الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de L'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique

جامعة فرحات عباس -سطيف1

Université Farhat Abbas - Sétif 1

THÈSE

Présentée à l'Institut d'Optique et de Mécanique de Précision

Pour l'obtention du diplôme de

Doctorat en Sciences

Option : Optique et Photonique Appliquée

Par :

Mme. MIHOUBI Karima

THÈME :

Modélisation de la diffraction des faisceaux lasers d'ordres supérieurs

Soutenue le :

Devant le jury composé de :

Mr. Ferria Kouidre	Prof.	Université de Sétif 1	Président
Mr. Manallah Aissa	Prof.	Université de Sétif 1	Rapporteur
Mr. Bencheikh Abdelhalim	MCA.	Université BBA	Co-Rapporteur
Mr. Bakhouche Belkacem	MCA.	Université de Sétif 1	Examinateur
Mr. Hamadou Abdelouaheb	Prof.	Université BBA	Examinateur
Mr. Latreche Abdelhakim	MCA.	Université BBA	Examinateur

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé à l'IOMP, Institut d'Optique et Mécanique de Précision(Université de Sétif1) en collaboration avec le laboratoire "structured light " de l'université Witwatersrand in Johannesburg, Afrique de sud, dans le cadre d'une stage de courte durée. Je souhaite exprimer ma sincère gratitude et ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont aidé et soutenu tout au long de ce travail. Je voudrais mentionner spécialement les personnes suivantes:

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma reconnaissance au mon directeur de thèse le Professeur **MANALLAH AISSA** qui a dirigé ces recherches pendant ces quatre années. Il n'a pas ménagé son temps pour m'aider, m'encourager et me guider dans les moments difficiles.

Je tiens à remercier chaleureusement mon Co-directeur de thèse Monsieur **BENCHEIKH ABDELHALIM** pour tout le temps et les efforts qu'il a consacrés à m'aider dans mon travail. Merci d'être un mentor inspirant et de m'avoir motivé à poursuivre des recherches pertinentes. Au cours de mon doctorat, vous m'avez appris à être un chercheur expérimental plus méthodique; un écrivain scientifique amélioré; un meilleur présentateur de mon travail devant un public varié; ainsi que de m'encourager à former des réseaux avec d'autres chercheurs de mon domaine.

Je suis très reconnaissant au Professeur **ANDREW FORBES** le directeur de laboratoire "structured light" et à son équipe de m'avoir donné l'occasion de mener la partie expérimentale de ma thèse et d'acquérir une expérience inestimable.

Que le Professeur **FERRIA KOUIDRE**, Maitre de Conférences A à l'université de Setif 1 trouve ici l'expression de mes sincères remerciements pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de cette thèse. Je suis très honoré que Monsieur **BAKHOUCHE BELKACEM**, Maitre de Conférences A à l'université de Setif 1 , ait accepté d'être examinateur de ce travail et de fair

partie du jury ; qu'il en soit sincèrement remercié. Je tiens également à remercier le Professeur **HAMADOU ABDELOUAHEB**, à l'Université de Bordj Bou Arreridj, et Monsieur **LATRECHE ABDELHAKIM** , Maitre de Conférences A ainsi à l'université de Bordj Bou Arreridj pour avoir répondus favorablement à l'invitation de siéger au sein du jury et dont la présence me ravi et m'honore.

Un grand merci à DR ADJISSI NASSIMA qui m'a beaucoup aidé durant cette thèse, merci pour ton soutien, ton aide et tes encouragements. Je tiens à remercier tous les collègues et amis, qui m'ont aidé et m'ont encouragé d'une façon ou d'une autres durant toute ma carrière.

Je suis très reconnaissant à ma famille pour son soutien et pour son encouragement à poursuivre mes études. À mes parents pour m'avoir appris à travailler avec diligence et intégrité. Enfin, mon enfants iyad qui a changé mon univers et mon mari, merci de toujours m'intéresser à mes recherches et de m'apporter un soutien sans fin pendant que je poursuis mes objectifs. Alors merci encore à vous !

Table des matières

Liste des figures

Chapitre 1

Chapitre 2

Chapitre 3

Chapitre 4

Liste des tableaux

INTRODUCTION GENERALE

Plus de cinquante ans de développement depuis 1960, le laser entre dans la vie scientifique. Les propriétés extraordinaires de son rayonnement ont laissé présager une multitude d'utilisation dans les domaines les plus divers. L'avancement des lasers est une réalisation des nombreuses contributions de scientifiques et d'ingénieurs au cours du siècle dernier. Parmi ces œuvres, l'une des avancées importantes a été le mécanisme principal d'un laser appelé émission stimulée, proposé pour la première fois par Einstein en 1917. Quarante ans plus tard, Charles Townes démontra le principe de manière expérimentale. Ils ont réussi à générer un rayonnement électromagnétique via une émission stimulée dans la région des hyperfréquences du spectre électromagnétique, qui a été appelé un "Maser". Sur la base des travaux théoriques de Townes et Schawlow, Maiman a démontré la génération de rayonnement électromagnétique dans le domaine optique, appelant cela un « maser optique » (hyperfréquence amplifiée par un rayonnement d'émission stimulée). Par la suite, le nom a été changé en « laser ». Ce nom est utilisé comme terme général pour le rayonnement dans les domaines infrarouge, visible et ultraviolette. La première émission « Laser » a été réalisée par Maiman en 1960, en utilisant un cristal de rubis comme moyen de gain.

La mise en forme du faisceau laser est une dynamique et champ d'étude vivant qui traite de la sélection et de la manipulation des modes laser et de la modification des faisceaux existants créer de nouveaux modèles avec des propriétés particulières de phase et d'intensité. Les premières méthodes de mise en forme du faisceau visaient simplement à obtenir un profil de faisceau gaussien, qui est le faisceau de sortie préféré pour de nombreuses applications de traitement de matériaux industriels telles que le découpage et le soudage. Aujourd'hui, de nombreuses applications, nécessitent des faisceaux lasers possédant un profil d'intensité transverse spécifique tel que l'usinage laser, le piégeage et le guidage optique d'atomes froids. Ce profil d'intensité transverse a une forme gaussienne ou non gaussienne [1]. Les faisceaux lasers non gaussiens ou les faisceaux d'ordres supérieurs présentent de plus en plus un intérêt majeur dans la technologie moderne [2,3]. L'une des familles des faisceaux lasers d'ordre supérieur on distingue les fameux faisceaux Hermite-Gauss présentant une symétrie cartésienne. L'étude des modes qui se forment dans les résonateurs laser a conduit à des techniques de masquage d'amplitude et de phase et à des techniques de mise en forme du gain qui permettent la sélection de modes transverses particuliers choisis avec leurs distributions caractéristiques de phases et d'intensités. En revanche, il existe divers possibilité de mise en forme spatial des faisceaux laser en dehors de la cavité, tels que les éléments optiques diffractifs et les techniques holographiques. En effet ces technique possèdes des problèmes tels que , à chaque fois que nous avons besoin d'un faisceau avec un ordre défini, nous devons changer l'élément diffractif, dont l'augmentation de cout .

La problématique abordée dans la thèse présentée, intitulé " Modélisation de la diffraction des faisceaux lasers d'ordres supérieurs", met l'accent sur la mise en forme des faisceaux laser Hermite-Gauss HG_{m0} à symétrie rectangulaire, par la diffraction en dehors de la cavité laser utilisant des filtres spatiaux (diaphragme et stop), pour la génération des profils d'intensité appropriés. Notre étude dans cette thèse comportera un aspect "théorique", un aspect "simulation" et un autre "pratique".

Dans le premier chapitre nous examinerons les théories de base de laser. Pour replacer le travail de cette thèse dans son contexte, ce chapitre fournit l'essentielle pour bien comprendre la théorie des faisceaux lasers, en passant par leurs caractéristiques, les modèles mathématiques utilisés pour leurs description et les techniques dédiées à leurs caractérisation numérique et expérimentale.

Le deuxième chapitre commencera par un développement analytique de l'intensité obtenue après le passage du faisceau HG_{m0} tronqué sur ses zéros par une ouverture rectangulaire, où le phénomène de décalage focal a émergé. Ce phénomène ayant l'idée principale d'étudier le comportement des faisceaux diffractés par le diaphragme dans les plans décalés. Ensuite, on présentera la symétrie entre les résultats obtenus à partir de calcul de simulation et celles trouvées expérimentalement en utilisant des fits au courbes. Cela a conduit nécessairement à des résultats intéressants concernant la modélisation des faisceaux lasers tous simplement par l'utilisation d'un diaphragme.
Notre travail couvert dans le chapitre trois met en évidence la variation de facteur de qualité M^2 des faisceaux Hermite-Gauss standard et élégant en fonction de paramètre de troncature. Sur la base de la méthode du moment du second ordre, nous dériverons des expressions analytiques exactes des facteurs de propagation du faisceau M^2. Selon les expressions dérivées, les facteurs de propagation du faisceau sont illustrés et analysés à l'aide des exemples numériques, et l'influence du paramètre de troncature et de l'ordre des

polynômes d'Hermite sur les facteurs de propagation du faisceau est également discutée en détail.

Le quatrième et le dernier chapitre sera consacré à étudier numériquement et expérimentalement les effets de l'obstruction sur le comportement des faisceaux Hermite-Gaussien HG. On va étudier le phénomène d'auto reconstruction des faisceaux HG non seulement contre les obstructions mais aussi contre les troncatures on se basant sur l'intégral de diffraction de Fresnel-Kirchhoff et le concept de filtrage de fréquences spatiales (expérience d'Abbé) pour interpréter les résultats. Comme preuve de notre idée nous avons relié le phénomène d'auto reconstruction au différente tâche qui caractérise le faisceau laser tel que l'intensité axial et transversale, la largeur, le facteur de qualité…etc.

Enfin la thèse s'achèvera par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre 1

Théorie De Base Des Faisceaux Lasers

1.1 Introduction

Peu d'innovations du siècle passé ont autant changé notre vie quotidienne que le laser. Aujourd'hui, le laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) est entré dans le langage courant puisque, grâce à ses caractéristiques particulières, le laser est exploité dans de très nombreuses applications [4-7]. Le comportement d'un faisceau laser est régi par les équations de Maxwell, qui forment la base de la dérivation de l'équation d'onde Helmholtz. Les équations de Maxwell décrivant le champ électromagnétique dans l'espace et le temps peuvent être utilisées pour dériver l'équation indépendante du temps par la méthode de séparation des variables pour réduire la complexité de l'analyse [8].

La solution de l'équation de Helmholtz dans l'approximation paraxiale s'est avérée produire des solutions périodiques lorsque des conditions aux limites appropriées sont utilisées. Il a été démontré que la sélection d'un ensemble particulier de modes à l'intérieur du résonateur dépendait de la condition aux limites, à savoir des coordonnées cylindriques ou cartésiennes. Au début des années 1960, de nombreuses expériences ont été réalisées impliquant des lasers d'état solide, de gaz et de semi-conducteurs pour forcer un résonateur à sélectionner différents types de modes de commande plus élevés en utilisant des miroirs rectangulaires et circulaires pour générer des modes tels que les modes Hermite-Gaussien (HG) et Laguerre-Gaussien (LG)[9,10].

D'autres méthodes plus générale de sélection d'un mode particulier d'ordre élevé consiste à introduire des éléments optiques à l'intérieur du résonateur laser, tels que les ouvertures, les lentilles à gradient, les masques de phase et les masques d'amplitude. Il existe également une méthode de remplacement des miroirs de résonateur par des miroirs à gradient, des miroirs déformables [11], et plus récemment avec des modulateurs de lumière spatiale (SLM) qui seront discutés dans le présent chapitre.

Nous allons rappeler dans la première partie de ce chapitre le cadre théorique permettant d'étudier les déférents principes de base du laser, d'où on présentera un bref rappel sur les équations de Maxwell et on dérivera l'équation d'onde paraxiale et ses solutions particulières. On définira ensuite ce qu'on entend par un mode "Hermite-Gauss », et quelles sont leurs caractéristiques.

Nos études sont focalisées sur ce mode de faisceaux laser qu'est porté un intérêt particulier, nous présentons la technique utilisée au sein de laboratoire "Structured Light" d'Université du Witwatersrand d' Afrique de sud basée sur l'utilisation d'un SLM pour la génération des modes HG_{m0}.

Les études théoriques ainsi que les résultats pratiques présentées dans ce chapitre sont utiles pour la compréhension des travaux qui seront présentés dans les chapitres qui suivent.

1.2 Principe de base du laser

Les lasers sont par nature des résonateurs optiques basés sur l'amplification d'un signal lumineux, réalisée par l'émission stimulée [12]. Le laser est capable de créer la lumière en micro onde, en infrarouge, dans l'ultraviolet et même dans les rayons x. Le fonctionnement d'un laser nécessite la coexistence de trois éléments essentiels ; un milieu amplificateur qui est formé d'électrons, d'atomes, molécules, ions ou cristaux de semi- conducteurs…, le processus de pompage pour exciter ces électrons (atomes molécules, etc.…) et une cavité optique ou résonateur qui permet le passage du faisceau lumineux plusieurs fois par le milieu amplificateur[13].

Dans ce chapitre on limitera notre étude sur les faisceaux lasers sortant de la cavité. La compréhension de la notion des modes lasers d'ordres fondamentaux et d'ordres supérieurs est importante. Alors un petit rappel sur les résonateurs optiques est nécessaire.

1.2.1 Description et rôle de la cavité

Résonateur optique(ou cavité optique) est l'ajustement des composants optiques qui permettent à un faisceau de lumière de distribuer dans un chemin fermé. La sensibilité d'alignement et la qualité du faisceau sont quelques-uns des divers aspects du fonctionnement du laser qui sont influencés par la conception d'un résonateur laser.

La cavité résonante est constituée de deux miroirs situés en regard l'un de l'autre, placés sur un même axe ; ces miroirs peuvent être plans et parallèles entre eux, comme dans le cas d'un interféromètre de type Fabry-Pérot voir FIGURE 1.1, ou sphériques voir FIGURE 1.2 et alors leurs propriétés dépendent des positions relatives de leurs centres et de leurs sommets ;

le miroir réflecteur est totalement réfléchissant de rayon de courbure R_1; le miroir coupleur est partiellement réfléchissant de rayon de courbure R_2 pour permettre à une fraction de la lumière, qui constitue le faisceau laser, de sortir de la cavité[14-17].

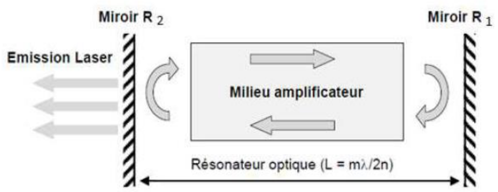


FIGURE 1.1-Cavité en miroirs parallèles

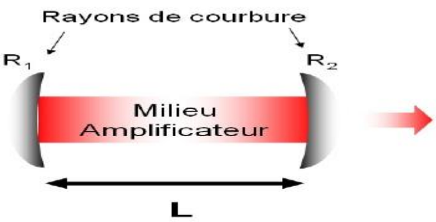


FIGURE1.2-Cavité en miroirs sphériques

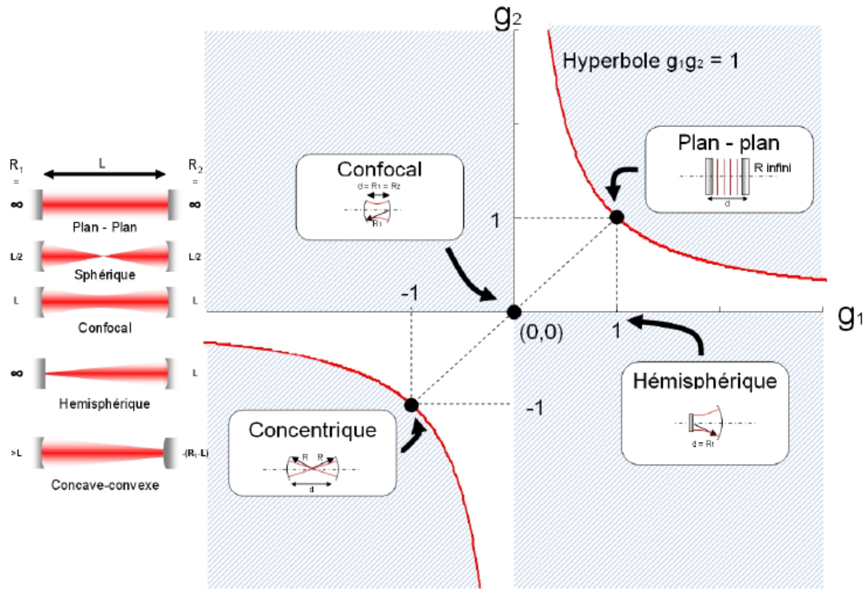
Les deux miroirs constituent une cavité résonante ou cavité optique, multipliant les amplifications de lumière dans le milieu actif, à condition toutefois que l'inversion de population y soit maintenue pendant un temps suffisant. L'ensemble milieu actif amplificateur - dispositif de pompage - cavité résonante, constitue un oscillateur laser. Naturellement, l'extraction d'une énergie exploitable à l'extérieur de la cavité exige la présence d'un miroir partiellement réfléchissant libérant le faisceau laser de sortie.

Seules certaines plages de valeurs pour R_1, R_2 et L produisent des résonateurs stables dans lesquels le rayonnement reste confiné dans la cavité. Si la cavité est instable, la taille du faisceau augmentera sans limite, finissant par devenir plus grande que la taille des miroirs de la cavité ensuite perdue, donc pour qu'une onde stationnaire résonante peut être installée dans la cavité on est besoin d'effectuer la condition suivante [14-18].

$$0 \leq \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) \leq 1 \qquad (1.1)$$

Avec: L est la longueur de la cavité. Dans la FIGURE 1.3 (a) présente la condition de stabilité pour une cavité linéaire à deux miroirs et (b) des exemples de cavités classiques sont présentés. La figure visualise la condition de stabilité sur un diagramme représentant l'espace $g_2(g_1)$, c'est à dire en prenant g_2 comme axe des ordonnées et g_1 comme axe des abscisses. Nous pouvons poser $g_1 = \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)$ et $g_2 = \left(1 - \frac{L}{R_2}\right)$ ce qui conduit

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1$$



(a) (b)

FIGURE 1.3-Condition de stabilité pour une cavité linéaire à deux miroirs et exemple de cavités classiques [27].

1.2.2 Modes de résonance d'une cavité

Dans une cavité vide (ne contenant pas le milieu actif), la lumière va faire plusieurs allers- retours en subissant des réflexions sur les miroirs. Les ondes issues de cette lumière vont interférer constructivement ou destructivement entre elles et seules quelques longueurs d'ondes et les ondes qui leurs sont associées vont être présentes dans la cavité. Ces ondes ou ces longueurs d'ondes sont appelées les modes de résonance de la cavité [19], et dépendent également du type de la cavité choisie.

I.2.3 Modes longitudinaux

Les ondes qui n'échappent pas à la cavité ou qui ne se détruisent pas par interférences destructives ont des longueurs d'ondes qui sont en relation directe avec la longueur de la cavité L. Ces modes de résonance ou propres sont tel que [20] :

$$q\lambda = 2L \qquad (1.2)$$

Où q est un entier et λ est la longueur d'onde, cette condition est prise sur un aller-retour dans la cavité, le schéma ci-dessous (FIGURE 1.4) montre quelques ondes parcourant la cavité de longueur L, on remarque bien qu'au bout de quelques allers-retours les modes non résonnants auront bien une intensité nulle.

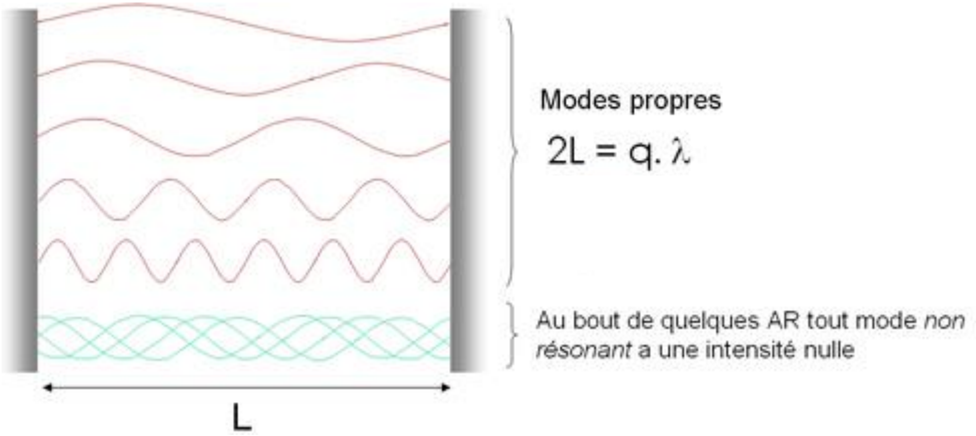


FIGURE1.4-Les ondes dans la cavité[20].

La fréquence des modes propres longitudinaux ν de la cavité est donné par la relation(1.3):

$$\nu = q\frac{c}{2L} \tag{1.3}$$

Les modes propres de la cavité sont représentés sur la FIGURE 1.5, on représente également l'intervalle spectral libre Δν qui est l'écart en fréquence entre deux modes propres longitudinaux successifs de la cavité[20,21].

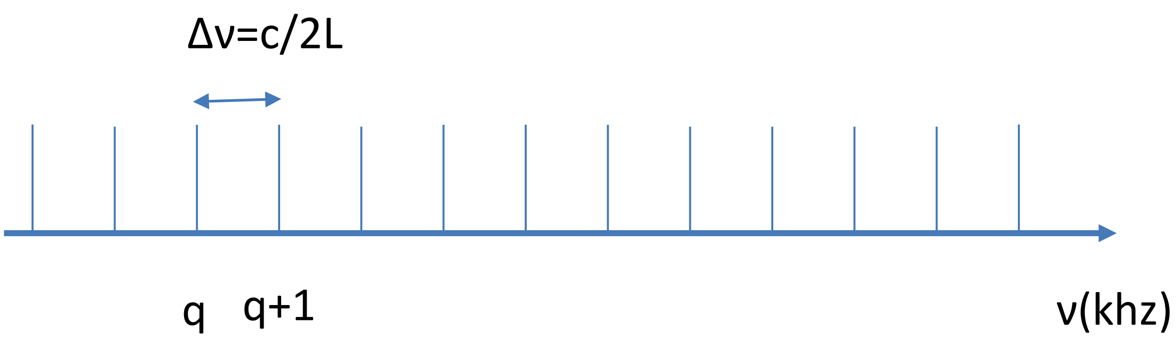


FIGURE1.5- Modes longitudinaux de la cavité.

1.2.4 Modes Transverses Electro-Magnétiques

Les champs électrique et magnétique de l'onde sont perpendiculaires à la direction de propagation, les modes d'émission obtenus sont appelés transverses électromagnétiques ou modes TEM ; en réalité, les cavités favorisent la propagation dans des directions autres que l'axe médian. Ces modes sont nombreux et sont désignés par la notation TEM_{mnq} car les champs électrique et magnétique constitutifs des ondes lumineuses sont orthogonaux à la direction de propagation; Les indices m et n indiquent respectivement le nombre de minima (intensité zéro) relatifs respectivement aux coordonnées x et y. Pour le mode TEM_{00} pas de minima dans les deux directions, pour le mode TEM_{10} un minimum dans la direction x et aucun minimum dans la direction y [19].

Plusieurs modes TEM_{mn} peuvent être observés, La répartition de l'intensité de quelques uns de ces modes dans le plan (x,y) est représentée sur la FIGURE 1.6.

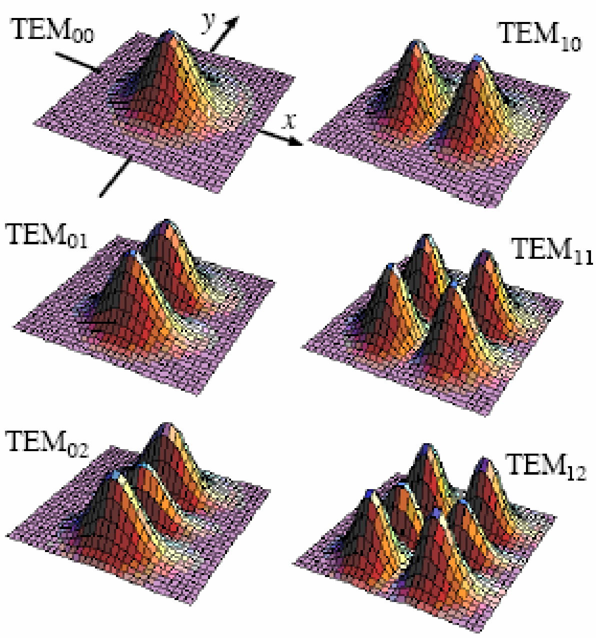


FIGURE1.6-Répartition en intensité (selon les axes x et y) pour quelques modes TEM_{mn}[19].

1.3 Les équations de Maxwell et l'approximation paraxiale de l'équation de Helmholtz

La dérivation de l'équation d'onde paraxiale de Helmholtz commence par les équations de Maxwell dans le vide, définies comme suit [22-24]:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & (1.4) \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}, & (1.5) \\ \vec{\nabla}.\vec{E} = 0, & (1.6) \\ \vec{\nabla}.\vec{B} = 0, & (1.7) \end{cases}$$

ε_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité et la perméabilité de l'espace libre et sont liées à la vitesse de la lumière dans le vide, c, comme suit $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.$\vec{E}$ est le vecteur champ électrique et $\vec{B}$ est le vecteur champ magnétique

L'équation d'onde est obtenue en prenant la boucle de la loi d'induction de Faraday équation (1.4) et en utilisant l'identité vectorielle

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla.\vec{E}) - \nabla^2\vec{E} \tag{1.8}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial(\nabla \times \vec{B})}{\partial t} \Rightarrow \nabla(\nabla.\vec{E}) - \nabla^2\vec{E} = -\frac{\partial(\nabla \times \vec{B})}{\partial t}$$

En substituant les équations (1.6) et (1.5) dans l'équation ci-dessus, on obtient l'équation d'onde[25].

$$\nabla^2\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0, \tag{1.9}$$

L'équation d'onde de Helmholtz, qui est la forme indépendante de l'équation de l'onde (équation(1.9)), est obtenue en séparant les variables sur le champ électrique, afin de supprimer le composant dépendant du temps. Le champ électrique (ou fonction d'onde) $\vec{E}(x, y, z, t)$, peut être séparé en domaines spatial (A (x, y, z)) et temporel (T (t)).

$$E(x, y, z, t) = \mathrm{A}\ (\mathrm{x, y, z})\mathrm{T}\ (\mathrm{t}) \tag{1.10}$$

En substituant Equation (1.10) en équation (1.9) on trouve[24,26]:

$$\frac{\nabla^2 A(x,y,z)}{A(x,y,z)} = \frac{1}{c^2 T(t)}\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \tag{1.11}$$

Pour que l'équation ci-dessus soit vérifiée, les deux côtés, gauche et droit, doivent être égaux à la même constante, $-k^2$ (choisi uniquement par commodité dans la solution résultante)

$$\frac{\nabla^2 A(x,y,z)}{A(x,y,z)} = -k^2 \tag{1.12}$$

$$\nabla^2 A(x, y, z) + k^2 A(x, y, z) = 0 \tag{1.13}$$

qui est l'équation d'onde de Helmholtz, où k est le module de vecteur d'onde et est défini par k= 2π / λ.

Dans l'approximation paraxiale, la magnitude complexe du champ électrique devient

$$E(x,y,z) = u(x,y,z)exp(ikz) \tag{1.14}$$

où $u(x,y,z)$ est la valeur complexe de l'amplitude et z est l'axe de propagation. En remplaçant la formule ci-dessus du champ électrique (équation (1.14)),dans l'équation d'onde de Helmholtz (équation (1.13)), on obtient

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) u(x,y,z) + 2ik\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial z} = 0 \tag{1.15}$$

L'équation (1.15) est l'équation de Helmholtz, sans l'approximation paraxiale, pour approximer l'équation ci-dessus dans le régime paraxiale, la condition suivante qui définit l'approximation paraxiale est implémentée

$$\left|\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial z^2}\right| \ll k \left|\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial z}\right| \tag{1.16}$$

L'approximation paraxiale, décrite mathématiquement ci-dessus, indique que la variation longitudinale de l'amplitude u (x, y, z) est faible par rapport à la longueur d'onde du faisceau (k = 2π / λ). Dont le taux de variation du champ dans la direction z est faible par rapport à la direction transversale. Par conséquent, le troisième terme de l'équation (1.15) est négligé, ce qui entraîne.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) u(x,y,z) + 2ik\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial z} = 0 \tag{1.17}$$

Qui s'appelle l'approximation paraxiale de l'équation de Helmholtz [26].

L'approximation paraxiale est utilisée pour décrire la propagation du faisceau laser en tant que l'angle de divergence du faisceau est considéré comme petit. Il existe de nombreuses solutions à l'équation paraxiale de l'onde de Helmholtz (équation (1.17)), dont la distribution d'amplitude, u (x, y, z), est décrite par un gaussien, LG, Bessel, Airy ou HG....ect.

1.4 Faisceaux Gaussiens

La première solution de l'équation d'onde paraxiale de Helmholtz, est le faisceau gaussien, c'est une solution importante, qui est la plus fondamentale et la plus commune des solutions sélectionnées dans les lasers commerciaux. C'est le mode fondamental que nous utiliserons pour générer des faisceaux dont la distribution d'amplitude est une fonction d' Hermite. L'expression complète de l'amplitude du faisceau gaussien est donnée par la relation (1.18)[26-29]:

$$u(r,z) = \frac{\omega_0}{W(z)} exp\left(\frac{-r^2}{W^2(z)}\right) exp\left(-ik\frac{r^2}{2R(z)} - i\Phi(z)\right) \tag{1.18}$$

où ω_0 est la largeur de faisceau minimal, et les expressions du rayon de courbure, R (z),la largeur du faisceau, $W(z)$ et la phase de Gouy $\Phi(z)$ sont donnés par les relation (1.19-1.21)[27,28]:

$$R(z) = z\left(1 + \frac{z_R^2}{z^2}\right) \tag{1.19}$$

$$W^2(z) = \omega_0^2\left(1 + \frac{z^2}{z_R^2}\right) \tag{1.20}$$

$$\Phi(z) = tan^{-1}\frac{(z_R)}{z} \tag{1.21}$$

Où $z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ est appelé la distance de Rayleigh et donne une mesure de la rapidité avec laquelle un faisceau va diverger. Si Z_R est court, le faisceau va rapidement diverger et s'il est long, il va diverger lentement. L'intensité optique peut être trouvée en utilisant la relation (1.22).

$$I(r,z) = |u(r,z)|^2 = \left(\frac{\omega_0}{W(z)}\right)^2 exp\left(\frac{-2r^2}{W^2(z)}\right) \tag{1.22}$$

L'intensité présente une distribution gaussienne, le pic se produisant à r = 0 et diminuant de façon monotone avec une augmentation de r, comme le montre la FIGURE 1.7.

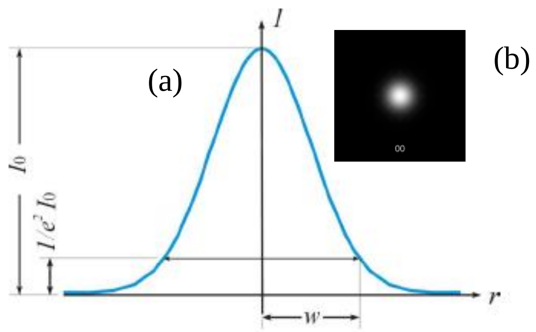


FIGURE 1.7-(a) Graphe de l'intensité du faisceau gaussien (b) L'image transversale du faisceau.

Où I_0 est l'intensité maximale du faisceau. w est la taille du faisceau laser et est définie comme le rayon auquel l'intensité du faisceau tombe à 1 / e^2 (13,5%) de sa valeur maximale voir FIGURE 1.7.

À un certain point le long de l'axe de propagation (généralement noté z = 0), le faisceau présente la plus petite largeur transversale, appelée "waist", qui est également le point où le front d'onde est plan. La diffraction provoque la diffusion transversale de la lumière et amène les fronts d'onde à acquérir une courbure lors de leur propagation voir FIGURE 1.8.

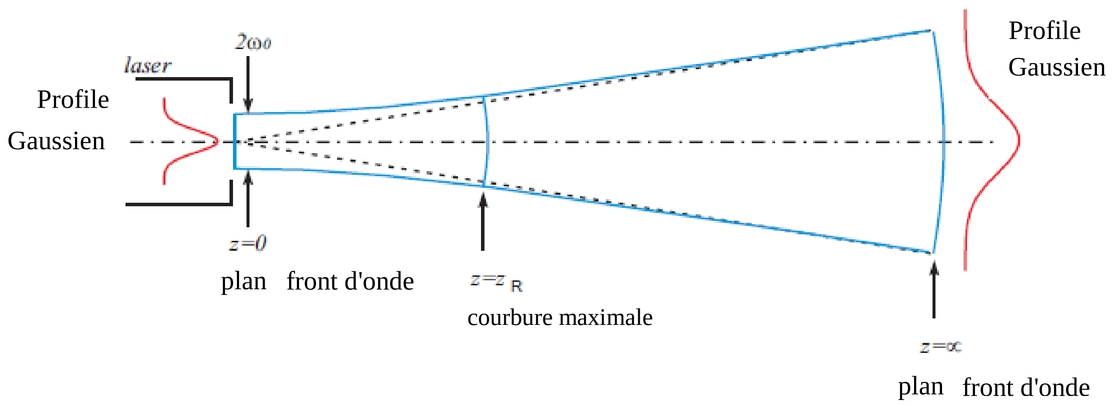


FIGURE 1.8-Propagation d'un faisceau laser gaussien [27].

On remarque alors, que si on dessine w(z) en fonction de z et qu'on cherche la limite de $\frac{w(z)}{z}$ quand z tend vers l'infini, on retrouve la divergence du faisceau gaussien (liée directement à son élargissement) comme indiqué dans la FIGURE 1.9 [26]:

$$tg\theta \simeq \theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (1.23)$$

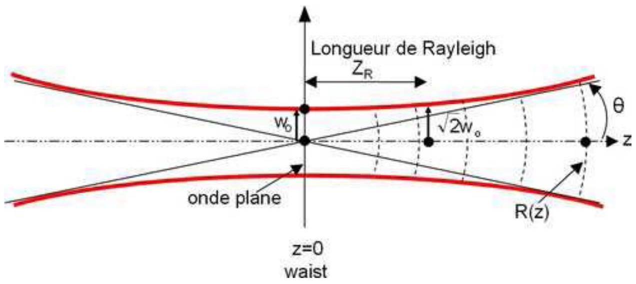


FIGURE 1.9-Rayon de courbure de l'onde gaussienne et divergence du faisceau[26].

1.5 Modes d'ordres supérieurs

Il existe d'autres solutions de l'équation de Helmholtz, appelées « modes d'ordre supérieur », qui forment une base complète et orthogonale de fonctions. Toute oscillation dans une cavité est une combinaison linéaire de ces modes. La structure transverse de ces modes, de symétrie rectangulaire, cylindrique, ou une combinaison linéaire des deux, est en théorie imposée par la forme des miroirs (rectangulaire ou sphérique). En pratique, de nombreuses perturbations sont susceptibles d'altérer cette structure. Pour les deux familles, la solution d'ordre le plus bas décrit un faisceau gaussien, tandis que les solutions d'ordre supérieur décrivent les modes transverses d'ordre supérieur dans un résonateur optique.

Une propriété importante des modes laser est que la distribution de l'intensité est identique dans n'importe quel plan le long de l'axe optique à l'intérieur (et à l'extérieur) du résonateur. La conception de la cavité laser détermine dans la plupart des cas quel ensemble de base de solutions est destiné à être une sortie du laser [30].

1.5.1 Faisceaux Hermite-Gauss

Le mode gaussien n'est pas la seule solution à l'approximation paraxiale de l'équation d'onde de Helmholtz; il y a beaucoup d'autres solutions qui existent comme, la solution de l'équation d'onde dans la coordonnée rectangulaire qui a la forme d'une fonction Hermite-Gaussienne. Les modes HG sont des solutions de superposition de polynômes Hermite et de fonction gaussien, ce qui explique pourquoi ils sont appelés modes Hermite-Gaussien. Le mode Hermite-Gaussien le plus bas est le gaussien. Ces modes ont un champ électrique représenté par l'équation (1.24)[31-33]:

$$u_{m,n}(x,y,z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{w(z)}\right) H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w(z)}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} e^{-\frac{ik(x^2+y^2)}{2R(z)}} e^{-i[kz-\Phi(m,n,z)]} \quad (1.24)$$

où $\Phi(m,n,z)$est la phase de Gouy pour le mode HG et est donnée par la relation (1.25):

$$\Phi(m,n,z) = (m+n+1)tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (1.25)$$

Les modes Hermite-Gaussien ont des indices polynomiaux de m et n pour x et y en coordonnées cartésiennes, et Hm; Hn sont les polynômes d'Hermite trouvés en utilisant la relation(1.26)[34].

$$H_n(x) = (-1)^n exp(x^2)\frac{d^n}{dx^n}exp(-x^2) \quad (1.26)$$

Et les premiers polynômes d'Hermite sont donnés par:

$$\begin{cases} H_0(x) = 1 \\ H_1(x) = 2x \\ H_2(x) = 4x^2 - 2 \\ H_3(x) = 8x^3 - 12x \end{cases} \quad (1.27)$$

Le Tableau 1.1 présente Les zéros des polynômes d'Hermite $H_m(x/w)$, où x présente les positions transversale pour lesquelles l'intensité du faisceau Hermite-Gauss HG_{m0} incident est nulle , et w est la largeur du faisceaux incident à z=0.

m	Valeurs du rapport (x/w) des zéros d'intensité du mode HGm0								
1					0				
2				-0.5		0.5			
3				-0.8660	0	0.8660			
4			-1.1672	-0.3709		0.3709	1.1672		
5			-1.4284	-0.6778	0	0.6778	1.4284		
8	-2.0722	-1.4012	-0.8182	-0.2695		0.2695	0.8182	1.4012	2.0722

Tableau 1. 1-Les Zéros des polynômes d'Hermite .

Les graphiques d'intensité 2D des neuf premiers modes HG sont illustrés à la FIGURE 1.10, ci-dessous. Les valeurs de n et m correspondent au nombre de nœuds dans le champ électro-magnétique ; l'indice m détermine le nombre de lignes nodales sur l'axe des y , tandis que n détermine les lignes nodales le long de l'axe des x. Les polynômes d'Hermite obéissent à la relation de récursivité (1.28) suivante[33]:

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - \frac{d}{dx}H_n(x) \quad (1.28)$$

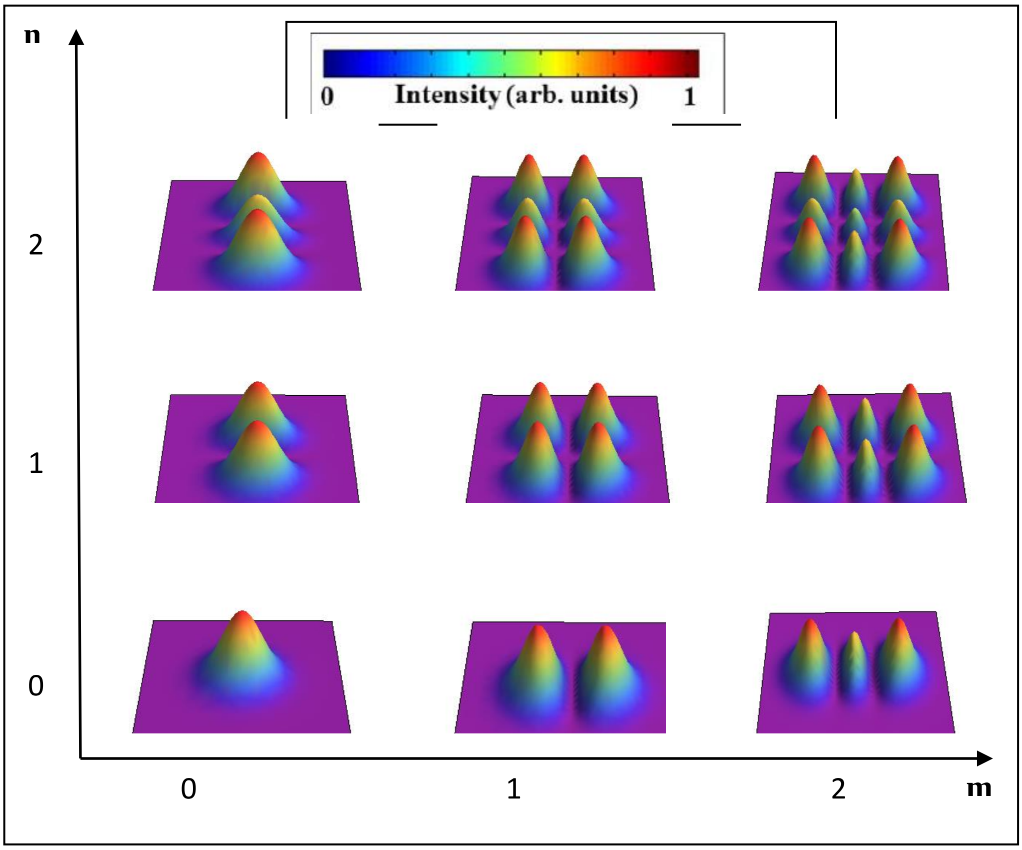


FIGURE 1.10-L'intensité 2D des faisceaux HG avec différents indices de mode. Les lignes et les colonnes définissent les indices de mode m et n dans les directions x et y, respectivement. Les couleurs bleu et rouge indiquent en conséquence les intensités plus faibles et plus élevées

La distribution d'intensité des modes Hermite- gaussiens est obtenue en élevant la relation du champ au carré comme il est indiqué dans la relation (1.29):

$$I_{m,n}(x,y,z) = |u_{m,n}(x,y,z)|^2 \quad (1.29)$$

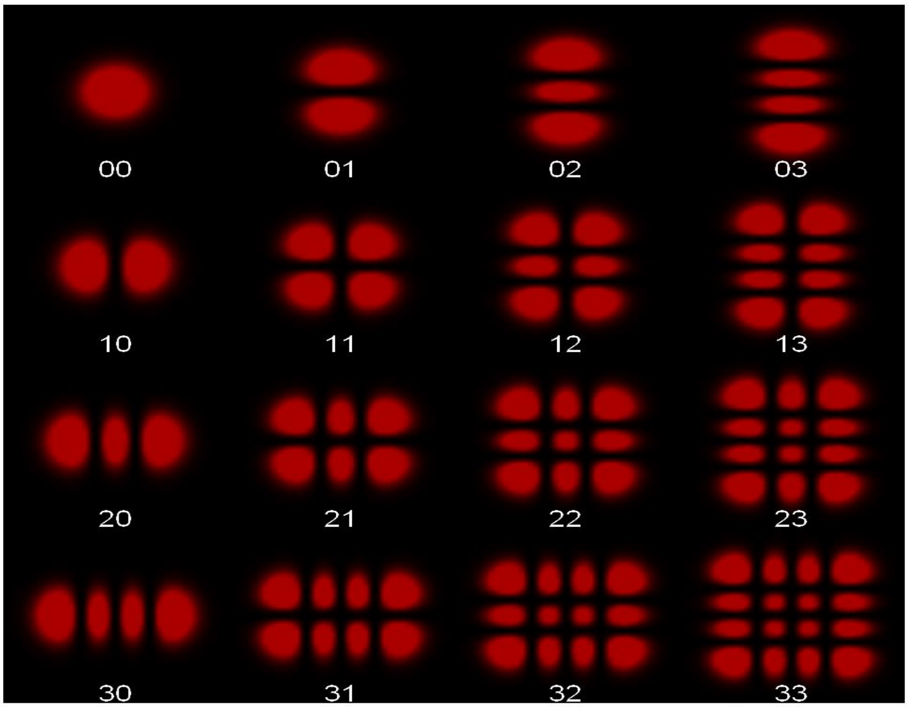


FIGURE 1.11-Profils des distributions d'intensité transversale générés mathématiquement des modes Hermite-Gaussien.

La FIGURE 1.11 représente les profils d'intensité transversale pour différents modes symétriques rectangulaires. L'intensité du mode Hermite-Gaussien est utilisée pour déduire la largeur du faisceau en utilisant les moments d'intensité de second ordre qui donnent des résultats analytiques présentée dans la relation (1.30):

$$w_{m,n}(z) = w_0\sqrt{2(m+n)+1}\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \tag{1.30}$$

Où w_0 est la largeur minimale (waist) et m et n les indices de mode. La largeur minimale W_{mn} et la divergence θ_{mn} en champ lointain de mode Hermite-Gauss sont données par les relations suivant((1.31)et (1.32))[22]:

$$W_{mn} = W_0\sqrt{2(m+n)+1} \tag{1.31}$$

$$\theta_{mn} = \theta_0\sqrt{2(m+n)+1} \tag{1.32}$$

Et aussi, le facteur de qualité pour les modes Hermite-Gaussien est donné comme l'indiqué la relation (1.33)[35].On va discuter en détaille ce facteur dans le chapitre 3.

$$M^2_{m,n} = 2(m+n)+1 \tag{1.33}$$

La FIGURE 1.12 illustre une propriété importante des modes d'ordre supérieur, est que la largeur transversale des modes augmente avec l'ordre.

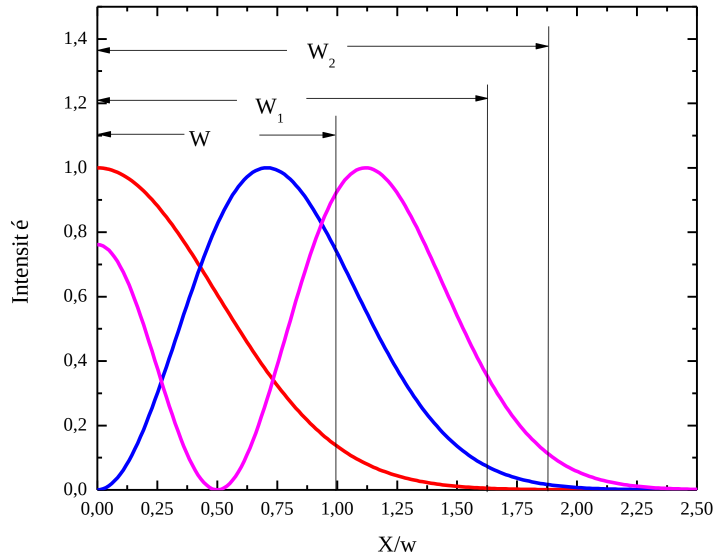


FIGURE 1.12-Coupe transversale des modes HG_{00} (rouge), HG_{01} (bleu) et HG_{02} (violet), tous avec la même w.

1.5.2 Les solutions élégantes d'un mode Hermite-Gauss

Toute solution de l'équation d'onde scalaire pour un faisceau se déplaçant dans la direction z peut être exprimée par une combinaison des composantes Hermite et Gaussienne pour les coordonnées rectangulaires, qui sont des modes propres de l'équation d'onde paraxiale. Dans les solutions standards d'ordre supérieur où l'approximation paraxiale est appliquée, la partie gaussienne a un argument complexe, mais celle de la partie Hermite est purement réelle. Cependant, pour les cas impliquant plus de variation de phase que ce qui est contenu dans le mode SHG, une autre solution est nécessaire [36].

Siegman a trouvé des solutions plus symétriques dans lesquelles les deux arguments des parties gaussienne et Hermite ont la même quantité complexe, et il les a nommés faisceaux Élégant Hermite-Gaussien (EHG) [1,37]. Les solutions EHG ne sont pas orthogonales au sens habituel. Ils sont biorthogonaux, ce qui signifie qu'une fonction adjacente utilisant un opérateur hermitien peut être trouvée pour former un ensemble biorthogonal qui satisfait la formule d'orthogonalité.

Les faisceaux élégants gaussiens d'Hermite sont étroitement liés aux champs multipolaires[38], afin qu'ils soient d'une grande importance, et ils décrivent la propagation à travers un milieu parabolique complexe.

Les faisceaux élégants et standard HG présentent plusieurs caractéristiques différentes lors de la propagation. Par exemple, les faisceaux EHG n'ont pas de front d'onde sphérique, n'ont pas de zéros en dehors de leur largeur minimale pour les ordres impairs des fonctions Hermite, sont beaucoup plus concentrés autour de l'axe du faisceau dans le champ proche et leurs lobes latéraux les plus externes sont fortement accentués dans le champ lointain[39-42].

Plusieurs méthodes sont développées pour obtenir les modes EHG . l'application du point source complexe au champ excité par des multi pôles oscillants génère le mode EHG dans la région paraxiale [38,43].

La distribution du champ optique des faisceaux 1-D Elégant-Hermite-Gaussien dans le plan z = 0 en coordonnées cartésiennes est donnée par l'équation (1.34) [37,44]:

$$u(x,0) = H_m\left(\frac{x}{w_0}\right) exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) \tag{1.34}$$

Où H_m désigne le polynôme d'Hermite avec l'ordre de mode m. Les profiles transversaux pour le mode EHG de différentes ordres sont tracés en FIGURE 1.13 . Pour n = 0 et 1, les profiles transversaux des modes SHG et EHG sont identiques, mais pour les ordres supérieurs, n> 1, leurs profiles sont complètement différents.

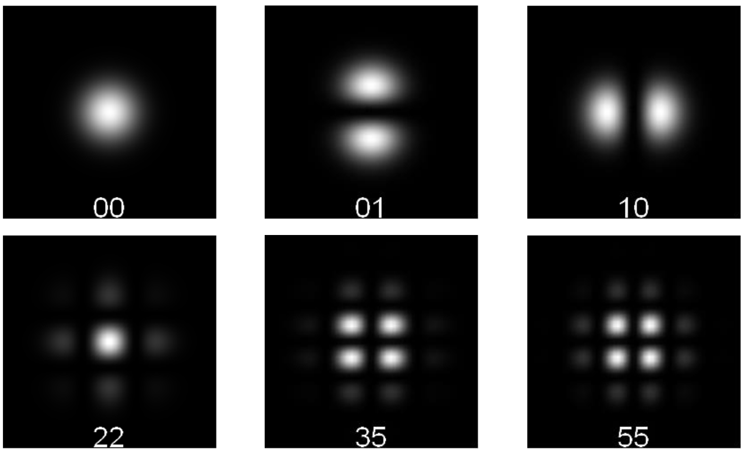


FIGURE 1.13-Profil de distribution d'intensité transversale des modes Elégant Hermite-Gauss.

1.6 Méthodes de génération des faisceaux Hermite-Gauss

Peu de temps après l'invention du laser en 1960, les modèles d'intensité distinctifs dans les faisceaux ou les modes ont été modélisés en tenant en considérations de perte aller-retour et qu'un laser va osciller dans le mode qui a une perte minimale [22]. En 1962, des scientifiques avaient inséré une ouverture circulaire dans un résonateur afin de sélectionner le mode d'ordre le plus bas, le faisceau gaussien, et en 1972, le premier ordre TEM_{01} a été sélectionné comme faisceau de sortie [35].

Idéalement, les modes spatiaux pourraient être créés dans la cavité laser en concevant spécifiquement la forme des miroirs réfléchissants. Plusieurs techniques ont été conçues pour générer des modes d'ordre supérieur. La première et la plus simple a consisté à insérer de fins fils métalliques près d'un des miroirs coïncidant avec les lignes de nœuds(zéros) qui donnent une grande perte à tous sauf le mode souhaité [45]. Cependant, les méthodes intracavités permettant de générer les modes spatiaux d'ordre supérieur sont difficiles à basculer entre les ordres de mode. Les moyens externes, qui nécessitent plus d'optique tels que le convertisseur de mode astigmatique et les lentilles cylindriques, reposent toujours sur le bon alignement de divers composants optiques et mécaniques. Une manière alternative de créer extérieurement le mode spatial d'ordre élevé profite de l'élément optique diffractif (DOE) [22].

Parmi les nouvelles méthodes de générer les modes HG_{m0} ,on va présenté la génération avec l'utilisation du dispositif appelé (DMD) "digital micromirror device en anglais" et la génération avec le modulateur spatial de la lumière (SLM)."spatial light modulator en anglais"

1.6.1 Dispositif à micro miroirs numériques (DMD)

Le dispositif à micro miroirs numériques ,où DMD , est le système micro-opto-électromécanique composé d' un ensemble de miroirs commutables individuellement qui peuvent être utilisés dans de nombreux systèmes optiques avancés en tant que modulateur de lumière spatiale rapide[46,47]. Une puce DMD a sur sa surface plusieurs centaines de milliers de miroirs microscopiques disposés en un réseau rectangulaire qui correspondent aux pixels de l'image à afficher voir FIGURE 1.14. Les miroirs peuvent être tournés individuellement de ± 10°-12°, à l'état allumé ou éteint. Récemment, le DMD a été appliqué à la mise en forme de faisceaux laser, correction de la distorsion du front d'onde, et microscopie à haute résolution.

La modulation spatiale est réalisée en présentant des images en niveaux de gris à l'appareil (hologrammes).

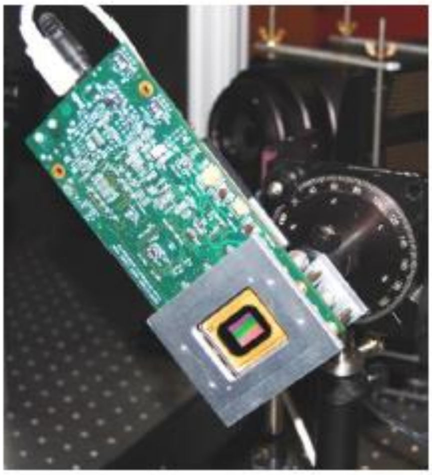


FIGURE 1.14-Photographie d'un DMD[46].

En raison de la disponibilité en laboratoire, l'oscillation laser en mode HG_{m0} a été obtenue en transformant un faisceau gaussien avec un élément optique de phase binaire encodé dans un modulateur spatial de lumière (SLM). On va présenter dans le paragraphe suivant, le principe de fonctionnement d'un (SLM).

1.6.2 Technologie de modulateur spatial de lumière

Les modulateurs spatiaux de lumière sont des dispositifs pixélisés constitué de cellules remplies de cristaux liquides (pixels) qui sont ajustées électriquement avec une tension appliquée.

Un modulateur spatial de lumière (SLM) est un appareil capable de moduler ou de manipuler les propriétés de la lumière tels que l'amplitude, la polarisation ou la phase. La technologie SLM est basée sur les propriétés des cristaux liquides qui peuvent être mis en œuvre soit par réflexion ou par transmission. Essentiellement, un SLM est un écran pixélisé constitué de plusieurs centaines de milliers de miroirs individuels de la taille d'un micron. La beauté des SLM repose sur le fait qu'elle ne nécessite en principe pas l'utilisation de logiciels spécifiques. Il suffit simplement de le connecter à un ordinateur et de l'utiliser comme second moniteur. Des images de niveau de gris spécifiques (hologramme) sont générées et affichées sur ce second moniteur pour contrôler chaque pixel et donc pour moduler la phase de tout faisceau lumineux interagissant avec celui-ci.

La FIGURE 1.15 présente une représentation schématique de la structure d'un écran SLM. Une couche de cristaux liquides est prise en sandwich entre deux films d'alignement transparents, collé à une couche d'électrode transparente et recouvert d'un substrat de verre plat. En bas se trouve un substrat de silicium et au-dessus d'un circuit à matrice active directement connecté à des électrodes métalliques pixellisées qui contrôle l'orientation des molécules cristaux liquides à chaque pixel.

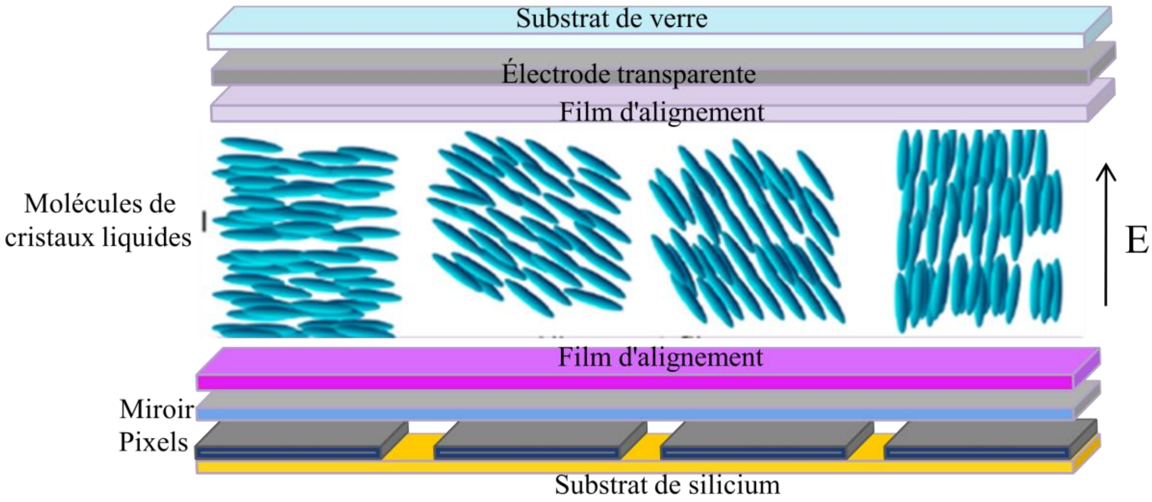


FIGURE 1.15-Représentation schématique d'un modulateur de lumière spatiale à cristaux liquides sur silicium [48].

L'appareil est calibré, de telle sorte que, pour une tension appliquée donnée, les molécules de cristaux liquides tournent d'un angle prédéfini, résultant en une forme de matériau biréfringent pour une orientation particulière de la lumière polarisée entrante. Le résultat est un déphasage proportionnel à la tension appliquée à un composant du champ électrique de la lumière (que nous appellerons la composante de polarisation horizontale)[48].

Le principe de fonctionnement de SLM est détaillé dans la section suivant

1.6.3 Principe de fonctionnement de modulateur spatial de lumière

Mathématiquement, un motif d'interférence en niveaux de gris entre notre faisceau de référence et le faisceau d'objet que nous souhaitons reconstruire est calculé et programmé sur le SLM, où nous sommes capables de moduler la phase de notre faisceau de référence. La phase du faisceau de référence est modifiée en fonction de la nuance de gris présente au niveau de chaque pixel de l'hologramme généré par ordinateur.

L'écran à cristaux liquides est l'élément essentiel du SLM et (dans notre cas), il est constitué de 1920 × 1080 pixels, chacun d'une dimension de 8µm. Le mécanisme de l'affichage est basé sur la biréfringence à commande électrique. Chaque pixel est adressé par deux électrodes et les molécules constituant les pixels sont alignées parallèlement aux électrodes, comme illustré à la Figure 1.16. Lorsque les électrodes sont appliquées avec un champ électrique, les molécules sont obligées de s'incliner dans la direction du champ électrique.

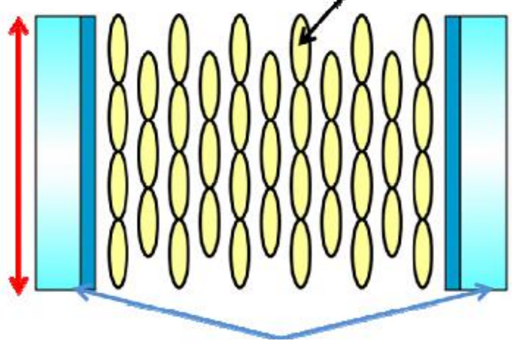


FIGURE 1. 16-Représentation d'un pixel individuel dans l'affichage à cristaux liquides

Les hologrammes en niveaux de gris sont représentés par 256 niveaux de gris et les tensions sur chaque pixel sont ajustées de manière appropriée en fonction de la nuance de gris présente au niveau de chaque pixel de l'hologramme. Ceci est décrit à la FIGURE 1.17, où le noir, ne représentant aucune modulation de phase, ne nécessite aucune tension pour être adressé aux électrodes. L'augmentation de la modulation de phase (ou niveau de gris) implique l'augmentation de la tension appliquée aux pixels. Les molécules restent alignées parallèlement aux électrodes. Au fur à mesure que la tension augmente, les molécules s'inclinent plus loin de leur orientation initiale.

La lumière incidente doit être polarisée linéairement, parallèlement à l'axe des molécules de cristaux liquides. Lorsque les molécules s'inclinent dans la direction du champ électrique appliqué, l'indice de réfraction vu par la lumière change en conséquence et par conséquent sa phase change, évident de la relation suivante

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} dn \tag{1.35}$$

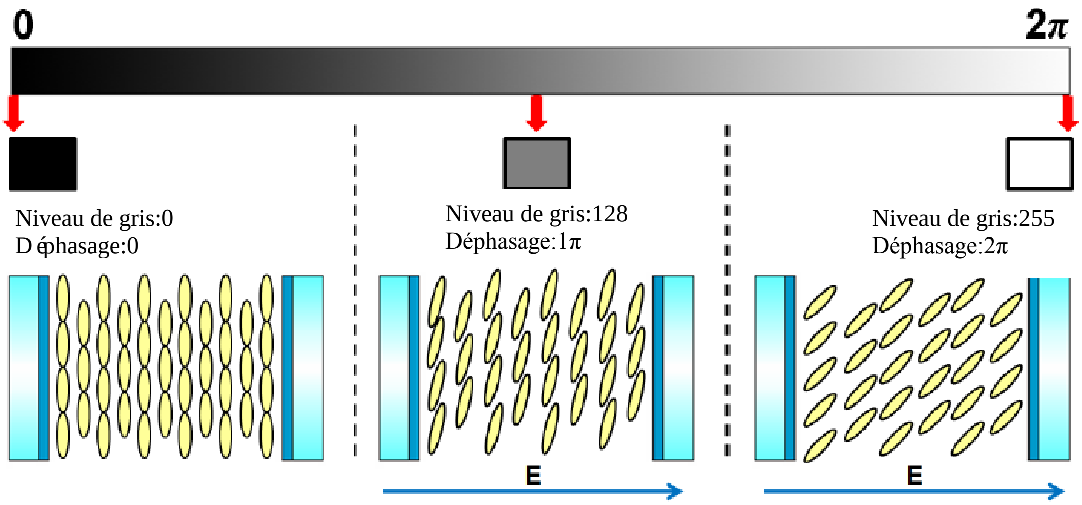


FIGURE 1. 17-Schéma illustrant l'orientation des molécules de cristaux liquides dans un SLM.

φ représente le déphasage subi par le faisceau; λ est la longueur d'onde du faisceau incident; d est la longueur du chemin optique dans le pixel à cristaux liquides et n est l'indice de réfraction du pixel à cristaux liquides, qui est proportionnelle à la tension appliquée aux électrodes. À partir de l'équation (1.35) il est évident que la modulation de phase dépend de la longueur d'onde de la lumière incidente. Par exemple, si on a besoin d'un niveau de gris de 128 pour représenter un déphasage de 1π, alors la tension requise pour produire ce déphasage pour une longueur d'onde de 633 nm différera de celle requise pour 534 nm. C'est pour cette raison que l'utilisateur doit adapter la réponse électro-optique du SLM lors de la commutation entre différentes sources laser (calibrer)[49]. On va donner dans les suivants paragraphes les résultats de la technique utilisé pour générer les faisceaux Hermite-Gauss. Cette partie a été réalisée en collaboration avec l'équipe du Pr Andrew Forbes (structured light laboratory) en l'Université du Witwatersrand d'Afrique du Sud.

1.7 Génération des modes transverse de type HG_{m0} à l'aide d'un SLM

Aujourd'hui les faisceaux Hermite-Gauss, peuvent être généré par holographie en utilisant un appareil contrôlé par ordinateur, comme un modulateur spatial de lumière (SLM), Les hologrammes [50] ont été calculés selon les équations (1.24) ; de plus, la distribution de phase requise était imprimée sur le faisceau gaussien incident qui éclairait le SLM. L'algorithme de transformée de Fourier optique d'un HG fonction est toujours une autre fonction HG du même ordre. Les modulations des fonctions de transmission codées(hologramme), utilisées pour créer les modes HG d'ordre bas, sont illustrés à la FIGURE 1.18.

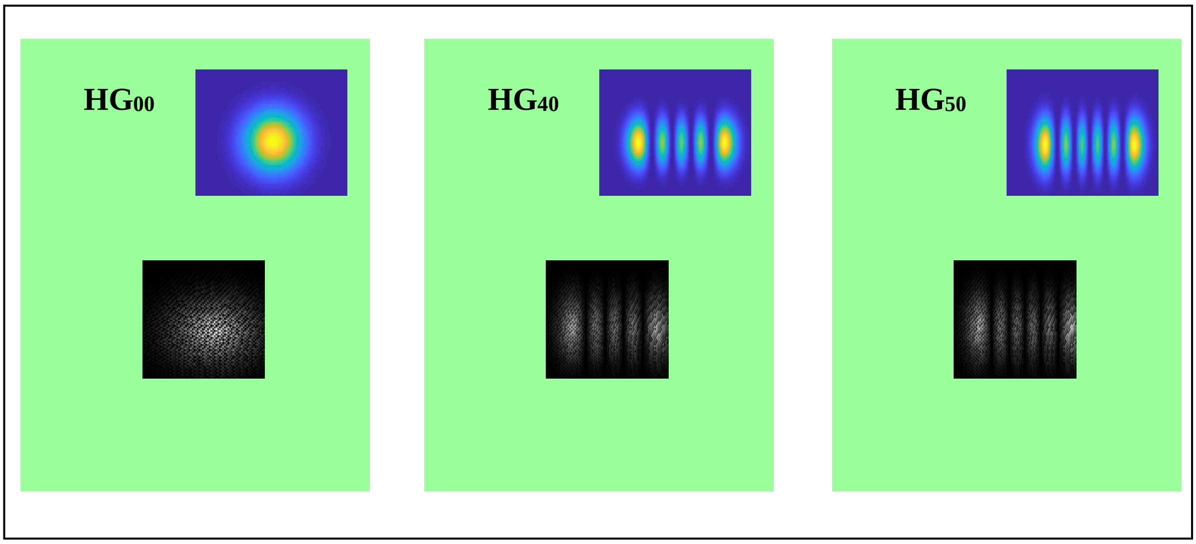


FIGURE 1.18-Les modulations des fonctions de transmission codées(hologramme). Les modes de faisceau HG00, HG40 et HG50 sont décrits à titre d'exemple. Profils d'intensité de simulation numérique sont donnés comme inserts.

Le SLM forme directement le faisceau gaussien en mode Hermite-Gauss après que ces hologrammes sont chargés sur elle. Nous démontrons les profils d'intensité de certains faisceaux d'Hermite Gauss générés ainsi que les profils théoriques dans la FIGURE 1.19.

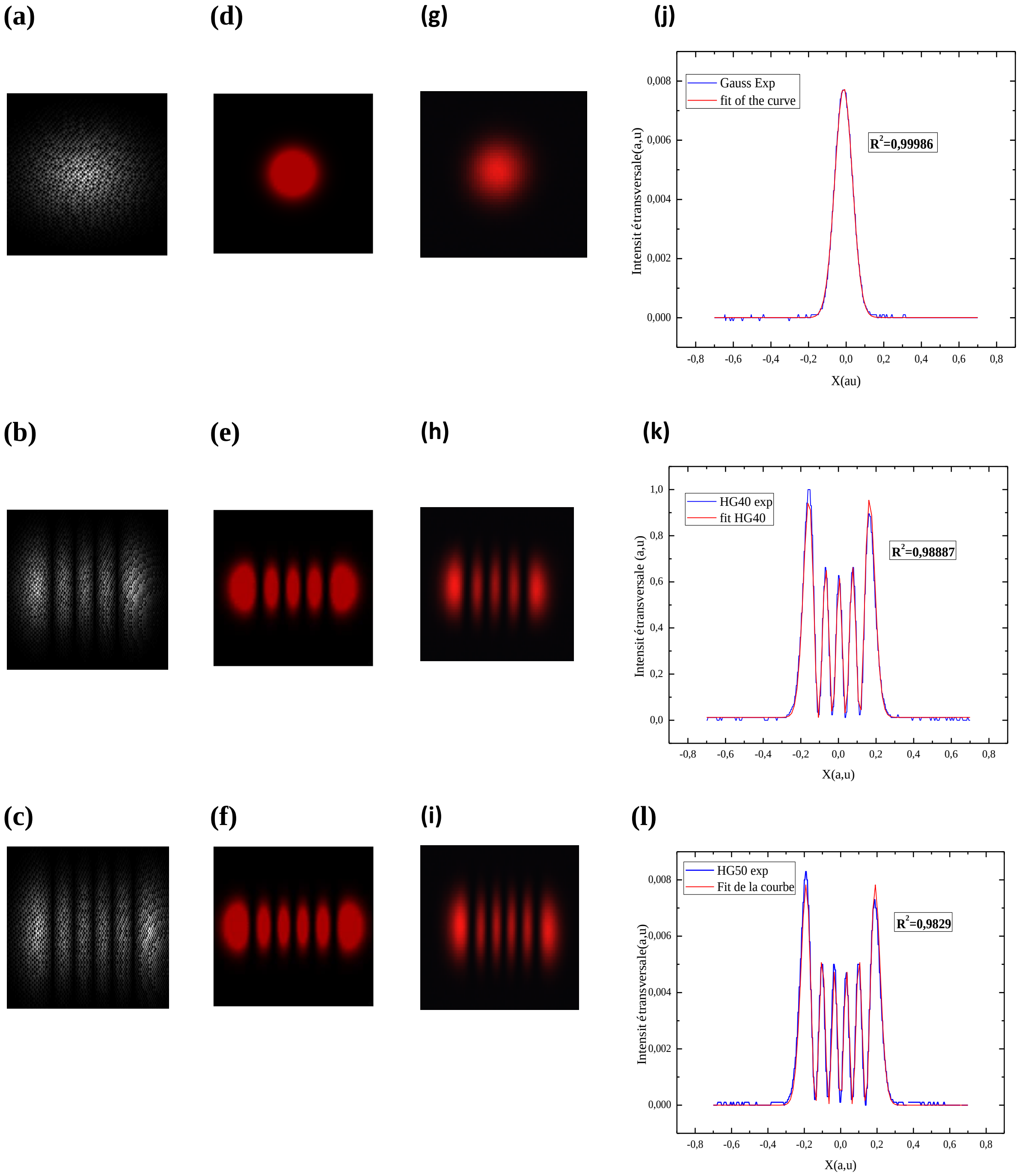


FIGURE 1.19-Hologrammes utilisés (a-c).profil d'intensité 2D théorique (d-f) et expérimentale (g-i), et profil d'intensité transversale expérimentale avec leurs fits (j-l).

Les images des faisceaux HG_{00} sont présentées sur la rangée supérieure, les faisceaux HG_{40} sur la rangée du milieu et les faisceaux HG_{50} sur la rangée du bas, respectivement. D'après les résultats de la génération des modes transverses d'ordres élevés type Hermite-Gauss , avec le SLM , nous avons trouvé que les profils des modes HG_{m0} générés ressemblent clairement aux hologrammes correspondant à leur génération et que la distribution de l'intensité transversale des faisceaux générés coïncide exactement avec le fits des courbes , ce qui confirme la validité de notre génération et ce qui nous permet de continuer notre travail qui consiste à la diffraction des faisceaux Hermite-Gauss tronqué , par une ouverture rectangulaire et par un stop et qu'on va détaillé dans les chapitres suivants.

1.8 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons exposé les théories fondamentales concernant les faisceaux lasers. Nous avons également décrit l'équation d'onde paraxiale et ses solutions, à savoir, les modes Gaussiens et Hermite-Gauss (standard et élégant). Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la génération des modes d'ordres supérieurs du type Hermite-Gauss, par conséquent, nous sommes parvenus à l'obtenir par l'utilisation de SLM en Afrique du Sud. Nous verrons dans le chapitre suivant les propriétés de la mise en forme des faisceaux HG_{m0} à l'aide d'un diaphragme.

BIBLIOGRAPHIE

[01] A.E.Siegman, " **Lasers**", University Science Books, Mill Valley, California, (1986).

[02] A.Hasnaoui, A.Bencheikh, and K.A ï-Ameur, "**Tailored TEM_{p0} beams for large size 3-D laser prototyping**", Optics and Lasers in Engineering.49, 248–251 ,(2011).

[03] A.Hasnaoui, A.Bencheikh, M.Fromager , E.Cagniot and K.A ï-Ameur, "**Creation of a sharper focus by using a rectified TEM_{p0} beam"**, Optics Communications.284, 1331–1334 ,(2010).

[04] A.Völl, S.Vogt, R.Wester , J. Stollenwerk and P.Loosen, " **Application specific intensity distributions for laser materials processing: Tailoring the induced temperature profile**", Optics and Laser Technology. 108, 583–591 ,(2018).

[05] D. Jahn, D. Schumacher, C. Brabetz et al., " **First application studies at the laser-driven LIGHT beamline: Improving proton beam homogeneity and imaging of a solid target**", Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A. 909, 173–176 ,(2018).

[06] P.Bate, P.Lundin, E.L.Ulmgren and B.Hutchinson, " **Application of laser-ultrasonics to texture measurements in metal processing**", Acta Materialia. 123, 329–336 ,(2017).

[07] S.Marimuthu, H. Kürs¸A.Sezer and A. M. Kamara, " **Developments in Surface Contamination and Cleaning**", Elsevier Inc., Oxford, (2019).

[08] J.C.Maxwell, "**A treatise on electricity and magnetism**", University of Oxford: Clarendon Press.Art.793, (1891).

[09] A.Stuart and Jr.Collins," **Analysis of Optical Resonators Involving Focusing Elements**", Applied Optics. volume 3, number 11, 1263–1276 ,(1964).

[10] H.Kogelnik and T.Li," **Laser Beams and Resonators**", Applied Optics.volume 5, number 10, 1550–1567 ,(1966).

[11] E. Wol, " **Progress in Optic 42**", Elsevier Inc, North Holland, (2001).

[12] D. A. G. Deacon, L. R. Elias et al.," **First Operation of a Free-Electron Laser**", Physical Review Letters. volume 38, number 16, 892–894 ,(1977).

[13] K. Shimoda: "**Introduction to Laser Physics**", Springer-Verlag, Berlin and New

York, (1984).

[14] Y. A. Ananiev, "**Laser Resonators and the Beam Divergence Problem",** IOP Publishing,Bristol,(1992).

[15] M. Endo and R. F. Walter, "**Gas Lasers** ", CRC Press, New York (2007).

[16] H.Kogelnik and T.Li, **"Laser beams and resonators**", Appl. Opt. 5, 1550-1567 ,(1966).

[17] A. E. Siegman, "**New developments in laser resonators**", in Optical Resonators, Proc. SPIE 1224, 2-14,(1990).

[18] M.Born and E.Wolf, "**Principles of Optics**", 6ième édition, Cambridge University Press, New York, (1980).

[19] N.Hodgson and H.Weber, "**Laser Resonators and Beam Propagation**", 2ième édition, Springer Science and Business Media inc, New York, (2005).

[20] A. Ghatak, "**Optics**", 1ère édition, McGraw-Hill inc, New York, (2010).

[21] S.Gigan, " **Ampification paramétrique d'images en cavité: Effets classiques et quantiques** " , PhD thesis, Université de Paris VI, (2004).

[22] J. P. Conry, " **Polarization properties of maxwell-gauss laser beams**" , PhD thesis, Université de Arkansas. Fayetteville, (2012).

[23] D.S .Simon, "**A Guided Tour of Light Beams**", Morgan & Claypool Publishers, USA, (2016).

[24] S. Forget, "**Optique des lasers & faisceaux gaussiens** ", Cours de Laboratoire de Physique des Lasers, Université Paris Nord/13,(2010).

[25] J. V.Roey, J. van der Donk, and P. E. Lagasse, "**Beam-propagation method: analysis and assessment**", JOSA, volume 71, number 7, 803–810 ,(1981).

[26] A. Culoma, "**Propagation des faisceaux gaussiens. Transport des faisceaux de puissance**" , Cours thématique de l'Ecole d'Ete Systemes Optiques, France,Volume 3, 245-262,(1992).

[27] N.Mishra, " **Analysis of Beam Properties of Lorentz-Gauss and Hermite- Gaussian beams for Unstable Resonator through Paraxial ABCD Optical System** " , PhD thesis, Université de Thapar, Patiala, India, (2015).

[28] A.Bencheikh, " **Développement d'une technique d'analyse de la phase dans les lasers et interférogrammes**" , PhD thesis de Université de Sétif 1, (2012).

[29] M.Kasprzack, " **Thermally Deformable Mirrors: a new Adaptive Optics scheme for Advanced Gravitational Wave Interferometers** " , PhD thesis de l'université Paris Sud 11, (2014).

[30] P.Fulda, " **Precision Interferometry In A New Shape: Higher-Order Laguerre-Gauss Modes For Gravitational Wave Detection**" , PhD thesis de l'université de Birmingham, (2012).

[31] H.C. Kim and Y. H. Lee, "**Hermite–Gaussian and Laguerre–Gaussian beams beyond the paraxial approximation** ", Optics Communications.169, 9–16 ,(1999).

[32] J.Gua, P.Yang, and Y.Zhang, "**The intensity distribution of Hermite–Gaussian beam through anannular aperture** ", Optik.124, 5858–5862 ,(2013).

[33] S.Ngcobo, " **Applications Of Digital Holograms For The Selection And Detecton Of Transverse Laser Modes**" , PhD thesis de l'université de KwaZulu-Natal, Durban., (2014).

[34] E. J. Galvez, "**Gaussian Beams**" , Cours Department of Physics and Astronomy ,Colgate University,(2009).

[35] L. Burger, " **Novel implementation of a phase-only spatial light modulator for laser beam shaping**" , PhD thesis, Université de Stellenbosch Private Bag X1 Matieland 7602 South Africa, (2016).

[36] S. Saghafi, C.J.R.Sheppard and J.A.Piper, " **Characterising elegant and standard Hermite-Gaussian beam modes**", Optics Communications. 191, 173–179 ,(2001).

[37] A.E.Siegman, " **Hermite-gaussian functions of complex argument as optical-beam eigenfunctions** ", JOSA. volume 63, number 9, 1093–1094 ,(1973).

[38] S. Y. Shin and L. B. Felsen, " **Gaussian beam modes by multipoles with complex source points** ", Optical Society of America. volume 67, number 5, 699–700 ,(1977).

[39] S. Saghafi and C.J.R. Sheppard, " **The beam propagation factor for higher order Gaussian beams**", Optics Communications. 153, 207–210 ,(1998).

[40] A. Kostenbauder, Y. Sun, and A. E. Siegman," **Eigen mode expansions using biorthogonal functions:complex-valued Hermite–Gaussians**", JOSA.A.volume14, number 8 , 1780–1790 ,(1997).

[41] L.W.Casperson and D.G.Hall, " **Sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems**", JOSA.A.volume 14, number 12, 3341–3348 ,(1997).

[42] L.W.Casperson, " **Hermite–sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems**", JOSA.A.volume 15, number 4, 954–961 ,(1998).

[43] E.Zauderer, " **Complex argument Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian beams**", JOSA.A.volume 3, number 4, 465–469 ,(1986).

[44] Y. Huang , Z.Gao and B.Zhang, "**The Rayleigh range of elegant Hermite–Gaussian beams in non-Kolmogorov turbulence** ", Optics & Laser Technology.50, 125–129 ,(2013).

[45] Y.X .Ren, Z.X. Fang, L. Gong, K. Huang, Y. Chen and R.D. Lu, **" Digital generation and control of Hermite–Gaussian modes with an amplitude digital micromirror device**", J. Opt. 17, 10pp ,(2015).

[46] Y.X.Ren, R.D.Lu and L. Gong, " **Tailoring light with a digital micromirror device**", Ann. Phys. 527, 447–470 ,(2015).
[47] V. Bansal and P. Saggau, " **Digital Micromirror Devices: Principles and Applications in Imaging**", Cold .Spring. Harb .Protoc. 5, 404–411 ,(2014).
[48] C. R.Guzmán and A. Forbes, " **How to Shape Light with Spatial Light Modulators**", SPIE Book , Bellingham, Washington, (2017).
[49] A. Dudley, " **Superpositions of light fields carryinc orbital angular momentum**" , PhD thesis, School of chemistry and physics , Université de KwaZulu-Natal,Durban, South Africa, (2012).
[50] A.Mourka, " **Probing the Modal Characteristics of Novel Beam Shapes** " , PhD thesis, Universitéde St. Andrews. Scotland, (2013).

chapitre 2

Modélisation De La Diffraction Des Faisceaux HG Par Une Ouverture Rectangulaire

2.1 Introduction

Le mode Hermite-Gaussien (HG), en tant qu'un des modes électromagnétiques transverses fondamentaux, a des avantages significatifs dans diverses applications, y compris intrication quantique[1,2], guidage d'atomes ultra-froids[3] et accélération de particules[4], dont certaines nécessitent des manipulations complexes (telles que création dynamique et transformation spatiale arbitraire en trois dimensions avec défis) sur les modes HG. En plus , Quand on veut forcer un laser à osciller sur un seul mode d'ordre supérieur, il doit insérer un élément diffractif à l'intérieur de la cavité, par exemple pour générerHG_{90}, nous devons faire le bon choix pour le générer, et aussi si nous voulons générer un mode d'ordre inférieur comme HG_{10} , nous devons aussi changer l'élément diffractif et faire le choix exact, et chaque fois que nous avons besoin d'un faisceau avec un ordre défini, nous devons changer l'élément diffractif, à partir de ce point, nous avons pensé à l'idée qui consiste à; générer par exemple un seul mode d'ordre supérieur , et à partir de cet ordre de faisceau, nous utilisons une simple ouverture pour générer tous les ordres inférieurs à l'ordre le plus élevé.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la modélisation mathématique et à la simulation de la diffraction des faisceaux Hermite -Gauss d'ordre multiple par un diaphragme dans la zone du plan focal d'une lentille, puis on va donner une comparaison entre les résultats obtenus théoriquement avec celles obtenus à partir des manipulations faites au sein du laboratoire "**Structured Light**" de l'Afrique du Sud. Tout ce travail a été fait dans le but de la réalisation de toute la famille de Faisceaux Hermite- Gauss HG_{m0} à partir de l'ordre le plus élevé de la famille en utilisant un diaphragme d'ouverture variable (ouverture d'amplitude). Au cours de ce chapitre on va montrer la validité de notre proposition à travers les équations et les courbes. On a divisé ce chapitre en plusieurs taches, telles que ; on commencera par un développement analytique suivi d'une simulation numérique de la diffraction de différents faisceaux HG_{m0} par un diaphragme de diamètre variable, cette étude est faite dans le focal d'une lentille de focalisation. Après on va étendre l'étude hors plan focal, mais avant cette dernière étude, on va déterminer d'abord le décalage focal des faisceaux HG diffracté (pratiquement et numériquement).

Pour valoriser les résultats, on passera à la caractérisation des faisceaux HG_{m0} d'ordres plus petits obtenus à travers la diffraction de faisceaux HG_{m0} d'ordres élevé. Les outils qu'on utilisera sont, les fits des courbes, le continu de la puissance et le facteur de qualité M^2.

Avant de détailler notre étude sur la mise en forme des faisceaux Hermite-Gauss par une ouverture rectangulaire il est important d'abord d'illustrer le principe de diffraction de Fresnel-Kirchhoff, qu'on a utilisé pour trouver l'amplitude du champ diffracté en coordonnées cartésiennes.

2.2 La forme de diffraction de Fresnel-Kirchhoff

La diffraction est le phénomène "d'éparpillement" de la lumière que l'on observe lorsqu'une onde est matériellement limitée. Elle joue dans la formation des images un rôle décisif puisque tout système optique limite irrémédiablement l'étendue de l'onde incidente. L'interprétation de ce phénomène s'appuie sur la propagation ondulatoire de la lumière et connue sous le principe d'Huygens-Fresnel. Kirchhoff a montré que le principe d'Huygens-Fresnel peut être considéré comme une approximation d'une intégrale spécifique qui donne la solution de l'équation d'onde homogène en un point arbitraire du champ en fonction des solutions et de ces dérivées premières en tous points d'une surface arbitraire fermée[5.6].La FIGURE 2.1 illustre la diffraction qui produite par une ouverture de forme arbitraire dans un écran opaque.

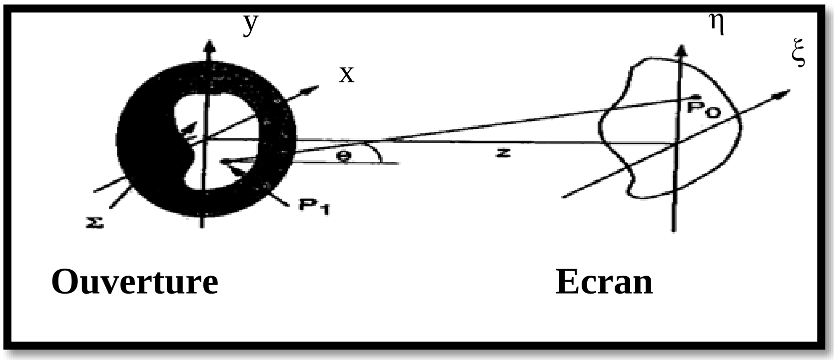


FIGURE 2. 1-Représentation géométrique pour la formulation de Fresnel-Kirchhoff [5].

La formule de diffraction de Kirchhoff (également appelée formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff) peut être utilisée pour modéliser la propagation de la lumière dans une large gamme de configurations, de manière analytique ou à l'aide de la modélisation numérique . L'équation est dérivée en faisant plusieurs approximations du théorème d'intégrale de Kirchhoff pour dériver la solution de l' équation d'onde homogène.

Le principe de la diffraction scalaire de Fresnel-Kirchhoff basée sur l'approximation paraxiale (une petite ouverture numérique). Les effets tels que ; la dépolarisation et les aberrations géométriques ne seront pas considérés [7].

Considérant que E_0 le champ initial et λ la longueur d'onde, z la distance de propagation, et le (ζ, η) plan d'image, (x,y) le plan de diaphragme, r Représente le rayon de l'ouverture de diaphragme . Selon le principe de Huygens-Fresnel, le champ d'une onde électromagnétique au travers d'une ouverture est généralement donné par l'équation (2.1)[8].

$$u(\xi,\eta) = \frac{E_0}{i\lambda z} exp(ikz) exp\left[i\frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)\right] * \iint exp\left[i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)\right] exp\left[-i\frac{k}{z}(x\xi+y\eta)\right] dxdy \qquad (2.1)$$

2.3 Étude de la diffraction du faisceau HG_{m0} au voisinage de plan focal d'une lentille de focale f= 250mm

Il est nécessaire de mentionner que cette étude comporte une partie expérimentale, mais avant de montrer notre résultats , il fallait donner une modélisation mathématique de la diffraction des faisceaux Hermite Gauss tronqué par un diaphragme d'ouverture variable dans le plan focal d'une lentille , et par la suite on a fait un développement qui décrit l'expression analytique de la diffraction et l'évaluation de l'étude se fait par une comparaison entres les résultats théorique et expérimentaux.

2.3.1 L'ouverture rectangulaire (Diaphragme)

Le diaphragme rectangulaire est un composant optique, très simple et peu coûteux qui permet de faire des mises en forme lasers très importantes et très utiles. Il est considéré comme l'outil le plus imposant dans l'optique diffractive, à cause de ces nombreuses utilisations scientifiques. Il est caractérisé par sa largeur "a" (voir FIGURE 2.2), La largeur du diaphragme est modulée selon les zéros du polynôme d'Hermite et sa transmittance τ donnée dans la relation (2.2).

$$\tau = \begin{cases} 1, & -a < x < +a \\ 0, & -\infty < x \geq -a \; et + a < x < +\infty \end{cases} \tag{2.2}$$

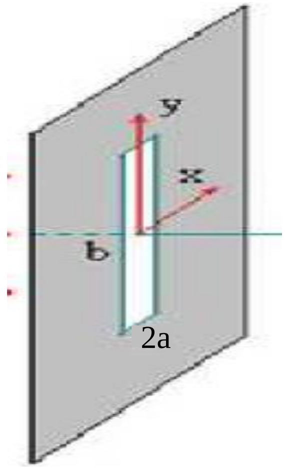


FIGURE 2.2-Ouverture rectangulaire de largeur a et hauteur b.

2.3.2 Caractéristique du faisceau incident

Nous considérons un faisceau laser Hermite-Gauss d'ordre m, la distribution du champ optique, dans le plan z = 0 dans les domaines de coordonnées cartésiennes est donné par la relation (2.3) [9].

$$u_{in}(x,0) = H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w_0}x\right) exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) \tag{2.3}$$

Les distributions des intensités des faisceaux Hermite-Gauss pour m=0,1,2,3,4,5 sont tracées en élevant l'équation (2.3) au carré dans la FIGURE 2.3, pour pouvoir distinguer facilement la différence entre les faisceaux difractés et les faisceaux pures.

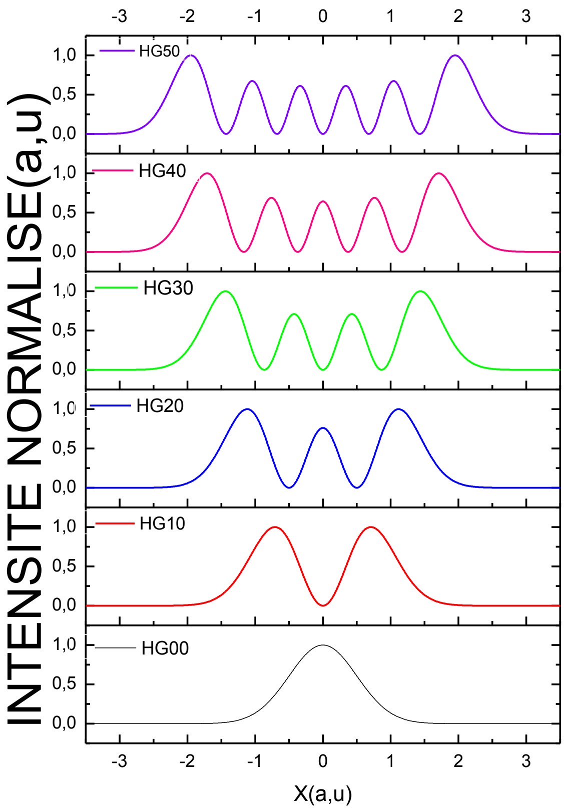


FIGURE 2. 3-Distributions d'intensité pour les faisceaux Hermite - Gauss pour m = 0, 1, 2, 3,4 et5.

Dans ce présent travail, nous nous intéressons particulièrement à l'étude des modes Hermite-Gauss HG_{m0} (d'indice n=0) pour clarifier les principaux résultats physiques, mais une extension supplémentaire à l'espace 2D est simple. Le Tableau 2.1 donne les cinq premiers polynômes du faisceau Hermite-Gauss standard.

m	Faisceau	Le polynôme Hermite $\boldsymbol{H_m}\left(\frac{\sqrt{2}}{w_0}\boldsymbol{x}\right)$
0	HG_{00}	1
1	HG_{10}	$2\sqrt{2}(x/w_0)$
2	HG_{20}	$8(x/w_0)^2 - 2$
3	HG_{30}	$16\sqrt{2}(x/w_0)^3 - 12\sqrt{2}(x/w_0)$
4	HG_{40}	$64(x/w_0)^4 - 96(x/w_0)^2 + 12$
5	HG_{50}	$128\sqrt{2}(x/w_0)^5 - 320\sqrt{2}(x/w_0)^3 + 120\sqrt{2}(x/w_0)$

Tableau 2.1-Polynômes de Hermite Standard $\mathbf{H_m}\left(\frac{\sqrt{2}}{\mathbf{w_0}}\mathbf{x}\right)$ d'ordre m.

Le principe de mise en forme est illustré sur le schéma synoptique de la FIGURE 2.4. Le schéma contient : initialement un faisceau HG_{m0} qui traverse un diaphragme d'ouverture variable, puis focalisé par une lentille de focale f (dans le but de rapprocher le champ lointain). Finalement l'observation de la figure de diffraction se fait autour du plan focal.

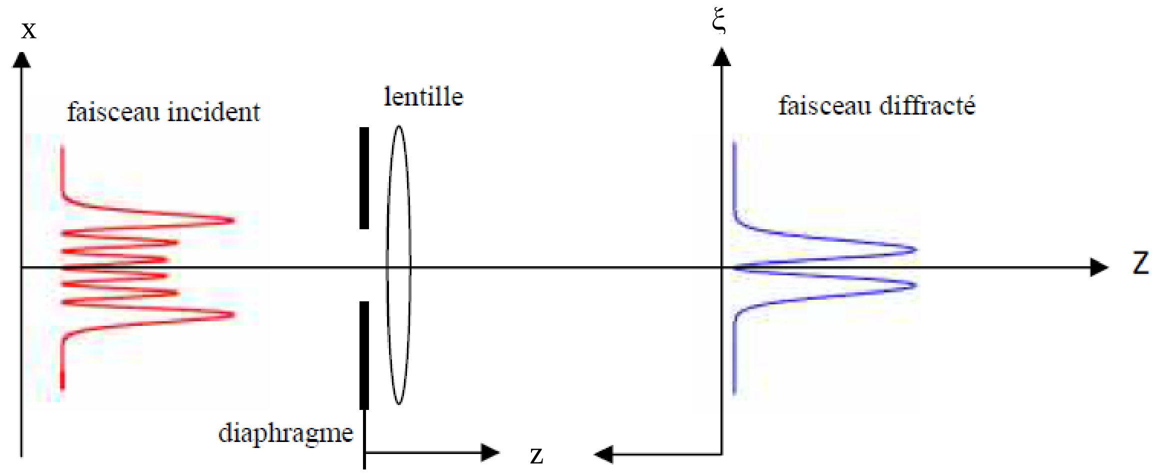


FIGURE 2. 4-Schéma synoptique du système utilisé dans la transformation d'un faisceau HG_{m0} Par un diaphragme.

Le champ u(ξ,z) du faisceau HG passé par le système représenté dans la figure (2.4) est donné par l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff par l'équation (2.4)

$$u(\xi,z)=\frac{iexp(-ikz)}{\lambda z}\int_{-a}^{+a}E_{in}(x)\,exp\left[-i\pi\frac{(x-\xi)^2}{\lambda z}\right]\exp\left(\frac{i\pi x^2}{\lambda f}\right)dx \qquad (2.4)$$

x,ξ: représentent respectivement les coordonnées cartésiennes dans les plans ; d'entrée (avant la lentille et Diaphragme) et celui de sortie (Après le Diaphragme et la lentille).

z : est la distance de propagation sur l'axe longitudinal.
λ: La longueur d'onde est égale à 632.8 nm.
2a:représente la largeur du diaphragme.
On arrange les termes de l'intégrale et on écrit l'équation (2.5) :

$$u(\xi,z)=\frac{iexp\left(-ikz-\frac{i\pi\xi^2}{\lambda z}\right)}{\lambda z}\int_{-a}^{+a}E_{in}(x)\,exp\left(\frac{-i\pi x^2}{\lambda}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right)exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda z}x\xi\right)dx \qquad (2.5)$$

Dans le plan focal d'une lentille (z=f) et par simplification de l'équation (2.5), l'intégrale s'écrit sous forme de l'équation (2.6)

$$u(\xi,z=f)=c\,exp\frac{(-i\pi\xi^2)}{\lambda z}\int_{-a}^{+a}\tau(x)E_{in}(x)\left[\cos\left(\frac{2\pi x\xi}{\lambda z}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi x\xi}{\lambda z}\right)\right]dx \qquad (2.6)$$

D'où l'intensité lumineuse est donnée en élevant au carré l'amplitude du champ (équations (2.7) et (2.8)),

$$I(\xi,z)=|u(\xi)u^*(\xi)| \qquad (2.7)$$

$$I(\xi,z=f)=\frac{1}{\lambda^2f^2}\left[\left|\int_{-a}^{+a}\tau(x)E_{in}(x)\left[\cos\left(\frac{2\pi x\xi}{\lambda z}\right)\right]dx\right|^2+\left|\int_{-a}^{+a}\tau(\xi)E_{in}(\xi)\left[\sin\left(\frac{2\pi x\xi}{\lambda z}\right)\right]dx\right|^2\right] \qquad (2.8)$$

2.3.3 Développement analytique

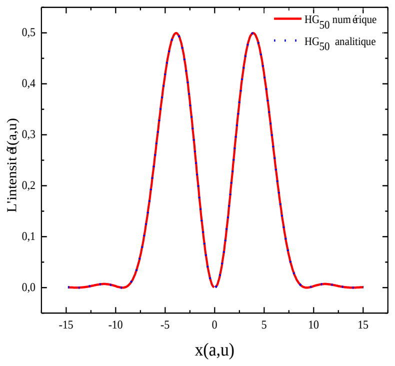
Dans cette sous-section et en premier point on va développer analytiquement une expression générale à partir de l'équation (2.8) qui permet de déduire la distribution de l'intensité transversale du faisceau HG_{m0} diffracté par une ouverture rectangulaire. On utilise les développements en série des polynômes d' Hermite, de la fonction exponentielle et des cosinus et sinus présentés dans la relation (2.9). [10]

$$\begin{cases} H_m(x)=\sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}(2x)^{m-2s} \\ exp\left(\frac{-x^2}{w_0^2}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(\frac{-x^2}{w_0^2}\right)^n \\ \cos x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!} \\ \sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \end{cases} \qquad (2.9)$$

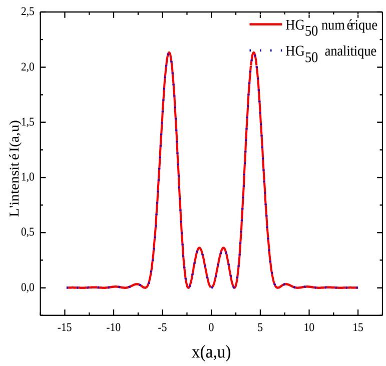
Ce qui donne après un long calcul (voir Annexe A) l'expression analytique de l'intensité des faisceaux HG d'ordre m et qui est présenté par la formule (2.10):

$$\mathbf{I}=\frac{1}{\lambda^2 f^2}\left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}(-1)^{s+n+k}\frac{m!(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s}s!(m-2s)!n!}\frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h}}{(2h)!}\xi^{2k}\frac{a^{m-2s+2n+2h+1}}{m-2s+2n+2h+1}\right|^2+$$
$$\left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{s+n+h}\frac{m!(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s}s!(m-2s)!n!}\frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h+1}}{(2h+1)!}\xi^{2k+1}\frac{a^{m+2(n-s+h+1)}}{m+2(n-s+h+1)}\right|^2 \qquad (2.10)$$

On va exploiter l'expression de l'intensité lumineuse donnée par l'équation (2.10) pour simuler les différentes situations possible. Le calcul est fait sous environnement Mathématica.11.La représentation des courbes est faite à son tour sur origine 8. Initialement on va donner une comparaison entre le calcul classique de la figure de diffraction basée sur la solution numérique de l'intégrale de l'équation (2.8) et la fameuse expression analytique de l'intensité donnée dans l'équation (2.10) voir FIGURE 2.5. En prend comme exemple la diffraction du faisceau HG_{50} en leur premier zéro et leur deuxième zéro.



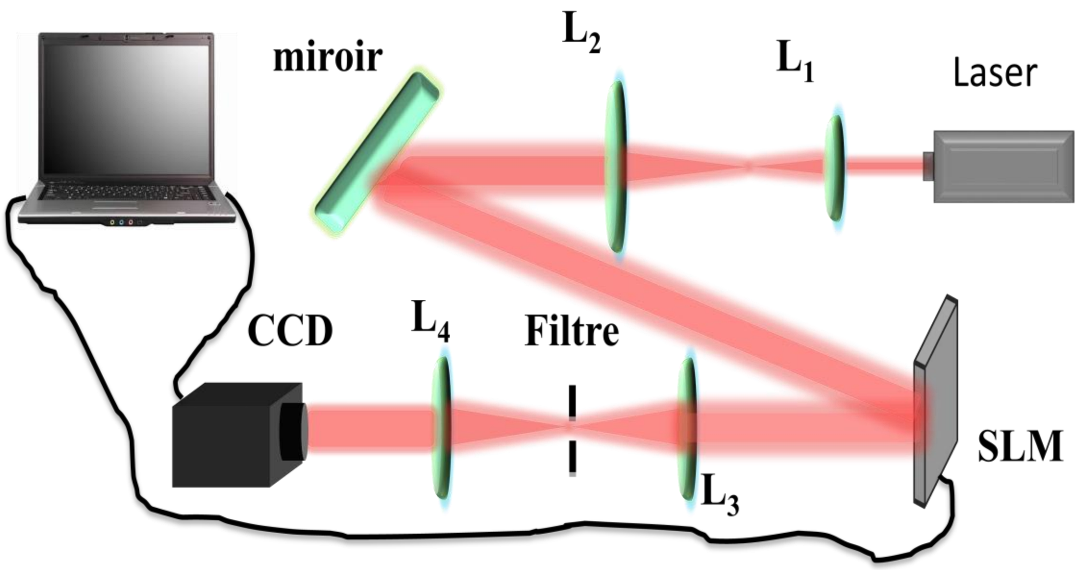
(a)



(b)

FIGURE 2. 5-La distribution de l'intensité transversale pour le calcul numérique et analytique d'un faisceau HG_{50} diffracté par un diaphragme sur (a) le premier zéro ;(b) le deuxième zéro.

Comme deuxième point de cette sous-section, on va présenter notre approche expérimentale concernant la diffraction des faisceaux HG tronqué par un diaphragme dans le plan focal d'une lentille. La configuration expérimentale utilisée est montré à la FIGURE 2.6., on a intégré l'ouverture rectangulaire et la lentille dans les hologrammes implantés dans le SLM.



.

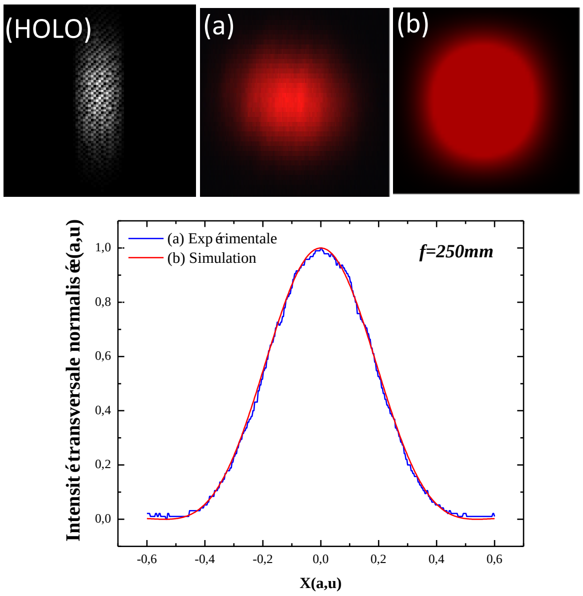
FIGURE 2. 6-Schéma du montage expérimental. Le faisceau étendu d'un laser He – Ne (632,8 nm) sert à éclairer le SLM. La configuration du faisceau de sortie est capturée par une caméra CCD et affichée sur l'écran du PC à l'aide du logiciel Point Grey FlyCap2.

La source de lumière utilisée est le laser **He–Ne** qui a une longueur d'onde λ=632.8 nm. On a; Lentille L1 (f 1 = 50 mm) et lentille L2 (f 2 = 500 mm) constituant le télescope et qui a le rôle d'élargir la largeur du faisceau laser de dix fois. Un miroir M1 est utilisé pour diriger le faisceau laser collimaté afin d'éclairer le SLM. Nous avons utilisé un SLM de la compagnie HOLOEYE , modèle PLUTO , qui se compose d'une unité de pilotage avec interface vidéo numérique standard (HDMI) , et une phase seulement LCOS (Liquide Crystal On Silicon),micro affichage avec une résolution HD complète de (1920* 1080 pixel) , et un pas de pixel de 8 µm conduisant à une zone active de taille totale de 15.36mm*8.64mm. Ce modulateur ne fonctionne que comme modulateurs de phases et en réflexion. Une photo de SLM utilisé apparaît dans la FIGURE 2. 7.

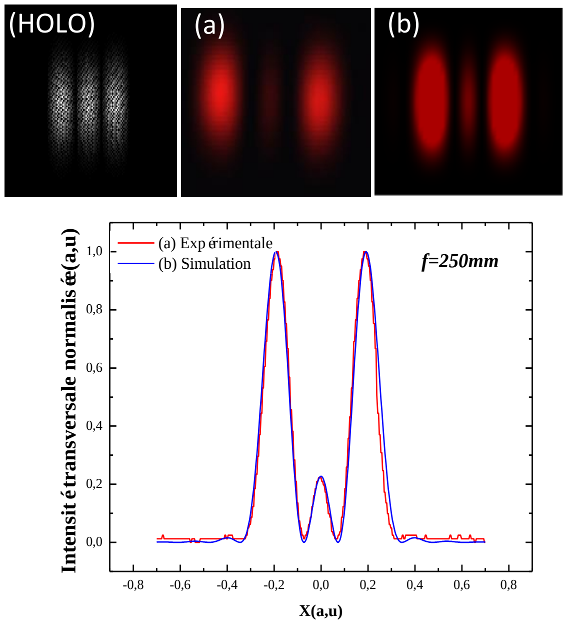
FIGURE 2. 7-Photographie d'un HoloEye SLM.

Afin d'obtenir le motif optique souhaité, un ordre de diffraction est sélectionné à l'aide d'un diaphragme situé dans le plan focal d'une lentille et enregistré sur une caméra (CCD). Le réglage de la caméra est utilisé tout au long de l'expérience pour atténuer la puissance des faisceaux produits afin d'éviter la saturation en gain de la caméra CCD , L'ordinateur permettait de contrôler le SLM, d'afficher et d'enregistrer les données fournies par la camera. L'ordinateur est connecté via un câble USB au CCD et un câble HDMI au SLM. Il l' affiche deux écrans, l'écran 1 pour afficher l'interface de l'ordinateur, y compris le logiciel associé au CCD. L'écran 2 affiche l'hologramme souhaité tout en le transmettant au SLM.

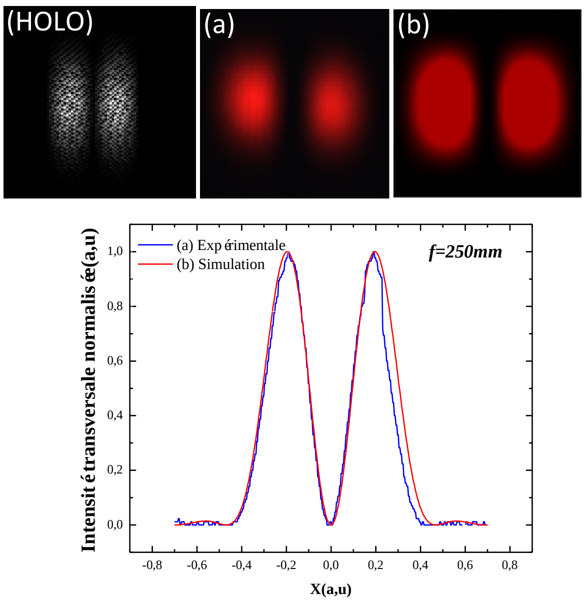
L'expérience ce fait pour deux ordres du faisceau Hermite-Gauss ,HG_{40} et HG_{50} . La FIGURE 2.8 donne les distributions des intensités théorique (calculées à partir du l'équation (2.8)) et expérimentale (traitées par le logiciel Matlab) et représentées toujours sur origine8.



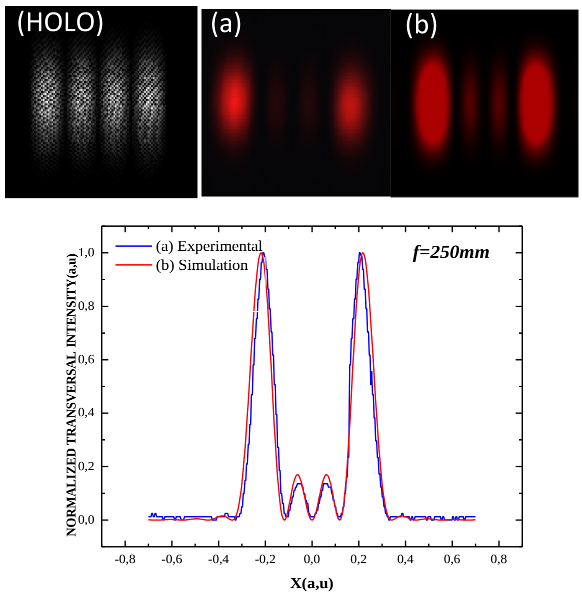
(A)



(B)



(C)



(D)

FIGURE 2. 8-Profils d'intensité transversale théoriques et expérimentaux au niveau du plan focal de (A) HG_{40} tronqué sur son premier zéro; (B) HG_{40} tronqué sur son deuxième zéro; (C) HG_{50} tronqué sur son premier zéro; (D) HG_{50} tronqué sur son deuxième zéro.

2.3.4 Résultat

Après le passage des faisceaux HG_{m0} par l'ouverture rectangulaire et dans le plan focal d'une lentille collée à ce dernier on a pu constaté que:

-Pour la FIGURE 2.5, il est clair que les courbes obtenus à partir du calcul numérique et celles obtenus à partir du calcul analytique sont confondus, ce qui confirme la validité de notre calcul.

-La FIGURE 2.8 montre que les profils d'intensité transversale théoriques et expérimentales se ressemblent bien, et même les images obtenus par simulation et celles capturées expérimentalement sont similaires, ce qui confirme aussi notre calcul.

- On constate aussi que, l'image de diffraction des faisceaux HG_{m0} tronqué sur ses zéro dans le plan focal de la lentille donne des courbes des comportements non connus (comparé aux profils tracés sur la FIGURE 2.3.Cette constatation nous a obligés de chercher l'image de diffraction hors le plan focal .

2.4 Étude de la diffraction du faisceau HG_{m0} hors le plan focal d'une lentille de focale f= 250mm

Comme on l'a déjà évoqué, les faisceaux Hermite-Gauss obtenus dans le plan focal après la diffraction par un diaphragme, ne coïncident pas avec les faisceaux Hermite-Gauss pure, pour cela, on va aborder dans cette section la variation de l'intensité transversale des deux modes transverses HG_{40} et HG_{50} à travers d'une ouverture rectangulaire d'un paramètre de troncature ($\delta=a/w_0$), hors le plan focal de la lentille de focal f=250mm. En effet, cette étude est aussi réalisée expérimentalement, donc au cours de cette partie, on va donner les résultats trouvés sous forme de courbes comparatives (théorique et expérimentale)

2.4.1 Modélisation Mathématique

Etant donné que l'expression de l'intensité des faisceaux tronqués est obtenue à partir de l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff. On utilisant la relation (2.1), où $Z \neq f$, l'expression de l'intensité devient comme le montre la relation (2.11)

$$I(\xi,z\neq f)=\frac{1}{\lambda^2 f^2}\left[\left|\int_{-a}^{+a}\tau(x)E_{in}(x)\left[\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(\left(\frac{2x\xi}{z}\right)-x^2\left(\frac{f-z}{f^*z}\right)\right)\right]\right]dx\right|^2+\left|\int_{-a}^{+a}\tau(x)E_{in}(x)\left[\sin\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(\left(\frac{2x\xi}{z}\right)-x^2\left(\frac{f-z}{f^*z}\right)\right)\right]\right]dx\right|^2\right] \tag{2.11}$$

Comme dans la section précédente, on a aussi calculé dans cette section l'expression analytique de l'intensité des faisceaux diffracté hors le plan focal. L'expression de champ hors le plan focal s'écrit selon l'équation (2.12)

$$u(\xi, z=f) = Cexp\left(-\frac{i\pi(z-f)}{\lambda z f}\left(\frac{\xi f}{z-f}\right)^2\right)\int_{-a}^{a} Hm(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{z*f}x^2\right)\right)\right)+ i\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{z*f}x^2\right)\right)\right)\right]dx \quad (2.12)$$

On utilise d'abord les relations trigonométriques (2.13,2.14)pour simplifier les expressions de cosinus et de sinus tel que:

$$\cos(A+B) = \cos(A)\ \cos(B) - \sin(A)\sin(B) \quad (2.13)$$

$$\sin(A+B) = \sin(A)\cos(B) + \sin(B)\cos(A) \quad (2.14)$$

donc la relation du champ devient:

$$u(\xi) = Cexp\left(-\frac{i\pi(z-f)}{\lambda z f}\left(\frac{\xi f}{z-f}\right)^2\right)\int_{-a}^{a} Hm(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[\left(\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\ \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right) + i\left(\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right) + \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\right)\right] \quad (2.15)$$

Par l'utilisation des développements en série mentionnés dans la relation (2.9), et après un ensemble de calculs mathématiques (voir Annexe B), on est arrivé à écrire l'intégrale de la formule (2.11) analytiquement avec la relation (2.16).

$$I(x) = \left(\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{\pi})2^m m!}\frac{1}{\lambda\sqrt{z}}\right)^2 \left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+1}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+1}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h)!(2l)!(m-2s+2n+2h+4l+1)}(\xi)^{2k}\right] - \sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+4}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+4}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h+1)!(2l+1)!(m-2s+2n+2h+4l+4)}(\xi)^{2h+1}\right]\right|^2 + \left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+2}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+2}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h+1)!2l!(m-2s+2n+2h+4l+2)}(\xi)^{2h+1}\right] + \sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+3}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+3}\right)}{s!(m-2s)!n!(2l+1)!2h!(m-2s+2n+2h+4l+3)}(\xi)^{2h}\right]\right|^2 \quad (2.16)$$

La méthode de vérification de la validité de notre calcul est toujours le traçage de la distribution de l'intensité basée sur la solution numérique de l'intégrale et celle calculée analytiquement dans le même graphe, pour pouvoir les comparer. On prend comme exemple la FIGURE 2.9, qui présente la diffraction du faisceau HG_{50} en leur premier zéro et leur deuxième zéro hors le plan focal.

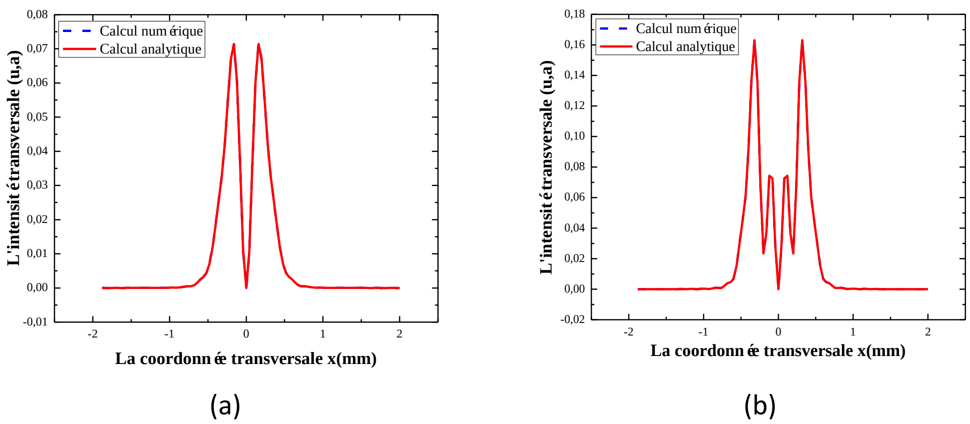


FIGURE 2. 9-Distribution de l'intensité transversale pour le calcul numérique et analytique d'un faisceau HG_{50} diffracté par un diaphragme sur (a)le premier zéro, (b) le deuxième zéro.

A travers la FIGURE 2.9, il est clair que les deux courbes (numérique et analytique) sont confondues, alors on peut dire qu'on a pu trouver une formule analytique qui décrit la variation de l'intensité transversale pour les faisceaux Hermite-Gauss tronquée par un diaphragme hors le plan focal de la lentille. Pour pouvoir présenter la courbe de l'intensité transversale hors le plan focal on est amené à déterminer la valeur de "Z", à partir de cette constatation, nous avons pensé à l'effet de décalage focal des faisceaux Hermite-Gauss tronqué sur ses zéro par un diaphragme d'ouverture rectangulaire.

2.4.2 Le décalage focal des faisceaux Hermite-Gauss tronqués

Le phénomène de décalage focal, qui se réfère au déplacement axial de l'intensité maximale sur l'axe par rapport au foyer géométrique lorsqu'on focalise un faisceau optique, a fait l'intérêt des chercheurs qui travaillent dans le domaine des faisceaux lasers durant plusieurs décennies [11-16]. Il est à noter que le décalage focal s'évalue en général en utilisant l'intensité sur l'axe, tel que le maximum d'intensité sur l'axe correspond au foyer réel [17-20]. Comme les faisceaux lasers Hermite-Gauss se classent en deux catégories, des faisceaux symétriques et des faisceaux anti symétrique, ces derniers possèdent toujours un centre d'intensité nul (intensité sur l'axe nulle), et par conséquent le critère de l'intensité sur l'axe pour l'évaluation du décalage focal n'est plus valable. Ce constat nous a amené à proposer une autre technique qui permet d'évaluer le décalage focal des faisceaux présentant une intensité axiale nulle, cette technique est basée sur l'évaluation de largeur du faisceau, la largeur minimale correspond à l'intensité maximale, ce qui permet de localiser et de déterminer la position du nouveau foyer et puis remonter à la valeur du décalage focal.

La FIGURE 2.10, schématise le système optique utilisé pour évaluer le décalage focal des faisceaux HG tronqué par un diaphragme de largeur égal à "2a" suivi par une lentille de focale f=250mm .

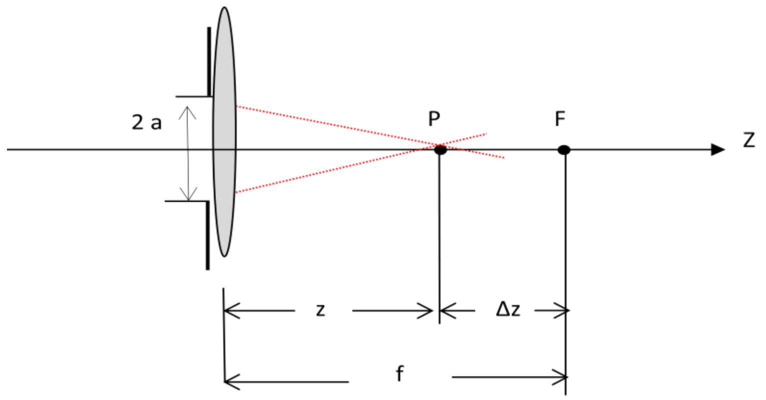


FIGURE 2. 10-Un schéma d'un système avec un diaphragme d'ouverture 2a et une lentille du focale f.

Le décalage focale est déterminé par:$\Delta z = f - z$ telle que:

z:la valeur du déplacement axial correspondant au valeur minimale de la largeur du faisceau.

Pour définir mathématiquement la largeur d'un faisceau laser arbitraire, on a choisi d'utiliser la méthode des moments d'ordre deux où la largeur est donné par la relation (2.17)[21].

$$W = 2\sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 I(x,z)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(x,z)dx}} \tag{2.17}$$

Avant d'entamer l'étude sur le décalage focal des faisceaux tronqués, il est nécessaire d'aborder d'abord l'étude sur les faisceaux non tronqués, ça veut dire que l'ouverture de diaphragme tend vers l'infini, et tous les faisceaux passent. La FIGURE 2.11illustre la variation de la largeur (w) des six premiers ordres des faisceaux HG non tronqués en fonction du coordonné longitudinale z, telle que w_0=1mm pour tous les ordres. Cette partie de l'étude est faite seulement en simulation.

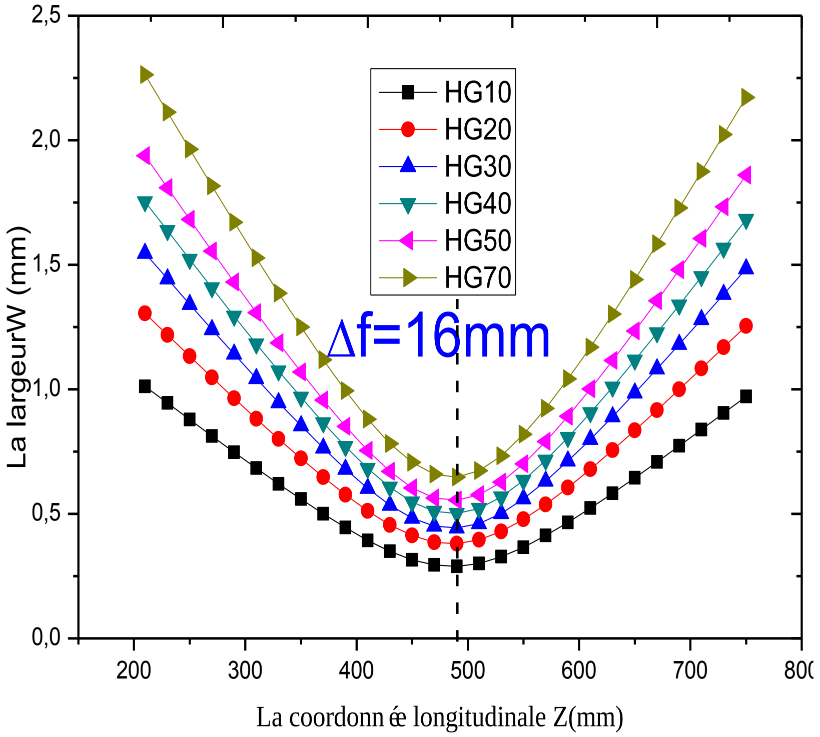


FIGURE 2. 11-Evolution de la largeur des faisceaux Hermite-Gauss de déférente ordres non tronqués focalisés par une lentille de f=500mm.

La FIGURE 2.11 montre l'évolution de largeur de sept premiers ordres HG_{m0} non tronqués et focalisés par une lentille de focale f=500mm. A première vue, il est assez claire que le minimum de largeur qui correspond au maximum de l'intensité ne coïncide pas avec le plan focal géométrique qui est situé à z=f=500mm, donc on peut dire qu'il ya un décalage focal qui vaut Δz=16mm. En outre, les six ordres du faisceau HG se focalisent dans le même point, ceci est parce que la largeur initiale (w_0) de ces derniers est la même, mais si on utilise des largeurs différentes les faisceaux doivent se focalisés dans des points déférents.

Procédons maintenant à l'étude de décalage focal des faisceaux HG tronqués sur ses zéros par une ouverture rectangulaire et focalisés par une lentille de focale f=250mm. Cependant, on varie la largeur de l'ouverture d'amplitude utilisée de telle sorte soit égale au zéros des faisceaux HG présentés dans le tableau (1.1) donner dans le chapitre 1.En effet , pour obtenir la variation de la largeur en fonction du coordonnée longitudinale "z" expérimentalement, on a utilisé le concept de la procédure illustrée dans la FIGURE 2.6.Cependant , on a implanté les hologrammes dans le SLM , puis prendre les photo des faisceaux diffractés dans chaque position "z" . A l'aide d'un programme fait dans Matlab, on a mesuré la largeur des faisceaux HG dans chaque position longitudinale, pour finalement représenter l'allure de la largeur en fonction de "z".

Pour s'assurer de l'évolution de la largeur en fonction du déplacement axiale(z) on a appliqué aussi des fits pour les distributions obtenues avec des fonctions de largeur déjà connus et donné dans la relation (2.18)

$$W = \sqrt{{W_0}^2 + \left(M^2 \frac{\lambda}{\pi W_0}\right)^2 (z - z_0)^2} \qquad (2.18)$$

Où

W:la largeur du faisceau le long de Z.

W_0: la largeur minimale du faisceau.

M^2:facteur de qualité du faisceau tronqué.

Z: le déplacement axial.

Z_0: la valeur de déplacement axiale correspondant au valeur minimale du faisceau.

Les résultats concernant les deux modes (HG_{40} et HG_{50}) sont montrés sur les FIGURES (2.12 - 2.18). Premièrement, nous avons travaillé avec le faisceau Gaussien comme étalonnage de l'expérience, puis nous avons remonté à l'étude sur notre faisceaux HG .A cause de simplification, nous avons introduit des désignations qui décrivent l'état des faisceaux telles que **NT** désigne faisceau non tronqué, **TP1** : faisceau tronqué sur le premier zéro et **TP2** : faisceau tronqué sur le deuxième zéro.

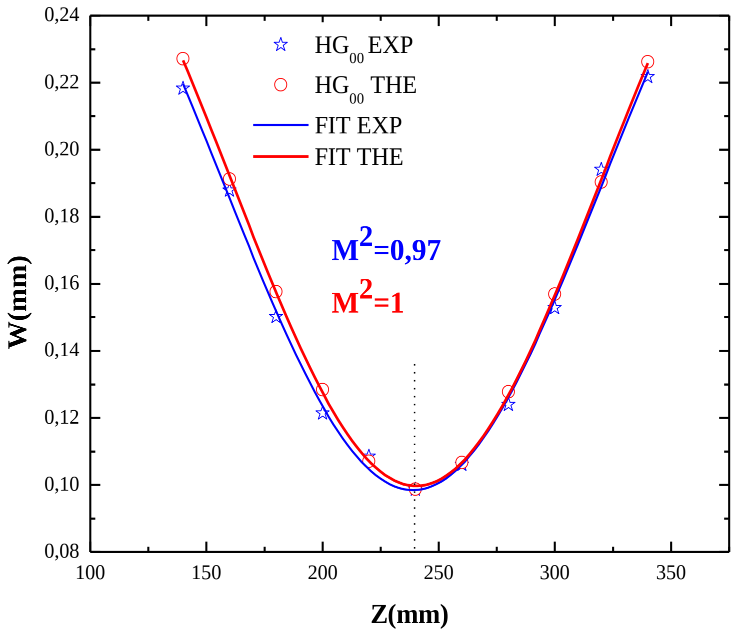


FIGURE 2. 12-Distribution de la largeur d'un faisceau Gaussien (HG_{00}) d'une largeur initiale w_0=0.5mm.

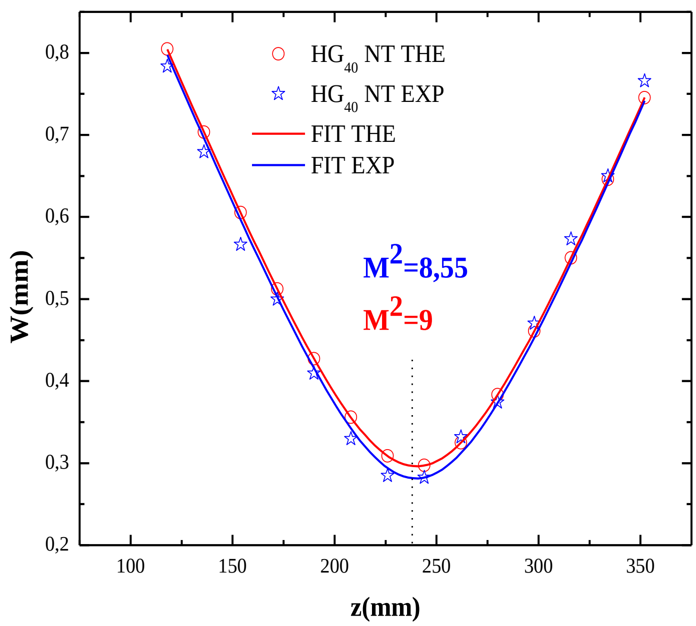


FIGURE 2. 13-Distribution de la largeur d'un faisceau HG_{40} non tronqué d'une largeur initiale w_0=0.5mm.

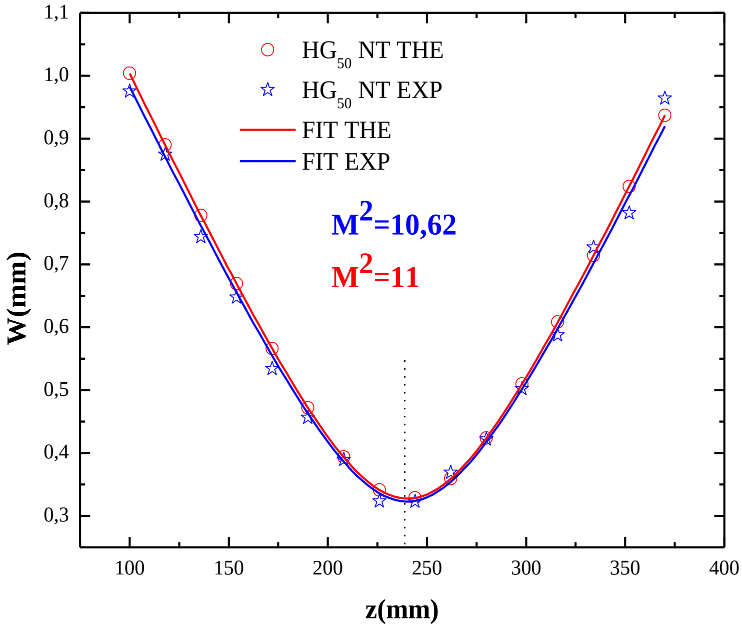


FIGURE 2. 14-Distribution de la largeur d'un faisceau HG_{50} non tronqué d'une largeur initiale w_0=0.5mm.

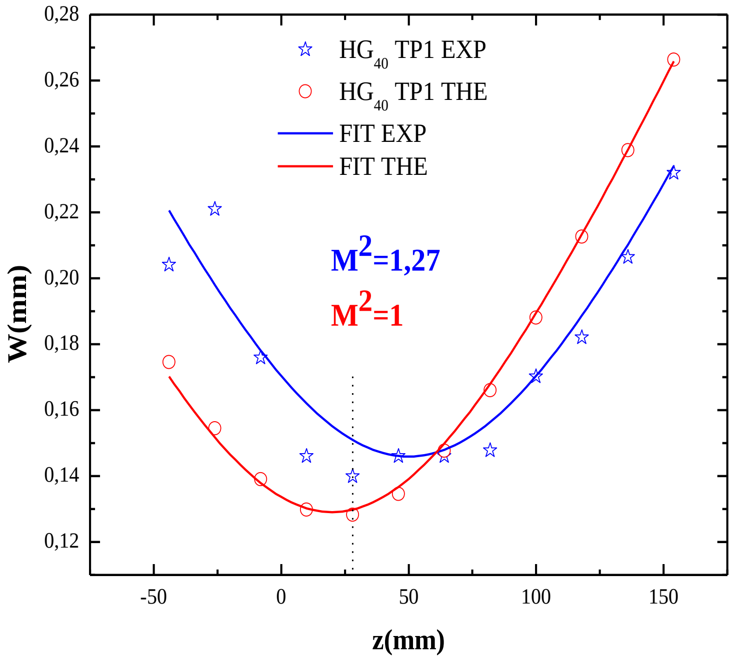


FIGURE 2. 15-Distribution de la largeur d'un faisceau HG_{40} tronqué sur le premier zéro d'une largeur initiale w_0=0.5mm.

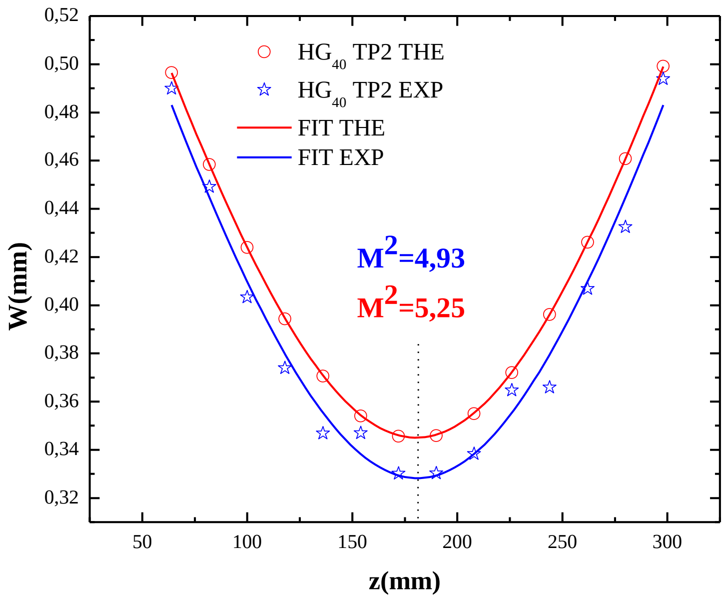


FIGURE 2.16-Distribution de la largeur d'un faisceau HG_{40} tronqué sur le deuxième zéro d'une largeur initiale w_0=0.5mm.

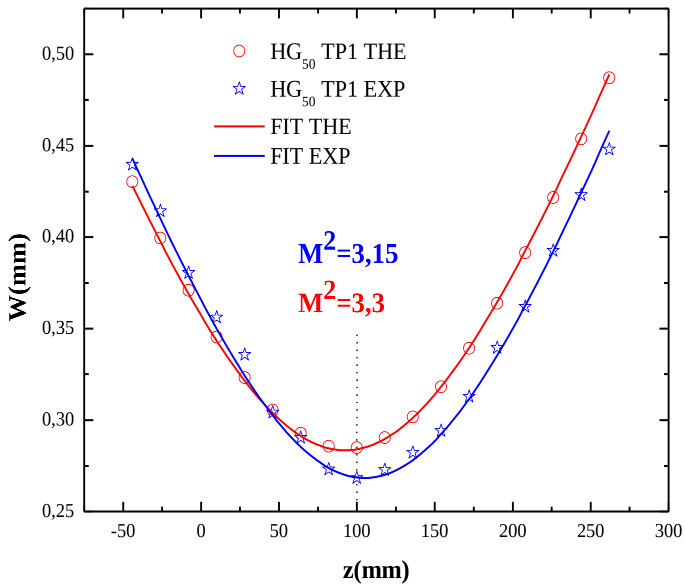


FIGURE 2.17-Distribution de la largeur d'un faisceau HG_{50} tronqué sur le premier zéro d'une largeur initiale w_0=0.5mm.

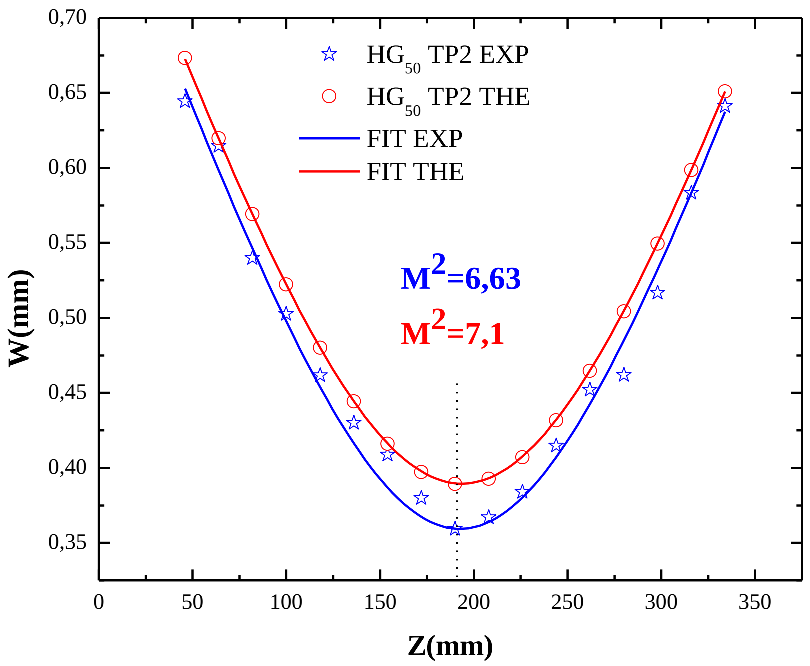


FIGURE 2.18-Distribution de la largeur d'un faisceau HG_{50} tronqué sur le deuxième zéro d'une largeur initiale w_0=0.5mm.

Les FIGURES (2.12) à (2.18) montrent que la largeur a une valeur minimale qui correspond à la position du nouveau plan focal qu'est différent du plan focal géométrique de la lentille même dans le cas où les faisceaux sont non tronqués. Le Tableau 2.2 ci-dessous résume les résultats concernant le décalage focal extrait à partir des graphes ainsi les caractéristiques statistiques des fits (chi-carrés réduits χ et Adj. R-SquareR^2).

Faisceau	Expérimentale				Théorique			
	M^2	R^2	Δz(mm)	χ	M^2	R^2	Δz(mm)	χ
HG_{00}	0.97	0.9976	6	$5.16*10^{-6}$	1	1	6	$5*10^{-9}$
HG_{40}NT	8.55	0.9902	6	$2.93*10^{-4}$	9	1	6	$5*10^{-8}$
HG_{40}TP1	1.27	0.66	222	$2*10^{-4}$	1	0.9979	222	$4.22*10^{-6}$
HG_{40}TP2	4.93	0.9797	72	$6.46*10^{-5}$	5.25	0.9999	72	$8*10^{-8}$
HG_{50}NT	10.62	0.9935	6	$3*10^{-4}$	11	1	6	$7.72*10^{-8}$
HG_{50}TP1	3.15	0.9939	150	$2.22*10^{-5}$	3.3	0.9999	150	$2.04*10^{-6}$
HG_{50}TP2	6.83	0.9848	60	$1.39*10^{-4}$	7.18	0.9999	60	$1.53*10^{-7}$

Tableau 2.2-Le décalage focal et les caractéristiques de fits des courbes des largeurs.

D'après les résultats du tableau (2.2), on remarque que les observations expérimentales sont raisonnablement conformes aux calculs numériques, et que le décalage focal augmente lorsqu'on tronquer les faisceaux HG sur leurs zéros. Une autre remarque est que le fits des courbes permet de déterminer le facteur de qualité (M^2) des faisceaux diffractés, où on a remarqué que lorsqu'on tronquer un faisceau d'ordre supérieur sur l'un de ses zéros, on trouve un facteur de qualité similaire à ceux d'un faisceau d'ordre inférieur. Pour confirmer ce résultat, nous allons procéder dans ce qui suit à l'intensité transversale des faisceaux HG tronqués sur ses zéros par une ouverture rectangulaire hors le plan focal d'une lentille. Cependant les résultats des calculs numériques et expérimentaux ont montré que le décalage focal des faisceaux HG dépend du paramètre de troncature et de l'indice de mode. Bien que l'utilisation de la méthode de moment de second ordre donne une définition plus générale du plan focal et du décalage focal associe.

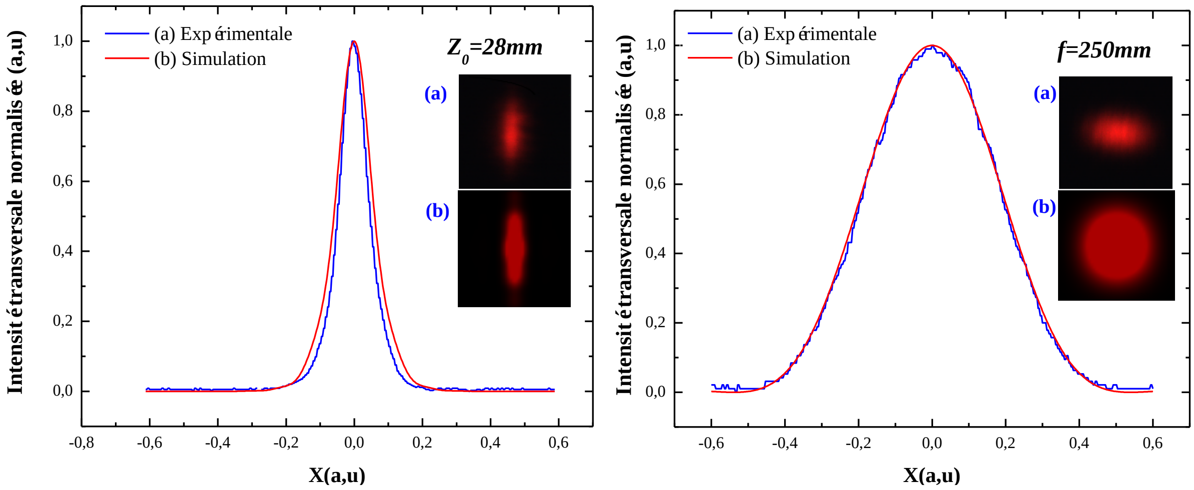
2.4.3 L'intensité transversale des faisceaux Hermite-Gauss tronqués

L'étude de diffraction des faisceaux HG_{m0} hors le plan focal de la lentille, basée sur l'étude de décalage focale qu'on a fait. On met le nouveau repère dans la position du nouveau foyer pour voir la mise en forme des faisceaux diffractés. L'expression de l'intensité est similaire à l'expression indiquée dans l'équation (2.11).

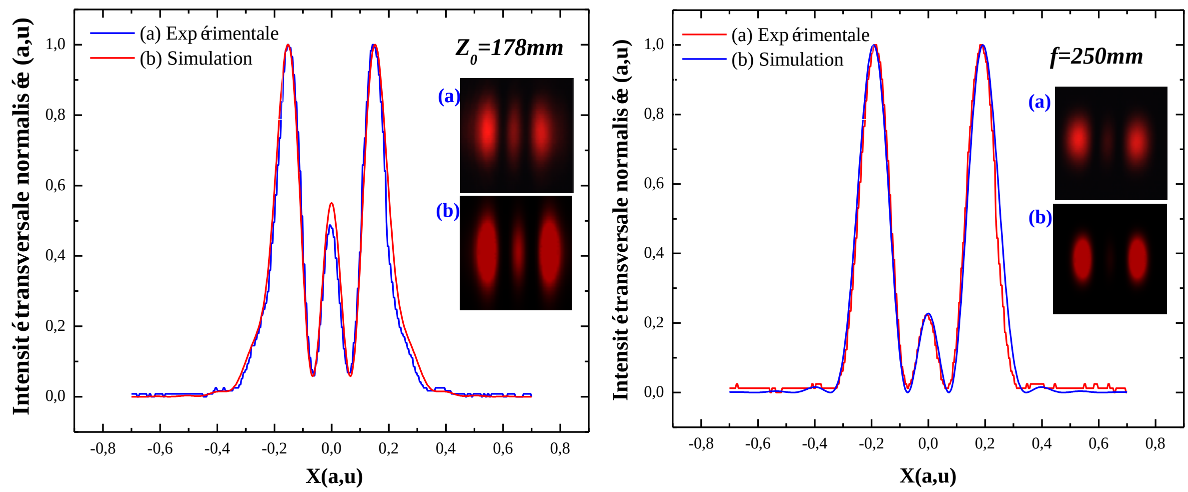
Le tracé du profil expérimental et théorique de distribution transversale de l'intensité du faisceau de sortie pour chaque troncature est présenté à la FIGURE (2.19- 2.21) dans le plan focal, à droite, et dans le plan de décalage, à gauche, accompagné par une présentation des images obtenu expérimentalement et autres simulées.

f:Le plan focal géométrique

$\mathbf{z_0}$: le plan de décalage qui est déterminé est adopté en fonction de la position de largeur minimale du faisceau.

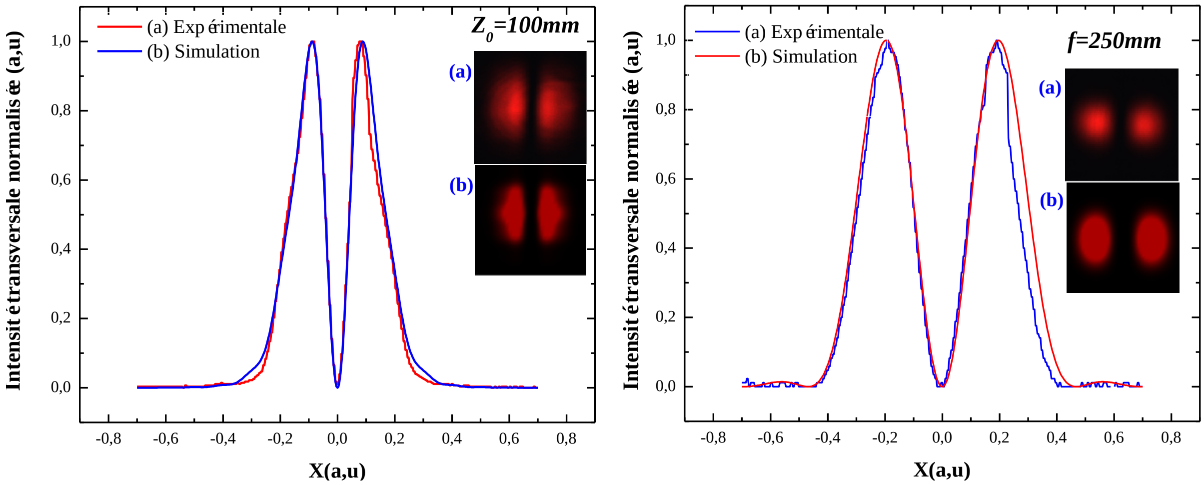


(A)

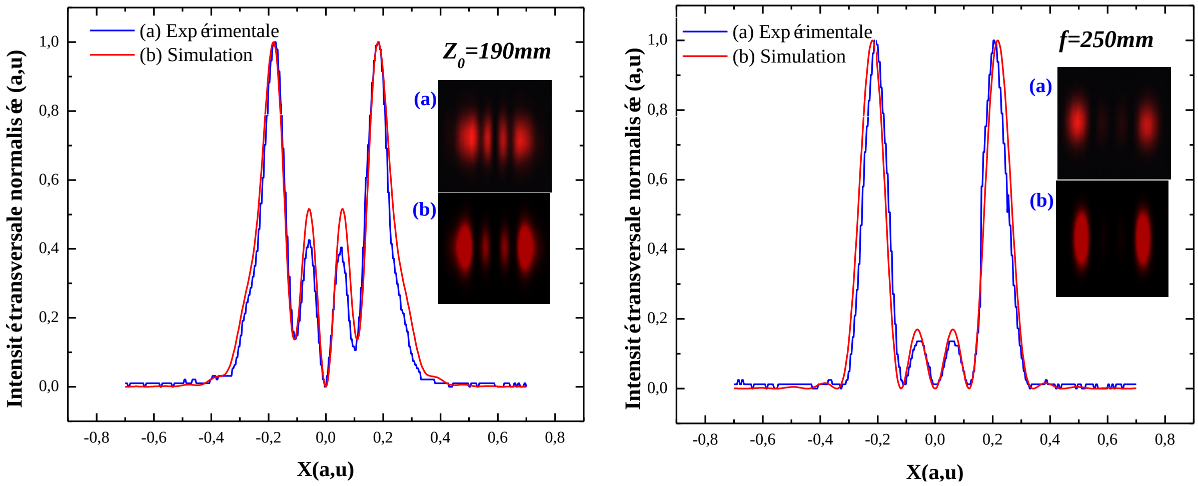


(B)

FIGURE 2. 19-Les profils d'intensité transversale théoriques et expérimentaux au niveau du plan focal du côté droit et du plan de décalage du côté gauche du faisceau Hermite-Gauss HG_{40} focalisé et tronqué par une ouverture rectangulaire sur son (A) premier zéro, (B)deuxième zéro.

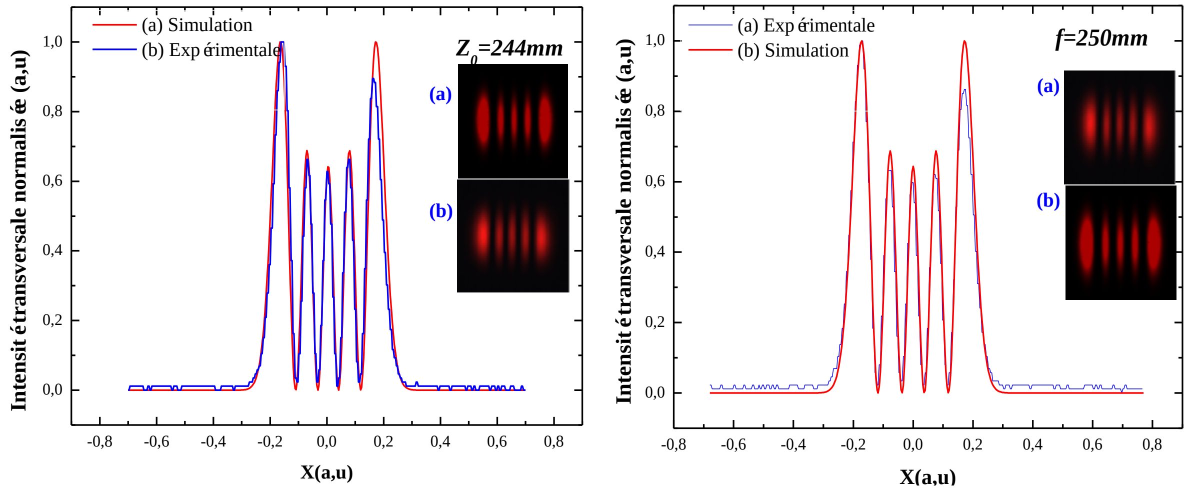


(A)

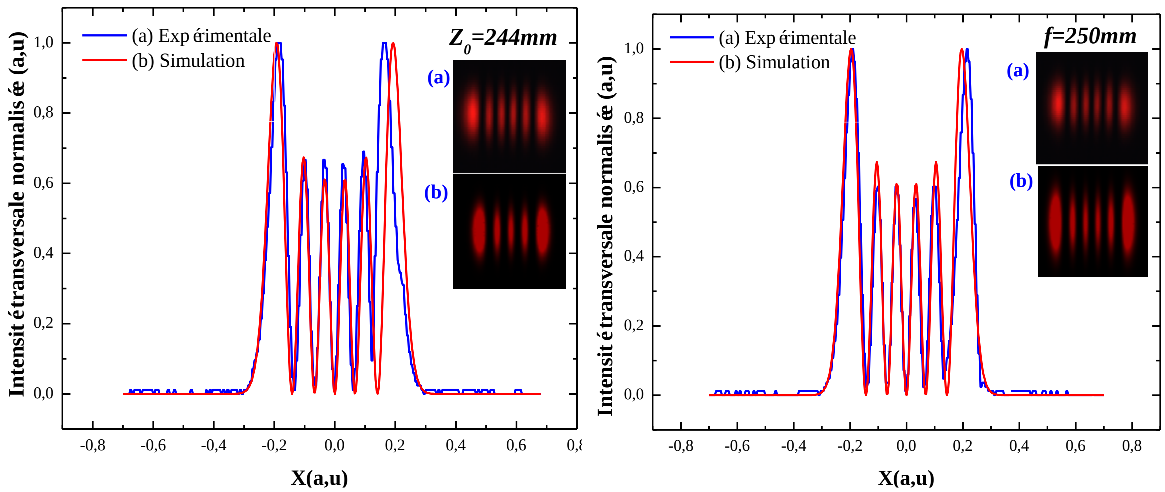


(B)

FIGURE 2. 20-Les profils d'intensité transversale théoriques et expérimentaux au niveau du plan focal du côté droit et du plan de décalage du côté gauche du faisceau Hermite-Gauss HG_{50} focalisé et tronqué par une ouverture rectangulaire sur son (A) premier zéro, (B)deuxième zéro.



(A)



(B)

FIGURE 2. 21-Profils d'intensité transversale théoriques et expérimentaux au niveau du plan focal du côté droit et du plan de décalage du côté gauche du faisceau d'Hermite- gaussien focalisé, (A) HG_{40} (B) HG_{50}.

Dans les FIGURES (2.19) et (2.20), on remarque que l'effet de troncature par un diaphragme existe. En effet on aperçoit l'apparition des distributions d'intensité transversale des modes d'ordre inferieur à l'ordre de faisceau d'incidence.

Nous constatons sur les figures ci-dessous que le faisceau engendré lors de la focalisation des faisceaux HG_{m0} diaphragmés est ressemblé à la forme de faisceau HG_{p0} (telle que p<m) tant que le plan d'observation est le plan de décalage, sinon le faisceau diffracté devient déformé après quelques distances à partir de ce dernier, où nous constatons la disparition des lobes centraux. Il faut noter que les faisceaux anti-symétriques (ordres

Impaires) tronqué sur ses zéros donne des faisceaux anti-symétrique d'ordre inférieure et même chose pour les faisceaux symétriques (ordre paire).

2.4.4 Les fits des courbes

Pour s'assurer de la transformation des faisceaux HG_{m0} (TEM_{m0}) d'ordre m en faisceaux HG_{p0} (TEM_{p0}) d'ordre inférieur on a appliqué aussi des fits qu'on a introduits à l'**Origine.8.0.** Pour les distributions obtenues après la transformation par l'ouverture rectangulaire et la focalisation par la lentille. Les fits obtenus avec leurs caractéristiques statistiques sont représentés ci-dessous. Cette partie est concernée par la simulation. Nous constatons à travers les FIGURES (2.22) à (2.25) que la mise en forme est bien adaptée dans le plan de décalage focal, et ceci est confirmé par les caractéristiques des fits présentés dans les figures ci-dessus. On remarque aussi que lorsque le paramètre de troncature augmente, le profil d'intensité des faisceaux tronqués dans le nouveau plan focal n'est pas exact le profil d'intensité des faisceaux pure , cela peut être expliqué par les positions des lobes des faisceaux HG qui sont uniques , c-à-d ,si on prend par exemple la distance entre les trois lobes de faisceau HG_{40} , on trouve qu'elle est différent de la distance des trois lobes de faisceau HG_{20} , ce qui explique la légère différence entre le profil des faisceaux trouvé et les faisceaux pure.

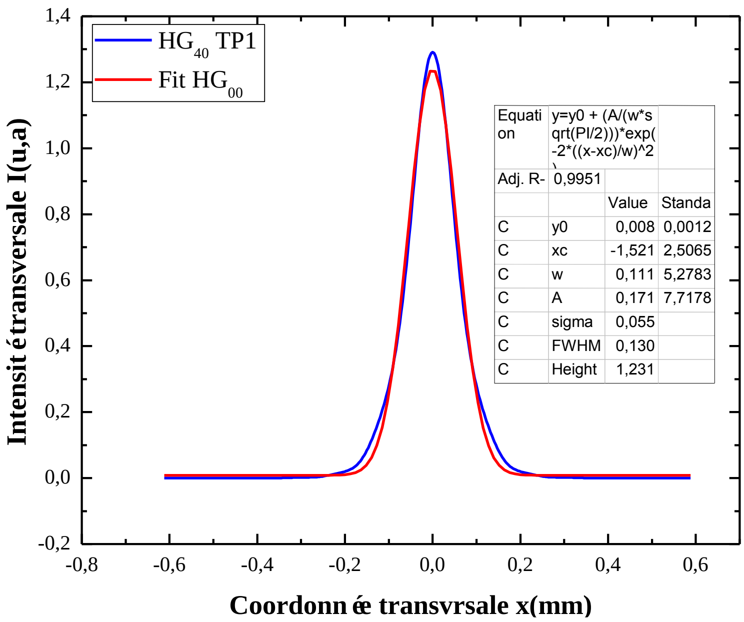


FIGURE 2. 22-Fit de transformation du faisceau HG_{40} vers le faisceau HG_{00}.

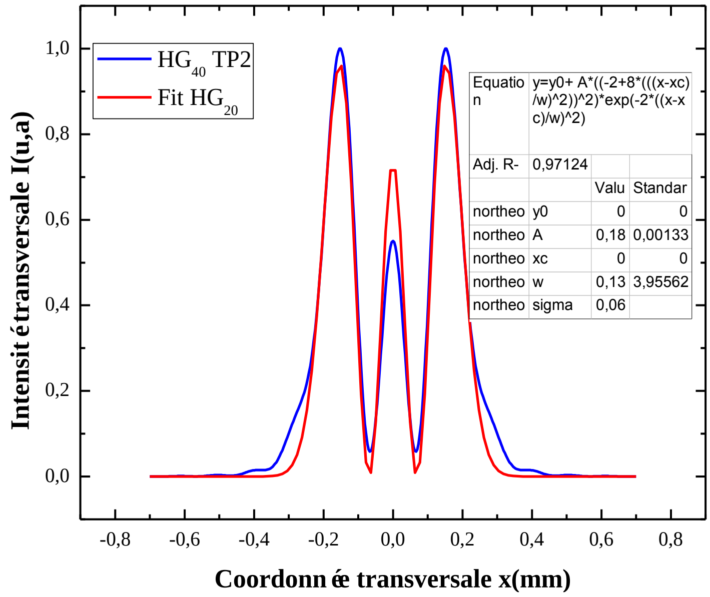


FIGURE 2. 23-Fit de transformation du faisceau HG_{40} vers le faisceau HG_{20}.

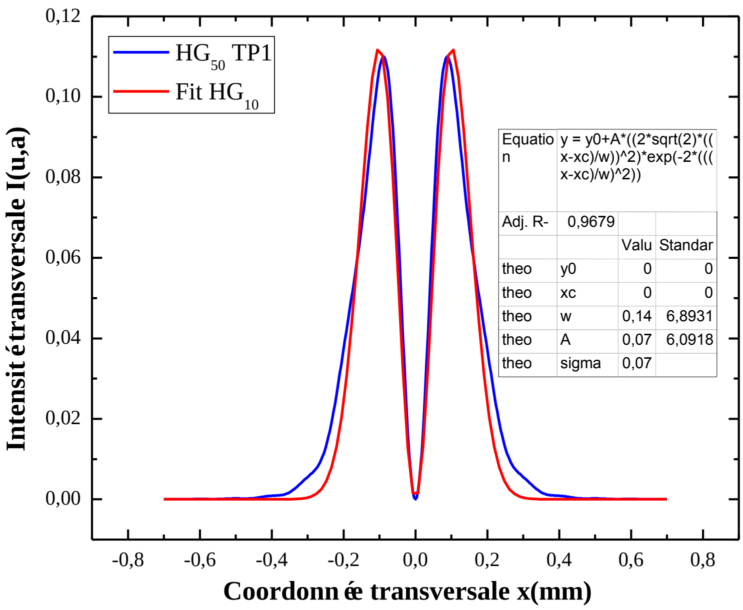


FIGURE 2. 24-Fit de transformation du faisceau HG_{50} vers le faisceau HG_{10}.

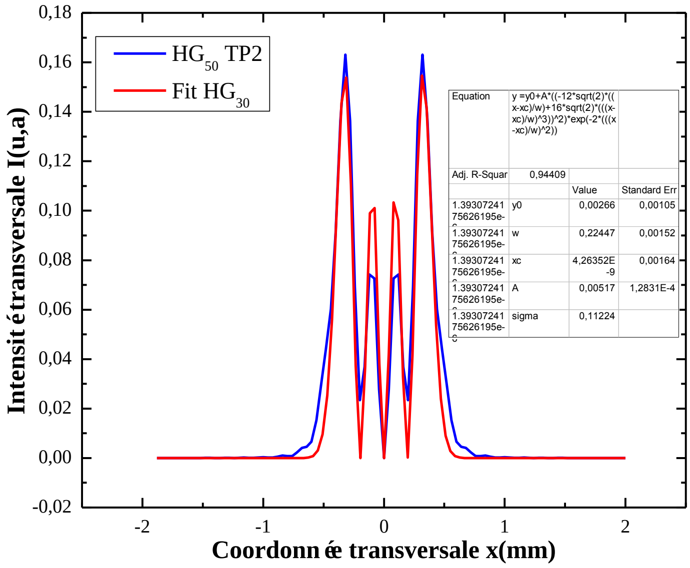
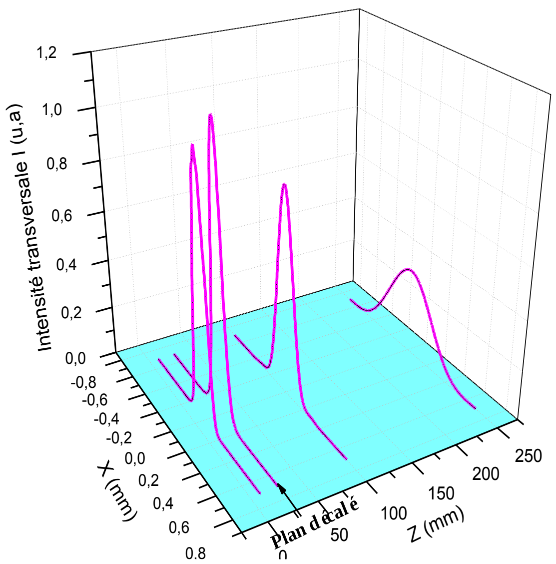
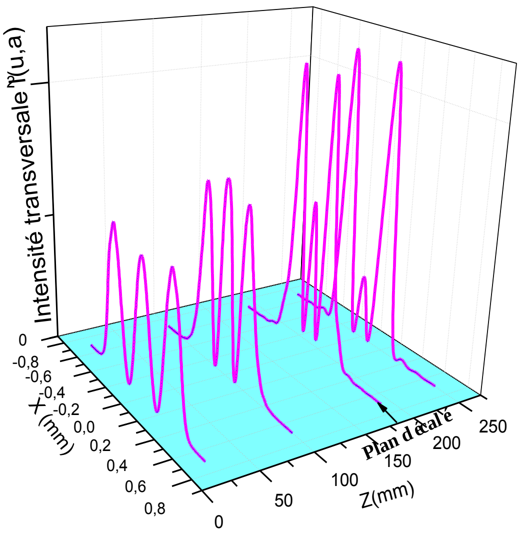


FIGURE 2. 25-Fit de transformation du faisceau HG_{50} vers le faisceau HG_{30}.

Pour mieux comprendre l' évolution de la diffraction des faisceaux HG_{m0} selon l'axe z , on a utilis é une pr ésentation en cascade .Les FIGURES (2.26) et (2.27) illustrent la propagation des faisceaux HG_{40} et HG_{50} respectivement le long de l'axe de propagation z . D'apr és les figures ci-dessus , il est bient montr é que la milleur transformation de faisceau diffract é se trouve dans le plan de d écalage focal, et si on se d éplace avant o ù apr és ce plan le faisceau devient d éform é.



(a)



(b)

FIGURE 2. 26-Pr ésentation en cascade au long du l'axe Z du faisceau HG_{40} tronqu é sur (a) premier z éro, (b) deuxi ème z éro.

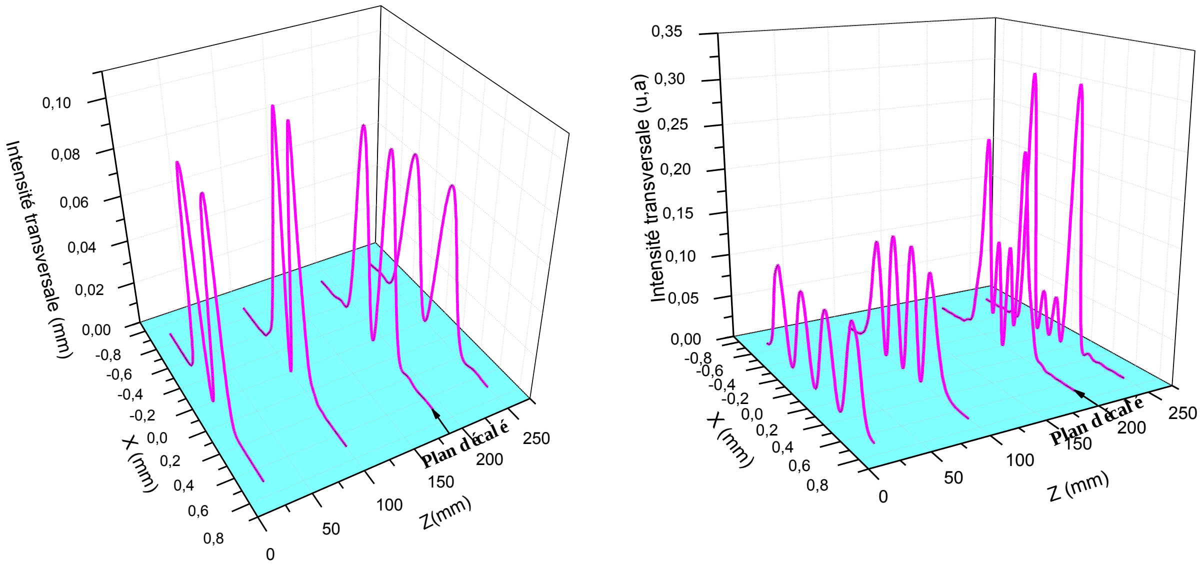


FIGURE 2. 27-Présentation en cascade au long du l'axe Z du faisceau HG_{50} tronqué sur (a) premier zéro, (b) deuxième zéro.

2.4.5 Le contenu de la puissance:

Pour continuer la description de la qualité de la mise en forme des faisceaux HG_{m0}, il est nécessaire d'estimer la qualité de transformation des faisceaux HG_{m0} diffracté par une ouverture rectangulaire hors le plan focal d'une lentille convergente, On détermine numériquement le contenu de la puissance (power content) dans les différents lobes des faisceaux diffracté, et les comparer avec celles des lobes des faisceaux purs. On calcule le pourcentage de la puissance contenue dans les différents lobes par rapport à la puissance totale d'un faisceau Hermite gauss pur par l'intégrale de l'équation (2.19) suivante:

$$\alpha_{HG}(\%) = \frac{\int_{-a}^{a}\left(H_m(x)exp(-x^2)\right)^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty}\left(H_m(x)exp(-x^2)\right)^2 dx} \tag{2.19}$$

Et pour calculer la puissance contenue dans les lobes des faisceaux diffractés on utilise la formule (2.20) suivante:

$$\alpha_{HGdiff}(\%) = \frac{\int_{-a}^{a}|u(x,z)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty}|u(x,z)|^{2^2} dx} \tag{2.20}$$

Tel que $u(x,z)$ est l'expression de champ de faisceau Hermite gauss diffracté par le diaphragme hors le plan focal.

a: les zéros des faisceaux diffracté.

On a calculé le contenu de puissance des lobes à l'aide des formules présentées précédemment, les résultats obtenus sont résumés dans le Tableau 2.3 ci-dessous:

	Premier lobe		**Deuxième lobe**	
	α_{HG}(%)	α_{HGdiff}(%)	α_{HG}(%)	α_{HGdiff}(%)
Transformation de HG_{50} vers HG_{30}	15	13.05	36	38.56
Transformation de HG_{40} vers HG_{10}	49.94	49.34		
Transformation de HG_{40} vers HG_{20}	9.93	8.12	39.60	41.80
Transformation de HG_{40} vers HG_{00}	49.99	49.98		

Tableau 2.3-Les valeurs des rapports des puissances.

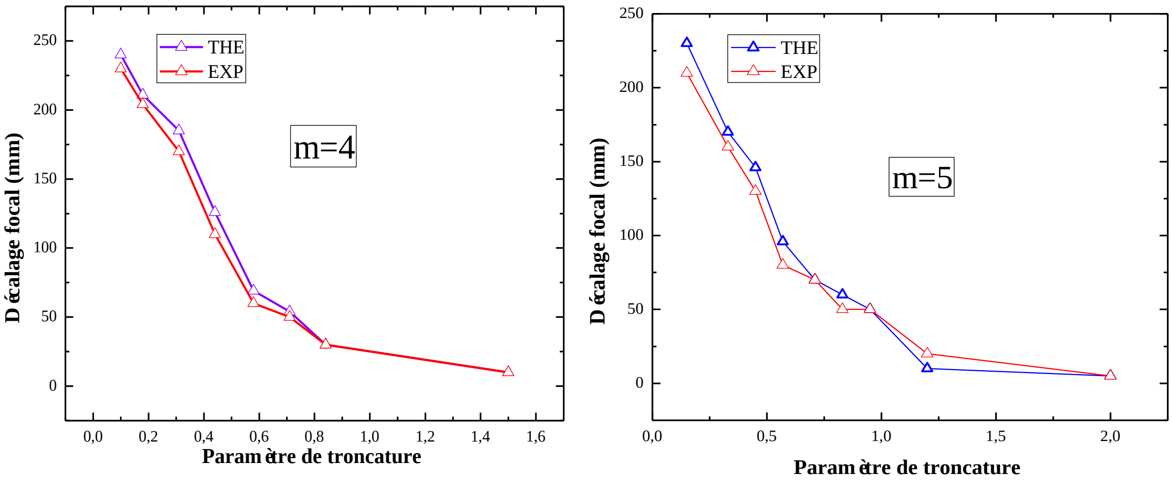
Re: Les calculs sont faits de zéro vers l'infini.

D'après les résultats du tableau (2.3), on remarque que l'énergie contenue dans les lobes des faisceaux diffractés presque égale aux énergies des mêmes lobes des faisceaux purs. Ce qui confirme la validité de notre transformation.

2.4.6 Variation du décalage focal en fonction de paramètre de troncature

Les variations du décalage focal, en fonction du paramètre de troncature, sont représentées sur la FIGURE (2.28) expérimentalement et théoriquement pour les deux ordres de faisceaux Hermite-Gauss (HG_{40} et HG_{50}). Il convient de rappeler que le décalage focal est déterminé à partir de la variation de la largeur des faisceaux diffractés par l'ouverture rectangulaire qu'on a déjà présenté. Il est à noter que pour pouvoir présenter le décalage focal de dix valeurs de paramètre de troncature, il est nécessaire de prendre plus que 150 images pratiquement.

Les courbes présentent la variation de décalage focal en fonction de paramètre de troncature montrent que le décalage focal diminue au fur et à mesure que le paramètre de troncature augmente, c'est à dire ; lorsque l'ouverture ne laisse passer qu'une partie de faisceau l'effet de diffraction est important et le décalage focal augmente. En revanche lorsque l'ouverture de diaphragme est assez grande pour laisser passer intégralement l'onde incidente, le décalage focal devient petit.



(a) (b)

FIGURE 2. 28-Le décalage focal en fonction de paramètre de troncature de (a) HG_{40} (b) HG_{50}.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la mise en forme des faisceaux Hermite-Gauss à l'aide d'une ouverture rectangulaire (diaphragme). Il est montré que la troncature des faisceaux HG_{m0} d'ordre supérieur sur ses zéros permet de générer des faisceaux ressemble à des faisceaux d'ordre inférieur HG_{p0} dans les plans focaux décalés de la lentille. Pour aboutir au calcul de l'intensité des faisceaux diffractés par le diaphragme, dans un premier temps, nous avons étudié le phénomène de décalage focal qui nous a permet de déterminer les plans où nous avons trouvé les faisceaux appropriés. Nous avons utilisé une nouvelle méthode basée sur les moments de second ordre qui nous a permet d'évaluer le décalage focal des faisceaux présentant une intensité axiale nulle. Ensuite, on a présenté les distributions des profils transverses d'intensités pour les faisceaux HG tronqués en observant l'effet diffractif de diaphragme sur le profil radial des faisceaux. Après, nous avons présenté la concordance à la fois des résultats de simulation et les résultats obtenus expérimentalement avec l'utilisation des fits aux courbes.

Les résultats obtenus nous ont amenés de constaté que l'utilisation d'un diaphragme pourrait être une méthode simple et économique pour la génération des faisceaux HG, dans le plan focal décalé d'une lentille. En effet, nous voyons notre modeste travail en tant qu'une contribution scientifique pour ceux qui vont utiliser ce type des faisceaux laser dans les diverses applications (microscopie, industrie).

BIBLIOGRAPHIE

[1] K.Wagner, J. Janousek et al., " **Entangling the Spatial Properties of Laser Beams**", SCIENCE, volume 321 ,541-543,(2008).

[2] S. P. Walborn, S. Pádua, and C. H. Monken, " **Conservation and entanglement of Hermite-Gaussian modes in parametric down-conversion**", Physical Review A.71 , 053812-1-053812-8 (2005).

[3] J.Ph.Brantut, J.Meineke et al., " **Conduction of Ultracold Fermions Through a Mesoscopic Channel**", SCIENCE, volume 337 ,1069-1071,(2012).

[4] E. J. Bochove, G. T. Moore, and M. O. Scully, " **Acceleration of particles by an asymmetric Hermite-Gaussian laser beam**", PHYSICAL REVIEW A, volume 46 ,number 10, 6640-6652,(1992).

[5] J.W. Goodman, " **Introduction to Fourier Optics**", 2ème edition , McGRAW-HILL COMPANIES, INC, (1996).

[6] O.V.Minin and I.V.Minin, " **Diffractional Optics of Millimetre Waves**", IOP Publishing Ltd, (2004).

[7] M.Gu, " **Advanced Optical Imaging Theory**", Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, (2000).

[8] A. Chomik, " Déconvolution 3D orientée vers la reconstruction d'objets biologiques observés en microscopie optique de fluorescence" , PhD thesis, Université de Haute Alsace, (1997).

[9] A. E. Siegman, "**New developments in laser resonators"**, in Optical Resonators, Proc. SPIE 1224, 2-14,(1990).

[10] I.S.Gradshten, and I.M.Ryzhik, " **Table of integrals, Series, and Products**", Academic Press, New York, Seventh Edition, (2007).

[11] B.Tang and W.Wen, " **Focal shift and focal switch of flat-topped Mathieu–Gaussian beams passing through an apertured lens system**", Optics Communications.282, 2281-2285,(2009).

[12] M.Alavinejad, A.R.Rowshani and B.Ghafary, " **Focal shift and focal switch of phase-lock partially coherent flat-topped array beams passing through an aligned and misaligned lens system with aperture** ",Optics and Lasers in Engineering.50,1341–1349,(2012).

[13] J.Wang, X.W.Ni, B.Gu and H.T. Wang, " **Focal shift of flat-topped beams passing through a lens system with or without aperture**",Optik.123, 1440– 1443,(2012)

[14] C.Ding, L.Pan, X.Yuan and Y.Peng, " **Focal shift and focal switch of partially polarized Gaussian Schell-model beams passing through a system with the aperture and spherically aberrated lens separated**",Optics & Laser Technology .39, 1339–1345,(2007).

[15] C.Zhao, L.Wang and X.Lu, " **Focal shift of hollow Gaussian beams through a thin lens**",Optics & Laser Technology .40, 58–63,(2008).

[16] Y.Zeng, R.Peng and D.Fan, " **Focal switch in unapertured converging Hermite-cosh-Gaussian beams**",Optics & Laser Technology .38, 620–625,(2006).

[17] B.Lü and R.Peng, " **Focal shift in Hermite–Gaussian beams based on the encircled-power criterion**",Optics & Laser Technology .35, 435 – 440,(2003).

[18] Z. Mei, D.Zhao, J.Gu and H.Mao, " Focal shift in focused off-axial Hermite-cosh-Gaussian beams",Optics & Laser Technology.37, 299–303,(2005).

[19] Y. Li and E.Wolf, " **Focal shift in focused truncated Gaussian beams**",Optics Communications, volume 42, number 3,151–156,(1982).

[20] Z.C.Ren,S.X.Qian et al., " **Focal shift in tightly focused Laguerre–Gaussian beams** ",Optics Communications.334, 156–159,(2015).

[21] T.M.Jeong and J.Lee, " **Ultrashort Laser Pulse Phenomena**", 2ème edition , InTech, Available from: http://www.intechopen.com/books/laser-pulse-phenomena-and applications / laser-beam-diagnostics-in-aspatial-domain,chapitre11, 208-240, (2010).

Chapitre 3

Facteur De Qualité Généralisé Des Faisceaux Lasers Hermite-Gauss Standard Et Elégant

3.1 Introduction

La recherche sur la qualité du faisceau laser et la règle de propagation du faisceau laser ont été un domaine actif du sujet laser, ce qui a poussé le développement de la science et de la technologie laser [1,2]. La caractérisation paramétrique du faisceau laser basée sur les moments d'intensité a fait l'objet de toutes les attentions. Il est connu que le facteur M^2 basé sur le moment de second ordre est un paramètre utile décrivant la qualité de propagation du faisceau laser [3-9]. Le concept d'élégant de mode Hermite-Gaussien a été introduit par Siegman [10]. Ce sont aussi des solutions de l'équation d'onde paraxiale, mais ne sont pas orthogonaux au sens habituel et l'argument de la partie Hermite est complexe. Récemment, un intérêt croissant s'est développé pour de tels faisceaux ayant des arguments complexes, parce qu'ils décrivent un certain nombre de faisceaux dont la distribution de champ peut varier lors de la propagation [11-13]. De plus, tous les aspects de leur propagation et de leur transformation par des systèmes optiques ont été détaillés [14-18]. De l'autre côté les distributions de champs proches et lointains, le facteur de propagation (M^2) des faisceaux Èlegant-Hermite-Gaussien (EHG) ont été donnés et comparés à ceux des faisceaux Standard-Hermite-Gaussien (SHG) [19]. De nombreux autres travaux ont été consacrés à l'étude de formes plus générales de faisceaux standard et élégants - Hermite-Gaussien [20-22].

Le but principal, de ce présent chapitre, est l'étude du facteur de qualité des faisceaux Hermite-Gauss tronqués par une ouverture rectangulaire, afin de donner des expressions analytiques du facteur M^2 à la fois des modes 1-D Standard et Élégant-Hermite-Gaussien tronqué, des résultats numériques et analytiques seront présentés pour étudier le comportement de M^2.

3.2 Les moments des faisceaux laser

La propagation du faisceau laser peut être partiellement caractérisée par la largeur du faisceau et la divergence. Il existe différentes définitions traditionnelles de la largeur du faisceau, qui peuvent ou ne peuvent pas contribuer à savoir ce que le faisceau fera concentré ou propagé dans l'espace. Comme l'a souligné le Professeur A. Siegman[1], il peut y avoir de nombreuses définitions possibles de la largeur du faisceau pour un profil de faisceau arbitraire, telles que, la largeur calculée sur la base du critère $1/e^2$ du profile d'intensité[23], la largeur qui correspond à 86.5% de l'énergie totale du faisceau [24], et la largeur calculée sur la base des moments d'intensités d'ordre 2.

L'étude de la propagation d'un faisceau quelconque, au moyen du propagateur, se fait généralement par une solution numérique de l'intégrale. L'analyse numérique ne permet pas de dégager des propriétés particulières d'un phénomène, à moins d'être très exhaustive. Ici, nous souhaitons, dans un premier temps, comprendre l'évolution d'un faisceau après un passage au travers un système optique. En particulier, on veut quantifier son étalement spatial et le changement de sa divergence angulaire. Ce type d'information globale peut se définir au moyen des moments mathématiques de la distribution spatiale u(x) et de la distribution spectrale S(q). Nous montrons, dans les deux sous-sections suivantes, qu'il est possible aussi de dériver les lois de propagation des moments importants pour une caractérisation globale d'un faisceau. La signification physique des moments de différents ordres (voir FIGURE 3.1) sont donnée par la suite telle que :

Moment d'ordre n

Ordre 0: $M = \int_D dm$ Masse totale du système

Ordre 1: $Mx_G^i = \int_D x^i dm$ Coordonnées du centre de masse

Ordre 2: $\int_D r^2 dm$ Etude de l'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.

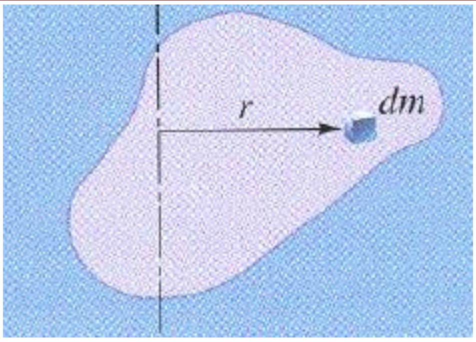


FIGURE 3. 1-Détermination de moment d'un objet de forme quelconque .

3.2.1 Les moments d'ordre un

Les moments d'ordre un nous ont donné une information importante sur le déplacement du faisceau et sur le changement de la direction de propagation du faisceau, après un passage au travers un système optique [25,26].

Le moment d'ordre un de l'intensité donné par la relation (3.1), nous informe sur la position transverse du centre de masse de la distribution u(x). D'autre part, le moment d'ordre un de la distribution spectrale donné par l'équation (3.2), nous donne la direction principale de propagation du faisceau. S(θ,z) indique les fréquence spatial.

$$\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x|u(x,z)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |u(x,z)|^2 dx} \quad (3.1)$$

$$\langle \theta \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \theta|S(\theta,z)|^2 d\theta}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\theta,z)|^2 d\theta} \quad (3.2)$$

En utilisant la loi de propagation pour u(x,z), on peut dériver une loi générale pour la propagation de ces deux caractéristiques globales <x> et <θ>, après leur passage au travers un système optique, dont on peut montrer que les moments d'ordre un d'un faisceau quelconque en espace libre évoluent en fonction de *z* suivant la relation (3.3)[27] .

$$\langle x(z) \rangle = \langle x(z_1) \rangle + \lambda \langle S_x \rangle (z - z_1) \quad (3.3)$$

Ceci est le résultat, à savoir que le "centre de gravité" du profil d'intensité se propage exactement en ligne droite, suivant une direction faisant un angle $\langle \theta_x \rangle = \lambda \langle S_x \rangle$ Avec λ est la longueur d'onde.

3.2.2 Les moments d'ordre deux

Le moment d'ordre deux de la distribution spatiale(équation (3.4)) quantifiera l'élargissement (ou le pincement) du faisceau, alors que le moment d'ordre deux de la distribution spectrale (équation (3.5)) définira le changement de la divergence moyenne du faisceau.[28]

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 |E(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |E(x)|^2 dx} \quad (3.4)$$

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \theta^2 |S(\theta)|^2 d\theta}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\theta)|^2 d\theta} \quad (3.5)$$

Considérons maintenant un arbitraire, non gaussien, non limité par la diffraction, et faisceau laser réel potentiellement multi mode avec un profil d'intensité moyenne dans le temps I(x,y,z) et une distribution de fréquence spatiale $\hat{I}(s_x, s_y)$. On peut dans ce cas définir la variance du faisceau réel $\sigma_x(z)$ et σ_s, par les relations (3.6) et (3.7)[5,25,26,29-32]

$$\sigma_x^2(z) = \frac{\iint (x-\bar{x})^2 I(x,y,z) dxdy}{\iint I(x,y,z) dxdy} \quad (3.6)$$

$$\sigma_{s_x}^2 = \frac{\iint (s_x - \overline{s_x})^2 \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y}{\iint \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y} \quad (3.7)$$

C'est σ^2 qui est une variance, elle est homogène à une surface, alors que σ est l'écart quadratique moyen (écart type), il est homogène à une longueur. Nous ayons seulement écrit les formules de variance dans la direction x. Des expressions exactement analogues pourraient bien sûr être écrites pour la variance $\sigma_y^2(z)$ et $\sigma_{s_y}^2$ l'autre coordonnée transversale.

En raison de la relation de transformation de Fourier fondamentale qui existe entre le profil d'amplitude transverse E(x,y,z) pour un faisceau optique arbitraire (où $I(x,y,z) = |E(x,y,z)|^2$) , et la distribution de fréquence spatiale $P(s_x,s_y,z)$(où $I(x,y,z) = |P(x,y,z)|^2$), on peut prouver rigoureusement que pour tout faisceau laser réel arbitraire, la variance spatiale $\sigma_x^2(z)$ obéit à la règle de propagation en espace libre donné par la relation (3.8)[1].

$$\sigma_x^2(z) = \sigma_{x0}^2 + \lambda^2 \sigma_{s_x}^2 (z - z_{0x})^2 \quad (3.8)$$

Le profil du faisceau I(x,y,z) peut changer de forme de manière complexe avec la distance de propagation z en raison d'effets de diffraction ou d'interférence; mais la variance $\sigma_x^2(z)$ a néanmoins toujours une valeur minimale $\sigma_{x0}^2(z)$ à une position de la taille minimale.

du faisceau $z=z_{0x}$, et $\sigma_x^2(z)$ varie quadratiquement avec z de part et d'autre de cet endroit, comme dans le cas gaussien idéal.

Le moment d'intensité d'ordre 2 est utile pour définir mathématiquement le rayon d'un profil arbitraire de faisceau laser. Dans le moment d'intensité d'ordre 2, les rayons de faisceau pour les directions x et y sont définis par (3.9)[33]:

$$\langle w_x^2 \rangle = 4\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x^2 I(x,y)dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I(x,y)dxdy} \quad \text{et} \quad \langle w_y^2 \rangle = 4\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} y^2 I(x,y)dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I(x,y)dxdy} \tag{3.9}$$

3.3 Facteur de qualité M^2 d'un faisceau laser

Le terme " **Facteur de qualité** " signifie généralement une certaine mesure de la relation entre la taille du faisceau de champ proche et la propagation du faisceau de champ lointain d'un faisceau laser [1]. Le facteur de qualité M^2 est une grandeur caractéristique d'un faisceau laser, qui quantifier sa capacité à confiner l'énergie, à la focaliser sur un faible diamètre, et limiter le degré de focalisation du faisceau pour un angle de divergence donné, qui est souvent limité par l'ouverture numérique de la lentille de focalisation. Avec la puissance optique, le facteur de qualité du faisceau détermine la luminosité (plus précisément, le rayonnement) d'un faisceau laser. Par exemple, si un faisceau a M^2 = 1,6 (ou plus), il ne peut pas être focalisé sur un point moins de 1,6 fois le diamètre de la tache focale d'un faisceau limité par diffraction avec le M^2 = 1.

3.3.1 Utilité et l'application du facteur de qualité M^2

M^2 est utile car il indique dans quelle mesure un faisceau laser collimaté peut être focalisé sur un petit point ou dans quelle mesure une source laser divergente peut être collimatée. C'est un meilleur indicateur de la qualité du faisceau que de l'apparence gaussienne car il existe de nombreux cas dans lesquels un faisceau peut avoir l' air gaussien tout en ayant une valeur de M^2 éloignée de l'unité. De même, un profil d'intensité de faisceau peut paraître très "non gaussien", tout en ayant une valeur de M^2 proche de l'unité.

La qualité d'un faisceau est importante pour de nombreuses applications. Dans les communications à fibres optiques, des faisceaux de M^2 proches de 1 sont nécessaires pour le couplage à une fibre optique monomode . Les ateliers d'usinage et de soudage au laser se soucient beaucoup du paramètre M^2 de leurs lasers car les faisceaux se focaliseront sur une zone M^2 fois plus grande que celle d'un faisceau gaussien de même longueur d'onde; en d'autres termes, la fluence est de 1 / M^2.

Pour d'autres applications, notamment en microscopie, seuls les « Partie limitée par diffraction » du faisceau peuvent être utilisée et la partie utilisable du faisceau est proportionnelle à (1 / M^2) (c'est-à-dire moins de 40% d'un faisceau avec M^2 = 1,6 est utilisable). Cela signifie que, dans une microscopie, un laser avec M^2 = 1,6 doit avoir une puissance de sortie plus de deux fois supérieure à celle d'un laser avec M^2 = 1,1 à fournir une puissance optique équivalente utilisable.

3.3.2 Détermination théorique du facteur de qualité du faisceau laser

Le facteur de qualité du faisceau est étroitement lié à la propagation du faisceau. Parmi les différentes définitions de largeur de faisceau , la définition de la variance peut-être la plus proche d'une formulation universelle et mathématiquement rigoureuse, cependant. En conséquence, cette définition est devenue la base de la méthode dite du « M-carré » pour caractériser les faisceaux laser. Cette formulation commence par évaluer le deuxième moment du profil d'intensité du faisceau I(x,y)dans la coordonnée rectangulaire x (ou alternativement dans la coordonnée y) sous la forme indiqué dans les équations (3.6)et (3.7).

Maintenant, il se trouve que pour un profil de faisceau gaussien de la forme (3.10), le paramètre de taille de faisceau gaussien très largement utilisé w n'est que le double de la variance, c'est-à-dire $w_x=2\sigma_x$.

$$I(x) = exp[-2x^2/w_x^2] \equiv exp[-x^2/2\sigma_x^2] \tag{3.10}$$

Les largeurs de faisceau basées sur le deuxième moment Wx et Wy se propagerons ensuite avec la distance dans l'espace libre, exactement comme la taille du spot gaussien w(z) d'un faisceau gaussien idéal à l'exception de l'insertion d'un facteur de multiplication M^2 facteur de multiplication dans l'étalement du faisceau en champ lointain. C'est-à-dire, pour tout faisceau arbitraire (cohérent ou incohérent) et pour tout choix des axes transversaux, on peut écrire en utilisant les définitions de largeur du second moment [27].

$$W_x^2(z) = W_{0x}^2 + M_x^4\left(\frac{\lambda}{\pi W_{0x}}\right)^2(z-z_{0x})^2 \tag{3.11}$$

$$W_y^2(z) = W_{0y}^2 + M_y^4 * \left(\frac{\lambda}{\pi W_{0y}}\right)^2 \left(z - z_{0y}\right)^2 \tag{3.12}$$

Où M_x et M_y sont des paramètres caractéristiques du faisceau particulier. En conséquence, en utilisant ces définitions, on peut écrire le produit de champ éloigné en champ proche pour un faisceau arbitraire sous la forme

$$W_{0x}W_x(z) \approx M_x^2 \frac{z\lambda}{\pi} \quad \text{Et} \quad W_{0y}W_y(z) \approx M_y^2 \frac{z\lambda}{\pi} \quad \text{comme } z \to \infty$$

Les propriétés générales de ces valeurs M^2 sont les suivantes:

- Les valeurs de M_x^2 et M_y^2 sont ≥ 1 pour tout profil de faisceau arbitraire, avec la limite de M^2 =1 qui ne se produisant que pour les faisceaux gaussiens TEM_{00} monomode.
- Les valeurs M^2 donnent évidemment une mesure de " combien de fois diffraction limitée" le faisceau réel est dans chaque direction transversale.

Le facteur de qualité pour le cas des modes transverses d'ordres supérieurs est fonction de l'ordre du mode, on peut le calculer dans le cas général en utilisant les moments d'intensité. Dans le cas d'une symétrie cartésienne (faisceaux HG_m^n purs) [3,34-38], le facteur de qualité est égale à:

$$\begin{cases} M_x^2 = \sqrt{2m+1} \\ M_y^2 = \sqrt{2n+1} \end{cases} \tag{3.13}$$

Et le facteur de qualité total est égale à $M^2 = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$

Basé sur la définition du second moment de la variance σ_x^2 (3.14)dans le domaine spatial et la variance σ_{sx}^2 (3.15)dans le domaine de la fréquence spatiale[1], manipulations mathématiques standard donnent pour des faisceaux HG élégants

$$\sigma_x^2 = \frac{4m-1}{4(2m-1)} w_0^2 \tag{3.14}$$

$$\sigma_{sx}^2 = \frac{2m+1}{4w_0^2\pi^2} \tag{3.15}$$

Ainsi, le facteur M^2 des faisceaux HG élégants est donné par l'équation (3.16) [19].

$$M_x^2 = 4\pi\sigma_x\sigma_{sx} = \left[\frac{(4m-1)(2m+1)}{2m-1}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.16}$$

Les résultats des calculs numériques à partir des équations (3.13) et (3.16) sont donnés dans **(**la FIGURE 3.2**)** pour comparer le facteur de qualité des faisceaux HG standard et élégants. Comme on peut s'y attendre, le facteur M^2 des faisceaux HG élégants ($m \geq 2$) est inférieur à celle des faisceaux HG standard, et augmente plus lentement avec m. Cela signifie que la qualité du faisceaux H G élégants mesuré par le facteur M^2 est meilleur que celui du faisceau HG standard.

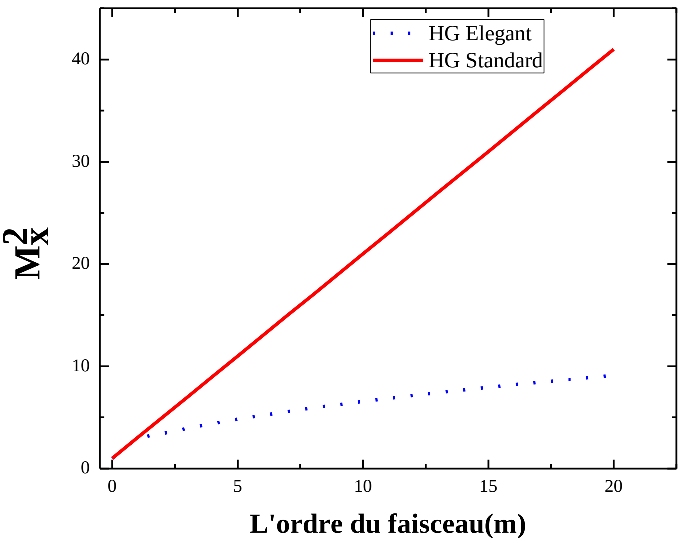


FIGURE 3.2-Facteurs de qualité M^2 des faisceaux HG élégantes et standard en fonction de l'ordre m.

3.4 Expressions analytiques de facteur de qualité M^2 d'un faisceau Hermite-Gauss (Standard et Elégant) tronqué

Dans la présente partie, et de la même manière nous avons suivi les études présentées pour les faisceaux Standard et Elégant-Laguerre-Gaussien[39] afin de donner pour la première fois des expressions analytiques pour le facteur M^2 à la fois des faisceaux Hermite Gaussien standard et élégant tronquées, des résultats numériques seront présentés pour étudier le comportement de M^2.

Nous commençons par rappeler l'élément essentiel de la théorie sur les deux types de faisceaux Standard-Hermite-Gauss et Elégant-Hermite-Gauss, ensuite, nous examinons les différents aspects du facteur de qualité du faisceau laser M^2.

La distribution du champ optique du faisceau Hermite-Gaussien Standard, dans le plan z = 0 dans les domaines de coordonnées cartésiennes est donnée par (3.17)

$$u(x,0) = H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w_0}x\right) exp\left(\frac{-x^2}{w_0^2}\right) \tag{3.17}$$

De l'autre côté, la distribution du champ optique des faisceaux Elégant-Hermite-Gaussien au plan z = 0 en coordonnée cartésienne est donnée par (3.18)[19]

$$u(x,0) = H_m\left(\frac{x}{w_0}\right) exp\left(\frac{-x^2}{w_0^2}\right) \tag{3.18}$$

Où H_m désigne le polynôme d'Hermite avec l'ordre de mode m, pour des raisons de simplicité on a pris la valeur de la largeur minimale du faisceau w_0=1. Le Tableau.3.1 donne les cinq premiers polynômes du faisceau Hermite-gaussien élégant et du facteur de qualité M^2 du faisceau associé [13], pour les polynômes du faisceau HG standard sont déjà présenté dans le précédent chapitre par le tableau 2.2.

m	Faisceau	Le polynôme d'Hermite $\boldsymbol{H_m}\left(\frac{x}{w_0}\right)$	M_x^2
0	EHG_{00}	1	1
1	EHG_{10}	$2(x/w_0)$	3
2	EHG_{20}	$4(x/w_0)^2 - 2$	3.87
3	EHG_{30}	$8(x/w_0)^3 - 12(x/w_0)$	3.92
4	EHG_{40}	$16(x/w_0)^4 - 48(x/w_0)^2+12$	4.39
5	EHG_{50}	$32(x/w_0)^5 - 160(x/w_0)^3 + 120(x/w_0)$	4.82

Tableau 3.1-Polynômes d'Hermite Elégant (EHG) $\mathbf{H_m}\left(\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{w_0}}\right)$d'ordre m.[10]

La distribution du champ pour les faisceaux standard et élégant Hermite-Gaussien pour m = 0.1.2.3 est tracée sur la FIGURE 3.3, pour ce dernier on distingue facilement le bien connu structures symétriques et antisymétriques des distributions de champ. Pour le facteur de propagation du faisceau M^2, la théorie est bien connue, le calcul est basé sur les définitions des largeurs des champs proches et lointains. Il convient de noter que lorsque la distribution de l'intensité présente une complexité forme, il n'est pas facile de déterminer la largeur des champs proches et lointains, donc il est nécessaire d'utiliser une technique statistique pour surmonter ce problème. Cette technique repose sur la détermination de moments d'irradiance de second ordre comme on a déjà expliqué précédemment.

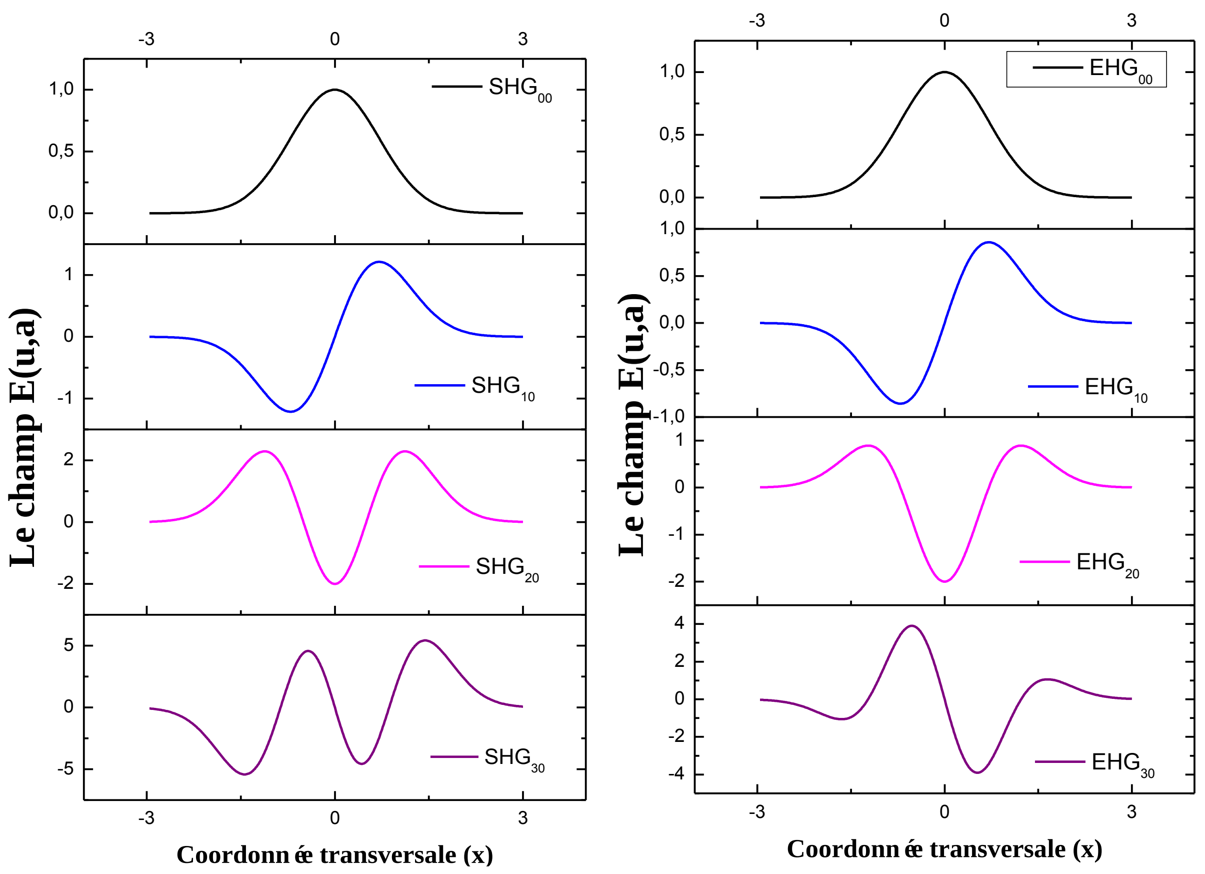


FIGURE 3.3-Distributions de champ pour les faisceaux Hermite -Gauss standard (SHG_{m0}) et élégants (EHG_{m0}) pour m = 0, 1, 2, 3.

Nous avons $\langle x^2\rangle$ qui présente le moment d'intensité du second ordre dans le domaine spatial qui correspond au carré de la largeur, et est défini par la relation (3.19) [13]

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{I_0}\int_0^a x^2|E(x)|^2dx \tag{3.19}$$

et $\langle u^2\rangle$ qui présente le moment d'intensité du second ordre dans le domaine de fréquence spatiale qui correspond au carré de la divergence [13]

$$\langle u^2\rangle = \frac{1}{k^2I_0}\int_0^a|E'(x)|^2dx + \frac{4(|E(a)|^2+|E(-a)|^2)}{k^2I_0a} \tag{3.20}$$

où k est le nombre d'onde et le prime indique la dérivation par rapport à x avec

$$I_0 = \int_0^a|E(x)|^2\,dx \tag{3.21}$$

I_0 est la puissance totale pénètre à travers l'ouverture.

Il a été supposé implicitement que les moments du premier ordre sont égaux à zéro, et Le moment croisé d'intensité de second ordre est donné par la relation (3.22), où l'astérisque indique la conjugaison complexe[13].

$$\langle xu\rangle = \frac{1}{2ikI_0}\int_0^a \{[xE'(x)]^* E(x) - xE'(x)E^*(x)\}dx \qquad (3.22)$$

Notez que $\langle xu\rangle$ disparaî depuis les distributions de champs Standard et Elégant Hermite-Gaussien, sont vraiment évalués dans le plan de la largeur minimale. En regroupant les équations (3.19-3.22) le facteur de propagation du faisceau généralisé M^2 prend la forme de l'équation (3.23).[3,5,6].

$$M^2 = 2k\sqrt{\langle x^2\rangle\langle u^2\rangle - \langle xu\rangle^2} \qquad (3.23)$$

3.4.1 Développement mathématique du M^2 généralisé pour le faisceau SHG tronqué

Nous commençons ces développements par le faisceau Standard-Hermite-Gaussien (SHG), donc par substitution de l'équation (3.17) dans les équations (3.19-3.23) et rappelant la formule d'intégrale (3.24) [40].

$$\int_0^u x^m e^{-\beta x^n}\, dx = \frac{\Gamma(v)}{n\beta^v} - \frac{\Gamma(v,\beta u^n)}{n\beta^v} \qquad (3.24)$$

$$\text{où}\, v = \frac{m+1}{n} \qquad (3.25)$$

Le développements en série de la fonction Hermite est donnée par (3.26)[40]

$$H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w_0}x_0\right) = \sum_{s=0}^{m/2} \frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)^{m-2s} {x_0}^{m-2s} \qquad (3.26)$$

Après des calculs intégraux fastidieux présentés dans l'annexe C, nous pouvons écrire le facteur de qualité M^2 de faisceau Hermite-Gauss standard tronquée passant à travers l'ouverture rectangulaire exprimé comme indiqué l'équation (3.27)

$$M^2 = 2\Bigg[\left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+1.5}}\left(\Gamma(m-S_1-S_2+0.5) - \Gamma(m-S_1-S_2+0.5,2\delta^2)\right)\right)^{-1} \times$$
$$\left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+2.5}}\left(\Gamma(m-S_1-S_2+1.5) - \Gamma(m-S_1-S_2+1.5,2\delta^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}} \times$$
$$\Bigg(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\Big\{\frac{(m-2S_1)(m-2S_2)}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\left(\Gamma(m-S_1-S_2-0.5) - \Gamma(m-S_1-S_2-0.5,2\delta^2)\right) -$$
$$\frac{(m-2S_1)+(m-2S_2)}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\left(\Gamma(m-S_1-S_2+0.5) - \Gamma(m-S_1-S_2+0.5,2\delta^2)\right) + \frac{1}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\big(\Gamma(m-S_1-S_2+1.5) -$$
$$\Gamma(m-S_1-S_2+1.5,2\delta^2)\big) + 4(\delta)^{2(m-S_1-S_2)-1}\exp(-\delta^2)\Big\}\Bigg)^{\frac{1}{2}}\Bigg] \qquad (3.27)$$

$$\text{où}\, f(m, s_1, s_2) = \frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-S_1-S_2}}{s_1!s_2!(m-2S_1)!(m-2S_2)!} \tag{3.28}$$

$$\text{Et}\ \ \delta = \frac{a}{w_0} \tag{3.29}$$

δ est le paramètre de troncature du faisceau .Un cas particulier important doit être considéré est le faisceau SHG non tronqué céder en mettant $\delta \to \infty$ dans l'équation (3.27), alors ce dernier simplifié à l'équation (3.30)

$$M^2_{\delta\to\infty} = 2\left[\left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} f(m, s_1, s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+1.5}}\Gamma(m - S_1 - S_2 + 0.5)\right)^{-1} \times \left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} f(m, s_1, s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+2.5}}\Gamma(m - S_1 - S_2 + 1.5)\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2}\frac{f(m,s_1,s_2)}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\{(m - 2S_1)(m - 2S_2)\Gamma(m - S_1 - S_2 - 0.5) - (2m - 2S_1 - 2S_2)\,\Gamma(m - S_1 - S_2 + 0.5) + \Gamma(m - S_1 - S_2 + 1.5)\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{3.30}$$

Comme on peut le voir dans l'équation (3.30), le facteur M^2 pour les faisceaux Standard-Hermite-Gaussien non tronqués est dépendant seulement sur l'ordre de mode m du polynôme Hermite. Pour vérifier que l'expression de M^2 donnée par l'équation (3.30) est consistante, nous mettons en œuvre ce dernier dans le logiciel Mathematica.11 pour certaines valeurs d'ordre de faisceau m et les résultats sont parfaits et correspondent à la relation (3.13) , comme prédit par la théorie (pour m=2,M^2=5 et pour m=4,M^2=9).

3.4.2 Développement mathématique du M^2 généralisé pour le faisceau EHG tronqué

En utilisant une approche similaire à celle des faisceaux Standard-Hermite-Gaussien , l'expression analytique du facteur M^2 des faisceaux Elégant Hermite-Gauss tronqués est dérivé comme suit

$$M^2 = 2\left[\left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} g(m, s_1, s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+1.5}}\left(\Gamma(m - S_1 - S_2 + 0.5) - \Gamma(m - S_1 - S_2 + 0.5, 2\delta^2)\right)\right)^{-1} \times \left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} g(m, s_1, s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+2.5}}\left(\Gamma(m - S_1 - S_2 + 1.5) - \Gamma(m - S_1 - S_2 + 1.5, 2\delta^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} g(m, s_1, s_2)\left\{\frac{(m-2S_1)(m-2S_2)}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\left(\Gamma(m - S_1 - S_2 - 0.5) - \Gamma(m - S_1 - S_2 - 0.5, 2\delta^2)\right) - \frac{(m-2S_1)+(m-2S_2)}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\left(\Gamma(m - S_1 - S_2 + 0.5) - \Gamma(m - S_1 - S_2 + 0.5, 2\delta^2)\right) + \frac{1}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\left(\Gamma(m - S_1 - S_2 + 1.5) - \Gamma(m - S_1 - S_2 + 1.5, 2\delta^2)\right) + 4(\delta)^{2(m-S_1-S_2)-1}\exp(-\delta^2)\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{3.31}$$

$$\text{telle que}\ g(m, s_1, s_2) = \frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-S_1-S_2}}{s_1!s_2!(m-2S_1)!(m-2S_2)!} \tag{3.32}$$

De la même manière aux faisceaux Standard -Hermite- gaussiens, le facteur M^2 pour les faisceaux élégantes-Hermite- gaussiennes tronquées dépend également de l'ordre de mode m du polynôme Hermite et du paramètre de troncature du faisceau δ.

En utilisant une approche similaire à celle du faisceau Standard-Hermite-Gaussien, M^2 pour le faisceau Elégant-Hermite-Gaussien non tronqué s'exprime comme.

$$M^2_{\delta\to\infty} = 2\left[\left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} g(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+1.5}}\,\Gamma(m-S_1-S_2+0.5)\right)^{-1}\times \left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2} g(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{m-S_1-S_2+2.5}}\,\Gamma(m-S_1-S_2+1.5)\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(\sum_{S_1=0}^{m/2}\sum_{S_2=0}^{m/2}\frac{g(m,s_1,s_2)}{2^{m-S_1-S_2+0.5}}\{(m-2S_1)(m-2S_2)\Gamma(m-S_1-S_2-0.5)-\left((m-2S_1)+(m-2S_2)\right)\Gamma(m-S_1-S_2+0.5)+\Gamma(m-S_1-S_2+1.5)\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{3.33}$$

Il ressort clairement de l'équation (3.33) que le M^2 pour le faisceau non tronqué Elégant-Hermite-Gaussien ne dépend que sur l'ordre du rayon. De la même manière que pour le faisceau Standard-Hermite-Gaussien, nous mettons en œuvre l'équation (3.33) dans Mathematica 11, nous calculons le M^2 pour l'ordre des faisceaux m=2, M^2=3.87 et m=4, M^2=4.39, les expressions ainsi obtenues de M^2 sont très cohérente par rapport aux valeurs des M^2 des faisceaux pures

3.5 Résultats numériques et analyses

Dans cette section, et sur la base des deux nouvelles expressions analytiques équations (3.27) et (3.31), nous illustrons numériquement le comportement de la propagation du faisceau M^2 en fonction du paramètre de troncature δ pour les deux types de faisceaux Hermite-Gaussiens, le standard et l'élégant.

Comme le montre la FIGURE 3.4, où le facteur de propagation du faisceau M^2 pour les six premiers ordres de faisceaux Standard-Hermite-Gaussien (SHG) (SHG_{00}, SHG_{10}, SHG_{20}, SHG_{30}, SHG_{40} et SHG_{50}) est tracé en fonction du paramètre de troncature δ, on peut remarquer que lorsque δ = 0, on distingue deux points de départ distincts, le premier à M^2 = 2,4 pour les faisceaux symétriques (ordres pairs); m=0, m=2 et m=4, et le deuxième point de départ est M^2 = 6 pour les antisymétriques (ordres impairs); m=1, m=3 et m=5.

La FIGURE 3.5 montre de la même manière la variation de M^2 en fonction du paramètre de troncature δ pour les six premiers ordres de faisceaux Elégant-Hermite-Gaussien (EHG), comme pour (SHG), nous pouvons diviser les courbes en deux familles, le premier qui prend comme point de départ $M^2 = 2,4$ lorsque $\delta = 0$ ce qui correspond à des faisceaux symétriques (ordres pairs), et la deuxième famille prend comme point de départ $M^2 = 6$ lorsque $\delta = 0$, ce qui correspond à des faisceaux antisymétriques (ordres impairs).

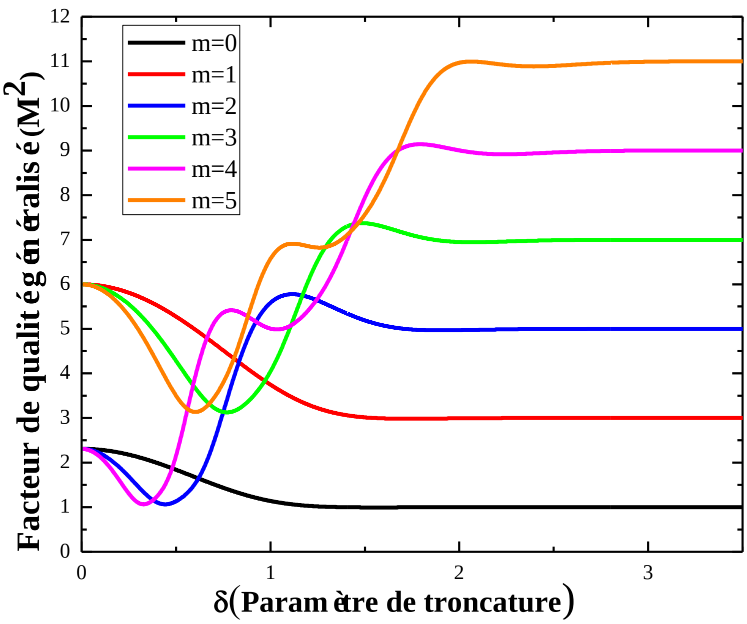


FIGURE 3.4-Variation du facteur de propagation du faisceau M^2 pour les faisceaux Standard-Hermite-Gaussien (SHG_{m0}) tronqués en fonction du paramètre de troncature du faisceau δ.

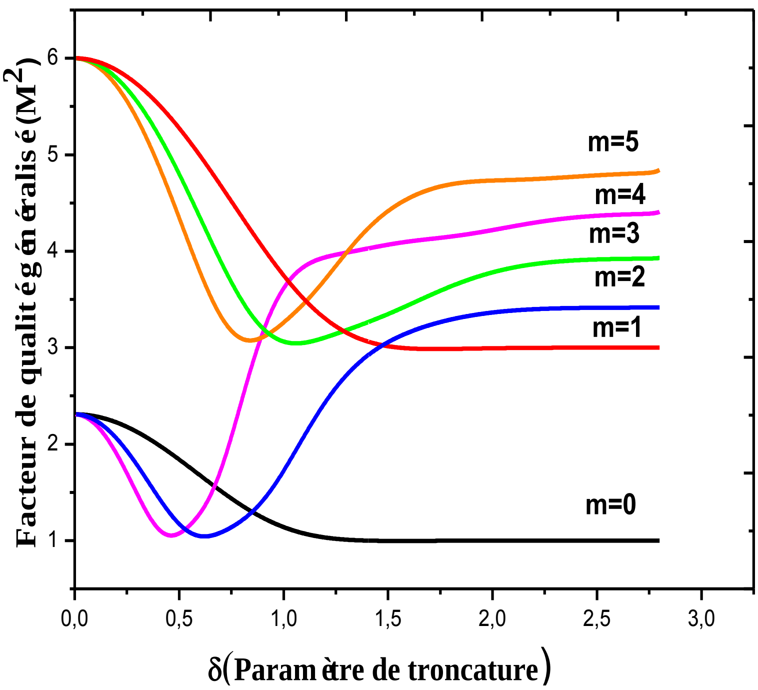


FIGURE 3.5-Variation du facteur de propagation du faisceau M2 pour les faisceaux Elegant-Hermite-Gaussien (EHGm0) tronqués en fonction du paramètre de troncature du faisceau δ.

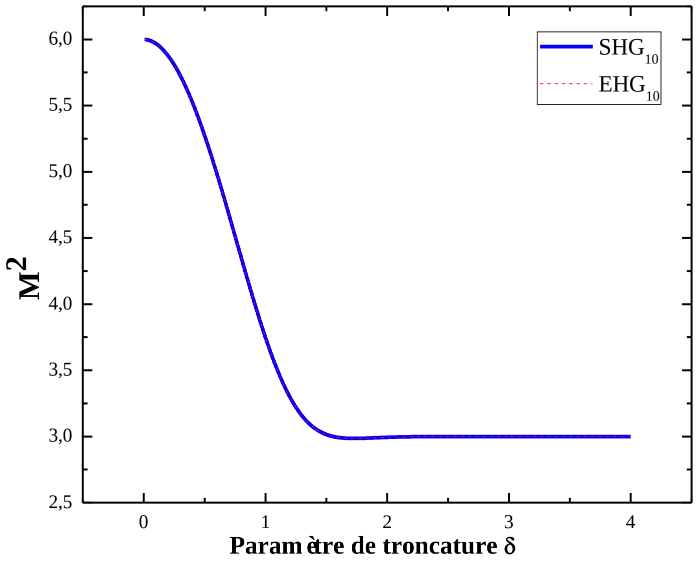
La FIGURE 3.6 joint les courbes de M^2 tronqué en fonction de δ pour les cinq ordres de faisceaux Standard et Élégant-Hermite-Gaussien, où nous avons présenté dans cinq sous-figures une comparaison entre les faisceaux standards et élégant -Hermite- gaussien. La variation de M^2 en fonction de δ pour EHG_{m0} ne présente toujours qu'un minimum pour chaque ordre, où nous n'avons qu'un seul minimum à $M^2 = 1$ pour tous les ordres pairs (m = 2, 4, ...), et nous avons aussi un seul minimum à $M^2 = 3$ pour tous les ordres impairs (m = 1, 3, 5,...). De l'autre côté, le nombre de minima correspondant à la variation de M^2 en fonction de δ pour SHG_{m0} est fonction du nombre et de la structure de l'ordre (symétrique ou antisymétrique), comme exemple pour SHG_{40}, nous avons deux minima (à $\delta = 0{,}371$, $M^2 = 1$ et à $\delta = 1{,}167$, $M^2 = 5$), où il est intéressant de noter que lorsque nous tronquons SHG_{40} à sa première intensité zéro (Tableaux 3.2 et 3.3) on obtient $M^2 = 1$ qui correspond à M^2 du SHG_{00} non tronqué ($M^2 = 2m + 1$), et lorsque nous tronquons SHG_{40} à sa deuxième intensité zéro, nous obtenons $M^2 = 5$, ce qui correspond à M^2 du SHG_{20} non tronqué ($M^2 = 2m + 1$), et nous avons observé la même chose pour les ordres impairs, où, à titre d'exemple, lorsque nous tronquons SHG_{50} à sa première intensité zéro on obtient $M^2 = 3$ qui correspond à M^2 du SHG_{10} non tronqué ($M^2 = 2m + 1$), et lorsque nous tronquons SHG_{50} à sa deuxième intensité zéro, nous obtenons $M^2 = 7$ ce qui correspond à M^2 du SHG_{30} non tronqué ($M^2 = 2m + 1$). Il est clair qu'un simple diaphragme permet d'obtenir du faisceau d'ordre supérieur SHG_{m0} d'ordre m un nouveau faisceau SHG_{p0} d'ordre inférieur.

m	**Valeurs du rapport $(\sqrt{2}x/w)$ des zéros d'intensité du mode SHGm0**				
1			0		
2		-0.5		0.5	
3		-0.866025	0	0.866025	
4	-1.16721	-0.370982		0.370982	1.16721
5	-1.42849	-0.677813	0	0.677813	1.42849

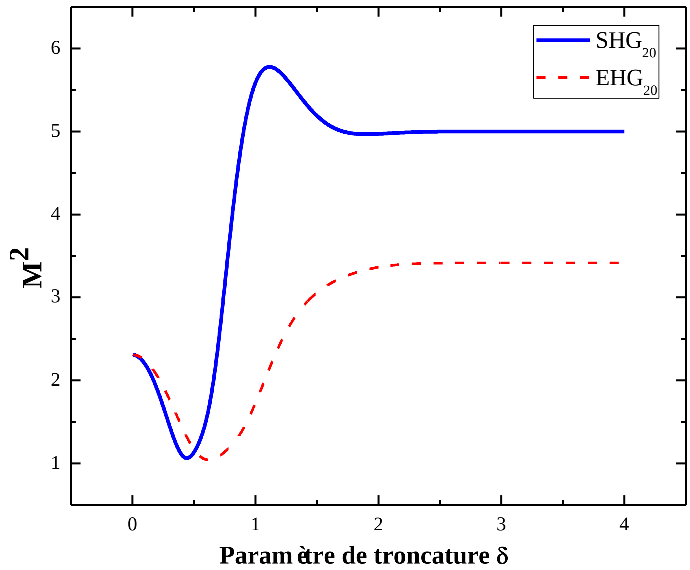
Tableau 3.2-Zéros des polynômes Standard-Hermite : $H_m((\sqrt{2}\,x)/W)$.

m	**Valeurs du rapport (x/w) des zéros d'intensité du mode EHGm0**				
1			0		
2		-0.707		0.707	
3		-1.225	0	1.225	
4	-1.651	-0.526		0.526	1.651
5	-2.020	-0.958	0	0.958	2.020

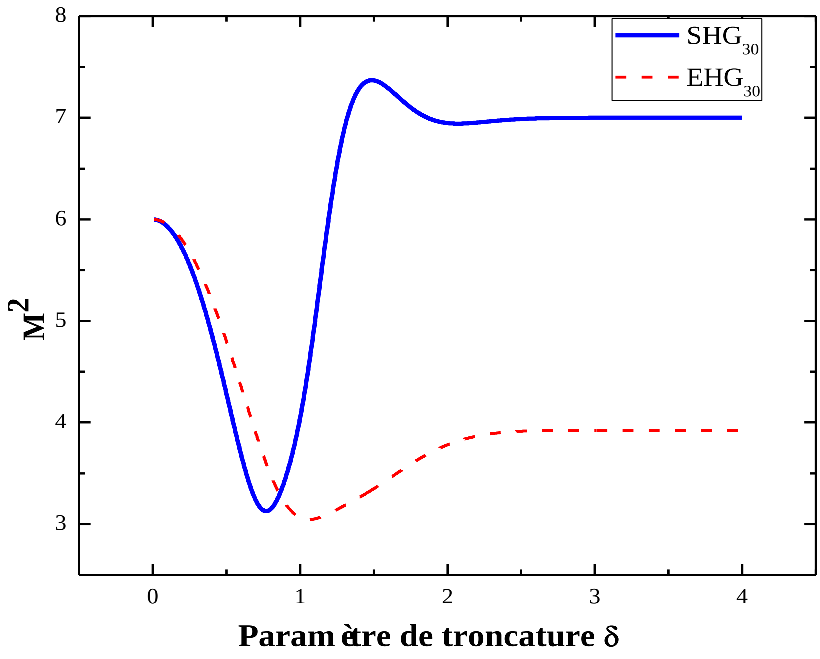
Tableau 3.3-Zéros des polynômes Elegant-Hermite : H_m (x/W).



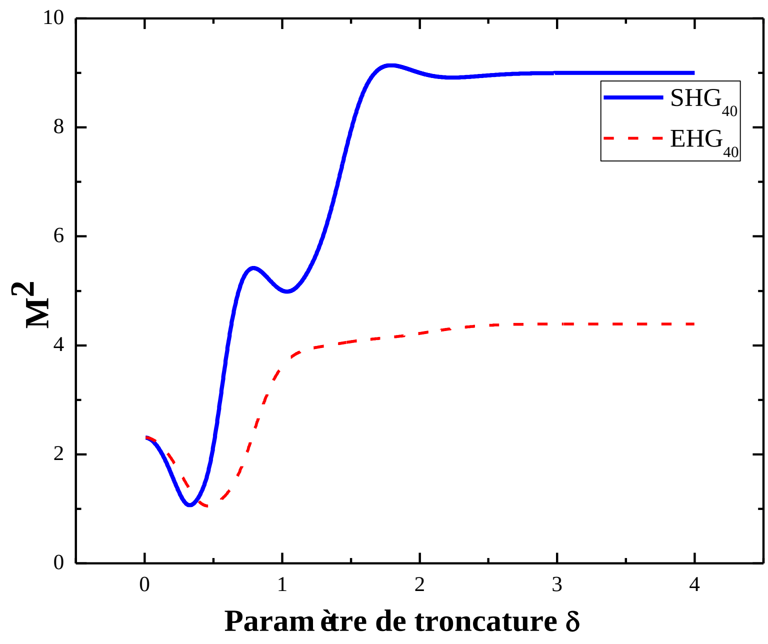
(a)



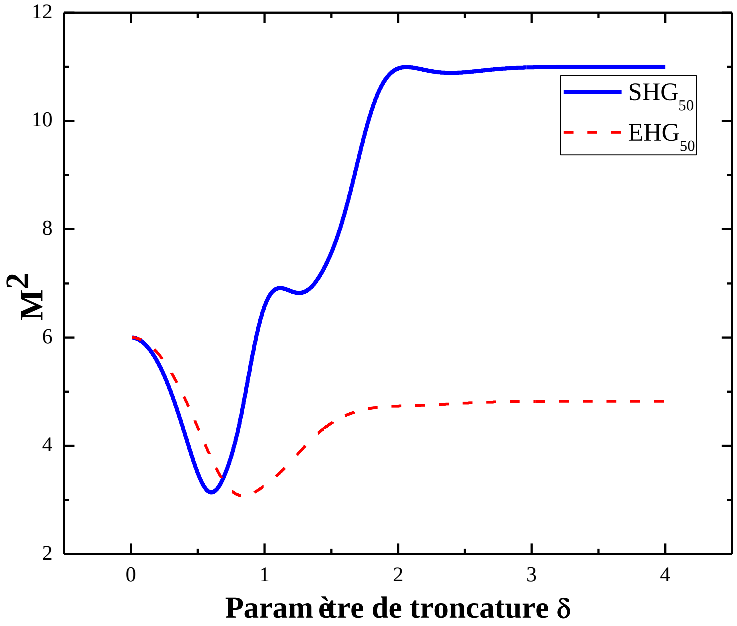
(b)


SHG30
EHG30
8
7
6
5
4
3
M2
0
1
2
3
4
Param ètre de troncature δ

(c)


SHG40
EHG40
10
8
6
4
2
0
M2
0
1
2
3
4
Param ètre de troncature δ

(d)



(e)

FIGURE 3.6-Le facteur de propagation du faisceau M^2 en fonction du paramètre de troncature du faisceau ; une comparaison entre les faisceaux Standard et les faisceaux Elegant-Hermite-Gaussian tronqués,(a) HG_{10}, (b) HG_{20}, (c) HG_{30}, (d) HG_{40}, (e) HG_{50}.

Nous avons remarqué que lorsque l'ouverture du diaphragme dépasse la largeur du faisceau SHG ou EHG le M^2 devient une constante où l'on atteint le cas non tronqué. Enfin, nous avons remarqué que les faisceaux Hermite gaussiennes dans leur forme standard et élégante se comportent de deux manières différentes, où tous les modes symétriques SHG et EHG (ordres pairs) se comportent de la même manière sous les effets de diffraction, et tous les modes anti-symétriques SHG et EHG (ordres impairs) se comportent également de la même manière sous les effets de diffraction.

3.5 Conclusion

Rappelons-nous que ce chapitre a été consacré à l'étude de facteur de qualité des faisceaux Hermite-Gauss Standard et Elégant tronqué par un diaphragme, d'une ouverture rectangulaire. Nous avons commencé avec l'étude des moments des faisceaux laser, qui sont engendré à écrire les relations expriment le facteur de qualité des faisceaux laser de type Hermite-Gauss .

Par la suite, nous nous sommes intéressés à développer une expression analytique décrivant le facteur de qualité M^2 des faisceaux SHG et EHG, les la dépendance de M^2 sur le paramètre de troncature introduit δ ce qui correspond au degré de diffraction.

À travers ce travail, nous avons observé la forte relation entre les différents ordres ayant la même structure morphologique de faisceau Hermite-Gaussien (SHG et EHG). En outre, il est démontré qu'un simple diaphragme est capable de réduire et d'améliorer le facteur M^2, nous croyons donc que cette recherche est utile aux applications pratiques des faisceaux Hermite-Gaussiens.

BIBLIOGRAPHIE

[1] A. E. Siegman," **New developments in laser resonators**", SPIE, volume 1224,2-14,(1990).

[2] A. E. Siegman, " **How to (Maybe) Measure Laser Beam Quality**", OSA, volume 17, 184-199,(1998).

[3] P. A. Bélanger, Y.Champagne and C.Paré, " **Beam propagation factor of diffracted laser beams**", Optics Communications.105, 233-242,(1994).

[4] R.M.Herrero ,P.M. Mejias et al., " **Spatial width and power-content ratio of hard-edge diffracted beams**", J. Opt. Soc. Am. A,volume 20,number 2, 389-391,(2003).

[5] R.M.Herrero ,P.M. Mejias , " **Second-order spatial characterization of hard-edge diffracted beams**", Optics Letters,volume 18,number 19, 1669-1671,(1993).

[6] R.M.Herrero ,P.M. Mejias and M. Arias, " **Parametric characterization of coherent, lowest-order Gaussian beams propagating through hard-edged apertures**", Optics Letters,volume 20,number 2, 124-126,(1995).

[7] M. L.Gong, Y. Qiu, L.Huang et al, " **Beam quality improvement by joint compensation of amplitude and phase**", Optics Letters,volume 38,number 7, 1101-1103,(2013).

[8] Gu.Zhou, " **The beam propagation factors and the kurtosis parameters of a Lorentz beam** ", Optics & Laser Technology .41 ,953–955, (2009).

[9] Gu.Zhou, " **Beam propagation factors and kurtosis parameters of a Lorentz–Gauss vortex beam** ", J. Opt. Soc. Am. A,volume 31,number 6, 1239-1246,(2014).

[10] A. E. Siegman, " **Hermite-gaussian functions of complex argument as optical-beam eigenfunctions** ", J. Opt. Soc. Am,volume 63,number 9, 1093-1094,(1973).

[11] Z. Hricha and A. Belafhal, " **A comparative parametric characterization of elegant and standard Hermite-cosh Gaussian beams**", Optics Communications.253 ,231–241, (2005).

[12] S. SAGHAFI and C. J. R. SHEPPARD, " **Near field and far field of elegant Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian modes** ", Journal Of Modern Optics, volume 45,number 10, 1999-2009,(1998).

[13] S. Saghafi and C.J.R. Sheppard, " **The beam propagation factor for higher order Gaussian beams**", Optics Communications.153 ,207–210, (1998).

[14] D.Deng, " **Propagation of elegant Hermite cosine Gaussian laser beams**", Optics Communications.259 ,409–414, (2006).

[15] W.Wen, K.Song, Y.Dong and M.Yao, " **Finite energy Airy-Hermite-Gaussian beam and its paraxial propagation** ", Optics & Laser Technology.48 ,28–34, (2013).

[16] S.Yu, H.Guo, X.Fu, W. Hu, " **Propagation properties of elegant Hermite–cosh-Gaussian laser beams**", Optics Communications.204 ,59–66, (2002).

[17] N. Zhou , G.Zeng, " **Propagation properties of Hermite-cosine-Gaussian beams through a paraxial optical ABCD system with hard-edge aperture**", Optics Communications.232 ,49–59, (2004).

[18] Gu. Zhou, " **Generalized beam propagation factors of truncated partially coherent cosine-Gaussian and cosh-Gaussian beams** ", Optics & Laser Technology.42 ,489–496, (2010).

[19] B.Lü and H.Ma, " **A comparative study of elegant and standard Hermite–Gaussian beams** ", Optics Communications.174 ,99–104, (2000).

[20] B.Lu ̈ and S.Luo, " **Beam propagation factor of apertured super-Gaussian beams** ", Optik, volume 112,number 11, 503-506,(2001).

[21] Z.Mei, D.Zhao, J.Gu and H.Mao, " **Beam propagation factor of apertured super-Gaussian beams** ", Optik, volume 115,number 7, 311-316,(2004).

[22] Z.Mei, D.Zhao, D. Sun and J.Gu, " **The M^2 factor and kurtosis parameter of the off-axial Hermite-cosh-Gaussian beams** ", Optik, volume 115,number 2, 89-93,(2004).

[23] Hakan Urey, " **Spot size, depth-of-focus, and diffraction ring intensity formulas for truncated Gaussian beams**", Applied Optics, volume 43,number 3, 620-625,(Janury 2004).

[24] Zhangrong.M, Daomu.Z, Juguang.G and Haidan.M, " **Focal shift in focused off-axial Hermite-Cosh-Gaussian beams**", Optics and laser technology, volume 37, 299-303,(2005).

[25] Michel.M, Pierre.B and Pierre.G, " **Moment definition of the pointing stability of a laser beam**", Optics letters, volume 19, nmber 18,1379-1381,(1994).

[26] R.Martinez-Herrero and P.M.Mejias, " **On the different definitions of laser beam moments** ", Optical and Quantum Electronics, volume 25,423-428,(1993).

[27] A.Bencheikh, " **Développement d'une technique d'analyse de la phase dans les lasers et interférogrammes**", PhD thesis, université de setif 1,(2012).

[28] Y.Champagne, **"Second-moment approach to the time-averaged spatial characterization of multipletransverse- mode laser beams**", J. Opt. Soc. Am. A, volume12, 1707-1714, (1995).

[29] A. E. Siegman, "**Defining the effective radius of curvature for a nonideal optical beam**", IEEE J. Quantum Electron. Volume 27, 1146-1148, (1991).

[30] C. Paré, P.-A. Bélanger, "**Propagation law and quasi-invariance properties of the truncated second-order moment of a diffracted laser beam**", Opt. Commun. Volume 123**,** 679-693, (1996).

[31] R.Borghi, M.Santarsiero et R.Simon, "**Shape invariance and a universal form for the Gouy phase**", J. Opt. Soc. Am. A 21, 572-579 ,(2004).

[32] J.Alda, S.Wang, E.Bernabéu, **"Analytical expression for the complex radius of curvature tensor Q for generalized Gaussian beams",** Opt. Commun. Volume 80, 350-352**,(**1991).

[33] F.J.Duarte, **"Laser pulse phenomena and applications",** European research council, Paris-226424, chap. 11, pp484, 350-352**,(**2010).

[34] A.E. Siegman, **"Laser beam quality-what's it good for ?",** Proceedings of the International Conference on LASERS, Charleston,USA,(1995).

[35] M.W.Sasnett, "**Propagation of multimode laser beams - The M2 factor",** *in The* Physics and Technology of Laser Resonators, D. R. Hall et P. E. Jackson, éds., IOP Publishing, New York, chap. 9, pp. 132-142, (1989).

[36] N.Reng, B.Eppich, **"Definition and measurements of high-power laser beam parameters"**, Optical and Quantum Electronics ,volume 24, 973-992, (1992).

[37] J.Serna, P.M.Mejías, R.Martínez-Herrero, **"Beam quality changes of Gaussian Schell-model fields propagating through Gaussian apertures**", App.opt , volume.31, No. 22 ,(1 August 1992).

[38] J.Serna, P.M.Mejias, R.Martinez-Herrero, **Beam quality changes in Hermite-Gauss mode fields propagating through Gaussian apertures**, App.opt ,vol. 32, No. 7 ,(1 March 1993).

[39] Z.Mei, and D.Zhao, " **The generalized beam propagation factor of truncated standard and elegant Laguerre-Gaussian beams**", J.Opt.A:Pure App.Opt.6, 1005-1011,(2004).

[40] I.S.Gradshten, and I.M.Ryzhik, " **Table of integrals, Series, and Products**", Academic Press, New York, Seventh Edition, (2007).

Chapitre 4

Auto Reconstruction Du Faisceau Hermite-Gauss Vis-à-Vis De La Diffraction Par Un Stop

4.1 Introduction

Dans les années récentes, la capacité remarquable d'un faisceau de se reconstruire après avoir rencontré un obstacle (fréquemment appelé Auto Reconstruction "AR") a attiré beaucoup d'attention[1-3]. L'auto reconstruction est une propriété qui décrit la capacité du champ à réformer en amplitude après une certaine distance au-delà d'une obstruction. Cela signifie que la forme du faisceau est partiellement bloquée par un obstacle opaque deviendra de plus en plus semblable à celle du faisceau sans obstruction. Le phénomène Auto Reconstruction(en anglais Self-healing) a généralement été démontré et étudié dans des faisceaux invariants de propagation. Depuis le papier de Bouchal el al publié en 1998[4], la propriété d'auto reconstruction de faisceaux optiques de différentes formes insiste sur les intérêts énormes et intenses[5-8]. Les faisceaux laser ayant une telle particularité d'auto reconstruction ont trouvé de nombreuses applications importantes dans la micromanipulation[9], télécommunication optique**,** et microscopie d'imagerie[10]. Le sujet de Self-healing a été étudié qualitativement et quantitativement[11-17]. Le concept le plus utilisé pour expliquer cette propriété est basé sur les concepts et les formalismes de l'optique géométrique et l'optique des ondes[18]. Cependant, il y a toujours la perception répandue que l'auto reconstruction repose sur l'ingénierie de profils de faisceaux spéciaux et, dans de nombreux cas, il est sensible à la taille et à la forme de l'obstruction, limitant ainsi les applications de ce phénomène[19].

L'auto reconstruction de la matière et des faisceaux lumineux est depuis longtemps un phénomène fascinant dans la recherche fondamentale et appliquée, fournissant également l'inspiration aux auteurs de science-fiction. En matière, le phénomène est dominé par la diffusion fortement couplée d'un système complexe dans un paysage multidimensionnel d'énergie libre de Gibbs, mais l'auto reconstruction des faisceaux lumineux nécessite le transport délocalisé de l'énergie du faisceau et de la quantité de mouvement qui peut remplacer les photons dispersés au centre du faisceau[20].

Dans ce chapitre, nous étudions la capacité d'auto reconstruction de faisceau Hermite-Gauss pas seulement contre les obstructions, mais aussi contre les troncatures, en utilisant l'intégrale de diffraction de Fresnel-Kirchhoff, et le concept de filtrage de fréquence spatiale. Comme preuve de notre idée, nous relions les phénomènes d'AR aux différentes touches qui caractérisent un faisceau optique, tel que; les intensités transversale et axiale, la largeur des faisceaux, le facteur de qualité du faisceau M^2 et l'effet de décalage focal. Dans ce qui suit, nous étudions numériquement et expérimentalement les effets de l'obscurité par un disque opaque sur le comportement de faisceau Hermite-Gauss.

4.2 Le filtrage de fréquence spatiale

Comme il est bien connu depuis les débuts du traitement d'image optique que les filtres binaires pourraient être utilisés pour améliorer la qualité d'image. Pour cela on va s'intéresser de rappeler quelques notions de base sur le filtrage de fréquence spatiale et également sur les filtre binaire.

Le terme «fréquence» est normalement utilisé pour signifier «Fréquence temporelle», c'est-à-dire que la fréquence désigne généralement un taux de répétition des formes d'onde en unités de temps, D'une manière similaire, «Fréquence spatiale» est défini comme le taux de répétition d'un motif particulier en unités de distance.

Le filtrage spatial de fréquence est une opération par laquelle on supprime (ou passe préférentiellement) certaines fréquences spatiales souhaitées en plaçant des filtres dans le plan de transformation de Fourier. La configuration du système optique est indiquée dans la FIGURE 4.1. Une source ponctuelle S placée devant une lentille L_0 produit un front d'onde plan qui est fait pour tomber sur l'objet qui doit être filtré. L'objet est maintenu dans le plan focal avant P_1 d'une autre lentille L_1, qui affiche le spectre de fréquence de l'objet dans le plan focal arrière P_2. Le plan P_2 est également le plan focal frontal de la lentille L_2, lequel Fourier transforme le spectre dans le plan P_2 pour former une image dans le plan P_3. Les filtres qui filtrent les fréquences spatiales sont placés au plan P_2 et l'image filtrée est affichée dans le plan P_3.

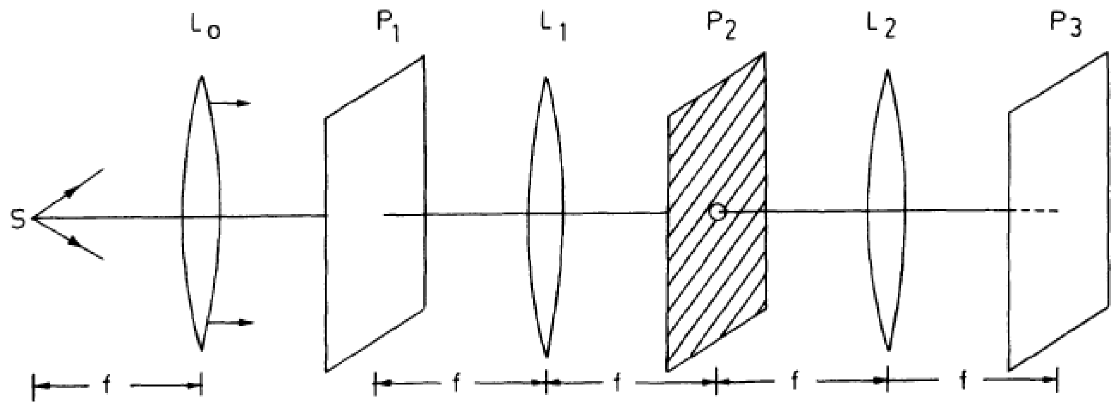
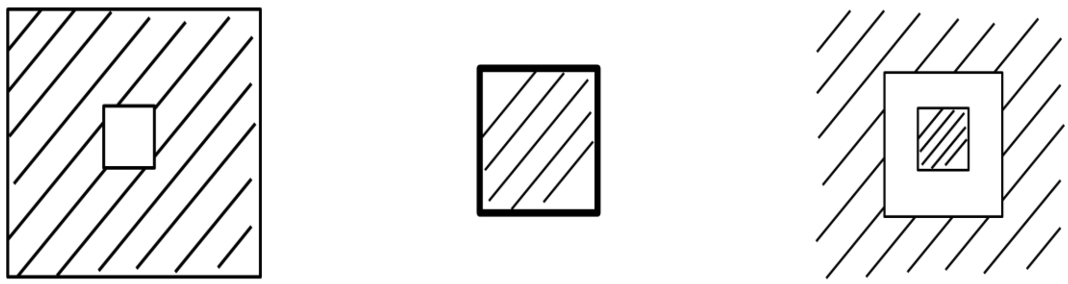


FIGURE 4.1-Configuration du système optique pour les opérations de filtrage de fréquence spatiale.

Les trois filtres binaires de base rencontrés dans les techniques de filtrage des fréquences spatiales sont les suivants: Filtres passe-bas ; ces filtres ne transmettent que les basses fréquences c'est-à-dire les composantes de fréquence situées près de l'axe(voir FIGURE 4.2 (a)), celles-ci trouvent une application dans le filtrage du bruit haute fréquence. Filtres passe-haut, ces filtres permettent aux hautes fréquences de passer tandis que les basses fréquences sont arrêtées (voir FIGURE 4.2 (b)), de tels filtres sont utilisés dans l'amélioration des bords. Filtres passe-bande, ces filtres ne transmettent que certaines fréquences souhaitées (voir FIGURE 4.2 (c)), tels filtres sont très utiles dans les cas où l'objet sans bruit est régulier avec des fréquences spatiales spécifiées et se superpose à un bruit aléatoire.



(a) (b) (c)

FIGURE 4.2-(a) filtre passe-bas (b) filtre passe-haut (c) filtre passe- bande.

Dans ce travail, nous avons été inspirés de l'idée de l'expérience du filtrage de fréquence spatiale pour démontrer et montrer d'une nouvelle façon la propriété d'AR de notre faisceau Hermite-Gauss contre l'obstruction par le stop. Nous notons que par souci de simplicité, nous avons utilisé une configuration 4f modifiée (FIGURE 4.3).

Puisque les faisceaux HG sont des faisceaux invariants mis à l'échelle sous focalisation et propagation, nous omettons la première étape 2f de l'entrée (faisceau) au plan de filtrage, parce que nous avons toujours le même faisceau HG (sous transformée de Fourier) et nous n'avons pas besoin de la première étape TF. Pour la deuxième étape TF, nous utilisons juste un faisceau d'entrée HG à sa largeur minimale (dans le plan de filtrage) se situant dans le plan d'une lentille de focalisation, ce dernier garantisse une transformée de Fourier exacte du triplet (Faisceau HG, filtre spatial, lentille de focalisation).

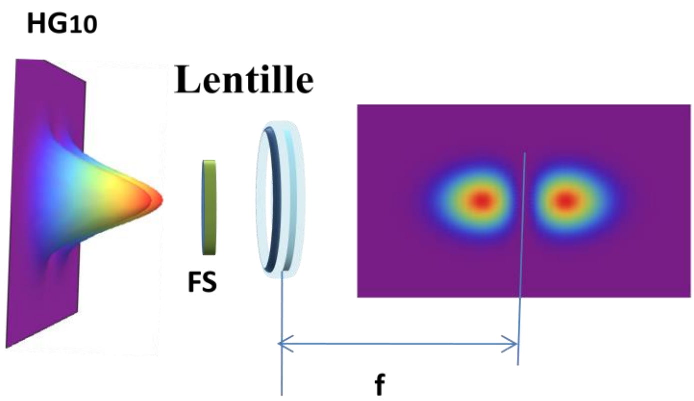


FIGURE 4.3-Configuration 4f modifiée de filtrage spatial pour faisceaux HG.

4.3 Diffraction de faisceau Hermite-Gauss par un stop

L'étude des propriétés spatiales d'un faisceau HG_{m0} diffracté par un stop rectangulaire, de largeur **2a**, est basée sur le schéma synoptique présenté sur la FIGURE 4.4. L'expression de l'amplitude complexe E(ξ,z) du champ, associé à un faisceau HG_{m0}, diffracté, dans n'importe quel plan z après la lentille de focalisation, peut être exprimée par l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff à l'aide de la relation :

$$E(\xi,z) = \frac{iexp(-ikz)}{\lambda z}\int_{-a}^{+a} \tau\, E_{in}\, exp\left[-i\pi\frac{(x-\xi)^2}{\lambda z}\right]\exp\left(\frac{i\pi x^2}{\lambda f}\right)dx \qquad (4.1)$$

Où E_{in} est l'amplitude du champ électrique du faisceau HG_{m0} incident sur le stop et son expression est donnée par la relation (2.3)(dans le chapitre 2). x est la coordonnée transversale dans le plan z=0; ξ est la coordonnée transversale dans le plan d'observation z , du faisceau diffracté, et τ représente la transmission du stop et est défini comme suit:

$$\tau = \begin{cases} 0, & -a < x < +a \\ 1, & -\infty < x \geq -a \; et + a < x < +\infty \end{cases} \qquad (4.2)$$

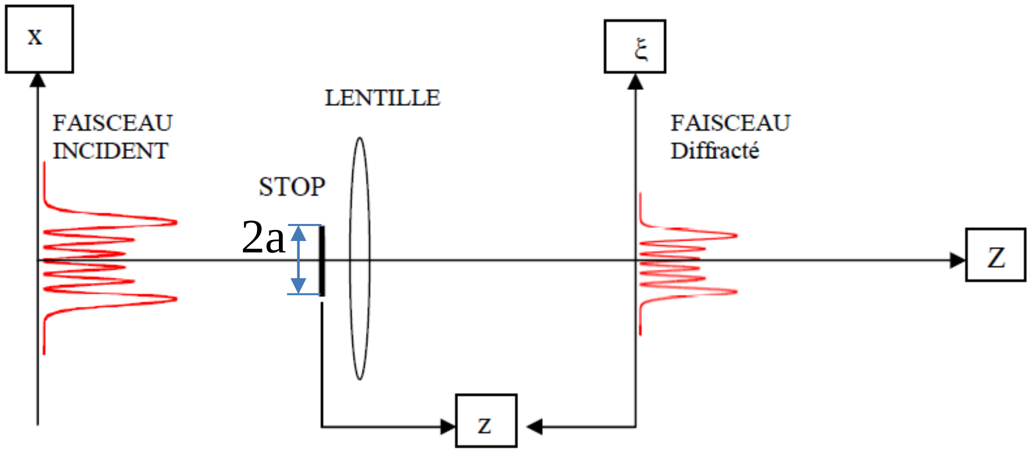


FIGURE 4.4-Schéma synoptique répondant à l'étude d'un faisceau HG_{m0} obscuré par un stop.

Pour étudier l'influence de stop sur le faisceau Hermite-Gauss incident, nous introduisons le paramètre d'obscurité , noté Y , qui traduit la taille relative de la largeur du stop par rapport à celle du faisceau laser HG_{m0} incident. Si nous considérons que le faisceau HG_{m0} collimaté incident, sur le couple stop et la lentille de focalisation, a une largeur w_0 , le rapport définissant le paramètre d'obscurité s'écrit comme suit:

$$\Upsilon = \frac{a}{w_0} \tag{4.3}$$

4.4 Les résultats numériques et expérimentaux

Dans ce qui suit, nous considérons la configuration de filtrage spatial 4f modifiée , et parce que les faisceaux HG sont invariants sous TF, on considère que le faisceau initial de HG est comme plan de fréquence du faisceau initial (virtuel) HG, à ce dernier plan, on considère que les différents lobes constituant le faisceau Hermite Gaussien sont des fréquences spatiales réparties en symétrie rectangulaire. On considère que l'obstruction par un stop opaque est un filtrage passe haut.

4.4.1 Les résultats numériques

Dans cette sous-section, et à l'aide des formules (4.4) et (4.5) de l'intensité axiale $\boldsymbol{I(0,\xi)}$ et la variation de la largeur $\langle \mathbf{W_x^2} \rangle$ le long de l'axe de propagation z respectivement, nous avons étudié les propriétés de focalisation des faisceaux HG_{m0} obscuré par un stop, en particulier le décalage focal. Dans les exemples numériques suivants les paramètres de faisceau λ et w_0 et la distance focale f de la lentille mince sont définis comme suit:

λ = 632.8 nm (Longueur d'onde du faisceau incident), w_0 = 0.5 mm (la largeur du faisceau incident HG_{m0}) et f = 250 mm (distance focale de la lentille). La distribution axiale de l'intensité est obtenue en élevant au carré l'équation (4.1) et en posant $\xi = 0$; dans ces conditions, nous obtenons la relation:

$$I(z,0) = \left| \int_{-a}^{+a} \tau\, E_{in}\, exp\left(\frac{-i\pi x^2}{\lambda}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right) dx \right|^2 \tag{4.4}$$

$$\langle \mathrm{W}_{\mathrm{x}}^2 \rangle = 4 \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 I(\xi, z) dx \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} I(\xi, z) dx \tag{4.5}$$

Nous calculons à la FIGURE 4.5 l'intensité normalisée sur l'axe et la largeur de faisceau effective normalisée du faisceau non obstrué et aussi obstrué HG_{80} sur ses quatre zéros. On constate que la position de l'intensité maximale dans l'axe coïncide avec la position de la largeur de faisceau effective minimale, et que les faisceaux obstrués par le stop ont toujours la forme et le comportement du HG_{80} non obstrué, même l'obscurcissement est augmenté.

Ce résultat est en parfait accord avec les résultats précédents démontrés par de nombreux chercheurs sur le sujet de la capacité d'auto reconstruction des faisceaux non diffractifs [1] et faisceaux invariants mis à l'échelle [15-17]. En outre, ces résultats sont en parfaite adéquation avec le concept de filtrage à haute fréquence spatiale, où il est bien connu que les fréquences spatiales supérieures contiennent les informations les plus importantes, nous pouvons reconstruire n'importe quelle image à partir de ses hautes fréquences spatiales seulement. En revanche, le filtrage spatial élevé est généralement utilisé pour améliorer la résolution de l'image et dessiner le contour de n'importe quelle image (forme) [20] le dernier est la caractéristique la plus importante dans les faisceaux optiques.

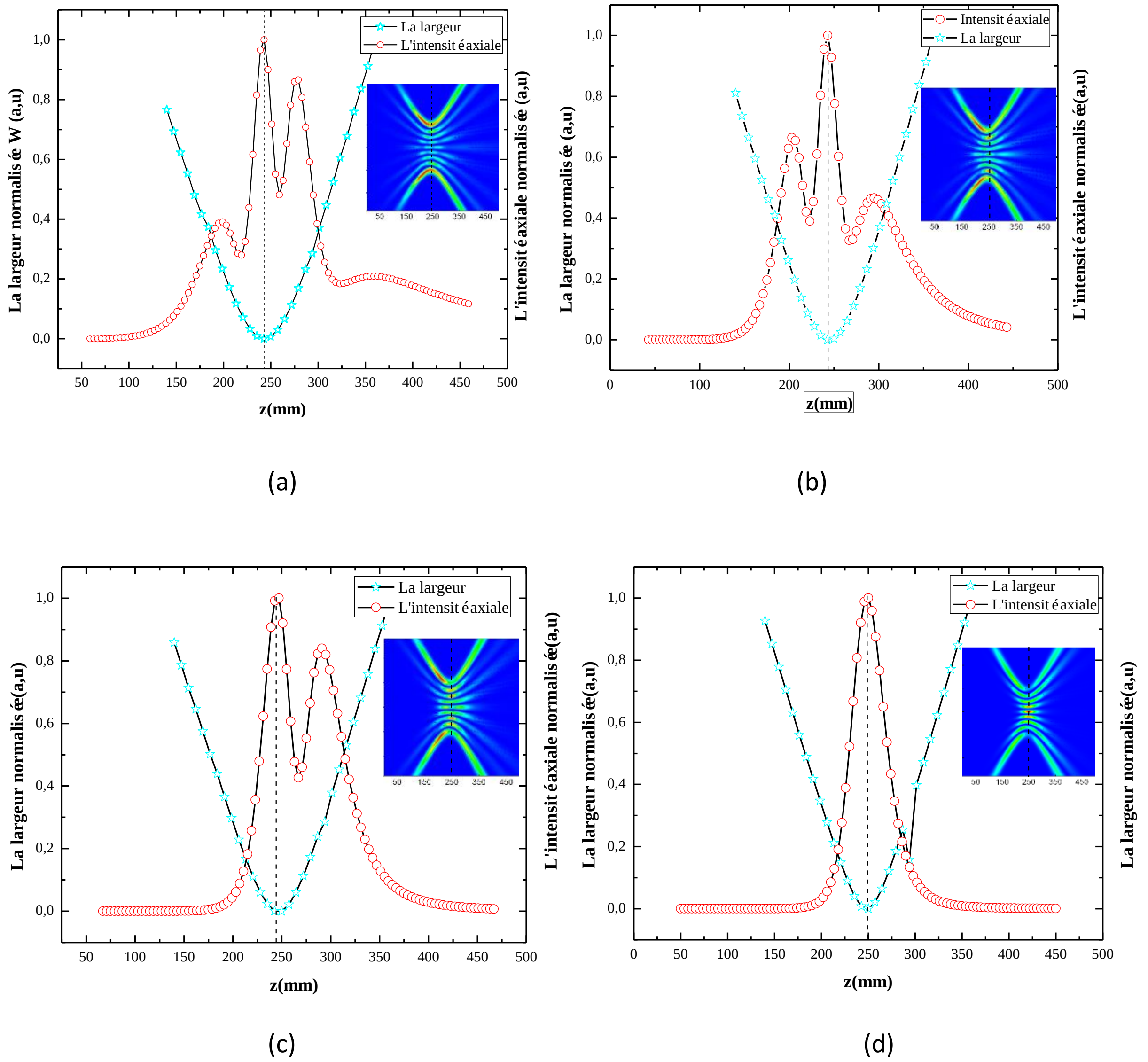


FIGURE 4.5-L'intensité axiale normalisée et la largeur normalisée de faisceau HG_{80} en fonction de coordonnée de propagation z obscurée sur son (a) premier zéro (b) deuxième zéro (c) troisième zéro et (d) quatrième zéro.

Il serait intéressant de rappeler les fameuses formules de l'équation (4.6) qui permet de calculer le facteur de qualité du faisceau M^2 d'un faisceau laser. En plus, en utilisant un fit approprié, nous pouvons extraire plus de caractéristiques du faisceau laser telles que; la largeur w_0, et sa position z_0.

$$W^2(z) = {W_0}^2 + M^4 \frac{\lambda^2}{\pi^2 {W_0}^2}(z - z_0)^2 \qquad (4.6)$$

Les résultats du fit appliqué sur les courbes de la largeur obtenu de faisceau HG_{80} obscurcis par un stop pour diverses valeurs du paramètre d'obscurité Y, sont illustrés dans la FIGURE 4.6. Toutes les courbes obtenues pour différentes obstructions suivent la même évolution hyperbolique de celle de la famille des faisceaux de Gauss.

Dans ce cas, les choses sont différentes par rapport au cas de diaphragme dans le chapitre 2, où on a trouvé que les courbes obtenus montrent que plus le faisceau du HG_{m0} est tronqué plus la largeur minimale est décalée (le nouveau plan focal) vers la lentille de focalisation. De l'autre côté, la FIGURE 4.6 montre que le nouveau plan focal reste presque le même que dans le cas du faisceau HG_{80} non obstrué, cela ne dépend pas de l'obscurcissement, et il est très proche du foyer géométrique.

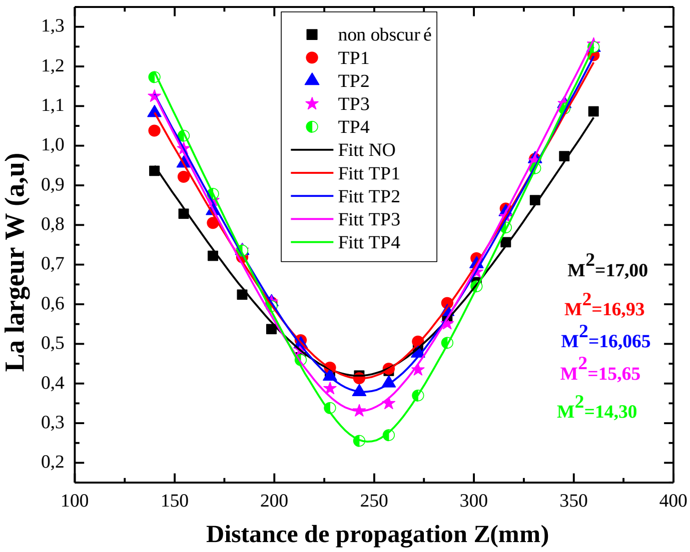


FIGURE 4.6-La largeur de faisceau HG_{80} obscuré par un stop sur ses zéros.

Nous avons calculé dans la FIGURE 4.7 l'intensité transversale de faisceau HG_{80} obscurci sur ses zéros en fonction de coordonné transversale x pour les positions longitudinales $z=z_0$, correspondantes aux positions des nouveaux focal , à l'aide de la relation (4.7) . Où, pour toutes valeurs de paramètre d'obscurité Y, le profil du faisceau reste le même, ce qui traduit l'auto reconstruction du faisceau HG_{m0} diffracté par un stop, avec un peu de dégradation de faisceau, et cela à cause de l'obscuration d'un certain partie du faisceau.

$$I(\xi,z)=\left|\frac{iexp(-ikz-i\pi\xi^2)}{\lambda z}\int_{-a}^{+a}\tau\, E_{in}\, exp\left(\frac{-i\pi x^2}{\lambda}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right) exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda z}x\xi\right)dx\right|^2 \quad (4.7)$$

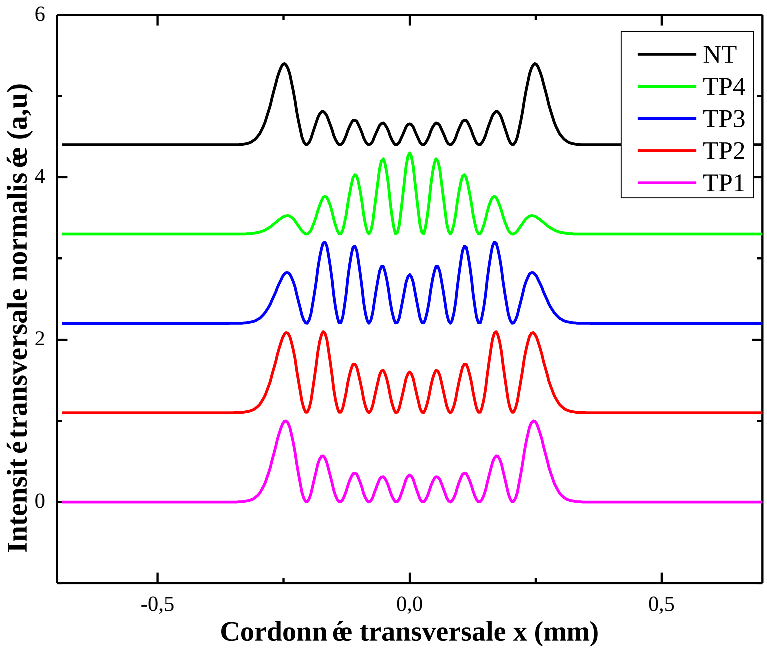


FIGURE 4.7-Profils d'intensité de HG_{80} obscuré par un stop sur ses différents zéros au niveau du plan focal décalé.

4.4.2 Les Résultats expérimentaux versus numériques

Pour étudier expérimentalement l'auto reconstruction de faisceau HG_{80}, nous avons utilisé des hologrammes générés par ordinateur affiché dans un modulateur de lumière spatiale(SLM). Le dispositif expérimental utilisé est montré à la FIGURE 4.8. Un faisceau laser He-Ne étendu et collimaté est utilisé pour illuminer le SLM . La lentille de focalisation et le système d'obstruction (stop+ lentille) sont codés sur le SLM. Pour obtenir le motif optique souhaité nous avons adopté un système 4f (f3 = 250mm, f4 = 250mm) avec un filtre spatial dans le plan de Fourier (le plan focal arrière de la lentille L3) pour sélectionner le faisceau du premier ordre de diffraction. La caméra CCD est montée sur un rail de guidage mobile, qui est d'abord placé à z = 0 sur le plan focal arrière de la lentille L4, pour capter une série de profils de faisceaux transversaux.

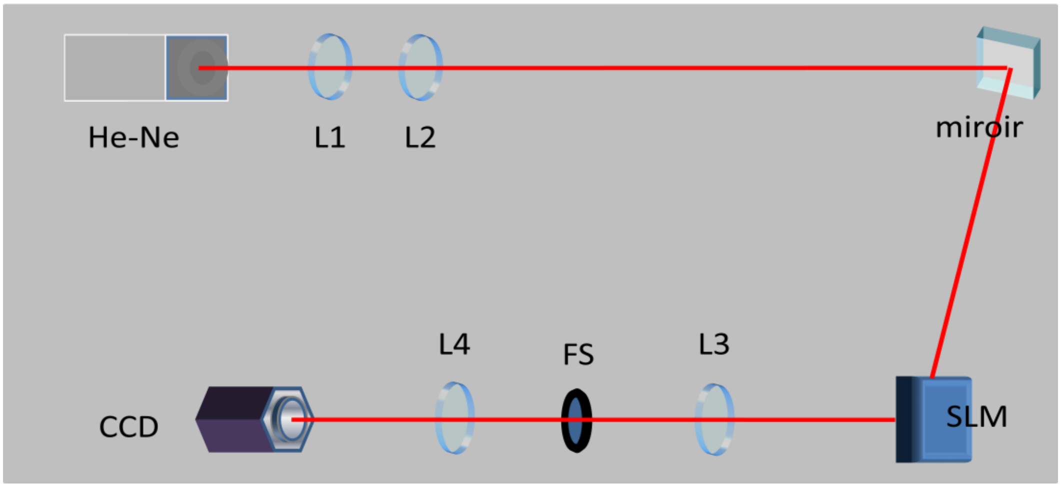
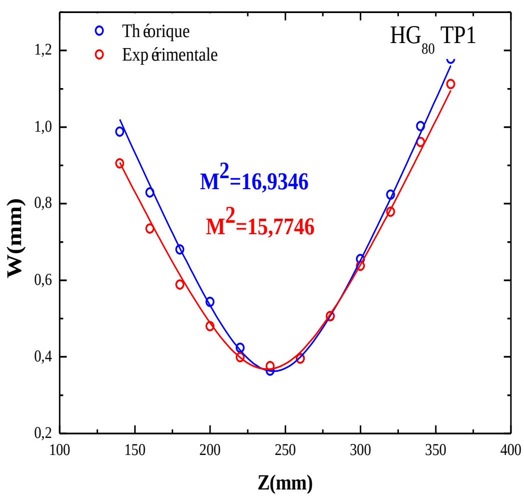
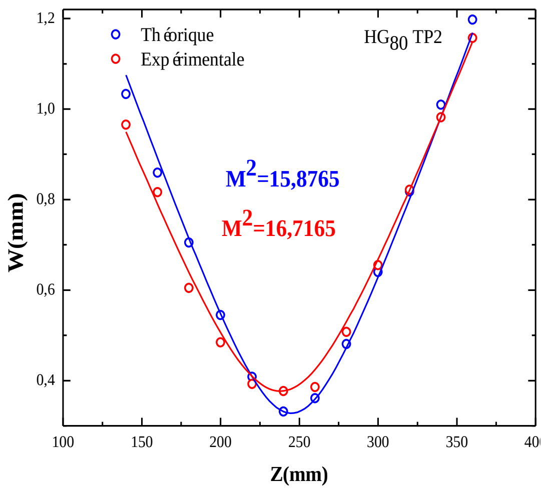


FIGURE 4.8-Schéma du dispositif expérimental utilisé pour étudier la capacité d'auto reconstruction de HG_{80} obscuré par un rectangle opaque.

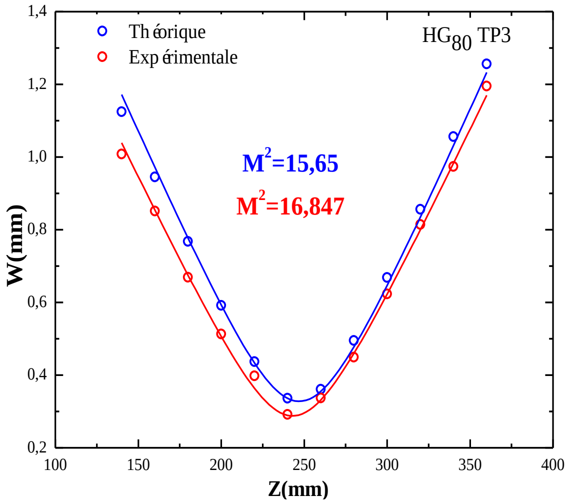
Pour étudier les effets de la capacité de l'obscurité sur le comportement du faisceau HG_{80}, la largeur du faisceau est tracée en fonction de la distance de propagation z pour différentes valeurs d'obscurité, la largeur a été calculée en utilisant la méthode du moment de second ordre. La FIGURE 4.9 montre tous les détails pouvant être obtenus à partir d'un faisceau de propagation; nous avons les courbes de la largeur de faisceau, le plan de la largeur minimale (waist), et en utilisant un fit approprié de l'équation (4.6), le facteur de qualité du faisceau M^2 est également déduit pour les différents cas.



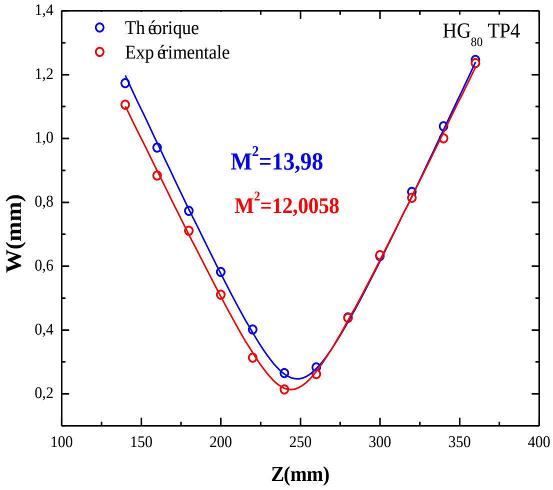
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 4.9-Analyse de propagation de HG_{80} obstruée (résultats de simulations et expérimentales), (a) : sur son premier zéro, (b) : sur son deuxième zéro, (c) : sur son troisième zéro et (d) : sur son quatrième zéro. Les valeurs du facteur de qualité du faisceau M^2 pour chaque cas sont présentées dans la figure correspondante.

On peut voir à partir de FIGURE (4.9), que les résultats obtenus pour le facteur M^2 et l'effet de décalage focal de HG_{80} après obstruction ne varient pas de manière significative par rapport à HG_{80} sans obstruction ayant $M^2 = 17$. Après obstruction, par exemple, quand HG_{80} est obstrué sur son premiers lobes et on garde les autres lobes le $M^2 \approx 17$ et le décalage focal est du même montant que pour le faisceau non obstrué.

Les FIGURES (4.10-4.13) représentent les évolutions du profil transversal de l'intensité du faisceau HG_{80} obscuré par un stop, obtenu numériquement et expérimentalement dans le champ proche juste derrière l'obstruction, et dans le champ lointain (plan de décalage focal et plan focal de la lentille avec focale f = 250mm). Dans tous les cas, en dessous des motifs, nous traçons dans la même figure leurs profils d'intensité correspondants obtenus numériquement et expérimentalement. À première vue, tous les résultats images et profils obtenus numériquement et expérimentalement sont très proches, et les courbes se chevauchent.

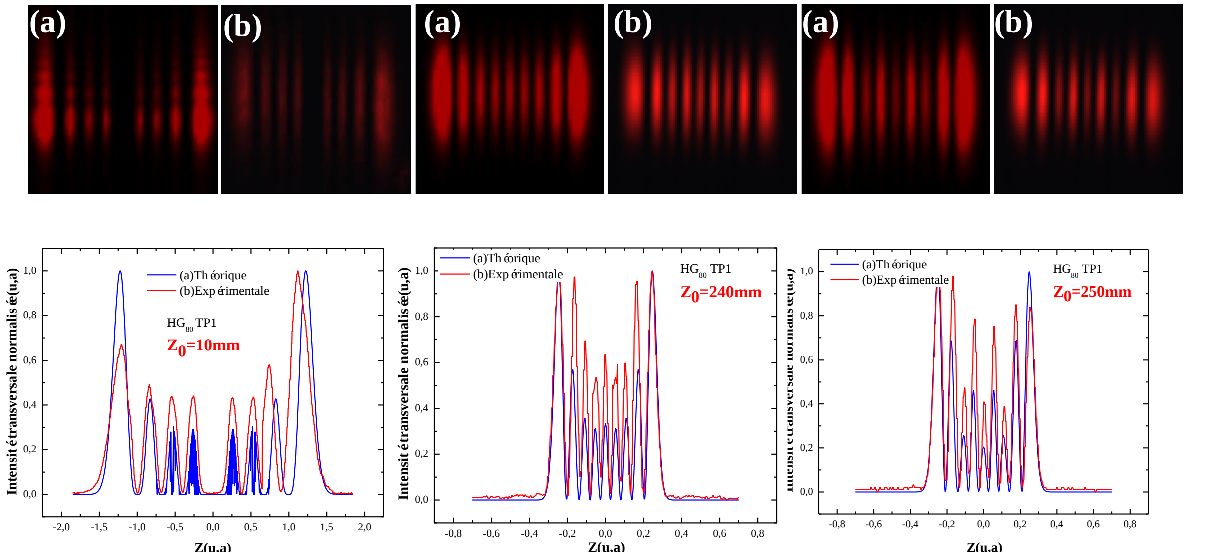


FIGURE 4.10-Modèles d'intensité dans le champ proche (z_0=10mm) et lointain ((z_0=240mm) pour le faisceau HG_{80} obscuré par un stop à son premier zéro: théorie et expérimentale.

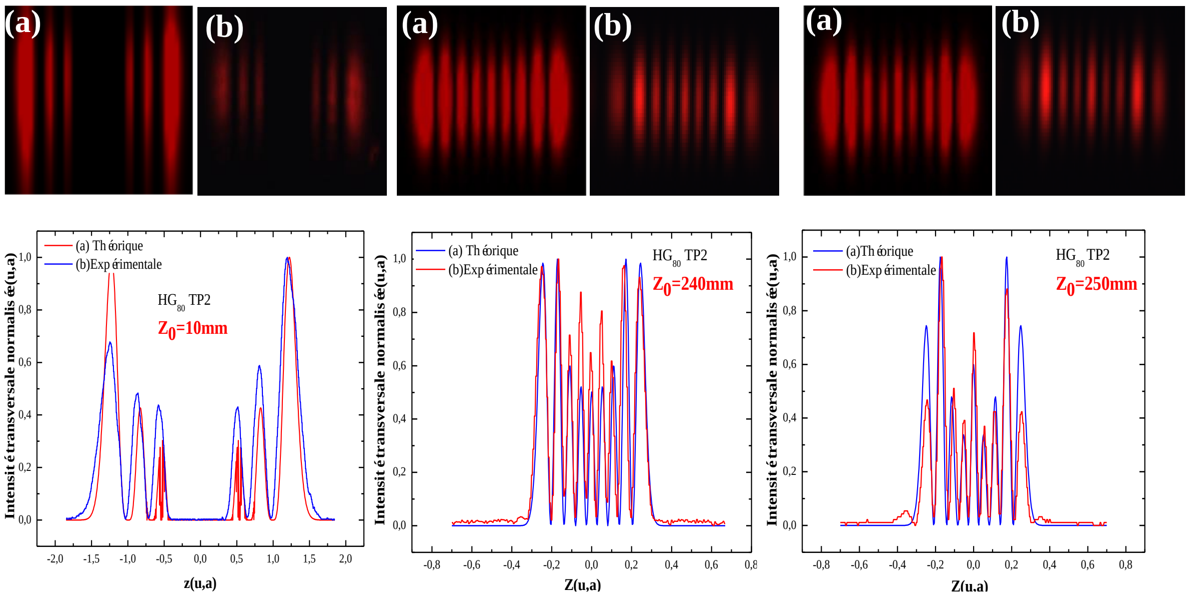


FIGURE 4.11-Modèles d'intensité dans le champ proche (z_0=10mm) et lointain (z_0=240mm) pour le faisceau HG_{80} obscuré par un stop à son deuxième zéro: théorie et expérimentale.

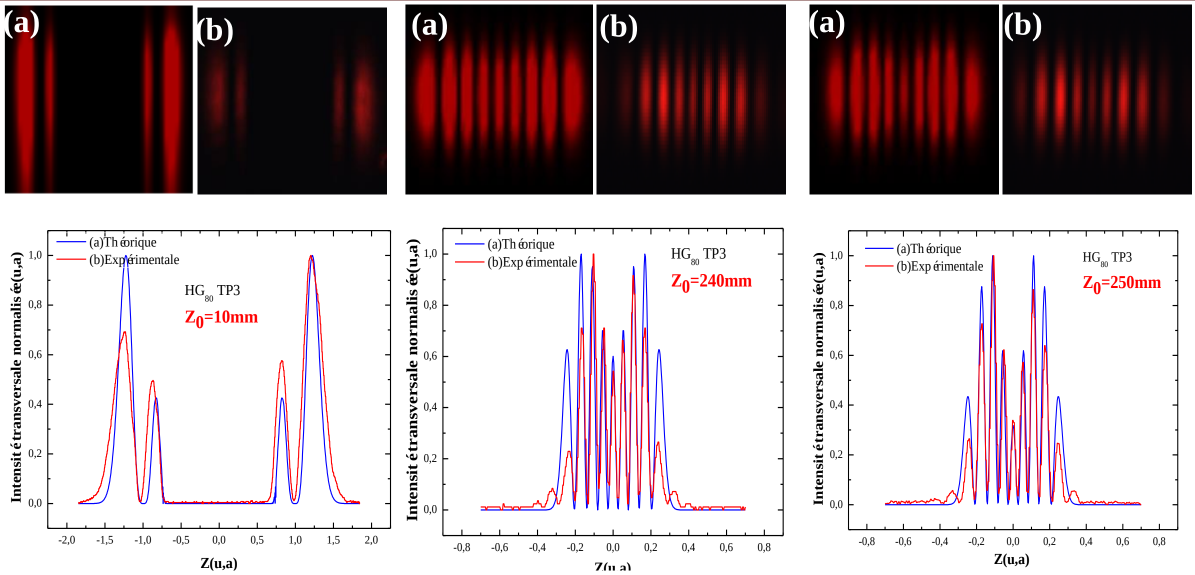


FIGURE 4.12-Modèles d'intensité dans le champ proche (z_0=10mm) et lointain (z_0=240mm) pour le faisceau HG_{80} obscuré par un stop à son troisième zéro: théorie et expérimentale.

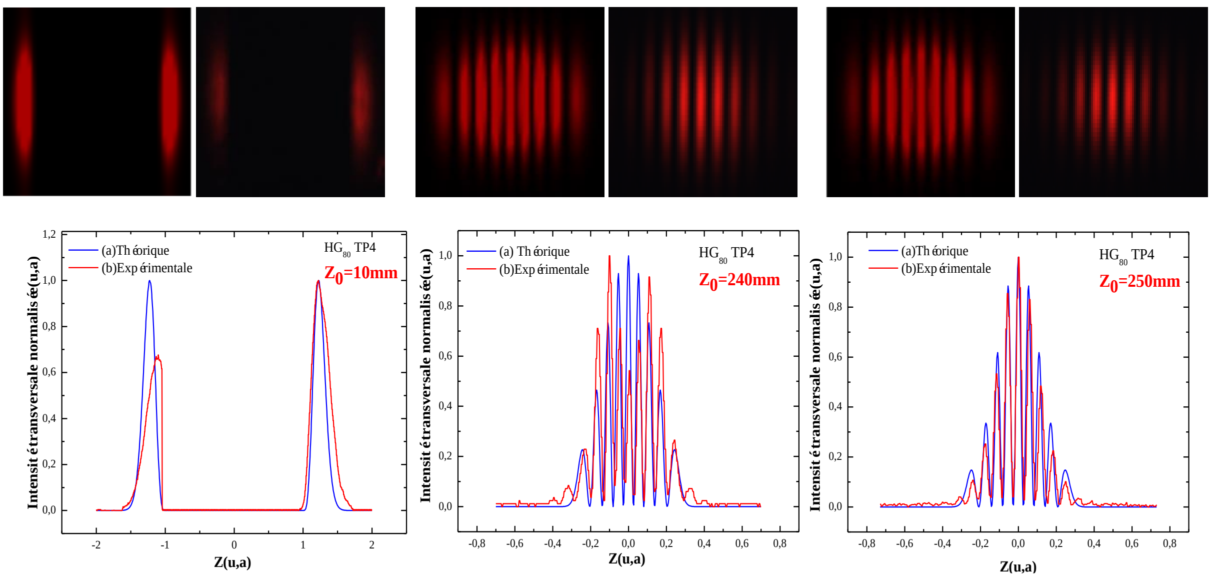


FIGURE 4.13-Modèles d'intensité dans le champ proche (z_0=10mm) et lointain (z_0=240mm) pour le faisceau HG_{80} obscuré par un stop à son quatrième zéro: théorie et expérimentale.

Les principaux résultats de cette partie sont, après obscurcissement des faisceaux HG d'un ordre donné, le faisceau s'auto reconstruit même si l'obscurcissement est augmenté, et le faisceau conserve toujours sa forme initiale de faisceau HG initiale. En focalisant un faisceau HG obstrué par une lentille nous avons remarqué que le plan focal décalé reste toujours dans la même position, et ce dernier ne dépend pas de la quantité d'obscurcissement.

Afin d'expliquer les résultats précédents nous avons référé à l'expérience d'abbé (filtrage des fréquences spatiales). Si on considère que les faisceaux HG sont des figures lumineuses structurées et les différents lobes du faisceau sont situés à différentes fréquences spatiales. L'obstruction est un filtrage passe-haut, et par l'utilisation de la lentille nous pouvons interférer ce qui reste du faisceau initial. Expérience d'Abbé, les hautes fréquences spatiales contiennent toute l'information sur toute structure spatiale, et juste en interférant les hautes fréquences spatiales, nous pouvons simplement reconstruire toute l'information. En opposition avec le cas de stop , si nous tronquons un faisceau HG donné en utilisant l'ouverture(filtre passe-bas) ,nous perdons des fréquences élevées entraînant une perte d'informations, pour cette raison, lorsque nous tronquons un faisceau HG d'ordre supérieur donné, nous ne reconstruisons jamais et n'obtenons pas le faisceau initial.

De l'autre côté, en prenant en compte les résultats du décalage focal. Pour un faisceau HG obscuré focalisé par une lentille donnée, la position du plan focal décalé reste toujours la même. C'est ce que nous avons mentionné ci-dessus, il semble que nous ayons toujours affaire au même faisceau, en tant que tel, nous n'aurions aucun obscurcissement (à partir de différentes obstructions, nous avons toujours le même faisceau et donc nous avons toujours la même quantité de décalage focal).

4.5 Calcul du facteur de qualité M^2 des faisceaux HG (standard et élégant)

On va prendre comme propriété spatiale du faisceau HG_{m0} obscuré par un stop, le facteur de qualité M^2. Sur la base de la méthode des moments du second ordre dans les systèmes de coordonnées cartésiennes, une méthode approximative de calcul du facteur de propagation du faisceau généralisé est proposée. Des expressions sous forme limité pour le facteur M^2 généralisé des faisceaux obscuré standard et élégants de faisceau Hermite – Gaussien sont respectivement dérivées. Quelques exemples numériques typiques sont donnés et comparés en utilisant la méthode analytique obtenue et la méthode d'intégration numérique.

Avant d'aborder notre calcule, on rappelant que l'expression qui d'écrit le facteur de qualité est donné par la relation (4.8)

$$M^2 = 2k\sqrt{\langle x^2\rangle\langle u^2\rangle - \langle xu\rangle^2} \tag{4.8}$$

Pour éviter la répétition, les relations traduisent les fonctions$\langle x^2\rangle$, $\langle u^2\rangle$ et $\langle xu\rangle^2$ sont présentées dans le chapitre 3 par les relations (3.19-3.21), juste nous avons utilisé l'expression de champ donné par la relation (4.1). Après un très long calcul, présenté dans l'annexe C, nous avons trouvé l'expression analytique du facteur M^2 des faisceaux standard HG_{m0} obscuré par un stop en fonction d'ordre m et de paramètre d'obscurité Υ sous forme de la relation (4.9). L'expression analytique approximative du facteur M^2 généralisé de faisceau élégant Hermite-Gauss obscuré est dérivée comme l'indiqué la relation (4.10).

$$M^2 = 2\left[\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+1.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2\Upsilon^2)\right)\right)^{-1}\times\right.$$
$$\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{M+2.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+1.5,2\Upsilon^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}}\times$$
$$\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\left\{\frac{(m-2s_1)(m-2s_2)}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2-0.5,2\Upsilon^2)\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\frac{(m-2s_1)+(m-2s_2)}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2\Upsilon^2)\right)+\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+1.5,2\Upsilon^2)\right)\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \quad (4.9)$$

$$M^2 = 2\left[\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+1.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2\Upsilon^2)\right)\right)^{-1}\times\right.$$
$$\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+2.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+1.5,2\Upsilon^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}}\times$$
$$\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\left\{\frac{(m-2s_1)(m-2s_2)}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2-0.5,2\Upsilon^2)\right)-\right.\right.$$
$$\frac{(m-2s_1)+(m-2s_2)}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2\Upsilon^2)\right)+\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+\right.$$
$$\left.\left.\left.1.5,2\Upsilon^2)\right)\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \quad (4.10)$$

Dans cette section, nous rapportons quelques calculs numériques qui ont été effectués pour illustrer les résultats analytiques ci-dessus. La FIGURE 4.14 donne le facteur M^2 généralisé des faisceaux standard Hermite– Gaussien obscuré en fonction du paramètre d'obscurité du faisceau Υ des différentes ordres m. La FIGURE 4.15 donne le facteur M^2 généralisé des faisceaux élégant Hermite– Gaussien obscuré en fonction du paramètre d'obscurité du faisceau Υ pour différents ordres m

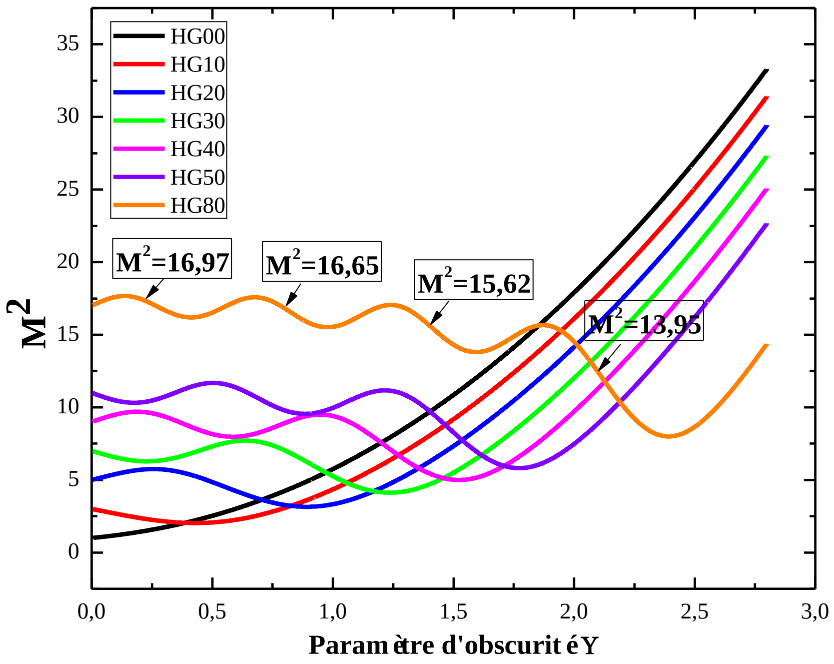


FIGURE 4.14-La variation de facteur de qualité M^2 (numérique et analytique) des faisceaux SHG_{m0} de Cinq premier ordre diffracté par un stop en fonction de paramètre d'obscurité Y.

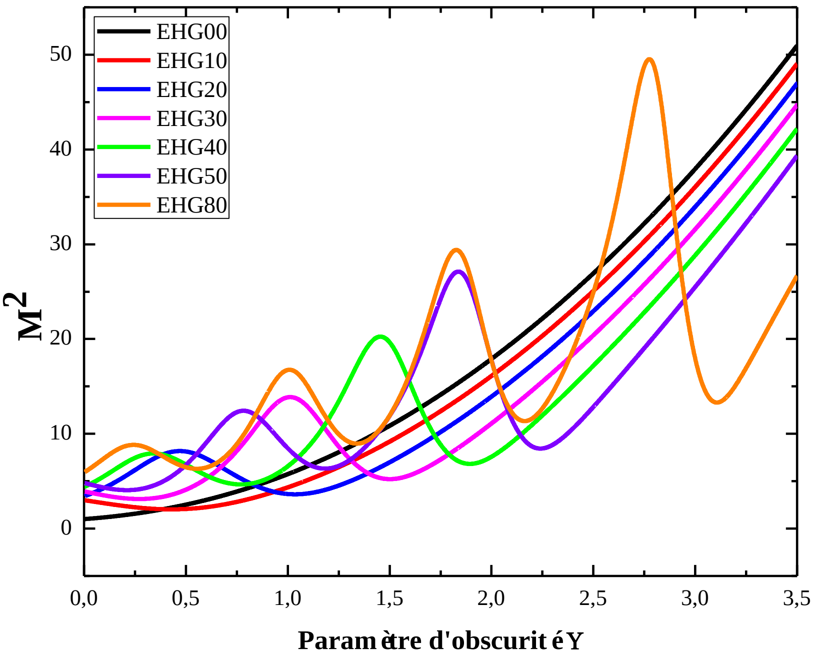


FIGURE 4.15-La variation de facteur de qualité M^2 (numérique et analytique)des faisceaux EHG_{m0} de Cinq premier ordre diffracté par un stop en fonction de paramètre d'obscurité Y.

Les FIGURES 4.14 et 4.15 montrent que le facteur M^2 généralisé calculé analytiquement à l'aide d'équations (4.9 et 4.10) concordent assez bien avec les résultats de la méthode de calcul intégral numérique. En outre ils montrent que le facteur M^2 présente des minimas et des maximas relatifs dont leurs nombres égaux aux ordres des faisceaux. En effet lorsque le paramètre d'obscurité égale à zéro, le faisceau totalement passe et le facteur de qualité des faisceaux Hermite Gauss devient égale $M_x^2 = (2m+1)$ pour les faisceaux Hermite-Gaussien standard et égale $M_x^2 = \left[\frac{(4m-1)(2m+1)}{2m-1}\right]^{\frac{1}{2}}$ pour les faisceaux Hermite-Gaussien élégant telle que m est l'ordre du faisceau. Ce facteur M^2 du faisceau engendré, lors de la focalisation du faisceau HG_{m0} obscuré, se dégrade de plus en plus avec l'augmentation du paramètre d'obscurité et aussi avec l'augmentation du nombre des lobes constituant le faisceau HG_{m0} incident. Et ce jusqu'au dernier lobe de faisceau, où le facteur de qualité augmente d'une façon rapide, là où le stop est assez grand pour ne pas laisser passer intégralement l'onde incidente, correspondant à un effet diffractif nul.

Afin de confirmer notre résultats obtenus dans la section précédent , on a tiré les valeurs de facteur de qualité M^2 calculé (numériquement et analytiquement) dans les zéros de faisceau HG_{80} obscuré par un stop , et nous les avons ensuite comparées avec celles obtenues à partir des courbes de la largeur , où nous avons constaté qu'elles étaient identiques, ce qui confirme la validité de nos calculs.

4.6 Conclusion

Rappelons-nous que ce chapitre a été consacré à l'étude des propriétés d'un faisceau type HG_{m0} obscuré par un stop, d'une forme rectangulaire, en fonction de paramètre d'obscurité. Nous avons commencé avec l'étude de la variation du profil axial de l'intensité et le profil de la largeur, en fonction du paramètre d'obscurité.

En effet, le profil axial de l'intensité et le profil de la largeur permet de donner l'effet d'obscurité sur le décalage focal, où on a trouvé que le plan focal de la lentille garde son décalage par rapport au plan focal géométrique au fur et à mesure que le paramètre d'obscurité augmente.

Par la suite, dans la deuxième partie, nous nous sommes intéressés, plus particulièrement, au profil spatial de l'intensité dans les plans décalé. Basé sur le concept de filtrage de fréquence spatiale, nous avons proposé un nouveau concept pour analyser la capacité d'auto

Reconstruction des faisceaux Hermite-Gaussien.

Concernant le facteur de qualité des faisceaux Hermite-Gaussien obscuré par un stop, nous avons trouvé des résultats qui concordent avec les résultats obtenus à partir des courbes des largeurs (théorique et expérimentale), ce qui confirme la validité de nos calculs.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Z. Bouchal, J. Wagner and M. Chlup, "**Self-reconstruction of a distorted non diffracting beam**", Optics Communications .151 , 207–211,(1998).

[2] M. V. Vasnetsov, I. G. Marienko, and M. S. Soskin, "**Self-Reconstruction of an Optical Vortex**", JETP Letters ,volume 71,number 4 , 130–133,(2000).

[3] V.G.Chàvez, D. McGloin et al., "**The reconstruction of optical angular momentum after distortion in amplitude, phase and polarization**", Journal Of Optics A: Pure And Applied Optics.6 , S235–S238,(2004).

[4] Z. Bouchal, "**Resistance of nondiffracting vortex beams against amplitude and phase perturbations**" ,Opt. Commun. 210, 155–164 (2002).

[5] S. H. Tao and X. Yuan, "**Self-reconstruction property of fractional Bessel beams**," J. Opt. Soc. Am. A **21**, 1192–1197 (2004).

[6] P. Fischer, H. Little, R. L. Smith, C. Lopez-Mariscal, C. T. A. Brown, W. Sibbett, and K. Dholakia, "**Wavelength dependent propagation and reconstruction of white light Bessel beams**," J. Opt. A 8, 477–482 (2006).

[7] J. Broky, G. A. Siviloglou, A. Dogariu, and D. N. Christodoulides, "**Self-healing properties of optical Airy beams**", Opt. Express 16, 12880–12891 (2008).

[8] P. Zhang, Y. Hu, T. Li, D. Cannan, X. Yin, R. Morandotti, Z. Chen, and X. Zhang, "**Nonparaxial Mathieu and Weber accelerating beams**" ,Phys. Rev. Lett. 109, 193901 (2012).

[9] V.Garces-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W.Sibbett, and K. Dholakia, "**Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam**", Nature 419, 145-147 (2002)

[10] F.O. Fahrbach, P. Simon, and A. Rohrbach, " **Microscopy with self-reconstructing beams**" Nat. Photon.4, 780-785 (2010).

[11] I. A. Litvin, M. G. Mclaren, and A. Forbes, "**A conical wave approach to calculating Bessel-Gauss beam reconstruction after complex obstacles**", Opt. Commun. 282, 1078–1082 (2009).

[12] X. Chu, "**Analytical study on the self-healing property of Bessel beam**", Eur. Phys. J. D 66, 259 (2012).

[13] X. Chu and W. Wen,"**Quantitative description of the self-healing ability of a beam**",Opt. Express 22, 6899–6904 (2014).

[14] A. Aiello, G. S. Agarwal, M. Paúr, B. Stoklasa, Z. Hradil, J. Řeháček, P. de la Hoz, G. Leuchs, and L. L. Sánchez-Soto, "**Unraveling beam self-healing**", Opt. Express 25, 19147–19157 (2017).

[15] V. Arrizon, G. Mellado-Villasendor, D. Aguire-Olivas, and H.M. Moya-Cessa "**Mathematical and diffractive modeling of self-healing**", Opt. Express 26, 12219–12229 (2018).

[16] M. Anguiano-Morales, A. Martínez, M. D. Iturbe-Castillo, S. Chávez-Cerda, and N. Alcalá-Ochoa, "**Self-healing property of a caustic optical beam**", Appl. Opt. 46, 8284–8290 (2007).

[17] I.A.Litvin, L. Burger, and A.Forbes "**Self healing Bessel-like beams with longitudinally dependent cone angles**", J.Opt. 17, 105614-105619 (2015)

[18] A. Aiello, and G.S. Agrawal, "**Wave-optics description of self-healing mechanism in Bessel beams**", Opt.let. 39, 6819-6822 (2014).

[19] F.Wang, Y.Chen, X. Liu,Y.Cai And S. A. Ponomarenko, "**Self reconstruction of partially coherent light beams scattered by opaque obstacles**".Optics Express,volume 24, number 21, 23735-23746 (2016).

[20] F. O. Fahrbach, P. Simon and A.Rohrbach,“ **Microscopy with self-reconstructing beams**", Nature Photonics,volume 4 ,780–785,(2010).

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans un contexte global de course permanente à la minimisation du cout des systèmes optiques, et comme la plupart des applications scientifiques, médicales et industrielles des lasers ne peuvent se satisfaire d'un faisceau ayant une distribution gaussienne d'intensité dans un plan transverse. Il est alors nécessaire de transformer le profil d'intensité du faisceau laser. Le sujet a été dédié à une étude sur les faisceaux lasers d'ordre supérieurs de type Hermite-Gauss HG_{m0}, une étude sur leurs comportement vis-à-vis différents types de diffraction, entre autres on cite, la troncature par des diaphragmes et les l'obscuration par des stop.

Au premier chapitre, une revue de la littérature sur les faisceaux laser a été présentée. La solution de mode gaussien d'ordre le plus bas est dérivée de l'équation d'onde paraxiale de Helmholtz , et aussi une autre famille de solutions de mode gaussien d'ordre élevé qui est le mode Hermite-Gaussien a été discutée. Dans la deuxième partie de ce premier chapitre on s'est intéressé à présenter les faisceaux Hermite-Gauss HG_{m0} générés expérimentalement au niveau du laboratoire "structured light " de l'université Wits de l'Afrique de sud. Dans ce but, un modulateur spatial de lumière a été inséré dans un montage optique approprié où nous avons pu générer des modes HG_{m0} en insérant au SLM des hologrammes créés auparavant. Le profil transversal des faisceaux HG obtenus expérimentalement, a été trouvé en concordance avec les profils calculés théoriquement, dont des fits sur les courbes ont été effectués.

Une mise en forme simple et économique de faisceau Hermite-Gauss HG_{m0} par un diaphragme, a été présentée et discutée dans le deuxième chapitre de cette thèse. Nous avons tout d'abord démontré l'évolution de la largeur des faisceaux HG diffractées par l'ouverture rectangulaire le long de distance de propagation z, par une méthode fiable basée sur le moment de second ordre. Cette nouvelle méthode nous a permis de déterminer le décalage focal pour les faisceaux HG qui ont un centre d'intensité nulle (faisceaux HG d'ordre impaire), dont la méthode de l'intensité axiale n'est pas valable. A base de ces résultats, nous avons décidé d'expérimenter la recherche de la figure de diffraction dans les nouveaux plans focaux (les plans décalés). Nous avons pu alors observer des profils d'intensité transversale des faisceaux Hermite-Gauss remarquable. Comme application immédiate, on a proposé une technique qui permet de générer à partir d'un seul faisceau Hermite Gauss HG_{m0} d'ordre élevé m, tous les faisceaux Hermite Gauss HG_{p0} d'ordre inférieur à m. Bien sûr on a bien détaillé la technique au cours du chapitre. Nous avons parallèlement repris l'étude précédente expérimentalement, très bon accord entre les champs produits expérimentalement et les prédictions théoriques a été obtenu; nous avons montré que la troncation du faisceau Hermite-Gauss sur ses zéros utilisant une ouverture rectangulaire, permet de réaliser des mises en forme très intéressantes et économiques. Par la suite, des fits et des vérifications des intensités de sortie ont été effectuée.

Le troisième chapitre a été un complément du travail effectué dans le chapitre deux, nous nous sommes intéressé, cette fois-ci, à l'étude de facteur de qualité des faisceaux Hermite-Gauss Standard et Elégant tronqué par un diaphragme, d'une ouverture rectangulaire. Nous avons développé pour la première fois une expression analytique décrivant le facteur de qualité M^2 des faisceaux SHG et EHG, les résultats numériques montrent la dépendance de M^2 sur le paramètre de troncature introduit δ ce qui correspond au degré de diffraction. À travers ce travail, nous avons observé la forte relation entre les différents ordres ayant la même structure morphologique de faisceau Hermite-Gaussien (SHG et EHG). En outre, il est démontré qu'un simple diaphragme est capable de réduire et d'améliorer le facteur M^2, nous croyons donc que cette recherche est utile aux applications pratiques des faisceaux Hermite-Gaussiens.

Le quatrième chapitre englobe nos dernières contributions dans la présente thèse. Le but était d'étudier l'effet de l'obscuration par un stop sur les faisceaux Hermite-Gauss, en fonction du paramètre d'obscurité. On a montré qu'un simple filtre spatial (stop) en combinaison avec une lentille sont capables de s'auto reconstruisent des faisceaux Hermite-Gaussien. L'interprétation de ce résultat, a été montré par une analyse très précise basée sur l'expérience d'abbé (filtrage des fréquences spatiales); les hautes fréquences spatiales contiennent toute l'information sur toute structure spatiale, et juste en interférant les hautes fréquences spatiales, nous pouvons simplement reconstruire toute l'information. Ensuite, nous sommes parvenus à caractériser les faisceaux HG obscurés par un stop par des calculs et des simulations faites sur le facteur de qualité M^2 de ces faisceaux. Sur la base de ces différents résultats, on a constaté que le calcul de facteur de qualité confirme les constatations que nous avons trouvées précédemment.

Les résultats très prometteurs obtenus pendant cette thèse, nous pouvons envisager des axes de recherche pour de futurs travaux portant sur la mise en forme simples et économiques des faisceaux laser en dehors de la cavité en utilisant des éléments otiques diffractives de phase ou des axicons. Comme on va étendre ce travail pour l'étude d'autres types de faisceaux tels que ; faisceau de Bessel, faisceau d'Airy etc…

Les travaux réalisés durant ce travail de thèse ont conduit à la publication d'un article dans un journal international, et un ensemble des communications dans des conférences nationales et internationales

Annexe A

Annexe A: Calcul analytique du l'intensité diffracté par un diaphragme dans le plan focal d'une lentille de focalisation

On va développer analytiquement une expression générale qui permit de déduire la distribution de l'intensité du faisceau HG_{m0} diffracté par un diaphragme dans le plan focal d'une lentille de focalisation, pour cela nous prend un faisceau, incident sur le diaphragme, comme il est montré sur la figure (2.4), dont l'amplitude de son champ E(x,z)est donnée par :

$$u(\xi,z) = \frac{i\exp\left(\frac{-i\pi(2f^2+\xi^2)}{\lambda f}\right)}{\lambda f}\int H_m(x)\exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda f}x\xi\right)dx \qquad (A.1)$$

On considère $\frac{i\exp\left(\frac{-i\pi(2f^2+\xi^2)}{\lambda f}\right)}{\lambda f}$=C donc la relation (A.1) devient

$$u(\xi,z) = C\int_0^a H_m(x)\ exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda f}x\xi\right)dx \qquad (A.2)$$

$$= C\int_0^a H_m(x) exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda f}x\xi\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda f}x\xi\right)\right]dx \qquad (A.3)$$

$$= C\left[\int_0^a H_m(x)\ exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda f}x\xi\right)dx + i\int_0^a H_m(x)\ exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda f}x\xi\right)dx\right] \qquad (A.4)$$

On utilise les développements en série tirer à partir de livre « **Table of integrals,series, and products** » suivant

$$H_m(x) = \sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}(2x)^{m-2s} \qquad (A.5)$$

donc

$$H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w_0}x\right) = \sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}x\right)^{m-2s} \qquad (A.6)$$

Alors on obtient

$$H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w_0}x\right) = \sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)^{m-2s} x^{m-2s} \qquad (A.7)$$

Et

$$exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left(\frac{-1}{{w_0}^2}\right)^n x^{2n} \tag{A.8}$$

On a aussi

$$\cos x = \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \frac{x^{2h}}{(2h)!} \tag{A.9}$$

Donc :

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi x\right) = \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi x\right)^{2h}}{(2h)!} = \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi\right)^{2h}}{(2h)!} x^{2h} \tag{A.10}$$

D'un autre coté :

$$\sin x = \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \frac{x^{2h+1}}{(2h+1)!} \tag{A.11}$$

Alors la relation (A.11) devient:

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi x\right) = \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi x\right)^{2h+1}}{(2h+1)!} = \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi\right)^{2h+1}}{(2h+1)!} x^{2h+1} \tag{A12}$$

Dans la premi ère partie on va calculer l'intégral :

$$\int_0^a H_m(x)\, exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda f} x\xi\right) dx$$

$$= \int_0^a \sum_{s=0}^{m/2} \frac{(-1)^s m!}{s!\,(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)^{m-2s} x^{m-2s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left(\frac{-1}{{w_0}^2}\right)^n x^{2n} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi\right)^{2k}}{(2k)!} x^{2k} dx$$

$$= \sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{s+n+k} \frac{m!\,(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s} s!\,(m-2s)!\,n!} \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2k} \xi^{2k}}{(2k)!} \int_0^a x^{m-2s+2n+2k} dx$$

$$= \sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{s+n+k} \frac{m!\,(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s} s!\,(m-2s)!\,n!} \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2k} \xi^{2k}}{(2k)!} \frac{a^{m-2s+2n+2k+1}}{m-2s+2n+2k+1} \tag{A.13}$$

Ensuite la deuxi ème int égrale :

$$\int_0^a H_m(x)\, exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda f} x\xi\right) dx \tag{A.14}$$

$$= \int_0^a \sum_{s=0}^{m/2} \frac{(-1)^s m!}{s!\,(m-2s)!} \left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)^{m-2s} x^{m-2s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-1}{{w_0}^2}\right)^n x^{2n} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\xi\right)^{2k+1}}{(2k+1)!} x^{2k+1} dx$$

$$= \sum_{s=0}^{m/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{s+n+k} \frac{m!\,(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s} s!\,(m-2s)!\,n!} \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2k+1} \xi^{2k+1}}{(2k+1)!} \int_0^a x^{m-2s+2n+2k+1} dx$$

$$= \sum_{s=0}^{m/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{s+n+k} \frac{m!(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s} s!(m-2s)!n!} \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2k+1} \xi^{2k+1}}{(2k+1)!} * \frac{a^{m-2s+2n+2k+2}}{m-2s+2n+2k+2} \qquad (A.15)$$

Finalement l'intégral devient comme suit :

$$\int_0^a H_m(x)\ \exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) \exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda f} x\xi\right) dx =$$

$$\sum_{s=0}^{m/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^{s+n+h} \frac{m!(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s} s!(m-2s)!n!} \left[\frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h}}{(2h)!} \xi^{2h} \quad \frac{a^{m-2s+2n+2h+1}}{m-2s+2n+2h+1} + i \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h+1}}{(2h+1)!} \xi^{2h+1} \quad \frac{a^{m+2(n-s+h+1)}}{m+2(n-s+h+1)} \right] \qquad (A.16)$$

Et

$$u(\xi, z) = C \int_0^a Hm(x)\ \exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) \exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda f} x\xi\right) dx =$$

$$C \sum_{s=0}^{m/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^{s+n+h} \frac{m!(2\sqrt{2})^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s} s!(m-2s)!n!} \left[\frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h}}{(2h)!} \xi^{2h} \quad \frac{a^{m-2s+2n+2h+1}}{m-2s+2n+2h+1} + i \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h+1}}{(2h+1)!} \xi^{2h+1} \quad \frac{a^{m+2(n-s+h+1)}}{m+2(n-s+h+1)} \right] \qquad (A.17)$$

L'intensité est le carré du champ donc I=E.E*

Ce qui donne la relation analytique qui décrit l'intensité du faisceau Hermite-Gauss diffracté par un diaphragme dans le plan de focal d'une lentille de focalisation sous la forme de la relation (A.18).

$$I=\frac{1}{\lambda^2 f^2}\left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}(-1)^{s+n+h}\frac{m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s}s!(m-2s)!n!}\frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h}}{(2h)!}\xi^{2h}\frac{a^{m-2s+2n+2h+1}}{m-2s+2n+2h+1}\right|^2+$$

$$\left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}(-1)^{s+n+h}\frac{m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}}{(w_0)^{2n+m-2s}s!(m-2s)!n!}\frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\right)^{2h+1}}{(2h+1)!}\xi^{2h+1}\frac{a^{m+2(n-s+h+1)}}{m+2(n-s+h+1)}\right|^2 \tag{A.18}$$

Annexe B

Annexe B: Calcul analytique du l'intensité diffracté par un diaphragme hors le plan focal d'une lentille de focalisation

Dans l'annexe B on va développer analytiquement une expression générale qui permet de déduire la distribution de l'intensité du faisceau HG_{m0} diffracté par un diaphragme hors le plan focal de la lentille de focalisation. Etant donné dans le chapitre 2 que l'expression de l'intensité des faisceaux tronqués est obtenu à partir de l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff. On utilisant la relation (2.1), où $Z \neq f$, l'expression de l'intensité devient comme le montre la relation (B.1)

$$I(\xi)=\frac{1}{\lambda^2 f^2}\left[\begin{array}{c}\left|\int_{-a}^{+a}\tau(\xi)E_{in}(\xi)\left[\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(\left(\frac{2x\xi}{z}\right)-x^2\left(\frac{f-z}{f^*z}\right)\right)\right]\right]dx\right|^2+\\ \left|\int_{-a}^{+a}\tau(\xi)E_{in}(\xi)\left[\sin\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(\left(\frac{2x\xi}{z}\right)-x^2\left(\frac{f-z}{f^*z}\right)\right)\right]\right]dx\right|^2\end{array}\right] \quad (B.1)$$

L'expression de champ hors le plan focal s'écrit selon l'équation (B. 2)

$$u(\xi)=Cexp\left(-\frac{i\pi(z-f)}{\lambda zf}\left(\frac{\xi f}{z-f}\right)^2\right)\int_{-a}^{a}H_m(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)+ i\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)\right] \quad (B.\ 2)$$

On utilise d'abord les relations trigonométriques (B. 3,B. 4)pour simplifier les expressions de cosinus et de sinus tel que:

$$\cos(A+B)=\cos(A)\ \cos(B)-\sin(A)\sin(B) \quad (B.\ 3)$$

$$\sin(A+B)=\sin(A)\cos(B)+\sin(B)\cos(A) \quad (B.\ 4)$$

Donc la relation du champ devient:

$$u(\xi)=Cexp\left(-\frac{i\pi(z-f)}{\lambda zf}\left(\frac{\xi f}{z-f}\right)^2\right)\int_{-a}^{a}H_m(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[\left(\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\ \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)-\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)+i\left(\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)+\sin\left(\lambda\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right)\right)\right]$$

(B.5)

On utilisant le développement en série suivant :

$$\cos x = \sum_{h=0}^{\infty}(-1)^h \frac{x^{2h}}{(2h)!} \quad \text{(B.6)}$$

$$et \ \sin x = \sum_{h=0}^{\infty}(-1)^h \frac{x^{2h+1}}{(2h+1)!} \quad \text{(B.7)}$$

Ce qui donne :

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right) = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{2h!}\left[\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right]^{2h}$$

$$= \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{2h!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h} (x)^{2h} \quad \text{(B.8)}$$

Et

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2l!}\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right]^{2l}$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2l!}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l} (x)^{4l} \quad \text{(B.9)}$$

D'un autre coté

$$\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{(2l+1)!}\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right]^{2l+1}$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{(2l+1)!}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1} (x)^{4l+2} \quad \text{(B.10)}$$

Et

$$\mathrm{Sin}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right) = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{(2h+1)!}\left[\frac{2\pi}{\lambda z}\xi x\right]^{2h+1}$$

$$= \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{(2h+1)!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h+1} (x)^{2h+1} \quad \text{(B11)}$$

Alors la relation de cosinus devient comme montré la relation (B.13)

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)=\left(\sum_{h=0}^{\infty}\frac{(-1)^h}{2h!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h}(x)^{2h}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^l}{2l!}\left(\frac{Pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l}(x)^{4l}\right)-\left(\sum_{h=0}^{\infty}\frac{(-1)^h}{(2h+1)!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h+1}(x)^{2h+1}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^l}{(2l+1)!}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1}(x)^{4l+2}\right) \tag{B.12}$$

Ce qui donne:

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)=\left(\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^{h+l}}{2h!*2l!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2k}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l}(x)^{2h+4l}\right)-\left(\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^{h+l}}{(2h+1)!(2l+1)!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1}(x)^{2h+4l+3}\right) \tag{B.13}$$

Pour le sinus on obtient

$$\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)=\left(\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^{h+l}}{(2h+1)!2l!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l}(x)^{2h+4l+1}\right)+\left(\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^{h+l}}{(2l+1)!2h!}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1}(x)^{2h+4l+2}\right) \tag{B.14}$$

On commence par la premi ère partie de l'int égral, nous avons utilis é les d éveloppements trouv é dans les relations (A.7,A.8 et B.13), on trouve la relation (B.15)

$$\int_{-a}^{0}H_m(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)dx=\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l}}{s!(m-2s)!n!(2h)!(2l)!}\right]\int_{-a}^{a}x^{m-2s+2n+2h+4l}dx-\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1}}{s!(m-2s)!n!(2k+1)!*(2l+1)!}\right]\int_{-a}^{a}x^{m-2s+2n+2h+4l+3}dx \tag{B.15}$$

Ce qui donne

$$\int_{-a}^{a}H_m(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-f}{zf}x^2\right)\right)\right)dx=\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+1}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+1}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h)!(2l)!(m-2s+2n+2h+4l+1)}(\xi)^{2h}\right]-\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!(2\sqrt{2})^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{zf}\right)\right)^{2l+1}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+4}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+4}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h+1)!(2l+1)!(m-2s+2n+2h+4l+4)}(\xi)^{2h+1}\right] \tag{B.16}$$

Ensuite la deuxi ème partie de l'int égrale

$$\int_{-a}^{a} Hm(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-\mathrm{f}}{z*\mathrm{f}}x^2\right)\right)\right)dx \tag{B.17}$$

de la m ême mani ère on utilise les d éveloppements indiqu é dans les relations (A.7,A.8 et B.14) pour écrire l'int égrale de la relation (B.18), on obtient

$$\int_{-a}^{a} Hm(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-\mathrm{f}}{z*\mathrm{f}}x^2\right)\right)\right)dx =$$
$$\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-\mathrm{f}}{z\mathrm{f}}\right)\right)^{2l}}{s!(m-2s)!n!(2h+1)!2l!}\right]\int_{-a}^{a} x^{m-2s+2n+2h+4l+1}dx -$$
$$\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda z}\xi\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-\mathrm{f}}{z\mathrm{f}}\right)\right)^{2l+1}}{s!(m-2s)!n!(2l+1)!2h!}\right]\int_{-a}^{a} x^{m-2s+2n+2h+4l+2}dx \tag{B.18}$$

Apr ès le calcul de l'intgral de la relation (B.18) on trouve la relation (B.19)

$$\int_{-a}^{a} Hm(x)exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{2}{z}\xi x+\left(\frac{z-\mathrm{f}}{z\mathrm{f}}x^2\right)\right)\right)dx =$$
$$\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{\pi}{\lambda*z}\xi\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-\mathrm{f}}{z*\mathrm{f}}\right)\right)^{2l}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+2}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+2}\right)}{s!(m-2s)!n!(2k+1)!2l!(m-2s+2n+2k+4l+2)}(\xi)^{2h+1}\right]+$$
$$\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda*z}\xi\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-\mathrm{f}}{z\mathrm{f}}\right)\right)^{2l+1}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+3}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+3}\right)}{s!(m-2s)!n!(2l+1)!2h!(m-2s+2n+2h+4l+3)}(\xi)^{2h}\right] \tag{B.19}$$

Finalement l'expression analytique de l'intensit é des faisceaux HG_{m0} diffract é hors le plan focal de la lentille de focalisation devient comme suit :

$$I =$$
$$\left(\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{\pi})2^m m!}\frac{1}{\lambda\sqrt{z}}\right)^2\left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda*z}\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{z*f}\right)\right)^{2l}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+1}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+1}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h)!(2l)!(m-2s+2n+2h+4l+1)}(\xi)^{2h}\right]-\right.$$
$$\left.\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{2\pi}{\lambda*z}\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{z*f}\right)\right)^{2l+1}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+4}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+4}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h+1)!(2l+1)!(m-2s+2n+2h+4l+4)}(\xi)^{2h+1}\right]\right|^2+$$
$$\left|\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{2*\pi}{\lambda*z}\xi\right)^{2h+1}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{z*f}\right)\right)^{2l}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+2}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+2}\right)}{s!(m-2s)!n!(2h+1)!2l!(m-2s+2n+2h+4l+2)}(\xi)^{2h+1}\right]+\right.$$
$$\left.\sum_{s=0}^{m/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s+n+h+l}m!\left(2\sqrt{2}\right)^{m-2s}\left(\frac{2*\pi}{\lambda*z}*\xi\right)^{2h}\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{z-f}{z*f}\right)\right)^{2l+1}\left((a)^{m-2s+2n+2h+4l+3}-(-a)^{m-2s+2n+2h+4l+3}\right)}{s!(m-2s)!n!(2l+1)!2h!(m-2s+2n+2h+4l+3)}(\xi)^{2h}\right]\right|^2 \tag{B.20}$$

Annexe C

Annexe C: Calcul analytique du facteur de qualité des faisceaux Hermite-Gaussien standard et élégant diffracté par un diaphragme et un stop

Dans l'annexe C, on s'intéresse à développer une formule analytique décrivant la variation du facteur M^2 en fonction des paramètres de diffraction tels que le paramètre de troncature δ pour les faisceaux Hermite-Gauss standard et élégant tronqué par un diaphragme. Le facteur de propagation du faisceau généralisé M^2 prend la forme de l'équation (C.1)

$$M^2 = 2k\sqrt{\langle x^2\rangle\langle u^2\rangle - \langle xu\rangle^2} \quad \text{(C.1)}$$

Calcul de $\langle x^2 \rangle$

Le moment d'intensité du second ordre dans le domaine spatial qui correspond au carré de la largeur, et est défini par la relation (C.2)

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{I_0}\int_0^a x^2|E(x)|^2 dx \quad \text{(C.2)}$$

Pour tous les calculs on prend $w_0=1$

Le champ carré est donné par :

$$|E(x,0)|^2 = \sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}x\right)^{2(m-s_1-s_2)} exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right) \quad \text{(C.3)}$$

Alors la relation (C.2) devient:

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\int_0^a x^2\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}x\right)^{2(m-s_1-s_2)} exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)dx \quad \text{(C.4)}$$

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\int_0^a (x)^{2(m-s_1-s_2)+2} exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)dx \quad \text{(C.5)}$$

On pose : $\boldsymbol{m - s_1 - s_2 = M}$, $\boldsymbol{m - 2s_1 = M_1}$ ***et*** $\boldsymbol{m - 2s_2 = M_2}$ donc l'intégrale devient :

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{M}}{s_1!s_2!(M_1)!(M_2)!}\int_0^a (x)^{2M+2} exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)dx \quad \text{(C.6)}$$

Posons $f(m,s_1,s_2) = \frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{M}}{s_1!s_2!(M_1)!(M_2)!}$ donc

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\int_0^a (x)^{2M+2} exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)dx \tag{C.7}$$

Utilisant l'intégrale suivant :

$$\int_0^u x^m e^{-\beta x^n}\,dx = \frac{\Gamma(v)}{n\beta^v} - \frac{\Gamma(v,\beta u^n)}{n\beta^v} \tag{C.8}$$

ou $v = \frac{m+1}{n}$

Dans notre intégrale : $m = 2M+2, \beta = 2, n = 2\ et\ v = \frac{2M+3}{2} = M+1.5$

Alors :

$$\int_0^a (x)^{2M+2} exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)dx = \frac{\Gamma(M+1.5)-\Gamma(M+1.5,2a^2)}{2^{M+2.5}} \tag{C.9}$$

Donc :

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{M+2.5}}\left(\Gamma(M+1.5)-\Gamma(M+1.5,2a^2)\right) \tag{C.10}$$

<u>On passe à le moment d'ordre 2 qui correspondant à la divergence</u> $\langle u^2\rangle$ **:**

$$\langle u^2\rangle = \frac{1}{k^2 I_0}\int_0^a |E'(x)|^2 dx + \frac{4(|E(a)|^2+|E(-a)|^2}{k^2 I_0 a} \tag{C.11}$$

- La dérivée du champ est donné par:

$$E'(x) = (m-2s)\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)\sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}x}{w_0}\right)^{m-2s-1} exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right) + \left(\frac{-2x}{{w_0}^2}\right) exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}x}{w_0}\right)^{m-2s} \tag{C.12}$$

Ce qui donne :

$$E'(x) = \sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}x}{w_0}\right)^{m-2s-1} exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[(m-2s)\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)+\left(\frac{-2x}{{w_0}^2}\right)\left(\frac{2\sqrt{2}x}{w_0}\right)\right] \tag{C.13}$$

Donc :

$$E'(x) = \sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}x}{w_0}\right)^{m-2s-1} exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[(m-2s)\left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)-\left(\frac{4\sqrt{2}x^2}{{w_0}^3}\right)\right] = \left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)\sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}x}{w_0}\right)^{m-2s-1} exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[(m-2s)-\left(\frac{2x^2}{{w_0}^2}\right)\right] \tag{C.14}$$

Ce qui donne :

$$E'(x) = \left(\frac{2\sqrt{2}}{w_0}\right)\sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}x}{w_0}\right)^{m-2s-1} exp\left(\frac{-x^2}{{w_0}^2}\right)\left[(m-2s)-\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right)^2\right] \tag{C.15}$$

La dérivée du champ au carré s'est écrite par la relation (C.16) :

$$|E'(x)|^2 = \frac{8}{{w_0}^2}\sum_{s_1}^{m/2}\sum_{s_2}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2+1}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2-1}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}(x)^{2(m-s_1-s_2-1)}\, exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)\left[(m-2s_1)-\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right)^2\right]\left[(m-2s_2)-\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right)^2\right] \quad (C.16)$$

Ce qui donne :

$$|E'(x)|^2 = \frac{1}{{w_0}^2}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2+1}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}(x)^{2(m-s_1-s_2-1)}\, exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)\left[(m-2s_1)(m-2s_2)-\{(m-2s_1)+(m-2s_2)\}\left(\frac{2x^2}{{w_0}^2}\right)+\left(\frac{2x^2}{{w_0}^2}\right)^2\right] \quad (C.17)$$

Par l'utilisation des simplifications qu'on a introduit ci-dessus la dérivée du champ au carré s'écrit par:

$$|E'(x)|^2 = \frac{1}{{w_0}^2}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\,(x)^{2M-2}\, exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)\left[(M_1)(M_2)-\{(M_1)+(M_2)\}\left(\frac{2x^2}{{w_0}^2}\right)+\left(\frac{2x^2}{{w_0}^2}\right)^2\right] \quad (C.18)$$

Finalement on trouve l'expression de la dérivé du champ au carré par

$$|\mathrm{E}'(\mathrm{x})|^2 = \sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\,(x)^{2M-2}\, \exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)(M_1M_2) - 2\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\,(x)^{2M}\, \exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)(M_1+M_2) + 4\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\,(x)^{2M+2}\, \exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right) \quad (C.19)$$

<u>Le champ en fonction de a :</u>

$$E(a) = \sum_{s=0}^{m/2}\frac{(-1)^s m!}{s!(m-2s)!}\left(\frac{2\sqrt{2}a}{w_0}\right)^{m-2s} exp\left(-\frac{a^2}{{w_0}^2}\right) \quad (C.20)$$

Donc le champ au carré devient :

$$|E(a)|^2 = \sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}(a)^{2(m-s_1-s_2)}\, exp\left(-\frac{2a^2}{{w_0}^2}\right) \quad (C.21)$$

Alors $\langle u^2\rangle$ égale à

$$\langle u^2\rangle = \frac{1}{k^2 I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\left\{\int_0^{+a}(M_1M_2)\,(x)^{2M-2}\, exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right) - 2(M_1+M_2)(x)^{2M}\, exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)+4(x)^{2M+2}\, exp\left(\frac{-2x^2}{{w_0}^2}\right)dx + 4\,(a)^{2M-1}\, exp\left(-\frac{2a^2}{{w_0}^2}\right)\right\} \quad (C.22)$$

On peut écrire la relation (C.22) par la relation (C.23)

$$\langle u^2\rangle = \frac{1}{k^2 I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\Big\{(M_1M_2)\int_0^{+a}(x)^{2M-2}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)dx - 2(M_1+M_2)\int_0^{a}(x)^{2M}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)^{2M}dx + 4\int_0^{a}(x)^{2M+2}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)dx + 4\,(a)^{2M-1}\exp\left(-\frac{2a^2}{w_0{}^2}\right)\Big\} \quad (C.23)$$

Donc la premi ère int égrale égale à:

$$(M_1M_2)\int_0^{a}(x)^{2M-2}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)dx = \frac{M_1M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M-0.5)-\Gamma(M-0.5,2a^2)\right) \quad (C.24)$$

La deuxi ème int égrale devient :

$$2(M_1+M_2)\int_0^{a}(x)^{2M}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)dx = \frac{M_1+M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+0.5)-\Gamma(M+0.5,2a^2)\right) \quad (C.25)$$

Et le troisi ème int égrale devient :

$$4\int_0^{a}(x)^{2M+2}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)dx = \frac{1}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+1.5)-\Gamma(M+1.5,2a^2)\right) \quad (C.26)$$

Donc :

$$\langle u^2\rangle = \frac{1}{k^2 I_0}\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\Big\{\frac{M_1M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M-0.5)-\Gamma(M-0.5,2a^2)\right) - \frac{M_1+M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+0.5)-\Gamma(M+0.5,2a^2)\right) + \frac{1}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+1.5)-\Gamma(M+1.5,2a^2)\right) + 4(a)^{2M-1}\exp\left(-\frac{2a^2}{w_0{}^2}\right)\Big\} \quad (C.27)$$

Calcule de $\langle xu\rangle$:

$$\langle xu\rangle = \frac{1}{2ikI_0}\int_0^{a}\{[xE'(x)]^*E(x) - xE'(x)E^*(x)\}dx = 0 \quad (C.28)$$

D'abord il faut Calculer l'intensitéI_0:

$$I_0 = \int_0^{a} |E(x)|^2\,dx$$

Le champ carr é est donn é par :

$$|E(x,0)|^2 = \sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^M}{s_1!\,s_2!\,(m-2s_1)!\,(m-2s_2)!}(x)^{2M}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)$$

Donc :

$$I_0 = \sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\int_0^{a}(x)^{2M}\exp\left(\frac{-2x^2}{w_0{}^2}\right)dx$$

$$I_0 = \sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{M+1.5}}\left(\Gamma(M+0.5)-\Gamma(M+0.5,2a^2)\right) \quad (C.29)$$

Finalement on obtient l'expression analytique du facteur M^2 des faisceaux HG_{m0} standard tronqué par une ouverture rectangulaire indiqué dans la relation (C.30)

$$M^2 = 2\left[\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+1.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2a^2)\right)\right)^{-1}\times\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+2.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+1.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+1.5,2a^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(8)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\left\{\frac{(m-2s_1)(m-2s_2)}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2-0.5)-\Gamma(m-s_1-s_2-0.5,2a^2)\right)-\frac{(m-2s_1)+(m-2s_2)}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2a^2)\right)+\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+1.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+1.5,2a^2)\right)+4(a)^{2(m-s_1-s_2)-1}\,exp\left(-\frac{2a^2}{w_0{}^2}\right)\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \quad (C.30)$$

On suit les mêmes étapes pour trouver l'expression analytique de facteur de qualité M^2 des faisceaux Hermite-Gauss élégant, seulement on varié l'expression du champ de faisceau incident, alors on trouve la relation (C.31).

$$M^2 = 2\left[\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+1.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2a^2)\right)\right)^{-1}\times\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+2.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+1.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+1.5,2a^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2}\frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!}\left\{\frac{(m-2s_1)(m-2s_2)}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2-0.5)-\Gamma(m-s_1-s_2-0.5,2a^2)\right)-\frac{(m-2s_1)+(m-2s_2)}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+0.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+0.5,2a^2)\right)+\frac{1}{2^{m-s_1-s_2+0.5}}\left(\Gamma(m-s_1-s_2+1.5)-\Gamma(m-s_1-s_2+1.5,2a^2)\right)+4(a)^{2(m-s_1-s_2)-1}\,exp\left(-\frac{2a^2}{w_0{}^2}\right)\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \quad (C.31)$$

La variation de facteur de qualité M^2 des faisceaux HG_{m0} diffracté par un stop

Le calcul est similaire pour le cas d'un diaphragme mais dans ce cas on utilise l'intégrale propre suivant:

$$\int_u^\infty x^m e^{-\beta x^n}\,dx = \frac{\Gamma(v,\beta u^n)}{n\beta^v} - \frac{\Gamma(v,\infty)}{n\beta^v} \qquad \text{(C.32)}$$

Ou $v = \frac{m+1}{n}$

On a $\Gamma(v,\infty)=0$ Donc

$$\int_u^\infty x^m e^{-\beta x^n}\,dx = \frac{\Gamma(v,\beta u^n)}{n\beta^v} \qquad \text{(C.33)}$$

Finalement on obtient l'expression analytique du facteur M^2 des faisceaux HG_{m0} diffracté par un stop

1. Faisceaux Hermite-Gauss standard

$$M^2 = 2\left[\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{M+1.5}}\left(\Gamma(M+0.5,2a^2)\right)\right)^{-1} \times \left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{M+2.5}}\left(\Gamma(M+1.5,2a^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} f(m,s_1,s_2)\left\{\frac{M_1M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M-0.5,2a^2)\right) - \frac{M_1+M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+0.5,2a^2)\right) + \frac{1}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+1.5,2a^2)\right)\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(C.34)}$$

2. Faisceaux Hermite-Gauss élégant

$$M^2 = 2\left[\left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} g(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{M+1.5}}\left(\Gamma(M+0.5,2a^2)\right)\right)^{-1} \times \left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} g(m,s_1,s_2)\frac{1}{2^{M+2.5}}\left(\Gamma(M+1.5,2a^2)\right)\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\sum_{s_1=0}^{m/2}\sum_{s_2=0}^{m/2} g(m,s_1,s_2)\left\{\frac{M_1M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M-0.5,2a^2)\right) - \frac{M_1+M_2}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+0.5,2a^2)\right) + \frac{1}{2^{M+0.5}}\left(\Gamma(M+1.5,2a^2)\right)\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(C.35)}$$

Tels que
$$g(m,s_1,s_2) = \frac{(-1)^{s_1+s_2}(m!)^2(4)^{m-s_1-s_2}}{s_1!s_2!(m-2s_1)!(m-2s_2)!} \qquad \text{(C.36)}$$

Résumé

Depuis l'invention des lasers, cet appareil magique qui génère une lumière très particulière et très intéressante a envahi les laboratoires de recherche et les boîtes industrielles. Et comme la lumière laser est cohérente, le phénomène de diffraction apparaît lors de chaque passage d'un faisceau laser par un obstacle. Le travail théorique et expérimental présenté dans cette thèse est centré sur la mise en forme par une modélisation de la diffraction par des objets d'amplitude des faisceaux lasers du type Hermite-Gaussien. On a abordé différemment les problèmes concernant le calcul des intégrales de diffraction, on a pu développer des expressions analytiques qui permettent de décrire avec précision le comportement de la diffraction des faisceaux Hermite Gauss HG_{m0} par des diaphragmes et des stops sur toute la région focale, y compris le plan focal. À travers les simulations faites sur les résultats analytiques trouvés, on a confirmé la validité des différents développements mathématiques qu'on a proposés. La mise en forme effectuée a montré que nous nous pouvons obtenir des faisceaux ayant des formes intéressantes.

Tout d'abord, nous donnons un aperçu de la littérature sur la théorie des faisceaux laser du type HG, suivi de la génération de ces derniers en utilisant le SLM. Les faisceaux générés nous servirons des bases pour étudier l'effet de troncature par un diaphragme sur eux. Les résultats obtenus ont montré qu'il est possible de générer des faisceaux HG d'ordre inférieur à partir des celles d'ordres supérieurs en utilisant une méthode robuste basée sur la troncature par un diaphragme. L'intérêt en termes de coûts est alors significatif. L'interprétation de ce résultat, a été achevée par une analyse très précise de facteur de qualité M^2. Nous avons montré également, qu'un simple filtre passe haut (stop) est capable d'auto reconstruit le faisceau initial en se basant sur l'expérience d'Abbé.

Mots- clés: Hermite-Gauss, diffraction, facteur de qualité M^2; mise en forme des faisceaux lasers, auto reconstruction.

Abstract

Since the invention of lasers, this magical device that generates a very special and very interesting light has invaded research laboratories and industrial boxes. And since the laser light is coherent, the phenomenon of diffraction appears during each passage of a laser beam by an obstacle. The theoretical and experimental work presented in this thesis is focused on shaping by diffraction modeling by amplitude objects laser beams of the Hermite-Gaussian type. The problems concerning the calculation of diffraction integrals have been dealt with differently, Analytical expressions have been developed to accurately describe the diffraction behavior of Hermite Gauss HGm0 beams by diaphragms and stops on the whole focal region, including the focal plane. Through the simulations made on the analytical results found, it has been confirmed the validity of the various mathematical developments that have been proposed. The beam shaping performed showed that we can get beams have interesting forms.

Foremost, we give an overview of the literature on HG laser beam theory, followed by the generation of these using the SLM. The generated beams will serve as a basis for studying the effect of truncation by a diaphragm on them. The results obtained have shown that it is possible to generate lower order HG beams from those of higher orders , using a robust method based on truncation by a diaphragm. The interest in terms of costs is then significant. The interpretation of this result, was completed by a very precise analysis of quality factor M^2. We also showed that, a simple high pass filter (stop) is capable of self healing the initial beam based on Abbé experience.

Keywords: Hermite-Gauss, Diffraction, beam propagation factor M^2, laser beam shaping, self-Healing.