

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
جامعة فرحات عباس - سطيف 1
UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS – SÉTIF 1

THESE

Présentée à l'Institut d'Optique et de Mécanique de Précision

Pour l'obtention du diplôme de

Doctorat En Sciences

École doctorale des technologies et des applications spatiales

Option : optique spatiale et mécanique de précision

Par

M. ADOUANE AZZEDINE

THEME

Etude dynamique d'un laser associé à un système optique complexe

Soutenue le : 21/03/2019

Devant le jury composé de :

M. GUESSAS Hocine	Pr.	Université de Sétif 1	Président
M. DJABI Smail	Pr.	Université de Sétif 1	Rapporteur
M. HAMADOU Abdelouahab	Pr.	Université de BBA	Examineur
M. BENCHEIKH Abdelhalim	MCA.	Université de BBA	Examineur

إهداء

إلى من اناروا لي درب حياتي وحرصوا على اجتهادي
إلى من اعانوني بالصلوات والدعوات
إلى من لم يبخلوا بشيء لدفعي في كل خطوات حياتي
إلى من ساندوني وأزروني في كل الصعاب
إلى من لا تكفي الكلمات ان توفي مقهما
إلى أحب ما لدي في الدنيا

إلى والدي العزيز ووالدتي الغالية



إلى من كانوا عوناً لي في الحياة وصعوباتها
إلى من قاسمت معي أجمل أيام حياتي

إلى إخوتي



إلى من ساندتني وأزرتني وقاسمتني فرحتي وأحزاني

إلى زوجتي

إلى قرتي عيني وربيح حياتي ابنتي الغالية

مريم البتول وآلاء الرحمان



عدوان عمالدين

شكر وتقدير

الحمد لله وحده والصلاة والسلام على من لا نبي بعده

وبعد:

أشكر الله عز وجل أن وفقني لإكمال هذا البحث العلمي فله الحمد على جزيل فضله وإنعامه، ثم الشكر موصول لأهل الفضل اعترافاً بفضلهم وتقديراً لجهدهم وسعيهم.

كما يشرفني أن أتقدم بجزيل الشكر والعرفان إلى من كان له الفضل بعد الله في إخراج هذا البحث العلمي بصورته الحالية، الأستاذ الدكتور / جابي سماويل، أستاذ بمعهد البصريات وميكانيك الدقة والمشرف على هذه الرسالة، والذي وجدت فيه أستاذاً فاضلاً معطاءً سخياً في علمه وخلقه، بذل الجهد وقدم التوجيه السلي والرأي السديد الذي ساعدني في تخطي الكثير من الصعاب، فجزاه الله عني خير الجزاء وأمدّه بدوام الصحة والعافية.

كما أتقدم بالشكر لزميلي الدكتور / بوير بدرالدين فهو صاحب فضل كبير علي في اكتساب الكثير من مهارات البحث، وعلى ما قدمه لي من عون ومساعدة ساهمت بقدر كبير في إنجاز هذا البحث، فجزاه الله عني خير الجزاء.

وينفس الشكر والعرفان أتوجه إلى الاساتذة أعضاء لجنة المناقشة وعلى رأسهم:

- رئيس اللجنة الأستاذ الدكتور / قصاص حسين، أستاذ بمعهد البصريات وميكانيك الدقة. سطيف
- الأستاذ الدكتور / حمادو عبد الوهاب، أستاذ بجامعة برج بوعرييج.
- الدكتور / بن شيخ عبد الحليم، أستاذ بجامعة برج بوعرييج.

على تفضلهم علي بقبولهم مناقشة هذه الرسالة وتحملهم مشاق القراءة و تحمل بعضهم عناء السفر، وسوف تكون آرائهم ومقترحاتهم وسام شرف لي.

ولا يفوتني أن اشكر كل من ساعدني في انجاز هذا البحث بملاحظاته وتوجيهاته وتشجيعاته، من قريب أو من بعيد، كما لا يفوتني ان اشكر عائلتي الكريمة وجميع الحاضرين الذين شرفوني بحضورهم.

وأخيراً، أشكر جميع زملائي في العمل بوحدة البحث في البصريات والفيوتونيات {UROP} سطيف.

Table des matières

Table des matières

Introduction générale

Introduction générale	01
Bibliographie.....	03

Chapitre I :

Dynamique de la génération des impulsions laser ultracourtes

I.1. Introduction.....	5
I.2. Laser : Historique	5
I.2.1. Régime continu : Laser cw.....	6
I.2.2. Régime impulsé ou relaxé.....	7
I.2.3. Différents types des cavités lasers.....	8
I.3. Génération d'impulsions ultracourtes	9
I.3.1. Technique du déclenchement de modes.....	10
I.3.1. Technique du blocage de modes	12
I.4. Etude de la technique à blocage de modes.....	13
I.4.1. Principe du blocage de modes.....	13
I.4.2. Mode longitudinal et effet de la relation de phase	13
I.4.3. Liaison entre durée d'impulsions et largeur spectrale.....	16
I.4.4. Méthodes de blocage de modes.....	19
I.4.4.1. Blocage de mode actif.....	19

I.4.4.1.1.	Blocage de mode actif par modulation d'amplitude	20
I.4.4.1.2.	Blocage de mode actif par modulation de fréquence	20
I.4.4.2.	Blocage de mode passif.....	21
I.4.4.2.1.	Blocage de mode passif avec absorbant saturable	21
I.4.4.2.2.	Blocage de mode passif par effet kerr optique	24
I.5.	Applications des lasers à blocage de mode	27
I.6.	Filtres spectraux.....	28
I.6.1.	Filtres biréfringents	28
I.6.2.	Filtres réseaux	28
I.6.3.	Filtres Fabry-pérot.....	29
I.7.	Conclusion	30
I.8.	Bibliographies.....	30

Chapitre II :

Dispersion et non-linéarité dans les lasers ultrarapides

II.1.	Introduction	35
II.2.	Dispersion dans un milieu physique	36
II.2.1.	Dispersion chromatique	36
II.2.1.1.	Dispersion du matériau	36
II.2.1.2.	Dispersion du guide d'onde.....	37
II.2.1.3.	Dispersion totale	38
II.2.2.	Paramètres de dispersion	38
II.2.2.1.	Dispersion du premier ordre	39
II.2.2.2.	Dispersion du deuxième ordre	41
II.2.2.3.	Dispersion d'ordre supérieur	42

II.2.3. Nature et signe de dispersion chromatique	43
II.3. Effets du filtre spectral.....	44
II.4. Non-linéarité dans un milieu physique.....	45
II.4.1. Origine de la non-linéarité optique	45
II.4.2. Polarisation non-linéaire	48
II.4.3. Equation de propagation non-linéaire.....	49
II.4.3.1. Matériaux diélectriques linéaires	49
II.4.3.2. Equations de maxwell dans la matière.....	50
II.5. Susceptibilité non-linéaire	51
II.5.1. Susceptibilité non-linéaires du second ordre	53
II.5.1.1. Effets non-linéaires du second ordre.....	55
II.5.1.1.1. Génération de la seconde harmonique	55
II.5.1.1.2. Génération de la somme et de différence de fréquences.....	57
II.5.1.2. Susceptibilité non-linéarités de troisième ordre.....	59
II.5.1.2.1. Génération de troisième harmonique	60
II.5.1.2.2. Effet kerr optique	60
II.5.1.2.3. Mélange à quatre ondes	63
II.5.1.2.4. Diffusion stimulée : Raman et Brillouin.....	64
II.6. Equilibre : dispersion-non-linéarité : formation de solitons	65
II.6.1. Histoire des solitons : découverte et définition.....	65
II.6.2. Théorie des solitons et ses équations	66
II.6.3. Différents types de solitons.....	68
II.6.3.1. Solitons spatiaux	68
II.6.3.2. Solitons temporels.....	68
II.6.3.3. Soliton spatio-temporels: Balle de lumière.....	69
II.7. Propagation des solitons dans les Lasers.....	69
II.7.1. Equation de Schrödinger non-Linéaire	69

II.7.2.	Equation de Haus	72
II.7.3.	Equation de Swift-Hohenberg.....	74
II.7.4.	Equation de Ginzburg-Landau.....	76
II.8.	Conclusion.....	77
II.9.	Bibliographies.....	78

Chapitre III :

Modélisation et simulation : la dynamique non-linéaire des lasers à blocage de mode

III.1.	Introduction.....	84
III.2.	Modélisation analytique : L'équation CCQSH à coefficients variables.....	85
III.2.1.	Soliton brillant	86
III.2.2.	Soliton noir	91
III.3.	Simulation numérique : Dynamique des solitons.....	95
III.3.1.	Milieu homogène.....	95
III.3.1.1.	Soliton brillant	96
III.3.1.2.	Soliton noir	97
III.3.2.	Milieu inhomogène.....	98
III.3.2.1.	Soliton brillant	100
III.3.2.1.1.	Effet de la dispersion de deuxième ordre	100
III.3.2.1.2.	Effet de la dispersion de quatrième ordre.....	101
III.3.2.1.3.	Effet du filtrage spectral de deuxième ordre	102
III.3.2.1.4.	Effet du filtrage spectral de quatrième ordre	102
III.3.2.2.	Soliton noir	103

III.3.2.2.1.	Effet de la dispersion de deuxième ordre	103
III.3.2.2.2.	Effet de la dispersion de quatrième ordre	104
III.3.2.2.3.	Effet du filtrage spectral de deuxième ordre	105
III.3.2.2.4.	Effet du filtrage spectral de quatrième ordre	106
III.3.2.3.	Soliton breather	107
III.3.2.3.1.	Soliton brillant breather	107
III.3.2.3.2.	Soliton noir breather	110
III.4.	Conclusion	113
III.5.	Bibliographies.....	113

Conclusion générale

Conclusion générale	118
----------------------------------	------------

Introduction générale

Introduction générale

L'invention du laser en 1960 ainsi que son développement ont permis d'atteindre deux objectifs d'un grand intérêt dans de nombreux domaines des sciences et de l'industrie. Le laser permet, d'une part, de produire des puissances lumineuses instantanées élevées et d'autre part d'étudier des phénomènes sur des échelles de temps très courtes.

Durant ces dernières années, la génération d'impulsions lumineuses ultracourtes du laser a connu une évolution très remarquable. Dans les années soixante, les plages des microsecondes (μs) et nanosecondes (ns) ont été largement étudiées. Dans les années soixante-dix, les progrès de la physique des lasers ont ouvert le champ à la gamme des picosecondes (ps), alors que les années quatre-vingts ont été caractérisées par l'introduction de techniques femtosecondes (fs).

Par impulsion ultracourte, nous entendons femtoseconde (fs), qui est une unité de temps égale à $10^{-15}s$. Cette échelle de temps devient accessible en raison des progrès dans la génération, l'amplification et la mesure des impulsions de lumière ultracourtes. En raison de la grande concentration d'énergie dans une impulsion optique (fs), il s'avère nécessaire d'étudier l'interaction de la lumière laser intense avec la matière, ainsi que la réponse transitoire des atomes et des molécules et les propriétés fondamentales du rayonnement (fs) lui-même [01].

Les courtes longueurs géométriques des impulsions lumineuses fs suggèrent des applications intéressantes pour la télémétrie optique avec une résolution micrométrique, dans les systèmes de communication optique à grande vitesse, ainsi que pour des combinaisons de résolutions spatiales micrométriques avec une résolution temporelle femtoseconde ; ses domaines d'applications sont aujourd'hui très vastes.

Les lasers à blocage de mode génèrent de courtes impulsions optiques en établissant une relation de phase fixe entre tous les modes longitudinaux à effet laser. Le blocage de mode nécessite un mécanisme qui entraîne un gain net plus élevé pour les impulsions courtes par rapport au fonctionnement en onde continue. Ce mécanisme peut être soit un élément actif, soit implémenté de manière passive. Dans les lasers à blocage de mode actif, un train d'impulsions bloqué en mode peut être obtenu à l'aide d'une modulation commandée par l'extérieur. Plusieurs mécanismes à blocage de mode actif existent, par exemple, la modulation d'amplitudes, la modulation d'impulsions et la modulation de fréquences [02]. Mais dans le cas de générations d'impulsions très courtes, la modulation externe devient inefficace [03], alors celles-ci peuvent être surmontées en remplaçant la modulation commandée de l'extérieur par un outil optique non-linéaire ; c'est ce qu'on appelle le blocage de mode passif. Il existe de nombreuses techniques de blocage de mode

passif, telles que le miroir en boucle d'amplification non-linéaire, l'évolution de la polarisation non-linéaire, l'absorbant saturable et la lentille Kerr non-linéaire [04]. Dans de telles configurations, un certain nombre d'effets physiques surviennent lors de la génération d'une impulsion bloquée en mode ultracourt stable et robuste [05]. Les effets physiques les plus importants qui sont responsables dans l'ingénierie des impulsions bloquées en mode sont la dispersion chromatique de la cavité et la non-linéarité de l'auto-modulation de phase (*Self-Phase Modulation : SPM*).

Les solitons optiques sont des paquets de lumière (faisceaux et/ou impulsions) qui ne s'élargissent pas en raison de l'équilibre entre diffraction / dispersion de la vitesse du groupe (*Group-Velocity Dispersion : GVD*) et la non-linéarité de l'auto-modulation de phase. La propagation d'une impulsion dans une fibre passive peut-être correctement modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire (*Non-Linear Schrödinger Equation : NLSE*) est souvent utilisée pour décrire l'évolution de l'impulsion qui se propage dans une fibre optique. Cette équation permet de décrire l'influence des effets dispersifs et non-linéaires. Cependant, dans les lasers à fibres à blocage de modes, en plus de la dispersion chromatique et des effets non-linéaires, d'autres effets qui influent sur la dynamique du laser sont bien présents et sont indispensables pour l'équilibre du soliton qui se propage dans ce type de cavité.

Récemment, il a été démontré que les systèmes laser à blocage de mode passif peuvent être décrits par l'équation complexe cubique-quintique de Ginzburg-Landau (*Cubic-Quintic Complex Ginzburg-Landau Equation : CQCGLE*) et le complexe cubique-quintique de Swift-Hohenberg (*Cubic-Quintic Complex Swift-Hohenberg Equation : CQCSHE*) [06]. D'autres systèmes optiques peuvent également être modélisés par ces équations du modèle telles que la propagation d'impulsions dans les fibres optiques avec gain et filtrage spectral et effets de solitons transversaux dans les lasers à grande ouverture [07]. Cependant, l'une des limitations du modèle CQCGLE est le terme de filtrage spectral qui est limité à un deuxième ordre. Par conséquent, pour approcher davantage la situation expérimentale, il est nécessaire de prendre en compte les termes de filtrage spectral d'ordre élevé. Ainsi, si l'on considère un terme de filtrage spectral du quatrième ordre, le CQCGLE se transforme en l'équation complexe cubique-quintique de Swift-Hohenberg (*CQCSHE*). L'équation de CQCSH trouve de nombreuses applications, telles que les oscillateurs photoréfractifs [08], la formation de motifs dans le système dissipatif [09], la convection binaire des fluides [10], l'électroconvection dans les cristaux liquides nématiques [11], l'optique non-linéaire [12,13], les lasers de classe A et C [14], les lasers à semiconducteurs [15], ainsi que les oscillateurs paramétriques optiques (*optical parametric oscillator : OPO*) [12,16,17].

Ce manuscrit est présenté en trois chapitres :

- Le premier chapitre de ce manuscrit de thèse pose les bases de la génération d'impulsions ultracourtes. Nous présentons un rappel historique du laser et de ses différents types. Ensuite, les différentes techniques qui ont été introduites pour générer des impulsions ultracourtes dans les lasers : Technique de blocage de modes et ses applications.
- Dans le deuxième chapitre, nous présentons quelques généralités sur la dispersion et non-linéarité dans un milieu physique. Nous présentons également quelques notions nécessaires de l'origine physique, polarisation, Susceptibilité et l'équation de propagation de la non-linéarité. Nous présentons aussi le principe de formation du soliton (Equilibre : dispersion-non-linéarité) dans les lasers. Nous montrerons comment la dispersion et la non-linéarité agissent sur la formation du soliton. Nous abordons également les différents types de solitons et leurs équations. La propagation des solitons dans les lasers sera représentée par quatre importantes équations modèles admettant des solutions solitons.
- Le troisième et dernier chapitre de cette thèse est consacré à la présentation des différents résultats de nos calculs théoriques qui traitent la dynamique de propagation non-linéaire dans un système plus compliqué où les ondes sont gouvernées par l'équation complexe cubique-quintique de Swift-Hohenberg (*CQCSHE*). Notre étude a été effectuée à l'aide de la méthode de l'ANSATZ d'onde solitaire, nous avons étudié l'existence des solutions de solitons brillants et noirs des coefficients *CQCSHE* dépendants de l'espace.

Bibliographie

- [01] J. C. Diels, W. Rudolph, "*Ultrashort laser pulse phenomena*", Elsevier, second edition, Boston, (2006).
- [02] Le Nguyen Binh and Dang Van Liet, "*Nonlinear Optical Systems*", CRC Press, Taylor & Francis Group, (2012).
- [03] A. M. Weiner, "*Ultrafast Optics*", John Wiley & Sons, INC, (2009).
- [04] Y. Shiquan et al, "*Stabilized Phase-Modulated Rational Harmonic Mode-Locking Soliton Fiber Laser*", *Photonics Technol. Lett., IEEE*, 19, 393–395, (2007).
- [05] H. A. Haus, *IEEE J. Sel. Top. Quant. Elec.* 6, 1173 (2000).
- [06] S. C. V. Latas, "*High-energy plain and composite pulses in a laser modeled by the complex Swift–Hohenberg equation*", Vol. 4, No. 2 / *Photon. Res* / (2016).
- [07] V. V. Afanasjev, *Opt. Lett.* 18 (10), 790–792 (1993).
- [08] K. Staliunas, M. F. H. Tarroja, G. Slekyš, C. O. Weiss, and L. Dambly, *Phys. Rev. A* 51, 4140 (1995).

- [09] J. Buceta, K. Lindenberg, J.M.R. Parrondo, "*Stationary and Oscillatory Spatial Patterns Induced by Global Periodic Switching*", Phys. Rev. Lett. 88, 024103(2002).
- [10] P. Kolodner, Phys. Rev. A 44, 6448 (1991).
- [11] M. Dennin, G. Ahlers and D. S. Cannell, Phys. Rev. Lett. 77, 2475 (1996).
- [12] S. Longhi and A. Geraci, Phys. Rev. A 54, 4581 (1996).
- [13] J. M. Soto-Crespo and N. Akhmediev, Phys. Rev. E 66, 066610 (2002).
- [14] J. Lega, J.V. Moloney, A.C. Newell, Physica D 83, 478(1995).
- [15] J.F. Mercier, J.V. Moloney, Phys. Rev. E 66, 036221 (2002).
- [16] K. Staliunas, G. Sleky, and C. O. Weiss, Phys. Rev. Lett. 79, 2658 (1997).
- [17] M. Santagiustina, E. Hernandez-Garcia, M. San-Miguel, A. J. Scroggie, and G. L. Oppo, Phys. Rev. E 65, 036610 (2002).

Chapitre I :

***Dynamique de la génération
des impulsions laser
ultracourtes***

I.1. Introduction

Le développement de sources d'impulsions laser ultracourtes a été un domaine d'intérêt technologique pour l'optique depuis les années 1960 [01]. Ces sources d'impulsions laser ultracourtes à puissance de crête stabilisée et un taux de répétition élevé, ont de nombreuses applications pratiques dans différents domaines de la physique et de la chimie [02, 03], et autres applications médicales comme la chirurgie au laser de l'œil et les exercices dentaires. Dans l'industrie, les lasers ultracourts sont utilisés pour le micro-usinage et le marquage. Une autre application importante des impulsions ultracourtes est dans les systèmes de communication optique à grande vitesse.

Des procédés bien connus pour générer des impulsions optiques courtes de haute puissance est appelé déclenchés (*dits Q-switch*) et blocage de modes (*dits Mode-locking*) [02, 04].

Ce chapitre débutera par une description de l'importance que revêt aujourd'hui la génération d'impulsions ultracourtes dans différents domaines. Ensuite, les différentes techniques introduites pour générer des impulsions ultracourtes dans les lasers seront passées en revue. La deuxième section sera consacrée au principe de génération des impulsions courtes par la technique de blocage de modes ainsi qu'à certaines méthodes en cours permettant de produire des impulsions ultracourtes. La troisième et quatrième section ont pour objet de présenter quelques applications des lasers à blocage de modes et les filtres spectraux.

I.2. Laser : Historique

Le premier laser a été fabriqué il y a plus de 59 ans, « *en mai 1960* » par Theodore Maiman : c'était un laser pulsé à cristal de rubis comme amplificateur et une lampe flash comme source d'énergie. Il n'y a rien de magique à propos d'un laser [05]. C'était une simple curiosité de laboratoire et personne ne savait ce que pouvait être son utilité. D'autres dispositifs ont rapidement fait leur apparition, et le nombre et la variété des lasers dans le monde ont augmenté à un rythme effréné.

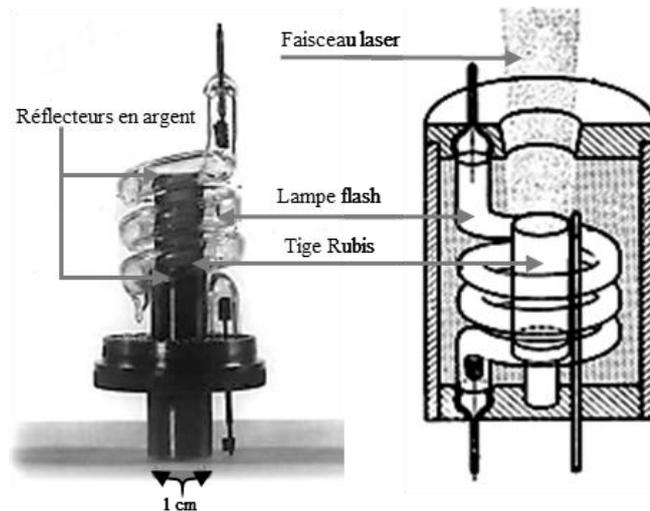


Figure I.1 : Le premier montage expérimental du laser à rubis selon Maiman. La tige de rubis au milieu est entourée d'une lampe flash en forme de spirale. [06, 07].

Les propriétés de la lumière laser sont remarquables et peuvent être comprises sans connaissances préalables des techniques mathématiques sophistiquées ou d'idées complexes [05]. Les applications laser augmentent régulièrement dans les domaines de l'industrie, du bâtiment, de la médecine, des télécommunications, etc. Limités un certain temps aux laboratoires de recherche, les lasers ont fini par trouver aujourd'hui leur place dans notre vie quotidienne et presque tout le monde a déjà vu un faisceau laser [08]. L'objectif du premier chapitre de cette thèse est d'expliquer ce qu'est un laser, comment il est construit et comment il fonctionne.

Deux types de fonctionnements des lasers peuvent être distingués : le mode continu et le mode pulsé (Figure (I.2) et (I.3)). Le mode de fonctionnement du laser est lié à la nature du pompage. La puissance d'un laser est définie par la quantité d'énergie qu'il peut délivrer par unité de temps.

I.2.1. Régime continu : Laser cw

Dans le cas d'un régime continu (Figure (I.2)) :

- Le milieu actif est excité de façon continue : l'émission laser est par conséquent permanente.
- Le laser à onde continue émet une onde électromagnétique continue. Le champ est cohérent spatialement et temporellement.
- La puissance ne dépasse que très rarement quelques dizaines de kilowatts.
- Le laser est dit continu quand son émission a une durée supérieure à 0,2 seconde (ex. laser CO_2) [09, 10].

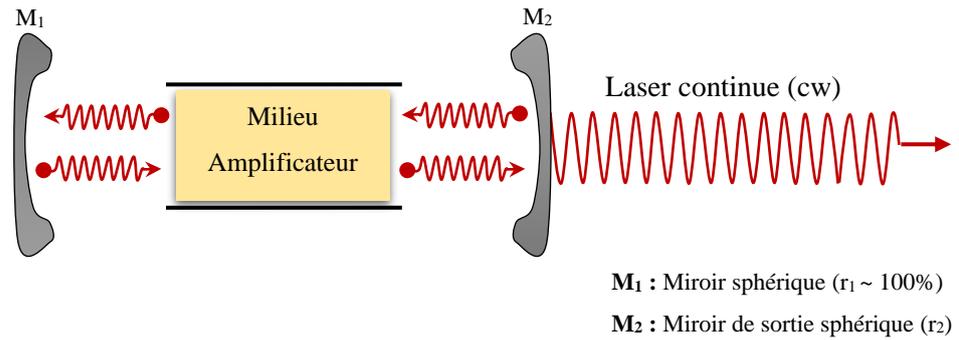


Figure I.2 : Laser continu (cw) [12].

I.2.2. Régime impulsé ou relaxé

Dans le cas d'un régime impulsé (Figure (I.2)) :

- Le milieu actif est excité de façon impulsionnelle : l'émission laser est par conséquent impulsionnelle (par exemple, avec un pompage optique par flash).
- Le laser impulsionnel émet une onde électromagnétique constituée d'un train d'impulsions ; la durée d'une seule impulsion d'un train peut être aussi courte que 5 fs ($1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$). Le champ d'un train d'impulsions est également cohérent spatialement et temporellement.
- L'énergie est concentrée dans une impulsion d'une durée plus ou moins courte selon les lasers (allant de la microseconde à la femtoseconde).

À côté des lasers à onde continue et des lasers à onde impulsionnelle, il existe des lasers pulsés produisant des impulsions laser avec des durées de l'ordre de la picoseconde, de la nanoseconde, de la microseconde ou de la milliseconde [09, 11, 12].

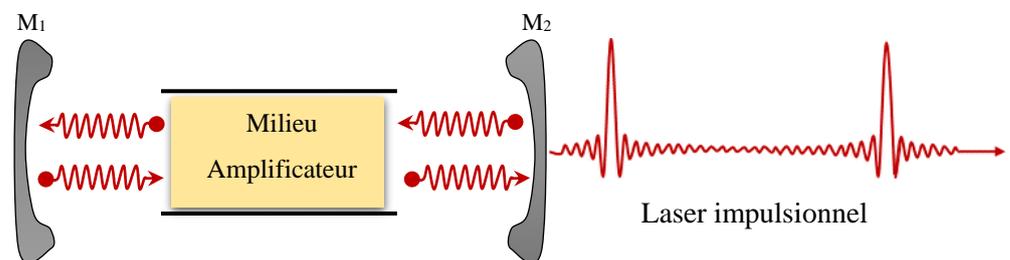


Figure I.3 : Laser impulsionnel (fs) [12].

I.2.3. Différents types des cavités lasers

La cavité ou résonateur optique est composée de miroirs qui permettent à la lumière de passer plusieurs fois dans le milieu amplificateur. On peut trouver trois types différents de cavités : des cavités dites linéaires où " *La lumière fait des allers et retours* ", des cavités en anneau où " *La lumière fait des tours* ". En fin, il y a une cavité à fibre où la fibre joue le rôle de milieu amplificateur : le milieu actif est l'ensemble des ions de terre rare incorporés dans le cœur de la fibre [13] et de systèmes de couplage permettant d'y injecter et d'en extraire de la lumière [14]. La particularité du laser à fibre réside dans l'effet de guidage du mode laser dans le cœur monomode de la fibre optique et par suite de l'élimination des effets de diffraction [13] (Voir la figure (I.4)).

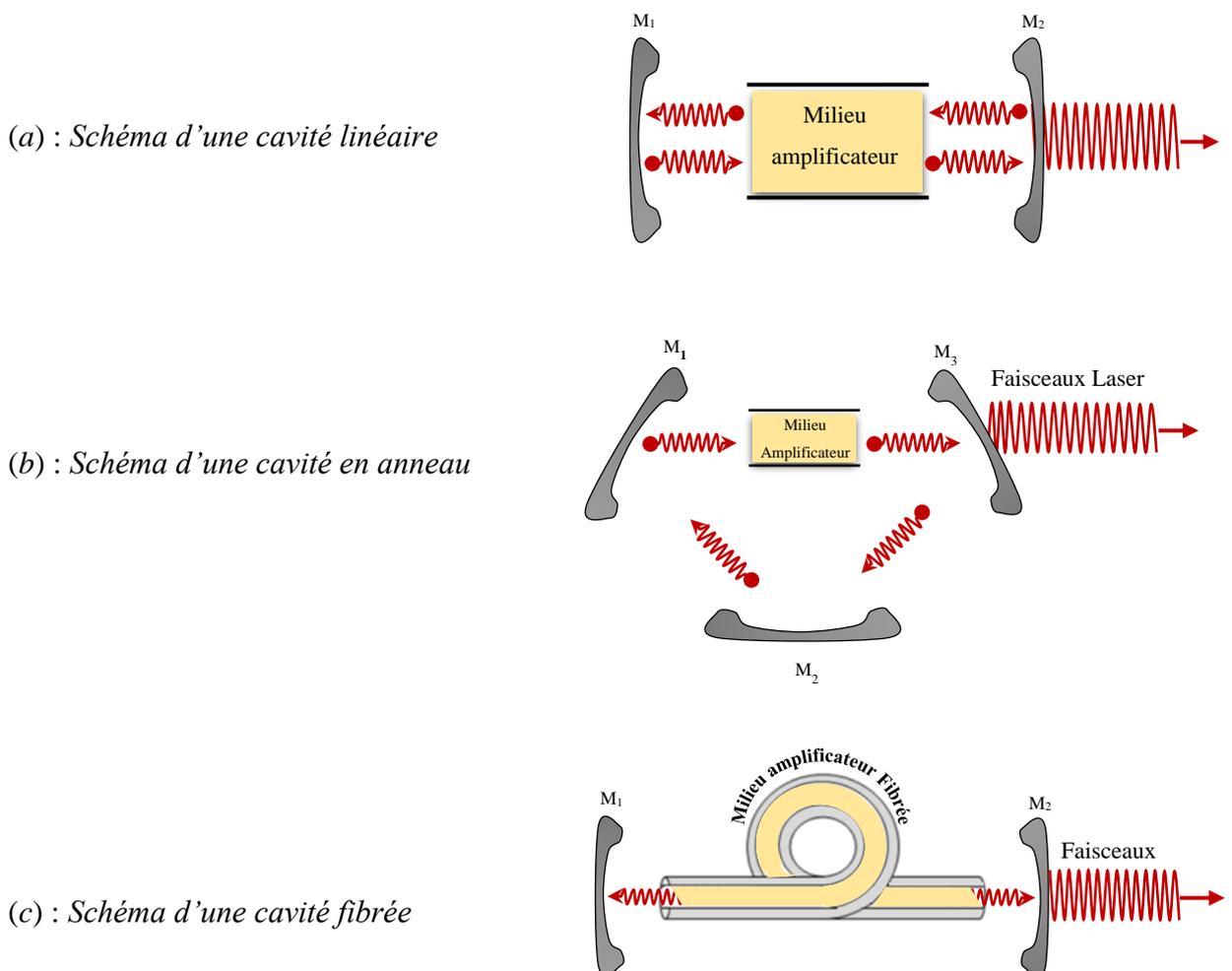


Figure I.4 : Configuration possibles d'une cavité laser. (a) : cavité linéaire, (b) : cavité annulaire et (c) : cavité fibrée.

I.3. Génération d'impulsions ultracourtes

Les impulsions ultracourtes sont des domaines de recherche très importants. Aujourd'hui, les systèmes lasers à impulsion courte ont de nombreuses applications dans les domaines de la recherche fondamentale tels que la médecine et l'industrie, et ce, en fonction de la longueur d'onde et de la largeur d'impulsion.

Ils pourraient être utilisés comme sources dans des outils spectroscopiques en laboratoire pour des études résolues en temps des phénomènes non linéaires rapides dans les semiconducteurs, ou comme une source dans le radar laser à sécurité oculaire (*Light Detection And Ranging : LIDAR*). Ils pourraient également être utilisés comme source pour une optique pulsée en fibre de verre ou comme impulsion de semence pour un autre laser dans des applications médicales. D'autres applications médicales sont la chirurgie au laser des yeux et les exercices dentaires. Dans l'industrie, les lasers ultracourts sont utilisés pour le micro-usinage et le marquage [15].

Une autre application importante des impulsions ultracourtes est dans les systèmes de communication optique à grande vitesse, où une source d'impulsions courtes et optiques avec un taux de répétition élevé est très importante pour le débit élevé [16, 17]. Pour ces applications larges, les impulsions ultracourtes sont devenues un champ très important. Différentes techniques ont été introduites pour générer des impulsions ultracourtes, telles que [15, 18, 19] :

- Déclenché (*Q-Switching*).
- Gains-déclenchés (*Gain-Switching*).
- Compression d'impulsion (*Pulse Compression*).
- Blocage de mode (*Mode-Locking*).

La différence principale entre ces techniques est la largeur d'impulsion, où, dans la technique de blocage de mode, par exemple on peut produire une impulsion dont la largeur est dans la plage pico-femtosecondes. De plus, il est d'une grande importance en raison du train d'impulsions ultracourtes qu'il génère [15, 20, 21].

Au cours de la dernière décennie, des progrès rapides ont été réalisés dans le domaine des impulsions optiques et grâce auxquels divers lasers ont été réduits à la région femtoseconde. Cela s'est accompagné d'une augmentation de la puissance de crête d'impulsion qui peut atteindre des multitérawatt [19].

Comme mentionné dans le paragraphe précédent, de nombreuses méthodes ont été développées pour générer des impulsions laser ultracourtes, parmi lesquelles on retrouve les deux méthodes de base que sont le déclenchement (*Q-switching*) et le blocage de mode (*Mode-locking*).

I.3.1. Technique du déclenchement de modes

Lorsque la durée de vie du niveau laser supérieur est beaucoup plus longue que la longueur d'impulsions souhaitée de l'impulsion de sortie laser, le milieu laser peut agir comme un support d'accumulation d'énergie [18, 22].

Dans cette situation, le niveau laser supérieur est capable d'intégrer la puissance fournie par la source de pompe. L'énergie stockée peut être libérée dans une impulsion de sortie courte en utilisant la méthode de déclenchement qui sert à générer des impulsions dont la puissance crête et la durée sont de l'ordre du mégawatt et de nanosecondes respectivement et avec un taux de répétition allant jusqu'à plusieurs MHz [15, 23].

Dans la technique de déclenchement, le milieu actif (gaz, semiconducteur ou fibre dopée) est pompé, tandis que la rétroaction du résonateur est empêchée, c'est-à-dire faible valeur du facteur de qualité Q du résonateur. Le facteur de qualité Q est défini comme le rapport de l'énergie stockée dans la cavité à la perte d'énergie par tour [15, 18].

$$Q - \text{facteur} = \frac{\text{Energie stockée}}{\text{Perte d'énergie par tour}} \quad (\text{I.1})$$

L'équation (I.1) montre que le facteur de qualité le plus élevé donne les pertes d'énergie les plus faibles, ce qui signifie qu'une grande quantité d'énergie est stockée dans le milieu de gain, ce qui entraîne une inversion de population.

Bien que l'énergie stockée et le gain dans le milieu actif soient élevés, les pertes de cavité sont également élevées, de sorte que l'action laser est interdite et l'inversion de population atteint un niveau bien au-dessus du seuil pour une action de laser normale [18].

Dans le cas idéal, où la transition de Q faible à Q haut est faite instantanément, la solution aux équations de taux est particulièrement simple. Dans ce cas, nous supposons que $t = 0$, le laser a une inversion de population initiale n_i , et les rayonnements dans la cavité a une densité de photons petite mais finie φ_i . Initialement, la densité de photons est faible pendant que le laser est pompé et les pertes de cavité sont $E_{\max} = -\ln R + \delta + \xi_{\max}$ comme illustré à la Figure (I.5). Les pertes sont subitement réduites à $E_{\min} = -\ln R + \delta$. Où le premier terme représente les pertes de couplage de sortie déterminées par la réflectivité miroir R , le second terme contient toutes les pertes incidentelles telles que la diffusion, la diffraction et l'absorption, et $\xi(t)$ représente la perte de cavité introduite par le déclenche Q-switch.

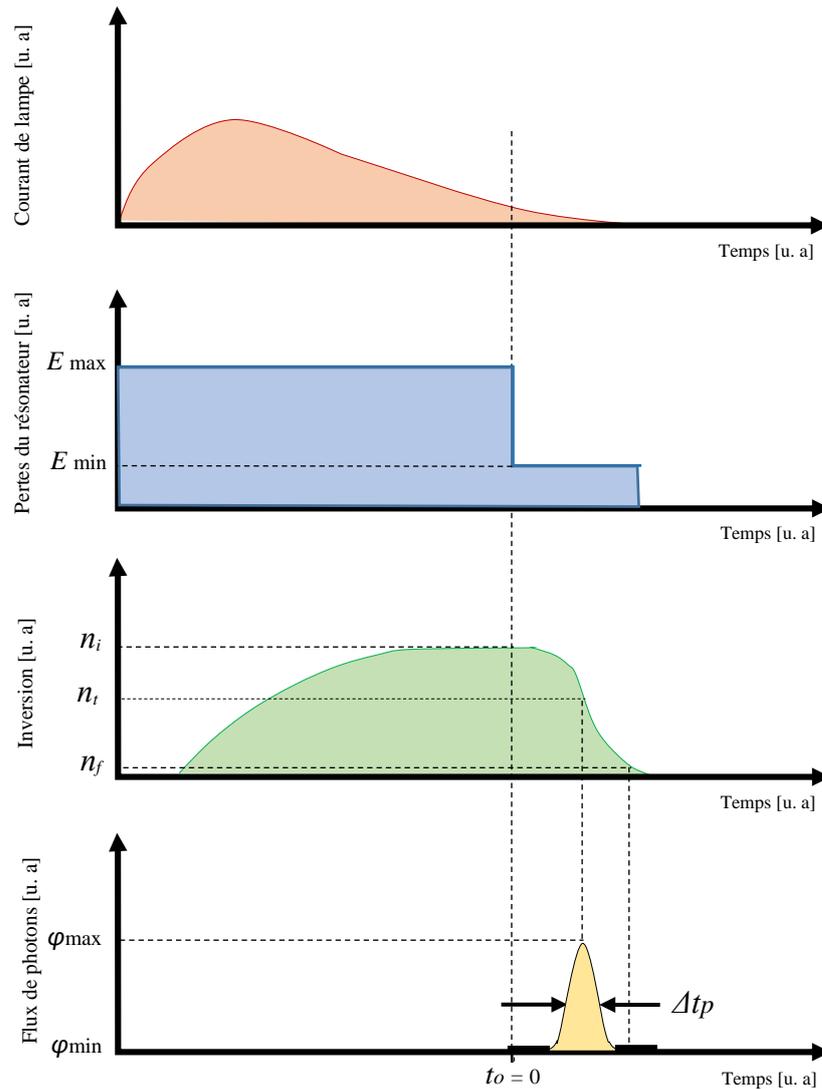


Figure I.5 : Etapes de génération d'une impulsion laser à mode déclenché [15, 18].

La densité de photons augmente de φ_i , et atteint un pic φ_{\max} de plusieurs ordres de grandeur supérieur à φ_i , puis diminue jusqu'à zéro. L'inversion de population est une fonction décroissante monotone du temps commençant à l'inversion initiale n_i et se terminant à l'inversion finale n_f .

Nous notons que la valeur de n_f est inférieure à l'inversion de seuil n_t pour un fonctionnement à effet laser normal. A n_t , le flux de photons est maximum et le taux de changement de l'inversion dn/dt est toujours grand et négatif, et n descend en dessous de la valeur de seuil n_t et atteint finalement la valeur n_f .

Si n_i n'est pas trop au-dessus de n_t , c'est-à-dire que le gain initial est proche du seuil, alors l'inversion finale n_f est à peu près au même seuil que n_t , et l'impulsion de sortie est symétrique.

D'autre part, si le matériau actif est pompé considérablement au-dessus du seuil, le gain chute rapidement dans quelques temps de transit de la cavité t_r , où il sera égal aux pertes. Lorsque la puissance de crête maximale est atteinte à n_t , il reste suffisamment de photons dans la cavité laser pour effacer l'excès de population restant et le ramener rapidement à zéro. Dans ce cas, la majeure partie de la décroissance se poursuit avec une constante de temps caractéristique τ_c , qui est la constante de temps de la cavité [18].

I.3.1. Technique du blocage de modes

La technique de blocage de mode est la méthode la plus importante pour produire des impulsions ultracourtes. A ce titre, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux ont été réalisés depuis l'invention du laser au début des années soixante du siècle dernier.

Le blocage de mode d'un laser est une technique qui fait référence au blocage des relations de phase entre de nombreux modes longitudinaux voisins de la cavité laser. Un train périodique d'impulsions laser est produit avec une valeur de crête élevée et une largeur d'impulsion courte (typiquement dans le régime pico ou femtosecondes) [24, 25].

Le blocage de telles relations de phase permet une variation périodique de la sortie du laser qui est stable dans le temps et avec une périodicité donnée par le temps d'aller-retour de la cavité [26, 27]. Lorsque suffisamment de modes longitudinaux sont bloqués avec seulement de petites différences de phase entre les modes individuels, il en résulte une impulsion ultracourte qui peut avoir une puissance de crête significativement plus grande que la puissance moyenne du laser [15, 26].

La limitation de cette technique est la longueur de la cavité, qui détermine la largeur de l'impulsion. Pour les lasers à état solide, avec la technique de blocage de mode, des impulsions ultracourtes avec des largeurs d'impulsion dans les picosecondes, ou les femtoseconde pourraient être obtenues, en raison de la longueur très courte du milieu actif.

Dans la technique de blocage de mode, la largeur d'impulsion est inversement proportionnelle à la bande passante de l'émission laser. Les fortes fluctuations aléatoires de la sortie laser proviennent de l'interférence des modes résonateurs longitudinaux avec des relations de phase aléatoires. Ces fluctuations aléatoires peuvent être transformées en une puissante impulsion unique bien définie circulant dans le résonateur laser, comme le montre la figure (I.6), soit en introduisant une non-linéarité appropriée, soit par un modulateur optique à commande externe [15, 18].

Dans le premier cas, avec une non-linéarité appropriée, le laser est appelé blocage de mode passif. Ceci parce que le rayonnement lui-même, en combinaison avec l'élément non linéaire

passif, génère une modulation périodique qui conduit à une relation de phase fixe des modes axiaux. Alors que dans le second cas avec des modulateurs optiques à commande externe, on parle de blocage de mode actif, parce qu'un signal radiofréquence (*RF*) est appliqué à un modulateur qui fournit une modulation de phase ou de fréquence, conduisant par là au blocage de mode [15].

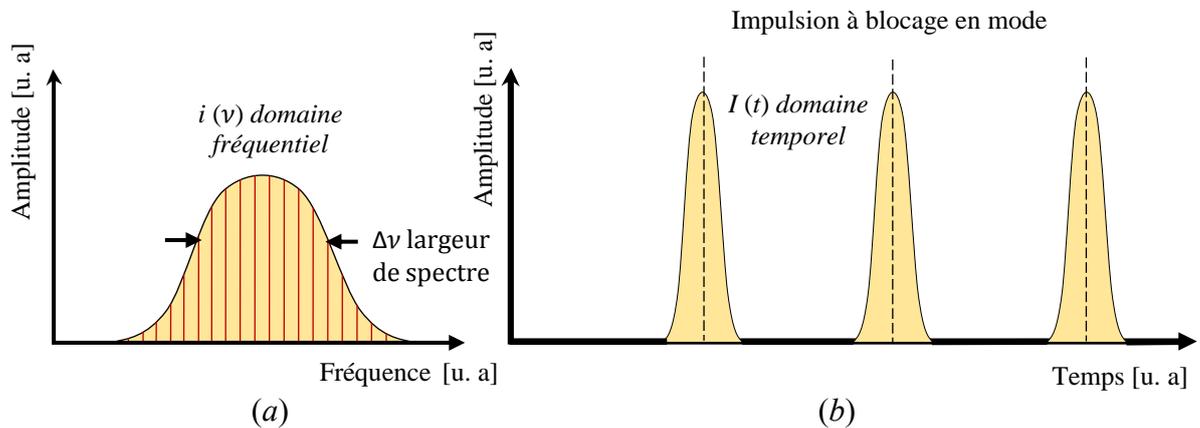


Figure I.6 : a) Structure de signal d'un laser idéalement bloquée en mode. b) Un train d'impulsions à blocage en mode [18, 21].

I.4. Etude de la technique à blocage de modes

I.4.1. Principe du blocage de modes

Le blocage de mode est une technique dans laquelle de nombreux modes longitudinaux de fréquence qui oscillent dans une cavité laser sontphasés ensemble pour former une impulsion courte dans la cavité laser [28].

Le train d'impulsions obtenu a alors un taux de répétition inversement proportionnel à la longueur de la cavité. Les impulsions obtenues sont toutes les plus courtes et plus intenses, car le nombre de modes contenus dans le spectre de gain est élevé si elles sont en phase [29].

Dans le cas du blocage de mode, les modes de cavité doivent coopérer pour surmonter les pertes élevées dans la cavité.

L'élément responsable du blocage de mode a une perte élevée à faible intensité des modes de cavité et se sature à une faible perte à des intensités élevées. La cavité laser est conçue de telle sorte qu'aucun mode de fréquence unique ne peut surmonter la perte [30].

I.4.2. Mode longitudinal et effet de la relation de phase

Les fibres dopées aux terres rares (*Erbium*, *Ytterbium*) présentent une large bande de gain (environ 20 nm autour 1.5 μm pour le laser dopé Er) ce qui permet l'oscillation d'un grand nombre de modes de l'ordre de 10^5 dans un laser à fibre. Chaque mode longitudinal étant une onde électromagnétique, l'intensité de l'impulsion est alors proportionnelle au carré de la valeur absolue de l'enveloppe complexe du champ électrique [29]. Ainsi :

$$E_k(t) = E_k \exp[-i(2\pi\nu_k t + \varphi_k)] \quad k \in N \quad (\text{I.2})$$

Où $E_k(t)$ est l'expression complexe du champ électrique du mode k . E_k est son amplitude, ν_k est sa fréquence et φ_k est la phase. L'expression temporelle mathématique du champ total peut être approximée par une somme d'ondes planes et s'écrit sous la forme suivante [29, 31] :

$$E(t) = \sum_{k=-N}^N E_k \exp[-i(2\pi\nu_k t + \varphi_k)] \quad (\text{I.3})$$

Où ν_0 est la fréquence centrale et il y a $2N+1$ modes au total. Les fréquences des modes se calculent en connaissant l'intervalle spectral libre $\Delta\nu$:

$$\nu_k = \nu_0 + k \Delta\nu \quad (\text{I.4})$$

Pour simplifier, on suppose que les amplitudes des modes sont identiques et égales à E_0 (en général, le spectre aura une allure plutôt gaussienne). Par conséquent,

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 \sum_{k=-N}^N \exp[-i(2\pi\nu_k t + \varphi_k)] \\ &= E_0 \exp(-2\pi i \nu_0 t) \sum_{k=-N}^N \exp[-i(2\pi k \Delta\nu t + \varphi_k)] \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Si les phases φ_k sont aléatoires, l'intensité résultante aura une allure semblable à la figure (I.7-a), autrement dit un bruit périodique qui est loin d'être une impulsion brève. Par contre, si les modes sont bloqués en phase, on peut poser $\varphi_k = 0, \forall k$, et on obtient une impulsion lumineuse dont le champ électrique s'écrit

$$\begin{aligned}
 E(t) &= E_0 \exp(-2\pi i \nu_0 t) \sum_{k=-N}^N \exp[(-2\pi k i \Delta \nu t)] \\
 &= E_0 \exp(-2\pi i \nu_0 t) \frac{\sin[\pi(2N+1)\Delta \nu t]}{\sin(\pi \Delta \nu t)}
 \end{aligned} \tag{I.6}$$

Son intensité est donc donnée par :

$$I(t) = \frac{E_0^2}{\zeta} \left\{ \frac{\sin[\pi(2N+1)\Delta \nu t]}{\sin(\pi \Delta \nu t)} \right\}^2 \tag{I.7}$$

Où ζ est l'impédance de l'espace libre, et l'intensité maximale est égale à

$$I_{\max} = \frac{E_0^2}{\zeta} (2N+1)^2 \tag{I.8}$$

Si l'on pose $2N+1 = 57000$ et $\Delta \nu = 86 \text{ MHz}$, on trouve que l'intensité ressemble à une impulsion qui se répète avec un taux de répétition égal à $\Delta \nu = c/2L$. Le temps entre deux impulsions est donc égal au temps d'un aller et retour dans la cavité $T = \Delta \nu^{-1} = 2L_{\text{cav}}/c$ (voir la figure (I.7-b)).

On remarque également que l'intensité maximale de cette impulsion est $(2N+1)^2$ fois l'intensité maximale d'un des modes seul.

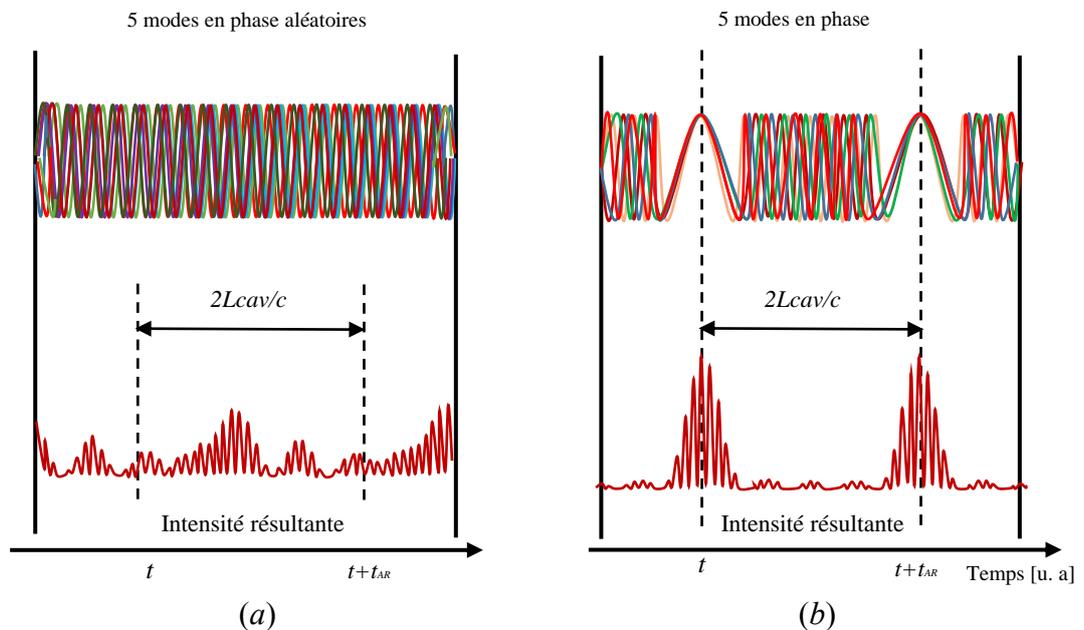


Figure I.7 : Représentation schématique du principe du blocage de modes,

a) Oscillation de 5 modes de phase aléatoire (fonctionnement multi mode quasi continu) ;

b) Relation de phase fixe (fonctionnement multi mode impulsionnel) [31].

I.4.3. Liaison entre durée d'impulsions et largeur spectrale

Dans une relation temps-fréquence, une impulsion peut être définie comme une coupure à un arrière-plan constant. La forme de cette impulsion est la forme de cette coupure (Figure (I.8)). Intuitivement, la forme d'impulsion peut être représentée par une fonction en forme de cloche, telle qu'une fonction gaussienne, lorentzienne ou sécante hyperbolique ; sachant que la transformée de Fourier d'une fonction gaussienne est aussi une fonction gaussienne.

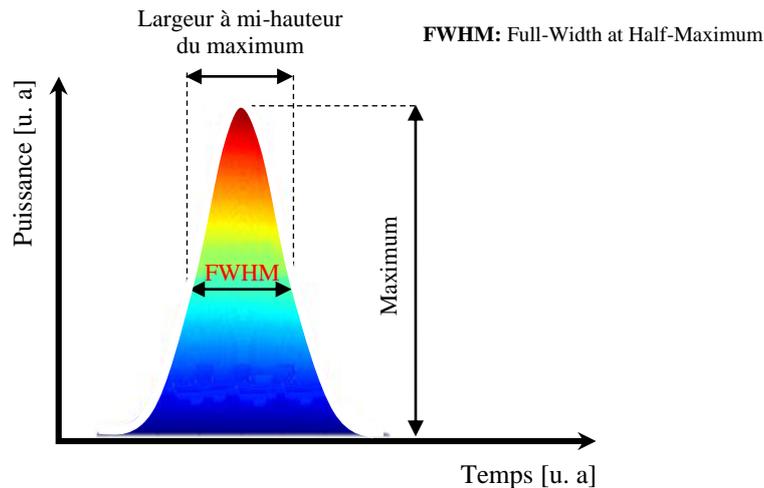


Figure I.8 : Largeur à mi-hauteur du maximum d'une impulsion [32].

La réponse spectrale et la réponse temporelle d'un laser ou tout autre composant, sont liées par la transformée de Fourier. Déterminer la réponse temporelle à partir de la réponse spectrale est cependant difficile, car l'information sur la phase n'est pas connue. Dans le cadre du blocage de modes, le produit entre la largeur spectrale et la durée des impulsions est utilisé pour déterminer la qualité du blocage de modes. En effet, pour une largeur spectrale donnée, la durée des impulsions présente un minimum si les modes sont parfaitement en phase. Si une telle durée est obtenue, le régime est dit être en limite de Fourier [29].

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (\text{I.9})$$

Et

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{i\omega t} dt \quad (\text{I.10})$$

Où $E(\omega)$ et $E(t)$ représentent l'évolution de la fréquence et du temps du champ électrique de l'impulsion, respectivement. Puisque les quantités à moitié maximales sont plus faciles à mesurer, la relation entre la durée et la largeur de bande spectrale de l'impulsion laser peut être écrite comme suit :

$$\Delta\omega_p \cdot \tau_p = 2\pi \Delta\nu_p \cdot \tau_p \geq 2\pi K \quad (\text{I.11})$$

Et par la suite, on obtient :

$$\Delta\nu_p \cdot \tau_p \geq K \quad (\text{I.12})$$

Où $\Delta\nu_p$ est la largeur à mi-hauteur spectrale en hertz (*Full-Width at Half-Maximum 'FWHM'*) avec $\omega = 2\pi\nu_p$ et τ_p est la durée de l'impulsion (largeur à mi-hauteur) en seconde et K est une constante dont la valeur est donnée pour une variété de formes temporelles de l'impulsion dans le tableau I.1. Ainsi, pour générer une impulsion laser dans le domaine temporel de la femtoseconde, il faut utiliser une large bande passante spectrale. Si l'égalité est atteinte dans l'équation (I.12), on parle d'une impulsion de transformée de Fourier-Limite ou simplement d'une impulsion limitée par transformée. On peut également calculer la durée minimale d'une impulsion donnant un spectre avec $\Delta\lambda(\text{nm})$ à FWHM, longueur d'onde centrale $\lambda_0(\text{nm})$ et vitesse de la lumière $c(\text{m/s})$ [33] :

$$\Delta t \cdot \tau_p \geq \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda \cdot c} K \quad (\text{I.13})$$

La figure (I.9) donne des exemples de formes d'impulsions typiques et les spectres correspondants.

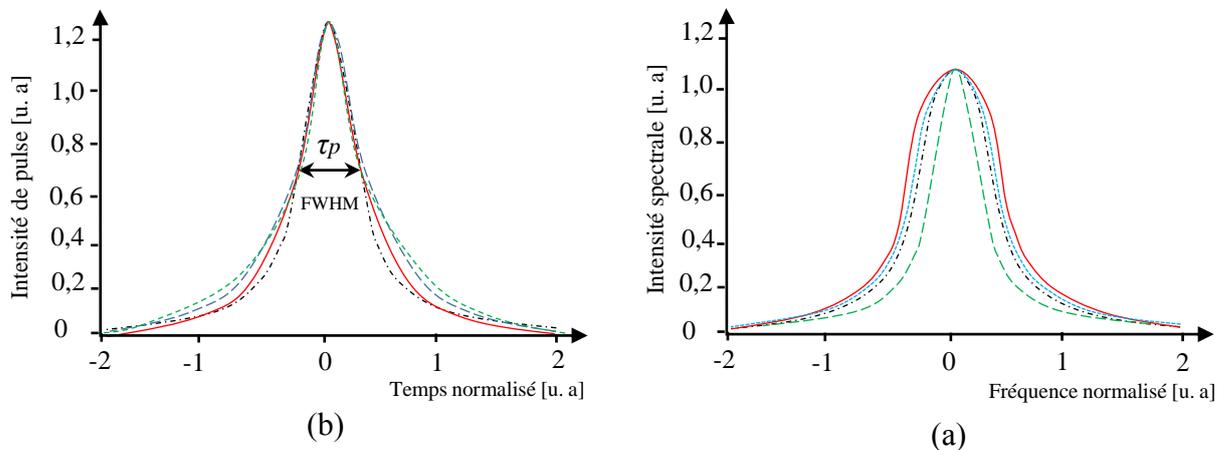


Figure I.9 : Profils temporels d'impulsions et spectres correspondants (normalisés) [33].

Les différents champs électriques de chaque forme d'impulsion :

—	Pulse gaussienne	$E(t) \propto \exp \left[-1.385 \left(t / \tau_p \right)^2 \right]$
-----	Pulse sécante hyperbolique (<i>sech</i>)	$E(t) \propto \text{sech} \left[1.763 \left(t / \tau_p \right) \right]$
.....	Pulse lorentzienne	$E(t) \propto \exp \left[1 + 1.656 \left(t / \tau_p \right)^2 \right]^{-1}$
.....	Pulse asymétrique sécante hyperbolique	$E(t) \propto \left[\exp \left(t / \tau_p \right) + \exp \left(-3t / \tau_p \right) \right]^{-1}$

Les valeurs de K pour différentes formes d'impulsions sont données dans le tableau suivant [33] :

Fonction	Profil d'intensité	τ_p (FWHM)	Profil spectral	$\Delta\omega_p$ (FWHM)	$\Delta\nu_p \cdot \tau_p \geq K$
<i>gaussienne</i>	$e^{-2(t/\tau_g)^2}$	$1.177 \tau_g$	$e^{-(\omega\tau_g/2)^2}$	$2.355 / \tau_g$	0.441
<i>lorentzienne</i>	$\left[1 + (t/\tau_l)^2 \right]^{-2}$	$1.287 \tau_l$	$e^{-2 \omega \tau_l}$	$0.693 / \tau_l$	0.142
<i>sécante hyperbolique</i>	$\text{sech}^2(t/\tau_s)$	$1.763 \tau_s$	$\text{sech}^2(\pi\omega\tau_s/2)$	$1.122 / \tau_s$	0.315
<i>asymétrique. sech</i>	$\left[e^{t/\tau_a} + e^{-3t/\tau_a} \right]^{-2}$	$1.043 \tau_a$	$\text{sech}(\pi\omega\tau_a/2)$	$1.677 / \tau_a$	0.278

Tableau I. 1 : Exemples de profils d'impulsion standard. Différentes descriptions mathématiques d'une impulsion laser et expression correspondante de l'intensité. La constante K qui détermine le produit de la bande passante dans le temps est également donnée pour chaque fonction [33].

Où τ_g, τ_l, τ_s et τ_a sont respectivement, largeur à mi-hauteur gaussienne, largeur à mi-hauteur lorentzienne, largeur à mi-hauteur sécante hyperbolique et largeur à mi-hauteur asymétrique sech. Lorsque les impulsions issues d'un régime de blocage de modes ne sont pas en limite de Fourier, elles présentent une dérive de fréquence avec le temps. Elles sont alors dites « *Chirpées* ».

I.4.4. Méthodes de blocage de modes

Généralement, les méthodes de blocage de mode sont divisées en deux types : actif et passif. La différence entre eux est simple [26]. Un laser à blocage de modes passif est capable d'initier le blocage de mode en utilisant un effet optique non-linéaire dans un matériau intra-cavité sans aucune intervention extérieure variant dans le temps.

Par contre, le laser à blocage de modes actif implique en général l'application d'un signal externe pour engendrer une modulation du champ intra-cavité (la synchronisation en phase du mode). La nature du signal modulé externe peut être soit électrique, par modulation du courant injecté dans la structure, soit optique, par injection non résonante dans la cavité d'un signal optique modulé [15, 28, 31].

Parfois, un autre type de blocage de mode, est utilisé. Ce dernier, appelé blocage de mode hybride, est en fait une combinaison des deux principaux types passifs et actifs dont l'objectif est d'exploiter les avantages des deux types [15].

Autre technique dite blocage de mode par collision d'impulsions (*Colliding Pulse Mode-Locking : CPM*) [34, 35] a été développée. Dans cette technique, le laser comprend un milieu absorbant entre deux milieux à gain où deux impulsions contra-propagatives peuvent circuler dans la cavité. Cette cavité est conçue de façon à obliger les deux impulsions à interagir dans la région de l'absorbant saturable [31, 35, 36].

I.4.4.1. Blocage de mode actif

Le blocage en mode actif a été exposé pour la première fois par le groupe Hargrove [37] en 1964 puis par Yariv [38] en 1965. Une cavité de blocage du mode actif typique se compose de trois parties : les pertes et le retard de la cavité linéaire, le milieu amplificateur et le modulateur. Comme le montre la figure (I.10), le modulateur acousto-optique ou électro-optique (*Acousto-Optic Modulator : AOM* ou *Electro-Optique Modulator : EOM*) inséré dans la cavité est entraîné à l'extérieur à la fréquence $\omega_m = 2\pi/\tau$, où τ est le temps d'aller-retour de la cavité. En raison de la caractéristique périodique du signal de conduite, le taux de transmission pour le modulateur est également périodique ; le modulateur agit comme une porte ouverte et a une transmission maximale une fois par impulsion, et la transmission diminue de façon exponentielle avec le temps en plus du temps aller-retour [30].

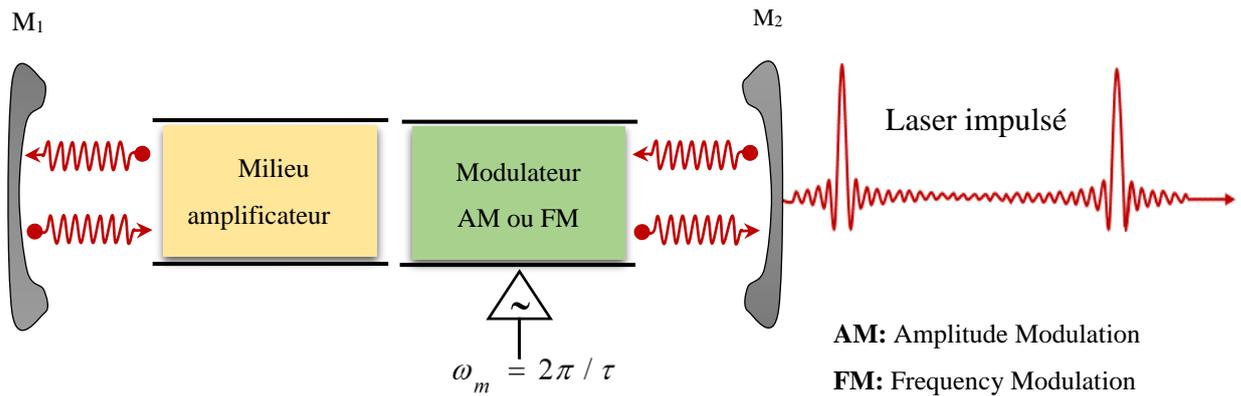


Figure I.10 : Dispositif laser bloqué en mode actif, avec un modulateur intra-cavité entraîné à la période d'arrondissement de la cavité [39].

Le blocage de mode actif nécessite une modulation d'amplitude (*Amplitude Modulation* : *AM*) ou de phase du champ optique intra-cavité, blocage de mode à modulation de fréquence (*Frequency modulation* : *FM*) [40] une fréquence f_m égale à (ou un multiple de) l'espacement de mode $\Delta\nu_{sp}$ [21, 41].

I.4.4.1.1. Blocage de mode actif par modulation d'amplitude

Le principe du blocage de mode actif par modulation de l'amplitude (*AM*) est simple à comprendre dans le domaine temporel. Il est réalisé en plaçant un modulateur d'amplitude dans la cavité dont la fréquence de modulation correspond à une harmonique de la fréquence fondamentale de la cavité. Le modulateur d'amplitude introduit des pertes périodiques dans le temps. En conséquence, le champ électromagnétique circulant dans la cavité est favorisé à des localisations temporelles bien fixes pour donner naissance à un train d'impulsions [31].

I.4.4.1.2. Blocage de mode actif par modulation de fréquence

Le blocage de mode actif fonctionne également avec une modulation de phase périodique (au lieu de la modulation d'amplitude), même si cela conduit à des impulsions chirpées. Cette technique s'appelle le blocage de mode en modulation de fréquence (*FM*). Dans les deux types de blocage de mode actif, un fonctionnement stable nécessite un temps aller-retour de la cavité qui correspond parfaitement à la période du signal du modulateur [42].

I.4.4.2. Blocage de mode passif

Comme indiqué dans la dernière section, le raccourcissement de l'impulsion en blocage de mode actif est limité par la vitesse de la force d'entraînement externe et devient inefficace pour des impulsions très courtes. Cet inconvénient peut être surmonté en utilisant le blocage de mode passif [30].

Le blocage de mode passif, consiste à utiliser au sein de la cavité à la place du modulateur dans la figure (I.12) [29], basée sur l'exploitation des effets non linéaires optiques à la puissance, de façon à traiter les signaux de haute puissance différemment de ceux de faible puissance afin de générer des impulsions courtes sans avoir recours à des modulateurs externes.

I.4.4.2.1. Blocage de mode passif avec absorbant saturable

Le blocage de mode passif fonctionne en plaçant un absorbant saturable (*Saturable Absorber* : AS) à l'intérieur de la cavité laser, qui n'a pas besoin d'un signal de modulation externe pour fonctionner. Cette méthode introduit une auto-modulation d'amplitude dans la cavité et permet des impulsions beaucoup plus courtes que le blocage de mode en mode actif, car un absorbant saturable, lorsqu'il est entraîné par des impulsions déjà très courtes, peut moduler les pertes de cavité beaucoup plus rapidement que n'importe quel modulateur électronique [43]. Un absorbant saturable est un élément optique caractérisé par une transmission qui augmente en fonction de la puissance du champ qui le traverse. Pour les faibles valeurs d'intensité, la transmission est faible ; par contre, pour des valeurs d'intensité importantes, l'absorbant est saturé et devient donc presque transparent [31].

Nous allons décrire phénoménologiquement l'état de transmission d'un absorbant saturable (Figure (I.11)) en fonction de l'intensité lumineuse incidente. Dans un régime de faible excitation lumineuse, la transmission de l'absorbant saturable est minimale (T_0). Au-delà d'une certaine valeur de l'intensité incidente (I_{sat}), la transmission de l'absorbant saturable augmente jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur de la transmission résiduelle ($T_{résiduelle}$). La différence de transmission entre l'état absorbant et l'état saturé est appelée transmission différentielle (ΔT) [44].

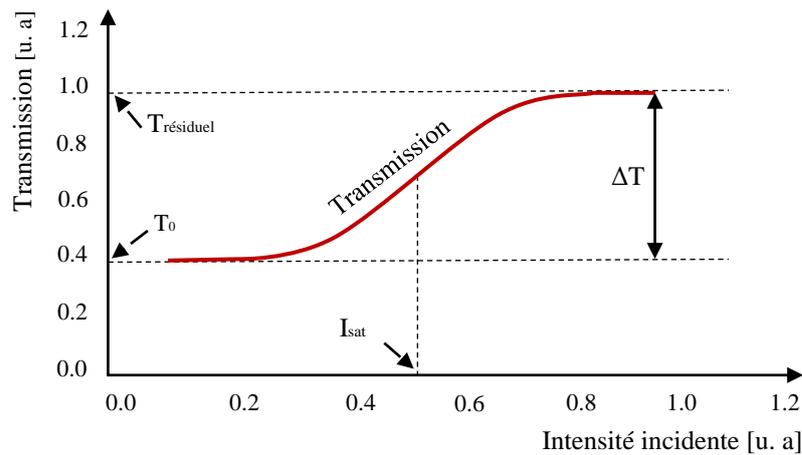


Figure I.11 : Transmission d'un absorbant saturable en fonction de l'intensité incidente. T_0 est la transmission linéaire, $T_{résiduelle}$ est la transmission résiduelle de l'absorbant saturé (dans notre exemple on considère un AS parfait donc $T_{résiduelle} = 1$), ΔT est la transmission différentielle et I_{sat} est l'intensité de commutation, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour blanchir l'AS [44].

Chaque absorbant saturable possède quatre caractéristiques : une plage de fonctionnement en longueur d'onde, une modulation de la transmission, un temps de relaxation et une intensité de saturation [31]. Un absorbant saturable, habituellement un miroir absorbant saturable à semiconducteur (*SEmiconductor Saturable Absorber Mirror SESAM*), est caractérisé par une propriété de transmission dépendant de l'intensité, ce qui lui permet transmettre une lumière de haute intensité et d'absorber une lumière de faible intensité. Les colorants peuvent également être utilisés, mais ils dépendent beaucoup de la longueur d'onde et existent souvent sous forme liquide, et doivent donc être rafraîchis régulièrement ou être en plein écoulement. En outre, la concentration de ces colorants doit être modifiée à mesure que la puissance du laser change. Un miroir absorbant saturable à semiconducteur se compose normalement d'un miroir Bragg, qui présente des couches alternées de deux matériaux optiques différents avec une épaisseur optique correspondant à un quart de la longueur d'onde de la lumière pour laquelle le miroir est conçu. La réflectivité varie alors avec l'intensité de la lumière qui l'entraîne. La figure (I.12) montre la position d'un absorbant saturable dans une configuration laser [43].

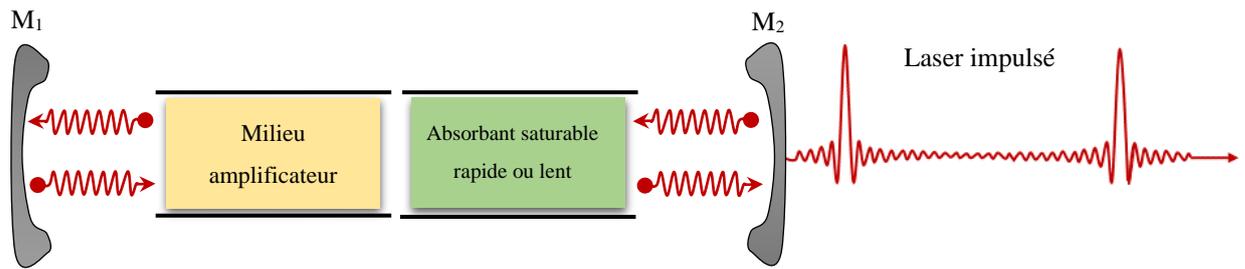


Figure I.12 : Installations d'absorbants saturables dans un laser à blocage de mode passif [43].

On dénombre deux grandes familles de blocage en mode passif à absorbants saturables : les absorbants saturables dits "*lents*" (Temps de relaxation plus grand que la durée de l'impulsion) Figure (I.13), et les absorbants saturables dits "*rapides*" (Temps de relaxation plus court que la durée de l'impulsion) Figure (I.14) qui ont été développés par A. Haus dans [45, 46].

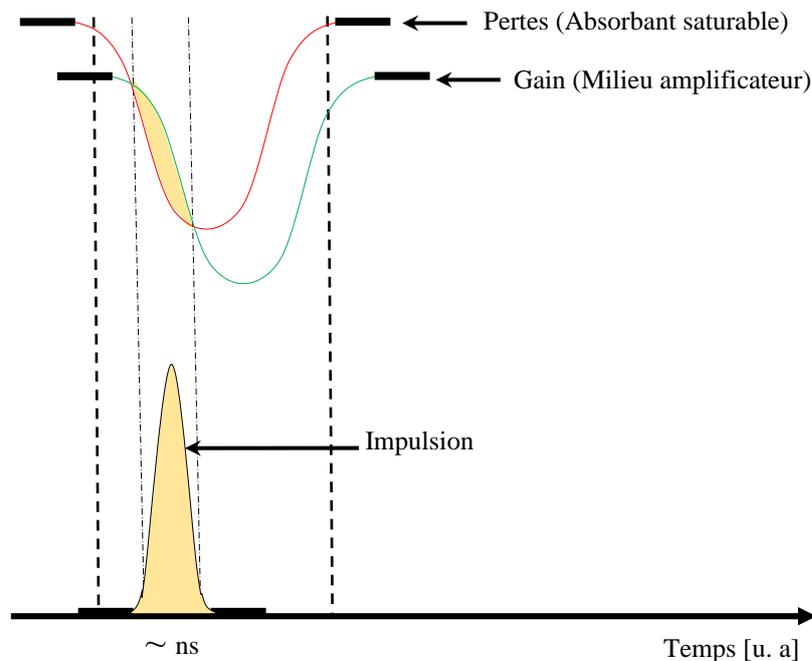


Figure I.13 : Représentation schématique du gain et des pertes dans le cas d'un absorbant saturable lent et d'un milieu à gain avec un temps de relaxation faible. La fenêtre du gain net est comprise entre les deux traits pleins verticaux [47].

Au début, les pertes sont plus élevées que le gain. Sous l'effet du pompage, le gain augmente pour passer au-delà des pertes. En entrant dans la zone de non-linéarité de l'absorbant, les pertes diminuent et l'émission augmente à la hauteur de cette différence croissante entre gain et pertes et sature très rapidement l'absorption. Ce processus forme ainsi le front montant de l'impulsion. Or, pendant le temps où la différence entre gain et pertes est très élevée, le gain aura tendance à

décroître rapidement, car le taux de pompage n'est pas suffisamment élevé pour maintenir sur une longue durée, une émission intense. Ce processus forme ainsi le front diminuant de l'impulsion. Il n'existe pas d'absorbant saturable rapide pour l'obtention d'impulsions ultracourtes, car les temps de recouvrement devraient se situer à des valeurs beaucoup plus faibles que les durées des impulsions elles-mêmes. Or, les plus rapides se situent autour de 100 fs [48]. Le blocage de mode avec un absorbant saturable rapide permet d'obtenir des durées d'impulsions de l'ordre de quelques picosecondes [29, 49].

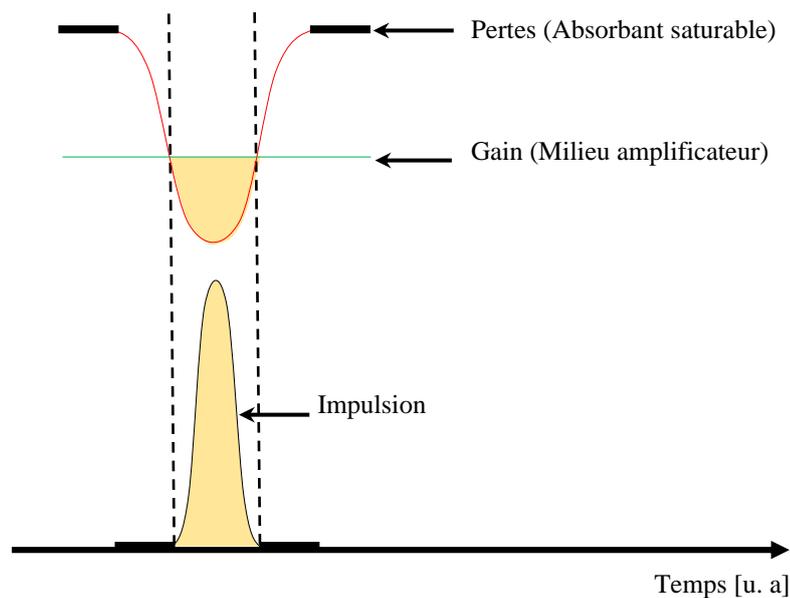


Figure I.14 : Représentation schématique du gain et des pertes dans le cas d'un absorbant saturable rapide et d'un milieu à gain avec un temps de relaxation lent [29].

I.4.4.2.2. Blocage de mode passif par effet Kerr optique

Lorsqu'un milieu Kerr est éclairé avec un faisceau de profils transverses gaussiens, la variation d'indice en fonction de la coordonnée radiale se comporte comme une lentille, dite lentille de Kerr, qui modifie le waist des faisceaux de haute intensité. Suivant le signe du coefficient n_2 , ou indice non linéaire, on peut se trouver en présence d'une lentille Kerr convergente ($n_2 > 0$) ou divergente [50].

Le principe général du blocage de mode par la lentille de Kerr (*Kerr-Lens Mode-locking* : *KLM*) est esquissé dans la figure (I.15). Une impulsion qui s'accumule dans une cavité laser contenant un milieu de gain et un milieu Kerr connaît non seulement une auto-modulation de phase, mais

aussi une auto-focalisation, c'est-à-dire une lentille non-linéaire du faisceau laser, en raison de l'indice de réfraction non-linéaire du milieu Kerr. Une impulsion laser spatio-temporelle se propageant à travers le milieu Kerr a une taille de mode dépendante du temps, car les intensités plus élevées acquièrent une focalisation plus forte. La disposition d'une ouverture, telle une fente, dans la cavité laser à un endroit où le faisceau laser est transversalement plus large en continu qu'en régime impulsionnel est donc équivalente à un absorbant saturable rapide : la transmission de la fente augmente avec l'intensité du laser. Le temps de réponse de cet absorbant saturable est le temps de réponse de l'effet Kerr, de l'ordre de la femtoseconde [51].

Le blocage de mode utilisant l'effet Kerr a été démontré pour la première fois par Comly et Coll [52, 53] en 1968 avec la production d'impulsions à peu près 12 ps dans un laser à rubis. L'effet Kerr est un effet non linéaire du troisième ordre qui donne lieu à une modification non linéaire de l'indice de réfraction du milieu, qui peut être exprimé mathématiquement par la fonction suivante [54] :

$$n(I(x, y, t)) = n_0 + n_2^I I(x, y, t) \quad (\text{I.14})$$

Où $n(I(r, t))$ est l'indice de réfraction sous l'influence du faisceau, n_0 est l'indice de réfraction linéaire constante (faible intensité), n_2^I l'indice non-linéaire pour l'intensité ($n_2^I = 3.2 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 / \text{W}$) dans la silice [55, 56]) s'appelle l'indice non linéaire et $I(x, y, t)$ l'intensité spatiale et temporelle d'un faisceau laser à pulsation courte.

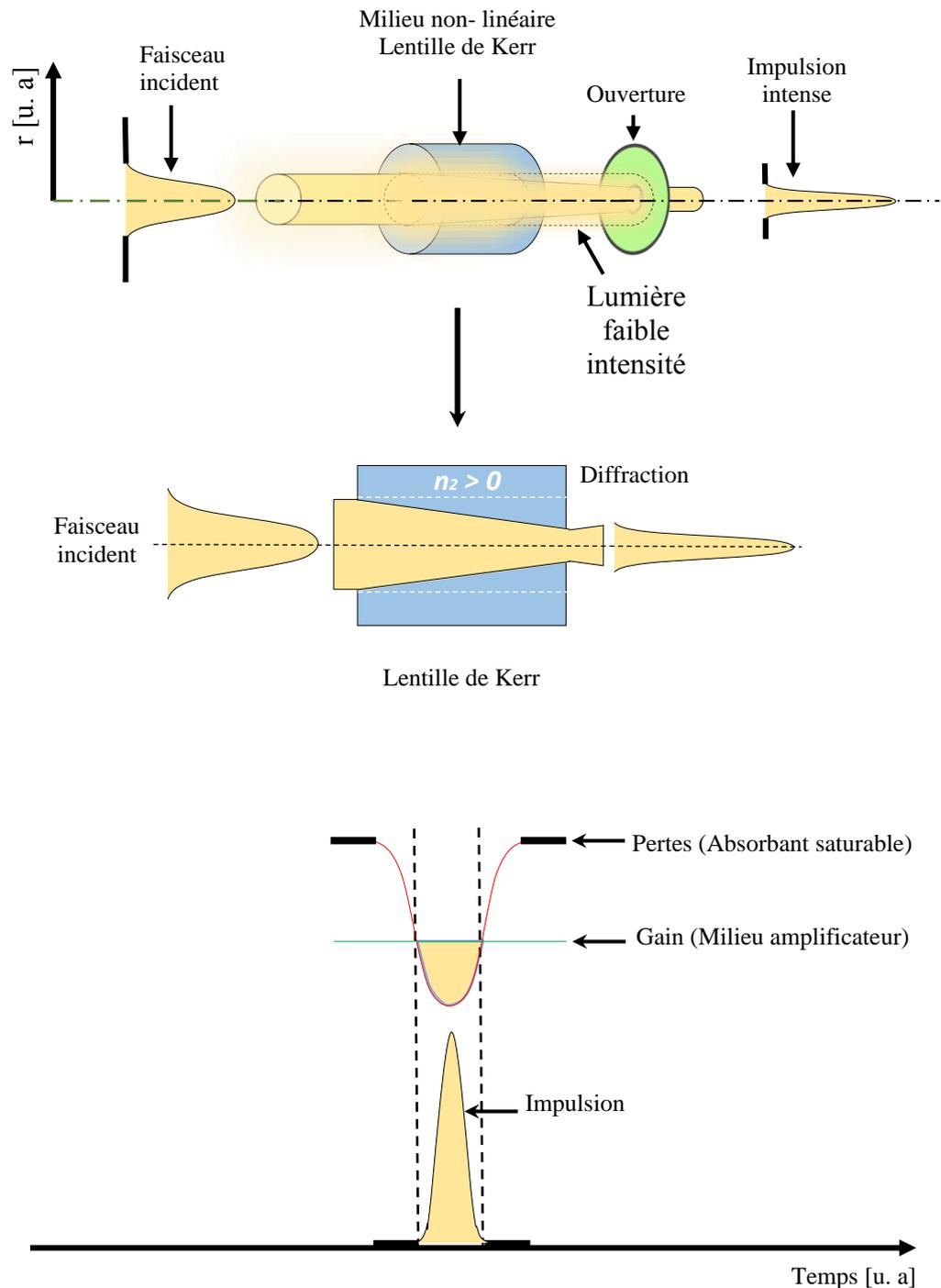


Figure I.15 : Auto-focalisation d'un faisceau laser traversant un milieu avec $n_2 > 0$ [57, 58].

L'effet Kerr peut effectivement introduire un absorbant saturable artificiel dans la cavité, en le plaçant sous la catégorie du blocage du mode passif. Étant donné que l'effet Kerr dans les milieux transparents est pratiquement instantané, cette absorbante saturable efficace est extrêmement rapide, ce qui permet de générer des impulsions aussi courtes que quelques femtosecondes, bien au-delà de ce qui peut être atteint avec des absorbants saturables "réels" (à l'échelle picoseconde).

En pratique, la durée d'impulsion des lasers à blocage en mode Kerr sera limitée par trois facteurs, à savoir la gestion de la dispersion dans la cavité, la bande passante de gain du milieu actif et la période optique de l'onde porteuse. Puisque n_2^l pour le cristal saphir est relativement faible ($\approx 3 \times 10^{-16} \text{ cm}^2 / \text{W}$), seules les impulsions de puissance de pointe élevée seront sensibles à cet effet [59].

I.5. Applications des lasers à blocage de mode

Les impulsions ultracourtes sont un domaine de recherche très important. Les lasers en régime de fonctionnement à blocage de mode produisent des impulsions courtes, souvent énergétiques, avec une certaine plage d'accordabilité de leur fréquence de récurrence et généralement dans des configurations simples. L'utilisation de ces lasers dans de nombreux domaines de la recherche fondamentale varie en fonction de la longueur d'onde et de la largeur d'impulsion. Nous avons vu que le régime de blocage de mode permet d'obtenir des impulsions de forte énergie. Il est donc utilisé pour des applications nécessitant une forte interaction avec la matière. C'est le cas dès qu'il s'agit de marquer, graver, souder ou découper de la matière, que ce soit pour l'usinage de pièces ou pour le traitement de matériaux. Le critère le plus important ici est l'énergie des impulsions, bien que leur durée influence souvent la qualité du résultat. Ce type de laser n'est toutefois pas cantonné au milieu industriel et est largement diffusé dans le milieu médical, comme en chirurgie oculaire ou en dermatologie pour le traitement de pathologies cutanées et la cautérisation ou la destruction de certains tissus.

Il est également très répandu dans la métrologie. L'observation de l'environnement pour la détection de polluants atmosphériques ou la surface du sol. La télédétection sans contact telle que le LIDAR (*Light Detection And Ranging*) permet d'obtenir des informations sur la composition et la concentration des différents constituants de l'atmosphère en fonction des processus d'interaction mis en jeu (*diffusions élastiques ou inélastiques, fluorescence*).

Les sources lasers à modes synchronisés produisent des impulsions ayant un ensemble de caractéristiques recherchées comme leur fréquence de récurrence élevée ou leur brièveté qui conduit à une puissance instantanée élevée et un large spectre. Ces caractéristiques sont exploitées dans des domaines aussi divers que les télécommunications, le biomédical, la chimie ou encore le milieu industriel avec la micro/nanostructuration de matériaux durs ou dangereux nécessitant un traitement athermique. Par exemple, dans le domaine des télécommunications, c'est la courte durée des impulsions et la haute cadence de ces sources qui sont mises à profit dans les techniques

de communication haut débit par multiplexage temporel (*Optical Time Domain Multiplexing : OTDM*), notamment pour la récupération d'horloge. La puissance crête élevée des impulsions produites par les sources lasers à blocage de modes est également beaucoup exploitée pour provoquer des interactions fortes avec des matériaux divers (en biologie avec les techniques de microscopie multi-photonique, en chimie avec la spectroscopie de fluorescence résolue en temps).

I.6. Filtres spectraux

La bande passante du milieu de gain impose la limite supérieure de la bande passante du filtre spectral dans la cavité du laser, mais il est souvent utile d'avoir un filtre plus étroit dans la cavité.

Plus précisément, le filtrage spectral est d'une importance critique pour les solitons dissipatifs à blocage de mode [60] et les similarités d'amplificateurs [61]. De plus, les filtres spectraux jouent également un rôle clé dans l'oscillateur paramétrique optique [62].

I.6.1. Filtres biréfringents

Les filtres sinusoidaux sont formés en envoyant une lumière polarisée linéairement à travers un matériau biréfringent avec la polarisation de la lumière mal alignée à l'axe de polarisation du matériau. Cela va provoquer un retard de phase dépendant de la longueur d'onde entre les ondes ordinaires et extraordinaires, de sorte que le placement d'un second polariseur après l'élément biréfringent permet de bloquer efficacement une partie des longueurs d'onde, formant un filtre.

En supposant un angle d'incidence de 45° , la transmission du filtre peut être décrite [63].

$$T_f = \cos^2\left(\frac{\pi(n_e - n_o)d}{\lambda}\right) \quad (\text{I.15})$$

Où d est l'épaisseur du matériau et λ longueur d'onde du matériau, n_e et n_o sont respectivement les indices de réfraction ordinaire et extraordinaire.

I.6.2. Filtres réseaux

En raison des multiples bandes passantes du filtre biréfringent, elles ne permettent pas de réaliser des filtres à une seule pointe avec des largeurs de bande de quelques nanomètres, car plusieurs bandes passantes peuvent être incluses dans le spectre filtré. Pour obtenir un filtre à une seule bande avec une bande passante de quelques nanomètres, un filtre à réseau peut être utilisé.

Le réseau disperse spatialement les couleurs dans le spectre comme indiqué sur la figure (I.16), et un filtre spectral peut être formé en plaçant une ouverture, telle qu'une lentille et une pointe de fibre (*Collimateur*), dans le faisceau dispersé. La fibre ne capte qu'une partie du spectre dispersé en raison de l'angle d'acceptation fini de la fibre.

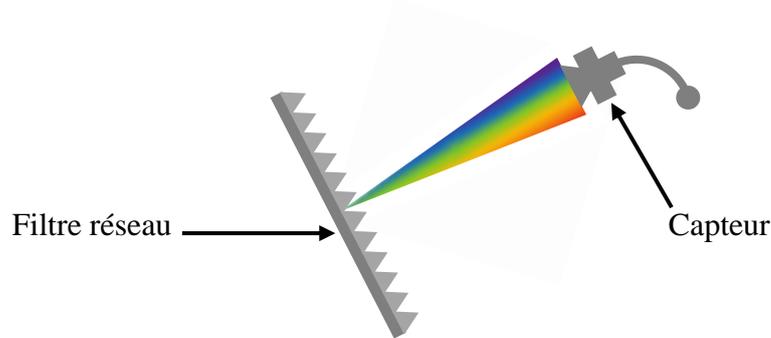


Figure I.16 : Schéma du filtre à base de réseau [63].

I.6.3. Filtres Fabry-pérot

Une cavité de Fabry-Pérot est formée par deux surfaces réfléchissantes partiellement espacées d'une certaine distance. Le faisceau entrant réfléchira entre les deux surfaces et interférera de manière constructive et destructive en raison des changements de phase subis par le faisceau lors de la réflexion. Comme décrit dans la référence [64], le résultat final est une transmission périodique de la cavité, les pics de transmission étant séparés par la gamme spectrale libre.

La forme de la transmission est décrite par une fonction Airy de la forme. Le coefficient de transmission en intensité (transmittance) est alors donné par la formule classique [65]

$$T_f = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad (\text{I.16})$$

Où R est la réflectivité des miroirs et ϕ est lié au changement de phase, le champ est soumis à une réflexion. Le profil du filtre est illustré par la Figure (I.17).

Cette technique peut être utilisée pour produire des bandes passantes de quelques nanomètres séparées par des fréquences suffisamment grandes pour être effectivement à une seule pointe.

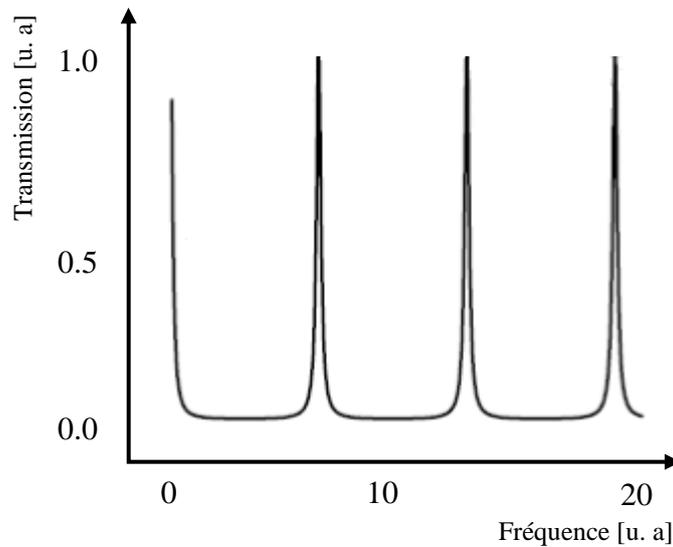


Figure I.17 : Fonction de transmission d'un filtre Fabry-Perot pour $R = 0.9$ [63].

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre introductif, nous avons rappelé le cinquante-neuvième anniversaire de l'invention du laser ainsi que les différents types de cavités laser. Nous avons décrit les éléments de base des techniques physiques de génération d'impulsions délivrées par les sources laser à des échelles de temps de plus en plus courtes. De plus, on a donné un aperçu sur les différentes techniques introduites pour générer des impulsions ultracourtes dans les lasers appelé déclenchés (*Q-switch*) et blocage de mode (*Mode-locking*). Nous avons passé en revue le principe de fonctionnement des lasers à blocage de mode et les différents régimes et méthodes pour obtenir ce dernier. Finalement, le chapitre se termine sur certaines applications des lasers à blocage de mode et des filtres spectraux.

I.8. Bibliographies:

- [01] D. Arsenijević, M. Kleinert, and D. Bimberg, "Passive Mode-Locking of Quantum-Dot Lasers", *IEEE Photonics Journal*, 6:0700306, (2013).
- [02] P. G. Kryukov. "Continuous-Wave Femtosecond Lasers", *Physics Uspekhi*, 183:897–916, (2013).
- [03] E. U. Rafailov, M. A. Cataluna, and W. Sibbett. "Mode-Locked Quantum-Dot Lasers", *Nature Photonics*, 1:395–401, (2007).
- [04] P. G. Kryukov. "Ultrashort-Pulse Lasers. *Quantum Electronics*", 31(2):95–119, (200).

- [05] W. T. Silfvast, "*Laser Fundamentals Second Edition*", Cambridge University Press, (2004).
- [06] H. Haken. "*Laser Light Dynamics*", If1sterdam. New York. Oxford. Tokyo, (1985).
- [07] J. Hecht. "*Short History of Laser Development*", Optical Engineering, (2010).
- [08] F. Bretenaker and N. Treps, "*Laser: 50 Years of Discoveries*", University Pierre and Marie Curie, France, (2015).
- [09] W. W. Duley, "*CO2 Laser: Effects and Applications*", Academic Press, (1976).
- [10] P. Thomas et P. Amblard, "*Photodermatologie et Photothérapie*", Masson, (1988).
- [11] J.L. Levy, "*Lasers en Dermatologie*", Editions Techniques, France, (1994).
- [12] K. F. Renk, "*Basics of Laser Physics*", For Students of Science and Engineering, (2012).
- [13] A. Hideur, "*Etude et Réalisation de Lasers à Fibre de Puissance*", Thèse, (2001).
- [14] <http://www.ulb.ac.be/polytech/soa/cours/tfe%202003/solitons.html>
- [15] S. S. M. Salih, "*Study of The Characterization Design of Mode-Locked Fiber Laser*", University of Technology in Partial Fulfillment of The Requirements For The Degree of Master of Science in Laser Engineering, Thesis, (2008).
- [16] M. Hofer, M. H. Ober, F. Haberl, and M. E. Fermann, "*Characterization of Ultra-short Pulse Formation in Passively Mode-Locked Fiber Lasers*", IEEE Journal of Quantum Electronics, (1992).
- [17] S. Yang, X. Bao, "*Rational Harmonic Mode-Locking in a Phase-Modulated Fiber Laser*", IEEE Photonics Technology Letts, (2006).
- [18] W. Koechner, M. Bass, "*Solid-State Lasers: A Graduate Text*", Springer-Verlag, New York, (2003).
- [19] R. W. Waynant , M. N. Ediger , "*Electro-Optics Handbook*", McGraw -HILL, 2nd edition, (2000).
- [20] L. Q. Huy, L. N. Binh, "*Implementation and Characterization of Mode-Locked Fiber Lasers*", Department of Electrical and Computer Systems Engineering Monash University, Clayton, Victoria, Australia, (2004).
- [21] G. P. Agrawal, "*Applications of Nonlinear Fiber Optics*", Academic Press, New, York, (2001).
- [22] C. C. Renaud, H. L. Offerhaus, J. A. Alvarez-Chavez, J. Nilsson, W. A. Clarkson, P. W. Turner, D. J. Richardson, and A. B. Grudinin , "*Characteristics of Q-Switched Cladding-Pumped Ytterbium-Doped Fiber Lasers with Different High-Energy Fiber Designs*", IEEE Journal of Quantum Electronics, (2001).

- [23] O. Svelto, *"Laser Principles"*, Plenum Press, New York, 3rd edition, (1989).
- [24] L. E. Hargrove, R. L. Fork, M. A. Pollack, *"Locking Of He-Ne Laser Modes Induced by Synchronous Intracavity Modulation"*, Appl. Phys. Letts, (1964).
- [25] Y. Parkhomenko, M. Horowitz, C. R. Menyuk, T. F. Carruthers, *"Theoretical Study of an Actively Mode-Locked Fiber Laser Stabilized by an Intracavity Fabry-Perot Etalon: Linear Regime"*, J. Opt. Soc. Am. B, (2007).
- [26] H. A. Haus, *"Mode-Locking of Lasers"*, IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics, (2000).
- [27] D. J. Kuizenga, A. E. Siegman, *"FM and AM Mode-Locking of the Homogeneous Laser-Part I: Theory"*, IEEE J. Quantum Electron, (1970).
- [28] A. Fernandez, *"Etude Théorique et Expérimentale des Impulsions Optiques Générées par un Amplificateur Optique à Semi-Conducteurs (SOA) en Blocage de Modes"*, Université de Bretagne occidentale - Brest, Thèse Doctorat, (2009).
- [29] J. Watson, *"Amplification Paramétrique en Régime Femtoseconde. Application au Développement de Sources Femtosecondes Accordables dans le Visible et à l'Imagerie en Milieu Diffusant"*, Physics, Optics. Université Paris Sud - Paris XI, Français, (1994).
- [30] L. Wang, *"Fiber Based Mode Locked Fiber Laser Using Kerr Effect"*, University of Dayton, Doctoral Thesis, (2016).
- [31] S. Chouli, *"Structures Optiques Dissipatives en Cavité Laser à Fibre"*, Thèse, Université de Bourgogne, (2011).
- [32] <http://www.newastro.com/newastro/book/C2/images/FWHM.jpg>
- [33] J.-C. Diels, W. Rudolph, *"Ultrashort Laser Pulse Phenomena"*, Elsevier, second edition, Boston, (2006).
- [34] O. E. Martinez, R. L. Fork, J. P. Gordon, *"Theory of Passively Mode-Locked Lasers for the Case of a Nonlinear Complex-Propagation Coefficient"*, J. Opt. Soc. Am. B, (1985).
- [35] R. L. Fork, B. I. Greene, C. V. Shank, *"Generation of Optical Pulses Shorter Than 0.1 Psec by Colliding Pulse Mode Locking"*, Appl. Phys. Lett, (1981).
- [36] Y. Deng, M. Koch, F. Lu, G. Wicks, W. Knox, *"Colliding-Pulse Passive Harmonic Mode-Locking in a Femtosecond Yb-Doped Fiber Laser With a Semiconductor Saturable Absorber"*, Opt. Express, (2004).
- [37] L. E. Hargrove, R. L. Fork, M. A. Pollack, *"Locking of He-Ne Laser Modes Induced by Synchronous Intracavity Modulation"*, Appl. Phys. Lett, (1964).
- [38] A. Yariv, *"Internal Modulation in Multimode Laser Oscillators"*, J. Appl. Phys, (1965).

- [39] A. M. Weiner, *"Ultrafast Optics"*, First Edit. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc, (2009).
- [40] S. E. Harris, O. P. McDuff, *"Theory of FM Laser Oscillation"*, IEEE J. Quantum Electron, (1965).
- [41] D. J. Kuizenga, A. E. Siegman, *"FM and AM Mode Locking of the Homogeneous Laser—Part I: Theory"*, IEEE J. Quantum Electron, (1970).
- [42] A.E. Siegman, *"Lasers"*, chapitre 27. University Science Books, (1986).
- [43] K. Mounir, *"Nonlinear Propagation of an Ultrashort Laser Pulse in Titanium Sapphire"*, Doctoral Thesis, Abou Bakr Belkaid University, (2010).
- [44] J-B. Lecourt, *"Etude et Réalisation de Lasers à Fibre Auto-Impulsionnels à Base d'Absorbants Saturables"*, Université de Rouen, Thèse Doctorat, (2006).
- [45] H. A. Haus, *"Theory of Mode Locking With a Fast Saturable Absorber"*, IEEE J. Quant. Electron, (1975).
- [46] H. A. Haus, *"Theory of Mode Locking With a Slow Saturable Absorber"*, IEEE J. Quant. Electron, (1975).
- [47] N. Boudia, *"Etude d'un Laser Complètement Fibré Passivement Q- Déclenché en Mode-Locking"*, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Mémoire de Magister, (2011).
- [48] S. Suomalainen, A. Vainionpää, O. Tengvall, T. Hakulinen, S. Karirinne, M. Guina, O. G. Okhotnikov, T. G. Euser, W. L. Vos, *"Long-Wavelength Fast Semiconductor Saturable Absorber Mirrors Using Metamorphic Growth on Gas Substrates"*, Applied Physics Letters, (2005).
- [49] R. Paschotta, J. A. der Au, G. J. Spuhler, F. Morier-Genoud, R. Hovel, M. Moser, S. Erhard, M. Karszewski, A. Giesen, U. Keller, *"Diode-Pumped Passively Modelocked Lasers With High Average Power"*, Applied Physics B, (2000).
- [50] J-C. Delagnes, *"Contrôle de la Propagation d'Impulsions Ultracourtes. Effets de Déplacements Lumineux"*, Université Paul Sabatier - Toulouse III, Thèse Doctorat, (2005).
- [51] O. Svelto, *"Principles of Lasers"*, 3rd Edition, Plenum Press, New York and London, (1989).
- [52] K. Shimoda, *"Angular Distribution of Stimulated Raman Radiation"*, Japan.J.Appl. Phys. 5, (1966).
- [53] C. H. Skinner, P. D. Kleiber, *"Observation of Anomalous Conical Emission From Laser Excited Barium Vapor"*, Phys. Rev, (1980).

- [54] J. M. Watson, "*Amplification Paramétrique en Régime Femtoseconde. Application au Développement de Sources Femtosecondes Accordables dans le Visible et à l'Imagerie en Milieu Diffusant*", Université de Paris-Sud, Thèse Doctorat, (1994).
- [55] A. Hideur, "*Etude et Realisation de Lasers à Fibre de Puissance*", Université de Rouen, Thèse doctorat, (2001).
- [56] G. P. Agrawal, "*Nonlinear Fiber Optics*", Academic Press, Second Edition Ed, (1995).
- [57] U. Keller, "*Recent Developments in Compact Ultrafast Lasers*", Invited Paper Nature, (2003).
- [58] C. Rulliere, "*Femtosecond laser Pulses Principles and Experiments*", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (1998).
- [59] S. Yefet, A. Pe'er, "*A Review of Cavity Design for Kerr Lens Mode-Locked Solid-State Lasers*", Appl. Sci, (2013).
- [60] A. Chong, J. Buckley, W. Renninger, and F. Wise, "*All-Normal-Dispersion Femtosecond Fiber Laser*", Opt. Express 14, 10095, (2006).
- [61] W. H. Renninger, A. Chong, and F. W. Wise, "*Self-Similar Pulse Evolution in An All-Normal-Dispersion Laser*", Phys. Rev. A 82, 021805, (2010).
- [62] E. S. Lamb, S. Lefrancois, M. Ji, W. J. Wadsworth, X. S. Xie, and F. W. Wise, "*Fiber Optical Parametric Oscillator for Coherent Anti-Stokes Raman Scattering Microscopy*", Opt. Lett. 38, 4154, (2013).
- [63] E. S. Lamb, "*Development of Fiber Lasers and Devices for Coherent Raman Scattering Microscopy*", Graduate School of Cornell University, (2015).
- [64] W. T. Silfvast, "*Laser Fundamentals*", Cambridge University Press, Cambridge, NY, (1996).
- [65] M. Born, E. Wolf. "*Principles of Optics, Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*", (7th expanded Ed.). Cambridge University Press, (1999).

Chapitre II :

***Dispersion et non linéarité
dans les
lasers ultrarapides***

II.1. Introduction

L'optique est la branche de la physique qui traite de la lumière. La lumière visible est une onde électromagnétique (*ElectroMagnetic : EM*) qui passe ou se propage à travers l'espace vide, comme par les objets matériels, qui donne une réponse optique (les effets de réflexion, réfraction, diffraction et d'absorption). Il est nécessaire de prendre en considération l'existence d'autres effets dus aux propriétés physiques du milieu de propagation. Parmi ces effets, on peut citer le phénomène de dispersion chromatique (*Group-Velocity Dispersion : GVD*) qui se décompose principalement en deux régimes normal et anormal, en fonction du signe de la dispersion du milieu. Ce besoin nous conduit à étudier l'effet Kerr optique comme effet conjoint de l'effet de dispersion. L'autre effet dû aux propriétés physiques du milieu de propagation est appelé non-linéarité et dont le champ d'application est très large. En général, il traite de l'interaction non-linéaire de la lumière avec la matière et les problèmes tels que les changements induits par la lumière dans les propriétés optiques d'un milieu. Dans la plupart des cas, l'origine physique de cette propriété dépend des caractéristiques microscopiques des matériaux dans lesquels la lumière se propage, comme la nature des atomes le constituant, la structure cristalline, etc. Compte tenu de la grande diversité des propriétés microscopiques de la matière, on s'attend à un très grand nombre de processus d'optique non-linéaire différents.

Effectivement, une source lumineuse ordinaire est beaucoup trop faible pour une telle expérience, il faut généralement un champ d'environ $1V/cm$ pour induire une réponse non-linéaire dans un milieu, ceci correspond à une intensité de faisceau d'environ $2.5V/cm^2$. Un tel rayon laser est nécessaire donc pour l'obtention de la génération harmonique optique ou pour d'autres effets d'optique non-linéaire [01].

La modélisation mathématique de ces effets (*dispersion et non-linéarité*) a ensuite permis de mettre en évidence une nouvelle impulsion, le soliton. Ce concept ne se limite pas à l'étude des ondes hydrodynamiques : il peut s'étendre à d'autres domaines de la physique, comme les solitons optiques, électroniques et mécaniques.

Dans ce deuxième chapitre, nous allons commencer par rappeler le principe de dispersion dans un milieu physique tel que la dispersion d'ordre 2 et la dispersion d'ordre supérieur. Dans le deuxième paragraphe, nous rappellerons l'origine de la non-linéarité optique, ainsi que l'équation de propagation non-linéaire, la polarisation et la susceptibilité non-linéaire. Ensuite, nous allons exposer les différents types d'effets non-linéaires d'ordre deux et trois existants. Le troisième paragraphe a pour objet de rappeler des notions sur la formation des solitons : découverte,

définition, théorie des équations des solitons et les différents types de solitons. A la fin du chapitre deux, nous parlerons des lasers à solitons et l'évolution de l'impulsion qui se propage dans les lasers. Cette équation permet de décrire l'influence des effets dispersifs et non-linéaires.

II.2. Dispersion dans un milieu physique

Lors de la propagation à travers l'espace libre, l'onde lumineuse se déplace à une vitesse constante c . Cependant, en parcourant un matériau plutôt qu'un espace libre, la vitesse de la lumière est ralentie en raison de l'interaction entre le champ électromagnétique de la lumière et le nuage d'électrons du matériau. La mesure dans laquelle la lumière est ralentie est donnée par l'indice de réfraction du matériau n , qui se rapporte à la vitesse de la lumière dans le matériau et qui est donné par :

$$v = c/n \quad (\text{II.1})$$

Comme l'interaction du champ électromagnétique avec le matériau dépend de la fréquence de la lumière, l'indice de réfraction dépend également de la fréquence de la lumière. Cette propriété, appelée dispersion chromatique (*Dispersion de vitesse de groupe*), a des répercussions importantes sur la propagation d'impulsions courtes.

II.2.1. Dispersion chromatique

La dispersion chromatique (dispersion de vitesse de groupe : terme d'ordre 2 dans le développement en série de Taylor de la dispersion) est le phénomène où la vitesse de phase et la vitesse de groupe de la lumière dans un milieu dépendent de la fréquence optique. Dans une fibre, une telle dépendance de fréquence résulte de deux facteurs :

- Dispersion du matériau
- Dispersion du guide d'onde

II.2.1.1. Dispersion du matériau

La dispersion des matériaux est principalement liée aux propriétés du verre du noyau et, dans une certaine mesure, au verre de la gaine. La dispersion est intrinsèque aux matériaux traversés lors du trajet de l'impulsion dans la cavité laser.

$$D_{\text{matériau}}(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (\text{II.2})$$

Dans lequel l'indice de réfraction n est fonction de la longueur d'onde λ . Les équations de Sellmeier permettent de calculer les valeurs des indices ordinaire et extraordinaire d'un cristal anisotrope en fonction de la longueur d'onde [01] :

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{i=1}^m \frac{S_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \quad (\text{II.3})$$

Où λ , λ_i et S_i représentent respectivement la longueur d'onde dans le vide, longueur d'onde incidente et l'amplitude de la $i^{\text{ème}}$ résonance des électrons. Comme le montre l'équation (II.3), la somme s'étend sur toutes les fréquences de résonance du matériau considéré.

La dispersion chromatique joue un rôle essentiel dans la propagation des impulsions optiques. Si l'impulsion optique ne contenait qu'une seule composante de fréquence, elle traverserait le matériau sans distorsion. En réalité, une impulsion optique inclut effectivement une gamme de fréquences différentes. Plus l'impulsion est courte, plus la gamme de fréquences qu'elle couvre est large. Les différentes composantes de fréquence se déplacent à différentes vitesses ; certaines voyagent plus vite, certaines sont en retard. Il en résulte l'élargissement de l'impulsion.

II.2.1.2. Dispersion du guide d'onde

La dispersion du guide d'onde, varie selon les propriétés géométriques de la fibre. Elle est liée au fait qu'une petite partie de la lumière interagit avec la gaine optique et est donnée par [01] :

$$D_{\text{guide d'onde}}(\lambda) = -\frac{n_2(\lambda)\Delta}{c\lambda} \nu \frac{d^2(\nu b)}{d\nu^2} \quad (\text{II.4})$$

Où

$n_2(\lambda)$, est l'indice de réfraction du noyau.

Δ , est la différence relative d'indice de réfraction.

b , est la constante de propagation normalisée.

ν , est la fréquence normalisée (qui dépend elle-même de la longueur d'onde λ).

II.2.1.3. Dispersion totale

La dispersion chromatique totale est la superposition de la dispersion du matériau et du guide d'ondes et est donnée comme suit :

$$D_{\text{Totale}}(\lambda) = D_{\text{matériau}}(\lambda) + D_{\text{guide d'onde}}(\lambda) \quad (\text{II.5})$$

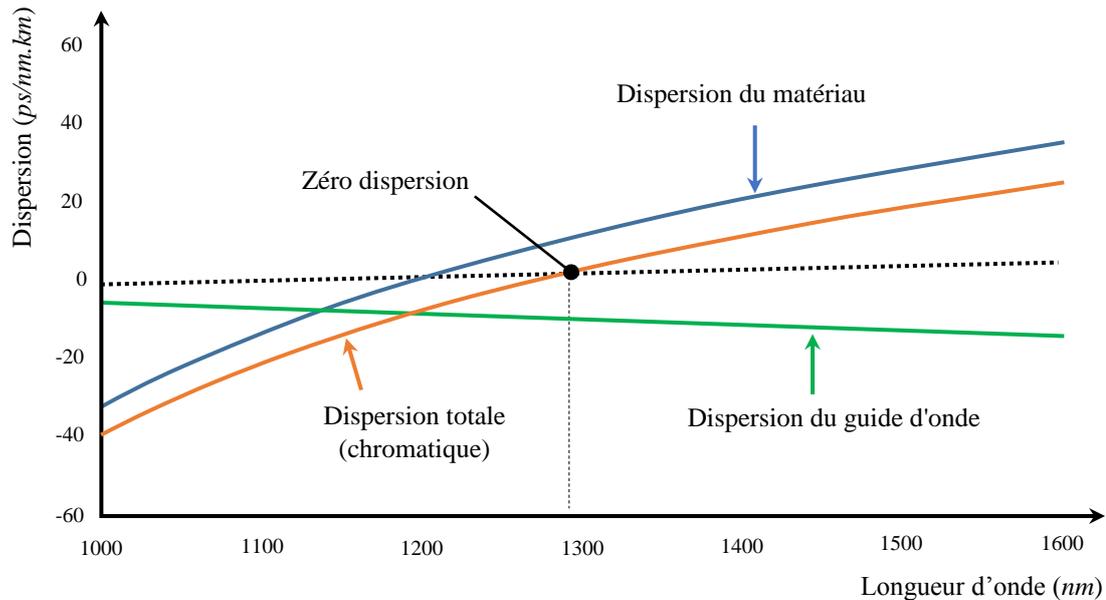


Figure II.1 : Dispersion totale pour la fibre standard équivalente entre (la dispersion du matériau et la dispersion du guide d'onde), donne une dispersion nulle proche de 1300nm [02].

II.2.2. Paramètres de dispersion

La dispersion joue un rôle important dans la propagation d'une impulsion courte puisque ses composantes spectrales de largeur $\Delta\omega$ se propagent à des vitesses $c/n(\omega)$ différentes, ce qui induit un étalement temporel de l'impulsion durant sa propagation. La vitesse de phase d'une onde est donnée par :

$$v_{\varphi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{n(\omega)} \quad (\text{II.6})$$

La propagation d'une impulsion optique dans une fibre est caractérisée par une constante de propagation de mode $\beta(\omega)$. Grâce à la relation de Sellmeier, l'équation de la propagation d'une onde est donnée par :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} \left(1 + \sum_{i=1}^m \frac{S_i \omega_i^2}{\omega_i^2 - \omega^2} \right)^{1/2} \quad (\text{II.7})$$

Où ω_i désignent les fréquences de la $i^{\text{ème}}$ résonance des électrons. La constante de propagation de mode $\beta(\omega)$ peut être étendue dans une série de Taylor autour de la fréquence centrale de l'impulsion ω_0 . On obtient alors :

$$\begin{aligned} \beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{m!} (\omega - \omega_0)^m = \\ &= \beta(\omega_0) + \beta_1 (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2 (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \beta_3 (\omega - \omega_0)^3 + \frac{1}{24} \beta_4 (\omega - \omega_0)^4 + \dots \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Où c et ω_0 représentent respectivement la vitesse de la lumière dans le vide et la fréquence centrale de l'impulsion.

Où les différents β_m avec le $m = 0, 1, 3, \dots$ sont :

$$\beta_m = \left. \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right|_{\omega = \omega_0} \quad (\text{II.9})$$

Les quatre premiers ordres de β_m sont :

- β_0 , qui correspond à la vitesse de phase.
- β_1 , qui est l'inverse de la vitesse de groupe v_g .
- β_2 , qui décrit la dispersion de cette vitesse de groupe, ou GVD.
- β_3 , qui décrit une "vitesse de variation" de la dispersion de la vitesse de groupe.

II.2.2.1. Dispersion du premier ordre

Dans le cas de dispersion du premier ordre, la constante de propagation $\beta(\omega)$ autour de la fréquence optique centrale ω_0 est égale à :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1 (\omega - \omega_0) \quad (\text{II.10})$$

Avec $\beta_0 = \beta(\omega_0) = \frac{\omega_0}{c} n(\omega_0)$ est la constante de propagation où $n(\omega_0)$ est l'indice de réfraction à ω_0 .

β_1 est l'inversion de la vitesse de groupe de l'onde.

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \quad (\text{II.11})$$

Considérons une excitation sous la forme :

$$E(z, t) = A(z, t) e^{-i(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)} \quad (\text{II.12})$$

Où $A(z, t)$ est l'amplitude complexe qui peut être résolue en passant dans le domaine de Fourier :

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t') dt' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \{ [-i(t-t') - i\beta_1 z] (\omega - \omega_0) \} d\omega \quad (\text{II.13})$$

$A_0(t')$ étant l'amplitude complexe à $z = 0$ considérant la relation :

$$E(z=0, t) = E_0(t) = A_0(t) e^{-i\omega_0 t} \quad (\text{II.14})$$

On peut montrer d'après l'équation (II.11) que l'amplitude complexe $A(z, t)$ suit l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.15})$$

La solution de l'équation (II.15) est de la forme :

$$A(z, t) = A \left(t - \frac{z}{v_g} \right) \quad (\text{II.16})$$

Et alors, l'amplitude complexe $A(z, t)$ se déplace, dans l'espace du milieu de dispersion du premier ordre, à une vitesse constante égale à v_g comme un tout unique sans changement de forme autour du point $\beta(\omega)$.

II.2.2.2. Dispersion du deuxième ordre

La forme inchangée de l'amplitude complexe dans le cas de dispersion du premier ordre n'est pas vraiment exacte, mais elle est approchée. Considérons actuellement la dispersion comme étant une conséquence réelle, il faut introduire maintenant le deuxième terme dans la constante de propagation :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 \quad (\text{II.17})$$

Le coefficient d'ordre 2, β_2 caractérise la dispersion de la vitesse de groupe :

$$\beta_2 = \left[\frac{d\beta_1}{d\omega} \right]_{\omega=\omega_0} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) \quad (\text{II.18})$$

Si le milieu linéaire étudié est soumis à l'excitation du champ électrique, alors :

$$E(z, t) = A(z, t) \exp [i(\omega_0 t - \beta(\omega_0)z)] \quad (\text{II.19})$$

On découvre que l'amplitude complexe $A(z, t)$ vérifie l'équation différentielle, et après quelques calculs on trouve [03] :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.20})$$

L'équation (II.20) décrit la propagation d'une impulsion dans un milieu caractérisé par une dispersion du second ordre, qui peut être analogue à l'équation différentielle qui dirige la propagation de la chaleur. Alors, l'existence du terme de dispersion du second ordre $\frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$ dans l'équation (II.20) agit comme un type de terme complexe généralisé de diffusion pour l'enveloppe de l'impulsion $A(z, t)$ dans le domaine temporel.

En termes de conclusion, on peut dire qu'une impulsion se propageant dans un milieu physique se trouve ainsi distordue par effet de dispersion parce que ses diverses composantes spectrales ne subissent pas le même déphasage. Ceci conduit à un élargissement qui entraîne un recouvrement des impulsions successives conduisant à une erreur de détection à la réception. Donc, la dispersion

chromatique naturelle est considérée comme un problème majeur qui limite la performance des systèmes de communications optiques.

II.2.2.3. Dispersion d'ordre supérieur

Nous avons vu que l'effet de la dispersion chromatique d'ordre 2 est provoqué par l'expansion de l'impulsion pendant sa propagation. Bien que dans un milieu dispersif, cet effet prévaut en général, il est parfois nécessaire d'inclure dans le modèle des termes d'ordre supérieur comme la dispersion d'ordre 3 (*Third-Order Dispersion : TOD*), baptisée également pente de la dispersion.

Dans le cadre de la dispersion d'ordre supérieur, il faut parfois considérer la dispersion du troisième ordre (*TOD*) jusqu'au quatrième (*Fourth-Order Dispersion : FOD*). Particulièrement lorsqu'il s'agit de spectres optiques très larges. Il est évident que les termes d'ordre supérieur contribuent également à disperser l'impulsion, du moins en théorie. En pratique cependant, leur effet sera négligeable à moins qu'une impulsion très courte ayant un contenu spectral très large ne se propage dans une cavité pour laquelle la dispersion globale d'ordre deux est très faible. Le terme en $m = 3$ est appelé dispersion globale du troisième ordre et provient de la dispersion d'ordre trois (*TOD*) de chaque fibre. Son effet déphasé est de disperser l'impulsion de façon asymétrique et indirectement de modifier la durée et la fréquence porteuse de l'impulsion [04].

Lorsque les impulsions optiques se propagent relativement loin de la longueur d'onde de dispersion zéro d'une fibre optique, les effets de la *TOD* sur les solitons sont faibles et peuvent être traités de manière perturbée. Si l'impulsion possède un spectre très large, par exemple pour une durée d'impulsion relativement courte ($FWHM = 1ps$), le terme de dispersion chromatique d'ordre 2 ne peut alors plus être considéré comme constant le long du spectre des impulsions. Il devient alors nécessaire d'inclure le terme correspondant à β_3 (*Coefficient de dispersion du troisième ordre*). Il correspond à un terme d'ordre supérieur dans le développement de Taylor. Cette section considère les effets dispersifs en incluant à la fois les termes β_2 et β_3 tout en négligeant les effets non-linéaires. Tenant compte de cet effet, l'équation (II.20) devient :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = 0 \quad (\text{II.21})$$

Cette équation peut également être résolue en utilisant la technique de Fourier. À la place de l'équation (II.13), le champ transmis est obtenu à partir de :

$$E(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(0,\omega) \exp \left[i \left(\frac{\beta_2 \omega^2}{2} + \frac{\beta_3 \omega^3}{6} \right) z - i \omega t \right] d\omega \quad (\text{II.22})$$

Le module de $\tilde{E}(z,\omega)$ reste constant au cours de la propagation. Cela montre que les dispersions chromatiques d'ordre 2 et d'ordre 3 changent uniquement la phase des composantes spectrales mais ne modifient pas le spectre de l'impulsion au cours de sa propagation.

II.2.3. Nature et signe de dispersion chromatique

Le signe et la nature de la dispersion sont reliés au paramètre de dispersion $d(\lambda)$ de l'équation (II.2). Ce paramètre est souvent utilisé en pratique, car il montre la variation de la vitesse de groupe en fonction de la longueur d'onde et non en fonction de la fréquence [01, 05] :

Nous pouvons distinguer, selon le signe de β_2 (et donc de d), deux régimes de dispersion :

- $\beta_2 > 0$ ($d < 0$) : Il est dit que l'impulsion se trouve dans un régime de dispersion normale (ou positive) GVD, ses composantes à longues longueurs d'onde se propagent plus vite que celles à courtes longueurs d'onde.
- $\beta_2 < 0$ ($d > 0$) : Il est dit que l'impulsion se trouve dans un régime de dispersion anormale (ou négative) GVD, les composantes de courtes longueurs d'onde se propagent plus vite que les composantes de longues longueurs d'onde. La propagation d'impulsions courtes dans cette zone est très étudiée, car elle permet la propagation de solitons.
- $\beta_2 = 0$: Le point de séparation entre ces deux zones est appelé longueur d'onde de *dispersion nulle* (Zero dispersion wavelength : ZDW). Il se situe à 1270 nm dans la silice pure.

La figure (II.2), illustre la propagation d'une impulsion d'entrée (initiale) dans un régime de dispersion normale et un régime de dispersion anormale. Dans la figure (II.2-b), l'impulsion initiale sera élargie au cours du temps, tandis que dans la figure (II.2-c) l'impulsion subit une compression [06].

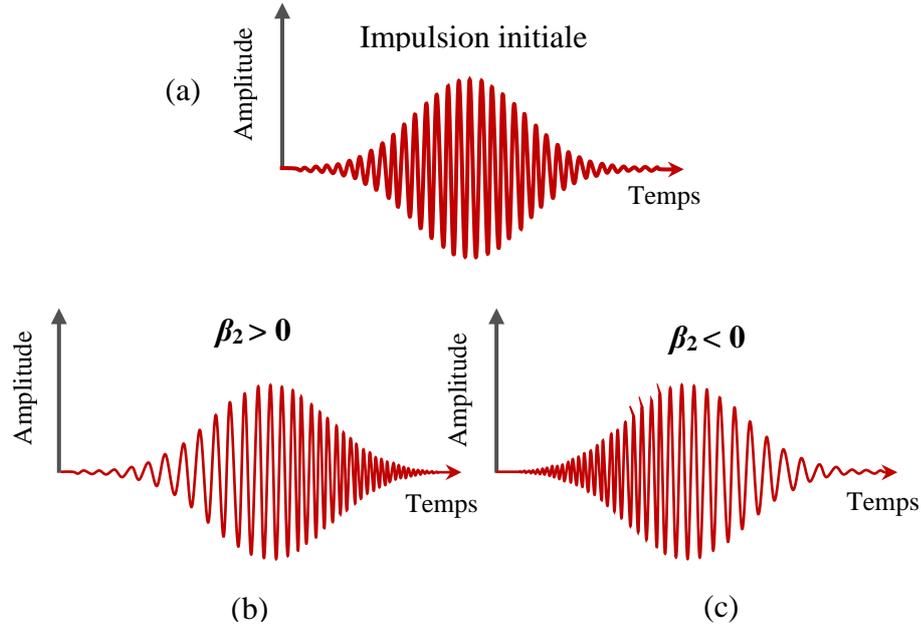


Figure II.2 : a) Représentation de la propagation d'une impulsion initiale et la propagation d'une impulsion dans un régime de dispersion : b) normale, c) anormale.

La dispersion chromatique (GVD) conduit donc à une réorganisation temporelle des composantes fréquentielles de l'impulsion. Cette réorganisation, appelée chirp, mot anglais ou dérive de fréquence en français produit une modification de la durée de l'impulsion, c'est-à-dire le long de l'impulsion qui augmente avec la distance de propagation. La différence $\delta\omega$ est donnée

$$\text{par : } \delta\omega = -\frac{\partial \phi_a}{\partial t}$$

$\delta\omega$ représente la dérive de fréquence et $\partial \phi_a$ représente la dérivée temporelle de la phase. Le chirp induit par la modulation directe du laser est un élément important à prendre en considération puisqu'il influe sur l'évolution des impulsions soumises à la dispersion chromatique. Le chirp est donc induit par une dispersion normale et une dispersion anormale.

II.3. Effets du filtre spectral

Le filtrage spectral est un autre élément essentiel pour le fonctionnement des lasers. Le filtre spectral est un élément clé pour assurer l'auto-cohérence du soliton dissipatif dans la cavité laser. Le filtrage d'une impulsion limitée par une transformée augmente la durée de l'impulsion ; le filtrage d'un chirp réduit la durée de l'impulsion en supprimant les composantes spectrales sur les bords avant et/ou arrière de l'impulsion. Ainsi, l'auto-cohérence est maintenue en tant que l'impulsion acquiert

chirp et est allongé dans les segments de fibre de la cavité et est ensuite ramené à son état initial par l'action du filtre spectral avant le prochain aller-retour [07]. À la suite de ce processus, le soliton dissipatif subit une respiration spectrale et temporelle à l'intérieur de la cavité, et l'impulsion de sortie est fortement chirpée. L'énergie de l'impulsion sortie et sa durée peuvent être ajustées par modification de certains paramètres tels que la dispersion nette de la cavité, la largeur de bande de filtres spectraux, et la quantité d'accumulation de phase non-linéaire dans la cavité [08].

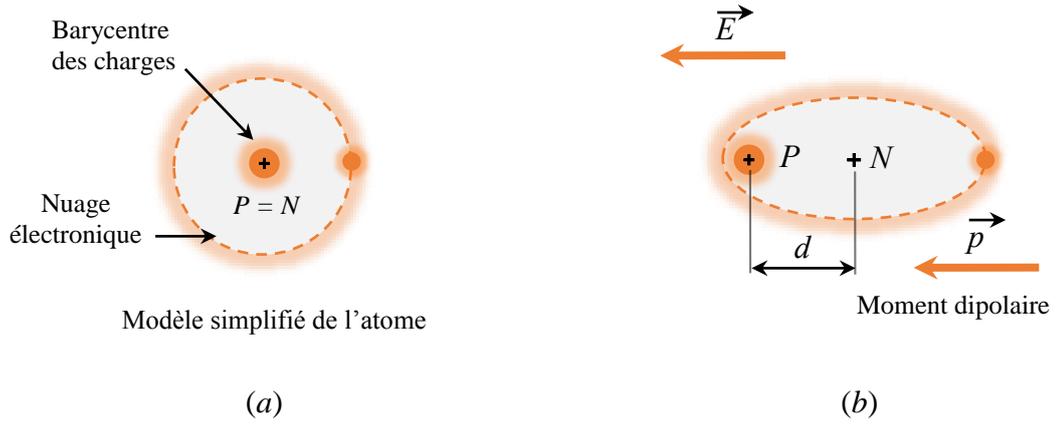
II.4. Non-linéarité dans un milieu physique

II.4.1. Origine de la non-linéarité optique

Quelle est la réaction d'un matériau quand ce dernier est placé dans un champ électromagnétique optique ? La réponse de n'importe quel matériau (*diélectrique*) à une onde électromagnétique entrante est déterminée par la réponse des électrons de valence externes, faiblement liés. Un matériau peut être essentiellement considéré comme un ensemble de particules chargées, noyaux et électrons, liés les uns aux autres. Soumis à un champ électrique d'une onde optique, les charges tendent à se déplacer : les charges positives dans le sens du champ électrique et les charges négatives dans le sens opposé. Ce déplacement va perturber le nuage des électrons de valence par la force de Coulomb et ainsi induire un moment dipolaire électrique \vec{p} dans l'atome par le champ électrique (Figure (II.3)), et qui s'écrit de la façon suivante :

$$\vec{p} = q_i \vec{r}_i \quad (\text{II.23})$$

Lorsque q_i est la charge électrique située au point désigné par le vecteur de position \vec{r}_i et que la sommation dépasse le volume atomique. Puisque les charges positives (*les noyaux*) ont une masse considérablement plus importante que celles des charges négatives (*les électrons*), il est possible de considérer selon l'approximation de Born-Oppenheimer que seuls les électrons sont animés d'un mouvement oscillant sous l'action du champ électrique de l'onde lumineuse. Le moment du dipôle est le premier moment de la charge. Un atome isolé n'a pas de moment dipolaire permanent, ce qui signifie que le centre de la charge négative coïncide avec le centre de la charge nucléaire. L'application d'un champ électrique \vec{E} entraînera un décalage au centre des charges négatives par rapport au noyau [09, 10].



a) *En l'absence de champ appliqué :*

{Barycentre des charges positives (P) =
Barycentre des charges négatives (N)}

b) *En présence d'un champ appliqué :*

(polarisation induite)
{Décalage de barycentre des charges
positives (P) par rapport au barycentre des
charges négatives (N)}

Figure II.3 : Représentation schématique de l'effet d'un champ électrique sur un atome et son nuage électronique : Génération d'un moment dipolaire \vec{p} [11].

Dans l'optique linéaire, le moment du dipôle ainsi induit est proportionnel au champ électrique selon la formule suivante :

$$\vec{p} = \alpha \vec{E} \quad (\text{II.24})$$

Où α est la polarisation électronique de l'atome. La polarisation électrique macroscopique globale \vec{P} est obtenue en additionnant ces dipôles électriques \vec{p}_i dans un volume V de l'échantillon et en divisant par le volume:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V} \quad (\text{II.25})$$

Quel est l'ordre de grandeur du décalage de la distribution des charges dans l'atome ? En supposant une répartition sphériquement uniforme de la charge totale q sur un rayon R , la polarisation électronique est approximativement donnée par $\alpha \approx 4\pi\epsilon_0 R^3 q$. Dans un atome avec le nombre atomique Z , le déplacement Δx est donné par.

$$\Delta x = \frac{4\pi \varepsilon_0 R^3}{Z \cdot e} E \quad (\text{II.26})$$

Où e est la charge électronique. Pour un champ électrique de grandeur $E = 10^4 \text{Vm}^{-1}$, $R = 0.2 \text{nm}$, $Z = 8$, ε_0 est la permittivité de l'espace libre, le déplacement s'élève à $\Delta x \approx 10^{-17} \text{m}$. Dans les champs électriques de l'ordre de 10^8Vm^{-1} , un claquage du diélectrique s'installe.

Combien de champs électriques pouvons-nous réaliser dans le champ électromagnétique d'un faisceau laser ? L'intensité I d'un faisceau et l'amplitude E du champ électrique sont liées par :

$$I = \frac{1}{2} cn \varepsilon_0 E^2 \quad (\text{II.27})$$

Où n est l'indice de réfraction, c est la vitesse de la lumière dans le vide. Pour une intensité $I = 10^{14} \text{Vm}^{-2}$ et $n = 1.5$, on obtient $E \approx 10^8 \text{Vm}^{-1}$ qui est proche de la résistance à la rupture des diélectriques. Ainsi, lorsque nous travaillons avec des champs laser suffisamment grands, tout en respectant les précautions d'usage recommandées, il apparaît une non-linéarité dans la relation caractéristique entre la polarisation d'un milieu et le champ lumineux appliqué. En d'autres termes, une polarisation induite proportionnelle à l'amplitude du champ laser cesse d'être valable et la polarisation \vec{P} du milieu devient une fonction non-linéaire du champ électrique.

La polarisation \vec{P} doit alors être développée en fonction des puissances croissantes du champ électrique \vec{E} [12, 10].

$$\frac{\vec{P}(\vec{E})}{\varepsilon_0} = \left\{ \begin{array}{l} (\chi^{(1)} \cdot \vec{E}) \quad \{ \text{Optique linéaire, indice, absorption} \} \\ + (\chi^{(2)} : \vec{E} \otimes \vec{E}) \quad \{ \text{Optique non-linéaire, génération de seconde} \\ \quad \text{harmonique, effets paramétriques} \} \\ + (\chi^{(3)} : \vec{E} \otimes \vec{E} \otimes \vec{E}) \quad \{ \text{Génération de troisième harmonique} \\ \quad \text{indice non-linéaire} \} \\ + \dots \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

On peut écrire que la polarisation totale est égale à :

$$\vec{P} = \vec{P}^L + \vec{P}^{NL} \quad (\text{II.29})$$

Dans cette expansion, le terme linéaire de premier ordre dans le domaine électrique décrit l'optique linéaire, tandis que les termes non-linéaires d'ordre supérieur tiennent compte des effets optiques non-linéaires, $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$, appelés susceptibilités non-linéaire du milieu d'ordre 2 et 3.

Dans le système d'unités international, les susceptibilités d'ordre 2 et 3 s'expriment en mV^{-1} et m^2V^{-2} respectivement.

II.4.2. Polarisation non-linéaire

Un champ électrique \vec{E} appliqué à un matériau induit une polarisation \vec{P} . Dans la plupart des cas, la polarisation est proportionnelle à \vec{E} suivant un coefficient appelé susceptibilité diélectrique χ , qui est directement relié à l'indice de réfraction et qui est le seul non négligeable lorsque l'on travaille à faible intensité :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (\text{II.30})$$

Lorsque le champ électrique de l'onde électromagnétique devient important, proche du champ électrique dans les atomes, la polarisation n'est plus proportionnelle au champ électrique et des contributions d'ordres supérieurs vont apparaître. Les composantes du vecteur de polarisation s'écrivent alors :

$$P_i = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j \quad (\text{II.31})$$

Où (i) indique l'ordre du tenseur de susceptibilité diélectrique $\chi^{(i)}$, P_i la polarisation, ε_0 la permittivité de l'espace libre, $\chi_{ij}^{(1)}$ la susceptibilité électrique linéaire du milieu et qui est un tenseur de second rang et a $3^2 = 9$ composantes. Dans un milieu isotrope, il n'existe qu'une seule constituante indépendante et non nulle, et la susceptibilité linéaire s'écrit comme une quantité scalaire. E_j est le champ électrique de l'onde incidente et les indices (i, j) font référence aux coordonnées cartésiennes (x, y, z) .

Lorsqu'on éclaire un milieu avec une source plus intense, tel un laser, la réponse du milieu devient non-linéaire. La polarisation résultante peut être considérée comme étant constituée de

plusieurs contributions, représentée par des termes comprenant les produits des susceptibilités d'ordre supérieur ($\chi^{(n)}$ sont des tenseurs de susceptibilité d'ordre " n " et $n > 1$, caractéristiques de l'interaction entre l'onde électromagnétique et le milieu) et l'amplitude du champ électrique. Ainsi, la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur \vec{P} (où i représente x, y ou z) est donnée par [9, 10]

$$P_i = \varepsilon_0 \left[\sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j + \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \right], \quad (i, j, k, l = x, y, z) \quad (\text{II.32})$$

Où $\chi_{ijk}^{(2)}$ et $\chi_{ijkl}^{(3)}$ sont les susceptibilités électriques non-linéaires du milieu du deuxième (est un tenseur de troisième rang (2+1) et il a $3^{(2+1)} = 27$ composantes) et troisième ordres (est un tenseur de quatrième rang (3+1) et il a $3^{(3+1)} = 81$ composantes) respectivement. Pour un matériau présentant une structure avec un centre de symétrie ou un matériau amorphe, les susceptibilités d'ordre pair sont nulles.

Finalement, la polarisation peut s'écrire comme la somme d'une polarisation linéaire P_L et d'une polarisation non-linéaire P_{NL} :

$$P_i = P_{iL} + P_{iNL}^{(2)} + P_{iNL}^{(3)} + \dots \quad (\text{II.33})$$

Où P_L , $P_{NL}^{(2)}$ et $P_{NL}^{(3)}$ décrivent respectivement la polarisation linéaire, la polarisation non-linéaire de deuxième ordre, et la polarisation non-linéaire de troisième ordre.

On note que la plupart des matériaux d'optique non-linéaire exigent l'utilisation des tenseurs pour décrire leurs propriétés linéaires, en plus, les tenseurs de susceptibilité linéaires et non-linéaires sont généralement dépendants des fréquences qui interagissent dans le matériau [13, 10].

II.4.3. Equation de propagation non-linéaire

II.4.3.1. Matériaux diélectriques linéaires

Les matériaux diélectriques qui présentent une relation linéaire entre la polarisation et le champ électrique appliqué sont connus sous le nom de diélectriques linéaires. Cette classe de matériaux se polarise avec l'application du champ et se dépolarise à sa suppression ; cela dépend de la nature du mécanisme de polarisation [14].

II.4.3.2. Équations de Maxwell dans la matière

Dans les milieux matériels diélectriques (isolant), Linéaires, Homogènes, Isotropes (LHI) le constant diélectrique (ε) est indépendante de l'orientation ou de l'emplacement, et elle est donc traitée comme une grandeur scalaire. Dans de telles conditions, les équations de Maxwell pour un matériau non conducteur ($\vec{j} = 0$) et non chargé ($\vec{\rho} = 0$) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.34})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.35})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II.36})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{II.37})$$

Avec,

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{II.38})$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{II.39})$$

Où :

\vec{E} , est le champ électrique (V/m) \vec{P} , est la polarisation électrique (F/m)

\vec{H} , est le champ magnétique (C/m²) \vec{M} , est la polarisation magnétique (A/m)

\vec{D} , est l'induction électrique (C/m²) ε_0 , est la permittivité électrique du vide (F/m)

\vec{B} , est l'induction magnétique (V-s/m²) μ_0 , est la perméabilité magnétique du vide (H/m)

Dans le but d'étudier les effets des non-linéarités optiques d'un milieu sur la propagation d'une onde électromagnétique à l'intérieur de ces milieux, nous développons d'abord une simple équation d'onde appropriée pour une large classe de matériaux importants (*les diélectriques*). Pour ce faire, on commence par faire le rotationnel de l'équation (II.34), on trouve :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(\frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \quad (\text{II.40})$$

La partie gauche de l'équation (II.40) s'écrit :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \bullet (\vec{\nabla} \bullet \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (\text{II.41})$$

L'équation (II.41) est appelée "équation de propagation non-linéaire".

Dans les matériaux isolants (*non conducteurs*) le produit $\vec{\nabla} \bullet \vec{E} = 0$, donc l'équation (II.41) devient :

$$-\nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(\frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{H} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = - \left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \right) \quad (\text{II.42})$$

D'après l'équation (II.32), la polarisation \vec{P} est constituée d'une polarisation linéaire P_L et une polarisation non-linéaire $P_{iNL}^{(2 \text{ et } 3)}$. L'équation (II.42) s'écrit alors :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \left(\frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} + \underbrace{\frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(2)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(3)}}{\partial t^2}}_{\frac{\partial^2 \vec{P}^{(NL)}}{\partial t^2}} \right) \quad (\text{II.43})$$

Dans l'équation (II.43) la partie gauche représente l'équation d'onde homogène de la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, tandis que la partie droite décrit les modifications à la propagation générée par l'effet de l'interaction entre la lumière et la matière.

II.5. Susceptibilité non-linéaire

Les phénomènes optiques non-linéaires sont "non-linéaires" dans le sens où ils se produisent lorsque la réponse d'un système matériel à un champ optique appliqué dépend de façon non-linéaire de la force du champ optique. Contrairement au domaine de l'optique linéaire, où l'intensité lumineuse transmise est proportionnelle à l'intensité lumineuse incidente comme pour le cas des interactions classiques : la diffusion élastique, la réfraction et la réflexion. La susceptibilité linéaire est liée à l'indice de réfraction par [15] :

$$\chi^{(1)} = n^2 - 1 \quad (\text{II.44})$$

Lorsque la lumière se propage dans un milieu (*transparent*), elle interagit avec celui-ci. Ce dernier modifie les propriétés de la lumière, sa susceptibilité peut devenir non-linéaire, et elle est généralement exprimée comme un développement de Taylor dans le champ électrique :

$$\chi(E) = \chi^{(1)} + \chi^{(2)}E + \chi^{(3)}EE + \dots \quad (\text{II.45})$$

Chaque type de matériau présente des susceptibilités électriques différentes. Ils donnent donc des effets non-linéaires de différents ordres. On classe alors ces effets suivant cet ordre selon l'équation (II.32) avec :

La polarisation linéaire de premier ordre qui est représenté par $P_{iL} = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j$ (II.46)

La polarisation non-linéaire de deuxième ordre est représentée par $P_{iNL}^{(2)} = \varepsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k$ (II.47)

La polarisation non-linéaire de troisième ordre est représentée par $P_{iNL}^{(3)} = \varepsilon_0 \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l$ (II.48)

Si on considère plusieurs ondes planes monochromatiques: $E_i(\omega_i)$, les équations (II.46, II.47, II.48) deviennent :

- Premier ordre : seul le premier terme de la polarisation intervient

$$P_{iL}(\omega) = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij}^{(1)}(\omega) E_j(\omega) \quad (\text{II.49})$$

Il s'agit de l'optique linéaire classique où la fréquence de l'onde créée est forcément égale à celle de l'onde initiale. L'effet alors observé est la réfraction des ondes.

- Second ordre : la polarisation s'écrit

$$P_{iNL}^{(2)}(\omega = \omega_1 + \omega_2) = \varepsilon_0 D^{(2)} \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1, \omega_2) E_j(\omega_1) E_k(\omega_2) \quad (\text{II.50})$$

On peut notamment citer les effets suivants : La génération de la fréquence somme ($\omega_1 + \omega_2$), la génération de seconde harmonique lorsque ($\omega_1 = \omega_2$) (lasers doublés en fréquence).

- Troisième ordre : la polarisation s'écrit

$$P_{\text{INL}}^{(3)}(\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3) = \varepsilon_0 D^{(3)} \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) E_j(\omega_1) E_k(\omega_2) E_l(\omega_3) \quad (\text{II.51})$$

On peut citer les effets suivants :

- Le mélange paramétrique à quatre ondes, dont un cas particulier est la génération du troisième harmonique (laser UV).
- Les diffusions élastiques du type Raman, Brillouin et l'effet Kerr.
- La diffusion inélastique du type Stokes, l'absorption à deux photons et l'émission à deux photons.

Où $D^{(2)}$ et $D^{(3)}$ sont des facteurs entiers, appelés facteurs de dégénérescence ($D = n! / m!$) et ils représentent le nombre de permutations distinctes des deux fréquences ω_1 et ω_2 (pour $\chi^{(2)}$) et les fréquences ω_1, ω_2 et ω_3 (pour $\chi^{(3)}$), respectivement [15].

Où n est le nombre d'ordre de la polarisation non-linéaire, m est le nombre dégénéré de fréquence des champs de lumière originaux.

II.5.1. Susceptibilité non-linéaires du second ordre

Le champ électrique dans un matériau peut être créé par une ou plusieurs sources (pompes) à des fréquences différentes et avec des directions de propagation ou des polarisations différentes. Supposons que deux faisceaux de lumière monochromatique et linéairement polarisée ayant des fréquences ω_1 et ω_2 se chevauchent spatialement dans un matériau non-centrosymétrique ($\chi^{(2)} \neq 0$). Les deux ondes planes électromagnétiques se propagent suivant l'axe z de la forme [16] :

$$E(z, t) = E_1 e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} + E_2 e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} + c.c \quad (\text{II.52})$$

Où $c.c$ désigne le complexe conjugué, E_1 et E_2 sont les champs complexes à variation lente des faisceaux incidents, $k_{1,2}$ sont les vecteurs d'onde pour les fréquences ω_1 et ω_2 respectivement. Lorsque cette onde pénètre dans un milieu où ($\chi^{(2)} \neq 0$), elle génère une polarisation non-linéaire d'ordre 2. Elle est alors donnée par (l'équation (II.47)) :

$$P_{iNL}^{(2)} = \varepsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k \quad (\text{II.53})$$

Où les indices i, j et k parcourent les coordonnées cartésiennes X, Y et Z .

Comme les indices j et k prennent chacun les valeurs de X, Y et Z , il existe neuf combinaisons de j, k : $XX, YY, ZZ, YZ, ZX, XY, ZY, XZ$ et YX .

Avec $E_n = A_n e^{ikz}$ pour les fréquences ω_1 et ω_2 (avec les indices appropriés $n = 1, 2$) l'équation (II.52) est réécrite comme suit :

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + cc \quad (\text{II.54})$$

En insérant l'équation (II.54) dans l'équation (II.47) on obtient :

$$P_{iNL}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} (E_{1j} e^{-i\omega_1 t} + E_{2j} e^{-i\omega_2 t} + cc)(E_{1k} e^{-i\omega_1 t} + E_{2k} e^{-i\omega_2 t} + cc) \quad (\text{II.55})$$

Lorsque $j = k = X$, disons, l'un des termes sur le côté droit de l'équation (II.55) est [16]

$$\begin{aligned} \chi_{iXX}^{(2)} (E_{1X} e^{-i\omega_1 t} + E_{2X} e^{-i\omega_2 t} + cc)(E_{1X} e^{-i\omega_1 t} + E_{2X} e^{-i\omega_2 t} + cc) = \\ \chi_{iXX}^{(2)} (E_{1X}^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_{2X}^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_{1X} E_{2X} e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + \\ 2E_{1X} E_{2X}^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + |E_{1X}|^2 + |E_{2X}|^2 + cc) \end{aligned} \quad (\text{II.56})$$

De même, lorsque $j \neq k$, disons, $j = X$ et $k = Y$, l'un des termes sur le côté droit de l'équation (II.55) est [16] :

$$\begin{aligned} \chi_{iXY}^{(2)} (E_{1X} e^{-i\omega_1 t} + E_{2X} e^{-i\omega_2 t} + cc)(E_{1Y} e^{-i\omega_1 t} + E_{2Y} e^{-i\omega_2 t} + cc) = \\ \chi_{iXY}^{(2)} E_{1X} E_{1Y} e^{-2i\omega_1 t} + E_{2X} E_{2Y} e^{-2i\omega_2 t} + (E_{1X} E_{2Y} + E_{2X} E_{1Y}) e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + \\ (E_{1X} E_{2Y}^* + E_{1Y} E_{2X}^*) e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + E_{1X} E_{1Y}^* + E_{2X} E_{2Y}^* + cc \end{aligned} \quad (\text{II.57})$$

Les équations (II.56) et (II.57) montrent que l'interaction non-linéaire de second ordre de deux champs aux fréquences ω_1 et ω_2 peut donner naissance à des composants de polarisation oscillant à des fréquences de $2\omega_1, 2\omega_2, \omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_2$ ainsi qu'une polarisation constante et non oscillante. Les composants de polarisation oscillant à une fréquence donnée peuvent donner lieu à des champs électriques oscillants à la même fréquence, de sorte que les champs oscillants sont

générés à $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$, $\omega_1 - \omega_2$. Divers phénomènes optiques non-linéaires proviennent de l'oscillation de la polarisation générée à différentes fréquences :

II.5.1.1. Effets non-linéaires du second ordre

Les effets non-linéaires de second ordre (*quadratique*) mentionnés ci-dessus sont produits par deux ondes, qui interagissent pour produire une troisième vague. La conservation de l'énergie instantanée et du photon est toujours nécessaire dans ces processus. Les champs optiques de ces ondes sont couplés l'un à l'autre par la susceptibilité du second ordre. Le couplage fournit le mécanisme pour l'échange d'énergie parmi les champs interactifs. Dans les cristaux centro-symétriques, la polarisation induite par un champ \vec{E} devra être opposée à celle induite par un champ $(-\vec{E})$, la susceptibilité d'ordre quadratique $\chi^{(2)}$ est donc nulle [15] :

$$P_{iNL}^{(2)}(\vec{E}) = -P_{iNL}^{(2)}(-\vec{E}) \Rightarrow \chi^{(2)} \cdot \vec{E}\vec{E} = -\chi^{(2)} \cdot \vec{E}\vec{E} \Rightarrow \chi^{(2)} = 0 \quad (\text{II.58})$$

Où, la réponse non-linéaire du milieu à une excitation optique est donnée par :

$$P_{NL}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \cdot \vec{E}\vec{E} \quad (\text{II.59})$$

Par conséquent, les processus non-linéaires de second ordre ne sont généralement possibles que dans des matériaux qui n'ont pas la symétrie d'inversion.

II.5.1.1.1. Génération de la seconde harmonique

La génération de la deuxième harmonique (*Second Harmonic Generation : SHG*), où autrement dit, le « doublage de fréquence » a été le premier effet optique non-linéaire observé depuis la disponibilité des lasers [17].

La première expérience a été réalisée en 1961 par Peter Franken et ses collègues à l'Université de Michigan [18]. Comme le montre la figure (II.4), un laser à rubis a été concentré sur une plaque cristalline de quartz pour savoir si la réponse non-linéaire du milieu au rayonnement intense de fréquence 694,3 nm était assez fort pour créer une composante de seconde harmonique détectable à une longueur d'onde de 347,15 nm.

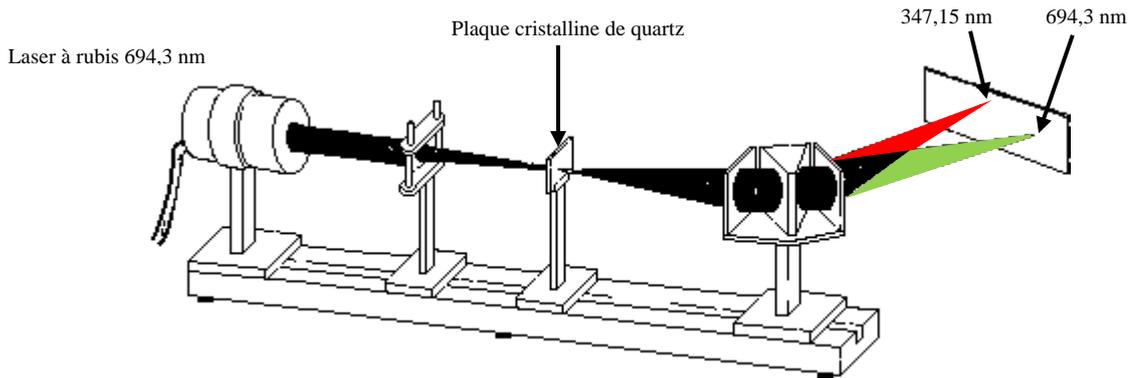


Figure II.4 : Diagramme schématique de la première expérience de génération de la seconde harmonique faite par le groupe de Peter Franken à l'Université du Michigan en (1961) [19].

Il consiste à générer une onde de pulsation double $\omega_3 = 2\omega$ à partir d'un rayonnement incident à la pulsation ω . son principe est schématisé sur la figure (II.5). Lorsque deux ondes de fréquence ω_1 et ω_2 traversent un milieu non-linéaire, il peut se former une onde de fréquence $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ à la sortie de ce milieu. Si $\omega = \omega_1 = \omega_2$ l'onde émise a une fréquence de $\omega_3 = 2\omega$ et est dite seconde harmonique. Ce processus ne peut avoir lieu que dans des matériaux non centro-symétriques.

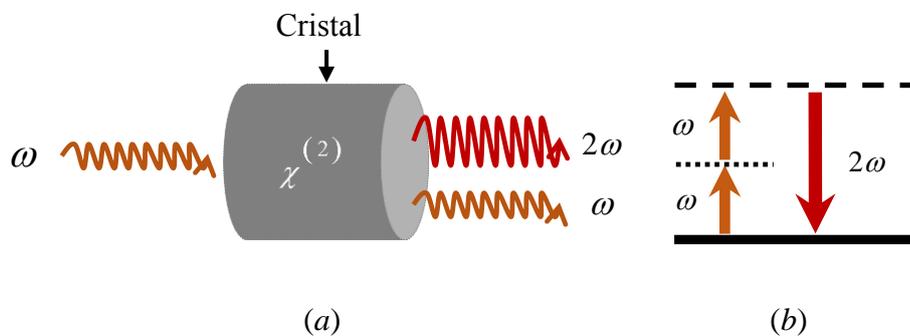


Figure II.5 : Schéma de principe du doublage de fréquence dans un cristal. L'onde laser incidente (ω) se propage par exemple suivant l'un des axes cristallographiques,

(a) Géométrie et (b) Diagramme d'énergie de la génération de second harmonique [20].

Si on considère, par exemple, un champ électrique sinusoïdal de la forme :

$$E = E_0 \sin(\omega t) \tag{II.60}$$

Dans ce cas, la composante non-linéaire de la polarisation (II.59) devient [10] :

$$P(2\omega) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_0^2 \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_0^2 (1 - \cos(2\omega t)) \quad (\text{II.61})$$

L'équation (II.61) montre qu'une onde ayant deux fois la fréquence fondamentale peut être formée pendant le processus non-linéaire.

La génération de la seconde harmonique est donc un processus non-linéaire quadratique cohérent, où un milieu éclairé par un faisceau laser intense de fréquence ω donne lieu à une fréquence 2ω sans qu'il y ait phénomène d'absorption. L'utilisation la plus courante de ce phénomène est la conversion d'une fréquence laser infrarouge ou visible en fréquences visibles ou ultraviolettes. Par doublement de fréquence successif, on peut obtenir du rayonnement cohérent jusqu'à environ 200 nm, une longueur d'onde non accessible par des sources lasers primaires. Aujourd'hui, cette technique est à l'origine des pointeurs laser verts à 532 nm et qui est un laser Nd:YAG à 1064 nm doublé en fréquence par un cristal non-linéaire [10].

II.5.1.1.2. Génération de la somme et de différence de fréquences

La génération de la somme de fréquences (*Sum Frequency Generation : SFG*) est apparue dans les années 1960 juste après l'invention de la technologie du laser par Maiman [21], dans un cristal du sulfate de triglycine. Dans leur expérience, deux lasers pulsés à rubis ont été utilisés pour fournir les faisceaux d'entrées, l'un fonctionne à la température ambiante et l'autre à la température de l'azote liquide (Il existe une différence d'environ 100 nm entre les longueurs d'onde émises par les lasers à rubis à ces deux températures). La sortie analysée par un spectrographe, présentait trois lignes autour de 347 nm, deux lignes du côté résultant du doublement de fréquence et celle du milieu de la génération par somme des fréquences des deux faisceaux laser [10].

Dans ce processus, deux ondes de fréquences ω_1 et ω_2 avec une intensité comparable interagissent de manière non-linéaire pour produire une onde à une troisième fréquence ω_3 .

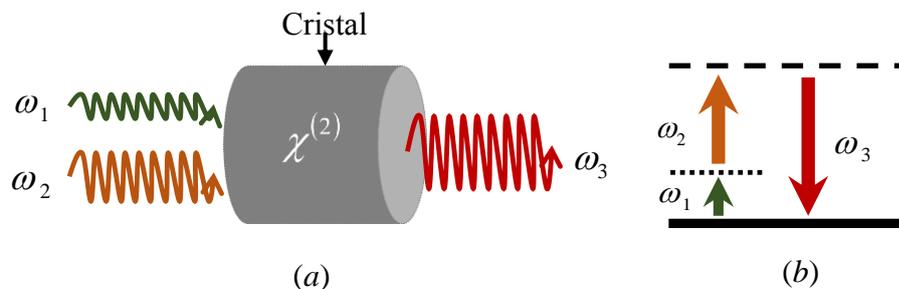


Figure II.6 : Schéma du principe de la génération par somme de fréquences du point de vue du matériau (a), du point de vue énergétique (b) [20].

La polarisation non-linéaire dans ce cas peut être écrite comme, (Figure (II.6)).

$$P_{NL}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(-\omega_3, \omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (\text{II.62})$$

Avec : $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$.

Dans le cas où l'interaction des ondes est optimisée (condition dite d'accord de phase), l'intensité de l'onde somme est proportionnelle aux intensités respectives des faisceaux incidents [$I(\omega_1)$ et $I(\omega_2)$] et au carré de la longueur d'interaction L [15] :

$$I(\omega_3) \propto |\chi^{(2)}|^2 I(\omega_1) I(\omega_2) L^2 \left[\frac{\sin^2(\Delta k L/2)}{(\Delta k L/2)^2} \right] \quad (\text{II.63})$$

Le processus est donc d'autant plus efficace que les intensités incidentes sont plus élevées. Cependant, le rendement de conversion ne peut atteindre 100 %, car l'intensité de l'onde somme devient alors suffisamment élevée pour induire le processus de dissociation d'un photon de haute fréquence en deux photons de plus basse fréquence.

La somme des fréquences peut être utilisée pour produire un rayonnement laser accordable dans le visible et l'ultraviolet, en maintenant une des fréquences incidentes (par exemple ω_1) fixe et en faisant varier l'autre (ω_2) en utilisant une source accordable du type laser à colorant ou laser titane-saphir [22].

Le processus de différence de fréquences (*Difference Frequency Generation : DFG*) peut être utilisé pour obtenir une source cohérente accordable dans l'infrarouge par différence de fréquences entre un laser à fréquence fixe ω_1 et un laser à fréquence variable (colorant) à ω_2 .

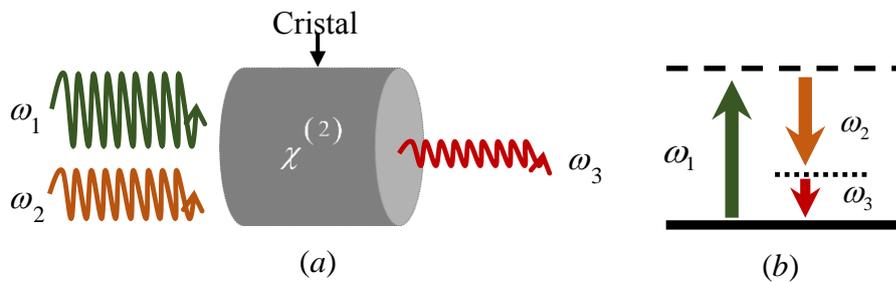


Figure II.7 : Schéma du principe de la génération par différence de fréquence du point de vue du matériau (a), du point de vue énergétique (b) [20].

La génération par différence de fréquences est décrite par une polarisation non-linéaire de la forme :

$$P_{NL}^{(2)}(\omega_1) = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(-\omega_1, \omega_2, -\omega_3) E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (\text{II.64})$$

Avec : $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ peut également être générée ($\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$) (Figure (II.7)).

Ce phénomène peut être utilisé pour obtenir une source cohérente accordable dans l'infrarouge par différence de fréquences entre un laser à la fréquence ω_1 et un laser à colorant à fréquence variable ω_2 . Ce phénomène est à la base de l'amplification optique paramétrique (*Optical Parametric Amplifier : OPA*).

Il existe une différence importante entre la somme et la différence de fréquences : dans ce dernier cas, pour chaque photon émis à ω_1 , un photon de la fréquence la plus élevée (par exemple ω_3) est détruit et un photon à fréquence plus basse (ω_2) est émis. Ainsi, l'onde de fréquence la plus faible est amplifiée par ce processus de manière purement optique.

II.5.1.2. Susceptibilité non-linéarités de troisième ordre

Les non-linéarités de troisième ordre impliquent le tenseur de susceptibilité non-linéaire $\chi^{(3)}$, qui est un tenseur de rang 4. Il a donc, au total ($3^4 = 81$) composantes, et elle lie la polarisation et le champ électrique avec la relation suivante [15] :

$$P_{iNL}^{(3)} = \varepsilon_0 \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l \quad (\text{II.65})$$

Où $\chi_{ijkl}^{(3)}$ est le tenseur de susceptibilité non-linéaire d'ordre trois et i, j, k et l représentent les axes cristallographiques du milieu.

Ce terme régit de nombreux phénomènes non-linéaires comme la génération de troisième harmonique, l'effet Kerr optique, le mélange à quatre ondes, la bistabilité optique, la diffusion de Raman stimulée et la diffusion de Brillouin stimulée. En général, $\chi_{ijkl}^{(3)}$ regroupe quatre composantes de fréquence.

II.5.1.2.1. Génération de troisième harmonique

On discute ici la génération de la troisième harmonique (*Third Harmonic Generation : THG*) ou l'effet de « Triplage de fréquence » basé sur le processus non-linéaire de troisième ordre de polarisation. La réponse d'un milieu non-linéaire de troisième ordre à un champ optique monochromatique est une polarisation non-linéaire P_{NL} contenant un composant à la fréquence ω et un autre à la fréquence 3ω ,

$$P_{NL}(3\omega) = \chi^{(3)} E^3(\omega) \quad (\text{II.66})$$

La troisième harmonique est générée par un faisceau intense à la fréquence $\omega = \omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ et $\omega_4 = 3\omega$, qui est illustré dans la figure (II.8). Cependant, dans la plupart des cas, le rendement de conversion d'énergie est faible. En effet, la génération de la troisième harmonique est souvent réalisée par génération de seconde harmonique suivie par une génération de fréquence de somme de l'onde fondamentale et de la seconde harmonique [23].

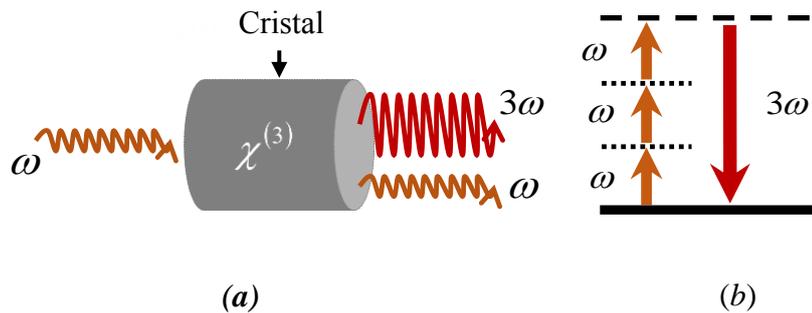


Figure II.8 : Schéma du principe de la génération de troisième harmonique du point de vue du matériau (a), du point de vue énergétique (b) [20].

II.5.1.2.2. Effet Kerr optique

L'effet Kerr est un effet non-linéaire qui a pour conséquence la modification de l'indice du milieu vu par une onde qui s'y propage en fonction de son intensité I . C'est un effet lié au coefficient de susceptibilité diélectrique du troisième ordre $\chi^{(3)}$ du milieu. C'est une biréfringence causée par la polarisation électronique et nucléaire des molécules sous l'effet de la lumière, ce phénomène électro-optique a été découvert en 1964 par G. Mayer et F. Gires [24]. Généralement, l'effet Kerr optique concerne les milieux dont l'indice de réfraction peut varier linéairement avec

l'intensité d'un champ électrique appliqué. Ce phénomène se traduit par une variation de l'indice de réfraction d'un milieu en fonction de la forte intensité du signal lumineux incident [25].

Si on considère, par exemple, une onde plane monochromatique de fréquence ω incidente sur un milieu non-linéaire seulement de type du troisième ordre (milieu centro symétrique $\chi^{(2)} = 0$), la polarisation induite par l'onde prend la forme suivante :

$$P_{NL}^{(3)}(\omega) = \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\omega) \cdot E(\omega) E^*(\omega) \cdot E(\omega) \quad (\text{II.67})$$

La composante de polarisation à la fréquence ω dans (II.67), correspond à un changement incrémentiel de la susceptibilité d'une valeur $\Delta\chi$ donnée comme suit [23] :

$$\varepsilon_0 \Delta\chi = \frac{P_{NL}^{(3)}(\omega)}{E(\omega)} = 3\chi^{(3)} |E(\omega)|^2 = 6\chi^{(3)} \zeta I \quad (\text{II.68})$$

Où $I = |E(\omega)|^2 / 2\zeta$ est l'intensité optique de l'onde incidente et ζ est l'impédance du milieu. Étant donné que $n^2 = 1 + \chi$, on a $2n \cdot \Delta n = \Delta\chi$, c'est donc équivalent à une incrémentation de l'indice de réfraction : $\Delta n = \Delta\chi / 2n$

$$\Delta n = \frac{3\zeta}{\varepsilon_0 n} \chi^{(3)} I \equiv n_2 I \quad (\text{II.69})$$

Où $n_2 = \frac{3\zeta}{\varepsilon_0 n} \chi^{(3)}$, est le coefficient Kerr optique ou (l'indice non-linéaire).

Ainsi, la variation de l'indice de réfraction est proportionnelle à l'intensité optique. L'indice de réfraction global est donc une fonction linéaire de l'intensité optique I :

$$n(I) = n_0 + n_2 I \quad (\text{II.70})$$

Où n_0 est l'indice de réfraction linéaire du milieu, le second terme $n_2 I$ représente la contribution non-linéaire de l'indice avec une quantité proportionnelle à l'intensité du champ électrique de l'onde. n_2 est le coefficient non-linéaire caractéristique du matériau exprimé en cm^2/W est de 10^{-16} à 10^{-14} dans les verres, de 10^{-14} à 10^{-7} dans des verres dopés, de 10^{-10} à 10^{-8} dans les matériaux organiques et de 10^{-10} à 10^{-12} dans les semiconducteurs.

Cet effet est connu sous le nom d'effet Kerr optique en raison de sa similitude avec l'effet Kerr électro-optique, pour lequel Δn est proportionnel au carré du champ électrique stable. L'effet Kerr optique est un effet auto-induit dans lequel la vitesse de phase de l'onde dépend de l'intensité de l'onde.

L'auto-modulation de phase (*Self Phase Modulation* : *SPM*) est un effet optique non-linéaire de l'interaction lumière-matière. Une impulsion de lumière ultracourte, lorsqu'elle se déplace dans un milieu, induit un indice de réfraction variable du milieu dû à l'effet Kerr optique. Cette variation de l'indice de réfraction produira un décalage de phase dans l'impulsion, ce qui entraînera une variation du spectre de fréquence des impulsions (Figure (II.9)). L'auto-modulation de phase est un effet important dans les systèmes optiques qui utilisent des impulsions lumineuses courtes et intenses, telles que les lasers et les systèmes de communications par fibre optique [26]. Le SPM est un effet largement utilisé pour élargir le spectre d'impulsions femtosecondes [27].

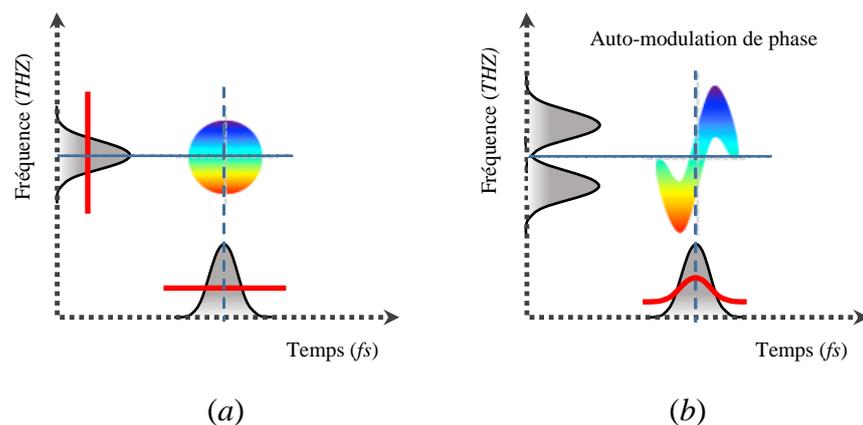


Figure II.9 : Spectrogrammes d'une impulsion idéale (a) et d'une impulsion modifiée par auto-modulation de phase (b) ''courtoisie de Franck Morin'' [28].

Un autre effet intéressant est l'auto-focalisation (*Self-Focusing* : *SF*). Si un faisceau optique intense est transmis par un guide mince de matériau non-linéaire présentant l'effet Kerr optique, comme illustré à la figure (II.10), le changement de l'indice de réfraction limite le profil d'intensité dans le plan transversal. Si le faisceau a son intensité maximale au centre, par exemple, le changement maximal de l'indice de réfraction est également au centre. Le guide agit alors comme un milieu à gradient d'indice qui donne à l'onde un décalage de phase non uniforme, ce qui entraîne une courbure du front d'onde. Dans certaines conditions, le milieu peut agir comme une lentille avec une longueur focale dépendant de la puissance. La méthode s'appelle "blocage de mode par lentille de Kerr" [29].

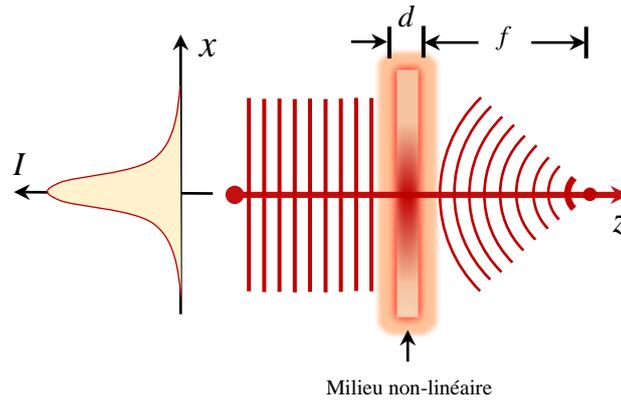


Figure II.10 : Milieu non-linéaire de troisième ordre agissant comme un objectif dont la puissance de focalisation dépend de l'intensité du faisceau incident. (Auto-focalisation par effet Kerr) [29].

II.5.1.2.3. Mélange à quatre ondes

Le mélange à quatre ondes (*Four-Wave Mixing* : *FWM*) ou le mélange à quatre photons (*Four-Photon Mixing* : *FPM*) est un processus paramétrique dans lequel quatre ondes ou photons interagissent les uns avec les autres en raison de la non-linéarité du troisième ordre. En conséquence, ce phénomène se manifeste lorsque plusieurs ondes optiques se propagent simultanément dans un milieu non-linéaire d'ordre trois comme par exemple une fibre optique. Pour comprendre le mélange à quatre ondes, on commence par déterminer la réponse du milieu à une superposition de trois ondes de pulsations ω_1 , ω_2 et ω_3 , avec le champ [30] :

$$E(t) = \text{Re} \{E(\omega_1) \exp(j\omega_1 t)\} + \text{Re} \{E(\omega_2) \exp(j\omega_2 t)\} + \text{Re} \{E(\omega_3) \exp(j\omega_3 t)\} \quad (\text{II.71})$$

Il est commode d'écrire le champ $E(t)$ comme une somme de six termes [23] :

$$E(t) = \sum_{q=\pm 1, \pm 2, \pm 3} \frac{1}{2} E(\omega_q) \exp(j\omega_q t) \quad (\text{II.72})$$

Où $\omega_{-q} = -\omega_q$ et $E(-\omega_q) = E^*(\omega_q)$

Remplaçons (II.72) dans (II.67), on écrit alors, $P_{NL}^{(3)}$ comme une somme de $6^3=216$ termes :

$$P_{NL}^{(3)} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \sum_{q,r,l=\pm 1, \pm 2, \pm 3} E(\omega_q) \cdot E(\omega_r) \cdot E(\omega_l) \exp[j(\omega_q + \omega_r + \omega_l)t] \quad (\text{II.73})$$

Ainsi, la polarisation $P_{NL}^{(3)}$ est la somme des composantes harmoniques de fréquences $\omega_1, \dots, 3\omega_1, \dots, 2\omega_1 \pm \omega_2, \dots, \pm\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$. L'amplitude de la composante de polarisation $P_{NL}^{(3)}(\omega_q + \omega_r + \omega_l)$ à la fréquence $(\omega_q + \omega_r + \omega_l)$ peut être déterminée en ajoutant des permutations appropriées entre q , r et l dans l'équation (II.73). Par exemple, $P_{NL}^{(3)}(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)$ comporte six permutations :

$$P_{NL}^{(3)}(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) = 6\chi^{(3)}E(\omega_1)E(\omega_2)E^*(\omega_3) \quad (\text{II.74})$$

L'équation (II.74) indique que les quatre ondes aux fréquences $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ et ω_4 interagissent ou se mélangent dans le milieu si $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$ où $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$. C'est la condition de correspondance de fréquence.

Le processus de mélange à quatre ondes peut être aussi interprété comme une interaction entre quatre photons. Un photon de fréquence ω_3 et un autre de fréquence ω_4 s'annihilent pour créer un photon de fréquence ω_1 et un autre de fréquence ω_2 .

II.5.1.2.4. Diffusion stimulée : Raman et Brillouin

Les effets non-linéaires régis par la susceptibilité de troisième ordre $\chi^{(3)}$ sont élastiques dans le sens où aucune énergie n'est échangée entre le champ électromagnétique et le milieu diélectrique. La deuxième classe d'effets non-linéaires résulte d'une diffusion inélastique stimulée dans laquelle le champ optique transfère une partie de son énergie au milieu non-linéaire. Deux effets non-linéaires importants dans les fibres optiques appartiennent à cette catégorie ; les deux sont liés aux modes d'excitation vibratoire de la silice. Ces phénomènes sont connus sous le nom de diffusion Raman stimulée (*Stimulated Raman Scattering* : *SRS*) et la diffusion Brillouin stimulée (*Stimulated Brillouin Scattering* : *SBS*) et ont été parmi les premiers effets non-linéaires étudiés dans les fibres optiques [31].

La principale différence entre eux est que les phonons optiques participent à la diffusion Raman stimulée (*SRS*) alors que les phonons acoustiques participent à la diffusion Brillouin stimulée (*SBS*) [31].

II.6. Equilibre : dispersion- non-linéarité : formation de solitons

Il existe plusieurs équations différentielles et non-linéaires qui modélisent la dynamique de propagation non-linéaire des ondes dans des systèmes physiques, qui varient selon les propriétés du milieu, c'est-à-dire la dispersion et la non-linéarité.

II.6.1. Histoire des solitons : découverte et définition

Le mot soliton est né dans le vocabulaire scientifique en 1964 principalement par le travail de M Kruskal et N Zabusky et il se réfère à des solutions localisées hautement stables de certaines équations périphériques partielles non-linéaires décrivant les phénomènes physiques. Le concept soliton a profondément pénétré dans presque toutes les branches de la science partout où les phénomènes scientifiques sont décrits par des équations différentielles partielles non-linéaires. Ce concept a d'abord été découvert dans l'hydrodynamique au 19^{ème} siècle et est entré dans d'autres branches de la physique. L'architecte Naval Ecossais John Scott Russell est le père de cette nouvelle idée. En 1834, lorsque le bateau dans lequel il voyageait à travers le canal de l'Union reliant Glasgow et Édimbourg a été soudainement arrêté, il travaillait pour établir un moyen de transport rapide de bateau à vapeur sur les canaux. Dans le cadre de cette étude, il a observé une masse d'eau quitte la péniche du bateau et se déplace sans changer de forme et de vitesse. Il pouvait voir ce mouvement de masse sans changement sur une distance de 2 milles (*1 mille = 1.609 km sur terre ou 1.852 km sur mer et dans les airs*). Il a appelé une telle onde comme une *grande onde solitaire* (Figure (II.11)). Lors de son séminaire en 1844 [32] à la Royal Society ; Russell a dit :

« J'observais le mouvement d'un bateau que deux chevaux tiraient rapidement dans un canal étroit, lorsque ce bateau vient à s'arrêter tout à coup ; mais il n'en fut pas de même pour la masse d'eau qu'il avait mise en mouvement dans le canal ; elle s'accumula autour de la proue dans un état de violente agitation, puis, laissant tout à coup le bateau en arrière, se mit à cheminer en avant avec une grande vitesse sous la forme d'une seule grande ondulation, dont la surface était arrondie, lisse et parfaitement déterminée. Cette onde continua sa marche dans le canal sans que sa forme et sa vitesse parussent s'altérer en rien. Je la suivis à cheval et la retrouvai cheminant encore avec une vitesse de 8 à 9 milles à l'heure et conservant sa figure initiale (environ 300 pieds sur 1 à 1 et ½ pied de hauteur) (1 pied ≈ 30 cm). La hauteur de l'onde diminuait graduellement, et après l'avoir suivie pendant un mille ou deux, je la perdis dans les sinuosités du canal. Ainsi le mois d'Aout 1984 ai-je eu la chance de ma première rencontre avec ce phénomène étrange et beau, que je nommai : onde de translation ».

Plus tard, ce phénomène passionnant a été observé dans différentes branches de la science à travers des méthodes analytiques et expérimentales. Dans nos travaux, on s'intéresse à un autre type de soliton : le soliton optique.

Le soliton en optique réfère à une situation où le faisceau lumineux ou l'impulsion se propage à travers un support optique non-linéaire sans modification de sa forme et de sa vitesse [33].

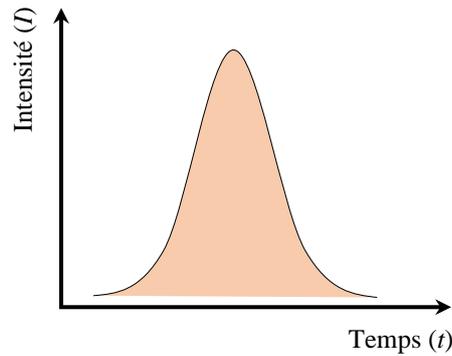


Figure II.11 : Onde solitaire [33].

En physique, le terme «soliton» est une perturbation localisée qui se propage dans un milieu continu sans déformation ou modification (vitesse, forme...etc.) c'est-à-dire localisé spatialement, et reste non déformé après collision avec d'autres solitons et manifeste seulement un petit changement global de phase, la différence de l'onde solitaire qui peut se modifier après collision avec d'autres ondes solitaires. Cette propagation particulière provient de l'équilibre parfait entre effets non-linéaires et linéaires (dispersion) [34].

II.6.2. Théorie des solitons et ses équations

La première mention d'un soliton hydrodynamique sera faite dès 1895 par deux mathématiciens hollandais, Korteweg et de Vries, avec un modèle d'équation différentielle partielle non-linéaire qui décrit la propagation des ondes sur la surface d'un canal d'eau peu profond dite «Korteweg-de Vries : KdV » qui permet de décrire le phénomène du soliton. Cette équation dispersive et non-linéaire classique a été formulée par Korteweg et de Vries sous la forme la plus simple : [35]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial z} + \gamma u \frac{\partial u}{\partial z} + \beta \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = 0 \quad (\text{II.75})$$

Où c est la vitesse de l'onde, β est le coefficient de dispersion et le paramètre γ représente le coefficient non-linéaire qui peut prendre n'importe quel nombre réel. Les valeurs couramment

utilisées sont $\gamma = \pm 1$ ou $\gamma = \pm 6$. Le terme $\partial u / \partial t$ caractérise l'évolution temporelle de l'onde se propageant dans une direction, le terme non-linéaire $u \partial u / \partial z$ décrit le redressement de l'onde et le terme linéaire $\partial u^3 / \partial z^3$ représente l'étalement ou la dispersion de l'onde. Cette équation est une simple équation non-linéaire mettant en œuvre deux effets : la non-linéarité représentée par $u \partial u / \partial x$, et la dispersion linéaire représentée par $\partial u^3 / \partial z^3$. La non-linéarité tend à localiser l'onde alors que la dispersion étend l'onde. L'équilibre délicat entre la faible non-linéarité et la dispersion définit la formulation des solitons. La stabilité des solitons est un résultat de l'équilibre parfait entre l'effet de la non-linéarité et l'effet de la dispersion.

Une caractéristique essentielle de l'équation KdV est l'existence des solutions de type ondes solitaires appelées solitons. Le mot "soliton" fut introduit en 1965 par N. J. Zabusky et Kruskal [36, 37]

Il évoque la notion d'onde solitaire. La terminaison en « on » indique que cette impulsion a des propriétés qui se rapprochent de celles d'une particule dans un réseau de vibration ayant un comportement non-linéaire, d'où le nom soliton (en analogie avec phonon, photon, ...). De manière simple, un soliton est une déformation locale d'une grandeur physique (élévation d'un fluide, enveloppe d'un champ électromagnétique...), ou un paquet d'ondes localisées, qui en perturbant suffisamment la réponse d'un environnement matériel adapté, peut compenser l'étalement linéaire naturel de la déformation elle-même.

On peut alors écrire la solution soliton de (KdV) sous la forme suivante [38] :

$$u(z, t) = \frac{3c}{\gamma} \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{c/\beta}{2}} (z - z_0 - ct) \right) \quad (\text{II.76})$$

Où z_0 est une constante d'intégration arbitraire.

Le découvert que nombre de phénomènes, que ce soit en physique, en électronique, en chimie ou même en biologie, pouvaient être décrits par la théorie mathématique et physique du soliton à naissance à une multitude de travaux.

Les solitons qui avaient été compris mathématiquement à la fin du 19^{ème} siècle ont été complètement oubliés jusqu'en 1960, l'année de l'invention du laser. Certains scientifiques ont alors voulu appliquer ce « phénomène de piégeage » à la lumière. Ils ont ainsi mis au point un système optique capable de générer une vague de lumière « une impulsion électromagnétique » qui se propage sans déformation, c'est-à-dire un soliton optique [39].

II.6.3. Différents types de solitons

Les solitons optiques peuvent être temporels, spatiaux et spatiotemporels, selon que le confinement de la lumière a lieu dans le temps, l'espace ou dans l'espace et le temps pendant la propagation des ondes [40, 41]. Une impulsion lumineuse subira deux types de déformation au cours de sa propagation : un élargissement temporel et un élargissement spatial (agrandissement de sa taille). Les deux phénomènes ont des origines différentes (dispersion et diffraction respectivement), mais tous les deux peuvent être compensés par des variations non-linéaires d'indice de réfraction.

II.6.3.1. Solitons spatiaux

Les solitons spatiaux optiques sont des faisceaux optiques auto-piégés qui se propagent dans un milieu non-linéaire sans diffraction (par exemple les guides plans), c'est-à-dire que leur diamètre de faisceau reste invariant pendant la propagation [42, 43]. Intuitivement, un soliton spatial résulte de l'équilibre entre la diffraction linéaire et l'auto-focalisation non-linéaire induite (tel que l'effet Kerr). C'est la lumière elle-même qui modifie son profil de phase en excitant une non-linéarité matérielle appropriée qui agit comme un moyen de focalisation. Il peut également être vu comme un faisceau optique qui induit un guide d'onde qui, à son tour, se guide tout au long de la propagation comme s'il était confiné dans une fibre optique.

II.6.3.2. Solitons temporels

Les Solitons temporels sont des impulsions optiques qui peuvent se propager à travers un milieu optique non-linéaire et dispersif sans déformation ou modification. Intuitivement, un soliton temporel pouvant résulter de l'équilibre entre la dispersion naturelle du milieu de propagation (dispersion de vitesse de groupe) et l'effet non-linéaire, sont des porteurs dans le système de transmission par fibre optique [44]. Dans un milieu non-linéaire, un faisceau ayant une valeur bien déterminée de l'intensité peut induire une variation d'indice qui augmentera l'indice de réfraction pour les composantes lentes et diminuera l'indice de réfraction pour les composantes plus rapides. Ainsi, le décalage d'indice de réfraction (et donc de vitesse de propagation) entre les deux types de composantes sera compensé et l'impulsion se propagera sans se déformer sous la forme d'un soliton temporel [42].

II.6.3.3. Soliton spatio-temporel : Balle de lumière

Le dernier type de soliton est situé à la fois dans le temps et dans l'espace. Il est appelé "balle de lumière" en raison de son emplacement dans les deux dimensions de l'espace et dans la dimension du temps (Figure (II.12)). Ceci peut être réalisé dans des conditions spéciales où la non-linéarité peut à la fois compenser les effets de la diffraction et la dispersion de la vitesse du groupe. Dans ce cas, la diffraction et la dispersion sont compensés simultanément par l'auto-focalisation, tandis que la dispersion (vitesse de groupe) sont compensés simultanément par une modulation de phase. L'intérêt de ces structures réside dans leurs échelles de temps ultra-rapides (impulsions courtes) et dans leurs très petites dimensions [45].

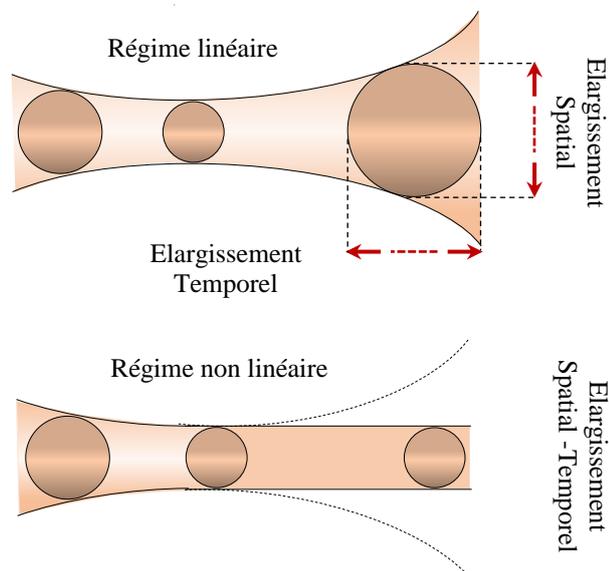


Figure II.12 : Formation d'un soliton spatio-temporel dû à l'équilibre simultané de la diffraction et de la dispersion par auto-focalisation non-linéaire [46].

II.7. Propagation des solitons dans les lasers

II.7.1. Equation de schrödinger non-linéaire

En optique non-linéaire, la propagation de l'enveloppe du champ électromagnétique dans un milieu optique caractérisé par une faible non-linéarité et une forte dispersion tel que la fibre optique

est décrite par l'équation de Schrödinger non-linéaire (*Non Linear Schrödinger equation* : NLSE). Comme nous le verrons, cette célèbre équation peut, sous certaines conditions, devenir analytiquement soluble, mais elle permet surtout une résolution numérique des problèmes de propagation à l'aide de la simulation. L'avantage de cette résolution numérique est qu'elle permet alors une bonne compréhension des différents phénomènes résultant de la propagation. Nous considérons dans ce paragraphe le cas d'une onde plane se propageant selon l'axe Z dans le sens des Z positifs et possédant un champ électrique $E(z, t)$ dont l'enveloppe de l'amplitude est $A(z, t)$. La fréquence de sa porteuse est ω_0 et sa constante de propagation est β_0 , l'impulsion s'écrit alors sous la forme :

$$E(z, t) = A(z, t) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] \quad (\text{II.77})$$

Nous supposons ici que l'enveloppe de l'amplitude $A(z, t)$ varie lentement dans l'espace et dans le temps devant la porteuse ω_0 . Sous cette condition, le spectre de l'impulsion ainsi que l'ensemble de ses nombres d'ondes sont alors respectivement centrés autour, et proches de (ω_0 et β_0) de sorte que, nous puissions développer le nombre d'ondes en série de Taylor autour de β_0 suivant [14, 21] :

$$\beta(\omega) = \frac{n(\omega)\omega}{c} = \beta_0 + \left[\frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right]_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \right]_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \left[\frac{\partial \beta}{\partial |A|^2} \right]_{|A|=0} |A|^2 + \dots \quad (\text{II.78})$$

En posant $B = \beta - \beta_0$, $\Omega = \omega - \omega_0$ et $\beta_1 = \left[\frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right]_{\omega_0}$ inverse de la vitesse de groupe v_g et

$\beta_2 = \left[\frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \right]_{\omega_0}$ coefficient de vitesse de groupe (GVD à ω_0), nous pouvons réécrire l'équation

précédente dans une relation de dispersion non-linéaire de l'enveloppe de la manière suivante :

$$B = \beta_1 \Omega + \frac{1}{2} \beta_2 \Omega^2 + \gamma |A|^2 \quad (\text{II.79})$$

Le terme non-linéaire $\gamma = \left[\frac{\partial \beta}{\partial |A|^2} \right]_{|A|=0} |A|^2$ provient de l'effet Kerr optique $n = n(\omega, |A|^2)$.

Où $\gamma = \left[\frac{\partial \beta}{\partial |A|^2} \right]_{|A|=0}$ $|A|^2$ représente le coefficient de non-linéarité exprimé par l'équation (II.70).

Et sachant que $\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c}$: $\gamma = n_2 \frac{\omega}{c}$, avec n_2 est le coefficient non-linéaire caractéristique du matériau. D'un autre côté, en utilisant la transformée de Fourier $\{TF\}$ pour laquelle B équivaut à l'opérateur spatial $i \frac{\partial}{\partial z}$ et Ω à l'opérateur temporel $i \frac{\partial}{\partial t}$, et en appliquant l'équation (II.79) à A , on obtient l'équation suivante :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + i\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (\text{II.80})$$

Où β_2 et γ sont les coefficients de dispersion et de non linéarité du milieu, respectivement. $T = t - \beta_1 z$: est le temps mesuré dans le repère de l'impulsion, c'est-à-dire le temps réel t moins le temps de propagation de groupe qui est associé à la vitesse moyenne de propagation de l'impulsion $v_g = 1/\beta_1$, et en utilisant la notation conventionnelle du terme non-linéaire selon laquelle $\gamma |A|^2$ s'exprimes-en (m^{-1}) avec γ coefficient Kerr non-linéaire de la fibre donnée par : $\gamma = n_2^l \omega_0 / c S_{eff}$ où S_{eff} est la zone effective de la fibre optique qui tient compte de la variation de l'intensité le long de la section transverse de celle-ci grâce à la distribution $F(x, y)$ du mode de propagation, S_{eff} est définie par [14, 15] :

$$S_{eff} = \frac{\left[\iint_{R^2} |F(x, y)|^2 dx dy \right]^2}{\iint_{R^2} |F(x, y)|^4 dx dy} \quad (\text{II.81})$$

Où $F(x, y)$ est la fonction de distribution du champ lumineux fondamental de la fibre. Nous obtenons alors, la célèbre équation de Schrödinger non-linéaire (NLS) donnée par [14, 21] :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = i\gamma |A|^2 A \quad (\text{II.82})$$

L'équation (II.82) est à la base de nombreux travaux de recherche dans le domaine des télécoms et a été démontrée dans les fibres optiques en 1973 par Hasegawa et Tappert [04]. Dans sa version la plus simple, l'équation NLS ne tient compte ni des pertes optiques ni des termes de dispersion et de non-linéarité d'ordre supérieur, mais nous verrons par la suite que cette équation peut être généralisée à d'autres effets. L'équation NLS démontrée par Hasegawa et Tappert [04] permet tout de même de décrire des phénomènes aussi variés que la dispersion chromatique d'ordre 2, l'auto-modulation de phase, l'instabilité modulationnelle ou encore la propagation de solitons [14, 21].

La propagation d'une impulsion dans une fibre passive peut-être correctement modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire (*NLSE*) (II.83). Cette équation permet de décrire l'influence des effets dispersifs et non-linéaires. Cependant, dans les lasers à fibres à blocage de modes, en plus de la dispersion chromatique et des effets non-linéaires, d'autres effets qui influent sur la dynamique du laser sont bien présents et sont indispensables pour l'équilibre du soliton qui se propage dans ce type de cavité [47].

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma |A|^2 A \quad (\text{II.83})$$

L'introduction de ces effets dans l'équation de Schrödinger non-linéaire donne lieu à l'équation communément appelée équation complexe de Ginzburg-Landau (*CGLE*) qui a été beaucoup étudiée, sous sa forme cubique, dans les domaines de la mécanique des fluides [48], des plasmas [49], etc. Introduite dans le domaine de l'optique en 1989 [50], cette équation a été utilisée avec succès depuis les travaux de Haus en 1991 pour modéliser des lasers à blocage de modes, notamment ceux comportant un absorbant saturable rapide qui peut être développé à l'ordre 1 [51]. Dans ce qui suit, nous présenterons trois équations modèles importantes admettant des solutions soliton dissipatif (*Dissipative Soliton : DS*) : l'équation de Haus, l'équation de Swift-Hohenberg et l'équation de Ginzburg-Landau. Alors que l'équation de Haus (maître) décrit l'évolution moyenne d'un soliton sur un aller-retour de cavité [52], l'équation de Swift-Hohenberg et l'équation de Ginzburg-Landau sont des équations d'amplitude génériques décrivant le comportement universel près d'un point de bifurcation.

II.7.2. Equation de Haus

Lorsqu'une impulsion se propage dans la cavité laser, elle subit des modifications au niveau de ses profils d'amplitude et de phase. Le principe de cette équation est basé sur la description de l'influence des différentes contributions qui constituent la cavité, à savoir, le gain du milieu

amplificateur, les pertes, la dispersion, les non-linéarités Kerr et l'absorbant saturable rapide. Ainsi, l'enveloppe du champ électrique E va subir successivement ces contributions au fur et à mesure de sa propagation dans la cavité. En considérant l'état stationnaire où tous les effets se compensent, l'équation maîtresse va s'écrire sous la forme [52] :

$$\left[-i\phi - p + g \left(1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) + i d \frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\sigma - i\gamma) |E|^2 \right] E = 0 \quad (\text{II.84})$$

Cette équation prend en considération l'influence des différents éléments précisés ci-dessus : les pertes et le déphasage linéaires sont représentés par p et ϕ respectivement. L'influence du milieu

amplificateur sur le champ E est $g \left(1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{d^2}{dt^2} \right)$, où g est le coefficient de gain et Ω_g la largeur

spectrale du milieu. Le terme $id \frac{d^2}{dt^2}$ représente l'effet de la dispersion de la vitesse de groupe.

$\sigma |E|^2$ (Avec $\sigma > 0$) est la modulation d'amplitude induite par l'effet de l'absorbant saturable et $i\gamma |E|^2$ correspond à l'auto-modulation de phase due à l'effet Kerr. Pour $(g - p < 0)$, une solution impulsionnelle stable à cette équation peut être obtenue suivant les valeurs prises par les autres paramètres. Elle s'écrit comme suit [52]:

$$E = A \operatorname{sech} (t/\tau) \exp [i \beta \ln \operatorname{sech} (t/\tau)] \quad (\text{II.85})$$

Elle comporte trois paramètres : la durée de l'impulsion τ , son amplitude A et le paramètre β associé au taux d'augmentation linéaire de la fréquence instantanée près du centre de l'impulsion, communément appelé chirp. Haus avait montré qu'il est alors possible d'extraire la dépendance des paramètres caractérisant l'impulsion (A, τ, β) en fonction des grandeurs caractéristiques des éléments de la cavité. Cette dépendance diffère suivant le régime de dispersion de la cavité. Dans le cas où la dispersion est anormale (ici $d < 0$), le paramètre du chirp β est très faible et varie généralement très peu avec d ou γ (non-linéarité kerr). En revanche, la durée de l'impulsion " τ " dépend de la valeur γ de façon assez prononcée, ceci d'autant plus que d est grande en valeur absolue.

En régime de dispersion normal, le paramètre du chirp devient un phénomène prépondérant et dépend très fortement de γ tout en se saturant lorsque d augmente. Il en résulte, que pour les

mêmes valeurs du couple (d, γ) , la durée des impulsions est plus courte en régime anormal qu'en régime normal. Nous pouvons également remarquer qu'on obtient, à peu près, les mêmes tendances lorsqu'on étudie les caractéristiques de l'impulsion β et τ toujours en fonction de d , mais pour différentes valeurs de σ (pertes non-linéaires dues à l'absorbant saturable) en fixant cette fois la valeur de γ . Une différence majeure peut toutefois être relevée dans le fait que la durée de l'impulsion τ en régime anormal ne dépend pas de la force de l'absorbant saturable rapide alors qu'elle en dépend fortement à fort régime de dispersion normal. Il en est quasiment de même pour le paramètre du chirp β [47].

L'équation maîtresse est une extension importante de l'équation de Schrödinger non-linéaire [53]. Elle permet non seulement de décrire la propagation des solitons en régime dissipatif, mais aussi de mieux comprendre le mécanisme de blocage de modes [54]. Cette équation a été investie pour décrire la dynamique des lasers à blocage de modes pour plusieurs configurations de cavité telles que : les cavités linéaires (*Fabry Pérot*) qui utilisent des miroirs semi-conducteurs [55], ou bien des fibres de Bragg [56], les cavités en anneau qui utilisent l'évolution non-linéaire de la polarisation [57], etc.

Le grand avantage de l'équation maîtresse est qu'elle permet de regrouper l'ensemble des effets mis en jeu dans les systèmes lasers. Elle est le résultat d'un regroupement des fonctions de transfert de chaque phénomène physique jugé essentiel au fonctionnement du laser à étudier. Toutefois, ce modèle souffre de certaines limites, dont l'une est que la gamme des paramètres permettant de décrire la génération des impulsions dans le régime de blocage de modes est étroite. En effet, le modèle est particulièrement sensible au paramètre de la non-linéarité δ à titre d'exemple, dans le cas étudié et présenté dans [53], la solution soliton stable existe lorsque les pertes non-linéaires dues à l'absorbant saturable varient dans un intervalle compris entre 0.01 et 0.0348 (intervalle étroit) [47]. Ceci a motivé la communauté à s'intéresser à un modèle plus élaboré en intégrant les paramètres d'ordres supérieurs dans l'équation (II.84). Il s'agit du modèle de complexe cubique-quintique Ginzburg-Landau à coefficients complexes [58].

II.7.3. Equation de Swift-Hohenberg

L'équation de Swift-Hohenberg est une équation fondamentale dans l'étude de la formation de motifs spatiotemporels dans des systèmes étendus. L'équation de Swift-Hohenberg a été introduite en 1977 par J. B. Swift et P. C. Hohenberg (*SH*) [59] en tant que modèle simple pour l'instabilité de Rayleigh-Bénard. Plus tard, il a été montré que cette équation est aussi un outil utile dans l'étude de divers problèmes, tels que le flux de Taylor-Couette [60] et dans l'étude des lasers [61].

L'équation de Swift-Hohenberg est intéressante du point de vue de la formation des modèles, car elle présente de nombreuses solutions d'équilibre stable qualitativement différentes [62].

La vraie équation de Swift-Hohenberg (*Real Swift-Hohenberg Equation : RSHE*) s'est avérée être une équation de modèle inestimable pour les systèmes subissant une bifurcation à des états structurés indépendants du temps avec un nombre d'ondes fini au début [63]. L'équation a été suggérée à l'origine comme un modèle de convection infinie du nombre de Prandtl [59], mais trouve sa forme la plus simple dans la théorie du flambement [64], les transitions de phase [65] et l'optique non-linéaire [66]. L'équation est particulièrement utile pour comprendre les solitons dissipatifs que l'on trouve couramment dans les systèmes présentant une bistabilité entre deux états, dont l'un est homogène dans l'espace et l'autre hétérogène ou structuré [63]. Dans ce cas, l'équation prend la forme suivante, dans une dimension spatiale.

$$\frac{\partial E}{\partial t} = rE - \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right)^2 E + f(E) \quad (\text{II.86})$$

Où $E(z, t) = E$ est un paramètre d'ordre réel et $f(E)$ désigne des termes non-linéaires et r est le paramètre de bifurcation. Les plus utiles sont les deux cas $f = f_{23} \equiv m_2 E^2 - E^3$ [66] et $f = f_{35} \equiv m_3 E^3 - E^5$ [68]. Lorsque $m_2 > \sqrt{27/38} K_0^2$ (resp. $m_3 > 0$) la bifurcation primaire de l'état trivial $E=0$ a lieu à $r=0$ et donne une branche sous-critique des états spatialement périodiques avec le nombre d'ondes k_0 .

Cependant, il existe de nombreux systèmes décrits par l'équation de Swift-Hohenberg pour un paramètre d'ordre complexe :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = rE - (1 + i\beta) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right)^2 E - (1 + im)f(E) \quad (\text{II.87})$$

Où E est un champ complexe et on prend $f(E) = |E|^2 E$ comme terme non-linéaire. L'équation est entièrement paramétrée par les coefficients réels β et m . L'équation (II.86) modélise la formation de motifs résultant d'une instabilité oscillatoire avec un nombre d'ondes fini au début [69]. En conséquence, l'équation complexe de Swift-Hohenberg (*CSHE*) apparaît fréquemment dans l'optique non-linéaire. Par exemple, Lega et al. [61] ont montré que l'ensemble général des équations de Maxwell-Bloch pour les lasers de classe A et C peut être décrit de manière adéquate par le CSHE ; voir aussi [70]. Le CSHE décrit également des oscillateurs paramétriques optiques

non générés (*OPO*) [70], oscillateurs photoréfractifs [72], lasers à semi-conducteurs [73] et lasers à blocage de mode passif [74]. En général, l'équation de Swift-Hohenberg qui en résulte pour un champ complexe dans ces systèmes a aussi des coefficients complexes qui rompent la structure variationnelle du SHE et permettent une dynamique plus complexe. Alors que les solitons dissipatifs dans le (*RSHE*) ont été étudiés en profondeur [67, 68], on en sait beaucoup moins sur les solitons dissipatifs dans le CSHE.

II.7.4. Equation de Ginzburg-Landau

Comme mentionné au début de ce chapitre, les équations de type Ginzburg-Landau (comme les équations de type Swift-Hohenberg) sont des équations d'amplitude qui servent d'équations modèles universelles près d'un point de bifurcation [75]. Le nom de ce type d'équations est dérivé de la similitude formelle avec la théorie de Ginzburg-Landau de la supraconductivité [76], bien que ce dernier n'ait pas traité de la dynamique. Cependant, en plus de fournir une théorie de la supraconductivité, un grand nombre de phénomènes de formation de modèles peuvent être analysés en utilisant ces équations d'amplitude, qui décrivent des modulations lentes dans l'espace et le temps d'un modèle de base simple. Dans un système physique, la forme de l'équation d'amplitude dépend uniquement de la nature de l'instabilité linéaire, mais pas des autres détails du système. La distinction la plus importante est de savoir si le modèle de base est stationnaire, conduisant à l'équation d'amplitude réelle, ou intrinsèquement dépendant du temps, auquel cas une équation avec des coefficients complexes décrit une amplitude complexe. Il existe plusieurs formes de ces équations de Ginzburg-Landau, un prototype 1D dont les coefficients réels, sont.

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \mu A + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - A^3 \quad (\text{II.88})$$

Avec A étant un réel du champ et μ le paramètre de gain. Les termes de la dispersion et non-linéaire ont été réduits à une dimension sans perte de sa formes général. Nous ferons référence à l'équation (II.88) comme l'équation réelle de Ginzburg-Landau (*RGLE*) [75], qui peut servir de modèle prototypique d'un système spatialement étendu avec deux solutions équivalentes en régime permanent $\pm \sqrt{\mu}$ l'équation (II.88) apparaît naturellement à proximité de toute bifurcation stationnaire supercritique lorsque le système est invariant en translation et réversible dans l'espace ($z \rightarrow -z$), tel que par exemple en convection de Rayleigh-Bénard et écoulement de Taylor-Couette.

Si l'instabilité conduit à des ondes progressives, c'est-à-dire si le modèle qui émerge dépend du temps, l'équation d'amplitude résultante se généralise à l'équation complexe de Ginzburg-Landau (CGLE) :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \mu A + (1 + id) \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - (1 + i\gamma) |A|^2 A \quad (\text{II.89})$$

Où μ mesure la distance du seuil d'instabilité oscillatoire, d et γ représentent la dispersion linéaire et non-linéaire. Pour $d, \gamma \rightarrow 0$, le RGLE est récupéré. L'équation CGLE se produit par exemple. Dans la convection de Rayleigh-Bénard, les ondes hydrothermales et divers systèmes optiques, tels que les lasers, les amplificateurs paramétriques, les cavités de Fabry-Perot remplies de matériaux non-linéaires et les lignes de transmission optique.

Dans le cas où $d, \gamma \neq 0$ la CGLE (II.89) ne peut plus être dérivée d'une fonction de Lyapunov et affiche une plus grande variété de comportements dynamiques que sa contrepartie réelle (II.88) (comme c'est le cas pour RSHE (II.86) et CSHE (II.87)).

Enfin, nous mentionnons également l'équation de Complex Ginzburg Landau (*Parametrically Forced Complex Ginzburg Landau Equation : PCGLE*), paramétriquement forcée, comme un type d'équation de Ginzburg-Landau :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = (1 + id) \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + (\mu + i\nu) A - (1 + i\gamma) |A|^2 A + pA^* \quad (\text{II.90})$$

Où μ mesure la distance du seuil d'instabilité oscillatoire, ν est le désaccord entre les fréquences d'attaque et les fréquences naturelles, $p > 0$ est l'amplitude de forçage. Le PCGLE est une équation d'amplitude générique pour les systèmes oscillatoires forcés de manière paramétrique à deux fois la fréquence naturelle [77]. Comme le RGLE (mais opposé à la CGLE) l'équation (II.89) a deux solutions équivalentes en régime permanent. Le PCGLE a été utilisé pour décrire une forme sensible à la lumière de la réaction de Belousov-Zhabotinsky [78], et trouve des applications dans le résonateur Kerr vectoriel optique et l'Optic Parametric Oscillator (OPO) dégénéré [79].

II.8. Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre la théorie de l'optique linéaire (dispersion) et non-linéaire dans un milieu physique résultant de l'interaction rayonnement-matière. Dans la plupart des cas,

l'origine physique de cette propriété dépend des caractéristiques microscopiques des matériaux dans lesquels la lumière se propage, comme la nature des atomes. De plus, nous avons fourni un aperçu sur les notions de la dispersion, que ce soit la dispersion d'ordre deux ou trois.

Nous avons également passé en revue l'origine physique de la polarisation et la susceptibilité non-linéaire, et aussi les différents effets qui en résultent, que ce soit les effets non-linéaires de deuxième ordre et les effets non-linéaires de troisième ordre. En outre, nous avons abordé la formation de solitons comme un nouveau concept physique qui se manifeste comme une nouvelle impulsion indéformable au cours de sa propagation, grâce à un équilibre parfait entre la non-linéarité (effet de kerr) et la dispersion (Group-Velocity Dispersion : GVD). Finalement, le chapitre se termine par des notions sur la propagation des solitons dans les lasers ; et dans ce contexte, nous avons présenté quatre équations modèles importantes admettant des solutions solitons.

II.9. Bibliographie

- [01] Le Nguyen Binh Nam Quoc Ngo, "*Ultra-Fast Fiber lasers Principles and Applications with MATLAB® Models*", CRC Press, (2010).
- [02] G. P. Agrawal, "*Fiber-Optic Communications Systems*", Third Edition, (2002).
- [03] A. T. E. Chibeles, "*Dispersion Compensation and Soliton Transmission in Optical Fibers*", Université de Técnica de Lisboa, (2011).
- [04] H. A. Haus, J. D. Moores et L. E. Nelson, "*Effect of Third-Order Dispersion on Passive Mode Locking*", Optics Letters, Vol. 18, No. 1 (1993).
- [05] G. P. Agrawal, "*Nonlinear Fiber Optics*", Academic Press, 5ième éd, (2013).
- [06] H, Triki, "*Dynamique de Propagation Non Linéaire des Solitons KVD*", thèse doctorat, Annaba (2003).
- [07] A. Chong, J. Buckley, W. Renninger, and F. Wise, "*All-Normal-Dispersion Femtosecond Fibre Laser*", Opt. Express 14, 10095, (2006).
- [08] A. Chong, W. H. Renninger, and F. W. Wise, "*Properties of Normal-Dispersion Femtosecond Fibre Lasers*", J. Opt. Soc. Am. B 25, (2008).
- [09] Y.V.G.S. Murti and C. Vijayan, "*Essentials of Nonlinear Optics*", Ane Books Pvt. Ltd., WILLEY, (2014).
- [10] B. Boubir, "*Modélisation de La Propagation des Solitons dans un Milieu Non Linéaire*", Thèse de doctorat de l'université de Badji Mokhtar Annaba, Algeria, (2016).

-
- [11] Benoît Trophème, " *Combinaison de Faisceaux Mutuellement Incohérents par Amplification Paramétrique Optique* ", Thèse de doctorat de l'université de Grenoble, France, (2012).
- [12] N. Bloembergen, " *Nonlinear Optics* ", Benjamin, Reading, MA, (1977).
- [13] Thomas Schneider, " *Nonlinear Optics in Telecommunications* ", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (2004).
- [14] H. Frohlich, " *the Theory of Dielectrics* ", London, Oxford university press, Second edition, (1987).
- [15] Chunfei Li, " *Nonlinear Optics Principles and Applications* ", University Press, Shanghai, China, (2015).
- [16] S Guha, L. P. Gonzalez, " *Laser Beam Propagation in Nonlinear Optical Media* ", CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton (USA), (2014).
- [17] C. Rullière, " *Femtosecond Laser Pulses* ", Université Bordeaux 1, France, (2003).
- [18] G. New, " *Introduction to Nonlinear Optics* ", Cambridge University Press, United Kingdom, (2011).
- [19] W. Ubachs, " *Non Linear Optics* ", Laser Centre Vrije Universiteit Amsterdam, (2007).
- [20] R. W. Boyd, " *Nonlinear Optics* ", The Institute of Optics University of Rochester, New York USA, (2003).
- [21] Louis Del Rio, " *Utilisation d'un Processus D'optique Non Linéaire en Somme de Fréquences dans le Cadre de L'optique Cohérente Appliquée a l'Imagerie Haute Résolution* ", Université de Limoges, (2009).
- [22] N. Ennaceur, " *Synthèse, Etude de la Ferroélectricité, de la Superconductivité et de l'Optique Non Linéaire des Nouveaux Composés Issus de la Famille de KDP* ", Université de Sfax, (2012).
- [23] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, " *Fundamental of Photonics* ", Second Edition, Willey Series in Pure and Applied Optics, John Willey & Sons, (2007).
- [24] G. Mayer and F. Gires, " *Physique Moléculaire - Action d'une Onde Lumineuse Intense sur l'Indice de Réfraction des Liquides* ", Comptes Rendus Hebdomadaires Des Séances De l'Académie Des Sciences, (1964).
- [25] G. P. Agrawal, " *Nonlinear Fiber Optics* ", Third Edition, Academic Press, New York, (2001).
- [26] S. Singh, A. Singh, R. S. Kaler, " *Performance Evaluation of EDFA, RAMAN and SOA Optical Amplifier for WDM Systems* ", optic xxx, (2011).

- [27] K. Kashyap et al., "Effect of Self Phase Modulation on Optical Fiber", American International Journal of Research in Science, Technology, Engineering & Mathematics, (2013).
- [28] paristech.institutoptique.fr/site.php?id=1038&fileid=14437
- [29] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, "Fundamental of Photonics, Second Edition", Willey Series in Pure and Applied Optics, John Willey & Sons, (2007).
- [30] M. F. S. Ferreira, "Nonlinear Effects in Optical Fibers", Optical Society of America, (2011).
- [31] W. Szczyński And M. Marciniak, "Modelling of Nonlinear Crosstalk in Optical Fibre Wavelength-Division Multiplexed Telecommunication Systems", Acta Physica Polonica A, (1999).
- [32] J. S. Russell, "Report on Waves", Report of the 14th Meeting of the British Association for the Advancement of science Held, (1844).
- [33] V. C. Kuriakose, K. Porsezian, "Elements of Optical Solitons: An Overview", Indian Academy of Sciences, (2010).
- [34] R. Lévy, J. M. Jonathan, "l'Optique Non Linéaire et Ses Matériaux", Centre National de la Recherche Scientifique, France, (1998).
- [35] M. Peyrard, T. Dauxois, "Physique des solitons", EDP Sciences, (2004).
- [36] N. Zabusky, M. D. Kruskal, "Interaction of Solitons in Collisionless Plasma", Phys. Rev. Lett. 15, (1965).
- [37] C. S. Garder, J. M. Greene, M. D. Kruskal, R. M. Miura, "Method for Solving the Korteweg-de Vries equation", Phys. Rev. Lett. 19, (1967).
- [38] P. G. Drazin, R. S. Johnson, "Solitons : An Introduction", livre, université de Cambridge, (1989).
- [39] P. Gravel, "Solitaires et Singuliers Solitons, Science et technologie", (2015).
- [40] Y.S. Kivshar, G.P. Agrawal, "Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals", Academic Press, London, (2003).
- [41] O. Borovkova, "Soliton Generation and Control in Engineered Materials", Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, (2013).
- [42] Z. Chen, M. Segev, D. N. Christodoulides, "Optical Spatial Solitons: Historical Overview and Recent Advances", Reports on Progress in Physics, (2012).
- [43] G. I. Stegeman, M. Segev, "Optical Spatial Solitons and Their Interactions: Universality and Diversity", Special Issue on Frontiers IN Optics, (1999).

- [44] N. B. Aleksic, G. Pavlovic, B. N. Aleksic and V. Skarka, " *Stable One-Dimensional Dissipative Solitons in Complex Cubic-Quintic Ginzburg- Landau Equation* ", Acta Physica Polonica A, Belgrade, Serbia, (2007).
- [45] T. Elsass, " *Auto-Organisation Optique et Dynamique dans des Lasers a Semiconducteurs en Présence d'un Absorbant Saturable* ", Université Paris Sud - Paris XI, (2009).
- [46] B. A. Malomed, D. Mihalache, F. Wise, and L. Torner, " *Spatiotemporal Optical Solitons* ", J. Opt. B 7, R53, (2005).
- [47] S. Chouli, " *Structures Optiques Dissipatives en Cavité Laser a Fibre* ", Thèse, Université de Bourgogne, Français, (2011).
- [48] P. Kolodner, " *Extended States of Nonlinear Traveling-Wave Convection. I. the Eckhaus Instability* ", Physical Review A, (1992).
- [49] N. R. Pereira, " *Soliton in the Damped Nonlinear Schrödinger Equation* ", Phys. Fluids, (1977).
- [50] P. A. Bélanger, L. Gagnon, and C. Paré, " *Solitary Pulses in an Amplified Nonlinear Dispersive Medium* ", Optics Letters, (1989).
- [51] C. Lecaplain, " *Oscillateurs à Fibre Femtosecondes Haute Energie* ", Thèse, Docteur de l'Université de Rouen, (2010).
- [52] H. A. Haus, J. G. Fujimoto et E. P. Ippen, " *Structures for Additive Pulse Mode Locking* ", J. Opt. Soc. Am, (1991).
- [53] J. N. Kutz, " *Mode-Locked Soliton Lasers* ", SIAM Review, (2006).
- [54] H. Haus, " *Mode-Locking of Lasers* ", IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron, (2000).
- [55] F. X. Kärtner et U. Keller, " *Stabilization of Solitonlike Pulses With a Slow Saturable Absorber* ", Opt. Lett, (1995).
- [56] J. N. Kutz, B. J. Eggleton, J. B. Stark et R. E. Slusher, " *Nonlinear Pulse Propagation in Long-Period Fiber Gratings : Theory and Experiment* ", IEEE J. Selec. Top. Quant. Elec, (1997).
- [57] D. Y. Tang, W. S. Man et H. Y. Tam, " *Stimulated Soliton Pulse Formation and Its Mechanism in a Passively Mode-Locked Fibre Soliton Laser* ", Optics Communications, (1999).
- [58] W. V. Sarloos, " *Fronts, Pulses, Sources and Sinks in Generalized Complex Ginzburg-Landau Equations* ", Physica D, (1992).
- [59] J. B. Swift and P. C. Hohenberg, " *Hydrodynamic Fluctuations at the Convective Instability* ", Phys. Rev. A 15, (1977).

- [60] P. C. Hohenberg and J. B. Swift, "Effects of Additive Noise at the Onset of Rayleigh–Bénard's Convection", *Phys. Rev. A* 46, (1992).
- [61] J. Lega, J. V. Moloney and A. C. Newell, "Swift–Hohenberg Equation for Lasers", *Phys. Rev. Lett.* 73, (1994).
- [62] J. B. van den Berg, R.C.A.M. van der Vorst, "Stable Patterns for Fourth Order Parabolic Equations", *Duke Math. J.* 115, (2002).
- [63] A. R. Champneys, "Homoclinic orbits in reversible systems and their applications in mechanics, fluids and optics", *Physica D* 112, (1998).
- [64] G. W. Hunt, M. A. Peletier, A. R. Champneys, P. D. Woods, M. A. Wadee, C. J. Budd, and G. J. Lord, "Cellular Buckling in Long Structures", *Nonlinear Dynamics* 21, (2000).
- [65] P. L. Geissler and D. R. Reichman, "Nature of Slow Dynamics in a Minimal Model of Frustration-Limited Domains", *Phys. Rev.*, (2004).
- [66] G. Kozyreff and M. Tlidi, "Nonvariational real Swift-Hohenberg Equation for Biological, Chemical, and Optical Systems", *Chaos* 17, (2007).
- [67] J. Burke and E. Knobloch, "Localized States in the Generalized Swift-Hohenberg Equation", *Phys. Rev.*, (2006).
- [68] J. Burke and E. Knobloch, "Snakes and Ladders: Localized States in the Swift-Hohenberg Equation", *Phys. Lett.*, (2007).
- [69] B. A. Malomed, "Nonlinear Waves in Nonequilibrium Systems of the Oscillatory Type. I.", *Z. Phys. B* 55, (1984).
- [70] K. Staliunas, "Laser Ginzburg-Landau equation and laser hydrodynamics", *Phys. Rev. A* 48, (1993).
- [71] S. Longhi and A. Geraci, "Swift-Hohenberg Equation for Optical Parametric Oscillators", *Phys. Rev. A* 54, (1996).
- [72] K. Staliunas, M. F. H. Tarroja, G. Slekyš, C. O. Weiss, and L. Dambly, "Analogy Between Photorefractive Oscillators and Class-a Lasers", *Phys. Rev. A* 51, (1995).
- [73] J. F. Mercier and J. V. Moloney, "Derivation of Semiconductor Laser Meanfield and Swift Hohenberg Equations", *Phys. Rev. E* 66, (2002).
- [74] J. M. Soto-Crespo and N. Akhmediev, "Composite Solitons and Two-Pulse Generation in Passively Mode-Locked Lasers Modeled by the Complex Quantic Swift-Hohenberg Equation", *Phys. Rev. E* 66, (2002).
- [75] I. S. Aranson and L. Kramer, "the World of the Complex Ginzburg-Landau Equation", *Rev. Mod. Phys.* 74, (2002).

- [76] V. Ginzburg and L. Landau Zh. Eksp. Teor. Fiz. 20, (1950).
- [77] P. Coulet, J. Lega, B. Houchmanzadeh, and J. Lajzerowicz, " *Breaking Chirality in Nonequilibrium Systems*", Phys. Rev. Lett. 65, (1990).
- [78] V. Petrov, Q. Ouyang, and H. L. Swinney, " *Resonant Pattern Formation in a Chemical System*", Nature. 388, (1997).
- [79] D. Gomila, P. Colet, M. San Miguel, A. J. Scroggie, and G. -L. Oppo, " *Stable Droplets and Dark-Ring Cavity Solitons in Nonlinear Optical Devices* ", IEEE J. Quantum. Electron. 39, (2003).

Chapitre III :

***Modélisation et simulation :
la dynamique non-linéaire
des lasers à blocage de
mode***

III.1. Introduction

Ces dernières années, les lasers à blocage de mode ont été largement développés dans plusieurs configurations de cavités [01, 02]. En effet, les lasers à blocage de mode sont l'outil approprié pour produire des impulsions ultracourtes, pouvant atteindre les femtosecondes, avec des taux de génération élevés [03]. Dans les lasers à blocage de mode actif, un train d'impulsions bloqué en mode peut être obtenu à l'aide d'une modulation commandée de l'extérieur [04]. Plusieurs mécanismes à blocage de mode actifs existent tels que, la modulation d'amplitude, la modulation d'impulsions et la modulation de fréquence [05]. Mais dans le cas de générations d'impulsions très courtes, la modulation externe devient inefficace [06], et pour surmonter un tel obstacle, on procède au remplacement de la modulation commandée de l'extérieur par un outil optique non-linéaire ; c'est ce qu'on appelle le blocage de mode passif. Il existe de nombreuses techniques de blocage de mode passif, telles que le miroir en boucle d'amplification non-linéaire, l'évolution de la polarisation non-linéaire, l'absorbant saturable et la lentille Kerr non-linéaire [07, 08]. Dans de telles configurations, un certain nombre d'effets physiques surviennent lors de la génération d'une impulsion bloquée en mode ultracourt stable et robuste [01, 03]. Les effets physiques les plus importants qui sont responsables dans l'ingénierie des impulsions bloquées en mode sont la dispersion chromatique de la cavité et l'auto-modulation de phase. Récemment, il a été démontré que les systèmes laser à blocage de mode passif peuvent être décrits par l'équation de Ginzburg-Landau complexe cubique-quintique (*Cubic-Quintic Complex Ginzburg-Landau Equation : CQCGLE*) et l'équation de Swift-Hohenberg complexe cubique-quintique (*Cubic-Quintic Complex Swift-Hohenberg Equation : CQCSHE*) [09]. D'autres systèmes optiques peuvent également être modélisés par ces équations du modèle telles que la propagation d'impulsions dans les fibres optiques avec gain et filtrage spectral et effets de solitons transversaux dans les lasers à grande ouverture [10, 11]. Cependant, l'une des limitations du modèle d'équation CQCGL est le terme de filtrage spectral qui est limité au deuxième ordre, caractérisé par une seule réponse spectrale maximale. En général, dans les expériences, le spectre de gain est large et peut avoir plusieurs maxima. Pour une modélisation plus réaliste, il est nécessaire d'ajouter des termes de filtrage spectral d'ordre supérieur. L'ajout d'un terme de filtrage spectral de quatrième ordre dans l'équation de Ginzburg-Landau complexe cubique-quintique (*CQCGLE*) le transforme en l'équation de Swift-Hohenberg complexe cubique-quintique (*CQCSHE*) [12, 13]. L'équation CQCSH trouve de nombreuses applications, telles que les oscillateurs photoréfractifs [14], la formation de motifs dans les systèmes dissipatifs [15], la convection de fluide binaire [16],

l'électroconvection dans les cristaux liquides nématiques [17], l'optique non-linéaire [13, 18, 19], Les lasers de classe A et C [20, 21], les lasers à semiconducteurs [22], ainsi que les oscillateurs paramétriques optiques (*optical parametric oscillator : OPO*) [18, 23, 24].

L'une des équations génériques qui permettent de décrire la dynamique des solitons dissipatifs et que nous utiliserons dans notre étude, est l'équation de Swift-Hohenberg complexe cubique quintique (SH). Le terme dissipatif quintique dans l'équation SH est essentiel pour assurer la stabilité des impulsions. Le grand avantage de cette équation est qu'elle permet de regrouper l'ensemble des effets de propagation des ondes non linéaires mis en jeu dans les systèmes laser, comme la dispersion, l'auto modulation de phase, le filtrage spectral, le gain (linéaire et non linéaire) et les pertes (linéaire et non linéaire) et peut se mettre sous la forme normalisée suivante [09, 25, 26] :

$$iE_z + \frac{d}{2}E_{tt} + |E|^2 E + (h + i\alpha)E_{tttt} + (\rho - i\mu)|E|^4 E = i\sigma E + is E_{tt} + i\gamma|E|^2 E \quad (\text{III.1})$$

Où $d, h, \alpha, \rho, \mu, \sigma, s$ et γ sont des constantes réelles, et E est le champ complexe avec deux variables c'est-à-dire $E = E(z, t)$. La signification physique de chaque terme dépend du problème particulier étudié. En optique cette équation décrit les systèmes lasers [27, 28], les lignes de transmission de solitons avec régénération [29], les cavités non linéaires avec une pompe externe [30].

Lorsque cette équation est appliquée au cas des lasers à modes bloqués passifs, z représente la distance de propagation accumulée tour après tour dans la cavité, t la coordonnée du temps (ou transverse spatiale) retardé dans le référentiel local de l'impulsion, E représente l'enveloppe normalisée du champ électrique, d , le coefficient de dispersion de vitesse de groupe, qui est positif ($d > 0$) dans le cas d'un régime de dispersion anormale et négatif ($d < 0$) dans le cas normale, h est la dispersion du quatrième ordre. Les impulsions solitons très courtes dont la durée est de l'ordre de femtosecondes (10^{-15} s) possèdent un spectre très large et correspondent aux contributions significatives des termes de dispersion d'ordre supérieur E_{tttt} [31]. Un régime particulièrement intéressant se produit lorsque le terme de dispersion de la vitesse du groupe $\beta_2(\omega)$ dans Eq. (II.18) est proche de la fréquence minimale $\omega = \omega_0$. Ici, les coefficients pour E_{tttt} est proportionnel au quatrième dérivées $\beta_4(\omega)$ évaluées à la fréquence minimale, ce qui signifie que

$\beta_4(\omega_0) = \partial^2_{\omega} \beta_2(\omega)|_{\omega=\omega_0} > 0$. Dans l'équation (III.1), le terme isE_{tt} dans le domaine temporel correspond clairement à $-(\omega - \omega_0)^2 E$ dans le domaine des fréquences, où ω est la fréquence et ω_0 est la fréquence centrale de la bande de gain, avec s (si positif) est le coefficient de filtrage spectral de deuxième ordre (ou la dispersion de gain). L'ajout du terme d'ordre supérieur $i\alpha E_{tttt}$, avec α étant un coefficient de filtrage spectral d'ordre supérieur, signifie que nous incluons une "correction", proportionnel à $(\omega - \omega_0)^4 E$, au spectre de gain. De même, la correction du quatrième ordre $|E|^4 E$ à la non-linéarité de Kerr du deuxième ordre $|E|^2 E$ signifie que des caractéristiques comme la saturation de la non-linéarité peuvent être modélisées. Le coefficient μ représente, (si négatif), la saturation non-linéaire du gain, et ρ (si négatif) représente le terme de saturation de l'effet Kerr dans la cavité (effet non linéaire d'ordre supérieur), γ (si positif) est le terme de gain non linéaire (qui résulte, par exemple, de l'absorption saturable). Le coefficient σ représente les pertes linéaires dans la cavité (lorsqu'il est négatif).

L'étude des solutions exactes aux équations d'ondes non-linéaires, en particulier les solutions de type soliton, a attiré récemment beaucoup d'attention. En effet, au cours de ces années, de nombreuses méthodes efficaces et puissantes ont été améliorées pour fournir de telles solutions. Parmi celles-ci on peut citer les méthodes sinus-cosinus [32, 33], la méthode subsidiaire de l'équation différentielle ordinaire [34, 35], la méthode de HIROTA [36], la méthode de l'onde solitaire [37, 38, 39], la méthode de la fonction exponentielle [40], la méthode d'équation d'essai [41, 42], et beaucoup d'autres. Toutes ces méthodes ont été appliquées avec succès pour trouver les solutions exactes ressemblant à des solitons des équations d'ondes non-linéaires avec des coefficients constants et variables.

III.2. Modélisation analytique : L'équation CCQSH à coefficients variables

Bien que les équations CCQSH aient été largement étudiées, de nombreuses méthodes ont été appliquées à ce modèle d'équation et de nombreuses solutions semblables à des solitons ont été trouvées analytiquement à l'équation (III.1). On a obtenu des solitons brillants et noirs en utilisant la technique de l'ANSATZ directe [26], des solitons brillants et noirs ont également été trouvés en utilisant l'analyse de Painlevé, la méthode multilinéaire de HIROTA et une technique de l'ANSATZ directe [43]. Récemment, des impulsions de haute énergie ultracourtes et d'amplitude extrême des pointes à l'équation (III.1) ont été numériquement trouvées [32]. Cependant, toutes

ces solutions de solitons ont été obtenues dans le cadre d'un milieu optique homogène, qui correspond à l'équation CCQSH à coefficients constants. Pour étudier plus précisément les solutions de solitons optiques, il est important de prendre en compte l'effet des inhomogénéités du milieu, en particulier les modèles prenant en compte les coefficients dépendant de l'espace. Récemment, quelques travaux ont été effectués sur l'équation CGL avec des coefficients variables. Fang et al. [44] ont présenté analytiquement une solution de soliton brillant et noir à l'équation CGL à coefficient variable en utilisant une méthode ANSATZ. Plus récemment, Huang et al. [45] ont obtenu quatre familles de solutions exactes de solitons pour l'équation de CGL cubique-quintique à coefficient variable en utilisant la méthode HIROTA modifiée. A notre connaissance, aucune tentative n'a été faite concernant la recherche de solutions solitons de l'équation avec coefficient dépendant de l'espace. Dans notre travail, nous étudions l'applicabilité de l'ANSATZ proposée par Fang et al. [44] sur l'équation CQCSH avec des coefficients dépendant de l'espace.

Nous présentons l'équation non-linéaire de *Swift-Hohenberg* suivante avec les termes non-linéaire cubique et quintique [09] :

$$iE_z + \frac{d(z)}{2}E_{tt} + |E|^2 E + (h(z) + is(z))E_{ttt} + (\rho(z) - i\mu(z))|E|^4 E = i\sigma(z)E + i\alpha(z)E_{tt} + i\gamma(z)|E|^2 E \quad (\text{III.2})$$

Où E_z , E_{tt} et E_{ttt} sont respectivement, la dérive du champ électrique par rapport à la distance de propagation ou nombre aller-retour dans la cavité, la deuxième dérive par rapport au temps et la quatrième dérive du champ électrique par rapport au temps et $d(z)$, $h(z)$, $s(z)$, $\rho(z)$, $\mu(z)$, $\sigma(z)$, $\alpha(z)$ et $\gamma(z)$ sont des paramètres du milieu qui dépendent de la coordonnée spatiale z .

Pour cela, nous avons trouvé deux cas possibles qui produisent deux types de solutions solitoniques à l'équation (III.2).

III.2.1. Soliton brillant

Dans cette partie, nous chercherons le soliton brillant à l'équation (III.2). Analytiquement les célèbres méthodes de résolution adaptées pour ce genre d'équation sont la méthode d'ANSATZ directe [44] et le formalisme de couplage amplitude-phase. En appliquant la méthode de couplage amplitude-phase :

$$E(z, t) = u(z, t) \exp([i\phi(z, t)]) \quad (\text{III.3})$$

Où $E(z,t)$ est l'enveloppe complexe du champ électrique, $u(z,t)$ est la partie d'amplitude tandis que $\phi(z,t)$ est la partie de phase du soliton, et qui représente la forme de l'impulsion.

Avec : $u(z,t)$ et $\phi(z,t)$ sont donnés par [44]:

$$u(z,t) = A(z) \operatorname{sech}\{\eta(z)(t - T(z))\} \quad (\text{III.4})$$

$$\phi(z,t) = \beta(z) \ln \operatorname{sech}\{\eta(z)(t - T(z))\} + a(z) + b(z)t + c(z)t^2 \quad (\text{III.5})$$

Où $\beta(z)$ désigne le paramètre chirp non-linéaire, $A(z)$, $\eta(z)$, $T(z)$ et $\phi(z,t)$ sont des fonctions réelles de z et représentent l'amplitude, la largeur inverse de l'impulsion, la position temporelle et la phase, respectivement. Les paramètres $a(z)$, $b(z)$ et $c(z)$ décrivent la phase initiale, la fréquence et les effets de chirps linéaires, respectivement.

En substituant l'ANSATZ (III.3) dans l'équation (III.2), puis en séparant les parties réelles et imaginaires, en mettant à zéro les coefficients des combinaisons indépendantes des fonctions tangente hyperbolique ' \tanh ' et sécante hyperbolique ' sech ', on obtient le système d'équations paramétriques suivant :

$$\left\{ \rho A^5 + A \eta^4 (h(24 - 35\beta^2 + \beta^4) - 10s\beta(5 - \beta^2)) = 0 \right\} \quad (\text{III.6.a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A^3 - 2hA\eta^4(24 - 35\beta^2 + \beta^4) + 20sA\beta\eta^4(5 - \beta^2) - dA\eta^2\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right) - 3\alpha A\beta \\ \eta^2 - 2hA\eta^2\left(9\beta^2(\eta^2 - 2c) + 14\eta^2(\beta^2 - 1) + 3\beta^2(\beta^2 - 2)(b + 2ct)^2\right) + 6sA\beta\eta^2 \\ \left(-3\beta^2(b + 2ct)^2 + (2 - \beta^2)(-\eta^2 + 2c) - 7\eta^2\right) = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{III.6.b})$$

$$\left\{ 4A\beta\eta^3(6s(\beta^2 - 1) - h\beta(11 - \beta^2))(2ct + b) = 0 \right\} \quad (\text{III.6.c})$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & hA \left(\frac{3\beta^2(\eta^2 - 2c)^2 + 5\eta^4 + \beta^2}{(\beta^2(b + 2ct)^2 + 6\eta^2)(b + 2ct)^2} \right) - 6sA\beta \left((-\beta^2(b + 2ct)^2 - \eta^2)(2c - \eta^2) + \eta^4 \right) \\
 & - A \left(\left(\frac{d}{dz} \beta \right) \left(\ln(\operatorname{sech}(\eta(t - T))) \right) + a + bt + ct^2 \right) + \beta \left(\frac{d}{dz} a + \left(\frac{d}{dz} b \right) t + \left(\frac{d}{dz} c \right) t^2 \right) \\
 & + 2dA\eta^2 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 \right) + 3\alpha A \beta \eta^2 + 2hA\eta^2 \left(\frac{9\beta^2(\eta^2 - 2c) + 7\eta^2(\beta^2 - 2) + 3\beta^2}{(\beta^2 - 2)(b + 2ct)^2} \right) \\
 & - 6sA\beta\eta^2 \left(-3\beta^2(b + 2ct)^2 + (2 - \beta^2)(-\eta^2 - 2c) - 7\eta^2 \right) + \frac{1}{2} dA \left(\frac{-\eta^2 - \beta^2}{(b + 2ct)^2} \right) + \alpha A \beta \\
 & (2c - \eta^2) + hA\eta^4(24 - 35\beta^2 + \beta^4) - 10sA\beta\eta^4(5 - \beta^2) = 0
 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.6.d)}
 \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & -A\beta \left(-\left(\frac{d}{dz} \eta \right) (t - T) + \eta \left(\frac{d}{dz} T \right) \right) + dA\beta^2\eta(b + 2ct) - 2\alpha A\beta\eta(b + 2ct) + 4hA\beta^2\eta \\
 & \left(3(2c - \eta^2) - \beta^2(b + 2ct)^2 - 5\eta^2 \right) (b + 2ct) - 4sA\beta\eta \left(\frac{3\beta^2(2c - \eta^2) + \beta^2(b + 2ct)^2}{+5\eta^2} \right) \\
 & (b + 2ct) + 4hA\beta^2\eta^3(11 - \beta^2)(b + 2ct) - 24sA\beta\eta^3(\beta^2 - 1)(b + 2ct) = 0
 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.6.e)}
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ -\mu A^5 + 10hA\beta\eta^4(5 - \beta^2) + sA\eta^4(24 - 35\beta^2 + \beta^4) = 0 \right\} \quad \text{(III.6.f)}$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & -\gamma A^3 - \frac{3}{2} dA\beta\eta^2 + \alpha A\eta^2(2 - \beta^2) - 20hA\beta\eta^4(5 - \beta^2) - 2sA\eta^4(24 - 35\beta^2 + \beta^4) \\
 & - 6h\beta\eta^2 \left(\frac{(2 - \beta^2)(2c - \eta^2) - 3\beta^2}{(b + 2ct)^2 - 7\eta^2} \right) - 2sA\eta^2 \left(\frac{3\beta^2(\beta^2 - 2)(b + 2ct)^2 + 7\beta^2\eta^2}{-14\eta^2 - 9\beta^2(-\eta^2 + 2c)} \right) = 0
 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.6.g)}
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ (-4sA\beta^2\eta^3(11 - \beta^2) - 24hA\beta\eta^3(\beta^2 - 1))(b + 2ct) = 0 \right\} \quad \text{(III.6.h)}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\sigma A + \frac{d}{dz} A + 2hA\beta \left(\frac{3(-\beta^2(b+2ct)^2 - \eta^2)}{(2c-\eta^2)+\eta^4} \right) + sA \left(\frac{\beta^2(\beta^2(b+2ct)^2 + 6\eta^2)}{(b+2ct)^2 - 3\beta^2(2c-\eta^2)^2} \right. \\ & \left. + 5\eta^4 \right) \\ & + \frac{3}{2} dA\beta\eta^2 - \alpha A\eta^2(2-\beta^2) + 6hA\beta\eta^2 \left(\frac{2(2c-\eta^2) - 3\beta^2(b+2ct)^2 - \beta^2(2c-\eta^2)}{-7\eta^2} \right) \\ & + 2sA\eta^2((7\beta^2\eta^2 - 9\beta^2(2c-\eta^2)) - 14\eta^2 + 3\beta^2(\beta^2 - 2)(b+2ct)^2) + 10hA\beta\eta^4 \\ & (5-\beta^2) + sA\eta^4(24 - 35\beta^2 + \beta^4) + \frac{1}{2} dA\beta(2c-\eta^2) - \alpha A(-\eta^2 - \beta^2(b+2ct)^2) = 0 \end{aligned} \right. \quad (III.6.i)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -dA\beta\eta(b+2ct) - 2\alpha A\beta^2\eta(b+2ct) - A \left(\left(\frac{d}{dz} \eta \right) (t-T) - \left(\frac{d}{dz} T \right) \right) + 24hA\beta\eta^3(\beta^2 - 1) \\ & (b+2ct) + 4sA\beta^2\eta^3(11-\beta^2)(b+2ct) + 4hA\beta\eta(3\beta^2(2c-\eta^2) + 5\eta^2 + \beta^2(b+2ct)^2) \\ & (b+2ct) + 4sA\beta^2\eta(3(2c-\eta^2) - \beta^2(b+2ct)^2 - 5\eta^2)(b+2ct) = 0 \end{aligned} \right. \quad (III.6.j)$$

$$\left\{ 4sA\beta^2\eta(3(2c-\eta^2) - \beta^2(b+2ct)^2 - 5\eta^2)(2ct+b) = 0 \right\} \quad (III.6.k)$$

Notre but est d'obtenir les paramètres du soliton brillant $\{ A(z), \eta(z), T(z), \beta(z), a(z), b(z) \text{ et } c(z) \}$ en fonction des coefficients dépendant de l'espace de l'équation (III.2). En résolvant le système d'équations (III.6), on peut obtenir l'expression suivante des paramètres du soliton brillant:

$$b(z) = 0 \quad (III.7)$$

$$c(z) = 0 \quad (III.8)$$

$$\beta(z) = \beta_0 = cte \quad (III.9)$$

$$\eta(z) = \eta_0 = cte \quad (III.10)$$

$$T(z) = T_0 = cte \quad (III.11)$$

$$a(z) = \frac{\eta^2}{\beta} \int \left[\left\{ h(-6\beta^2 + \beta^4 + 1) + 4s(\beta^2 - 1)\beta \right\} \eta^2 + \frac{d}{2}(1 + \beta^2) + 2\alpha\beta \right] dz \quad (III.12)$$

$$A(z) = \eta \sqrt{\frac{2[s(19\beta^2 - \beta^4 - 10) + h(7\beta^3 - 23\beta)]\eta^2 + \alpha(2 - \beta^2) - \frac{3}{2}d\beta}{\gamma}} \quad (III.13)$$

Où d, h, s, α et γ désigne respectivement $d(z), h(z), s(z), \alpha(z)$ et $\gamma(z)$.

Nous voyons clairement à travers les équations (III.10) et (III.11) que la largeur inverse d'impulsion $\eta(z)$ est constante, à savoir que la largeur d'impulsion ne changera pas pendant la propagation et nous notons également que la position temporelle $T(z)$ du soliton est constante et la vitesse de groupe $V = dT(z)/dt$, cela signifie que la position centrale de l'impulsion dans la direction de propagation ne change pas lors de la propagation dans le milieu.

Nous remarquons aussi à travers l'équation (III.13) que l'amplitude du soliton brillant est affectée par des coefficients GVD du deuxième et du quatrième ordre ($d(z)$ et $h(z)$), ainsi que par les coefficients de filtrage spectral de deuxième ordre et d'ordre supérieur ($s(z)$ et $\alpha(z)$ respectivement), et enfin le coefficient de gain non-linéaire $\gamma(z)$.

Ce soliton brillant (III.3) avec les paramètres (III.5) et (III.12) ne peut exister que dans les conditions suivantes :

$$\sigma(z) = \frac{1}{A} \frac{d}{dz} A + ((\beta^2 - 1)\alpha + d\beta)\eta^2 + s(\beta^4 - 6\beta^2 + 1)\eta^4 + 4h(1 - \beta^2)\beta\eta^4 \quad (III.14)$$

$$\gamma(z) = - \frac{\left[\left((s(38\beta - 2\beta^3) + h(14\beta^2 - 46))\beta - 20s \right) \eta^2 - \left(\alpha\beta + \frac{3}{2}d \right) \beta + 2\alpha \right]}{\left[\left((h(38\beta - 2\beta^3) + s(46 - 14\beta^2))\beta - 20h \right) \eta^2 + \left(\frac{1}{2}d\beta - 3\alpha \right) \beta - d \right]} \quad (III.15)$$

$$\frac{\mu(z)}{\rho(z)} = \frac{(35\beta^2 - \beta^4 - 24) + 10(\beta^2 - 5)\beta \left(\frac{h}{s}\right)}{10(\beta^2 - 5)\beta + (\beta^4 - 35\beta^2 + 24) \left(\frac{h}{s}\right)} \quad (\text{III.16})$$

III.2.2. Soliton noir

Dans cette partie, nous cherchons le soliton noir à l'équation (III.2). Pour ce faire, comme dans la partie précédente, nous introduisons l'ANSATZ directe suivant [44] :

$$u(z,t) = A(z) \tanh \{ \eta(z) (t - T(z)) \} \quad (\text{III.17})$$

$$\phi(z,t) = \beta(z) \ln \operatorname{sech} \{ \eta(z) (t - T(z)) \} + a(z) + b(z)t + c(z)t^2 \quad (\text{III.18})$$

Où $\beta(z)$ est le paramètre chirp non-linéaire, $A(z)$, $\eta(z)$, $T(z)$ et $\phi(z,t)$ sont des fonctions réelles de z et représentent l'amplitude, la largeur inverse d'impulsion, la position temporelle et la phase, respectivement. Les paramètres $a(z)$, $b(z)$ et $c(z)$ décrivent les effets de phase initiale, de fréquence et les effets de chirps linéaires, respectivement.

En remplaçant l'ANSATZ de l'équation (III.17) et l'équation (III.18) dans l'équation (III.3), on obtient :

$$E(z,t) = A(z) \tanh \{ \eta(z) (t - T(z)) \} e^{\beta(z) \ln \operatorname{sech} \{ \eta(z) (t - T(z)) \} + a(z) + b(z)t + c(z)t^2} \quad (\text{III.19})$$

En substituant l'ANSATZ de l'équation (III.19) dans l'équation (III.2), puis en séparant les parties réelles et imaginaires, en mettant à zéro les coefficients des combinaisons indépendantes des fonctions tangente hyperbolique ' \tanh ' et sécante hyperbolique ' sech ', on obtient le système d'équations paramétriques suivant :

$$\{ \rho A^5 + hA\eta^4 (h(24 - 35\beta^2 + \beta^4) - 10sA\beta\eta^4(5 - \beta^2)) = 0 \} \quad (\text{III.20.a})$$

$$\{ 4hA\beta^2\eta^3(11 - \beta^2)(2ct + b) - 24sA\beta\eta^3(\beta^2 - 1)(2ct + b) = 0 \} \quad (\text{III.20.b})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A^3 + dA\eta^2 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 \right) + 3\alpha A\beta\eta^2 + 2hA\eta^2 \left(\frac{10\beta^2\eta^2 + 3\beta^2(\beta^2 - 2)(2ct + b)^2 + 6\beta^2}{\eta^2 - 9\beta^2(2c - \eta^2)} - 20\eta^2 \right) \\ - 2sA\beta\eta^2 (2\beta^2\eta^2 - 34\eta^2 - 9\beta^2(2ct + b)^2 - 3(\beta^2 - 2)(2c - \eta^2)) = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{III.20.c})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -A\beta \left(-\left(\frac{d}{dz} \eta \right) (t - T) + \eta \left(\frac{d}{dz} T \right) \right) + dA\beta^2\eta(b + 2ct) - 2\alpha A\beta\eta(b + 2ct) + 4hA\beta^2\eta \\ \left(3(2c - \eta^2) - 8\eta^2 - 3\eta^2 - \beta^2(b + 2ct)^2 \right) (b + 2ct) - 4sA\beta\eta \left(\begin{array}{l} 3\beta^2(2c - \eta^2) + \beta^2 \\ (b + 2ct)^2 + 8\eta^2 - \\ 3\beta^2\eta^2 \end{array} \right) \\ (b + 2ct) + 4hA\beta^2\eta^3(11 - \beta^2)(b + 2ct) - 24sA\beta\eta^3(\beta^2 - 1)(b + 2ct) = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{III.20.d})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -A \left(\left(\frac{d}{dz} \beta \right) (\ln(\text{sech}(\eta(t - T)))) + a + bt + ct^2 \right) + \beta \left(\frac{d}{dz} a + \left(\frac{d}{dz} b \right) t + \left(\frac{d}{dz} c \right) t^2 \right) \\ + dA \left(-\eta^2 - \frac{1}{2} \beta^2(b + 2ct)^2 \right) + \alpha A\beta(2c - 3\eta^2) + hA \left(\begin{array}{l} 16\eta^4 + \beta^2 \left(\frac{12\eta^2 + \beta^2}{(b + 2ct)^2} \right) \\ (b + 2ct)^2 + 3\beta^2 \left(\frac{4\beta^2\eta^2 -}{(2c - \eta^2)} \right) \\ (2c - \eta^2) \end{array} \right) \\ - 6sA\beta(3\eta^4 + \beta^2(2\eta^2 - (2c - \eta^2)))(b + 2ct)^2 - 2\eta^2(2c - \eta^2) = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{III.20.e})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha A\beta\eta(b + 2ct) - 12hA\beta^2\eta(2c - \eta^2)(b + 2ct) - 4sA\beta\eta(-2\eta^2 - \beta^2(b + 2ct)^2) \\ (b + 2ct) = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{III.20.f})$$

$$\left\{ -\mu A^5 + 10hA\beta\eta^4(5 - \beta^2) + sA\eta^4(24 - 35\beta^2 + \beta^4) = 0 \right\} \quad (\text{III.20.g})$$

$$\left\{ (4sA\beta^2\eta^3(11 - \beta^2) + 24hA\beta\eta^3(\beta^2 - 1))(b + 2ct) = 0 \right\} \quad (\text{III.20.h})$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\gamma A^3 + \frac{3}{2}dA\beta\eta^2 - \alpha A\eta^2(2 - \beta^2) + 2hA\beta\eta^2 \left(\frac{2\beta^2\eta^2 - 34\eta^2 - 9\beta^2(b + 2ct)^2}{3(\beta^2 - 2)(2c - \eta^2)} - \right) + \\ & 2sA\eta^2(-20\eta^2 + 16\beta^2\eta^2 - 9\beta^2(2c - \eta^2) + 3\beta^2(\beta^2 - 2)(b + 2ct)^2) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.20.i})$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -A \left(\left(\frac{d}{dz} \eta \right) (t - T) - \eta \left(\frac{d}{dz} T \right) \right) - dA\beta\eta(b + 2ct) - 2\alpha A\beta^2\eta(b + 2ct) + 4hA\beta \\ & \left(\frac{16\eta^2 - 3\beta^2\eta^2 + \beta^2(b + 2ct)^2}{+3\beta^2(2c - \eta^2)} \right) (b + 2ct) + 4sA\beta^2\eta(3(2c - \eta^2) - 11\eta^2 - \beta^2(b + 2ct)^2) \\ & (b + 2ct) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.20.j})$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\alpha A + \frac{d}{dz} A - \alpha A \left(\frac{-2\eta^2 - \beta^2(b + 2ct)^2}{\beta^2(b + 2ct)^2} \right) + dA\beta \left(c - \frac{3}{2}\eta^2 \right) + sA \left(\frac{16\eta^4 + \beta^2}{\beta^2(b + 2ct)^2} \right) (b + 2ct)^2 \\ & + 6hA\beta(3\eta^4 + \beta^2(3\eta^2 - 2c)(b + 2ct)^2 - 2\eta^2(2c - \eta^2)) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.20.k})$$

$$\left\{ \begin{aligned} & A \left(\left(\frac{d}{dz} \eta \right) (t - T) - \eta \left(\frac{d}{dz} T \right) \right) + dA\beta\eta(b + 2ct) - 12sA\beta^2\eta(2c - \eta^2)(b + 2ct) + 4hA\beta \\ & \eta(-2\eta^2 - \beta^2(b + 2ct)^2)(b + 2ct) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.20.l})$$

En résolvant ce système d'équations (III.20), nous pouvons obtenir les différents paramètres de solitons $\{ A(z), \eta(z), T(z), \beta(z), a(z), b(z) \text{ et } c(z) \}$ en fonction des coefficients dépendant de l'espace de l'équation (III.2). Dans les formes suivantes :

$$b(z) = 0 \quad (III.21)$$

$$c(z) = 0 \quad (III.22)$$

$$\beta(z) = \beta_0 = cte \quad (III.23)$$

$$\eta(z) = \eta_0 = cte \quad (III.24)$$

$$T(z) = T_0 = cte \quad (III.25)$$

$$a(z) = \int \left(-\frac{\eta^2}{\beta} (2\alpha + 3d\beta - (h(16 - 15\beta^2) + 30s\beta)\eta^2) \right) dz \quad (III.26)$$

$$A(z) = \eta \sqrt{-\frac{10[s(4 - 5\beta^2) + h(8 - \beta^2)\beta]\eta^2 + \alpha(2 - \beta^2) - \frac{3}{2}d\beta}{\gamma}} \quad (III.27)$$

Ainsi, cette solution de soliton noir (III.3) avec les paramètres (III.18) et (III.26) pourrait exister dans les conditions suivantes :

$$\sigma(z) = \frac{1}{A} \frac{d}{dz} A + \left(2\alpha - \frac{3}{2}d\beta \right) \eta^2 + (s(16 + 15\beta^2) + 30h\beta) \eta^4 \quad (III.28)$$

$$\gamma(z) = -\frac{\left(\left(\alpha(2 - \beta^2) - \frac{3}{2}d\beta \right) \eta^2 - s(50\beta^2 - 40) \eta^4 - h(10\beta^3 - 80\beta) \eta^4 \right)}{2h(10 - 37\beta^2 + \beta^4) \eta^4 - 2s(23 - 7\beta^2) \beta \eta^4 + \left(\frac{d}{2}(2 - \beta^2) + 3\alpha\beta \right) \eta^2} \quad (III.29)$$

$$\frac{\mu(z)}{\rho(z)} = \frac{(35\beta^2 - \beta^4 - 24) + 10(\beta^2 - 5)\beta \left(\frac{h}{s}\right)}{10(\beta^2 - 5)\beta + (\beta^4 - 35\beta^2 + 24) \left(\frac{h}{s}\right)} \quad (\text{III.30})$$

Où h, s, d, α et γ désigne respectivement $h(z), s(z), d(z), \alpha(z)$ et $\gamma(z)$.

De l'équation (III.24) et (III.25) il est évident que la largeur inverse d'impulsion $\eta(z)$ est constante, à savoir que la largeur d'impulsion ne changera pas pendant le long de propagation et nous notons également que la position temporelle $T(z)$ du soliton est constante et la vitesse de groupe $V = dT(z)/dt$, cela signifie que la position centrale de l'impulsion dans la direction de propagation ne change pas lors de la propagation dans le milieu.

Nous remarquons aussi de l'équation (III.27) que l'amplitude du soliton noir est affectée par les coefficients GVD ($d(z)$ et $h(z)$) du deuxième et du quatrième ordre, ainsi que par les coefficients de filtrage spectral de deuxième ordre et d'ordre supérieur $s(z)$ et $\alpha(z)$ respectivement), et enfin le coefficient de gain non-linéaire $\gamma(z)$.

III.3. Simulation numérique : Dynamique des solitons

En se basant sur le modelé que nous avons étudié dans la partie précédente, nous avons simulé l'évolution temporelle et spatiale du profil de l'intensité du champ électrique normalisée dans deux milieux, homogène et inhomogène. L'objectif de cette étude de simulation est d'étudier les effets des différents paramètres dans la construction et la propagation des solutions de solitons obtenues.

III.3.1. Milieu homogène

Un milieu homogène est un milieu où l'indice est identique en tout point, c'est-à-dire, les propriétés du milieu sont les mêmes en tout point de l'espace. Les équations non-linéaires décrivant la propagation des ondes dans un milieu homogène non-linéaire sont donc à coefficients constants.

Dans cette partie, nous allons étudier la dynamique de formation des solitons obtenue pour le cas où les paramètres de l'équation étudiée peuvent être considérés comme étant constants. Afin d'étudier la dynamique de formation des solitons, nous avons proposé deux types de solutions pour l'équation CQCSH (III.2).

- Une solution avec une variation de la forme sécante hyperbolique de l'équation (III.4) : dans ce cas, nous avons trouvé un soliton de type brillant.
- Une solution avec une variation de la forme tangente hyperbolique de l'équation (III.17) : dans ce cas, nous avons trouvé un soliton de type noir.

III.3.1.1. Soliton brillant

La figure (III.1) représente l'évolution temporelle et spatiale de l'intensité de la solution localisée du soliton de l'équation (III.4) pour le régime de dispersion normal ($d < 0$: la dispersion négative).

Il est largement clair que, le soliton (comme des solutions pour l'équation (III.4)) est stable et conserve sa forme lors de sa distance de propagation (ou nombre d'aller-retour dans la cavité laser). Ainsi, les GVD jouent un rôle majeur dans le mécanisme de formation des solitons dans un tel milieu.

Pour le régime de dispersion normal ($d = -1$) : la figure (III.1-a), montre que l'onde se propage avec une amplitude positive (c'est-à-dire avec une intensité maximale positive). Il faut noter que le caractère de l'intensité est invariant au cours de la propagation. Par ailleurs, la largeur temporelle de l'impulsion du soliton demeure stable lors de la propagation. En modifiant les effets de la dispersion et celles du filtrage spectral, le soliton se déplace dans ce milieu sans être déformé et sans distorsion (*soliton non perturbé*). L'impulsion qui en résulte, est appelée soliton brillant fondamental (*Bright soliton*). La conservation de la forme du soliton dans ce milieu engendre des propriétés de propagation dans la cavité laser importante. Ce genre de soliton a été obtenu en considérant les constantes suivantes : $h_0 = 3$, $s_0 = 0.6$, $\alpha_0 = 1.5$, $\beta_0 = 0.05$, $\eta_0 = 0.4$ et les autres paramètres qui sont déterminés par les équations (III.12) et (III.16).

La figure (III.1-b) représente l'évolution du profil du soliton correspondant le long de la distance de propagation dans la cavité laser. D'après cette figure, on peut confirmer les résultats précédents, c'est-à-dire que l'amplitude reste inchangée avec l'évolution temporelle et spatiale du soliton.

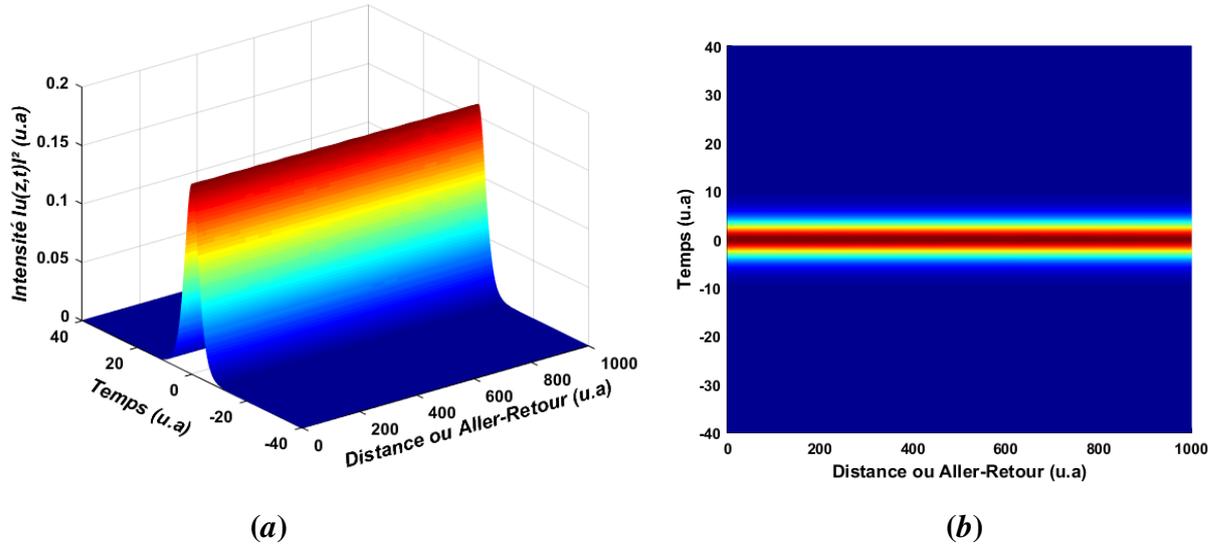


Figure III.1 : (a) : Evolution de l'intensité de la solution localisée du soliton à l'équation (III.4) en régime normal (soliton brillant), (b) : profil du soliton brillant.

III.3.1.2. Soliton noir

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats numériques obtenus par la solution de l'équation (III.17) (une solution avec une variation de forme tangente hyperbolique). La figure (III.2) illustre la variation temporelle et spatiale de l'intensité du champ électrique dans le cas : régime de dispersion anormal ($d > 0$).

Pour le régime de dispersion anormal ($d = 1$) : la figure (III.2-a), montre que l'onde se propage avec une amplitude minimale nul, de façon stable et ne subit pas d'élargissement ou de compression. En modifiant les effets de la dispersion et celles du filtrage spectral, le soliton se déplace dans ce milieu sans être déformée et sans distorsion. L'impulsion qui en résulte, est appelée soliton noir fondamental (*black soliton*). La conservation de la forme du soliton dans ce milieu donne des propriétés de propagation dans la cavité laser importante. Ce genre de soliton a été obtenu en considérant les constantes suivantes : $h_0 = 3$, $s_0 = 0.6$, $\alpha_0 = 1.5$, $\beta_0 = 0.05$ et $\eta_0 = 0.4$ ainsi que les autres paramètres déterminés par les équations (III.26) et (III.30).

La figure (III.2-b) représente l'évolution du profil du soliton correspondant le long de la distance de propagation dans la cavité laser. D'après cette figure, on peut confirmer les résultats précédents, c'est-à-dire que l'amplitude reste inchangée avec l'évolution temporelle et spatiale du soliton.

La différence entre les solitons brillants et noirs réside dans le fait que :

- Le soliton brillant présente un maxima positif pour ($t = 0$).
- Le soliton noir présente un minima nul pour ($t = 0$).

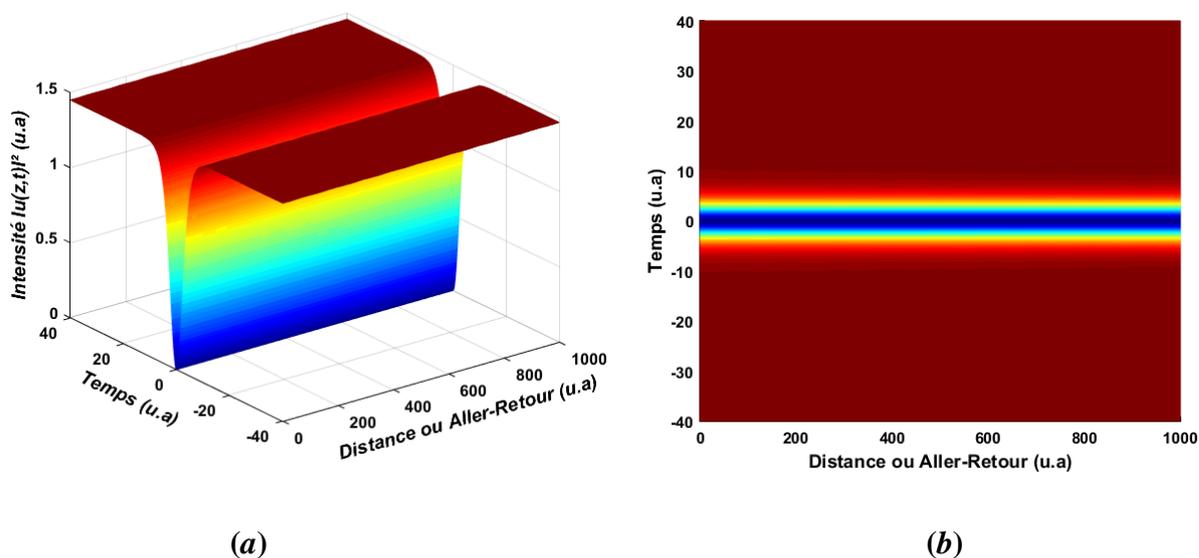


Figure III.2 : L'évolution et le comportement de l'intensité de la solution localisée de soliton (III.17) en régime anormal. (a) : soliton noir, (b) : Evolution du profil du soliton noir.

III.3.2. Milieu inhomogène

Ces dernières années, l'étude des systèmes inhomogènes a attiré beaucoup d'attention en raison de leurs avantages par rapport aux systèmes homogènes qui offrent des solitons théoriquement parfaits. De plus, ces systèmes inhomogènes ont été étudiés en détail en raison de leurs applications potentielles telles que l'amplification des impulsions, la compression des impulsions, les commutateurs optiques, la mise en forme d'impulsions, etc. En effet, le contrôle des solitons dans des milieux présentant des inhomogénéités offre de belles perspectives dans plusieurs domaines, sachant que les solitons sont très utiles dans le transport de l'énergie d'un endroit à l'autre dans le laboratoire, l'astrophysique et les plasmas, sans oublier que des structures électromagnétiques de solitons ont été utilisées dans les communications [46].

Dans ce qui suit, nous considérons le système (milieu) périodique avec une variation périodique de la dispersion du deuxième et du quatrième ordre et un comportement des paramètres du filtrage spectral du deuxième et du quatrième ordre [44] :

$$d(z) = d_0(1 + \varepsilon_1 \sin(\sigma_1 z))e^{-\lambda_1 z} \quad (\text{III.31})$$

$$h(z) = h_0(1 + \varepsilon_2 \sin(\sigma_2 z))e^{-\lambda_2 z} \quad (\text{III.32})$$

$$s(z) = s_0(1 + \varepsilon_3 \sin(\sigma_3 z))e^{-\lambda_3 z} \quad (\text{III.33})$$

$$\alpha(z) = \alpha_0(1 + \varepsilon_4 \sin(\sigma_4 z))e^{-\lambda_4 z} \quad (\text{III.34})$$

Où d_0, h_0, s_0 et α_0 représentent les paramètres du système. ε_i et λ_i avec $i = (1, 2, 3, 4)$ sont des constantes arbitraires qui représentent respectivement, des petites quantités caractérisant les amplitudes des fluctuations, des petites constantes réelles et σ_i est lié à la période de variation des paramètres du système. Les autres paramètres peuvent être directement appliqués par les équations (III.12), (III.16) ou (III.26), (III.30).

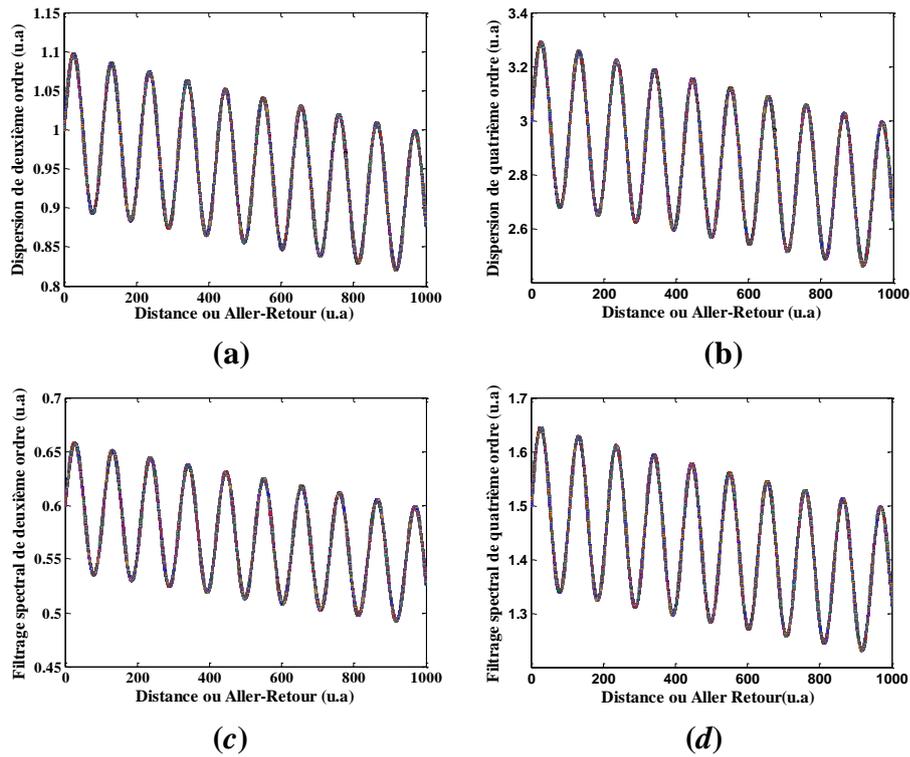


Figure III.3 : Variation des effets des paramètres du système en fonction de la distance ou aller-retour de propagation : (a) dispersion de deuxième ordre, (b) filtrage spectral de deuxième ordre, (c) dispersion de quatrième ordre et (d) filtrage de quatrième ordre.

Dans cette thèse, nous focalisons nos calculs numériques sur un système dynamique à coefficients variables, ce qui signifie que les paramètres du milieu ont été considérés comme étant

variés. Pour cela, nous avons tracé ces paramètres en fonction de la distance de propagation en utilisant les équations du système (III.31), (III.32), (III.33) et (III.34). Les figures (III.3-a, III.3-b, III.3-c, III.3-d) montrent la forme sinusoides amorties des paramètres du milieu (la dispersion du deuxième ordre et celle du quatrième ordre, le filtrage spectral du deuxième ordre et celui du quatrième ordre), avec les constantes suivantes : ($d_0 = 1, h_0 = 3, s_0 = 0.6, \alpha_0 = 1.5, \varepsilon_i = 0.1, \lambda_i = 0.0001$ et $\sigma_i = 0.6$).

III.3.2.1. Soliton brillant

Dans cette partie, nous allons étudier les effets des différents paramètres tels que (la dispersion de deuxième ordre d_0 , la dispersion de quatrième ordre h_0 , filtrage spectral de deuxième ordre s_0 et filtrage spectral de quatrième ordre α_0) sur la propagation des solitons obtenus pour l'équation (III.4).

III.3.2.1.1. Effet de la dispersion de deuxième ordre

Dans ce que suit, nous allons étudier les effets de la dispersion de deuxième ordre sur la propagation des solitons obtenue. La dispersion de deuxième ordre peut prendre des valeurs, négatives ($d_0 < 0$) correspondant à un régime normal, comme on peut le voir dans la figure (III.4).

Donc, à partir de l'équation (III.4) on peut tracer l'évolution de l'intensité $|u(z,t)|^2$ pour diverses valeurs de dispersion de deuxième ordre d_0 .

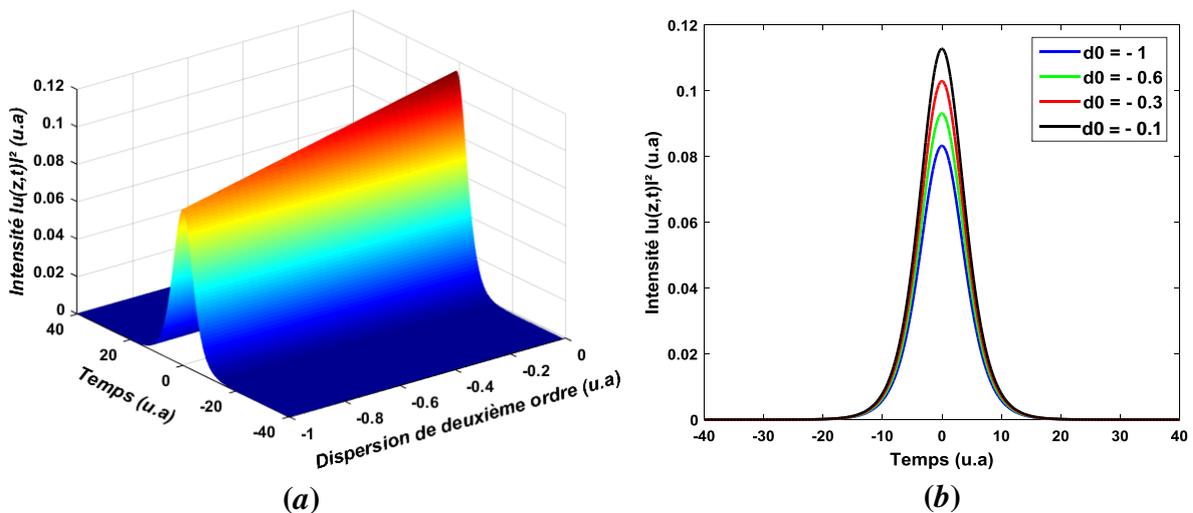


Figure III.4 : Propagation des impulsions solitons brillants avec différentes valeurs du paramètre de dispersion de deuxième ordre, d_0 .

L'impulsion étant un soliton brillant, la courbe en noir est celle d'avant et après propagation pour une valeur du paramètre de dispersion de deuxième ordre $d_0 = -0.1$, les trois courbes étant superposées. Idem pour la courbe en rouge, vert et celle en bleu pour respectivement $d_0 = -0.3$, $d_0 = -0.6$ et $d_0 = -1$; elles représentent à la fois l'impulsion avant et après propagation, car les impulsions ne subissent aucune déformation.

La figure (III.4-a), montre que plus la dispersion de deuxième ordre d_0 augmente plus l'impulsion augmente et cela est plus clair sur la vue tridimensionnelle (figure (III.4-b)).

III.3.2.1.2. Effet de la dispersion de quatrième ordre

Dans cette étape, nous allons étudier les effets de la dispersion de quatrième ordre sur la propagation des solitons obtenus. La dispersion de quatrième ordre peut prendre les valeurs h_0 (0, 1, 2 et 3) comme on peut le voir dans la figure (III.5).

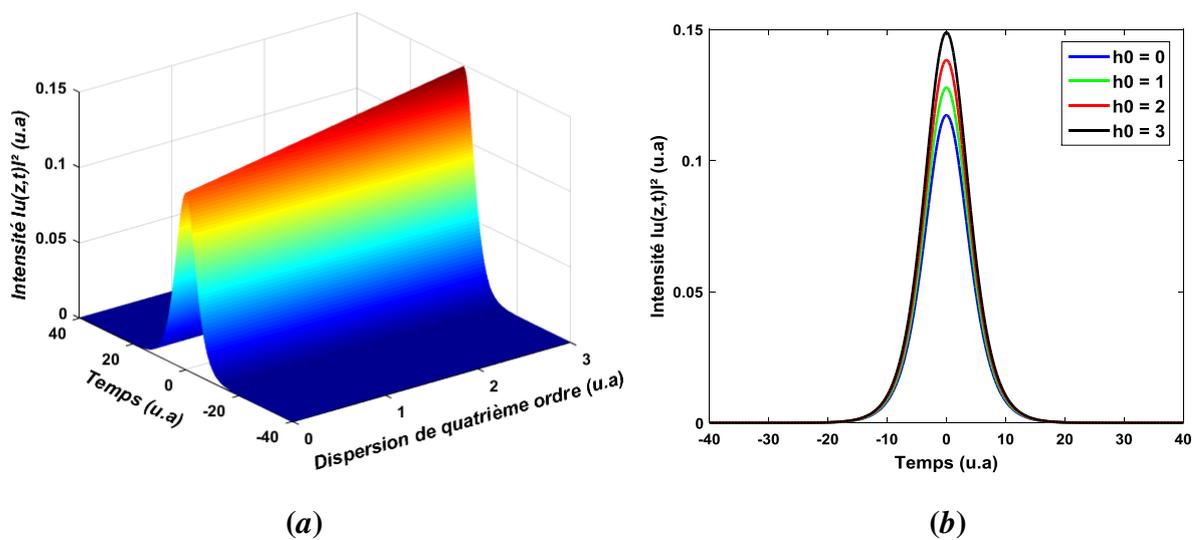


Figure III.5 : Différentes formes des solitons brillants avec différentes valeurs du paramètre de dispersion de quatrième ordre, h_0 .

La figure (III.5) illustre remarquablement le comportement d'un soliton brillant que nous avons obtenu pour différentes valeurs de dispersion de quatrième ordre h_0 . Nous voyons bien la variation de l'intensité $|u(z,t)|^2$ pour chacune des valeurs du paramètre de dispersion de quatrième ordre. Cette intensité est proportionnelle à la valeur du paramètre de dispersion de quatrième ordre h_0 .

III.3.2.1.3. Effet du filtrage spectral de deuxième ordre

Dans cette étape, nous allons étudier les effets du filtrage spectral de deuxième ordre sur la propagation des solitons obtenus. La figure III.6-a) trace différents profils d'un soliton brillant donné par l'équation (III.4) pour différentes variables de filtrage spectral de deuxième ordre. Le filtrage spectral peut prendre les valeurs, s_0 (0, 0.3, 0.6 et 1). On observe que plus l'intensité $|u(z,t)|^2$ du soliton engendre une diminution plus les paramètres variables de filtrage spectral de deuxième ordre s_0 diminuent et cela est clairement illustré sur la vue tridimensionnelle (figure (III.6-b)).

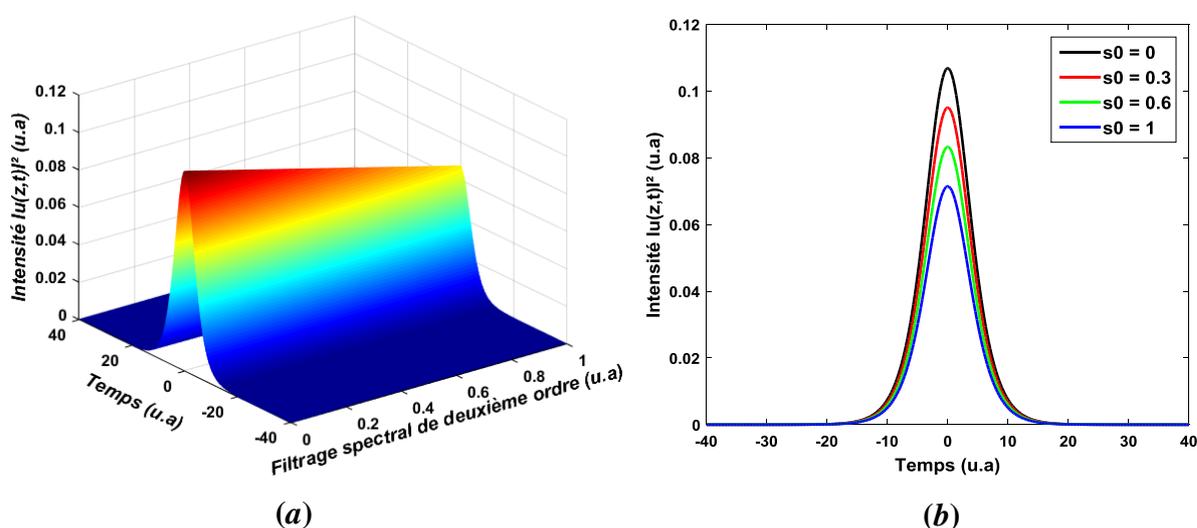


Figure III.6 : Différentes formes des solitons brillants avec différentes valeurs du paramètre de filtrage spectral de deuxième ordre, s_0 .

III.3.2.1.4. Effet du filtrage spectral de quatrième ordre

Dans cette partie, nous allons étudier les effets du filtrage spectral de quatrième ordre sur la propagation des solitons obtenus. Sur la figure (III.7-a), nous remarquons que lorsqu'on augmente la valeur de filtrage spectral de quatrième ordre de α_0 (0.5, 0.8, 1.1 et 1.5), le profil du soliton brillant donné par l'équation (III.4) augmente et cela peut être clairement observé sur la vue tridimensionnelle (figure (III.7-b)).

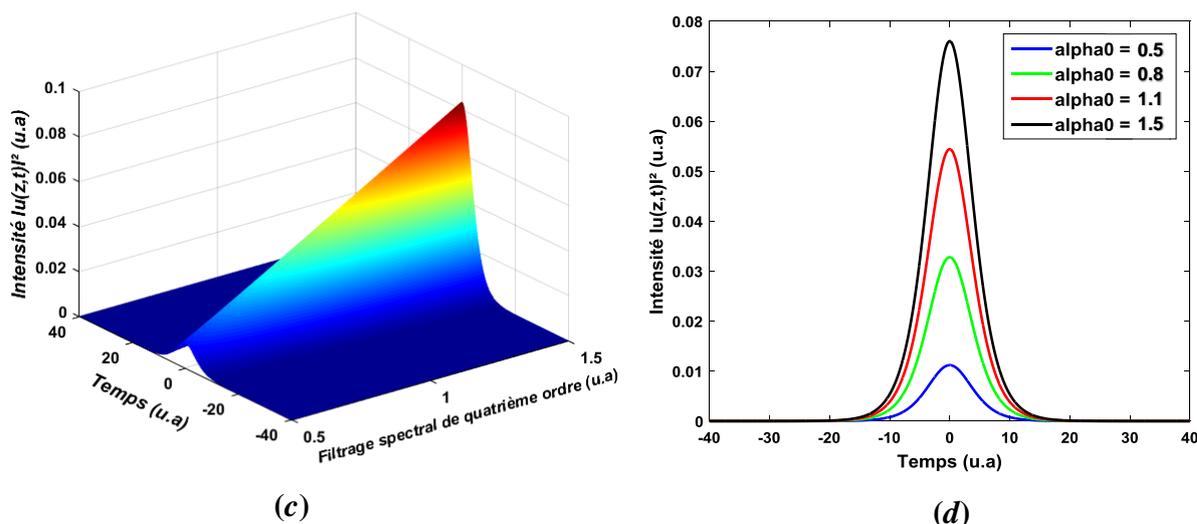


Figure III.7 : Différentes formes des solitons brillants avec différentes valeurs du paramètre de filtrage spectral de quatrième ordre, α_0 .

III.3.2.2. Soliton noir

Dans ce cas, nous nous sommes intéressés à l'étude des effets des différents paramètres tels que (la dispersion de deuxième ordre d_0 , la dispersion de quatrième ordre h_0 , filtrage spectral de deuxième ordre s_0 et filtrage spectral de quatrième ordre α_0) sur la propagation des solitons obtenus pour l'équation (III.17).

III.3.2.2.1. Effet de la dispersion de deuxième ordre

Dans cette partie, nous allons étudier l'influence des variations de la dispersion du deuxième ordre sur la propagation des solitons obtenus. La dispersion peut prendre des valeurs positives ($d_0 > 0$) correspondant à un régime anormal, comme on peut le voir dans la figure (III.8).

Donc, à partir de l'équation (III.17) on peut tracer l'évolution de l'intensité $|u(z,t)|^2$ pour diverses valeurs de la dispersion de deuxième ordre d_0 .

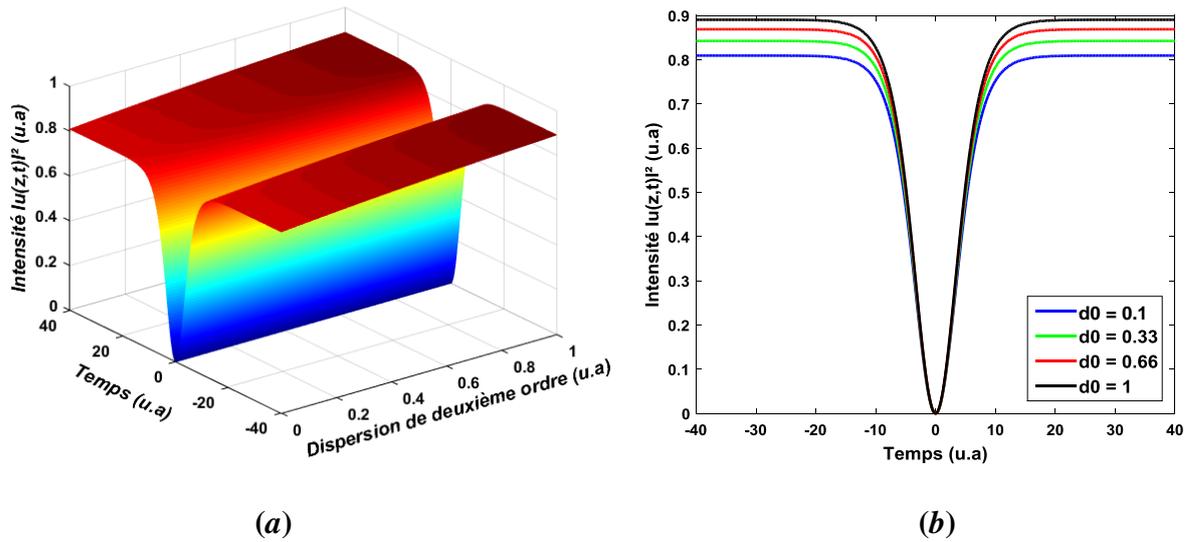


Figure III.8 : Différentes formes des solitons noirs avec différentes valeurs du paramètre de dispersion de deuxième ordre, d_0 .

Comme pour la simulation précédente, l'impulsion étant un soliton noir, la courbe en noir est celle avant et après propagation pour une valeur de la dispersion de deuxième ordre $d_0 = 0.1$. Idem pour les courbes en rouge, vert et celle en bleu pour respectivement $d_0 = 0.33$, $d_0 = 0.66$ et $d_0 = 1$. Elles représentent à la fois l'impulsion avant et après propagation.

La figure (III.8) nous permet de constater qu'une augmentation de l'intensité $|u(z,t)|^2$. Cette intensité est proportionnelle pour différentes valeurs du paramètre de dispersion de deuxième ordre d_0 . Donc il est clair qu'une grande valeur de la dispersion de deuxième ordre d_0 nous donnera une grande intensité du soliton.

III.3.2.2.2. Effet de la dispersion de quatrième ordre

Pour cet effet, nous allons étudier l'influence de la variation de la dispersion de quatrième ordre sur la propagation des solitons obtenus. La dispersion de quatrième ordre peut prendre les valeurs, h_0 (0, 0.8, 1.6 et 3).

Donc à partir de l'équation (III.17) on peut tracer l'évolution de l'intensité $|u(z,t)|^2$ pour diverses valeurs de la dispersion de quatrième ordre h_0 .

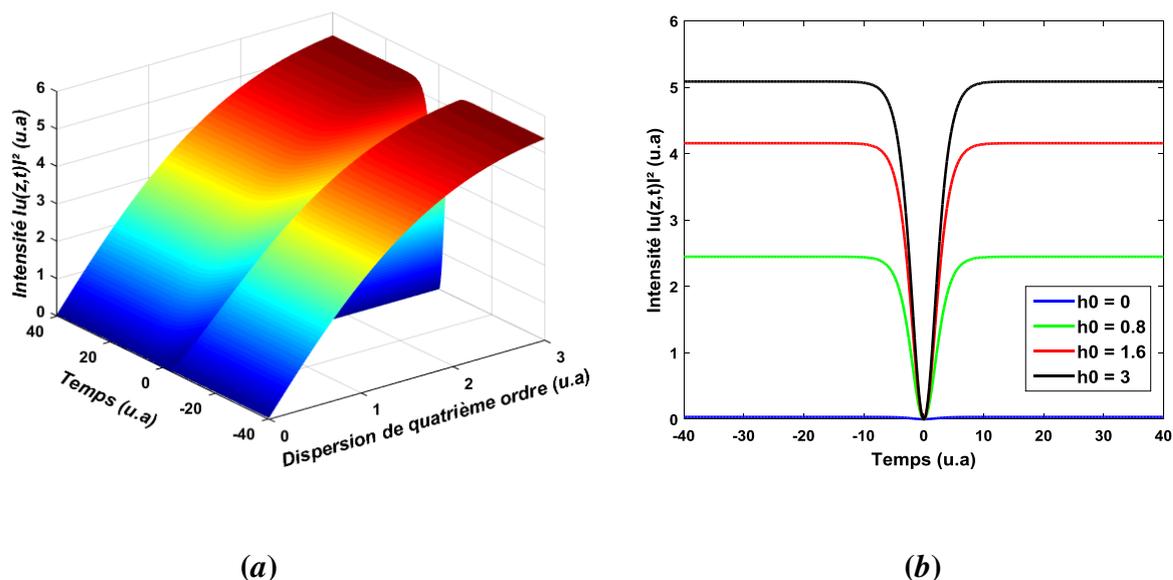


Figure III.9 : Différentes formes des solitons noirs avec différentes valeurs du paramètre de la dispersion de quatrième ordre, h_0 .

La figure (III.9-a), montre que plus la dispersion de quatrième ordre augmente plus la largeur de l'impulsion diminue tandis que l'intensité augmente, comme on peut le voir clairement sur la vue tridimensionnelle (figure (III.9-b)).

III.3.2.2.3. Effet du filtrage spectral de deuxième ordre

Pour les valeurs de filtrage spectral de deuxième ordre s_0 (0, 0.33, 0.66 et 1), on peut tracer l'évolution de l'intensité $|u(z,t)|^2$ de l'équation (III.17) due à l'effet de la dispersion du quatrième ordre. Nous constatons une augmentation de l'intensité de la propagation, avec la même largeur des solitons (figure (III.10)).

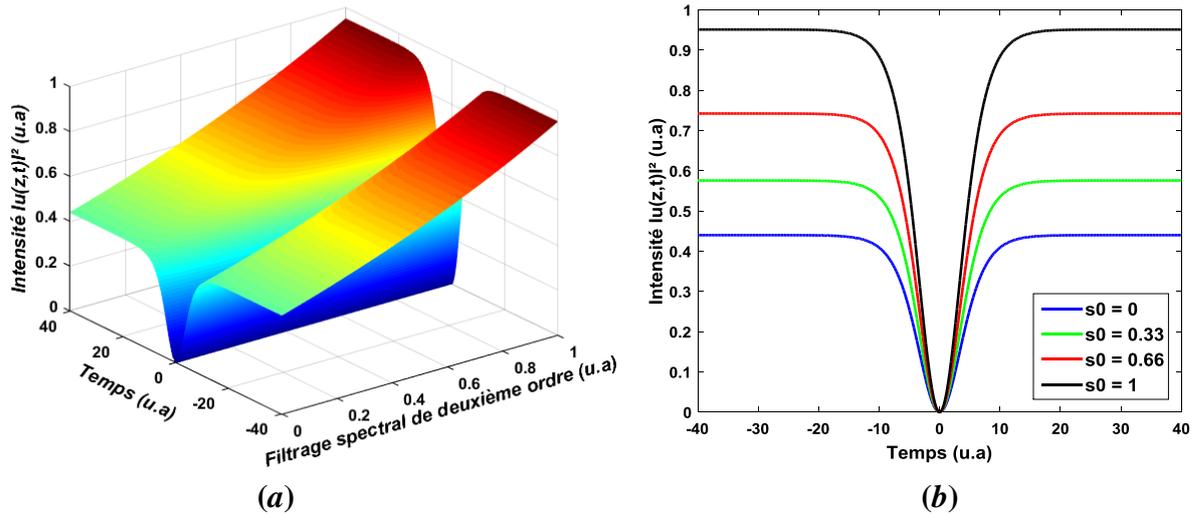


Figure III.10 : Différentes formes des solitons noirs avec différentes valeurs du paramètre de filtrage spectral de deuxième ordre, s_0 .

III.3.2.2.4. Effet du filtrage spectral de quatrième ordre

Pour le paramètre du filtrage spectral de quatrième ordre, nous allons étudier la propagation des solitons obtenus dans l'équation (III.17).

La figure (III.11-a) montre clairement l'influence du paramètre de filtrage spectral de deuxième ordre α_0 (0, 0.6, 1.2 et 2). Lorsque celui-ci augmente, l'intensité augmente aussi tandis que la largeur de l'impulsion reste fixe (figure (III.11-b)).

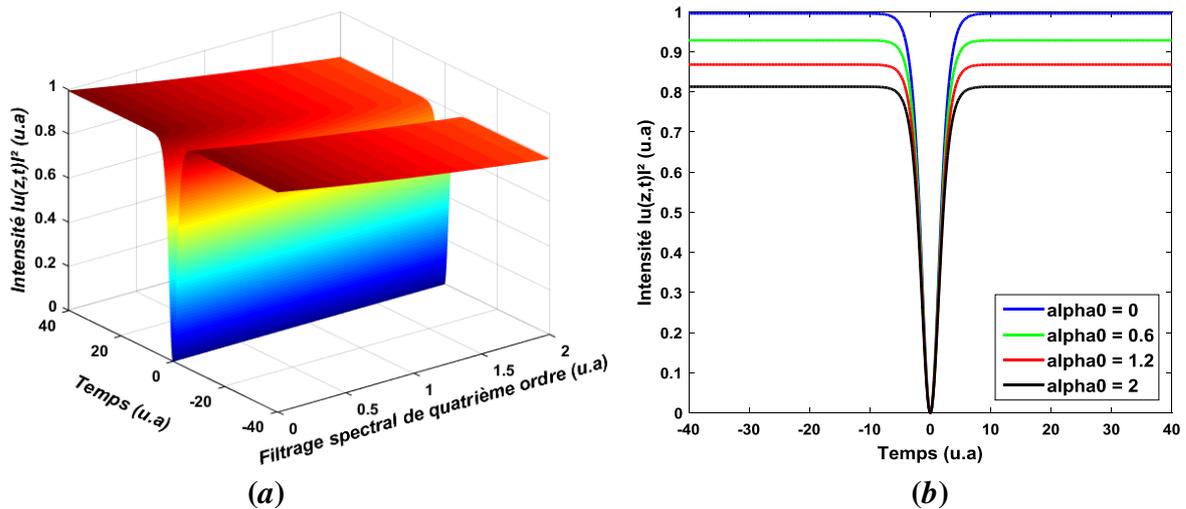


Figure III.11 : Différentes formes des solitons noirs avec différentes valeurs du paramètre de filtrage spectral de deuxième ordre, α_0 .

III.3.2.3. Soliton breather

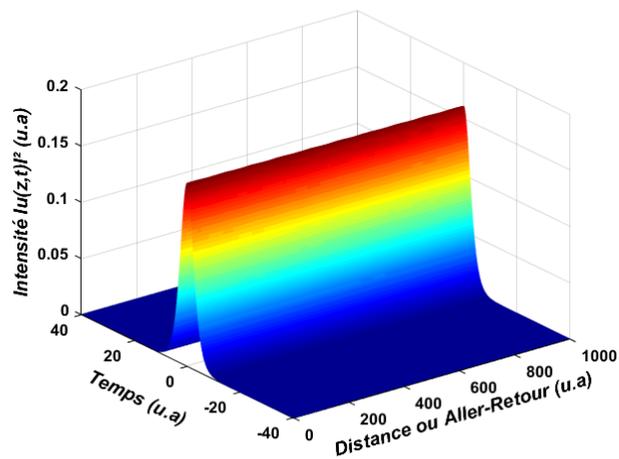
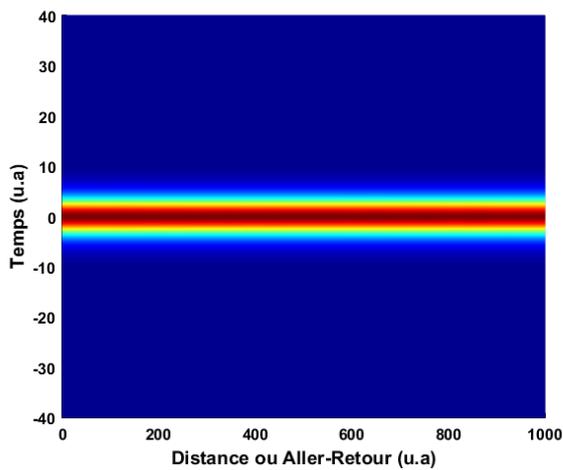
Il existe d'autres formes intéressantes de soliton, c'est le soliton d'ordre élevé périodique, c'est-à-dire que nous avons une réplique du signal à des distances multiples d'une distance particulière appelée la période du soliton (soliton impulsé). La première famille de breathers (ou solitons à respiration), fut découverte par Kuznetsov en 1977 [47] puis par Kawata et Inoue [48]. Enfin, Ma [49] en fit une description exhaustive en 1979. Ce dernier résolut l'équation de Schrödinger non-linéaire en considérant, pour état initial, une onde plane légèrement perturbée et, pour les conditions aux limites, un retour à l'état initial lorsque le temps tend vers l'infini. Il montra ainsi l'existence d'une famille d'ondes solitaires périodiques dans l'espace, entourées d'ondes dispersives résiduelles de petites amplitudes. Ces solitons sur un fond continu "respirent" et sont donc appelés breathers.

III.3.2.3.1. Soliton brillant breather

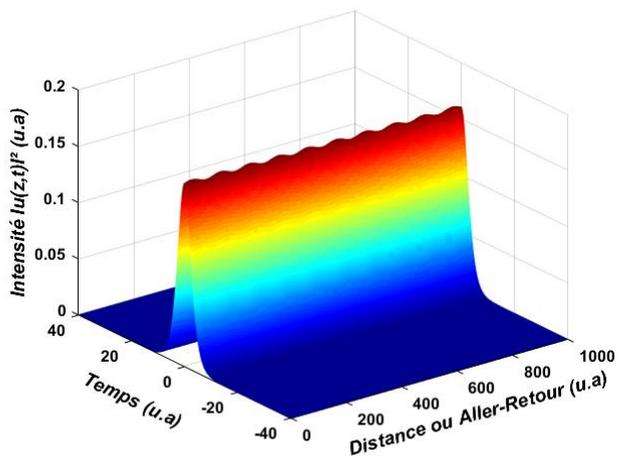
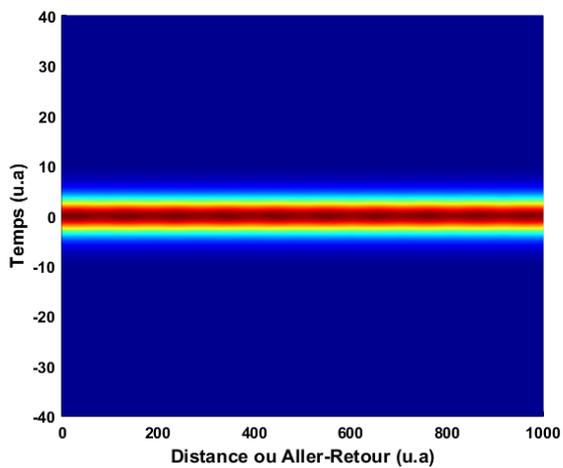
Dans cette partie, nous avons étudié la propagation de solitons sous l'effet des paramètres du système : ε_1 , ε_2 , ε_3 et ε_4 .

Nous avons obtenu, selon la solution de l'équation (III.4), un type important de solitons désigné dans la littérature par le terme anglais « periodic breather soliton ». La figure (III.12), montre clairement l'influence du paramètre du système sur la propagation et la forme du soliton.

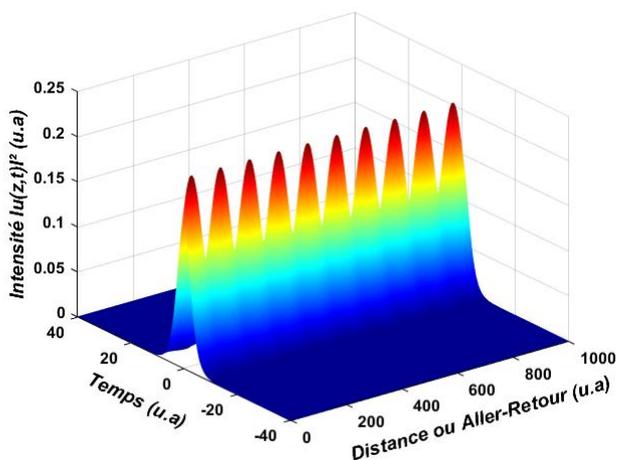
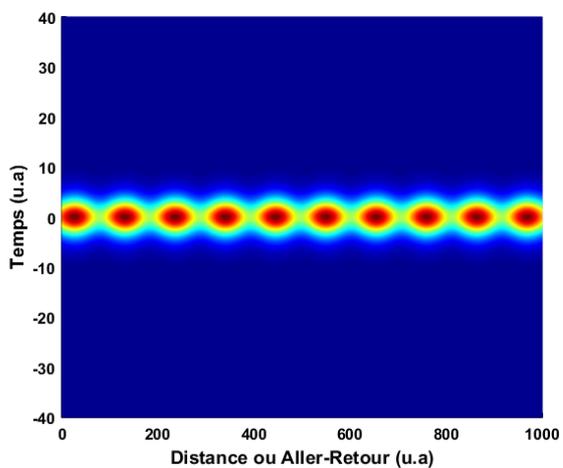
On observe clairement le mouvement périodique suivant la coordonnée de propagation z . Cette impulsion change périodiquement de profil au cours de la propagation, mais reconstitue exactement le même profil après chaque période. L'évolution spatiale du soliton montre que les valeurs des paramètres du système $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.001$ et $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.01$ augmentent (figure (III.12-a) et figure (III.12-b)), respectivement. Nous observons que la propagation solitaire est stable, mais avec de petites oscillations périodiques, le soliton brillant conserve sa nouvelle forme, alors que l'intensité du soliton augmente. Pour des valeurs encore plus élevées $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.3$ et $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$ (figure (III.12-c) et figure (III.12-d)), respectivement. Nous observons un comportement du soliton pulsé (impulsionnel) périodique régulier et stable au cours de la propagation.



(a)



(b)



(c)

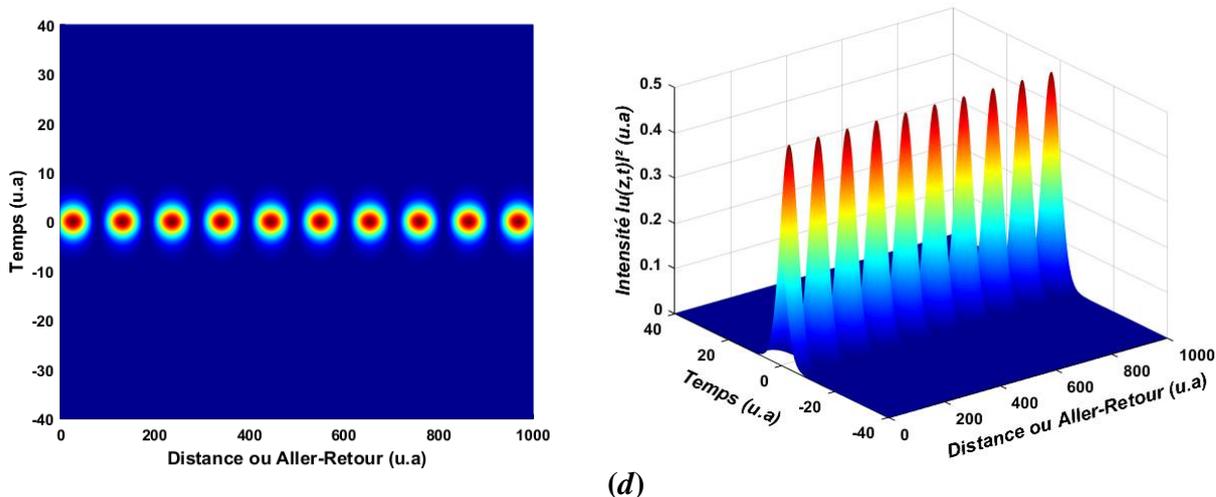


Figure III.12 : Evolution du soliton brillant breather à partir de l'équation (III.4) pour différentes valeurs de ϵ : (a) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 0.001$, (b) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 0.01$, (c) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 0.3$ et (d) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$

Par ailleurs, nous avons consacré une partie de notre étude à la propagation de soliton sous l'effet des paramètres de la largeur d'impulsion $\eta(z)$. La figure (III.13) représente l'évolution d'un soliton de type breather, où l'influence du paramètre ' η ' est clairement visible. Lorsque celui-ci diminue, la largeur de propagation de la soliton breather augmente, il a une forme différente et plus large par rapport au soliton breather de la figure (III.12). Du point de vue forme, ces impulsions sont propagées de façon stable.

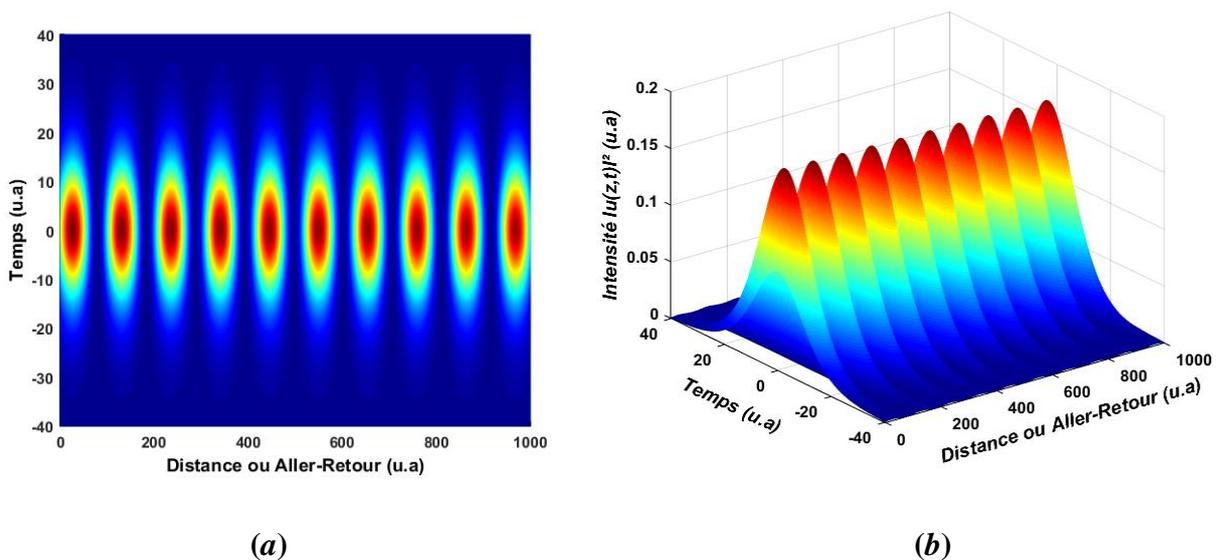
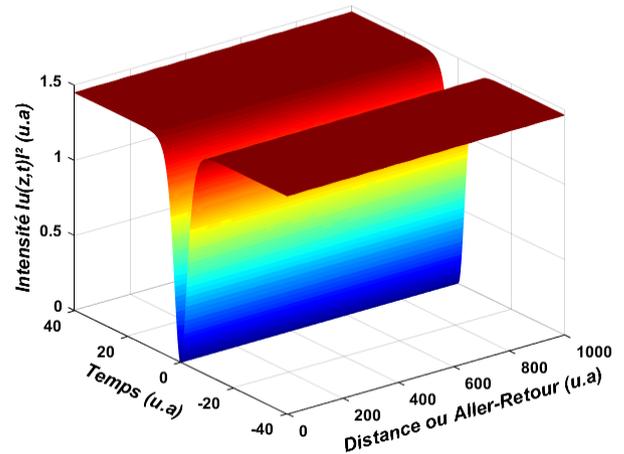
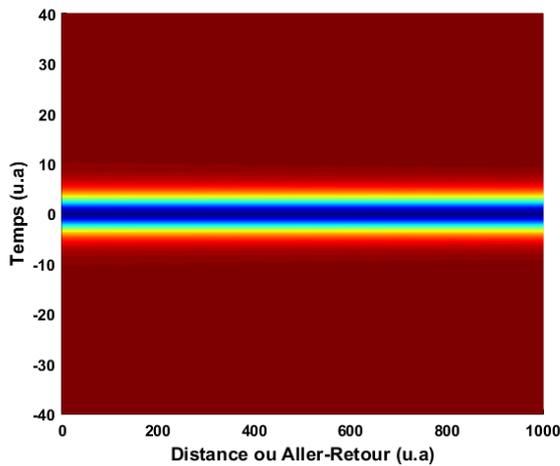


Figure III.13 : Evolution du soliton brillant breather à partir de l'équation (III.4) pour différentes valeurs de $\eta = 0.07$.

III.3.2.3.2. Soliton noir breather

Nous étudions maintenant la propagation de solitons sous l'effet des paramètres du système : ε_1 , ε_2 , ε_3 et ε_4 .

Donc à partir de l'équation (III.17) on peut tracer l'évolution de l'intensité $|u(z,t)|^2$ pour diverses valeurs des paramètres du système. On peut observer que les paquets d'ondes de l'intensité sont localisés dans le temps et oscillent périodiquement dans l'espace pendant sa propagation (figure (III.14)), ce que l'on appelle les solitons breather noirs. Ce paquet d'ondes change périodiquement de profil au cours de la propagation, mais reconstitue exactement le même profil après chaque période. L'évolution spatiale du soliton montre que, lorsque les valeurs des paramètres du système $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.001$ et $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.01$ augmente, la propagation solitaire est stable, mais avec de petites oscillations périodiques (figure (III.14-a) et figure (III.14-b)). Le soliton brillant conserve sa nouvelle forme malgré une augmentation de son intensité. Pour des valeurs encore plus élevées $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.4$ et $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, un comportement du soliton pulsé périodique stable au cours de la propagation peut être observé (figure (III.14-c) et figure (III.14-d)).



(a)

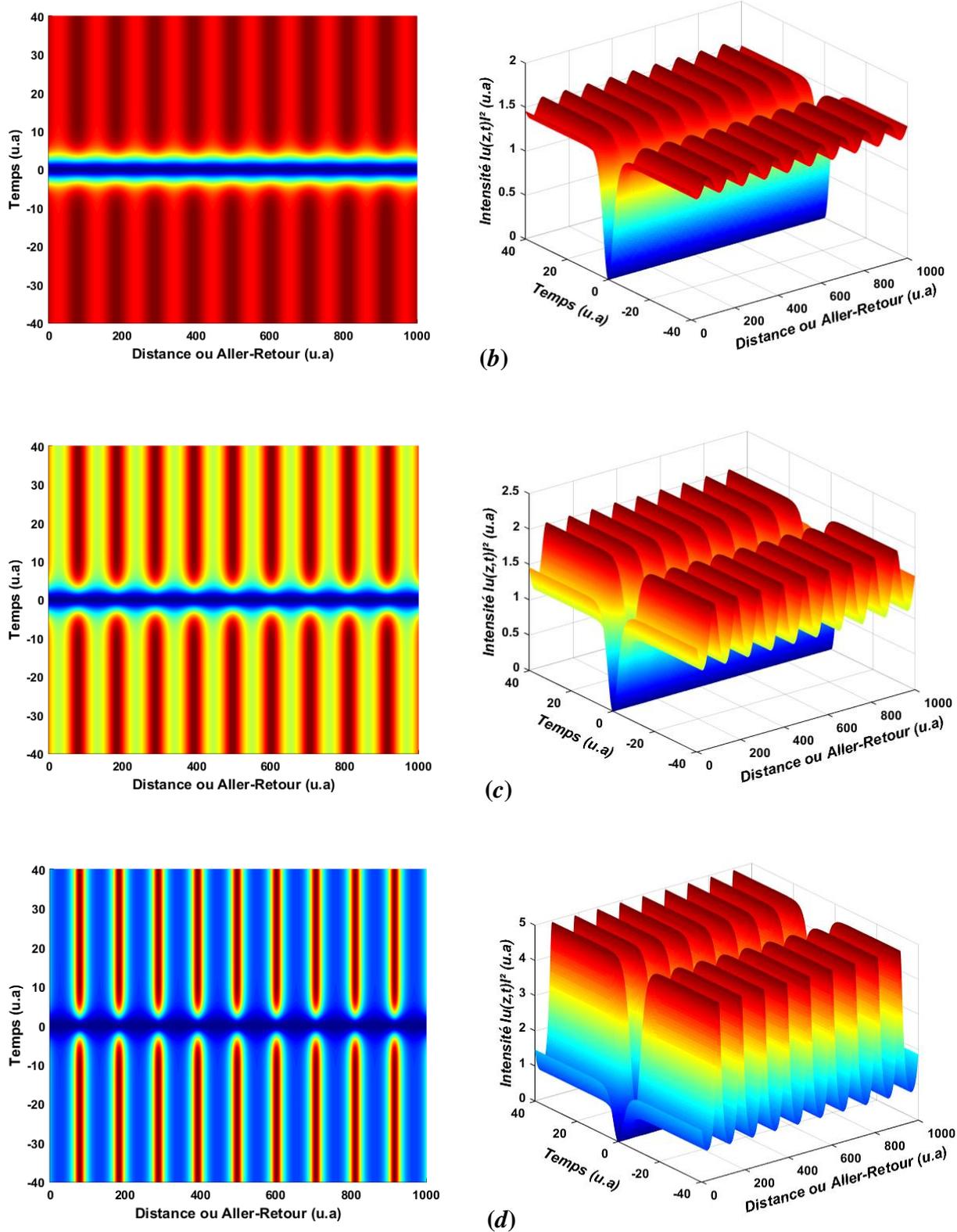


Figure III.14 : Evolution du soliton noir breather à partir de l'équation (III.17) pour différentes valeurs de : (a) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.05$, (b) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.1$, (c) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.4$ et

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$$

Enfin, nous discutons les effets du soliton chirpé qui se manifestent par un décalage temporel de l'enveloppe induit par une dispersion normale et une dispersion anormale à la fois pour le soliton (*Brillant et Noir*). Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\delta w(z,t) = -\frac{\partial \phi(z,t)}{\partial t} \quad (\text{III.35})$$

Mais l'intérêt de $\delta w(z,t)$ réside surtout dans sa signification physique : $\delta w(z,t)$ représente la fréquence instantanée de l'impulsion, également appelée "glissement de fréquence" ou plus usuellement "chirp temporel".

En faisant la substitution de l'équation de phase (III.5) dans l'équation (III.35), on obtient :

$$\delta w(z,t) = -\frac{\partial [\beta(z) \ln \operatorname{sech} \{ \eta(z)(t - T(z)) \} + a(z) + b(z)t + c(z)t^2]}{\partial t} \quad (\text{III.36})$$

Cela donne après dérivation :

$$\delta w(z,t) = \beta_0 \eta_0 \tanh[\eta_0(t - T_0)] \quad (\text{III.37})$$

Le profil chirpé est représenté sur la figure (III.15).

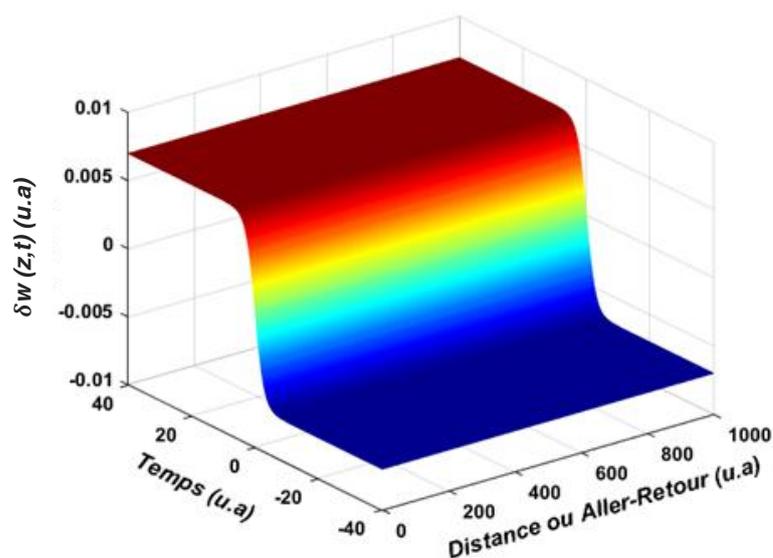


Figure III.15 : Profil chirpé temporellement $\delta w(z,t)$, avec $\beta_0 = 0.02$ et $\eta_0 = 0.35$.

La figure (III.15) représente la variation temporelle de profil chirpé, obtenu et tracé à partir de l'équation (III.37). Profil chirpé temporel $\delta\omega(z,t)$ pour les valeurs des paramètres suivants : $\beta_0 = 0.02$ et $\eta_0 = 0.35$.

III.4. Conclusion

Dans notre étude, en utilisant une méthode directe d'ANSATZ, nous avons obtenu des solutions numériques des solitons à l'équation complexe cubique-quintique de Swift-Hohenberg dépendant de l'espace et modélisant la propagation d'impulsions optiques ultracourtes dans diverses configurations de lasers à cavité bloquée en mode. Le modèle utilisé combine des non-linéarités cubiques et quintiques avec une dispersion de deuxième et quatrième ordre.

Nous avons étudié différentes dynamiques des solitons en considérant différentes formes de GVD et de non-linéarités représentées par un filtrage spectral. À titre d'exemple, nous avons considéré un système distribué périodique avec variation périodique des GVD de deuxième et quatrième ordres et un comportement périodique des paramètres de filtrage spectral de deuxième et quatrième ordres. Par un bon choix des différents paramètres contrôlant les solitons, on peut obtenir différentes formes et dynamiques des solitons, comme le soliton brillant (*Bright soliton*), le soliton noir (*Black soliton*), le soliton à impulsions périodiques spatiales ou le soliton impulsif (*Breather Soliton*) et bien d'autres structures semblables au soliton. Ces solitons peuvent trouver de nombreuses applications, en particulier, dans des lasers à fibre à blocage de mode avec des systèmes de fibres non-linéaires d'ordre supérieur combinés à des systèmes de fibres à gestion de dispersion.

III.5. Bibliographies

- [01] H. A. Haus, "Mode-Locking of Lasers", IEEE J. Sel. Top. Quant. Elec. 6, 1173, (2000).
- [02] I. N. Duling III and M. L. Dennis, "Compact Sources of Ultrashort Pulses", Cambridge, (1995).
- [03] U. Morgner et al, "Sub-Two Cycle Pulses From a Kerr-Lens Mode-Locked Ti:Sapphire Laser", Opt. Lett. 24 (6), 411, (1999).
- [04] L. Wang, "Fiber Based Mode Locked Fiber Laser Using Kerr Effect", University of Dayton, Doctoral Thesis, (2016).

- [05] Le Nguyen Binh and Dang Van Liet, " *Nonlinear Optical Systems* ", CRC Press, Taylor & Francis Group, (2012).
- [06] A. M. Weiner, " *Ultrafast Optics* ", John Wiley & Sons, INC, (2009).
- [07] Y. Shiquan et al, " *Stabilized Phase-Modulated Rational Harmonic Mode-Locking Soliton Fiber Laser* ", Photonics Technol. Lett., IEEE, 19, 393–395, (2007).
- [08] H. A. Haus, J. G. Fujimoto and E. P. Ippen, " *Analytic Theory of Additive Pulse and Kerr Lens Mode Locking* ", IEEE J. Quantum Electron. 28 2086, (1992).
- [09] S. C. V. Latas, " *High-Energy Plain and Composite Pulses in a Laser Modeled by the Complex Swift–Hohenberg Equation* ", Vol. 4, No. 2 / Photon. Res, (2016).
- [10] A. Mekozzi, J. D. Moores, H. A. Haus, and Y. Lai, Opt. Lett. 16 (23), 1841–1843, (1991).
- [11] V. V. Afanasjev, " *Interpretation of the effect of reduction of soliton interaction by bandwidth-limited amplification* ", Opt. Lett. 18 (10), 790–792, (1993).
- [12] N. Akhmediev and A. Ankiewicz, Dissipative Solitons (Springer-Verlag, 2005).
- [13] J. M. Soto-Crespo and N. Akhmediev, " *Composite solitons and two-pulse generation in passively mode-locked lasers modeled by the complex quintic Swift-Hohenberg equation* ", Phys. Rev. E 66, 066610, (2002).
- [14] K. Staliunas, M. F. H. Tarroja, G. Slekyš, C. O. Weiss, and L. Dambly, " *Analogy between photorefractive oscillators and class-A lasers* ", Phys. Rev. A 51, 4140, (1995).
- [15] J. Buceta, K. Lindenberg, J.M.R. Parrondo, " *Stationary and Oscillatory Spatial Patterns Induced By Global Periodic Switching* ", Phys. Rev. Lett. 88, 024103, (2002).
- [16] P. Kolodner, " *Drift, shape, and intrinsic destabilization of pulses of traveling-wave convection* ", Phys. Rev. A 44, 6448, (1991).
- [17] M. Dennin, G. Ahlers and D. S. Cannell, " *Chaotic Localized States near the Onset of Electroconvection* ", Phys. Rev. Lett. 77, 2475, (1996).
- [18] S. Longhi and A. Geraci, " *Swift-Hohenberg equation for optical parametric oscillators* ", Phys. Rev. A 54, 4581, (1996).
- [19] J. Lega, J. V. Moloney, and A. C. Newell, " *Swift-Hohenberg Equation for Lasers* ", Phys. Rev. Lett. 73, 2978, (1994).
- [20] K. Staliunas, " *Laser Ginzburg-Landau equation and laser hydrodynamics* ", Phys. Rev. A 48, 1573, (1993).
- [21] J. Lega, J.V. Moloney, A.C. Newell, " *Universal description of laser dynamics near threshold* ", Physica D 83, 478, (1995).

- [22] J.F. Mercier, J.V. Moloney, "Derivation of semiconductor laser mean-field and Swift-Hohenberg equations", *Phys. Rev. E* 66, 036221, (2002).
- [23] K. Staliunas, G. Slekyš, and C. O. Weiss, "Nonlinear Pattern Formation in Active Optical Systems: Shocks, Domains of Tilted Waves, and Cross-Roll Patterns", *Phys. Rev. Lett.* 79, 2658, (1997).
- [24] G. L. Oppo, A. J. Scroggie, and W. J. Firth, "Characterization, dynamics and stabilization of diffractive domain walls and dark ring cavity solitons in parametric oscillators", *Phys. Rev. E* 63, 066209, (2001).
- [25] A. Ankiewicz, K. Maruno, N. Akhmediev, "Periodic and Optical Soliton Solutions of the Quintic Complex Swift-Hohenberg Equation", *Physics Letters A* 308, (2003).
- [26] A. Ankiewicz, K. Maruno, and N. N. Akhmediev, "Optical Soliton Solutions of the Quintic Complex Swift-Hohenberg Equation", preprint-02090552, (2002).
- [27] P.A. BELANGER, "Coupled-Cavity Mode-Locking: a Nonlinear Model", *J. Opt. Soc. Am. B*, (1991).
- [28] J. D. MOORES, "On the Ginzburg-Landau Laser Mode-Locking Model With Fifth-Order Saturable Absorber Term", *Opt. commun*, (1993).
- [29] L. F. MOLLENAUER, J. P. GORDON and S. G. EVANGELIDES, "The Sliding-Frequency Guiding: an Improved From Soliton Jitter Control", *Opt. Lett.* (1992).
- [30] W. J. FIRTH, A. J. SCROGGIE, "Optical Bullet Holes: Robust Controllable Localized States of a Nonlinear Cavity", *Phys. Rev. Lett.* (1996).
- [31] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, "Dissipative Solitons in the Complex Ginzburg-Landau and Swift-Hohenberg Equations", *Lect. Notes Phys.* 661, (2005).
- [32] M. Wazwaz, "Multiple Soliton Solutions for Two Integrable Couplings of the Modified Korteweg-De Vries Equation", *Proc. Romanian Acad. A* 14, 219, (2013).
- [33] Y. Yang, Z. Tao, F.R. Austin, "Solutions of the Generalized KdV Equation With Time-Dependent Damping and Dispersion", *Appl. Math. Comput.* 216, 1029, (2010).
- [34] X. Li and M. Wang, "a Sub-ODE Method for Finding Exact Solutions of a Generalized Kdv-Mkdv Equation With High-Order Nonlinear Terms", *Phys. Lett. A* 361, 115, (2007).
- [35] H. Triki and T. R. Taha, "the Sub-ODE Method and Soliton Solutions for a Higher Order Dispersive Cubic-Quintic Nonlinear Schrodinger Equation", *Chaos, Solitons and Fractals* 42, 1068, (2009).
- [36] K. Nakkeeran, "Exact Dark Soliton Solutions for a Family of N Coupled Nonlinear Schrodinger Equations in Optical Fiber Media", *Phys. Rev. E* 64, 046611, (2001).

- [37] A. Biswas, " *I-Soliton Solution of the $K(M, N)$ Equation With Generalized Evolution* ", Phys. Lett. A 372, 4601, (2008).
- [38] H. Triki and A. M. Wazwaz, " *Bright and Dark Soliton Solutions for a $K(M, N)$ Equation With T dependent Coefficients* ", Phys. Lett. A 373, 2162, (2009).
- [49] B. Boubir, H. Triki and A.M. Wazwaz, " *Bright Soliton of the Variants of the Novikov-Veselov Equation With Constant and Variable Coefficients* ", Applied Mathematical Modelling 37 420-431, (2013).
- [40] S. Zhang, " *Application of Exp-Function Method to a Kdv Equation With Variable Coefficients* ", Phys. Lett. A 365, 448, (2007).
- [41] C. S. Liu, " *Trial Equation Method and Its Applications to Nonlinear Evolution Equations* ", Acta. Phys. Sin. 54, 2505, (2005).
- [42] C. S. Liu, " *A New Trial Equation Method and Its Applications* ", Commun.Theor.Phys.45, 395, (2006).
- [43] K. I. Maruno, A. Ankiewicz, and N. Akhmediev, " *Exact Soliton Solutions of the One-Dimensional Complex Swift–Hohenberg Equation* ", preprint-0209045, (2002).
- [44] F. Fang, Y. Xiao, " *Stability of Chirped Bright and Dark Soliton-Like Solutions of the Cubic Complex Ginzburg–Landau Equation With Variable Coefficients* ", Optics Communications 268 305–310, (2006).
- [45] Long-Gang Huang et al. , " *Analytic Soliton Solutions of Cubic-Quintic Ginzburg-Landau Equation With Variable Nonlinearity and Spectral Filtering in Fiber Lasers* ", Ann. Phys. (Berlin) 528, No.6, (2016).
- [46] J. Hitendra, K. Malik and R. P. Dahiya, " *Inhomogeneity Effect on Solitary Structures in a Magnetized Warm Plasma: Ionization versus Recombination* ", The Open Plasma Physics Journal, 7, 18-30, (2014).
- [47] Kuznetsov, E.A., " *Solitons in parametrically unstable plasma* ", Doklady Akademii Nauk Sssr, 236(3): p. 575-577, (1977).
- [48] Kawata, T. and H. Inoue, " *Inverse scattering method for non-linear evolution equations under nonvanishing conditions* ", J. Phys. Soc. Jpn., 44(5): p. 1722-1729, (1978).
- [49] Ma, Y.-C., " *The perturbed plane-wave solutions of the cubic Schrödinger equation* ", Stud. Appl. Math., 60: p. 43-58, (1979).

Conclusion générale

Conclusion générale

Le but de ce travail était d'explorer la dynamique de propagation des solitons (*onde solitaire*) optiques modélisés par des équations différentielles non-linéaires de type Swift-Hohenberg (*SH*). Nos recherches orientées vers les systèmes laser à blocage de mode passif qui peuvent être décrits par l'équation complexe cubique-quintique de Swift-Hohenberg (*Cubic-Quintic Complex Swift-Hohenberg Equation : CQCSHE*). Plus particulièrement, nous avons utilisé *CQCSHE* avec des coefficients dépendant de l'espace, afin de modéliser la propagation d'impulsions optiques ultracourtes dans diverses configurations de lasers à cavité bloquée en mode.

Tout d'abord, nous avons proposé un modèle mathématique qui permet de décrire le soliton comme un nouveau concept physique qui se manifeste comme une nouvelle impulsion indéformable au cours de sa propagation, grâce à un équilibre parfait entre la non-linéarité (*effet de Kerr*) et la dispersion (ou *GVD* pour *Group Velocity Dispersion*). Également, nous avons étudié l'effet de la dispersion de deuxième et quatrième ordre ainsi que l'effet du filtrage spectral de deuxième et quatrième ordre sur la formation des solitons.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à l'étude de la dynamique de propagation dans un milieu homogène et inhomogène dont la modélisation de la dynamique se fait en utilisant le modèle *CQCSHE* avec des coefficients dépendant de l'espace. Des solutions exactes de type solitons brillant et soliton noir ont été déterminées en utilisant la méthode directe de l'*ANSATZ* d'onde solitaire. Ces solutions sont caractérisées par un profil spatial d'une fonction sécante hyperbolique. Nous avons également examiné les effets des différents paramètres dans la construction et la propagation des solutions de solitons obtenues. Cette étude a pour but de comprendre la physique qui sous-tend la propagation et la formations des solitons dans les lasers à blocage de mode, afin de concevoir un système idéal en sélectionnant de manière appropriée les différents paramètres du milieu en fonction de la situation pratique réelle.

Nous avons remarqué que l'évolution de l'intensité de la solution de *CQCSHE* avec des coefficients dépendant de l'espace, à la fois pour le régime normal ($d < 0$) et pour le régime anormal ($d > 0$), sont stables et conservent leurs formes. Ainsi, nous avons montré aussi que la dispersion de la vitesse de groupe (*GVD*) et le filtrage spectral joue un rôle majeur dans le mécanisme de formation des solitons dans un tel milieu. Les résultats présentés ont montré qu'une variété de formes de solitons (brillant, noir ...) peuvent être obtenues à travers la variation du

régime de la dispersion. Pour les systèmes périodiques, avec une variation périodique du *GVD* du deuxième et du quatrième ordre et un comportement périodique des paramètres du filtrage spectral, on peut obtenir différentes formes et dynamiques des solitons, comme le soliton brillant, le soliton noir et bien d'autres structures semblables au soliton mais avec une périodicité d'oscillation dans leurs intensités.

Les résultats obtenus ont montré que la méthode de l'*ANSATZ* d'onde solitaire est efficace pour déterminer les solutions numériques de type soliton pour les modèles d'équations de type *CQCSHE* avec des coefficients dépendant de l'espace. Les solutions obtenues pourraient être utilisés pour comprendre certains phénomènes intervenant au cours de la propagation non-linéaire des ondes dans les systèmes non-linéaires modélisés par les équations de type *CQCSHE*. En particulier, le choix des variations temporelles des paramètres physiques permet de contrôler et de moduler l'évolution spatio-temporelle des solitons *CQCSHE*.

Résumé

La génération d'impulsions optiques dans les lasers à blocage de mode est décrite, dans le cas d'un filtrage spectral compliqué, par l'équation complexe cubique–quintique de Swift–Hohenberg (CCQSHE). En utilisant la méthode de l'ANSATZ, nous avons étudié l'existence des solutions de solitons brillantes et noires des coefficients CCQSHE dépendant de l'espace. Les paramètres physiques des solutions de solitons ont été obtenus en fonction des coefficients variables de l'équation du modèle. Les conditions paramétriques pour l'existence des solutions soliton sont présentées. Par l'évolution numérique des solitons brillantes et noires, nous avons étudié l'influence des effets d'ordre supérieur, de la dispersion et de la non–linéarité, sur la propagation de solitons. Par une simulation numérique, nous avons pu trouver que ses solitons peuvent avoir une structure très localisée et peuvent ainsi se propager sans aucune déformation notable, sous certaines conditions déterminé par le modèle.

Notre travail de thèse se portera, donc, sur l'étude de la dynamique de propagation des impulsions dans les cavités laser incluant un filtrage spectral et un gain non–linéaire. Ainsi, notre travail s'articulera pour trouver des solutions numériques de type soliton ou onde solitaire au modèle qui régit la propagation des impulsions dans les systèmes optiques ouverts tels que les cavités laser.

Ce travail a fait l'objet d'une publication internationale, intitulé :

« *Chirped soliton solutions of the cubic–quintic Swift–Hohenberg equation with space–dependent coefficients* ».

Dans le journal: « *Optik – International Journal for Light and Electron Optics* ».

Abstract

The optical pulses generation in mode–locked lasers are described, in the case of complicated spectral filtering, by the cubic–quintic complex Swift–Hohenberg equation (CCQSHE). Using the ANSATZ method, we studied the existence of the bright and dark soliton solutions of the space–dependent coefficients CCQSHE. The physical parameters of the soliton solutions have been obtained as functions of the variable coefficients of the model equation. The parametric conditions for the existence of the soliton solutions are presented. By the numerical evolution of the bright and black solitons, we studied the influence of high order effects, dispersion and non–linearity's, on the propagation of the soliton solutions. By a numerical simulation, we could find that its solitons can have a very localized structure and can thus propagate without any noticeable deformation, under certain conditions determined by the model.

Our thesis work will focus, therefore, on the study of pulse propagation dynamics in laser cavities including spectral filtering and non–linear gain.

Thus, our work will be articulated to find numerical soliton or solitary wave solutions to the model that governs the propagation of pulses in open optical systems such as laser cavities.

This work was the subject of an international publication, heading,

« *Chirped soliton solutions of the cubic–quintic Swift–Hohenberg equation with space–dependent coefficients* ».

In the journal: « *Optik – International Journal for Light and Electron Optics* ».