

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS - SETIF 1
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE

THESE

Présentée au Département d'Electrotechnique

Pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Option: Automatique

Par

MENANI Karima

THÈME

**Contribution à la Commande Adaptative Robuste des
Processus Physiologiques par Mode Glissant, Contrôleur
Flou et Modèle de Référence**

Soutenue le 23 / 09 / 2019 devant le Jury:			
SAIT Belkacem	Professeur	Univ. Ferhat Abbas Sétif 1	Président
ABDELAZIZ Mourad	Professeur	Univ. Ferhat Abbas Sétif 1	Directeur de thèse
SID Mohammed Amine	M.C.A.	Univ. Ferhat Abbas Sétif 1	Examineur
TAIBI Mahmoud	Professeur	Univ. Badji Mokhtar Annaba	Examineur
BOUDEN Toufik	Professeur	Univ. Mohamed Seddik Ben Yahia JIJEL	Examineur
MEDDAD Mounir	M.C.A.	Univ. Mohamed El Bachir El Ibrahimi B.B.A	Examineur
MOOG Claude	Professeur	Univ. Nantes France	Invité

Résumé

La contribution de cette thèse est l'étude du contrôle des systèmes physiologiques, on a choisi l'un des plus importants systèmes physiologiques qui est le système de glucose-insuline pour la régulation de la glycémie du diabète de type 1 (DT1). Deux importants modèles sont donnés et discutés: Le premier est un modèle à long terme qui est dérivé des données cliniques des sujets de DT1 et le deuxième est le modèle de Bergman. Pour contrôler ces modèles, trois types de commande sont conçus. Tout d'abord, la commande adaptative à modèle de référence est conçue, nous avons créé différents types de contrôleur par cette commande : sans contraintes et avec contraintes. Le premier est basé sur les formes de base : de CGT, et du MRAC, établie sur les règles (MIT), qui ne constituent pas une solution générale pour les problèmes de commande des systèmes physiologiques. Le second est basé sur la création des contraintes pour concevoir des nouvelles méthodes de saturation qui ont été ajoutées pour contraindre le contrôleur et la sortie à être non négative. Deuxièmement, un contrôleur flou est utilisé pour la première fois pour le modèle à long terme de Magdelaine pour la régulation de la glycémie, aussi ce contrôleur est élaboré pour le modèle de Bergman. Enfin, une commande par modes glissants (SMC) garantie positive est conçue pour la première fois pour la régulation de la glycémie. La conception de cette commande est basée sur un modèle. La commande SMC est choisie pour la régulation de la glycémie en raison de ses propriétés de robustesse bien connues. Cependant, notre contribution majeure est l'assurance d'une commande rigoureusement positive. La commande SMC est conçue pour être positive partout dans un ensemble invariant du sous-système d'insulinémie du plasma. Les trois types sont testés *in silico* sur deux les deux modèles de DT1, et une étude comparative entre ces commandes est incluse dans cette thèse.

Mots clés

Systemes physiologiques, Commande adaptative à modèle de référence 'DMRAC', DMRAC avec contraintes, Commande positive par modes glissants, La commande floue, Diabète de type I, régulation de la glycémie.

Abstract

The problem of the closed-loop control of physiological systems is investigated in this thesis. Three main controller types are employed: model reference adaptive control, fuzzy logic control and the positive sliding mode control. Our major contribution is the control of these systems; where we have chosen one of the most important physiological systems which is the glucose-insulin system for regulating the glycemia of type 1 diabetes (DT1). Two important models are given and discussed: The first is a long-term model that is derived from clinical data of DT1 subjects and developed in LS2N laboratory in France. The second is the Bergman model. To control these models, the three types of commands are used. First of all, the adaptive reference model control is designed, we created different types of controller by this command: with and without constraints. The first one is based on the standard forms: CGT, and MRAC established on the rules (MIT), which do not constitute a general solution for the control problems of the physiological systems. The second is based on creating constraints to design new saturation methods that have been added to constrain the controller and the output to be non-negative. Secondly, a fuzzy controller is used for the first time for Madeleine's long-term model for blood glucose regulation. Moreover, this controller is developed for the Bergman model. Finally, a positive guaranteed sliding mode control is designed for the first time for regulating the blood glucose. The last control is chosen for the regulation of blood glucose because of its well-known robustness properties. However, our major contribution is the assurance of a rigorously positive order. This command is designed to be positive throughout an invariant set of the plasma insulinemia subsystem. The three controllers' types are tested in silico on both DT1 models, and a comparative study between these commands is included in this thesis.

Keywords

Physiological systems, Adaptive control with reference model 'DMRAC', DMRAC with constraints, Positive control by sliding modes, Fuzzy control, Diabetes type I, regulation of blood glucose.

المخلص

تقدم هذه الأطروحة التحكم في الحلقة المغلقة للأنظمة الفيزيولوجية حيث تم تصميم ثلاث فئات رئيسية للسيطرة و التحكم: نموذج التحكم التكيفي المرجعي ، تحكم المنطق الضبابي والتحكم الإيجابي في وضع الانزلاق. مساهمتنا الرئيسية هي السيطرة على هذه النظم حيث اخترنا واحدة من أهم النظم الفسيولوجية وهي نظام الأنسولين و الجلوكوز لتنظيم نسبة السكر في الدم من النوع الأول من داء السكري(DT1) . حيث يتم تقديم نموذجين مهمين ومناقشتهم و ذلك للتأكد من فعالية هذه الاوامر: الأول هو نموذج طويل الأجل مشتق من البيانات السريرية لموضوعات DT1 . والذي تم تطويره في مختبر LS2N في فرنسا. والثاني هو نموذج Bergman . للسيطرة على هذه النماذج تم استخدام الأنواع الثلاثة من الأوامر. اولاً: تم تصميم التحكم الذي يستند على السيطرة على التكيف مع النموذج المرجعي، الذي حددناه بنوعين: السيطرة على التكيف على أساس CGT مع وبدون قيود. و الآخر هو أمر التكيف على أساس قواعد معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا ويستند الأول على إنشاء قيود لتصميم أساليب جديدة تمت إضافتها لتقييد وحدة التحكم والإخراج غير سلمي. ثانياً: تم استخدام جهاز تحكم غامض لأول مرة على نموذج Magdeleine. طويل الاجل لتنظيم نسبة الجلوكوز في الدم. علاوة على ذلك، تم تطوير وحدة التحكم هذه لنموذج Bergman وأخيراً، تم تصميم عنصر تحكم وضع انزلاق إيجابي مضمون لأول مرة لتنظيم نسبة الجلوكوز في الدم. عنصر التحكم الأخير تم اختياره لتنظيم نسبة السكر في الدم بسبب خصائصه المتانة. ومع ذلك، فإن مساهمتنا الرئيسية هي ضمان وجود ترتيب إيجابي صارم. وقد تم تصميم هذا الأمر ليكون إيجابياً في مجموعة ثابتة من النظام الفرعي لأنسولين الدم في البلازما. تم اختبار أنواع وحدات التحكم الثلاثة في Silico على كلا النموذجين (DT1). تم تحقيق أداء أفضل بشكل عام باستخدام هذه الأوامر الثلاثة. علاوة على ذلك تم إجراء مقارنة بين الأوامر المقترحة وتصميمها في هذه الأطروحة.

الكلمات المفتاحية

الأنظمة الفيزيولوجية ، التحكم في النماذج التكيفية ، القيود ، التحكم الإيجابي في الوضع ، التحكم الضبابي ، داء السكري من النوع الأول ، التحكم في نسبة الجلوكوز في الدم.

Liste des publications

- **Karima Menani**, Taghreed Mohammadridha, Nicolas Magdelaine, Mourad Abdelaziz & Claude H. Moog. "Positive sliding mode control for blood glucose regulation", International Journal of systems Science, Vol. 48, No. 15, pp. 3267-3278, September 2017.
- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "Design of two controllers based on DMRAC and MIT methods on glucose-insulin system", Advances in Engineering: an International Journal (ADEIJ), Vol. 1, No. 1, September 2016.

Liste des conférences internationales

- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "Regulation of blood glucose using nonlinear command generator tracker NCGT and high order sliding mode HOSM controllers: a comparative study", International Conference on Health Sciences and Medical Technologies 2017, ICHSMT'17, from 10 to 12 October 2017, Tlemcen, Algeria.
- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "A comparative simulation Study of Glucose Methods", The Third International Conference on Electrical Engineering and Control Applications 2017, ICEECA'17, from 21 to 22 November 2017, Constantine, Algeria.
- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "Adaptive control on the MIT method for the bolus model glucose system", The Biomedical Engineering International Conference. BIOMETC'14, 15-16 October 2014 Tlemcen, Algeria.
- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "Robust Direct Model Reference Adaptive Control on the glucose system", The 3rd International Conference on Systems and Information Processing. ICSIP'13, 12-14 May 2013 Guelma, Algeria.
- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "A comparative Study between two Controls based on DMRAC and MIT Methods on the Glucose System", The 2nd International Conference on Electrical and Automatic Control. ICEEAC'13, 24-26 November 2013 Setif, Algeria.

Liste des conférences nationales

- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "Robust Adaptive Control for the nonlinear system (Application on the glucose system)", The 9^{ème} CGE'15, 14-15 Avril 2015 Alger, Algeria.
- **K. Menani**, M. Abdelaziz. "The Adaptive Control for Uncertain Multi input Multi output MIMO No ASPR Systems with Time Delay", The 8^{ème} CGE'13, 16-17 Avril 2013 Alger, Algeria.

Journées des Doctorants

- **K.Menani**, M.Abdelaziz. "Study of the direct controller with model reference for a physiologic process ", The third PHD students day. JD'13, 25 Avril 2013, Setif, Algeria.
- **K.Menani**, M.Abdelaziz. "Robust controller for Bergman model of glucose systems with perturbation ", the fourth PHD student's day. JD'14, 07 May 2014, Setif, Algeria.

Je dédie cette thèse.

A mes très chers parents.

A mes très chères sœurs et mon frère.

A mon mari et à toute ma famille.

A tous ceux qui me connaissent de près ou de loin.

Remerciements

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'automatique de Setif (LSA), de l'université Ferhat Abbas de Setif 1. Et L'école Centrale de Nantes Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (France).

Avant tous, Je remercie le Dieu le tout puissant de m'avoir donné le courage, la patience et la force durant toutes ces années d'étude.

Je tiens à remercier, en premier lieu, Monsieur ABDELAZIZ Mourad, directeur de ma thèse, pour m'avoir fait profiter de son enthousiasme, pour son avis scientifique et de son expérience et pour m'avoir fait confiance tout au long de ma thèse, également, je témoigne toute ma gratitude à Prof. C. H. Moog, directeur de Laboratoire des Sciences du Numérique de L'école Centrale de Nantes (France) pour les nombreux conseils qu'elle a su me prodiguer. Outre ses qualités professionnelles, j'ai pu apprécier aussi sa disponibilité et sa simplicité.

Je tiens également à remercier, Monsieur SAIT Belkacem Professeur de l'université de Sétif 1 d'avoir accepté de présider ce jury.

Je remercie, Monsieur SID Mohammed Amine à l'université de Sétif 1 d'avoir accepté d'examiner ce travail et faire partie du jury.

Je tiens également à remercier Monsieur TAIBI Mahmoud de l'université d'Annaba d'avoir accepté de participer à ce jury.

Un grand merci à monsieur BOUDEN Toufik de l'université de JIJEL, pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant de participer au jury.

Que monsieur MEDDAD Mounir de l'université de B.B.A trouve ici l'expression de mes plus vifs remerciements pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je remercie également Monsieur MOOG Claude de l'université de Nantes pour leurs aides et encouragements durant ce travail.

Mes remerciements s'adressent également à tous les membres du Laboratoires LAS, LSN2 en particulier son directeur Monsieur C. H. Moog, Professeur de L'école Centrale de Nantes.

La réalisation de cette thèse ne saurait être possible sans le soutien inconditionnel des proches tout au long de ce travail. C'est pourquoi, c'est avec un grand plaisir et une grande reconnaissance, je remercie tous mes collègues et mes amis sans oublier les membres de ma famille, pour leurs encouragements et leur appui moral qui m'ont permis de mener à bon terme ce travail.

Table des matières

Introduction générale.....	1
I Systèmes positifs et processus physiologiques de la glycémie	
I.1. Introduction.....	8
I.2. Définitions et préliminaires sur la positivité.....	9
I.3. Stabilité et positivité.....	11
I.4. Modélisation des systèmes physiologiques.....	13
I.5. Comportement des systèmes physiologiques: Cas d'un système de glucose-insuline	13
I.5.1. Physiologie du Pancréas.....	15
I.6. Problèmes du système de glucose-insuline.....	15
I.6.1. Hyperglycémie	15
I.6.2. Hypoglycémie	15
I.6.3. Diabète.....	16
I.7. Modélisation des processus physiologiques du glucose-insuline.....	18
I.7.1. Modèle à long terme du DT1: Le Modèle de Magdeleine.....	18
I.7.2. Modèle de Bergman.....	20
I.8. Positivité des processus physiologiques du glucose-insuline.....	22
I.8.1. Positivité du modèle à long terme: Le modèle de Magdeleine.....	22
I.8.2. Positivité du modèle de Bergman.....	23
I.9. Equilibre des processus du glucose-insuline.....	23
I.9.1. Equilibre du modèle de long terme	23
I.9.2. Equilibre du modèle de Bergman.....	24
I.10. Conclusion.....	24
II Commande à modèle de référence des processus physiologiques	
II.1. Introduction.....	26
II.2. Problématique et objectifs.....	27
II.3. Commande adaptative standard à modèle de référence.....	27

II.4. Classification des approches de la commande adaptative à modèle de référence.....	27
II.4.1. Commande adaptative du CGT.....	27
II.4.2. Commande adaptative basée sur les règles MIT.....	34
II.5. Validations du contrôleur CGT aux processus physiologiques de la glycémie.....	37
II.5.1. Extension du contrôleur CGT au modèle de Bergman.....	37
II.5.2. Extension du contrôleur CGT au modèle de long terme	43
II.6. Résultats de simulation du contrôleur CGT aux processus physiologiques.....	48
II.6.1. Teste dans un <i>Silico</i> du contrôleur CGT au modèle de Bergman.....	48
II.6.2. Teste dans un <i>Silico</i> du contrôleur CGT au modèle de long terme.....	52
II.6.3. Interprétation et discussion des résultats.....	54
II.7. Validations du contrôleur RMIT aux processus physiologies de la glycémie.....	55
II.7.1. Extension du contrôleur RMIT au modèle de Bergman.....	55
II.7.2. Extension du contrôleur à base de RMIT au modèle de long terme de Magdeleine.....	56
II.8. Résultats de simulation du contrôleur RMIT.....	58
II.8.1. Teste en <i>Silico</i> du contrôleur RMIT sur le modèle de Bergman.....	58
II.8.2. Teste en <i>Silico</i> du contrôleur RMIT sur le modèle de long terme	61
II.8.3. Interprétation et discussion des résultats.....	62
II.8.4. Etude comparative entre les contrôleurs: CGT (DMRAC) et de RMIT.....	63
II.9. Commande adaptative à modèle de référence avec contraintes	63
II.9.1. Contraintes et limitations.....	63
II.10. Validation de la contrainte DMRAC au processus physiologiques de la glycémie.	66
II.10.1. Application de la contrainte DMRAC au modèle de Bergman.....	67
II.10.2. Application de la contrainte DMRAC au modèle de long terme.....	67
II.11. Résultats de simulation du DMRAC avec contraintes	68
II.11.1. Résultats de simulation du modèle de Bergman.....	68
II.11.2. Teste de robustesses.....	69
II.11.3. Résultats de simulation du modèle de long terme	71
II.11.4. Interprétation et discussion des résultats.....	72

II.12. Etude comparative entre les DMRAC avec/sans contraintes et le contrôleur RMI.....	73
II.13. Conclusion	73
III Conception du contrôleur flou (FLC) pour les systèmes physiologiques	
III.1. Introduction.....	74
III.2. Méthodologie	75
III.3. Théorie du contrôleur flou	75
III.4. Principe du contrôleur flou	76
III.4.1. Variables linguistiques.....	76
III.4.2. Fonctions d'appartenance.....	76
III.4.3. Ensembles flous	77
III.4.4. Opérateurs flous	78
III.5. Principales parties du contrôleur flou	78
III.5.1. Fuzzification.....	79
III.5.2. Règles floues	79
III.5.3. Inférence	79
III.5.4. Défuzzification	79
III.6. Différents types de la commande à base de la logique floue.....	80
III.6.1. Commande floue de type Mamdani.....	80
III.6.2. Commande floue adaptative	80
III.7. Stabilité et robustesse d'un contrôleur flou	81
III.7.1. Stabilité	81
III.7.2. Robustesse	81
III.8. Conception du contrôleur par la logique floue (FLC) du diabète	81
III.9. Synthèse d'un contrôleur flou pour le modèle de long terme (Magdeleine).....	82
III.9.1. Synthèse du contrôleur	82
III.10. Contrôleur flou pour le modèle de Bergman	87
III.10.1. Synthèse du contrôleur	87
III.11. Simulation numérique et discussion	91
III.11.1. Résultats de simulation du modèle de long terme.....	91
III.11.2. Discussion des résultats du modèle de long terme.....	93

III.11.3. Résultats de simulation du modèle de Bergman	94
III.11.4. Discussion des résultats de simulation du modèle de Bergman.....	95
III.11.5. Etude comparative	95
III.12. Conclusion	97
IV Nouvelle approche de contrôle par mode glissant positif des systèmes physiologiques	
IV.1. Introduction.....	98
IV.2. Méthodologie	99
IV.3. Généralité sur l'approche du mode glissant.....	99
IV.3.1. Synthèse de la loi de commande par modes glissants.....	100
IV.3.2. Choix de la surface de glissement	100
IV.3.3. Condition d'existence du mode glissant.....	101
IV.3.4. Principe de fonctionnement des modes glissants.....	101
IV.4. Mode glissant positif pour les systèmes linéaires de deuxième ordre	101
IV.4.1. Formulation du problème	101
IV.4.2. Préliminaires	102
IV.4.3. Choix de la surface de glissement pour le système positif du deuxième ordre.....	102
IV.4.4. Formulation du contrôle positif par mode glissant	103
IV.5. Dynamique positive d'insulinémie du modèle de long terme	104
IV.5.1. Dynamique d'insulinémie	104
IV.5.2. Contraintes de positivité	105
IV.5.3. Ensemble positif invariant (PIS) d'insuline en boucle ouverte	106
IV.6. Conception du mode glissant positif d'insulinémie du modèle de long terme.....	107
IV.6.1. Synthèse du contrôle...	107
IV.6.2. Positivité de l'état $I(t)$ pour le sous-système insuline.....	108
IV.6.3. Conception du SMC positif dans M_+	111
IV.7. SMC positif d'insulinémie-glycémie du modèle de long terme	117
IV.7.1. SMC positif du modèle d'insulinémie-glycémie	118
IV.7.2. Gain de discontinuité variable k_1	120
IV.7.3. Résultats et simulation numérique.....	122
IV.7.4. Discussion.....	127

IV.7.5. Etude comparative du SMC positif et d'autres types des contrôleurs.....	127
IV.8. Implémentation du mode glissant au modèle de Bergman.....	129
IV.8.1. Synthèse de la commande	129
IV.8.2. Application de la commande quasi-continue sur le modèle de Bergman.....	130
IV.8.3. Application de l'algorithme super-Twisting sur le modèle de Bergman.....	131
IV.8.4. Résultats de Simulation.....	133
IV.8.5. Discussion	136
IV.9. Etude comparative entre la commande super-Twisting et Quasi-continu.....	137
IV.10. Conclusion.....	139
V. Conclusion et perspectives	
V.1. Conclusion.....	140
V.2. Perspectives.....	141
Bibliographie.....	143
Annexe.....	151

Liste des Figures

Figure I.1	Fonctionnement d'un système de régulation de glycémie-insulinémie.....	14
Figure I.2	Dynamique physiologique u Pancréas.....	15
Figure I.3	Décomposition en cascade de la dynamique du système de glucose-insuline.....	19
Figure II.1	Résumé du contrôleur adaptatif basé sur le CGT.....	32
Figure II.2	Schéma fonctionnel de base du contrôleur adaptatif basé sur le CGT.....	32
Figure II.3	Organigramme du contrôleur adaptatif augmenté basé sur le CGT.....	34
Figure II.4	Schéma de la commande adaptative à modèle de référence basé sur les règles de MIT.....	35
Figure II.5	Bloc de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur le CGT réalisé pour le modèle de Bergman.	43
Figure II.6	Diagramme de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur le CGT réalisé pour le modèle de long terme.....	47
Figure II.7	Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG) pour une valeur initiale $G(t) = x_1(t) = 300$ (mg / dl) sous contrôleur DMRAC sans perturbation.....	49
Figure II.8	Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), simulation pour une valeur initiale $G(t) = x_1(t) = 300$ (mg / dl) sous DMRAC.	49
Figure II.9	Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), simulation pour des valeurs initiales $G(t) = x_1(t) = 300$ (mg / dl) et $I(t) = x_3(t) = 20$ (u / dl / min) sous DMRAC.	49
Figure II.10	Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(t) = x_1(t) = 300$ (mg / dl) sous contrôleur DMRAC, contrôle négatif....	50
Figure II.11	Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), simulation pour une valeur initiale $G(t) = x_1(t) = 300$ (mg / dl) sous DMRA, contrôle négatif.....	50
Figure II.12	Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), simulation pour des valeurs initiales $G(t) = x_1(t) = 300$ (mg / dl) et $I(t) = x_3(t) = 20$ (u / dl / min) sous contrôle DMRAC négatif.....	50

Figure II.13	Concentration du glucose pour le modèle de Bergman (MBG), avec une valeur initiale $G(t) = x_1(t) = 250$ (mg / dl) sous contrôleur DMRAC avec perturbation.	51
Figure II.14	Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), simulation avec une valeur initiale $G(t) = x_1(t) = 250$ (mg / dl) sous contrôleur DMRAC avec perturbation.	51
Figure II.15	Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), pour des valeurs initiales, $G(t) = x_1(t) = 250$ (mg / dl) $I(t) = x_3(t) = 20$ (u / dl / min) sous contrôleur DMRAC avec perturbation.....	52
Figure II.16	Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), avec une valeur initiale $G(t) = x_1(t) = 100$ (mg / dl) avec perturbation.....	52
Figure II.17	Concentration du glucose du modèle de long terme (MLTM), pour IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC	53
Figure II.18	Infusion d'insuline du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC	53
Figure II.19	Insulinémie du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC	54
Figure II.20	Bloc de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur les règles de MIT réalisé pour le modèle de Bergman.....	56
Figure II.21	Bloc de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur les règles de MIT réalisé pour le modèle de Magdeleine.....	58
Figure II.22	Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = 300$ mg / dl, sous contrôleur RMITC, sans perturbation.....	59
Figure II.23	Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl), sous contrôleur RMIT, sans perturbation....	59
Figure II.24	Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl), sous contrôleur RMIT, sans perturbation.....	59
Figure II.25	Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg / dl), sous contrôleur RMIT, avec perturbation....	60
Figure II.26	Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg / dl), sous contrôleur RMIT avec perturbation....	60

Figure II.27	Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl), sous contrôleur RMIT avec perturbation....	60
Figure II.28	Concentration du glucose du modèle de long terme (MLTM), pour IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur MIT.	61
Figure II.29	Infusion d'insuline du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur MIT.	62
Figure II.30	Insulinémie du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur MIT.....	62
Figure II.31	Concentration du glucose pour le modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes.....	68
Figure II.32	Insuline injectée pour le modèle de Bergman (MBG), sous DMRAC avec contraintes.	69
Figure II.33	Les sorties d'insulinémie pour le modèle de Bergman (MBG), une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes.....	69
Figure II.34	Concentration du glucose pour le modèle de Bergman (MBG), $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes et perturbation.....	70
Figure II.35	Infusion d'insuline pour le modèle de Bergman (MBG), $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes et perturbation.....	70
Figure II.36	Les sorties d'insulinémie pour le modèle de Bergman (MBG), $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes et perturbation.....	71
Figure II.37	Concentration du glucose du modèle de long terme (MLTM), pour IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC sous contraintes.	71
Figure II.38	Infusion d'insuline du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC sous contraintes.....	72
Figure II.39	Insulinémie du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC sous contraintes.....	72
Figure III.1	Différents types des fonctions d'appartenance.....	77
Figure III.2	Schéma synoptique d'un contrôleur flou.....	78
Figure III.3	Schéma fonctionnel du système de glucose-insuline en boucle fermée.....	82
Figure III.4	Contrôleur flou pour l'infusion d'insuline chez une personne diabétique.....	82
Figure III.5	Contrôleur flou pour le modèle de long terme de Magdeleine.....	85

Figure III.6	Modèle de long terme de Magdeleine.....	86
Figure III.7	(a), (b): Les fonctions d'appartenance des entrées du bloc du contrôleur flou pour le modèle de long terme de Magdeleine; (a): $e(t)$, (b): $\dot{e}(t)$	86
Figure III.8	Fonction d'appartenance de la sortie du bloc du contrôleur flou pour le modèle de long terme de Magdeleine.....	87
Figure III.9	Modèle de Bergman.....	89
Figure III.10	Contrôleur flou pour le modèle de Bergman.....	89
Figure III.11	(a), (b): Fonctions d'appartenance des entrées; (a): $e(t)$, (b): $\dot{e}(t)$, et (c): la fonction d'appartenance de la sortie du contrôleur flou pour le modèle de Bergman.....	90
Figure III.12	Réponse glycémique de IF_2 sous FLC. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie I . (c): Le contrôle $u(t)$	91
Figure III.13	Réponse glycémique de BE sous FLC. (a): Le comportement de la glycémie. (b):L'insulinémie I . (c): Le contrôle $u(t)$	92
Figure III.14	Réponse glycémique de IF_3 sous FLC: Le comportement de la glycémie.....	92
Figure III.15	Patient IF_3 sous FLC. (a): L'insulinémie I . (b): Le contrôle $u(t)$	93
Figure III.16	Concentration du glucose pour des personnes diabétiques pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).....	94
Figure III.17	Sorties d'insulinémie pour des personnes diabétique, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).....	94
Figure III.18	Infusion d'insuline pour des personnes diabétiques, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).....	95
Figure III.19	Simulation de la concentration du glucose sous contrôleur flou et sous contrôleur DMRAC pour contraintes pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).....	96
Figure III.20	Simulation de la concentration du glucose sous contrôleur flou et sous contrôleur à base du règles MIT pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).....	96
Figure III.21	Simulation de la concentration du glucose sous contrôleur flou et sous contrôleur DMRAC pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).....	96
Figure IV.1	Plus grand PIS : M_+	111
Figure IV.2	L'Emplacement de la ligne $u_{eq} - k = 0$ avec le considération de la ligne	

	$s = 0$ qui assure un contrôle non négatif en s^+ , avec $\lambda_m = 1$, $\lambda = 1.2585$ et $k = 0.91$	113
Figure IV.3	Plan de phase: avec $\lambda = 1.2785$ satisfaisant (4.56), avec $\lambda = 0.91$, $x(0) = (3.4438, -6)$ pour la (borne) trajectoire dans S^- , et $x(0) = (3.4438, 2)$ pour la trajectoire en S_+	117
Figure IV.4	Schéma de principe du système global contrôlé par SMC.....	118
Figure IV.5	Résumé de relation entre la positivité de I_d et le choix de k_1	119
Figure IV.6	Réponse glycémique du IF_2 sous SMC, $k_0 = 0.014I_0$. (a): Le comportement de la glycémie. (b): Insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée $I(t)$ et $I_d(t)$. (c): Le contrôle SMC.	123
Figure IV.7	(d): Plan de phase de l'insuline I, \dot{I} du patient IF_2 montrant la surface de glissement $s = 0$ et les lignes de contrôle $u = 0$ dans $s > 0$, $s = 0$ et $s < 0$	124
Figure IV.8	Réponse glycémique de IF_2 sous SMC, $k_0 = 0.02I_{eq}$. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée I, I_d , (c): Le contrôle SMC.	124
Figure IV.9	Réponse glycémique de BE sous SMC. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée I, I_d . (c): Le contrôle SMC.....	125
Figure IV.10	(d): Plan de phase (I, \dot{I}) de l'insuline du patient BE montrant la surface de glissement $s = 0$ et la trajectoire qui caractérise Ms_-	125
Figure IV.11	Réponse glycémique de IF_3 sous SMC. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée I, I_d . (c): Le contrôle SMC.....	126
Figure IV.12	(d): Plan de phase (I, \dot{I}) de l'insuline du patient IF_3 montrant la surface de glissement $s = 0$ et la trajectoire qui caractérise Ms_-	126
Figure IV.13	Concentration du glucose pour des personnes diabétiques pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl).....	133
Figure IV.14	Sorties d'insulinémie pour des personnes diabétiques, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl).....	134
Figure IV.15	Infusion d'insuline, simulation pour une valeur initiale	

	$G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg / dl)}$	134
Figure IV.16	Concentration du glucose pour des personnes diabétique pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg / dl)}$	134
Figure IV.17	(a): Infusion d'insuline pour des personnes diabétiques. (b): Les sorties d'insulinémie, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg / dl)}$	135
Figure IV.18	Concentration du glucose pour des personnes diabétiques pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80 \text{ (mg / dl)}$	135
Figure IV.19	Sorties d'insulinémie pour des personnes diabétiques. (b) L'infusion d'insuline, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80 \text{ (mg / dl)}$	136
Figure IV.20	Infusion d'insuline, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80 \text{ (mg / dl)}$	136
Figure IV.21	Concentration du glucose, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg / dl)}$ et pour les deux méthodes de commande: Super-twisting et Quasi-continu.....	138
Figure IV.22	Représentation de l'erreur entre la sortie de glycémie et sa référence pour les deux méthodes de commande: Super-twisting et Quasi-continu.....	138

Liste des Tableaux

Tableau II.1	Intervalles de variations des paramètres du modèle de Bergman.....	38
Tableau II.2	Valeurs des paramètres du modèle de Bergman.....	39
Tableau II.3	Valeurs de zéros et de pôles de la fonction de transfert d'une personne normale.	41
Tableau II.4	Valeurs de zéros et de pôles des fonctions de transfert des patients.....	42
Tableau II.5	Valeurs des paramètres du modèle de long terme considérés pour la simulation.	44
Tableau II.6	Valeurs de zéros et de pôles des fonctions de transfert du système.....	46
Tableau III.1	Caractéristiques des variables d'entrée $\epsilon(t)$	83
Tableau III.2	Caractéristiques des variables d'entrée $d\epsilon(t)/dt$	83
Tableau III.3	Caractéristiques des variables de sortie $u(t)$	83
Tableau III.4	Règles floues linguistiques.....	84
Tableau III.5	Caractéristiques des différents états des patients.....	85
Tableau III.6	Caractéristiques des variables d'entrée $\epsilon(t)$	87
Tableau III.7	Caractéristiques des variables d'entrée $d\epsilon(t)/dt$	88
Tableau III.8	Caractéristiques des variables de sortie $u(t)$	88
Tableau III.9	Règles linguistiques.....	88
Tableau IV.1	Paramètres du modèle pris en compte pour la simulation.....	122
Tableau IV.2	Comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes super-twisting et Quasi-continu.....	138

Acronymes

ASPR	Almost Strictly Positive Real.
BG	Blood Glucose.
CGM	Continuous Glucose Monitor.
CGT	Command Generator Tracker.
CCGT	Control with Command Generator Tracker.
CRMIT	Control of Massachusetts Institute of Technology.
CHO	Carbohydrate.
DMRAC	Direct Model Reference Adaptive Control.
DT1	Type 1 Diabetes.
FIT	Functional Insulin Therapy.
FLC	Fuzzy Logic Controller.
HOSMC	Higher order Sliding Mode Control.
IVGTT	Intravenous Glucose Tolerance Test.
MBG	Modèle de Bergman.
MIT	Massachusetts Institute of Technologie.
MLTM	Modèle de long terme de Magdeleine
MPC	Model Predictive Control.
MRAC	Model Reference Adaptive Control.
OGTT	Oral Glucose Tolerance Test.
PD	Proportional Derivative controller.
PID	Proportional Integral Derivative controller.
PIS	Positively Invariant Set.
PR	Positive Real.
QC	Quasi Continue.

RMIT	Règles du Massachusetts Institute de Technologie.
STSMC	Super-Twisting Sliding Mode Control.
SAC	Simplified Adaptive Controller.
SPR	Strictly Positive Real.
SMC	Sliding Mode Control.
T1DM	Type 1 Diabetes Mellitus.
T2DM	Type 2 Diabetes Mellitus.

Notations

$Deg(num)$	Degré du Numérateur.
$Deg(den)$	Degré du Dénominateur.
$G(s)$	Matrice de transfert de dimension, $m \times m$.
$G_I(s)$	Fonction de transfert d'insuline.
$G_{IA}(s)$	Fonction de transfert augmentée d'insuline.
$G_G(s)$	Fonction de transfert entre la concentration du glucose et l'entrée d'insuline.
$G_{GA}(s)$	Fonction de transfert augmentée entre la concentration du glucose et l'entrée d'insuline.
$G_{MG}(s)$	Fonction de transfert du modèle de référence du glucose.
$G_{MI}(s)$	Fonction de transfert du modèle de référence d'insuline.
$G(t)$	Concentration de glucose [mg /dL].
G_b	Etat d'équilibre de la concentration de glucose dans le sang [mg/dl].
$I(t)$	Insulinémie (U/dL), ou l'insuline dans le plasma.
I_b	Etat d'équilibre de la concentration de l'insuline dans le sang.
M_+	Plus grand PIS.
$s(x)$	Surface de glissement.
T_u	La constante de temps de la dynamique d'insulinémie (minute),
T_r	La constante de temps [min].
$u(t)$	Injection exogène d'insuline (U/min).
u_b	Début basal.
$u_{eq}(t)$	Partie continue de la loi de contrôle du mode glissant.
$u_{dis}(t)$	Partie discontinu de la loi de contrôle du mode glissant.
u_{lb}	Limite inférieures de saturation de la commande.

u_{ub}	Limite supérieures de saturation de la commande.
V_b	Volume de sang (min), $V_b = 0.65M$.
$X(t)$	Effet de l'insuline active [min^{-1}].
y_{MG}	Sortie du modèle de référence du glucose.
θ_{lb}	Equilibre entre la production endogène de glucose et la consommation indépendante de glucose d'insuline (mg/dL/min).
θ_{si}	Sensibilité d'insuline (mg/U/min).
θ_u	Gain statique (min/dL).
$\Omega(G)$	Polyèdre.
$\sigma(t)$	Petite limite positive.

Introduction générale

I. Introduction

L'évolution technologique a conduit à la réalisation des systèmes de plus en plus complexes comme les systèmes physiologiques et biologiques, Evidemment ces systèmes sont fortement non-linéaires. Les systèmes physiologiques et biologiques impliquant des variables positives comme les concentrations. Ce sont des exemples des systèmes dits positifs. Dans cette thèse, on étudie le système de glycémie-insulinémie qui est un des plus importants systèmes physiologiques. Le contrôle du système physiologique est l'un des domaines où les applications des commandes ne donnent pas des conséquences significatifs, comme dans le système de glycémie-insulinémie, il y a une quantité significative de variante d'un patient à l'autre et le même individu peut également exhiber des dynamiques différentes selon plusieurs facteurs, comme le stress de l'environnement. Des contrôles adéquats devraient donc présenter des propriétés de robustesse remarquables vis-à-vis de telles incertitudes. En outre, la dynamique glycémie/insulinémie implique des variables d'état positives ainsi qu'une variable de contrôle positive. La conception mathématique de la loi de contrôle doit respecter ces contraintes de positivité.

Dans les dernières décennies, de nombreux algorithmes différents ont été proposés pour contrôler en boucle fermée le niveau de glucose sanguin (Blood Glucose Level, BGL) chez les diabétiques grâce à l'utilisation des modèles mathématiques (Hovorka [Hov-02], Bergman [Ber-81], Magdeleine [Mag-15]). Certains de ces algorithmes utilisent le correcteur proportionnel-intégral-dérivé [Che-07], et proportionnelle-dérivée (PD) [Lam-02]. Les techniques de contrôle classiques comme le placement de pôles [Sal-82], MPC ont déjà été utilisées [Par -99]. Ces techniques sont irréalisables en pratique et inapplicables à un vrai patient [Gra-07]. Donc, pour faire une commande adéquate face aux contraintes physiques, on propose dans cette thèse des contrôleurs qui sont convenables et tiennent des contraintes physiques. Ces contrôleurs sont le contrôleur adaptatif direct à modèle de référence et le contrôleur par mode glissant positif (SMC). Ces deux contrôleurs peuvent être conçus pour la régulation de la glycémie avec les contraintes de positivité. Également, ce problème de contrôle complexe de la glycémie pourrait être résolu aussi à l'aide d'un contrôleur de la logique floue.

L'approche du contrôle adaptatif direct à modèle de référence (Direct Model Reference adaptive control, MRAC) introduite par Sobel et al [Sob-82], est basé sur le CGT " Command

Generator Tracker " [Bro-79]. Ce contrôleur présente des caractéristiques très attirantes, comme la simplicité (" Simplified Adaptive Controller " SAC), l'indépendance par rapport de l'ordre du système et la possibilité de contrôler des systèmes qui ne sont pas à phase minimale. Mais, le majeur inconvénient de ce contrôleur est qu'il demande que le système sous contrôle soit ASPR (Almost Strictly Positive Real), c'est-à-dire qu'il existe un gain de retour constant qui stabilise le système en boucle fermée. Cette condition constitue un obstacle pour l'applicabilité de ce contrôleur. Ainsi, elle a été allégée en utilisant un compensateur en parallèle avec le système de telle sorte que le système augmenté soit ASPR [Bar-85a]. Cette méthode n'est devenue efficace qu'après les modifications introduites dans [Kau-93] où le modèle est aussi augmenté et non seulement le système.

Cette approche est utilisée aussi pour contrôler les systèmes physiologiques. Dans [Tár-14], [Sta-16], [Ant-13], [Com-15], les auteurs ont développé cette approche pour la régulation du glucose dans le corps humain, de telle sorte que dans [Tár-14] le contrôleur adaptatif à modèle de référence est appliqué pour maintenir le niveau normal de la concentration du glucose dans le diabète de type 1, et ceci en appliquant le modèle de Chara Dalla Man et ses collègues [Nic-11], [Dal-07]. Ensuite, un modèle de référence en boucle fermée pour la glycémie sur le modèle de Bergman a été développé en utilisant les techniques d'identification par les moindres carrés [Sta-16], où le mécanisme d'adaptation est utilisé pour ajuster les paramètres dans la loi de contrôle en conduisant l'erreur de suivi à zéro. Ce mécanisme d'adaptation est conçu en utilisant les règles MIT. Dans [Ant-13], ce type de contrôle adaptatif basé sur la règle des techniques mathématiques du MIT est utilisé pour le modèle de Hovorka. Les mêmes règles de technique MIT sont présentées dans [Com-15], [Men-13b], et elles sont appliquées sur le modèle de Bergman. Notre challenge dans cette thèse est d'utiliser cette approche avec différentes structures comme le CGT et les règles du MIT. Ces structures sont conçues et appliquées sur le modèle de Bergman et le nouveau modèle de Magdeleine en utilisant des données cliniques réelles. Ces études seront développées en respectant les limites sur les aspects positifs de ces systèmes physiologiques.

D'autre part, on verra dans cette thèse, un autre contrôleur en boucle fermée qui utilise deux modèles de glucose-insuline (Bergman, Magdeleine). Il est considéré pour maintenir et réguler la concentration de glucose du sang. Ce contrôleur basé sur un algorithme de la logique floue de type Mamdani (Fuzzy logic controller: FLC), il a été utilisé pour l'injection d'insuline. Le système de contrôle en boucle fermée est composé d'un contrôleur et d'un système de patients. L'erreur entre la concentration du glucose mesurée et le signal de

référence est transmise à un contrôleur qui détermine le débit d'injection d'insuline requis pour maintenir la concentration de glucose dans une plage normale [Soy-13].

Le système de contrôle de la logique floue permet de capturer des informations plus précieuses sur le comportement des variables de système contrôlé et il peut être bénéfique pour nous aider à concevoir le pancréas artificiel. En plus, les contrôleurs à base de la logique floue sont utilisés pour maintenir le niveau normal de glucose (BGL), ils ont été conçus dans [Che-09]. La quantité d'insuline désirée pourrait être délivrée par une pompe mécanique [Ahm-08]. Dans [Ahm-08], l'auteur tente de créer une visualisation appropriée de la gestion de la glycémie-insuline chez les patients diabétiques en utilisant le modèle dynamique modifié de [Sto-74]. Dans [Che-07], l'auteur discute la technique de développement d'injection de l'insuline pour la méthode en boucle fermée. Mais dans son étude, l'auteur n'a pas mentionné le type du contrôleur utilisé.

Le troisième contrôleur développé dans cette thèse est appelé contrôleur par mode glissant avec contraintes. L'état de l'art de la conception d'un contrôleur robuste sous contraintes est visible dans [Tan-07], où le contrôle par mode glissant continu (Sliding Mode Control: SMC) est conçu en considérant trois cas de contraintes, selon le signe de la variable de commutation et sa dérivée. Ces trois régions sont estimées en utilisant une approximation interne de l'ensemble invariant maximal pour les systèmes non linéaires. Dans [Din-09], un SMC de second ordre est conçu pour assurer une stabilisation de l'erreur de poursuite à zéro pour un système incertain de degré relatif égal à deux tout en maintenant la variable de glissement et sa dérivée dans un polygone convexe. Cependant, les contraintes sont prises en compte uniquement pour les états, à l'exclusion des contraintes sur l'entrée de contrôle. La présence de contraintes sur l'état a été intégrée dans la loi de SMC dans [Inn-98] et [Fu-13] dans le cas du mode glissant du premier ordre, puis dans [Rub-10] et [Tan-13] pour le cas du mode glissant de second ordre. Ensuite, un contrôleur par mode glissant de troisième ordre dans le cas des contraintes d'état est décrit dans [Fer-14]. D'autre part, les contraintes d'entrée sont présentées sous forme de saturation, Dans [Cas-16], un algorithme de Super-Twisting à contrôle saturé est présenté et conçu en utilisant l'approche de Lyapunov. D'autres contributions sur SMC avec des contraintes se trouvent dans [Arn-08], [Sab-08]. Dans notre thèse, les contraintes de positivité d'entrée / état sont prises en compte dans la conception de la loi du SMC qui doit être positive partout dans le plus grand ensemble d'invariant positif (Positive Invariant Set : PIS) sans aucune approximation. Ce point précis est la contribution majeure de notre thèse. Dans [Abu-10], [Par-14] et [Abu-12], le SMC a été utilisé pour la régulation de la glycémie, cependant, aucune de ces études n'a pris en compte les contraintes

de positivité du système biologique. L'interaction glucose-insuline est un processus physiologique avec entrée / sortie à variables positives.

I. 1. Motivation

Notre objectif est orienté vers une contribution à la commande adaptative robuste des processus physiologiques en utilisant la commande par mode glissant, contrôleur flou et la commande à modèle de référence.

I. 2. Problèmes ouverts

- Dans la littérature l'étude des commandes des systèmes physiologiques comme les systèmes de régulation de glycémie sont établies sans respecter les conditions des contraintes des variables d'entrée et de sortie du système. La majorité des commandes de la régulation de la glycémie n'a pas considéré les contraintes d'entrée / sortie sur la commande.
- Aucune étude désignée dans l'état de l'art précédente de la commande adaptative à modèle de référence, de la commande par mode glissant et également par le contrôleur flou sur la régulation de la glycémie n'a pas considéré les contraintes de positivité d'entrée / sortie.
- Dans la littérature, les études sont basées sur des modèles historiques comme le modèle de Bergman qui a des équilibres non naturels et qui n'est pas compatible avec le comportement glycémique du DT1 dans la vie réelle, pour plus de détails voir [Mag-15].

I. 3. Contribution de la thèse

Les études de la positivité d'entrée / d'état sont examinées pour la première fois pour concevoir des commandes positives pour contrôler les processus physiologiques comme la glycémie. En boucle fermée, la glycémie est réglée tout en restant positive et l'hypoglycémie est évitée. L'hypoglycémie future est prédite lorsque la condition initiale du système est en dehors du plus grand ensemble positivement invariant.

- L'application des nouvelles structures de commande à modèle de référence, en respectant les contraintes des positivités de l'entrée et de la sortie pour la première fois sur les systèmes physiologiques vis à vis la régulation de la glycémie.
- L'existence d'un SMC positif pour la régulation de la glycémie est montrée pour la première fois sans aucune saturation ou approximation.

- La théorie des ensembles invariants positifs des systèmes de deuxième ordre linéaire est étudiée pour la première fois, ensuite, une application est prévue sur un modèle T1DM. Les propriétés du plus grand ensemble invariant positif (PIS) sont utilisées, puis on trouve le plus grand PIS en boucle fermée du système d'insuline sous SMC.
- Le SMC est conçu pour être non négatif partout dans le plus grand PIS en boucle fermé du sous-système de l'insuline avec des preuves rigoureuses et des théorèmes. Un modèle utilisé dans cette thèse est cohérent avec la vie réelle, c'est le modèle DT1 à long terme récemment développé [Mag-15]. Ce modèle a montré une bonne description de la dynamique glycémie-insulinémie du DT1 par rapport aux autres modèles.
- Un contrôleur basé sur la logique floue est synthétisé pour la régulation d'un système physiologique. Ce contrôleur est appliqué pour deux modèles de glucose, le modèle de Bergman et un nouveau modèle de Magdeleine. Ce dernier est développé dernièrement par le laboratoire de LS2N de Nantes en France.

I. 4. Structure de la thèse

Le premier chapitre présente le problème de la positivité. Dans ce chapitre nous donnons des définitions et des notions préliminaires pour les systèmes positifs. Nous entamerons notre analyse en établissant le cadre de travail général et en introduisant quelques définitions et résultats sur la positivité. Nous généraliserons ces résultats aux systèmes physiologiques positifs, en particulier les modèles du glucose-insuline, c'est à dire la glycémie. Ainsi, nous exploiterons des modèles mathématiques qui décrivent la dynamique du glucose-insuline du DT1. Le modèle décrivant le système de glucose-insuline avec un petit nombre de paramètres, est appelé modèle de Bergman, il a été introduit dans les années quatre-vingt. Les récentes modifications apportées ces dernières années à ce modèle seront décrites et analysées dans ce chapitre, et après, nous donnons un nouveau modèle de glycémie-insulinémie à long terme dérivé de données cliniques exactes sur le DT1. Ce modèle est appelé le modèle de Magdeleine, il est nouvellement développé par le CHU de Nantes et de Rennes. Il présente beaucoup d'avantages par rapport aux autres modèles existants dans la littérature. La recherche du point d'équilibre des modèles DT1 dans des différentes conditions est discutée du point de vue physiologique. Alors, Dans cette conception, nous serons aptes à donner des modèles de glycémie permettant de tester la positivité.

Au chapitre 2, la conception du contrôleur basé sur la commande adaptative à modèle de référence est rappelée. Primitivement, ce contrôleur est donné dans sa forme classique et standard, dans ce chapitre, les différents types du contrôleur adaptatif à modèle de référence sont présentés. Nous nous concentrons sur le MRAC qui est basé sur le principe de poursuite de sortie du modèle, mais pas celle des états, il présente une extension au cas adaptatif du générateur de commande pour la poursuite "Command Generator Tracker: CGT ". Ensuite, nous donnons une approche générique basée sur la commande adaptative à modèle de référence (MRAC) établie à base des règles MIT.

Et tant que, le contrôleur adaptatif à modèle de référence sous sa forme standard, ne constitue pas une solution générale à des problèmes physiologiques une nouvelle approche basée sur la prise en compte des contraintes sur les variables est élaborée pour concevoir des nouvelles structures de contrôleurs adaptatifs à modèle de référence et une saturation a été ajoutée pour contraindre le contrôleur et les sorties à être non négatives. Par la suite, tous les types de contrôleurs avec contraintes dans la sortie et l'entrée et sans contraintes sont testés pour la régulation de la glycémie pour les deux modèles physiologiques de glycémie qui sont donnés dans le premier chapitre. Le comportement du contrôleur adaptatif classique sans contraintes est comparé avec un contrôleur adaptatif avec contraintes de sortie/ entrée. Les résultats *in silico* montrent une réponse positive acceptable en utilisant le contrôleur adaptatif à modèle de référence avec contraintes. Les résultats achevés sont discutés et une conclusion du chapitre est donnée.

Au chapitre 3 L'évolution technologique a conduit à la commande des systèmes de plus en plus complexes comme les systèmes physiologiques, qui sont évidemment non linéaires. En général, ces systèmes ne disposent pas des modèles mathématiques adéquats, ce qui requiert des méthodes très efficaces comme l'approche floue, qui est basée sur la construction et le fonctionnement des systèmes biologiques et sur la méthode de la pensée humaine. On la propose dans ce chapitre pour améliorer la commande des systèmes physiologiques, notamment les systèmes de la glycémie. Notre contribution est de développer une bonne conception de la commande floue qui est expliquée dans le paragraphe ci-dessus, et qui sera appliquée à un système de distribution automatique d'insuline, ce dernier fonctionnant dans des conditions complexes avec deux modèles physiologiques de la dynamique d'insulinémie et glycémie développés par le modèle de long terme et de Bergman.

Dans ce chapitre, nous allons aussi proposer et appliquer ce type de commande pour la première fois sur un nouveau modèle de la glycémie développé dernièrement par le CHU de

Nantes et de Rennes. En même temps on a amélioré les méthodes d'application de cette approche pour le modèle de Bergman. Vu que les anciennes études impliquent des intervalles de variation des paramètres de ce modèle, de telle sorte que la sortie et la commande restent positives, nous proposons d'utiliser cette approche directement sur un modèle de Bergman positif. L'application de l'approche floue sur les deux modèles de glycémie sera implémentée et analysée en utilisant Matlab / Simulink. Nous utilisons la logique floue pour trouver une meilleure solution à notre problème et une étude comparative est incluse à la fin de ce chapitre.

Au chapitre 4, Le but de ce chapitre est d'arriver à concevoir un contrôleur par mode glissant (Sliding Mode Control: SMC) pour deux systèmes physiologiques de régulation de la glycémie. Premièrement on va faire la lumière sur le plus grand ensemble d'invariants positifs (PIS) en boucle ouverte du sous système l'insulinémie pour le modèle de long terme. Après, un contrôleur SMC positif en boucle fermée est développé partout dans ce PIS, et les paramètres du SMC positif sont convenablement définis. Ce SMC positif est utilisé ici la première fois pour la régulation de la glycémie. Dans la seconde partie de ce chapitre, un contrôleur d'accouplement dans l'état positif est conçu de sorte que la positivité et l'invariance du système complet de glucose-insuline sont établies. Le SMC est employé en deux étapes, le dernier bloc SMC 2 utilise l'erreur de la glycémie pour concevoir la trajectoire d'insuline désirée, ensuite, l'état de l'insuline plasmatique est forcé de suivre la référence via SMC 1. La trajectoire d'insuline désirée résultante est l'entrée de commande virtuelle requise du système de glycémie afin d'éliminer l'erreur de glycémie (glucose du sang). Le contrôle positif est testé *in silico* sur un modèle de patient diabétique de type 1 dérivé de données cliniques réelles (le modèle de Magdeleine). Ensuite, Le contrôleur par mode glissant d'ordre un et d'ordre supérieur est utilisé pour le modèle physiologique de Bergman. Les étapes de conception de la deuxième commande SMC sont détaillées. Cette dernière met en évidence la nécessité de l'utilisation des contraintes pour l'application de la commande par mode glissant des systèmes physiologiques. Nous terminons ce chapitre par une conclusion sur la cohérence de cette étude et nous proposons des perspectives de travail.

Enfin, on clôture cette thèse par une conclusion générale et en récapitulant son contenu avec des perspectives envisageables.

Chapitre I

Systèmes positifs et processus physiologiques de la glycémie

I.1. Introduction

Il s'agit d'un chapitre introductif, dans la première partie, on donne des définitions et préliminaires des systèmes positifs. Ces systèmes positifs, dont les états et les sorties sont positifs à chaque fois que les conditions initiales et les entrées sont non-négatives. Nous entamerons notre analyse en établissant le cadre de travail général et en introduisant quelques définitions et résultats qui nous seront d'une grande utilité par la suite. Nous étudierons les systèmes positifs, pour lesquels nous présentons plusieurs résultats importants en terme de la positivité, en particulier les systèmes linéaires décrits par les éléments des matrices A et B . Ensuite, nous généraliserons ces résultats aux systèmes physiologiques positifs, en spécifique les modèles du système de glucose-insuline, c'est-à-dire la glycémie. Nous développons des modèles mathématiques qui décrivent la dynamique du DT1 de glucose-insuline. Ce dernier dispose en général des modèles mathématiques nécessaires pour sa conduite automatique. L'objectif de ce chapitre est l'étude de deux modèles importants. Au début, l'étude sera effectuée sur l'un des modèles mathématiques décrivant le système de glucose-insuline avec un petit nombre de paramètres. Ce modèle mathématique est appelé modèle de Bergman et a été introduit dans les années quatre-vingt. C'est un modèle en deux parties distinctes, l'une décrivant la cinétique du glucose et l'autre décrivant la cinétique de l'insuline. La dynamique de ce modèle est transformée en une dynamique linéaire en utilisant une technique de linéarisation. Les récentes modifications apportées ces dernières années à ce modèle seront décrites et analysées dans ce chapitre de cette thèse. Nous considérons en particulier le plus récent qui est le modèle de Magdeleine, c'est un modèle à long terme nouvellement développé par le CHU de Nantes et de Rennes. Il montre beaucoup d'avantages par rapport aux autres modèles existants dans la littérature. Ce modèle est homogène avec la vie réelle. Il présente une bonne description de la dynamique glycémie-insulinémie du DT1 avec des données cliniques.

Nous développons par la suite de ce chapitre, des transformations basées sur la synthèse de positivité afin d'assurer la positivité des deux modèles. Ainsi, ces modèles positifs seront conçus pour la normalisation de la glycémie

I.2. Définitions et préliminaires sur la positivité

Les systèmes positifs sont une classe importante des systèmes qui apparaissent fréquemment dans la vie réelle, tels que des systèmes à variables physiques positives par nature (niveaux, débits, concentrations, etc...), des applications en médecine, bioinformatique, biologie.

Les systèmes positifs sont caractérisés par:

- Un système qui à une entrée positive associe une sortie positive.
- Une représentation d'état avec état positif si l'état initial est positif.

Nous introduisons quelques définitions, dont nous aurons l'usage par la suite. Il est utile d'étudier la positivité d'un système linéaire afin de donner les conditions nécessaires et suffisantes en fonction des matrices du système A, B, C et D .

Définition I.1. [Jon-11] Soit le système linéaire $R = [A; B; C; D]$ décrit par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

Où : $x \in R^n$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{p \times n}$, et $D \in R^{p \times m}$. Le système (1.1) est dit positif si et seulement si pour tout état initial positif $x(0) \geq 0$ et pour toute entrée positive $u(t) \geq 0$, l'état du système $x(t) \geq 0$ et la sortie $y(t) \geq 0$.

$$\forall x_0 \in R_+^n, \quad \forall u \in U_+ = \{u \in U : \forall t \in R_+, u(t) \geq 0\} \quad \forall t \geq 0, \\ x(t) \in R_+^n \quad \text{et} \quad y(t) \in R_+^p$$

Définition I.2. [Jon-11] Le système linéaire (1.1) est positif si pour toute entrée non négative $u(t) \geq 0$ et des conditions initiales nulles $x(0) = 0$, la sortie est non négative $y(t) \geq 0$ pour tout $t \geq 0$.

Remarque I.1. Dans le cas général il est évident que la positivité du système de dynamique $R = [A; B; C; D]$ est subdivisée en deux catégories, ainsi on a les systèmes extérieurement positifs et les systèmes intérieurement positifs. Les définitions I.1, I.2 montrent respectivement la positivité intérieurement et extérieurement du système (1.1).

Les principales cohérentes notions de la positivité interne et externe sont introduites dans les Théorèmes suivants.

La positivité interne du système (1.1) dépend de la matrice de Metzler. Les lemmes suivants assurent que la matrice A est Metzler.

Lemme I.1. [Far-11] Une matrice de Metzler A est une matrice dont tous les éléments non diagonaux sont positifs, c'est-à-dire, $a_{ij} \in R_+, \forall i \neq j$.

Lemme I.2. Soit une matrice $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, si tous les éléments hors-diagonales de la matrice A sont positifs, c'est-à-dire $a_{ij} > 0 \quad \forall i, j \in n$ tels que $i \neq j$, alors la matrice A est Metzler [Kac-97].

Théorème I.1. [Far-11] Un système linéaire $R = [A; B; C; D]$ est intérieurement positif si et seulement si:

- (i) La matrice A est Metzler.
- (ii) Les matrices B , C et D sont positives, c'est-à-dire $B, C, D \geq 0$.

La positivité externe est déterminée comme suit [Jon-11].

Théorème I.2. Un système linéaire de dynamique $R = [A; B; C; D]$ est extérieurement positif si et seulement si sa réponse impulsionnelle est non négative $h(t) \geq 0$:

$$h(t) = Ce^{At} B \in R_+^{p \times m}, t \geq 0$$

La propriété de la positivité externe est inhérente au système, et ne dépend pas de la représentation d'état employé pour décrire la dynamique du système (1.1). Cependant et inversement, la propriété de la positivité interne est attachée à la représentation d'état.

La définition I.1 et le théorème I.1 garantissent la positivité de la trajectoire d'état pour toute condition initiale $x(0) \in R_+^n$. La condition de positivité de l'entrée dans la définition I.2 et le théorème I.2 est toujours utile notamment pour les processus physiologiques.

Remarque I.2. Un système extérieurement positif n'est pas nécessairement intérieurement positif. En conséquence la positivité interne implique la positivité externe, cependant la positivité externe ne montre pas la positivité interne. Pour obtenir $y(t) \geq 0$, le théorème I.1 nécessite $x(0) \geq 0$, $C \geq 0$ et $B \geq 0$ pour la positivité interne, mais le théorème I.2 requiert seulement $h(t) \geq 0$ pour $x(0) = 0$.

I. 3. Stabilité et positivité

Nous allons étudier maintenant la relation entre la positivité et la stabilité, ainsi nous présenterons dans ce qui suit des définitions pour apprendre la stabilité des systèmes positifs.

Définition I.3. [Jon-11] Un système positif est stable si et seulement si $\exists M > 0$ et $\exists \sigma > 0$ tels que:

$$\forall t \geq 0, \|e^{At}\| \leq Me^{-\sigma t},$$

Également, si et seulement si toutes les valeurs propres de la matrice A sont à partie réelle strictement négative, c'est-à-dire $\sigma(A) \subset \text{int}(C_-) \Rightarrow A$ est une matrice stable.

Dans ce qui suit, une procédure pour trouver une réalisation positive stable avec une matrice de Metzler pour des systèmes linéaires basée sur la transformation de similarité des fonctions de transfert appropriées est proposée. Les conditions pour l'existence des réalisations stables avec des matrices de Metzler sont établies.

Les notations suivantes seront utilisées:

- $R_+^{n \times m}$ est l'ensemble $n \times m$ des matrices avec des entrées non négatives.
- M_n est l'ensemble $n \times n$ des matrices de Metzler (matrices réelles avec des entrées non négatives non diagonales).

Théorème I.3. [Kac-11] Le système (1.1) est positif si et seulement si

$$A \in M_n, B \in R_+^{n \times m}, C \in R_+^{p \times n}, D \in R_+^{p \times m} \quad (1.2)$$

La matrice de transfert du système (1.1) est donnée par

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Cette matrice de transfert est appelée propre si $\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = k \in R^{p \times m}$, et on l'appelle strictement propre si $k = 0$.

Définition I.4. [Kac-11] Les matrices (1.2) sont appelées réalisation positive de la fonction de transfert $G(s)$, cette réalisation est dite stable (asymptotiquement) si la matrice A est une matrice de Metzler (asymptotiquement) stable (Hurwitz Metzler matrice).

Théorème I.4. [Kac-02] La réalisation positive (1.2) est stable si et seulement si tous les coefficients du polynôme $p_A(s)$ sont positifs,

$$p_A(s) = \det[Is - A] = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0$$

C'est-à-dire $a_i > 0$ pour $i = 0, 1, \dots, n-1$.

On montre dans l'annexe de cette thèse que la méthode de la fonction de transfert peut être utilisée pour trouver la réalisation stable positive du système linéaire de deuxième ordre en détails. Des exemples numériques sont démontrés aussi lors de cette annexe.

Une méthode conceptuellement similaire peut être considérée pour la relation entre la stabilité et la positivité des systèmes linéaires. Dans ce cas, la condition de la stricte positivité est très nécessaire pour l'argumentation de la stabilité des systèmes adaptatifs. Nous donnons ici des définitions utiles pour la positivité des systèmes linéaires. Également certains lemmes sur la stricte positivité sont présentés. La fonction de transfert donnée par:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Cette fonction est propre si $D \neq 0$, autrement, elle est dite strictement propre.

Définition I.5. [Pal-03] Une fonction de transfert $G(s)$ est réelle positive si:

(i) $G(s)$ est réelle pour s réelle.

(ii) $\operatorname{Re}\{G(s)\}_{\operatorname{Re}(s) \geq 0} \geq 0$.

Définition I.6. [Bar-85-b] Soit $G(s)$ une matrice de transfert de dimension $m \times m$, on suppose qu'il existe une matrice de gain constante K_e telle que la fonction de transfert du système en boucle fermé:

$$G_a(s) = [I + G(s)K_e]^{-1}G(s) \quad (1.3)$$

La fonction $G_a(s)$ est SPR (Strictly Positive Real). Puisque seulement un gain de retour constant est requis pour satisfaire la stricte positivité, la matrice de transfert $G(s)$ est dite "Presque strictement réelle positive", "Almost Strictly Positive Real" ASPR.

La condition de la phase minimale est très utile pour la démonstration de la stricte positivité et aussi la stabilité des systèmes adaptatifs.

Lemme I.3. [Bar-91] Soit $G(s)$ une matrice de transfert strictement à phase minimale, de dimension $m \times m$, et de degré relatif $(n-m)/n$. Soit (A, B, C) une réalisation minimale de $G(s)$. Si $CB > 0$ (défini positif), alors $G(s)$ est ASPR.

Lemme I.4. [Bar-91] Toute matrice de transfert $G(s)$ de dimension $m \times m$ propre et strictement à phase minimale est ASPR.

Remarque I.3. En conséquence, si le système est ASPR c'est-à-dire il est à phase minimale, et les pôles de la fonction de transfert sont à parties réelles négatives, alors le système est presque strictement réel positif et stable.

I. 4. Modélisation des systèmes physiologiques

La commande des paramètres physiologiques présente des défis significatifs principalement en raison de leurs caractères fortement non linéaire, et le comportement complexe des systèmes biologiques. Une bonne conception du système est nécessaire pour apprécier absolument les conditions particulières pendant la commande. Cette partie est préjugée pour donner une vaste vision d'ensemble de la physiologie et le problème de contrôler la régulation du glucose [Pal-03].

Dans ce qui suit, nous présentons les différents modèles du processus du glucose-insuline qui sont développés par plusieurs chercheurs dans le domaine physiologique et aussi dans la médecine.

I.5. Comportement des systèmes physiologiques: Cas d'un système de glucose-insuline

Le système de glucose-insuline est un exemple d'un système physiologique en boucle fermé. Une personne en bonne santé, normalement a une concentration en glucose du sang à environ 70-110 mg/dl. Nous présentons une des plus grandes maladies qui provoque la dynamique de glucose-insuline qui est le diabète, ce dernier est un défaut de fonctionnement exact dans ce système [Esb-07]. Dans la figure I.1 une description primitive du système est montrée. La majeure partie du temps indique la personne en bonne santé, elle est dans le secteur vert, ayant la concentration normale en glucose du sang.

Dans ce fonctionnement: Quand la personne absorbe le glucose additionnel au système par exemple via un repas, alors cette personne se déplace au secteur rouge, avec une concentration de glucose dans le sang plus élevée. Lorsque cela se produit, un signal est envoyé au pancréas, lesquelles les cellules bêta β réagissent et elles sécrètent l'hormone d'insuline. Cette insuline augmente l'absorption de glucose par les cellules, le foie ramène la personne dans le secteur vert.

Si la concentration de glucose du sang descend en dessous du niveau normal, et dans ce cas, la personne est dans le secteur bleu, ceci pourrait se produire comme réponse aux activités. Quand la personne est dans le secteur bleu une faible concentration de glucose dans le sang, un signal est également envoyé au pancréas et les cellules alpha α de pancréas réagissent et elles délivrent le glucagon. Ce glucagon affecte les cellules de foie pour libérer

le glucose dans le sang jusqu'à ce que la personne soit de retour dans le secteur vert encore [Yan-06]. C'est une manière très simpliste d'un système plus compliqué, elle est présentée dans la figure I.1. Cette manière permet d'expliquer le métabolisme, qui sera montré dans des modèles mathématiques.

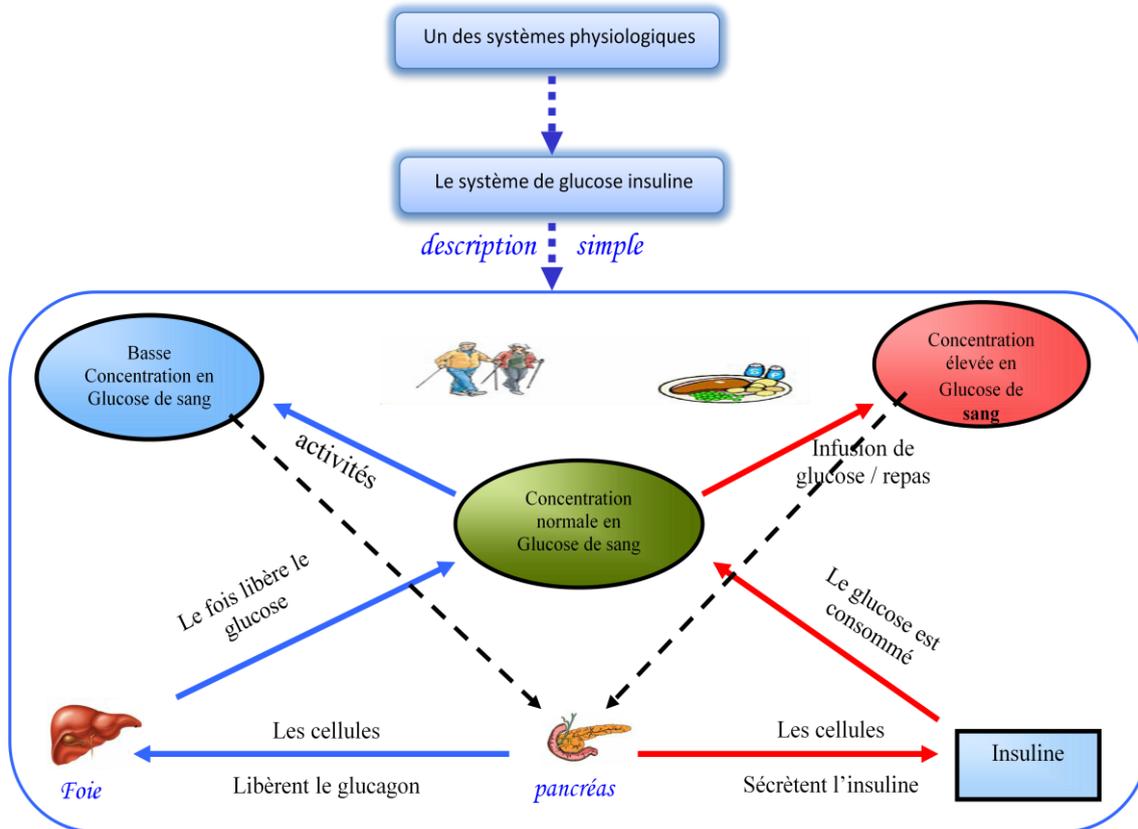


Fig. I.1: Fonctionnement d'un système de régulation de glycémie-insulinémie.

I.5.1. Physiologie du Pancréas

La physiologie pancréatique est présentée sur la base des découvertes récentes de ces dix dernières années. Le pancréas est un organe fragile, situé en profondeur dans l'abdomen. Le pancréas se trouve au niveau du creux de l'estomac, entre le foie et la rate. Il joue un grand rôle de laquelle la fonction est double. Notamment la digestion et la production d'hormones. Et surtout dans le métabolisme du sucre en sécrétant une hormone très importante: l'insuline.

A) Digestion: Cette glande est dite exocrine, c'est-à-dire qu'elle fabrique le suc pancréatique qui est déversé dans le tube digestif. Le suc pancréatique participe à la digestion des glucides et des lipides grâce à des enzymes spécifiques. Ce suc intervient aussi en neutralisant l'acidité provenant des sécrétions gastriques. Une maladie pancréatique, en plus de provoquer des douleurs abdominales, engendrent des problèmes de digestion.

B) Production d'hormones: Le pancréas a aussi une fonction dite endocrine: il sécrète des hormones dans le sang, dont l'insuline. Celle-ci permet de réguler le taux de sucre dans le sang et de stocker dans l'organisme différents nutriments issus de la digestion. A l'intérieur du pancréas, ce sont les cellules bêta des îlots de Langerhans qui sécrètent l'insuline. Cette hormone est essentielle à la vie, et des problèmes liés à la production d'insuline ou liés à son utilisation par l'organisme peuvent aboutir à un diabète. Un mauvais fonctionnement du pancréas peut donc entraîner un diabète (qui correspond à un excès de sucre dans le sang). Le pancréas fabrique une autre hormone, le glucagon qui a l'effet inverse de l'insuline. La dynamique physiologique du pancréas est illustrée dans la figure suivante.

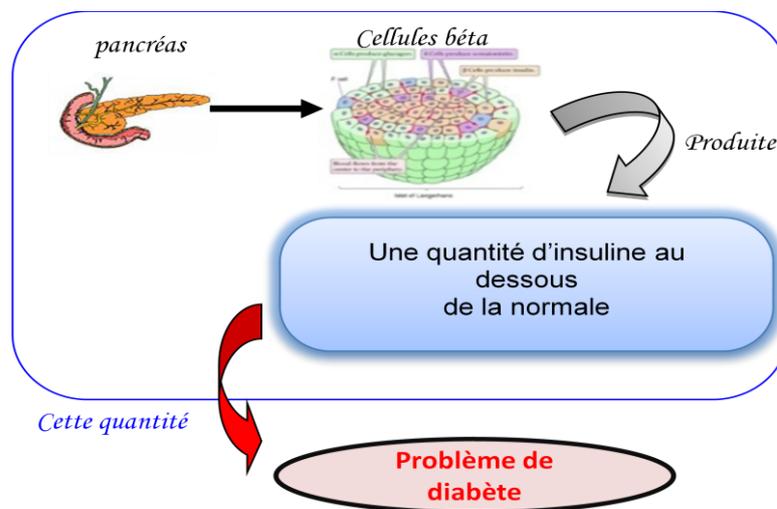


Fig. I. 2: La dynamique physiologique du pancréas.

I.6. Problèmes du système de glucose-insuline

I.6.1. Hyperglycémie

Une personne a une hyperglycémie, lorsque la glycémie est supérieure à 270 mg/dL. Cela peut se produire par exemple quand un diabétique mange un gros repas ou a un faible niveau d'insuline dans le sang. L'hyperglycémie est extrêmement dangereuse si elle n'est pas traitée [Esb-07].

I.6.2. Hypoglycémie

Une personne a une hypoglycémie lorsque la glycémie est inférieure à 60 mg/dL. Cela peut arriver après trop d'exercice, un trop grand dosage d'insuline, une petite quantité de glucides dans la nourriture ou si le diabétique saute des repas. L'hypoglycémie peut entraîner la perte de la conscience. Éviter l'hypoglycémie est un problème important lorsque vous utilisez l'insuline comme traitement [Esb-07].

I.6.3. Le diabète

Selon l'atlas de diabète 2003, le diabète est aujourd'hui un grand problème, quelque 194 millions des personnes souffrent de la maladie du diabète. Ce n'est pas une maladie simple, elle est provoquée par un mal fonctionnement dans le système de glucose-insuline. S'il n'est pas traité, le diabète peut mener aux maladies de cœur, la cécité et d'autres défauts de fonctionnement. Le développement de cette maladie est la plupart du temps dû au style de vie en monde, avec un bon nombre de nourriture malsaine [Wil-04].

Il y a deux types principaux de diabète:

- **Diabète Type 1:** Le diabète de type 1 résulte de l'incapacité de l'organisme à produire de l'insuline à la suite d'un processus auto-immun avec apparition très soudaine. Les personnes atteintes de ce type de diabète ont besoin d'une insulinothérapie pour survivre. Cette forme était auparavant appelée "diabète sucré insulino-dépendant". Dans le diabète type1, les cellules bêtas β sont détruites par une réaction dans le corps et comme conséquence une production très basse d'insuline (au dessous de 10 % de la normale). A ce niveau de production, l'insuline ne peut pas diminuer rapidement le niveau de glucose de sang. Quand une personne mange, une augmentation rapide du glucose est observée ceci est dû au faible production de l'insuline. Un niveau fort de glucose a comme conséquence un déséquilibre de l'organisme.
- **Diabète de type 2:** Le diabète type 2 est le type le plus répandu de diabète, il résulte de la résistance à l'insuline, une condition dans laquelle le pancréas peut produire une certaine quantité d'insuline au dessous de la normale, le problème est que la quantité d'insuline ne peut pas affecter les cellules du corps pour augmenter leur consommation du glucose. Cette forme était auparavant appelée "diabète sucré non insulino-dépendant". Il peut passer inaperçu et ne pas être diagnostiqué pendant longtemps. Les personnes touchées ne sont pas conscientes des atteintes à long terme causés par la maladie.

Tous les types de diabète doivent être traités dans le cadre d'une collaboration étroite entre les patients et les prestataires de soins de santé afin de prévenir les complications à long terme telles que les dommages aux yeux, aux reins, aux pieds et au cœur. Les personnes atteintes de diabète doivent être traitées pour éviter la mort prématurée [Esb-07].

I.6.3.1. Les causes et les caractéristiques des types de diabète

Parmi les causes du diabète on cite: les facteurs héréditaires, surpoids, l'effet secondaire de l'utilisation de certains médicaments tels que les stéroïdes et les médicaments de la pression

artérielle, les blessures au pancréas telles que l'infection, les maladies auto-immune, les maladies de la pression artérielle, le risque augmentation d'âge, le tabagisme, la grossesse.

Le diabète type 2 devrait être traité avec des injections d'insuline comme un diabète type 1.

- ✓ Les symptômes du diabète type 1 sont la fatigue, la faim et la perte du poids. Une personne souffre du diabète de type 1 est une personne dépendante de l'injection de l'insuline parce que rien n'est sécrété, autrement la personne mourra parce que le corps ne peut pas supporter un niveau élevé de glucose.
- ✓ Le diabète type 2 a presque les mêmes symptômes que le diabète de type 1.
- ✓ Les descriptions des types de diabète décrites auparavant sont simples, mais réellement il est plus compliqué de décrire ces diabètes par des modèles mathématiques [Esb-07].

Aujourd'hui le type 1 de diabète est traité par l'injection de l'insuline dans le corps, par des activités sportives et aussi en gardant un régime sain.

I.6.3.2. Les voies d'administration de l'insuline

Il existe plusieurs voies d'administration de l'insuline:

- Sous-cutanée.
- Intraveineuse.
- Intra péritonéale.

I.6.3.3. Diagnostique du diabète

Largement des chercheurs essayent de trouver des méthodes pour diagnostiquer et traiter la maladie. Le test de glycémie rapide (TGR) est un moyen courant de diagnostiquer le diabète. La glycémie à jeun mesure la glycémie après un jeûne de 10 à 12 heures. La valeur normale du glucose à jeun sanguin est comprise entre 70 et 110 mg / dl pour les personnes normales. Également le diagnostique est fait par des approches qui doivent concevoir des modèles mathématiques décrivant le système de glucose-insuline. Ces modèles mathématiques ne peuvent pas être consacrés pour diagnostiquer seulement, mais aussi pour créer identiquement des simulations pour examiner différents types de traitement.

La modélisation mathématique est un mécanisme important pour décrire des systèmes physiologiques et leurs variables. Le système de glucose-insuline a reçu beaucoup d'intérêt dans la littérature. Il permet de simuler et de tester la règle d'insuline pour le DT1, afin d'utiliser des algorithmes de commande en boucle fermée pour normaliser la concentration de glucose de sang.

I.7. Modélisation des processus physiologiques du glucose-insuline

Plusieurs travaux ont été développés sur la dynamique de l'insuline depuis les années 60 et plusieurs modèles des systèmes diabétiques existent dans la littérature comprenant, par l'exemple le modèle de Bolie en 1961 [Bio-61], le modèle de Bergman développé par Bergman, Phillips, et Cobelli en 1981 [Ber-81], et Hovorka [Hov-02], et le modèle de Magdeleine qui est un modèle à long terme nouvellement développé [Mag-15]. Le modèle minimal de Bergman est largement répandu ces dernières années dans des études en boucle fermée.

I.7.1. Le modèle à long terme du DT1: Le Modèle de Magdeleine

Le modèle à long terme de Magdeleine est un modèle de la dynamique du glucose-insuline du DT1. Ce modèle est développé à partir des données cliniques des CHU de Nantes et de Rennes [Mag-15]. Il présente les avantages suivants par rapport aux autres modèles existants dans la littérature:

- le modèle DT1 à long terme est récemment développé [Mag-15], ce modèle est cohérent avec la vie réelle. il a montré une bonne description de la dynamique glycémie-insulinémie du DT1 par rapport aux autres modèles.
- Les paramètres sont identifiés sur le journal clinique standard (données internes ou externes) sur une période allant jusqu'à deux jours.
- Contrairement aux modèles existants, sa propriété de stabilité glycémique est cohérente avec le comportement glycémique DT1 (voir [Mag-15]) pour plus de détails).
- Dans la littérature, les études sont basées sur des modèles historiques comme le modèle de Bergman qui ont des équilibres non naturels qui ne sont pas compatibles avec le comportement glycémique du DT1 dans la vie réelle (voir [Mag-15] pour plus de détails).
- Il permet de calculer des outils FIT (Functional Insulin Therapy) tels que le taux basal d'insuline.

I.7.1.1. Les principaux sous systèmes du modèle à long terme

Le modèle global est une cascade de deux principales dynamiques du système glucose-insuline: le sous-système d'insulinémie de second ordre et le sous-système de glycémie de premier ordre, ces sous-systèmes sont représentés sur la figure I.3. Le modèle comprend la

troisième principale dynamique du système glucose-insuline: le sous-système de digestion [Mag-15].

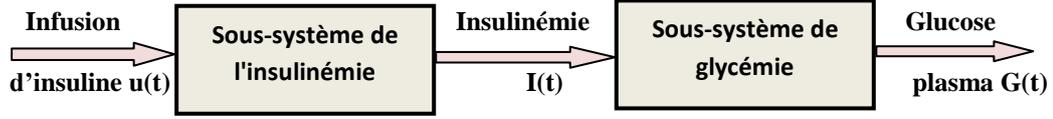


Fig. I.3: Décomposition en cascade de la dynamique du système de glucose-insuline.

➤ Sous système d'insulinémie

La dynamique de l'insuline est donnée par un modèle de second ordre avec une seule constante de temps T_u [min], [Mag-15].

$$\ddot{I}(t) = -\frac{I(t)}{T_u^2} - 2\frac{\dot{I}(t)}{T_u} + \frac{\theta_u}{T_u^2}u(t) \quad (1.4)$$

Où $I(t)$ est l'insulinémie (U/dL), $u(t)$ est l'injection exogène d'insuline (U/min), T_u est la constante de temps de la dynamique d'insulinémie (minute), θ_u est un gain statique (min/dL).

La représentation de la dynamique d'insulinémie dans l'espace d'état est:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}(t) \\ \ddot{I}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I(t) \\ \dot{I}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{bmatrix} u(t) \quad (1.5)$$

L'équation (1.5) est équivalente à

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (1.6)$$

où $x(t) = [I(t) \quad \dot{I}(t)]^T$ dénote les états et $y(t) = I(t)$, la sortie à commander.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_m^2 & -2\lambda_m \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0]$$

Avec : $\lambda_m = 1/T_u$, $b = \theta_u \lambda_m^2$, $b > 0$.

➤ Sous système de la glycémie

À cette phase, la dynamique de glycémie est écrite comme suit

$$\dot{G}(t) = -k_{si}I(t) + k_l - k_b + D(t) \quad (1.7)$$

$G(t)$ [mg /dL] est la concentration de glucose, $I(t)$ [U/dL] est l'insuline dans le plasma. D'une part, la réduction de la glycémie est soit liée à l'insuline selon un taux constant défini par le paramètre k_{si} [mg / (U.min)], ou par la consommation fixe du cerveau qui est anti-proportionnelle à la masse corporelle M , $k_b = 128M$ [mg/ (dL.min)], [Mag-15]. D'autre part,

le taux de glycémie augmente de façon endogène représenté ici par le taux de production constante du foie k_l [mg / (dL.min)] ou par un exogène $D(t)$ [mg / (dL.min)] qui est le taux d'apparition du glucose dans le plasma dû à la digestion (Carbohydrate) CHO.

➤ Sous-système de digestion

Un système identique du second degré est employé pour modeler le rapport entre le CHO dans le repas $r(t)$ et $D(t)$, sa constante de temps est T_r , elle emploie le volume de sang V_b [dl], la où $V_b = 0.65M$. Une représentation de l'espace d'état de la dynamique de digestion est

$$\begin{bmatrix} \dot{D}(t) \\ \ddot{D}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_r^2} & -\frac{2}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D(t) \\ \dot{D}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_r}{V_b T_r^2} \end{bmatrix} r(t) \quad (1.8)$$

Le gain statique k_r/V_b et le temps T_r [min] sont accordés pour représenter l'index glycémique selon la composition en repas. $r(t)$ [mg/min] est le taux de quantité de CHO, [Mag-15].

➤ La représentation d'état du modèle complet

On considère le changement des variables suivant $k_{si} = \theta_{si}$ et $k_l - k_b = \theta_{lb}$. Le système global du glycémie-insulinémie est caractérisé par la représentation d'espace d'état suivante [Mag-15].

$$\begin{pmatrix} \dot{G}(t) \\ \dot{I}(t) \\ \ddot{I}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\theta_{si} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G(t) \\ I(t) \\ \dot{I}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} \theta_{lb} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} D(t) \quad (1.9)$$

θ_{si} (mg/U/min) est la sensibilité d'insuline. θ_{lb} (mg/dL/min) est le net d'équilibre entre la production endogène de glucose et la consommation indépendante de glucose d'insuline.

I.7.2. Le modèle de Bergman

Le modèle minimal de Bergman est un modèle d'un compartiment, signifiant que le corps est décrit comme compartiment/réserve avec une concentration basique de glucose et d'insuline. Ce modèle est développé en 1979. Il utilise une étude clinique sur dix huit sujets sains hospitalisés [Ber-81]. Le modèle original du glucose montre comment le niveau de glucose se comporte selon des données mesurées d'insuline pendant un test intraveineux de tolérance de glucose IVGTT (Intravenous Glucose Tolerance Test). Le modèle est un compartiment divisé en trois parties, la première est la partie principale qui décrit le

dégagement du glucose et son occupation, la deuxième partie décrit le retard dans l'insuline active et la dernière présente le modèle minimal de la cinétique d'insuline [Gae-00].

➤ La première partie du glucose

Cette partie est représentée par cette équation

$$\dot{G}(t) = -p_1(G(t) - G_b) - X(t) G(t) \quad (1.10)$$

La où $G(t)$ [mg/dl] est la concentration du glucose dans le sang, G_b [mg/dl] est l'état d'équilibre de la concentration de glucose dans le sang. p_1 [min^{-1}] est la vitesse d'élimination de glucose indépendant d'insuline [Ber-81] et [Gae-00].

➤ La deuxième partie d'insuline active

$$\dot{X}(t) = -p_2 X(t) + p_3(I(t) - I_b) \quad (1.11)$$

$X(t)$ [min^{-1}] est l'effet de l'insuline active. I_b est l'état d'équilibre de la concentration de l'insuline dans le sang. p_2 [min^{-1}], p_3 [$\text{min}^{-2} / \mu\text{U}/\text{mL}$] sont les coefficients de taux.

➤ La troisième partie d'insuline

$$\dot{I}(t) = \gamma(G(t) - h)^+ t - n(I(t) - I_b) + u(t) \quad (1.12)$$

$I(t)$ [$\mu\text{U}/\text{mL}$] est la concentration de l'insuline dans le sang. γ [$\mu\text{U}/\text{mL}/(\text{mg}\cdot\text{min}/\text{dL})$] et n [min^{-1}] sont les coefficients de taux. h [mg/dL] est un 'seuil de glycémie' pancréatique au-dessus de ce que le pancréas démarre sécréter l'insuline. $u(t)$ est l'injection d'insuline (U/min) [Gae-00].

Le terme plus dans l'équation (1.12) signifie

$$(G(t) - h)^+ = \begin{cases} 0 & \text{si } G \leq h \\ (G - h) & \text{si } G > h \end{cases} \quad (1.13)$$

$\gamma^+ = 0$ si $G \leq h$ autrement $\gamma^+ = \gamma t$.

La limite $\gamma(G(t) - h)^+$ représente la sécrétion pancréatique d'insuline quand le glucose du sang excède certain entrée.

➤ Le modèle général de Bergman

Le système global de Bergman est écrit comme suit, considérant le repas $D(t)$ comme une perturbation [Gae-00].

$$\dot{G}(t) = -p_1(G(t) - G_b) - X(t) G(t) + D(t)$$

$$\dot{X}(t) = -p_2 X(t) + p_3(I(t) - I_b)$$

$$\dot{I}(t) = \gamma(G(t) - h)^+ t - n(I(t) - I_b) + u(t) \quad (1.14)$$

I.8. Positivité des processus physiologiques du glucose-insuline

Dans cette section, la positivité est vérifiée selon les définitions et les théorèmes de la section précédente du préliminaire pour les deux modèles de glucose-insuline: le modèle de Bergman et de long terme de Magdeleine.

I.8.1. Positivité du modèle à long terme: Le modèle de Magdeleine

Le modèle (1.9) sans perturbation ($D(t) = 0$) est présenté avec une nouvelle variable d'état. Il introduit l'insuline sous-cutanée $I_{sc} = T_u \dot{I}(t) - I(t)$ [U / min], [Moh-17].

soit: $\tilde{x}_1(t) = x_1 - x_{ref}$, $\tilde{x}_2(t) = \frac{V_I}{k_u} x_2 - u_b$ et $\tilde{x}_3(t) = x_{sc} - u_b$ avec $x_{sc} = \frac{V_I}{K_u} (\theta_3 x_3 + x_2)$, $\tilde{u} = u - u_b$.

Où $x_{ref} = G_d$ est la référence désirée en glucose, u_b [U / min] correspond au débit d'injection basal de l'individu. x_1 [mg/ dL] est la concentration de glycémie, x_2 [U/dL] est la concentration d'insuline dans le plasma. u [U /min] représente le taux de perfusion d'insuline exogène contrôlé. La nouvelle version du modèle est actuellement développée où les paramètres sont réduits comme suit: $\theta_1 = \theta_{lb} = k_l - k_b$, $\theta_2 = \frac{k_{si} \cdot k_u}{V_I}$ et $\theta_3 = T_u$.

L'équation (1.9) conduit au modèle suivant

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\theta_2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\theta_3} & \frac{1}{\theta_3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\theta_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\theta_3} \end{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{y} = (1 \ 0 \ 0) \tilde{x} \end{cases} \quad (1.15)$$

Remarque I.4. Selon le théorème I.1, le système dans ses coordonnées d'origine (1.9) et le système en (1.15) ne sont pas interne positifs car leurs matrices système ne sont pas de Metzler. Simultanément, on considère la réponse impulsionnelle $h(t)$ de (1.15):

$$h(t) = \left(\theta_2 + \frac{\theta_2 t}{\theta_3} \right) e^{\frac{-t}{\theta_3}} - \theta_2$$

Ainsi, la réponse impulsionnelle du $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = -\theta_2$ et le système n'est pas extérieurement positif.

Remarque I.5. Le système (1.15) n'est pas positif, mais son sous-système d'insuline est interne positif selon le théorème I.1, car le sous-système d'insuline présenté par le bloc 2

inférieur droit de la matrice A est Metzler, $B \geq 0$ et $C \geq 0$. Notez que, le sous-système d'insuline est intérieurement positif dans les nouvelles coordonnées (1.15), il n'est pas dans (1.9).

I.8.2. Positivité du modèle de Bergman

On attribut la matrice suivante du modèle linéaire de Bergman

$$A = \begin{pmatrix} -p_1 - X_{eq} & -G_{eq} & 0 \\ 0 & -p_2 & p_3 \\ \gamma^+ & 0 & -n \end{pmatrix}$$

Cette matrice n'est pas Metzler pour tout point d'équilibre avec $G_{eq} > 0$, et subséquemment selon les théorèmes et les définitions de la positivité, le modèle réalisé est interne positif si et seulement si $G_{eq} = 0$.

I.9. Equilibre des processus du glucose-insuline

Les modèles mathématiques de DT1 sont présentés pour décrire le comportement fonctionnel de la vie du glucose et d'insuline de plasma sur les sujets diabétiques. Ces modèles ont un point d'équilibre de glycémie bien que l'injection d'insuline soit zéro. Cependant cette issue est une contradiction avec le fait physiologique pour une personne diabétique en conditions de jeûne et d'aucune CHO, et si l'insuline n'est pas injectée, ainsi la glycémie diverge.

I.9.1. Equilibre du modèle de long terme

L'étude du point d'équilibre du modèle de long terme de Magdeleine se fait en deux aspects, le premier cas où le système est libre (le control est nul $u(t) = 0$) et sans perturbation $D(t) = 0$. La deuxième est analysée pendant la période de jeûne [Moh-17].

On remarque que dans le cas où $u(t) = 0$ ensuite $I(t) = 0$ dans l'équation du système global du glucose-insuline la glycémie diverge $\dot{G}(t) > 0$. C'est dû à la production continue de glucose de foie. En conséquence pour une personne diabétique pendant la phase de jeûne, une injection zéro d'insuline conduit à l'hyperglycémie, et dans ce cas il n'y a aucun équilibre pour la glycémie. La conception du point d'équilibre dans le cas où le système est dans la période de jeûne, c'est-à-dire ce point d'équilibre est analysé à conditions que $D(t) = 0$, et dans un débit d'infusion d'insuline constant $u(t) = u_b$. L'équation (1.9) conduit à

$$G = G_{eq}, \quad I_{eq} = \frac{k_l - k_b}{k_{si}} = \frac{\theta_{lb}}{\theta_{si}}$$

Donc le taux de base I_{eq} est constant et unique. De plus, cela implique un débit de base

d'infusion constant et unique: $u_b = \frac{V_L}{k_u} \cdot \frac{\theta_{lb}}{\theta_{si}}$.

I.9.2. Equilibre du modèle de Bergman

On indique le point d'équilibre comme (G_{eq}, X_{eq}, I_{eq}) , la théorie des systèmes linéaires positifs est appliquée pour vérifier la positivité interne du modèle linéaire dans le théorème suivant.

Théorème I.5.

Le modèle linéaire de Bergman est interne positif si et seulement si $G_{eq} = 0$.

On apprend la matrice jacobéenne du système de modèle de Bergman:

$$J(G, X, I) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{G}}{\partial G} & \frac{\partial \dot{G}}{\partial X} & \frac{\partial \dot{G}}{\partial I} \\ \frac{\partial \dot{X}}{\partial G} & \frac{\partial \dot{X}}{\partial X} & \frac{\partial \dot{X}}{\partial I} \\ \frac{\partial \dot{I}}{\partial G} & \frac{\partial \dot{I}}{\partial X} & \frac{\partial \dot{I}}{\partial I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p_1 - X(t) & -G(t) & 0 \\ 0 & -p_2 & p_3 \\ \gamma^+ & 0 & -n \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

$\gamma^+ = 0$ si $G \leq h$ sinon $\gamma^+ = \gamma t$. La substitution du point d'équilibre dans (1.16), c'est-à-dire $J(G_{eq}, X_{eq}, I_{eq})$ donne la matrice de système linéaire suivante

$$J(G_{eq}, X_{eq}, I_{eq}) = \begin{pmatrix} -p_1 - X_{eq} & -G_{eq} & 0 \\ 0 & -p_2 & p_3 \\ \gamma^+ & 0 & -n \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

On considère que cette matrice n'est pas Metzler pour tout point d'équilibre avec $G_{eq} > 0$, et subséquentement selon les théorèmes et les définitions de la positivité, le modèle réalisé est interne positif si et seulement si $G_{eq} = 0$.

I.10. Conclusion

L'étude des systèmes positifs est utilisée comme un outil utile pour apprendre les systèmes physiologiques et leurs variables à des fins différents. Dans ce chapitre, nous avons traité le problème de la positivité des systèmes physiologiques en utilisant l'un de ces systèmes qui est le système de glucose-insuline. Ce dernier a reçu beaucoup d'intérêt dans la littérature.

Ce chapitre a résumé des anciens et des nouveaux processus physiologiques notamment les processus du système de glucose et d'insuline. Nous avons étudié deux modèles de système de glucose-insuline, le premier est le plus utilisable dans la littérature,

c'est-à-dire le modèle de Bergman et le deuxième est un modèle à long terme, ce dernier est récemment développé, il est régulier avec la vie réelle. Le développement de ces deux modèles est utile et praticable pour obtenir des contrôleurs stricts, ces contrôleurs sont cohérents pour contrôler intérieurement le taux de glucose du sang. ils seront discutés dans les chapitres suivants.

Chapitre II

Commande à modèle de référence des processus physiologiques

II.1. Introduction

Nous avons vu dans le premier chapitre une étape primordiale qui est le développement des systèmes positifs et ses utilités pour les progrès des systèmes physiologiques en particulier, les systèmes de glycémie. Ces progrès permettent de réaliser une bonne commande si les modèles d'applications sont plus au moins précis. La commande adaptative à modèle de référence présente une solution attractive pour réaliser des meilleures performances dans les applications des systèmes physiologiques.

Une conception générale de la théorie de la commande adaptative à modèle de référence est présentée dans ce chapitre, et nous allons mettre en œuvre un ajustement des différents types de contrôleurs adaptatifs à modèle de référence. Ces contrôleurs sont donnés dans leur configuration classique et standard, Nous nous concentrons sur le MRAC présenté sous sa forme originelle par Sobel et al, [Sob-82]. Il est basé sur le principe de poursuite de sortie du modèle, mais pas celle des états. Ce contrôleur est une extension au cas adaptatif du générateur de commande pour la poursuite "Command Generator Tracker CGT ". Ensuite, nous donnons une approche générique basée sur la commande adaptative à modèle de référence (MRAC) établie sur les règles MIT (Règles du Massachusetts Institute of Technology: RMIT). Toutes les formes standards de ce contrôleur ne constituent pas une solution générale pour les problèmes de commande des systèmes physiologiques.

Nous allons ainsi analyser le contrôleur adaptatif direct à modèle de référence (DMRAC) avec des nouvelles méthodes de saturations qui ont été ajoutées pour contraindre le contrôleur et la sortie à être non négative. Puis des approches basées sur la création des contraintes du variable sont élaborées pour concevoir des nouvelles structures de contrôleurs. Les types des contrôleurs avec contraintes et sans contraintes sont appliqués et conçus pour deux modèles physiologiques de glycémie qui sont traités dans le premier chapitre [Men-13a] [Men-17b]. Le comportement du contrôleur adaptatif classique sans contraintes est comparé à un contrôleur adaptatif avec contraintes. De ce fait, le contrôleur adaptatif peut modifier son comportement en réponse aux changements dus aux dynamiques du système et aux

perturbations, il consiste à éliminer les perturbations structurelles (la variation des paramètres) agissant sur les performances du système.

II.2. Problématique et objectifs

L'algorithme de MRAC est développé à partir du problème général de poursuite adaptatif de modèle de référence. L'idée du MRAC est basée sur l'existence du modèle de référence, donné par le concepteur, qui reflète le comportement désiré de la structure commandée.

Le chercheur Whitaker H. P (en 1958) [Lan-79] a proposé un système de commande adaptative à modèle de référence largement développé par plusieurs spécialistes. De tels systèmes sont composés par deux boucles fermées : une boucle interne (principale) et l'autre externe. La boucle interne comprend le système à commander et le régulateur dont les paramètres sont ajustés selon un algorithme établi au niveau de la boucle externe de façon à ce que la différence entre la sortie du modèle et celle du processus soit minimale.

Le modèle de référence doit générer la réponse instantanée désirée $y_m(t)$. Les signaux de sortie de la boucle interne et de la boucle externe sont comparés et leur différence est utilisée pour concevoir la loi d'ajustement des paramètres du régulateur. Cet ajustement est nécessaire pour compenser les changements externes et internes qui provoquent des déviations des caractéristiques de la boucle interne par rapport à celle du modèle de référence.

II.3. Commande adaptative standard à modèle de référence

Parmi plusieurs stratégies de commande adaptative, la commande adaptative à modèle de référence joue un rôle important [Bar-13], [Bar-14]. Son objectif est de concevoir un modèle de référence qui convient aux performances désirées d'un système en boucle fermée. L'objectif de la commande est d'éliminer toute divergence entre la réponse du modèle et celle du système pour n'importe quel signal d'entrée et les conditions de perturbation (internes ou externes).

II.4. Classification des approches de la commande adaptative à modèle de référence

II.4.1. Commande adaptative du CGT

L'algorithme de DMRAC est développé et basé sur la structure fondamentale de la commande. La loi de commande est formée comme une combinaison linéaire de la rétroaction des erreurs entre la sortie du modèle de référence et celle du système, les états du modèle et l'entrée de référence. Le DMRAC est basé sur le principe de la poursuite de sortie du modèle, mais pas celle des états, il présente une extension au cas adaptatif du générateur de

commande pour la poursuite " Command Generator Tracker CGT ". A cause de la simplicité d'implantation qu'il présente et de l'indépendance du nombre de paramètres devant être ajustés sur l'ordre du système, ce contrôleur adaptatif est appelé "Simplified Adaptive Contrôler, (SAC)" [Sob-82].

Le problème de contrôle à modèle de référence est résolu pour l'équation de processus linéaire suivant:

$$\begin{aligned}\dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t)\end{aligned}\quad (2.1)$$

Où $x_p(t)$ est le vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$. $u_p(t)$ est le vecteur de contrôle de dimension $(m \times 1)$. $y_p(t)$ est le vecteur de sortie de dimension $(q \times 1)$. A_p , B_p et C_p sont des matrices de dimension appropriée. Le rang de variation des paramètres est supposé borné comme suit

$$\begin{aligned}a_{-ij} \leq a_p(i, j) \leq \bar{a}_{ij}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots n \\ b_{-ij} \leq b_p(i, j) \leq \bar{b}_{ij}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots m\end{aligned}\quad (2.2)$$

Où $a_p(i, j)$ et $b_p(i, j)$ sont les i, j ^{ème} élément de A_p et B_p respectivement. Il est aussi supposé que:

- Toutes les paires possibles A_p, B_p sont contrôlables et stabilisables par un gain de retour de sortie. Toutes les paires possibles A_p, C_p sont observables. B_p est une matrice de rang maximal.

L'objectif de ce type de commande est de trouver sans connaissance précise de A_p et B_p , le vecteur de contrôle $u_p(t)$ telle que le vecteur de sortie du système suive celui du modèle de référence qui est donné par

$$\begin{aligned}\dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\ y_m(t) &= C_m x_m(t)\end{aligned}\quad (2.3)$$

Où $x_m(t)$ est le vecteur d'état de dimension $(n_m \times 1)$. $u_m(t)$ est le vecteur de contrôle de dimension $(q \times 1)$. $y_m(t)$ est le vecteur de sortie du modèle de dimension $(q \times 1)$. A_m, B_m et C_m sont des matrices de dimension appropriée. Quand une poursuite parfaite de sortie est atteinte, c'est à dire $y_p(t) = y_m(t)$ pour $t \geq 0$, les trajectoires de contrôle et d'états correspondants sont dites trajectoires idéales et sont notées $x_p^*(t)$ et $u_p^*(t)$, [Yu-02]. Les trajectoires idéales sont des

fonctions linéaires des états et des entrées du modèle de référence [Bro-79] mathématiquement parlant:

$$\begin{bmatrix} x_p^*(t) \\ u_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$u_m(t)$ est supposée constante, sinon ses dérivées doivent être disponibles, cette supposition peut être allégée. La trajectoire idéale vérifie l'équation (2.1), c'est-à-dire:

$$\begin{cases} \dot{x}_p^*(t) = A_p x_p^*(t) + B_p u_p^*(t) \\ y_p^*(t) = C_p x_p^*(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

En considérant que $u_m(t)$ est une constante, la dérivation de l'équation (2.4), donne:

$$\begin{aligned} \dot{x}_p^*(t) &= (\dot{S}_{11} + S_{11}A_m)x_m + (S_{11}B_m + \dot{S}_{12})u_m \\ y_p^*(t) &= y_m(t) = C_m x_m(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

En remplaçant (2.4) dans (2.5), on aura:

$$\begin{aligned} \dot{x}_p^*(t) &= A_p(S_{11}x_m(t) + S_{12}u_m(t)) + B_p(S_{21}x_m(t) + S_{22}u_m(t)) \\ y_p^*(t) &= C_p(S_{11}x_m(t) + S_{12}u_m(t)) \end{aligned} \quad (2.7)$$

En utilisant les équations (2.6) et (2.7), on obtient le système algébrique suivant:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{11} + S_{11}A_m &= A_p S_{11} + B_p S_{21} \\ S_{11}B_m + \dot{S}_{12} &= A_p S_{12} + B_p S_{22} \\ C_p S_{11} &= C_m \\ C_p S_{12} &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

De (2.6) et (2.8) et sachant que les coefficients de S_{ij} sont également constants, on peut écrire (2.7) par:

$$\begin{bmatrix} S_{11}A_m & S_{11}B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

L'équation matricielle (2.9) représente un système d'équations linéaires qui doit être résolu pour les matrices S_{ij} . Il y a plus d'inconnues que d'équations, alors, la solution CGT existe presque toujours [Bro-80]. En résumé, lorsque le suivi de sortie parfait se produit, $y_p(t) = y_m(t)$, le contrôle idéal est donné par:

$$u_p^*(t) = S_{21}x_m(t) + S_{22}u_m(t) \quad (2.10)$$

Si le suivi parfait de la sortie ne se produit pas, $y_p(t) \neq y_m(t)$, un suivi asymptotique est possible à condition que le retour de sortie stabilisant soit inclus dans la loi de contrôle

$$u_p(t) = S_{21}x_m(t) + S_{22}u_m(t) + K_e(y_p(t) - y_m(t)) \quad (2.11)$$

Où S_{21} et S_{22} sont les solutions des équations (2.8) avec

$$R_e[\lambda(A_p - B_p K C_p)] < 0 \quad (2.12)$$

On remarque que le CGT établi pour le cas où u_m est une constante peut être étendu à une entrée plus générale. Pour les problèmes réels, il est possible qu'un système d'ordre très élevé doit suivre un modèle d'ordre très petit et avec une entrée de référence arbitraire. Cela est pratiquement impossible à atteindre par un contrôleur à gains fixes. Alors, il est raisonnable et pratiquement suffisant de ne pas imposer une poursuite parfaite du modèle, mais seulement que l'erreur entre le modèle et le système soit borné et assez petite. En plus, les gains ne seront pas fixes mais adaptatifs.

La loi de contrôle de la commande adaptative basée sur le CGT est donnée comme ayant la même forme que celle donnée par (2.11).

$$u_p(t) = K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t) + K_e(t)(y_m(t) - y_p(t)) \quad (2.13)$$

En substituant (2.5) dans (2.13) nous obtenons

$$u_p(t) = K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t) + K_e(t)C_p e_x(t) \quad (2.14)$$

Où les gains $K_x(t)$, $K_u(t)$ et $K_e(t)$ sont adaptés régulièrement de telle sorte que l'erreur s'annule. Pour simplifier la présentation, les trois gains précédents sont compactés sous forme d'une seule matrice K_r de dimension $m \times n_r$,

$$K_r(t) = [K_e(t) \quad K_x(t) \quad K_u(t)] \quad (2.15)$$

De la même manière, on écrit le vecteur $r(t)$ de dimension $n_r \times 1$,

$$r(t) = \begin{bmatrix} C_p e_x(t) \\ x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_m(t) - y_p(t) \\ x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Alors

$$u_p(t) = K_r(t)r(t) \quad (2.17)$$

Le gain $K_r(t)$ est défini comme étant la somme d'un gain proportionnel et d'un gain intégral. Chacun de ces deux gains est adapté comme suit

$$K_r(t) = K_p(t) + K_I(t) \quad (2.18)$$

$$K_p(t) = v(t)r^T(t)T_p \quad v(t) = y_m(t) - y_p(t) \quad (2.19)$$

$$\dot{K}_I(t) = v(t)r^T(t)T_i \quad , \quad K_I(0) = K_{I0} \quad (2.20)$$

Où T_i et T_p sont des matrices de pondération, invariantes dans le temps de dimension $n_r \times n_r$, K_{I0} est le gain intégral initial.

II.4.1.1. Analyse de la stabilité

La stabilité asymptotique de l'erreur de sortie du contrôleur adaptatif basé sur le CGT peut être étudiée en utilisant l'approche de Lyapunov qui exige:

- L'existence d'une fonction candidate de Lyapunov V , définie positive. L'analyse de la stabilité asymptotique du système en boucle fermée en examinant le signe de \dot{V} .

Le théorème (II.1) suivant donne les résultats de stabilité du contrôleur adaptatif basé sur le CGT.

Théorème II.1 [Pal-03] Supposons qu'il existe deux matrices, P réelle symétrique définie positive et Q réelle symétrique et semi définie positive et une matrice \tilde{K}_e telles que

$$P(A_p - B_p \tilde{K}_e C_p) + (A_p - B_p \tilde{K}_e C_p)^T P = -Q \leq 0 \quad (2.21)$$

$$C_p = B_p^T P \quad (2.22)$$

Supposons que les matrices T_i et T_p sont respectivement symétriques définies positives et symétriques semi définie positive, alors, tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés, de plus, l'erreur entre la sortie du modèle et celle du système est asymptotiquement stable. La figure II.1 représente le résumé du contrôleur adaptatif basé sur le CGT.

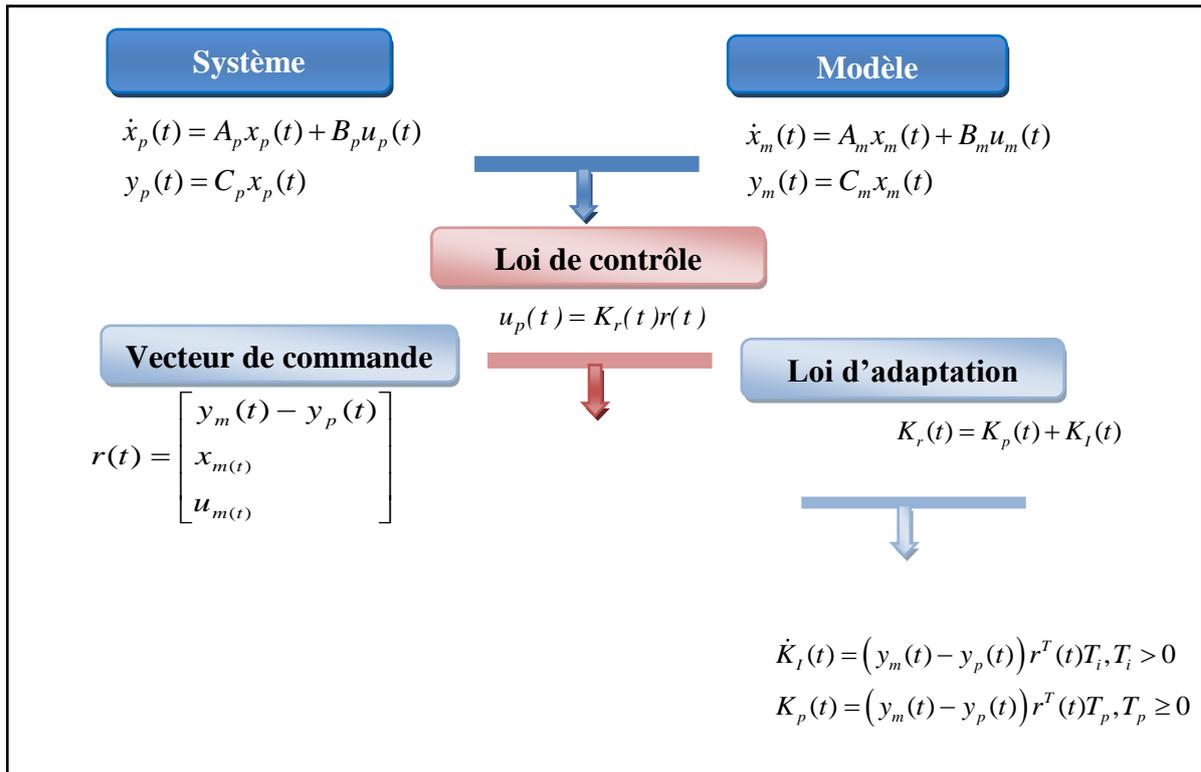


Fig. II.1: Contrôleur adaptatif basé sur le CGT.

Ainsi le schéma fonctionnel de ce contrôleur est montré sur la figure II.2.

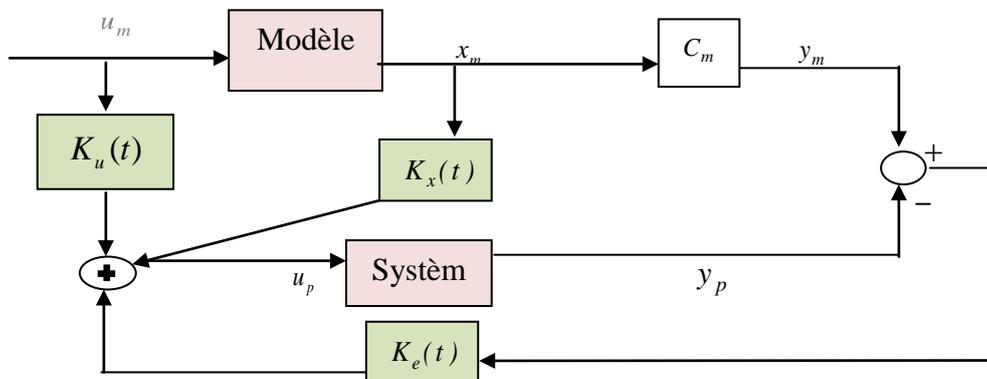


Fig. II.2: Schéma fonctionnel de base du contrôleur adaptatif basé sur le CGT.

Le DMRAC est conçu pour les systèmes qui satisfont les conditions ASPR. Donc pour montrer l'application de cette commande pour la classe des systèmes non ASPR, plusieurs modifications de base lui ont été introduites [Kau-93]. Ces modifications utilisent les propriétés de base de stabilisation des systèmes pour augmenter le système et le modèle de référence, afin de satisfaire les conditions ASPR.

Dans ce qui suit, nous discutons les principales modifications du DMRAC.

II.4.1.2. Modification du DMRAC augmenté

Pour éviter le problème des systèmes non ASPR, une modification a été introduite sur l'algorithme de base du DMRAC [Kau-93]. Dans ce cas, l'augmentation du système, et du modèle de référence est nécessaire. De telle sorte que si une poursuite parfaite entre le système augmenté et le modèle augmenté est atteinte, alors, une poursuite parfaite entre le système réel et le modèle de référence est aussi atteinte [Sob-82].

Pour développer cette approche, nous allons utiliser un compensateur $H(s)$ en parallèle avec le système et le modèle. La conception du compensateur est choisie d'une manière pour garantir la condition ASPR sur tous les intervalles de variation des paramètres. Si on choisit un compensateur de la forme que celui présenté par Bar kana [Bar-87], ainsi

$$H(s) = \frac{D}{1 + \tau s} \quad (2.23)$$

Où

D : représente le gain du compensateur.

τ : La constante de temps du compensateur.

La constante de temps choisie très inférieure à celle du modèle de référence, pour que le régime transitoire du compensateur s'annule plus rapide à celui du modèle.

Le gain D est choisi de manière à assurer la condition ASPR.

Subséquentement, les sorties du système et du modèle modifiés $z_p(t)$ et $z_m(t)$ sont donnés respectivement comme suit

$$\begin{aligned} z_p(t) &= y_p(t) + r_p(t) \\ z_m(t) &= y_m(t) + r_m(t) \end{aligned}$$

Où, les lois d'adaptation sont

$$\begin{aligned} K_r(t) &= K_p(t) + K_I(t) \\ \dot{K}_I(t) &= (y_m(t) - y_p(t)) r^T(t) T_i, T_i > 0 \\ K_p(t) &= (y_m(t) - y_p(t)) r^T(t) T_p, T_p \geq 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Le résumé du contrôleur DMRAC avec l'augmentation du système et du modèle est donné par l'organigramme suivant

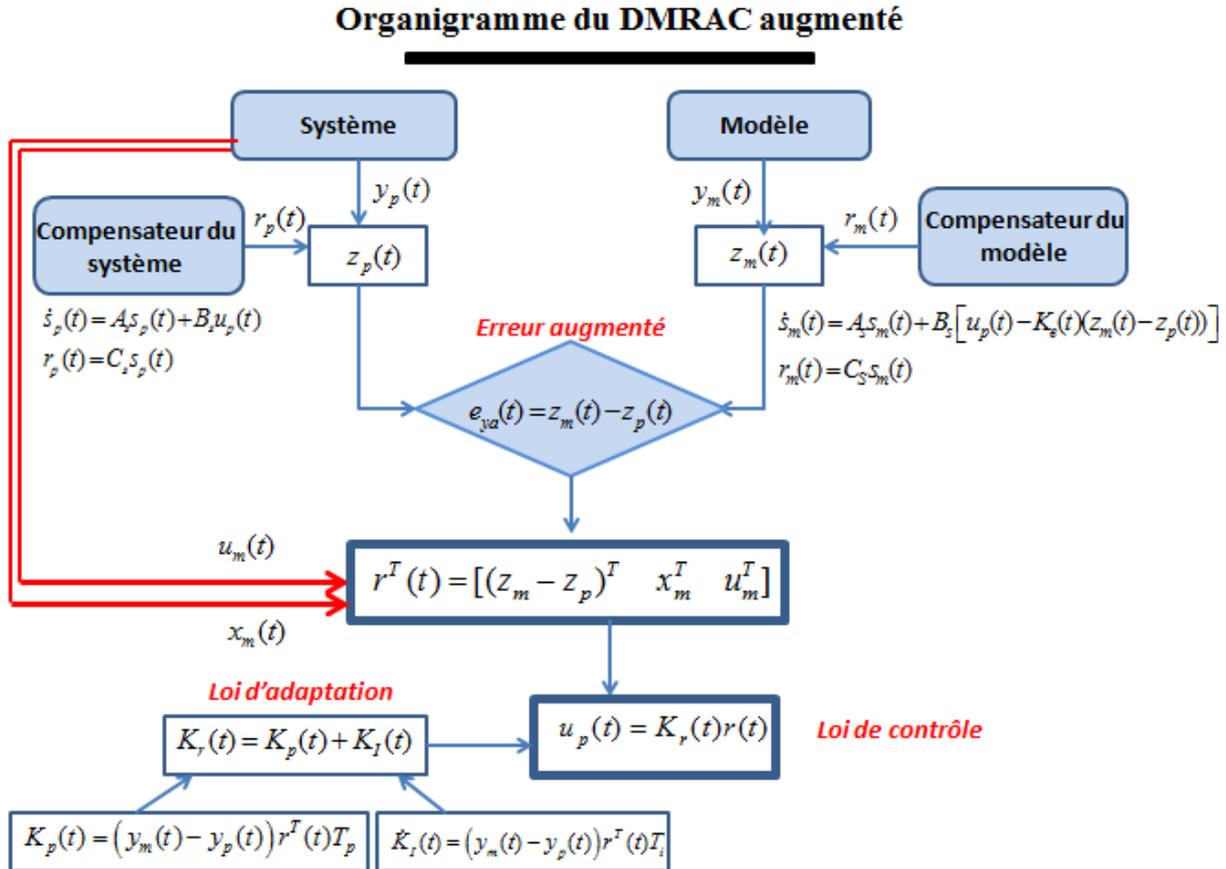


Fig. II. 3: Organigramme du contrôleur adaptatif augmenté basé sur le CGT.

II.4.2. Commande adaptative basée sur les règles MIT

Les approches de commande adaptative ont été appliquées avec succès pour optimiser l'exécution de plusieurs systèmes biologiques. Tandis que beaucoup de stratégies sont disponibles pour la commande adaptative non-linéaire, dans ce travail nous nous concentrons sur une approche générique basée sur la commande adaptative à modèle de référence (MRAC) basée sur les règles MIT. Un des chercheurs du MIT (Massachusetts Institute of Technology) a développé les règles de MIT et les a utilisées pour concevoir le système de pilote automatique pour des avions en 1960. Les règles de MIT peuvent être employées pour concevoir les contrôleurs (Règles du Massachusetts Institute of Technology: RMIT) pour n'importe quel système [Wah-06].

II.4.2.1. Composants du contrôleur adaptatif basé sur les règles MIT

Le contrôleur comprend deux boucles, la boucle intérieure est la boucle fermée, elle se compose du système et de contrôleur. La boucle externe est la boucle du mécanisme d'ajustement, elle ajuste les paramètres de contrôleur de telle manière que l'erreur qui est la

différence entre la sortie du système $y_p(t)$ et celle du modèle de référence $y_m(t)$ est réduite à zéro [Swa-17]. Ce contrôleur se compose de quatre parts, comme montré sur la figure. II.4.

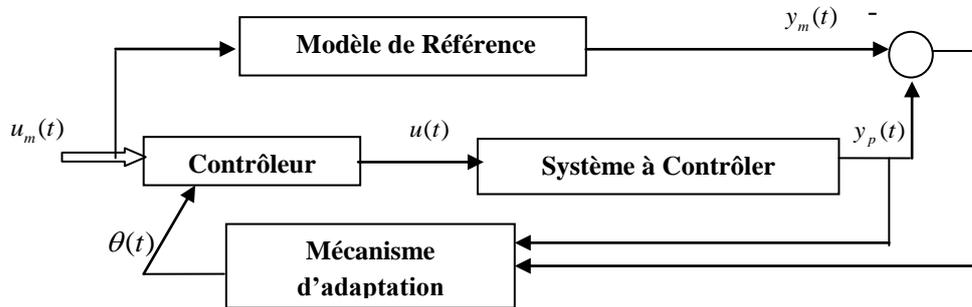


Fig. II.4. Schéma de la commande adaptative à modèle de référence basé sur les règles de MIT.

1. **Processus (le système à contrôler)**: on suppose que la structure du processus est connue, même bien que les paramètres ne soient pas connus.
2. **Modèle de référence**: pour donner une réponse idéale de système de commande adaptative à l'entrée de référence, un modèle de référence est employé. Le choix du modèle de référence doit satisfaire deux conditions.
 - Les caractéristiques imposées par le concepteur.
 - Le modèle de référence devrait atteindre le comportement idéal pour le système de commande.
3. **Contrôleur**: il est généralement normalisé par le nombre de paramètres réglables. Généralement en termes des paramètres réglables, la loi de commande est linéaire. Un paramètre de commande $\theta(t)$ est pris en concentration. La valeur de $\theta(t)$ dépend du gain d'adaptation.
4. **Bloc d'ajustement des paramètres**: les paramètres dans la loi de commande sont ajustés. La loi d'adaptation calcule les paramètres de telle manière que la réponse du processus suive le modèle de référence. Elle est conçue pour réaliser la stabilité du système de commande aussi bien que pour la réduction d'erreur de la poursuite et l'emmener à zéro.

La première étape dans cette approche est de définir une fonction objective à optimiser [Pri-13]. Le mécanisme adaptatif ajuste les paramètres du contrôleur en se basant sur la valeur de l'erreur et d'une fonction de coût semi-définie positive généralisée à réduire au minimum peut être donnée par

$$J(\theta) = \frac{1}{2}(e^2(t)) \quad (2.25)$$

Où:

$e(t)$: indique l'erreur entre la sortie du système $y_p(t)$ et la sortie du modèle $y_m(t)$.

$J(t)$: est une fonction de coût détermine la direction de l'adaptation du contrôleur.

$\theta(t)$: est le paramètre réglable, et il est ajusté d'une telle manière que la fonction de coût est réduite à zéro. $\theta(t)$ est ajusté dans la direction du gradient négatif de $J(t)$.

Pour que la sortie du système suivre le modèle de référence, il est évident d'avoir une petite valeur de J . Pour réduire J au minimum, il est nécessaire de changer le paramètre $\theta(t)$ dans

la direction du gradient négatif de J , c'est à dire, $\frac{\partial J}{\partial \theta} < 0$ pendant toute le temps t . J est défini par l'équation (2.25).

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma_1 \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma_1 e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (2.26)$$

Où

γ_1 : détermine le taux d'adaptation.

$\frac{\partial e}{\partial \theta}$: est la dérivée partielle qui s'appelle la sensibilité dérivative du système, elle montre

comment l'erreur change avec le changement du paramètre θ , et l'équation (2.26) montre le changement du paramètre θ avec le changement du temps, et finalement la fonction $J(\theta)$ sera emmener à zéro.

La loi de commande peut être formulée, le contrôleur est de la forme suivante

$$u_p = \theta u_m \quad (2.27)$$

On a: $y_m = G_m u_m$ et $y_p = G_p u_p$

Puis

$$e = y_p - y_m = K_p G_p u_p - G_m u_m \quad (2.28)$$

Avec $G_m = K_m G_p$ on trouve $y_m = K_m G_p u_m$ et,

$$e = y_p - y_m = K_p G_p u_p - K_m G_p u_m$$

$$y_p = G_p K_p u_p = G_p K_p \theta u_m \quad (2.29)$$

Nous obtenons l'erreur $e = G_p K_p \theta u_m - K_m G_p u_m$

Alors $\frac{\partial e}{\partial \theta} = G_p K_p u_m \Rightarrow \frac{\partial e}{\partial \theta} = \frac{K_p}{K_m} y_m$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma_1 e \frac{\partial e}{\partial \theta} = -\gamma_1 e \frac{K_p}{K_m} y_m \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -\gamma' e y_m \quad (2.30)$$

Le traitement moderne d'insuline pour des patients de diabète de type 1 présente des résultats dans la variabilité élevée en glucose de sang, et les concentrations qui peuvent causer de l'hyperglycémie / hypoglycémie. La fermeture de la boucle d'asservissement de glucose avec un pancréas entièrement automatisé améliorera la vie pour les patients dépendants d'insuline [Oru-09]. On propose alors dans ce qui suit un algorithme de commande adaptative basé sur les méthodes de CGT et aussi de la technique du règle de MIT pour garder des concentrations en glucose dans la marge glycémique normale.

II.5. Validation du contrôleur CGT aux processus physiologiques de la glycémie

Dans cette partie, la conception de la commande adaptative à modèle de référence est abordée pour les systèmes physiologiques de glucose-insuline, elle est présentée ici comme un algorithme de commande pour deux modèles de glycémie, le premier est le plus utilisé dans les récentes recherches (Modèle de Bergman), et l'autre est le modèle le plus récent développé par le CHU de Nantes et Rennes (modèle de long terme de Magdeleine). Cette stratégie de contrôleur est appliquée pour la première fois sur les deux modèles distincts.

II.5.1. Extension du contrôleur CGT au modèle de Bergman

La conception de contrôle de la glycémie est montrée via le contrôle à modèle de référence introduit dans la section II.4.1. Le but est d'exposer l'efficacité de ce contrôleur au système du glucose-insuline, cette étude est incluse dans [Men-16], [Men-17b] et [Men-17c]. Considérez le modèle de Bergman qui est défini par les équations suivantes

$$\begin{aligned} \dot{G}(t) &= -p_1[G(t) - G_b] - X(t) G(t) + d(t) \\ \dot{X}(t) &= -p_2 X(t) + p_3[I(t) - I_b] \\ \dot{I}(t) &= -n[I(t) - I_b] + \gamma[G(t) - h]^+ + u(t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$d(t)$: présente l'ingestion du repas comme perturbation [Fis-91], elle peut être décrite par l'équation suivante

$$d(t) = A e^{(-Bt)}, \quad A > 0, \quad B > 0 \quad (2.32)$$

Les équations de (2.31) sont les mêmes que celles de (1.14) du premier chapitre.

γ est le taux de libération d'insuline par le pancréas, n est le taux de décomposition d'insuline sanguine, h est la valeur seuil de la glycémie au-dessus de laquelle les cellules bêta du pancréas libèrent l'insuline, $\gamma(G(t) - h)^+$ est le terme montre la sécrétion d'insuline dans le

corps qui n'existe pas dans TD1. Les données cliniques indiquent que la valeur du paramètre p_1 chez les patients diabétiques est extrêmement réduite et peut être approchée à zéro [Ber-81].

Si on choisit: $G(t) = x_1$, $X(t) = x_2$, $I(t) = x_3$ et $P_1 = 0$, on trouve les équations d'états suivantes

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_2(t) - x_1(t) + d(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -p_2 x_2(t) + p_3 [x_3(t) - I_b] \\ \dot{x}_3(t) &= -n [x_3(t) - I_b] + u(t)\end{aligned}\quad (2.33)$$

D'un autre terme, la linéarisation permet de transformer une équation non linéaire en une équation linéaire applicable approximativement à un point de fonctionnement donné. La linéarisation de (2.33) à un point d'équilibre $G = G_{eq} = G_b$, $X = X_{eq} = 0$, $I = I_b$ permet de réécrire les équations du modèle comme suit

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -p_1 x_1(t) - G_b x_2(t) + d(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -p_2 x_2(t) + p_3 x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -n x_3(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

Les paramètres du système sont identifiés pour chaque patient, donc, nous considérons les valeurs des éléments de modèle de Bergman dans A_p et B_p , avec la valeur de la perturbation.

$$A_p = \begin{bmatrix} -p_1 & -G_b & 0 \\ 0 & -p_2 & p_3 \\ 0 & 0 & -n \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Un contrôleur adaptatif direct à modèle de référence (DMRAC) est développé pour de tels systèmes avec incertitude dans les coefficients de la fonction de transfert.

Dans notre cas, nous utilisons les limites des valeurs des paramètres comme suit

$$\begin{cases} 0 \leq P_1 \leq 0.028 \\ 0.0142 \leq P_2 \leq 0.025 \\ 0.0000053 \leq P_3 \leq 0.0013 \\ 0.2810 \leq n \leq 0.3 \end{cases}$$

La variation permise des paramètres est donnée par le tableau II.1

Tableau II.1. Intervalles de variations des paramètres du modèle de Bergman.

Rang de variation des paramètres			
ΔP_1	ΔP_2	ΔP_3	Δn
0.028	0.0108	0.0013	0.0190

L'objectif du contrôleur est de forcer la sortie du système à suivre la référence souhaitée. Les valeurs des paramètres du modèle qui ont été utilisés dans la mise en œuvre du contrôleur sont données dans le tableau II.2.

Tableau II.2. Valeurs des paramètres du modèle de Bergman.

Paramètres	Patient 01 (Ou Personne Normale)	Patient 02	Patient 03
P_1	0.01317	0.012	0.028
P_2	0.0123	0.0142	0.025
P_3	4.92×10^{-6}	1.54×10^{-5}	1.3×10^{-5}
n	0.2659	0.2814	0.2810
I_b	7	7	7
G_b	80	80	80

Remarque II.1. On remarque que les valeurs du patient 1 de la deuxième colonne du tableau II.2 donnent des résultats et des réponses plus rapides comparées aux autres valeurs des patients dans ce tableau, à ce raisonnement on a nommé cette colonne par une personne normale. On a basé sur la fonction de transfert du système réel du glucose pour une personne normale (patient 1) et les fonctions de transfert des patients pour concevoir le contrôleur.

➤ **Synthèse du contrôleur et calcul des fonctions de transfert**

On a: $y(t) = x_1(t)$, $\dot{y}(t) = \dot{x}_1(t)$ et $\ddot{y}(t) = \ddot{x}_1(t)$.

D'après les équations du système, on a

$$\dot{y} = -P_1 x_1 - G_b x_2 + d$$

$$\ddot{y} = -P_1 \dot{x}_1 - G_b \dot{x}_2 + \dot{d} \quad (2.34)$$

$$\ddot{y} = -P_1 \ddot{x}_1 - G_b P_2 \dot{x}_2 + n G_b P_3 x_3 - G_b P_3 u(t) + \ddot{d}$$

$$\ddot{y} = -P_1 \ddot{x}_1 - G_b P_2 \dot{x}_2 + G_b P_3 n \left[\frac{1}{P_3} \dot{x}_2 + \frac{P_2}{P_3} x_2 \right] - G_b P_3 u + \ddot{d} \quad (2.35)$$

$$= -P_1 \ddot{x}_1 + G_b (n - P_2) \dot{x}_2 + G_b n P_2 x_2 - G_b P_3 u + \ddot{d}$$

On remplace \dot{x}_2 par $\left[\frac{-P_1}{G_b} \dot{y}(t) - \frac{1}{G_b} \ddot{y}(t) + \frac{\dot{d}}{G_b} \right]$ et x_2 par $\left[\frac{-P_1}{G_b} y(t) - \frac{1}{G_b} \dot{y}(t) + \frac{d}{G_b} \right]$,

On trouve

$$\ddot{y}(t) = -P_1\dot{y}(t) + G_b(n - P_2) \left[\frac{-P_1}{G_b} \dot{y}(t) - \frac{1}{G_b} \ddot{y}(t) + \frac{\dot{d}}{G_b} \right] + G_b n P_2 \left[\frac{-P_1}{G_b} y(t) - \frac{1}{G_b} \dot{y}(t) + \frac{d}{G_b} \right] - G_b P_3 u + \ddot{d}$$

$$\ddot{y}(t) = -P_1\dot{y}(t) + (n - P_2) \left[-P_1\dot{y}(t) - \ddot{y}(t) + \dot{d} \right] + n P_2 \left[-P_1 y(t) - \dot{y}(t) + d \right] - G_b P_3 u + \ddot{d}$$

Après la simplification de cette équation,

$$\ddot{y}(t) = -P_1\dot{y}(t) - P_1(n - P_2)\dot{y}(t) - (n - P_2)\ddot{y}(t) - (n - P_2)\dot{d} - n P_2 P_1 y(t) - n P_2 \dot{y}(t) + n P_2 d - G_b P_3 u + \ddot{d}$$

$$\ddot{y}(t) = -(P_1 + n - P_2)\dot{y}(t) - (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)\dot{y}(t) - n P_2 P_1 y(t) - G_b P_3 u(t) + (n P_2 d - (n - P_2)\dot{d} + \ddot{d}) \quad (2.36)$$

On suppose que $d = 0$, cette supposition implique que $\dot{d} = \ddot{d} = 0$.

Subséquentement

$$\ddot{y}(t) = -(P_1 + n - P_2)\dot{y}(t) - (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)\dot{y}(t) - n P_2 P_1 y(t) - G_b P_3 u(t) \quad (2.37)$$

Avec la transformation de Laplace on trouve

$$y(s) = x_1(s) \text{ et } sy(s) = \dot{x}_1(s) \text{ et } s^2 y(s) = \ddot{x}_1(s) \text{ et } s^3 y(s) = \ddot{x}_1(s)$$

Après

$$s^3 y(s) = -(P_1 + n - P_2)s^2 y(s) - (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)sy(s) - n P_2 P_1 y(s) - G_b P_3 u(s) \quad (2.38)$$

Alors

$$s^3 y(s) + (P_1 + n - P_2)s^2 y(s) + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)sy(s) + n P_2 P_1 y(s) = -G_b P_3 u(s) \quad (2.39)$$

Cette équation donne

$$\left(s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)s + n P_2 P_1 \right) y(s) = -G_b P_3 u(s) \quad (2.40)$$

Finalement, la fonction de transfert entre la concentration du glucose et l'entrée d'insuline est donnée par

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{-G_b P_3}{s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)s + n P_2 P_1} \quad (2.41)$$

On note par $G_G(s)$ à la fonction de transfert entre la concentration du glucose et l'entrée d'insuline, en conséquence

$$G_G(s) = \frac{-G_b P_3}{s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)s + n P_2 P_1} \quad (2.42)$$

On remarque que tous les cas considérés du système (personne normale et les personnes diabétiques) sont non ASPR.

À cette raison on ajoute un compensateur de premier ordre, le dénominateur peut être prédéterminé en tenant compte que le compensateur devrait être plus rapide que le modèle de référence, donc, le compensateur est de cette forme,

$$H(s) = \frac{1}{s + 0.01} \tag{2.43}$$

La fonction de transfert devrait être comme suit

$$G_{GA}(s) = \frac{-G_b P_3}{\left(-s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)s + n P_2 P_1 \right)} + \frac{1}{(s + 0.01)}$$

$$G_{GA}(s) = \frac{s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2 - G_b P_3)s + n P_2 P_1 - 0.01 G_b P_3}{\left(s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)s + n P_2 P_1 \right) (s + 0.01)} \tag{2.44}$$

Où, $Deg(den) - Deg(num) = 1$.

Dans ce qui suit, les valeurs du modèle de Bergman sont utilisées pour étudier les fonctions de transfert de chaque patient.

Cas 1) Patient 1: La personne normale

$$G_{GA}(s) = \frac{-G_b P_3}{\left(s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)s + n P_2 P_1 \right)} + \frac{1}{(s + 0.01)}$$

Avec les valeurs de la personne normale on trouve

$$G_{GA}(s) = \frac{s^3 + 0.2668s^2 + 0.00625s + 3.71 \times 10^{-6}}{\left(s^3 + 0.2668s^2 + 0.00661s + 4.307 \times 10^{-5} \right) (s + 0.01)}$$

$Deg(den) - Deg(num) = 1$.

Les zéros et les pôles des fonctions de transfert du système pour le patient 1 (la personne normale) sont donnés par le tableau II.3.

Tableau II.3 Valeurs du zéros et des pôles de la fonction de transfert du patient 1 ou d'une personne normale.

	Les zéros	Les pôles	La fonction de transfert : $G_{GA}(s)$
Patient 1 (Personne normale)	$Z_1 = -0.2412$	$P_1 = -0.01$	$G_{GA}(s)$ est ASPR
	$Z_2 = -0.0250$	$P_2 = -0.24$	
	$Z_3 = -0.0006$	$P_3 = -0.135$	
		$P_4 = -0.0133$	

Le degré relative est un et les zéros se trouvent dans le demi plan gauche, donc le système d'une personne réglementaire est à phase minimale, c'est-à-dire $G_{gA}(s)$ est ASPR.

Cas 2) Patient 2

Après l'utilisation des valeurs du patient 2, on trouve

$$G_{GA}(s) = \frac{s^3 + 0.2792s^2 + 0.0072s + 4.79 \times 10^{-5}}{(s^3 + 0.2792s^2 + 0.0060s + 3.56 \times 10^{-5})(s + 0.01)}$$

$$Deg(den) - Deg(num) = 1,$$

Cas 3) Patient 3

Pour le patient 3, la fonction de transfert augmenté est

$$G_{GA}(s) = \frac{s^3 + 0.2840s^2 + 0.0132s + 1.85 \times 10^{-4}}{(s^3 + 0.2840s^2 + 0.0142s + 1.96 \times 10^{-4})(s + 0.01)}$$

$$Deg(den) - Deg(num) = 1.$$

Les zéros et les pôles des fonctions de transfert du système pour chaque patient (2, 3) sont résumés dans le tableau II.4.

Tableau II.4 Valeurs du zéros et des pôles des fonctions de transfert des patients.

Les patients virtuels	Les zéros	Les pôles	$G_{GA}(s)$	Le système
Patient 2	$Z_1 = -0.2563$	$P_1 = -0.01$	$G_{GA}(s)$ est ASPR.	Le système est à phase minimale
	$Z_2 = -0.0114 + 0.0029i$	$P_2 = -0.2513$		
	$Z_3 = -0.0114 - 0.0029i$	$P_3 = -0.0159$		
		$P_4 = -0.0120$		
Patient 3	$Z_1 = -0.2301$	$P_1 = -0.01$	$G_{GA}(s)$ est ASPR	Le système est à phase minimale
	$Z_2 = -0.0269 + 0.0089i$	$P_2 = -0.2247$		
	$Z_3 = -0.0269 - 0.0089i$	$P_3 = -0.0324$		
		$P_4 = -0.0270$		

Remarque II.2

On observe que après la tâche d'augmentation du système, les degrés relatives des fonctions de transfert du patients sont un et tous les zéros se trouvent dans le demi plan gauche, en conséquence le système est ASPR.

- **Le modèle de référence**

On considère la fonction de transfert du modèle de référence suivante

$$G_{MG}(s) = \frac{80}{s+1}$$

La fonction de transfert du modèle de référence est choisie de telle sorte que $G_{MG}(s)$ est ASPR et la sortie du modèle est 80 mg/dl . On note que le degré relative du modèle de référence est un, et le pôle $P = -1$ a une partie réelle négative, donc le modèle de référence est à phase minimale, c'est-à-dire $G_{MG}(s)$ est ASPR.

Dans ce cas, la sortie du modèle est: $y_{MG} = y_m = 80 \text{ (mg / dl)}$

Le bloc du contrôleur basé sur le CGT réalisé pour le modèle de Bergman est donné dans la figure II.5.

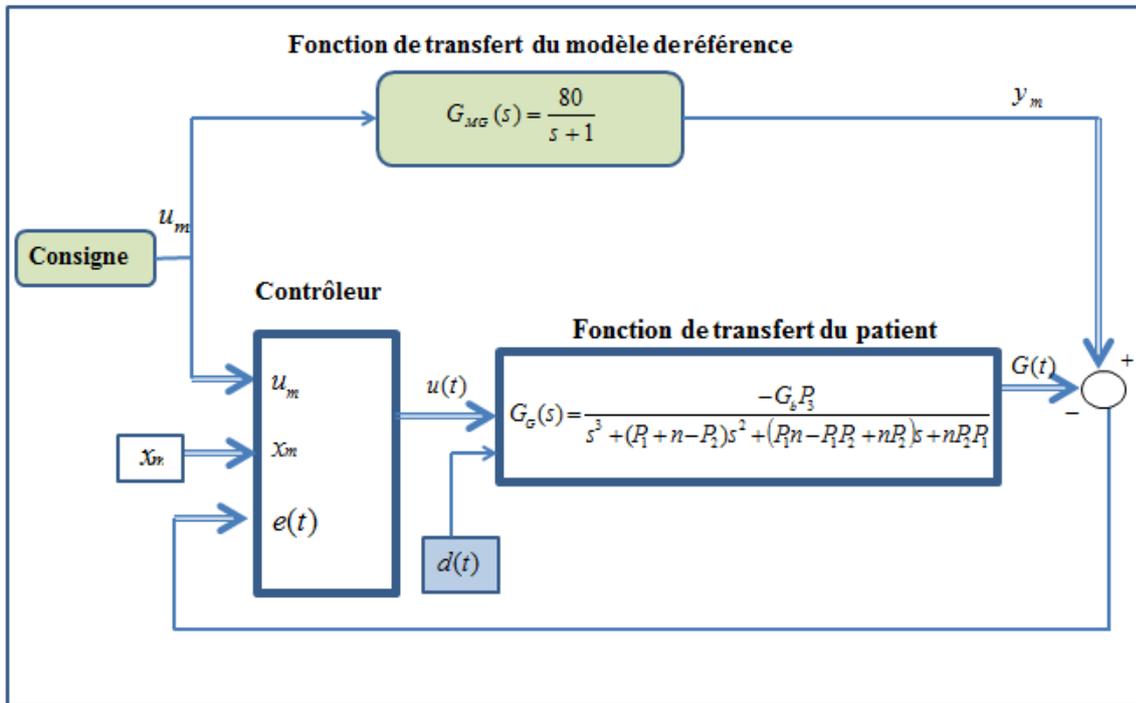


Fig. II.5: Bloc de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur le CGT réalisé pour le modèle de Bergman.

II.5.2. Extension du contrôleur CGT au modèle de long terme

On utilise le modèle de long terme de Magdeleine suivant (représenté dans (1.9))

$$\begin{bmatrix} \dot{G}(t) \\ \dot{I}(t) \\ \ddot{I}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_{si} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G(t) \\ I(t) \\ \dot{I}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \theta_{lb} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} D(t)$$

Nous examinons les valeurs du modèle de glucose-insuline de long terme dans A_p et B_p , avec le vecteur de la perturbation $D(t)$.

$$A_p = \begin{pmatrix} 0 & -\theta_{si} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{pmatrix} \quad B_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{pmatrix}$$

Les valeurs des paramètres sont données dans le tableau II.5 suivant:

Tableau II.5 Valeurs des paramètres du modèle de long terme considérés dans la simulation

Les valeurs des paramètres des patients virtuels				
Les patients virtuels	Les paramètres			
	θ_{si}	T_u	θ_u	θ_{lb}
IF_2	197	122	0.0556	0.1622
IF_3	274	88	0.0621	0.3582
BE	186	59	0.0541	0.1685

Où $G_d = 120$ (mg / dl) est le point de consigne désiré constant.

- **Le sous système d'insuline:** Il est définie par

$$\begin{bmatrix} \ddot{I}(t) \\ \dot{I}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I(t) \\ \dot{I}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{pmatrix} u(t)$$

Ou bien

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{pmatrix} u(t)$$

On a: $y(t) = x_1(t)$ et $\dot{x}_1(t) = x_2(t)$

Donc $\dot{y}(t) = x_2(t)$ qui implique $\ddot{y}(t) = \dot{x}_2(t)$

A partir de la représentation d'état d'insuline, on a

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{T_u^2} x_1(t) - \frac{2}{T_u} x_2(t) + \frac{\theta_u}{T_u^2} u(t) \quad (2.45)$$

Avec la transformation de Laplace de cette dernière équation, on obtient

$$y(s) = x_1(s), \quad sy(s) = x_2(s) \quad \text{et} \quad s^2 y(s) = sx_2(s)$$

Donc

$$s^2 y(s) = -\frac{1}{T_u^2} x_1(s) - \frac{2}{T_u} x_2(s) + \frac{\theta_u}{T_u^2} u(s)$$

Ensuite

$$s^2 y(s) + \frac{1}{T_u^2} y(s) + \frac{2}{T_u} s y(s) = \frac{\theta_u}{T_u^2} u(s)$$

$$y(s) \left[s^2 + \frac{2}{T_u} s + \frac{1}{T_u^2} \right] = \frac{\theta_u}{T_u^2} u(s)$$

Subséquentement, la fonction d'insuline est définie comme suit

$$G_I(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\frac{\theta_u}{T_u^2}}{s^2 + \frac{2}{T_u} s + \frac{1}{T_u^2}} \quad (2.46)$$

$$G_I(s) = \frac{\beta}{s^2 + \frac{2}{T_u} s + \frac{1}{T_u^2}}$$

Avec: $\frac{\theta_u}{T_u^2} = \beta$

On remarque que: $Deg(den) - Deg(num) = 2$. Ainsi, la fonction de transfert d'insuline est non à phase minimale, et le système d'insuline est non ASPR, à cet raisonnement, on associé un compensateur de premier ordre [Ozc-99]. Le compensateur est choisi de cette forme

$$H(s) = \frac{1}{s+1}$$

Pour rendre le système d'insuline d'être ASPR, la fonction d'insuline augmentée est

$$G_{IA}(s) = G_I(s) + H(s).$$

Subséquentement on trouve

$$G_{IA}(s) = \frac{\beta}{s^2 + \frac{2}{T_u} s + \frac{1}{T_u^2}} + \frac{1}{s+1} = \frac{\beta (s+1) + \left(s^2 + \frac{2}{T_u} s + \frac{1}{T_u^2} \right)}{s^3 + \left(\frac{2}{T_u} + 1 \right) s^2 + \left(\frac{1}{T_u^2} + \frac{2}{T_u} \right) s + \frac{1}{T_u^2}} \quad (2.47)$$

$$G_{IA}(s) = \frac{s^2 + \left(\beta + \frac{2}{T_u} \right) s + \beta + \frac{1}{T_u^2}}{s^3 + \left(\frac{2}{T_u} + 1 \right) s^2 + \left(\frac{1}{T_u^2} + \frac{2}{T_u} \right) s + \frac{1}{T_u^2}} \quad (2.48)$$

Dans lequel $Deg(den) - Deg(num) = 1$.

- **Fonction de transfert du patient IF_2**

Là où les valeurs du patient IF_2 sont: $\beta = 3.73 \times 10^{-6}$, $\theta_u = 0.0556$, $T_u^2 = 14884$, $\frac{2}{T_u} = 0.0164$.

$$G_{IA}(s) = \frac{s^2 + 0.0164 s + 7.08 \times 10^{-5}}{s^3 + 1.0164s^2 + 0.0165s + 6.71 \times 10^{-5}}$$

- **Fonction de transfert du patient IF_3**

Les valeurs du patient IF_3 sont: $\beta = 8.01 \times 10^{-6}$, $\theta_u = 0.0621$, $T_u^2 = 7744$, $\frac{2}{T_u} = 0.0227$.

$$G_{IA}(s) = \frac{s^2 + 0.0227 s + 1.37 \times 10^{-4}}{s^3 + 1.0227s^2 + 0.02285s + 1.29 \times 10^{-4}}$$

- **Fonction de transfert du patient BE**

Les valeurs du patient BE sont: $\beta = 1.55 \times 10^{-5}$, $\theta_u = 0.0541$, $T_u^2 = 3481$, $\frac{2}{T_u} = 0.0338$.

$$G_{IA}(s) = \frac{s^2 + 0.0338 s + 3.02 \times 10^{-4}}{s^3 + 1.0338s^2 + 0.03408s + 2.87 \times 10^{-4}}$$

Les zéros et les pôles des fonctions de transfert du système augmenté pour chaque patient sont donnés par le tableau II.6.

Tableau II.6 Valeurs du zéros et les pôles des fonctions de transfert du système.

Les patients virtuels	Les zéros	Les pôles
IF_2	$Z_1 = -0.0082 + 0.0019 i$ $Z_2 = -0.0082 - 0.0019 i$	$P_1 = -0.0076$ $P_2 = -0.0089$ $P_3 = -1$
IF_3	$Z_1 = -0.0114 + 0.0029 i$ $Z_2 = -0.0114 - 0.0029 i$	$P_1 = -0.0111$ $P_2 = -0.0116$ $P_3 = -1$
BE	$Z_1 = -0.0169 + 0.004 i$ $Z_2 = -0.0169 - 0.004 i$	$P_1 = -0.0169 + 0.0012 i$ $P_2 = -0.0169 - 0.0012 i$ $P_3 = -1$

Le degré relative est un, et les zéros se trouvent dans le demi plan gauche, donc le système augmenté d'insuline $G_{IA}(s)$ est ASPR.

On applique premièrement le contrôleur adaptatif sur le système d'insuline, ensuite on injecte directement cette quantité au système de glucose.

- **Le sous système de glucose:** il est représenté par cette équation

$$\dot{G}_G(t) = -\theta_{si}I(t) + \theta_{lb} \quad (2.49)$$

Après la transformation de Laplace, on obtient

$$sG_G(s) = -\theta_{si}I(s)$$

Alors
$$G_G(s) = \frac{G(s)}{I(s)} = \frac{-\theta_{si}}{s} \quad (2.50)$$

La figure II.6 représente le diagramme de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur le CGT réalisé pour le modèle de long terme (Magdeleine).

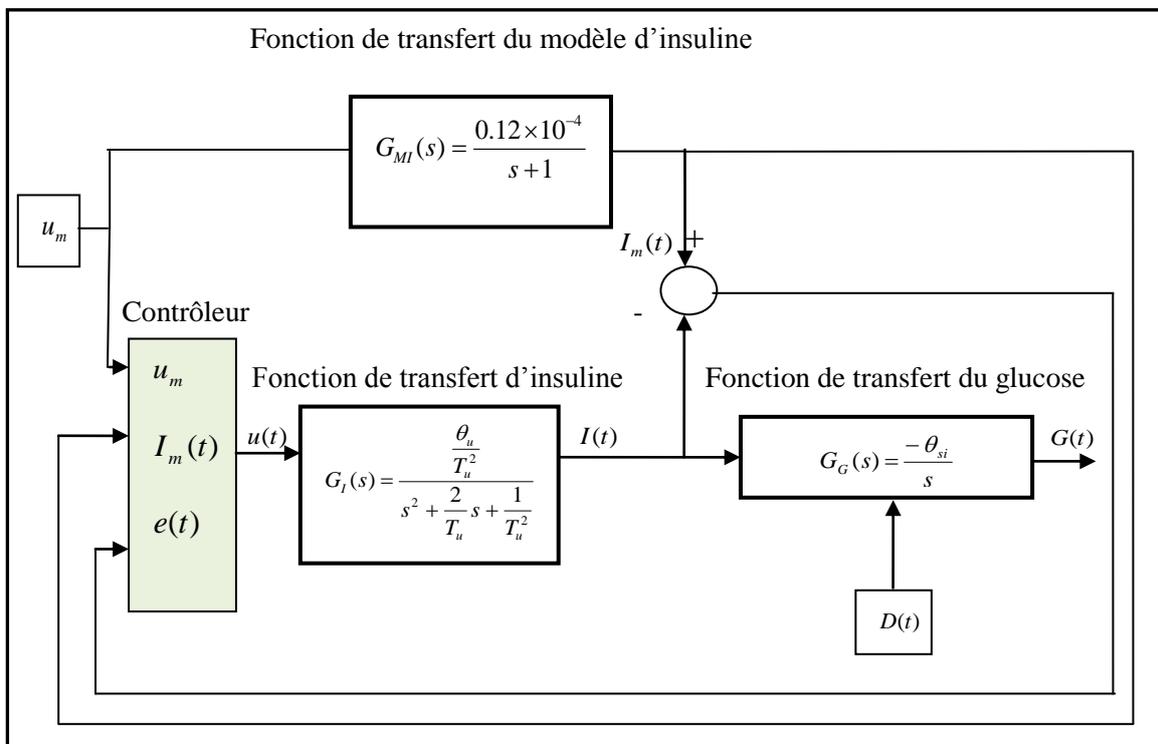


Fig. II.6: Diagramme de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur le CGT réalisé pour le modèle de long terme.

- **Le modèle de référence**

- Le modèle de référence du sous système d'insuline du modèle de long terme est donné par la fonction de transfert $G_{MI}(s)$, on a choisi $u_m = 0.012(U / \text{min})$.

Dans lequel, $G_{MI}(s) = \frac{0.12 \times 10^{-4}}{s + 1}$, cette fonction de transfert est choisie de telle sorte que

$G_{MI}(s)$ est ASPR et la sortie du modèle d'insuline est: $y_{MI} = I_m = 0.001$.

Le degré relative du modèle de référence d'insuline est un, et le pôle $P = -1$ a une partie réelle négative, donc ce modèle de référence est à phase minimale, et $G_{MI}(s)$ est ASPR.

- La fonction de transfert du modèle de référence pour le modèle de glucose de long terme est

$$G_{MG}(s) = \frac{120}{s + 1}$$

Cette fonction de transfert est choisie, sachant que la sortie du modèle est: $y_{MG} = y_m = 120$ (mg/dl).

D'une même manière, on note que le degré relative du modèle de référence du glucose est un, et le pôle $P = -1$ a une partie réelle négative, donc le modèle de référence est à phase minimale, c'est-à-dire $G_{MG}(s)$ est ASPR.

II.6. Résultats de simulation du contrôleur CGT aux processus physiologiques

On applique le contrôleur à modèle de référence (DMRAC) de l'équation (2.20), qui est déjà développée dans le paragraphe II.4.2, cette approche utilise les fonctions de transfert du système réel et du modèle de référence. En se basant sur les explications données dans les sections II.5.1 et II.5.2. En conséquence, des résultats de simulation pour les deux modèles physiologies de glycémie sont réalisés, avec des incertitudes et des perturbations physiologiques. Ces résultats de simulation montrent la régulation du glucose par des injections calculées d'insuline.

II.6.1. Teste dans un *Silico* du contrôleur CGT au modèle de Bergman

Là, le modèle de Bergman est simulé en utilisant MATLAB. Les résultats de simulations sont divisés en deux types, premièrement, la commande à base de contrôleur DMRAC avec un compensateur sans considérer les perturbations, deuxièmement, en tenant les perturbations avec la même commande.

➤ Résultats de simulation sans perturbation

Les résultats obtenus à base de contrôleur DMRAC sans perturbations pour les cas décrits dans le tableau II.4 sont montrés sur les figures (II.7), (II.8), (II.9), (II.10) et (II.11), (II.12).

Les valeurs des gains utilisés sont choisies d'une manière adaptative comme suit:

$$K_I(0) = (0.00015 \quad 0.00015 \quad 0.00015)^T$$

$$T_I = T_p = \begin{bmatrix} 1.8 \times 10^{-8} & 0 & 0,0 & 1.8 \times 10^{-8} & 0,0 & 0 & 1.8 \times 10^{-8} \end{bmatrix}^T.$$

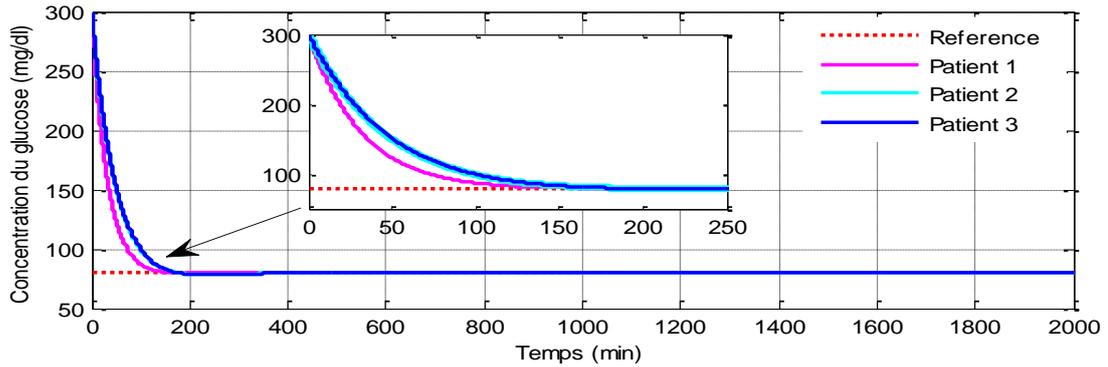


Fig. II.7: Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG) pour une valeur initiale $G(t) = x_1(0) = 300$ (mg/dl) sous contrôleur DMRAC sans perturbation.

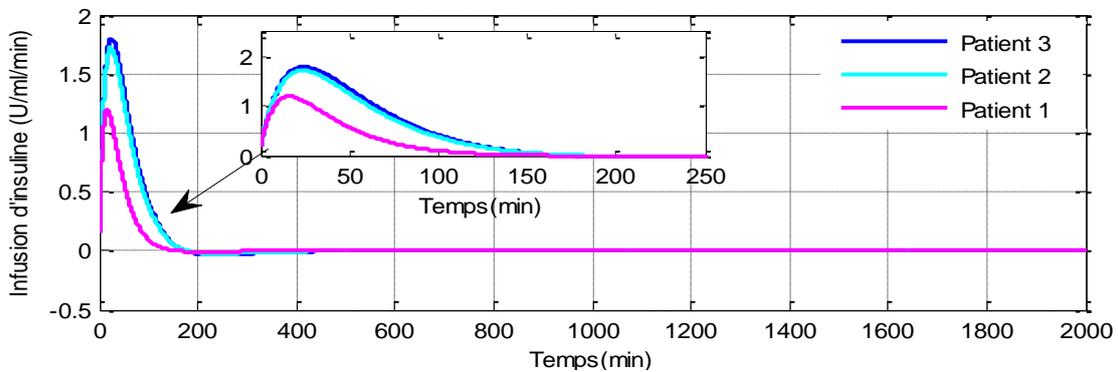


Fig. II.8: Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), simulation pour une valeur initiale $G(t) = x_1(0) = 300$ (mg/dl) sous DMRAC.

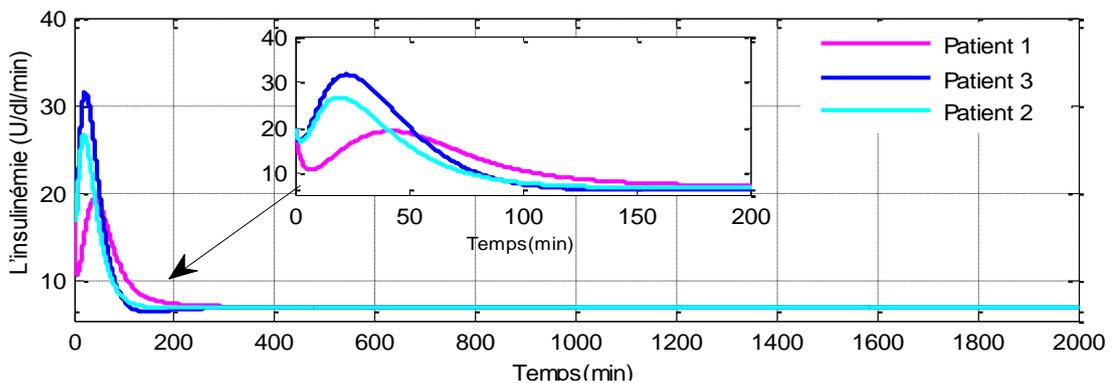


Fig. II.9: Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), simulation pour des valeurs initiales $G(t) = x_1(0) = 300$ (mg/dl) sous DMRAC.

Pour observer l'influence de variation des paramètres du modèle de Bergman et aussi l'effet de variation des gains de commande, on utilise des valeurs différentes et on dépasse le rang de variation des paramètres P_1 et P_3 . Ainsi on trouve les figures suivantes:

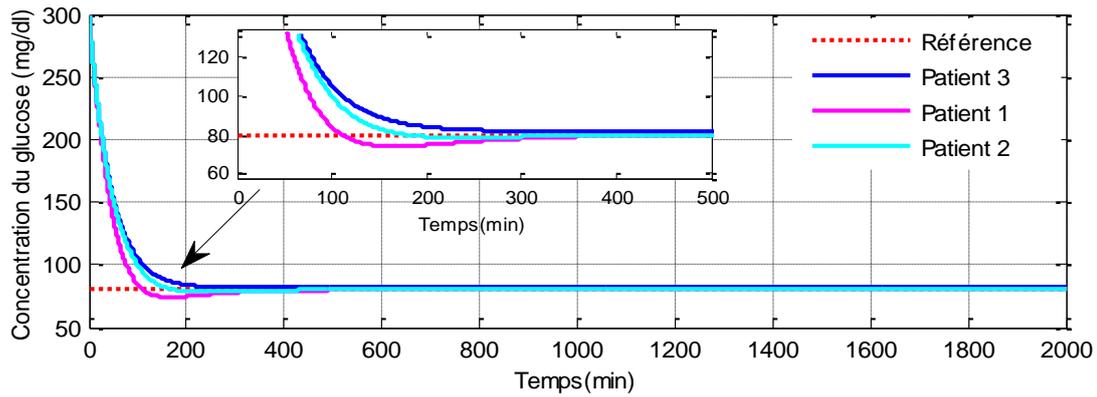


Fig. II.10: Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(t) = x_1(0) = 300$ (mg/dl) sous contrôleur DMRAC, 'contrôle négatif'.

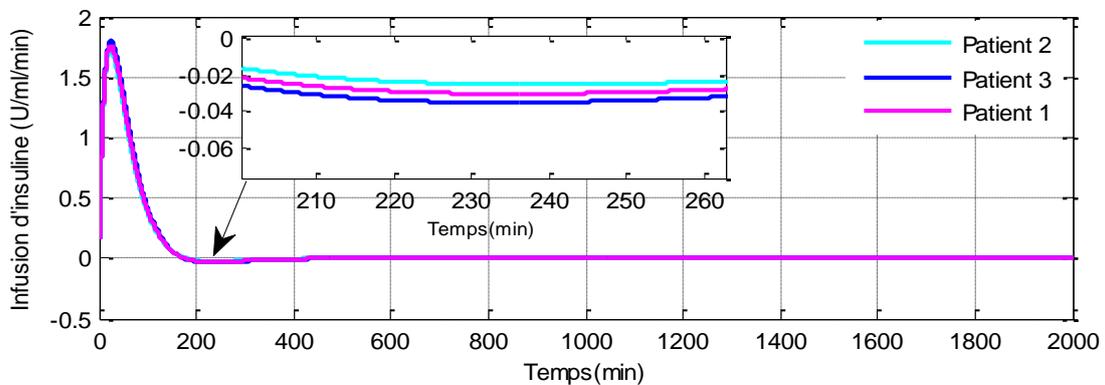


Fig. II.11: Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), simulation pour une valeur initiale $G(t) = x_1(0) = 300$ (mg/dl) sous DMRA, 'contrôle négatif'.

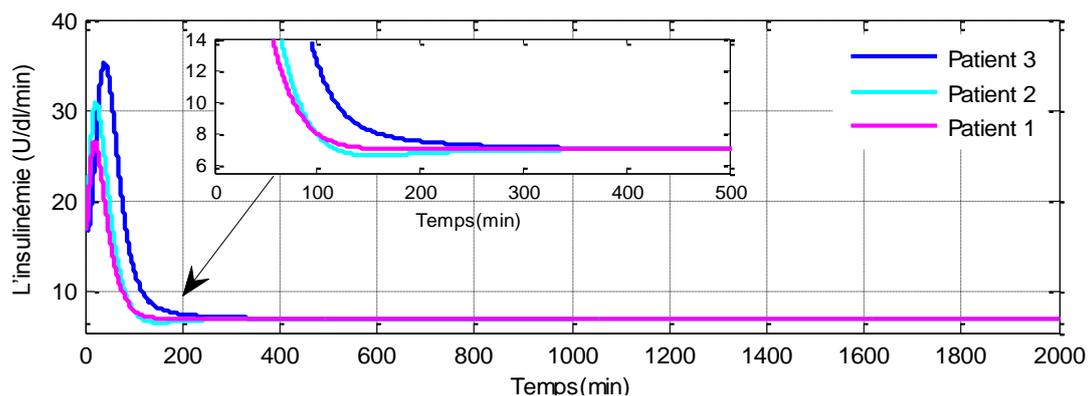


Fig. II.12: Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), simulation pour des valeurs initiales $G(t) = x_1(0) = 300$ (mg/dl) et $I(t) = x_3(t) = 20$ (u/dl/min) sous contrôle DMRAC négatif.

Après cet aperçu sur le modèle de Bergman sous le contrôleur DMRAC sans perturbations, dans ce qui suit de cette section une étude de robustesse a été effectuée et présentée.

➤ Résultats de simulation avec perturbation

Les résultats de simulation du contrôleur DMRAC avec perturbation pour les mêmes cas du tableau II.4 sont présentés sur les figures (II.13), (II.14), (II.15), (II.16).

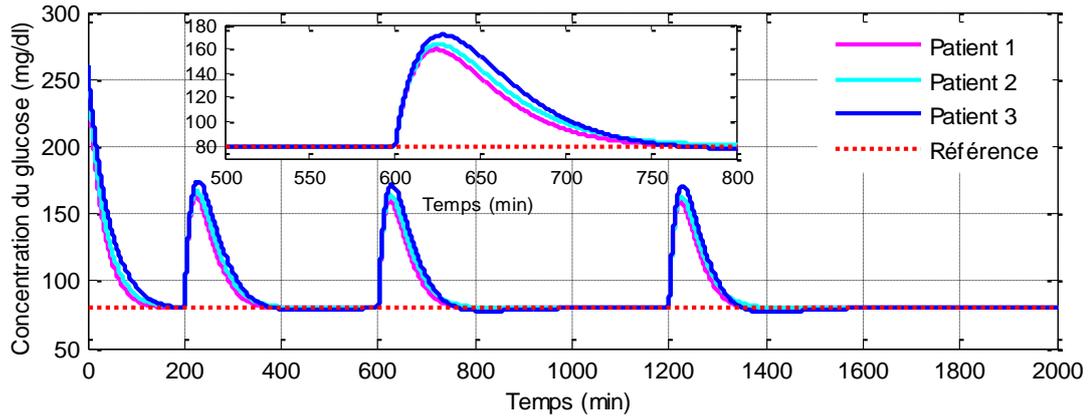


Fig. II.13: Concentration du glucose pour le modèle de Bergman (MBG), avec une valeur initiale $G(t) = x_1(0) = 250$ (mg/dl) sous contrôleur DMRAC avec perturbation.

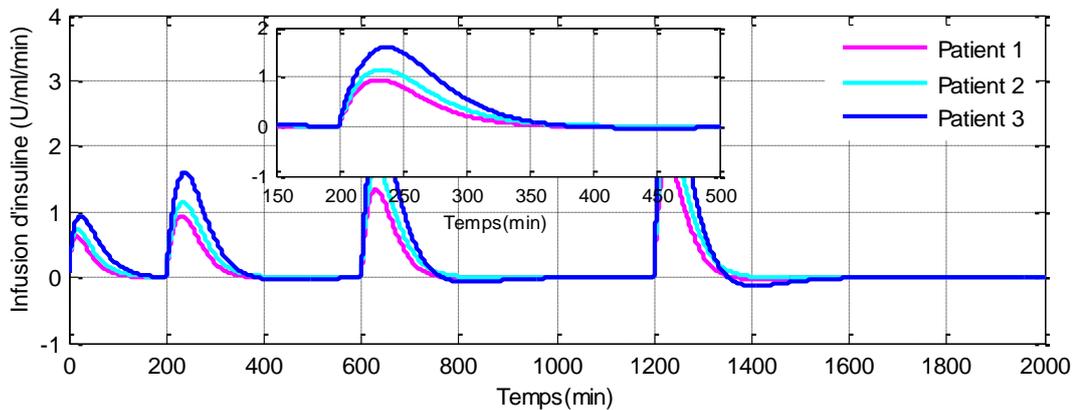


Fig. II.14: L'infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), simulation avec une valeur initiale $G(t) = x_1(0) = 250$ (mg/dl) sous contrôleur DMRAC avec perturbation.

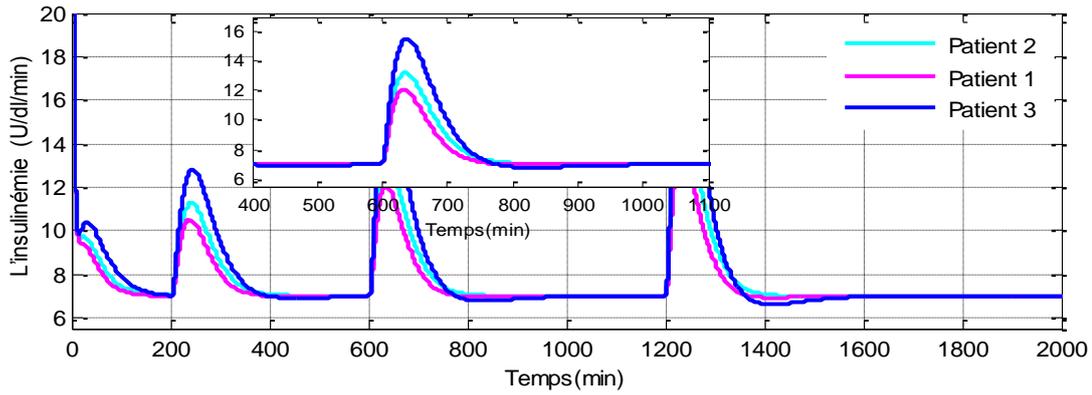


Fig. II.15: Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG) avec des valeurs initiales $G(t) = x_1(0) = 250$ (mg/dl) et $I(t) = x_3(t) = 20$ (u/dl/min) sous contrôleur DMRAC avec perturbation.

Pour examiner l'effet de variation des gains de commande, on utilise des autres valeurs de gain avec des autres conditions initiales $G(t) = x_1(0) = 100$ (mg/dl).

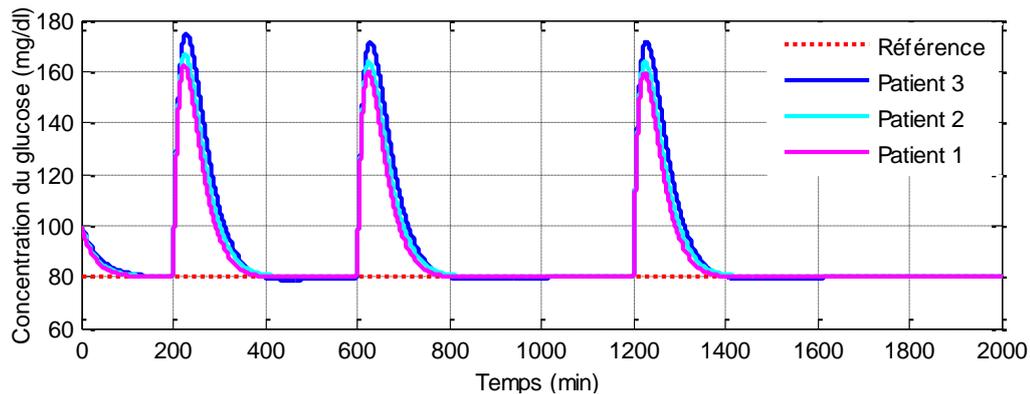


Fig. II.16: Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), avec une valeur initiale $G(t) = x_1(0) = 100$ (mg/dl) avec perturbation.

II.6.2. Teste dans un *Silico* du contrôleur CGT au modèle de long terme

Après les résultats aperçus sur le modèle de Bergman, dans cette section un test sur le modèle de long terme a été effectué. Pour observer l'effet de la commande DMRAC à ce modèle de glucose, nous utilisons la même structure de commande représentée dans la section II.4.2. Dans ce cas là, les résultats de simulations sont présentés par les figures (II.17), (II.18), (II.19).

Les valeurs des gains utilisés sont choisies d'une manière adaptative comme suit:

$$K_I(0) = (0.00015 \quad 0.00015 \quad 0.00015)^T$$

$$T_I = T_p = [1.8 \times 10^{-8} \quad 0 \quad 0,0 \quad 1.8 \times 10^{-8} \quad 0,0 \quad 0 \quad 1.8 \times 10^{-8}]^T.$$

Les conditions initiales sont choisies pour étudier trois cas: IF_2 : hyperglycémie, IF_3 : hypoglycémie, BE : proche à l'équilibre. Donc les conditions initiales pour chaque patient sont données par:

- patient IF_2 : $G(0) = 250$ (mg/dl), $I(0) = 9.7103 \times 10^{-4}$ (u/dl),
 $\dot{I}(0) = 0.1 \times 10^{-4}$ (u/dl min)
- patient IF_3 : $G(0) = 50$ (mg/dl), $I(0) = 20 \times 10^{-4}$ (u/dl),
 $\dot{I}(0) = 0$ (u/dl min).
- patient BE : $G(0) = 70$ (mg/dl), $I(t) = 1.75 \times 10^{-4}$ (u/dl)
 $\dot{I}(t) = -0.1 \times 10^{-4}$ (u/dl min).

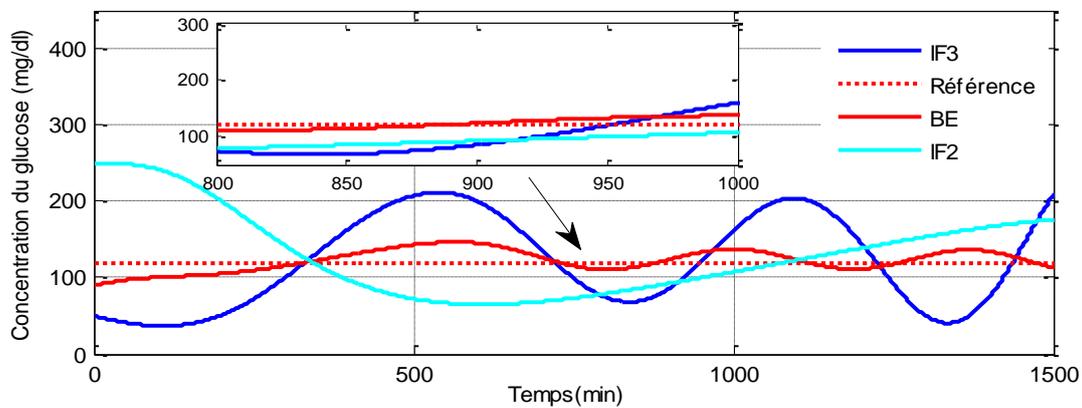


Fig. II.17: Concentration du glucose du modèle de long terme (MLTM), pour IF_2 , IF_3 , BE sous contrôle DMRAC.

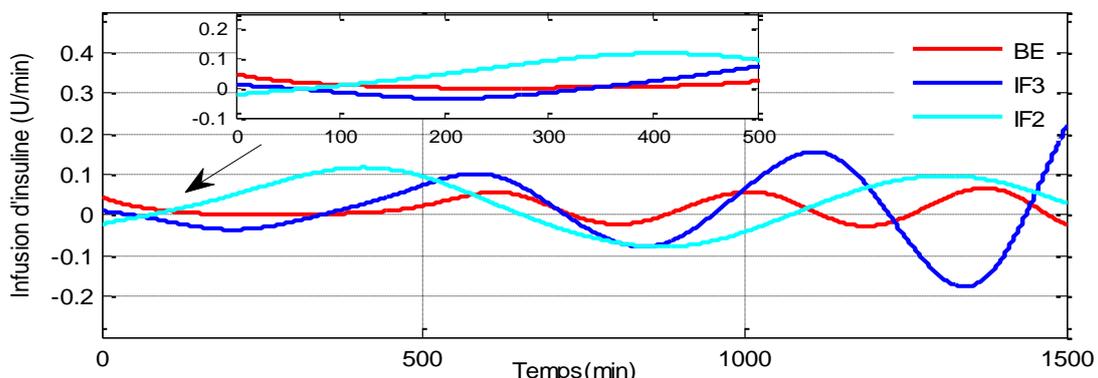


Fig. II.18: Infusion d'insuline du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôle DMRAC.

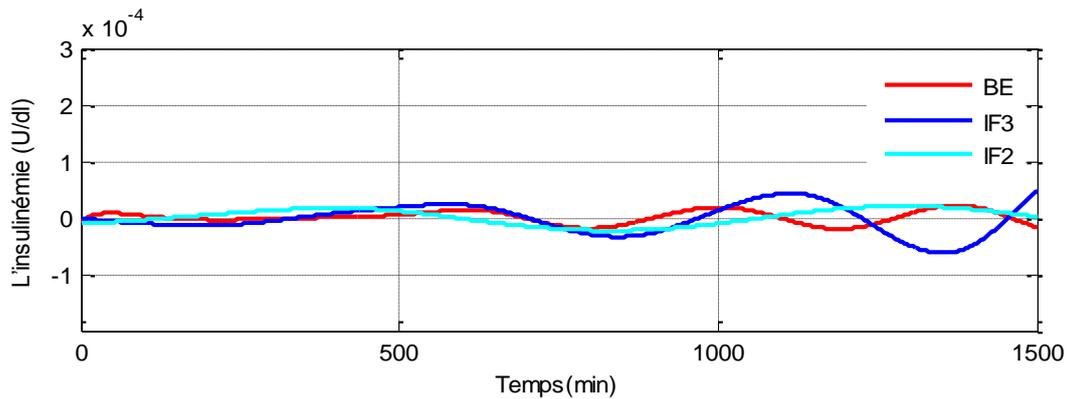


Fig. II.19: Insulinémie du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC.

II.6.3. Interprétation et discussion des résultats

Les résultats de simulations donnés dans les figures (II.7), (II.8), (II.9), (II.10) et (II.11), (II.12) montrent bien que les réponses de glucose des personnes diabétiques suivent la réponse du modèle de référence choisi. Ces réponses de glucose flottent et le taux de convergence dépend des gains d'adaptations. Il est important d'obtenir des valeurs raisonnables et intuitivement de ces paramètres, nous pouvons prévoir que les paramètres convergent lentement.

Dans les deux figures (II.7), (II.10), la réponse de glucose de la personne normale et la réponse du modèle de référence sont parfaitement identiques en régime permanent, aussi les réponses des personnes diabétiques sont clairement suit la réponse du modèle de référence, les bonnes convergences sont achevées à cause d'un bon choix des paramètres et du gain d'adaptation (T_I, T_p) et aussi les valeurs initiaux des gains, K_e , K_x et K_u pour la commande à modèle de référence DMRAC basée sur le CGT.

Toutes les courbes considérées dans la simulation sans et avec perturbation comme montrent les figures ((II.13), (II.16)) sont stables, et une poursuite asymptotique est visible bien que le système avec la valeur du gain la plus basse a pris un temps un peu plus long pour s'adapter.

On remarque que le signal de commande prend une valeur négative dans le cas de la simulation sans perturbation (voir figures (II.11)) dans l'intervalle [200 min à 300 min] pour le modèle de Bergman.

Les résultats donnés dans les figures (II.17), (II.18), (II.19) présentent les caractéristiques du modèle de long terme c'est-à-dire la concentration du glucose, l'insulinémie et l'infusion d'insuline (le signal d'entrée). Une poursuite asymptotique est appréciable entre la réponse du

modèle de référence choisi et les réponses de glucose des personnes diabétiques IF_2 , IF_3 , BE , le taux de convergence dépend des gains d'adaptations. Il est nécessaire de prendre des valeurs exactes de ces paramètres

Noter que dans les figures (II.18), (II.19) le signal d'entrée et l'insulinémie prend des valeurs négatives pour le modèle de long terme (MLTM) pour IF_2 , IF_3 , BE .

II.7. Validations du contrôleur RMIT aux processus physiologiques de la glycémie

Une apparence importante dans le contrôle du processus biologiques et physiologiques est la grande variabilité des paramètres d'un patient à l'autre, également, pour le même patient, ces paramètres pourraient changer pendant une longue période. Ceux-ci les aspects encouragent l'utilisation des algorithmes de la commande adaptative. Dans cette partie, nous avons appliqué les règles de MIT [Men-16].

II.7.1. Extension du contrôleur à base de RMIT au modèle de Bergman

On utilise la fonction de transfert du modèle de Bergman.

$$G_G(s) = \frac{-G_b P_3}{s^3 + (P_1 + n - P_2)s^2 + (P_1 n - P_1 P_2 + n P_2)s + n P_2 P_1}$$

Ainsi, le contrôleur est donné comme suit

$$u(t) = \theta u_m$$

$\theta(t)$: représente le paramètre réglable du contrôleur.

Dans lequel $\frac{d\theta}{dt} = -\gamma_1 e \frac{K_p}{K_m} y_m = -\gamma' e y_m$ avec $\gamma' = \gamma_1 \frac{K_p}{K_m}$

Dans notre étude, on a choisi $\gamma' = \gamma_1 \frac{K_p}{K_m} = 0.000001$.

Après, $\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \theta(t) = \int \frac{d\theta}{dt}$

Le modèle de référence du système de glucose-insuline est représenté par la fonction de transfert suivante

$$G_{MG}(s) = \frac{80}{s+1}$$

L'application de l'approche de la commande adaptative donnée dans la section II.4.2 sur le modèle de Bergman est résumée et donnée dans ce bloc de simulation (figure II.20).

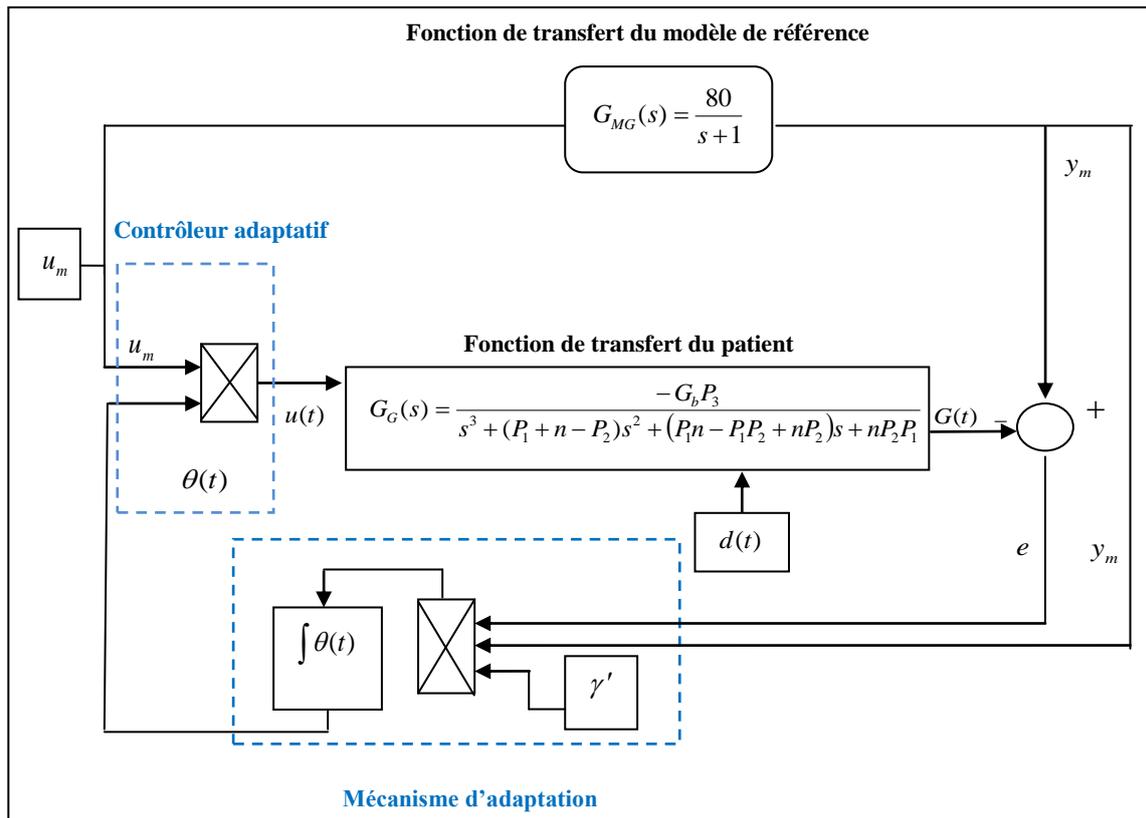


Fig. II.20: Bloc de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur les règles de MIT réalisé pour le modèle de Bergman.

II.7.2. Extension du contrôleur à base de RMIT au modèle de long terme de Magdeleine

- **Le système de glucose:** à partir de la représentation d'état de ce système, on peut réécrire ce dernier par

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha_2 & \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} \theta_{lb} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

Avec : $\alpha_1 = -\theta_{si}$, $\alpha_2 = \frac{-1}{T_u^2}$ et $\alpha_3 = \frac{-2}{T_u}$, $\beta = \frac{\theta_u}{T_u^2}$.

On note que on a utilisé ces valeurs pour simplifier les calculs dans ce qui suite.

La sortie du système est: $y(t) = x_1(t)$.

- **Calcul de la fonction de transfert**

On utilise les équations de la représentation d'état du système de glucose, et les transformations de Laplace, donc

$$\begin{cases} y(s) = x_1(s) \\ sx_1(s) = \alpha_1 x_2(s) + \theta_b \\ sx_2(s) = x_3(s) \\ sx_3(s) = \alpha_2 x_2(s) + \alpha_3 x_3(s) + \beta u(s) \end{cases} \quad (2.52)$$

Après

$$(s - \alpha_3)x_3(s) = \alpha_2 x_2(s) + \beta u(s) \quad (2.53)$$

Cette équation donne

$$x_3(s) = \frac{\alpha_2}{(s - \alpha_3)} x_2(s) + \frac{\beta}{(s - \alpha_3)} u(s) \quad (2.54)$$

On substitue $sx_2(s) = x_3(s)$ dans cette dernière équation, on prend

$$sx_2(s) = \frac{\alpha_2}{(s - \alpha_3)} x_2(s) + \frac{\beta}{(s - \alpha_3)} u(s) \quad (2.55)$$

$$\left(s - \frac{\alpha_2}{(s - \alpha_3)} \right) x_2(s) = \frac{\beta}{(s - \alpha_3)} u(s)$$

D'autre part on a: $sx_1(s) = \alpha_1 x_2(s)$ et $y(s) = x_1(s)$ qui donne $sy(s) = \alpha_1 x_2(s)$

Ensuite, on substitue $sy(s) = \alpha_1 x_2(s)$ dans $\left(\frac{s^2 - \alpha_3 s - \alpha_2}{(s - \alpha_3)} \right) x_2(s) = \frac{\beta}{(s - \alpha_3)} u(s)$

$$\left(\frac{s^3 - \alpha_3 s^2 - s\alpha_2}{\alpha_1 (s - \alpha_3)} \right) y(s) = \frac{\beta}{(s - \alpha_3)} u(s) \quad (2.56)$$

Finalement, on trouve

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\beta}{(s - \alpha_3)} \Big/ \left(\alpha_1 \frac{s^3 - \alpha_3 s^2 - s\alpha_2}{(s - \alpha_3)} \right) \quad (2.57)$$

On simplifie cette équation, et on remplace les paramètres α_1 , α_2 et α_3 et β par ces valeurs.

Ainsi, la relation entre la concentration du glucose et l'entrée d'insuline est donnée par:

$$G_G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}.$$

$$G_G(s) = \frac{-\theta_{si} \frac{\theta_u}{T_u^2}}{s^3 + \frac{2}{T_u} s^2 + \frac{1}{T_u^2} s} \quad (2.58)$$

De la même manière, le bloc de simulation du contrôleur adaptatif basé sur les règles de MIT réalisé pour le modèle de long terme de Magdeleine est donné comme suit

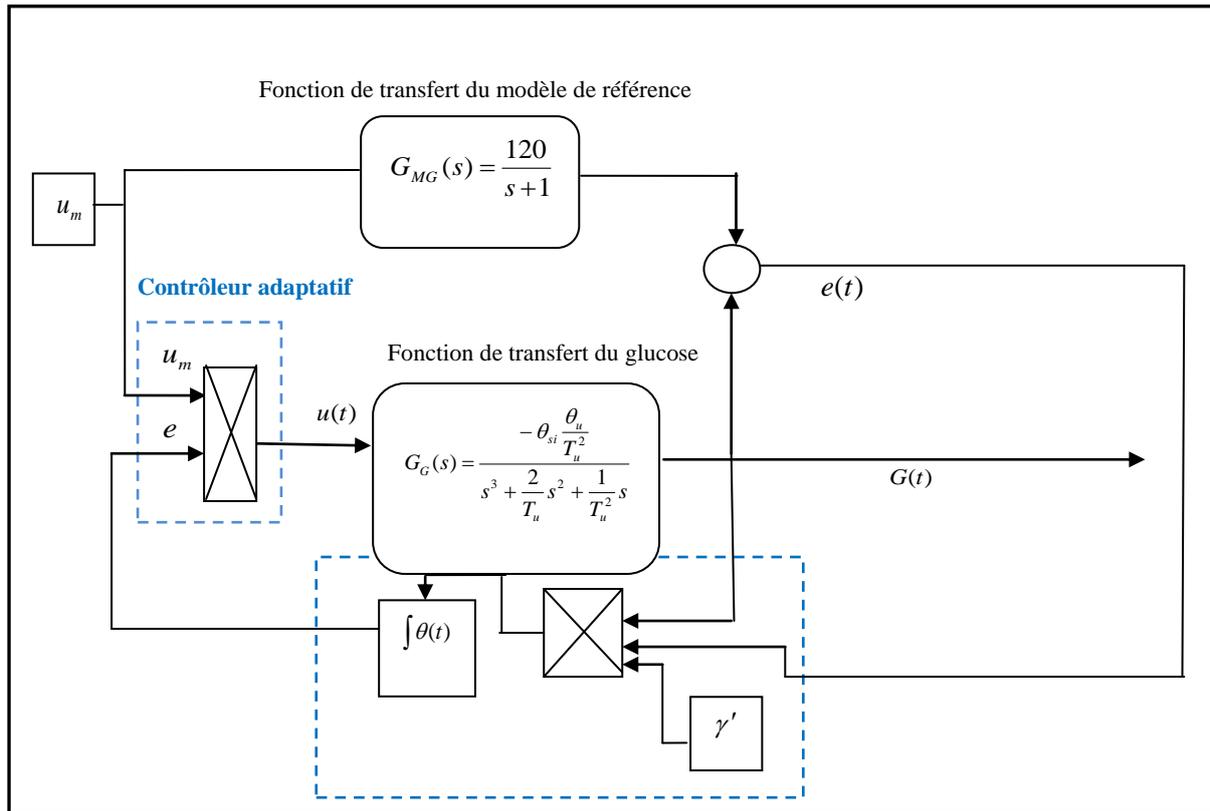


Fig. II.21: Bloc de simulation de la commande adaptative à modèle de référence basé sur les règles de MIT réalisé pour le modèle de long terme.

Nous donnons dans l'équation (2.30) la loi d'adaptation pour ajuster le paramètre $\theta(t)$ et les résultats de simulation sont présentés dans les sections II.8.1 et II.8.2. Pour les deux modèles de glucose étudiés, les résultats de mesure des différents variables physiologies obtenus à partir de ce contrôleur sont présentés. Ces résultats montrent que la réponse du système dépend du gain d'adaptation γ_1 . Des valeurs plus grandes de γ_1 peuvent provoquer l'instabilité du système et la sélection de ce paramètre est très critique. Le contrôleur conçu par les règles de MIT est très sensible aux changements du $\theta(t)$ et γ_1 . Pour des grandes valeurs, le système peut devenir instable.

II.8. Résultats de simulation du contrôleur RMIT

II.8.1. Teste en *Silico* du contrôleur RMIT sur le modèle de Bergman

La simulation est faite en deux types: en absence et en existence des perturbations. Les conséquences de simulation pour les deux types sont illustrées aux figures ci-dessous.

➤ Résultats de simulation sans perturbation

La figure II.22 montre la réponse de la concentration du glucose de sang lorsqu'elle est contrôlée par l'approche du MIT. De la même manière, les figures II.23, II.24 présentent la réponse d'insulinémie et l'insuline injecté respectivement.

Les conditions initiales et les gains d'adaptation sont données comme suit: $G(0) = 300\text{mg} / \text{dl}$ $G_b = 80\text{mg} / \text{dl}$ et les paramètres $\theta(0) = 0$ et $\gamma_1 = 0.000001$.

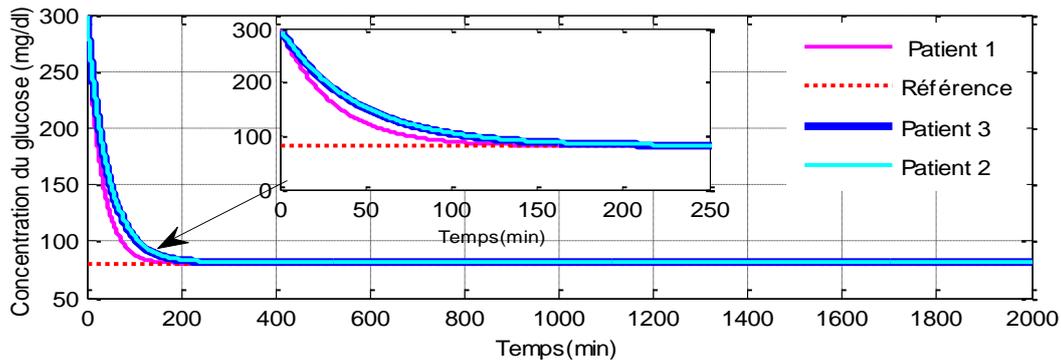


Fig. II.22: Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = 300\text{mg} / \text{dl}$ sous contrôleur RMIT et sans perturbation.

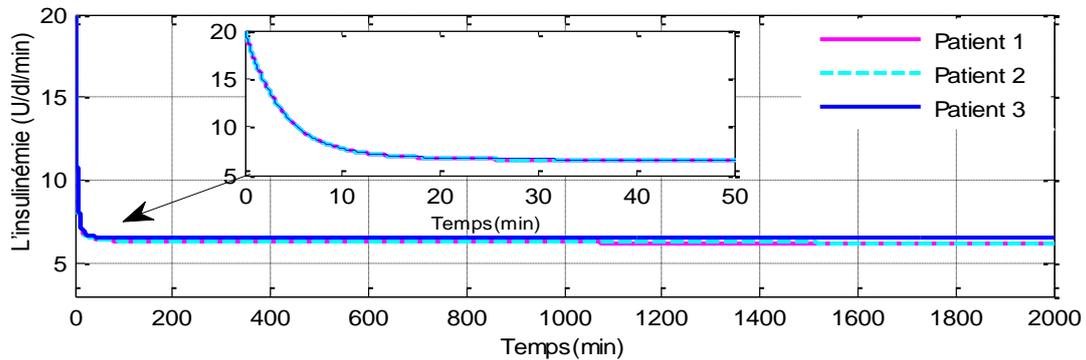


Fig. II.23: Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300 (mg / dl)$, sous contrôleur RMIT, sans perturbation.

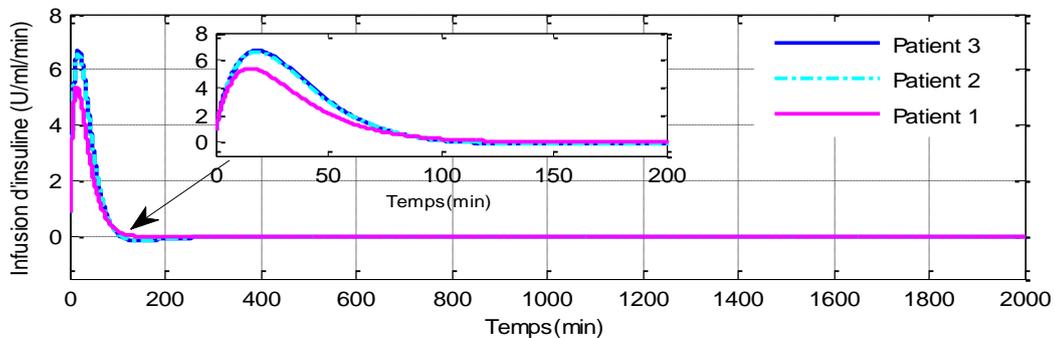


Fig. II.24: Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300 (mg / dl)$, sous contrôleur RMIT, sans perturbation.

➤ Résultats de simulation avec perturbation

Dans ce type de test nous appliquons une perturbation, comme indiqué dans la section II.5.1. Cette dernière présente l'ingestion du repas.

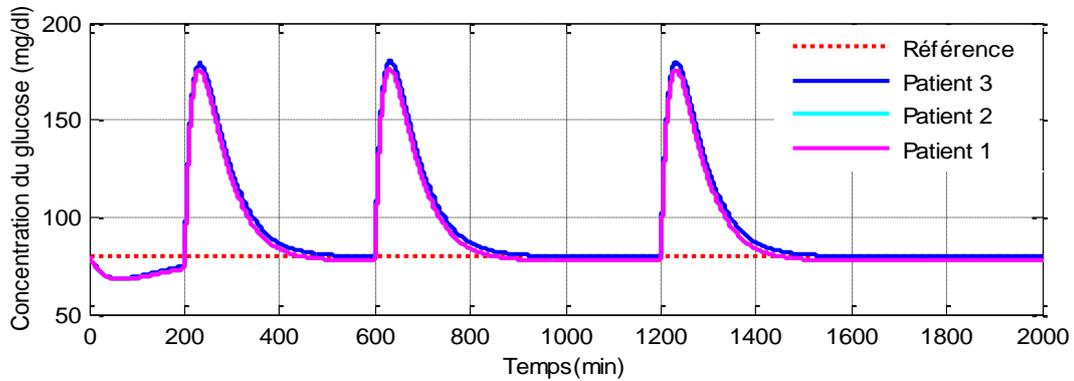


Fig. II.25: Concentration du glucose du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg / dl), sous contrôleur RMIT avec perturbation.

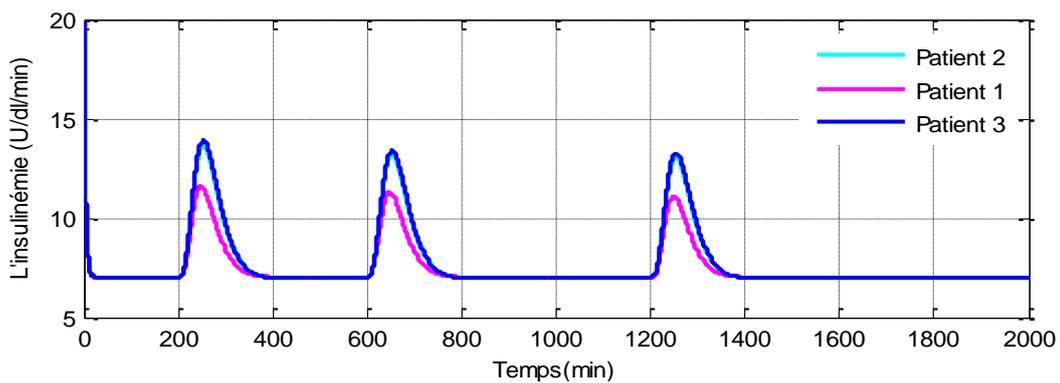


Fig. II.26: Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg / dl), sous contrôleur RMIT avec perturbation.

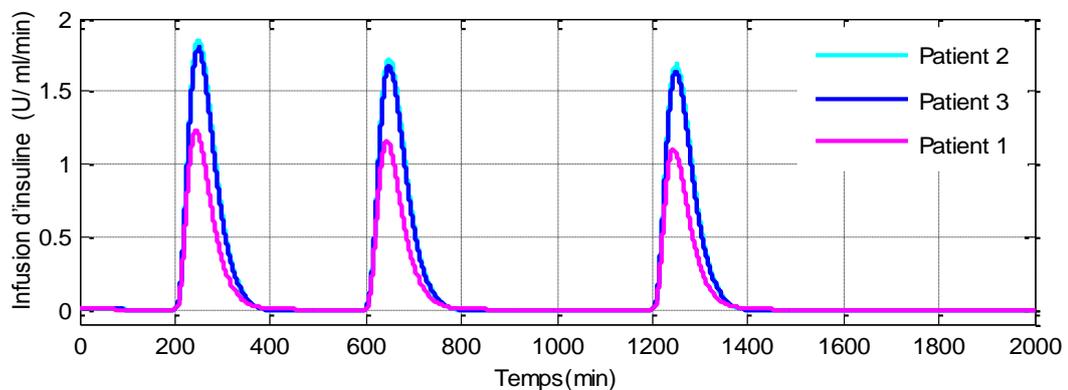


Fig. II.27: Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg / dl), sous contrôleur RMIT avec perturbation.

II.8.2. Teste en *Silico* du contrôleur RMIT sur le modèle de long terme

L'application de la loi de commande adaptative basé sur les règles de MIT dans un même environnement du contrôleur DMRAC permet d'obtenir les performances montrés sur les figures (II.28 à II.30) qui représentent respectivement les profiles de glycémie, d'infusion d'insuline et l'insulinémie. On constate après un temps d'adaptation (200 minutes) que les performances de la poursuite sont clairement améliorées comparativement à la commande adaptative DMRAC, notamment le patient *BE*. Les valeurs initiales des simulations et les gains d'adaptation sont mis à :

- Les valeurs des gains utilisés sont

$$K_p(0) = (0.01), \quad \gamma_1 = 0.0000001.$$

- Les conditions initiales pour chaque patient sont les même du contrôleur DMRAC, avec les trois cas (IF_2 : hyperglycémie, IF_3 : hypoglycémie, *BE* : proche à l'équilibre).

- patient IF_2 : $G(0) = 250$ (mg/dl), $I(0) = 9.7103 \times 10^{-4}$ (u/dl),

$$\dot{I}(0) = 0.1 \times 10^{-4} \text{ (u/dl min)}$$

- patient IF_3 : $G(0) = 50$ (mg/dl), $I(0) = 20 \times 10^{-4}$ (u/dl),

$$\dot{I}(0) = 0 \text{ (u/dl min)}.$$

- patient *BE* : $G(0) = 70$ (mg/dl), $I(t) = 1.75 \times 10^{-4}$ (u/dl)

$$\dot{I}(t) = -0.1 \times 10^{-4} \text{ (u/dl min)}.$$

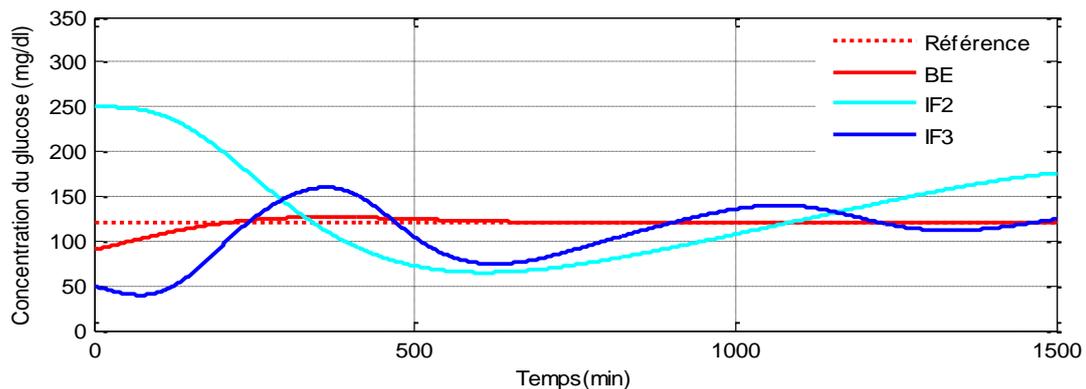


Fig. II.28: Concentration du glucose du modèle de long terme (MLTM), pour IF_2 , IF_3 , *BE* sous contrôleur MIT.

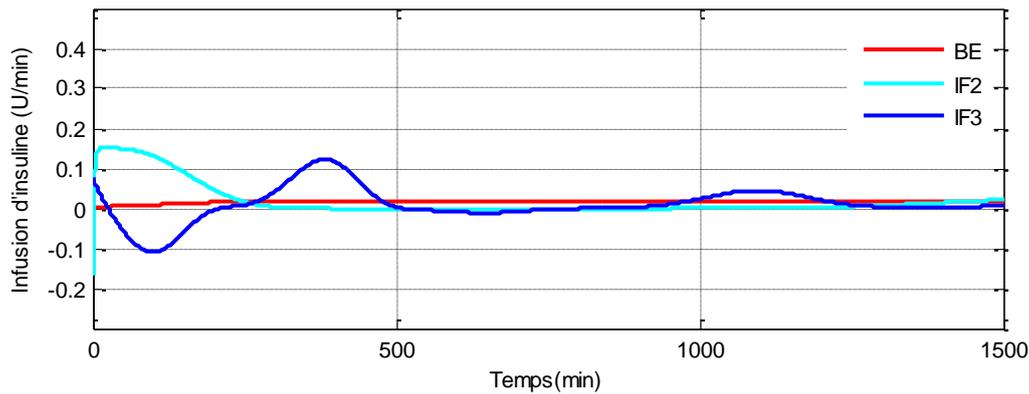


Fig. II.29: Infusion d'insuline du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur MIT.

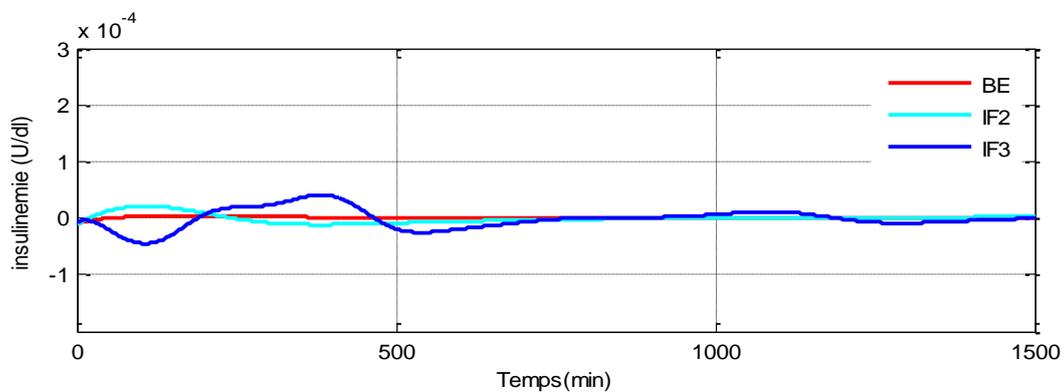


Fig. II.30: Insulinémie du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur MIT.

II.8.3. Interprétation et discussion des résultats

Selon la simulation ci-dessus sur les figures II.22 et II.28, il est évident que la réponse du glucose des personnes diabétiques converge vers le modèle de référence pour le modèle de Bergman et de long terme. Nous achevons que la glycémie d'un patient diabétique de type 1 est stabilisée au niveau souhaité. La réponse glycémique des personnes diabétiques fluctue. Le taux de convergence dépend du gain d'adaptation. Il est important d'obtenir une valeur convenable et adéquate de ce paramètre. Notez que sur la figure II.22, l'adaptation de la réponse glycémique du diabétique à la référence pour le modèle de Bergman n'est pas lisse entre 0 et 4h (250 min). Cependant, dans la figure II.28 la poursuite est asymptotique entre les réponses glycémiques des diabétiques du modèle de long terme et leur référence. Le contrôleur qui utilise les règles MIT donne des résultats satisfaisants mais il est très sensible aux changements du paramètres réglables du contrôleur $\theta(t)$ et γ_1 .

II.8.4. Etude comparative entre les contrôleurs: CGT (DMRAC) et de RMIT

Dans les sections II.6 et II.8, nous avons présenté un traitement d'injection continue d'insuline pour les patients diabétiques des modèles de long terme de Magdeleine et de Bergman. Une extension du contrôleur adaptatif à modèle de référence basé sur les méthodes de DMRAC sans contraintes et de MIT au système de glucose-insuline a été développée. Les figures II.7, II.10 et II.13, II.16 et II.22 pour le modèle de Bergman, et les figures II.17 et II.28 pour le modèle de long terme montrent une bonne convergence de la sortie du système de glucose-insuline vers sa référence, pour le contrôleur DMRAC, elle est plus rapide que le contrôleur basé sur les règles de MIT. En général, nous nous intéressons principalement aux performances du système en régime permanent, où nous notons que l'utilisation du DMRAC est meilleure que celle du MIT. La robustesse des deux contrôleurs a été confirmée par différents paramètres chez les patients. Les simulations ont été présentées pour illustrer l'efficacité des contrôleurs proposés.

II.9. Commande adaptative à modèle de référence avec contraintes

Le contrôle adaptatif direct à modèle référence est un algorithme attrayant qui utilise une combinaison linéaire des états du modèle, l'entrée de référence, ainsi que l'erreur entre les sorties du système et du modèle. Les applications du monde réel sont généralement soumises à des limites sur les variables contrôlées pour des raisons de sécurité ou pratiques. En raison de la structure unique du contrôleur, de nombreuses méthodes sont développées pour gérer les contraintes de saturation qui ne peuvent pas être appliquées directement au DMRAC. Cette partie présente des extensions de l'algorithme pour permettre le traitement explicite des contraintes.

II.9.1. Contraintes et limitations

L'un des principaux inconvénients de l'algorithme DMRAC standard est son incapacité à gérer les contraintes d'entrée et de sortie, ce qui est critique dans le cas du contrôle d'injection de médicaments pour des raisons de sécurité.

Nous prendrons quelques modifications à la technique de base de DMRAC présentée ci-dessus, afin de tenir compte des contraintes sur l'entrée. Donc, nous en haut présente la commande entrée $u(t)$ sans contraintes d'entrée. Les contraintes d'entrée et de sortie sont données comme suit

$$\begin{cases} u_p(t) \in U, \forall t \geq 0 \\ y_p(t) \in Y, \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (2.59)$$

$y_p(t)$ et $u_p(t)$ représentent le vecteur de sortie et de l'entrée.

U et Y sont les contraintes données par

$$\begin{aligned} u_p &:= \left\{ u_p(t) \in \mathbb{R}^m \mid u_{\min} \leq u_p \leq u_{\max} \right\} \\ y_p &:= \left\{ y_p(t) \in \mathbb{R}^m \mid y_{\min} \leq y_p \leq y_{\max} \right\} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Dans lequel u_{\min} , u_{\max} et y_{\min} , y_{\max} sont respectivement, les limites inférieure et supérieure de la commande et de la sortie du système.

Quand la commande sature, nous pouvons modifier les lois d'adaptation selon deux manières développées ci après.

II.9.1.1. Contraintes et limitations d'entrée

Dans ce qui suit, les techniques de traitement des limites de saturation sont discutées. On présente deux méthodes spécifiques pour désigner les contraintes de saturation sur l'entrée, et le contrôleur doit être capable de gérer ces limites.

A. Méthode 1

La première méthode proposée pour traiter la saturation des limites, elle est la plus facile à mettre en œuvre. Quand la commande sature, les gains sont changés. Si $y_m(t) - y_p(t) \neq 0$, alors les gains augmentent ou diminuent, même si ces changements n'ont aucun effet sur la sortie du système. Ainsi, la façon la plus directe de traiter ceci est d'arrêter le processus d'adaptation à chaque fois le signal de commande sature [Pal-02].

Les lois d'adaptation sont modifiées comme suit

$$\begin{cases} K(t) = K_I(t) + K_p(t) \\ \dot{K}_I(t) = (y_m(t) - y_p(t)) r^T T_I \omega & K_I(0) = K_{I0} \\ K_p(t) = (y_m(t) - y_p(t)) r^T T_p \omega \end{cases} \quad (2.61)$$

Où ω est défini par

$$\omega = \begin{cases} 1 & \text{si } u_p(t) < u_{\min} \text{ ou } > u_{\max} \\ 0 & \text{si } u_p(t) \text{ n'est pas saturate} \end{cases}$$

B. Méthode 2

Cette méthode maintient le mécanisme d'adaptation actif, toutefois on descend la partie intégrale (2.61). La loi d'adaptation est changée en

$$\begin{aligned} K(t) &= K_I(t) + K_p(t) \\ K_p(t) &= (y_m(t) - y_p(t)) r^T T_p \\ \dot{K}_I(t) &= (y_m(t) - y_p(t)) r^T T_I - \sigma(t) K_I(t) \end{aligned} \quad (2.62)$$

$\sigma(t)$ est une petite limite positive, cette limite additionnelle $\sigma(t)$ est employée pour descendre les gains quand les contraintes de saturation sont atteints [Pal-02]. La forme dérivée à cette limite est

$$\dot{\sigma}(t) = K_{\sigma_1} |u_p(t) - u_{sat}(u_p(t))| - K_{\sigma_2} \sigma(t) \quad (2.63)$$

Avec

$$u_{sat}(u_p(t)) = \begin{cases} u_{lb} & \text{pour } u_p(t) < u_{lb} \\ u_p(t) & \text{pour } u_{lb} \leq u_p(t) \leq u_{ub} \\ u_{ub} & \text{pour } u_p(t) > u_{ub} \end{cases} \quad (2.64)$$

Là où:

$K_{\sigma_1} > 0$ et $K_{\sigma_2} > 0$ sont les paramètres de réglage.

u_{lb} et u_{ub} sont respectivement les limites inférieures et supérieures de saturation de la commande, en conséquence, la commande est dans les limites de saturation et $\sigma(t) \rightarrow 0$.

Une autre cause de changements rapides dans la commande d'entrée est directement liée aux gains d'adaptation T_I et T_p . Si ces gains sont trop importants, les gains du contrôleur réagissent rapidement à la dynamique du modèle de référence et à l'erreur entre le modèle et les sorties du système.

II.9.1.2. Contraintes et limitations de la sortie

La limitation de la sortie entraînera également des gains d'adaptation. Ainsi, lorsque le système requiert des limites de sortie, cela signifie que la dynamique du contrôleur doit être excitée, de sorte qu'une solution telle que décrite ci-dessus prendrait également en compte la limitation de sortie. Comme dans des cas des contrôles d'injection de médicaments, une solution possible est de permettre aux gains d'adaptation de varier où de changer directement, mais d'introduire une variable supplémentaire [Pal-03].

II.9.1.3. Modifications des gains pour régler les limites de sortie

Comme déjà mentionné, il existe un besoin pour le contrôle d'injection de médicament pour régler un intervalle de valeurs de sortie permises au lieu de forcer un point de consigne spécifique. Nous devons donc modifier la structure du contrôleur DMRAC qui est basé sur la structure CGT de telle sorte que ce modèle de référence nous donne un trajet admissible au lieu d'une consigne fixe [Pal-03].

$$e_y(t) = \begin{cases} y_{\min} - y_p(t) & \text{si } y_p(t) < y_{\min} \\ 0 & \text{si } y_{\min} \leq y_p(t) \leq y_{\max} \\ y_{\max} - y_p(t) & \text{si } y_p(t) > y_{\max} \end{cases}$$

y_{\min} est la limite inférieure et y_{\max} est la limite supérieure dans lesquelles nous voulons maintenir la sortie du système $y_p(t)$.

Pour assurer une poursuite entre la dynamique du modèle de référence et la réponse du système, nous pouvons définir les valeurs des bornes comme des écarts par rapport à la sortie du modèle de référence

$$\begin{aligned} y_{\min}(t) &= y_m(t) - \Delta_{\min} \\ y_{\max}(t) &= y_m(t) + \Delta_{\max} \end{aligned}$$

Pour le cas spécifique du contrôle d'injection de traitements, il est préférable que la quantité totale de dose transférée soit maintenue aux bornes et nous pouvons rester dans les limites avec une large gamme d'injections de médicaments. Donc, un moyen de minimiser l'action de contrôle est justifiée. Ceci peut être facilement accompli par le terme intégral dans la loi d'adaptation suivante

$$\begin{aligned} K(t) &= K_I(t) + K_p(t) \\ K_p(t) &= (y_m(t) - y_p(t)) r^T T_p \\ \dot{K}_I(t) &= (y_m(t) - y_p(t)) r^T T_I - \sigma(t) K_I(t) \end{aligned}$$

Où, $\sigma(t)$ est un petit terme positif. Cette modification de la loi d'adaptation est proposée comme une solution aux phénomènes d'éclatement dus à de grandes perturbations non mesurées. La stabilité du système selon cette loi d'adaptation est discutée en détail dans (Annexe).

II.10. Validation de la contrainte DMRAC au processus physiologies de la glycémie

On applique ce type de contrôleur sur les deux modèles physiologiques de la glycémie qui sont le modèle de Bergman et le modèle de long terme.

Dans cette partie on applique les contraintes d'entrée et les contraintes de sortie, sachant que ces contraintes garantissent la positivité de la sortie et d'entrée

$$u := \{u(t) \in R^+ | u \geq 0\}$$

$$y := \{y(t) \in R^+ | 0 \leq y \leq 300\}$$

Ensuite, on applique une limite inférieure pour l'entrée, elle est définie comme suit

$$u_{sat}(u_p(t)) = \begin{cases} u_{lb} = 0 & \text{pour } u_p(t) < u_{lb} \\ u_p(t) & \text{pour } u_{lb} \leq u_p(t) \end{cases}$$

II.10.1. Application de la contrainte DMRAC au modèle de Bergman

En utilisant la solution du problème de commande avec saturation de l'équation (2.62), les valeurs initiales du gain sont choisies d'une manière adaptative comme suit;

$$K_I(0) = [5 \times 10^{-5} \quad 5 \times 10^{-5} \quad 5 \times 10^{-5}].$$

Les matrices d'adaptation sont mis à:

$$T_I = [8 \times 10^{-8} \quad 8 \times 10^{-8} \quad 8 \times 10^{-8}], \quad T_p = [8 \times 10^{-8} \quad 8 \times 10^{-8} \quad 8 \times 10^{-8}].$$

Dans notre étude, nous avons appliqué la méthode 2, les paramètres supplémentaires sont sélectionnés comme: $K_{\sigma_1} = 0.000001$ et $K_{\sigma_2} = 0.000001$. L'entrée est contrainte à vérifier $u_p \geq 0$. $\sigma = 0.01$, les limites de saturation d'entrée inférieures et supérieures sont: $u_{lb} = 0$, $u_{ub} = 100$. Les conditions initiales sont: $x_1(0) = 300$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 20$.

Les figures ci-dessous montrent les résultats de la simulation pour les cas où le système est contraint (en utilisant la méthode 2). Cette méthode donne des résultats acceptables, elle fait un travail un peu meilleur que la méthode de commande sans contraintes, mais elle ajoute deux paramètres de réglage supplémentaires.

II.10.2. Application de la contrainte DMRAC au modèle de long terme

Afin d'avoir un suivi parfait et en utilisant la commande précédente avec saturation de l'équation (2.62), on devra calculer les gains et les matrices d'adaptations, et les paramètres supplémentaires de la commande, et donc

- Les gains sont donnés comme suit: $K_I(0) = (0.0015 \quad 0.0015 \quad 0.0015)^T$

$$T_I = T_p = [1.5 \times 10^{-8} \quad 0 \quad 0,0 \quad 1.8 \times 10^{-8} \quad 0,0 \quad 0 \quad 1.8 \times 10^{-7}]^T.$$

- Les paramètres supplémentaires sont choisis d'une manière adaptative par

$$K_{\sigma_1} = 0.0001 \quad \text{et} \quad K_{\sigma_2} = 0.0001. \quad \text{L'entrée est contrainte à vérifier } u_p \geq 0. \quad \sigma = 1.$$

La sortie est contrainte à vérifier $y_p(t) \geq 60 \text{ mg/dl}$ et $y_p(t) \leq 150 \text{ mg/dl}$.

Les conditions initiales sont choisies pour étudier trois cas: IF_2 : hyperglycémie, IF_3 : hypoglycémie, BE : proche à l'équilibre, ces conditions initiales pour chaque patient sont donnés par:

- patient IF_2 : $G(0) = 250 \text{ (mg/dl)}$, $I(0) = 9.7103 \times 10^{-4} \text{ (u/dl)}$,
 $\dot{I}(0) = 0.1 \times 10^{-4} \text{ (u/dl min)}$
- patient IF_3 : $G(0) = 50 \text{ (mg/dl)}$, $I(0) = 20 \times 10^{-4} \text{ (u/dl)}$,
 $\dot{I}(0) = 0 \text{ (u/dl min)}$.
- patient BE : $G(0) = 70 \text{ (mg/dl)}$, $I(t) = 1.75 \times 10^{-4} \text{ (u/dl)}$
 $\dot{I}(t) = -0.1 \times 10^{-4} \text{ (u/dl min)}$.

II.11. Résultats de simulation du DMRAC avec contraintes

De la même manière que dans les sections précédentes, la simulation est faite pour deux modèles physiologies du glucose.

II.11.1. Résultats de simulation du modèle de Bergman

Les simulations que nous présenterons dans cette section visent à évaluer l'évolution de la glycémie, l'insulinémie et l'infusion d'insuline du modèle de Bergman sans et avec perturbations.

➤ Résultat de Simulation sans perturbation

Nous allons donner le comportement du modèle de Bergman commandé par le contrôleur DMRAC avec contraintes sans perturbations par les figures (II.31, II.32 et II.33).

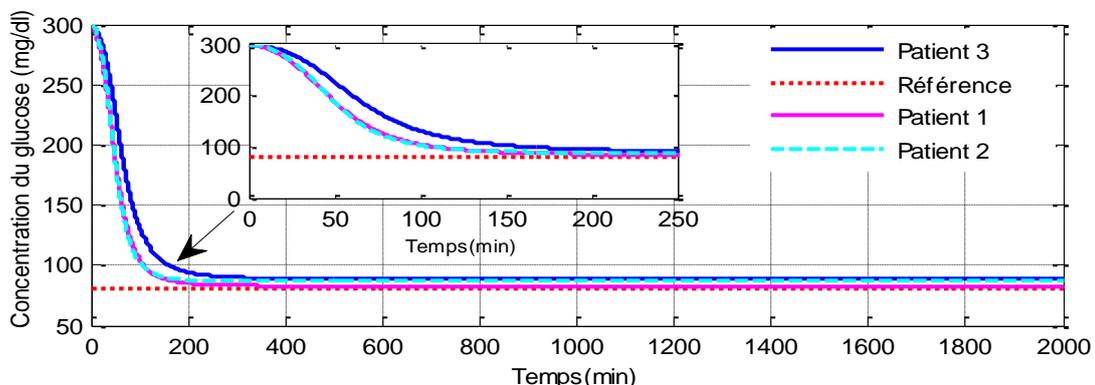


Fig. II.31: Concentration du glucose pour le modèle de Bergman (MBG), pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg/dl)}$, sous DMRAC avec contraintes.

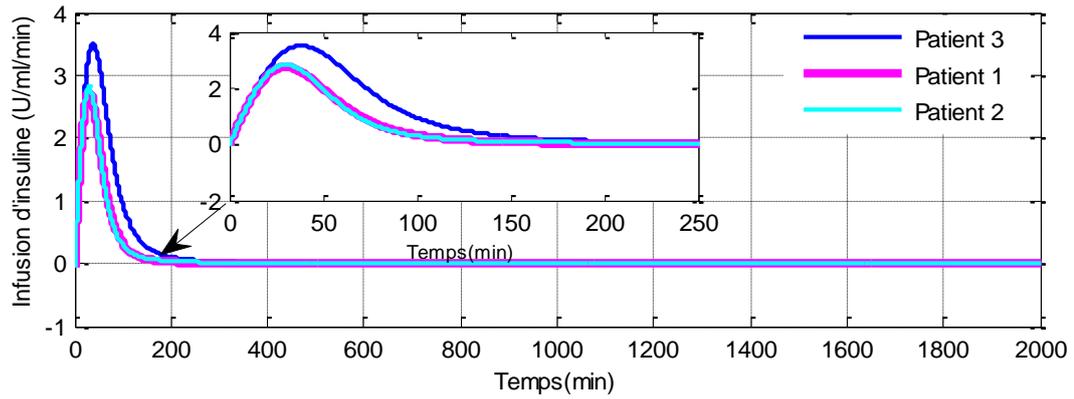


Fig. II.32: Insuline injectée pour le modèle de Bergman (MBG) sous DMRAC avec contraintes.

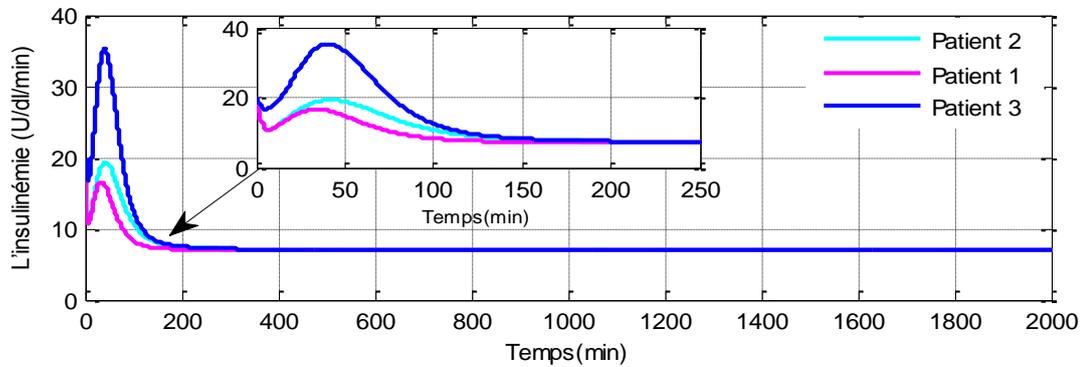


Fig. II.33: Les sorties d'insulinémie pour le modèle de Bergman (MBG), une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl), sous DMRAC avec contraintes.

II.11.2. Teste de robustesses

Afin de tester la robustesse de ce contrôleur avec contraintes vis-à-vis des perturbations. On applique une perturbation qui représente l'injection du repas à l'instant $t=200$ minutes, $t=600$ minutes et $t=1200$ minutes. Les résultats sont présentés sur les figures (II.34, II.35 et II.36).

➤ Résultats de simulation avec perturbation

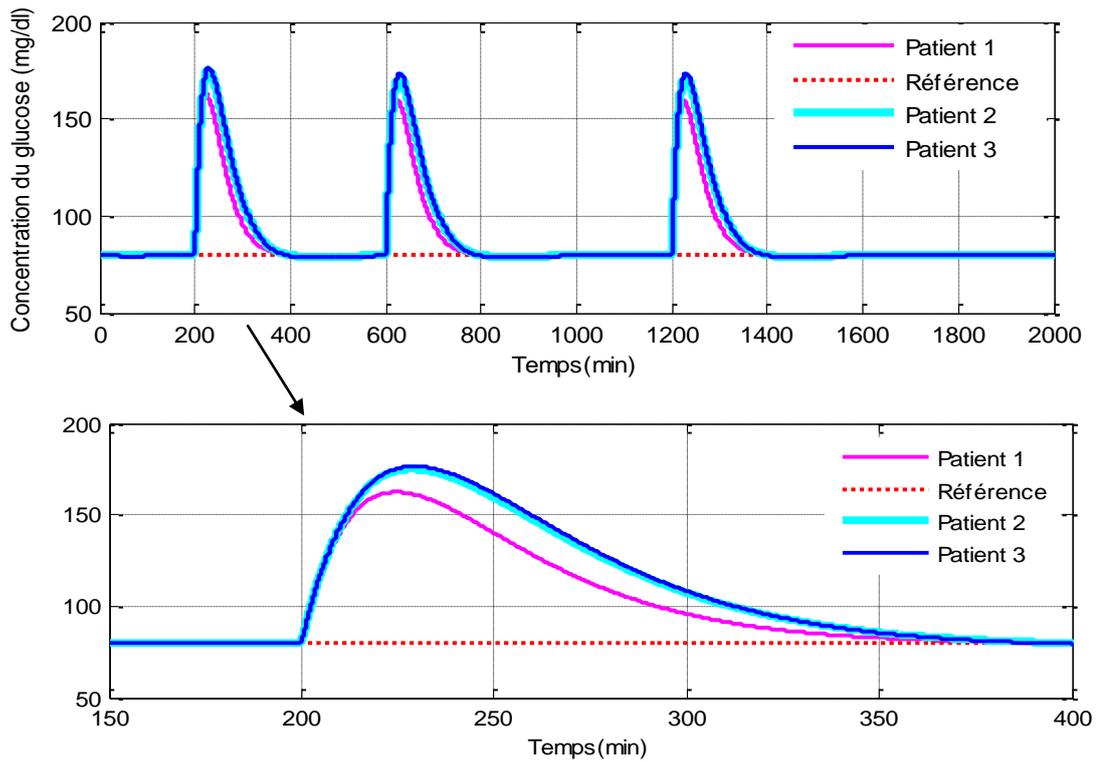


Fig. II.34: Concentration du glucose pour le modèle de Bergman (MBG)

$G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes et perturbation.

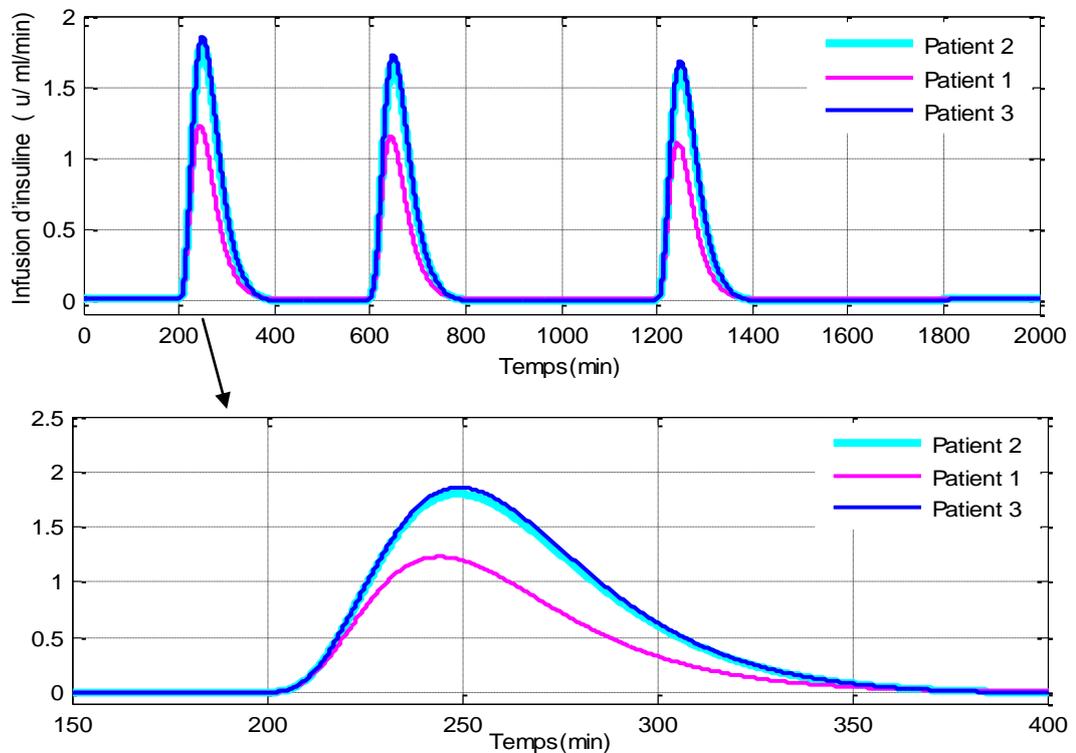


Fig. II.35: Infusion d'insuline du modèle de Bergman (MBG) avec

$G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes et perturbation.

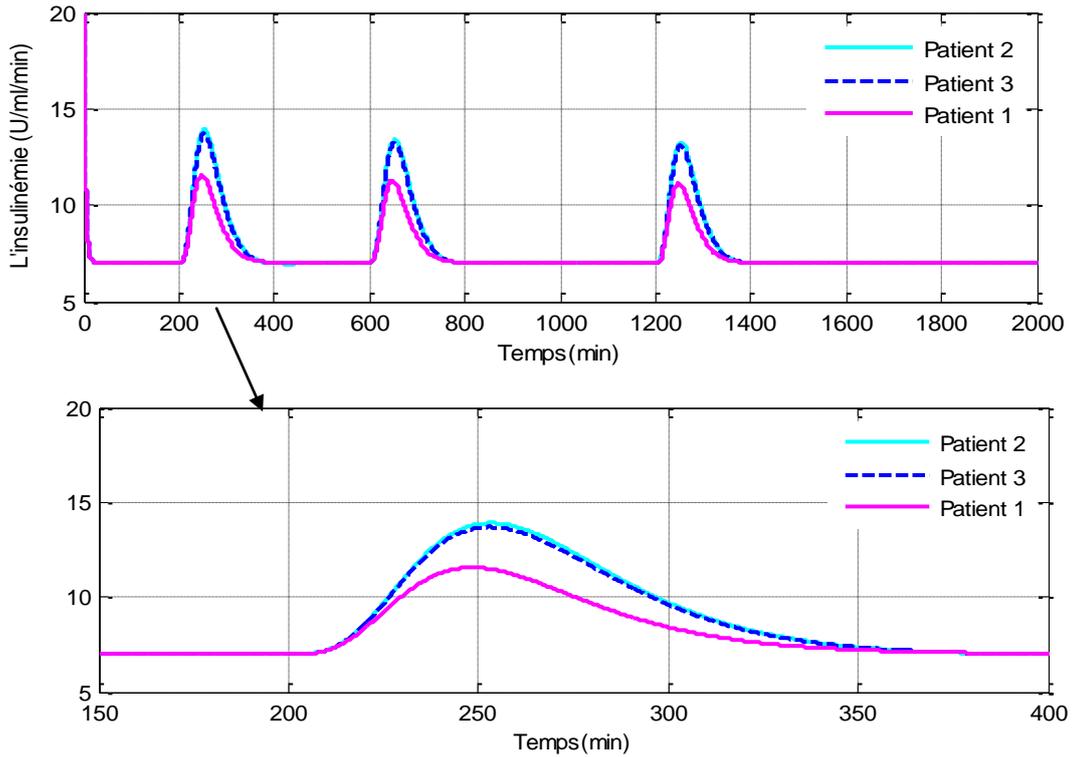


Fig. II.36: Les sorties d'insulinémie du modèle de Bergman (MBG), $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl), sous DMRAC avec contraintes et perturbation.

II.11.3. Résultats de simulation du modèle de long terme

On va considérer le modèle de long terme, Les graphes présentés sur les figures (II.37 à II.39) correspondent aux changements de glycémie, insulinémie et d'infusion d'insuline obtenus avec le contrôleur DMRAC sous contraintes. Ces résultats graphiques permettent d'afficher les caractéristiques dynamiques du trois patients étudiés IF_2 , IF_3 , BE pour ce modèle.

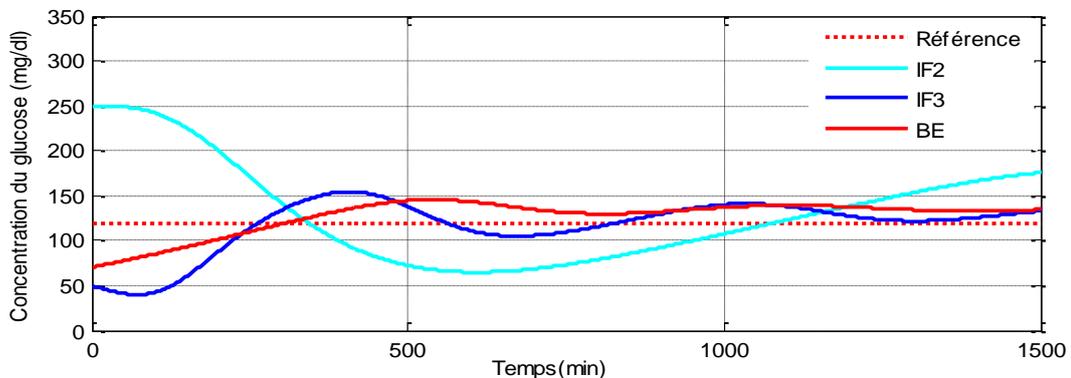


Fig. II.37: Concentration du glucose du modèle de long terme (MLTM), pour IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC sous contraintes.

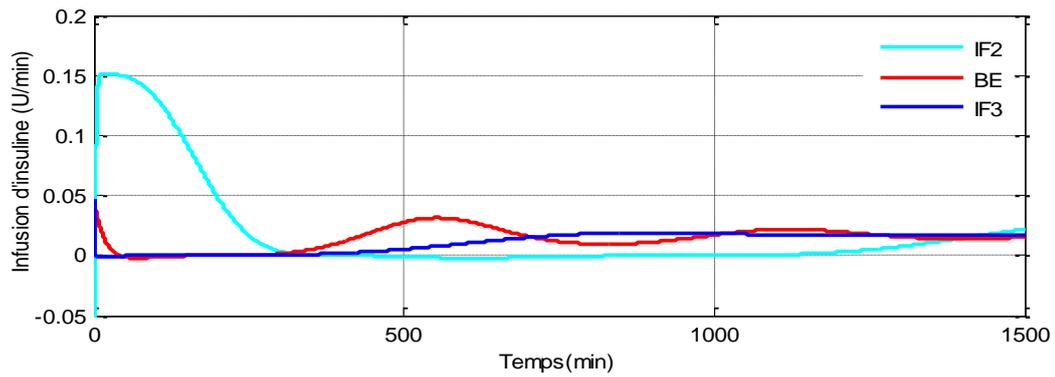


Fig. II.38: Infusion d'insuline du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC sous contraintes.

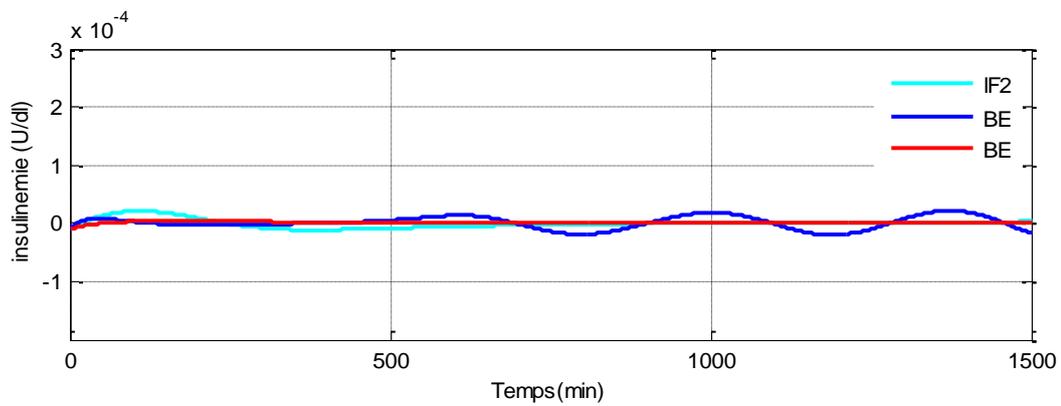


Fig. II.39: Insulinémie du modèle de long terme (MLTM), simulation pour les trois patients IF_2 , IF_3 , BE sous contrôleur DMRAC sous contraintes.

II.11.4. Interprétation et discussion des résultats

Dans cette partie de ce chapitre, on a présenté deux méthodes spécifiques qui étendent l'algorithme du contrôle adaptatif à modèle de référence aux systèmes physiologies du glucose qui présentent des contraintes de saturation sur le signal de commande. Nous avons choisi la méthode 2. Cette méthode donne des bons résultats. Nous n'allons pas appliquer la méthode 1 car elle est la plus simple à mettre en œuvre, et puisque l'adaptation est arrêtée tant que la contrainte de saturation est atteinte et que les signaux de commande sont écrêtés tout en garantissant la positivité. La méthode 2 tend à donner de meilleurs résultats, mais avec des paramètres additionnels doivent être réglés. Les deux méthodes présentées ci-dessus peuvent également être appliquées lorsque des limites sur le taux de changement du signal de commande sont imposées. Dans ce cas, la méthode 2 est plus efficace, car elle ne module que la vitesse à laquelle le mécanisme d'adaptation va ajuster les gains du contrôleur. Arrêter simplement l'adaptation comme dans la méthode 1 signifie que le contrôleur ne s'ajuste pas en fonction de la dynamique du processus.

II.12. Etude comparative entre les DMRAC avec/sans contraintes et le contrôleur RMIT

D'après les résultats des figures (DMRAC avec contraintes), on observe une bonne convergence des sorties vers leurs référence pour les trois contrôleurs (DMRAC sans contraintes, le contrôleur RMIT et DMRAC avec contraintes) dans le régime permanent (à partir de l'instant 200 min). Cependant, en régime transitoire, les contrôleurs DMRAC sans contraintes et à base du RMIT ajoutent une erreur plus importante de celle produite par le contrôleur DMRAC avec contraintes. On s'intéresse principalement aux deux objectifs: les performances de poursuite dans le régime permanent et de garantie des sorties et des commandes positives. Concernant la positivité, les trois types du contrôleur donnent des sorties de glucose positives, cependant, on a trouvé des valeurs de contrôle négative dans les contrôleurs: DMRAC sans contraintes et le contrôleur RMIT. Par contre le contrôleur DMRAC avec contraintes conçus des sorties et des contrôles positives. Egalement, il est clair que la poursuite par ce dernier contrôleur est plus précise comparée à celle produite par les contrôleurs DMRAC sans contraintes et le contrôleur RMIT que ce soit en présence ou en l'absence de perturbations.

II.13. Conclusion

Nous avons développé la théorie générale de la commande adaptative standard et la commande avec contraintes et en particulier la commande à modèle de référence. Au premier lieu, nous avons défini et donné les principales caractéristiques de la commande adaptative standard à modèle de référence et la commande adaptative à modèle de référence avec contraintes.

Les différents types du contrôleur adaptatif à modèle de référence présentent de précieux avantages par rapport aux autres commandes. Parmi ces avantages, la simplicité d'implantation et d'analyse, l'indépendance de l'ordre du système et de ses états.

Le DMRAC sous sa forme standard, ne constitue pas une solution générale à des problèmes physiologiques. Ceci du fait qu'il impose que le système sous contrôle soit ASPR ou au moins il existe un compensateur pouvant rendre le système augmenté ASPR. La conception d'un tel compensateur est une tâche qui accompagne toujours l'application du DMRAC aux systèmes réels qui ne sont pas généralement ASPR.

Chapitre III

Conception du contrôleur flou (FLC) pour les systèmes physiologiques

III.1. Introduction

Récemment, de nombreuses applications des techniques d'intelligence artificielle ont été utilisées pour transformer l'expérience humaine en une forme compréhensible par les ordinateurs. Le contrôle avancé basé sur des techniques d'intelligence artificielle est appelé contrôle intelligent. Les méthodes de la logique floue peuvent être plus intelligentes en leur permettant de concevoir les systèmes de manière floue, comme les systèmes physiologiques. Les bases théoriques de la logique floue ont été établies en 1965 par le professeur Lotfi Zadeh de l'université de Californie de Berkeley [Zad-73] [Zad-94], Les travaux de Lotfi Zadeh dans les années soixante sur la théorie de la logique floue et des ensembles flous ont jeté les bases de la commande floue récente. Dans le domaine de la commande, les premières applications de la logique floue a été effectuée par Mamdani en 1974, et 1987 [Mam-75]. Dans ce contexte, on présentera dans la première partie de ce chapitre un aperçu général sur l'historique de la logique floue, les domaines d'applications et la théorie de logique floue et ses principes de base.

Dans ce chapitre nous allons développer une extension technologique qui a conduit à la réalisation des systèmes de plus complexes et évidemment non linéaires comme les systèmes physiologiques. Les études effectuées sur la structure et le fonctionnement des systèmes biologiques et sur le mécanisme de la pensée humaine, ont donné naissance à de nouvelles approches, dont l'approche floue. Cette approche conduit à la réalisation de systèmes de commande très performants, du fait de sa maîtrise de l'aspect approximatif et qualitatif, inspirés de la pensée humaine. Les récentes avancés des recherches dans le domaine du flou ont prouvé la capacité et la puissance des modèles flous dans l'identification floue des procédés non linéaires. L'objectif principal de notre travail est la conception de contrôleurs flous pour les systèmes physiologiques, notamment le système de glucose d'insuline. Le premier contrôleur est conçu pour le modèle à long terme de Magdeleine, et le deuxième pour le modèle de Bergman.

III.2. Méthodologie

Ce chapitre présente le contrôle de l'un des systèmes physiologiques en boucle fermée, il permet de réguler le glucose sanguin chez les patients diabétiques de type I. L'objectif principal du contrôleur est d'éviter tous les états du diabète l'hypoglycémie ou l'hyperglycémie. Pour prendre cet objectif, un contrôleur adaptatif flou est développé et ses avantages sont comparés à ceux d'autres contrôleurs adaptatifs développés dans le chapitre précédent (chapitre II), dans lequel on utilise le modèle de Bergman et le modèle de long terme de Magdeleine pour les patients diabétiques. Dans un premier temps, les performances du contrôleur sont testées sur le modèle de long terme. Dans la deuxième étape, l'effet du contrôleur flou sur le modèle de Bergman. Les résultats montrent que le contrôleur adaptatif flou conçu peut réguler le niveau de glycémie de tous les patients diabétiques en un temps approprié et que ces résultats sont supérieurs à ceux des contrôleurs adaptatifs à modèle de référence, moins de fluctuation de la glycémie, un meilleur suivi de la valeur de consigne, des risques moins élevés d'hypoglycémie et d'hyperglycémie.

III.3. Théorie du contrôleur flou

La logique floue est une méthode de réglage qui a été introduite à large échelle au Japon. Cependant, elle est de plus en plus appliquée plus récemment en Europe. Les méthodes de réglage conventionnelles se basent sur une modélisation adéquate du système et un traitement analytique à l'aide de fonction de transfert ou d'équations d'état. Par contre le réglage par la logique floue donne une approche plutôt programmatique, permettant d'inclure les expériences acquises par les opérateurs.

En 1977, le danois Ostergaard [Ost-77] a utilisé la logique floue pour commander des tubes broyeurs pour la fabrication de ciment. A cette période, la plupart des études des systèmes de la régulation utilisant le type de la logique floue ont été exécutées en Europe [Wil-78]. A partir de 1985, les Japonais [Ghe-06] commencent à utiliser considérablement la logique floue dans des produits industriels et de consommation pour résoudre des problèmes de réglage et de commande. Ensuite, le système de contrôle du logique floue (Fuzzy Logic Controller : FLC) était utilisé dans de nombreuses applications et implémentations de systèmes de diagnostic de maladies, climatiseurs, systèmes de transmission automatique, machines à laver, moteur automobile, données de manutention, robots mobiles, systèmes d'information, reconnaissance, les applications médicales, systèmes de contrôle de la circulation.

III.4. Principe du contrôleur flou

Le système de contrôle par la logique floue basé sur l'analyse de valeurs d'entrée analogiques en variables logiques via un système mathématique avec des valeurs continues comprises entre 0 et 1. Le système de la logique floue est une méthode de raisonnement qui ressemble au raisonnement humain. L'approche de la logique floue imite la prise de décision par l'homme [Sim-10]. Les plus usuels types de contrôleur flou sont: Mamdani et Takagi–Sugeno. Les éléments essentiels à la compréhension du réglage par la logique floue sont [Tal-14]: Les règles d'inférence, les opérateurs flous et les variables floues.

III.4.1. Variables linguistiques

La description d'une certaine situation imprécise peut contenir des expressions floues comme par exemple: "Grand", "Moyen" et "Petit". Ces expressions forment les valeurs d'une variable x , appelée variable linguistique, soumise à des fonctions appelées fonctions d'appartenance [Kou-08].

III.4.2. Fonctions d'appartenance

Les fonctions d'appartenance sont des courbes dans laquelle chaque point d'entrée dans l'espace définit comment il est tracé sur une valeur d'appartenance (ou un degré d'appartenance) comprise entre 0 et 1. L'espace d'entrée est appelé l'univers du discours. Une fonction d'appartenance à un ensemble flou A sur l'univers du discours X est définie comme [Sim-10].

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

Dans lequel, l'axe des X représente l'univers du discours et l'axe Y : représente les degrés d'appartenance à l'intervalle $[0, 1]$. Le choix de la forme de fonction d'appartenance est arbitraire, elle peut être représentée par plusieurs formes: triangulaire, trapézoïdale, exponentielles, sigmoïdale et gaussienne, elles sont illustrées par la figure III.1 suivante.

- **Fonction triangulaire:** Elle est déterminée par trois paramètres a , b , c . [Tal-14].

$$\mu(x) = \max \left[\min \left(\frac{(x-a)}{(b-a)}, \frac{(c-x)}{(c-b)} \right), 0 \right] \quad (3.1)$$

- **Fonction trapézoïdale:** Elle est définie par quatre paramètres a , b , c qui déterminent les coordonnées des quatre sommets.

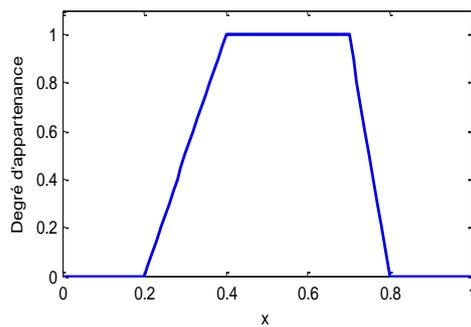
$$\mu(x) = \max \left[\min \left(\frac{(x-a)}{(b-a)}, 1, \frac{(c-x)}{(c-b)} \right), 0 \right] \quad (3.2)$$

- **Fonction gaussienne:** Elle est définie par deux paramètres σ, m , la figure III.1 représente la fonction gaussienne.

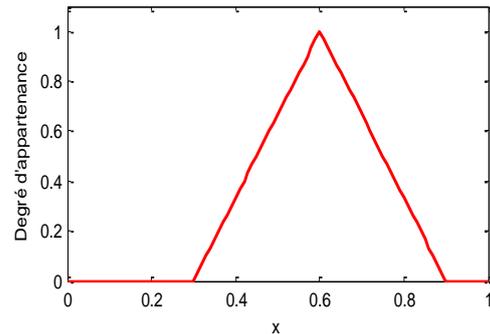
$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{(2\sigma^2)}\right) \quad (3.3)$$

- **Fonction sigmoïde:** Elle est définie par deux paramètres a et c , la figure III.1 représente la fonction sigmoïde.

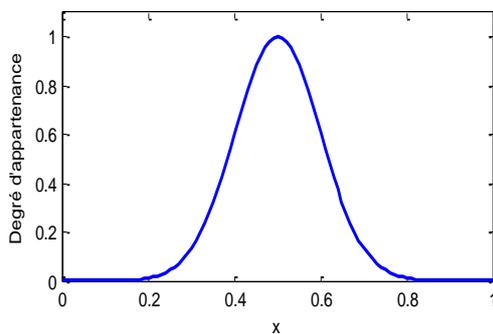
$$\mu(x) = \exp\frac{1}{(1 + \exp(-a(x-c)))} \quad (3.4)$$



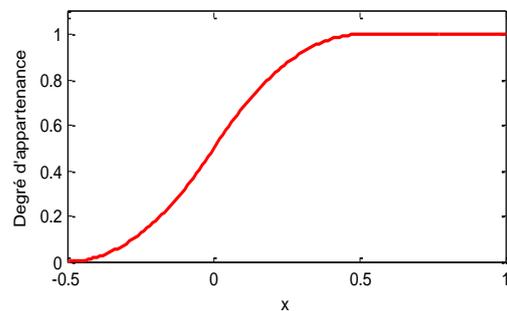
La fonction trapézoïdale.



La fonction triangulaire.



La fonction gaussienne.



La fonction sigmoïde.

Fig. III.1: Les différents types des fonctions d'appartenance.

III.4.3. Ensembles flous

Les ensembles flous sont représentés par une fonction d'appartenance qui définit l'univers du discours. Où l'univers du discours est l'espace dans lequel les variables floues sont définies. Les ensembles flous sont associés aux variables d'entrée et de sortie du contrôleur flou. La fonction d'appartenance donne le degré d'appartenance dans l'ensemble pour tout élément de l'univers du discours. La fonction d'appartenance associe chaque élément de l'univers à des valeurs numériques dans l'intervalle $[0, 1]$. La valeur de la fonction d'appartenance de zéro signifie que l'élément n'appartient définitivement pas à l'ensemble flou, alors qu'une valeur

d'unité signifie que l'élément appartient entièrement à l'ensemble comme indiqué l'équation suivante [Sim-10].

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (3.5)$$

III.4.4. Opérateurs flous

La description des conditions où il y a plus qu'une variable, requiers l'utilisation des opérateurs logique comme: "ET", "OU" et "NON" qui dans la théorie de la logique floue peuvent être interprétés par les opérations respectivement: "Minimum", "maximum" et "Complément à un", [Ghe-06]. Signification des opérateurs "ET", "OU" et "NON" dans la logique floue donné comme suit:

$$C = A \text{ ET } B \text{ Signifie } \mu_c(x) = \text{Min}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (3.6)$$

$$C = A \text{ OU } B \text{ Signifie } \mu_c(x) = \text{Max}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (3.7)$$

$$C = \text{NON } B \text{ Signifie } \mu_c(x) = 1 - \mu_B(x) \quad (3.8)$$

III.5. Principales parties du contrôleur flou

Dans un contrôleur flou, on distingue quatre parties dans la structure d'un contrôleur flou: la fuzzification, les règles, le moteur d'inférence et défuzzification [Sim-10]. La figure III.2 montre la structure de base d'un contrôleur flou avec ces quatre blocs principaux.

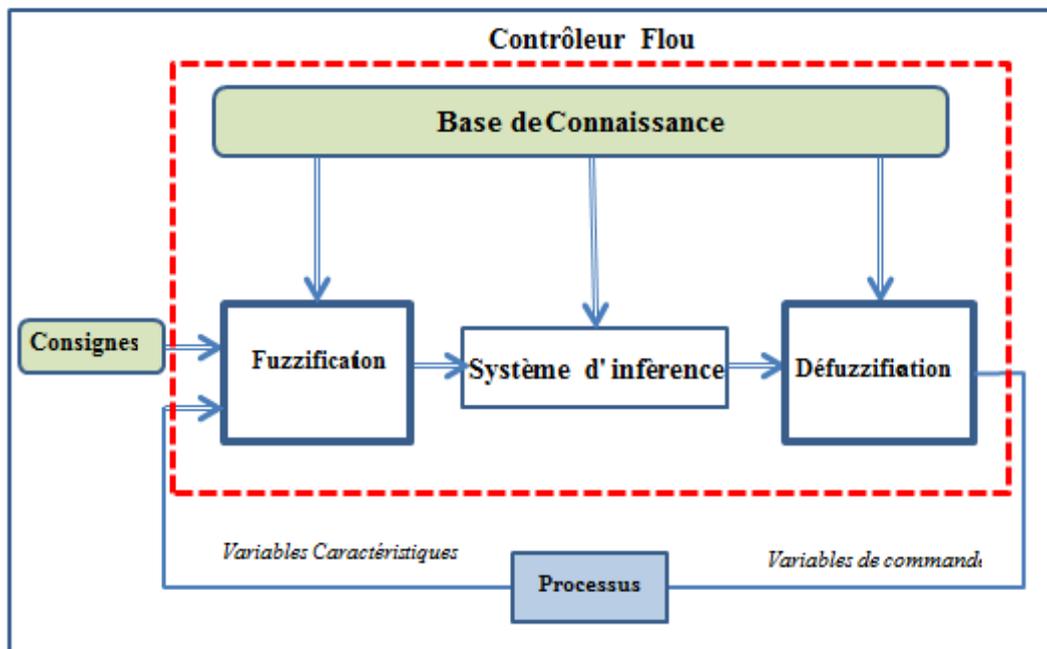


Fig. III.2: Schéma synoptique d'un contrôleur flou.

III.5.1. Fuzzification

C'est la première étape pour appliquer un système d'inférence floue, la plupart des variables existant dans le monde réel sont des variables propres ou classiques, ces variables doivent être converties en variables floues, puis appliquer une inférence floue pour traiter ces données pour obtenir le résultat souhaité. Enfin, dans la plupart des cas, ces sorties floues doivent être reconverties en variables précises pour compléter les objectifs de contrôle souhaités. D'une manière générale, la fuzzification implique deux processus: la dérivé des fonctions d'appartenance pour les variables d'entrée et de sortie et les représenter avec des variables linguistiques [Sim-10].

III.5.2. Règles floues

Les règles floues sont considérées comme la connaissance d'un expert dans tous les domaines d'application similaire. La règle floue est représentée par une séquence de la forme si alors, conduisant à des algorithmes décrivant l'action ou la sortie à prendre en termes d'informations actuellement observées à la fois en entrée et en retour si un système de contrôle en boucle fermée est appliqué. La loi de concevoir ou construire un ensemble de règles floues repose sur les connaissances ou l'expérience de l'être humain, qui dépend de chaque application réelle. La description de la commande se fait par l'intermédiaire de ces règles qui ont la forme suivante:

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } x_2 \text{ est } A_2 \text{ alors } y \text{ est } B$$

Où

x_1 , x_2 et y : sont les valeurs physiques caractéristiques du système.

A_1 , A_2 et B : sont les termes linguistiques.

III.5.3. Inférence

Les inférences joignent les entrées et les variables de sortie par des règles linguistiques. Donc, à partir de la base des règles données par l'expert et des sous-ensembles flous correspondants à la fuzzification des entrées, le mécanisme d'inférence calcule le sous ensemble flou relatif à la commande du système: Si prémisse Alors conclusion. Où la prémisse est un ensemble de conditions liées entre elles par des opérateurs flous.

III.5.4. Défuzzification

Consiste à transformer la variable linguistique définie par le mécanisme d'inférence en une valeur de commande précise et réelle (non floue). Parmi les méthodes utilisées pour réaliser cette opération, on peut citer:

- La méthode du centre de gravité.

- La méthode de la moyenne des centres.
- La méthode de la valeur maximale.
- Le premier des maximas.

III.6. Différents types de la commande à base de la logique floue

Dans notre travail, nous allons utiliser deux types de la commande floue: le type Mamdani et le type adaptatif et on va faire réunion de ces deux types pour appliquer sur les systèmes de glucose-insuline.

III.6.1. Commande floue de type Mamdani

Dans un système flou de Mamdani les règles sont de type:

$$R_{(i,j,k)} : \text{Si } x \text{ est } A_i \text{ et } y \text{ est } B_j \text{ alors } z \text{ est } C_k$$

Dans lequel A_i , B_j et C_k montrent des termes linguistiques auxquels est donnée une signification floue que l'on suppose normalisée. Pour des entrées numériques précises, x_0 et y_0 , un sous-ensemble flou de sortie noté F est conçu selon la relation:

$$\mu_F(z) = \max_{(i,j,k) \in I} \min(\mu_{A_i}(x_0), \mu_{B_j}(y_0), \mu_{C_k}(z)) \quad (3.9)$$

μ est la fonction d'appartenance.

$\max_{(i,j) \in I}$: correspond à l'application d'opération max sur l'ensemble des règles actives. La valeur numérique de sortie délivrée par le système flou est obtenue par défuzzification, généralement implantée par la méthode du centre de gravité :

$$z = \frac{\int z \mu_F(z) dz}{\int \mu_F(z) dz} \quad (3.10)$$

La prémisse de ce type de systèmes flous et la conclusion sont floues. Après l'inférence, le résultat est un ensemble flou caractérisé par sa fonction d'appartenance. Afin de prendre la valeur réelle de la commande à appliquer il faut passer par une étape de « défuzzification ». Les règles de la commande floue « Si-Alors » sont obtenues à partir de l'expertise d'un opérateur.

III.6.2. Commande floue adaptative

La commande floue adaptative se compose d'un régulateur flou adaptatif. La conception principale de la commande adaptative floue est d'utiliser les systèmes flous pour rapprocher les comportements non linéaires inconnus des systèmes non linéaires et d'appliquer les techniques bien développées de la commande adaptative. Dans les régulateurs adaptatifs flous

directs les paramètres des régulateurs sont changés en ligne pour minimiser l'erreur entre le modèle de référence et le système réel.

La différence fondamentale entre un régulateur adaptatif flou et un régulateur adaptatif conventionnel est que le premier peut utiliser des données linguistiques. Les approches robustes doivent être adoptées pour la commande adaptative floue à cause des erreurs inhérentes d'approximation des systèmes flous approchant les fonctions non linéaires originales.

III.7. Stabilité et robustesse d'un contrôleur flou

III.7.1. Stabilité

L'analyse de la stabilité nécessite une modélisation floue du système bouclé. Cependant, si une caractérisation mathématique du processus à commander existe, le contrôleur flou étant, en général, un contrôleur non linéaire, certains résultats de la théorie des systèmes non linéaires peuvent être utilisés. On distingue alors deux approches:

- *La méthode de Lyapunov* : cette méthode permet d'affirmer la stabilité asymptotique d'un état d'équilibre si une fonction de Lyapunov $V(x,t)$ définie positive dont la dérivée $\frac{dV(x,t)}{dt}$ est définie négative existe.
- *L'approche entrée sortie*: cette approche permet d'affirmer la stabilité d'un système si la sortie de celui-ci, en réponse à une entrée bornée, est elle-même bornée.

III.7.2. La robustesse

La robustesse, bien que maintes fois notée, n'a aucune démonstration rigoureuse. Son explication est de rechercher l'aspect non linéaire de cette commande qui peut apparaître comme un contrôleur de type adaptative avec des gains variables ou préprogrammés, en fonction du point de fonctionnement.

III.8. Conception du contrôleur par la logique floue (FLC) du diabète

Dans le domaine de la théorie du contrôle, la logique floue est apparue comme un outil puissant pour comprendre des connaissances d'experts sur les systèmes dans la conception des contrôleurs. En particulier, l'aptitude de synthétiser des connaissances d'experts dans le cadre de la logique floue a suscité beaucoup d'attention dans différents domaines de l'ingénierie.

Dans ce chapitre, un algorithme de contrôle sera développé pour incorporer et formaliser les connaissances d'experts sur le traitement du diabète en utilisant un contrôleur à logique floue. Ce contrôleur devrait être compétent de réguler le niveau de glucose (BG) pour les patients

diabétiques. Le système de glucose-insuline en boucle fermée est illustré dans la figure suivante.

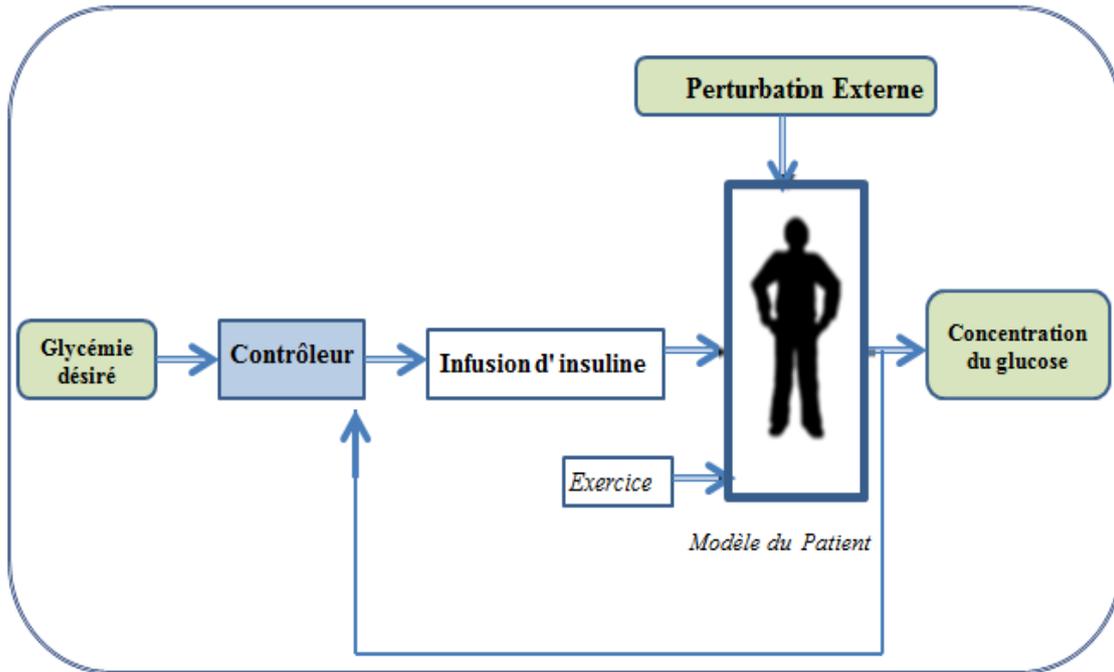


Fig.III.3: Schéma fonctionnel du système de glucose-insuline en boucle fermée.

Les systèmes de contrôle flous permettent de contrôler extrêmement précis l'injection d'insuline. Le système de contrôle en boucle fermée avec le contrôleur flou (FLC) proposé est illustré dans la figure III.4. Sachant que e représente l'erreur entre la sortie du glucose et sa référence.

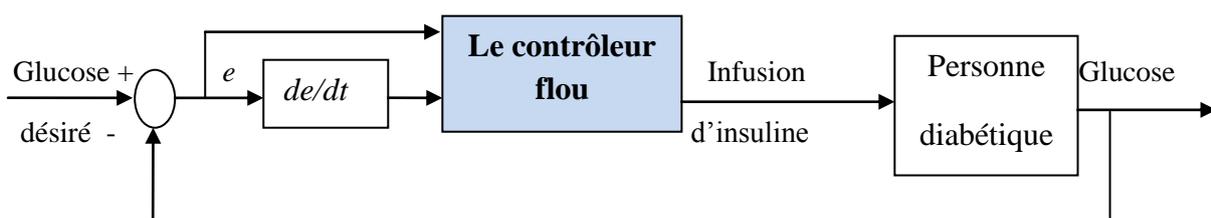


Fig.III.4: Contrôleur flou pour l'infusion d'insuline chez une personne diabétique.

III.9. Synthèse d'un contrôleur flou pour le modèle de long terme (Magdeleine)

Ce contrôleur doit être capable de réguler le niveau de glucose du sang (glycémie) lorsque le patient diabétique jeûne, et quand ce patient est soumis à une perturbation du repas mixte.

III.9.1. Synthèse du contrôleur

Le contrôleur de type Mamdani flou est structuré avec deux entrées et une variable de sortie.

Les variables d'entrée:

- L'erreur de glycémie $e(t) = G(t) - G_d$
- Le dérivé $\dot{e}(t) = \frac{G(t)}{dt}$

- La variable de sortie est: l'infusion d'insuline $u(t)$.

L'algorithme de contrôle a été développé pour formaliser les connaissances spécialisées sur le traitement du diabète à l'aide d'un contrôleur de logique floue. Ce contrôleur doit être capable de réguler le niveau de glucose sanguin (glycémie) lorsque le patient diabétique est soumis à une perturbation externe (les repas).

Les caractéristiques des variables d'entrée et de sortie sont montrées dans les tableaux au-dessous. Les types de fonctions d'appartenance appliquées dans la conception sont des fonctions d'appartenance triangulaires choisies pour des raisons de simplicité. Ces fonctions d'appartenance ont été sélectionnées en fonction de la classification floue des variables d'entrée et de sortie. Les fonctions d'appartenance d'entrées sont représentées respectivement dans les tableaux III.1 et III.2 comme suit.

Tableau III.1. Caractéristiques des variables d'entrée $e(t)$.

Les variables d'entrée	L'intervalle de variation	Les fonctions d'appartenance d'entrée				
		$e(t) = G(t) - G_d$ mg/dl	[-70 300]	Négative Moyen	Négative Petit	Normale

Tableau III.2. Caractéristiques des variables d'entrée $\frac{de(t)}{dt}$.

Les variables d'entrée	L'intervalle de variation	Les fonctions d'appartenance d'entrée		
		$\frac{de(t)}{dt}$ mg/dl/min	[-3 3]	Négative

Les fonctions d'appartenance de la sortie sont représentées dans le tableau III.3.

Tableau III.3. Caractéristiques des variables de sortie $u(t)$.

Les variables de sortie	L'intervalle de variation	Les fonctions d'appartenance de la sortie				
		$u(t)$ U/dl	[-1 3]	Négative Moyen	Négative Petit	Zéro

Les ensembles flous de variables sont déterminés par: Négatif Moyen (NM), Négatif Petit (NP), Normal (N), Positif Petit (PP), Positif Moyen (PM), Zéro (Z) et Positif (P), Négatif (NEG).

Par la définition des ensembles flous d'entrée et de sortie, un total de 15 règles si alors (IF-THEN) ont été définies. Ces règles étaient de type AND (minimum). La sortie (méthode de défuzzification) est calculée par la méthode centre de gravité (CENTROID). Les règles linguistiques sont détaillées dans le tableau III.4.

Tableau III 4. Règles floues linguistiques.

$e(t)$	$de(t)/dt$		
	Négative	Zéro	Positive
NM	PP	PP	PM
NP	Z	PP	PM
N	Z	Z	PP
PP	Z	Z	Z
PM	PP	PP	PM

Les règles linguistiques peuvent également être écrites sous une autre forme, comme détaillé ci-dessous, par exemple:

- Si ($e(t)$ est NM) et ($de(t)/dt$ est Négative) alors (le taux d'infusion d'insuline est : Positif Petit: PP).
- Si ($e(t)$ est NP) et ($de(t)/dt$ est Zéro) alors (le taux d'infusion d'insuline est Positif Petit: PP).
- Si ($e(t)$ est NM) et ($de(t)/dt$ est Positive) alors (le taux d'infusion d'insuline est : Positif Moyen: PM).

La relation entre la concentration de glycémie $G(t)$ et le dérivé $\dot{e}(t)$ est résumé dans le tableau III.5 ci-dessous.

Une modélisation de l'évolution d'un modèle du patient diabétique qui est une représentation précis du fonctionnement des patients est nécessaire pour concevoir le contrôleur flou, et après avoir conçu le contrôleur flou, on va le connecter au système de glucose d'insuline en boucle fermée, puis on utilise la simulation en Matlab comme indiqué dans la figure III.5.

Tableau III.5. Caractéristiques des différents états des patients.

Les états des patients	$\dot{e}(t) < 0$ et $G(t)$ diminue	$\dot{e}(t) = 0$ et $G(t)$ constant	$\dot{e}(t) > 0$ et $G(t)$ augmente
<i>Hypoglycémie forte</i>	-1	-0.8	-0.5
<i>Hypoglycémie faible</i>	-0.8	-0.5	-0.3
<i>Normale</i>	-0.3	0	+0.1
<i>Hyperglycémie faible</i>	+0.2	+0.5	+0.7
<i>Hyperglycémie forte</i>	+0.3	+0.8	+1

La figure III.5 montre l'apparence de base d'un réglage par la logique floue du système de glucose-insuline du modèle de long terme de Magdeleine, qui comporte deux blocs principaux: le bloc du contrôleur et le bloc du modèle du patient diabétique.

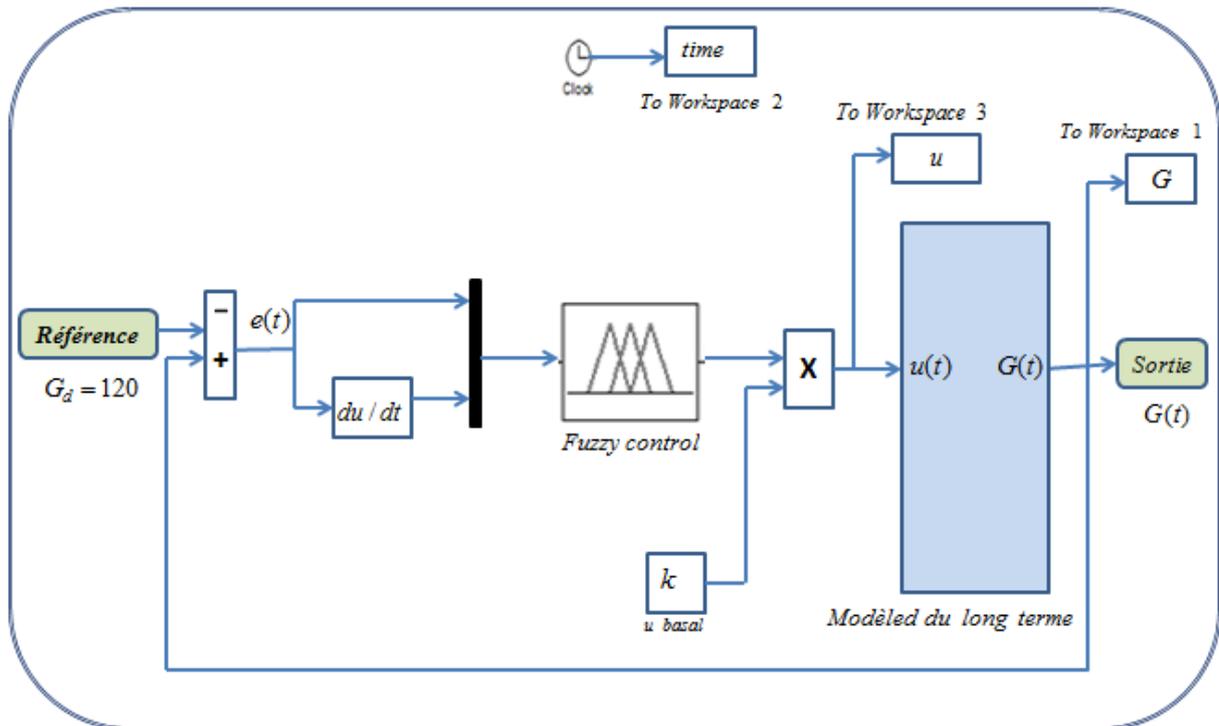


Fig. III.5: Contrôleur flou pour le modèle de long terme de Magdeleine.

Dans la partie du contrôleur du modèle de long terme de Magdeleine, on a ajouté un gain adaptatif K de la commande floue. Ce gain adaptatif peut être choisi par cette formule: $K = u_b \times 0.035$, avec u_b est le débit basal. En pratique, ce gain permettant de calculer l'entrée globale du modèle de diabète traité dans cette section. Ainsi, on a utilisé une commande à gain adaptatif. Le système du modèle de diabète du long terme de Magdeleine utilisé dans

cette simulation est donné en détail dans la figure III.6. Toutes les paramètres du modèle: T_u , k_{si} , $th1 = \theta_{lb}$, et $I(t)$, $G(t)$) sont expliqués et données dans les chapitres précédentes (chapitre I et II).

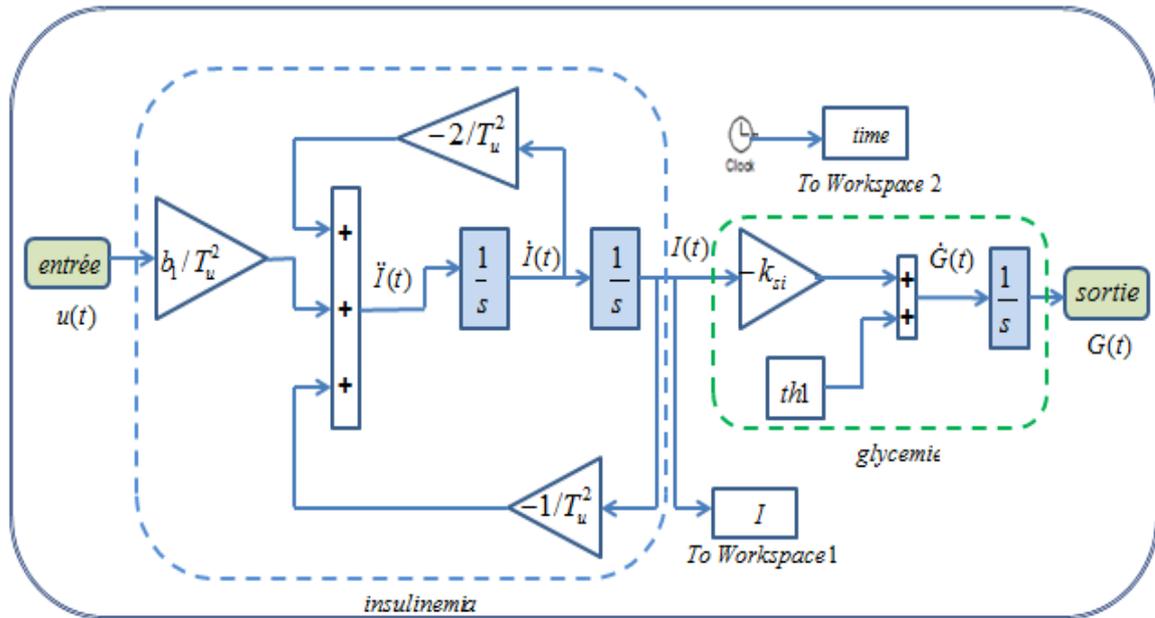
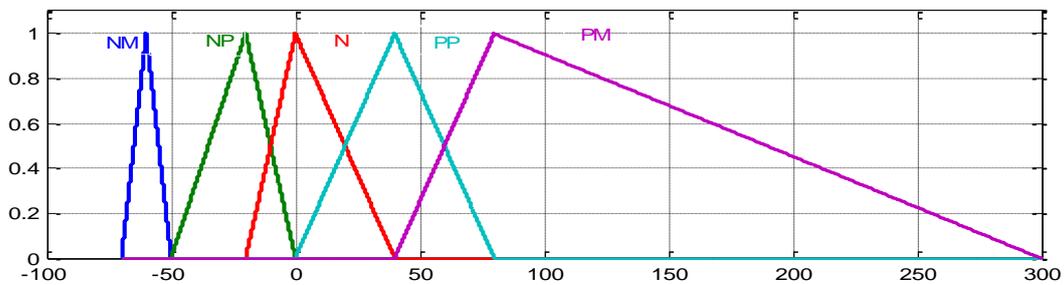
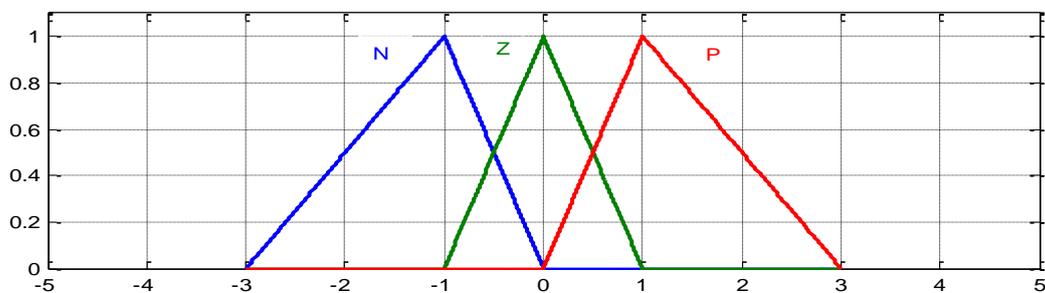


Fig. III.6: Modèle de long terme de Magdeleine.

Les fonctions d'appartenance d'entrée et de sortie sont représentées respectivement dans les figures (III.7, III.8) comme suit



(a)



(b)

Fig. III.7: (a) (b): Fonctions d'appartenance des entrées du bloc du contrôleur flou pour le modèle de long terme de Magdeleine; (a): $e(t)$, (b): $\dot{e}(t)$.

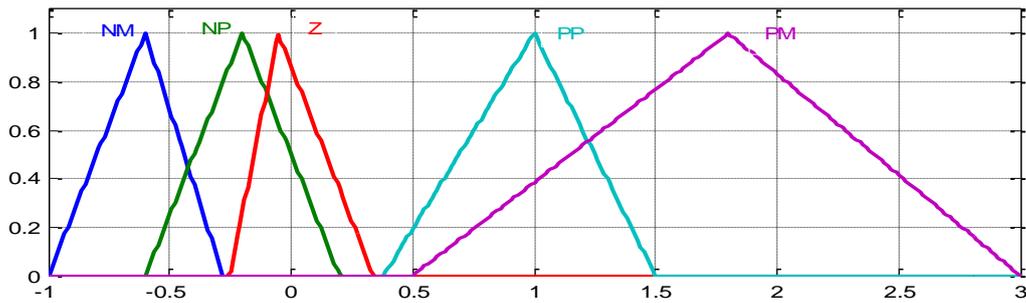


Fig. III.8: Fonction d'appartenance de la sortie du bloc du contrôleur flou pour le modèle de long terme de Magdeleine.

III.10. Contrôleur flou pour le modèle de Bergman

Il existe plusieurs algorithmes pour réguler la glycémie décrite suivant plusieurs modèles, comme le modèle de Bolie et de Hovorka. L'un des contrôleurs est le contrôleur PID, MPC et MRAC. Dans 2006, le chercheur Wahab a utilisé une technique de contrôle basée sur le contrôleur adaptatif à modèle de référence sur le modèle de Bolie. Aussi le contrôle prédictif du MPC, dans lequel Hovorka en 2004 a utilisé le modèle de Hovorka et l'approche MPC pour réguler la glycémie. Cette section attribue la conception du contrôleur flou pour l'un des plus applicables modèles dans les recherches, c'est le modèle de Bergman.

III.10.1. Synthèse du contrôleur

D'une même manière de modèle de long terme de Magdeleine, le contrôleur est conçu avec une structure floue de type Mamdani, utilisant deux variables d'entrée et une variable de sortie. Les variables d'entrée sont l'erreur et le dérivé de celle-ci; la variable de sortie est le taux d'infusion d'insuline. Par la définition de la sortie, un total des règles si alors ont été définies. Les formes des fonctions d'appartenance des entrées et des sorties sont présentées sur la figure III.11 (a, b et c). Les règles de base de règles floues sont résumées dans les tableaux III.6, III.7 et III.8.

Tableau III 6. Caractéristiques des variables d'entrée $e(t)$

Les variables d'entrée	L'intervalle de variation	Les fonctions d'appartenance d'entrée						
		Négative très grand	Négative grand	Négative Moyen	Négative Petit	Négative très Petit	Zéro	Positive Petit
$e(t) = G(t) - G_d$ mg/dl	[-250 50]							

Tableau III.7. Caractéristiques des variables d'entrée $de(t)/dt$.

Les variables d'entrée	L'intervalle de variation	Les fonctions d'appartenance d'entrée						
		$de(t)/dt$ mg/dl/ min	[-14 4]	Négative Grand	Négative Moyen	Négative Petit	Zéro	Positive Petit

Tableau III.8. Caractéristiques des variables de sortie $u(t)$.

Les variables de sortie	L'intervalle de variation	Les fonctions d'appartenance de la sortie						
		$u(t)$ U/dl	[0 300]	Négative Petit	Zéro	Positive très Petit	Positive Petit	Positive Moyen

Les règles linguistiques sont détaillées dans le tableau III.9.

Tableau III.9. Règles linguistiques.

	$de(t)/dt$						
$e(t)$	NG	NM	NP	Zéro	PP	PM	PG
NTG	PTG	PTG	PTG	PG	PG	PM	PM
NG	PG	PG	PG	PM	PM	PM	PP
NM	PG	PG	PG	PM	PP	PP	PTP
NP	PG	PG	PG	PTP	PTP	PTP	Zero
NTP	PM	PM	PTP	Zéro	Zéro	Zéro	NP
Zéro	PP	PTP	PTP	NP	NP	NP	NP
PP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP

Les ensembles flous de variables sont déterminés par: Négatif Très Grand (NTG), Négatif Grand (NG), Négatif Moyen (NM), Négatif Petit (NP), Négatif Très Petit (NTP), Positif Très Petit (PTP), Positif Petit (PP), Positif Moyen (PM), Positif Grand (PG), Positif Très Grand (PTG), Zéro (Z).

En utilisant le modèle mathématique adopté pour toutes les stratégies de contrôle, et qui est bien connu proposé par Bergman et al [Fur -85], [Fis-91], [Oll-89]. Le choix était basé sur la simplicité du modèle et sa description précise de la dynamique non linéaire de glucose-insuline l'interaction chez les patients diabétiques. De plus, le nombre minimum de

paramètres pertinents au modèle rend la compréhension et l'analyse extrêmement simple en dépit de sa nature non linéaire. Le modèle a été adopté par de nombreux auteurs et il est décrit dans les chapitres I et II.

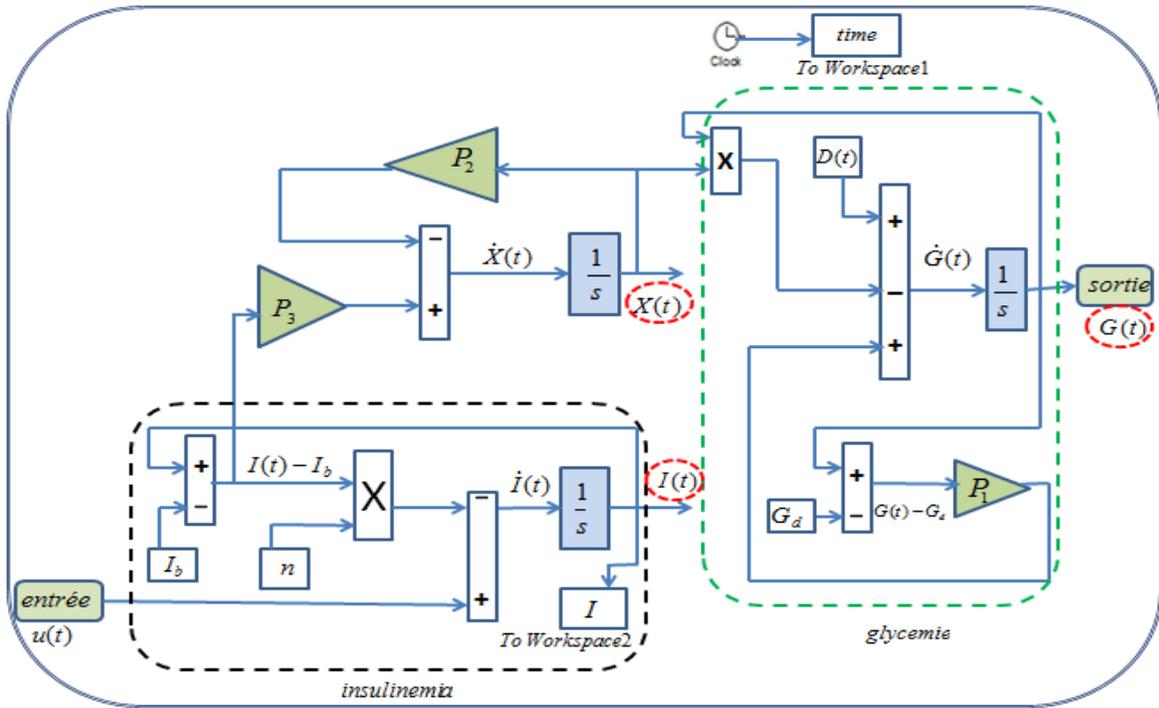


Fig. III.9: Modèle de Bergman.

Un contrôleur de la logique floue (FLC) a été conçu sur le modèle de Madmani, et il est montré à la figure III.10. La figure illustre le schéma fonctionnel d'un système de commande par la logique floue générale pour la régulation du taux de glucose du sang chez les patients diabétiques.

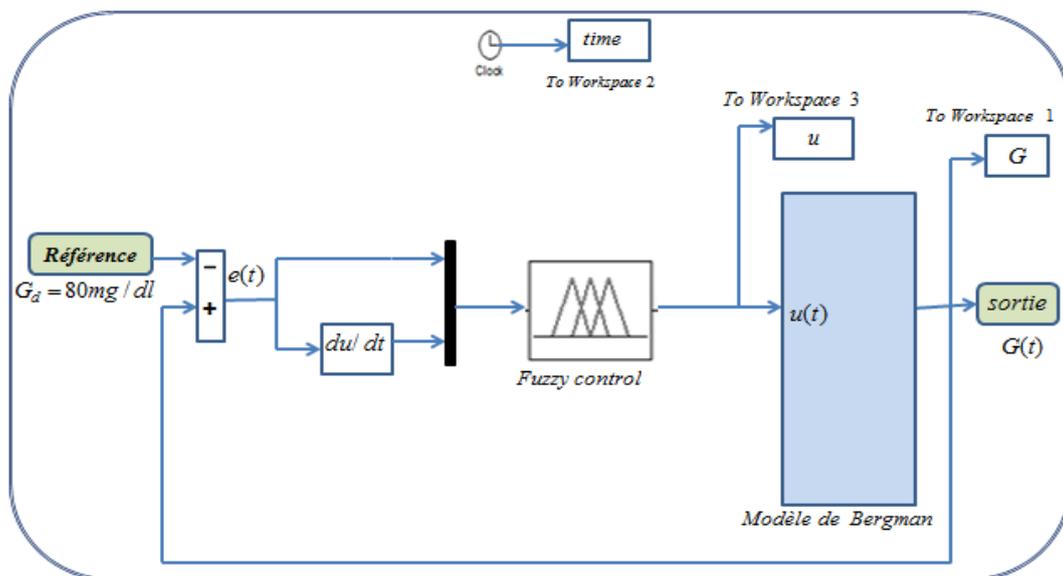


Fig. III.10: Contrôleur flou pour le modèle de Bergman.

Les fonctions d'appartenance d'entrées et de sortie sont représentées respectivement dans les figures suivantes.

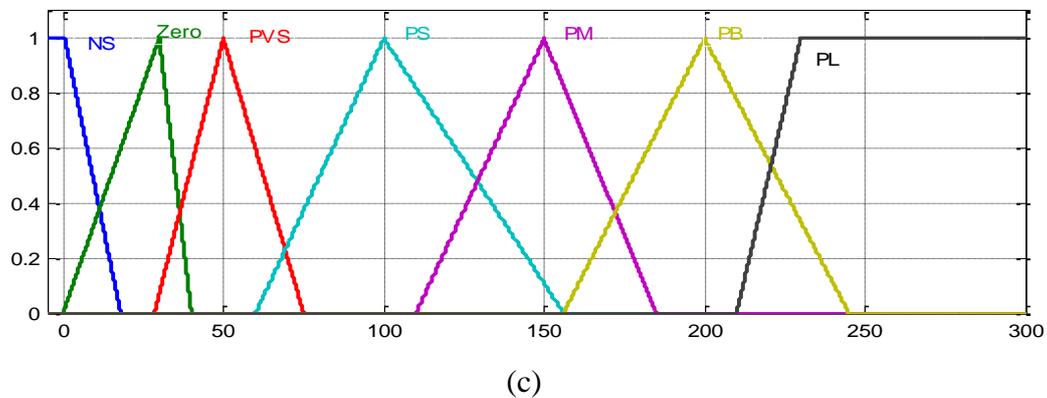
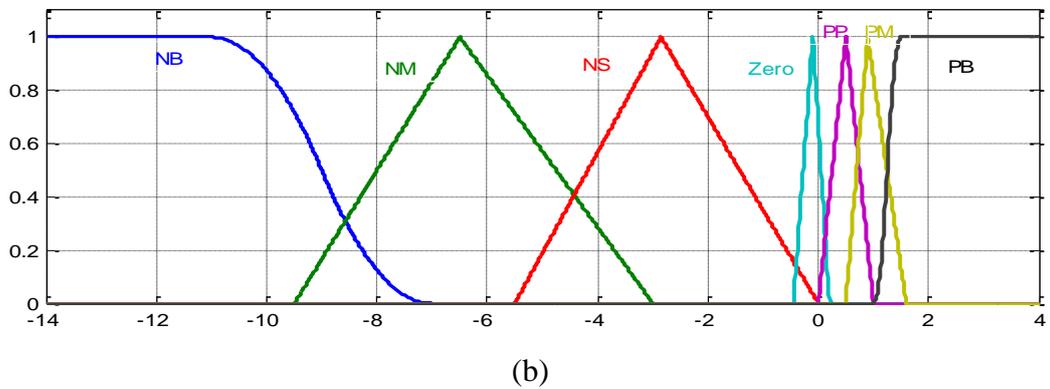
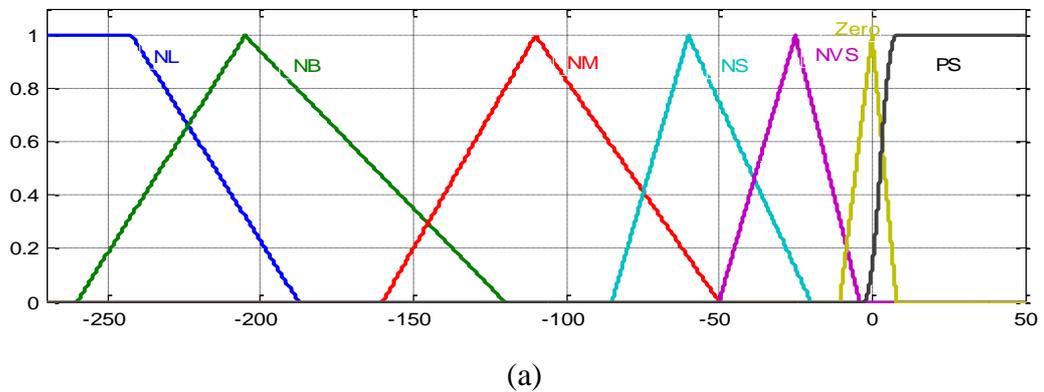


Fig. III.11: (a) (b): Fonctions d'appartenance des entrées; (a): $e(t)$, (b): $\dot{e}(t)$, et (c): la fonction d'appartenance de la sortie du contrôleur flou pour le modèle de Bergman.

Il est utile d'indiquer qu'on a une nécessité d'insérer un gain adaptatif dans le contrôleur du modèle de Bergman pour atteindre une commande convenable et positive, cette commande est l'entrée du système de diabète. ce gain adaptatif est peut être choisi par: $K = 0.06$.

III.11. Simulation numérique et discussion

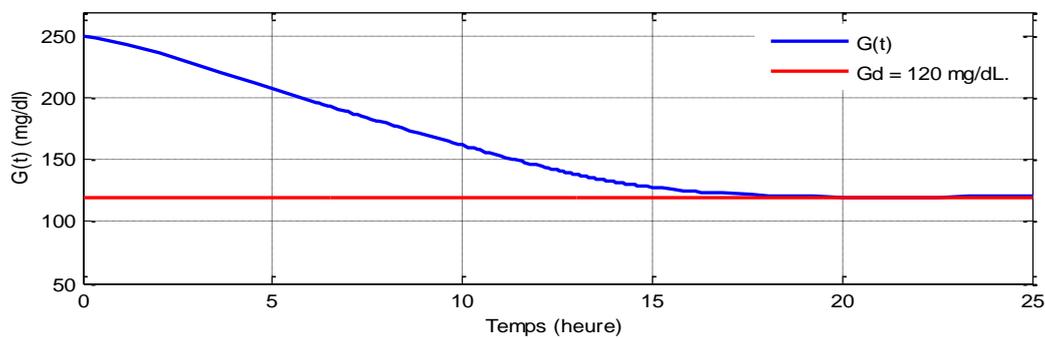
Dans cette section, le contrôle du niveau de glucose des patients diabétiques utilisant un contrôleur flou a été simulé dans Matlab / Simulink.

Le contrôleur est appliqué sur deux modèles de glucose discuté dans le chapitre I.

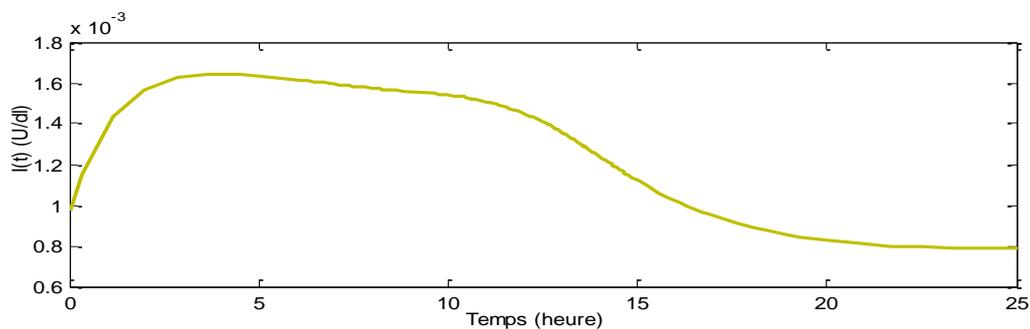
III.11.1. Résultats de simulation du modèle de long terme

Les résultats expérimentaux montrent que la méthode de la logique floue a de bonnes performances, comme la montre les courbes de concentration de glucose suivants:

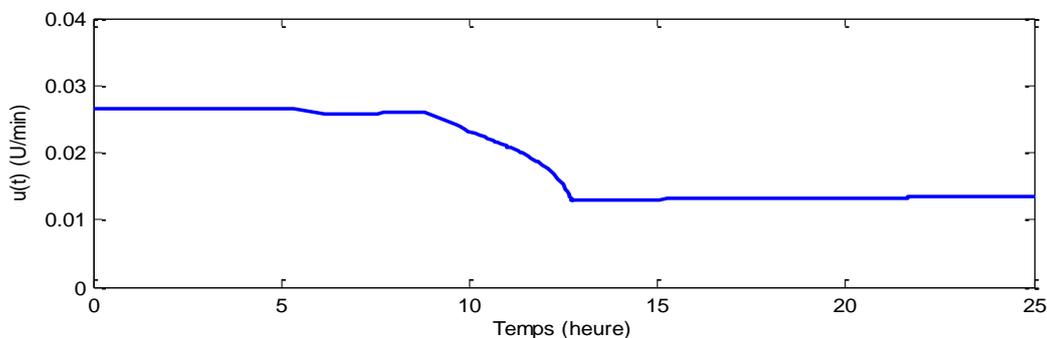
Patient IF_2 :



(a)



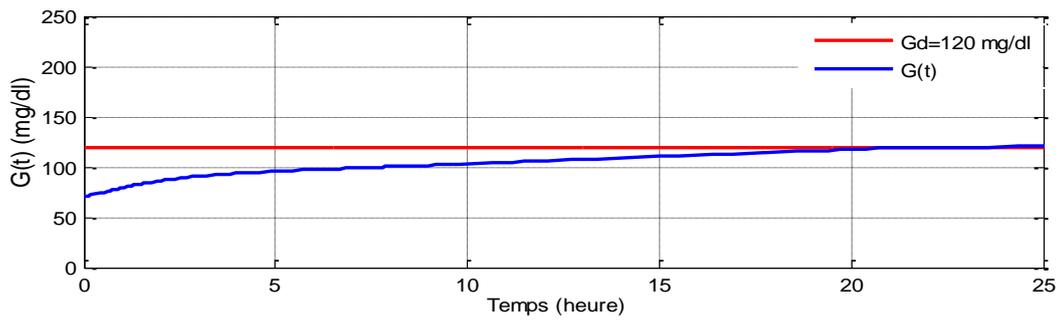
(b)



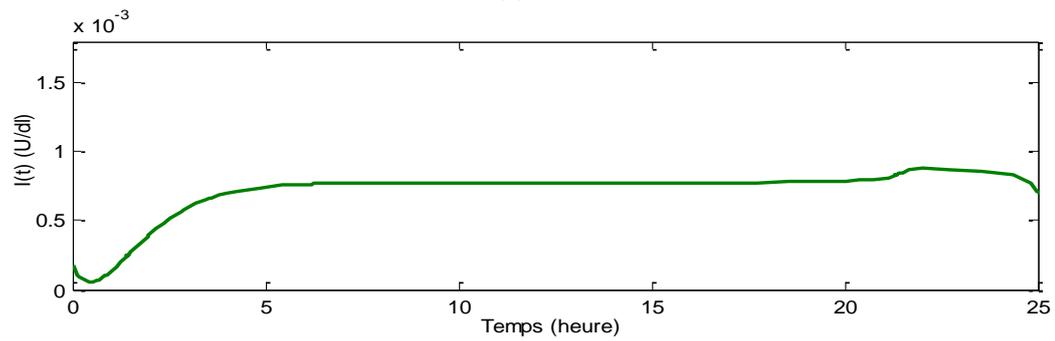
(c)

Fig .III.12: Réponse glycémique de IF_2 sous FLC. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie I . (c): Le contrôle $u(t)$.

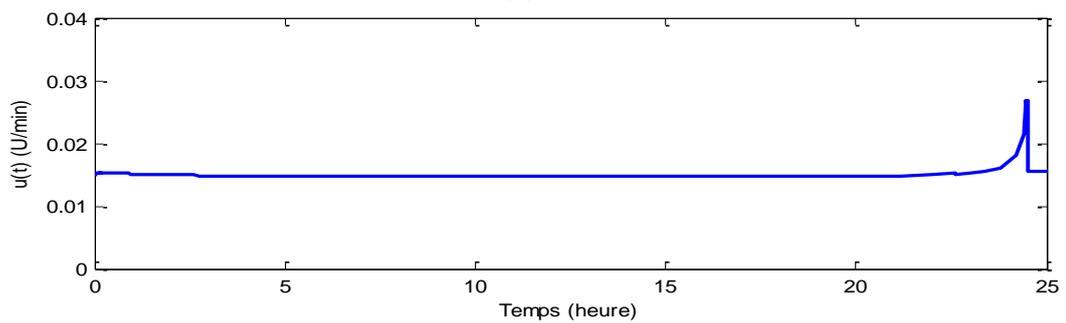
Patient BE :



(a)



(b)



(c)

Fig. III.13: Réponse glycémique de BE sous FLC. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie I . (c): Le contrôle $u(t)$.

Patient IF_3 :

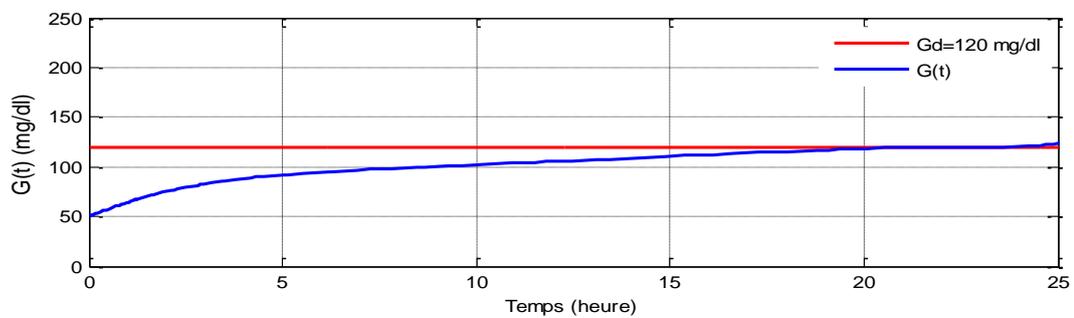


Fig. III.14: Réponse glycémique de IF_3 sous FLC: Le comportement de la glycémie.

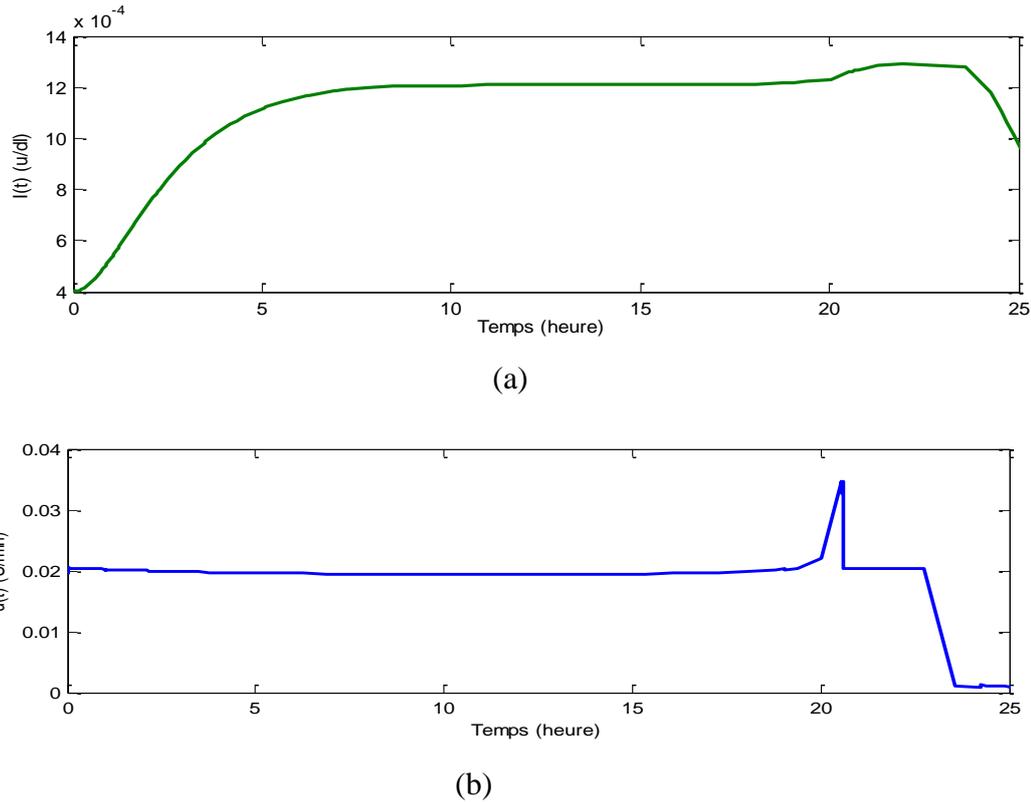


Fig. III.15: Patient IF_3 sous FLC. (a): L'insulinémie I . (b): Le contrôle $u(t)$.

III.11.2. Discussion des résultats du modèle de long terme

La simulation du patient IF_2 commence par une condition initial d'hyperglycémie $G(0) = 250 \text{ mg/dL}$ et $I(0) = 9.7 \times 10^{-4} \text{ U/dL}$, $\dot{I}(0) = 0.1 \times 10^{-4} \text{ U/(dL min)}$, la figure III.12 (a) illustre la réponse glycémique. Le contrôle $u(t)$ est positif tout le temps comme illustré dans le panneau (c) de la figure III.12. La figure III.12 (b) illustre l'insulinémie. Il est important de noter que le choix du gain adaptatif K ajouté au niveau de bloc de la commande indique une réponse glycémique plus rapide suivie la référence désiré de glycémie $G_d = 120 \text{ mg/dL}$.

Les simulations que nous présenterons dans ce deuxième test est effectué sur le patient BE avec $G(0) = 70 \text{ mg/dL}$ et $\dot{I}(0) = -0.1 \times 10^{-4} \text{ U/(dL min)}$ et $I(0) = 1.75 \times 10^{-4} \text{ U/dL}$, ces résultats graphiques visent à évaluer l'évolution des caractéristiques dynamiques du patient: la glycémie dans la figure III.13 (a), l'insulinémie et l'injection d'insuline (le contrôle) respectivement sur la figure (III.13 (b) et III.13 (c)). On constate que la glycémie obtenue avec le régulateur flou établit à sa valeur désiré sans grand dépassement.

Pour le patient IF_3 , le test commence par une hypoglycémie $G(0) = 50 \text{ mg/dL}$ et $\dot{I}(0) = 0 \text{ U/(dL min)}$ et $I(0) = 4 \times 10^{-4} \text{ U/dL}$ comme illustré dans la figure III.14 et la figure III.15 (a, b). Dans ce cas, le contrôleur commande le taux d'insuline. Finalement, quand $G_d = 120 \text{ mg/dL}$, l'insuline injectée est le taux qui maintient l'équilibre. $u = 0.012 \text{ U/min}$. L'application de la loi de commande floue pour le système de glucose-insuline dans des environnements différents: d'hyperglycémie et de hypoglycémie, permet d'obtenir les performances montrés sur les figures (III.12 (a, b, c), III.13 (a, b, c), III.14, III.15 (a, b)) qui représentent respectivement les profils des caractéristiques des patients.

III.11.3. Résultats de simulation du modèle de Bergman

Pour la simulation, les paramètres du modèle de Bergman et les constantes sont adoptés à partir de [Fis-91] et ils sont donnés dans le tableau II.2 du chapitre II. Les mêmes valeurs numériques ont été utilisées dans les simulations de [Fur -85].

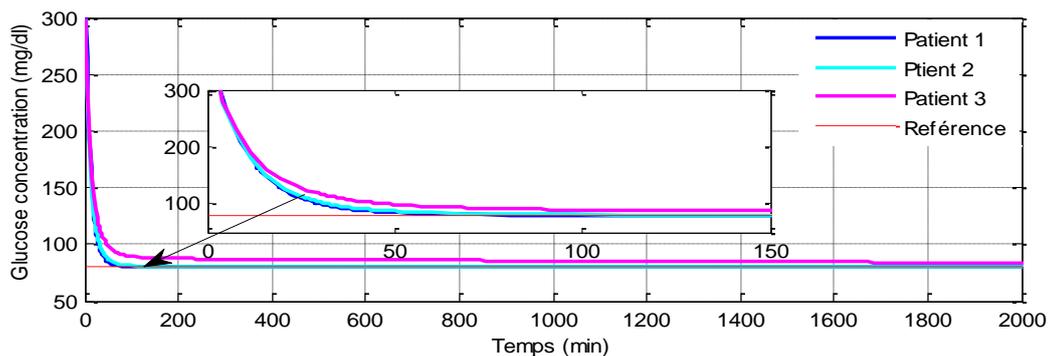


Fig. III.16: Concentration du glucose pour des personnes diabétiques pour une valeur initiale

$$G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg / dl)}.$$

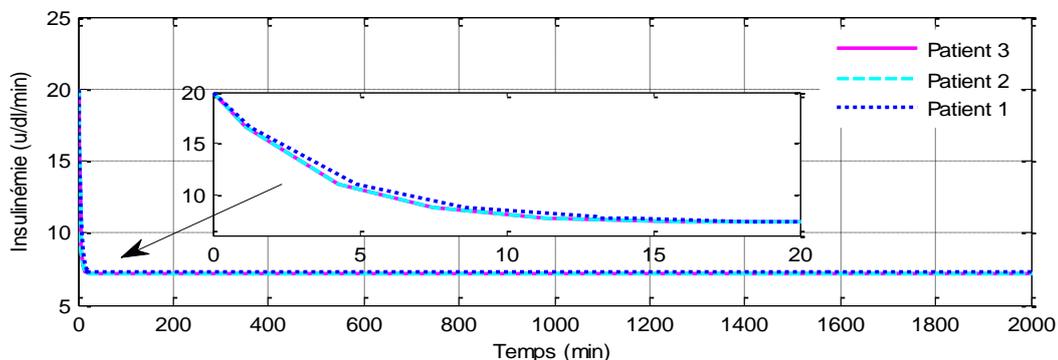


Fig. III.17: Sorties d'insulinémie pour des personnes diabétiques, simulation pour une valeur

$$\text{initiale } G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg / dl)}.$$

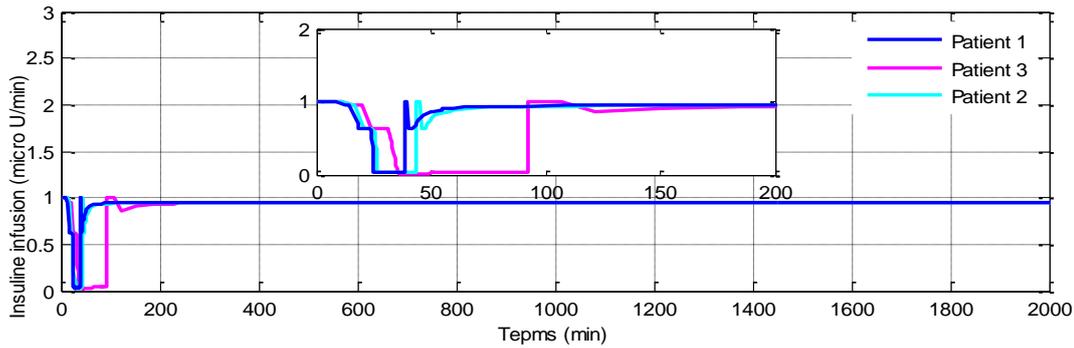


Fig. III.18: Infusion d'insuline pour des personnes diabétiques, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl).

III.11.4. Discussion des résultats de simulation du modèle de Bergman

Dans ce chapitre, un contrôleur flou a été conçu pour maintenir le niveau de glucose sanguin chez les patients diabétiques de type 1 dans un intervalle normal. Un comportement complet pour le système de la régulation de la glycémie illustrée sur les figures III.16 à III.18, et une représentation des résultats de simulation du modèle sont montrés et définis. Nous remarquons que la sortie du système suit convenablement la référence désirée de la glycémie $G_d = 80$ mg/dL et que l'erreur de la poursuite converge vers zéro. La robustesse de ce contrôleur a été testée par trois patients diabétiques avec différents paramètres comme l'illustre les figures III.16 et III.17. Le contrôleur flou pourrait réduire le taux de glucose du sang de chaque patient diabétique dans un temps de stabilisation approprié.

III.11.5. Etude comparative

En comparant les résultats de ce type de contrôleur flou avec les résultats de simulation du contrôleur à modèle de référence du chapitre II, on observe que la méthode adoptée dans ce chapitre donne une bonne poursuite de la trajectoire avec un temps de convergence plus rapide que le contrôleur à modèle de référence. La commande obtenue est lisse (la figure III.18) mais elle est approximativement similaire à la commande par DMRAC avec et sans contraintes. On remarque une bonne convergence des sorties des systèmes vers leurs références pour les deux modèles de glycémie. L'étude comparative entre le contrôleur flou et la commande DMRAC avec contraintes pour deux patients du modèle de Bergman avec une valeur initiale $G(0) = 300$ mg/dL est présentée sur la figure III.19. Cette figure permet d'illustrer les performances du contrôleur flou dans un même environnement que la commande DMRAC avec contraintes. La comparaison entre la concentration du glucose effectuée par le contrôleur flou et la commande à base des règles MIT avec une valeur initiale

$G(0) = 300$ (mg/dl) est donnée dans la figure III.20. Aussi, une autre comparaison entre les courbes du glucose qui sont réalisées sous contrôleur flou et le contrôleur DMRAC sans contraintes est donnée sur la figure II.21.

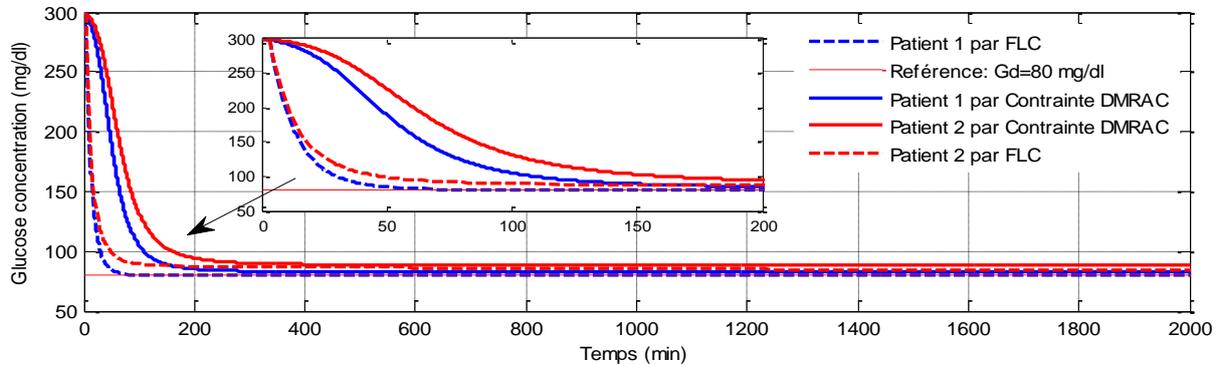


Fig. III.19: Simulation de la concentration du glucose sous contrôleur flou et sous contrôleur DMRAC avec contraintes pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl).

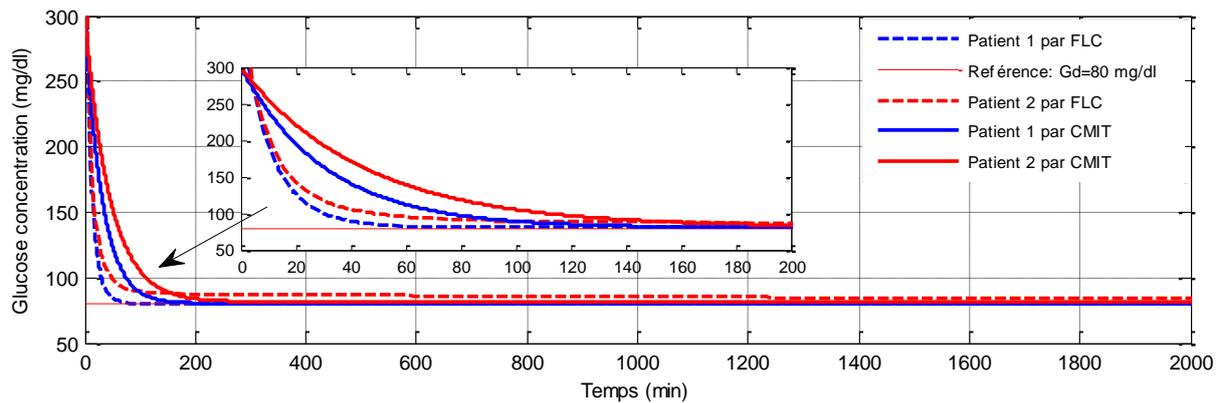


Fig. III.20: Simulation de la concentration du glucose sous contrôleur flou et sous contrôleur à base des règles MIT pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl).

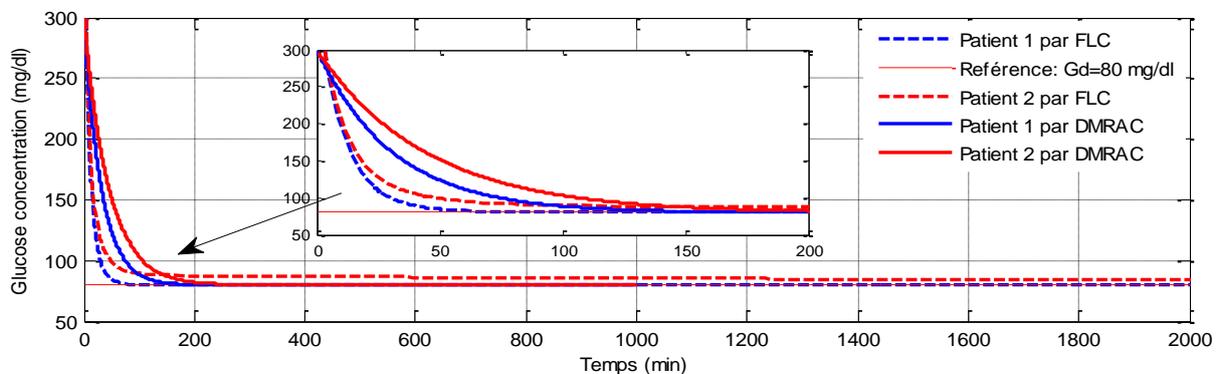


Fig. III.21: Simulation de la concentration du glucose sous contrôleur flou et sous contrôleur DMRAC pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl).

III.12. Conclusion

Comme une structure de commande intéressante et avantageuse, la commande floue avec son aptitude de contrôle des processus physiologiques complexes sans avoir recours à la modélisation complète était l'outil traité dans ce troisième chapitre, pendant lequel on a présenté le principe de la logique floue, les bases de cette technique. Après on a donné une description du contrôleur flou pour réaliser une application sur l'un des plus importants processus physiologiques qui est le système de glucose d'insuline. Cette application est subdivisée en deux types de modèles: le modèle de Bergman et le modèle de Magdeleine, afin de régler la concentration du glucose de sang. Cette technique de commande est réalisé pour la première fois sur ce dernier modèle à long terme qui est récemment développé, il est homogène avec la vie réelle et avec des données cliniques. Les résultats de simulation obtenus sur les différents patients montrent que cette commande présente des bonnes performances en présence des perturbations et la robustesse de ce contrôleur vis-à-vis de la variation paramétrique d'un patient à l'autre. Au niveau de ce chapitre nous avons discuté comment adapter les gains flous par une technique mathématique telle que nous avons assuré la stabilité globale de commande.

Chapitre IV

Nouvelle approche de contrôle par mode glissant positif des systèmes physiologiques

IV.1. Introduction

Ce chapitre est consacré au développement des lois de commandes par mode glissant pour les systèmes non linéaires complexes notamment les systèmes physiologiques (système de glycémie-insulinémie). L'idée principale de ce chapitre est de trouver et de réaliser un contrôle par mode glissant (SMC) positif pour la régulation de la glycémie. Cette commande est conçue pour être positive sans saturation. On utilise deux modèles différents pour le système de glycémie-insulinémie: le modèle le plus récent développé, c'est le modèle de long terme de Magdeleine, ensuite le modèle le plus utilisé dans la littérature, qui est le modèle de Bergman.

Notre première idée est de faire la lumière sur le plus grand ensemble d'invariants positifs (PIS) pour le système de glycémie-insulinémie du modèle de long terme. Cet ensemble est obtenu en boucle ouverte et fermée du sous-système de l'insulinémie. L'existence d'un contrôle par mode glissant (SMC) positif pour la régulation de la glycémie est montrée ici pour la première fois. Les conditions nécessaires pour concevoir la surface de glissement et le gain de discontinuité sont obtenues pour garantir un SMC positif pour la dynamique de l'insuline. Le SMC est conçu pour être positif partout dans le plus grand PIS en boucle fermée du système d'insuline du plasma. Le SMC est employé en deux étapes; le dernier bloc SMC2 utilise l'erreur de la glycémie pour concevoir la trajectoire d'insuline désirée, ensuite, l'état de l'insuline plasmatique est forcée de suivre la référence via SMC1. La trajectoire d'insuline désirée résultante est l'entrée de commande virtuelle requise du système de glycémie pour éliminer l'erreur de la glycémie (glucose du sang, BG: Blood Glucose). Le contrôle positif est testé *in silico* sur un modèle de patient diabétique de type 1 dérivé de données cliniques réelles, cette étude est incluse et donnée dans [Men-17a].

Le deuxième objectif est l'étude de la commande par mode glissant appliquée au système de glucose-insuline sur le modèle de Bergman [Men-17b], [Men-17c]. Cette partie de la thèse est consacrée à l'étude et l'analyse inhérente au SMC sur ce dernier modèle. On discute deux différents algorithmes où on conçoit un contrôleur basé sur l'algorithme de super

-twisting et un autre contrôleur basé sur l'algorithme de Quasi continu dans le but est de réguler le glucose du sang. Pour assurer que les entrées et les sorties du modèle de Bergman doivent être toujours positives, on utilise ces deux derniers algorithmes, et on exige des conditions et des limitations sur les variables d'état et les paramètres du modèle.

IV.2. Méthodologie

Concernant le modèle de long terme, le contrôle SMC à deux étages est conçu: SMC 1 et SMC 2. Le bloc SMC 2 utilise l'erreur de glycémie pour concevoir la trajectoire d'insuline désirée. Après, l'état d'insuline plasmatique est forcé de suivre cette référence via SMC 1. La variable de commutation de SMC 1 est le polynôme du premier ordre de l'erreur d'insuline. Le mode glissant de SMC 1 garantit le suivi des références d'insuline. La trajectoire d'insuline désirée qui en résulte est l'entrée de commande virtuelle requise du système de glycémie pour éliminer l'erreur de BG. Cette erreur est la variable de commutation de SMC 2. BG est dirigé vers le point de consigne normal pendant le mode de glissement de SMC 2. L'efficacité de cette nouvelle méthode est présentée *in silico* sur le nouveau modèle de la dynamique du glucose-insuline [Mag-15] et en s'appuyant sur des données cliniques. Ceci est en adéquation avec la littérature actuelle dont les résultats sont basés sur le modèle Bergman [Kav-15].

Pour le modèle de Bergman, on a traité deux types de commande par mode glissant, la première commande est d'ordre deux, elle est basée sur l'algorithme de super-twisting. Pour améliorer les résultats de simulation de la première commande, on utilise une autre méthode de commande par mode glissant d'ordre supérieure qui est basée sur l'algorithme Quasi continu. Pendant l'application de ces deux algorithmes sur le modèle de Bergman, on ajoute des conditions et des contraintes de limitation sur les variables d'états et les paramètres du modèle pour garantir que les entrées et les sorties soient toujours positives.

IV.3. Généralité sur l'approche du mode glissant

Durant les dernières décennies, les commandes par mode glissant (SMC) sont des mécanismes considérables [Utk-07], [Fri-08], [Boi-07], en raison de ses propriétés de la convergence rapide des erreurs en temps fini, aussi que sa robustesse vis-à-vis des incertitudes et des perturbations externes [Ham-03]. Ce type de commande définit une surface de glissement en fonction des états du système de manière qu'elle soit attractive. La commande globale se synthétise en deux termes: Le terme discontinue présent les concepts de base de la commande par mode glissant, il permet de faire approcher le système jusqu'à la surface de glissement, le terme continue permet de le maintenir et le faire glisser le long de celle-ci vers l'origine du plan de phase.

Toutes les apparences positives des commandes par mode glissant ne doivent pas masquer certains inconvénients, comme l'utilisation de la fonction signe dans la partie discontinue dans la loi de commande qui permet d'assurer le passage de la phase d'approche à celle du glissement. Ceci donne lieu au phénomène de broutement qui consiste en des variations brusques et rapides du signal de commande. Le second inconvénient présenté dans la plupart des cas est la nécessité d'avoir des informations précises sur l'évolution du système dans l'espace d'état et les bornes supérieures des incertitudes et des perturbations.

Dans les plus récentes années un major inconvénient est apparait dans la commande par mode glissant, elle est inconvenable pour les systèmes qui ont des variables d'états et d'entrée positives comme les systèmes complexe physiologiques.

IV.3.1. Synthèse de la loi de commande par modes glissants

La synthèse de la commande par modes glissants se fait en trois étapes:

- Calculer du degré relatif et le choix de la surface de glissement.
- Etablir la condition de convergence.
- Déterminer la loi de commande qui permet d'atteindre la surface et d'y demeurer.

IV.3.2. Choix de la surface de glissement

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante

$$\dot{x}^n = f(x) + g(x) u \quad (4.1)$$

Où $f(x)$ et $g(x)$ sont des fonctions non linéaires, $g(x)$ est supposée inversible. u est l'entrée du système et x est l'état du système.

Soit x_d est la consigne désirée et e est l'erreur de poursuite donnée par

$$e = x - x_d \quad (4.2)$$

La forme universelle de la surface de glissement est donnée en fonction de l'ordre du système, elle est donnée comme suit [Slo-91].

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{n-1} e(x) \quad (4.3)$$

Dans lequel, n : est le degré relatif du système par rapport à la sortie $y(t)$. Il indique le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $y(t)$ par rapport au temps, pour que l'entrée apparaitre.

Afin de synthétiser la loi de commande, on montre dans cette section la relation entre le degré relatif du système et le choix de la surface de glissement. Subséquemment, un régime

glissant d'ordre un existe sur la surface s si et seulement si le système est de degré relatif égal à un par rapport à $s(x,t)$, [Per-02], [Utk-77].

IV.3.3. Condition d'existence du mode glissant

Cette étape consiste à étudier la condition d'existence du mode glissant. Pour garantir l'attractivité de la surface $s(x)=0$, on considère une fonction de Lyapunov: $V = \frac{1}{2}s^2$ définie positive. Pour que la surface $s(x)=0$ soit attractive sur tout le domaine de fonctionnement, il faut satisfaire que la dérivée du V par rapport au temps soit négative. Ce qui donne par la condition d'attractivité $s\dot{s} < 0$.

IV.3.4. Principe de fonctionnement des modes glissants

- Le régime glissant d'ordre 1 est basé sur l'annulation de la surface de glissement $s(x)$.
- Un régime glissant d'ordre r agit sur la surface de glissement et ses $(r-1)$ premières dérivées successives.

IV.4. Mode glissant positif pour les systèmes linéaires de deuxième ordre

IV.4.1. Formulation du problème

Étant donné les systèmes linéaires de second ordre

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = (C_1 \quad C_2) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Où $x \in \mathbb{R}^2$, $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $B \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$. Le système dans cette représentation est contrôlable et observable. Avec a_0 , a_1 , b sont des constantes. $b > 0$, $a_0 > 0$. y_d est la référence souhaitée supposée constante.

Afin de trouver la commande SMC, les étapes suivantes devront être étudiées

- Trouver la surface de glissement telle que le système en boucle fermée soit stable.
- Trouver $k \in \mathbb{R}$ et $\lambda > 0$ tel que le contrôle par mode glissant soit positif, c'est-à-dire assurant la positivité du contrôle / sortie, et l'erreur ($e(x) \rightarrow 0$).

IV.4.2. Préliminaires

Tout d'abord, nous introduisons des définitions du degré relatif.

Hypothèse IV.1. On suppose que le degré relatif n du système est connu. Cela signifie que, pour la première fois où la variable d'entrée u apparaît explicitement dans la $n^{\text{ème}}$ dérivée de la sortie par rapport au temps [Iso-89], [Edw-98], [Lev-05].

Hypothèse IV.2. L'ordre r du mode glissant est le nombre de dérivées totales continues des variables s (y compris l'ordre zéro) au voisinage de la structure glissante [Per-02], [Lev-97].

Il est déterminé comme

$$s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (4.5)$$

Où $s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)}$ sont des fonctions continues de l'état du système.

Avec $r=1$, une telle stabilisation à temps fini est facilement obtenue par la méthode de contrôle par mode glissant standard. Cependant, avec des r plus élevés, le problème est beaucoup plus compliqué et correspond à l'approche HOSM de commande en mode glissant d'ordre élevé [Lev-93].

La formule générale de la surface de glissement est définie selon l'ordre du système, elle est donnée comme suit:

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{n-1} e(x) \quad (4.6)$$

Où n est le degré relatif du système. λ est un coefficient positif. $e(x)$ est l'erreur entre y et sa consigne désirée y_d .

$$e(x) = y - y_d \quad (4.7)$$

IV.4.3. Choix de la surface de glissement pour le système positif du deuxième ordre

Le choix de la surface de glissement pour les systèmes du second ordre est décrit en deux cas, ces dépendent de la matrice C du système.

Cas 1: $C_2 \neq 0$. Considérons le système (4.4) avec $C_1 \neq 0$, $C_2 \neq 0$, la dérivée de la sortie est

$$\dot{y}(t) = -C_1 a_0 x_1 + (C_1 - C_2 a_1) x_2 + C_2 b u \quad (4.8)$$

Par conséquent, dans ce cas, $n = 1$, à partir de (4.6), la surface de glissement est $s(x) = e(x)$.

- Si $C_1 C_2 > 0$, le système est à phase minimale et il est stable.

En opposition

- Si $C_1 C_2 \leq 0$ le système est instable.

Donc, pour garantir la stabilité du système avec le choix de la surface de glissement $s(x) = e(x)$, il est nécessaire de supposer $C_1 C_2 > 0$, c'est-à-dire un système à phase minimale.

Cas 2: $C_2 = 0$. On trouve que u apparaît dans la seconde dérivée de la sortie.

$$\ddot{y}(t) = -C_1 a_0 x_1 - C_2 a_1 x_2 + C_1 b u \quad (4.9)$$

Pour que $n = 2$ il faut que $C_1 \neq 0$, alors de (4.6), la surface de glissement $s(x)$ devient

$$s(x) = \dot{e}(x) + \lambda e(x) \quad (4.10)$$

Dans la sous section suivante, on donne des conditions pour garantir la mise en place d'un mode glissant positif dans la surface.

IV.4.4. Formulation du contrôle positif par mode glissant

A. Le Cas où: $C_2 \neq 0$.

La surface de glissement $s(x)$ est choisie comme suit: $s(x) = e(x)$, puis

$$s(x) = C_1 x_1 + C_2 x_2 - y_d \quad (4.11)$$

$$\dot{s}(x, u) = -C_2 a_0 x_1 + (C_1 - C_2 a_1) x_2 + C_2 b u \quad (4.12)$$

$\dot{s}(x, u)$ peut être réécrit comme suit

$$\dot{s}(x, u) = -\alpha'_1 x_1 + \alpha'_2 x_2 + \beta' u \quad (4.13)$$

Où $\alpha'_1 = C_2 a_0$, $\alpha'_2 = C_1 - C_2 a_1$ et $\beta' = C_2 b$.

L'attractivité de la surface de glissement $s(x)$ est assurée par la fonction de Lyapunov suivante: $V(s) = \frac{1}{2} s^2$. La condition d'attractivité $s\dot{s} < 0$ est obtenue à partir de $\dot{V}(s) \leq 0$.

$$s\dot{s} = s(-\alpha'_1 x_1 + \alpha'_2 x_2 + \beta' u) \quad (4.14)$$

Le contrôleur par mode glissant (SMC) est donné comme suit: $u = u_{eq} + u_{dis}$, avec $u_{dis} = -k \text{sign}(s)$.

Pendant le mode glissant $s = \dot{s} = 0$, la partie continue u_{eq} est la solution de $\dot{s} = 0$:

$$u_{eq} = \frac{1}{\beta'} (\alpha'_1 x_1 - \alpha'_2 x_2) \quad (4.15)$$

$s\dot{s} < 0$ est résolu par $u_{dis} = -k \text{sign}(s)$, ainsi

$$s(-\beta' k \text{sign}(s)) < 0 \quad (4.16)$$

Comme $\beta' = C_2 b$, $b > 0$, puis,

$$s\dot{s} = -kbC_2|s| < 0 \quad (4.17)$$

Pour le système (4.4) avec les propriétés du $C_2 \neq 0$, (4.17) est rempli si et seulement si $kC_2 > 0$.

B. Le Cas où: $C_2 = 0$. Dans ce cas, $n = 2$, la surface de glissement $s(x)$, est définie par (4.10), puis

$$s(x) = C_1(x_2 + \lambda x_1) - \lambda y_d \quad (4.18)$$

La condition d'attractivité $s\dot{s} < 0$ est obtenue par

$$s\dot{s} = sC_1(-a_0x_1 + x_2(\lambda - a_1) + bu) \quad (4.19)$$

La partie continue u_{eq} est: $u_{eq} = \frac{1}{b}(a_0x_1 - x_2(\lambda - a_1))$

$s\dot{s} < 0$, ainsi, $s(-kbC_1 \text{sign}(s)) < 0$

Comme, $b > 0$, donc,

$$s\dot{s} = -kbC_1|s| < 0 \quad (4.20)$$

Ainsi, (4.20) est rempli si et seulement si $kC_1 > 0$. Dans les sections suivantes, l'objectif est d'étudier un cas spécifique d'un système second ordre qui est le système d'insulinémie du modèle de long terme de Magdeleine, et de trouver le plus grand PIS tel que $y \geq 0$ et $u \geq 0$.

IV.5. Dynamique positive d'insulinémie du modèle de long terme [Men-17a]

IV.5.1. Dynamique d'insulinémie

Le modèle utilisé dans cette thèse est le modèle de DT1 à long terme récemment développé [Mag-15]. Ce modèle a montré une bonne description de la dynamique glycémie-insulinémie du DT1. La dynamique de l'insuline est donnée par un modèle de second ordre avec une constante de temps unique T_u . La représentation dans l'espace d'états de la dynamique est:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}(t) \\ \ddot{I}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I(t) \\ \dot{I}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{pmatrix} u(t) \quad (4.21)$$

Où $I(t)$ est l'insulinémie (U / dL), $u(t)$ est l'injection exogène d'insuline (U / min), T_u est la constante de temps de la dynamique d'insulinémie (min), θ_u est un gain statique (min / dL).

(4.21) est équivalente à

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.22)$$

$x(t) = [I(t) \quad \dot{I}(t)]^T$ désigne les états et $y(t) = I(t)$ est la sortie à contrôler.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_m^2 & -2\lambda_m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}, \quad C = (1 \quad 0)$$

Dans lequel $\lambda_m = 1/T_u$, $b = \theta_u \lambda_m^2$, $b > 0$.

IV.5.2. Contrainte de positivité

L'interaction glucose-insuline est un processus physiologique concerne des variables positives telles que les concentrations ou les quantités molaires. Le système est soumis à une entrée positive $u(t) \geq 0$ et une contrainte de sortie positive $y(t) \geq 0$ qui doit être remplie par n'importe quelle boucle fermée. Tout d'abord, le plus grand ensemble PIS pour l'insuline est trouvé. Cela est dû au fait que toutes les conditions initiales positives ne conduisent pas à une trajectoire d'état positive pour aucun $t \geq 0$ de la variable insuline. Par conséquent, le plus grand PIS en boucle ouverte pour la dynamique de l'insuline est calculé. Les définitions et les théorèmes suivants sont utiles pour étudier la positivité et définir l'invariance en particulier.

Définition IV.1 [Far-11] le système linéaire (4.22), où $x \in R^n$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$,

$C \in R^{p \times n}$ est dit un système positif extérieurement si pour toute entrée non négative $u(t) \geq 0$ et des conditions initiales nulles, la sortie est non négative $y(t) \geq 0$ pour tout $t \geq 0$.

Définition IV.2 Une matrice $H = [h_{ij}] \in R^{n \times m}$ est Metzler si $h_{ij} \geq 0$ pour $i \neq j$.

Définition IV.3 Un ensemble non vide $M \subseteq R^n$ est un ensemble invariant positif (positive invariant set: PIS) de (4.22) si pour tout x_0 dans M , $x(t, x_0) \in M$ pour $t \geq 0$.

Définition IV.4 pour tout $G \in R^{r \times n}$, $\Omega(G)$ dénote le polyèdre

$$\Omega(G) = \{x \in R^n \mid Gx \geq 0\}$$

L'invariance positive d'un polyèdre est caractérisée par la proposition IV.1 de Castelan et Hennet, [Cas-93], cette proposition est donnée comme suit.

Proposition IV.1 [Cas-93] Le polyèdre $\Omega(G)$ est un PIS pour le système (4.22) si et seulement s'il existe une matrice de Metzler H telle que

$$GA - HG = 0$$

Dans la section suivante, on examine les propriétés d'invariance du sous-système d'insuline en boucle ouverte.

IV.5.3. Ensemble positif invariant (PIS) d'insuline en boucle ouverte

L'insuline plasmatique est non-négative dans $\Omega(C)$, cependant, cet ensemble n'est pas un PIS selon la proposition IV.1. Dans le théorème suivant, le plus grand PIS dans $\Omega(C)$ pour le sous-système d'insuline en boucle ouverte est calculé.

Théorème IV.1 Le plus grand PIS polyédrique dans $\Omega(C)$ du système (4.22) en boucle ouverte est

$$\Omega(G) \text{ avec } G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda_m & 1 \end{pmatrix}.$$

Preuve: D'abord, on trouve le plus grand PIS polyédrique $\Omega(G)$; deuxièmement, on montre que $\Omega(G)$ est le plus grand PIS de $\Omega(C)$. Comme $\Omega(C)$ n'est pas un PIS selon la proposition IV.1, on définit $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g_a & g_b \end{pmatrix}$, et on considère le polyèdre générique $\Omega(G)$ contenu dans $\Omega(C)$. La question est de trouver g_a, g_b tel que $\Omega(G)$ est un PIS où $H = GAG^{-1}$ est Metzler.

L'unique solution H est donnée part

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{g_a}{g_b} & \frac{1}{g_b} \\ -\frac{(g_a - g_b \lambda_m)^2}{g_b} & \frac{(g_a - 2g_b \lambda_m)}{g_b} \end{pmatrix}$$

La définition d'une matrice Metzler implique $g_b > 0$ et $g_a = g_b \lambda_m$ et donc $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda_m & 1 \end{pmatrix}$.

Comme H est unique et satisfait la proposition IV.1, il s'ensuit que $\Omega(G)$ est le plus grand PIS polyédrique dans $\Omega(C)$.

Le but de la section suivante est de prouver l'existence d'une SMC positive qui conduit l'insulinémie à une valeur positive I_d :

- $I(t) \in \Omega(G) \quad \forall t \geq 0$
- $(I(t) - I_d) \rightarrow 0$ pour $t \rightarrow \infty$

IV.6. Conception du mode glissant positif d'insulinémie du modèle de long terme

IV.6.1. Synthèse du contrôleur

Étant donné que le système global du modèle de long terme est une cascade du sous-système d'insulinémie de second ordre et du sous-système glycémique du premier ordre, ces sous systèmes sont représentés sur la figure I.3 du chapitre I de notre thèse. Le problème de régulation de la glycémie peut être divisé en un problème de stabilisation découplé des deux sous-systèmes.

Le premier problème de contrôle consiste à stabiliser l'erreur $e(t)$ entre l'insulinémie et sa valeur souhaitée:

$$e(t) = I - I_d \quad (4.23)$$

A cette section, $I_d \geq 0$ est supposé d'être une valeur de référence constante pour l'insulinémie. La surface de glissement est donnée par

$$s(x) = \dot{e} + \lambda e \quad (4.24)$$

Où λ est un paramètre réel positif.

L'objectif est d'obtenir une convergence asymptotique de l'erreur e vers zéro en utilisant le contrôle u qui conduit la variable glissante s à zéro en temps fini. Cette tâche est réalisée en utilisant la fonction Lyapunov suivante: $V = \frac{1}{2}s^2$. Le contrôle adéquat est calculé comme une solution à $\dot{V} \leq 0$, ou d'une manière équivalente, $s\dot{s} < 0$ avec $s \neq 0$.

$$s\dot{s} = s(-\lambda_m^2 I + (\lambda - 2\lambda_m)\dot{I} + bu) \quad (4.25)$$

La loi de contrôle du mode glissant standard consiste en la somme d'un contrôle continu dit équivalent $u_{eq}(t)$ et d'un contrôle discontinu $u_{dis}(t)$: $u = u_{eq} + u_{dis}$, avec $u_{dis} = -k \text{sign}(s)$.

Lorsque la surface (4.24) est atteinte ($s = \dot{s} = 0$), la partie continue $u_{eq}(t)$ est conçue pour donner $\dot{s} = 0$ et donc,

$$u_{eq}(t) = \frac{1}{b} (\lambda_m^2 I + (2\lambda_m - \lambda)\dot{I}) \quad (4.26)$$

\dot{V} est alors donnée par $s\dot{s} = -kb |s| < 0$.

Ainsi, $s\dot{s} < 0$ est garanti chaque fois que $k > 0$.

Dans ce qui suit, les conditions de positivité et d'invariance sortie / contrôle seront étudiées pour le système nominal. Les incertitudes et les perturbations sont hors de la portée de ce

travail. Afin de trouver le plus grand PIS en boucle fermée dans $\Omega(C)$, nous définissons les ensembles suivants qui seront utilisés dans ce qui suit

$$S = \{x \in \Omega(C) \mid s(x) = 0\} \quad (4.27)$$

$$S_- = \{x \in \Omega(C) \mid \dot{I} \leq -\lambda(I - I_d)\} \quad (4.28)$$

$$S_+ = \{x \in \Omega(C) \mid \dot{I} \geq -\lambda(I - I_d)\} \quad (4.29)$$

IV.6.2. Positivité de l'état $I(t)$ pour le sous-système insuline [Men-17a]

Le plus grand PIS non polyédrique dans $\Omega(C)$ est calculé pour le système en boucle fermée. Le problème est décomposé en trois régions: S , S_- et S_+ . Le plus grand PIS est l'union du plus grand PIS dans S_- et S_+ lorsque la surface limite S est un PIS.

IV.6.2.1. Positif invariance de la surface S

En mode glissant nominal, la surface S représente une variété invariante du système [Vig-14]. Une fois cette variété est atteinte, les trajectoires d'état restent sur elle pour tous les temps futurs. La condition d'invariance de la surface est évidemment ($s = 0$, $\dot{s} = 0$). Le mode glissant se produit en temps fini t_r et sera utile dans la démonstration des résultats ci-dessous.

Définition IV.5 L'instant t_r est le temps où la variété glissante est atteinte $s(x(t_r)) = 0$.

Comme la surface glissante étant un PIS, l'invariance des sous-ensembles suivants est étudiée pendant la phase d'atteinte lorsque $t < t_r$.

IV.6.2.2. Positif invariance d'état dans S_-

Dans la phase d'atteinte de S_- , c'est-à-dire $x(0) \in S_-$, le système en boucle fermée est

$$\ddot{I}(t) = -\lambda\dot{I}(t) + bk \quad (4.30)$$

Dont la solution est

$$\begin{cases} I(t) = I_0 + \frac{\dot{I}_0 - \dot{I}(t) + bkt}{\lambda} \\ \dot{I}(t) = \frac{bk}{\lambda} + \left(\dot{I}_0 - \frac{bk}{\lambda}\right)e^{-\lambda t} \end{cases} \quad (4.31)$$

On note que le fait d'avoir la valeur initiale et l'équilibre en S_- ne garantit pas une invariance positive de S_- .

Théorème IV.2 Supposant un mode de glissement nominal, le plus grand PIS dans S_- est

$$M_{s_-} := M^* \cup \{x_0 \in S_- \mid \dot{I}_0 > 0\} \quad (4.32)$$

Où

$$M_* = \{x_0 \in S_- \mid \dot{I}_0 \geq \bar{I}_0, \dot{I}_0 \leq 0\} \quad (4.33)$$

$$\bar{I}_0 = -\left(\frac{bk}{\lambda^2} \ln\left(\frac{bk - \lambda \dot{I}_0}{bk}\right) + \frac{\dot{I}_0}{\lambda}\right) \quad (4.34)$$

Preuve

Cas 1: $\dot{I}_0 > 0$. Selon la deuxième équation de (4.30) et (4.31),

$$I(t) = I_0 + \frac{\dot{I}_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) + \frac{bk}{\lambda^2} (\lambda t - (1 - e^{-\lambda t})) \quad (4.35)$$

$I_0 \geq 0$, $\dot{I}_0 > 0$, les premier et deuxième termes sont non négatifs, il suffit donc de vérifier que

$$\frac{bk}{\lambda^2} (\lambda t - (1 - e^{-\lambda t})) \geq 0 \quad (4.36)$$

Ce qui est vrai pour tout $\lambda > 0$ et $t \geq 0$. Ainsi, l'ensemble $\{x(0) \in S_- \mid \dot{I}_0 > 0\}$ est un PIS.

Cas 2: $\dot{I}_0 \leq 0$

Dans ce cas, $I(t) \in S_-$ n'est garanti pour aucun t car il diminue jusqu'à $\dot{I}(t^*) = 0$. Ainsi, on définit le temps critique $t^* \leq t_r$, qui est la solution de $\dot{I}(t^*) = 0$:

$$t^* = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{bk - \lambda \dot{I}_0}{bk}\right) \quad (4.37)$$

On note que (4.37) est bien défini dans le cas 2. Le test du point critique $x(t^*)$ révèle un minimum, puisque $\ddot{I}(t^*) > 0$. Pour un $x(0)$ donné, la substitution de $t = t^*$ dans (4.31) donne un point de la trajectoire dans le plan de phase $(I(t^*), 0)$ où $I(t^*) = \min(I(t))$. Pour trouver le plus grand PIS dans S_- tel que $I(t) \geq 0$, il faut que $\min(I) = 0$. Ainsi, la substitution de (4.37) dans (4.31), pour avoir $I(t^*) = 0$ donne

$$I_0 = -\left(\frac{bk}{\lambda^2} \ln\left(\frac{bk - \lambda \dot{I}_0}{bk}\right) + \frac{\dot{I}_0}{\lambda}\right) \quad (3.38)$$

Donc (4.34) et l'ensemble M^* caractérisent l'ensemble des points dont les trajectoires ont un minimum non négatif. Pour vérifier que $\bar{I}_0 \geq 0$ dans (4.38), en tenant compte du fait que le cas $\bar{I}_0 = -|\dot{I}_0|$, le côté droit de (4.34) est non négatif ou

$$\frac{\lambda}{bk} |\dot{I}_0| \geq \ln \left(1 + \frac{\lambda |\dot{I}_0|}{bk} \right) \quad (4.39)$$

Ce qui est vrai car (4.39) est équivalent à $t \geq \ln(1+t)$.

Si $x(0) \in M^*$ et $\{s(x) = 0\} \subset M^*(t_r \geq t^*)$ alors $x \in M^*$ pour tout $t > 0$. Cependant, M^* n'est pas entièrement un PIS car un seul $I(t) \geq 0$ est assuré en elle. Ceci est dû au fait que $s = 0$ n'est pas entièrement inclus dans M^* . Par exemple, $x(t^*) \in M^*$ et $t_r < t^*$, alors la trajectoire quitte M^* (lorsque la coordonnée $\dot{I}(t) > 0, t > t^*$) pour atteindre $S \subset S_-$ du cas 1.

IV.6.2.3. Positif invariance d'état dans S_+

Dans cette région, le système en boucle fermée pendant la phase d'atteinte est

$$\ddot{I}(t) = -\lambda \dot{I}(t) - bk \quad (4.40)$$

Dont la solution est

$$\begin{cases} I(t) = I_0 + \frac{\dot{I}_0 - \dot{I}(t) - bkt}{\lambda} \\ \dot{I}(t) = \frac{-bk}{\lambda} + \left(\dot{I}_0 + \frac{bk}{\lambda} \right) e^{-\lambda t} \end{cases} \quad (4.41)$$

Théorème IV.3 Supposant un mode de glissement nominal, le plus grand PIS dans S_+ est S_+ .

Preuve: Suivant une procédure similaire à celle du Théorème IV.2, à partir de (4.41)

$\dot{I}(t^*) = 0$ est résolue en t^* :

$$t^* = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{bk - \lambda \dot{I}_0}{bk} \right) \quad (4.42)$$

La condition pour que ce temps soit non négatif est $\dot{I}_0 \geq 0$. Ce test du point révèle un maximum, c'est-à-dire $\ddot{I}(t^*) < 0$. Ici, de (4.40) et (4.41), nous avons deux scénarios dans la phase d'atteinte suivant la condition initiale \dot{I}_0 :

Cas 1: $\dot{I}_0 > 0$, alors I augmente jusqu'à ce qu'il touche la surface de glissement pour ensuite converger vers $(I_d, 0)$ en $t > t_r$; ou la trajectoire atteint le maximum avant la surface, c'est-à-dire $\dot{I}(t^*) = 0$ avec $t^* < t_r$, alors la trajectoire suit le scénario dans le cas 2.

Cas 2: $\dot{I}_0 \leq 0$: Ceci implique que $\dot{I}(t) \leq 0$ selon (4.41).

De (4.29) on a $I = 0$ à $\dot{I} = \lambda I_d > 0$, donc $I \neq 0$ dans la région où $\dot{I} < 0$. En conséquence, I va diminuer (selon (4.40)), mais à une valeur strictement positive et non à zéro. Par conséquent $I(t) > 0$ pour tout $t < t_r$ et à $t = t_r$ le mode glissant se produit. Donc, $I(t) \geq 0$ partout dans S_+ .

En utilisant la condition d'accessibilité et le fait que S qui sépare S_+ et S_- est un PIS, le plus grand PIS en boucle fermée dans $\Omega(C)$ est donc

$$M_+ = M_{s_-} \cup S_+ \tag{4.43}$$

Comme illustré dans la figure IV.1. Dans la section suivante, λ et k sont conçus pour donner le plus grand PIS sachant que $u \geq 0$ dans M_+ .

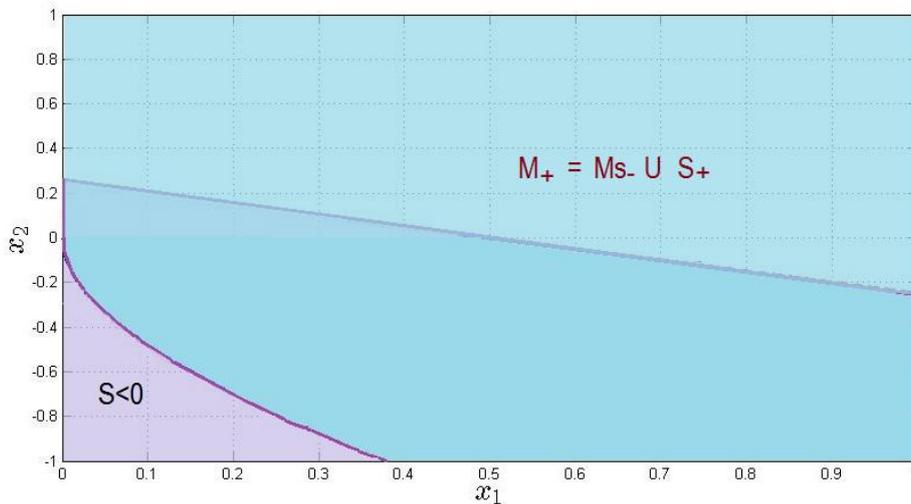


Fig. IV.1. Le plus grand PIS: M_+

IV.6.3. Conception du SMC positif dans M_+

On montre qu'il existe des paramètres de conception λ et k qui assurent $u \geq 0$ partout dans M_+ . Premièrement, la condition de positivité du contrôle équivalent u_{eq} est définie dans la sous-section suivante. Par la suite, les conditions de positivité du contrôle dans S_+ et S_- sont trouvées respectivement.

IV.6.3.1. Conception du SMC positif sur la surface S

Le contrôle appliqué sur S est le contrôle équivalent u_{eq} , c'est-à-dire

$$\dot{s} = 0 \Rightarrow u = u_{eq} \tag{4.44}$$

Où

$$u_{eq} = \frac{\dot{I}(2\lambda_m - \lambda) + \lambda_m^2 I}{b} \quad (4.45)$$

Sachant que pendant le mode glissant $u = u_{eq}$ et en substituant $s = 0$ dans (4.45), on aura

$$u_{eq} = \frac{I(\lambda_m - \lambda)^2 + I_d \lambda (2\lambda_m - \lambda)}{b} \quad (4.46)$$

De l'équation ci-dessus, il est clair que $0 < \lambda \leq 2\lambda_m$ est une condition suffisante pour que l'action de contrôle soit non-négative $u = u_{eq} \geq 0$. La pente de la surface de glissement doit être dans cet intervalle pour garantir un contrôle positif dans S indépendamment du point $I \in M_+$. Cette contrainte conduit à la pente $(-\lambda)$ de la ligne $s = 0$ est plus grande que la pente $\left(-\frac{\lambda_m^2}{(2\lambda_m - \lambda)}\right)$ de la ligne $u = u_{eq} = 0$. Jusque là, la sortie / le contrôle sont non négatifs en mode glissant. Dans ce qui suit, on étudie les conditions de conception pour assurer la positivité du contrôle dans la phase de réalisation du PIS de S_+ et S_- .

On définit les ensembles suivants où $u \geq 0$ dans S_- et S_+ , respectivement:

- Dans S_-/S , $u = u_{eq} + k$

$$M_{+k} = \left\{ x \in \{S_-/S\} \mid \dot{I} \geq \frac{-bk - \lambda_m^2 I}{2\lambda_m - \lambda} \right\} \quad (4.47)$$

- Dans S_+/S , $u = u_{eq} - k$

$$M_{-k} = \left\{ x \in \{S_+/S\} \mid \dot{I} \geq \frac{bk - \lambda_m^2 I}{2\lambda_m - \lambda} \right\} \quad (4.48)$$

Avec le choix de λ comme ci-dessus, SMC est non négatif sur la surface de glissement, dans M_{+k} et dans M_{-k} . Cependant, M_{+k} est seulement un sous-ensemble de S_+ et M_{-k} est un sous-ensemble de M_{S_-} . Ainsi, $u \geq 0$ n'est pas assuré partout dans S_+ , S_- . Par conséquent, dans les sous-sections suivantes, les conditions de conception de la paire (λ, k) sont développées pour obtenir le plus grand PIS dans S_+ , M_{S_-} respectivement, tel que $u \geq 0$.

IV.6.3.2. Conception du SMC positif dans le sous-ensemble S_+

Comme indiqué dans le théorème IV.3, le sous-ensemble S_+ est un PIS. Le contrôle est non négatif dans l'ensemble M_{-k} , mais pas partout dans S_+ . Le théorème suivant donne des conditions nécessaires et suffisantes pour que $u \geq 0$ partout dans $\{S_+ \setminus S\}$.

Théorème IV.4 Supposant que $0 < \lambda \leq 2\lambda_m$, les affirmations suivantes sont équivalentes:

- $\{S_+ \setminus S\} \subset M_{-k}$.
- $u \geq 0$ partout dans S_+ .
- $0 < k \leq \frac{\lambda_m^2 I_d}{b}$.

$$\lambda_m - \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}} \leq \lambda \leq \lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}} \tag{4.49}$$

Preuve: Sur S le mode glissant $u = u_{eq} > 0$. Il reste de monter que $u = (u_{eq} - k) \geq 0$ dans $\{S_+ \setminus S\}$. La pente $(-\lambda)$ de la ligne $s = 0$ est plus large que la pente $-\frac{\lambda_m^2}{(2\lambda_m - \lambda)}$ de la ligne

$u = 0$ c'est-à-dire $\lambda < \frac{\lambda_m^2}{(2\lambda_m - \lambda)}$. Ainsi, si l'inégalité suivante est valable

$$(u_{eq} - k)|_{I=0} \leq s|_{I=0} \tag{4.50}$$

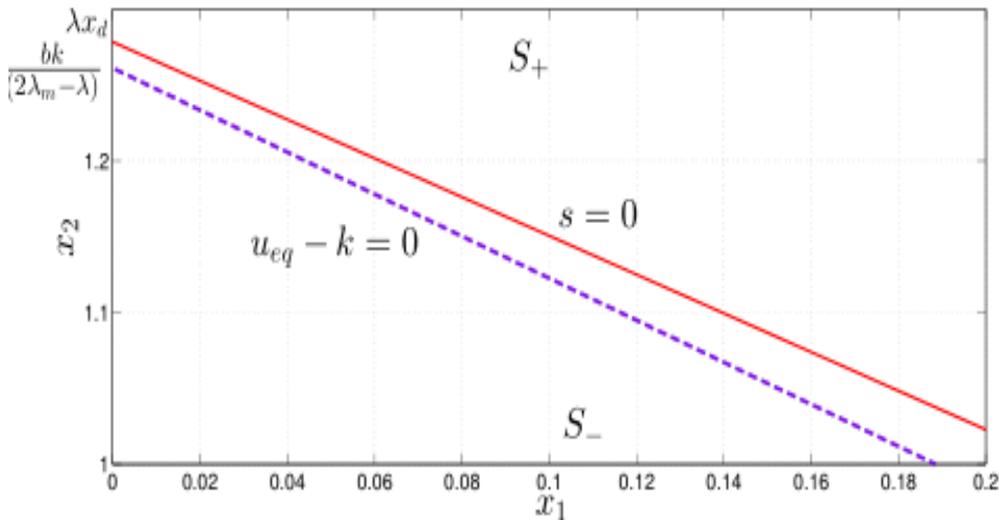


Fig. IV.2: L'Emplacement de la ligne $u_{eq} - k = 0$ avec la considération de la ligne $s = 0$ qui assure un contrôle non négatif en s^+ , avec $\lambda_m = 1$, $\lambda = 1.2585$ et $k = 0.91$.

Alors $\{S_+ \setminus S\} \subset M_{-k}$, ou de manière équivalente, $u \geq 0$ partout dans S_+ comme illustré dans la figure IV.2. L'équation (4.50) signifie que le point d'intersection de la ligne $s = 0$ avec l'axe \dot{I} est supérieur au point d'intersection de $u_{eq} - k$ avec l'axe \dot{I} , c'est à dire

$$\frac{bk}{2\lambda_m - \lambda} \leq \lambda I_d \tag{4.51}$$

Cela donne la condition polynomiale quadratique

$$P(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda\lambda_m + \frac{bk}{I_d} \leq 0 \quad (4.52)$$

Si $P(\lambda) < 0$, alors le discriminant $\Delta = \lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d} \geq 0$ ou

$$k \leq \frac{\lambda_m^2 I_d}{b} \quad (4.53)$$

Aussi, $P(\lambda) \leq 0$ conduit aux racines suivantes

$$\lambda_{1,2} = \lambda_m \pm \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}} \quad (4.54)$$

Puis comme $P(\lambda) = 0$ pour $\lambda = \lambda_1$ ou $\lambda = \lambda_2$, alors $P(\lambda) < 0$ ou (4.51) est vérifiée, si et seulement si

$$\lambda_m - \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}} \leq \lambda \leq \lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}} \quad (4.55)$$

Par conséquent, le paire (k, λ) satisfaisant (4.49) conduit à un contrôle positif partout dans S_+ . Pour une illustration graphique, voir la figure IV.2. L'ensemble M_{-k} désigne le demi-plan au-dessus de la ligne $u_{eq} - k = 0$.

IV.6.3.3. Conception du SMC positif dans le sous-ensemble S_-

On a montré que λ et k peuvent être trouvés pour assurer $u \geq 0$ sur toute la région M_{S_-} dans le théorème IV.2. Les contraintes de conception précédentes sur λ dans (4.49) sera fournira un contrôle non négatif partout dans M_{S_-} avec une contrainte supplémentaire sur le gain k .

Théorème IV.5 Supposant (4.49), alors $u \geq 0$ partout dans M_{S_-} si et seulement si

$$1.2785\lambda_m < \lambda \leq \lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}}, \quad 0 < k \leq 0.9224 \frac{I_d \lambda_m^2}{b} \quad (4.56)$$

Preuve: Comme indiqué précédemment, $u = u_{eq} > 0$ dans S . Ainsi, dans ce qui suit, on considère la positivité du contrôle pendant la phase d'atteinte, c'est-à-dire quand $u = u_{eq} + k$.

Cas 1: $x \in M_{S_-}$, $\dot{I} > 0$.

Dans ce cas, $u_{eq} \geq 0$, par conséquent $u = (u_{eq} + k) \geq 0$.

Cas 2: $x \in M_{S_-}$, $\dot{I} \leq 0$.

Là, pour avoir $u \geq 0$ partout dans M_{S_-} , c'est-à-dire $M_{+k} \subset M_{S_-}$, on concept k et λ satisfaisant (4.49), telle que la ligne $u = u_{eq} + k = 0$ et que les trajectoires limitant l'ensemble M^* dans (4.33) ne se croisent pas. Dans ce but et à partir de (4.33), on définit

$$f_1(\dot{I}) = -\left(\frac{bk}{\lambda^2} \ln\left(\frac{bk - \lambda\dot{I}}{bk}\right) + \frac{\dot{I}}{\lambda}\right)$$

En utilisant (4.47), on définit
$$f_2(\dot{I}) = \frac{\lambda - 2\lambda_m}{\lambda_m^2} \dot{I} - \frac{bk}{\lambda_m^2}$$

Et
$$F(\dot{I}) \stackrel{\Delta}{=} f_1(\dot{I}) - f_2(\dot{I})$$

Donc

$$F(\dot{I}) = \frac{bk}{\lambda^2} \ln\left(\frac{bk - \lambda\dot{I}}{bk}\right) - \dot{I}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda - 2\lambda_m}{\lambda_m^2}\right) + \frac{bk}{\lambda_m^2} \quad (4.57)$$

Si une intersection existe, alors $F(\dot{I}) = 0$ a une solution, donc trouver $\dot{I} \leq 0$ résolvant $F(\dot{I}) = 0$. Pour la recherche de la solution (le cas échéant), on note que $F(0) = \frac{bk}{\lambda_m^2} > 0$,

$\lim_{\dot{I} \rightarrow -\infty} F(\dot{I}) = +\infty$ et notez aussi que

$$\frac{dF(\dot{I})}{d\dot{I}} = \frac{bk}{\lambda(bk - \lambda\dot{I})} - \frac{1}{\lambda} + \frac{2\lambda_m - \lambda}{\lambda_m^2} \quad (4.58)$$

$$\frac{dF(\dot{I})}{d\dot{I}} \Big|_{\dot{I}=0} = \frac{2\lambda_m - \lambda}{\lambda_m^2} > 0, \quad \lim_{\dot{I} \rightarrow -\infty} \frac{dF(\dot{I})}{d\dot{I}} = -\frac{(\lambda - \lambda_m)^2}{\lambda\lambda_m^2} < 0$$

Cela veut dire que $F(\dot{I})$ a un point minimum et que les valeurs initiales et finales de $F(\dot{I})$ sont les deux positifs, alors si $\min_{\dot{I} \leq 0} F(\dot{I}) > 0$, il n'y a pas d'intersection entre f_1 et f_2 .

Comme $u \geq 0$ partout dans M_{S_-} , il reste à montrer que $\min_{\dot{I} \leq 0} F(\dot{I}) > 0$. Le minimum est obtenu pour $\frac{dF(\dot{I})}{d\dot{I}} = 0$, ou de manière équivalente, quand

$$\dot{I} = bk \frac{\lambda - 2\lambda_m}{(\lambda - \lambda_m)^2} \quad (4.59)$$

Pour vérifier si $\min(F(\dot{I})) > 0$, remplacez (4.59) par (4.57) ce qui donne

$$\min(F(\dot{I})) = -\frac{bk}{\lambda^2} \ln\left(1 - \frac{\lambda^2 - 2\lambda\lambda_m}{(\lambda - \lambda_m)^2}\right) - bk \frac{(\lambda - 2\lambda_m)}{\lambda\lambda_m^2} + \frac{bk}{\lambda_m^2} \quad (4.60)$$

$$\min(F(\dot{I})) > 0 \Leftrightarrow \frac{-(\lambda - 2\lambda_m)}{\lambda\lambda_m^2} + \frac{1}{\lambda_m^2} > \frac{1}{\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda_m^2}{(\lambda - \lambda_m)^2}\right) \quad (4.61)$$

En utilisant la propriété $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^n = n \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

$$\frac{\lambda}{\lambda_m} > \ln\left|\frac{\lambda_m}{\lambda - \lambda_m}\right| \quad (4.62)$$

Qui peut être réécrite comme

$$\left|\frac{\lambda}{\lambda_m} - 1\right| e^{\frac{\lambda}{\lambda_m}} > 1 \quad (4.63)$$

L'équation (4.63) n'est satisfaite que lorsque $\frac{\lambda}{\lambda_m} > 1.2785$, de sorte que l'ajoute de cette nouvelle contrainte à (4.49), donne

$$\frac{\lambda}{\lambda_m} > 1.2785 \text{ et } 1 - \frac{\sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}}}{\lambda_m} < \frac{\lambda}{\lambda_m} < 1 + \frac{\sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}}}{\lambda_m} \quad (4.64)$$

Puisque

$$1 - \frac{\sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}}}{\lambda_m} < 1.2785$$

On obtient

$$1.2785 < \frac{\lambda}{\lambda_m} < 1 + \frac{\sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}}}{\lambda_m} \quad (4.65)$$

Ce qui implique $1.2785 < 1 + \frac{\sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}}}{\lambda_m}$ et donc $k < 0.9224 \frac{I_d \lambda_m^2}{b}$ et le résultat (4.56) suit.

En utilisant les résultats des théorèmes IV.4 et IV.5, SMC conçu dans (4.56) est non négatif partout dans M_+ .

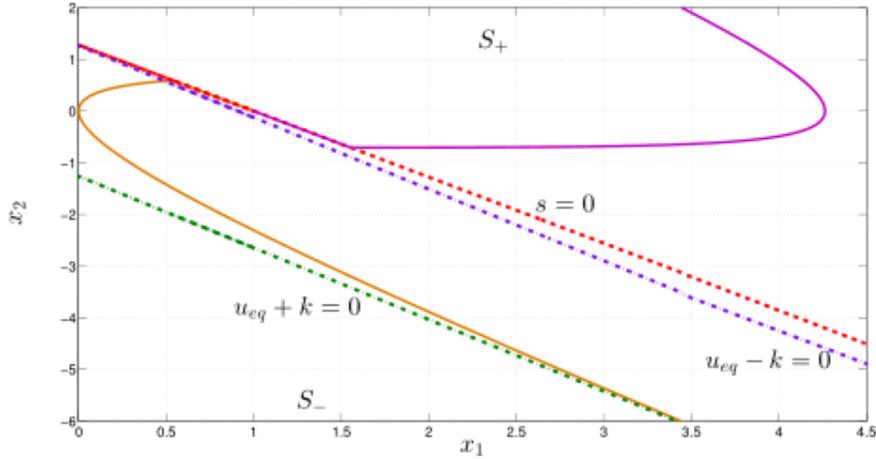


Fig. IV.3: Plan de phase: avec $\lambda = 1.2785$ satisfaisant (4.56), avec $\lambda = 0.91$, $x(0) = (3.4438, -6)$ pour la (borne) trajectoire dans S^- , et $x(0) = (3.4438, 2)$ pour la trajectoire en S_+ .

La figure IV.3 présente un exemple graphique. La région au-dessus de la ligne $u_{eq} + k = 0$ (respectivement, $u_{eq} - k = 0$) représente M_{+k} (respectivement, M_{-k}). La trajectoire en orange passant par le sous-ensemble S_- est celle qui caractérise le PIS M_{S_-} . Comme montré, λ satisfait (4.56) assure un contrôle positif partout en M_+ . Les paramètres λ_m , b , I_d dans les figures sont pris pour simplifier l'exemple.

Pour réduire les vibrations à haute fréquence dans SMC, une fonction sigmoïde sera utilisée plus tard dans les simulations.

IV.7. SMC positif d'insulinémie-glycémie du modèle de long terme [Men-17a]

Le système global glycémie-insulinémie se caractérise par la représentation de l'espace d'états suivante [Mag-15]

$$\begin{bmatrix} \dot{G}(t) \\ \dot{I}(t) \\ \ddot{I}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_{si} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_u^2} & -\frac{2}{T_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G(t) \\ I(t) \\ \dot{I}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\theta_u}{T_u^2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \theta_{lb} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

Dans lequel $G(t)$ est la concentration de glucose de sang. θ_{si} (mg/U/min) est la sensibilité d'insuline. θ_{lb} (mg/dL/min) est le point d'équilibre entre la production endogène de glucose et la consommation indépendante de glucose d'insuline.

On conçoit dans ce qui suit, une commande par mode glissant pour la régulation de la glycémie.

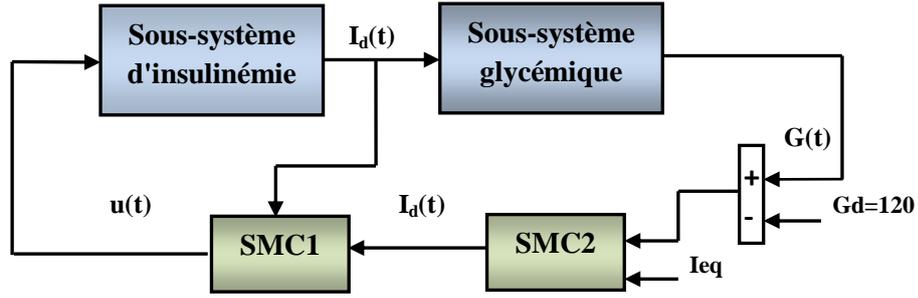


Fig.IV.4: Schéma de principe du système global contrôlé par SMC.

IV.7.1. SMC positif du modèle d'insulinémie-glycémie

Le problème de la régulation de la glycémie peut être divisé en deux sous-systèmes. La première tâche est la conception de la commande (SMC1) était de stabiliser l'erreur $e(t)$ entre l'insulinémie I et sa valeur souhaitée I_d via une SMC positif sous contrainte d'insuline positive. Dans la deuxième tâche, une seconde commande par mode glissant (SMC2) calcule la quantité I_d d'insuline plasmatique souhaitée, en tant qu'entrée de référence, pour la régulation de la glycémie (voir la figure IV.3).

On note la valeur souhaitée de la glycémie comme $G_d = 120 \text{ mg/dl}$.

$$s_1(t) = G(t) - G_d \quad (4.67)$$

$\dot{s}_1(t)$ est donné par

$$\dot{s}_1(t) = -\theta_{si}I(t) + \theta_{lb} \quad (4.68)$$

Par conséquent, suivant la procédure de conception du SMC classique et en utilisant la fonction de Lyapunov $V_1 = \frac{1}{2}s_1\dot{s}_1$, avec une valeur $I_d > 0$ tel que $s_1\dot{s}_1 < 0$.

De (4.67) et (4.68), on a

$$s_1\dot{s}_1 = s_1(-\theta_{si}I(t) + \theta_{lb}) < 0 \quad (4.69)$$

En utilisant l'insuline plasmatique basale $I_{eq} = \frac{\theta_{lb}}{\theta_{si}}$, I_d est conçu pour remplir (4.69), c'est-à-dire

$$I_d = I_{eq} + k_1 \text{sign}(s_1) \quad (4.70)$$

Où $k_1 > 0$. Par conséquent, l'objectif du contrôle $u(t)$ par SMC1, comme expliqué précédemment est d'atteindre $s = 0$, puis de diriger asymptotiquement $I(t)$ vers I_d donné

par (4.70). Ainsi I_d est conçu via SMC2 ci-dessus pour assurer que (4.69) est valide et ensuite pour réaliser $s_1 = 0$.

Alors la positivité de I_d et le choix de k_1 sont:

- Si $s_1 = 0$, c'est-à-dire à l'équilibre, alors $I_d = I_{eq} > 0$
- Si $s_1 > 0$ (région d'hyperglycémie), puis $I_d = (I_{eq} + k_1) > 0$ pour toute $k_1 > 0$.
- Si $s_1 < 0$ (région d'hypoglycémie), puis $I_d > 0$ donne $k_1 < I_{eq}$.

Le résumé de relation entre la positivité de I_d et le choix de k_1 est présenté par la figure IV.5.

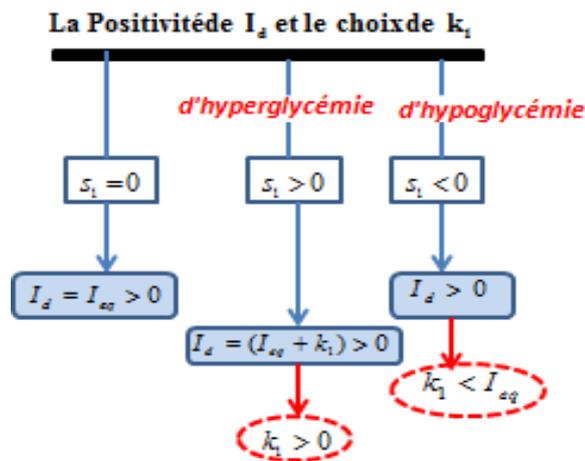


Fig. IV.5: Résumé de la relation entre la positivité de I_d et le choix de k_1 .

Comme conclusion, $k_1 < I_{eq}$ est la limite inférieure pour garantir que la valeur d'insuline plasmatique souhaitée est positive. En outre, la contrainte sur le gain k donné en (4.56) prendra cette borne inférieure dans le paramètre $I_d = I_{eq} - k_1$, c'est-à-dire

$$0 < k < 0.9224 \frac{(I_{eq} - k_1) \lambda_m^2}{b} \tag{4.71}$$

Prendre $k_1 < I_{eq}$ est suffisant pour avoir $I_d > 0$ pour tout s_1 . Cependant, cette valeur de gain dans la période d'hyperglycémie $s_1 > 0$ donne $I_d = (I_{eq} + k_1) < 2I_{eq}$ qui peut encore être petite pour diriger la glycémie assez rapidement à son niveau normal (voir les injections d'insuline de patients de DT1 dans [Mag-15]). Par conséquent, le gain de commutation k_1 doit être adapté en fonction de la région de commutation pour produire une valeur de référence d'insuline suffisamment élevée lorsque $G > G_d$ et donc une réponse plus rapide.

IV.7.2. Gain de discontinuité variable k_1

Pour obtenir une réponse glycémique suffisamment rapide, le gain k_1 est choisi proportionnel au décalage $G - G_d$ lorsque $s_1 > 0$, c'est-à-dire la fonction de commutation est adaptée comme suit

$$\begin{cases} \text{Si } s_1 > 0, \text{ alors } I_d = I_{eq} + k_1, & k_1 = k_0 s_1 \\ \text{Si } s_1 \leq 0 \text{ alors } I_d = I_{eq} + k_1 \text{sign}(s_1), & k_1 < I_{eq} \end{cases} \quad (4.72)$$

$k_0 [U/mg] > 0$ est un gain proportionnel. Le gain k_1 est constant et $I_d > 0$ quand $s_1 \leq 0$ comme expliqué dans la section IV.7.1. De cette manière, $s_1 > 0$ conduit à une valeur de référence de variable: $I_d(s_1) = I_{eq} + k_0(G - G_d)$ et la surface de glissement de l'insuline est $s = \dot{I} + \lambda(I - I_d(s_1))$ au lieu d'une ligne, c'est une trajectoire comme indiqué dans la section des résultats de la simulation. Par conséquent, si le niveau de glycémie est inférieur au niveau souhaité $s_1 < 0$, alors l'insuline désirée est inférieure à la valeur basale $I_d = (I_{eq} - k_1) < I_{eq}$ qui permet l'augmentation de la glycémie due à la production endogène (pour plus de détails, voir [Mag-15]). De plus, dans le cas où $G = G_d$, alors l'insuline est dirigée vers la basale $I_d = I_{eq}$ pour maintenir la glycémie à cette valeur désirée.

Dans la section suivante, le gain k_0 est conçu de sorte que la condition d'attractivité de la surface s est vérifiée lorsque la nouvelle variable de référence $I_d(s_1)$ est appliquée, c'est-à-dire lorsque $s_1 > 0$.

IV.7.2.1. Attractivité de s pour $I_d = I_{eq} + k_0 s_1$

Dans la région $s_1 \leq 0$, la valeur d'insuline désirée I_d est une constante et les analyses de conception précédentes de s et k , λ de la SMC1 sont maintenues. Dans le cas où $s_1 > 0$, la surface de glissement s devient

$$s = \dot{I} + \lambda(I - (I_{eq} + k_0 s_1)) \quad (4.73)$$

Et la condition d'accessibilité $s\dot{s} < 0$ avec u comme décrit dans (4.26) est donc

$$s(-k\text{sign}(s) - \lambda k_0 \dot{s}_1) = -(k|s| + \lambda k_0 s \dot{s}_1) < 0 \quad (4.74)$$

Avec $k_0 > 0$, la surface s est accessible si $(k|s| + \lambda k_0 s \dot{s}_1) > 0$, et le cas où $s \dot{s}_1 \geq 0$ vérifie directement la condition d'accessibilité car k, k_0 et λ sont des scalaires positifs. Sinon, le cas où $s \dot{s}_1 < 0$ est étudié pour λ et k donnés comme suit

Cas 1: $\dot{s}_1 > 0$, $s < 0$: donc de (4.74) $s\dot{s} < 0$ implique

$$k|s| + \lambda k_0 |s| \dot{s}_1 > 0 \quad (4.75)$$

Et donc

$$k_0 < \frac{k}{\lambda \max|\dot{s}_1|} \quad (4.76)$$

Et à partir de l'équation de \dot{G} dans (4.66) et $I_{eq} = \frac{\theta_{lb}}{\theta_{si}}$ alors $\dot{s}_1 > 0$ ou $\dot{G} > 0$ signifie que

$$I < I_{eq} \text{ et donc } \max(\dot{s}_1) = \lim_{I \rightarrow 0} \dot{G} = \theta_{lb}.$$

Cas 2: $\dot{s}_1 < 0$, $s > 0$: (4.74) et vu que $\dot{s}_1 < 0$, $|\dot{s}_1| = -\dot{s}_1$ ce qui conduit également à (4.76).

Cependant, $\dot{s}_1 < 0$ et l'équation de \dot{G} dans (4.66) implique $I > I_{eq}$ et donc $\max|\dot{s}_1|$ dépend du taux maximal d'insuline plasmatique enregistré. Par exemple, comme présenté dans [Mag-15], l'insuline plasmatique la plus élevée parmi les cinq données cliniques, comme interprétée par le modèle, est $\max(I) = 0.01 U/dL$. Pour cet exemple, l'équation de \dot{G} dans (4.66) désigne à $\max|\dot{s}_1| = |-0.01\theta_{si} + \theta_{lb}|$.

Par conséquent, le maximum ($\max|\dot{s}_1|$) est obtenu à partir du cas 2, lorsque $\dot{s}_1 < 0$ en raison de

$$(\max|\dot{s}_1|)_{(I > I_{eq})} > \theta_{lb} \geq (\max|\dot{s}_1|)_{(I < I_{eq})} \quad (4.77)$$

De cette manière, en notant $\bar{I} = \max(I > I_{eq})$, alors $\max|\dot{s}_1(\bar{I})|$ est utilisé dans (4.76) pour obtenir la limite inférieure de k_0 .

IV.7.2.2. L'ensemble M_+

Conservant à l'esprit que les solutions d'état (4.41) et (4.31) ne sont pas affectées par le choix de I_d et par conséquent les Théorèmes IV.2 et IV.3 sont valides et que le plus grand PIS: M_+ n'est pas affecté par le choix de $I_d > 0$.

IV.7.2.3. La positivité $u \geq 0$ dans l'ensemble M_+

Dans le cas $s_1 > 0$ où l'insuline souhaitée est variable $I_d(s_1)$, on peut montrer que la conception précédente de k et λ telle que $u \geq 0$ pour un constant I_d est également valable pour $I_d = I_{eq} + k_0 s_1$. Tout d'abord, la loi de commande dans (4.26) n'a pas changé et elle est toujours positive en mode glissant, c'est-à-dire $s = 0$ implique que $u = u_{eq}$ dans (4.46) ce qui est positif dans M_+ en prenant simplement $\lambda < 2\lambda_m$. Deuxièmement, les conditions de

conception dans la région $s > 0$ lorsque I_d était une constante (par exemple $I_d = (I_{eq} + k_0 s_1)|_{s_1=0}$) sont revérifiées. Comme indiqué dans la sous section IV.6.3.2, les paramètres k et λ sont conçus de telle sorte que $u \geq 0$ partout dans $S_+ \setminus S$ ou

$$s > u > 0 \equiv -\lambda(I - I_d) > \frac{bk - \lambda_m^2 I}{2\lambda_m - \lambda} \quad (4.78)$$

Quand $I_d = (I_{eq} + k_0 s_1)|_{s_1=0}$, ensuite $s > 0$ est équivalent à $\dot{I} > -\lambda(I - I_d) + k_0 s_1$ ainsi

$$s|_{s_1>0} > s|_{s_1=0} > u > 0 \quad (4.79)$$

Par conséquent, les conditions de conception sur k et λ dans (4.49) donnant un contrôle non négatif lorsque $I_d = I_{eq}$ sont également valables pour $I_d = I_{eq} + k_0 s_1$.

Ces conditions de conception assurent $\lambda < 2\lambda_m$ et donc un contrôle positif lors du glissement dans le sous-ensemble S . Les conditions de conception finales données par (4.56), qui ont permis à partir de (4.49) d'assurer un contrôle positif dans M_{s_-} ne dépend pas de I_d mais plutôt de k et λ . Par conséquent $u \geq 0$ partout dans M_+ , avec $I_d = I_{eq} + k_0 s_1$.

Dans la section suivante, des simulations numériques sont présentées pour valider les résultats théoriques.

IV.7.3. Résultats et simulation numérique

Dans cette section, le contrôleur SMC ci-dessus est appliqué au système du glucose-insuline. Les résultats de simulation réalisés sur trois patients virtuels. Les paramètres de modèle utilisés dans la mise en œuvre du contrôleur sont donnés dans [Mag-15]. (Voir Tableau IV.1).

Tableau IV.1: Les paramètres du modèle pris en compte pour la simulation.

Valeurs des paramètres des patients virtuels				
Les patients virtuels	Paramètres			
	θ_{si}	T_u	θ_u	θ_{lb}
IF2	197	122	0.0556	0.1622
IF3	274	88	0.0621	0.3582
BE	186	59	0.0541	0.1685

Les paramètres de contrôle sont conçus pour remplir les conditions (4.56) et (4.71) et (4.76).

$$k = 0.88k_{\max}, \quad k_1 = 0.3I_{eq}$$

$$\lambda = 0.9\lambda_{\max} > 1.2785\lambda_m, \quad k_0 = 0.014I_{eq} < k_{0\max}$$

$$k_{\max} = (0.9224 \frac{I_d \lambda_m^2}{b}), \quad \lambda_{\max} = \lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{bk}{I_d}} \quad \text{avec} \quad I_d = I_{eq} - k_1 \quad \text{selon} \quad (4.71),$$

$$k_{0\max} = \frac{k}{\lambda \max|\dot{s}_1(\tilde{I})|}, \quad \tilde{I} = 0.025 \text{ U/dL}.$$

Pour éviter le phénomène de broutement dans le signal de contrôle, la fonction signe du sous-système insuline est remplacée par la fonction sigmoïde dans $\sigma(s) = \frac{s}{\varepsilon + |s|}$ avec

$$\varepsilon = (1 \times 10^{-4})I_{eq}.$$

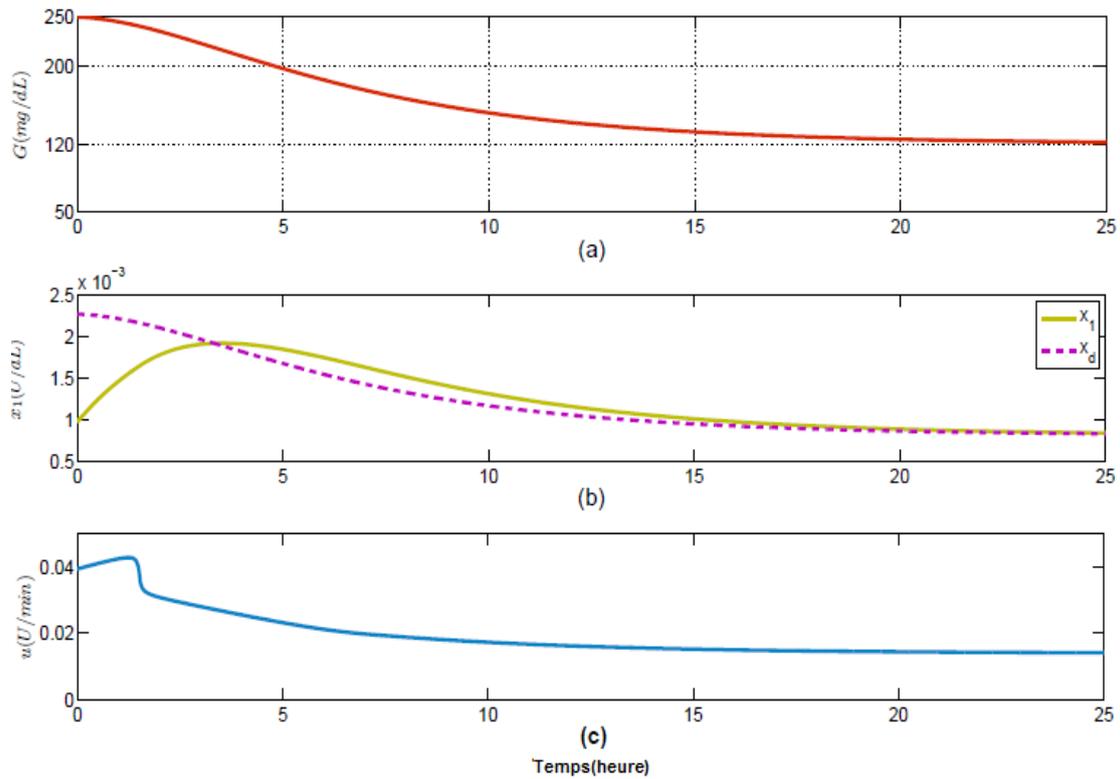


Fig. IV.6: Réponse glycémique du IF_2 sous SMC, $k_0 = 0.014I_0$. (a): Le comportement de la glycémie. (b): Insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée $I(t)$ et $I_d(t)$. (c): Le contrôle SMC.

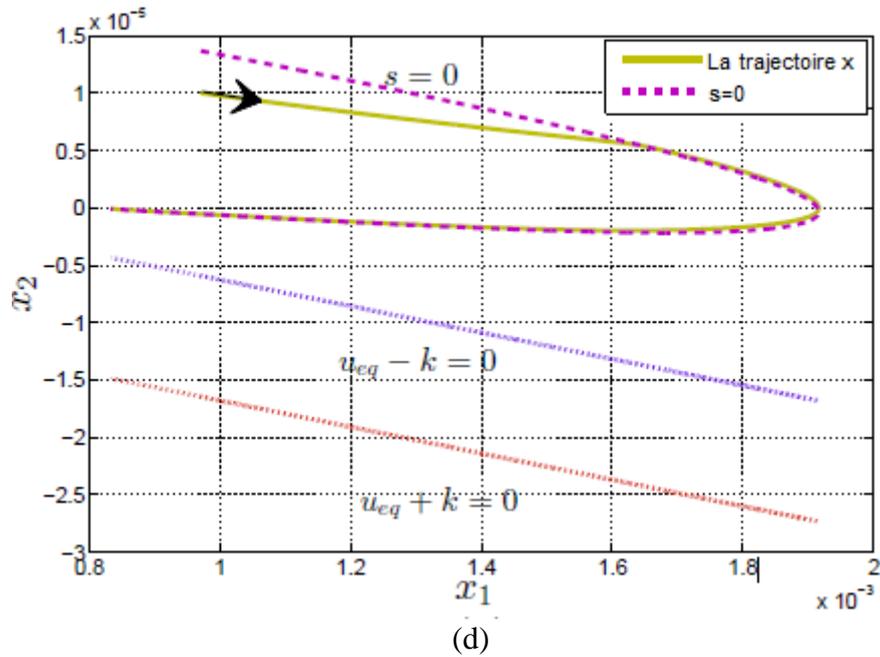


Fig .IV.7: (d): Plan de phase de l'insuline I , \dot{I} du patient IF_2 montrant la surface de glissement $s = 0$ et les lignes de contrôle $u = 0$ dans $s > 0$ et $s < 0$.

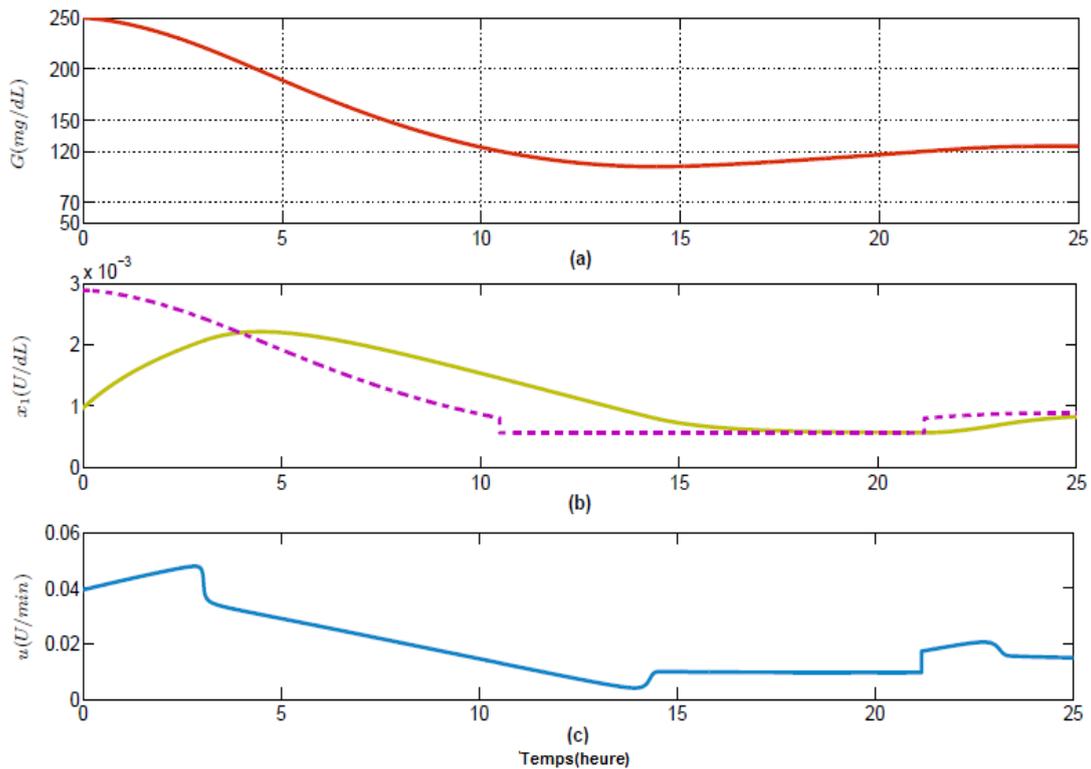


Fig .IV.8: Réponse glycémique de IF_2 sous SMC, $k_0 = 0.02I_{eq}$. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée I , I_d . (c): Le contrôle SMC.

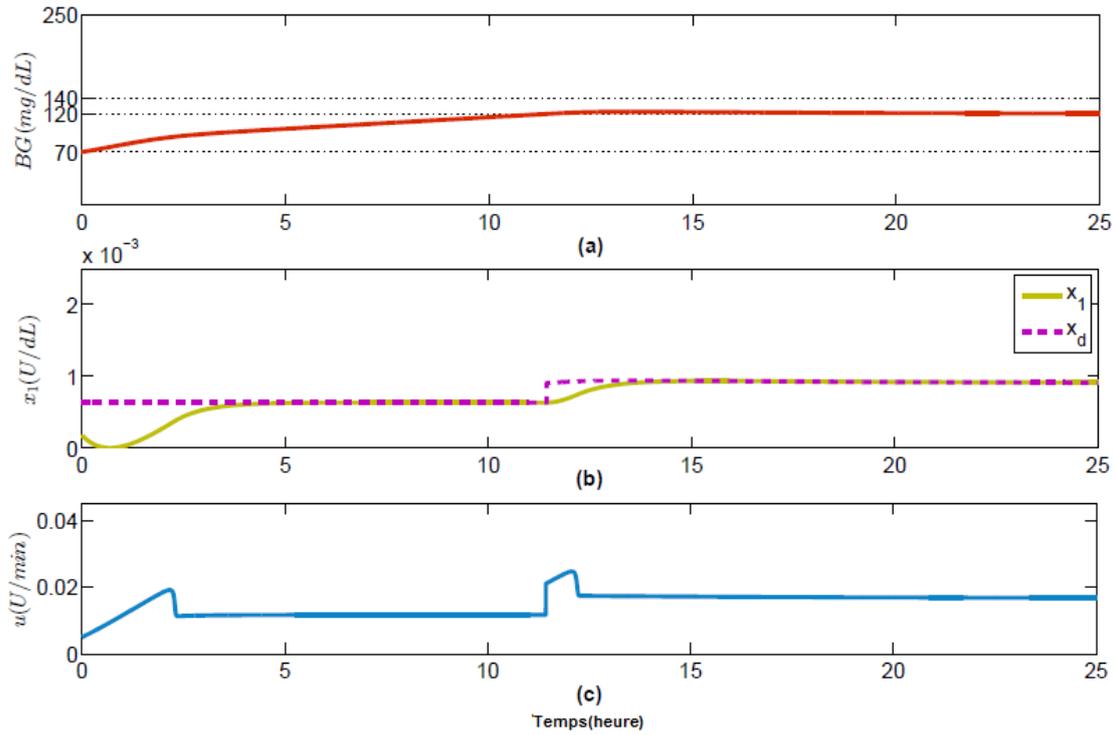


Fig. IV.9: Réponse glycémique de *BE* sous SMC. (a): Le comportement de la glycémie. (b): L'insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée I , I_d . (c): Le contrôle SMC.

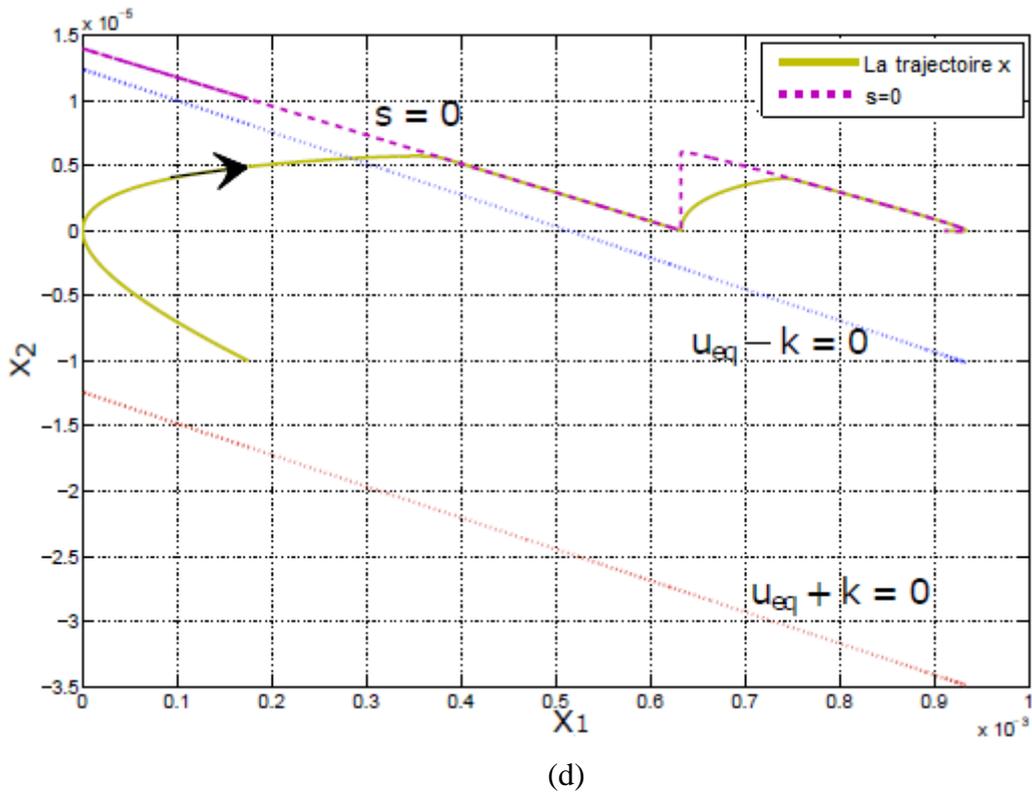


Fig. IV.10: (d): Plan de phase (I , \dot{I}) de l'insuline du patient *BE* montrant la surface de glissement $s = 0$ et la trajectoire qui caractérise $M_{s_}$.

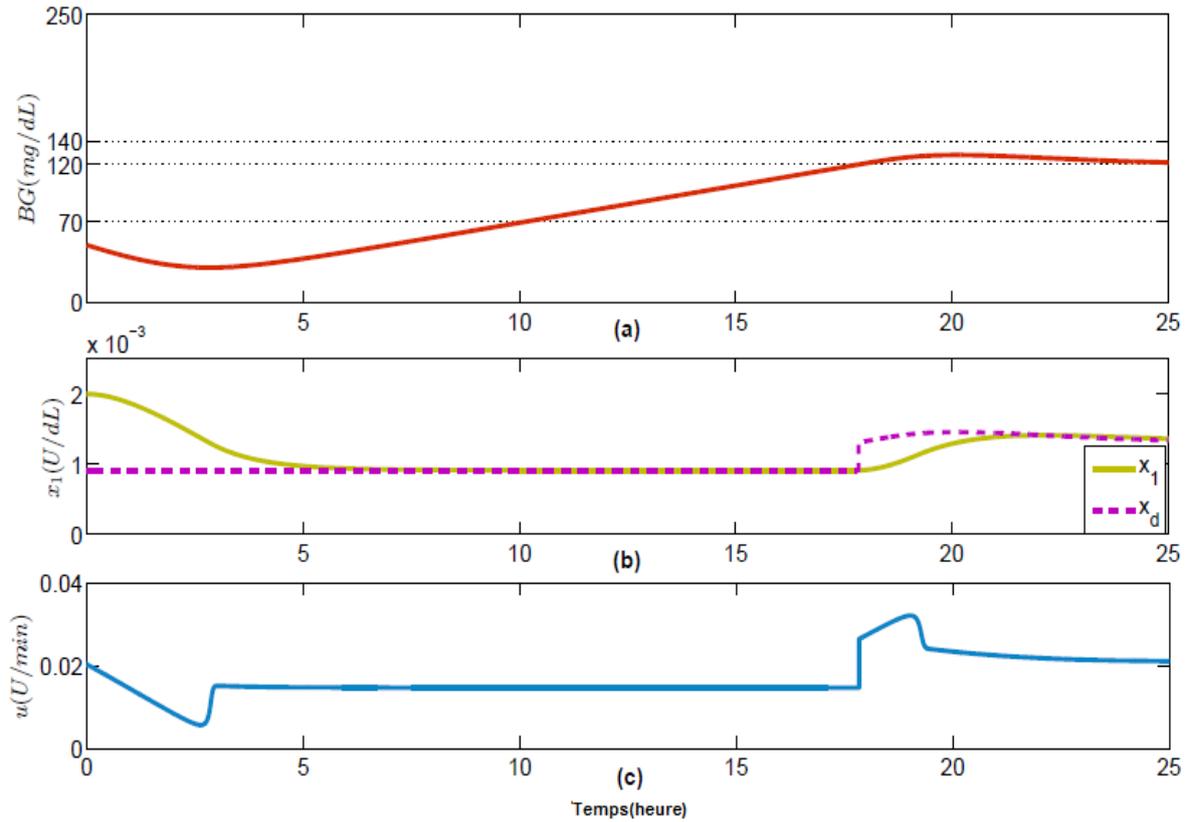
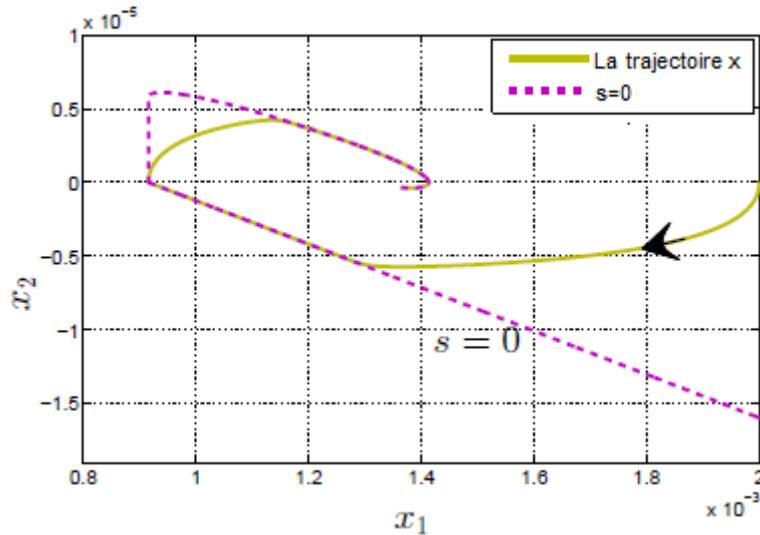


Fig. IV.11: Réponse glycémique de IF_3 sous SMC. (a): Le comportement de la glycémie.

(b): L'insulinémie par rapport à la trajectoire souhaitée I , I_d . (c): Le contrôle SMC.



(d)

Fig. IV.12: (d): Plan de phase (I , \dot{I}) de l'insuline du patient IF_3 montrant la surface de

glissement $s = 0$ et la trajectoire qui caractérise Ms_- .

IV.7.4. Discussion

La première simulation pour le patient IF_2 commence par une condition initiale d'hyperglycémie $G(0) = 250 \text{ mg/dL}$ et $I(0) = 9.7 \times 10^{-4} \text{ U/dL}$, $\dot{I}(0) = 0.1 \times 10^{-4} \text{ U/(dL min)}$. L'avantage de prendre $I_d = I_{eq} + k_0 s_1$ est qu'elle est supposée être plus grande que si l'on prend un gain fixe $I_d = I_{eq} + k_1$, $k_1 < I_{eq}$. Cet avantage apparaît lorsque $s_1 > 0$, par exemple, comme illustré sur la figure IV.6 (a, b), à $t = 0$, le décalage de la glycémie est $s_1 = 130 \text{ mg/dL}$ et $I_d = 23 \times 10^{-4} > 2I_{eq} \text{ U/dL}$ sachant que $I_{eq} = 8.04 \times 10^{-4} \text{ U/dL}$. Le contrôle $u(t)$ est positif tout le temps comme illustré dans le panneau (c) de la figure IV.6. La figure IV.7 (d) illustre le portrait de phase dans le plan $I - \dot{I}$ et comment la trajectoire glisse sur la nouvelle surface $s(x, I_d(s_1))$. Il est important de noter que l'augmentation du gain k_0 conduit à une réponse glycémique plus rapide mais la trajectoire résultante I_d sera plus rapide pour que l'état I suive, comme le montre la figure IV.8 (a, b).

Le deuxième test est effectué sur le patient BE avec $G(0) = 70 \text{ mg/dL}$ et $\dot{I}(0) = -0.1 \times 10^{-4} \text{ U/(dL min)}$ et $I(0) = 1.75 \times 10^{-4} \text{ U/dL}$, satisfait (4.38), c'est-à-dire sur le bord de l'ensemble M_{s_-} . Dans ce cas où $s_1 < 0$, une constante d'insuline appelée

$I_d = I_{eq} + k_1 \text{sign}(s_1)$ est appliquée selon (4.72) et comme indiqué dans figure IV.9 (a – c). En conséquence, la surface de glissement est composée de deux lignes droites selon I_d , comme illustré à la figure IV.10 (d).

Pour le patient IF_3 , le test commence par une hypoglycémie $G(0) = 50 \text{ mg/dL}$ et $\dot{I}(0) = 0 \text{ U/(dL min)}$ et $I(0) = 20 \times 10^{-4} \text{ U/dL}$ comme illustré dans la figure IV.11 (a – c).

Dans ce cas, le contrôleur administre deux taux d'insuline différents basés sur $I_d(s_1)$. Enfin, quand $G_d = 120 \text{ mg/dL}$, l'insuline injectée est le taux qui maintient l'équilibre $u = 0.012 \text{ U/min}$

IV.7.5. Etude comparative entre le SMC positif et d'autres types des contrôleurs

Pour avoir une comparaison plus claire, le SMC positif conçu ici est comparée à d'autres travaux de régulation de la glycémie. Afin de garantir une performance adéquate du système contrôlé en présence de contraintes, différentes solutions ont été proposées, telles que SMC. Cette méthode de contrôle est capable de faire face aux contraintes dans l'entrée et dans

l'état. La méthode proposée dans ce chapitre considère le SMC avec des contraintes positives. Cependant, aucune des études de SMC n'a considéré la contrainte non négative sur l'action de contrôle, et la positivité du contrôleur SMC n'a pas été prise en compte dans la littérature.

Le contrôleur SMC est conçu pour la régulation de la glycémie dans de nombreux travaux, mais sans considérer la positivité sur le contrôle comme [Ahm-17], [Her-13] et [Par-14]. L'algorithme de contrôle en boucle fermée [Ahm-17] est basé sur le super-twisting SMC pour les patients de diabète de type 1 en utilisant le modèle minimal DTD de Bergman. Dans [Par-14], une approche similaire est conçue pour le même modèle T1D utilisé pour le backstepping SMC.

Dans, [Her-13] les auteurs ont conçu une commande de mode glissant d'ordre supérieur (HOSMC) basée sur le modèle minimal de Bergman et sur le modèle complexe de Sorensen [Sor-85]. Le contrôleur a été validé *in silico* sur six patients virtuels du simulateur Hovorka T1D. Lors de la validation, le même contrôleur avec les mêmes paramètres a été testé et il a montré un bon niveau de robustesse. Cependant, et suivant la connaissance des auteurs, les études du SMC sur la régulation de la glycémie n'ont jamais envisagé des contraintes de la positivité de l'entrée. En d'autres termes, l'injection /infusion d'insuline est une entrée non négative et le seule SMC admissible est la SMC non négatif. Pour cette raison, un SMC positif pour la régulation de la glycémie du DT1 est présenté dans ce chapitre. De plus, pour une conception de contrôle basée sur un modèle, comme le contrôle prédictif (MPC) ou SMC, le modèle de système joue un rôle capital dans les performances globales du contrôleur. Par conséquent, un modèle approprié qui fournit une bonne description de la dynamique glycémie-insulinémie pour un DT1 doit être choisit. Malheureusement, les modèles historiques comme Bergman ont des équilibres non naturels qui ne sont pas compatibles avec le comportement glycémique du DT1 dans la vie réelle. Comme expliqué dans [Mag-15], ces équilibres impliquent un ensemble d'insuline basale qui maintient le niveau de glycémie constant. Alors que le patient de T1D a un niveau d'insuline basale unique (indépendant de la glycémie) qui stabilise la glycémie à n'importe quelle valeur, à savoir un système stable sur le plan critique et non asymptotique comme le présentent les modèles historiques. Pour ces raisons, le modèle utilisé dans cette thèse est le modèle T1D à long terme récemment développé [Mag-15]. Ce modèle a montré une bonne description de la dynamique glycémie-insulinémie du DT1 par rapport aux autres modèles. Les paramètres du modèle ont été identifiés sur des données cliniques T1D soutenu par le centre hospitalier universitaire de Nantes et de Rennes.

Le point important montre l'existence d'une SMC positive pour la régulation de la glycémie pour la première fois. C'est une propriété essentielle pour éviter la saturation du contrôle à zéro (ouverture de la boucle), une situation dans laquelle le système est hors de contrôle.

IV.8. Implémentation du mode glissant au modèle de Bergman

Cette section est donné pour le but de développer un contrôleur par le mode glissant (SMC) pour assurer la régulation de la glycémie chez un patient diabétique de type 1. La commande développée est construite sur le modèle de Bergman. Sa construction est basée sur l'existence d'une relation mathématique à l'équilibre entre l'insuline injectée et le glucose mesuré. Le problème spécificité de contrôle est exprimé comme un problème de positivité de la commande. Le but est de compenser les effets des contraintes afin que la glycémie du patient se comporte comme le prévoit le système nominal. Pour valider l'intérêt de la méthodologie, des simulations ont été réalisées sur des patients virtuels (T1DM). L'application médicale traitée consiste à stabiliser la glycémie du patient dans une zone de normo-glycémie, malgré les incertitudes sur le modèle. Les résultats montrent l'efficacité de notre approche dans le cadre du contrôle de la glycémie. Les performances obtenues sont satisfaisantes, les moyennes de glycémies sont dans la zone 70–150 mg/dl.

IV.8.1. Synthèse de la commande

Les commandes par modes glissants d'ordre supérieur à deux sont plus difficiles à comprendre. Beaucoup d'algorithmes d'ordre arbitraire expérimentai ont une forme itérative.

IV.8.1.1. Commande quasi-continue (QC)

La commande par modes glissants quasi-continue d'ordre supérieur a été dernièrement développée par [Lev-05]. Cette commande dépend de la théorie des systèmes à structure variable et garantit la convergence de l'état du système vers l'origine en temps fini.

La commande quasi-continue est donnée par

$$u = -\alpha \psi_{n-1,n}(s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(n-1)}) \quad (4.80)$$

Où $\psi_{0,n} = s$, la commande (4.80) pour $n = 1, 2, \dots, 4$ est choisie comme suit

- $n=1$ la commande est $u_{QC} = -\alpha \cdot \text{sign}(s)$
- $n=2$ la commande est $u_{QC} = -\alpha \frac{\dot{s} + |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s)}{|\dot{s}| + |s|^{\frac{1}{2}}}$

- $n=3$ la commande est
$$u_{QC} = -\alpha \frac{\ddot{s} + \beta_2 (|\dot{s}| + \beta_1 |s|^{2/3})^{-1/2} [\dot{s} + \beta_1 |s|^{2/3} \text{sign}(s)]}{|\dot{s}| + \beta_2 (|\dot{s}| + \beta_1 |s|^{2/3})^{1/2}}$$

- $n=4$ la commande est

$$u_{QC} = -\alpha \frac{\ddot{s} + 3[\ddot{s} + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{-1/3} (\dot{s} + 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s))][|\dot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{2/3}]^{-1/2}}{|\ddot{s}| + 3[|\dot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{2/3}]^{1/2}}$$

IV.8.1.2. Commande du super-Twisting

Cet algorithme a été développé pour l'asservissement de systèmes à degré relatif égal à un par rapport à la surface de glissement. Cette loi de commande a été proposée par Emelyanov en 1990. Elle a été étudiée par Levant dans [Lev-97]. Le Super-twisting n'utilise pas d'informations sur \dot{s} ceci peut être vu comme un avantage. Il est composé de deux parties, u_2 et u_1 tels que:

$$u = u_1 + u_2$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > U_m \\ -\alpha \cdot \text{sign}(s) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.81)$$

$$u_2 = \begin{cases} -\lambda |s_0|^p \text{sign}(s) & \text{si } |u| > s_0 \\ -\lambda |s|^p \text{sign}(s) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.82)$$

Avec α, λ, ρ vérifiant les inégalités suivantes: $\alpha > C_0/K_m$, $0 < \rho < 0.5$ et $\lambda^2 \geq \frac{4C_0K_m(\alpha + C_0)}{K_m^2 \cdot K_m(\alpha - C_0)}$.

On peut simplifier l'algorithme dans le cas où le système est affine par rapport à la commande, la loi de commande donnée par

Avec

$$\begin{aligned} u &= -\lambda |s|^p \text{sign}(s) + u_1 \\ \dot{u}_1 &= -\alpha \cdot \text{sign}(s) \end{aligned}$$

La technique 'Super-Twisting' est très robuste, cette méthode ne nécessite pas la connaissance de la dérivée de s et le paramètre ρ est généralement choisi égale à 0.5. [Per-02].

IV.8.2. Application de la commande quasi-continue sur le modèle de Bergman

Il est nécessaire d'utiliser la commande quasi-continue pour assurer la robustesse par rapport aux incertitudes et perturbations. La commande QC-HOSMC (Quasi-Continue High Order

Sliding Mode Control) a été choisie dans ce travail, parce qu'elle produit moins de broutements que les autres méthodes du HOSMC.

Un troisième ordre QC-HOSMC: u_{QC} a été conçu, car il est montré que le modèle de Bergman a le même degré relatif pratique $r = 3$.

$$s = G_b - x_1 \quad (4.83)$$

$$u_{QC} = -\alpha \frac{\ddot{s} + \beta_2(|\dot{s}| + \beta_1|s|^{2/3})^{-1/2}[\dot{s} + \beta_1|s|^{2/3} \text{sign}(s)]}{(|\dot{s}| + \beta_2(|\dot{s}| + \beta_1|s|^{2/3})^{1/2})^{1/2}} \quad (4.84)$$

On choisi $\beta_2 = 2$, $\beta_1 = 1$ et $\alpha = 30$.

IV.8.3. Application de l'algorithme Super-Twisting sur le modèle de Bergman

Le système de glucose-insuline du modèle de Bergman peut être écrit sous la forme d'espace d'état comme suit

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -p_1(x_1 - G_b) - x_1x_2 \\ \dot{x}_2 &= -p_2x_2 + p_3(x_3 - I_b) \\ \dot{x}_3 &= -n(x_3 - I_b) + \gamma(x_1 - h)^+ t + u(t) \end{aligned}$$

Dans lequel x_1, x_2, x_3 sont la concentration de glucose plasmatique du sang, l'effet de l'insuline sur la disparition nette de glucose et la concentration d'insuline dans le plasma, respectivement.

La stabilisation de la concentration de glucose chez le diabétique au niveau de base G_b est un problème de suivi, ainsi l'erreur de suivi est définie comme étant la différence entre le niveau de concentration de glucose et la valeur basale dans le sang du patient diabétique

$$e = G_b - G(t) = G_b - x_1 \quad (4.85)$$

La première étape consiste à déterminer le degré relatif du système. En supposant que $y = x_1$, le degré relatif est défini comme le nombre de différenciation successive jusqu'à ce que la commande apparaisse dans l'équation. La fonction de commande apparaît dans les équations après la troisième différenciation à savoir

$$x_1^{(3)} = \phi(x, t) - p_3x_1u(t)$$

Où

$$\begin{aligned}\phi(x,t) = & x_1[-p_1(p_1^2 + 3p_3I_b) - p_3I_b(p_2 + n) - p_3\gamma(x_1 - h)^+ t] + x_2[-p_1^2(1 + G_b) + \\ & 2p_3p_1p_2(2G_b - 1)] + x_3[-2p_1p_3] + x_1x_2[-(p_1 + p_2)^2 - 3p_3I_b] \\ & + x_1x_3[p_3(3p_1 + p_2 + n)] + x_1x_2^2[-3(p_1 + p_2)] + x_2^2[p_1G_b] + 3p_3x_1x_2x_3 - x_1x_2^3 \\ & + p_1G_b[p_1^2 + I_b]\end{aligned}$$

À partir des conditions suivantes sur les paramètres du système et d'états $p_3 \neq 0$, $x_1 \neq 0$ et les contraintes suivantes $p_3x_1 \in [1.2 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-2}]$. Le système de Bergman présente un degré relatif bien défini, $r = 3$, ce qui nous permet de concevoir le contrôleur pour le système qui satisfasse $e \rightarrow 0$.

Le système avec un degré relatif $r = 1$ est contrôlé par l'algorithme de Super-Twisting. Afin d'atteindre le degré relatif 1, la variable de glissement est réalisée sous cette forme

$$s = \ddot{e} + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_0 e \quad (4.86)$$

Où λ_1, λ_0 sont des valeurs réelles constantes choisies de telle sorte que cette équation présente le comportement désiré et les termes \dot{e} , \ddot{e} peuvent être obtenues par l'équation d'erreur (4.85). Pour l'existence de la SMC, la dynamique de la variable de glissement doit être calculée à l'aide du (4.86)

$$\dot{s} = \ddot{\ddot{e}} + \lambda_1 \ddot{e} + \lambda_0 \dot{e} \quad (4.87)$$

En utilisant (4.85) et (4.87) peut être écrit comme

$$\begin{aligned}\dot{s} = & \ddot{\ddot{G}}_b - \ddot{\ddot{x}}_1 + \lambda_1 \ddot{\ddot{e}} + \lambda_0 \dot{\ddot{e}} = -\ddot{\ddot{x}}_1 + \lambda_1 \ddot{\ddot{e}} + \lambda_0 \dot{\ddot{e}} \\ = & -\phi(x,t) + p_3x_1u(t) + \lambda_1 \ddot{\ddot{e}} + \lambda_0 \dot{\ddot{e}}\end{aligned} \quad (4.88)$$

En ordonnant et en simplifiant les termes (4.88), on aura

$$\dot{s} = \theta(t) + p_3x_1u(t)$$

Avec

$$\theta(t) = -\phi(t) + \lambda_1 \ddot{\ddot{e}} + \lambda_0 \dot{\ddot{e}}$$

Le SMC existe, si $\dot{\theta}(t)$ est bornée par un nombre positif réel, à savoir

$$\dot{\theta}(t) \leq N$$

À partir de l'équation de système et l'équation (4.85) et l'expression de $x_1^{(3)}$, il est apparent que ce qui précède que la condition est remplie et donc le SMC existe et le contrôleur peut être conçu pour le modèle de Bergman.

On considère la première commande différentielle non linéaire suivante

$$\dot{s} + \alpha|s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + \beta \int \text{sign}'(s) d\tau = f(t)$$

Où $\dot{f}(t) \leq L$. Il a été prouvé [Lev-98] que la solution de cette équation différentielle et son premier time dérivative vont converger vers zéro en un temps fini si $\alpha = 1.5L$ et $\alpha = 1.1L$, où L est une constante réelle positive. La commande du super-Twisting peut alors être réalisée sous la forme

$$u = -\alpha|s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) - \beta \int \text{sign}'(s) d\tau$$

Où $\alpha = 1.25 \times 10^4 \times \sqrt{N}$ et $\beta = 0.92 \times 10^4 \times N$ pour l'équation (4.88), étant donné $p_3, x_1 \in [1.2 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-2}]$.

IV.8.4. Résultats de simulation

IV.8.4.1. Résultats de simulation par l'algorithme super-Twisting

L'algorithme de super-Twisting est utilisé pour contrôler le modèle de Bergman. Le deuxième ordre $n=2$ est utilisé pour évaluer \dot{e} et \ddot{e} lors du calcul du variable de glissement (4.86). Matlab est utilisé pour simuler le système en boucle fermée afin de montrer la validité de la conception présentée. Les résultats de simulation sont illustrés par les figures suivantes

- **Résultats sans perturbations**

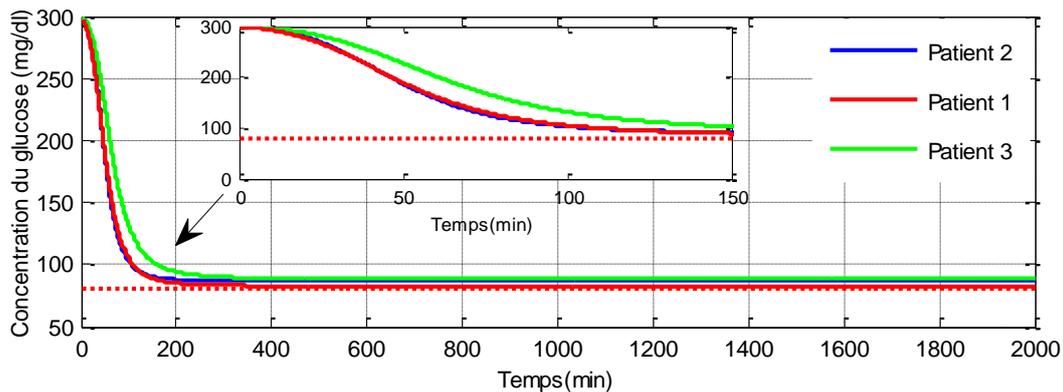


Fig. IV.13: Concentration du glucose pour des personnes diabétiques pour une valeur initiale

$$G(0) = x_1(0) = 300 \text{ (mg / dl)}.$$

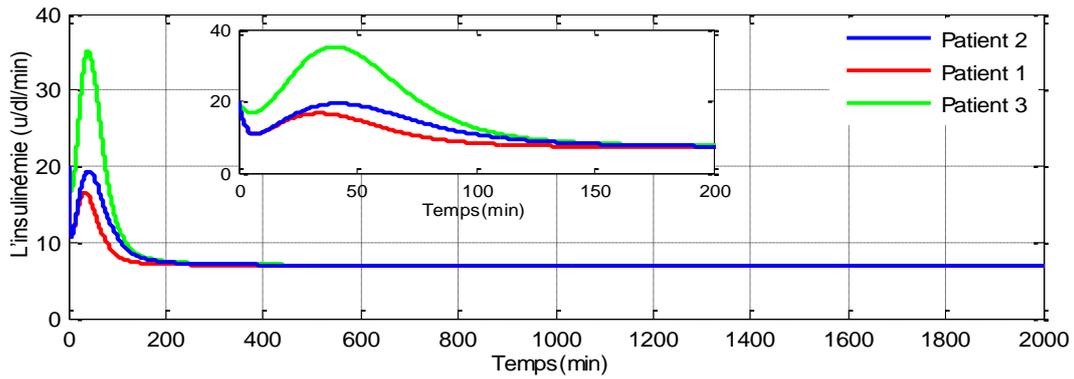


Fig. IV.14: Sorties d'insulinémie pour des personnes diabétiques, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).

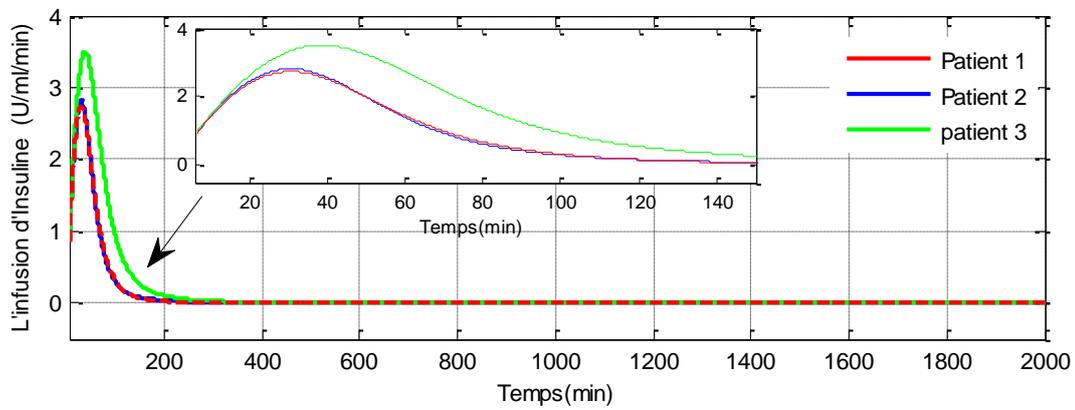


Fig. IV.15: Infusion d'insuline, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).

IV.8.4.2. Résultats de Simulation par l'algorithme quasi-continu (QC)

- Résultats sans perturbation

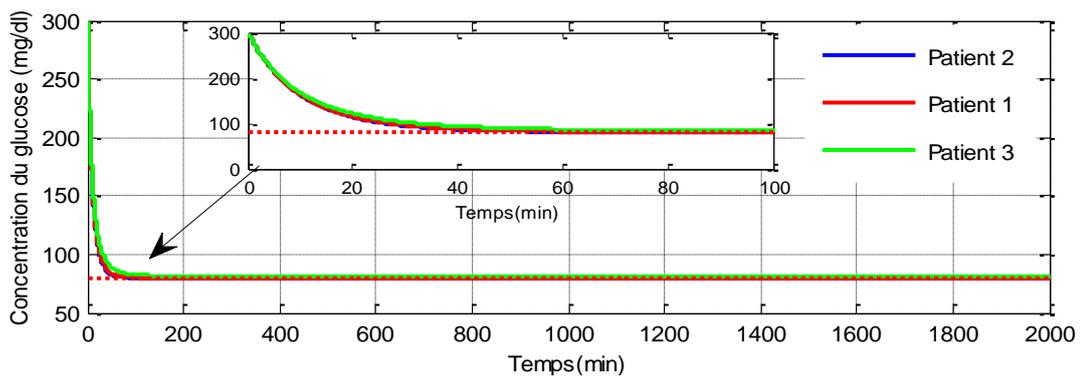


Fig. IV.16: Concentration du glucose pour des personnes diabétiques pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl).

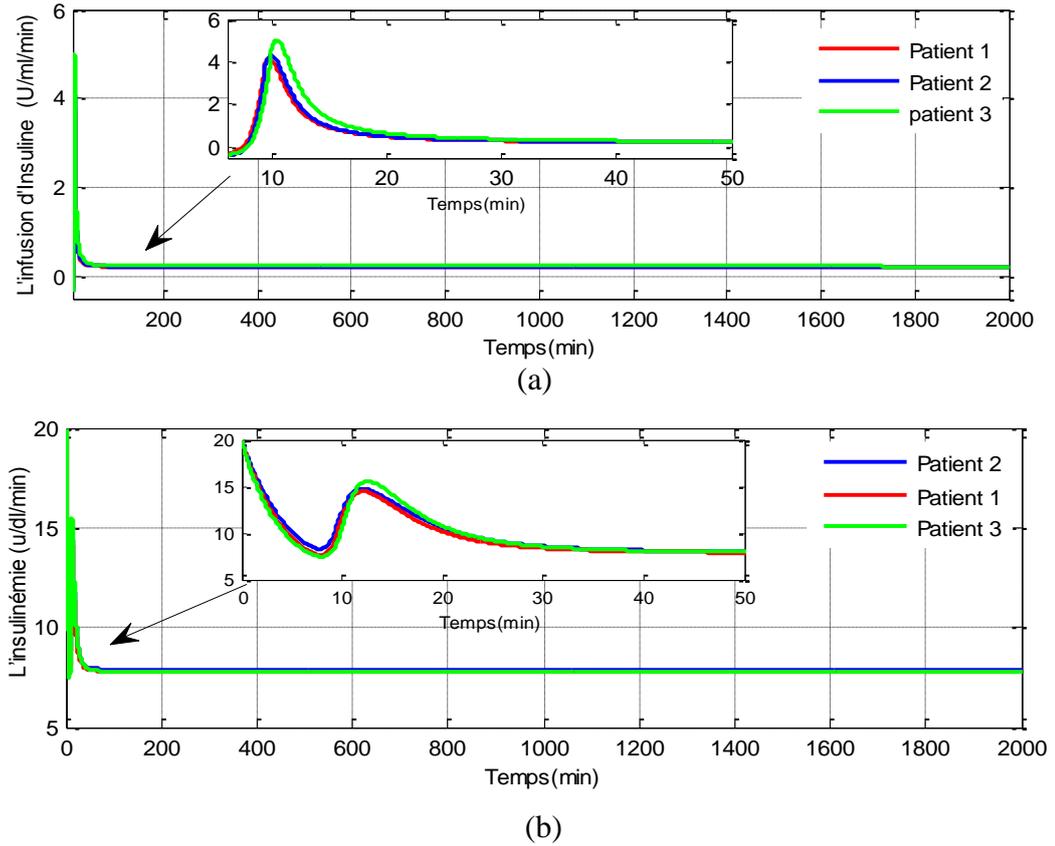


Fig. IV.17: (a). Infusion d'insuline pour des personnes diabétiques. (b) Les sorties d'insulinémie, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg/dl).

• Résultats avec perturbation

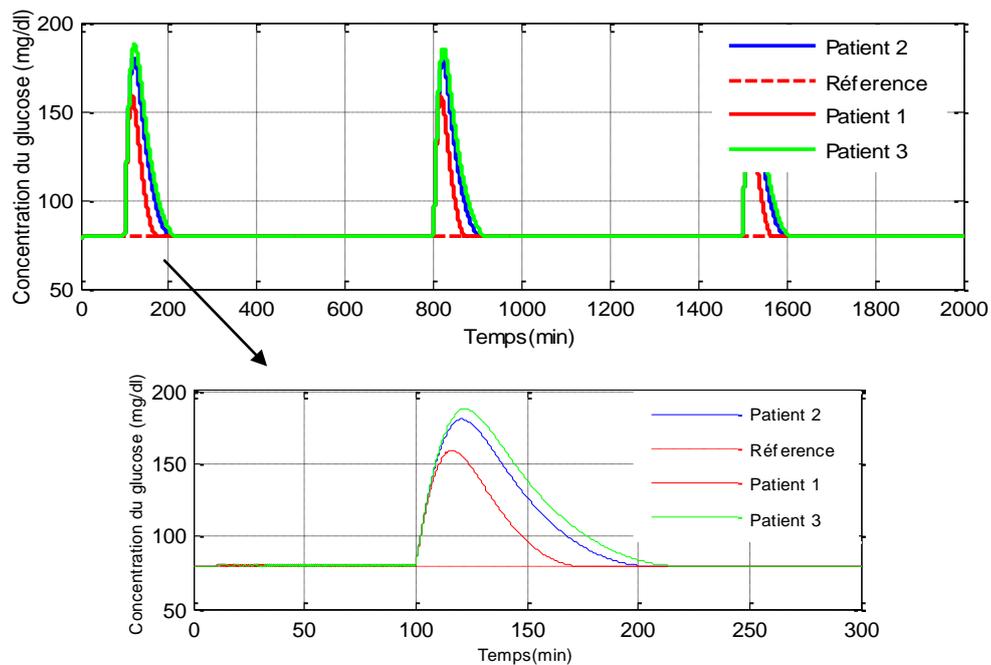


Fig. IV.18: Concentration du glucose pour des personnes diabétiques pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl).

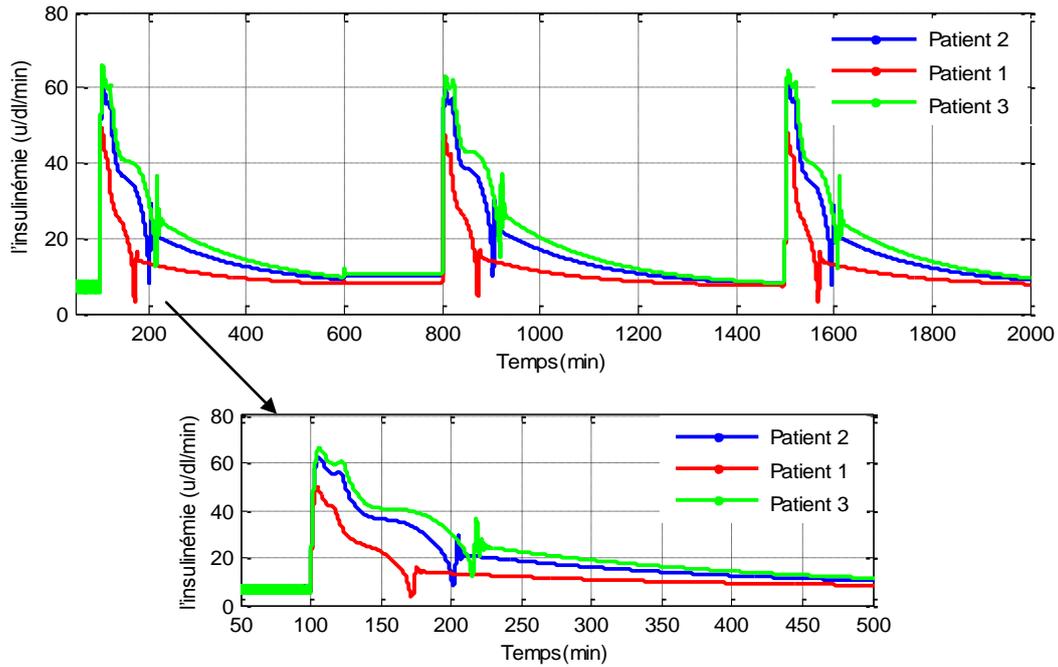


Fig. IV.19: Sorties d'insulinémie pour des personnes diabétiques. (b) L'infusion d'insuline, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl).

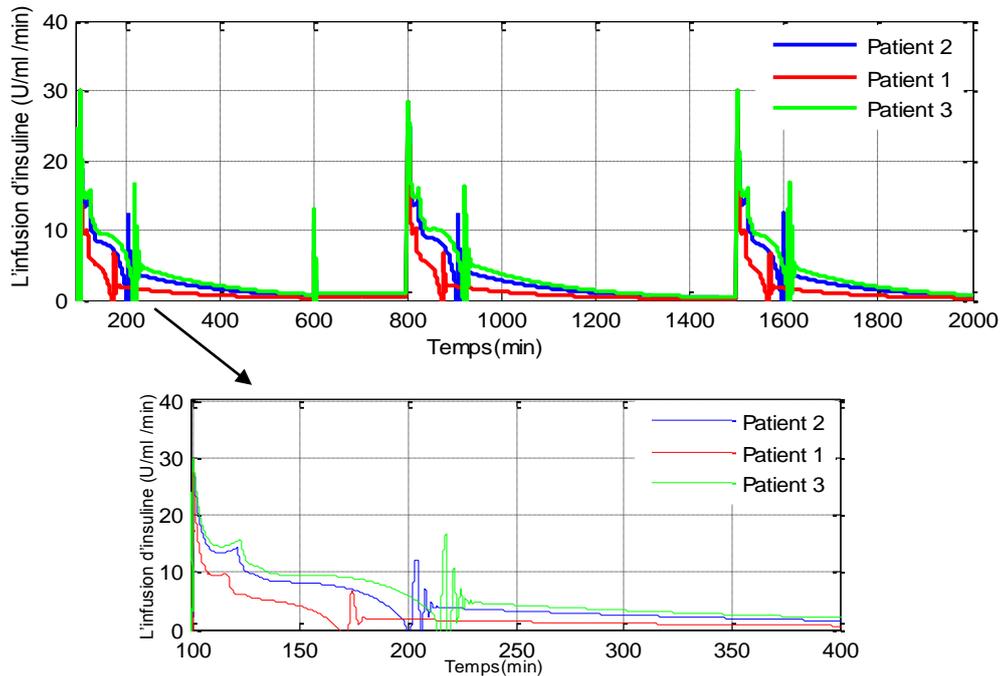


Fig. IV.20: Infusion d'insuline, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 80$ (mg/dl).

IV.8.5. Discussion

La figure (IV.13) indique la concentration du glucose de trois patients diabétiques correspondant à la valeur initiale 300 mg/dl, cette concentration est contrôlée par un deuxième ordre SMC qui est l'algorithme super-Twisting. Pour les trois cas, le glucose est totalement

stabilisé au niveau basal (80 mg/dl) dans un intervalle de temps différent (150 min), (200 min) respectivement, cependant les concentrations d'insuline sont présentées dans la figure (IV.14) (l'insulinémie). Chez les trois patients, la quantité d'insuline exigée par cette formule de commande pour atteindre la normo-glycémie est visible dans la figure (IV.15).

La figure (IV.16) représente la concentration du glucose du modèle de Bergman, cette dernière indique un événement hyper glycémique contrôlé par un troisième ordre QC-HOSMC .Puis, la normo glycémie est atteinte dans un temps convenable (45 à 50 min). Les gains du régulateur sont les mêmes pour les tous les patients.

La figure (IV.17: a, b) montre l'insulinémie et la dose d'insuline respectivement sans perturbation, cette dose exigée par la méthode de commande QC pour atteindre la normo-glycémie. On note que la dose d'insuline est distinguée pour chaque patient. Les figures (IV.18) (IV.19) et (IV.20) exposent les cas de simulation en présence des perturbations. Ces figures prouvent la robustesse de ce type de commande pour ce modèle physiologique. Également, en remarque que ces figures présentent une bonne poursuite entre la concentration du glucose et la référence désirée. Cette poursuite est atteinte en temps fini (50 min) et avec des valeurs positives de la sortie et de l'entrées, malgré que l'existence des perturbations.

IV.9. Etude comparative entre la commande super-Twisting et Quasi-continu

Après les simulations apparentes dans les sections IV.8.4.1 et IV.8.4.2 sur le système de glucose-insuline de Bergman, dans cette section une comparaison entre les deux méthodes de commande expliquées dans la section IV.8.1 a été effectuée. Pour observer l'effet de variation des gains de commande sur la poursuite lorsqu'il s'agit de la commande Super-twisting ou de la commande Quasi continu, nous utilisons les même donnés des patients représentés sur les figures IV.13 et IV.16. Les résultats de simulations de la concentration de glucose et de l'erreur de poursuite sont présentés sur les figures IV.21 et IV.22 respectivement. La comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes de commande est illustre par le tableau IV.2.

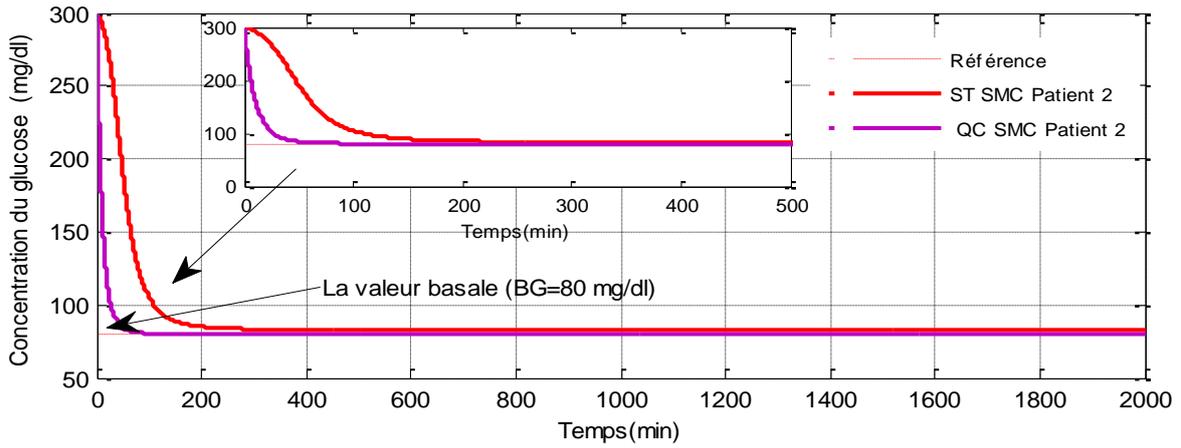


Fig. IV.21: Concentration du glucose, simulation pour une valeur initiale $G(0) = x_1(0) = 300$ (mg / dl) et pour les deux méthodes de commande: Super-twisting et Quasi-continu.

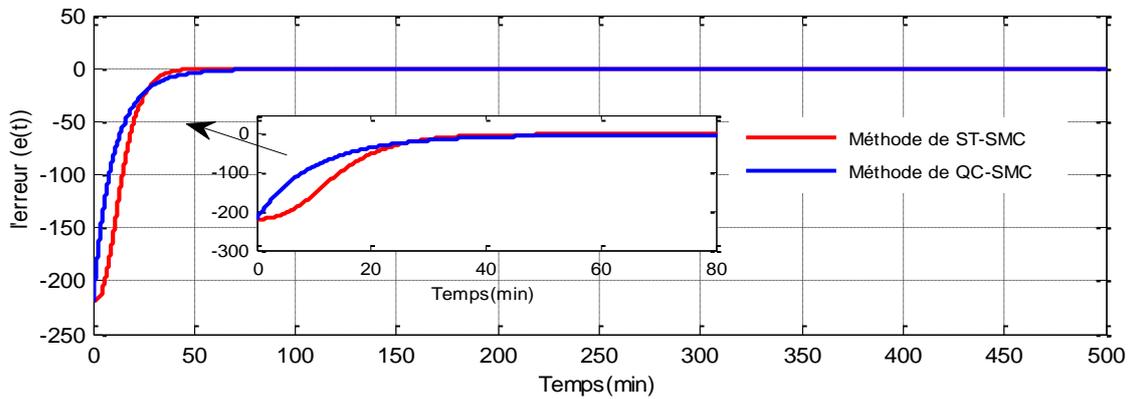


Fig. IV.22: Représentation de l'erreur entre la sortie de glycémie et sa référence pour les deux méthodes de commande: Super-twisting et Quasi-continu.

Tableau IV.2: La comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes: Super-twisting et Quasi-continu.

Les critères de performance					
Les méthodes de commande	Temps de poursuite	Erreur		Glycémie (BG) concentration	
		Min	Max	Max BG concentration	Min BG concentration
QC-SMC	40 min	-300	0.0089	300 mg/ dl à 0 min	80 mg/ dl à 40 min
ST-SMC	150 min	-300	0.1273	300mg/ dl à 0 min	100 mg/ dl à 40 min Et 80 mg/dl à 150 min

Dans la figure IV.21, nous avons vu que la réponse du système de glucose-insuline suit sa référence. À partir de quarante minutes (régime permanent), les résultats montrent clairement que le contrôleur QC-SMC est plus rapide que le Super-twisting SMC. Aussi, d'après le tableau IV.2, il est clair que la poursuite réalisée par le contrôleur QC-SMC est plus précise comparativement à celle créée par le contrôleur Super-twisting. En général, nous sommes plus intéressés par les performances du système en régime permanent, où nous notons que l'utilisation du QC-SMC fournit un meilleur suivi que le Super-twisting. En plus, nous avons résolu le problème de la positivité pour l'entrée et la sortie, mais il est nécessaire d'indiquer des conditions sur le système et sur les paramètres de la loi de commande pour garantir la positivité.

IV.10. Conclusion

La principale réalisation de ce chapitre est certainement la preuve théorique de l'existence d'une injection positive significative d'insuline via SMC. Premièrement, l'état insulémique plasmatique du modèle de long terme est de nature non négative, mais mathématiquement, le modèle du second ordre d'insuline n'est pas positif. Dans ce but, l'ensemble des points du modèle de second ordre où l'insuline plasmatique est non négative a été trouvé pour la première fois. C'est le plus grand ensemble PIS en boucle ouverte qui peut être défini comme l'ensemble possible des conditions initiales où le modèle décrit correctement la réponse sans entrée du système biologique. Le SMC avec des contraintes de positivité est conçu pour que le système d'insulinémie puisse réguler l'insuline plasmatique à une valeur souhaitée. La plus grande PIS où la variable plasmatique de l'insuline est non négative sous SMC a été trouvée. Après, la positivité de SMC a été assurée partout dans cet ensemble via la conception de k et λ . La contrainte de positivité de l'entrée ne réduit pas le plus grand PIS en boucle fermée. La simulation est faite sur des patients virtuels dérivés de données cliniques réelles. Deuxièmement, nous avons présenté également dans ce chapitre le problème de contrôle du modèle de Bergman. On a proposé une commande par mode glissant d'ordre deux basé sur l'algorithme de Super-twisting. Pour améliorer les résultats de simulation qui sont données par la commande du mode glissant d'ordre deux, on utilise une autre méthode de commande par mode glissant d'ordre supérieure qui est basée sur l'algorithme Quasi continu. Les résultats de simulation de cette application sont réalisés sous contraintes des paramètres et du système et d'états pour assurer que la commande et la sortie restent continûment positives.

Conclusion générale et perspectives

1. Conclusion

Notre thèse consiste en la conception de trois types de commande : la commande adaptative à modèle de référence dont sa forme de base et ensuite la nouvelle structure de cette commande qui est convenable avec les contraintes et les saturations associées à l'entrée et la sortie, cette dernière est un axe de recherche qui n'est pas encore bien traité pour les systèmes physiologiques. La deuxième commande basée sur le contrôleur flou, et la dernière c'est la commande par mode glissant capable de traiter les contraintes de positivité est utilisée pour la première fois pour la régulation de la glycémie. Ces trois commandes sont appliquées sur l'un des plus importants processus physiologiques qui est le problème de la régulation de la glycémie du diabète de type 1 (DT1). Pour évaluer leurs efficacités, les trois types de commande sont testés *in silico* sur deux modèles de DT1, c'est le modèle à long terme développé au LS2N et qui est déduit à partir des données cliniques de sujets DT1. Ensuite le modèle de Bergman.

On a commencé notre travail par une introduction qui explique l'histoire des systèmes positifs et notamment leur important rôle pour les systèmes physiologiques. Dans cette première étape de ce travail, le développement de nos trois types de commandes pour la régulation de la glycémie du diabète de type 1 et leur historique donné par les chercheurs est bien expliqué pour évaluer leur efficacité sur deux modèles de DT1. Dans le premier chapitre le problème de la positivité est présenté, des définitions et préliminaires pour les systèmes positifs sont donnés. Nous généralisons ces résultats aux systèmes physiologiques positifs particulièrement sur deux modèles de DT1 (Bergman et Magdeleine).

Après, deux techniques de la commande adaptative à modèle de référence sont développées. La première est la commande adaptative sans contraintes. Dans laquelle on trouve la commande développée avec le professeur H. Kaufman qui a introduit la commande adaptative simple SAC, elle est donnée par certains chercheurs et en particulier I. D. Landau, P. A. Ioannou et dont K.J. Astrom donne dans son papier [Ast95] une histoire de la commande adaptative. Également on a la commande adaptative basée sur les règles de MIT donnée par Landau, P. A. La deuxième est la commande adaptative avec contraintes. Les deux types de commande adaptative sont appliqués sur deux différents modèles physiologiques de glucose-insuline.

Dans cette thèse, on ajoute ensuite à notre travail un autre contrôleur par la commande floue pour faire une comparaison entre les trois commandes proposées dans notre premier partie.

Après, un autre algorithme de commande robuste est conçu et expérimenté, c'est la commande par modes glissants (SMC). Notre contribution utile est le raisonnement de l'existence d'un contrôleur rigoureusement positif apte à garantir la positivité des variables d'état et d'entrée. Cette partie représente la contribution principale de notre thèse. Ce contrôleur par mode glissant positif est créé pour la première fois pour la régulation de la glycémie. Pour le modèle de Magdeleine, La commande est positive partout dans le plus grand ensemble positivement invariant (PIS) du sous-système d'insuline. Dans cette conception deux blocs de SMC sont évaluées, la commande par modes glissants SMC1 garantit le suivi des références d'insuline, et le deuxième bloc SMC2 utilise l'erreur de glycémie pour donner la trajectoire d'insuline souhaitée. Ainsi, la glycémie est menée vers le point de consigne normal pendant le SMC2. Les détails de cet algorithme sont donnés dans le quatrième chapitre. Aussi, des autres types de commande par mode glissant et leurs applications sur le modèle de Bergman sont développés dans ce chapitre.

Après la réalisation des deux premiers types de la commande adaptative avec et sans contraintes de positivité et la commande floue, et finalement le contrôleur positif par mode glissant avec tous ces nouveaux développements et modification des contraintes sur l'entrée et la sortie, une comparaison entre les trois commandes proposées dans cette thèse est fait. L'essai dans *silico* est réalise pour approuver les résultats théoriques des algorithmes proposés. L'application de ces commandes sur deux différents modèles de glycémie a donnée des résultats satisfaisants et convenables.

2. Perspectives

Comme perspective, les points suivants méritent d'être pris en considération en tant que travaux futurs:

- L'étude de la positivité de commande adaptative à modèle de référence avec des contraintes de positivité de l'entrée et de la sortie sans utiliser les méthodes de saturation et de limitation pour les systèmes physiologiques comme la régulation de la glycémie.
- Les analyses de positivité pour la variable d'état glycémique doivent être étudiées pour trouver le plus grand PIS sous contrôle SMC non négatif. Les incertitudes du modèle et le bruit de mesure doivent être pris en compte pour prouver la robustesse du

contrôleur. Ensuite, l'objectif est une théorie pour une classe de systèmes linéaires et non linéaires. Aussi, l'étude de la positivité du modèle de Bergman et l'application du commande par mode glissant sur ce modèle sans imposée des limitations sur les variables d'état et des paramètres doivent être étudiées.

Bibliographie

- [Abu-12] A. Abu-Rmileh, W. Garcia-Gabin, "Wiener sliding-mode control for artificial pancreas: A new nonlinear approach to glucose regulation". *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 107, n 2, pp. 327–340. 2012.
- [Abu-10] A. Abu-Rmileh, W. Garcia-Gabin & D. Zambrano, "A robust sliding mode controller with internal model for closed-loop artificial pancreas", *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 48, n 12, pp. 1191–1201, 2010.
- [Ahm-17] S. Ahmad, N. Ahmed, M. Ilyas, & W. Khan, "Super twisting sliding mode control algorithm for developing artificial pancreas in type 1 diabetes patients". *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 38, pp. 200–211. 2017.
- [Ahm-08] J. Ahmed, B. A. Alvi, "Blood glucose-insulin regulation and management system using matlab/simulink", In 4th International Conference on Emerging Technologies. ICET. IEEE, pp. 304-308, Octobre, 2008.
- [Ant-13] A. Antony¹, A. Nasar, "Model Reference Adaptive Control on Glucose Regulation", *International Journal of Science and Research (IJSR)*.2013.
- [Arn-08] H.M. Arneson, C. Langbort, "Distributed sliding mode control design for a class of positive compartmental systems". In *American Control Conference*, pp.2455–2460, Seattle,WA, USA: IEEE, June 2008.
- [Bar-14] I. BarKana, "Simple Adaptive Control – a Stable Direct Model Reference Adaptive Control Methodology – Brief Survey", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 28, Issue 7-8, pp. 567–603, July-August 2014.
- [Bar-13] I. BarKana, "Extensions in Adaptive Model Tracking with Mitigated Passivity Conditions", *Chinese Journal of Aeronautics*, vol 26, Issue 1, pp. 136-150, February 2013.
- [Bar-91] I. BarKana, "Positive realness in multivariable stationary linear systems ", *J.of the Franklin Institute*, vol. 238, n 4, pp. 403-417. 1991.
- [Bar-85a] I. BarKana, H. Kaufman, "Robust simplified adaptive control for a class of multivariable continuous time systems ", *Proceedings of the 24th Conference On Decision and Control*, Lauderdal, pp. 141-146. 1985.
- [Bar-85b] I. BarKana, H. Kaufman, "Global stability and performance of a simplified adaptive algorithm ", *Int.J.Control*, vol 42, n 6, pp. 1491-1505. 1985.

- [Ber-81] R. N. Bergman, L. S. Phillips, and C. Cobelli, "Physiologic evaluation of factors controlling glucose tolerance in man: Measurement of insulin sensitivity and beta-cell glucose sensitivity from the response to intravenous glucose", *Journal of Clinical Investigation*, vol. 68, n 6, pp. 1456. 1981.
- [Boi-07] I. Boiko, L. Fridman, A. Pisano, and Usai. "Analysis of chattering in system with second order sliding modes", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol 52, n 11, pp, 2085-2102. 2007.
- [Bol-61] V. W. Bolie. "Coefficients of normal blood glucose regulation", *Journal of Applied Physiology*, vol.16, n 5, pp.783–788, 1961.
- [Bro-79] J.R. Broussard, S.J. O'Brien, " Feedforward control to track the output of a forced model ", *Proceedings of the 17th Conference on Decision and Control*, pp. 1149-1155, 1979.
- [Cas-16] I. Castillo, M. Steinberger, L. Fridman, J. A. Moreno & M. Horn, "Saturated super-twisting algorithm: Lyapunov based approach", In 14th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), pp. 269–273. Nanjing, China, IEEE. June 2016.
- [Cas-93] E. B. Castelan & J. C. Hennet, "On invariant polyhedral of continuous-time linear systems", *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 38, n 11, pp. 1680–1685, 1993.
- [Che-07] L. Chengwei, H. Ruiqiang, "Simulation study on blood glucose control in diabetics". In *The 1st International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering. ICBB*, pp.1103-1106. IEEE, July, 2007.
- [Che-09] L. Chengwei, H. Ruiqiang, "Fuzzy-PID control for the regulation of blood glucose in diabetes", In *GCIS'09. WRI Global Congress on Intelligent Systems*, IEEE, vol. 2, pp. 170-174, May 2009.
- [Com-15] S. Comani, C .Boldisori , " Simulation of an adaptive closed loop system for blood glucose concentration control", *Bulletin of the Transilvania University of Braşov* . vol. 8, n 2, 2015.
- [Dal-07] C. Dalla Man, R. A. Rizza, and C. Cobelli, "Meal simulation model of the glucose insulin system", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 54, n 10, pp.1740–1749, Octobre 2007.
- [Din-09] F. Dinuzzo, "A second order sliding mode controller with polygonal constraints", In 48th *IEEE Conference on Decision and Control*, held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 2009, pp. 6715–67190, Shanghai China,

IEEE, 2009.

- [Edw-98] C. Edwards, S. "Spurgeon, Sliding mode control: theory and applications", Crc Press, 1998.
- [Esb-07] J. Esben Friis "Modeling and Simulation of Glucose-Insulin Metabolism", PHD thesis, Technical university Denmark, 2007.
- [Far-11] L. Farina, S. Rinaldi, "Positive Linear Systems: Theory and Applications", vol. 50. John Wiley & Sons, 2011.
- [Fer-14] A. Ferrara, G. P. Incremona & M. Rubagotti, "Third order sliding mode control with box state constraints". In 53rd Annual Conference on Decision and Control (CDC), pp. 4727–4732, Los Angeles, CA, USA, IEEE. 2014.
- [Fis-91] M.E. Fisher, "A semi closed-loop algorithm for the control of blood glucose levels in diabetics". *IEEE Transactions in Biomedical Engineering*, vol. 38, n 1, pp. 57 – 61.1991.
- [Fri-08] L. Fridman, Y. Shtessel, C. Edwards and Y. Xing-Gang, "High-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 18, n 4-5: pp. 399-413, 2008.
- [Fu-13] J. Fu, Q. X. Wu, & Z. H. Mao, "Chattering-free SMC with unidirectional auxiliary surfaces for nonlinear system with state constraints", *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 9, n 12, pp. 4793–4809. 2013.
- [Fur-85] S.M. Furler, E.W. Kraegen, R.H. Smallwood and D. J. Chisholm, "Blood glucose control by intermittent loop closure in the basal mode: computer simulation studies with a diabetic model". *Diabetes Care*, vol. 8, pp. 553 – 561.1985.
- [Gae-00] A. De Gaetano and O. Arino, "Mathematical modeling of the intravenous glucose tolerance test", *Journal of Mathematical Biology*, vol. 40, n 2, pp. 136–168, 2000.
- [Ghe-06] F. Ghers, "Application des techniques de commandes intelligentes pour le contrôle d'une machine asynchrone". Thèse de doctorat, Université Badji -annaba.2006.
- [Gra -07] P. Grant, "A new approach to diabetic control: fuzzy logic and insulin pump technology". *Medical engineering & physics*, 29(7), pp. 824-827. 2007.
- [Ham-03] A. Hamzaoui, N. Essounbouli and J. Zaytoon, "Fuzzy Sliding Mode Control for Uncertain SISO Systems", *Processing of IFAC Conf. on Intelligent Control Systems and Signal*

- ICONS'03, pp. 233–238, 2003.
- [Her-13] A. G. Hernández, L. Fridman, A. Levant, Y. Shtessel, R. Leder, C. R. Monsalve & S. I. Andrade, "High-order sliding-mode control for blood glucose: Practical relative degree approach", *Control Engineering Practice*, vol. 21, n 5, pp. 747–758. 2013.
- [Hov-02] R. Hovorka et al, "Partitioning glucose distribution/transport, disposal, and endogenous production during ivgtt", *American Journal of Physiology-Endocrinology and Metabolism*, vol. 282, n 5, pp. E992–E1007. 2002.
- [Inn-98] M. Innocenti, M. Falorni, "State constrained sliding mode controllers". In *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 104–108, Philadelphia, PA, USA, IEEE, 1998.
- [Ioa-03] P.A. Ioannou, J. Sun, "Robuste adaptive control", Prentice-Hall, 2003.
- [Iso-89] A. Isidori, "Nonlinear control systems", 2nd springer-verlag, 1989.
- [Jon-11] D. Jonathan "Stabilisation positive de systèmes différentiels linéaires: théorie et application aux réacteurs tubulaires". 2011.
- [Kac-97] T. Kaczorek, "Positive linear systems and their relationship with electrical circuits", *XX-SPETO*, pp. 33-41. 1997.
- [Kac-02] T. Kaczorek, "Positive Positive 1D and 2D systems", Springer-Verlag, London, 2002.
- [Kac-11] T. Kaczorek, "Positive stable realizations with system Metzler matrices", *International Journal of Archives of Control Sciences*, vol. 21, n 2, pp. 167–188. 2011.
- [Kau-93] H. Kaufman, G.W. Neat, "Asymptotically stable Multi input Multi output direct model reference adaptive controller for processes not necessarily satisfying a positive real constraint", *Int.J.Contr*, vol.58, n 5, pp. 1011-1031. 1993.
- [Kav-15] P. Kaveh, Y. B. Shtessel, "Blood glucose regulation using higher order sliding mode control". *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 18, n 4–5, pp. 557–569. 2008.
- [Kou-08] K. Kouzi, "Contribution des techniques de la logique floue Pour la commande d'une machine a induction sans Transducteur rotatif", Thèse de doctorat, Université de Batna. 2008.
- [Lam-02] Z. H. Lam, J. Y. Hwang, J. G. Lee, J. G. Chase, and G. C. Wake, "Active insulin infusion using optimal and derivative-weighted control", *Medical Eng. & Physics*. Vol. 24, pp. 663-672, 2002.

- [Lan-89] I.D. Landau, L. Dugard, " Commande adaptative aspects pratiques et théorique ", Masson 1989.
- [Lan-79] I.D. Landau, " Adaptive control: The model reference approach ", Marcel Dekker, Inc, New York, 1979.
- [Lev-05a] A. Levant, "Quasi-continuous high-order sliding-mode controllers", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 50, n 11, pp. 1812-1816. 2005.
- [Lev-05b] A. Levant, "Homogeneity approach to high-order sliding mode design", Automatica, vol. 41, n 5, pp. 823–830. 2005.
- [Lev-98] A. Levant, "Universal SISO Sliding Mode Controllers with Finite-Time Convergence", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 46, n 9, pp. 1447-1451. 1998.
- [Lev-97] A. Levant, "Higher order sliding: collection of design tools", In Control Conference (ECC), European, IEEE, pp. 3043–3048, 1997.
- [Lev-93] A. Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", International journal of control, vol. 58, pp. 1247–1263. 1993.
- [Mam-75] E.H. Mamdani, S. Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller", *Int. J. Man Mach. Studies*, vol. 7, n 1, pp. 1–13. 1975.
- [Mag-15] N. Magdeleine et al, "A Long-term Model of the Glucose-Insulin Dynamics of Type 1 Diabetes". IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 62, n 6, pp. 1546–1552. May 2015.
- [Men-17a] K. Menani, T. Mohammadridha, N. Magdelaine, M. Abdelaziz & C. H. Moog. "Positive sliding mode control for blood glucose regulation", International Journal of systems Science, Vol. 48, n. 15, pp. 3267-3278. September 2017.
- [Men-17b] K. Menani, M. Abdelaziz. "Regulation of blood glucose using nonlinear command generator tracker NCGT and high order sliding mode HOSM controllers: a comparative study", International Conference on Health Sciences and Medical Technologies 2017, ICHSMT'17, from 10 to 12 October 2017, Tlemcen, Algeria.
- [Men-17c] K. Menani, M. Abdelaziz. "A comparative simulation Study of Glucose Methods", The Third International Conference on Electrical Engineering and Control Applications 2017, ICEECA'17, from 21 to 22 November 2017, Constantine, Algeria.
- [Men-16] K. Menani, M. Abdelaziz. "Design of two controllers based on DMRAC and MIT methods on glucose-insulin system", *Advances in Engineering: an International Journal (ADEIJ)*,

Vol. 1, No. 1. September 2016.

- [Men-13a] K. Menani, M. Abdelaziz. "Robust Direct Model Reference Adaptive Control on the glucose system", The 3rd International Conference on Systems and Information Processing, ICSIP'13, 12-14 May 2013 Guelma, Algeria.
- [Men-13b] K. Menani, M. Abdelaziz, "A comparative Study between two Controls based on DMRAC and MIT Methods on the Glucose System", The 2nd International Conference on Electrical and Automatic Control .ICEEAC'13, 24-26 November 2013 Setif, Algeria.
- [Moh-17] T. Mohammadridha, " Automatic Glycemia Regulation of Type I Diabetes", PHD thesis, École Centrale de Nantes, France, 2017.
- [Nic-11] G. Nicolao, L. Magni, C. Dalla Man, C. Cobelli, "Modeling and control of diabetes: Towards the artificial pancreas", in Proceedings of the 18th IFAC World Congress, 2011.
- [Oll-89] R. L. Ollerton, "Application of optimal control theory to diabetes mellitus", International Journal of Control, vol. 50, n 6. 1989.
- [Ost-77] J.J. Ostergaad, "Fuzzy logic control of a heat exchange process". in *Fuzzy Automata and Decision Processes*, M.M. Gupta, G.N. Saridis, and B.R. Gaines, Eds. pp 285–320, 1977.
- [Pal-03] C.C. Palerm, " Drug infusion control: An extended direct model reference adaptive control strategy ", PHD thesis, Faculty RPI. Troy New York, 16-july-2003.
- [Pal-02] C.C. Palerm, B. W. Bequette, " Direct model reference adaptive control and saturation constraints ", 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain, 2002.
- [Par-14] N. T. Parsa, A. R. Vali & R. Ghasemi, "Back stepping sliding mode control of blood glucose for type 1 diabetes". World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Medical, Health, Biomedical, Bioengineering and Pharmaceutical Engineering, vol. 1, n 11, pp. 213. 2014.
- [Per-02] W. Perruquetti, J.P. Barbot, "Sliding mode control in engineering", Marcel Dekker, 2002.
- [Pri-13] J. Priyank, M. J. Nigam " Design of a Model Reference Adaptive Controller Using Modified MIT Rule for a Second Order System", Advance in Electronic and Electric Engineering, vol. 3, n 4, pp. 477–484. 2013.
- [Rub-10] M. Rubagotti, A. Ferrara, "Second order sliding mode control of a perturbed double integrator with state constraints", In American Control Conference (ACC), pp. 985–990. Baltimore, MD, USA, IEEE, 2010.

- [Sab-08] A. Sabanovic, M. Elitas, & K. Ohnishi, "Sliding modes in constrained systems control", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 5, n 9, pp. 3332–3339. 2008.
- [Sal-82] E. Salzsieder, G. Albecht, U. Fischer, and E-J Freyse, "Kinetic modeling of the glucoregulatory system to improve insulin therapy", *IEEE Trans. on biomed. Eng.*, Vol. 32, pp. 846-855, 1982.
- [Sim-10] M. G. Simoes, " Introduction to fuzzy control. Colorado School of Mines", *Engineering Division, Golden, Colorado*, vol. 8, pp. 18-22. 2010.
- [Slo-91] J. Slotine, E. –J, W. Li, "Applied Nonlinear Control". London: Prentice-Hall, Inc. 1991.
- [Sob-82] K. Sobel, H. Kaufman, L. Mabijs, " Implicit adaptive control for a class of MIMO Systems ", *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 18, pp. 576-590, 1982.
- [Sor-85] J. T. Sorensen, "A physiologic model of glucose metabolism in man and its use to design and assess improved insulin therapies for diabetes", MIT, USA. Massachusetts Institute of Technology, 1985.
- [Soy-13] S .Soylu, K. Danisman, I. E. Sacu, & M. Alci, "Closed-loop control of blood glucose level in type-1 diabetics: A simulation study", In 8th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO), IEEE, pp. 371-375, Novembre 2013.
- [Sta-16] S .Stanley. P.K, Satheesh ., U. Ramchandriah. Identification and Control of Insulin Glucose Regulation in Type 1 Diabetes . *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering (An ISO 3297: 2007 Certified Organization)*, vol. 5, n 4, 2016.
- [Sto-74] J.E. Stolwijk, J.D. Hardy, "Regulation and control in physiology, in *Medical Physiology*", edited by V.B. Mountcastle, St. Louis, CV Mosby, vol. 1, pp.1343-1358. IEEE, 1974.
- [Swa-17] M. Swathi, P. Ramesh, " Modeling and Analysis of Model Reference Adaptive Control by Using MIT and Modified MIT Rule for Speed Control of DC ", proceedings of the 17th *International Advance Computing Conference (IACC), 2017*.
- [Tal-14] N. Talbi, "Conception des Systèmes d'inférence Floue par des Approches Hybrides :Application pour la Commande et la Modélisation des Systèmes Non linéaires" . Thèse de doctorat, Université Constantine.2014.
- [Tam-86] T. Tamakawa, "High speed fuzzy controller hardware system". *Proc. 2nd Fuzzy System Symp.* pp 122–130, 1986.

- [Tane-13] M. Tanelli, A. Ferrara, "Switched second-order sliding mode control with partial information", Theory and application. *Asian Journal of Control*, vol. 15, n 1, pp 20–30, 2013.
- [Tani-07] H. Tanizawa, Y. Ohta, "Sliding mode control under state and control constraints". In *IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, pp.1173–1178. Singapore, 2007.
- [Tár-14] M. Tárník, E. Miklovičová, J. Murgaš, et al. "Model reference adaptive control of glucose in type 1 diabetics: a simulation study". *IFAC Proc*, vol. 47, n 3, pp. 5055–5060, 2014.
- [Utk-07] V.I. Utkin, and L. Hoon, "Chattering problem in Sliding Modes Control Systems", pp 346-350, Alghero Italy, 2007.
- [Utk-77] V. I. Utkil, "Variable structure systems with sliding mode", *IEEE transactions. On automatic control*, vol. 26, n 2, pp. 212-222, 1977.
- [Vig-14] A. Vignoni, "Invariance and sliding modes. Application to coordination of multi-agent systems", bioprocesses estimation, and control in living cells (Master's thesis). Universitat Politècnica de València, València. 2014.
- [Wah-06] A. Wahab, Y.K. Kong, C. Quek, "Model reference adaptive control on glucose for the treatment of diabetes mellitus ", proceedings of the 19th IEEE Symp. *On Computer-Based Medical Systems (CBMS'06)*, 2006.
- [Wil-04] S. Wild, G. Roglic, A. Green, R. Sicree & H. King, "Global prevalence of diabetes: Estimates for the year 2000 and projections for 2030". *Diabetes Care*, vol.27, n 5, pp.1047, 2004.
- [Wil-78] D. Willaeyns, N. Malvache, "Use of fuzzy model for process control". *IEEE International Conference on Cybernetics and Society*, 1978.
- [Yan-06] K. Yang, M. Athena, L. Jiaxu, "Mathematical models and software tools for the glucose-insulin regulatory system and diabetes: an overview. *Applied numerical mathematics*", vol. 56, pp. 559–573, May 2006.
- [Yu-02] A. H. Yu, M. Deng, T.C. Yang, D.H. Owens "Model reference parametric adaptive iterative learning control ", proceedings of the 15th IFAC Triennial world congress. Spain, 2002.
- [Zad-94] L. A. Zadeh, "Soft computing and fuzzy logic", *IEEE Software*, vol. 11, n. 6, pp 48-56, 1994.
- [Zad-73] L. A. Zadeh, "*Syst. Man and Cyber*", *IEEE Trans.* vol. SMC-3, n 1, pp. 28-43,1973.

Annexe

1. Partie 1: Stabilité du système positif de deuxième ordre

1.1 Stabilité du système positif présenté par la fonction de transfert

Nous allons premièrement considérer le système positif avec une seule entrée unique et une seule sortie (single-input single output: SISO) avec fonction de transfert suivante.

$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (\text{A.1})$$

Le système positif (A.1) est (asymptotiquement) stable si et seulement si $a_i > 0$ pour $i = 0, 1, \dots, n-1$, [Kac-11], [Kac-02].

On a la fonction de transfert (A.1), nous pouvons trouver la matrice D en utilisant cette formule, [Kac-11], [Kac-02].

$$D = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = b_n \quad (\text{A.2})$$

On définit la fonction de transfert strictement propre $G_{sp}(s)$ par

$$G_{sp}(s) = G(s) - D = C[I_n s - A]^{-1} B$$

$$G_{sp}(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} - b_n \quad (\text{A.3})$$

$$G_{sp}(s) = \frac{\bar{b}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \bar{b}_1 s + \bar{b}_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

Dans lequel: $\bar{b}_i = b_i - a_i b_n$, $i = 0, 1, \dots, n-1$.

Une réalisation de la fonction de transfert strictement propre (A.3) a la forme

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{C} = (\bar{b}_0 \quad \bar{b}_1 \quad \bar{b}_2 \quad \dots \quad \bar{b}_{n-1}) \quad (\text{A.4})$$

- La réalisation suivante de la fonction de transfert strictement propre (A.3) peut également être utilisée.

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} \bar{b}_0 \\ \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \\ \cdot \\ \bar{b}_{n-1} \end{pmatrix}, \bar{C} = (0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1)$$

Ensuite
$$\bar{A} = \begin{pmatrix} -a_{n-1} & -a_{n-1} & \dots & -a_1 & -a_2 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{C} = (\bar{b}_{n-1} \ \dots \ \bar{b}_2 \ \bar{b}_1 \ \bar{b}_0)$$

Et
$$\bar{A} = \begin{pmatrix} -a_{n-1} & -a_{n-1} & \dots & -a_1 & -a_2 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} \bar{b}_{n-1} \\ \bar{b}_{n-2} \\ \cdot \\ \bar{b}_1 \\ \bar{b}_0 \end{pmatrix}, \bar{C} = (1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0) \quad (\text{A.5})$$

Les réalisations dans (A.2) et (A.5) de la fonction de transfert est positif si et seulement si $a_i \leq 0$ pour $i = 0, 1, \dots, n-2$. Ces réalisations par est instable suivant le théorème I.4 du chapitre I. Ainsi, la solution de ce problème considéré est basée sur le lemme suivant:

Lemme 1: Il existe une matrice non singulière $P \in R^{n \times n}$ telle que la réalisation positive:

$$A = P\bar{A}P^{-1} \in M_{ns}, B = P\bar{B} \in R_+^{n \times m}, C = \bar{C}P^{-1} \in R_+^{p \times n}, D \in R_+^{p \times n} \quad (\text{A.6})$$

est (asymptotiquement) stable si et seulement si la matrice A est stable.

Dans lequel: M_{ns} est un ensemble de $n \times n$ (asymptotiquement) stable de matrices Metzler.

Preuve

Il est évident que

$$\det[Is - A] = \det[Is - \bar{A}]$$

Pour toute les matrices non singulières $P \in R^{n \times n}$. Il existe donc une matrice non singulière P telle que (A.6) est vérifiée si et seulement si la matrice A est stable.

Dans ce qui suit, on suppose que la fonction de transfert (A.1) est stable. L'opération élémentaire suivante sur des lignes et des colonnes de la matrice A sera utilisée: L [i + j × c] (R [i + j × c]) addition à la ligne, colonne et multipliée par un scalaire c.

Pour trouver une réalisation stable et positive (A.5) de la fonction de transfert donné (A.1), la procédure suivante sera utilisée.

Procédure 1

- **Étape 1.** On connaît la fonction de transfert (A.1) et on utilise (A.2) pour trouver la matrice $D \in R_+^{p \times m}$ et la fonction de transfert strictement propre (A.3).
- **Étape 2.** En utilisant $G_{sp}(s)$ et (A.4), ensuite, trouvez les matrices \bar{A} , \bar{B} et \bar{C} .
- **Étape 3.** Effectuer une rangée élémentaire appropriée (colonne) opérations L $[i + j \times c]$ ($R [i + j \times c]$) sur la matrice \bar{A} , et trouver la matrice $A = P\bar{A}P^{-1} \in M_{ns}$ et la matrice $P(P^{-1})$ telle que $B = P\bar{B} \in R_+^{n \times m}$ et $C = \bar{C}P^{-1} \in R_+^{p \times n}$.

Remarque: La matrice $P(P^{-1})$ peut être obtenue en effectuant les opérations élémentaires de ligne (colonne) sur la matrice d'identité I .

1.2. Exemple d'application

Trouver la réalisation stable positive de la fonction de transfert suivante

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

On utilise le procédé 1, on obtient ce qui suit

$$D = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = b_2$$

Alors

$$G_{sp}(s) = G(s) - D = \frac{\bar{b}_1 s + \bar{b}_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (\text{A.7})$$

Où $\bar{b}_i = b_i - a_i b_2$, $i = 0, 1$

La réalisation (A.5) de la fonction de transfert strictement propre (A.7) est à la forme

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \bar{C} = (\bar{b}_0 \quad \bar{b}_1)$$

Pour obtenir la matrice de Metzler stable $A = P\bar{A}P^{-1}$, nous effectuons les opérations élémentaires suivantes sur les lignes et les colonnes de la matrice \bar{A} .

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix}, \quad \underline{R[1 + 2 \times (-\alpha)]} \begin{pmatrix} -\alpha & 1 \\ \alpha a_1 - a_0 & -a_1 \end{pmatrix}, \quad \underline{R[1 + 2 \times (-\alpha)]} \begin{pmatrix} -\alpha & 1 \\ \alpha a_1 - a_0 - \alpha^2 & \alpha - a_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Si nous choisissons $-\alpha^2 + \alpha a_1 - a_0$, la matrice \bar{A} est alors une matrice de Metzler de la forme:

$$A = P\bar{A}P^{-1} = \begin{pmatrix} -\alpha & 1 \\ 0 & \alpha - a_1 \end{pmatrix}$$

On remarque que cette matrice A a deux valeurs propres. En effectuant les opérations élémentaires de ligne sur I_2 , on obtient

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \underline{L[1+2 \times (\alpha)]} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}, = P \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \underline{R[1+2 \times (-\alpha)]} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix}, = P^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Le polynôme caractéristique de la matrice (A.8) est

$$\begin{vmatrix} s + \alpha & -1 \\ -\alpha a_1 + a_0 + \alpha^2 & s - \alpha + a_1 \end{vmatrix} = s^2 + a_1 s + a_0 \quad (\text{A.10})$$

Ce polynôme est indépendant du scalaire α et a deux zéros réels.

En conséquence, pour la matrice \bar{A} , il existe une matrice P telle que la matrice $A = P\bar{A}P^{-1}$ est une matrice Metzler si et seulement si le polynôme (A.10) à deux zéros réels. Ensuite, on calcul les matrices B et C comme suit

$$B = P\bar{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Et

$$C = \bar{C}P^{-1} = \begin{pmatrix} \bar{b}_0 & \bar{b}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{b}_0 - \bar{b}_1\alpha & \bar{b}_1 \end{pmatrix}$$

La réalisation positive stable désirée de la fonction de transfert existe si $\bar{b}_0 - \bar{b}_1\alpha \geq 0$ et il est donné par A, B, C et D .

- **Exemple Numérique:** si la fonction de transfert (A.1) a la forme

$$G(s) = \frac{3s^2 + 15s + 10}{s^2 + 4s + 2} = 3 + \frac{3s + 4}{s^2 + 2s + 4}$$

Vu que: $\bar{b}_1 = b_1 - a_1 b_2 \Rightarrow \bar{b}_1 = 15 - 4 \times 3 = 3$, $\bar{b}_0 = b_0 - a_0 b_2 \Rightarrow \bar{b}_0 = 10 - 2 \times 3 = 4$

Alors il existe la réalisation stable positive souhaitée et il est de la forme suivante

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{C} = \begin{pmatrix} \bar{b}_0 & \bar{b}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A = P\bar{A}P^{-1} = \begin{pmatrix} -\alpha & 1 \\ 0 & \alpha - 2 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}, P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = P\bar{A}P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ainsi, en tenant $\alpha = 1$, et on remarque que la matrice A est une matrice Metzler, et le polynôme (A.10) a deux zéros réels.

On calcul les matrices B , C et D :

$$B = P\bar{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \bar{C}P^{-1} = (4 \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = (1 \quad 3)$$

$$D = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = (3)$$

Ensuit, on vérifie la condition: $\bar{b}_0 - \bar{b}_1\alpha \geq 0$, qui donne $\bar{b}_0 - \bar{b}_1\alpha = 4 - 3 \times 1 \geq 0$.

Subséquentment, il existe une réalisation positive stable de la fonction de transfert, elle est donné par A , B , C et D .

1. Partie 2: Stabilité du contrôleur DMRAC avec contrainte (méthode 2 de limitation d'entrée)

La première étape du raisonnement est de former une fonction quadratique définie positive des variables d'état du système, $e_x(x) = x_p^*(t) - x_p(t)$ et $K_I(t)$. On suppose que T^{-1} est une matrice symétrique définie positive [Pal-03]. Cette matrice est la première condition suffisante. Donc un choix approprié de la fonction de Lyapunov est

$$V = e_x^T P e_x + tr \left[S (K_I - \tilde{K}) T^{-1} (K_I - \tilde{K})^T S^T \right]$$

La dérivée de V est

$$\dot{V} = e_x^T P \dot{e}_x + \dot{e}_x^T P e_x + 2tr \left[S (K_I - \tilde{K}) T^{-1} \dot{K}_I^T S^T \right] \quad (\text{A.11})$$

Dans lequel P est une matrice symétrique définie positive de dimension $n \times n$, \tilde{K} est une matrice $m \times n_r$ et S est une matrice de dimension $m \times m$ non singulière. En utilisant l'équation d'erreur suivante

$$\dot{e}_x = A e_x + B [S_{21} x_m + S_{22} u_m - K_I r - C e_x r^T \bar{T} r]$$

Dans lequel: S_{21} , S_{22} , u_m , r , K_I , \bar{T} sont définies et expliquées en détail dans le chapitre II de notre thèse.

Le système adaptatif est décrit par

$$\dot{K}_I(t) = C e_x r^T T - \sigma K_I \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{\sigma}(t) = K_{\sigma_1} |u(t) - u_{sat}(u(t))| - K_{\sigma_2} \sigma(t) \quad (\text{A.13})$$

En même temps, on a les limites supérieures et inférieures de la commande (chapitre II) suivantes

$$u_{sat}(u(t)) = \begin{cases} u_{lb} & \text{pour } u(t) < u_{lb} \\ u(t) & \text{pour } u_{lb} < u(t) < u_{ub} \\ u_{ub} & \text{pour } u(t) > u_{ub} \end{cases}$$

Substituons l'équation d'erreur et (A.12) dans (A.11), on trouve

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T P & \left[A e_x - B C e_x r^T \bar{T} r - B K_I r + B S_{21} x_m + B S_{22} u_m \right] \\ & + \left[A e_x - B C e_x r^T \bar{T} r - B K_I r + B S_{21} x_m + B S_{22} u_m \right]^T P e_x \\ & + 2tr \left[S (K_I - \tilde{K}) \Gamma^{-1} (C e_x r^T T - \sigma K_I)^T S^T \right] \end{aligned} \quad (A.14)$$

On peut récrit \dot{V} par

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T (PA + A^T P) e_x - e_x^T (PBC + C^T B^T P) e_x r^T \bar{T} r + 2e_x^T PB (S_{21} x_m + S_{22} u_m) \\ + 2e_x^T (C^T S^T S - PB) K_I r - 2e_x^T C^T S^T S \tilde{K} r - 2tr \left[S (K_I - \tilde{K}) \Gamma^{-1} (\sigma K_I)^T S^T \right] \end{aligned}$$

Nous pouvons supposer que le système est ASPR. Donc, il existe des matrices réelles Q et \tilde{K}_e avec la matrice P qui satisfont

$$P(A - B\tilde{K}_e C) + (A - B\tilde{K}_e C)^T P = -Q \leq 0 \quad (A.15)$$

Où: $C = QB^T P$.

On applique cette condition ASPR: $C = QB^T P$ au \dot{V} , on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T (PA + A^T P) e_x - e_x^T (PBC + C^T B^T P) e_x r^T \bar{T} r + 2e_x^T PB (S_{21} x_m + S_{22} u_m) \\ - 2e_x^T C^T S^T S \tilde{K} r - 2tr \left[S (K_I - \tilde{K}) \Gamma^{-1} (\sigma K_I)^T S^T \right] \end{aligned}$$

Vu que, la matrice \tilde{K} apparaît exclusivement dans la fonction V , et c'est une matrice de gain.

$\tilde{K}r$ peut être étendu comme

$$\tilde{K}r = \tilde{K}_e C e_x + \tilde{K}_x x_m + \tilde{K}_r u_m$$

Dans lequel \tilde{K}_e , \tilde{K}_x , et \tilde{K}_r sont des gains adaptatifs.

On trouve

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T \left[P(A - B\tilde{K}_e C) + (A - B\tilde{K}_e C)^T P \right] e_x - 2e_x^T PBQB^T P e_x r^T \bar{T} r \\ + 2e_x^T PB \left[(S_{21} - \tilde{K}_x) x_m + (S_{22} u_m - \tilde{K}_r) u_m \right] - 2tr \left[S (K_I - \tilde{K}) \Gamma^{-1} (\sigma K_I)^T S^T \right] \end{aligned}$$

Avec le choix: $\tilde{K}_x = S_{21}$ et $\tilde{K}_r = S_{22}$, donc \dot{V} devient

$$\dot{V} = e_x^T \left[P(A - B\tilde{K}_e C) + (A - B\tilde{K}_e C)^T P \right] e_x - 2e_x^T PBQB^T P e_x r^T \bar{T} r - 2tr \left[S(K_I - \tilde{K}) T^{-1} (\sigma K_I)^T S^T \right]$$

On applique la condition de (A.15), finalement, \dot{V} devient

$$\dot{V} = e_x^T Q e_x - 2e_x^T PBQB^T P e_x r^T \bar{T} r - 2tr \left[S(K_I - \tilde{K}) T^{-1} (\sigma K_I)^T S^T \right]$$

Vu que Q est défini positif, le premier terme est négatif. Par définition de l'algorithme de contrôle, \bar{T} est semi défini positif, le second terme sera donc semi défini négatif dans $e_x(t)$. Également, le troisième terme est indéterminé. Ainsi, si le système a convergé vers le gain idéal, le dernier terme disparaîtra. Cela montre seulement que l'algorithme modifié ne rend pas le système instable, mais une fois de plus, la saturation réelle du signal de commande n'est pas prise en compte.

Résumé,

Cette thèse présente le contrôle en boucle fermée des systèmes physiologiques de la glycémie du diabète de type 1 (DT1). Trois classes principales de commande sont conçues: l'une est basée sur la commande adaptative à modèle de référence, dans lequel on a spécifié deux types: la commande adaptative basé sur le CGT (Générateur de Commande) avec et sans contraintes, et l'autre c'est la commande adaptative basé sur les règles de MIT. Ensuite on a donné la commande par la logique floue, et à la fin une commande par mode glissant positive est conçue pour la première fois pour le système de la glycémie, l'objectif principale de cette dernière commande est l'assurance d'une commande rigoureusement positive. Les trois classes de commande sont testés *in silico* sur deux modèles de glycémie du DT1 pour éprouver leur efficacité. Le premier est un modèle à long terme qui est provenu des données cliniques des sujets de DT1 et le second est le modèle de Bergman. Une meilleure performance globale est obtenue avec ces trois commandes, aussi une comparaison entre les commandes proposées est réalisée et conçue.

Mots clés: *Systèmes physiologiques, Commande adaptative à modèle de référence, les contraintes, Commande positive par modes glissants, La commande floue, Diabète de type I, régulation de la glycémie.*

Abstract,

This thesis presents closed-loop control of physiological systems of glycemia for type 1 diabetes (T1D). Three main control classes are designed: one is based on the adaptive model reference command, in which two types have been specified: adaptive control based on the CGT (Command Generator) with and without constraints, and the other is the adaptive command based on the rules of MIT. Then, the fuzzy logic control is considered. At the end of this thesis, a positive sliding mode command is designed for the first time for the blood glucose system; the main objective of this last command is the assurance of a command rigorously positive. The three control classes are tested *in silico* on two blood glucose models of T1D for investigation the effectiveness of these commands. The first is a long-term model that is derived from the clinical data of T1D subjects and the second is the Bergman model. Better overall performance is achieved with these three commands. Furthermore, a comparison between the proposed commands is made and designed.

Key Words: *Physiology systems, Adaptive model reference control, constraints, Positive Sliding Mode Control, Fuzzy Control, Type I Diabetes, Glucose regulation.*

المخلص

تقدم هذه الأطروحة التحكم في الحلقة المغلقة للأنظمة الفيزيولوجية لنسبة السكر في الدم من النوع الأول من داء السكري (TD1). حيث تم تصميم ثلاث فئات رئيسية للسيطرة: يستند واحد منها على السيطرة على التكيف مع النموذج المرجعي، الذي حددناه بنوعين: السيطرة على التكيف على أساس CGT مع وبدون قيود. والآخر هو أمر التكيف على أساس قواعد معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا. ثم تم تعيين المنطق الضبابي للتحكم. وفي نهاية هذه الأطروحة تم تصميم أمر وضع انزلاق إيجابي لأول مرة لنظام الجلوكوز في الدم. الهدف الرئيسي من وراء هذا النظام هو ضمان وجود نظام إيجابي صارم. وقد تم اختبار فعالية فئات الضبط الثلاثة في سيليكون من نموذجين من T1D. وذلك للتأكد من فعالية هذه الأوامر. الأول هو نموذج طويل الأجل مشتق من البيانات السريرية لموضوعات T1D والثاني هو نموذج Bergman.

تم تحقيق أداء أفضل بشكل عام باستخدام هذه الأوامر الثلاثة. علاوة على ذلك تم إجراء مقارنة بين الأوامر المقترحة وتصميمها.

الكلمات المفتاحية

الأنظمة الفيزيولوجية، التحكم في النماذج التكيفية، القيود، التحكم الإيجابي في الوضع، التحكم الضبابي، داء السكري من النوع الأول، التحكم في نسبة الجلوكوز في الدم.