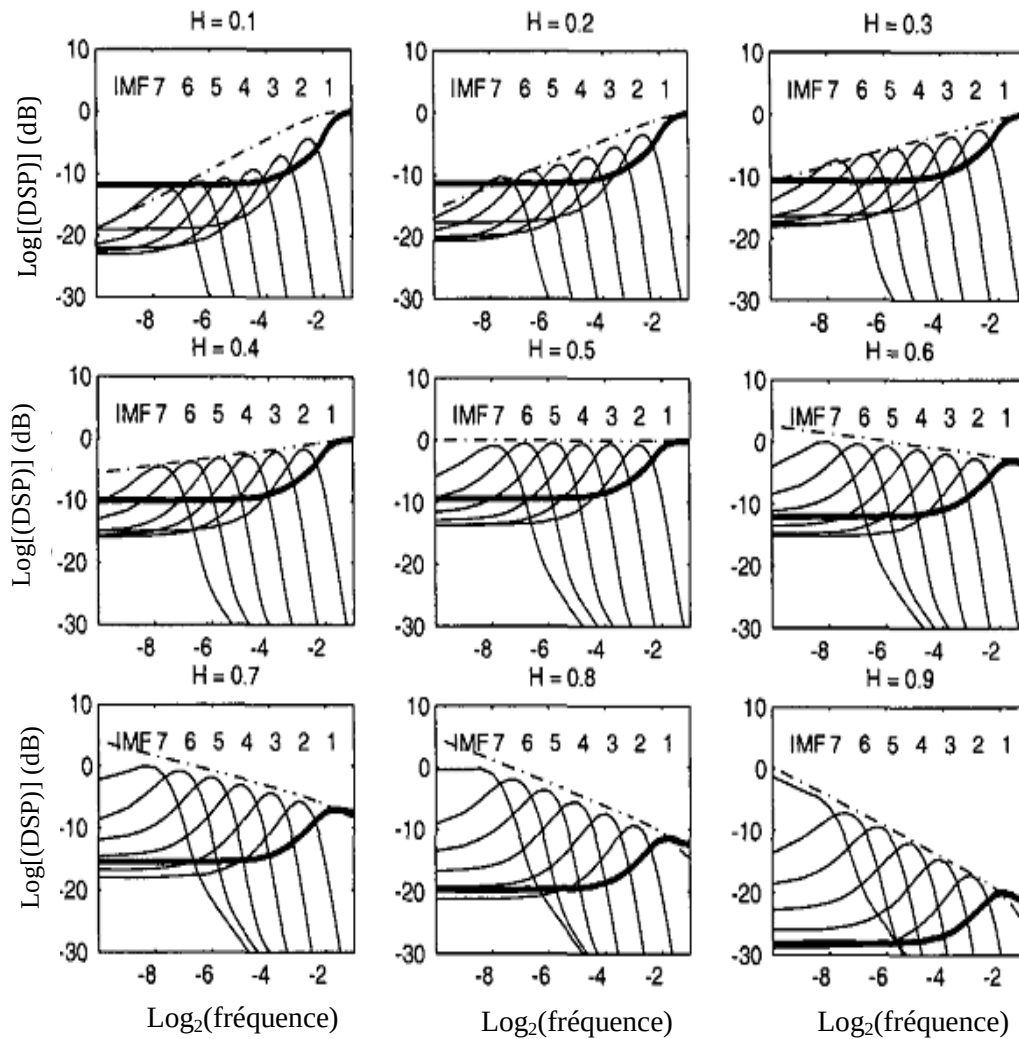


Figure 3.1: Les Spectres de puissance des IMFs du bruit gaussien fractionnaire (courbes continues). DSP théorique du processus global est présenté par la ligne discontinue [18].

Cette dernière observation suggère qu'il devrait examiner plus en détail comment les différents spectres sont liés les uns aux autres pour un H donné. Pour cela, nous pouvons utiliser la structure unique des IMFs : tous les extrema apparaissent comme une alternance de

minima et maxima locaux séparés par un seul passage par zéro. Trouver le nombre moyen de passages à zéro dans un mode est donc une manière significative de caractériser sa fréquence moyenne. Le nombre moyen de passages par zéro $z_H[k]$ est tracé sur la figure 3.2(a) en fonction du nombre k des IMFs; cette figure suggère la relation :

$$z_H[k] \propto \rho_H^{-k} \quad (3.3)$$

Où ρ_H est presque égal à 2.

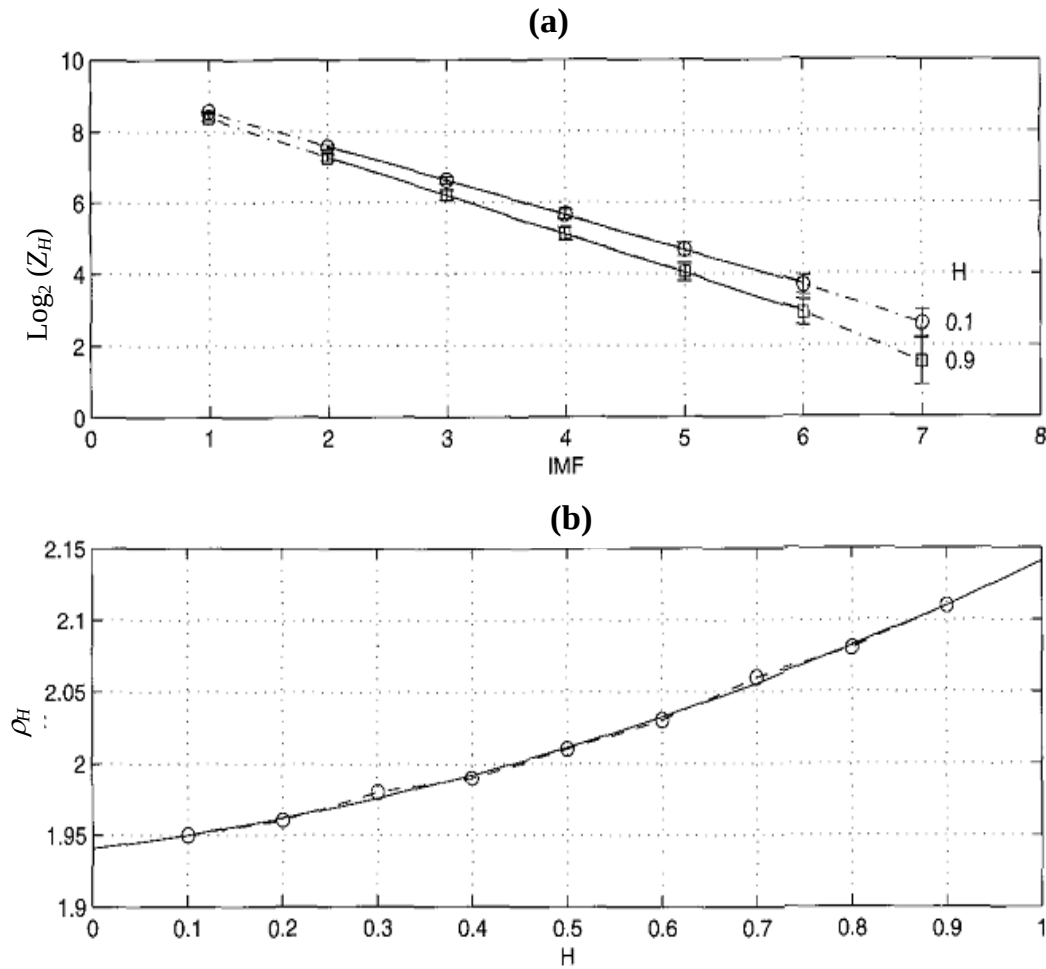


Fig.3. 2: (a) nombre moyen de passages par zéro des IMFs dans le cas du bruit gaussien fractionnaire $H=0.1$ (ligne en cercles), $H=0.9$ (ligne carrée). (b) Taux de diminution correspondant des passages par zéro (cercles et ligne en pointillés), avec l'approximation quadratique des moindres carrés donné par l'équation (3.3) (ligne discontinue) [18].

Une vérification plus précise de l'équation (3.3) est montrée sur la Figure 3.2(b), où le paramètre ρ_H est donné par la pente d'une approximation linéaire d'un diagramme semi-

logarithmique, $z_H[k]$ avec $k = 2$ à 6. La diminution observée du nombre de passages par zéro, l'ordre des augmentations des IMFs est presque égal à 2 et peut être approximé par :

$$\rho_H \approx 2.01 + 0.2 \left(H - \frac{1}{2} \right) + 0.12 \left(H - \frac{1}{2} \right)^2 \quad (3.4)$$

Si nous nous limitons aux IMFs passe-bande ($k = 2$ à 6), l'auto-similarité signifie que [19] :

$$S_{k',H}(f) = \rho_H^{\alpha(k'-k)} S_{k,H} \quad (3.5)$$

Pour certains α et tout $k' > k \geq 2$.

Par conséquent, les spectres de puissance de tous les IMFs devraient s'effondrer sur une seule courbe lorsqu'ils sont correctement normalisés. En effet, le paramètre $\alpha = 2H - 1$ vérifie cette hypothèse car la normalisation correspondante convergente vers le même modèle (figure 3.3).

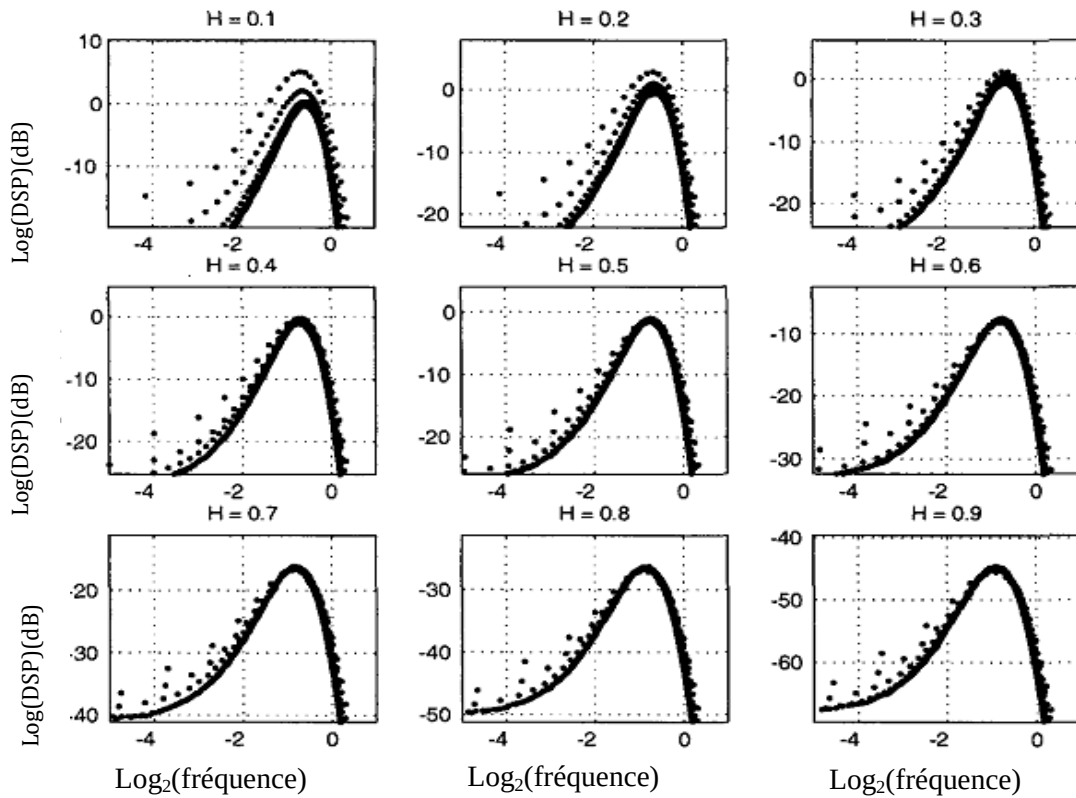


Fig3.3. Spectres (DSP) des IMFs re-normalisées dans le cas du bruit gaussien fractionnaire [18].

Même s'il y'a certaines différences entre les courbes de basse fréquence (en particulier lorsque $\left(H < \frac{1}{2}\right)$), ces diagrammes confirme que l'EMD agit sur (fGn) comme un banc de filtres dyadiques de filtres passe-bande.

3.2.3 Estimation de variance des modes

Compte tenu de la relation d'auto-similarité (3.5) pour les DSPs pour les IMFs passe-bande (indice $k > 1$), on peut déduire comment la variance devrait évoluer en fonction de k . En supposant que (3.5) est vrai pour tout $k' > k \geq 2$ et $\alpha = 2H - 1$, on a :

$$\begin{aligned} V_H[k'] &:= \text{var } C_{k',H}[n] = \int_{-1/2}^{1/2} S_{k',H}(f) df \\ &= \rho_H^{\alpha(k'-k)} \int_{-1/2}^{1/2} S_{k,H}(\rho_H^{k'-k} f) df \\ &= \rho_H^{(\alpha-1)(k'-k)} V_H[k] \end{aligned}$$

Qui mène à [14, 19] :

$$V_H[k] = C \rho_H^{2(H-1)k} \quad (3.6)$$

Une connaissance détaillée des statistiques de l'IMF dans les situations où le bruit est présent peut aider à mesurer l'importance d'un mode donné. Cette idée, qui a été lancée par [23], peut être utilisée pour séparer un signal du bruit.

Une meilleure appréciation peut être obtenue à partir de la figure 3.4, dans laquelle la variance des IMFs qui a été calculé en utilisant la moyenne expérimentale, la médiane et divers intervalles de confidence, sont présentés pour $H = 0,2, 0,5$ et $0,8$, ainsi que [26] :

$$\log_2 V_H[k] = \log_2 \hat{V}_H[2] + 2(H-1)(k-2) \log_2 \rho_H \quad (3.7)$$

Pour $k \geq 2$, qui est dérivé de l'équation (3.6).

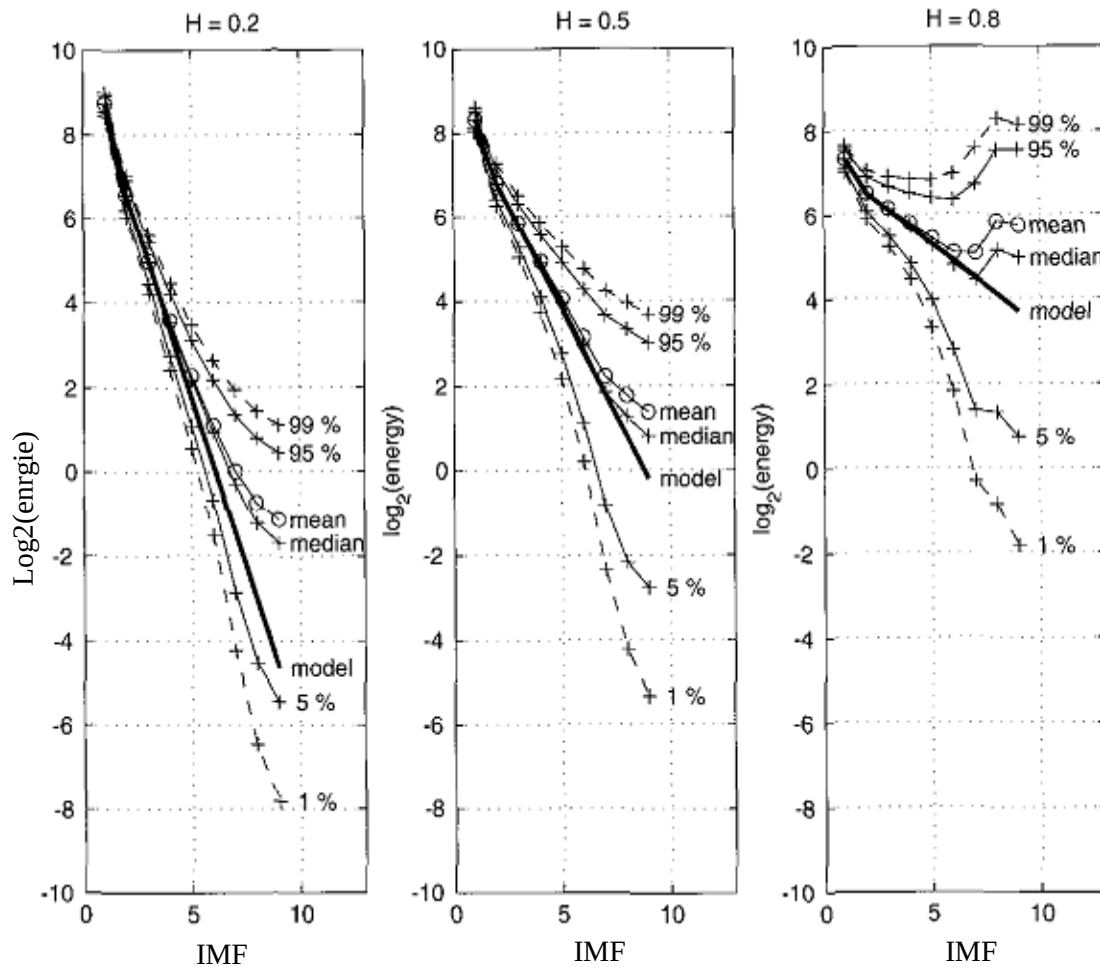


Fig3.4 : modegrammes expérimentaux dans le cas du bruit gaussien fractionnaire [18, 26].

3.3 Dé-bruitage conventionnel par EMD

3.3.1 Principe

La première tentative d'utilisation de l'EMD comme un outil de débruitage a émergé du besoin de savoir si une IMF spécifique contient des informations ou principalement du bruit. Ainsi, des procédures ont été développées simultanément dans [21], [27] et [23], [28] sur la base de l'analyse statistique des modes résultant de la décomposition des signaux uniquement composé de bruit gaussien fractionnaire et du bruit blanc gaussien, respectivement.

Si l'énergie des IMFs résultant de la décomposition d'un signal est connue, alors dans les cas des signaux réels contenant à la fois des informations, un écart significatif entre les énergies de bruit dans les IMFs et le signal bruité indique la présence d'informations utiles. Cela se traduit par une reconstruction partielle du signal en utilisant uniquement les IMFs qui contiennent des informations utiles et rejetant ceux qui sont contaminés principalement du

bruit, c'est-à-dire les IMFs qui contiennent des quantités d'énergie similaires avec le cas du bruit seul. Dans la pratique, le model du bruit-seul n'est jamais disponible pour appliquer l'EMD et estimer les énergies des IMFs, de sorte que l'utilité de la technique ci-dessus dépend de la question de savoir si les énergies des IMFs du bruit-seul peuvent être estimées directement sur la base des signaux bruités.

3.3.2 Procédure de Débruitage conventionnel

La figure 3.5 représente la variance relative, $T_H[k]$ par rapport à une référence $W_H[k]$, des IMFs du bruit qui ont été calculées en utilisant la moyenne expérimentale, la médiane et divers intervalles de confiance (1%, 5%, 95% et 99%). Cette figure suggère que nous pouvons calculer $T_H[k]$ en utilisant la formule suivante [26]:

$$\log_2(\log_2(T_H[k]/W_H[k])) = a_H k + b_H \quad (3.8)$$

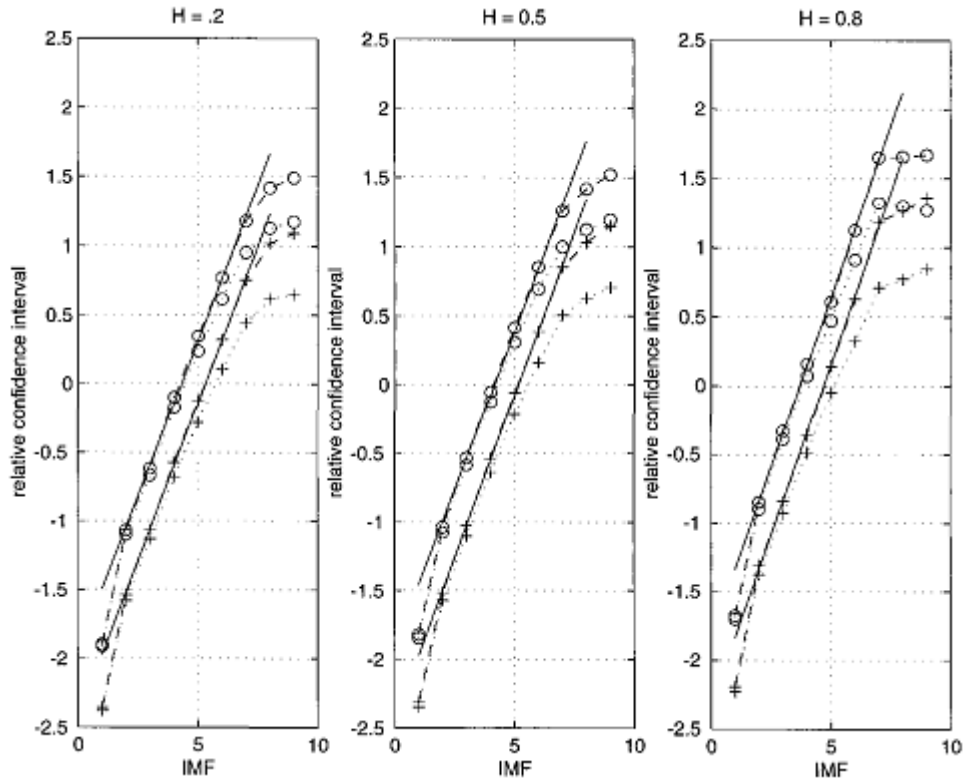


Fig3.5 Logarithme (de base 2) de la variance relative donnée dans figure 3.4, $\log_2(\log_2(T_H[k]/W_H[k]))$. Les croix (cercles), correspondent à un intervalle de confiance de 95% (99%), les courbes en pointillé (en tirets) représentent les cas où le reference $W[k]$ est choisi comme la moyenne (médian) d'énergie des IMFs, les courbes en ligne continue représentent la meilleure approximation linéaire [26].

La figure 3.5 montre que la meilleure approximation linéaire est obtenue en choisissant pour $W_H[k]$ la médiane, qui est dans ce cas très proche du modèle $V_H[k]$. Les constantes a_H et b_H qui sont utilisées comme paramètres pour modéliser la variance à intervalles de confiance peuvent être déduits des résultats de la figure 3.4, et leurs valeurs sont reportées dans le tableau suivant:

Tableau 3.1 Paramètres de modèle de variance à intervalles de confiance [26]

H	β_H	$a_H(95\%)$	$b_H(95\%)$	$a_H(99\%)$	$b_H(99\%)$
0.2	0.487	0.458	-2.435	0.452	-1.951
0.5	0.719	0.474	-2.449	0.460	-1.919
0.8	1.025	0.497	-2.331	0.495	-1.833

Les considérations ci-dessus peuvent être utilisées pour débruiter un signal contaminé par fGn, en se basant sur l'énergie observée empiriquement $W_H[k]$ des IMFs $c_j[n]$. En pratique, $W_H[1]$ peut être estimé comme :

$$\hat{W}_H[1] = \sum_{n=1}^N c_1^2[n] \quad (3.9)$$

Et les valeurs de $W_H[k]$ sont données comme suit :

$$\hat{W}_H[k] = \Re_H \rho_H^{-2(1-H)k}, \quad k \geq 2 \quad (3.10)$$

Où $\Re_H = \hat{W}_H[1]/\beta_H$ et les valeurs de β_H peuvent être estimés à partir de la figure 3.4, et leurs valeurs sont données dans le tableau 3.1.

Compte tenu de ces résultats, une stratégie de débruitage conventionnelle, EMD-Conv, d'un signal corrompu par un (fGn) (avec H connu) est donnée comme suit [26]:

- 1) en supposant que l'IMF(1)1 représente principalement un bruit, estimer le niveau de bruit dans le mélange signal + bruit en calculant $\hat{W}_H[1]$ selon l'équation (3.9).
- 2) estimer le modèle du bruit-seul à partir de l'équation (3.9) et (3.10) .
- 3) estimer le modèle correspondant pour l'intervalle de confiance choisi à partir de (3.8) et du tableau 3.1;

- 4) calculer l'EMD du signal + bruit et comparer les énergies des IMFs avec le modèle du bruit à intervalle de confiance qui est utilisé comme seuil
- 5) Calculer la reconstruction partielle en ne conservant que le résidu et les IMFs dont l'énergie dépasse le seuil.

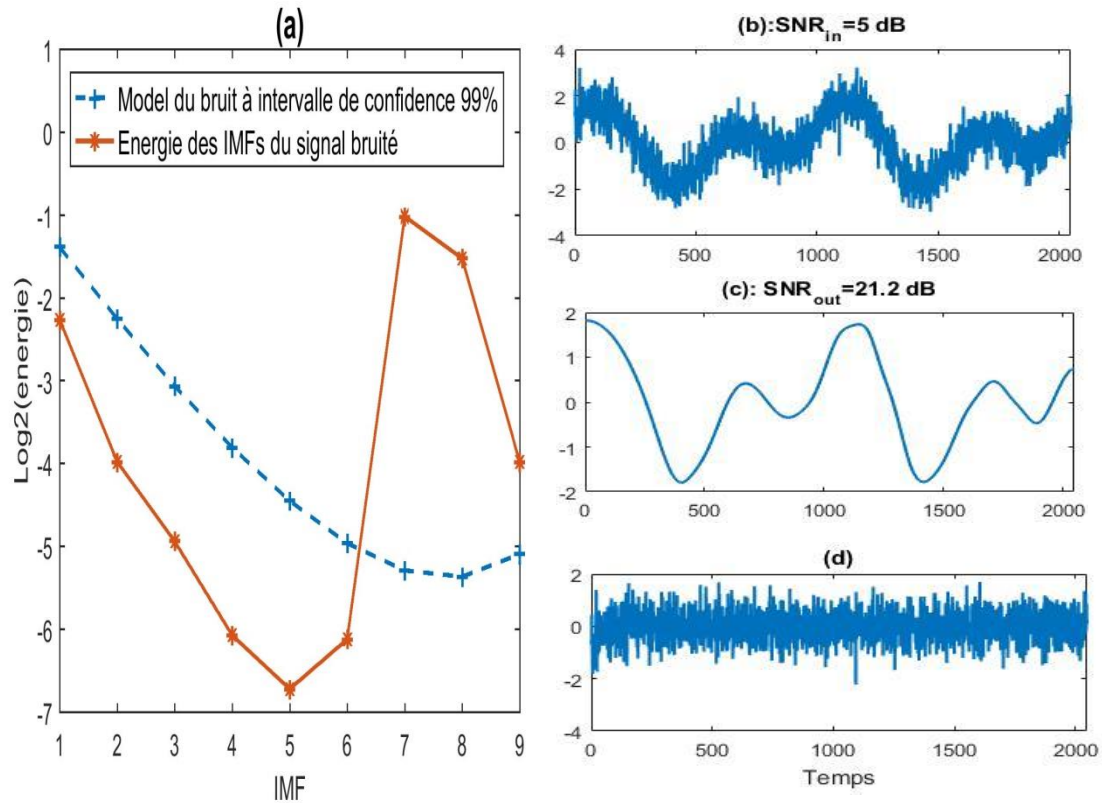


Fig.3.6 Exemple de débruitage d'un signal sinusoïdal avec bruit blanc de $\text{SNR}_{in}=5\text{dB}$ par la méthode EMD-Conventionnel. (a) : Model du bruit à intervalle de confiance 99% avec les énergies des IMFs du signal bruité. (b) : Signal bruité. (c) : Signal après débruitage (d) : Bruit estimé

La figure (3.6) montre un débruitage d'un signal $x(t)$ sinusoïdal contaminé par un bruit blanc Gaussien par la méthode EMD-Conv où le SNR avant débruitage (SNR_{in}) est fixé à 5 dB. Le signal $x(t)$ est donné comme suit :

$$x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) \quad (3.11)$$

où : $f_1=2 \text{ Hz}$ et $f_2=4 \text{ Hz}$.

D'après la figure 3.6 (a) ; l'énergie des deux dernières IMFs (7-8) et le résiduel sont supérieurs à celle du modèle à intervalle de confiance 99%. Donc; le signal après débruitage (Figure 3.6 (c)) est la reconstruction partielle des IMFs 7, 8 et le résiduel qui ont dépassé le seuil d'énergie nécessaire pour être considérés comme des IMFs sans bruit. La (Figure 3. 6 (b)), représente le bruit blanc qui est la somme des IMFs du 1 à 6.

3.4 Débruitage avec seuillage

3.4.1 Principe de débruitage par ondelettes

En utilisant une base d'ondelettes orthogonale choisie, une matrice orthogonale W est construite de manière appropriée [29] à partir du signal original x , ce qui conduit à la transformée en ondelettes discrète (DWT) :

$$\zeta = Wx \quad (3.12)$$

Où $x = [x(1), x(2), \dots, x(N)]$ et $\zeta = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N]$ contient les coefficients d'ondelettes résultants. En raison de l'orthogonalité de la matrice W , tout coefficient d'ondelettes ζ_i suit une distribution normale avec une variance σ^2 . Le raisonnement fondamental du seuillage par ondelettes est de mettre à zéro toutes les composantes qui sont inférieures à un seuil lié au niveau de bruit, puis de reconstruire le signal débruité $\tilde{x}(t)$ en utilisant uniquement les composantes de haute amplitude. Il existe deux types majeurs de seuillage dur et doux.

Le seuillage dur est celui qui est le plus "intuitif". On se fixe un seuil $T > 0$. On ne conserve que les coefficients d'ondelettes supérieurs à T et on met à zéro les autres [2-4]. Pour un seuillage dur :

$$\rho_T(x) = \begin{cases} x, & |x| > T \\ 0, & |x| \leq T \end{cases} \quad (3.13)$$

$\rho_T(X)$ est le coefficient après seuillage.

Dans le cas du seuillage dur, on met toujours à zéro les coefficients inférieurs à un seuil T . Par contre, pour ceux supérieurs à T , on atténue l'amplitude des coefficients par la valeur du seuil afin de s'assurer d'avoir enlevé l'effet du bruit même pour les forts coefficients [2-4]. Pour un seuillage doux :

$$\rho_T(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x)(|x| - T), & |x| > T \\ 0, & |x| \leq T \end{cases} \quad (3.14)$$

En utilisant l'un des opérateurs de seuillage ci-dessus, l'estimation du signal débruité est donné par :

$$\tilde{x} = W^T \tilde{c} \quad (3.15)$$

où $\tilde{c} = [\rho_T(\zeta_1), \rho_T(\zeta_2), \dots, \rho_T(\zeta_N)]$ et W^T désigne la matrice transposée de W .

En ce qui concerne la sélection du seuil, le seuillage universel $T = \sigma\sqrt{2\ln N}$, N représente la taille du signal, est un candidat populaire. Un tel seuillage garantit avec une forte probabilité que toutes les composantes attribuées au bruit auront des amplitudes plus faibles et seront seuillées. La variance est estimé à l'aide d'un estimateur robuste basé sur la médiane des composantes [30] :

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}(|\zeta_i| : i = 1, \dots, N)}{0.6745} \quad (3.16)$$

3.4.2 Débruitage par seuillage dur direct des IMFs : EMD-Dur

L'idée de seuillage par ondelettes est directement appliquée sur les signaux décomposés par EMD comme dans [15], [17] où L'EMD peut être interprétée comme une procédure de filtrage passe-bande aboutissant à des IMFs essentiellement non corrélés. Bien que la structure de filtre équivalente ne soit pas fixée comme dans la décomposition en ondelettes, on peut en principe effectuer un seuillage dans chaque IMF afin d'exclure localement les parties des IMFs à faible énergie qui devraient être fortement corrompues par le bruit.

Dans ce travail, nous utiliserons le seuillage direct donné par (3.17), point par point, afin de montrer que cette méthode peut se développer et être plus puissante en utilisant certaines améliorations. Le seuillage dur des IMFs, c_j , du signal $x(t)$, est donné comme suit :

$$\hat{c}_j(t) = \begin{cases} c_j(t) & , \quad |c_j(t)| > T_j \\ 0 & , \quad |c_j(t)| \leq T_j \end{cases} \quad (3.17)$$

où $\hat{c}_j$ indique la j ème IMF seuillée et T_j représente le seuil adapté pour chaque IMF. L'énergie de chacune des IMFs peut être paramétrée en fonction de l'énergie de la première IMF en utilisant le model du bruit seul dans le cas du bruit blanc comme suit:

$$\hat{E}_j = \frac{\hat{E}_1}{0.719} (2.01)^{-j}, \quad j = 2, 3, \dots, J \quad (3.18)$$

où $\hat{E}_j$ est considéré comme la variance du bruit estimée des IMFs de $j = 2$ à J . $\hat{E}_1$ est la variance du bruit estimée de la première IMF proposée dans [31] comme suit:

$$\hat{E}_1 = \left(\frac{\text{median}(|\text{IMF}_1 - \text{median}(\text{IMF}_1)|)}{0.6745} \right)^2 \quad (3.19)$$

Sur la base de l'équation (3.18), une technique de seuillage de type ondelette est proposée [32], où les IMFs sont seuillées à l'aide d'un seuil variable. Il s'agit d'une version modifiée du seuillage universel proposé par Dohono [3], exprimé comme suit :

$$T_j = \lambda \sqrt{\hat{E}_j 2 \ln(L)}, \quad j = 2, 3, \dots, J \quad (3.20)$$

où L est le nombre des échantillons du signal et λ est la constante du seuillage. On appelle cette méthode proposée du seuillage dur direct des IMFs, EMD-dur.

La figure 3.7 montre la décomposition EMD d'un signal Doppler contaminé par un bruit blanc où le SNR avant le débruitage $\text{SNR}_{\text{in}}=5\text{dB}$. A titre d'exemple, la cinquième IMF du signal représenté dans la figure 3.7 a été utilisée pour montrer le comportement du seuillage dur d'une IMF dans la figure 3.8 (a). La ligne en pointillés correspond à l'IMF actuelle, et la ligne continue représente le seuillage dur direct donné au-dessus. Les deux lignes horizontales indiquent le seuil universel négatif (-) et positif (+) appliqué à l'IMF. Tous les points du signal à amplitude supérieure du seuil (+) ou inférieure au seuil (-) sont conservés, les autres sont supprimés. Le résultat de débruitage du signal Doppler de la figure 3.7 est montré sur la figure 3.8 (b) avec un $\text{SNR}_{\text{out}}=11.35\text{ dB}$.

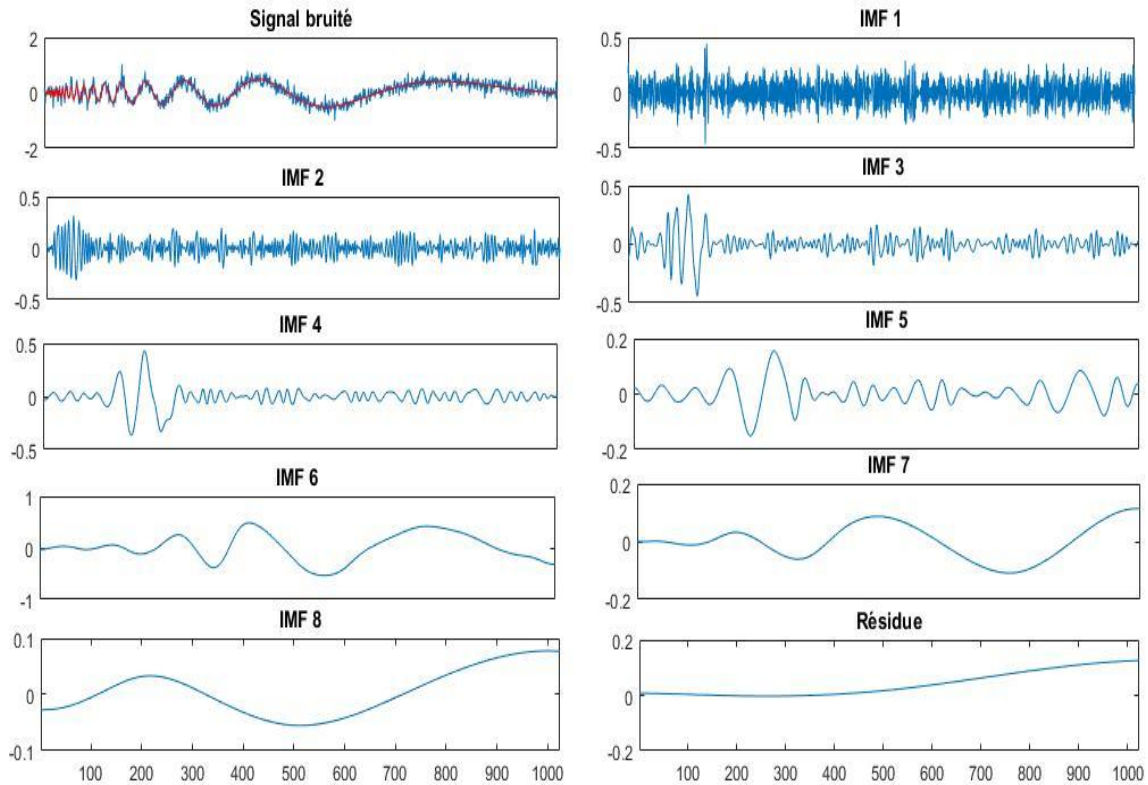


Fig.3.7 la décomposition EMD d'un signal Doppler contaminé par un bruit blanc avec $SNR_{in}=5dB$.

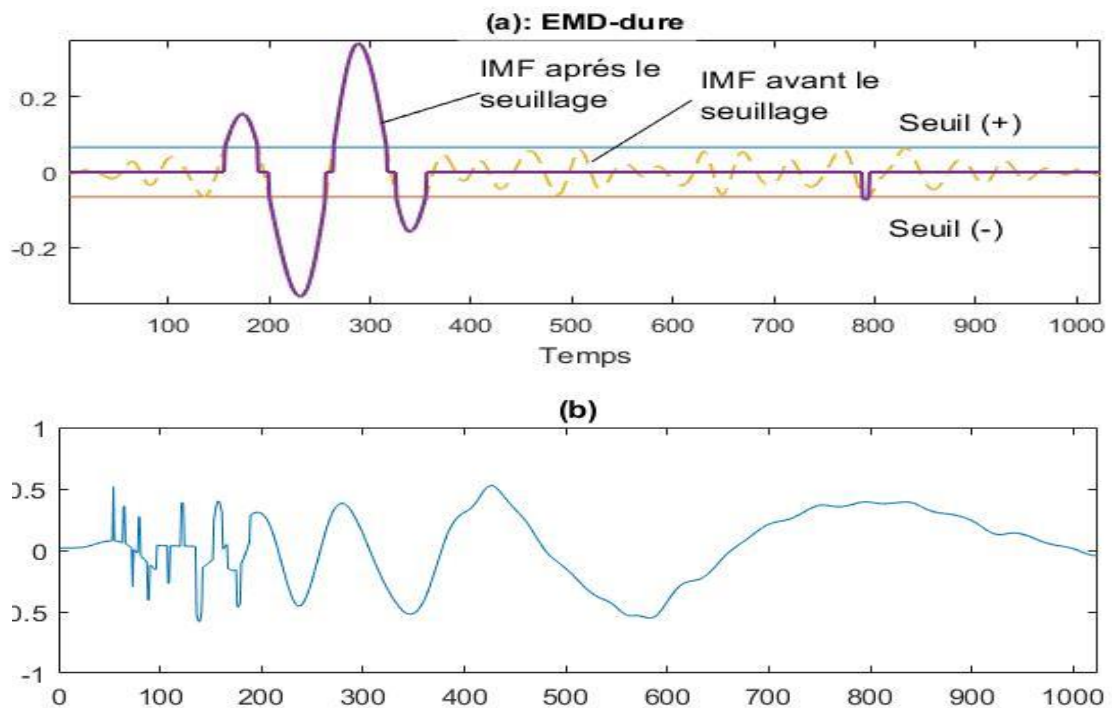


Fig3.8 (a) : Seuillage dur de l'IMF5. (b) : Signal Doppler (figure 3.7) après débruitage par la méthode proposée EMD-dur.

3.4.3 Débruitage par seuillage doux direct des IMFs : EMD-Doux

Le principe de débruitage est le même que la méthode discutée au-dessus seulement cette fois-ci on applique un seuillage doux sur chaque IMF. On appelle cette méthode proposée du seuillage doux direct des IMFs, EMD-Doux. Le seuillage doux est donné comme suit:

$$\hat{c}_j(t) = \begin{cases} \text{sign}(c_j(t)) * (|c_j(t)| - T_j) & , \quad |c_j(t)| > T_j \\ 0 & , \quad |c_j(t)| \leq T_j \end{cases} \quad (3.21)$$

A titre d'exemple, la cinquième IMF du signal représentée sur la figure 3.7 a été utilisée pour montrer le seuillage doux représenté sur la figure 3.9 (a). La ligne en pointillés correspond à l'IMF actuel, et la ligne continue est associée au seuillage doux direct (EMD-doux) donné au-dessus. Les lignes horizontales indiquent les seuils universels négatif et positif appliqués à l'IMF. Tous les points du signal à amplitude supérieure au seuil (+) ou inférieure au seuil (-) sont conservés, les autres sont atténués par la valeur du seuil. Le résultat de débruitage du signal Doppler de la figure 3.7 par la méthode EMD-Doux est montré sur la figure 3.9 (b) avec un $\text{SNR}_{\text{out}} = 11.75$ dB.

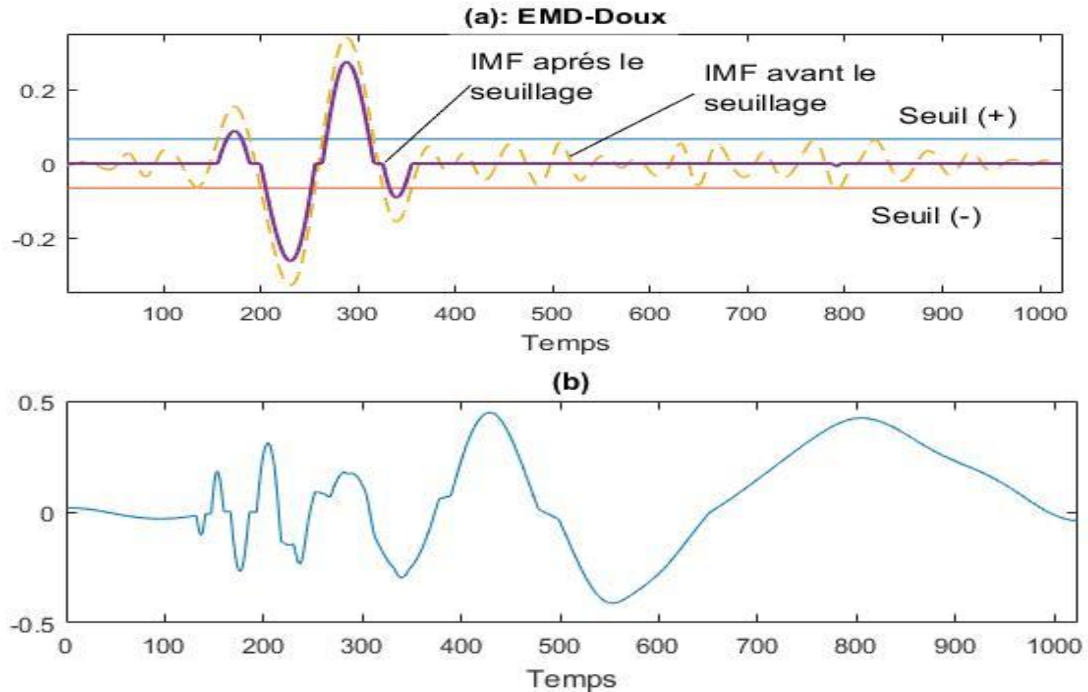


Fig.3.9 (a) : Seuillage dur de l'IMF5. (b) : Signal Doppler (fig.3.5) débruité par la méthode EMD-doux.

La variation du seuil T_j (3.20) en fonction des IMFs est montrée sur la figure 3.10. Les premières valeurs du seuillage sont très élevées par rapport à celles des derniers ; à cause de la nature de décomposition EMD qui se comporte comme un filtre de bancs, où les premières IMFs représentent des oscillations haute fréquence et par conséquent contiennent la plus grande partie du bruit. Par contre ; les dernières IMFs sont des oscillations basse fréquence qui contiennent la plus petite quantité du bruit.

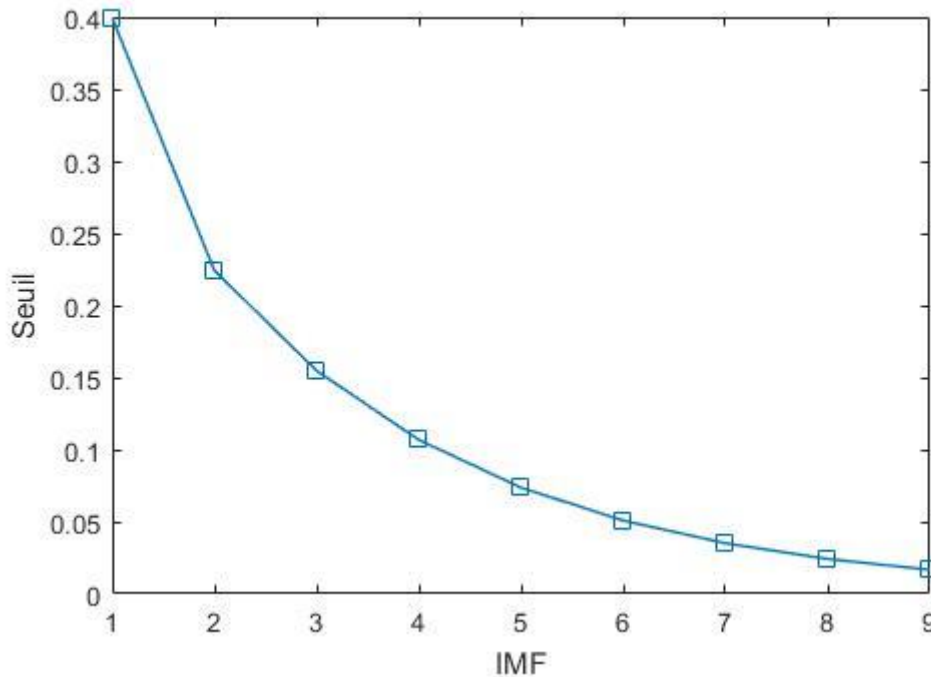


Fig.3.10 : Variation du seuil T_j .

3.5 Le Coefficient du seuillage

Afin de définir un seuillage plus efficace du signal et minimiser au maximum la perte d'information inclus dans les IMFs, on a procédé à l'optimisation de coefficient du seuillage « λ » en se basant sur le SNR après débruitage comme critère de choix de ce coefficient.

En plus du signal Doppler, des signaux de simulation utilisés pour déterminer la constante « λ » sont représentés sur la figure 3.11(a)-(c). Les signaux ont une taille de 2048 échantillons. Des simulations ont été également appliquées sur trente signaux réels de la parole de la base de données Corpora [33] et trente enregistrements ECG réels de la base de données MIT-BIH Arrhythmia Database [34]. Les signaux ECG sont échantillonnés avec une

fréquence d'échantillonnage qui donne 2048 échantillons. Les signaux de parole sont échantillonnés à 16 kHz avec une résolution de 16 bits.

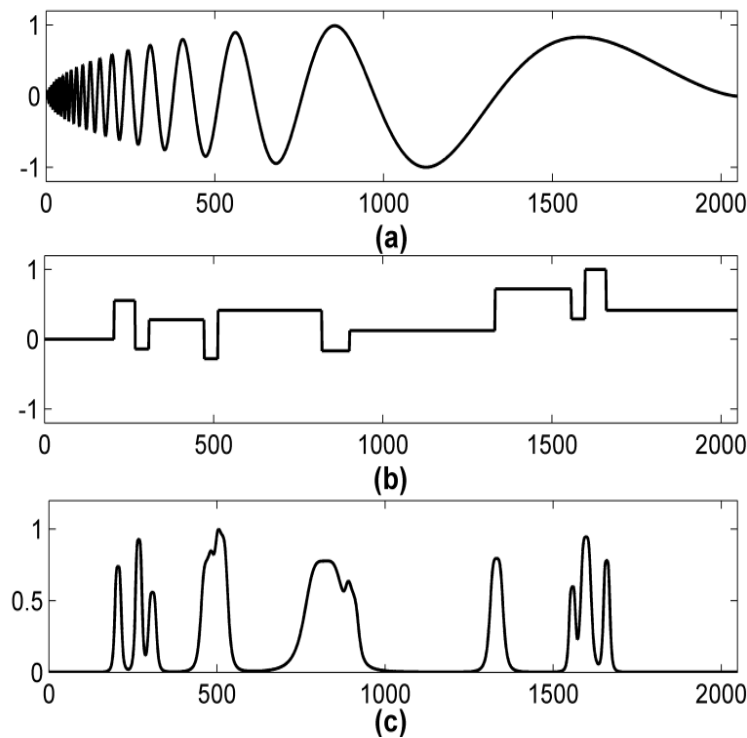


Fig.3.11 Signaux de test. (a) Doppler, (b) Blocks et (c) Bumps

3.5.1 Choix du Coefficient du seuillage doux

La figure 3.12 montre le choix de la constante de seuillage λ , où la performance mesurée est le SNR après débruitage, variant en fonction de λ . Le SNR avant débruitage est fixé à $\text{SNR}_{\text{in}} = -2$ et 8 dB. La méthode de seuillage doux avec constante (EMD-CDoux), est appliquée aux signaux de simulation et les signaux ECG. Ce résultat représente l'application de l'algorithme avec 100 itérations. Les valeurs de λ qui permettent d'obtenir le SNR le plus élevé varient entre 0,3 et 0,4. La meilleure valeur choisie dans ce travail est $\lambda=0.35$ pour le seuillage doux. On observe que cette valeur donne un SNR après débruitage maximum ou presque égale. En outre, on peut considérer $\lambda=0.35$ comme la constante qui donne toujours les meilleurs résultats sans être affectée par la variation de SNR avant le débruitage. Concernant les signaux de parole, ils donnent la même meilleure valeur que les autres signaux présentés.

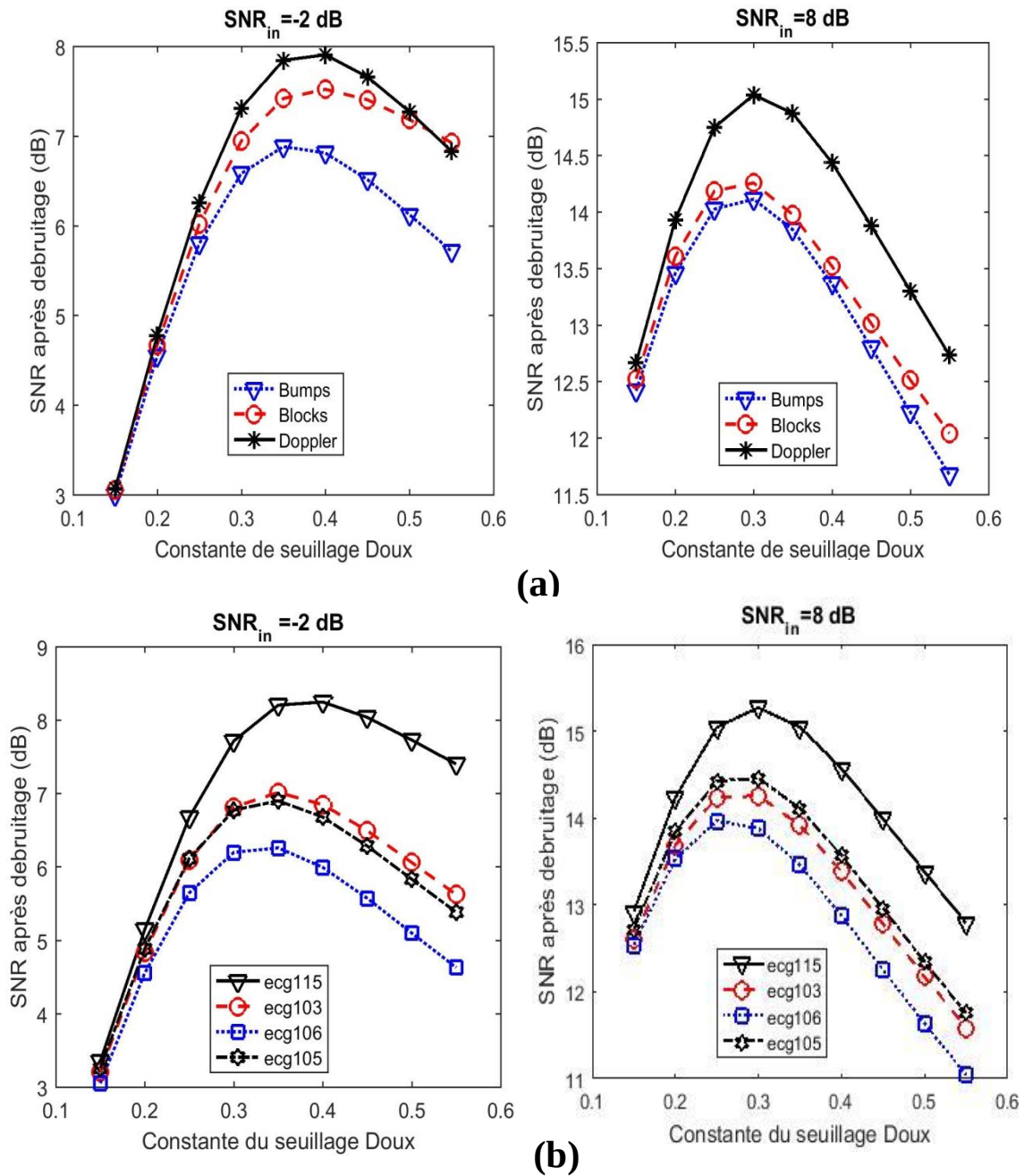


Fig.3.12 Choix de la constante de seuillage doux. (a) : signaux de simulation. (b) : signaux ECG.

3.5.2 Choix du Coefficient du seuillage dur

La figure 3.13 montre le choix de la constante du seuillage dur λ , où le SNR après débruitage varie en fonction de λ . La méthode de seuillage dur avec constante (EMD-CDoux), est appliquée aux signaux ECG et les signaux de parole. Les valeurs de λ qui permettent d'obtenir le meilleur SNR varient entre 0,6 et 0,65. La meilleure valeur choisie dans ce travail est $\lambda=0.65$ pour le seuillage dur. Cette valeur donne toujours un SNR après débruitage

maximum ou presque égale. Concernant les signaux de simulation, les résultats de choix de λ ne sont pas présentés ici, mais ils donnent la même valeur optimale de λ que les autres signaux présentés.

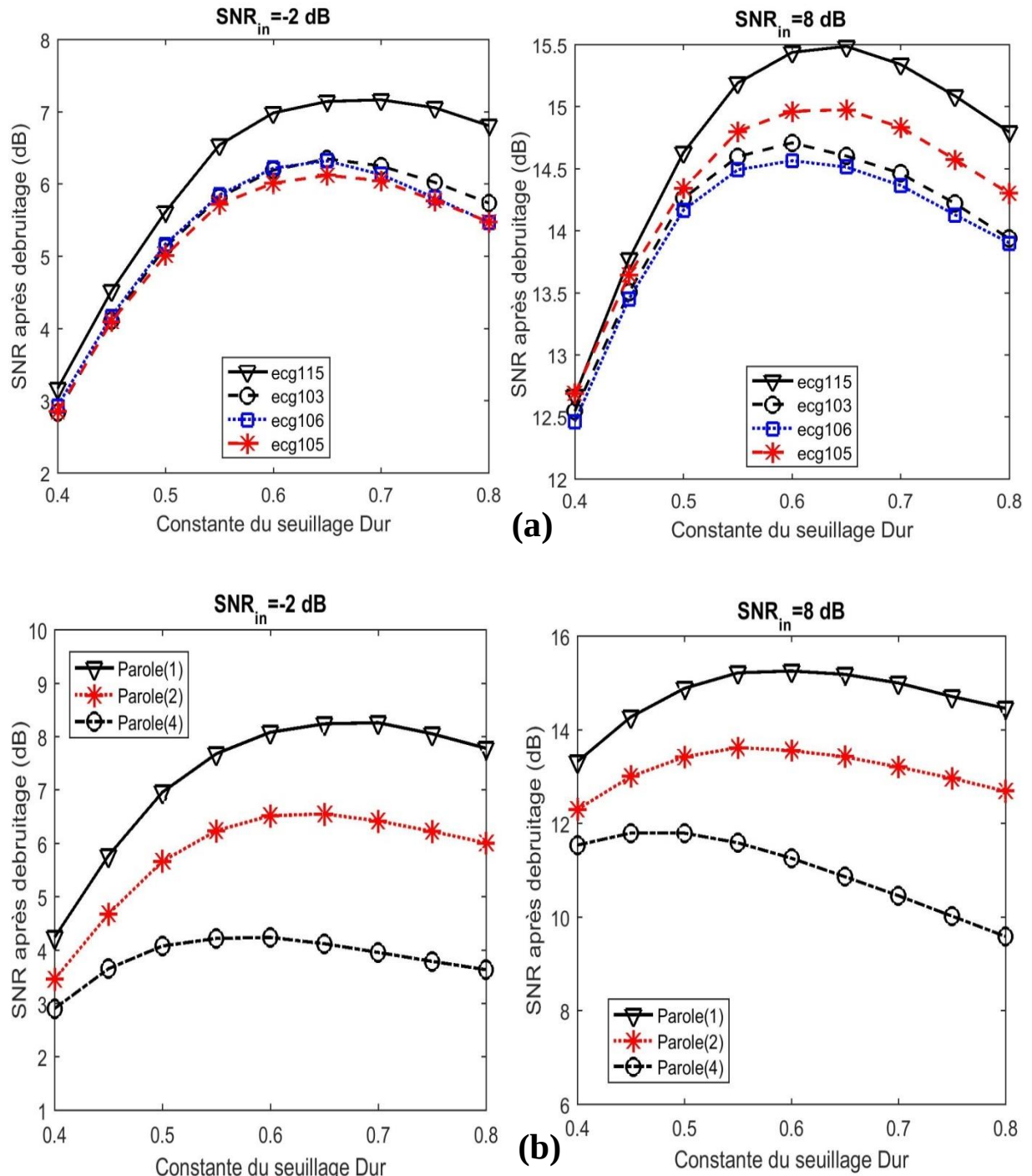


Fig. 3.13 Choix de constant de seuillage dur. (a) : signaux ECG. (b) : signaux de parole.

3.6 Critère de sélection des IMFs

Dans notre algorithme de débruitage, les IMFs du signal $x(t)$ n'étaient pas toutes seuillées pour reconstruire le signal débruité $\hat{x}(t)$. Un critère a été appliqué aux IMFs pour sélectionner uniquement ceux qui contribuent au signal parmi ceux qui sont principalement contaminés par le bruit. Par conséquent, une reconstruction générale des IMFs données par (3.22) nous permet d'éliminer les premières IMFs dominantes du bruit, de 1 à $(1-M_1)$, et de laisser sans seuillage les dernières IMFs dominantes du signal, de M_2 à J , plus le résidu $r_c(t)$. Les IMFs avec un indice de M_1 à M_2 , qui contiennent peu d'énergie de bruit, sont seuillées par la méthode de seuillage direct doux ou dur [32].

$$\hat{x}(t) = \sum_{j=M_1}^{M_2} \hat{c}_j(t) + \sum_{j=M_2+1}^J c_j(t) + r_J(t) \quad (3.22)$$

La figure 3.14 montre un exemple de détermination du paramètre M_1 du signal de la figure 3.7, en comparant les énergies estimées par le modèle du bruit seul (3.18) à ceux des IMFs du signal. Ce paramètre a été utilisé pour trouver les IMFs qui contiennent une quantité de bruit

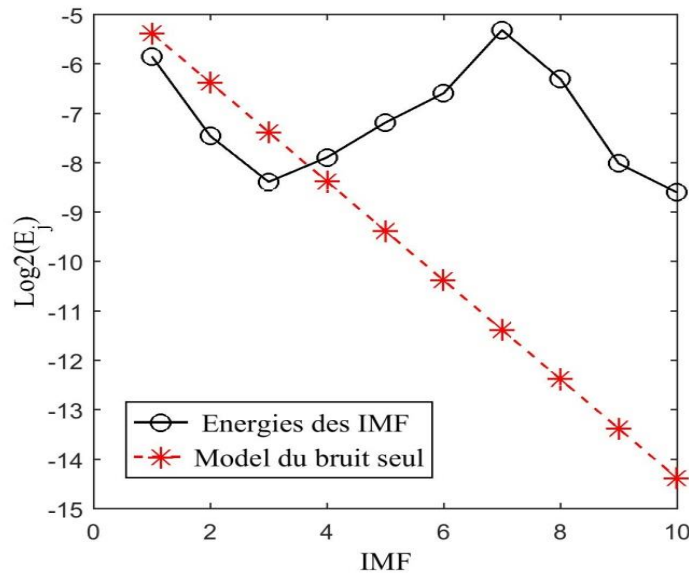


Fig.3.14 Distribution d'énergie des IMFs du signal Doppler bruité et le modèle du bruit seul.

supérieure à celle du signal et qui diminuent considérablement la qualité du signal après le débruitage. Pour cette raison, il a été choisi comme référence à la détermination de M_1 l'indice JM_1 , qui réalise la condition que ce soit le premier indice de l'IMF qui a une énergie dépassant l'énergie du modèle bruit seul. D'après la figure 3.14, à partir de IMF4, les énergies

des IMFs du signal sont supérieures au modèle bruit seul et donc $JM_1 = 4$. Le paramètre M_1 peut s'écrire en général comme suit [32] :

$$M_1 = \max(1, JM_1 + d_1) \quad (3.23)$$

Le choix du paramètre M_1 pour un seuillage doux est fait en variant d_1 de -3 à 3 et en choisissant d_1 qui donne la meilleure valeur de SNR après débruitage comme montre la figure 3.15. Les signaux sont contaminés par un bruit blanc de $SNR_{in} = 3$ dB.

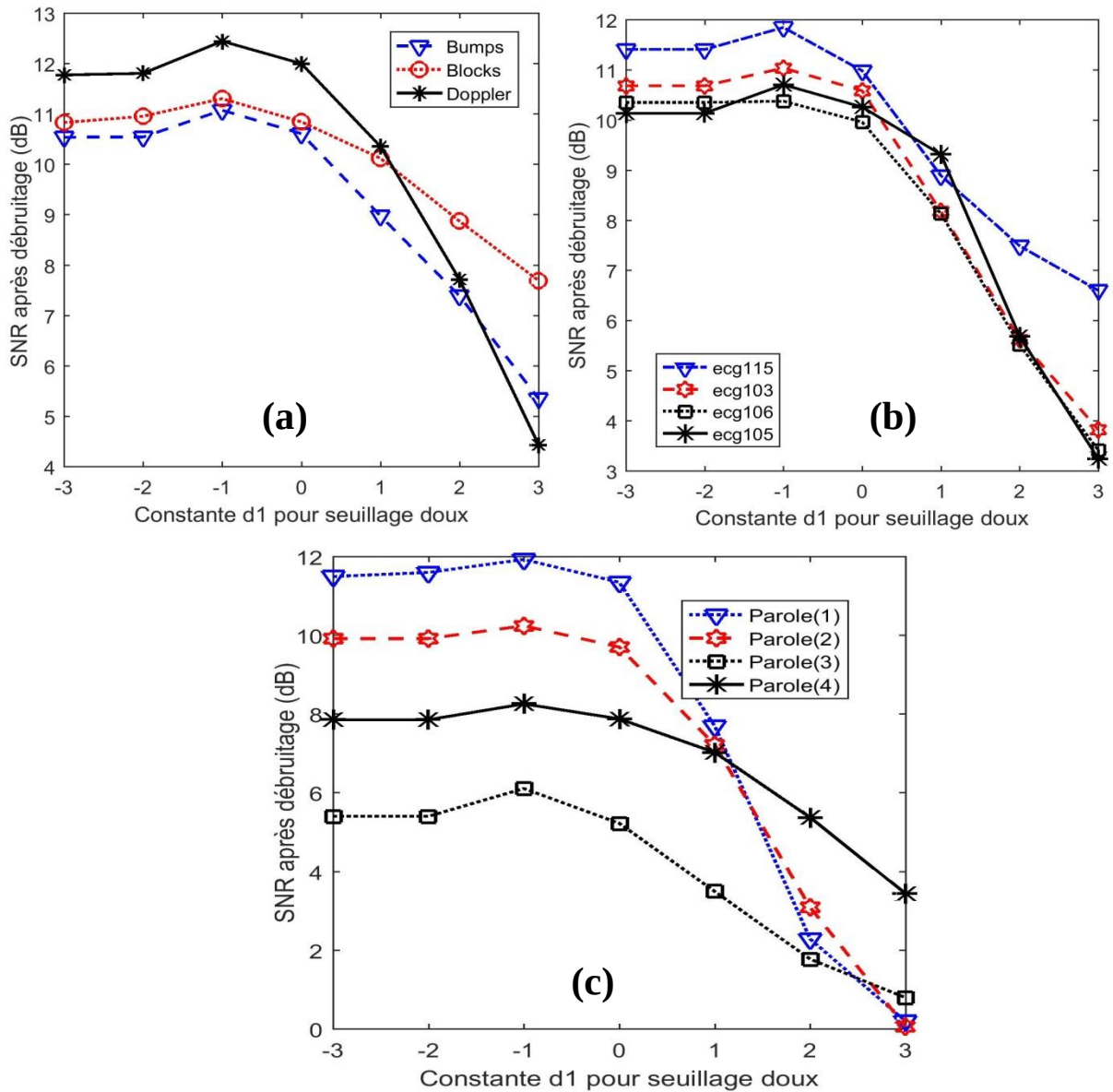


Fig.3.15 Choix du paramètre M_1 . (a) : Signaux de simulation. (b) : Signaux ECG. (c) : Signaux de parole.

La valeur optimale de d_1 qui donne le meilleur SNR après débruitage est égale à -1, pour tous les signaux. Ainsi, le meilleur choix de M_1 est donné par:

$$M_1 = \max(1, JM_1 - 1) \quad (3.24)$$

De la même manière que le seuillage doux, le choix du paramètre M_1 pour un seuillage dur se fait en variant d_1 de -3 à 3 comme la montre la figure 3.16. La valeur optimale de d_1 pour un seuillage dur est trouvée de la même manière que dans le cas de seuillage doux, et qui est égale à -1, pour tous les signaux réels et de la simulation.

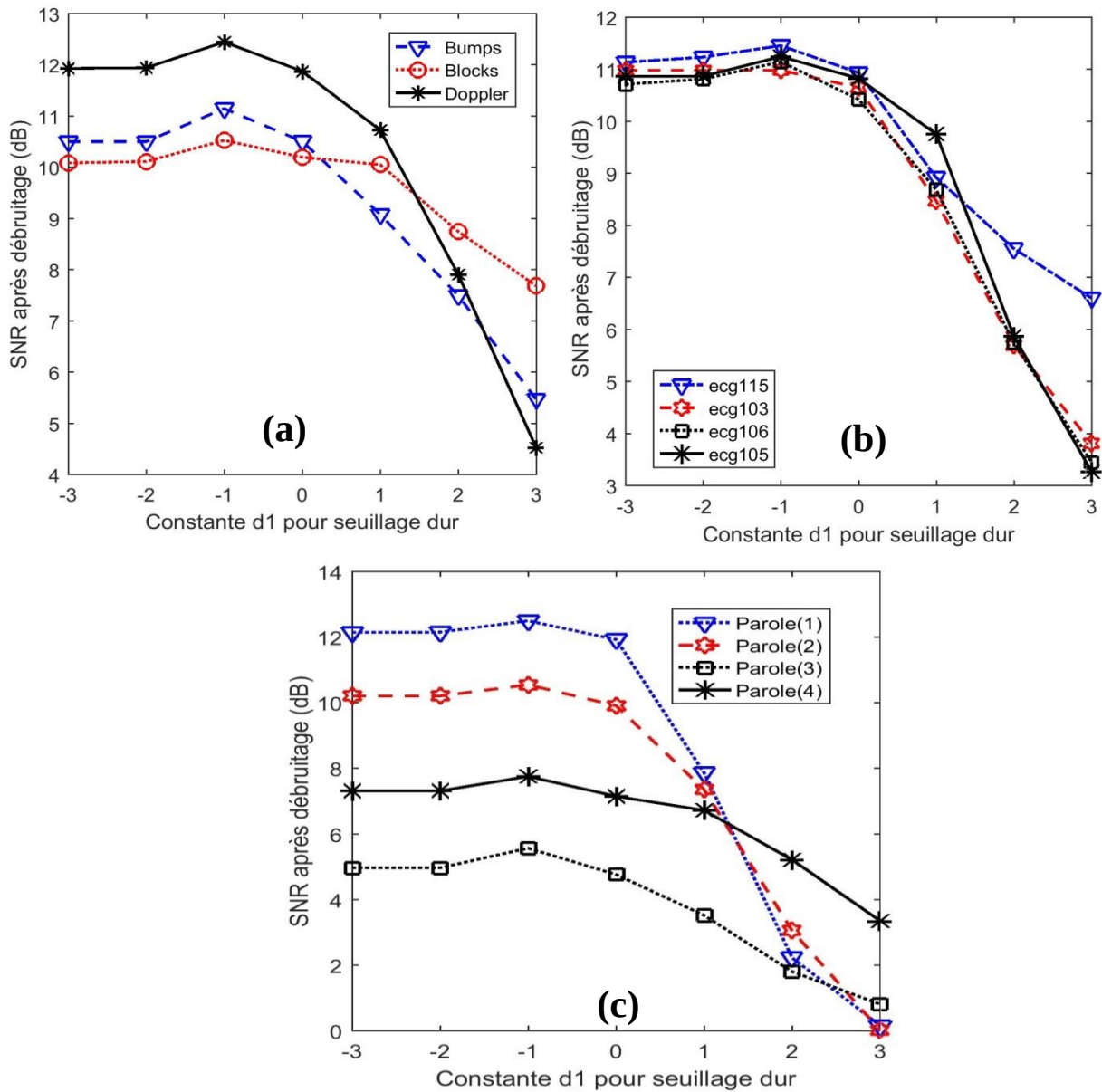


Fig.3.16 Choix du paramètre M_1 . (a) : Signaux de simulation. (b) : Signaux ECG. (c) : Signaux de parole.

La détermination de paramètre M_2 est donnée par l'équation (3.25)

$$M_2 = \min(J-1, JM_1 + d_2) \quad (3.25)$$

où J est le nombre des IMFs.

La formulation de l'équation (3.25) évite d'avoir une erreur de calcul dans le cas où ($J < JM_1 + d_2$). Le choix du paramètre M_2 pour un seuillage doux se fait en variant d_2 de -1 à 5 comme la montre la figure 3. 17. La valeur optimale de d_2 pour un seuillage doux est trouvée de la même que dans le cas de seuillage dur, et qui est égale à +1, pour tous les signaux réels et de la simulation :

$$M_2 = \min(J-1, JM_1 + 1) \quad (3.26)$$

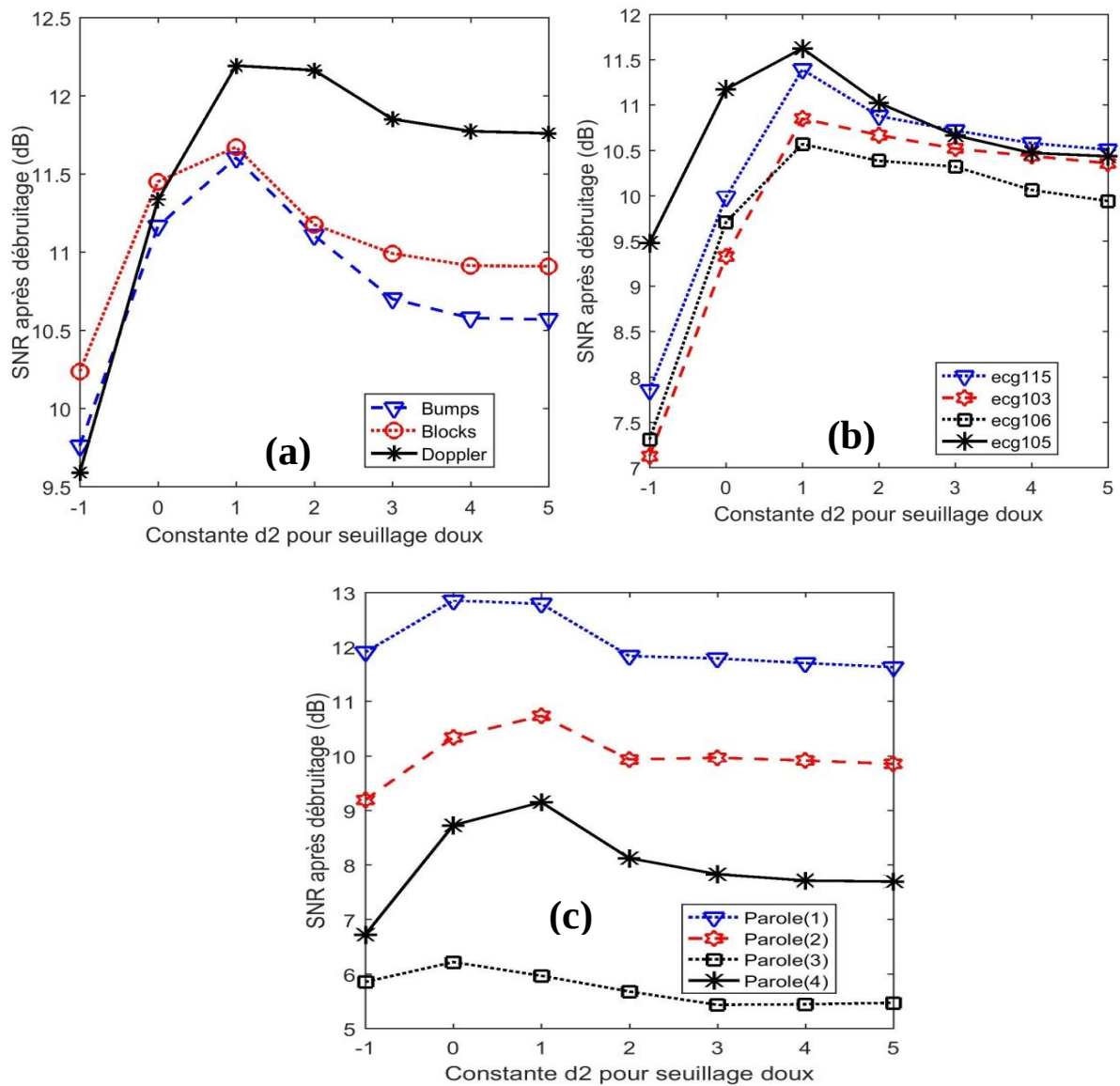


Fig.3.17 Choix de paramètres M_2 . (a) : Signaux de simulation. (b) : Signaux ECG. (c) : Signaux de parole.

3.7 Algorithme de débruitage proposé

L'algorithme de débruitage, avec la constante λ et la sélection des IMFs, proposé (EMD-SCDur) et (EMD-SCDoux), est résumé dans les étapes suivantes:

1. Effectuer une décomposition EMD du signal bruité $x(t)$.
2. calculer l'énergie du bruit contenue dans la première IMF par (3.18), utilisant le model du bruit seul donné par (3.17);
3. Trouver l'indice JM_1 en appliquant le critère de sélection
4. Calculer les paramètres de sélection des IMFs M_1 et M_2 donnés par (3.23), et (3.25), respectivement;
5. Appliquer la méthode du seuillage dur ou doux, donnée par (3.16) et (3.20), respectivement, sur les IMFs sélectionnées (de M_1 à M_2), en utilisant les constantes de seuillage optimales déterminées au-dessus.
6. Reconstruire la version du signal débruité selon (3.21),

3.8 Résultats et discussion

La figure 3.18 montre les résultats, ainsi que les SNR obtenus, lorsque la méthode de débruitage proposée EMD-SCDur, la méthode de seuillage direct (EMD-Dur) et la méthode conventionnelle (EMD-Conv) sont appliquées au signal ECG.106 bruité par un bruit blanc de 5 dB. La courbe en noire est le signal pur (sans bruit) et celle en rouge représente le signal après débruitage. Comme il est montré, la version débruitée du signal ECG par la méthode EMD-SCDur suit de près le signal pur mieux que les autres méthodes, produisant des améliorations significatives du SNR après débruitage égale à 12.83 dB. Un gain en SNR après débruitage de 2.6 dB est obtenu par la méthode proposée par rapport l'approche direct de seuillage des IMFs (EMD-Dur).

Afin d'étudier l'efficacité de la méthode proposée, nous avons réalisé des tests appliqués sur différents signaux de simulations et signaux réels. Comme critère d'évaluation des différentes méthodes, nous utilisons le SNR après débruitage. Tous les résultats présentés pour les signaux réels correspondent à la moyenne de l'ensemble des résultats obtenus par trente signaux différents. Le SNR après débruitage pour chaque signal représente la moyenne des SNR calculés pour 100 versions différentes générées de bruit blanc. La version bruitée des différents signaux est générée en ajoutant un bruit gaussien blanc aux signaux purs avec différents SNR variant de -6 à 10 dB.

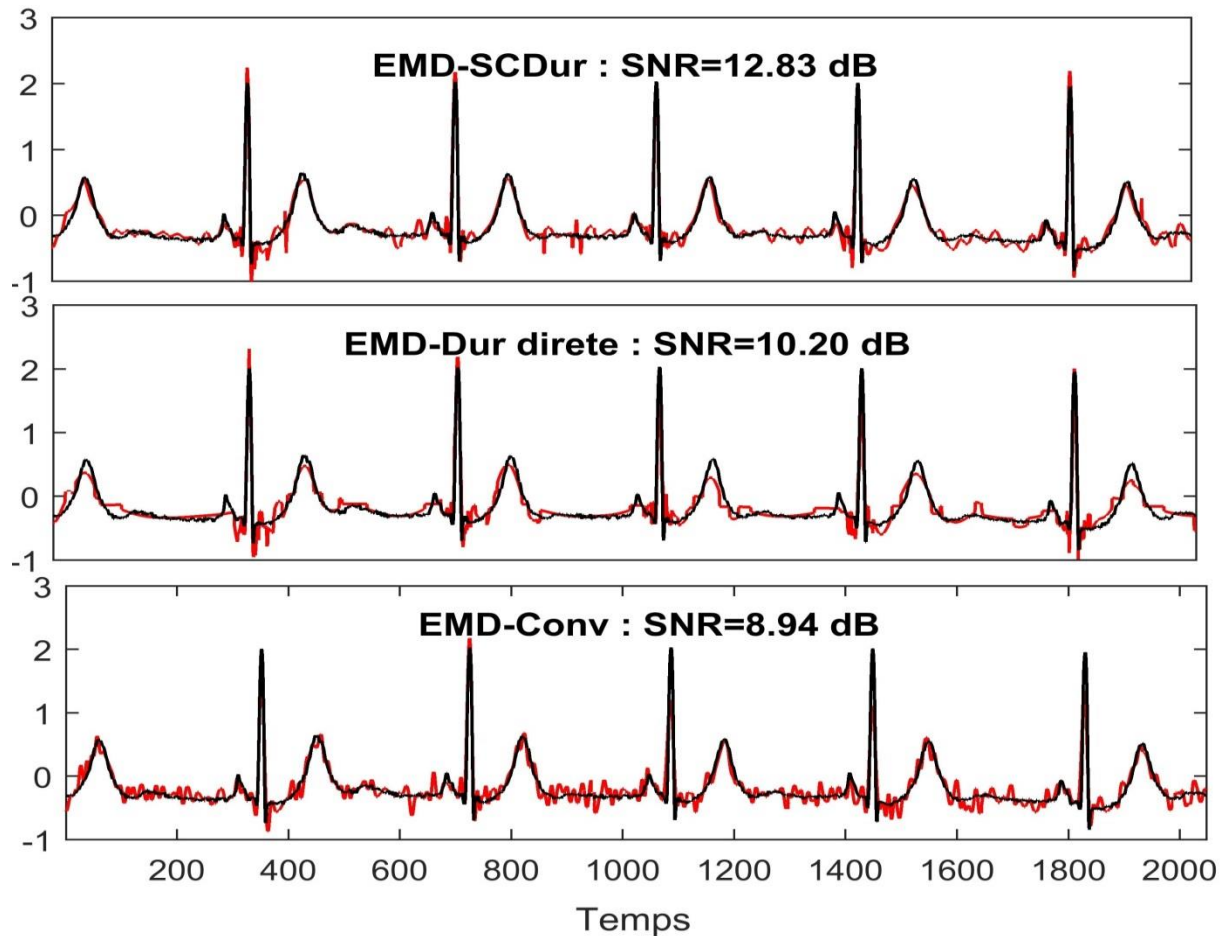


Fig.3.18 Résultats de débruitage du signal ECG.106 par la méthode proposée (EMD-SCDur), la méthode de seuillage direct (EMD-Dur) et la méthode conventionnelle (EMD-Conv).

L'évaluation des performances des méthodes lorsqu'elles sont appliquées sur des signaux de simulation est présentée sur la figure 3.19. Les courbes correspondent au SNR après débruitage en fonction du SNR avant le débruitage des signaux: le signal Doppler, le signal blocks et le signal bumps. La méthode proposée donne une amélioration plus élevée du SNR par rapport à toutes les autres méthodes dans tous les cas, en particulier pour les faibles valeurs du SNR. D'après la figure 3.19, Le seuillage doux fonctionne de manière plus performante que le seuillage dur, surtout pour le signal Doppler. La méthode EMD-Doux donne toujours de mauvais résultats de débruitage par rapport aux autres. C'est à cause principalement de la grande différence entre la constante $\lambda=1$ de seuillage direct et $\lambda=0.35$ pour la méthode proposée.

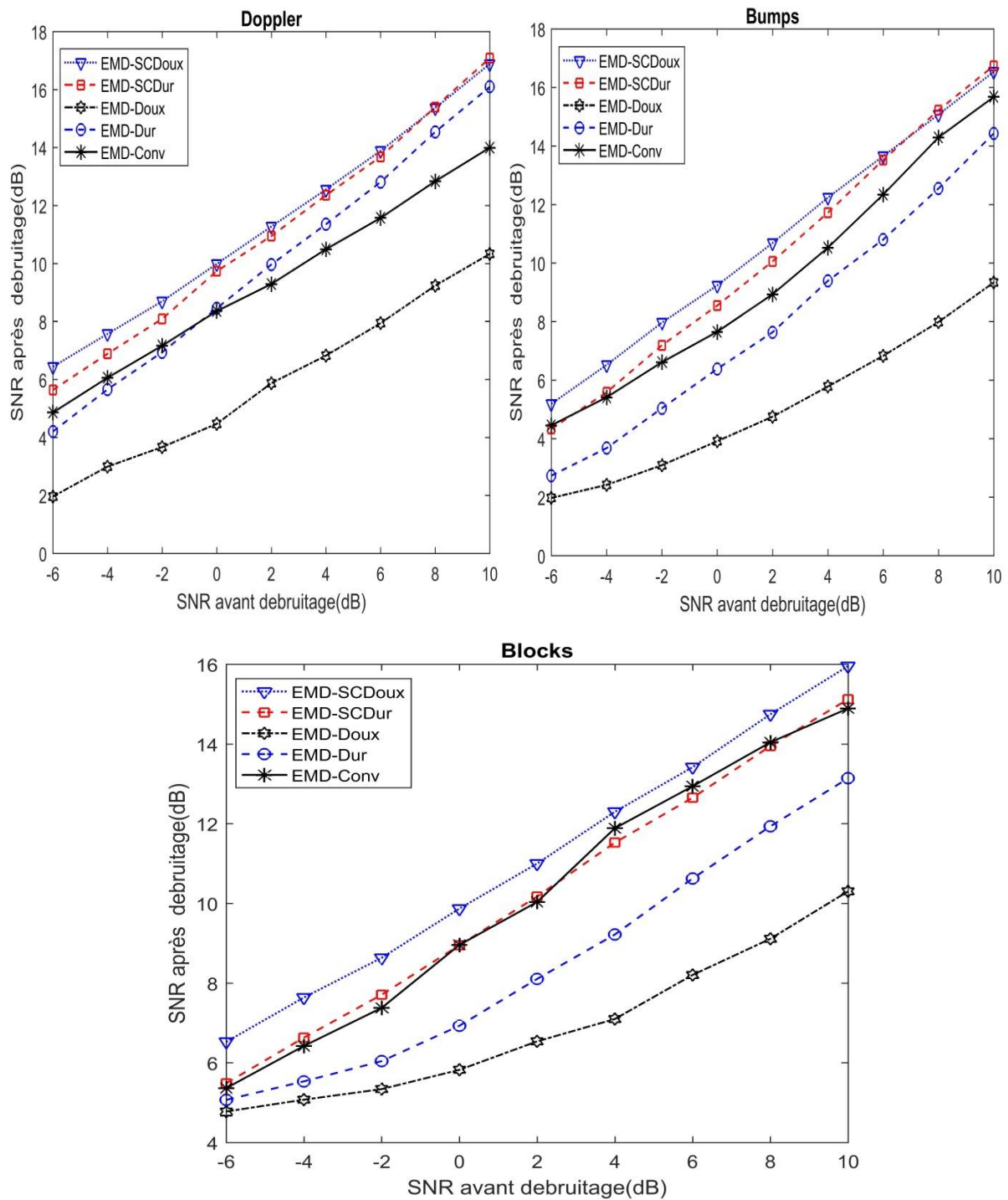


Fig.3.19 Résultats de débruitage des signaux de simulation.

La grande différence des résultats, entre les deux méthodes, montre l'efficacité d'utiliser d'une part la sélection des modes, et d'autre part une constante de seuillage λ différente de 1 dans la méthode proposée. Lorsqu'elle est appliquée à des signaux de simulation, l'approche

proposée conduit à des gains en SNR jusqu'à 6.7 dB par rapport à la méthode EMD-doux, et 3 dB par rapport à la méthode EMD-Conv.

La figure 3.20 représente les résultats de débruitage, et fait une comparaison de la méthode proposée et des autres méthodes considérées sur les signaux réels : parole et ECG.

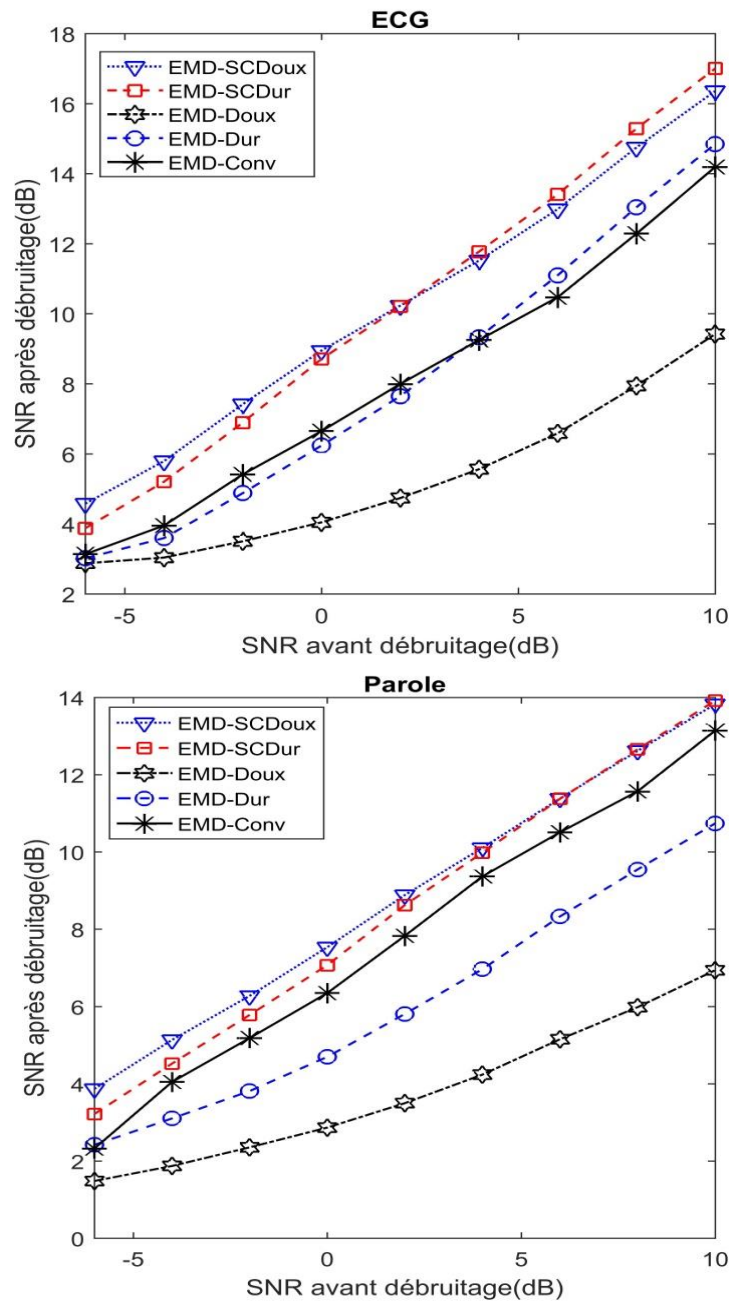


Fig.3.20 Résultats de débruitage des signaux réels.

Pour les signaux ECG (figure 3.20 (a)), la méthode proposée donne les meilleurs résultats par rapport aux autres approches pour tous les niveaux de SNR. L'approche proposée offre des améliorations du SNR de sortie jusqu'à 2.12 dB par rapport à la méthode

conventionnelle (EMD-Conv), 6.8 dB par rapport à la méthode de seuillage direct (EMD-Doux).

En ce qui concerne les signaux de la parole (Figure 3.20 (b)), les méthodes de seuillage direct (EMD-Doux et EMD-Dur) donne une performance très faible dans tous les cas de SNR avant le débruitage. En revanche, l'approche proposée présente une amélioration significative des performances par rapport aux autres méthodes. Cela conduit à des améliorations du SNR de sortie jusqu'à 6,95 dB par rapport à la méthode conventionnelle (EMD-Conv), 7 dB par rapport à la méthode de seuillage direct (EMD-Doux)..

3.9 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode de sélection des IMFs a été proposée et appliquée avec un choix optimal de la constante de seuillage dans le cas du seuillage dur et le cas du seuillage doux. La méthode proposée montre une amélioration du débruitage par rapport aux différentes méthodes. Pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée, nous avons réalisé de nombreuses simulations avec différents SNR d'entrée appliqués sur des signaux de simulation, d'ECG et de la parole. Cette approche améliorée présente une performance supérieure par rapport aux méthodes conventionnelles EMD-doux, EMD-dur et EMD-Conv.

Référence

- [1] A. Cohen, “Ondelettes et traitement numérique du signal”, Edition Masson, Paris, 1992
- [2] D.L. Donoho & I.M. Johnstone, «Ideal Denoising in an orthonormal basis chosen from a library of bases, Department of Statistics», Stanford University, 1994
- [3] D. L. Donoho, “De-noising by soft-thresholding”, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 41, No. 3, pp. 613-627, 1995
- [4] S. Mallat, “ Une exploration des signaux en ondelettes”, Editions de l’Ecole Polytechnique, France, 2000
- [5] J. P. Menu et C. Corbe, “Stimulus visuel et différentes fonctions visuelles», Edition technique Encycl. Med. Chir, ophtamologie, 1991
- [6] Y. Misiti, G. Oppenheim, J. M. Poggi, “ Les ondelettes et leurs applications”, Hermès, Paris, 2003
- [7] Y. Misiti , G. Oppenheim, J.M Poggi, “Wavelet Toolbox For Use with MATLAB copyright” The MathWorks Inc, (1996 – 1997)
- [8] C. Stein, “Estimation of the mean of multivariate normal distribution», Annals of statistics, Vol. 9, No. 6 , pp. 1135-1151, 1981
- [9] D. L. Donoho, and I.M. Johnstone, “Minimax risk over l_p -balls for l_q -error. Probab”. Theory Related Fields, Vol. 99, No. 2, pp. 277-303. 1994.
- [10] D.L.Donoho , and I.M. Johnstone, “Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage”, Journal of American Statistical Association, Vol. 90, No. 432, 1995, pp. 1200-1224.
- [11] D.L.Donoho, I.M. Johnstone, G. Kerkycharian, and D. Picard, “Density estimation by wavelet thresholding”. Annals of Statistics, Vol. 24, No 2, pp. 508-539. 1996.
- [12] D.L.Donoho, I.M Johnstone , G. Kerkycharian, and Picard, D, “Universal near minimaxity of wavelet shrinkage”, In Festschrift for Lucien Le Cam, Springer, New-York. 1997.

- [13] R. Coifman and M. Wickerhauser. “Adapted wave for denoising for medical signals and images”. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, Vol. 14, No. 5, pp. 578-586, 1995.
- [14] G. Rilling, P. Flandrin, P. Goncalves, “Empirical mode decomposition fractional Gaussian noise and Hurst exponent estimation”, IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 4, pp. 489-492, Philadelphia, USA, March 23-23, 2005
- [15] J.C. Cexus, “Analyse des signaux non-stationnaires par Transformation de Huang, Opérateur de Teager-Kaiser, et Transformation de Huang-Teager (THT),” Thesis, Université de Rennes 1, 2005.
- [16] P. Embrechts, and M. Maejima, “Selfsimilar Processes”, Princeton Univ Press, 2002.
- [17] B. B., Mandelbrot, and J. W. van Ness, “ Fractional Brownian motions, frac- tional noises and applications. SIAM Rev, Vol. 10, No.4, pp. 422-437, 1968.
- [18] P. Flandrin, and P. Gongalvks, “ Empirical mode decompositions as data-driven wavelet-like expansions”. Int. J. Wavelets Multiresolut. Inform. Process., Vol. 2, No. 2, pp. 477- 496, 2004
- [19] P. Flandrin, G. Rilling, P. Goncalves, “Empirical mode decomposition as filter bank”, IEEE Signal Processing Letters, Vol. 11, No. 2, pp. 112-114, 2004
- [20] P. Embrechts and M. Maejima, “Selfsimilar processes”, Prince-ton University Press, 2002.
- [21] Z. Wu, N. E. Huang, “A Study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition”, Proceedings of the Royal Society of London A, Vol. 460, No. 2046, pp. 1597-1611, 2004
- [22] A.T. Wood and G. Chan, “Simulation of stationary processes in $[0,1]^2$,” J. Comp. Graph. Stat., Vol. 3, pp. 409–432, 1994.
- [23] P. Flandrin, “Time-Frequency/Time-Scale Analysis. Academic Press”, San Diego, 1999
- [24] S.Mallat, “A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press”, 1998

- [25] P. Flandrin, G. Rilling, and P. Gonçalves, “EMD equivalent filter banks, from interpretation to applications”, in: Hilbert-Huang Transform and Its Applications, World Scientific, 2005
- [26] P. Flandrin, P. Goncalves and G. Rilling, ”Detrending and denoising with Empirical Mode Decompositions”, EUSIPCO, pp. 1581-1584, Vienna, Austria, 2004
- [27] N. E. Huang and Z. Wu, “Statistical significance test of intrinsic mode functions,” in Hilbert-Huang Transform and Its Applications, N.E. Huang and S. Shen, Eds., 1st ed. Singapore: World Scientific, 2005.
- [28] S. Theodoridis and K. Koutroumbas, “Pattern Recognition”, 3rd ed. New York: Academic, 2006.
- [29] S. Mallat, ”A Wavelet Tour of Signal Processing”, 2nd ed. New York: Academic, 1999.
- [30] A. O. Boudraa and J. C. Cexus, “Denoising via empirical mode decomposition,” in Proc. ISCCSP 2006, 2006
- [31] T. Jing-Tian, Z. Qing, T. Yan, L. Bin, and Z. Xiao-Kai, “Hilbert-huang transform for ECG de-noising,” in Proc. 1st Int. Conf. Bioinf. Biomed. Eng. (ICBBE 2007), 2007.
- [32] Y. Kopsinis, S. Mclanglin, “Development of EMD-based denoising methods inspired by wavelet thresholding”, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 57, No. 4, pp. 1351-1362, 2009
- [33] Corpora database : http://www.repository.voxforge1.org/downloads/SpeechCorpus/Trunk/Audio/Main/16kHz_16bit
- [34] The MIT-BIH arrhythmia database: <http://www.physionet.org/physiobank/database/nstdb>

4.1 Introduction

Le débruitage des signaux est la clé dans les applications du traitement de la parole, de l'image et d'autres signaux. Il permet de supprimer au maximum le bruit afin de restituer les signaux d'origine [1-3]. Les méthodes linéaires, telles que le filtrage de Wiener [4], sont parmi les méthodes les plus simples et sont largement utilisées pour supprimer le bruit du signal. Toutefois, elles restent inefficaces pour les signaux non linéaires et non stationnaires qui sont généralement le cas des signaux réels. Les méthodes de réduction du bruit, basées sur les ondelettes, sont les techniques dominantes depuis plusieurs années [5-8]. Dans le domaine des ondelettes, l'amélioration du signal est basée sur l'application du seuillage des coefficients d'ondelettes du signal bruité. Les méthodes basées sur les ondelettes sont relativement plus appropriées pour l'analyse des signaux non stationnaires, mais leur principal inconvénient est que les fonctions de base sont prédéterminées, ce qui se traduit par une discordance de nature variable des signaux.

La méthode EMD introduite dans [9], a été largement utilisée comme une approche alternative pour analyser les signaux non stationnaires et non linéaires. Contrairement aux méthodes basées sur les ondelettes, les fonctions de base des méthodes EMD sont dérivées directement du signal lui-même. Le principe de la méthode EMD est de décomposer de manière adaptative un signal donné en un nombre fini de composantes élémentaires, nommées fonctions de mode intrinsèque (IMF pour Intrinsic Mode Functions). Cela est effectué par le biais du processus itératif appelé «tamisage».

Dans des travaux connexes [10-13], les caractéristiques statistiques du bruit gaussien fractionnaire blanc ont été largement étudiées en utilisant l'EMD. Il a été prouvé que l'EMD agit comme un banc de filtres dyadiques lorsqu'elle est appliquée aux différents types de bruit et par conséquent elle est considérée comme un outil puissant pour éliminer le bruit [14-16]. Parmi les méthodes les plus importantes de débruitage basées sur l'EMD, on trouve le débruitage par reconstruction des IMFs préalablement seuillées [16-17]. Dans [18], une approche de débruitage, appelée seuillage EMD par intervalle (EMD-IT), a été développée en appliquant le principe de seuillage en ondelettes aux IMFs résultant de la décomposition EMD. Le seuil de débruitage est obtenu en utilisant les caractéristiques statistiques du bruit gaussien blanc par EMD. Les auteurs dans [1,19] ont proposé une nouvelle méthode de débruitage qu'ils ont désignée par EMD-ACWA, car elle est basée sur l'application du filtre

adaptatif à moyenne pondérée centrale (Adaptive Center Weighted Average filter ou ACWA filter) aux IMFs issus de l'EMD. Néanmoins, ils ont restreint leur étude aux seuls signaux vocaux. L'« ACWA filter » est un filtre simple qui a été largement utilisé pour supprimer le bruit blanc dans les applications de traitement d'image [20, 21]. La stationnarité du signal n'est pas nécessaire pour sa mise en œuvre car il fonctionne dans le domaine temporel.

Dans ce présent travail, une méthode modifiée de l'EMD-ACWA pour le débruitage des signaux est proposée en ajoutant une amélioration à la stratégie développée dans [1]. L'amélioration est obtenue en estimant le bruit contenu dans chaque IMF à l'aide d'un modèle de bruit seul [11], améliorant ainsi la précision de l'estimation du bruit. Le schéma de débruitage EMD-ACWA proposé est testé sur des signaux réels de la parole de la base de données CORPORA [22], sur des enregistrements ECG réels de la base de données d'arythmie MIT-BIH (360 Hz) [23] et sur différents signaux de simulation.

4.2 Filtrage dans le domaine du temps par le filtre ACWA

Le Filtrage dans le domaine du temps par le filtre ACWA est une technique de calcul impliquant le filtrage du bruit sur les signaux, basé sur leur moyenne locale et leur variance. L'algorithme est non récursif et ne nécessite pas de transformations. En conséquence, cette approche présente un avantage évident lorsqu'elle est utilisée dans des applications de traitements numériques et en temps réel où des processeurs parallèles peuvent être utilisés. L'estimateur d'erreur quadratique moyenne minimale dans sa forme la plus simple est appliqué pour obtenir l'algorithme de filtrage du bruit.

L'application des statistiques locales au traitement du signal n'est pas une nouvelle idée. Ketcham et coll. [24] ont utilisé l'intégralité de l'histogramme local pour l'amélioration de l'image en temps réel, et Wallis [25] a appliqué la moyenne et la variance locale pour filtrer le bruit.

La moyenne et la variance locales du signal $x(i)$ sont calculées sur une fenêtre de taille $(2n+1)$ et centrée sur le point « i » du signal. La moyenne locale est définie par :

$$m_i = \frac{1}{2n+1} \sum_k x_k \quad (4.1)$$

De même, la variance locale est calculée comme suit :

$$\nu_i = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=n-i}^{n+i} (x_k - m_i)^2 \quad (4.2)$$

4.3 Amélioration du signal basée sur des statistiques locales

Un algorithme basé sur la moyenne et la variance locales dans lequel chaque point du signal doit avoir une moyenne locale «souhaitable» m_d et une variance locale «souhaitable» ν_d a été proposé par Wallis [25], telles que le signal après débruitage est donné par :

$$x'_i = m_d + \sqrt{\frac{\nu_d}{\nu_i}} (x_i - m_i) \quad (4.3)$$

Où m_i et ν_i sont respectivement les moyenne et variance locales données par les équations (4.1) et (4.2).

Il faut cependant noter que le principal inconvénient de cette technique est qu'elle a tendance à rehausser les détails subtils au détriment des caractéristiques principales, qui sont perdues au cours du processus. En raison de ce problème, l'algorithme est modifié en maintenant la moyenne locale de x_i , tout en permettant à sa variance d'être modifiée par un facteur de sa variance locale d'origine. L'algorithme modifié est :

$$x'_i = m_i + k(x_i - m_i) \quad (4.3)$$

Où le gain k est le rapport du nouvel écart-type local à l'écart-type d'origine. Cette approche a un avantage de calcul distinct par rapport à celle de l'équation (4.3). Le calcul de la variance locale ν_i n'est pas nécessaire et on a seulement besoin de calculer m_i .

Si $k > 1$, le signal agit comme s'il était passé par un filtre passe-haut, et si $0 \leq k < 1$, le signal sera lissée comme s'il était passée à travers un filtre passe-bas. Dans le cas extrême, $k = 0$, x'_i est égal à sa moyenne locale m_i .

4.4 Filtrage du bruit Gaussien additif

Dans cette section, l'attention se concentre sur le filtrage des signaux qui contiennent un bruit blanc additif. La plupart des approches utilisent des techniques dans le domaine

fréquentiel ou les ondelettes pour résoudre le problème. Dans ce travail, un algorithme très simple basé sur l'utilisation de la moyenne locale et de la variance d'un signal sera développé par la suite.

Soit z_i la version bruitée du signal x_i alors :

$$z_i = x_i + \omega_i \quad (4.4)$$

Où ω_i est une séquence aléatoire de bruit blanc, avec : $E[\omega_i]=0$

Où E est l'opérateur d'espérance.

De l'équation. (4.5), nous avons :

$$\bar{x}_i \stackrel{\Delta}{=} E[x_i] = E[z_i] = \bar{z}_i \quad (4.5)$$

Et :

$$Q_i \stackrel{\Delta}{=} E[(x_i - \bar{x}_i)^2] = E[(z_i - \bar{z}_i)^2] - \sigma_1^2 \quad (4.6)$$

Où σ_1^2 représente la variance de la séquence aléatoire du bruit blanc.

Dans la plupart des techniques de filtrage, la moyenne et la variance a priori de x_i sont dérivées d'un modèle d'autocorrélation supposé ou d'une manière auto-récurrente. Supposons que, $\bar{x}_i$ et Q_i sont la moyenne a priori et la variance de x_i qui à leur tour sont approximées par la moyenne locale et la variance des équations (4.6) et (4.7). Sous cette hypothèse, un algorithme de filtrage peut être obtenu soit en minimisant l'erreur quadratique moyenne, soit par l'estimation pondérée des moindres carrés [26]. Les deux méthodes produisent le même algorithme. L'estimation $\hat{x}_i$ est calculée par [27]:

$$\hat{x}_i = \bar{x}_i + k_i(z_i - \bar{x}_i) \quad (4.7)$$

Avec un gain donné par :

$$k_i = \frac{Q_i}{Q_i + \sigma_1^2} \quad (4.8)$$

L'équation (4.8) peut être écrite comme suit :

$$\hat{x}_i = (1 - k_i)\bar{x}_i + k_i(z_i) \quad (4.9)$$

Puisque Q_i et σ_1^2 sont positifs, k_i sera compris entre 0 et 1. Pour une région à faible rapport signal sur bruit, Q_i est petit par rapport à σ_1^2 , $k_i \approx 0$, et la valeur estimée de x_i est $\bar{x}_i$. Contrairement, pour une région de rapport signal sur bruit élevé, Q_i est beaucoup plus grand que σ_1^2 , $k_i \approx 1$, et $\hat{x}_i \approx z_i$. L'utilisation de différentes tailles de fenêtres affectera considérablement la qualité des signaux traités. Si la fenêtre est trop petite, l'algorithme de filtrage du bruit n'est pas efficace. Si la fenêtre est trop grande, les détails du signal seront perdus dans le processus de filtrage.

4.5 Filtrage du bruit blanc basé sur l'EMD

Considérant un signal $x(t)$ corrompu par un bruit blanc additif $b(t)$ comme suit :

$$y(t) = x(t) + b(t) \quad (4.10)$$

Le signal bruité est décomposé par la méthode EMD en un nombre finit des IMFs, de telle sorte que :

$$y(t) = \sum_{j=1}^C IMF_j(t) + r_c(t) \quad (4.11)$$

On suppose que chaque mode $IMF_j(t)$ est une version bruité du signal $f_j(t)$:

$$IMF_j(t) = f_j(t) + b_j(t) \quad (4.12)$$

Se basant sur l'observation des $IMF_j(t)$ bruitées, une estimation $\tilde{f}_j(t)$ de $f_j(t)$ est donnée par :

$$\tilde{f}_j(t) = \Gamma[IMF_j(t)] \quad (4.13)$$

Où $\Gamma[IMF_j(t)]$ est une fonction filtrante appliquée sur $IMF_j(t)$ [28], correspondant à une fonction de seuillage.

4.6 Seuillage par intervalle combiné EMD

Lorsque le signal entre les deux passages par zéro adjacents au sein d'une IMF est défini comme une cellule de mode et si cette cellule est traitée comme un objet analysable de base, une méthode EMD-IT (EMD interval thresholding) est développée sur la base du filtrage de cellule de mode qui peut réduire la discontinuité induite par l'EMD-DT. En considérant deux passages par zéro adjacents $z_j^{(i)} = [z_j^{(i)} z_{j+1}^{(i)}]$ dans la $i^{ème}$ IMF, le débruitage est traduit comme suit [18], dans le cas d'un seuillage dur :

$$\tilde{h}^{(i)}\left(z_j^{(i)}\right)=\begin{cases} h^{(i)}\left(z_j^{(i)}\right) & \left|h^{(i)}\left(r_j^{(i)}\right)\right|>T_i \\ 0 & \left|h^{(i)}\left(r_j^{(i)}\right)\right|\leq T_i \end{cases} \quad (4.14)$$

où $h^{(i)}\left(r_j^{(i)}\right)$ représente l'extremum de l'IMF dans l'intervalle $[z_j^{(i)} z_{j+1}^{(i)}]$,

$h^{(i)}\left(z_j^{(i)}\right)$ est la cellule de mode qui représente tous les points de l'IMF de $z_j^{(i)}$ à $z_{j+1}^{(i)}$;

$\tilde{h}^{(i)}\left(z_j^{(i)}\right)$ est la version débruitée de la cellule.

Alors, on peut constater que la procédure ressemble au seuillage en ondelettes car le seuillage en ondelettes est appliqué aux coefficients d'ondelettes. En fait, chaque coefficient est appliqué aux valeurs d'une séquence d'échantillons du signal correspond à la reconstruction. Le nombre de ces échantillons successifs augmentent avec l'échelle, et il est déterminé par la taille des ondelettes.

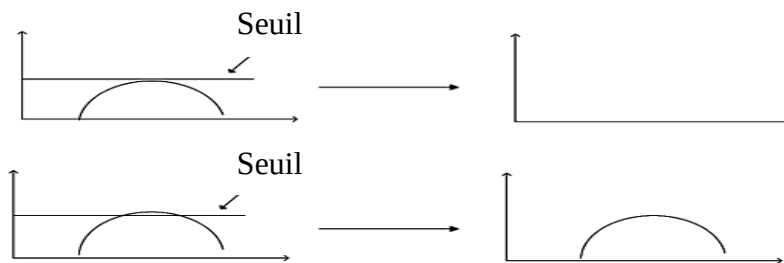


Fig.4.1 Seuillage d'une cellule de l'IMF par la méthode EMD-IT (Dur).

4.7 Approche de la méthode EMD-ACWA conventionnelle

Le débruitage conventionnel EMD-ACWA est basé sur le filtrage des IMFs, $C_j(t)$, résultant de la décomposition EMD par l'ACWA [1] en se basant sur l'estimation du bruit contenu dans chaque IMF par le modèle Médian. La version débruitée de l'IMF, $\tilde{C}_j(t)$, est donnée par :

$$\tilde{C}_j(t) = \begin{cases} F_{mean} + K_j (C_j(t) - F_{mean}), & \text{if } F_{var} \geq \sigma_j^2 \\ F_{mean}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.15)$$

Avec: $K_j = 1 - \frac{\sigma_j^2}{F_{var}}$

et où F_{mean} et F_{var} sont, respectivement, la moyenne et la variance des IMFs bruitées calculées sur une fenêtre de taille (L). σ_j^2 est la variance du bruit contenu dans la $j^{\text{ème}}$ IMF bruitée. L'écart médian absolu des IMFs est utilisé pour estimer la variance du bruit dans cette méthode comme suit [16]:

$$\sigma_j^2 = \left(\frac{\text{median}(|C_j(t) - \text{median}(C_j(t))|)}{0.6745} \right)^2 \quad (4.16)$$

Le signal débruité est la somme de tous les IMFs filtrées.

4.8 L'algorithme de débruitage EMD-ACWA proposé

4.8.1 Algorithme

Une version améliorée de l'algorithme EMD-ACWA est proposé dans [31] en estimant les énergies de bruit de tous les IMFs à l'aide d'un modèle d'énergie, appelé modèle du bruit seul, introduit dans [29] et qui donne une meilleure estimation du bruit contenu dans chaque IMF. En se basant sur les études de l'EMD, il s'avère que l'EMD agit sur le bruit gaussien fractionnaire comme un banc de filtres dyadiques. L'énergie du bruit contenue dans les IMFs est paramétrée en fonction de l'énergie de la première IMF comme suit :

$$\hat{E}_j = \frac{\hat{E}_1}{\beta_H} (\rho_H)^{-j}, j = 2, 3, \dots, N \quad (4.17)$$

où $\hat{E}_1$ est l'énergie du bruit du premier IMF estimée par (4.17). β_H et ρ_H sont estimés expérimentalement pour le bruit gaussien blanc ($H=0.5$) avec $\beta_H = 0.719$ et $\rho_H = 2.01$.

Sur la base de ce modèle, une nouvelle formulation de la méthode conventionnelle est développée pour améliorer son efficacité de débruitage. L'algorithme de débruitage EMD-ACWA proposé est résumé dans les étapes suivantes:

1. Effectuer une décomposition EMD du signal bruité $x(t)$.
2. Calculer l'énergie du bruit contenue dans la première IMF, en utilisant l'équation (4.17).

$$E_1 = \left(\frac{\text{median}(|C_j(t) - \text{median}(C_j(t))|)}{0.6745} \right)^2$$

3. Calculer les énergies de bruit contenues dans le reste des IMFs en utilisant le modèle de bruit seul en utilisant l'équation (4.18).
4. Filtrer tous les IMFs par le filtre ACWA sur une fenêtre de taille (L) basée sur l'énergie de bruit estimée dans chaque IMF comme suit:

$$\tilde{C}n_j(t) = \begin{cases} F_{mean} + Kn_j (C_j(t) - F_{mean}), & \text{if } F_{var} \geq \hat{E}_j \\ F_{mean}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.19)$$

avec:

$$Kn_j = 1 - \frac{\hat{E}_j}{F_{var}} \quad (4.20)$$

5. Reconstruire la version du signal débruité:

$$\tilde{x}(t) = \sum_{j=1}^N \tilde{C}n_j(t) + r_N(t) \quad (4.21)$$

4.8.2 Comparaison entre le modèle Médian et le modèle de bruit seul

La figure 4.2(b) montre une comparaison entre l'énergie de bruit estimé dans chaque IMFs calculées par la méthode médiane, en utilisant (4.17), et le modèle de bruit seul, en utilisant (4.18). Le signal est contaminé par un bruit gaussien blanc avec un rapport signal sur

bruit (SNR) de 4 dB. À partir de cette figure, nous pouvons voir que le modèle de bruit seul suit le niveau de bruit bien mieux que l'estimation médiane. La méthode médiane diverge significativement de l'énergie réelle du bruit dans les derniers IMFs (de 6 à 10) qui contient une concentration d'énergie élevée du signal utile. Par conséquent, la surestimation de bruit par la méthode médiane va supprimer une quantité importante d'informations utiles dans les derniers IMFs considérée comme bruit et va engendrer un amoindrissement de la qualité du signal après débruitage.

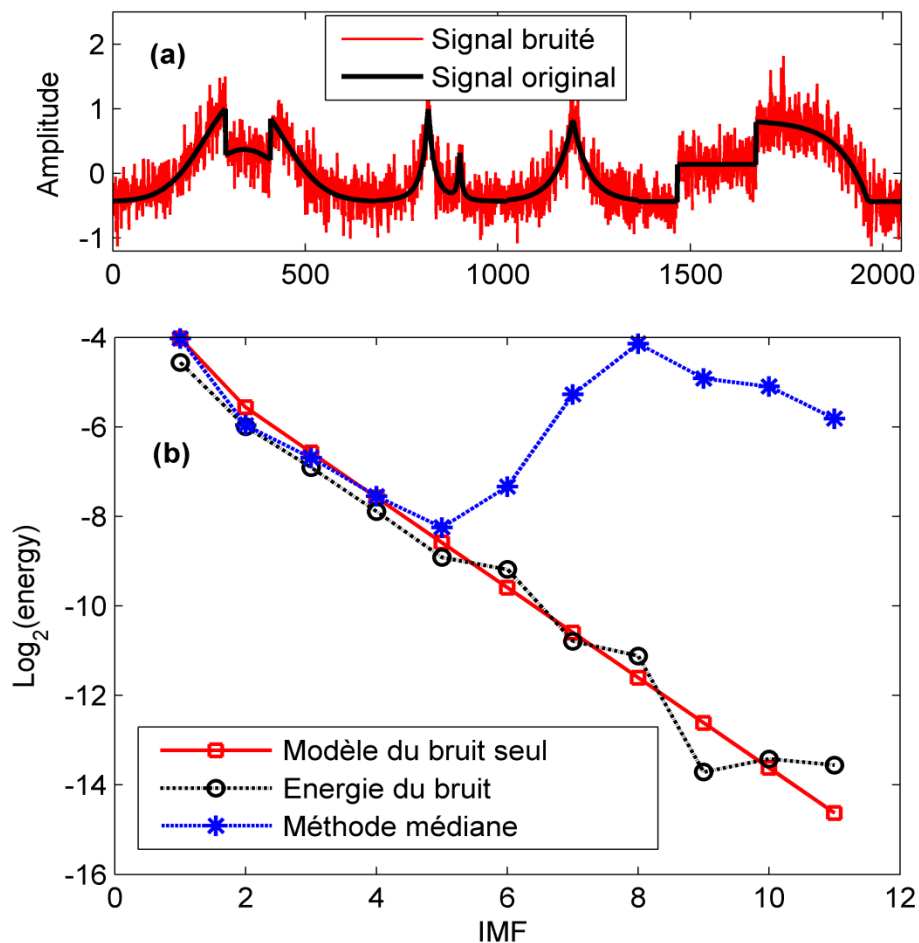


Fig.4.2 Un signal « piecewise regular » et son version bruité correspondant avec un SNR avant débruitage de 4 dB. (b) Comparaison de l'estimation du bruit obtenue par la méthode médiane et le modèle de bruit seul.

4.8.3 Choix de la longueur de la fenêtre du filtre ACWA

Le choix de la longueur de la fenêtre du filtre ACWA est une étape importante pour avoir un meilleur résultat de débruitage. La figure 4.3. montre la variation du SNR après

débruitage en fonction de la taille (L) de la fenêtre de filtre ACWA pour différentes valeurs de SNR avant le débruitage (SNR_{in}), et cela lorsque la méthode proposée est appliquée sur les signaux simulés et les signaux réels. On observe alors une détérioration significative de la qualité du signal pour les très petites tailles de fenêtres. Pour de grandes tailles de la fenêtre du filtre ACWA, les résultats de débruitage sont stables.

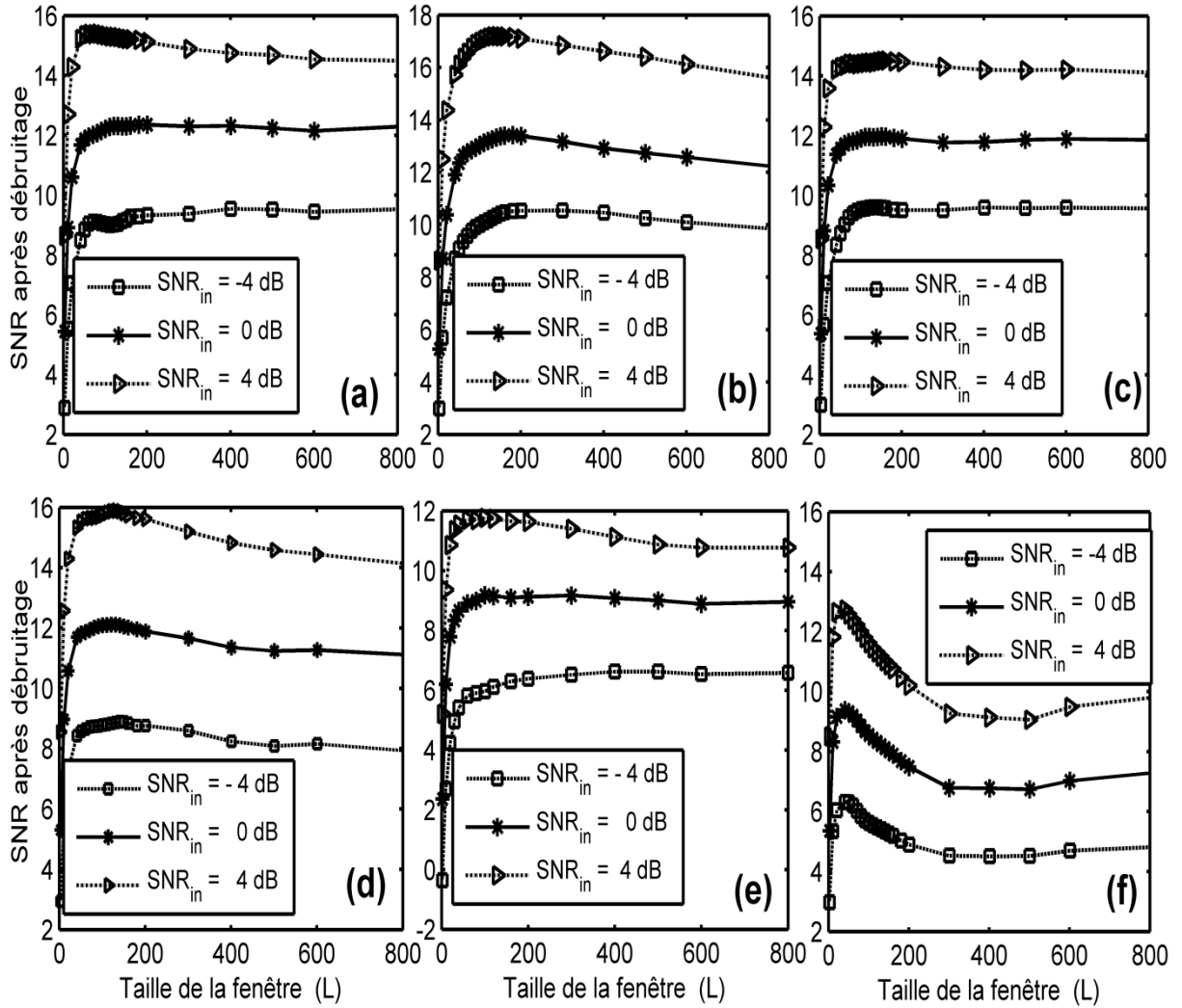


Fig.4.3 Choix de la longueur de la fenêtre du filtre ACWA

Le meilleur choix de la taille de fenêtre pour les signaux de simulation est $L = 161$. Dans le cas des signaux réels, le meilleur choix du paramètre L est 201 et pour les signaux vocaux et $L = 41$ pour les signaux ECG.

4.8.4 Application aux signaux réels et de simulation

En plus du signal piecewise-regular, deux autres types de signaux de simulation et leurs versions bruitées illustrées dans la figure 4.4. ont été utilisés dans cette section pour étudier l'approche de débruitage EMD-ACWA proposée. La figure 4.4.(a) représente un signal de la parole de la base de données Corpora [22] et la figure 4.4.(b) représente un enregistrement ECG de longueur 2048 choisi dans de la base de données MIT-BIH [23]. Ils sont corrompus par un bruit gaussien blanc correspondant à 4 dB du SNR avant débruitage (SNR_{in}).

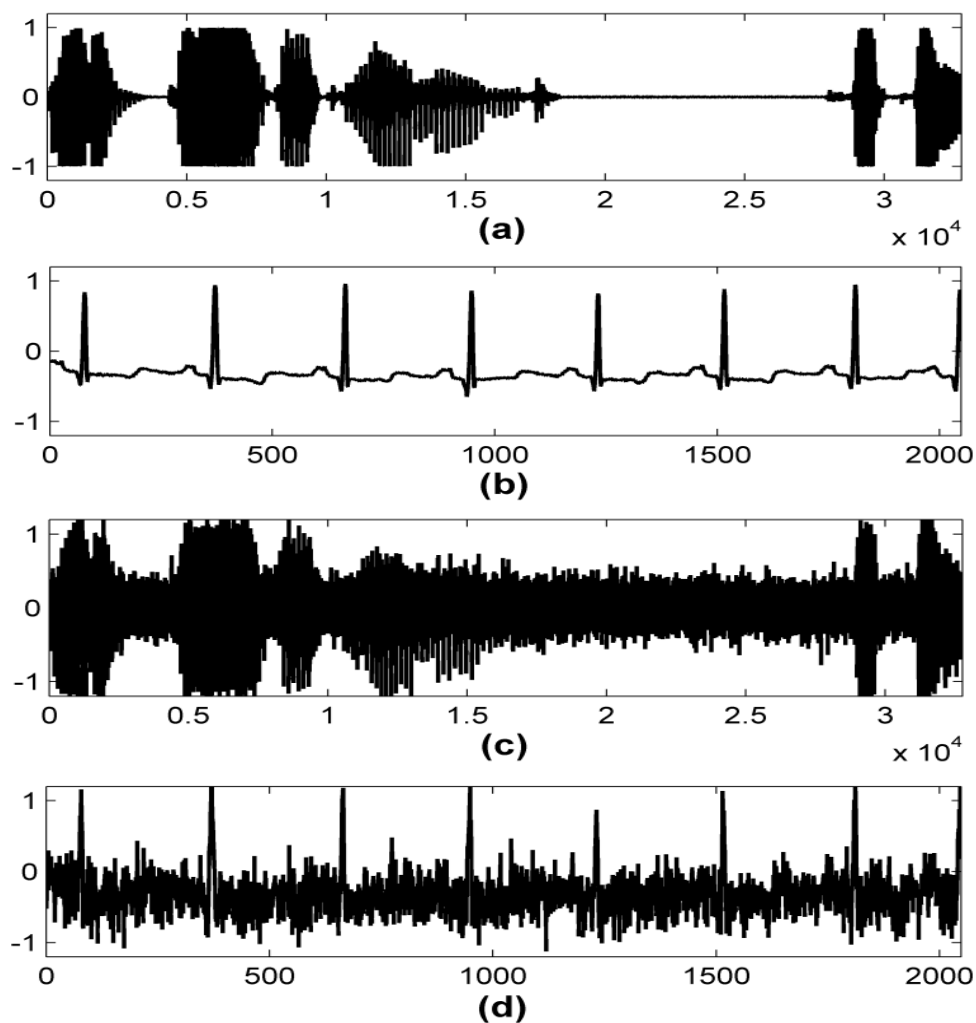


Fig.4.4 (a) Signal parole ; (b) Signal ECG-100 ; (c) Version bruitée du signal parole ; (d) Version bruitée du signal ECG ($SNR_{in} = 4$ dB).

La figure 4.5. montre les résultats, ainsi que les SNR obtenus, lorsque la méthode de débruitage EMD-ACWA proposée est appliquée aux signaux bruités représentés sur la figure

4.2. (a), la figure 4.4. (c) et la figure 4.4 (d). Dans cet exemple, la taille de la fenêtre de filtre ACWA (L) de l'approche proposée EMD-ACWA est fixée respectivement à 161, 201 et 41, pour respectivement, les signaux piecewise-regular, parole et ECG. La courbe en noire est le signal pur (sans bruit) et la courbe en rouge est le signal débruité. Comme il est montré, la version débruitée des signaux bruités suit de près le signal pur, produisant des améliorations significatives du SNR où les SNR de sortie sont 15,49 dB, 12,18 dB et 14,60 dB dans les cas du signal piecewise-regular, du signal de la parole et du signal ECG, respectivement. Dans le cas du signal de la parole, la méthode proposée EMD-ACWA réussit à éliminer une grande partie du bruit dans la partie silence de la parole.

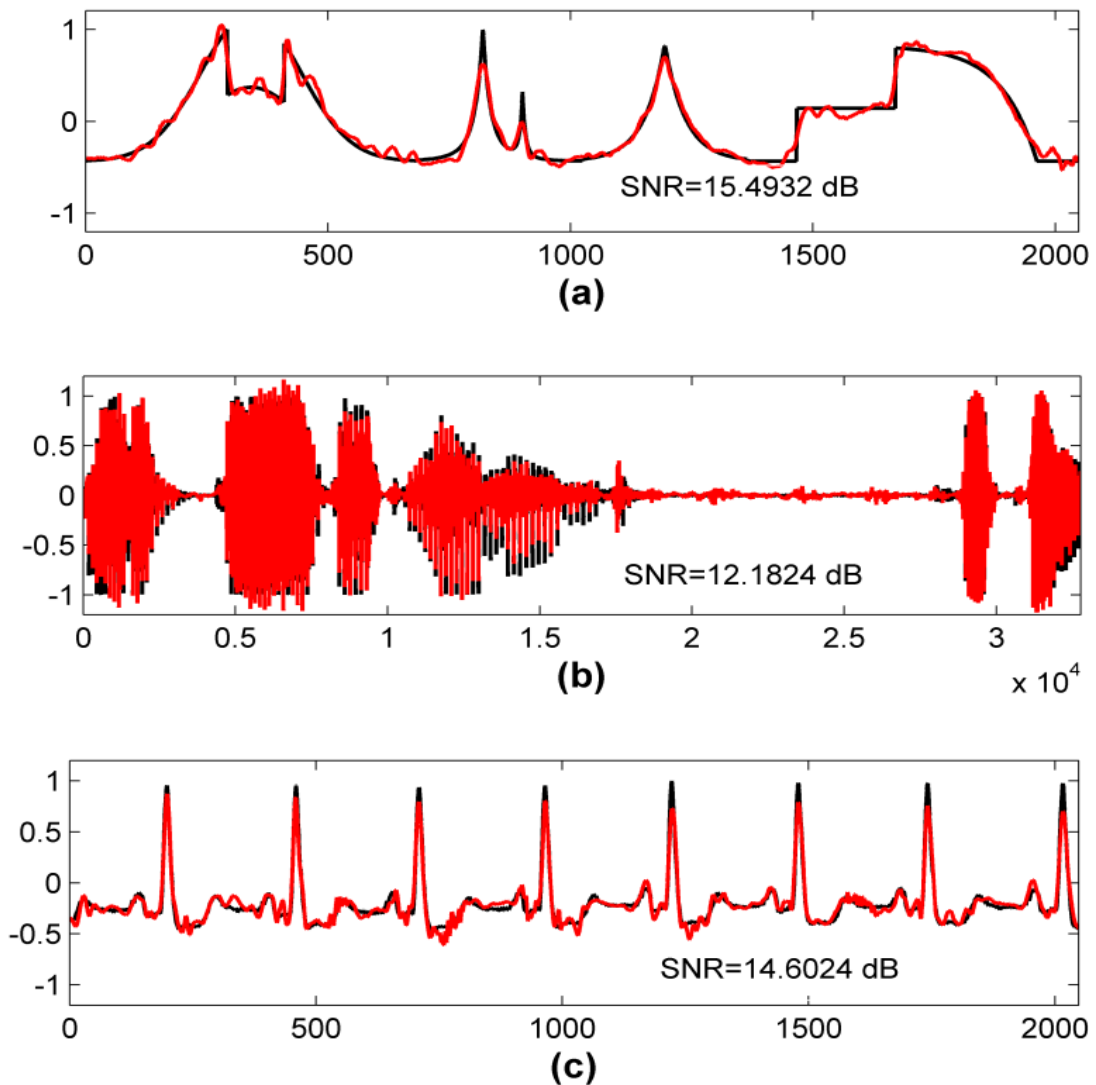


Fig.4.5 Résultats de débruitage par la méthode EMD-ACWA proposée. (a) Piecewise-regular, (b) Signal parole, (c) ECG.

4.9 Résultats et discussion

Afin d'étudier en profondeur l'efficacité de la méthode proposée, nous avons réalisé des tests appliqués sur différents signaux simulés et signaux réels. Outre le signal de simulation «piecewise-regular», les signaux «Doppler», «Blocks» et «Bumps» sont considérés dans cette section comme montrés sur la figure 4.6. Ils sont générés par la fonction MATLAB «wnoise (funn)» qui renvoie les valeurs $x(t)$ du signal de test «fun» (par exemple fun = 1 pour le signal Blocks) évaluées à $2n$ points linéairement espacés. Des expériences sont également appliquées sur trente signaux réels de la parole de la base de données Corpora [22] et trente enregistrements ECG réels de la base de données MIT-BIH Arrhythmia Database [23]. Les signaux ECG et de simulation sont échantillonnés avec une fréquence d'échantillonnage qui donne 2048 échantillons. Les signaux vocaux sont échantillonnés à 16 kHz avec une résolution de 16 bits.

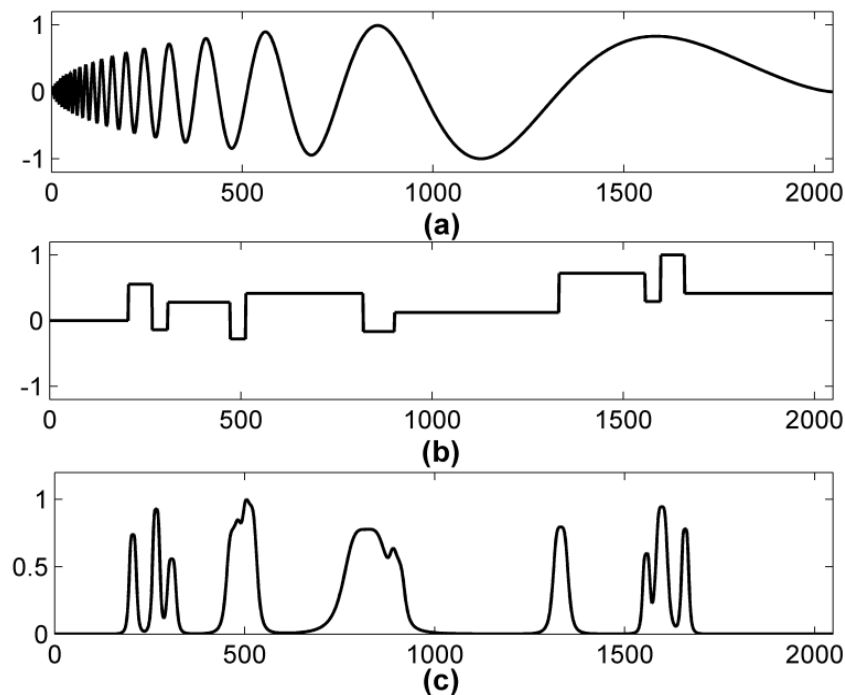


Fig.4.6 Signaux de test. (a) Doppler, (b) Blocks et (c) Bumps

Comme critère d'évaluation des différentes méthodes, nous utilisons le SNR après débruitage dans le cas des signaux simulés et des signaux ECG. Dans le cas des signaux de la parole, l'évaluation est basée sur le SNR et la distance de type pente spectrale pondérée (WSS). Tous les résultats présentés dans cette section pour les signaux réels correspondent à la moyenne de l'ensemble des résultats obtenus par les trente différents signaux. La version

bruitée des différents signaux est générée en ajoutant un bruit gaussien blanc aux signaux purs avec différents SNR variant de -10 à 8 dB. Les meilleurs paramètres de la taille de la fenêtre du filtre ACWA sont pris en compte lors de l'application du débruitage EMD-ACWA conventionnelle et la méthode proposée.

La figure 4.7. illustre les résultats du débruitage lorsque les méthodes proposées EMD-ACWA proposée, EMD-ACWA conventionnelle, EMD-IT et ondelettes sont appliquées au signal piecewise-regular bruité de la figure 4.2. (a).

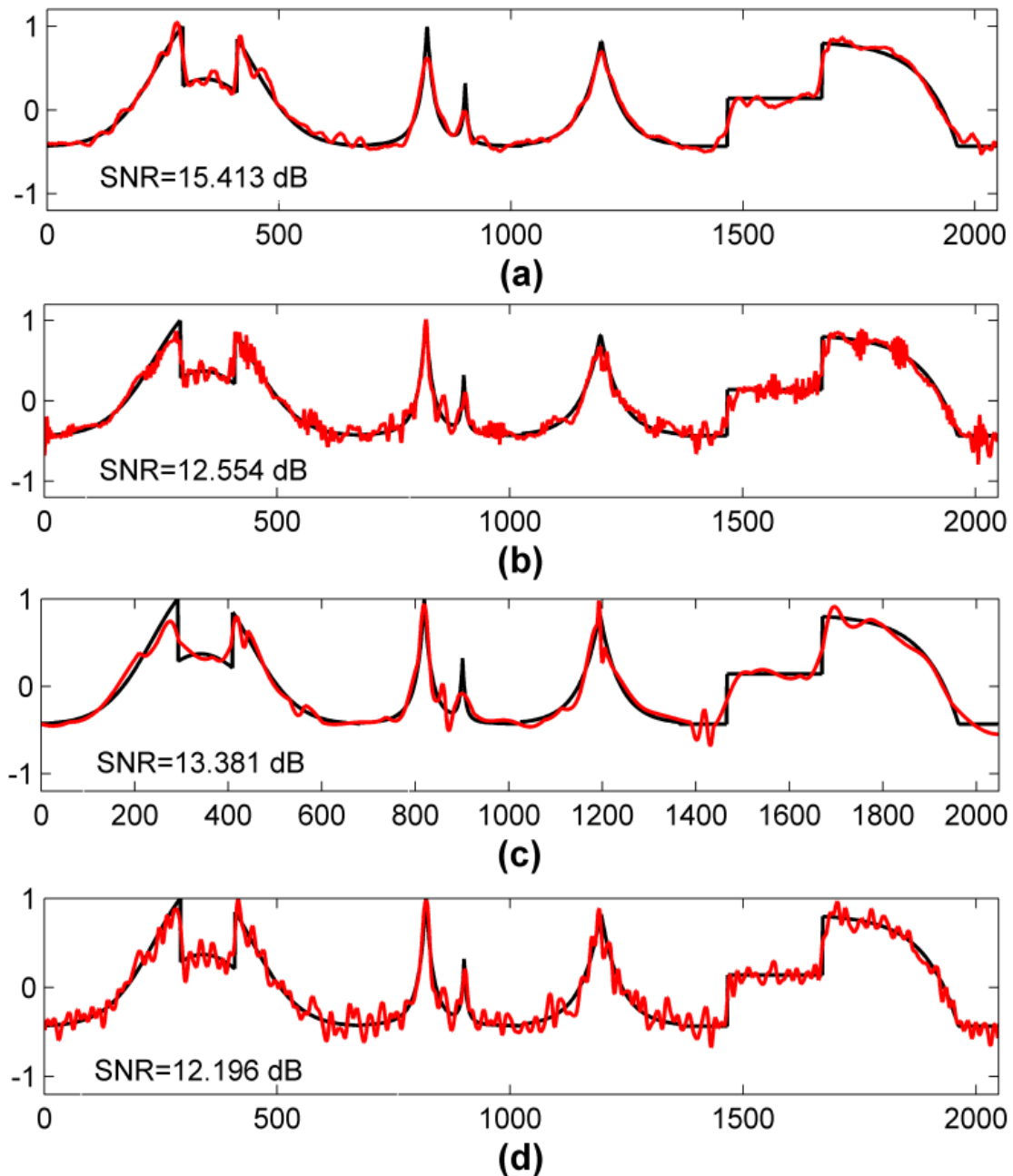


Fig.4.7 Résultats de débruitage du signal « piecewise regular ». (a) Méthode proposée, (b) Méthode EMD-ACWA conventionnelle, (c) EMD-IT, (d) Wavelet Daubechies-8.

L'ondelette Daubechies 8 (db8) avec un seuillage dur a été utilisée pour la comparaison car elle donne de bons résultats par rapport aux autres ondelettes. La courbe en noire est le signal pur et celle en rouge est le signal après débruitage. De toute évidence, l'approche proposée est meilleure que les autres méthodes basées sur l'EMD et celle par ondelette. L'approche proposée offre une amélioration d'environ 2,85 dB par rapport à l'EMD-ACWA conventionnelle.

L'évaluation des performances de la méthode proposée EMD-ACWA, EMD-ACWA conventionnelle, EMD-IT et ondelettes lorsqu'elles sont appliquées sur des signaux de simulation est présentée sur la figure 4.8.

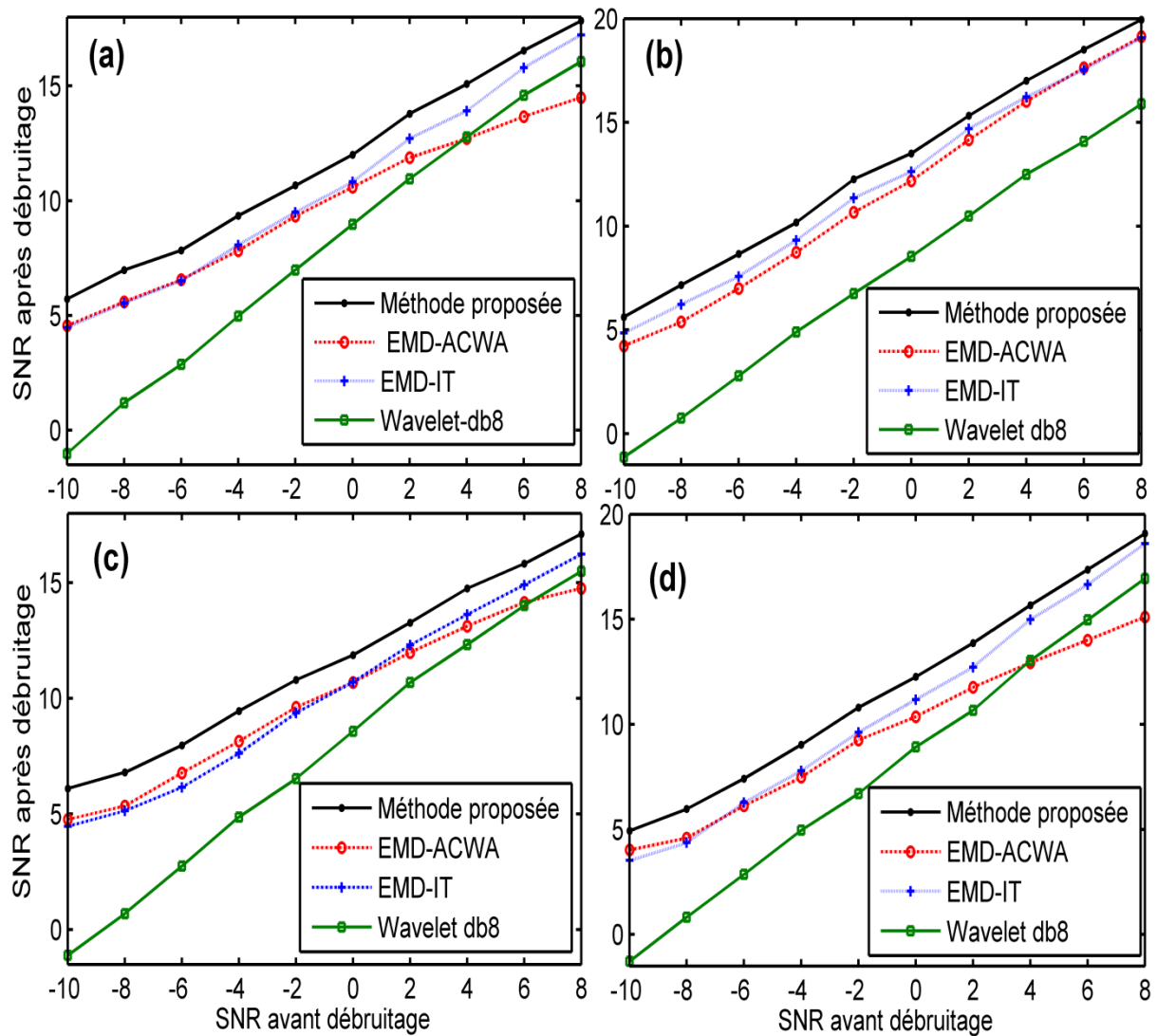


Fig.4.8 Evaluation des performances des méthodes appliquées sur les signaux de simulation.

(a) Piecewise regular, (b) Doppler, (c) Blocks, (d) Bumps.

Les courbes correspondent au SNR après débruitage en fonction de SNR avant le débruitage des signaux: Piecewise regular, le signal Doppler, le signal blocks et le signal bumps. Les résultats rapportés montrent l'efficacité de la méthode proposée EMD-ACWA dans le débruitage car elle donne une amélioration plus élevée du SNR par rapport aux trois autres méthodes dans tous les cas, en particulier pour les faibles valeurs de SNR.

Pour des valeurs de SNR avant le débruitage relativement élevées (> 6 dB), la méthode conventionnelle EMD-ACWA donne de mauvais résultats de débruitage par rapport aux autres. Lorsqu'elle est appliquée à des signaux de simulation, l'approche proposée conduit à des gains compris en SNR entre 1 et 4 dB par rapport à la méthode conventionnelle EMD-ACWA, 0,55 à 1,84 dB par rapport à l'EMD-IT et 1,45 à 7,2 dB par rapport à la méthode ondelettes. A partir de ces résultats, on peut dire alors que les meilleurs résultats sont obtenus par la méthode de débruitage proposée.

La figure 4.9 représente les résultats de débruitage de la méthode proposée et des autres méthodes considérées pour comparaison, appliquées sur les signaux réels : parole et ECG.

Pour les signaux de la parole (figure 4.9.(a)), la méthode proposée donne les meilleurs résultats par rapport aux autres approches pour presque tous les niveaux de SNR, en particulier dans la plage de -6 à 6 dB. L'approche proposée offre des améliorations du SNR de sortie jusqu'à 2,85 dB par rapport à la méthode conventionnelle, 2,45 dB par rapport à la méthode EMD-IT et 1,07 dB par rapport à la méthode par ondelettes.

En ce qui concerne les signaux ECG réels (Figure 4.9. (b)), la méthode conventionnelle EMD-ACWA donne une performance très faible dans tous les cas de SNR avant le débruitage. En revanche, l'approche proposée présente une amélioration significative des performances par rapport aux autres méthodes en particulier la méthode conventionnelle. Cela conduit à des améliorations du SNR de sortie jusqu'à 6,95 dB par rapport à la méthode EMD-ACWA conventionnelle, 2 dB par rapport à la méthode EMD-IT et 1,86 dB par rapport à la méthode par ondelettes.

Une autre mesure qui caractérise les performances des méthodes de débruitage de la parole est la distance spectrale à pente pondérée (WSS) [30], qui est présentée dans le tableau I pour différentes valeurs du SNR avant le débruitage. L'approche proposée EMD-ACWA donne la distance WSS la plus basse qui indique un degré de distorsion moindre pour tous les

niveaux de SNR. Bien que la méthode des ondelettes donne de bons résultats de SNR, elle donne des résultats de qualité inférieure de WSS.

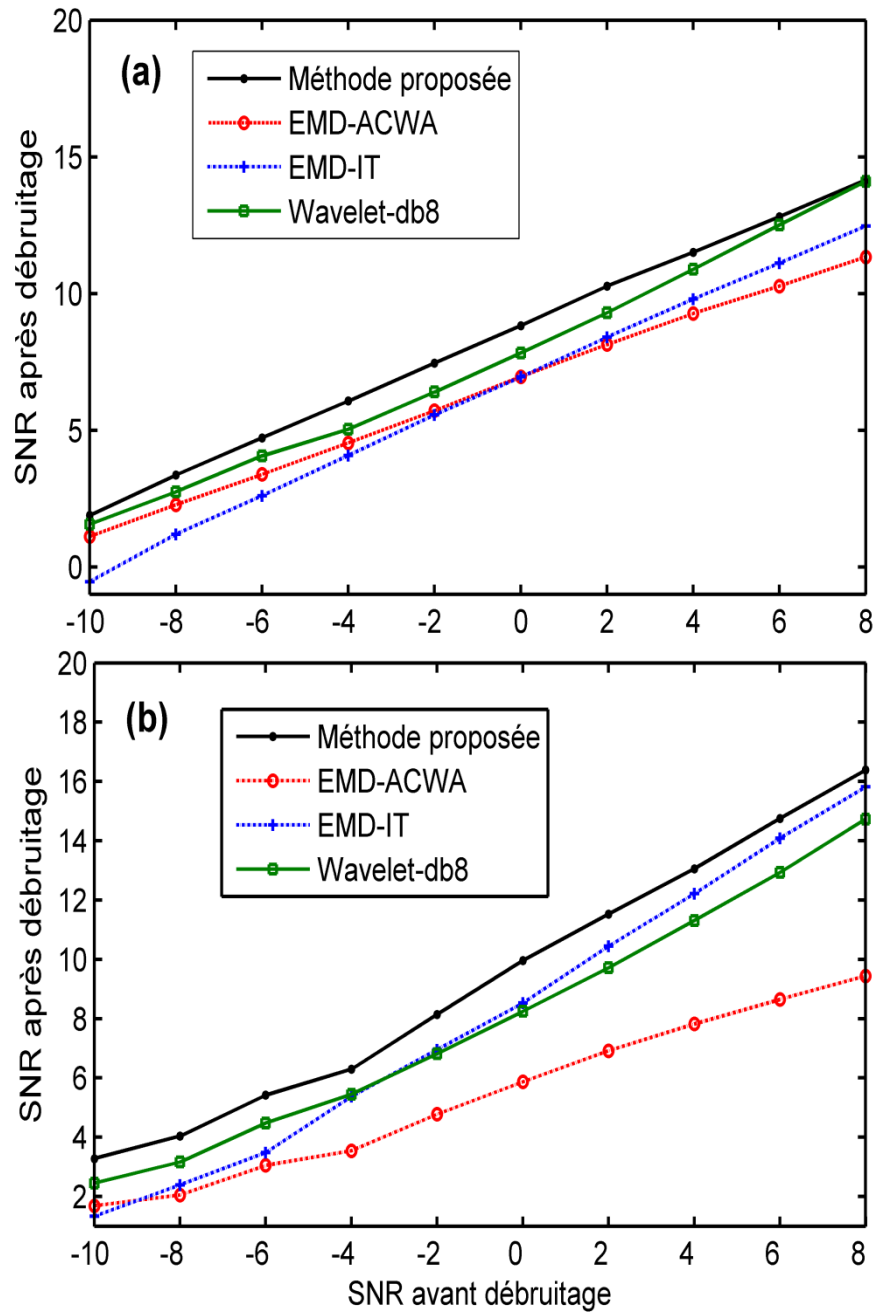


Fig.4.9 Evaluation des performances des méthodes appliquées sur les signaux réels. (a) Parole, (b) ECG.

Tableau 4.1 comparaison des différentes méthodes de débruitage par la mesure WSS.

Input SNR	Proposed method	EMD-ACWA	EMD-IT	Ondelette
- 10	57.737	63.953	141.346	202.353
- 6	52.459	58.484	107.869	166.487
- 2	45.064	53.532	75.014	115.603
0	41.311	50.806	65.267	92.924
2	38.745	48.684	58.019	84.236
6	32.323	43.822	41.319	59.214
10	26.123	37.584	33.200	39.720

4.10 CONCLUSION

Dans ce chapitre, le filtre ACWA a été combiné avec le modèle du bruit seul obtenu au moyen de la décomposition EMD pour améliorer les performances de débruitage de la méthode conventionnelle EMD-ACWA. La méthode proposée montre une amélioration importante du débruitage lors de l'utilisation du modèle de bruit seul avec le filtre ACWA et avec un choix approprié de la fenêtre du filtre.

Pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée, nous avons réalisé de nombreuses simulations avec différents SNR d'entrée appliqués sur des signaux de simulation, d'ECG et de la parole. Cette approche améliorée présente une performance supérieure par rapport aux méthodes EMD-IT, EMD-ACWA conventionnelles et ondelettes pour tous les signaux de test quelle que soit la valeur du SNR d'entrée. Les résultats ont été confirmés par la mesure WSS dans le cas des signaux vocaux.

Référence

- [1] K. Khaldi, M. T. H. Alouane, A. O. Boudraa, “Speech denoising by adaptive weighted average filtering in the EMD framework”, 2nd International Conference on Signals, Circuits and Systems, pp. 1-5, Monastir, Tunisia, November 7-9, 2008
- [2] M. Rakshit S. Das, “An efficient ECG denoising methodology using empirical mode decomposition and adaptive switching mean filter”, Biocybernetics and Biomedical Engineering, Vol. 40, pp. 140-148, 2018
- [3] M. V. Sarode, P. R. Deshmukh, “Image Sequence denoising with motion estimation in dolor image sequences”, Engineering, Technology & Applied Science Research, Vol. 1, No. 6, pp. 139-143, 2011
- [4] J. G. Proakis, D. G. Manolakis, Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications, Prentice-Hall, 1996
- [5] D. L. Donoho, “De-noising by soft-thresholding”, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 41, No. 3, pp. 613-627, 1995
- [6] T. T. Cai and B. W. Silverman, “Incorporating information on neighbouring coefficients into wavelet estimation,” Sankhya: The Indian Journal of Statistics, Vol. 63, pp. 127-148, 2001
- [7] T. F. Sanam, C. Shahnaz, “Noisy speech enhancement based on an adaptive threshold and a modified hard thresholding function in wavelet packet domain”, Digital Signal Processing, Vol. 23, No. 3, pp. 941-951, 2013
- [8] A. Mnassri, M. Bennasr, C. Adnane, “A Robust Feature Extraction Method for Real-Time Speech Recognition System on a Raspberry Pi 3 Board”, Engineering, Technology & Applied Science Research, Vol. 9, No. 2, pp. 4066-4070, 2019
- [9] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shin, Q. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu, “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis”, Proceedings of the Royal Society of London A, Vol. 454, pp. 903-995, 1998

-
- [10] Z. Wu, N. E. Huang, "A Study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition", *Proceedings of the Royal Society of London A*, Vol. 460, No. 2046, pp. 1597-1611, 2004
- [11] P. Flandrin, G. Rilling, P. Goncalves, "Empirical mode decomposition as filter bank", *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 11, No. 2, pp. 112-114, 2004
- [12] G. Rilling, P. Flandrin, P. Goncalves, "Empirical mode decomposition fractional Gaussian noise and Hurst exponent estimation", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 4, pp. 489-492, Philadelphia, USA, March 23-23, 2005
- [13] B. G. Jeong, B. C. Kim, Y. H. Moon, I. K. Eom, "Simplified noise model parameter estimation for signal-dependent noise", *Signal Processing*, Vol. 96, part B, pp. 266-273, 2014
- [14] S. Kumar, D. Panigrahy, P. K. Sahu, "Denoising of Electrocardiogram (ECG) signal by using empirical mode decomposition (EMD) with non-local mean (NLM) technique", *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, Vol. 38, No. 2, pp. 297-312, 2018
- [15] S. Poovarasan, E. Chandra, "Speech enhancement using sliding window empirical mode decomposition and hurst-based technique", *Archives of Acoustics*, Vol. 44, No. 3, pp. 429-437, 2019
- [16] A. O. Boudraa, J. C. Cexus, Z. Saidi, "EMD-based signal noise reduction". *International Journal of Signal Processing*. Vol. 1, No. 1, 33-37, 2004
- [17] A. O. Boudraa, J. C. Cexus, "Denoising via empirical mode decomposition", *IEEE International Symposium on Control Communications and Signal Processing*, Marrakech, Morocco, March, 2006
- [18] Y. Kopsinis, S. Mclanglin, "Development of EMD-based denoising methods inspired by wavelet thresholding", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 57, No. 4, pp. 1351-1362, 2009
- [19] K. Khaldi, M. A. O. Turki, A. O. Boudraa, "Voiced speech enhancement based on adaptive filtering of selected intrinsic mode functions", *Advances in Adaptive Data Analysis*, Vol. 2, No. 1, pp. 65-80, 2010

-
- [20] J. S. Lee, “Digital image enhancement and noise filtering by using local statistics”, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-2, No. 2, pp. 165-168, 1980
- [21] S. J. Ko, Y. H. Lee, “Center weighted median filters and their applications to image enhancement”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 38, No. 9, pp. 984-993, 1991
- [22] Corpora database :http://www.repository.voxforge1.org/downloads/SpeechCorpus/Trunk/Audio/Main/16kHz_16bit
- [23] The MIT-BIH arrhythmia database: <http://www.physionet.org/physiobank/database/nstdb>
- [24] P. J. Ketcham, R. W. Lowe , and J. W. Weber , “Real Time Image Enhancement Techniques ,” pp. 120-125 in Proceeding of the Seminar in Image Processing, Pacific Grove, Calif., Feb., 1976. J. C. Urbach , editor , Proc. SPIE 74 , 1976.
- [25] R. Wallis , “An Approach to the Space Variant Restoration and Enhancement of Images ,” Proceeding of the Symposium on Current Mathematical Problems in Image Science, Naval Postgraduate School , Monterey, Calif., Nov. 1976.
- [26] A. E. Bryson and Y. -C. Ho , Chap . 12 ,Applied Optimal Control , Blaisdell Publishing Company, Waltham , Mass., 1969.
- [27] J. S. Lee, “Digital image processing by use of local statistics,” in Proc. IEEE Computer Society Conf. on Pattern Recognition and Image Processing, pp. 55-61, 1978
- [28] G. Rilling, “De’ compositions modales empiriques. Contributions a la the’orie, l’algorithmie et l’ analyse de performances. Ph.D. Thesis, ENS Lyon, 2007 (in French, downloadable from http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00442634_v1/S). P. Flandrin, G. Rilling, and P. Gonçalves, “EMD equivalent filter banks, from interpretation to applications”, in: Hilbert-Huang Transform and Its Applications, World Scientific, 2005
- [29] P. Flandrin, G. Rilling, and P. Gonçalves, “EMD equivalent filter banks, from interpretation to applications”, in: Hilbert-Huang Transform and Its Applications, World Scientific, 2005

[30] D. H. Klatt, “Prediction of perceived phonetic distance from critical-band spectra - a first step”, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 2, pp. 1278-1281, Paris, France, 3-5 May, 1982

[31] I. Tellala, N. Amardjia, A. Kesmia, “A Modified EMD-ACWA Denoising Scheme using a Noise-only Mode”, Engineering, Technology & Applied Science Research , Vol. 10, No. 2, 2020, 5470-5476l.

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous avons exploré la puissance de l'EMD comme outil d'analyse pour le traitement de signal. La principale contribution issue de ce travail est le débruitage des signaux par l'EMD qui a été concrétisée par la proposition d'une nouvelle méthode.

Dans le chapitre 1 nous avons étudié l'analyse de Fourier qui a fait l'objet de très nombreuses études, grâce auxquelles un grand nombre d'outils sont à présent disponibles. Cependant, de nombreuses analyses ont montré ses limites dès lors qu'elle ne donne pas une localisation temporelle de ses composantes fréquentielles souvent représentées par des pics dans le spectre du signal. Dans ce cas, la solution la plus simple serait de calculer les spectres instantanés pour chaque pas temporel du signal. Plusieurs méthodes existent et aucune ne prédomine sur l'autre. Leurs utilisations dépendent de l'application visée et des avantages et inconvénients de chacune pour faire apparaître les informations recherchées. En particulier, la FFT est une analyse par bloc temporel qui suppose le signal échantillonné stationnaire sur toute la durée du bloc. Malheureusement, ces techniques ont de nombreuses limitations quand les signaux à analyser sont très non-stationnaires. Au début des années 80, la transformée en ondelettes, vient en appoint pour tenter de combler certaines lacunes en offrant une meilleure précision de point de vue de la localisation temporelle des éléments fréquents contenus dans un signal. Il s'agit d'un algorithme permettant de calculer une représentation d'un signal en bandes de fréquences indépendantes. La différence principale est la suivante : la transformée de Fourier décompose le signal en sinus et en cosinus, contrairement à la transformée en ondelettes qui utilise des fonctions localisées. Le choix de l'ondelette utilisée pour la décomposition temps-fréquence est le point le plus important. Celui-ci a une influence sur la résolution en temps et en fréquence du résultat. On ne peut modifier de cette manière les caractéristiques de la transformée en ondelettes, mais on peut toutefois augmenter la résolution fréquentielle totale ou la résolution temporelle totale. Ceci est directement proportionnel à la largeur de l'ondelette utilisée dans l'espace réel et dans l'espace de Fourier. Cependant, elle fournit souvent une réponse qui n'est pas très éloignée de la réponse optimale, ce qui, en concordance avec la simplicité et la grande efficacité de son algorithmique, explique son grand succès. En revanche, il est nécessaire de rechercher des techniques permettant de s'approcher plus encore de l'optimalité, tout en essayant de conserver les atouts des ondelettes. Cela nous a mené à se tourner vers l'EMD, sujet du chapitre 2, qui permet l'extraction des IMFs d'un signal de manière adaptative. Contrairement aux transformées de Fourier ou d'ondelettes où les fonctions de base sont fixées, les IMFs sont dérivées du signal

lui-même. C'est l'une des raisons qui a motivé notre choix pour l'EMD. En outre, un autre intérêt de l'EMD est qu'aucune hypothèse concernant la linéarité ou la stationnarité n'est faite sur le signal à analyser. Les IMFs sont orthogonales et leur extraction est non linéaire, mais leur recombinaison linéaire est précise. Nous avons montré que les résultats de décomposition par l'EMD sont conditionnés par échantillonnage et interpolation des signaux. Sur la base de simulations, nous avons noté que cette décomposition est organisée en une structure de bancs de filtres dans le cas du bruit gaussien blanc. L'orthogonalité des modes et la nature des bancs de filtres de l'EMD sont des importantes propriétés exploitées dans le débruitage. En général, les résultats de l'EMD sont conditionnés par la fréquence d'échantillonnage et l'interpolation utilisées. Les résultats rapportés sont obtenus avec des signaux sur-échantillonnés et en utilisant l'interpolation de splines cubiques qui est couramment utilisée pour approximer les enveloppes supérieure et inférieure dans l'EMD. Bien que l'EMD présente des avantages dans la décomposition du signal, elle présente toujours des limitations telles que l'effet de bord et le mixage de modes (causé par l'intermittence du signal). Comme son nom l'indique, l'EMD est encore une technique empirique. Nos résultats montrent que l'EMD est très efficace pour le débruitage, mais elle a encore besoin d'un support théorique. En outre, les méthodes de traitement basées sur l'EMD ont montré des bonnes performances par rapport aux ondelettes.

Dans le chapitre 3, une méthode de sélection des IMFs a été examinée. Un critère a été appliqué aux IMFs pour sélectionner uniquement celles qui contribuent au signal parmi celles qui sont principalement contaminées par le bruit. Par conséquent, une reconstruction générale des IMFs nous permet d'éliminer les premières IMFs dominées par le bruit, et de laisser les dernières IMFs où le signal est prédominant. Les IMFs qui contiennent peu d'énergie de bruit, sont seuillées par un seuillage direct doux ou dur. Cette stratégie est combinée avec un choix optimal de la constante de seuillage (cas de seuillage doux ou dur). La méthode proposée montre une amélioration du débruitage significative par rapport aux différentes méthodes conventionnelles (EMD-doux, EMD-dur et EMD-Conv). Pour illustrer l'efficacité de l'approche considérée, nous avons réalisé de nombreuses simulations avec différents SNR d'entrée appliqués sur des signaux de simulation, d'ECG et de la parole.

Enfin dans le chapitre 4, une version améliorée de débruitage EMD-ACWA a été proposée en estimant les énergies de bruit de tous les IMFs à l'aide d'un modèle d'énergie, appelé modèle du bruit seul, et qui donne une meilleure estimation du bruit contenu dans chaque IMF. L'énergie du bruit contenue dans les IMFs est paramétrée en fonction de l'énergie de la première IMF. Sur la base de ce modèle, une nouvelle formulation de la

méthode conventionnelle a été développée pour améliorer son efficacité de débruitage. Pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée, nous avons réalisé de nombreuses simulations avec différents SNRs d'entrée appliqués sur des signaux de simulation, d'ECG et de la parole. Cette approche améliorée présente une performance supérieure par rapport aux méthodes EMD-IT, EMD-ACWA conventionnelles et ondelettes pour tous les signaux de test quelle que soit la valeur du SNR d'entrée. Les résultats ont été confirmés par la mesure de WSS dans le cas des signaux de la parole.

Production scientifique :***Publication***

I. Tellala, N. Amardjia, A. Kesmia, “A Modified EMD-ACWA Denoising Scheme using a Noise-only Mode”, Engineering, Technology & Applied Science Research , Vol. 10, N . 2, 2020, 5470-5476l. doi.org/10.48084/etasr.3406

Communications internationales

I. Tellala, R.E. Bekka, , “EMD-based Denoising Using Soft Thresholding On Selected Intrinsic Mode Function”, Int. Conf. Electrical Engineering and Control Applications ICEECA (2014) Constantine 18-20 November, Algeria

Communications nationales

..... Tellala, R.E. Bekka, , “EMD-based Denoising Using hard Thresholding On Selected Intrinsic Mode Function”, National Conf. Electronics and New Technologies (NCENT’2015) M'Sila, Algeria (2015) 19-20 May. <http://www.univ-msila.dz/ncent2015>

Résumé : La Décomposition Modale Empirique (EMD) est un outil d'analyse potentiel dans le domaine de traitement du signal. L'EMD décompose le signal en Fonctions des Modes Intrinsèques (IMF) de manière adaptative et sans aucune hypothèse préalable sur la stationnarité et la linéarité du signal à analyser. Le but général de la thèse est l'exploration des possibilités de l'EMD pour le débruitage des signaux réels et des simulations. Nous proposons comme première application, une procédure de débruitage inspirée par le seuillage doux et dur en ondelettes appliquée sur des IMFs présélectionnées. Nous proposons comme deuxième application, une nouvelle méthode de débruitage basée sur l'amélioration du filtre adaptatif à moyenne pondérée centrale ACWA (Adaptive Center Weighted Average filter) appliqué aux IMFs issus de l'EMD. Le bruit contenu dans chaque IMF a été estimé à l'aide d'un modèle de bruit seul. Les contributions que nous avons apportées sont illustrées sur des données synthétiques et réelles et les résultats sont comparés à ceux des méthodes éprouvées telles que celle utilisant les ondelettes et les méthodes conventionnelles.

Mots-clés : Décomposition Modale Empirique; Critère de Sélection ; Seuillage ; Débruitage des Signaux; Filtre Adaptatif à Moyenne Pondérée Centrale ; Modele de Bruit Seul.

Abstract: Empirical Modal Decomposition (EMD) is a potential analysis tool in the field of signal processing. The EMD decomposes the signal into Intrinsic Mode Functions (IMF) adaptively and without any prior assumption on the stationarity and linearity of the signal to be analyzed. The general goal of the thesis is to explore the possibilities of EMD for denoising real and simulations signals. We propose as a first application, a denoising procedure inspired by soft and hard wavelet thresholding applied on preselected IMFs. We propose as a second application, a new method of denoising based on the ameliorated adaptive center weighted average filter (ACWA) applied to IMFs resulting from the EMD decomposition. The noise contained in each IMF was estimated using a noise only model, improving the precision of the noise estimate in each IMF. The contributions we have made are illustrated on synthetic and real data and the results are compared with those of proven methods such as that using wavelets and conventional methods.

Keywords: Empirical Mode Decomposition; Selection criteria ; Thresholding ; Signal denoising ; Adaptive Center Weighted Average; Noise Only Model.

ملخص: التحليل النموذجي التجريبي (EMD) هو أداة تحليل محتملة في مجال معالجة الإشارات. تفكك EMD الإشارة إلى وظائف الوضع الداخلي (IMF) بشكل تكيفي وبدون أي افتراض مسبق بشأن استقرار وخطية الإشارة المراد تحليلها. الهدف العام من الأطروحة هو استكشاف إمكانيات EMD لتقليل الضوضاء من الإشارات الحقيقية والمحاكاة. نقترح كأول تطبيق ، إجراء لتقليل الضوضاء مستوحى من عتبة الموجات اللينة والصلابة المطبقة على (IMFs) المحددة مسبقاً. نقترح كتطبيق ثانٍ ، طريقة جديدة لتقليل الضوضاء بناءً على تطبيق مرشح متوسط مرجح للمركز التكيفي ACWA (مرشح متوسط مرجح متكيف) لـ (IMFs) الناتجة عن EMD. تم تقدير الضوضاء الموجودة في كل (IMF) باستخدام نموذج الضوضاء وحده. المساهمات التي قدمناها موضحة على بيانات تركيبية وحقيقية وتتم مقارنة النتائج مع تلك الخاصة بالطرق المثبتة مثل تلك التي تستند على استخدام الموجات والطرق التقليدية.

الكلمات المفتاحية: تحليل الوضع التجريبي. معيار الاختيار؛ عتبة [عامة] لتقليل الضوضاء من الإشارات؛ متوسط مرجح مركز التكيف ؛ نموذج الضوضاء فقط.