الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة فرحات عباس بسطيف

أطــروحـــة

قُدِّمت بكلية العلوم
قسم الرياضيات
لنيل شهادة دكتوراه العلوم
فرع: رياضيات تطبيقية

من طرف
سيدي عمر عسالي

بعنوان

الأدوات الرياضية لعلم الفلك العربي

Les outils mathématiques de l'astronomie arabe

تحت إشراف: **الأستاذ أحمد جبار** و **الأستاذ حسين مقياس**

نوقشت في 27 سبتمبر 2012 أمام اللجنة المكونة من:

الرئيس: الدكتور بلقاسم ساحلي، أستاذ محاضر أ، جامعة فرحات عباس، سطيف
المقرر: الدكتور أحمد جبار، أستاذ الجامعات، جامعة ليل1 للعلوم والتكنولوجيا، فرنسا
المقرر المساعد: الدكتور حسين مقياس، أستاذ، جامعة فرحات عباس، سطيف
الممتحنون: الدكتور عبد المالك بوزاري، أستاذ محاضر أ، المدرسة العليا للأساتذة، الجزائر
الدكتور يوسف قرقور، أستاذ محاضر أ، المدرسة العليا للأساتذة، الجزائر

إهداء

يسرني ويشرفني أنْ أهدي هذا العمل

إلى روحِ والِديَّا الكريمين الذين عَلَّمَاني أنَّ دَرْبَ العلم طريق الفَلاَح.

إلى جميع أساتذتي الذين ساهموا في تعليمي طيلة مشواري الدراسي.

إلى رفيقة دربي وابني عبد اللطيف على صبرهما معي وتحمّلهما لي.

إلى كل الذين ساهموا من قريب أو من بعيد في إنجاز هذا العمل.

كلمة شكر

إنه لمن دواعي السعادة والامتنان أنْ أُقدِّم جزيل الشكر إلى أستاذنا الفاضل الأستاذ أحمد جبار (جامعة ليل-1 للعلوم والتكنولوجيا - فرنسا) الذي يرجع إليه الفضل الكبير في دخولنا ميدان البحث في علوم الرياضيات والفلك العربيين، بدءًا من إشرافه على تحضيرنا لأطروحة ماجستير، وعنايته المتواصلة بتزويدنا بما جاد من المعلومات القيِّمة في هذا المجال، وصولاً إلى اقتراحه لموضوع هذا البحث وتوجيهنا طيلة فترة تحضيرنا له. كما أشكر أستاذي المحترم حسين مقياس(جامعة فرحات عباس - سطيف) على تَقبُّله المشاركة في الإشراف على هذا البحث، وعلى كل الجهد والدعم الذي قدّمه لنا على مستوى مخبر الرياضيات التطبيقية بجامعة سطيف، ونُقدِّر لهما صبرهما الدؤوب على إرشادنا المتواصل، لأجل أنْ يصل هذا العمل إلى هدفه، مقدمًا لهما أخلص التقدير والاحترام اللائقين بمقامهما عندنا.

ولا أنسى أنْ أُقدِّم خالص الشكر والتقدير إلى كل الذين ساهموا في دعمنا خلال إنجاز هذا البحث. وأخص بالذكر الأستاذ ريشارد لورش(Richard Lorch) (جامعة لودفيج ـ ماكسيميليان بميونيخ ألمانيا)(Ludwig-Maximilians-Universität München) الذي زَوَّدنا بمخطوطتي كتاب الصاغاني؛ والأستاذ مصطفى أمبختة (رئيس وحدة التكوين والبحث في الرياضيات(UFR de Mathématiques) بجامعة ليل-1 بفرنسا) الذي حَفَّنا باستقباله، وهيأ لنا جوًا ملائمًا للبحث في قسمه، طيلة عام ونصف من إقامتنا عندهم؛ والأستاذ بيرنار مات(Bernard Maitte) (رئيس مركز تاريخ العلوم والإبيستيمولوجيا بجامعة ليل-1 بفرنسا)، الذي أمدَّنا بكل الدعم، وسَخَّر لنا مكتبة قسمه النفيسة التي أفادتنا كثيرًا.

وأُقدِّم جزيل الشكر إلى الأستاذ الفاضل مصطفى موالدي (معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب في سوريا)، على الدعم والتوجيه والإرشادات التي قدمها لنا في نشر مقالنا في "مجلة تاريخ العلوم العربية" التابعة لمعهده.

كما أُقدِّم جزيل الشكر إلى الأستاذين عبد المالك بوزاري ويوسف قرقور على كل التوجيهات التي قدماها لنا، وعلى تقبلهما المشاركة في لجنة المناقشة.

ولا يفوتني أن أُقدِّم شكري الجزيل إلى إخواني الأستاذ بالقاسم ساحلي والأستاذ أحمد بن جدو (جامعة فرحات عباس بسطيف)، على كل المجهودات والدعم الأخوي الذي قدَّماه لنا طيلة سنوات تحضير هذا العمل، وعلى تَحمُّلِنا بصدرهما الرحب وحسن الضيافة. وكذا الأستاذ عبد الكريم بن عبد الكريم (جامعة عمّار ثليجي بالأغواط) على المراجع القيِّمة التي زوَّدنا بها.

وأُقدِّم مرة أخرى خالص الشكر والتقدير للأستاذ بلقاسم ساحلي على تقبُّله المشاركة في لجنة المناقشة وترؤسها. وكذا الأستاذ عبد الحميد بن سريدي على كل الدعم الأخوي والجهود التي قدمها لنا.

الأدوات الرياضية لعلم الفلك العربي
The mathematical tools of Arabic astronomy
Les outils mathématiques de l'astronomie arabe

ملخص

نهدف في هذا العمل إلى دراسة الأدوات الرياضية لعلم الفلك العربي، مقتصرين على هندسة الإسقاطات العربية، وذلك بإبراز مساهمة أبي حامد الصاغاني(ت 990/379) في هذا الموضوع، من خلال مُؤلَّفِه "*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*". خِدْمَةً وإثراءً للأدوات الرياضية في التقليد الفلكي العربي، وذلك بعرض نماذج من طرق الإسقاط المختلفة للكرة الفلكية على سطحٍ مستوٍ، الواردة في التقليدين الهندسيين اليوناني والعربي الوسيط. والتي من بينها تسطيح الصاغاني؛ مُبْرِزِين جوانب من الميادين التطبيقية للإسقاطات في هذين التقليدين، مُرَكِّزين على مختلف الآلات الفلكية الحادثة عن تسطيح الكرة.

Abstract

The objectif of this work research is to highlight the contribution of Abū Hāmid al-Ṣāghānī (d. 379/990) in Arabic geometric projections. Through [The book on how to flatten the sphere on the surface of the astrolabe]. This research work is enrichment of the mathematic tools in the medieval tradition of the Arabic astronomy. by presenting examples of different methods of the projection of the astronomical sphere on the levels plan used in the Greek and medieval Arab geometric traditions included that of al-Ṣāghānī. Also we showed application fields of the projections in these traditions focusing on the different instruments of astronomy wich are a consequence the flattening of astronomical sphere.

Résumé

Notre objectif dans ce travail est de mettre en évidence la contribution d'Abū Hāmid al-Ṣāghānī (m. 379/990) dans le domaine de la géométrie des projections, à travers son [Livre sur la manière de projeter la sphère sur le plan de l'astrolabe]. Ce travail est un enrichissement des outils mathématiques de la tradition astronomique arabe. à travers l'exposé de différentes méthodes de projection de la sphère sur le plan. Dans ce travail sont également exposées et analysées d'autres projections utilisées dans l'astronomie arabe et sont décrits les déférents instruments obtenus par ces projections.

فهرس المحتويات

إصطلاحات

في كل عملنا هذا نعتمد ما يلي:

1- الترميز اللاتيني على الحروف العربية المتعلقة بالأشكال الهندسية.

س	ن	م	ل	ك	ي	ط	ح	ز	و	هـ	د	جـ	ب	أ
X	N	M	L	K	I	T	H	Z	W	E	D	G	B	A
							ث	ت	ش	ر	ق	ص	ف	ع
							P	V	S	R	Q	C	F	Y

2- جدول المصلحات المتعلقة بالترميز الهندسي.

لتكن A ، B ، G ، D نقاط في المستوي، عندئذ:

الخط AG أو (AG)	الخط المستقيم المار من النقطتين A ، G.
الخط $[AG)$	نصف المستقيم الممتد ناحية G انطلاقًا من A .
الخط $\overline{AG}$	القطعة المستقيمة المحصورة بين النقطتين A ، G.
الخط $\overline{F}$	خط معلوم القدر.
$\overline{AB} \equiv \overline{NF}$	الخطان $\overline{AB}$ $\overline{NF}$ متطابقان؛ أو أن $\overline{AB}$ من شكل معين يوافق $\overline{NF}$ من شكل آخر.
$A \equiv B$	النقطتان A ، B متطابقتان ؛ أو أن A من شكل معين توافق B من شكل آخر.
الدائرة $ABGD$	الدائرة المارة بالنقاط A ، B ، G ، D .
$(ABGD)$	سطح الدائرة المارة بالنقاط A ، B ، G ، D .
القوس $\widehat{AG}$	القوس المحصورة (الخط المنحني) بين النقطتين A ، G.
زاوية $\widehat{A}$ أو $\widehat{BAD}$	الزاوية التي رأسها نقطة A .

I- مقدمة عامة

I–1: مقدمة

I – 1–أ: مدخل.

إننا نعلم اليوم أنّ المسائل المتعلقة بالكرة، لاقت اهتمامًا واسعًا من قِبَلِ العديد من العلماء، بدءًا من علماء الحضارة اليونانية، الذين وضعوا المبادئ الأولى لهذا العلم، ثم علماء الحضارة العربية الإسلامية الذين عَمِلوا على نقل وفهم وتصحيح ما أنجزه اليونانيون في هذا الموضوع، من مفاهيم ومبادئ وأدوات، ثم تطويرها. ووجدت الهندسة الإسقاطية في موضوع علم الكرة، حيزًا خصبًا ومهمًا لتطبيقاتها، كما ساهم موضوع الكرة في تطوير واستثمار هذا الجانب من الهندسة[1]. وساهمَت هذه المواضيع مجتمعةً، في دفع الجانب التطبيقي الصناعي في علم الفلك، قُدُمًا نحو إنجاز العديد من الآلات الفلكية المختلفة، خصوصًا منها الأسطرلابات، والآلات الرصدية والتقويمية، القائمة أساسًا على موضوع تسطيح الكرة. وقد أُلِّفت في هذه المواضيع في المرحلة اليونانية كُتُبٌ هامة وصل منها إلينا، " *كتاب الأُكَر*" لثاوذسيوس(Theodose)(القرن 2 ق م)[2]، و" *كتاب الأشكال الكُرِّية*"[3] لمينالاوس(Ménélaüs)(القرن 1)، و" *كتاب الكرة المتحركة*" لأوطولوقس(Autolycos)(القرن 3 ق م)، و " *كتاب الكرة والأسطوانة*" لأرخميدس(Archimède)(القرن 3 ق م)(ت. 212 ق م)؛ ونذكر بخصوص تسطيح الكرة، " *كتاب في تسطيح بسيط الكرة*" (*Planisphère*) لبطلميوس القلاوذي(Ptolémée)(القرن 2).

نهدف في هذا العمل إلى دراسة الأدوات الرياضية لعلم الفلك العربي مقتصرين على هندسة الإسقاطات العربية، وذلك بإبراز مساهمة أبي حامد الصاغاني(ت. 990) في هذا الموضوع، من خلال مؤلَّفِه "*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*"[4]، خِدْمَةً للأدوات الرياضية في التقليد الفلكي العربي، في جانبيه التطبيقي والصناعي، المتعلقين بصناعة الآلات الفلكية. وحتى تكون دراستنا أكثر شمولية ومقارنة في هذا الموضوع، استَعَنَّا ببعض أعمال معاصريه، والعلماء اللاحقين به، مثل "*كتاب*

---

[1] – طاش كبرى زاده: *مفتاح السعادة ومصباح السيادة*، بيروت، دار الكتب العلمية، 1985، ص. 360.

رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري* (ابن سهل–القوهي–ابن الهيثم)، ترجمة شكر الله الشلوجي، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2001، ص. 126–152.

ABGRAL, Ph.: La géométrie de l'astrolabe au X^{e} siècle, *Arabic sciences and philosophy*, 10 (2000), p. 7-77.

[2] - ثاوذسيوس: *كتاب الأكر*، مخطوط باريس، المكتبة الوطنية، رقم 2367-1.

[3] – مينالاوس: *كتاب الأشكال الكرية*، مخطوط باريس، المكتبة الوطنية، رقم 2468.

[4] – مخطوط بنكيبور، رقم 2468/39، ص. 267و– 276ظ.

– مخطوط مكتبة أحمد الثالث، طوب قابو، اسطنبول، رقم 3342/4، ص. 76ظ–91و.

صنعة الأسطرلاب بالبرهان" للكوهي(القرن 10)، وشرح ابن سهل لكتاب الكوهي، و" *القانون المسعودي*" للبيروني(ت. 1048)، و"*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*"[5] للحسن المراكشي(القرن 13).

قَسَّمنا هذا العمل إلى خمسة فصول:

قَدَّمنا في الفصل الأول خلاصة عن التقليد الهندسي العربي وعلاقته بالإرثين اليوناني والهندي، ومُذَكِّرة حول أهم الوسائل والأدوات الرياضية المتعلقة بالهندسة الكروية، والمثلثات الكروية، وقطوع المخروطات، ذات الصلة بهندسة الإسقاطات؛ كما قمنا بعرض نماذج من طرق الإسقاط المعروفة في التقليد الرياضي العربي. وخَصَّصنا الفصل الثاني لحياة الصاغاني وأنشطته العلمية. أما الفصل الثالث فعرضنا فيه التحليل الرياضي، لكتاب الصاغاني في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب. وعرضنا في الفصل الرابع التحقيق العلمي، لكتاب الصاغاني في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب. وختمنا في الفصل الخامس بملاحق هامة، عرضنا فيها بعض الميادين التطبيقية لهندسة الإسقاطات، ومُعجمًا للمصطلحات العلمية الواردة في هذا البحث، وفهارس وببليوغرافيا عامة.

I – 1– ب: الإرث الهندسي اليوناني وأثره في التقليد الهندسي العربي.

من السنن الكونية أنه ما من حضارة إلاَّ وتقوم على إرث الحضارات السابقة لها. وهكذا كان الأمر في الحضارة العربية الإسلامية، التي قامت على الإرث العلمي لعدة حضارات، أهمها الحضارات اليونانية والهندية والبابلية. غير أنَّ ما يُمَيِّز الحضارة العربية الإسلامية، التي تبلورت بدءًا بترجمة الكتب العلمية اليونانية والهندية التي وصلت إليهم إلى اللغة العربية، هو أنهم عملوا على فهم هذه العلوم، وتدريسها على مستوى واسع، وإصلاح ما فيها من أخطاء، ثم إثرائها بنتائج وأدوات ومواد جديدة.

التقليد اليوناني:

لقد تخصص في الترجمة جملة من العلماء في بلاد الإسلام، العارفين باللغة اليونانية والعارفين باللغة الهندية، أمثال الفزاري وحنين بن إسحاق(القرن 9) وإسحاق بن حنين(808–873)، وثابت بن قرة(ت. 901)، وعمر بن فرخان الطبري. وكان لهؤلاء الفضل في نقل الكتب اليونانية أو الهندية التي

[5] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، تصدير فؤاد سزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1984؛ مُصَوَّر عن مخطوط أحمد الثالث، طوب قابو سراي، إسطنبول، رقم 3343.

وصلت إليهم، إلى اللغة العربية[6]، وكان للكتب التي ترجموها، أهمية بالغة في تدريس الرياضيات والهندسة وعلم الفلك في بلاد الإسلام.

فقد ترجم إسحاق بن حنين إلى العربية في القرن التاسع الميلادي "*كتاب الكرة المتحركة*" لأوطولوقس؛ و"*كتاب الأشكال الكرية*" لمينالاوس، وراجعها أبو نصر بن عراق في القرن 11م؛ و"*كتاب الأصول*" لأوقليدس، وبعد ذلك خضع إلى عدة شروحات كاملة أو جزئية[7].

ولكون ثابت بن قرة كان يُتقِن اللغة اليونانية، فقد عَمِل على ترجمة بعض الكتب اليونانية الهامة إلى العربية، من مؤلفات أرخميدس وأبلونيوس(Apollonius)(القرن 3 ق م) ونيقوماخس (Nicomaque)(القرن 4 ق م) وثاوذسيوس[8]، كما قام بمراجعة بعض الترجمات، نذكر منها "*كتاب الأصول*" لأوقليدس، و"*المجسطي*" لبطلميوس، و"*كتاب الدوائر المتماسة*" لأرخميدس[9]، و"*كتاب تفسير كتاب بطلميوس في تسطيح الكرة*" لبُلس الرومي. وباعتبار ثابت بن قرة رياضياتيًا، فقد عمل في مؤلفاته الفلكية، التي كان لها تأثيرًا هامًا على العلوم في عصره، على إعطاء علم الفلك صبغة رياضية أقوى[10].

أما "*كتاب المجسطي*" لبطلميوس، فقد عرض فيه المبدأ الأساسي لنظام العالم، المُستند إلى مركزية الأرض، كما تناول فيه ظاهرة الخسوف والكسوف، ووضع فيه قائمة بالنجوم الثابتة. تُرْجِم هذا الكتاب لأول مرة إلى العربية على يد يحيى بن خالد بن برمك[11].

يُعتبر "*كتاب المجسطي*" لبطلميوس[12]، أساس علم الفلك العربي، ونظرًا لأهميته عَمِل بعض علماء الفلك العربي بداية على التعليق عليه وشرحه، كما هو الحال عند الفضل بن حاتم النيريزي(القرن

---

[6] – صاعد الأندلسي: *طبقات الأمم*، نشر لويس شيخو، بيروت، المطبعة الكاثوليكية، 1912، ص. 38.

[7] – HEATH, T.: *A History of Greek Mathematics*, New York, Dover publications, 1981, vol. 1, p. 348-349; vol. 2, p. 261-273.

[8] – تُرجِم "*كتاب الأكر*" لثاوذسيوس إلى العربية مرتين، النقل الأول لثابت بن قرة، والثاني لقسطا بن لوقا(ت 912/308).

HEATH, T.: *A History of Greek Mathematics*, op. cit., vol. 1, p. 349-350.

[9] – *رسائل ابن قرة*، مخطوط بنكيبور، رقم 2468/(29 ، 28)؛ نسخة دائرة المعارف العثمانية، حيدر أباد الدكن، 1947/1366.

[10] – ابن النديم: *الفهرست*، ضبط وشرح يوسف علي طويل ، بيروت ، دار الكتب العلمية، 1996، ص. 435-436.

MATVIEVSKAÏA, G. P. & ROSENFELD, B. A.: *Matématiki I astronomy moussoulmanskovo sredneviekovia I ikh troudy (VII-XVII VV.) [Les Mathématiciens et Astronomes arabes du Moyen Age et leurs travaux, VIIe-XVIIe siècles]*, Moscou, 1983, vol. II, p. 101.

IBN QURRA, THĀBIT: *Œuvres d'astronomie*, MORELON, R. (trad.), Paris, 1987, p. 19-25.

[11] – ابن النديم: *الفهرست*، المرجع السابق، ص. 430.

[12] – ولبطلميوس "*كتاب الجغرافيا*"، و"*كتاب المقالات الأربعة في أحكام النجوم*". أنظر: نفس المرجع، ص. 430-431.

10) وأصلحه ثابت بن قرة؛ ومنهم من تناوله بالاختصار والتقريب كما هو الحال عند البتاني(850–929)؛ وراجعه جابر بن أفلح(القرن 12)، تحت عنوان "*تحرير المجسطي*"؛ وألَّف أيضًا نصير الدين الطوسي(1201–1247) "*تحرير المجسطي*"[13].

من خلال "*كتاب المجسطي*" فَهِمَ الفلكيون الأوائل في بلاد الإسلام الآلات الرصدية الموجودة فيه، وعملوا بِدَعمٍ من المأمون على صناعة مثل تلك الآلات، واستعملوها في الرصد في الشَّمَّاسِيَة وفي جبل المُقَتَّم في دمشق سنة 829/214، وتَوَصَّلوا إلى تحديد جديد لزمن سنة الشمس، ومقدار ميلها، وخروج مركزها وموضع أوجها. كما علموا أحوال باقي الكواكب السيارة والثابتة، وقاموا سنة 833/218 بجمع كل ذلك في كتاب سُميَ "*الرصد المأموني*"[14]. وبعد هذا اشتغل العديد من العلماء بالأرصاد، وجمعوا أرصادهم في أزياج.

وتُرجِم "*كتاب الجغرافيا*" لبطلميوس عدة مرات إلى العربية، وأصلحه الخوارزمي، وهو كتاب في علم الخرائط الرياضي. ومَوَّل الخليفة المأمون برنامجًا علميًا، شارك فيه الخوارزمي، ويهدف إلى التَّحَقُّق من القياسات الفلكية الموروثة من اليونان، لأجل وضع خارطة جديدة للعالم[15].

وسعى نصير الدين الطوسي في كتابه "*التذكرة في علم الهيئة*"[16] إلى إعادة النظر في التراث الفلكي اليوناني، من أجل تفسير حركة الأجسام السماوية، كما خَصَّصَ جزءًا من هذا البحث للمسائل التي لم تُحَل في التراث الفلكي اليوناني، وعرض في هذا الكتاب النظرية المعروفة بمزدوجة الطوسي، التي ستستخدم فيما بعد من طرف كوبرنيكوس(Copernic)(1473–1543)[17].

---

[13] – مخطوط باريس، المكتبة الوطنية الفرنسية، رقم Arabe 2485.

عمل الطوسي هذا التحرير استنادًا على الترجمات المنجزة في القرنين الثامن والتاسع، فالطوسي لم يكن عالمًا باليونانية. أنظر: *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي، النسخة العربية، 2007، ص. 82-83.

MADDISON, F. & SAVAGE-SMITH, E.: *Science, Tools and Magic*, Part I: *Body and Spirit, Mapping the Universe*, in *The Nasser D. Khalili Collection of Islamic Art*, Londres, Azimuth Editions and Oxford University Press, 1997, vol. XII/1., p. 176-177.

[14] – تَوَلَّى جمع هذه الأرصاد يحيى بن أبي منصور كبير المنجمين، وخالد بن عبد الملك المروزي، وسعيد بن علي، والعباس بن سعيد الجوهري، وألَّف كل واحد منهم زيجًا منسوبًا إليه. أنظر: صاعد الأندلسي: *طبقات الأمم*، المرجع السابق، ص. 50–51.

[15] – *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، المرجع السابق، ص. 130.

[16] – مخطوط الفاتيكان، المكتبة البابوية، رقم Vat. Ar. 319.

[17] – *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، المرجع السابق، ص. 84.

RAGEP, J.: *Nasīr al-Dīn al-Ṭūsī's Memoir on Astronomy* [*al-Tadhkira fī ᶜilm al-hay'a*] *with Translation and Commentary,* vol. I, *Introduction, Edition and Translation*; vol. II, Commentary and Apparatus, Berlin, 1993.

اقتصرت الأعمال الأولى للهندسيين في بلاد الإسلام ما بين القرن التاسع والثاني عشر الميلاديين، على توسيع هندسة سابقيهم، مثل أوقليدس ومينالاوس وأبلونيوس وأرخميدس، وكان لهذا التوسيع الأثر الكبير في عدة ميادين.

فقد عمل في ميدان الجبر والهندسة المُعبَّر عنها بالجبر، العديد من الرياضياتيين، أمثال أبي جعفر الخازن وابن الليث والكوهي. وعلى منهج أبلونيوس درسوا القطوع المخروطية دراسة نظرية، لأجل تطبيقها في البصريات وعلم الفلك، وفي حل المسائل الهندسية، كتلك المتعلقة بالإنشاءات الهندسية، وحل المسائل الجبرية، كما فعل عمر الخيام وبعده شرف الدين الطوسي؛ ويندرج في هذا الميدان، أعمال أبو جعفر الخازن(القرن 10)، وأعمال إبراهيم بن سنان(ت. 946)، حول كيفية رسم القطوع المخروطية الثلاثة (المكافئ والزائد والناقص)[18]؛ ووضع ابن سنان "*كتاب ما وُجِدِ من تفسير المقالة الأولى من المخروطات*"؛ وأعمال ابن سهل(القرن 10) في دراسته النظرية حول المخروطات، والإنشاء الميكانيكي للقطوع المخروطية[19]؛ وأعمال الحسن ابن الهيثم(ت. 1039)، في علم المناظر (البصريات)، والمرايا المحرقة بالقطوع.

ولا ننسى الارتباط الوثيق بين موضوع المخروطات وموضوع الإسقاطات[20]، هذا الأخير الذي يُعتبر توسيعًا لعمل ثاوذسيوس ومينالاوس حول الأكر والأشكال الكرية، ومنهج بطلميوس في تسطيح الكرة، إذ يعتبر موضوع المخروطات إضافة إلى موضوع القطوع الأسطوانية، الأرضية الأساسية التي ترتكز عليها هندسة الإسقاطات، التي ينتج عنها العديد من الآلات الفلكية (خصوصًا الأسطرلابات)، وهي الأدوات الأساسية في عمليات الرصد. ويندرج في هذا الميدان أعمال المؤتمن بن هود(ت. 1085)، وابن سرتاق(القرن 13) حول قطوع الأساطين، الأداة الأساسية لتسطيح الأسطرلاب الأسطواني؛ زيادة على ما ذكرناه سابقًا من إسهامات الكوهي وابن سهل والصاغاني والحسن المراكشي.

التقليد الهندي:

إنَّ أقدم كتاب فلكي هندي ترجم إلى العربية، هو الذي نقله محمد بن إبراهيم الفَزَّارِي استجابةً لأمرٍ من الخليفة المنصور(754–775)، وعَمِلَ منه كتابًا سُمِيَ "*السند هند الكبير*" اعتُبِرَ عند علماء

[18]– ابن سنان: مقالة في رسم القطوع الثلاثة، *رسائل ابن سنان*، تحقيق أحمد سليم سعيدان، الكويت 1983، ص. 33–52.

: رسالة في مساحة القطع المكافئ، *رسائل ابن سنان*، *نفس المرجع*، ص. 53–66.

[19] – رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري* (ابن سهل–القوهي–ابن الهيثم)، بيروت، 2001، ص.95–87.

[20] – SUTER, H.: Über die projektion der sternbilder und der Länder von al-Bīrūnī, *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenshaften und der Medizin*, 4 (1922), p. 79-109.

BERGGREN, J. L.: Al-Bīrūnī on Plane Maps of the Sphere, *Journal for the History of Arabic Science*, 6 (1982), p. 47-112.

الحضارة العربية الإسلامية كمرجعٍ أساسيٍ في حركات الكواكب، وبقي العمل به إلى عهد المأمون(813-833)؛ ويُعتبر الفزاري أوَّلَ الفلكيين الذين تعاملوا مع الأدوات الهندية. وأُلِّفت بعد فترة الترجمة عدة كتب عربية جديدة، كانت تدخل ضمن التقليد الهندي. فمن الذين استعملوا مفاهيم مثلثية مقتبسة من الهنود؛ نذكر منهم إضافة إلى الفَزَّارِي، محمد بن موسى الخوارزمي(ت. 850)، الذي وضع الجداول الأولى للجيوب؛ وحبش الحاسب، وهو أوَّل من أدخل مفهوم الظل كظل مزولة أفقية، وأعطى جداول لها؛ وابن الآدمي صاحب "*الزيج الكبير*"، الذي أَتَمَّه بعد وفاته تلميذه القاسم بن محمد بن هشام المدائني، المعروف بالعلوي سنة (338هـ)، وسمَّاه "*زيج نظم العقد*"، شمِل حساب حركات النجوم على مذهب السند هند، وذكر فيه إقبال وإدبار الفلك. لذلك يعتبر "*كتاب السند هند*" المنطلق الأول لعلم المثلثات العربية[21].

وقد رافق علم المثلثات تطور العلوم الفلكية في التقليد العربي وحل مسائله، فقد اقتبس فلكيوا بلاد الإسلام من التقليد الهندي إضافةً الى العناصر المثلثية (مفهومي الجيب والسهم (الجيب المعكوس))، مفهوم السَّمْت، والعلاقة بين قياس الزمن وارتفاع النجوم ذات ميلٍ معطى، واستعملوا الإحداثيات البُرْجِية، عوض الإحداثيات الاستوائية المستعملة عند اليونانيين[22].

إنَّ اهتمام الفلكيين في بلاد الإسلام بمضمون "*كتاب المجسطي*" و"*السند هند*" وإصلاحهما وتطويرهما، ساهم في تنشيط علم الأزياج الفلكية، وأُلِّفَت في هذا الموضوع العديد من الكتب، التي تتعلق بعلم الأرصاد وحركات النجوم وهيئة العالم، على مذهب السند هند والمجسطي. فمن الذين عملوا في هذه الميادين نذكر على سبيل المثال لا الحصر، حبش الحاسب (أحمد بن عبد الله المروزي)، الذي أَلَّف ثلاثة أزياج، أَوَّلُها "*زيج السند هند*" على مذهب السند هند، وخالف فيه الفزاري والخوارزمي، والثاني "*الزيج الممتحن*" الذي امْتَحَنَ فيه حركات الكواكب في زمانه، والثالث "*الزيج الصغير*"؛ ونذكر البلخي الذي أَلَّف في علم النجوم "*كتاب الزيج الصغير المعروف بزيج القِرانات*" و"*كتاب الزيج الكبير*"؛ وأبو نصر بن عراق(القرن 10) الذي كتب رسالة إلى أبى الريحان البيروني، عَمِل فيها على تصحيح ما وقع لأبي جعفر الخازن من السَّهْو في زيج الصفائح[23]. وفي ميدان الأرصاد نذكر أحمد بن كثير الفرغاني(ت. 861)، وكتابه "*المُدخل إلى علم هيئة الأفلاك وحركات النجوم*"، الموضوع على جوامع كتاب المجسطي؛ ونذكر أعمال بني موسى في الهيئة وحركات النجوم والعناية بالأرصاد؛ ولثابت بن قرة أرصاد للشمس في عهد المأمون، جمعها في كتاب، بَيَّن فيه مذاهبه في السنة الشمسية، وما أدركه بالرصد من موضع أَوْجِهَا،

---

21 – صاعد الأندلسي: *طبقات الأمم*، المرجع السابق، ص. 13، 50-58.

22 - DJEBBAR, A.: *La phase arabe de l'histoire de la trigonométrie*, in HEBERT, E. (édit.): *Les instruments scientifiques dans le patrimoine: quelles mathématiques ?* (Actes du colloque de Rouen, 6-8 avril 2001), Paris, Editions Ellipse, 2004, p. 419.

23 – أبو نصر (بن عراق): *تصحيح زيج الصفائح*، حيدر أباد، دائرة المعارف العثمانية، 1366/1947.

ومقدار سنتها، وكمية حركتها، وصورة تعديلها؛ وعَمِل البتاني على دراسة مجسطي بطلميوس ووضع كتابًا " *شرح المقالات الأربع لبطلميوس* " وأدَّى اهتمامه بالأرصاد إلى اكتشاف أَنَّ أرصاد بطلميوس المتعلقة بمَيَلاَن محور الكرة الأرضية خاطئة، فعَمِل على تحديد قيمة حسابية جديدة، لميلان فلك البروج بالنسبة لخط الاستواء؛ وكان لكتابه " *الزيج الصابئي*" تأثيرًا كبيرًا على علم المثلثات الكروية في أوروبا[24]؛ ونذكر أبو إسحق إبراهيم بن يحيى النَّقَّاش المعروف بابن الزرقالة(القرن 11)، الذي اهتم برصد الكواكب، وهيئة الأفلاك، وحساب حركتها، كما اهتم بالأزياج واستنباط الآلات النجومية؛ ونذكر عبد الله بن أحمد السرقسطي(ت. 1056)، الذي أرسل رسالة إلى أبي مسلم بن خلدون الأشبيلي، يذكر فيها فساد مذهب السند هند في حركات الكواكب وتعديلها، وردَّ عليه في "*كتاب إصلاح حركات الكواكب والتنبيه على خطأ المنجمين*"؛ وغيرهم كثيرون.

[24] – عبد الحليم منتصر: *تاريخ العلم ودور العلماء العرب في تقدمه، القاهرة*، دار المعارف، 1971، ص. 202–204.

NALLINO, C. A: *Al-Battānī* , in *Encyclopédie de l'Islam*, Leyde, 1995, vol. I, p. 1137-1138.

I-2: الهندسة الكروية والمثلثات الكروية.

معلومٌ أنَّ الكتب الهندسية الأولى في التقليد الرياضي اليوناني، شَكَّلَت المرجعية الأساسية للتقليد الهندسي العربي، الذي بدأ منذ أواخر القرن الثامن الميلادي، كما شَكَّلت هذه الكتب أساس تطوُّر علم المثلثات العربية في القياس، حيث كانت المفاهيم المتضمنة فيها أداة تعبير وآلة تَحَقُّق.

لقد أَسَّسَ ثاوذسيوس هندسة للكرة، مماثلة لتلك المستوية، التي عرضها أوقليدس(Euclide)(القرن 3 ق م) في "*كتاب الأصول*"؛ فيما اكتشف مينالاوس عددًا من الخواص للأشكال الهندسية على الكرة، كالمبرهنة التي تقول إن "مجموع زوايا المثلث الكروي أكبر من قائمتين"، وأعطى علاقات بين زوايا وأضلاع المثلث الكروي. ومن جهة أخرى، برهن مينالاوس على أَوَّل وأهم نظرية مثلثية كروية، وهي مُتَضَمَّنة في الشكل الأول من المقالة الثالثة من "*كتاب الأشكال الكرية*"، وتُعرف اليوم بنظرية الرباعي الكروي التام.

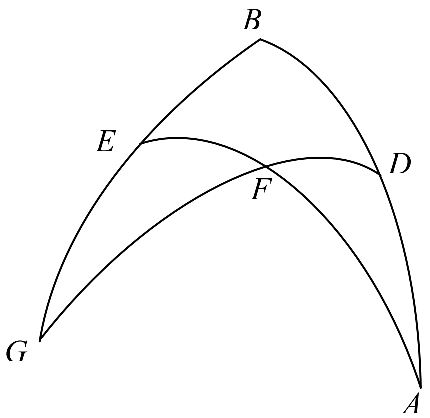
مضمونها: لنعتبر $\widehat{AB}$ ، $\widehat{AE}$ ، $\widehat{GB}$ ، $\widehat{GD}$ أقواسًا من دوائر عظيمة على الكرة.

فالعلاقة المُعَبَّر عنها بأوتار الزوايا المضاعفة.

$$\frac{cord\left(2\widehat{AD}\right)}{cord\left(2\widehat{DB}\right)}=\frac{cord\left(2\widehat{AF}\right)}{cord\left(2\widehat{FE}\right)}\times\frac{cord\left(2\widehat{GE}\right)}{cord\left(2\widehat{GB}\right)}$$

والعلاقة المُعَبَّر عنها بالجيوب

$$\frac{\sin\widehat{AD}}{\sin\widehat{DB}}=\frac{\sin\widehat{AF}}{\sin\widehat{FE}}\times\frac{\sin\widehat{GE}}{\sin\widehat{GB}}$$



الشكل: I-2-1

فالفلكيون والمهندسون اليونانيون هم أَوَّل من استعمل وتر الزاوية المضاعفة، وخصوصًا من طرف مينالاوس، عندما يُريد عرض العبارات المتعلقة بالرباعي التام. وبقيت هذه النظرية الأداة الهامة خلال العديد من القرون، في حل مسائل المثلثات الكروية. فالعلاقة المذكورة تسمح بالحصول على المجهول، من بين خمسة مقادير معلومة، معطاة في المسألة المدروسة.

لقد استعمل بطلميوس نظرية مينالاوس، في الشكل الثاني عشر من المقالة الأولى، من كتابه "*المجسطي*" لأجل حل العديد من مسائل الفلك الكروي؛ وأعطى عرضين جديدين لهذه النظرية في نسختيها المستوية والكروية، وذلك بإضافة بعض العلاقات بين الأوتار، التي تكافئ في شكلها المعاصر بعض

العبارات المثلثية التقليدية[1]. كما عَمِل العلماء في الحضارة العربية الإسلامية على شرح وإثراء "*كتاب الأشكال الكرية*" لمينالاوس و"*كتاب الأكر*" لثاذسيوس، واهتموا بنظرية مينالاوس ودراسة الرباعي التام، إلى درجة تخصيص مؤلفاتٍ كاملة، لإعادة برهان هذه النظرية وشرحها، وتعميمها باعتماد عباراتٍ مكافئةٍ لها. وبفضل هذه الدراسة سُمِّيَت نظرية مينالاوس بـ نظرية الشكل القطَّاع، نذكر من بين هذه المؤلفات، "*رسالة في الشكل الملقب بالقطَّاع*" لثابت بن قرة[2]؛ و"*رسالة في الشكل القطاع*" لأبي سعيد السجزي(951-1024)[3]؛ و"*كشف القناع عن أسرار الشكل القطَّاع*" ويسمى أيضًا "*كتاب الشكل القطَّاع*" لنصير الدين الطوسي(ت. 1274). واستفاد الصاغاني في "*كتاب في التسطيح التام*" من نظرية الشكل القطَّاع، كتوطئةٍ تُفيد في تسطيح المقنطرات (الفصل الخامس). واستعمل أبو الوفاء البوزجاني(940-998) هذه النظرية، في "*رسالة في إقامة البرهان على الدائر من الفلك من قوس النهار وارتفاع نصف النهار وارتفاع الوقت*"، التي كتبها إلى أبي علي أحمد بن علي بن السكر[4]. واستعمل هذه النظرية أبو العباس النيريزي وأبو جعفر الخازن في شرحهما لكتاب "*المجسطي*"، والخازن في "*زيج الصفائح*"، وأبو نصر بن عراق في كتاب "*تهذيب التعاليم*"[5].

الإنشاءات الكروية:

لا شك أنَّ للإحداثيات الكروية الأثر البالغ في تطوير علم الأرصاد، والعمل بالآلات الفلكية والرصدية، ونتيجته تحديد الشكل العام للكرة السماوية، وكيفية تَوَضُّعِ الكواكب والنجوم فيها، وكذا كيفية تَوَضُّعِ البلدان على سطح الكرة الأرضية، وهو الأمر الذي نتج عنه علم معرفة صُوَر الكواكب، وصورة الأرض (علم الجغرافيا)، وهذان العِلْمان يُفيدان في رسم الخرائط السماوية، والخرائط الجغرافية. وقد عَمِل في علم صُوَر الكواكب، وعلم الجغرافيا[6]، عددٌ من العلماء في بلاد الإسلام، وحدَّدوا للكواكب الثابتة ثمانية وأربعين صورة[7]. نذكر من هؤلاء العلماء على سبيل المثال لا الحصر، عبد الرحمن الصوفي(903-

[1] - PTOLÉMÉE, C.: *L'Almageste*, Halma, M. (Trad.), Paris, 1813, vol. 1, p. 26-37; 50-55.

[2] - ابن قرة، ثابت: *كتاب في الشكل الملقب بالقطّاع*، مخطوط إسطنبول، آيا صوفيا 4832/7، ص. 45و-49ظ.

[3] - الرسائل *المتفرقة في الهيئة للمتقدمين ومعاصري البيروني*، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 10 (1948).

[4] - الرسائل *المتفرقة في الهيئة للمتقدمين ومعاصري البيروني* ، نفس المرجع، 5 (1948).

[5] - DEBARNOT, M. –T.: *al-Bīrūnī, Kitāb maqālīd ᶜilm al-hay'a [Les clefs de l'astronomie]. La Trigonométrie sphérique chez les Arabes de l'est à la fin du Xᵉ siècle*, Damas, Institut Français de Damas, 1985, p. 105-109.

[6] - طاش كبرى زاده: *مفتاح السعادة ومصباح السيادة*، بيروت، دار الكتب العلمية، 1985، الجزء1، ص. 361.

[7] - لمزيد من المعلومات حول الكواكب الثابتة، وأسماء صورها، أنظر: الخوارزمي(محمد بن أحمد بن يوسف): *مفاتيح العلوم*، تحقيق إبراهيم الأبياري، بيروت، دار الكتاب العربي، 1989، ص. 235-239. (يضعها الخوارزمي في 45 صورة).
STERN: *Abd al-Raḥmān ibn ᶜUmar al-Ṣūfī*, in *Encyclopédie de l'Islam*, Leyde, 1995, vol. I, p. 89.

986)، وكتابه "*كتاب صُوَر الكواكب الثابتة*"[8]، الذي يُعتبر أهم وأشمل كتاب في هذا الموضوع، وكُتِبَ بطلبٍ من السلطان البُوَيْهِي عَضُد الدولة، وهو كتاب مصور حول النجوم الثابتة، وعددها 1029، التي ذكرها بطلميوس في كتابه "*المجسطي*" في القرن الثاني الميلادي[9]؛ وخَصَّصَ البيروني، المقالة التاسعة من "*القانون المسعودي*" لدراسة الكواكب الثابتة وصُوَرها وحركاتها ونَظَّمَ أعماله في جداول[10]؛ ونذكر الخوارزمي، وكتابه "*كتاب صورة الأرض*"[11]، الذي اعتمد فيه خط العرض، وخط الطول الجغرافيين، كما هو الحال عند العلماء الذين استعملوا مختلف الإحداثيات الكروية، حيث أنَّ السَّمْتَ مثلاً، استُعمل كإحداثية في النظام الأفقي، لأجل تحديد الاتجاهات على المساحة الأرضية؛ ونذكر البتاني، وكتابه "*الزيج الصابئي*"[12] الذي يتكون من 57 فصلاً تعلّقت بمواضيع متعددة منها علم الفلك الكروي، وحركة الشمس والقمر، وإمكانية رؤية الهلال الجديد، وقائمة بالأدوات الفلكية، والإحداثيات الجغرافية لـ 273 مدينة؛ ونذكر محيي الدين المغربي(ت. 1290)، الذي عمل في مرصد مَراغة تحت إشراف نصير الدين الطوسي، وكتابه "*تاج الأزياج وغنية المحتاج*"، جمع فيه معلوماته الفلكية والجغرافية.

وقد كان لعلم تسطيح الكرة، الدور الفَعَّال في إنشاء وتطوير الآلات الفلكية والرصدية وآلات التقويم[13]، التي ساهمت بدورها في تطوير علم الأرصاد، وعلم الميقات[14] في التقليد الفلكي العربي. وقد

---

[8] – الصوفي، ع. ر.: *كتاب صور الكواكب الثابتة*، مخطوط لندن، المتحف البريطاني، رقم OR.5323.

[9] – علم الفلك، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، معهد العالم العربي، باريس، 2007، ص. 90-91.

طاش كبرى زاده: *مفتاح السعادة ومصباح السيادة*، المرجع السابق، الجزء 1، ص. 360-361.

أحمد بن عبد الله: *كتاب إخوان الصفا وخلان الوفا*، القسم الأول العلوم الرياضية، الرسالة الثالثة، بومباي (الهند)، مطبعة نخبة الأخبار، 1305هـ، ص. 56.

[10] – البيروني: *القانون المسعودي*، ضبط وتصحيح عبد الكريم سامي الجندي، بيروت، دار الكتب العلمية، 2002، الجزء 3، ص. 5-133.

[11] – الخوارزمي: *كتاب صورة الأرض*، مخطوط ستراسبورغ، المكتبة الوطنية والجامعية، رقم 4247 .

استند الخوارزمي في هذا الكتاب على " جغرافية" بطلميوس، ويتألف من جداول الإحداثيات الجغرافية الجديدة. وتضمنت بعض خرائطه رسمًا لنهر النيل من منبعه إلى مصبه، والخطوط الأفقية التي تمثل خط الاستواء، وحدود الأقاليم الثلاثة الأولى التي حَدَّدها بطلميوس، وأشكال الشواطئ البحرية المختلفة. وللخوارزمي إضافة إلى "*كتاب الجغرافيا*" عشرين كتابًا تتعلق بعلم الفلك وخاصة الجداول الفلكية والتقاويم. أنظر: الخرائط، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*. المرجع السابق، ص. 130.

[12] – البتاني: *الزيج الصابئي* (الزيج الجامع في حساب النجوم)، مخطوط سَلا، المكتبة الصبيحية، رقم 1/201.

[13] – طاش كبرى زاده: *مفتاح السعادة ومصباح السيادة*. المرجع السابق، الجزء 1، ص. 357.

[14] – *نفس المرجع*، الجزء 1، ص. 359.

لمزيد من المعلومات حول علم الميقات في المغرب الإسلامي، إضافة إلى عمل الحسن المراكشي في "*جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*". أنظر:

CALVO, E.: Two Treatises on Mīqāt from the Maghrib (14th and 15th centuries A.D.), *Suhayl, Journal for the History of the Exact and natural Sciences in Islam*, 4 (2004), p. 159-206; repr. In CALVO, E.: *Deux Traités de Mīqāt Maghrébins des VII^e-IX^e siècles H.(XIVe et XVe siècles J.C.)*,

أشار البيروني في آخر كتابه "*الآثار الباقية عن القرون الخالية*"، إلى كيفية نقل صُوَر الكواكب الثابتة إلى السطح المستوي (سطح الأسطرلاب) باعتماد التسطيح المخروطي[15].

وقد عَمِلَ أبو سعيد محمد بن عبد الجليل السجزي على إعطاء العديد من مسائل الفلك الكروي، وحلها باعتماد الطرق البيانية، محاولاً نقل الدوائر الفلكية إلى السطح باعتماد النظام الأفقي والنظام الاعتدالي للإحداثيات، وهو إسقاط للكرة الفلكية على سطحٍ مستوٍ يُمَاس الكرة، وكان يهدف في عمله هذا إلى الحصول على إسقاطٍ مُبَطَّخٍ للكرة، مشابهٍ إلى عمل حبش الحاسب والماهاني(ت. 880) في هذا الموضوع[16].

لقد اهتم العلماء في بلاد الإسلام بالكرة والعمل بها، وكان، لضرورة الحاجات التطبيقية، العمل على تدقيق الإنشاءات الهندسية الكروية. فلحل هذه المسألة، خَصَّصُوا العديد من الأعمال لطرق الإنشاءات، وألَّفُوا كتبًا هامة في هذا الموضوع، نذكر في هذا الخصوص أبا يوسف يعقوب بن إسحاق الكندي(805–873) ورسالته "*رسالة في عمل السَّمْت على الكرة*"، عَمِل فيها على شرح كيفية إنشاء نقطة، معلومة البُعد عن نقطتين أخريين، معطاتين على الكرة، بواسطة المدور؛ لأجل تعيين نقطة موضع الشمس على الكرة السماوية، عن طريق ارتفاعها وميلها؛ حيث يعمل على إنشاء دائرتين مركزاهما النقطتان المعطاتان بالبعدين المعلومين فتكون نقطة تقاطعهما هي النقطة المطلوبة (يدعى هذا العمل بالإنشاء بالتقاطع الخطي). و"*رسالة في استخراج خط نصف النهار وسمت القبلة بالهندسة*"، و "*رسالة في استخراج الساعات على نصف الكرة بالهندسة*"[17]. ونذكر أبا نصر محمد بن محمد الفارابي(874–950)، وأبا الريحان البيروني اللذين دَرَسَا الإنشاءات على الكرة، وخَصَّصَا لها بعض الفصول من عملهما، فالفارابي جَزَّأَ الكرة بواسطة مضلَّعٍ كروي متجانس، ذو جوانب متناسقة مع متعددات وجوهٍ متجانسة، وبواسطة بعض متعددات الوجوه نصف متجانسة داخلية؛ وأضاف البيروني تجزئات جديدة، من

Actes du 7e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech 30 mai – 1e juin 2002), Marrakech, 2005, vol. 1, p. 61-80.
CALVO, E.: Mīqāt in Ibn Bāsso's Risālat al-Ṣafīḥa al-mujayyaba dhāt al-awtār, A Shared Legacy, *Arabic Science East and West*, Barcelona, 2008, p. 151-174.

[15] – البيروني: *الآثار الباقية عن القرون الخالية*، بيروت، دار الكتب العلمية، 2000، ص. 321–322.

[16] - LORCH, R.: *Graphical methods in spherical astronomy in treatises by Ḥabash al-Ḥāsib and al-Māhānī*, Actes du 3e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tipaza, 1-3 Décembre 1990), Alger, Kouba-E.N.S., 1998, vol. 2, p. 221-226.

[17]– ابن النديم: *الفهرست*، المرجع السابق، ص. 414– 418.

أجل أنماط أخرى لمتعددات الوجوه نصف متجانسة[18]. ونذكر ابن الهيثم الذي خَصَّص كتابه "*قولٌ في بركار الدوائر العظام*" للإنشاءات الهندسية على الكرة.

الأدوات المثلثية الكروية:

لقد وُلِد علم المثلثات العربية وتَشَكَّل لتلبية متطلبات متعلقة بتطور نشاطات علم الفلك، كدراسة حركة الكواكب، وحساب الوقت، وتصميم الآلات، وممَّا لاشك فيه أنَّ المثلثات العربية، اعتمدت أساسًا على الإرث الناتج عن المثلثات اليونانية والهندية، التي وصلت إلى الفلكيين في بلاد الإسلام نتيجة أعمال تطبيقية طويلة. فقد كان للاستعارات المأخوذة من التقليدين اليوناني والهندي، الفضل في وضع أولى جداول الجيوب؛ ثم أدخلوا خطوطًا مثلثية جديدة مثل الظل وظل التمام، ثم انتقلوا في النصف الأول من القرن العاشر إلى إنشاء العلاقات الأساسية بين الدوال المثلثية. ويندرج تحت مفهوم المثلثات كل ما يتعلق بحساب عناصر المثلث (من الأضلاع، الزوايا، الارتفاع، المُنَصِّف، ...). كعناصر لمثلث مستوي، ولأجل الاحتياجات الفلكية التي امتدت إلى دراسة عناصر المثلث الكروي.

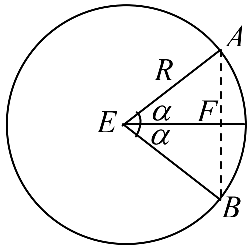
فقد بحث الفلكيون والرياضياتيون بشكل متواصل في العلاقات بين عناصر المثلث الكروي، انطلاقًا من مثلث تربيعي، ثم مثلث كروي كيفي، وكان الخازن أَوَّل من قام بحل العديد من معادلات المثلثات الكروية الكيفية، ونتج عن هذه الدراسة والبحث العديد من النظريات الجديدة الهامة، وابتكار أدوات رياضية أكثر عملية في الحسابات اليومية طُبِّقت في المسائل الفلكية، وظهور أبواب منفصلة ونشر مؤلفات متخصِّصة في علم المثلثات. ويعتبر "*كتاب مقاليد علم الهيئة*" للبيروني، أهم كتاب عَرَضَ هذه النظريات بشكل كامل. حيث خُصِّصَ الجزء الأول منه للأدوات المثلثية، معطيًا مختلف البراهين المتنوعة للنظرية العامة للجيوب، وحلول مسائل المثلثات الكروية، وكذا المثلثات العامة. فيما خُصِّصَ الجزء الثاني كليًا، لتطبيقات الأدوات المثلثية، المذكورة في الجزء الأول، لأجل حل المسائل الفلكية.

ونشير إلى أنه في الفترة نفسها كُرِّسَت مؤلفات خِصِّيصًا للأدوات المثلثية، وحلول المثلثات الكروية. نذكر منها "*كتاب مجهولات قسي الكرة*" لابن مُعَاذ الجياني(ت. 1079)، تَضَمَّنَ التعبير عن الظل كنسبة بين الجيب وجيب التمام، وحلول المثلثات الكروية دون عرض المثلثات التربيعية. ونذكر فيما بعد "*كتاب الشكل القطاع*" لنصير الدين الطوسي[19].

[18] - ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Géométrie*, in RASHED, R. et MORELON, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil, 1997, vol. 2, p. 153.

[19] - DJEBBAR, A.: *La phase arabe de l'histoire de la trigonométrie*, in HEBERT, E. (édit.): *Les instruments scientifiques dans le patrimoine: quelles mathématiques ?* (Actes du colloque de Rouen, 6-8 avril 2001), op. cit., p. 431-432.

* إنَّ أهم الأدوات التي شَكَّلت أساس هذه المثلثات، هي وتر الزاوية المضاعفة.



الشكل: 2−2−I

$$R = \overline{EA}$$
$$\overline{AB} = cord\left(2\alpha\right) = 2R\sin\alpha$$
$$\overline{AF} = \frac{1}{2}cord\left(2\alpha\right) = R\sin\alpha$$

* ومن الأدوات الأساسية للمثلثات، نذكر الحسابات الموروثة عن التقليد اليوناني، المتعلقة بالنظام الستيني، الذي ساهم في إعداد جداول الضرب المسماة بالجداول الستينية، تَميَّزت بطولها وخُصَّت بالمراجعة المستمرة من طرف الحُسَّاب؛ إضافة إلى جداول أخرى، تشمل حواصل القسمة، تفيد في تعيين القيم التقريبية[20]. كُتِبت هذه الجداول باعتماد الترقيم الأبجدي المقتبس من التقليد اليوناني، واعتُمِد هذا الترقيم في جميع الأزياج المتعلقة بالمناطق الإسلامية[21].

و بفضل النظام الستيني ضَبَطَ الفلكيون في نهاية القرن التاسع الميلادي، قِيمَةً موحدةً لنصف قطر الدائرة (الدائرة المثلثية) بـ 60 جزءًا، بصرف النظر عن المسألة المدروسة. وسَهَّل هذا العديد من الحسابات المُقَامة على الجداول الفلكية، واختصار العلاقات بين المنحنيات المثلثية[22]، لأجل الاحتياجات المرتبطة بالجداول المثلثية (قسي، جيوب، ظلال)؛ وإيجاد بعض الطرق التقريبية لتدقيق بعض القيم الفلكية، لأجل إنشاء جداول أكثر دقة. ومن بين العلاقات التي اكتُشِفَت نذكر:

---

[20] - KING, D. A.: On Medieval Islamic Multiplication Tables, *Historia Mathematica,* 1 (1974), p. 317-323; repr. in KING, D. A.: *Islamic Mathematical Astronomy*, London, Variorum, 1986, Article XIV.
KING, D. A.: Supplementary Notes On Medieval Islamic Multiplication Tables, *Historia Mathematica,* 6 (1979), p. 405-417; repr. in KING, D. A.: *Islamic Mathematical Astronomy*, London, Variorum, 1986, Article XV.

[21] - KENNEDY, E. S.: A Survey of Islamic Astronomical Tables, *Transactions of the American Philosophical Society,* 46 (1956) , part 2, p.1-55.

[22] – نتج عن هذا ظهور الدائرة المثلثية ذات نصف القطر يساوي 1 (دائرة الوحدة).
YOUSCHKEVITCH, A.-P.: *Les mathématiques arabes (XIII^e-XV^e siècles)*, Paris, Vrin, 1976, p. 134.
DEBARNOT, M.-T.: *Trigonométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil, 1997, vol. 2, p. 189.

لحبش الحاسب: $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}\left(1-\cos(2\alpha)\right)$

لأبي الوفاء: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta \pm \sin\beta\cdot\cos\alpha$

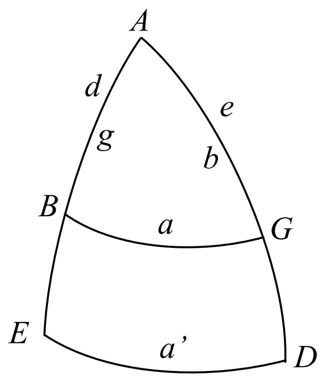
$$\sin(\alpha-\beta) = \sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta} - \sqrt{\sin^2\beta - \sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta}$$

لابن يونس: $2\cos\alpha\cdot\cos\beta = \cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)$

* في نهاية القرن العاشر، وأثناء المحاولات في حل مسائل المثلثات الكروية المُتَوَصَّل إليها، اعتمد الفلكيون نظرية الشكل القَطَّاع كأداة أساسية، وكانوا يستعملون التقليد البطلميوسي بمساعدة وتر الزاوية المضاعفة، غير أنهم غَيَّروا الوتر بالجيب. وفي هذه الأثناء ظهرت أداتان جديدتان، بهدف تسهيل الحسابات، هما قاعدة الأربع مقادير المتناسبة، وقاعدة الظلال[23].

ليكن ABG ، AED مثلثين كرويين ذوي أضلاع مقوسة من دوائر عظام، لهما نفس الرأس A.

قاعدة الأربعة مقادير[24]: $\dfrac{\sin\widehat{AG}}{\sin\widehat{AD}} = \dfrac{\sin\widehat{BG}}{\sin\widehat{ED}}$



الشكل: I−2−3

قاعدة الظلال: $\dfrac{\sin\widehat{AB}}{\sin\widehat{AE}} = \dfrac{tg\,\widehat{BG}}{tg\,\widehat{ED}}$

---

23 - DEBARNOT, M.-T.: *Trigonométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, op. cit., vol. 2, p. 174-175.

24 – شَكَّلت هذه العلاقة المتعلقة بالمثلثات الكروية الأداة الرئيسية عند الحسن المراكشي في قياس مقادير الظلال.

الحسن المراكشي: *رسالة في كيفية الوصول إلى معرفة مقادير ظلال الأشخاص*، مخطوط المكتبة الوطنية التونسية، مجموع رقم 10006، ص. 5ظ−15ظ.

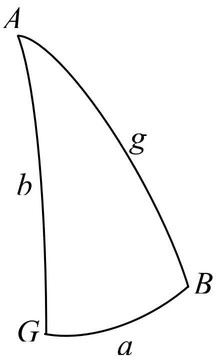
وكان لقاعدة الأربعة مقادير المتناسبة، دورًا هامًا في البرهان عند الصاغاني في مؤلفه "*كتاب في التسطيح التام*" ، كما سيظهر في التحليل الرياضي لهذا الكتاب، ضمن هذا البحث.

* كان لاكتشاف مبرهنة الجيوب[25]، مساهمة هامة في تبسيط العمليات الحسابية، التي يعتمدونها في إعداد الجداول الفلكية. وعُرِفت هذه المبرهنة باسم الشكل المُغْنِي، لأنها تُغْنِي الفلكيين من استعمال الشكل القَطَّاع، وهي تسمح باقتصادٍ كبيرٍ في العمليات الحسابية، حيث يمكن تحديد المجاهيل المطلوبة، عن طريق ثلاث معطيات بدلاً من خمسة. هذه صيغة هذه المبرهنة:

ليكن ABG مثلث كروي من دوائر عظيمة،

a ، b ، g قسي هذا المثلث المقابلة للزوايا $\widehat{A}$، $\widehat{B}$ ، $\widehat{G}$. على الترتيب.

عندئذ
$$\frac{\sin a}{\sin \widehat{A}} = \frac{\sin b}{\sin \widehat{B}} = \frac{\sin c}{\sin \widehat{G}}$$



الشكل: I-2-4

الجوانب التطبيقية:

لقد وجد فلكيوا بلاد الإسلام في "*كتاب المجسطي*" لبطلميوس، الميادين التطبيقية الأولى لنظرية الشكل القطَّاع، وكان لتطبيق الطرائق الهندسية، الدور الفعال في حل مسائل المثلثات الكروية.

إنَّ ضرورة أداء الشعائر الدينية المرتبطة بالوقت عند المسلمين، تقتضي معرفة حل المسائل المتعلقة بتحديد جميع الأوقات وضبط حسابها، بدايةً بمعرفة بداية ونهاية الشهر القمري، ووقت طلوع الهلال (كرؤية هلال رمضان مثلاً)، لأجل إعداد الرزنامة القمرية المسلمة، وتحديد أوقات الصلوات الخمس، إضافة إلى معرفة تدقيق الاتجاهات، لأجل تحديد اتجاه القبلة. وقد توسعت هذه الحلول إلى مسائل عامة كمعرفة سُمُوت البلدان بعضها من بعض. وكان لهذه الضرورات الفضل في تنشيط وتطوير جوانب من علم المثلثات الكروية، وظهور آلات هامة في الميقات.

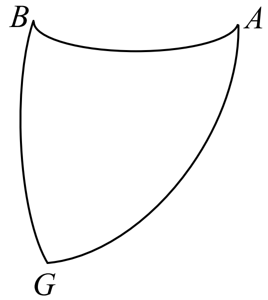
* فبخصوص المسألة الأولى، أفرزت الأعمال التي قام بها فلكيوا القرن التاسع الميلادي التطبيقيون المراقبون للسماء، والذين هُمْ على علمٍ بحركة الأفلاك، أَوَّلَ الجداول المتعلقة برؤية الهلال، وهي جداول يتطلب إعدادها تعيين العديد من القيم، التي يتدخل في حسابها ظل تمام زاوية.

---

[25] – هناك إشكال حول صاحب هذه المبرهنة، بسبب إدِّعاء العديد من الفلكيين المعاصرين للفترة (نهاية القرن10– بداية القرن 11) بأن هذه النظرية تعود إليهم.

DEBARNOT, M. –T.: *al-Bīrūnī, Kitāb maqālīd ᶜilm al-hay'a [Les clefs de l'astronomie]. La Trigonométrie sphérique chez les Arabes de l'est à la fin du Xᵉ siècle*, op. cit., p. 95-103; 133-153.

لقد أوْرَد البيروني في كتابه " *القانون المسعودي*" بابًا من فصلين حول رؤية الهلال وسمته[26]، يذكر فيه جملة من أعمال بعض علماء عصره في هذا الموضوع، مثل الفزاري والنيريزي ومحمد بن موسى الخوارزمي والبتاني وحبش الحاسب. ويظهر في عمل حبش الحاسب وبشكل واضح استعمال نظرية الجيوب في رؤية الهلال، على النحو التالي:

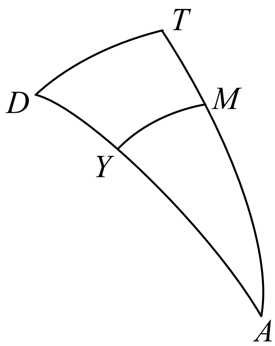


الشكل: I-2-5

ليكن $\widehat{AB}$ من أفق المغرب، $\widehat{BG}$ المنطقة تحته والشمس على G ، B درجة غروب القمر وقت مغيبه، $\widehat{AG}$ انحطاط الشمس.

عندئذ. $\widehat{B} = \widehat{ABG} = 90°$ ولدينا

$$\frac{\sin\widehat{AG}}{\sin\widehat{GB}} = \frac{\sin\widehat{B}}{\sin\widehat{A}}$$



الشكل: I-2-6

وفي سَمْت الهلال استعمل البيروني قاعدة أربع مقادير متناسبة.

M جرم القمر.

A درجة الغارب على الأفق لوقت مفروض من مغيب الشمس إلى غروب القمر.

$\widehat{MY}$ عرض القمر المرئي.

$\widehat{AY}$ ما بين درجة الغارب ودرجة القمر.

$$\frac{\sin\widehat{AM}}{\sin\widehat{MY}} = \frac{\sin\widehat{AT}}{\sin\widehat{TD}}$$

* أما المسألة الثانية، المتعلقة بتعيين أوقات الصلوات الخمس اليومية، فقد سمح هذا بتحرير علم المثلثات من الطرق التقليدية المؤسسة على طول الظل للمزولة، إلى إعداد جداول معطاة لكل عرض، تتضمن الوقت الدقيق لصلاتي الظهر والعصر في النهار، باستعمال الرصد واقتباس المعلومات والمعارف من "*كتاب الأصول*" لأوقليدس و "*السند هند*"[27]. وأعطى الفلكيون العلاقة التالية:

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin\delta \cdot \sin\varphi}{\cos\delta \cdot \cos\varphi}$$

[26] – البيروني: *القانون المسعودي*، المرجع السابق، الجزء الثاني، ص. 339–347.

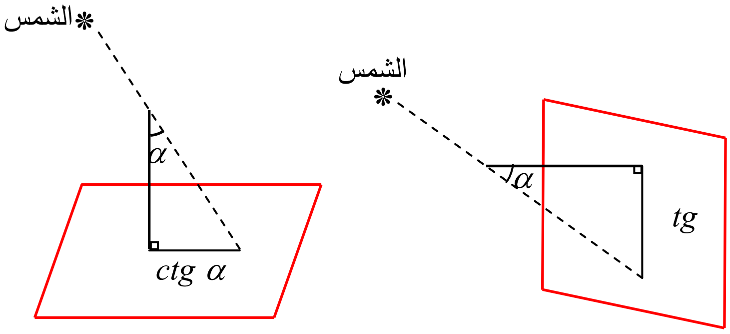
[27] - DJEBBAR, A.: *La phase arabe de l'histoire de la trigonométrie*, in HEBERT, E. (édit.): *Les instruments scientifiques dans le patrimoine: quelles mathématiques ?* (Actes du colloque de Rouen, 6-8 avril 2001), op. cit., p. 421-423.
KING, D. A.: *Mīqāt: Astronomical timekeeping*, in *The Encyclopedia of Islam*, Leiden, Brill, 1990, vol. VII, p. 27-32; repr. in KING, D. A.: *Astronomy in the Service of Islam*, London, Variorum, 1993, Article V.

حيث t الزاوية الساعية، h الارتفاع المُرصد للشمس، δ ميل الشمس، φ عرض المكان.

أمَّا العلاقة المستعملة لجميع العروض: $T = \frac{1}{15}\arcsin\left(\frac{\sin h}{\sin H}\right)$ أو $T = D - t$

حيث $H = 90° - \varphi + \delta$ ارتفاع الشمس في نصف النهار، D نصف قوس النهار.

ولا ننسى من جهة أخرى استعمالهم للمزولات الشمسية في حساب الوقت، اعتمادًا على ظلها على سطحٍ عمودي، أو سطحٍ أفقي، وهو ما أُخذ كظل أو ظل التمام للمثلثين، وعملوا على جدولة أطوال الظلال[28].



الشكل: I-2-7

* المسألة الثالثة، تعيين سمت القبلة (اتجاه القبلة): إنَّ ضرورة تَوجُّه المسلمين في صلاتهم نحو مكة، في جميع أنحاء المعمورة، دفع الفلكيين المهتمين بالمثلثات الكروية ومسائل الفلك الكروي في بداية القرن التاسع، كما هو الحال عند حبش الحاسب(ت. 870)، إلى وضع العلاقة المثلثية الدقيقة، التي تسمح بتحديد اتجاه القبلة، انطلاقًا من أي نقطة من الأرض (موضع بلد)؛ وذلك بتعيين الدائرة العظيمة المارة من تلك النقطة بموضع مكة، وقياس الزاوية بين هذه الدائرة وخط طول موضع النقطة المذكورة. وقد كانت

[28] – تعود الأبحاث الأولى إلى الخوارزمي (850/246-780/176) الذي وضع جداول إحداثيات تسمح برسم المزاول في خطوط عرض مختلفة، ونذكر أيضًا أعمال ثابت بن قرة (ت 901/288) الذي ألَّف عملاً كاملاً حول المزاول الشمسية في اتجاهات ودرجات ميل مختلفة، ونذكر الحسن المراكشي (القرن 13) الذي جمع في القاهرة تشكيلة من جداول الظل للمزاول الأفقية والعمودية كان لها تأثير هام في سورية وتركيا. أنظر: الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات*، المرجع السابق، الجزء الأول، ص. 258–357.

سافوا، دوني: المزاول الشمسية في الحضارة العربية الإسلامية، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي، 2007، ص. 113.

لمزيد من المعلومات حول إنشاء المزاول الشمسية العمودية والأفقية في التقليد الفلكي العربي والجداول الموضوعة فيها. أنظر:

KING, D. A.: *Astronomy and Islamic Society: Qibla gnomonics and timekeeping,* in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996, vol. 1, p. 157-167.

العلاقات الأولى معقدة، فعملوا على تبسيطها باستغلال الإنشاءات الهندسية التي طوروها بالدمج بين الطرق الهندية واليونانية، وبإعطاء عبارات تقريبية، وبسيطة نسبيًا، مُعبِّرًا عنها بدلالة خطوط مثلثية جديدة، ساهمت في إعداد جداول تعطي اتجاه القبلة، لعدد من المدن للأمبراطورية الإسلامية، مستعملين قياسات خطوط الطول والعرض الجغرافيين التي ضبطوها من "*كتاب الجغرافيا*" لبطلميوس، كما ساهمت الحلول المثلثية في توجيه المساجد نحو القبلة[29].

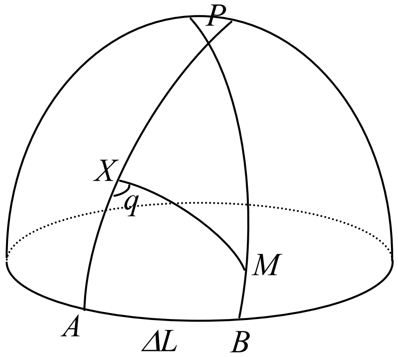
فلدينا العلاقة التي أُعِدَّت في القرن التاسع[30]:

نعتبر X موضع البلد، M موضع مكة، P القطب الشمالي، نقطتي A ، B على دائرة الاستواء.

فيكفي إذن معرفة الزاوية $q = \widehat{AXM}$ ، انطلاقًا من معرفة

$\varphi_X = \widehat{XA}$ عرض البلد، و $\varphi_M = \widehat{MB}$ عرض مكة،

والفرق بين الطولين $\Delta L = \widehat{AB}$ (طول البلد وطول مكة).



الشكل: I-2-8

عندئذ:
$$q = arcctg\left(\frac{\sin\varphi_X \cdot \cos\Delta L - \cos\varphi_X \cdot tg\,\varphi_M}{\sin\Delta L}\right)$$

* واكتشف الخوارزمي حلولاً هندسية أخرى لمسائل المثلثات الكروية وردت في "*كتاب في عمل سعة أي مشرق شئت من البروج في أي عرض شئت بالهندسة*". وذلك بالعمل على إنشاء θ سعة المشرق في يوم

[29] - KING, D. A.: The Earliest Islamic Mathematical Methods and Tables for Finding the Direction of Mecca, *Zietschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften,* 3 (1986), p. 82-149; repr. in KING, D. A.: *Astronomy in the Service of Islam*, London, Variorum, 1993*,* Article XIV.

KING, D. A.: The Orientation of Medieval Islamic Religious Architecture and Cities, *Journal for the History of Astronomy,* 26 (1995), p. 253-274.

KING, D. A.: Science in the Service of Religion: the cas of Islam, *Impact of Science on Society*, 159 (1990), Paris, Unesco, p. 245-262.

[30] - KING, D. A.: *Astronomy and Islamic Society: Qibla gnomonics and timekeeping,* in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*. op. cit., p.142-144.

DJEBBAR, A.: *La phase arabe de l'histoire de la trigonométrie*, in HEBERT, E. (édit.): Les instruments scientifiques dans le patrimoine: quelles mathématiques ? (Actes du colloque de Rouen, 6-8 avril 2001), op. cit., p. 424.

عرض البيروني في كتابه "*القانون المسعودي*" كيفية معرفة سُمُوت البلاد بعضها من بعض، وهو تعميمٌ لهذه الفقرة التي عرضناها.

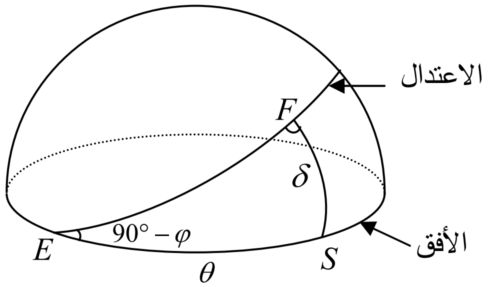
البيروني: *القانون المسعودي*، المرجع السابق، الجزء الثاني، ص. 16-18.

ما[31] انطلاقًا من معرفة φ عرض موضع الرصد و δ ميل الشمس في ذلك اليوم. وحددها الخوارزمي بالعلاقة $sin\,\theta = \dfrac{\sin\delta}{\cos\varphi}$

ترجع هذه الطريقة إلى اعتماد قانون الجيوب المطبق على المثلث الكروي[32] EFS

القوس $\widehat{SF}$ من دائرة عظمى تمر من نقطة الشروق S وقطبي العالم(قطبي الاعتدال).

وقد عرفت هذه الطريقة استعمالاً واسعًا فيما بعد.



الشكل: I−2−10− أ

وقد اعتمد الخوارزمي هندسيًا المنهج التالي:

نعتبر دائرة $ABCD$ مركزها E حيث : $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ،

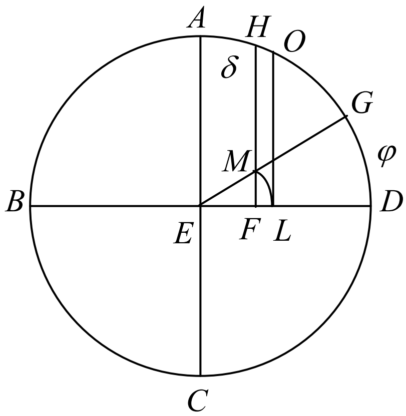
$\widehat{DG} = \varphi$ عرض موضع الرصد،

و $\widehat{AH} = \delta$ ميل الشمس في اليوم المعطى

نعين النقطة M ، حيث $\overline{HF} // \overline{AE}$ ، $\overline{FH} \cap \overline{EG} = M$

قوس $\widehat{ML}$ مركزه E ، $\overline{AE} // \overline{LO}$

عندئذ القوس $\theta = \widehat{AO}$ هي السعة المطلوبة.



الشكل: I−2−10− ب

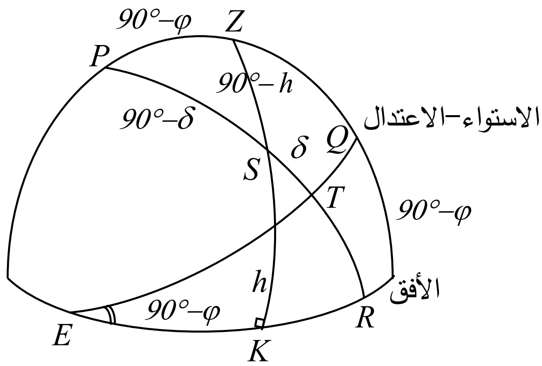
* لقد تم نقل مسألة تحديد القبلة إلى الكرة السماوية [الشكل I−2−11]، ويرتبط الأمر بتعيين سَمْت رأس أهل مكة Z_M ، فالمسألة الرياضية تكافئ تعيين السَّمْت الشمسي a، مع ميلها (إنحرافها) δ ، عندما تكون الساعة الزاوية t مساوية لما بين الطولين $t = \Delta L$؛ فيكون عندها φ عرض البلد، $\delta = \varphi_M$ ، $a = q$ ويكون جرم الشمس $Z_M \equiv S$.

فالطريقة المعتمدة في القرون الوسطى (كالتي اعتمدها النيريزي والسجزي) اقتضت بداية إيجاد ارتفاع سمت رأس أهل مكة Z_M عن الأفق h ، ثم اشتقاق السَّمْت a المتعلق به، الذي يحدد القبلة. كما يمكن حل مسائل القبلة باستعمال نظرية مينالاوس كما هو الحال عند النيريزي [33].

[31] – وهي قوس من دائرة الأفق فيما بين نقطة المشرق E ونقطة الشروق S في ذلك اليوم.

[32] – بتطبيق نظرية الجيوب يكون $\dfrac{\sin\widehat{F}}{\sin\theta} = \dfrac{\sin\widehat{E}}{\sin\delta} \Rightarrow \dfrac{\sin 90°}{\sin\theta} = \dfrac{\sin(90°-\varphi)}{\sin\delta} \Rightarrow sin\,\theta = \dfrac{\sin\delta}{\sin(90°-\varphi)} = \dfrac{\sin\delta}{\cos\varphi}$

وأعطى الماهاني في " *مقالة في معرفة السَّمْت لأي ساعة أردت وفي أي موضع أردت* " إنشاءً هندسيًا لقوس السَّمْت الشمسي a ، من خلال الارتفاع h، وسعة المشرق θ، وعرض موضع الرصد φ. وتَعلَّق هذا الإنشاء بالقاعدة المنتجة من طرف الخوارزمي في كتابه " *معرفة السَّمْت من قِبَل الارتفاع* " بمعنى إذا كانت θ مستنتجة من φ و δ وفق قاعدة الخوارزمي، فالعبارة التي تعطي a بدلالة δ و h و φ تكافئ قانون جيب التمام الكروي للمثلث SPZ.



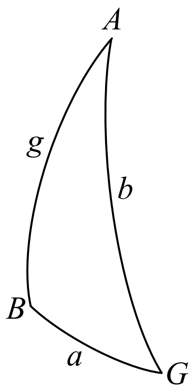
$$a = arcctg\left(\frac{\sin\varphi\cdot\cos t-\cos\varphi\cdot tg\,\delta}{\sin t}\right)$$

الشكل: 11-2-I

وتجدر الإشارة هنا إلى أنَّ العديد من الأزياج والمؤلفات الفلكية، استفادت من إنشاءات الخوارزمي والماهاني.

* وعمل البيروني والخرقي(ت. 1158) في " *كتاب منتهى الإدراك في تقسيم الأفلاك* " دراسةً حول تعيين سمت القبلة، عن طريق الإسقاط المِجْسَامي للكرة السماوية على سطح الأسطرلاب[34]، بواسطة طرق غالبًا ما تكافئ قوانين جيوب التمام التالية:

ليكن ABG مثلثًا كرويًا، من قسي لدوائر عظيمة على الكرة. عندئذ لدينا ما يلي:



$$\cos a = \cos b\cdot\cos g + \sin b\cdot\sin g\cdot\cos\widehat{A}$$
$$\cos b = \cos a\cdot\cos g + \sin a\cdot\sin g\cdot\cos\widehat{B}$$
$$\cos g = \cos a\cdot\cos b + \sin a\cdot\sin b\cdot\cos\widehat{G}$$

[33] - KING, D. A.: *Astronomy and Islamic Society: Qibla gnomonics and timekeeping,* in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, op. cit., vol. 1, p. 144-147.
[34] - ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Géométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, op. cit., vol. 2, p. 149-150.

الإحداثيات الكروية[35]:

لأجل تحديد موضع نقطة على الكرة الأرضية، أو الكرة السماوية، يُحْتَاج هندسيًا إلى معرفة إحداثيات هذه النقطة (التي تمثل بلد من البلدان أو نجم، أو كوكب). ومن أنماط الإحداثيات المستعملة في الهندسة نذكر، الإحداثيات المستطيلة، والإحداثيات التربيعية، والإحداثيات القطبية، والإحداثيات الجغرافية. ونشير إلى أنَّ العلماء في الحضارة العربية الإسلامية كانت لهم فكرة حول التمثيل الهندسي للمنحنيات دون التعبير عنها بصيغة معادلات، فهم استعملوا عبارة عَلاَمة للتعبير عن إحداثيي النقط المنتمية إلى منحنى.

* نذكر بداية أن الإنشاءات الهندسية في التقليد اليوناني المتعلقة برسم المنحنيات استعملت إحداثيات مُعَبَّر عنها بقطع مستقيمة مرتبطة بعلاقة تحدد فيما إذا كانت نقطة ما تنتمي إلى المنحني أم لا. كما هو الحال عند أبلونيوس في "*كتاب المخروطات*" الذي استعمل مفهوم الضلع القائم وخط الترتيب والقطر المجانب والعلاقات التي تربط بينها لأجل رسم القطوع المخروطية الثلاثة، المكافئ والزائد والناقص، وهو ما تَوَسَّع في التقليد الهندسي العربي إلى رسم هذه القطوع نقطيا باستخراجها من الدائرة، كما هو الحال عند إبراهيم بن سنان والصاغاني والسجزي والحسن المراكشي.

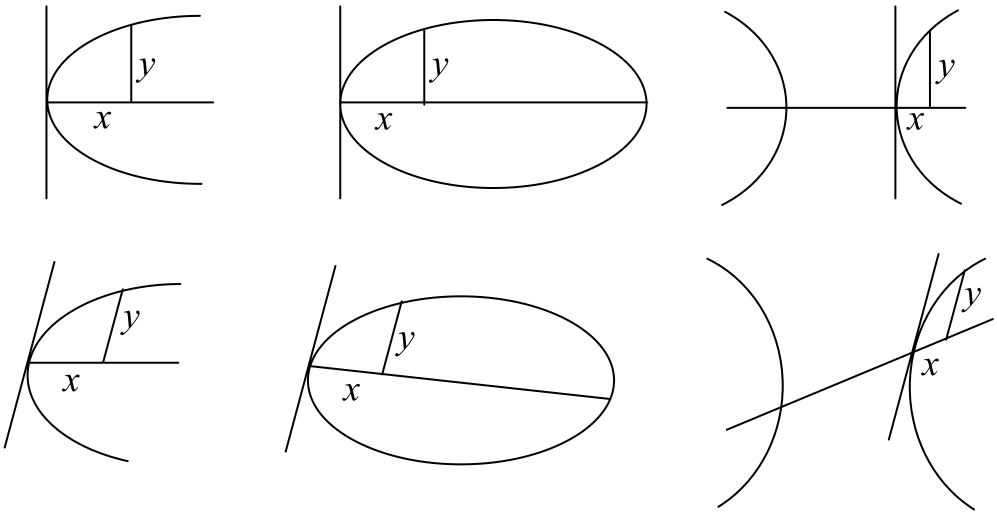
* يرجع مفهوم **الإحداثيات المستطيلة** إلى القرن الرابع قبل الميلاد، فقد استُعمِلت لأوَّل مرة من طرف ميناشم(Ménechme)[36](القرن 4 ق م) باعتبارها قطع مستقيمة، كما هو الحال عند أوقليدس، واستعملت في "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس، لأجل رسم ودراسة خواص القطوع المخروطية الناقص والزائد، وفي "*كتاب تربيع القطع المكافئ*" لأرخميدس.

* واستعمل أبلونيوس **الإحداثيات التربيعية** كإحداثيات مائلة، والحال نفسه في مؤلفات أوقليدس و ميناشيموس، كقطعة من أحد محوري قطع مخروطي، وقطعة ثانية موازية للمحور الآخر، بمعنى قطعة من قطر القطع المخروطي، وقطعة من الوتر المرافق لهذا القطر (هنا يدخل الضلع القائم والقطر المجانب، وخط الترتيب)

[35] - Op. cit., p. 156-159.
[36] - GILLISPIE, Ch. (édit.): *Dictionary of Scientific Biography*, New York, Scribner's Son, 1970, vol. IV, p. 480-488.

الإحداثيات القائمة

الإحداثيات المائلة



الشكل: I−2−12

* **الإحداثيات القطبية:** الإحداثيات القطبية لأرخميدس هي قطعة أصيلة ثابتة، والزاوية التي يصنعها محور ثابت مع هذه القطعة.

أدخل أرخميدس الإحداثيات القطبية في كتابه "*الحلزونيات*"، حيث أنه إذا بقيت الزاوية متناسبة مع طول القطعة، فطرف القطعة يصنع حلزونًا (حلزون أرخميدس).

وقام ثابت بن قرة في "*كتاب في آلات الساعات التي تسمى الرخامات*" بتعريف وضع طرف الظل للساعة الشمسية، في سطح المربع الشمسي، بواسطة طول الظل L، وسَمْتِهِ a . حيث يُمكن اعتبارها كإحداثيات قطبية لنقطة في المستوي، مستنتجًا من جهة أخرى أجزاء الطول x ، وأجزاء العرض y، بمعنى الإحداثيات التربيعية لنفس النقطة، وأعطى عبارة الانتقال من L و a إلى x و y وهي:

$$x = L \sin a \quad , \quad y = L \cos a$$

* **الإحداثيات الجغرافية:**

وهي إحداثيات يعتمدها الجغرافيون على سطح الأرض، باستعمال مصطلحي العرض والطول.

فقد عمد الجغرافيون إلى تمثيل العروض على الكرة، على شمال أو جنوب خط الاستواء (دائرة الاعتدال). وكانوا يُعبِّرون عن الإحداثيات الجغرافية بالدرجات والدقائق.

* **الإحداثيات في الكرة الفلكية السماوية:**

نشير إلى أنَّ الفلكيين القدماء استعملوا أنماطًا من الإحداثيات الكروية، على الكرة الفلكية، شبيهة بالإحداثيات الجغرافية على سطح الأرض، وتهدف إلى تحديد موقع كوكب أو نجم على الكرة السماوية.

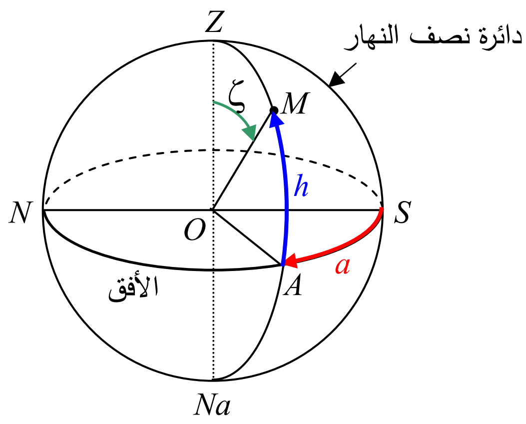
فلأجل ذلك اعتمدوا عدة أنظمة مختلفة من الإحداثيات، حسب الهدف من الرصد، والمسائل المطلوب حلها. وفي كل الحالات هي عبارة عن زاويتين مركزيتين، أو قوسين من دائرتين عظيمتين، مُعَرَّفَتَيْنِ بالنسبة إلى مستوي يَمُرُّ من مركز الكرة السماوية، يُدعى المستوي الرئيسي، وإلى نصف المستوي العمودي على هذا المستوي في مركز الكرة. نلخص هذه الأنظمة في ما يلي:

النظام الأفقي الموضعي:

يُفيد هذا النظام في تعيين موضع كوكبٍ ما، بالنسبة إلى موضع (مكان) الرصد، ويعتمد كمرجعية مستوي دائرة الأفق، والنصف الجنوبي لدائرة نصف النهار لمكان الرصد ونقطتي سَمْت الرأس والنظير (سَمْت الرِّجْل) [الشكل: I−2−13].

ففي هذا النظام يُمَيَّز موقع كوكب M ، بسَمْتِهِ a ، وارتفاعه h .

ويُسْتَعمل أحيانًا البُعد السَّمْتِي[37] $\zeta = \widehat{ZOM} = 90° - h$ بَدَلَ الارتفاع.



الشكل: I−2−13

O مركز الكرة الفلكية وهو موضع الراصد.

Z سمت الرأس، Na النظير (سَمْت الرِّجْل).

N الشمال، S الجنوب.

يُدْعَى نصف المستوي الذي يَمُرُّ من المستقيم (ZNa) والكوكب M بالعمود، وجميع الكواكب التي تنتمي إليه، لها نفس السَّمْت a .

الإحداثيات الأفقية هي إحداثيات مَوضِعية، يمكن قياسها بسهولة وبدقة، غير أنها تَتَغَيَّر بتغير موضع الرصد، وتَتَغَيَّر في الموضع الواحد من وقت إلى آخر؛ بسبب استدارة الأرض، والتنقل النسبي للأشياء السماوية بسبب دوران الأرض.

النظام الاستوائي:

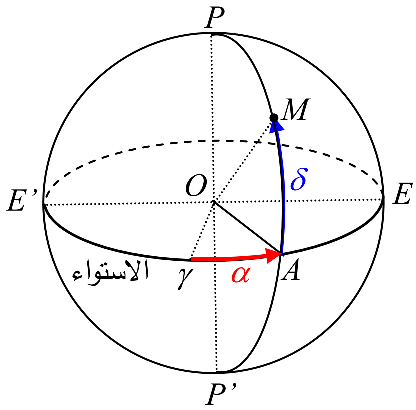
يُفيد هذا النظام في تعيين موضع كوكب بالنسبة إلى الكواكب الأخرى. والعناصر المرجعية في هذا النظام هي: مستوي الاعتدال السماوي[38]، وقطبي الكون، ونصف الدائرة المارة من القطبين، ونقطة الاعتدال الربيعي γ. [الشكل: I−2−14].

---

37 – $h = \widehat{AOM} = \widehat{AM}$ ، $a = \widehat{SOA} = \widehat{SA}$ ولدينا $0 \le a \le 360°$ و $0 \le h \le 90°$ ، كل هذه العناصر تقاس بالدرجات.

38 – الاستواء السماوي هو إسقاط للاستواء الأرضي على الكرة السماوية وهو امتداد له.

ويُمَيَّز موقع كوكب M، بزاويتين[39]، مطلعه بالفلك المستقيم α ، وميله δ.



الشكل: 14-2-I

P القطب الشمالي السماوي.

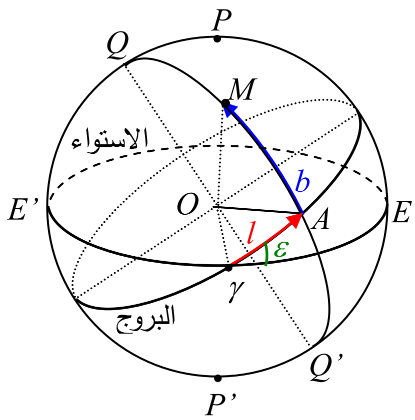
P' القطب الجنوبي السماوي.

هذا النظام من الإحداثيات الذي جاء كتصحيح لأخطاء النظام الأفقي، مستقلٌ تمامًا عن موضع الرصد. لذا فهو مُهمٌ في رسم الخرائط السماوية.

النظام البُرجي:

يفيد هذا النظام في تحديد موضع الشمس، الذي يتغير على دائرة البروج خلال السنة، والكواكب السيارة التي تتحرك بالقرب من دائرة البروج. وعناصره المرجعية هي مستوي دائرة البروج، ونقطة الاعتدال الربيعي γ [الشكل: I-2-15].

يُمَيَّز موقع كوكب M في هذا النظام بطوله البرجي l ، وعرضه البرجي b. (تقاس هاتين الإحداثيتين بالدرجات). $l=\widehat{\gamma OA}=\widehat{\gamma A}$ ، $b=\widehat{AOM}=\widehat{AM}$ ، ولدينا: $0\le l\le 360°$ و $0\le b\le 90°$.



الشكل: I-2- 15

$\varepsilon=23°27'$ ميل دائرة البروج

Q القطب الشمالي لدائرة البروج

Q' القطب الجنوبي لدائرة البروج

يُسْتَعمل هذا النوع من الإحداثيات خصيصًا في علم الفلك النظري، لأجل تحديد مدارات الأجسام السماوية. وعلى الخصوص مدارات الأجسام الموجودة في النظام الشمسي.

[39] – $\alpha=\widehat{\gamma OA}=\widehat{\gamma A}$ ، $\delta=\widehat{AOM}=\widehat{AM}$ ، ولدينا $0\le\delta\le 90°$ و $0\le\alpha\le 360°$

يقاس الميل بالدرجات، وتقاس المطالع بالفلك المستقيم بالساعات والأجزاء الستينية (ودقائق وثواني)، فساعة واحدة بالفلك المستقيم تعادل زاوية قدرها °15 (وهو نفس مقدار ساعة مستوية).

I-3: القطوع المخروطية

لا يختلف اثنان في أنَّ المرجع الأساسي في موضوع المخروطات هو " *كتاب المخروطات*" لأبلونيوس(القرن 3 ق م)[1]. هذا الكتاب الذي عَرِف اهتمامًا كبيرًا، من طرف العديد من العلماء في الحضارة العربية الإسلامية، حيث عمل هؤلاء في بادئ الأمر، على فهم موضوع قطوع المخروطات، فهمًا جيدًا، كما هو الحال عند بنو موسى(القرن 9)، وثابت بن قرة، وعَمِلوا على تطويرها بتأليف عديد الكتب في موضوعها، واستغلالها في عدة ميادين تطبيقية، كما هو الحال عند إبراهيم بن سنان، وأبو حامد الصاغاني، وأبو جعفر الخازن[2]، والكوهي، وابن سهل، وأبو سعيد السجزي، وأبو الريحان البيروني، والحسن المراكشي، وغيرهم كثيرون.

فقد ألَّف ثابت بن قرة كتابًا ترجم فيه " *كتاب المخروطات في أحوال الخطوط المقتبسة*"، وعمل على " *إصلاح المقالة الأولى من كتاب المخروطات في قطع النسب المحدودة*"، وألَّفَ " *كتاب في المخروط المكافئ*". ولبني موسى "*كتاب في قياس المستوي والأشكال الكُرِّيَة*" ذكروا فيه أنَّ الخط الناتج من قطع سطحٍ مستوٍ لسطح مخروط قائم، وموازٍ لقاعدة المخروط هو دائرة. ويَنْسِب ابن النديم كتابًا في تفسير المقالة الأولى من كتاب المخروطات إلى إبراهيم بن سنان[3] وللسجزي " *رسالة في وصف القطوع المخروطية*".

وانشغل ابن سهل بهندسة أبلونيوس للمخروطات، وتناول القطوع المخروطية بشكل مطلق، بصرف النظر عن الجانب التطبيقي لها، في كتابه "*خواص القطوع المخروطية الثلاثة*"، معالجًا خصائص لها تتعلق بمفهوم القسمة التوافقية، مشابهة لتلك الواردة عند أبلونيوس متضمنة في الأشكال 38، 39، 40 من المقالة الثالثة من " *كتاب المخروطات*"[4]. وكَتَبَ الحسن ابن الهيثم " *مقالة في إتمام كتاب*

---

[1] – يتألف *كتاب المخروطات*، من ثمانية مقالات، عُثِر على سبعةٍ منها، وبعضٍ من الثامنة؛ تَرجم الأربعة الأولى منها هلال بن هلال الحمصي، وتَرجم الثلاثة الأواخر ثابت بن قرة.

ابن النديم: *الفهرست*، ضبط وشرح يوسف علي طويل، بيروت، دار الكتب العلمية، 1996، ص. 429.

حول النسخة الفرنسية لكتاب المخروطات. أنظر:

APOLLONIUS: *Les coniques,* VER EECKE, P. (trad.), Paris, Blanchard, 1959.

[2] – حول مساهمة أبو جعفر الخازن في موضوع المخروطات. أنظر:

BOUZARI, A.: *Les coniques dans la tradition mathématiques arabes à travers un traité attribué à al-Khāzin (X^e s.)*, Thèse de Magister en histoire des mathématique, Alger, E. N. S., 1999.

[3] – ابن النديم: *الفهرست*، المرجع السابق، ص. 436.

[4] – لمزيد من المعلومات حول مضمون "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس، وانتقال موضوع القطوع المخروطية. أنظر:

HOGENDIJEK, J. P.: Arabic traces of lost works of Apollonius*, Archive for History of Exact Sciences*, 35 (1986), p. 187-253.

BOUZARI, A.: *Les sections coniques en Orient Musulman Et leurs prolongements en Occident Musulman (VIII^e-XI^e S.)*, Actes du 7^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, 30 mai – 1^e juin 2002), Marrakech, 2005, vol.1, p. 37-49.

المخروطات"[5]، ونذكر عمل المؤتمن بن هود في "*كتاب الاستكمال*" الذي حرّره ابن سرتاق في "*كتاب الإكمال*"[6].

الإنشاء المتواصل للقطوع المخروطية:

لقد عمل العلماء على رسم القطوع المخروطية بطرق شتى مستعملين وسائل وآلات، نذكر من هذه الطرق الإنشائية ما يلي:

1- رسم القطوع نقطيًا: لقد اعتُمِدت هذه الطريقة من الإنشاء للقطوع المخروطية بواسطة المسطرة والبركار في التقليد الرياضي العربي، منذ القرن العاشر الميلادي، فنذكر إبراهيم بن سنان الذي كتب "*مقالة في رسم القطوع الثلاثة*"[7] يقول فيها << ولَمَّا وجدنا رسم هذه الثلاثة القطوع، بالبركار أو غيره من الآلات متعذرًا، احتلنا في رسم نقطٍ كثيرة، يمكن للإنسان أن يبلغ في عددها أي مبلغ أراده، وتكون تلك النقط على قطعٍ من القطوع الثلاثة. وجملة ما استخرجناه من ذلك، أنَّا بيَّنا كيف تتولَّد من الدائرة، هذه القطوع >>؛ وبيَّن فيها كيفية رسم القطوع المخروطية الثلاثة (المكافئ والناقص والزائد)، اعتمادًا على ما جاء في "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس، وانطلاقًا من معرفة الضلع القائم والقطر المجانب[8]؛ مبينًا كيفية تَوَلُّد هذه القطوع من الدائرة، وذلك برسم العديد من النقط التي تقع على القطع، بطريقة إنشائية، وبتوصيلها يحصل القطع المخروطي المطلوب.

---

[5] - HOGENDIJK, J. P.: *Ibn al-Haytham's Completion of the Conics*, New York, Springer Verlag, 1985.

[6] – حول مضمون كتابي " الاستكمال" و " الإكمال". أنظر:

BOUZARI, A.: *Les coniques de l'Istikmāl d'al-Mu'taman dans la rédaction d'Ibn Sartāq*, Actes du 8e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tunis, 18-20 Décembre 2004), p. 83-92.

BOUZARI, A.: *La géométrie des coniques dans la tradition de l'Occident Musulman à travers le Kitāb al-Istikmāl [Livre de l'accomplissement] d'al-Mu'taman (m. 1085)*, Thèse de Doctorat en Histoire des mathématiques, Université de Lille1, France, 2008, vol. 2, p. 1-123.

[7] – للإطلاع على نص ومضمون هذه المقالة، أنظر: ابن سنان، إ.: *رسائل ابن سنان*، تحقيق سعيدان أحمد سليم سعيدان، الكويت، 1983، ص. 41-50.

[8] – وهو مضمون المقالة السابعة، من *كتاب المخروطات*، لأبلونيوس.

– حول إنشاء القطع الزائد بمعرفة قطره المجانب وضلعه القائم (مضمون الشكل 55، من المقالة الأولى، من *كتاب المخروطات*)، وهي الطريقة ذاتها التي استعملها الكوهي حول إنشاء هذا القطع باستعمال المسطرة والبركار. أنظر:

HOGENDIJK, J. P.: *L'étude des sections coniques dans la tradition arabe*, Actes du troisième colloque Maghrébin sur L'Histoire des Mathématiques arabes (Tipaza,1-3 déc. 1990), Alger, Kouba-E.N.S., 1998, p. 147-158.

بهذا يكون لابن سنان السَّبْق في رسم القطوع المخروطية نقطيًا، باعتماد الضلع القائم والقطر المجانب (الضلع المائل). هذه الطرق التي انتقلت في التقليد الرياضي العربي وبنفس المنهج مع بعض التصَرُّف، وهو ما وجدناه عند معاصري ابن سنان والعلماء اللاحقين، نذكر منهم على سبيل المثال لا الحصر: أبي حامد الصاغاني الذي خصَّص الفصل العاشر من كتابه "*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*" لكيفية استخراج القطوع الثلاثة من الدائرة، وكان لها الدور الأساسي عنده في تخطيط صفائح الأسطرلاب. ونذكر أبي سعيد السجري الذي استعمل طرق ابن سنان ذاتها في "*رسالة في وصف القطوع المخروطية*"[9]؛ وأبو جعفر الخازن في كتابه "*إصلاح كتاب المخروطات*"[10]؛ وأخيرًا الحسن المراكشي في "*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*"[11].

ومن باب تماثلية منهج التخطيط فقد تشابهت طريقة ابن سنان والصاغاني والمراكشي في المكافئ، واختلفت طريقة ابن سنان عن ما ورد عند الصاغاني والمراكشي في الزائد، وفي الناقص عرض المراكشي منهجين أحدهما مماثل لمنهج ابن سنان والآخر مماثل لما وجدناه عند الصاغاني.

وأعطى ابن سنان في آخر كتابه "*رسالة في رسم القطوع الثلاثة*" طريقة بَيَّن فيها كيفية استخراج القطع الزائد من الخطوط المستقيمة المتوازية[12]، و كيفية استخراج القطع الزائد من الدوائر المتماسة خارجيًا، والقطع الناقص من الدوائر المتماسة داخليًا. واعتمد في كل هذا على ما جاء في "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس[13].

---

[9] – السجزي: *كتاب وصف القطوع المخروطية*، مخطوط مكتبة جامعة ليدن، رقم 168/1OR، ص. 1–19.

– رشدي راشد: *أعمال السجزي الرياضية هندسة المخروطات ونظرية الأعداد في القرن العاشر الميلادي*، ترجمة محمد يوسف الحجيري، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2008، ص. 285–289.

جبار، أ.: أبو بكر بن باجة وعلوم عصره، *مجلة جديد العلم والتكنولوجيا*، العدد 10، باريس (أغسطس 1990)، ص. 20–21.

[10] – الخازن : *إصلاح كتاب المخروطات*، مخطوط الجزائر، رقم 10/1446، ص. 126–153.

SEZGIN, F.: *Geschichte des Arabischen Schriftums*, Leiden, Brill, 1974, vol. V, p. 307.

SUTER, H.: *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und Ihre Werke* [Les mathématiciens et les astronomes arabes et leurs oeuvres],Teubner, Leipzig , 1900, p. 80.

[11] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، تصدير فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1984، الجزء 1، ص. 324–333.

عسالي، س. ع.: *الأدوات الرياضية في الأعمال الفلكية للحسن المراكشي (القرن 13)*، أطروحة ماجستير في تاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبة–الجزائر، 2000، ص. 78–84.

[12] – الشكل 14، من المقالة الثانية، من *كتاب المخروطات*، لأبلونيوس.

[13] – ابن سنان، إ.: *رسائل ابن سنان*، المرجع السابق، ص. 49–50.

مثال1: رسم القطع المكافئ نقطيًا.

أ – طريقة ابن سنان في رسم القطع المكافئ[14]

يُبيِّن لنا ابن سنان في هذه الطريقة، كيفية استخراج القطع المكافئ من الدائرة، وذلك باستخراج نقط متعددة من القطع، باعتماد دائرة ذات قطر متغير. هذا ملخص لطريقته.

نعتبر خط $\overline{AZ}$ عليه نقطة B معلومة الوضع، أي أنَّ $\overline{AB}$ و $\overline{BZ}$ معلومان [الشكل:I–3–1]

نرسم دائرة قطرها $\overline{AZ}$. ونرسم عمود على نقطة B يقطع الدائرة في نقطة E.

فيكون[15]: $\overline{BE}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BZ}$

نُعيِّن النقطة H حيث: $(EH) \cap (ZH) = H$ مع $\overline{ZH} // \overline{BE}$ و $\overline{EH} // \overline{BZ}$. فيكون الرباعي $BZHE$ متوازي الأضلاع. ولدينا $\overline{ZH}^2 = \overline{BE}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BZ}$

فإذا عَلَّمْنَا على استقامة خط $\overline{BE}$ نقطة T ، بحيث $\overline{BT} = \overline{AB}$.

كان بناءًا على هذا النقطة H على القطع المكافئ الذي رأسه نقطة B ، وضلعه القائم $\overline{BT}$، وسهمه $\overline{BZ}$ ، وخط ترتيبه $\overline{ZH}$. حسب ما بَيَّن أبلونيوس في "*كتاب المخروطات*" في رسم القطع المكافئ الذي خطوط ترتيبه قائمة[16].

وعلى المنهج نفسه نحدد نقط أخرى من القطع، بأخذ نقط على خط (BZ)، ونرسم الدوائر التي تمر من هذه النقط ومن نقطة A ، فتكون النقط الناتجة وفق متوازي الأضلاع كما بَيَّنَّا سابقًا تقع على القطع المكافئ الذي وصفناه.

لدينا إذن على ضوء ما وصفنا $\overline{ZH}$ ، $\overline{KM}$ ، $\overline{QN}$ خطوط الترتيب

$$\overline{KM}^2 = \overline{BL}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BK} = \overline{BT} \cdot \overline{BK}$$
$$\overline{QN}^2 = \overline{BF}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BQ} = \overline{BT} \cdot \overline{BQ}$$

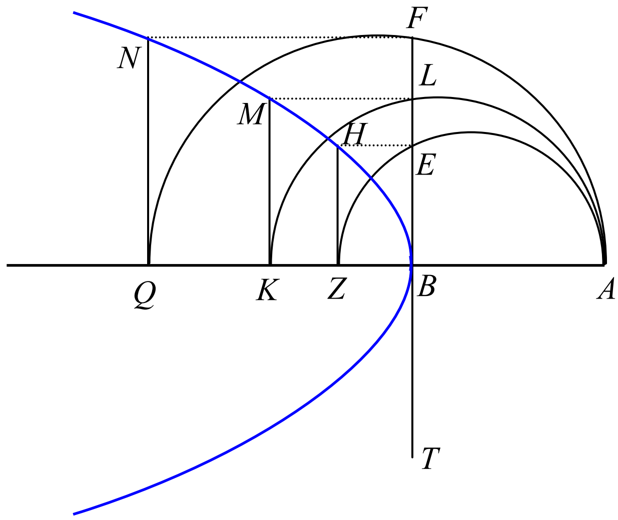
---

[14] – ابن سنان، إ.: *رسائل ابن سنان*، المرجع السابق، ص. 42–44.

[15] – وهذا راجع إلى أنَّ المثلث AEZ قائمٌ في E ، و B مسقطها العمودي. وهو مضمون الشكل الثامن، من المقالة السادسة، من *كتاب الأصول*، لأوقليدس.

وتعتبر العبارة $\frac{\overline{BE}^2}{\overline{BZ}} = \overline{AB}$ العلاقة الأساسية للضلع القائم. حسب الشكل 11، من المقالة الأولى، من *كتاب المخروطات*، لأبلونيوس.

[16] – مضمون الشكلين 11 و 52، من المقالة الأولى، من *كتاب المخروطات*، لأبلونيوس.



الشكل: I-3-1

ب – طريقة الحسن المراكشي في رسم القطع المكافئ[17]

ليكن خطا $\overline{XY}$ ، (AB) حيث $\overline{AB} \perp \overline{XY}$ ، وليكن خط $\overline{F}$.

نريد أن نرسم قطعًا مكافئًا سهمه $\overline{AB}$ ورأسه نقطة A وضلعه القائم خط $\overline{F}$ [الشكل: I-3-2]

لنعتبر نقطة G على خط (AB) حيث $\overline{AG} = \overline{F}$

نُقَسِّم خط $\overline{AG}$ أقسامًا متساوية وكذلك خط (AB) بنفس القسمة على أدق ما يمكن من الأجزاء.

نخرج من هذه الأجزاء (النقاط N ، H ، G ، Q ، C ، K ...) خطوطا موازية لخط $\overline{XY}$ ونسميها خطوط الترتيب. فيكون لدينا $\overline{NQ} = \overline{HC} = \overline{GK} = \overline{AG} = \overline{F}$

نرسم دائرة قطرها $\overline{AQ}$ تتقاطع مع خط الترتيب المار من نقطة N على نقطتي M ، T .

فتكون النقطتان T ، M على القطع المكافئ الذي رأسه نقطة A وسهمه $\overline{AB}$ وضلعه القائم خط $\overline{F}$.

نرسم دائرة قطرها $\overline{AC}$ تتقاطع مع خط الترتيب المار من نقطة H على نقطتي E ، D .

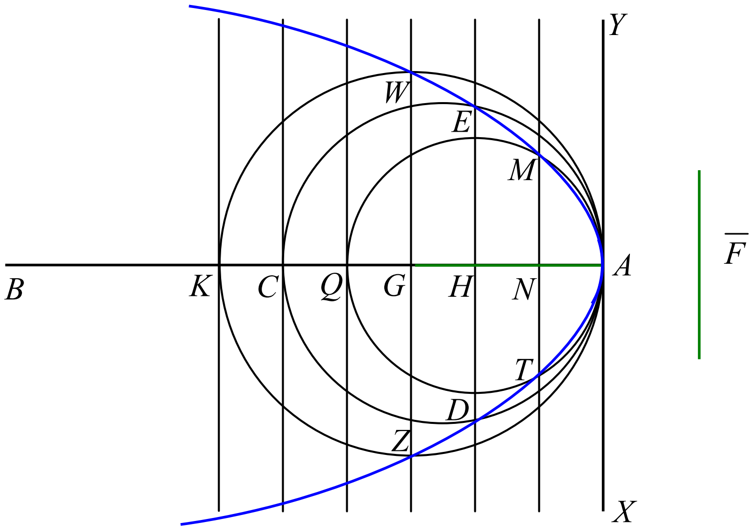
فتكون النقطتان D ، E على القطع الذكور. [C:II-5]

وهكذا نفعل بالدائرة ذات القطر $\overline{AK}$ وبباقي الأقسام إلى أن نصل إلى عددٍ كافٍ من النقاط.

يظهر من هذا العمل أنَّ مضمون طريقة المراكشي يُمَاثِل مضمون تلك الواردة عند ابن سنان.

---

[17] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 1، ص. 327–329.

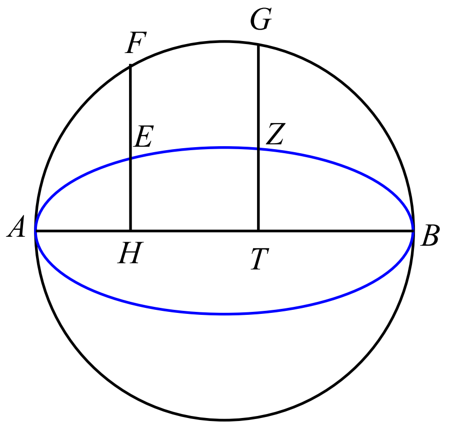


الشكل: I-3-2

مثال2: رسم القطع الناقص نقطيًا.

أ - طريقة ابن سنان في رسم القطع الناقص

يُوضِّح ابن سنان أولاً، المبدأ الذي يُنْشَأ عليه القطع الناقص، إذا كان قطره الأكبر قطر دائرة[18].



الشكل: I-3-3

ليكن $\overline{EH}$ ، $\overline{ZT}$ خطين من خطوط الترتيب، عندئذ

القاعدة الأساسية هي $\dfrac{\overline{EH}^2}{\overline{AH}\cdot\overline{HB}}=\dfrac{\text{المائل}}{\text{القائم}}$

وكذلك $\dfrac{\overline{ZT}^2}{\overline{AT}\cdot\overline{TB}}=\dfrac{\text{المائل}}{\text{القائم}}$

فبمعرفة أنَّ $\overline{AH}\cdot\overline{HB}=\overline{FH}^2$ و $\overline{AT}\cdot\overline{TB}=\overline{GT}^2$

ينتج لدينا $\dfrac{\overline{EH}^2}{\overline{FH}^2}=\dfrac{\overline{ZT}^2}{\overline{GT}^2}$ وبالتالي $\dfrac{\overline{EH}}{\overline{FH}}=\dfrac{\overline{ZT}}{\overline{GT}}$

وهذا يعني أنَّ نسبة تلك الخطوط في الطول نسبة واحدة. ولدينا نفس الأمر بالنسبة لبقية خطوط الترتيب.

---

18 - هذه الطريقة نجدها وبشكل مشابه عند الحسن المراكشي الذي أعطى معادلة مميزة لهذا القطع.
الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 82-83.

وهذا الوضع يقتضي [الشكل:I‒3‒4] أنه: إذا كانت لدينا دائرة قطرها $\overline{AB}$ ؛ وكان $\overline{FQ}$ ، $\overline{GN}$ وَتَرَين فيها، عموديين على $\overline{AB}$.

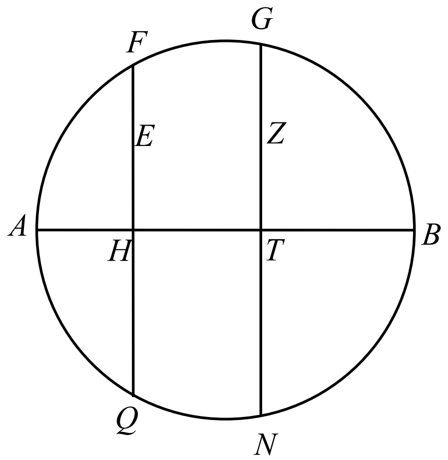
و قسمنا خط $\overline{FH}$ بنسبة محددة λ ، في نقطة E ؛ وقسمنا خط $\overline{GT}$ بنفس النسبة في نقطة Z.

بمعنى $\lambda = \dfrac{\overline{GZ}}{\overline{ZT}} = \dfrac{\overline{FE}}{\overline{EH}}$ فهي النسبة التي من خلالها، يُنشأ القطع الناقص، الذي تقع عليه النقط A ، E ، Z ، B .

وعلى العموم إذا كان $\overline{L}$ خطًا ما حيث: $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{L}} = \dfrac{\overline{EH}^2}{\overline{AH}\cdot\overline{HB}}$

لكانت نقطة E تنتمي إلى القطع الناقص الذي قطره $\overline{AB}$، وضلعه القائم $\overline{L}$ و خط ترتيبه $\overline{EH}$ حسب ما بيَّن أبلونيوس في "*كتاب المخروطات*"[19].

ويجوز القطع على كل النقط المستخرجة بالنسبة المأخوذة.



الشكل: I‒3‒4

ب – طريقة الحسن المراكشي في رسم القطع الناقص[20]

ليكن خطا $\overline{AB}$ ، $\overline{AD}$ حيث $\overline{AD} \perp \overline{AB}$

نريد أن نرسم قطعًا ناقصًا قطره $\overline{AB}$ وضلعه القائم خط $\overline{AD}$ [الشكل: I‒3‒5].

لنعتبر نقطة G على خط $\overline{AB}$ حيث $\overline{AG} = \overline{AD}$

نُقَسِّم خط $\overline{AG}$ أقسامًا متساوية وكذلك خط $\overline{AB}$ بنفس القسمة على أدق ما يمكن من الأجزاء.

نخرج من هذه الأجزاء (النقاط E ، W ، Q ، C، G) خطوطًا موازية لخط $\overline{AD}$ ونسميها خطوط الترتيب.

نصل $\overline{DG}$ فيتقاطع مع خط الترتيب الخارج من E في نقطة Z ، ومع خط الترتيب الخارج من نقطة W في نقطة M .

نجعل $\overline{ZH} = \overline{AE}$ ونرسم دائرة قطرها $\overline{EH}$، ونخرج خط $\overline{ZT}$ يوازي $\overline{AB}$ ويقطع تلك الدائرة في نقطة T لتكن نقطتا K ، L على خط الترتيب المار من E حيث $\overline{EK} = \overline{EL} = \overline{ZT}$.

عندئذ تكون النقاط K، A ، L على القطع الناقص الذي قطره $\overline{AB}$ وضلعه القائم خط $\overline{AD}$.

---

[19] – الشكلين 13 و 56 ، من المقالة الأولى، من *كتاب المخروطات*، لأبلونيوس.

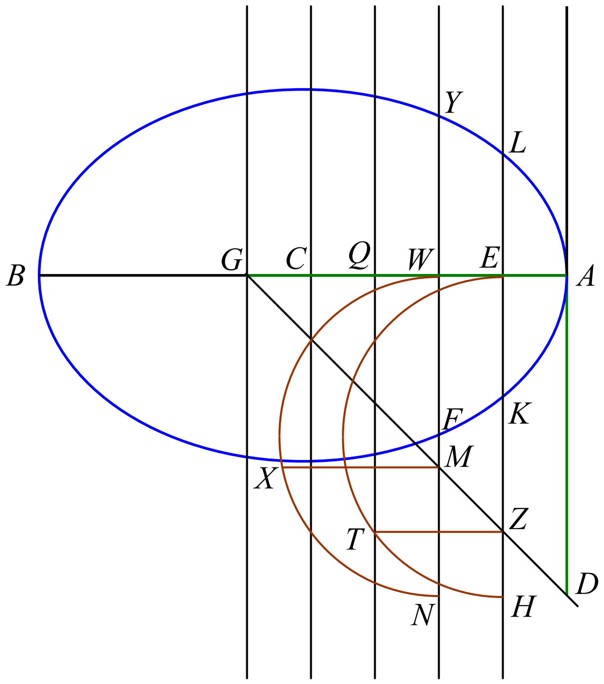
[20] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 1، ص. 332‒333.

وبالمثل نجعل $\overline{MN}=\overline{AW}$ ونرسم دائرة قطرها $\overline{WN}$ ونخرج خط $\overline{MX}$ يوازي $\overline{AB}$ ويقطع تلك الدائرة في نقطة X .

لتكن نقطتا F، Y على خط الترتيب المار من W حيث $\overline{WF}=\overline{WY}=\overline{MX}$.

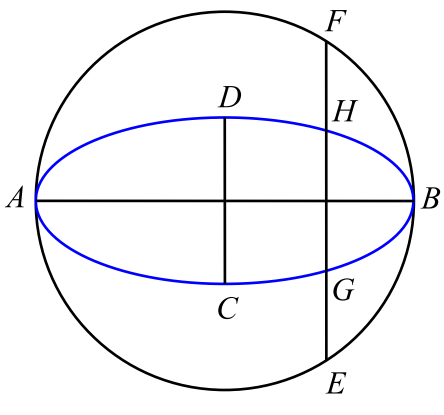
عندئذ يمر القطع من النقطتين F ، Y . [C:II-6]

وهكذا نفعل بباقي أجزاء خط $\overline{AB}$.



الشكل:I−3−5

* وهذه طريقة أخرى اقتبسها الحسن المراكشي من عند الزرقالي واستعملها في تخطيط الوجه الخلفي من الصفيحة الزرقالية[21].



الشكل: I−3−6

$\overline{AB}$ القطر الأطول للقطع (قطر الدائرة)، $\overline{CD}$ القطر الأقصر

$\overline{FE}$ وتر في الدائرة، عندئذ:

$$\frac{\overline{CD}}{\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)}=\frac{\overline{GH}}{\left(\frac{\overline{EF}}{2}\right)}$$

بهذه العلاقة يُحَدَّد ما يقع من الوتر $\overline{FE}$ في القطع الناقص.

والوضع نفسه بالنسبة لبقية الأوتار.

من الواضح أن مضمون هذه الطريقة مطابق تمامًا لما ورد في طريقة ابن سنان.

21 – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 96.

مثال 3: رسم القطع الزائد نقطيًا

أ – طريقة ابن سنان في رسم القطع الزائد[22]

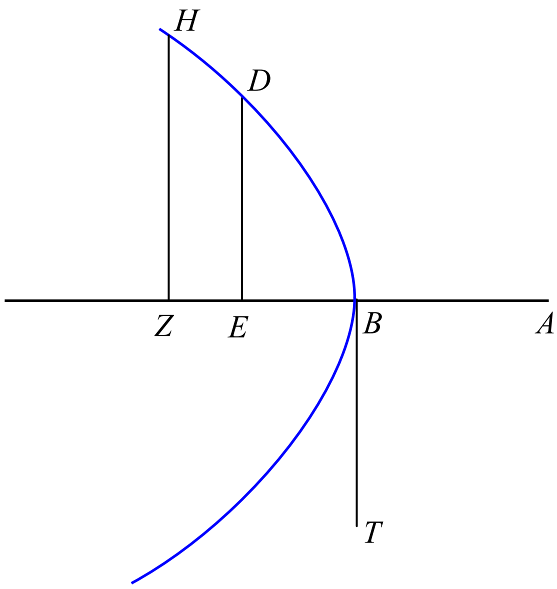
في هذا المثال يعرض لنا ابن سنان استنادًا على ما جاء في كتاب المخروطات لأبلونيوس[23] المبدأ الأساسي الذي يرسم عليه القطع الزائد باعتماد الضلع القائم والقطر المجانب (الضلع المائل)، ثم يوضح كيفية استخراج القطع الزائد من الدائرة.

* نريد أن نرسم قطعًا زائدًا قطره (ضلعه المائل) $\overline{AB}$ وضلعه القائم $\overline{BT}$ ، حيث $\overline{AB} \perp \overline{BT}$ ويمر من نقطة B [الشكل: I−3−7].

فلتكن نقطة E معلومة الوضع على خط (AB)، ولتكن نقطة D كيفما وقعت (مثلا $\overline{ED} \perp \overline{AE}$ أو أن $\overline{AE}$ ، $\overline{ED}$ مُخرجان على زاوية معينة) حيث $\frac{\overline{BT}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ED}^2}{\overline{AE} \cdot \overline{BE}}$ فتكون نقطة D على القطع الزائد الذي يمر من نقطة B ، وخطوط ترتيبه توازي خط $\overline{ED}$ أي أنها مُخرَجة على قطره بمثل زاوية $\widehat{AED}$.

ولتكن نقطة Z معلومة الوضع على خط (AB) ولنعتبر خط $\overline{ZH}$ حيث $\overline{ZH} \,//\, \overline{ED}$ و $\frac{\overline{BT}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ZH}^2}{\overline{AZ} \cdot \overline{BZ}}$ فتكون نقطة H على القطع، و $\overline{ZH}$ من خطوط الترتيب.

وعلى هذا المنوال يمكننا تحديد العديد من النقاط التي تنتمي إلى القطع.



الشكل: I−3−7

[22] – ابن سنان، إ.: *رسائل ابن سنان*، المرجع السابق، ص. 46−49.

[23] – الشكل 54، من المقالة الأولى، من *كتاب المخروطات*، لأبلونيوس.

* أما بخصوص كيفية استخراج القطع الزائد من الدائرة

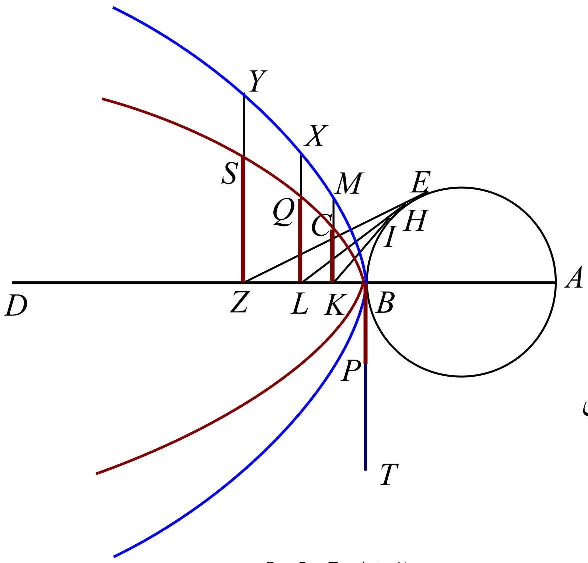
فليكن خط $\overline{AD}$ عليه نقطة B معلومة الوضع. أي أن $\overline{AB}$ معلوم القدر [الشكل: I-3-8].

نعمل دائرة قطرها $\overline{AB}$ ، ولتكن E ، H ، I نقاط على هذه الدائرة.

لنخرج من هذه النقاط مماسات للدائرة تتقاطع مع خط (AB) وهي على الترتيب $\overline{EZ}$ ، $\overline{HL}$ ، $\overline{IK}$

لنخرج على أي زاوية كانت الخطوط $\overline{ZY}$ ، $\overline{LX}$ ، $\overline{KM}$ حيث $\overline{ZY}\,//\,\overline{LX}\,//\,\overline{KM}$ و $\overline{ZY}=\overline{EZ}$ ، $\overline{LX}=\overline{HL}$ ، $\overline{KM}=\overline{IK}$

فيكون لدينا بناء على هذا الوضع



الشكل: I-3-8

$$\overline{AZ}\cdot\overline{BZ}=\overline{EZ}^2=\overline{ZY}^2$$

$$\overline{AL}\cdot\overline{BL}=\overline{HL}^2=\overline{LX}^2$$

$$\overline{AK}\cdot\overline{BK}=\overline{IK}^2=\overline{KM}^2$$

فإذا جعلنا $\overline{BT}=\overline{AB}$ حيث $\overline{BT}\perp\overline{AB}$ فيكون

$$1=\frac{\overline{AB}}{\overline{BT}}=\frac{\overline{AZ}\cdot\overline{BZ}}{\overline{ZY}^2}=\frac{\overline{AL}\cdot\overline{BL}}{\overline{LX}^2}=\frac{\overline{AK}\cdot\overline{BK}}{\overline{KM}^2}$$

وتكون النقاط M ، X ، Y على القطع الزائد الذي رأسه نقطة B وقطره $\overline{AB}$ و وضلعه القائم $\overline{BT}$ والخطوط $\overline{KM}$ ، $\overline{LX}$ ، $\overline{ZY}$ من خطوط الترتيب.

وعلى العموم إذا قسمنا الخطوط $\overline{KM}$ ، $\overline{LX}$ ، $\overline{ZY}$ (أو زدنا فيها)على نسبة واحدة مثلاً قسمناها على نقط C ، Q ، S أي أن $\frac{\overline{KM}}{\overline{KC}}=\frac{\overline{LX}}{\overline{LQ}}=\frac{\overline{ZY}}{\overline{ZS}}$

فيكون $\frac{\overline{KM}^2}{\overline{KC}^2}=\frac{\overline{LX}^2}{\overline{LQ}^2}=\frac{\overline{ZY}^2}{\overline{ZS}^2}$ وبالتالي $\frac{\overline{AZ}\cdot\overline{BZ}}{\overline{ZS}^2}=\frac{\overline{AL}\cdot\overline{BL}}{\overline{LQ}^2}=\frac{\overline{AK}\cdot\overline{BK}}{\overline{KC}^2}$

فلنعتبر خط $\overline{BP}$ حيث $\overline{BP}\perp\overline{AB}$ و $\frac{\overline{AB}}{\overline{BP}}=\frac{\overline{AK}\cdot\overline{BK}}{\overline{KC}^2}$

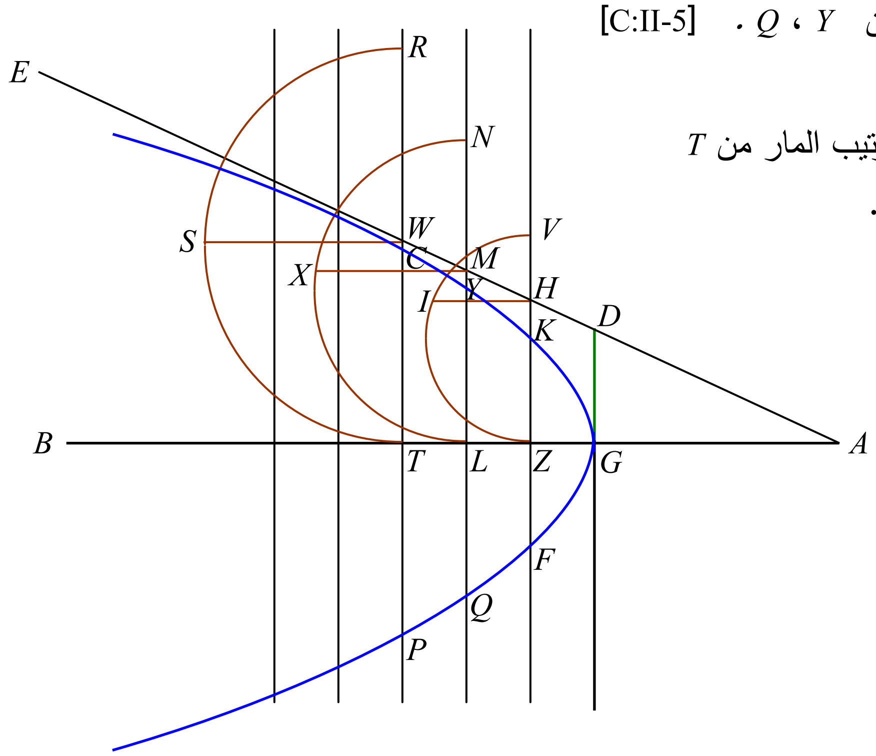
عندئذ تكون النقاط C ، Q ، S على القطع الزائد الذي رأسه نقطة B وقطره $\overline{AB}$ و وضلعه القائم $\overline{BP}$ والخطوط $\overline{KC}$ ، $\overline{LQ}$ ، $\overline{ZS}$ من خطوط الترتيب.

ب – طريقة الحسن المراكشي في رسم القطع الزائد[24]

ليكن خط $\overline{AB}$ عليه نقطة G معلومة الوضع وليكن خط $\overline{GD}$ حيث $\overline{GD} \perp \overline{AB}$.
نريد أن نرسم قطعًا زائدًا قطره المجانب $\overline{AG}$ وضلعه القائم خط $\overline{GD}$ [الشكل: I–3– 9].

لنعتبر خط $\overline{AE}$ يمر من D .
نُقَسِّم خط (AG) أي خط $\overline{GB}$ أقسامًا متساوية على أدق ما يمكن من الأجزاء.
نخرج من هذه الأجزاء (مثلاً النقاط Z ، L ، T) خطوطًا موازية لخط $\overline{GD}$ ونسميها خطوط الترتيب،
فتتقاطع مع خط $\overline{AE}$ (أي مع خط (AD)) في النقاط H ، M ، W على الترتيب.
* نجعل $\overline{GZ} = \overline{HV}$ ونرسم دائرة قطرها $\overline{ZV}$ ، ونخرج خط $\overline{HI}$ يوازي $\overline{AB}$ ويقطع تلك الدائرة في نقطة I.
لتكن نقطتا K ، F على خط الترتيب المار من نقطة Z حيث $\overline{ZK} = \overline{ZF} = \overline{HI}$.
عندئذ تكون النقاط K، G ، F على القطع الزائد الذي قطره(ضلعه المائل) $\overline{AG}$ وضلعه القائم $\overline{GD}$.
* وبالمثل نجعل $\overline{GL} = \overline{MN}$ ونرسم دائرة قطرها $\overline{LN}$ ونخرج خط $\overline{MX}$ يوازي $\overline{AB}$ ويقطع تلك الدائرة في نقطة X .
لتكن نقطتا Y ، Q على خط الترتيب المار من نقطة L حيث $\overline{LY} = \overline{LQ} = \overline{MX}$.
عندئذ يمر القطع من النقطتين Y ، Q . [C:II-5]

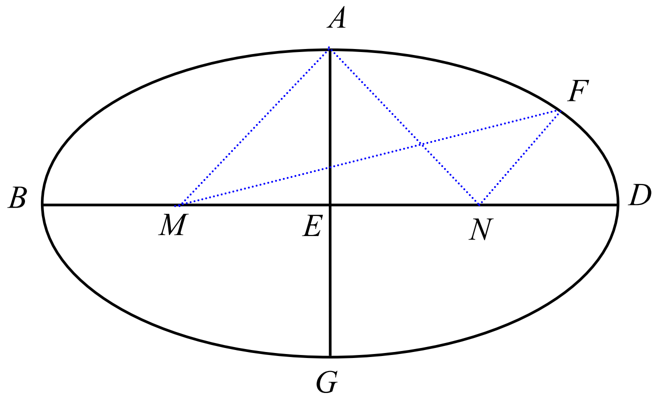
* وهكذا نفعل على خط الترتيب المار من T وعلى باقي أجزاء خط $\overline{AB}$.



الشكل: I–3– 9

[24] – الحسن المراكشي: جامع المبادئ والغايات *في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 1، ص. 330–332.

2- رسم القطوع آليًا: هناك تقنية خاصة نجدها عند بني موسى بن شاكر(القرن 9)، في "*كتاب الحيل*"، وتتمثل في رسم القطع الناقص، باستعمال خيط مُثَبَّت في بؤرتي هذا القطع [الشكل:I-3-10]؛ مشترطين أن يكون طول الخيط المستعمل، مساويًا لضِعف المسافة بين البؤرتين، وبَنَو عليها "*كتابا في خواص القطع الناقص*" وسموه الدائرة المستطيلة. كما استُعمِلت الطريقة ذاتها في "*كتاب طول الدائرة*" الذي ألَّفَه الحسن بن موسى[25]، وأوردها السجزي(951-1024) في "*رسالة في وصف القطوع المخروطية*"[26]، وهو ما وجدناه أيضًا عند الحسن المراكشي (القرن 13) في "*جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*".



$$\overline{FM} + \overline{FN} = 2\overline{MN}$$

الشكل: I-3-10

وصَمَّمَ ابن سهل(940-1000) آلاتٍ لرسم القطوع المخروطية الثلاثة بشكل متواصل. تُمَكِّن من رسم القطع الناقص بطريقة مشابهة للتي عند بني موسى باستعمال ثلاث بَكَرَات، اثنتان ثابتتان والثالثة متحركة[27].

تفيدنا شهادة السجزي في "*رسالة في عمل البركار التام وهو بركار المخروط*" بأن أسيدورس استخرج بركار تحتاج إليه قطوع المخروط، ذكر أوطوقيوس(Eutocius)(القرن 6م) كيفية عمل هذه الآلة

---

[25] - GILLISPIE, Ch. (édit.) *: Dictionary of Scientific Biography*, New York, Scribner's Son, 1970, vol. I, p. 443-446.

[26] – رشدي راشد: *أعمال السجزي الرياضية هندسة المخروطات ونظرية الأعداد في القرن العاشر الميلادي*، المرجع السابق، ص.284.

[27] – اعتمد ابن سهل أساسًا على مفهوم البؤرة لكل قطع مخروطي، مستعملاً بَكَرَات وخيط (حزام)، بطول ثابت في المكافئ والناقص. ومستعملاً في الزائد بَكَرتين لهما نفس الشعاع (متساويتي نصف القطر)، مركز الأولى ثابت ومركز الثانية متحرك، يرتكز عليهما حزام طوله ثابت.

رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري* (ابن سهل-القوهي-ابن الهيثم)، ترجمة شكر الله الشلوجي، بيروت، 2001، ص. 97-102.

في كتابه "*الموسطين*"، كما ورد ذلك أيضًا عند صاحب "*المخانيقي*" وصفه في كتابه الذي فَسَّرَ فيه كتاب إيرن "*في الخطوط الطاقية*" مشيرًا إلى أنها ضرورية لتخفيض المشقة في الأعمال المذكورة في "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس وفي الآلات التي ترسم الأظلال والأسطرلابات المُسَطَّحة[28].

كان أبو سهل الكوهي(القرن 10) أوَّل رياضياتي مسلم ألَّف حول آلة يمكن بها رسم القطوع المخروطية بطريقة متواصلة، فقد ألف "*رسالة في البركار التام والعمل به*" قال فيها << إنَّا وضعنا هذا الكتاب في الآلة المعروفة بالبركار التام، وهو مقالتان. المقالة الأولى: في البرهان على أنه يمكن بهذا البركار رسم الخطوط القياسية، أي المستقيم، أو محيطات الدوائر، أو محيطات قطوع المخروط، وهي المكافئة والزائدة والناقصة، والمتقابلة الوضع؛ والمقالة الثانية: في علم الرسم للخطوط التي ذكرناها على وضعٍ معلوم. فإن كان قبلنا هذه الآلة عند الأوائل موجودة معروفة الذكر والاسم، وكان اسمها وأَسَامي الأشياء التي تتبعها بخلاف ما سميناه، فإنا لنا عذرًا إذا لم تقع لنا هذه الآلة ولا ذكرها >>[29].

لقد لَقِيَ عَمَل الكوهي اهتمامًا كبيرًا، من قِبَل العديد من العلماء، فقد ألفوا كتبًا حول هذه الآلة والعمل بها، وصَمَّمُوا آلات على شاكلتها[30]. وقد كان لآلة البركار التام ضرورة هامة، للحاجات الفلكية لصناعة الأسطرلابات، والمزولات الشمسية.

---

[28] – رشدي راشد: *أعمال السجزي الرياضية هندسة المخروطات ونظرية الأعداد في القرن العاشر الميلادي*، المرجع السابق، ص. 303.

[29] – حول رسالة الكوهي. أنظر: الكوهي: *رسالة في البركار التام والعمل به*، مخطوط مكتبة جامعة ليدن، رقم OR 1/161، ص. 1-19.

الدمرداش، أحمد سعيد: البركار التام والقطوع المخروطية تأليف لويجن بن رستم القوهي، *مجلة معهد المخطوطات العربية*، 22/2 (1976)، ص. 321-343.

حول تحقيق النص العربي والترجمة الفرنسية لرسالة الكوهي. أنظر:

WOEPKE, F.: Trois traités arabes sur le compas parfait, *Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque impériale et autres bibliothèques,* 22 (1874), Addition, p. 1-175; Reproduit en fac-similé dans WOEPCKE, F.: *Etudes sur les mathématiques arabo-islamiques*, SEZGIN, F. (édit.), Frankfurt, 1986, vol. II, p. 560-734.

[30] – نذكر من بين هؤلاء: أبو نصر بن عراق (القرن 11) وكتابه "*المسائل الهندسية*"؛ والبيروني (ت 1048/440) وكتابه "*الاستيعاب*"؛ وأبو سعيد السجزي (ت1024/415) وكتابه حول "*البركار المخروطي*"؛ والحسن بن الهيثم (ت1039/431) ومقالته "*مقالة في بركار القطوع*"؛ ومحمد بن الحسين (أواخر القرن الثاني عشر) الذي ألَّف "*مقالة البركار التام وكيفية التخطيط به*"، ضمَّنها مسائل تطبيقية، يشرح فيها كيفية إنشاء القطوع المخروطية الثلاثة بواسطة هذه الآلة؛ و الحسن المراكشي (القرن13) الذي بدوره ألَّف كتابًا يشرح فيه كيفية العمل بهذه الآلة "*كتاب فيما يُعْمَل بالبركار التام*" ورد ذكره في كتاب "*جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*".

WIEDEMANN, E.: *Gesammelte Schriften zur arabisch-islamischen Wissenschafts Geschichte*, Frankfurt, 1986, vol. V, p. 429.

حول البركار التام (البركار المخروطي) للسجزي. أنظر:

WOEPKE, F.: *Etudes sur les mathématiques arabo-islamiques*, op. cit., vol.2, p.562.

ومن الوسائل التي تفيد في رسم القطوع المخروطية وأنصافها آليا نذكر مساطر السجزي التي أورد كيفية عملها في "*رسالة في وصف القطوع المخروطية*"[31] .

وذكر ابن الهيثم(ت. 1039) في رسالته "*رسالة حول المرآة المكافئية*"، أنَّه ألَّف "*رسالة في إنشاء القطوع المخروطية بطريقة الآلة*"، ذكر فيها كيفية استخراج جميع القطوع بطريق الآلة، مشيرًا إلى أنه عمل على تحسين طريقة رسم هذه القطوع، التي عرفها سابقيه من المهندسين[32].

الميادين التطبيقية لقطوع المخروطات: لقد استُعمِلت القطوع المخروطية في التقليد الرياضي العربي في حل العديد من المسائل الهندسية والجبرية، وكان لها الدور الأساسي في العديد من المجالات التطبيقية من بصريات وعلم فلك. فهي تفيد في وضع الخطوط التي ترسمها أطراف ظلال المقاييس في السطوح التي هي قائمة عليها، لأجل معرفة حدود الساعات الشمسية. وهو ما وجدناه عند السجزي والحسن المراكشي[33]. يقول السجزي في هذا الشأن في كتابه "*رسالة في وصف القطوع المخروطية*" << وأصحاب علم التعاليم من أهل التنجيم يستعملون هذا الطريق في أعمالهم في الرخامات المبسوطة التي تحدث من رسم حركة ظل الشخص على نقط الساعات وأجزائها في القطعين المتقابلين من طرف سُمُوت الساعات وأظلالها في أوائل البروج، وربما يعملون أيضًا لأوائل المنقلبين فقط، ويتهيأ أن نعمل لذلك مساطر للعروض المفروضة. >>

WIEDEMANN, E.: *Gesammelte Schriften zur arabisch-islamischen Wissenschafts Geschichte*, op. cit., vol. V, p. 432-433.

RASHED, R.: Al-Sijzī et Maïmonide: commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des Coniques d'Apollonius, *Archives internationales d'Histoire des Sciences*, 37 (1987), n° 119, p. 263-296.

وحول ابن الهيثم. أنظر: ابن أبي أصيبعة: *عيون الأنباء في طبقات الأطباء*، بيروت، 1979، الجزء 3، ص. 479.

نظيف، م.: *الحسن بن الهيثم كشوفه وبحوثه البصرية*، القاهرة، مطبعة نوري، 1942، ص.479.

حول نص رسالة البركار التام لابن الحسين وتحقيقها وتحليلها. أنظر:

ابن الحسين: *مقالة البركار التام وكيفية التخطيط به*، مخطوط الجزائر، المكتبة الوطنية، رقم 5/1446.

بن ربيعة، ي.: *الآلات الهندسية في التقليد الرياضي العربي ما بين القرنين (9-13م)*، أطروحة ماجستير في تاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبة-الجزائر، 1998، ص. 38-129.

وحول المراكشي. أنظر: الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق ، الجزء 1، ص. 223.

31 – رشدي راشد: *أعمال السجزي الرياضية هندسة المخروطات ونظرية الأعداد في القرن العاشر الميلادي*، المرجع السابق، ص. 281-284.

32 – ابن الهيثم: *رسالة المرايا المحرقة بالقطوع*، مجموعة رسائل ابن الهيثم (3)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1357/1938-1939.

WINTER, H. J. J. & ARAFAT, W.: Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror, *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal, Science* 15 (1949), no. 1, p. 25–40.

33 – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات*، المرجع السابق، الجزء 1، ص. 258-263.

ومن أهم التطبيقات التي ترتكز أساسًا على القطوع المخروطية، نذكر مفهوم التسطيح، المتعلق بإسقاط الكرة الفلكية على سطحٍ مستوٍ، أو غيره من السطوح المختلفة. وكان لهذين الموضوعين الفضل، في إيجاد العديد من الآلات الفلكية كالأسطرلابات بجميع أنواعها، والآلات الرصدية والتقويمية[34]، وآلات أخرى كالمزولات الشمسية[35]. سنذكر لاحقًا بعضًا من الآلات الحادثة عن تسطيح الكرة، ضمن الميادين التطبيقية لمفهوم التسطيح من هذا العمل.

[34] – نفس المرجع ، الجزء 2، ص. 109–131.

[35] - KING, D. A. : *Islamic astronomical instruments*, London, Variorum, 1987, p. 10-11.

I–4: الإسقاطات في الهندسة العربية

نبذة حول هندسة الإسقاطات في التقليد الرياضي العربي

مفهوم التسطيح:

يُعتبر مفهوم التسطيح، وسيلة لإسقاط الكرة الفلكية، أو دوائر منها، على سطحٍ مستوٍ، أو على بسيط كرة، أو غيرهما من السطوح. والهدف من ورائه، معرفة أوضاع الأجرام السماوية، والدوائر الفلكية، والنقط المتحركة، بالنسبة إلى الأشياء غير المتحركة.

وهذه جملة تعريفات لعلم التسطيح:

* عِلمُ التسطيح، هو عِلمٌ يُتَعَرّف منه على كيفية نقل الكرة إلى السطح، مع حفظ الخطوط والدوائر، المرسومة على الكرة، وكيفية نقل تلك الدوائر إلى الخط[1].

* وهو علم يُتَعرف منه كيفية إيجاد الآلات الشعاعية[2].

* يقول البيروني في "*كتاب الآثار الباقية*"، << إن تسطيح ما في الأُكر من الدوائر العظام والصغار، والنقط ممكن، إذا جُعِل أحد قطبيها رأسًا لمخروطات تمر بسائطها عليها، وتقاطع سطحًا مفروضًا، فإن الفصول المشتركة بين ذلك السطح وبين بسائط تلك المخروطات إن جازت على الدوائر أو الخطوط، جازت على نقط هي تسطيحها في ذلك السطح المستوي، وهذا هو عمل الأسطرلاب. فإن في الشمالي جُعِلَ القطب الجنوبي رأس المخروطات، وفي الجنوبي جُعِلَ القطب الشمالي رأس المخروطات. والسطح المقصود أحد الموازية لسطح معدل النهار. فتشكلت دوائر وخطوط مستقيمة >>[3].

* ويقول الحسن المراكشي في "*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" في معنى التسطيح، << إذا تُوُهِّم سطح مستوي يُماس كرة الفلك من خارج، هو إنما يُماسها على نقطة واحدة فقط، على ما بَيَّنَ ثاوذسيوس في المقالة الأولى في كتابه في الأشكال الكُرِّيَة. فإذا تُوُهِّم شخصٌ يواجه سطح المماس، وبصره على الخط الذي يخرج من موضع التماس ويمر بمركز الفلك، نفذ بصره إلى الدوائر الفلكية، ويجعل بين البصر وتلك الدوائر مخروطات، رؤوسها عند البصر وقواعده الدوائر الفلكية. وهذه المخروطات تنتهي إلى السطح المماس وتتقطع به، ويكون الفصل المشترك بين سطوحها وبين السطح المماس أمثلة لتلك الدوائر الفلكية. ليُفِيد معرفة أوضاع الأجرام والدوائر والنقط المتحركة بالنسبة إلى

---

[1] – طاش كبرى زادة: *مفتاح السعادة ومصباح السيادة*، بيروت، دار الكتب العلمية، 1985، الجزء 1، ص. 360.
حاجي خليفة: *كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون*، بيروت، دار الفكر، 2007، الجزء الأول، ص. 337–338.

[2] – القنوجي: *أبجد العلوم*، بيروت، دار الكتب العلمية، 1999، الجزء 2، ص. 127.

[3] – البيروني: *الآثار الباقية عن القرون الخالية*، بيروت، دار الكتب العلمية، 2000، ص. 321.

الأشياء غير المتحركة، وهي دائرة الأفق، ودائرة نصف النهار، وأيضًا المقنطرات وهي الدوائر الموازية للأفق، وسمت الرأس، وسمت الرجل، ودوائر السُّمُوت في أي وقت أريد. ومقادير الليل والنهار والماضي من كل واحد منهما، وغير ذلك في الأمور المشهورة. وتسمى النقطة التي عند بصر الرائي نقطة التسطيح، والنقطة الحادثة عن التماس مركز التسطيح >>[4].

نحن نعلم الآن أنَّ موضوع التسطيح وإنشاء الأسطرلابات انطلق كظاهرة جديدة كل الجِدَّة في القرن التاسع الميلادي، نتيجة الدراسات المتعلقة بموضوعين أساسيين، الأول رياضي، تَعلَّق بدراسة مؤلفات أرخميدس وأبلونيوس، ذات الصِّلَة بالمخروطات، وحساب مساحات بعض القطوع المخروطية المكافئة والناقصة، وكذا رسم بعض المنحنيات[5]. والثاني هندسي، تَعلَّق بالمسائل الهندسية التطبيقية في حل المسائل الرياضية المطروحة من طرف الفلكيين، خصوصًا تلك المتعلقة بالتمثيل الدقيق للكرة في إنشاء الأسطرلابات. ومن المؤكد أنَّ هذه المسائل كانت قديمة، فنذكر أنَّ بطلميوس قد لجأ إلى **الإسقاط التسطيحي**[6]، في كتابه "*كتاب تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*" لأجل تبيين كيفية تَمَثُّلِ الدوائر التي على سطح الكرة على سطح مستوي، انطلاقًا من القطب الجنوبي؛ فأسطرلاب بطلميوس شمالي من النوع المُسَطَّح. ويُرجَّح أنَّ بطلميوس لم يكن مخترع الأسطرلاب، وإنما أخذ فكرته من هيبارخس، غير أنَّ الفلكيين في بلاد الإسلام عرفوه عن طريق بطلميوس من خلال كتابه في تسطيح الكرة[7].

لقد أصبح استعمال الأسطرلاب في القرنين التاسع والعاشر الميلاديين كظاهرة اجتماعية عند الفلكيين والمُنَجِّمِين، وأدَّى ظهور مهنة الأسطرلابيين[8] كمهنة جديدة، إلى تنشيط الأبحاث حول الإسقاطات، لغرض إنشاء الأسطرلابات. حيث اهتم الرياضياتيون والفلكيون أمثال الكندي[9]، وبنو موسى،

---

[4] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، تصدير فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1984؛ مُصَوَّر عن مخطوطة أحمد الثالث، اسطنبول، رقم 3343، الجزء 2، ص. 19–20.

[5] – مثل رسم القطع الزائد انطلاقًا من دائرة على يد إبراهيم بن سينان، وثابت بن قرة الذي عمل مقطع إهليلجي.
RASHED, R.: *Ibrahīm Ibn Sinān Ibn Thābit Ibn Qurra* , in GILLISPIE, Ch. (édit.): *Dictionary of Scientific Biography*, New York, Scribner's Sons, 1973. vol. 7, p. 2-3.
ROSENFELD, B. A: *A History of Non Euclidean Geometry: Evaluation of the concept of a Geometric Space*, New York, Springer-Verlag, 1988.

[6] - NEUGEBAUER, O.: The Early History of the Astrolabe, Studies in Ancient Astronomy IX, *Isis*, 40 (1949), no. 3, p. 240-256.

[7] – ابن سنان، إ.: *رسائل ابن سنان*، تحقيق أحمد سليم سعيدان، الكويت، 1983، ص. 318.

[8] – لمزيد من المعلومات حول إنشاء الآلات وصانعيها، أنظر: ابن النديم: *الفهرست*، ضبط وشرح يوسف علي طويل، بيروت، دار الكتب العلمية، 1996، ص. 451–452.

[9] – للكندي "*رسالة في تسطيح الكرة*"، و"*رسالة في صَنْعَة الأسطرلاب* بالهندسة"، و"*رسالة في عمل ذات الحَلَق السِّت واستعمالاتها*".
ابن النديم: *نفس المرجع*، ص. 416–420.

وإبراهيم بن سنان، والخازن، والكوهي، وابن سهل، وأبو سعيد السجزي، وما شاء الله[10]، والمروروذي[11]، والفرغاني، وحبش الحاسب[12]، وعبد الرحمن الصوفي، بدراسة طرق الإسقاط، والرسم الهندسي للأشكال على الأسطرلاب، وبهذا الوضع انطلق النِّقَاش بين الرياضياتيين والفلكيين، حول فضائل الأسطرلاب ومزايا مختلف الإسقاطات[13].

ذكر الفرغاني أنَّ الكندي أو المروروذي، اخترع في عهد المأمون(813–833) إسقاطًا، سَمَّاه **الإسقاط المُبَطَّخ**، وهو إسقاط سَمْتِي متساوي الأبعاد، نقطة تسطيحه أحد قطبي فلك البروج. وقد نقد الفرغاني ومحمد بن موسى(780–850) هذا النوع من الإسقاط، كوسيلة لتسطيح الأسطرلاب. وقدَّم الفرغاني أوَّل عرضٍ نظريٍ في التاريخ، حول **الإسقاط التسطيحي** (أي إسقاط الكرة على سطحٍ مستوٍ). نذكر في هذا الخصوص الشهادة التي أفادنا بها البيروني، في كتابه "*تسطيح الصُّوَر وتبطيح الكُوَر*" الذي أعطى فيه **الإسقاط السمتي المتساوي الأبعاد**، حول ما ذكره الفرغاني، حيث يقول << وقد يُمكن نقل ما في الكرة إلى السطح بطريق آخر، فقد نسبه أبو العباس الفرغاني في نسخ عدة من كتابه الموسوم *بالكامل*، إلى يعقوب بن إسحاق الكندي، وفي عدة منها إلى خالد بن عبد الملك المروروذي، وهو الذي يُسمى أسطرلابًا مُبَطَّخًا، ووُجِد لحبش كتابٌ مقصورٌ على صَنْعَتِه، وأصحاب هذه الصناعة فيه فريقان إمَّا مُسْتَهجِنٌ وإمَّا مُسْتَمحِنٌ إياه >>[14].

إنَّ استمرار الأبحاث في عصر الفرغاني وتطورها في القرن العاشر، وظهور نظريات مختلفة لطرق الإسقاط، أدَّى إلى إعادة النظر في منهج نظرية الإسقاطات والهندسة الإسقاطية للكرة.

نذكر على سبيل المثال أعمال الكوهي وابن سهل في النصف الثاني من القرن العاشر، حيث خَصَّص الكوهي الفصل الأول، من المقالة الأولى من "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*"، إلى إعطاء

---

[10] – من مؤلفاته "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب والعمل به*". أنظر: ابن النديم: *نفس المرجع*، ص. 437–438.

[11] – له "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب المسطح*". أنظر: *نفس المرجع*، ص. 441.

[12] – من أصحاب الأرصاد، ويُعرف بالمروزي الحاسب، من مؤلفاته، "*كتاب عمل الأسطرلاب*"، و"*كتاب عمل السطوح المبسوطة والقائمة والمائلة والمنحرفة*". أنظر: *نفس المرجع*، ص. 439.

[13] – رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري (ابن سهل–القوهي–ابن الهيثم)*، ترجمة شكر الله الشلوجي، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2001، ص. 127.

[14] – البيروني: *تسطيح الصُّوَر وتبطيح الكُوَر*، مخطوط ليدن، رقم 1068، ص. 300–314.

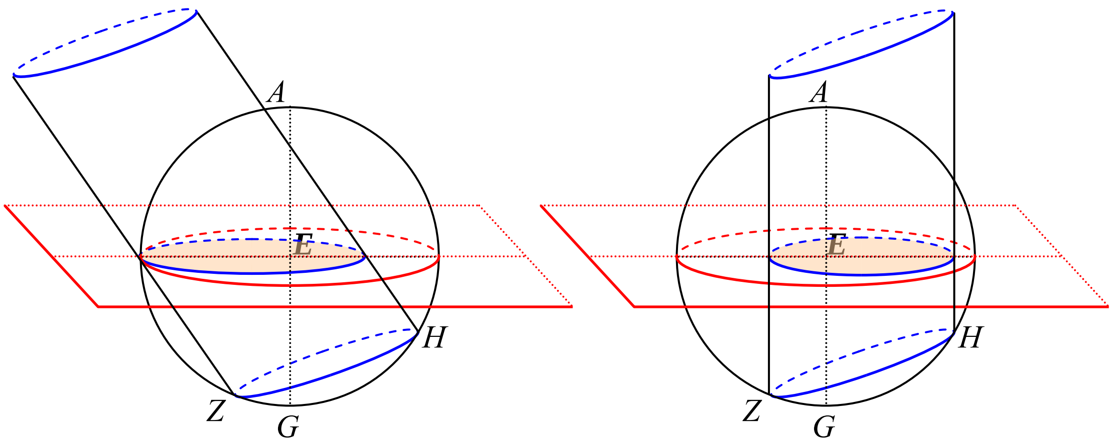
البيروني: *كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*، مخطوط ليدن، رقم 1066، ص. 89ظ–90و.

عرضٍ أوليٍ عن نظرية الإسقاطات، وقد بدت هذه المفاهيم التي عرضها الكوهي، صعبة في فهمها، فعمل ابن سهل على شرحها[15].

وتجدر الإشارة هنا إلى أنَّ الكوهي رَكَّزَ اهتمامه على الجانب النظري الهندسي لهذه الصناعة، بصرف النظر عن المسائل التطبيقية للإسقاطات، التي تَهُمُّ الحرفيين، صُنَّاع الأسطرلاب.

وعلى العموم، فقد قدَّم الكوهي في "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*" وابن سهل في دراسته للإسقاطات وشرحه لكتاب الكوهي، دراسة عامة حول كيفية إسقاط الكرة ذات محور دوراني معروف، والدوائر المرسومة عليها، على سطحٍ مستوٍ، أو غير مستوٍ، دوراني، أو غير دوراني. وذلك بأخذ وضعين منفصلين، بالنسبة للسطوح الدورانية، التي يقع عليها الإسقاط، تبعًا لكون محورها موازيًا، أو غير موازٍ لمحور الكرة، وهذا ما أدَّى إلى تعريف **الإسقاطات الأسطوانية** [الشكل:I−4−1]، وفق منحى موازٍ أو غير موازٍ لمحور الكرة، وكذا **الإسقاطات المخروطية** [الشكل:I−4−2] من خلال نقطة (قطب التسطيح) تنتمي إلى هذا المحور، أو لا تنتمي إليه[16].

تُعتبر هذه المرة الأولى التي يظهر فيها مفهوم الإسقاط الأسطواني، وهو إسقاط عمودي أو مائل؛ والإسقاط المخروطي، ليس فقط من نقطة على محور الكرة، بل وانطلاقًا من نقطة خارج المحور أيضًا.



الشكل: I−4−1

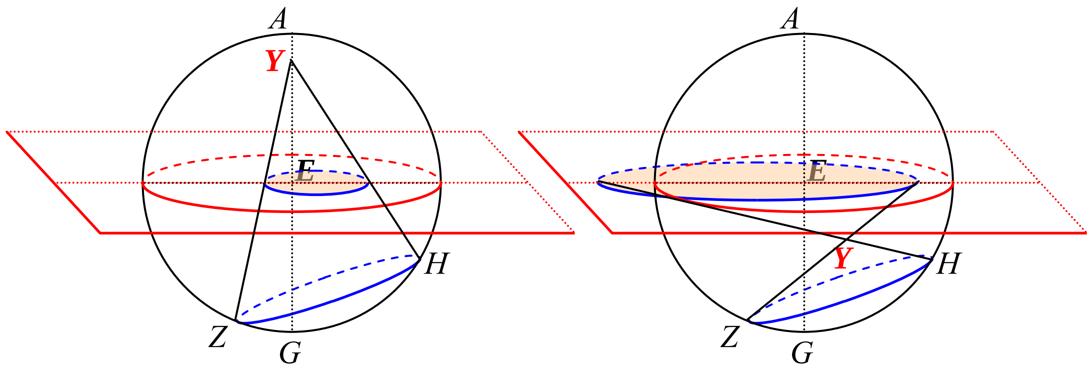
---

[15] – للاطلاع على نص كتاب الكوهي، وشرح ابن سهل. أنظر: رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، ص. 251−268؛ 376−416.

BERGGREN, J. L.: Abū Sahl al-Kūhī's Treatise on the Construction of the Astrolabe with Proof: Text, Translation and Commentary, *Physis*, 31 (1994), p. 141-252.

[16] - ABGRALL, Ph.: La géométrie de l'Astrolabe au X^{e} siècle, *Arabic sciences and philosophy*, 10 (2000), p.7-77.

ROSENFELD, B. A.: *A History of Non Euclidean Geometry: Evaluation of the concept of a Geometric Space*, op. cit., p. 127.



الشكل: I-4-2

ونشير إلى أنه بالرغم من تعريف هذين النوعين من الإسقاطات من طرف الكوهي في الفصلين الأولين من كتابه، إلاَّ أن كتابه هذا لم يتضمن دراسة تطبيقية مفصلة حول الإسقاط الأسطواني، كما أنَّ الدراسة المتعلقة بالإسقاط المخروطي للكرة على سطح الأسطرلاب، في الفصول الثلاثة المتبقية من المقالة الأولى، اقتصرت على حالة كون قطب التسطيح أحد قطبي الكرة.

غير أنَّ الدراسة المُفصَّلة للتسطيح المخروطي، انطلاقًا من نقطة على المحور، وتختلف عن قطبي الكرة، فهو العمل الذي تَمَيَّزَ به أبو حامد الصاغاني، الذي أَدرج جميع تفاصيل عمله في"*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*". ويُحتمل أنَّ دراسة الكوهي تَمَّت في نفس الوقت الذي درس فيه الصاغاني الإسقاطات المخروطية من نقطة خارج الأقطاب، حيث أنَّ الكوهي لم يدَّعي أيَّة أسبقية، كما أنَّ ابن سهل لم ينسبها إليه.

بهذا يكون الصاغاني مخترع الإسقاط المخروطي انطلاقًا من نقطة على المحور، وتختلف عن قطبي الكرة؛ فيما يُعتبر الكوهي مخترع الإسقاط الأسطواني قبل البيروني، الذي ادَّعَى أنه اخترع هذا النوع من الإسقاط، وأكَّد أسبقية الصاغاني في تعميم مفهوم الإسقاط المخروطي الذي درسه، حيث يقول في كتابه " *الآثار الباقية عن القرون الخالية*" << وقد نقل أبو حامد الصاغاني رأس المخروطات عن القطبين، وجعله داخل الكرة أو خارجًا، على استقامة المحور، فتشكلت خطوطًا مستقيمةً، ودوائرَ، وقطوعًا نواقصَ، ومكافئاتٍ، وزوائدَ كيف أرادها، ولم يُسبَق إلى هذه التسطيح العجيب. ومنه نوعٌ سَمَّيْتُه الأسطواني، ولم يتصل بي أنَّ أحدًا من أصحاب هذه الصناعة ذكره قبلي، وهو أن يجوز على ما في الكرة من الدوائر والنقط خطوطٌ وسطوحٌ موازيةٌ للمحور، فيتشكل في سطح < فلك معدل > النهار خطوط مستقيمة ودوائر وقطوع ناقصة فقط. >>[17].

[17] – البيروني: *الآثار الباقية عن القرون الخالية*، المرجع السابق، ص. 321.

وفي تعقيب على الفرغاني يقول البيروني في كتابه "*تسطيح الصُّور وتبطيح الكُور*" << وأمَّا التسطيح الأسطواني فهو الذي خطر بِبَالي، من كثرة ما أفاض فيه الفرغاني من الهذيان في آخر كتابه، من الرد على الأسطرلاب المُبَطَّخ، وأظن أنَّ السبق لي إليه، وقد سَمَّيْتُه **التسطيح الكامل**، لعله ليس هذا موضعها، وهو من نوع متوسط، لا شمالي ولا جنوبي، وبه يُمكن أنَّ تتسطَّح كواكب الفلك بأسرها في سطح فلك معدل النهار، أو في سطح أي دائرة عظيمة فرضت >>[18].

بناءً على هذه التصريحات للبيروني، نُرجِّح أنه لم يكن على دراية بدراسات الكوهي، ودراسات ابن سهل.

السطوح المُسْقِطَة ومنهج الإسقاط:

نحاول فيما يلي التدقيق في منهج الإسقاطات التي عَرَضها الكوهي في "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*"، وتبيين تلك الحالات التي تناسب إنشاء الأسطرلابات من غيرها.

بداية نشير إلى أنه من المتفق عليه بين علماء الهندسة والفلكيين أنَّ مركز الكرة السماوية، هو مركز الأرض. وأنها تدور على المحور الممتد بين القطبين الشمالي والجنوبي.

أشار الكوهي في تعريفه للأسطرلاب، إلى أنه آلة من سطحين، أحدهما ساكن، والآخر متحرك عليه باستدارة. كما أوضح أنَّ الكرة تَتَسطَّح على سطوح مختلفة الأجناس، من مواضع مختلفة، لكن لا يتحرك أحد السطحين[19] منهما على الآخر بحركة الكرة، إلاَّ أنْ يكون على السطوح المخروطية، أو الأسطوانية، أو ما شابهها من ذوات المحور، التي محورها محور الكرة، أو المستوية التي يكون محور الكرة عمودًا عليها؛ وقال يمكن أنْ تكون سطوح التسطيح مُمَاسة للكرة[20]، ويمكن أنْ تكون قاطعةً لها[21].

[18] – البيروني: *تسطيح الصُّور وتبطيح الكُور*، مخطوط ليدن، رقم 1068، ص. 14.

[19] – المقصود هنا سطحي الأسطرلاب، أي السطح المتحرك من الأسطرلاب والسطح الثابت.

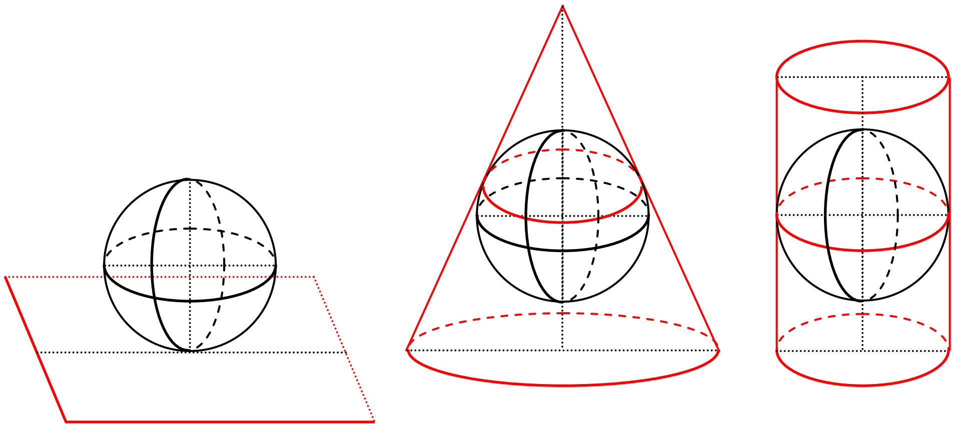
[20] – وجدنا هذا الوضع لسطح التسطيح المماس للكرة، مستعملاً عند إبراهيم بن سنان في "*رسالة في الأسطرلاب*" وعند الحسن المراكشي في "*جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*".

ابن سنان، إ.: رسالة في الأسطرلاب، في *رسائل ابن سنان*، المرجع السابق، ص. 309–317.

الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 19–21؛ 39–63.

[21] – وهذا الوضع لسطح التسطيح القاطع للكرة، مستعمل بشكل أساسي عند الصاغاني، حيث يكون سطح التسطيح اعتداليًا؛ وعند الكوهي يكون سطح التسطيح اعتداليًا، أو موازيًا لسطح الاعتدال.

وقال إنَّ الكرة تَتَسطَّح على قسمين، أحدهما مخروطي والآخر أسطواني[22]. فعلى السطوح المخروطية، أو الأسطوانية مثلاً، يكون تسطيح الدوائر التي على الكرة، فصولاً مشتركة، للمخروط والأسطوانة، أو للمخروط والسطح المستوي، أو للمخروطين، أو للأسطوانتين، أو للأسطوانة والسطح المستوي.



الشكل: I-4-3 (نماذج من سطوح التسطيح)

بهذه المقدِّمات يكون الكوهي قد أوضح شكل السطوح المناسبة للأسطرلاب، والوضعية التي يجب أنْ توضع عليها بالنسبة إلى محور الكرة، كما أوضح الطرق التي تَتَسطَّح بها الكرة (أسطوانيًا ومخروطيًا)، وأشار إلى وجود حالات يكون فيها تَحَرُّك السطحين لا يُحاكي تحرك الكرة حول محورها. ونحن سنعمل على توضيح هذه المسألة في الملخص التالي، مع التنبيه إلى أنَّ الكوهي اعتمد الإسقاطات الأسطوانية وفق منحى كيفي، والإسقاطات المخروطية انطلاقًا من رأس كيفي.

ففي حالة الإسقاط المخروطي:

لتكن نقطة Y منطلق الإسقاط (قطب التسطيح)، عندئذ: يكون السطح المُسْقِط لدائرة سطحًا مخروطيًا، رأسه نقطة Y ، وقاعدته تلك الدائرة؛ إلاَّ إذَا كانت النقط Y في نفس السطح مع الدائرة، فيكون السطح المُسْقِط مستويًا (وهو المستوي نفسه الذي يشمل الدائرة ونقطة Y). والمُسْقِط لنقطة ما، هو المستقيم المار بتلك النقطة، انطلاقًا من Y. والسطح المُسْقِط لخطٍ مستقيم (L)، سطحًا مستويًا يشمل الخط (L) والنقطة Y (وبشكل أدق سطحًا مثلثًا رأسه Y ، وقاعدته (L)).

[22] – قدَّم الكوهي تعريفًا لهذين النوعين من التسطيح، في الفصل الأوَّل، من المقالة الأولى، من "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*".
الكوهي: كتاب صنعة الأسطرلاب بالبرهان، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، المرجع السابق، ص. 377-378.

فبهذا يكون تسطيح كل دائرة من الكرة، ينتج عن طريق تقاطع سطح التسطيح، مع المخروط، الذي رأسه نقطة Y ، وقاعدته تلك الدائرة.

وفي حالة الإسقاط الأسطواني:

ليكن المستقيم (Δ) مَنْحَى الإسقاط. عندئذ: يكون السطح المُسْقِط لدائرة سطحًا أسطوانيًا موازيًا لـ (Δ)؛ إلاَّ إذَا كانت الدائرة موازية للمنحى (Δ)، فيكون السطح المُسْقِط مستويًا (وهو المستوي المار من الدائرة نفسها). والمُسْقِط لنقطة M، مستقيمًا موازيًا لـ (Δ) ويشمل M . والسطح المُسْقِط لخطٍ مستقيم (L)، سطحًا مستويًا(يشمل الخط (L))، موازيًا لـ (Δ)؛ وإذا كان (L) موازيًا لـ (Δ) فيكون مُسْقِطه نفسه.

فعلى هذا يكون تسطيح كل دائرة من الكرة غير موازية للمنحى (Δ)، ينتج عن طريق تقاطع سطح التسطيح، مع الأسطوانة المنطلقة من الدائرة التي على الكرة، وفق المنحى (Δ).

بناءً على كل ما سبق يتَبيَّن أنه: إذا كان سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب) هو نفسه أسطوانيًا أو مخروطيًا، فإن التقاطعات الحاصلة عبر التسطيحين المذكورين، هي منحنيات ليست مستوية على العموم. ذلك أنها ناتجة عن تقاطع مخروطين، أو أسطوانتين، أو مخروط وأسطوانة[23]. وقد تَجَنَّبَ ابن سهل كما هو الحال عند الكوهي، الخوض في تفاصيل هذه الأوضاع من التسطيح، رغم الإشارة إليها.

أمَّا إذا كان سطح التسطيح مستويًا، أو كانت الدائرة التي على الكرة موازية للمنحى (Δ) أو تشمله، أو كانت الدائرة التي على الكرة في نفس السطح مع قطب التسطيح أو تشمله، فإن التقاطعات تعطي سطوحًا مستوية. ذلك أنها ناتجة عن تقاطع سطحٍ مستوٍ مع مخروط، أو مع أسطوانة، أو مع مستوٍ.

لنحاول في العرض التالي أنْ نوضح الأساس الذي اعتمده الكوهي، في اختياره لسطحِ تسطيحٍ مستوٍ، يكون محور الكرة عمودًا عليه.

حالة التسطيح المخروطي:

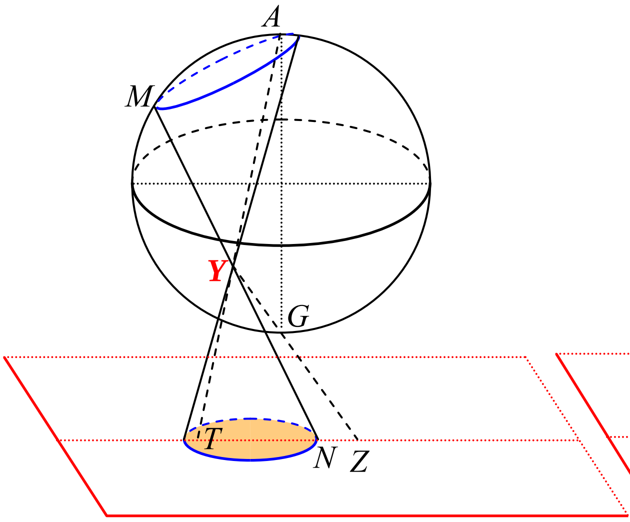
لنعتبر سطح التسطيح مستويًا، ولتكن نقطة Y نقطة التسطيح (قطب التسطيح). عندئذ:

1- إذا كانت Y تنتمي إلى محور الكرة (كيفما كان وضعها على المحور) [الشكل: I-4-4]. فإنَّ مسقط النقطتين A، G (قطبي الكرة) على سطح التسطيح يكون دومًا نقطة واحدة Q.

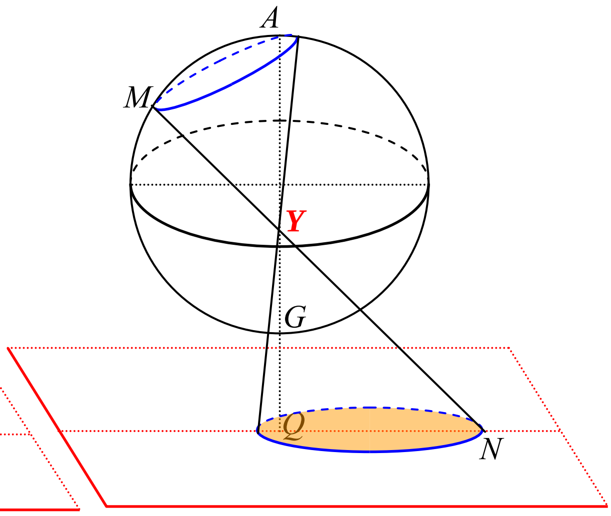
[23] - رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، المرجع السابق، ص. 133.

وبما أنَّ A، G ثابتتان على الكرة، فإن سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب) يحوي نقطة ثابتة واحدة Q، فيمكنه الدوران حول المحور، أي يمكن للسطح المتحرك من الأسطرلاب الدوران على السطح الآخر الساكن.

2- إذا كانت Y لا تنتمي إلى محور الكرة (Y خارجة المحور (AG)) [الشكل: I-4-5]. عندئذ يكون تسطيح النقطتين A ، G نقطتين مختلفتين T و Z على الترتيب، وهما ثابتتان على سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب). وعليه فلا يمكن أنْ يدور سطح التسطيح حول المحور (AG)، أي لا يمكن للسطح المتحرك من الأسطرلاب الدوران على السطح الآخر الساكن ويبقى منطبقًا عليه.



الشكل: I-4-5



الشكل: I-4-4

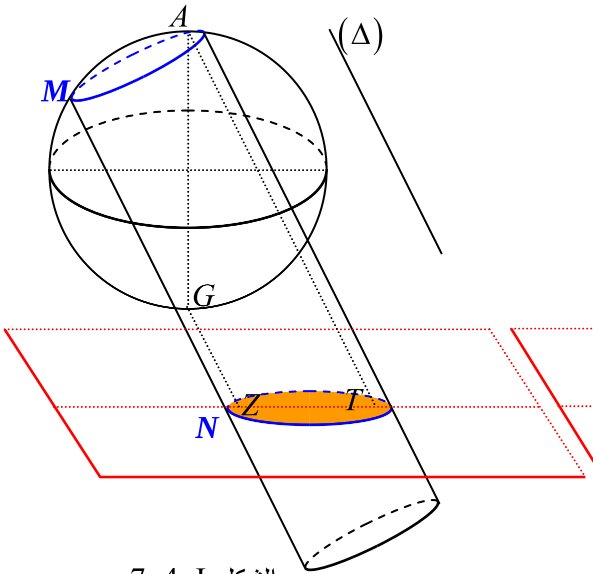
حالة التسطيح الأسطواني:

لنعتبر سطح التسطيح مستويًا، وليكن المستقيم (Δ) مَنْحَى التسطيح.

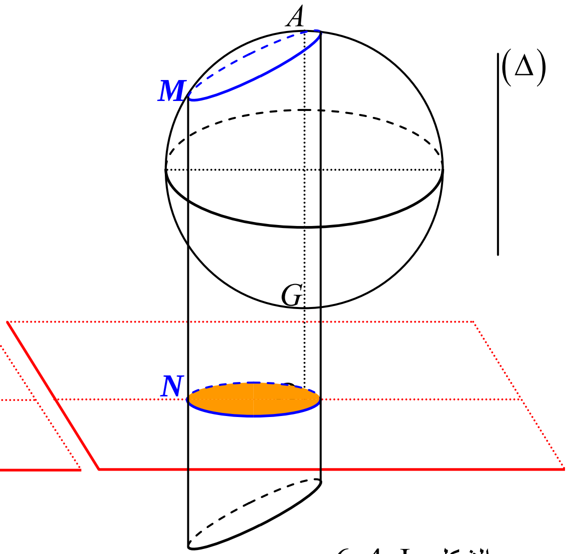
1- إذا كان مَنْحَى التسطيح موازيًا لمحور الكرة، ومحور الكرة عمودًا على سطح التسطح [الشكل: I-4-6]، فعندئذ يكون **الإسقاط عموديًا** (الإسقاط الأسطواني الموازي لمحور الكرة). ويكون مَسْقَط قطبي الكرة A، G نقطة واحدة Q، وهي نقطة ثابتة لا تتغير بدوران الكرة حول محورها، وتمثل مركز الأسطرلاب.

ففي هذه الحالة يُمكن لمَسقَط أيِّ دائرة من الكرة، الدوران حول النقطة Q . بمعنى أن أية نقطة M على دائرة من الكرة، تتحرك على تلك الدائر حول محور الكرة، تكون حركة مَسقَطها N، على تسطيح تلك الدائرة، حول النقطة Q، تُحَاكي تلك الحركة. وبتعبير أوضح يسمح هذا الوضع من التسطيح، بدوران سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب) حول المحور (AG)، بسبب وجود نقطة واحدة ثابتة فيه يَمرُّ منها المحور.

2- إذا كان مَنْحَى التسطيح (Δ) غير موازٍ للمحور، أو كان سطح التسطيح غير متعامدٍ مع محور الكرة [الشكل: I-4-7]. فعندئذ يكون **الإسقاط مائلاً**. ويكون، مثلاً، مسقط الدائرة التي تشمل النقطة M ، قطعًا ناقصًا[24]، فعندما تتحرك النقطة M على الدائرة تتحرك N على قطعٍ ناقصٍ على سطح التسطيح. ومن جهة أخرى يكون مَسقطَا قطبَا الكرة A ، G على سطح التسطيح، هما النقطتين T و Z على الترتيب، وهاتان الأخيرتان ثابتتان على سطح التسطيح، لكون قطبا الكرة ثابتين أثناء دورانها. ينتج من هذا أنَّ سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب)، لا يمكنه أنْ يدور حول المحور (AG)، لوجود نقطتين ثابتتين عليه. بمعنى أنَّ السطح المتحرك من الأسطرلاب، لا يمكنه أنْ يدور ويبقى منطبقًا على السطح الآخر.



الشكل:I-4-7



الشكل: I-4-6

خلاصة: نستخلص من هذه الدراسة أنَّ التسطيح الأسطواني غير الموازي لمحور الكرة، والتسطيح المخروطي من نقطة خارج محور الكرة، لا يمكن استعمالهما في تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب. ويبقى الوضعان الآخران مناسبين لتسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب. وهو ما سندرسه ضمن العمل الموالي.

ملاحظة: لقد عرض ابن سهل في شرحه تفصيلاً مدققًا لوضعية محور سطح التسطيح بالنسبة إلى محور الكرة. حيث أنه من المعلوم أنَّ سطح الأسطرلاب المتحرك (سطح التسطيح)، ينجر بدوران الكرة حول محورها (AG)، مهما كان نوع التسطيح المُعتَمَد؛ فتكون لدينا، بناءً على هذا، الأوضاع التالية:

---

24 – ذلك أنَّ سطح التسطيح يقطع الأسطوانة المنطلقة من تلك الدائرة وفق مَنْحَى التسطيح، بوضعٍ غير موازٍ للقاعدة.

لنعتبر (δ_Q) محور الأسطرلاب[25].

* إذا كان المحوران (δ_Q) ، (AG) غير منطبقين: فهذا يعني أنَّ محور الكرة (AG) ليس عمودًا على سطح الأسطرلاب. وعليه إذا دار سطح الأسطرلاب، فلا يمكن أنْ يبقى منطبقًا على السطح الآخر الساكن.

* وإذا كان سطحا الأسطرلاب غير مستويين: فلا يمكن للسطح المتحرك أنْ يبقى منطبقًا على السطح الساكن، إلاَّ إذا كان المحوران (δ_Q) ، (AG) منطبقين.

وهذا الوضع الأخير يوافق حالة الإسقاط المخروطي انطلاقًا من نقطة Y على محور الكرة، وحالة الإسقاط الأسطواني الموازي لمحور الكرة (AG).

بهذا الشرح يكون الكوهي وابن سهل قد حَدَّدَا بوضوح، الإسقاطات التي يُسْمَح باستعمالها في تسطيح الأسطرلاب، سواءً كان السطح مستويًا أو غير مستوٍ. وضَبَطَا وضعية محور سطح التسطيح بالنسبة إلى محور الكرة.

I-5: نماذج من طرق الإسقاط في الهندسة العربية

نسعى في هذه الفقرة، إلى إبراز بعض طرق الإسقاط للكرة، في التقليد الهندسي العربي، وعلى الخصوص منها تلك المستعملة في صنع الأسطرلاب؛ مع التركيز على نمطي التسطيح الأسطواني، والتسطيح المخروطي، من خلال "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*" للكوهي، و"*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" للحسن المراكشي، هذا في حالة كون قطب التسطيح هو قطب الكرة. ومن خلال "*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*" للصاغاني، في حالة كون قطب التسطيح على محور الكرة ويختلف عن قطبيها؛ وذلك باعتبار أنَّ الصاغاني أوَّل من وضع هذا النوع من التسطيح، في التقليد الرياضي العربي، وطَبَّقَه في صُنْع الأسطرلاب المخروطي[26]، بل يعتبر مبتكره.

تسمح هذه الطرق بمعرفة كيفية تسطيح أهم الخطوط على سطح الأسطرلاب، المتمثلة في المدارات، وهي نظائر دائرة معدل النهار والدوائر الموازية لها؛ والمقنطرات، وهي نظائر دوائر الآفاق والدوائر الموازية لها؛ والسُّمُوت، وهي نظائر دوائر الارتفاع (الدوائر السَّمْتِيَة).

[25] - (δ_Q) العمود على سطح التسطيح في نقطة Q.

[26] - الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 85.

قال الكوهي: الأسطرلاب آلةٌ مرسومٌ عليها مثال سطحين، أحدهما متحركٌ على الآخر باستدارة والآخر ساكنٌ. إنْ كان كرِّيًا فكرتان، وإنْ كان مسطحًا فسطحان، وتَعَلُّمَهُمَا من علوم النجوم بمقدار ما هو عليه من الأعمال، حسب ما تحكمه الصَّنْعَة ويبلغه الحِسُّ.

والوضع الصحيح في مثال الأسطرلاب قِسمان، أحدهما معلوم بالحقيقة، والآخر معلوم بالرصد. أمَّا المعلوم بالحقيقة فيكون على السطح الساكن، وأمَّا المعلوم بالرَّصد فيكون على السطح المتحرك. فواجب على صانع الأسطرلاب أنْ يكون عارفًا بما هو معلومٌ بالحقيقة عند أصحاب هذه الصناعة، وبالمعلوم بالرَّصد؛ وأنْ يعرف من أمر ما يوجد به المقدار الذي يحتاج إليه في هذه الآلة، أو يرجع في أمرها إلى رصد أصحاب الأرصاد فيُقَدَّرُ عنده.

فإنْ أراد عمل الأسطرلاب كريًا، فيعمل حكاية ما تَقدَّر عنده حسب ما وصفنا. وإنْ أراده مسطحًا احتاج إلى علم تسطيح الكرة.

وقال المراكشي نقلا عن البيروني: الأسطرلاب آلة مُسطَّحة، يتحرك بعضها ويثبت بعض، فتحاكي أشكاله أشكال الفلك بالحقيقة، ويوافق ما يؤدي إليه، ما نجد في بسيط الكرة، الكل لا يغادر منها شيء.

I -5- أ: التسطيح العمودي

بداية لقد عَمِلَ ديودور(Diodore) (القرن 1 ق م) وبطلميوس على إسقاط الكرة السماوية على سطحٍ مستوٍ، باعتماد الإسقاط العمودي، في كتابيهما *Analemma*[27].

كما عَمِلَ بطلميوس في "*كتاب الجغرافيا*"، وقبله مارينوس (Marin de Tyr)(القرن 1) الذي اهتم بالجغرافيا الرياضية في كتابه "*كتاب الجغرافيا*"، على إعطاء العديد من الإسقاطات للمناطق الآهلة من الأرض على المستوي، باعتماد **إسقاط جغرافي** متساوي الأبعاد[28]، وقام بمراجعة كتاب بطلميوس في الجغرافيا وصحّحه.

---

[27] – تَعَلَّق هذان الكتابان بدراسة المسار الذي يرسمه جُرم الشمس على الكرة السماوية خلال سنة كاملة، من خلال المراقبة من أفق معين، في النصف الشمالي من الكرة؛ وبَيَّن أنَّ هذا المسار الذي يشبه الرقم ثمانية، مرتبط بالطول الجغرافي.
ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Géométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil,1997, vol. 2, p. 146.

[28] – اكتشف هذا النوع من الإسقاط من طرف مارينوس (القرن 1م)، وهو نوع بسيط من إسقاط الخرائط الجغرافية، يتوقف على اعتبار الإحداثيات القطبية للعرض والطول كإحداثيات مستطيلة. وهذه الطريقة يشار إليها أحيانًا باللاَّ إسقاط، فهي نقل للإحداثيات لا غير. فباعتبار (φ_0 , λ_0) نقطة في مركز الخريطة (وهي نقطة ثابتة بالنسبة إلى التحويل)، فالإحداثية المستطيلة (x , y)، للنقطة ذات العرض φ والطول λ ، محددة بالعلاقة: $x = (\lambda - \lambda_0)\cdot\cos(\varphi_0)$ ، $y = \varphi - \varphi_0$.

وإذا كانت مُمَرْكَزة على خط الاستواء، فالإسقاط المستوي يعطينا: $x = \lambda - \lambda_0$ ، $y = \varphi$.

واعتمد البيروني التسطيح العمودي، في كتابه "*القانون المسعودي*"، لأجل معرفة سَمْت مكة من بلدٍ معين، بإسقاط سَمْت مكة على سطح دائرة أفُق ذلك البلد، فالخط المستقيم المار من مركز الأفُق ومسقط سَمْت مكة، يُحدِّد اتجاه القِبلَة[29]، وقدَّم البيروني ذلك بطريقةٍ صناعيةٍ مبرهنًا عليها، نُلَخِّصُها فيما يلي [الشكل: I−5−1]:

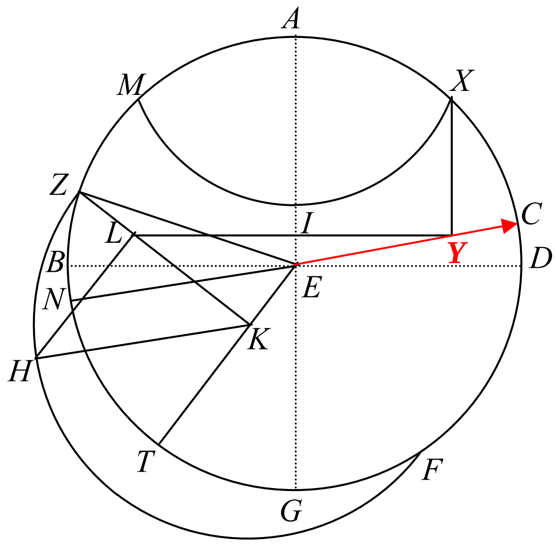
نعتبر دائرة $ABGD$ ، دائرة أفق بلد ما، مركزها E ، A نقطة الجنوب، $\overline{AEG}$ خط نصف النهار لذلك المكان. ولنعتبر قوس $\widehat{GT}$ مساوية لعرض البلد، $\widehat{TZ}$ مساوية لتمام عرض مكة، $\widehat{TN}$ تمام فضل ما بين طول البلد وطول مكة.

نصل $\overline{TE}$ ، $\overline{NE}$ ، ونُنْزِل خط $\overline{ZK}$ ، حيث $(ZK)\perp(TE)$ و $(ZK)\cap(TE)=K$.
ندير نصف دائرة $\widehat{ZHF}$ بمركز K ، وببعد $\overline{KZ}$ ؛ حيث $(KH)//(NE)$.
ندير قوس $\widehat{MX}$ بمركز A ، وببعد $\overline{ZH}$.
نُنْزِل[30] عمود $\overline{HL}$ ، حيث $(HL)\perp(KZ)$ و $(HL)\cap(KZ)=L$.
نخرج خطي $\overline{LY}$ ، $\overline{XY}$ ، حيث $(LY)\perp(AEG)$ ، $(XY)//(AEG)$ ، $(LY)\cap(XY)=Y$ ؛ هذا إنْ كان طول مكة أقل من طول البلد. وإلاَّ أخرجنا $\overline{MY}$ بدل $\overline{XY}$ (فتكون Y مسقط سَمْت مكة، على أفق البلد).
ونُخرِج من المركز خط $\overline{EYC}$ ، فيكون هو خط القبلة.

SNYDER, J. P.: *Flattening the Earth: Tow Thousand Years of Map Projections*, USA, University of Chicago press, 1997, p. 5-8.
KENNEDY, E. S.: *Mathematical geography*, in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996, vol. 1, p. 191-193.

[29]– البيروني: *القانون المسعودي*، بيروت، دار الكتب العلمية، 2002، الجزء الثاني، ص.19−20.

[30] – عندئذ يكون $\overline{HL}=Sin\,\widehat{HZ}$.



الشكل: I–5–1

وعَمِلَ البيروني في برهانه على تعيين نقطتي Y، I ، وإثبات أنَّ نقطة H هي سَمْت رأس أهل مكة، ومسقطها العمودي على أفق البلد، هو نقطة Y. وذلك باعتبار أنَّ قوس $\widehat{ADG}$ نصف دائرة الأفق، $\widehat{ABG}$ نصف دائرة نصف النهار، وتَوَهُّمِ أنَّ $\widehat{ABG} \perp \widehat{ADG}$.

فإذا كان $\widehat{GT}$ عرض البلد، كانت نقطة T القطب، و $\overline{TE}$ من المحور.

وإذا فرضنا $\widehat{TZ}$ تمام عرض مكة، كانت نقطة K مركز المدار المار على مكة.

فيكون إذن $\widehat{ZHF}$، نصف هذا المدار، ولدينا أيضًا $\widehat{ZHF} \perp \widehat{ABG}$.

فإذا جعلنا $\overline{TN}$ تمام ما بين الطولين، وفُصِل خط $\overline{KH}$ من المدار، فَضْلُ ما بين الطولين، كانت نقطة H في هذا المدار القائم في مُسَامَتَة مكة، وكان مسقطها Y على أفق البلد، في سطح دائرة الارتفاع المارة على مكة. فيكون استقبال القبلة في سطحها.

ويكون في هذا الوضع $\overline{IY} // \overline{LH}$ و $\overline{IY} = \overline{LH}$، لأن $\overline{LI} \perp \overline{EA}$ و $\overline{LI} // \overline{HY}$.

فإذا أديرت الكرة على محور $\overline{AEG}$، انطبق خط $\overline{LI}$ على استقامة خط $\overline{IY}$ عند موافاته الأفق. لذلك تكون نقطة Y على خط (LI).

ومن جهة أخرى من كون $\widehat{AM} = \widehat{AX} = \widehat{HZ}$ ، و $\overline{XY} // \overline{AEG}$ ، يكون لدينا:

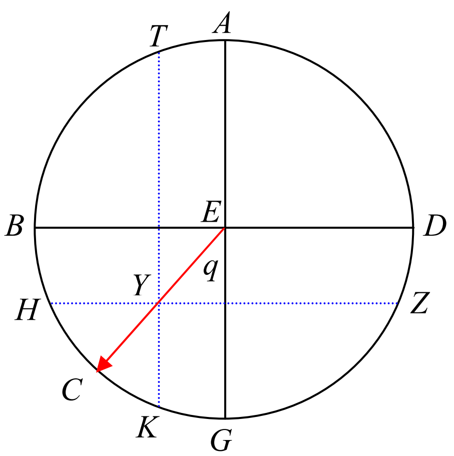
$$\overline{HL} = Sin\,\widehat{HZ} = Sin\,\widehat{AX} = \overline{IY}$$

وهذا يعني أنَّ وضع نقطة Y، التي هي مسقط سَمْت مكة في أفق البلد معلوم.

وفي "*كتاب العمل بالأسطرلاب*"[31] قدَّم البيروني طريقةً صناعيةً لمعرفة سَمْت القبلة، تُعدُّ مرحلةً جزئيةً من تلك المقَدَّمَة في "*القانون المسعودي*". هذا مضمونها.

نعتبر دائرة $ABGD$ الدائرة الهندية[32]. حيث A نقطة الشمال، G نقطة الجنوب، B نقطة المغرب، D نقطة المشرق.

إذا كان طول مكة وعرضها أقل من طول البلد وعرضها، عندئذ لنعتبر قوس $\widehat{GK}$ فضل ما بين الطولين إلى الغرب من نقطة الجنوب $\left(\widehat{GK}=\widehat{AT}=\Delta L\right)$، و $\widehat{BH}$ فضل ما بين العرضين، إلى الجنوب من نقطة المغرب $\left(\widehat{BH}=\widehat{DZ}=\Delta\varphi\right)$.



الشكل: I-5-2

نصل $\overline{TK}$ و $\overline{ZH}$، ولتكن $\overline{TK}\cap\overline{ZH}=Y$.

نصل خط $\overline{EY}$ حتى المحيط (أي خط $\overline{EYC}$). فيكون هذا الخط في اتجاه القبلة. والقوس التي بين طرفه ونقطة الجنوب $\left(\widehat{GC}\right)$ هي قوس سَمْت القبلة، وهي مقدار ما ينبغي أنْ ينحرف به المصلي عن نقطة الجنوب.

تكافئ هذه الطريقة على العموم تطبيقًا للعبارة البسيطة. $tg\,\hat{q}=tg\,\widehat{GC}=\dfrac{\sin\Delta L}{\sin\Delta\varphi}$

وعلى نفس النسق نقيس حالة كون طول مكة، أو عرضها، أو كليهما معًا، أكثر من طول البلد وعرضها[33].

---

[31] – البيروني: *كتاب العمل بالأسطرلاب*، تصحيح محمد عبد المعيد خان، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، الجزء 1، 1942.

لمزيد من المعلومات حول هذا الموضوع ، أنظر: سيد محمد مُظَفَّري: تصحيح وشرح باب في معرفة سَمْت القبلة لأبي الريحان البيروني. مجلة *تاريخ علم*، معهد تاريخ العلوم، جامعة طهران، العدد 5 (2006)، ص. 59–82.

[32] – وهي دائرة على سطحٍ يوازي سطح دائرة الأفق، وهي تمثل هنا دائرة الأفق.

وإنْ كان طول مكة مساويًا لطول البلد، فالقبلة على خط نصف النهار. وكذلك إن كان عرض مكة مساويًا لعرض بلدنا، فالقبلة على خط المشرق والمغرب.

وقام ابن الهيثم(965–1039)، في كتابه "*قولٌ في استخراج سَمْت القِبلة*"، بعملٍ مشابهٍ لما قام به البيروني، والأمر ذاته عند البتاني(850–929) الذي أعطى الطريقة ذاتها، كحلول رياضية تقريبية لمسائل تحديد اتجاه القبلة[34].

وفي القرن الثاني عشر، قام عبد الجبار الخرقي، الذي عمل في مَرْو وخُوَارزم، بتطوير طريقة البيروني، في كتابه "*كتاب منتهى الإدراك في تقسيم الأفلاك*"؛ وذلك برسم الخطوط السَّمْتِيَة على صفائح الأسطرلاب، لاستعمالها في الأرصاد، عندما يكون ارتفاع الشمس، مساويًا لما هو عليه سَمْت رأس أهل مكة؛ إذْ عندها يكون سَمْت القبلة مزامنًا للزاوية الساعاتية، ويكون ظل المزولة الشمسية موجهًا في اتجاه القبلة. هذه الطريقة التي بقيت شعبية خلال القرون الوسطى، عرضت فيما بعد من طرف محمود الجغميني(ت. 1220) في كتابه " *الملخص في الهيئة*"، وذُكِرت في العديد من الشروحات لهذا الأخير كالذي وضعه كمال الدين التركماني(القرن 14)، الذي عمل في سرَّاي[35].

I –5– ب: التسطيح المُبَطَّخ (المُبَطَّح)

اختُرِعَ هذا النوع من التسطيح من طرف **الكندي** أو **المَرْوَرُّوذي**(القرن 9)[36]، وهو عبارة عن إسقاط سَمْتِي يحافظ على المسافات، انطلاقًا من أحد قطبي دائرة البروج؛ وهذا الإسقاط قريب جدًا من ذلك الذي ابتُكِرَ فيما بعد، من طرف **لامبر** (Lambert Jean Henri)(القرن 18) و**كانولِّي**

---

33 – يتعلق الأمر هنا بتحديد الجهة التي يُؤخذ منها ما بين الطولين، إلى المغرب أو المشرق؛ وما بين العرضين، إلى الشمال أو الجنوب.

ثم إذا أمعنا النظر في هذه الطريقة فيتبين لنا أن دائرة $ABGD$ تمثل دائرة الأفق لبلدنا؛ وأن خط المشرق والمغرب $\overline{BD}$ ، وخط الشمال والجنوب $\overline{AG}$، يمثلان على الترتيب المسقطين العموديين لدائرة أول السُّمُوت، ودائرة نصف النهار على سطح دائرة الأفق؛ فيكون خط $\overline{EYC}$ على المسقط العمودي للدائرة السَّمْتِيَة، المارة من سَمْت رأس أهل مكة على سطح أفق البلد.

34 - KING, D. A.: *Astronomy and Islamic Society: Qibla gnomonics and timekeeping,* in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996, vol. 1, p.142-144.

35 – طوقان، ح: تراث العرب العلمي، القاهرة، دار الشروق، 1963، ص. 366–367.

ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Géométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, op. cit., vol. 2, p. 149-150.

36 – للكندي "*رسالة في تسطيح الكرة*" و"*رسالة في عمل السَّمْت على الكرة*"، وأصلح "*كتاب الكرة المتحركة*" لأوطولوقس. وكان عمر بن محمد المروروذي من أصحاب الأرصاد، وله "*كتاب تعديل الكواكب*" و "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب المسطح*".

ابن النديم: *الفهرست*، المرجع السابق، ص. 416، 431، 441.

(Cagnoli)(القرن 18)[37]. ويُحتَمل أنَّ هذا النوع من الإسقاط، قد ساهم في إنتاج نوع جديد من الأسطرلابات، أَخَذَت الشكل الإهليلجي، مثل الذي وضعه حبش الحاسب[38].

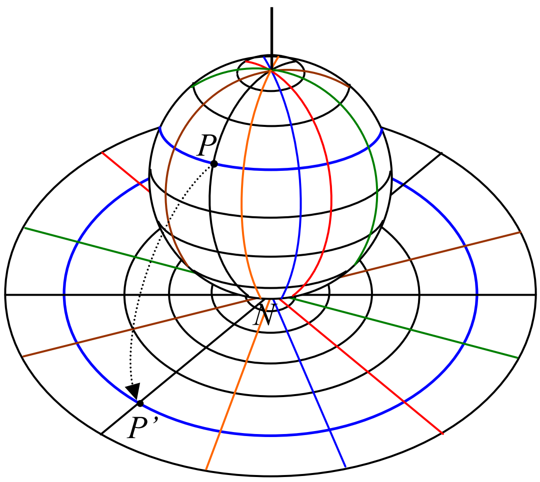
تسطيح الأسطرلاب المُبَطَّح على طريقة حبش الحاسب [الشكل:I-5-3]:

نفرض أنَّ السطح المماس (سطح التسطيح) يمس الكرة عند القطب الشمالي N. ولتكن P نقطة على الكرة، عندئذ صورتها (مسقطها) على السطح المماس P' ، تُحَدَّد بالعلاقة[39]:

$$\overline{NP'} = (\widehat{NP} \text{ المسافة المنحنية للقوس})$$

فوِفْقَ هذا التسطيح تَتَسطَّح الدوائر المارة بالقطب N خطوطًا مستقيمة تمرُّ من النقطة N، بما فيها دائرة نصف النهار؛ فيما تَتَسطَّح الدوائر الموازية لمعدل النهار، دوائر مركزها النقطة N.

ولدينا المبدأ نفسه عندما يكون السطح المماس يمس الكرة عند قطب دائرة البروج، وهو المعتمد من طرف حبش الحاسب.



الشكل:I-5-3

[37] – الإسقاط السَّمْتِي للرياضياتي لامبر (Lambert) ابتكره سنة 1772، وهو طريقة لإسقاط الكرة على سطحٍ مستوٍ، وعلى الخصوص وسيلة لعرض سطح الكرة الأرضية كاملاً على شكل قرص. فهو إذن إسقاط للخرائط الجغرافية.

وأعطى أيضًا إسقاطًا مخروطيًا، يُعرف بـ (La projection conique conforme de Lambert)، وهو نوع من الإسقاط للخرائط. ويُعتبر الأداة الرئيسية المستعملة في تلك الفترة، لعرض منطقة فرنسا ومختلف المناطق الأوروبية.

[38] – وقد أشرنا فيما سبق إلى أنَّ هذا النوع من التسطيح، نُقِدَ من طرف الفرغاني ومحمد بن موسى، كوسيلة لتسطيح الأسطرلاب.

لمزيد من المعلومات حول هذا النوع من الأسطرلابات، الذي قام به فيما بعد حبش الحاسب في منتصف القرن التاسع.

LORCH, R.: *Graphical methods in spherical astronomy in treatises by Ḥabash al-Ḥāsib and al-Māhānī*, Actes du 3e Colloque Maghrébin sur l´Histoire des Mathématiques Arabes (Tipaza, 1-3 Décembre 1990), Alger, Kouba-E.N.S., 1998, vol. 2, p. 221-226.

[39] – KENNEDY, E. S., KUNITZSCH, P. & LORCH, R. P.: The Melon-Shaped Astrolabe in Arabic Astronomy, *Suhayl*, 2 (2002), p.420-421.

I -5- جـ: التسطيح الأسطواني

يعتمد هذا النوع من التسطيح بشكلٍ أساسي، على معرفة خاصيات القطوع الأسطوانية.

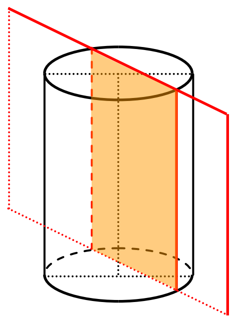
إذا قطع سَطحٌ مستوٍ سَطحَ أسطوانة، فإن الفصل المشترك بين السطحين يكون:

* متوازي أضلاع: إذا كان السطح القاطع موازيًا لسهم الأسطوانة [الشكل:I-5-4].

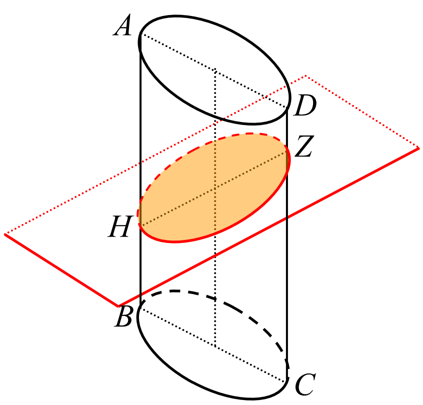
* دائرةً: إذا كان السطح القاطع موازيًا لقاعدة الأسطوانة [الشكل:I-5-5]؛ أو كانت الأسطوانة مائلة، وكان القطع مخالفًا في الوضع [الشكل:I-5-6]؛ وهذه الدائرة مساوية لقاعدتها، ومركزها على السهم.

ويَحْدُثُ القطع المُخَالِف في الوضع، عندما يقطع السطح القاطع، سطح الأسطوانة، بوضعٍ غير موازٍ للقاعدة، وغير مارٍ بضلع الأسطوانة، ويَفصِل من المربع المار بسهم الأسطوانة وفي جهة القاعدة، مربعًا مشاركًا له في زاويتي الرأس (مربع $ABCD$، ومربع $AHZD$)، وتكون زاويتا قاعدة أحد المربعين، مساويتين لزاويتي قاعدة الآخر على الخلاف ($\widehat{AHZ}=\widehat{DCB}$ ، $\widehat{DZH}=\widehat{ABC}$). ويُشترَط أنْ يكون سطح المربع المار بسهم الأسطوانة، عموديًا على السطح القاطع وسطح القاعدة معًا. وخَارِجَ هذا الوضع لَنْ يكون القطع دائرة.

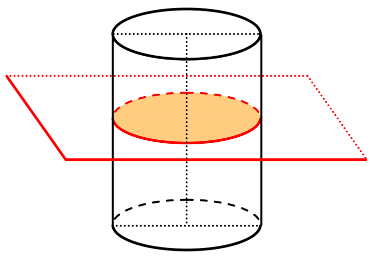
* قطعًا ناقصًا: إذا كان السطح القاطع غير موازٍ لقاعدة الأسطوانة ولسهم الأسطوانة، ولا مخالفًا في الوضع [الشكل:I-5-7].



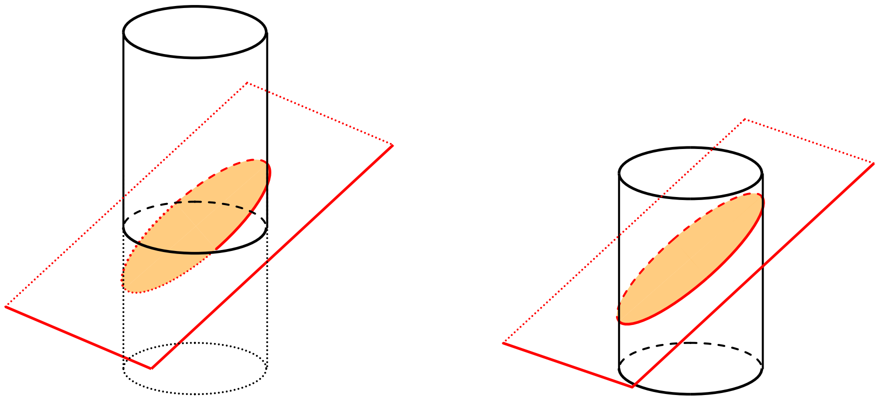
الشكل:I-5-4



الشكل:I-5-6



الشكل:I-5-5



الشكل:I-5-7

لقد اهتم بقطوع الأساطين، عدد من علماء دار الإسلام، وألَّفوا في موضوعها كتبًا ورسائل ذات قيمة، نذكر منها على سبيل المثال، " *كتاب الأسطوانة*" لبني موسى(القرن 9)، و" *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب*" للكوهي، و" *كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*" للبيروني، و" *كتاب الاستكمال*" للمؤتمن بن هود(ت. 1085)[40]، و" *كتاب الهندسة الكبير*" لابن السَّمح(القرن 11)، و" *كتاب الإكمال*" لابن سرتاق(القرن 13).

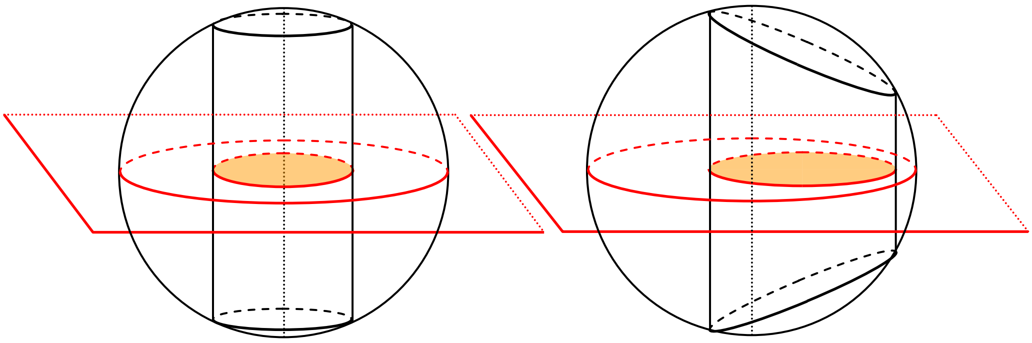
ظهر التسطيح الأسطواني لأوَّل مرة حسب معلوماتنا عند الكوهي، ومن خلال شرح ابن سهل لكتاب الكوهي " *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*".

لقد عرَّف الكوهي بدايةً هذا النوع من التسطيح كما يلي[41]: " التسطيح الأسطواني هو الذي يكون عن الدوائر التي على الكرة، أساطين متوازية المحاور، على السطح الذي تَتَسطَّح عليه الكرة؛ وعن الخطوط والنقاط التي على الكرة، سطوحًا وخطوطًا موازية لتلك المحاور على ذلك السطح".

وأشار الكوهي إلى أنه في حالة كون التسطيح أسطوانيًا، موازيًا لمحور الكرة، على سطحٍ مستوٍ، يكون محور الكرة عمودًا عليه، فإن دائرتين على الكرة، سيكون لهما نفس التسطيح؛ وتتسطَّح الدوائر التي محور الكرة عمود عليها، دوائر على سطح التسطيح؛ فيما تتسطَّح الدوائر الأخرى، قطوعًا ناقصةً أو خطوطًا مستقيمة.

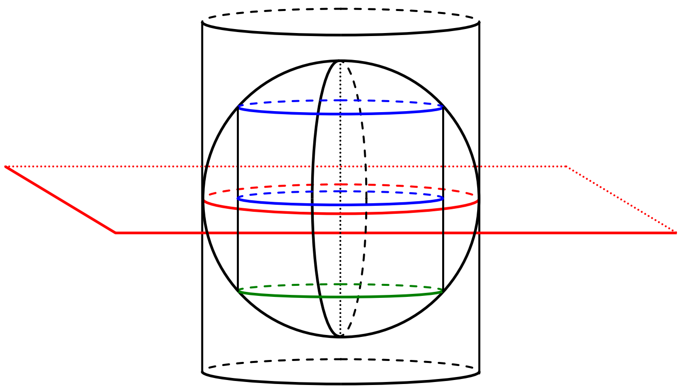
40 – للاطلاع على نص كتاب الاستكمال للمؤتمن بن هود مع الترجمة الفرنسية. أنظر:
BOUZARI, A.: *La géométrie des coniques dans la tradition de l'Occident Musulman à travers le Kitāb al-Istikmāl [Livre de l'accomplissement] d'al-Mu'taman (m. 1085),* Thèse de Doctorat en Histoire des mathématiques, Université de Lille1, France, 2008, vol. 2.

41 – الكوهي: *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، المرجع السابق، ص. 378.



الشكل: I-5-8

وتناول البيروني الإسقاط الأسطواني في " *كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*"، ويسميه **التسطيح الكامل**، لكون جميع كواكب الفلك بأسرها، يمكن أنْ تتسطح بواسطته، فيقول<< مَبْنِيٌّ هذا التسطيح على الفصول المشتركة لسطح معدل النهار، ولمحيطات الأساطين، والمجسمات الناقصة المتوازية الأضلاع، الموازية لمحور الكرة. فإنه مهما أُجِيزَ على محيطات المدارات، سطوح أساطين بالشريطة المتقدمة، قاطعة سطح معدل النهار على دوائر متوازية، مساوية لمقادير المدارات؛ أو متى أُجِيزَ على محيطات الدوائر المائلة في الكرة، سواءً كانت عظامًا، أو كانت صغارًا، مجسماتٍ نواقصَ بالوضع المذكور، تَسَلَّطَت على سطح معدل النهار عند التقاطع، قطوعًا ناقصة مختلفة الأوضاع >>[42].


الشكل: I-5-9

[42] – البيروني: *كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*، مخطوط ليدن، رقم 1066، ص. 82ظ.

تسطيح الأسطرلاب الأسطواني عند الحسن المراكشي[43]

اعتمادًا على ما أوضحنا في قطوع الأساطين، واعتماد المراكشي للإسقاط الأسطواني الموازي لمحور الكرة، نستخلص أنَّ الخطوط التي يُمكن أنْ يحملها هذا الأسطرلاب، هي الخطوط المستقيمة، والدوائر، والقطوع الناقصة.

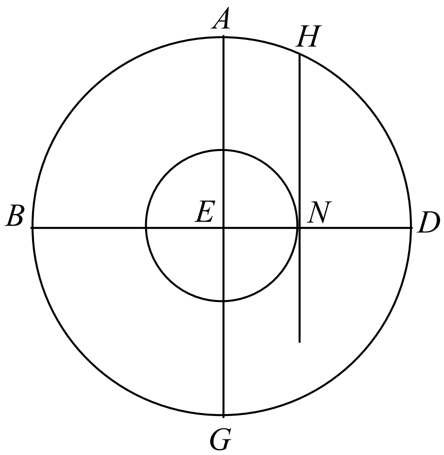
أ- تسطيح المدارات:

كل المدارات في هذا الأسطرلاب تَتسطَّح دوائر[44]، ذلك أنها موازية لسطح التسطيح.

لقد عرض المراكشي طريقة عملية لرسم المدارات كما يلي: لتكن صفيحة الأسطرلاب التي عليها دائرة $ABGD$ ، حيث $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، $\overline{AG}$ خط نصف النهار، $\overline{BD}$ خط الاستواء.

لرسم مدار على الصفيحة، نعتبر قوس $\widehat{AH}$ ، تمام ميل المدار المطلوب من مدار الاعتدال، نخرج خط $\overline{HN}$ ، حيث $\overline{HN} // \overline{AG}$ ، $\overline{HN} \cap \overline{BD} = N$.

نرسم دائرة مركزها E ، ونصف قطرها $\overline{EN}$، فهي المدار الذي أردنا رسمه.



الشكل: I−5−10

ب- تسطيح المقنطرات:

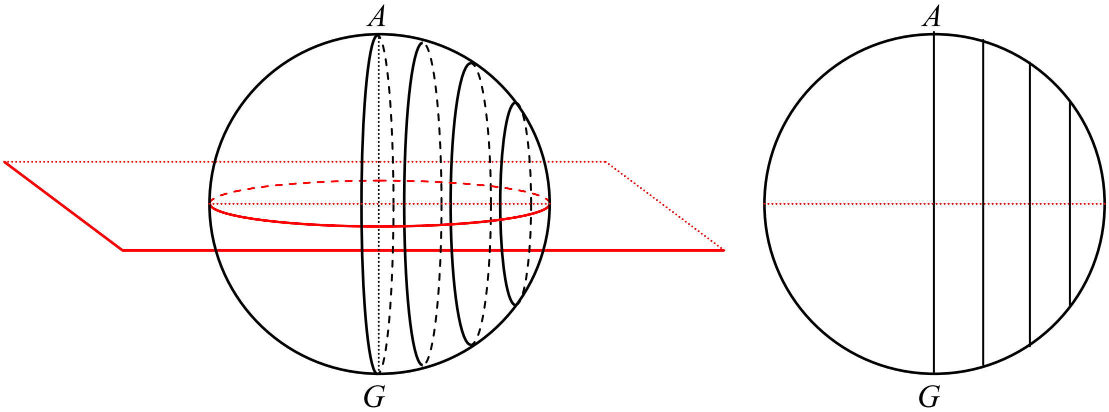
تتسطَّح المقنطرات في هذا الأسطرلاب خطوطًا مستقيمة، أو قطوعًا ناقصة، تبعًا لعرض البلد.

1- إذا كان البلد لا عرض له[45] [الشكل: I−5−11− أ]، فتُرسَم جميع المقنطرات على سطح الأسطرلاب خطوطًا مستقيمة، غير محدودة الطرفين، موازية لأفق الاستواء، أي موازية لخط $\overline{AG}$. ذلك أنه في هذه الحالة تكون المقنطرات عبارة عن الفصول المشتركة لسطوح مستوية متعامدة[46].

---

[43] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 83−85.

[44]– تتسطح المدارات دوائر متوازية مركزها واحد هو مركز الأسطرلاب، وكل دائرة هي تسطيح لمدارين أحدهما شمالي والآخر جنوبي.



المقنطرات على الكرة — المقنطرات على سطح الأسطرلاب

الشكل: I-5-11- أ

وتحدِّد العلاقة $Y = \sin h$ بُعدُ المقنطرة على خط وسط السماء، حيث h ارتفاعها.

2- أمَّا مقنطرات الآفاق المائلة فتُرسَم كلها قطوعًا ناقصة [الشكل: I-5-11- ب].

وقد أعطى المراكشي العلاقات المحدِّدة للقطرين الأطول والأقصر لكل مقنطرة، كما يلي:

ليكن θ عرض البلد، h ارتفاع المقنطرة عن الأفق، δ قطرها الأطول، λ قطرها الأقصر، x بعد مركزها عن مركز الصفيحة. عندئذ لدينا:

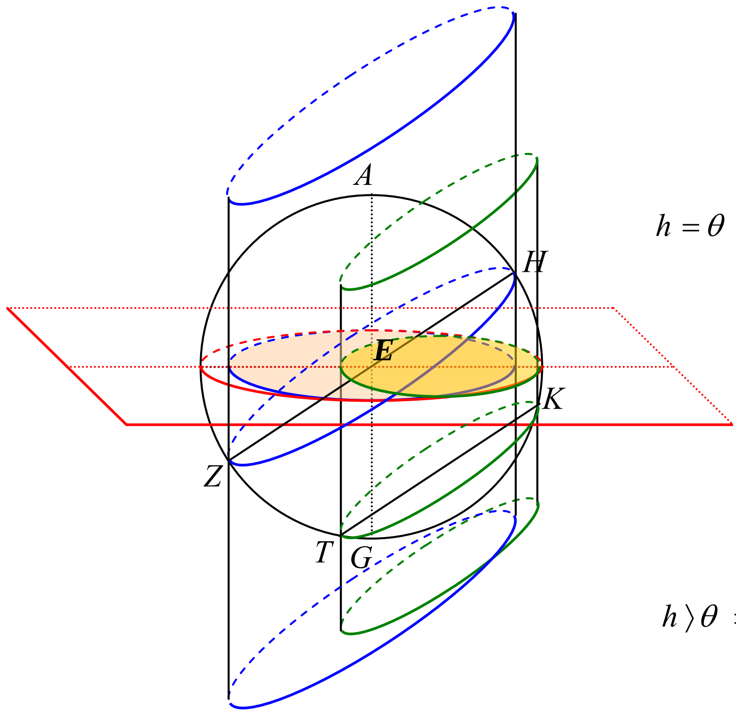
- مقنطرة الأفق: قطرها الأطول خط المشرق والمغرب، وهو قطر مدار الحمل، والأقصر هو $\lambda = 2\sin\theta$، ومركزها هو مركز الصفيحة $(x = 0)$.

- أمَّا بالنسبة إلى باقي المقنطرات فلدينا الحالات التالية:

$$h \langle \theta \Rightarrow \begin{cases} \delta = 2\cos h \\ \lambda = \sin(\theta + h) + \sin(\theta - h) \\ x = \frac{1}{2}(\lambda - \sin(\theta - h)) = \frac{1}{2}\sin(\theta + h) \end{cases}$$

[45] – معنى هذا أنَّ سَمْتَ رأس أهل هذا البلد يقع على دائرة معدل النهار، وهي البلدان الواقعة على خط الاستواء (دائرة معدل النهار).

[46] – لأن دائرة الأفق في هذه الحالة تمرُّ بقطبي الكرة، فهي إذن عمودية على سطح التسطيح، وكذا الدوائر الموازية لها.



$$h=\theta \Rightarrow \begin{cases} \delta = 2\cos\theta \\ \lambda = \sin(2\theta) \\ x = \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{\sin(2\theta)}{2} = \sin\theta\cos\theta \end{cases}$$

$$h \rangle \theta \Rightarrow \begin{cases} \delta = 2\cos h \\ \lambda = \sin(h+\theta) - \sin(|h-\theta|) \\ x = \dfrac{1}{2}\left(\sin(h+\theta) + \sin(|h-\theta|)\right) \end{cases}$$

الشكل: I-5-11- ب

جـ- تسطيح السُّمُوت:

جميع دوائر السُّمُوت على سطح الأسطرلاب الأسطواني قطوعٌ ناقصةٌ.

- فبالنسبة لدائرة السُّمُوت (أي أوَّل السُّمُوت)، فقطرها الأطول هو قطر أفق الاستواء، والأقصر هو $\lambda = 2\cos\theta$ ، ومركزها مركز الصفيحة.

- أما أقطار دوائر السُّمُوت، فقطرها الأطول هو بمقدار قطر مدار الحمل، والأقصر $\lambda = 2\cos\alpha$ حيث α ميل تلك الدائرة السمتية عن معدل النهار. ولدينا بالحساب $\lambda = 2\cos\theta \cdot \cos\beta$ حيث β سَمْت الدائرة.

د- تسطيح البروج:

إنَّ منطقة البروج أيضًا في هذا الأسطرلاب قطعٌ ناقصٌ.

قطره الأطول قطر أفق الاستواء، وقطره الأقصر قطر مدار المنقلبين.

I -5- د: التسطيح المخروطي

إنَّ مبدأ هذا التسطيح، هو تسطيح الدوائر التي على الكرة، على سطحٍ مستوٍ قاطعٍ للكرة أو مُمَاس لها، يكون محور الكرة عمودًا عليه، من خلال نقطة على محور الكرة، تكون رأسًا لمخروطات، قواعدها الدوائر التي على الكرة، وتمتد إلى أنْ تتقاطع مع السطح المستوي؛ تُدعى تلك النقطة قطب

التسطيح، ويُدعَى السطح القاطع سطح التسطيح، فيما تُدعَى الفصول المشتركة للمخروطات وسطح التسطيح، تسطيح الدوائر التي على الكرة.

لقد قَدَّم **الكوهي** تعريفًا للتسطيح المخروطي، في "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*"، بأنه ذلك الذي يكون عن الدوائر التي على الكرة، مخروطاتٍ رؤوسها نقطة واحدة، وقواعدها على السطح الذي تَتَسطَّح عليه، وتكون كل السطوح والخطوط والنقط التي على الكرة، على مُقَابلة كل السطوح والخطوط والنقط التي على ذلك السطح، الذي تتسطح عليه الكرة، بعضها لبعض ولنقطة واحدة، وهذه النقطة هي رأس المخروطات[47].

نُمَيِّزُ في دراستنا هذه وضعين في هذا التسطيح، وهما حالة كون قطب التسطيح هو قطب الكرة، ونسميه **التسطيح المخروطي بقطب الكرة**؛ وحالة كون قطب التسطيح على محور الكرة، ويختلف عن قطبيها، ونسميه **التسطيح التام** أو تسطيح الصاغاني، وفي كِلاَ الوضعين نعتبر محور الكرة عمودًا على سطح التسطيح.

يتطلب هذا النمط من التسطيح، معرفةً بقطوع المخروطات، نُلخِّصُها فيما يلي:
إذا قَطع سطحٌ مستوٍ سطحَ مخروط، فإن الفصل المشترك للسطحين يكون:
* مثلثًا: إذا كان السطح القاطع، يجوز على رأس وضلع المخروط[48] [الشكل:I−5−12].
* دائرة: إذا كان السطح القاطع، موازيًا لقاعدة المخروط[49] [الشكل:I−5−13]؛ أو كان المخروط مائلاً، وكان القطع مخالفًا في الوضع[50] [الشكل:I−5−14].
* قطعًا ناقصًا: إذا كان السطح القاطع، يقطع ضلعي المثلث الحائز على سهم المخروط، دون أنْ يكون موازيًا للقاعدة، ولا بالوضع المخالف[51] [الشكل:I−5−15].

---

[47] – هذا التعريف الذي قدَّمه الكوهي، هو تعريف عام، كيف ما كان وضع قطب التسطيح، وكيف ما كان وضع سطح التسطيح.
الكوهي: *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، المرجع السابق، ص. 378.

[48] – أبلونيوس: *كتاب المخروطات*، المقالة الأولى، الشكل الثالث.

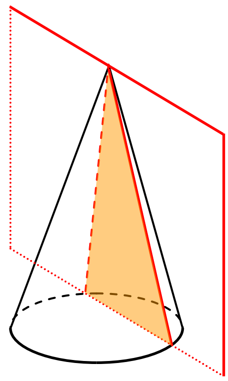
[49] – *نفس المرجع*، المقالة الأولى، الشكل الرابع.

[50] – ويَحْدُث القطع المخالف في الوضع، عندما يَفْصِل السطح القاطع من المثلث المار بسهم المخروط (مثلث ABC)، وفي جهة القاعدة، مثلثًا مشاركًا له في زاوية الرأس (مثلث AZH)، وتكون زاويتا قاعدة أحدهما، مساويتين لزاويتي قاعدة الآخر على الخلاف (بمعنى $\widehat{AZH} = \widehat{ABC}$ ، $\widehat{AHZ} = \widehat{ACB}$). ويُشْتَرطُ أنْ يكون سطح المثلث المار بسهم المخروط عموديًا على السطح القاطع وسطح القاعدة معًا. وإلاَّ فالقطع ليس دائرةً.
نفس المرجع، المقالة الأولى، الشكل الخامس.

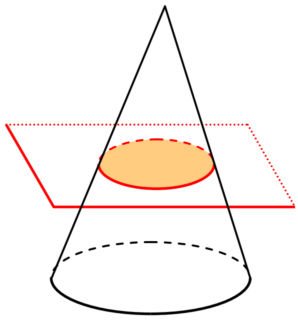
[51] – *نفس المرجع*، المقالة الأولى، الشكل الثالث عشر.

* قطعًا مكافئًا: إذا كان السطح القاطع، موازيًا لأحد ضلعي المثلث الحائز على سهم المخروط[52] [الشكل:I−5−16]. [C: I-11]

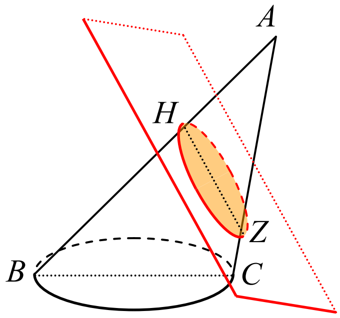
* قطعًا زائدًا: إذا كان السطح قاطعًا لمخروطين متقابلين بالرأس، بوضعٍ موازٍ لسهم المخروط [الشكل:I−5−17]. [C: I-12]



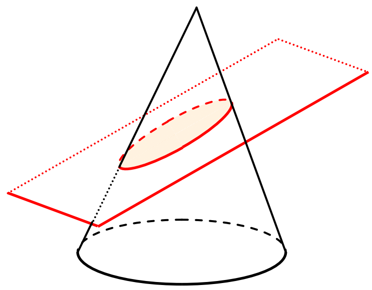
الشكل:I−5−12



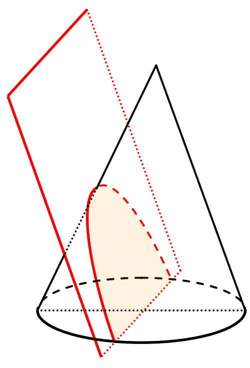
الشكل:I−5−13



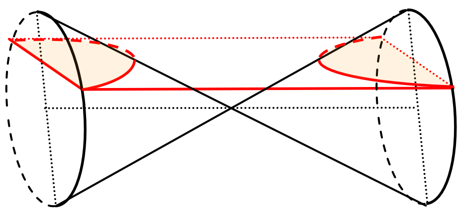
الشكل:I−5−14



الشكل:I−5−15



الشكل:I−5−16



الشكل:I−5−17

I −5− د−1: التسطيح المخروطي بقطب الكرة

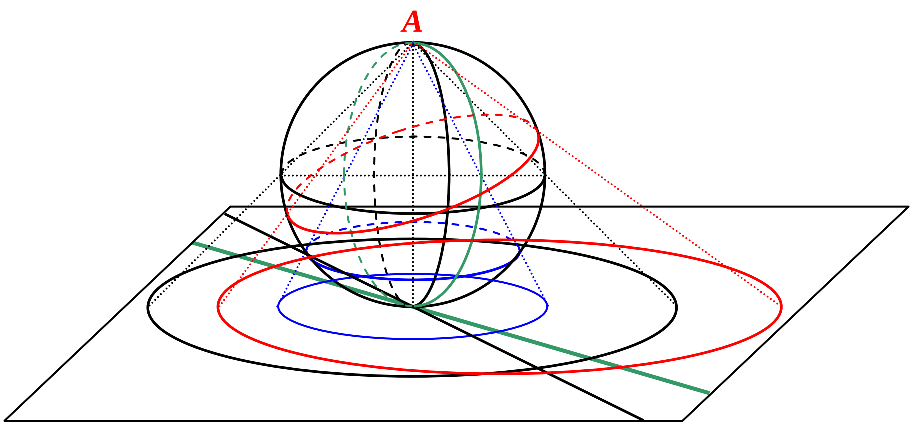
إنَّ ما يُميِّز هذا النوع من التسطيح، هو أنَّ جميع الدوائر التي على الكرة، تُسقَط دوائر، أو خطوطًا مستقيمة فقط، من خلال نقطة قُطبِية على محور الكرة، على سطحٍ مستوٍ (سطح التسطيح عموديٌّ على المحور، ويُمَاس الكرة في النقطة القطبية المقابلة؛ أو على سطحٍ يوازيه (استوائي، أو قاطع للكرة) [الشكل:I−5−18].

يُستعمل هذا النوع من التسطيح، في صُنع الأسطرلابات، وفي رسم الخرائط، ذلك أنه يحفظ الزوايا، المتواجدة بين الخطوط، المرسومة على بسيط الأرض، التي ستُمَثَّل على سطح التسطيح دُون التِوَاء.

52 – يُدعى ضلع المثلث هنا، ضلع المخروط أيضًا.

لقد تناول بطلميوس في "*كتاب تسطيح بسيط الكرة*"، مفهوم التسطيح المخروطي بقطب الكرة، من خلال قطبٍ على بسيط الكرة، على سطحٍ مستوٍ، يُمَاس الكرة على نقطة قُطبية، مواجهة لقطب التسطيح، أو على مستوٍ موازٍ له. ويُحتمل أنَّ بطلميوس وإنْ لم يفلح في البرهان، كان يعرف أنَّ الدوائر المارة بقطب التسطيح، تتسطَّح خطوطًا مستقيمة، والدوائر الأخرى تتسطَّح دوائر؛ وأنَّ الدوائر القريبة من قطب التسطيح، تكون نظائرها في سطح التسطيح، أعظم من نظائر الدوائر البعيدة عنه.

وأعطى أحمد بن كثير الفرغاني في "*كتاب الكامل في الأسطرلاب*" أوَّلَ عرضٍ نظريٍ معروفٍ حول هذا التسطيح، وأعطى في "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب*" أوَّلَ برهان للخاصية الأساسية للتسطيح المخروطي بقطب الكرة، حول معرفة نقل الدوائر التي لا تَمُرُّ بالقطب (قطب التسطيح) إلى دوائر، والدوائر التي تمر بالقطب، إلى خطوطٍ مستقيمة [الشكل: I-5-18]. كما أعطى إبراهيم بن سنان في "*رسالة في الأسطرلاب*"[53]، برهانًا للخاصية التي برهن عليها الفرغاني، باعتماد الشكل الخامس من المقالة الأولى، من "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس.



الشكل: I-5-18

وفي القرن العاشر قدَّم الكوهي في "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*"[54]، دراسة عامة حول نظرية التسطيح، تَضَمَّنَت دراسةً دقيقةً حول التسطيح المخروطي بقطب الكرة، الذي يخُصُّ صناعة الأسطُرلاب. وقد كتب ابن سهل شرحًا لكتاب الكوهي[55].

---

[53] – ابن سنان: رسالة في الأسطرلاب، في *رسائل ابن سنان*، المرجع السابق، ص. 305–318.

[54] – يتكون هذا الكتاب من مقالتين، الأولى من أربعة فصول، والثانية من سبعة فصول؛ تعلقتا أساسًا بموضوع التسطيح المخروطي بقطب الكرة، على سطحٍ متعامدٍ مع محورها في منطقة الكرة (سطح اعتدالي).

الكوهي: *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، المرجع السابق، ص. 376–416.

BERGGREN, J. L.: Abū Sahl al-Kūhī's Treatise on the Construction of the Astrolabe with Proof: Text, Translation and Commentary, *Physis*, 31 (1994), p. 141-252.

لقد أشار الكوهي إلى أنَّه إذا كان قطب التسطيح هو قطب الكرة، وسطح التسطيح مستويًا، محور الكرة عمودٌ عليه، فإن جميع ما على الكرة، يَتسَطَّح على سطح التسطيح، ولا ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر. وبرهن الكوهي مستعينًا بالشكل الخامس من المقالة الأولى، من "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس، على أنَّ جميع الدوائر التي على الكرة، تقع على سطح التسطيح دوائر، أو خطوطًا مستقيمة، وليست هناك قطوعًا مخروطية أخرى سوى الدائرة؛ وأنَّ الدوائر التي تَمُرُّ من قطب التسطيح، تتسطَّح خطوطًا مستقيمةً.

وقَدَّم ابن سهل في شرحه لكتاب الكوهي، برهانًا مشابهًا لما قدَّمه الكوهي، مشيرًا إلى الوضع العكسي من ذلك، فكل دائرة على سطح التسطيح، تُمثِّل دائرةً على الكرة.

برهان الكوهي حول الخاصية الأساسية للتسطيح المخروطي بقطب الكرة[56] [الشكل: I−5−19]:

لتكن دائرة $ABGD$، الدائرة التي تمرُّ بمحور الكرة $\overline{AG}$، وبقطب الدائرة التي نريد تسطيحها، التي قطرها $\overline{BD}$ وقطبها K.

ولنعتبر خط (EZ) الفصل المشترك بين سطح التسطيح، وسطح دائرة $ABGD$. حيث $(EZ)\perp(AG)$ و $(EZ)\cap(AG)=H$.

نصل $\overline{AB}$ ، $\overline{AD}$ ، $\overline{BG}$ ، $\overline{BD}$ فيكون مثلث ABD قائمًا على سطح التسطيح، وعلى سطح الدائرة التي قطرها $\overline{BD}$، لأنه في السطح الذي يَمُرُّ بمحور الكرة وبقطبها.

ولدينا $\widehat{ABG}=90°=\widehat{AHE}$ ، لأن $\widehat{ABG}$ مرسومة في نصف دائرة.

فيكون المثلثان ABG ، AHE قائمين، وزاوية $\widehat{A}$ منهما مشتركة، فهما إذن متشابهان.

ينتج من هذا أنَّ $\widehat{AGB}=\widehat{AEH}$

لكن الزاويتين $\widehat{AGB}$ ، $\widehat{ADB}$ تحصران نفس القوس من الدائرة، فهما متساويتان [E: III, 27]، وبالتالي

$$\widehat{ADB}=\widehat{AGB}=\widehat{AEH}=\widehat{AEZ}$$

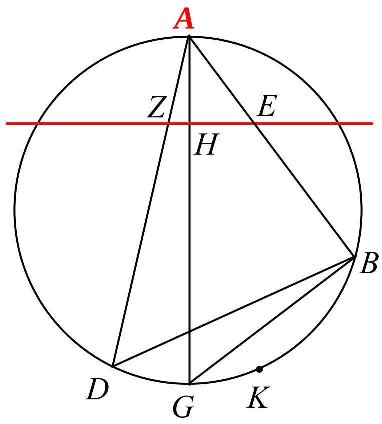
لدينا إذن مثلثا AEZ ، ADB ، زاوية $\widehat{A}$ منهما مشتركة، وزاويتا $\widehat{ADB}$ ، $\widehat{AEZ}$ متساويتان، فهما إذن متشابهان.

وقد بيَّن أبلونيوس في الشكل الخامس، من المقالة الأولى، من "*كتاب المخروطات*"، أنه في هذه الحالة يكون تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{BD}$ على سطح التسطيح دائرة، قطرها $\overline{EZ}$.

---

[55] – ابن سهل، إ: شرح *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب لأبي سهل القوهي*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، المرجع السابق، ص. 251–268.

[56] – الكوهي: *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، المرجع السابق، ص. 379–380.



الشكل:I-5-19

أمَّا بالنسبة للدوائر التي تمرُّ بقطب التسطيح، فبما أنَّ قطب التسطيح ينتمي إلى السطح الذي عليه الدائرة المراد تسطيحها، وسطح التسطيح مستوي، فيكون الفصل المشترك لهذين السطحين، هو تسطيح تلك الدائرة، وهو خط مستقيم.

ملاحظة: يبقى هذا البرهان صالحًا، من أجل جميع سطوح التسطيح التي يكون محور الكرة عمودًا عليها، بما فيها السطح المماس للكرة، عند القطب المقابل لقطب التسطيح[57].

طريقة الكوهي في عمل المقنطرات على سطح الأسطرلاب [الشكل: I-5-20]:

لتكن دائرة $ABGD$ على سطح الأسطرلاب، مركزها E ، حيث $\overline{AG} \perp \overline{BD}$.

نريد أنْ نرسم مقنطرات لأفق معلوم[58].

لنعتبر قوس $\widehat{GZ}$ المعلوم على دائرة $ABGD$، مساويًا لبعد قطب الأفق عن القطب الشمالي، من الدائرة المارة بهذين القطبين، فتكون نقطة Z هنا بمثابة قطب الأفق.

[57] – نشير هنا إلى أنَّ الكوهي اعتبر في أعماله سطح التسطيح اعتداليًا (استوائيًا)، وهو ما سنجده أيضًا عند الصاغاني؛ فيما اعتبر ابن سهل في أعماله سطح التسطيح يُمَاس الكرة في القطب المقابل لقطب التسطيح، وهو ما سنجده أيضًا عند الحسن المراكشي.

قال الكوهي في الفصل الثاني، من المقالة الأولي، بعد تعريف مصطلحاتٍ فلكية، تتعلَّق بالأسطرلاب، أنَّه إذا كان تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب، من القطب الجنوبي، سُمِّي الأسطرلاب شماليًا، وذلك لأنَّ نصف الكرة الشمالي، يتسطَّح بالتمام على سطح الأسطرلاب، فيما لا يتسطح النصف الآخر بالتمام. وإذا كان تسطيحها من القطب الشمالي، سُمِّي الأسطرلاب جنوبيًا، وذلك لأنَّ نصف الكرة الجنوبي، يتسطح بالتمام، فيما لا يتسطَّح النصف الآخر بالتمام على سطح الأسطرلاب.

وفي الفصلين الثالث والرابع من المقالة الأولى، طَبَّق الكوهي التسطيح المخروطي برأسٍ قطبي، لأجل تسطيح المقنطرات والسُّمُوت، على سطح الأسطرلاب، شماليًا كان الأسطرلاب أم جنوبيًا، بأخذ سطح التسطيح اعتدالي.

[58] – يعتمد الكوهي هنا طريقة إنشائية باستعمال المُحاكاة، فالنقطتين G ، A تُحاكيان القطب الشمالي والجنوبي من الكرة، والنقطة Z تُحاكي قطب الأفق المعلوم.

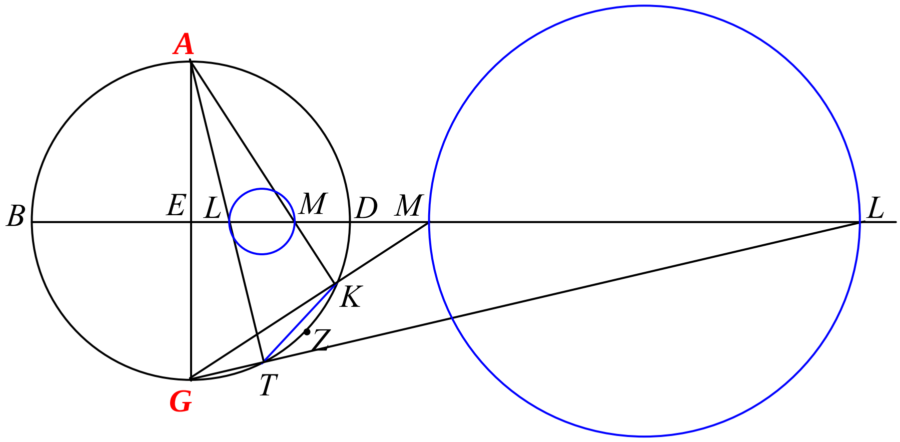
نجعل قوس $\widehat{ZT}$ مقدار ما أردنا أنْ يكون بُعد أوَّل المقنطرات من القطب Z ، و $\widehat{ZK}=\widehat{ZT}$ ، فيكون خط $\overline{TK}$ موازيًا لقطر الأفق (وهو قطر مقنطرة من المقنطرات).

نصل $\overline{AT}$ ، $\overline{AK}$ إنْ كان الأسطرلاب شماليًا، وليكن $(AT)\cap(BD)=L$ و $(AK)\cap(BD)=M$ ، ونرسم الدائرة التي قطرها $\overline{LM}$ فهي المقنطرة المطلوبة.

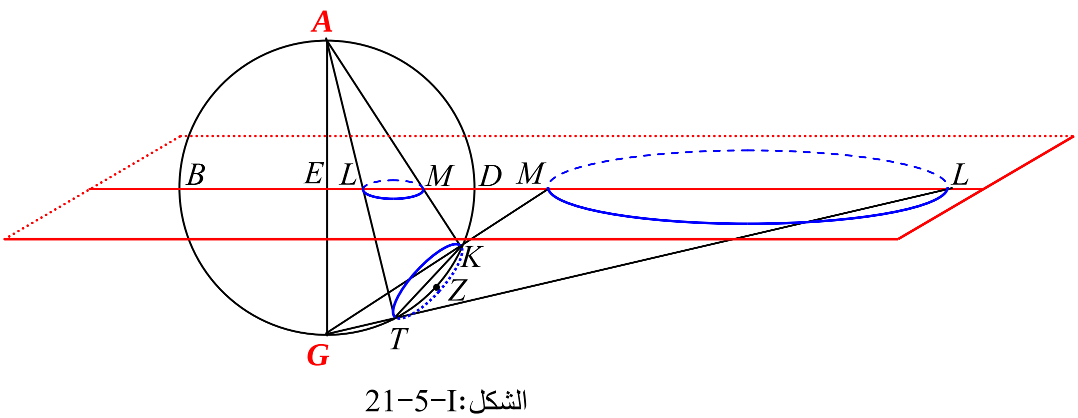
وإن كان الأسطرلاب جنوبيًا فنصل $\overline{GT}$ ، $\overline{GK}$، ونجعل $(GT)\cap(BD)=L$ و $(GK)\cap(BD)=M$ ، ونرسم الدائرة التي قطرها $\overline{LM}$ فهي المقنطرة المطلوبة.

وبرهان ذلك يعود إلى أنَّ الدائرة التي قطرها $\overline{TK}$ ، تَتَسطَّح دائرة على سطح التسطيح، القائم على سطح دائرة $ABGD$، على خط $\overline{BD}$ ، كما تَبَيَّن في الخاصية الأساسية؛ وهي الفصل المشترك بين السطح القائم، والمخروط الذي رأسه نقطة A (نقطة G في الجنوبي)، وقاعدته الدائرة التي قطرها $\overline{TK}$. ولو أُطْبِق السطح القائم على سطح الأسطرلاب، لانطبقت هذه الدائرة على الدائرة التي رسمناها [الشكل:I−5−21].

وعلى نفس المنوال يتم رسم باقي المقنطرات، وُصولاً إلى الأفق.



الشكل:I−5−20



الشكل:I−5−21

تسطيح السُّمُوت عند الكوهي[59]:

اعتمد الكوهي طريقة، ينطلق فيها من معرفة بُعد سَمْتِ الدائرة السَّمْتِيَة المراد تسطيحها عن دائرة نصف النهار، الذي يُحَدَّد من خلاله نقطة تقاطع دائرة السُّمُوت مع دائرة الأفق، أو أي دائرة موازية للأفق، ثم يعمل على تسطيح تلك النقطة (بمعنى تسطيح مقنطرة من المقنطرات) وقطبي الأفق على سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب). فتكون الدائرة المارة من النقاط الثلاثة، الناتجة من تسطيح النقاط المذكورة، هو تسطيح دائرة السُّمُوت المفروضة، على سطح الأسطرلاب.

وهذا عرضٌ ملخصٌ لطريقة الكوهي:

نعتبر دائرة $ABGD$ على سطح الأسطرلاب (وهي دائرة نصف النهار لأفق معلوم) مركزها E ، حيث $\overline{AG} \perp \overline{BD}$. ولتكن نقطتا Z ، T قطبي الأفق.

نريد أنْ نُسطِّح دائرة سُمُوتٍ عُلِمَ بُعد سمتها عن دائرة نصف نهار الأفق [الشكل:I-5-22].

ليكن $\overline{LK}$ قطر الأفق، أو قطر دائرة موازية للأفق، وقوس $\widehat{LX}$ بُعْدِ سَمْت دائرة السُّمُوت عن دائرة نصف النهار. ولنعتبر نقطة A قطب التسطيح.

فبما أن الدائرة LXK لا تمر من قطب التسطيح، فإنها تَتَسطَّح دائرة على سطح التسطيح.

ليكن Y المسقط العمودي للنقطة X على خط $\overline{LK}$.

نصل $\overline{AK}$، $\overline{AL}$ ، $\overline{AY}$ ، $\overline{AT}$ ، $\overline{AZ}$ حيث $(AK)\cap(BD)=F$ و $(AL)\cap(BD)=M$ و $(AY)\cap(BD)=C$ و $(AT)\cap(BD)=Q$ و $(AZ)\cap(BD)=W$.

عندئذ تكون نقطة W تسطيح القطب Z ، ونقطة Q تسطيح القطب T على سطح الأسطرلاب.

وتكون الدائرة التي قطرها $\overline{FM}$ وهي مقنطرة من المقنطرات، تسطيح دائرة LXK على سطح الأسطرلاب[60].

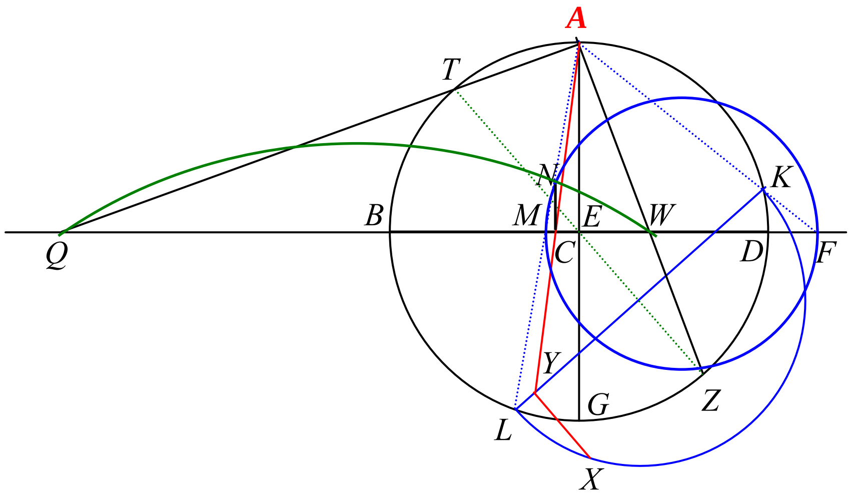
فبما أنَّ نقطة X هي الفصل المشترك بين دائرة LXK ودائرة السُّمُوت التي بُعد سَمْتِها عن دائرة نصف النهار مثل قوس $\widehat{LX}$، وتمر من القطبين Z ، T ؛ فإن نقطة N الناتجة من تقاطع العمود على (BD) في نقطة C مع الدائرة التي قطرها $\overline{FM}$، هي الفصل المشترك بين هذه الدائرة وتسطيح دائرة السُّمُوت. فتكون الدائرة التي تمر من النقط W ، N، Q، هي تسطيح دائرة السُّمُوت التي تمر من القطبين Z ، T ، والنقطة X .

---

59 – لمزيد من المعلومات حول الطرق الهندسية لتسطيح السُّمُوت في التقليد الهندسي العربي. أنظر:

BERGGREN, J. L.: *Geometric methods in medieval Islam: the case of the azimuth circles*, Actes du 3e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tipaza, 1-3 déc. 1990), Alger, Kouba-E.N.S., 1998, p. 13-22.

60 – نشير هنا إلى أنَّ الدائرة التي قطرها $\overline{WQ}$ ، هي تسطيح دائرة أوّل السُّمُوت، على سطح الأسطرلاب.



الشكل: 5-I-22

وإذا كانت الدائرة التي قطرها $\overline{LK}$ تَمُرُّ من قطب التسطيح A [الشكل: 5-I-23]، ففي هذه الحالة يكون تسطيح هذه الدائرة خطًا مستقيمًا، الذي هو الفصل المشترك بين سطح هذه الدائرة وسطح التسطيح.

لنعتبر نقطة C ، حيث $(AL)\cap(BD)=C$.

نرسم خطي $\overline{AM}$ ، $\overline{CM}$ ، حيث $\overline{CM}\perp\overline{AC}$ و $(AX)\cap(CM)=M$

نرسم الخط $\overline{CN}$ ، حيث $\overline{CN}=\overline{CM}$ و $(CN)\perp(BD)=C$. فتكون نقطة N هي تسطيح نقطة X على سطح الأسطرلاب.

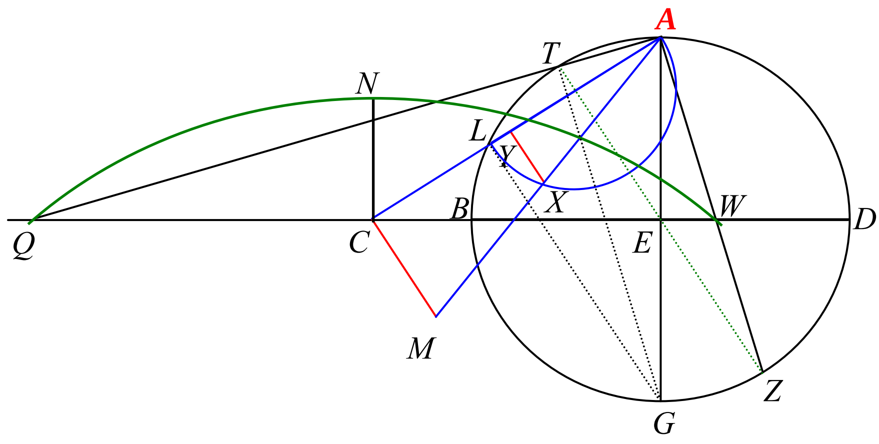
فبما أنَّ دائرة السُّمُوت التي بُعْدِ سَمْتِها عن دائرة نصف النهار بقدر قوس $\widehat{LX}$، تَمُرُّ من النقاط X ، Z ، T ، فإن تسطيحها على سطح الأسطرلاب، هو الدائرة التي تَمُرُّ من النقط W ، N ، Q .

ونَتَّبِع المنهج نفسه بالنسبة لتسطيح بقية دوائر السُّمُوت.

وقد برهن الكوهي في الأخير على أنَّ النقطة C تقع في منتصف الخط $\overline{WQ}$.[61]

[61] – الكوهي: كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان، في رشدي راشد: علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري، المرجع السابق، ص. 384-390.

وجدنا هذا المبدأ مُسْتَعْمَلا أيضًا وباعتماد نفس النوع من التسطيح، عند الحسن المراكشي (القرن 13)، في تسطيح سُمُوت الأسطرلاب الشمالي، في "*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*"، وسيأتيك هذا العمل في الأمثلة اللاحقة.



الشكل:I-5-23

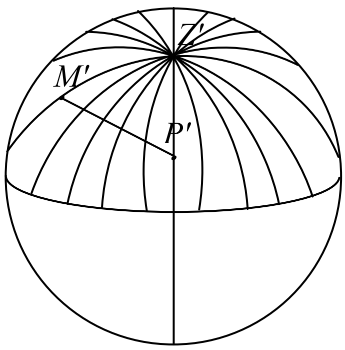
التسطيح المخروطي عند البيروني:

أمَّا البيروني(362/973-440/1048) فقد طبَّق هذا التسطيح في رسم الخرائط، مُخَصِّصًا لها "*رسالة في تسطيح الصُّور وتَبْطِيح الكُور*"؛ وكذلك لأجل معرفة اتجاه القِبْلَة، من بلدٍ معيَّن، في كتابيه "*القانون المسعودي*"[62]، و"*كتاب في إِفْرَاد المقال في أَمْرِ الظلال*". واستعمل خواص أساسية تَعْمَلُ على حفظ الزوايا في كتابه، "*كتاب في إخراج ما في قوى الأسطرلاب إلى الفعل*"[63]، كما في المثال التالي:

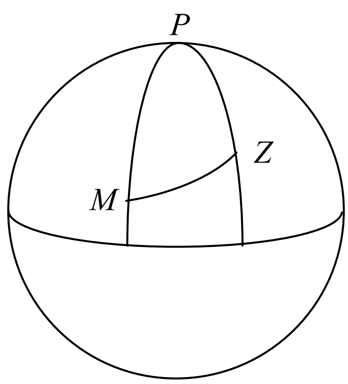
ليكن MPZ مثلثًا كُرَوِيًا على بسيط الأرض [الشكل:I-5-24-أ]، حيث: P القطب الشمالي، Z البلد المفروض، M مكة، القوس $\widehat{PZ}$ تمام عرض البلد، والقوس $\widehat{PM}$ تمام عرض مكة.

الزاوية $\widehat{PZM}$ هي سَمْت مكة، وحساب هذه الزاوية يكافئ تحديد اتجاه القبلة.

الزاوية $\widehat{MPZ}$ هي الفرق بين طولي هذين البلدين.



الشكل:I-5-24- ب



الشكل:I-5-24-أ

62- البيروني: *القانون المسعودي*، تقديم عبد الكريم سامي الجندي، بيروت، 2002، الجزء الثاني، ص. 16-18.

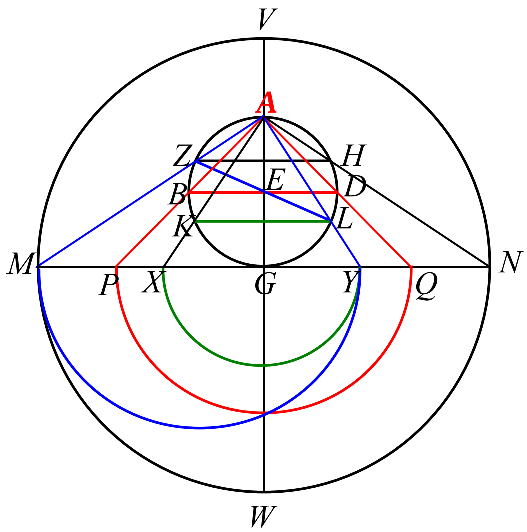
63 - ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Géométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil,1997, vol. 2, p. 148-150.

لقد عوَّض البيروني المثلث MPZ ، بمثلثٍ مشابهٍ على الكرة السماوية [الشكل:I-5-24- ب]، وذلك بأخذ سَمْت رأس أهل البلد Z' ، وسَمْت رأس أهل مكة M' ، والقطب الشمالي للكرة السماوية P' ، ثم عَمِل على إسقاط الكرة السماوية انطلاقًا من القطب الجنوبي (كقطب تسطيح)، على سطحٍ مستوٍ، يُمَاس الكرة في القطب الشمالي؛ فيتسطح القوسان $\widehat{P'M'}$ ، $\widehat{P'Z'}$ قطعتين مستقيمتين[64] $\overline{P'M'}$ ، $\overline{P'Z'}$ ، فيما يَتَسطَّح القوس $\widehat{Z'M'}$ قوسًا، على سطح التسطيح؛ فلا يبقى بَعدَها، سوى قياس الزاوية بين القطعة المستقيمة $\overline{P'Z'}$ ، والقوس $\widehat{Z'M'}$ ، لمعرفة اتجاه القبلة.

وفي القرن الثالث عشر ألَّف **محيي الدين المغربي** (ت. 1290)، الذي عمل في مرصد مراغة، "*كتاب تسطيح الأسطرلاب*"، عَمِل فيه على إنشاء كل الدوائر والنقاط الثابتة على صفيحة وعنكبوت الأسطرلاب، بطريقة هندسية محضة[65].

لتكن دائرة $ABGD$ على سطح الأسطرلاب، حيث $\overline{BD}$ قطر دائرة معدل النهار، $\overline{ZH}$ قطر دائرة الجدي، $\overline{KL}$ قطر دائرة السرطان، $\overline{ZL}$ قُطرٌ اختياري.

مَسَاقِطَها على سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب)، هي الدوائر التي أقطارها $\overline{PQ}$ ، $\overline{MN}$ ، $\overline{XY}$ ، $\overline{MY}$ على الترتيب.



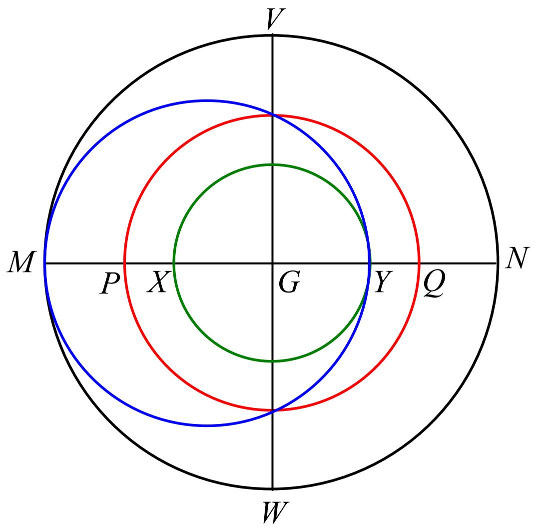
الشكل:I-5-25

الهام في هذا الشكل، هو تركيب الإسقاطين على نفس السطح، على مستويين متعامدين[66].

[64] – لأنهما تَمُرَّان على قطب التسطيح.

[65] – النقاط الثابتة في الأسطرلاب، هي تسطيحات نقاط تقاطع دوائر الارتفاع والدوائر الموازية للأفق، وبها تُحَدَّدُ الكواكب الثابتة.
ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Géométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, op. cit., vol. 2, p. 151-152.

فيكون التسطيح المخروطي برأس قطبي للدوائر المذكورة، على المستوي المماس للكرة في نقطة G ، والعمودي على المحور (AG)، كما في الشكل النهائي التالي:



الشكل: 26-5-I

أمَّا **الحسن المراكشي** (القرن 13) صاحب "*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*"، فقد عرَّف هذا النوع من التسطيح[67]، مشيرًا إلى كتاب بطلميوس، حول تسطيح الكرة، بأنه شمل الخاصية الأساسية لهذا التسطيح؛ واعتمد كما هو الحال عند محيي الدين المغربي، السطح المماس للكرة، عند القطب المقابل لقطب التسطيح، كسطحٍ للتسطيح؛ واستعمله في تخطيط صفائح الأسطرلاب الشمالي[68]، واتَّبع نفس المنهج في تخطيط الأسطرلاب الجنوبي[69].

تسطيح الأسطرلاب الشمالي عند الحسن المراكشي[70]:

إنَّ المنهج المُتَّبَع في تسطيح الأسطرلاب عند المراكشي بشكل عام هو نفسه المتبع من طرف سابقيه، غير أنَّ الجديد عنده هو تَبَنِّيه إضافة إلى ما ذكرنا وبشكل أساسي لطرق عملية تسمح بتعيين أقطار الدوائر التي يتم تسطيحها.

---

66 – الإسقاط العمودي على سطح دائرة $ABGD$، والإسقاط المخروطي على السطح المَمَاس للكرة في نقطة G، المتعامد مع المحور (AG).

67 – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 19–21.

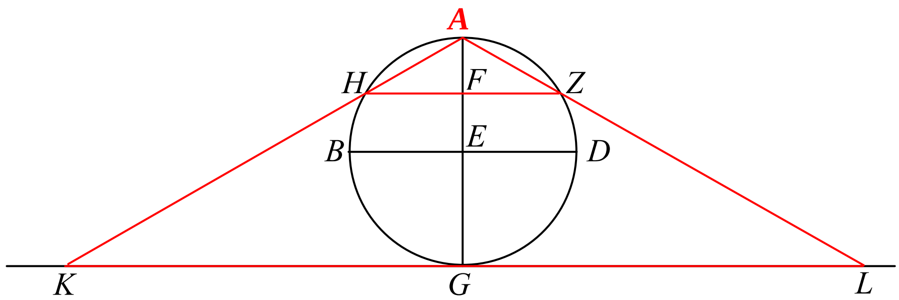
68 – الأسطرلاب الشمالي: هو الذي قطب تسطيحه، القطب الجنوبي.

نفس المرجع، الجزء 2، ص. 39–63.

69 – *نفس المرجع*، الجزء 2، ص. 63–68.

70 – إنَّ منهج تسطيح الأسطرلاب الشمالي ، عند المراكشي هنا، هو نفسه المُتَّبَع في تسطيح الأسطرلاب الجنوبي فيما بعد.

* ذكر المراكشي أنَّه في الأسطرلاب الشمالي، تَتَسطَّح جميع المدارات على سطح التسطيح (سطح الأسطرلاب)، دوائر متوازية مركزها واحد، هو نقطة التماس (مركز الأسطرلاب)، وأنَّ أعظمها هو مدار الجدي[71]. وهذا واضح، لأنها جميعًا توازي السطح المماس، ومراكزها على محور الكرة. وعَمِلَ على تعيين أقطار المدارات على صفيحة الأسطرلاب انطلاقًا من معرفة بُعدها عن القطب الجنوبي.



الشكل: I-5-27

لقد أرفق المراكشي هذا العمل، بطريقة لحساب أنصاف أقطار المدارات، باعتماد مفهوم الأربعة مقادير المتناسبة، انطلاقًا من معرفة بُعدِ كل مدار عن القطب الجنوبي (أو القطب الشمالي في الأسطرلاب الجنوبي)، وذلك بالنظر إلى أنَّ المثلثين AGK ، AFH متشابهان. فيكون:

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{FH}}=\frac{\overline{AG}}{\overline{GK}} \quad \text{ومنه} \quad \overline{GK}=\frac{\overline{AG}\cdot\overline{FH}}{\overline{AF}}=\frac{120\cdot\sin\widehat{AH}}{\sin usvers\,\widehat{AH}}$$

وقد وَضَع جدولاً لهذا الغرض، في آخر الفن الأول من كتابه؛ إضافة إلى جدول آخر سمَّاه جدول الأصل[72].

[71] – أعظم المدارات: هو دائرة قريبة من محيط الصفيحة.

[72] – وُضِعَ جدول الأصل على أساس مفهوم الأربعة مقادير المتناسبة. جَمَعَ فيه العديد من العلاقات القائمة على هذا المفهوم، التي تساعد في حل المسائل المثلثية والفلكية، المُتَضَمَّنَة في هذا الكتاب.

الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء الأول، ص. 178–182.

جدول أنصاف أقطار المدارات من كتاب " *جامع المبادئ والغايات* " للحسن المراكشي(القرن 13)

جدول الأصل من كتاب " *جامع المبادئ والغايات* " للحسن المراكشي(القرن 13)

كما عرض طريقة أخرى، لرسم بقية المدارات على صفيحة الأسطرلاب، متفرعة من أصل الطريقة السابقة، إنطلاقًا من معرفة أحدها (أحد المدارات)، مثل مدار أوَّل الجدي (أعظمها)، هذا مُلَخَّصُها.

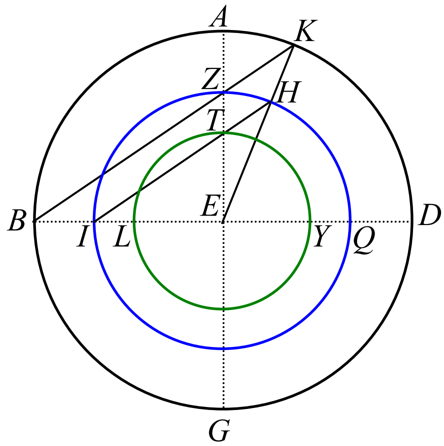
لتكن دائرة $ABGD$ ، مدار أوَّل الجدي، على صفيحة الأسطرلاب؛ ونريد أنْ نرسم معها مدارات أجزاء البروج، والكواكب الشمالية، عن دائرة أوَّل الجدي [الشكل:I-5-28].

نأخذ قوس $\overset{\frown}{AK}$ مثل الميل الأعظم.

نصل $\overline{KB}$ ، وليكن $\overline{KB}\cap\overline{EA}=Z$ ؛ عندئذ الدائرة التي مركزها E، ونصف قطرها $\overline{EZ}$، هي مدار أول الحمل.

نصل $\overline{EK}$ ، ولتكن H نقطة تقاطع $\overline{EK}$ مع مدار أوَّل الحمل (دائرة IZQ)، فيكون $\overset{\frown}{ZH}=\overset{\frown}{AK}$ (الميل الأعظم).

نصل $\overline{HI}$ وليكن $\overline{HI}\cap\overline{EA}=T$ ، عندئذ الدائرة التي مركزها E، ونصف قطرها $\overline{ET}$، هي مدار أوَّل السرطان.



الشكل:I-5-28

وهذه المدارات الثلاثة، هي أهم المدارات المستعملة، في صفيحة الأسطرلاب.

وبشكل عام يُمكننا رسم مدار أيَّ جزءِ أردنا، من أجزاء دائرة البروج والكواكب الشمالية، وذلك بالأخذ من قوس $\overset{\frown}{AD}$، مثل ما بين مداره ومدار أول الجدي، من أجزاء دائرة نصف النهار، ونُعلِّم علامة أُولى، ونصل بينها وبين نقطة B بخط مستقيم، ونُعلِّم حيث يقطع هذا الخط خط $\overline{EA}$، علامة ثانية. وندير بمركز E، وببعد العلامة الثانية دائرة، فتكون هذه الدائرة مدار الجزء الذي أردنا.

وقدَّم المراكشي أيضًا الأوضاع العكسية لهذه الحالة، مثل رسم مدار أوَّل الحمل انطلاقًا من مدار أوَّل السرطان ، أو مدار أوَّل الجدي انطلاقًا من مدار أوَّل الحمل، مع مراعاة كون المدار المطلوب جنوبيًا أو شماليًا بالنسبة للمدار المعلوم.

* وذكر المراكشي أنَّ المقنطرات [الشكل:I-5-29] تكون على الكرة دوائر متوازية، قطبها واحد، هو سَمْت الرأس؛ وتُشَكَّل في الأسطرلاب، دوائر غير متوازية، مراكزها على خط نصف النهار.

لتكن دائرة $ABGD$ دائرة نصف النهار، A القطب الجنوبي، G القطب الشمالي، وهو نقطة تَمَاس صفيحة الأسطرلاب ومركزها.

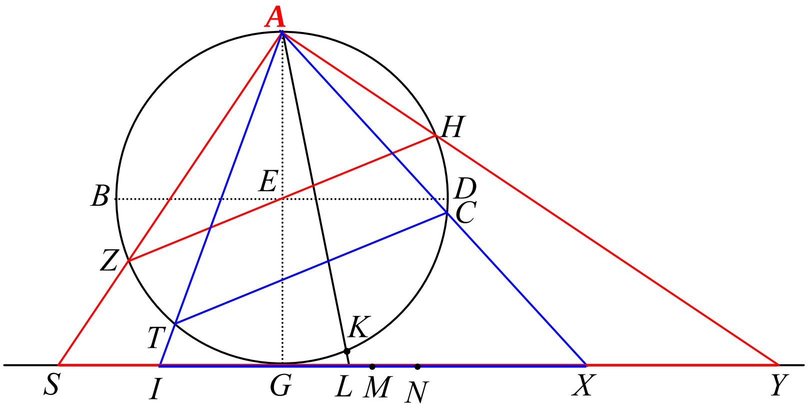
نعتبر $\overset{\frown}{AH}$ مثل عرض البلد، فيكون $\overline{HZ}$ قطر الأفق، وليكن $\overline{CT}$ قطر دائرة موازية للأفق.

$\overline{SY}$ قطر مقنطرة أفق البلد على صفيحة الأسطرلاب، و N مركزها.

$\overline{IX}$ قطر المقنطرة التي ارتفاعها عن الأفق بقدر قوس $\overset{\frown}{HC}$ ، و M مركزها.

(SY) خط نصف النهار، لأنه تسطيح دائرة نصف النهار التي تَمُرُّ من قطب التسطيح A.

نقطة K سَمْت الرأس على الكرة، ونقطة L سَمْت الرأس على الصفيحة.



الشكل: I-5-29

وقَدَّمَ المراكشي طريقةً، لحساب أقطار المقنطرات، وأبعاد مراكزها عن مركز الصفيحة، لأي بلدٍ كان، باستعمال جدول أنصاف أقطار المدارات؛ ووضع جدولاً يتضمن أنصاف أقطار المقنطرات، وأبعاد مراكزها عن مركز الصفيحة، لبلدٍ عرضه 30 درجة شمال[73]. هذا مضمونها:

باعتماد معطيات الشكل السابق [الشكل: I-5-29] نعتبر $\varphi = \overset{\frown}{AH}$ معلومًا، فيكون $\overset{\frown}{GZ} = \varphi$ و $\overset{\frown}{GH} = 180 - \varphi$ معلومين. عندئذ يكون:

$\overline{GY}$ نصف قطر المدار الذي بُعده عن القطب الشمالي مثل بُعد نقطة H عن نقطة G ، أي بقدر قوس $\overset{\frown}{GH} = 180 - \varphi$.

$\overline{SG}$ نصف قطر المدار الذي بُعده عن القطب الشمالي مثل بُعد نقطة Z عن نقطة G ، أي بقدر قوس $\overset{\frown}{GZ} = \varphi$.

وليكن a قدر خط $\overline{GY}$ (أي ما بِحِيال قوس $180 - \varphi$) من جدول أنصاف أقطار المدارات، و b قدر خط $\overline{SG}$ (أي ما بحيال قوس φ) من جدول أنصاف أقطار المدارات.

لكن $\overline{SY}$ قطر الأفق على الصفيحة، و $\overline{SN}$ نصفه، فيكون $a+b$ قطر مقنطرة الأفق و $\frac{a+b}{2}$ نصفه.

ولكون $\overline{SN} - \overline{SG} = \overline{GN}$ فإن $d = \frac{a+b}{2} - b$ هو بُعد مركز مقنطرة الأفق عن مركز الصفيحة.

والآن لنعتبر مقنطرة أخرى بُعدها عن الأفق $\overset{\frown}{HC} = \theta$ ، فيكون $\overline{CT}$ قطرها على الكرة. ويكون $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AH} + \overset{\frown}{HC} = \varphi + \theta$ معلومًا، و $\overset{\frown}{GC} = 180 - (\varphi + \theta)$ و $\overset{\frown}{GT} = \overset{\frown}{GZ} - \overset{\frown}{ZT} = \varphi - \theta$ معلومين.

عندئذ يكون:

---

[73] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 44-45.

$\overline{GX}$ نصف قطر المدار الذي بُعده عن القطب الشمالي مثل بُعد نقطة C عن نقطة G ، أي بقدر قوس $\widehat{GC}=180-(\varphi+\theta)$.

$\overline{IG}$ نصف قطر المدار الذي بُعده عن القطب الشمالي مثل بُعد نقطة T عن نقطة G ، أي بقدر قوس $\widehat{GT}=\varphi-\theta$.

وليكن p قدر خط $\overline{GX}$ (أي ما بِجِيَال قوس $180-(\varphi+\theta)$) من جدول أنصاف أقطار المدارات، و q قدر خط $\overline{IG}$ (أي ما بِجِيَال قوس $\varphi-\theta$) من جدول أنصاف أقطار المدارات.

لكن $\overline{IX}$ قطر المقنطرة التي بُعدها عن الأفق $\varphi+\theta$ على الصفيحة، و $\overline{IM}$ نصفه، فيكون $p+q$ قطر هذا المقنطرة و $\frac{p+q}{2}$ نصفه.

ولكون $\overline{IM}-\overline{IG}=\overline{GM}$ فإن $f=\frac{p+q}{2}-q$ هو بُعد مركز تلك المقنطرة عن مركز الصفيحة.

وعلى المنوال نفسه يمكننا حساب أنصاف أقطار بقية المقنطرات، وأبعاد مراكزها عن مركز الصفيحة. وقد جمع المراكشي نتائج عمله حول المقنطرات المتفاضلة 6 أجزاء 6 أجزاء لعرض 30 درجة في جدول، سندرجه في آخر هذه الفقرة.

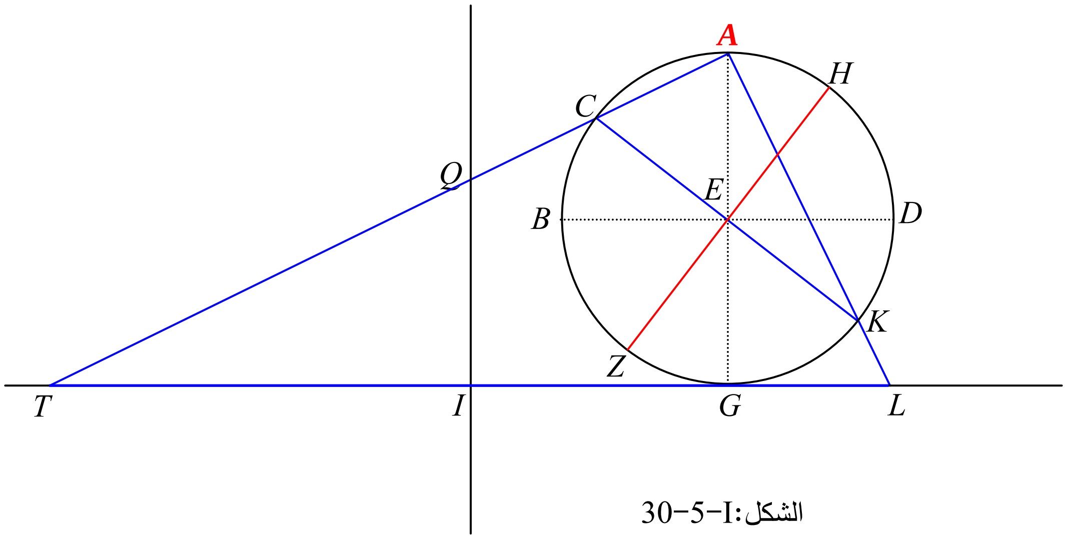
كما عرض طريقةً أخرى، مُتَفَرِّعة عن الأصل، لرسم المقنطرات باعتماد المدارات الأساسية الثلاثة، المتمثلة في مداري المنقلبين (الجدي والسرطان) ومدار أوَّل الحمل، وكذا طريقة رسم المقنطرات من الجدول[74].

* أمَّا بخصوص السُّمُوت [الشكل:I-5-30] فذكر المراكشي كما هو معلوم أنَّ جميع دوائر الارتفاع على الكرة، تمرُّ بسَمْتَي الرأس والرِّجْل (النظير) (نقطتي K ، C)؛ فيكون في هذا التسطيح، جميع دوائر السُّمُوت على الأسطرلاب، تَمُرُّ من سَمْتَي الرأس والرِّجْل على الصفيحة (نقطتي L ، T). ومراكزها تكون على الخط المستقيم العمودي (IQ) على الوتر الواصل بين سمتي الرأس والرجل $\overline{TL}$ في منتصفه I ، حسب مضمون الشكل الأول، من المقالة الثالثة، من "*كتاب الأصول*" لأوقليدس[75].

---

[74] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 45–47.

[75] – *نفس المرجع*، ص. 47–48.



الشكل:I-5-30

وأعطى طريقة لتخطيط دوائر السُّمُوت على الصفيحة [الشكل:I-5-31]، انطلاقًا من رسم المدارات الأساسية الثلاثة، للمنقلبين ومدار أوَّل الحمل، ومقنطرة الأفق $\overset{\frown}{PWMY}$ ، وسَمْت الرأس L . كما يلي[76]: نرسم المدارات الثلاثة من الخارج إلى الداخل الجدي والحمل والسرطان، ونأخذ قوس $\overset{\frown}{FH}$ مثل عرض البلد، فيكون سَمْت الرِّجل نقطة T ، حيث $(EF)\cap(MH)=T$.

فتكون دائرة $LWTM$ دائرة أوَّل السُّمُوت، مركزها I ؛ و M ، W نقطتي المشرق والمغرب.

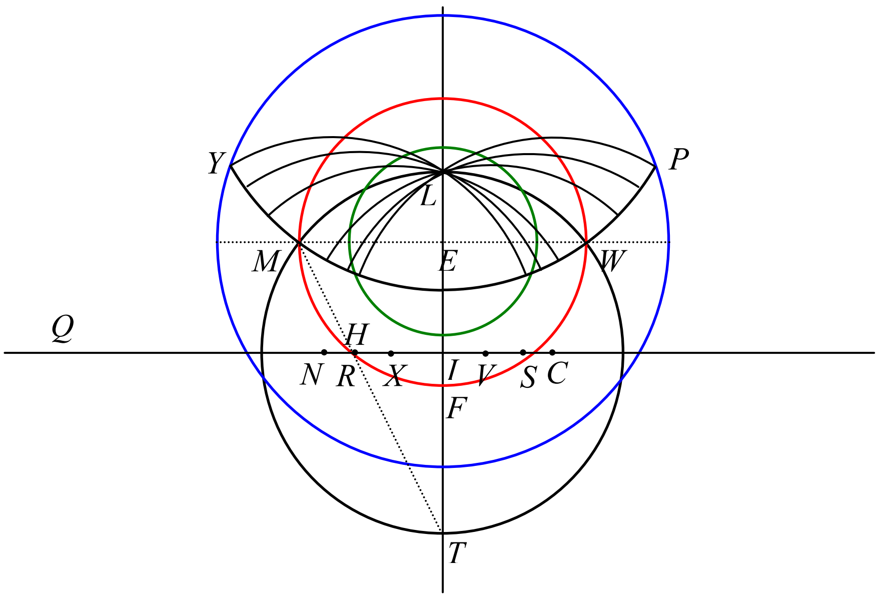
وتكون جميع مراكز دوائر السُّمُوت، على المستقيم (IQ) المار من نقطة I، حيث $(IQ)//(MW)$، و $(IQ)\perp(LT)$.

ويُحدَّد عدد دوائر السُّمُوت على سطح الصفيحة باعتماد مقدار التفاضل بينها[77]، الذي يُحدِّد بُعْدَ كلٍ منها عن دائرة أوَّل السُّمُوت؛ وذلك بتقسيم أرباع دائرة أوَّل السُّمُوت، بعددٍ متساوٍ من الأجزاء، كل جزء بمقدار التفاضل المعتمد؛ ثم نصل بخط مستقيم بين نهاية كل جزء وسَمْت الرأس (نقطة L)، فتكون نقطة تقاطع هذا الخط مع خط (IQ)، مركز دائرة من دوائر السُّمُوت؛ مثل النقاط C ، S ، V ، X ، R ، N التي هي مراكز بعض الدوائر السَّمْتِيَة.

---

76 – *نفس المرجع*، ص. 48–51.

77 – مقدار التفاضل بين دوائر السُّمُوت هو مقدار اختياري، مثل درجة درجة، أو 5 أجزاء 5 أجزاء، أو 10 أجزاء 10 أجزاء، أو 15 جزءًا 15 جزءًا، أو غير ذلك من الأجزاء.



الشكل:I-5-31

وبخصوص البلاد التي لا عرض لها يقول المراكشي << ودائرة أوَّل السُّمُوت في البلاد التي لا عروض لها هي أوَّل الحمل والميزان، وعمل السُّمُوت لها على ما تقدم. وفي الموضع الذي عرضه 90، تكون السُّمُوت كلها خطوطًا تمر بمركز الصفيحة وهو القطب، وتنتهي في الجهتين إلى مدار الحمل وهو الأفق في هذا الموضع، وذلك ظاهر >>.

وفي الأخير عرض المراكشي طريقة لحساب ورسم أنصاف أقطار الدوائر السَّمْتِيَة لعرضٍ معين وأبعاد مراكزها عن مركز دائرة أوَّل السُّمُوت، باستعمال جدول أنصاف أقطار المدارات. نلخصها في ما يلي[78]:

ليكن a نصف قطر المدار المار بسَمْت الرأس، و b نصف قطر المدار المار بسَمْت الرِّجل لأفقٍ مفروضٍ من جدول أنصاف أقطار المدارات. فيكون $\alpha = \frac{a+b}{2}$ نصف قطر دائرة أوَّل السُّمُوت.

فإذا كانت نقطتا L ، T سَمْتي الرأس والرجل على الصفيحة، فيكون مركز دائرة أوَّل السُّمُوت نقطة I من خط $\overline{LT}$ ، حيث: $\overline{LI} = \alpha$ من أجزاء المسطرة.

وبالنسبة للدوائر السَّمْتِيَة الأخرى، فليكن θ سَمْت دائرة منها و φ عرض البلد، عندئذ:

لنعتبر القوس $\omega = \arcsin\left(\frac{\cos\theta \cdot \cos\varphi}{60}\right)$ ، وليكن β ما بِجِيَالِها من جدول أنصاف أقطار المدارات.

ولنعتبر القوس $\psi = 180 - \omega$ ، وليكن γ ما بِجِيَالِها من جدول أنصاف أقطار المدارات.

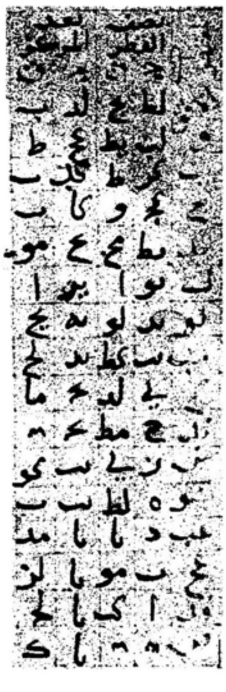
78 – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 51–53.

فيكون $\lambda = \frac{\beta + \gamma}{2}$ هو نصف قطر الدائرة السَّمْتِيَة المفروضة، من أجزاء المسطرة.

أمَّا بُعد مركزها عن مركز دائرة أوَّل السُّمُوت فيُحدَّد كما يلي: $d = \frac{(2\alpha)^2}{2\lambda} = \frac{2\alpha^2}{\lambda}$

ويشير أنه بهذا يمكننا كتابة أنصاف أقطار السُّمُوت وأبعاد مراكزها في جدول، غير أننا لم نجد جدولاً لهذا الغرض ضمن كتاب المراكشي رغم الإشارة إليه.

ملاحظة: نشير إلى أنَّ المنهج المُتَّبَع هنا في استخراج واستعمال جداول أنصاف أقطار المدارات والمقنطرات والسُّمُوت، المتعلقة أساسًا بجدول الأصل، المبني على مبدأ الأربعة مقادير المتناسبة، اعتمده المراكشي في تسطيح المساترة إضافة إلى تسطيح جميع الأسطرلابات التي عَرَضَها في القسم الخامس من الفن الثاني من "*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" كما هو واضح في الجداول التالية.



جدول أنصاف أقطار المقنطرات المتفاضلة 6 أجزاء 6 أجزاء وأبعاد مراكزها عن مركز الصفيحة في عرض 30 شمال (الأسطرلاب الشمالي)

جدول أنصاف أقطار المقنطرات المتفاضلة 6 أجزاء 6 أجزاء وأبعاد مراكزها عن مركز الصفيحة في عرض 30 شمال (الأسطرلاب الجنوبي)

جدول أنصاف أقطار المقنطرات المتفاضلة 6 أجزاء 6 أجزاء وأبعاد مراكزها من القطب في جملة من العروض (الأسطرلاب الخطي)

I -5- د-2: التسطيح التام [تسطيح الصاغاني]

إنَّ مُبتكِر هذا النوع من التسطيح (الإسقاط)، هو **أبو حامد الصاغاني**(940-990)، وقد ألَّف في هذا الموضوع، "*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*"[79] وعُرِفَ بـ "*كتاب في التسطيح التام*"[80]، يتكون من اثني عشر فصلاً ضَمَّنَهُ جميع مبادئ هذا التسطيح، وذلك بدراسة جميع الأوضاع المختلفة لتسطيح الكرة الفلكية (أي الدوائر الفلكية التي على الكرة)، على سطحٍ مستوٍ متوافق مع سطح منطقة الكرة (دائرة الاعتدال)، من خلال نقطة كيفية على محور الكرة، تختلف عن القطبين؛ موضحًا بالتفصيل، جميع الأوضاع التي تعطي قطوعًا مخروطية معينة، تبعًا لتَغَيُّرِ موضع قطب التسطيح، على محور الكرة، مع البرهان على ذلك؛ معتمدًا بشكل أساسي على ما جاء في المقالة الأولى من "*كتاب المخروطات*" **لأبلونيوس.** كما أعطى طُرُقًا هندسية بحتة، في كيفية رسم مساقط الدوائر، على سطح الأسطرلاب، بطريقة صناعية (إنشائية)[81]؛ حيث أنه خصَّص الفصل العاشر، لعمل القطوع المخروطية الثلاثة، المكافئ والزائد والناقص، بطريقٍ صناعي، انطلاقًا من معرفة سهمها، ورأسها، وخطٍ من خطوط ترتيبها. كما خصَّص الفصلين الحادي عشر والثاني عشر، لعمل المقنطرات والسُّمُوت بطريقة صناعية، وكانت هذه الفصول الثلاثة، المرجعية الأساسية للفصول السابقة، في رسم تسطيحات الدوائر على سطح الأسطرلاب.

لقد أشار **الكوهي** في كتابه "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*" إلى أنَّه، إذا كان قطب التسطيح على محور الكرة، ويختلف عن قطبها، فإن دائرتين على الكرة، سيكون لهما نفس التسطيح، وأنَّ الدوائر التي محور الكرة عمود عليها، تَتَسطَّح دوائر، على سطح التسطيح؛ فيما تتسطَّح الدوائر الأخرى، قطوعًا مخروطية، غير أنه لم يتناول بالدراسة هذا النوع من التسطيح في كتابه.

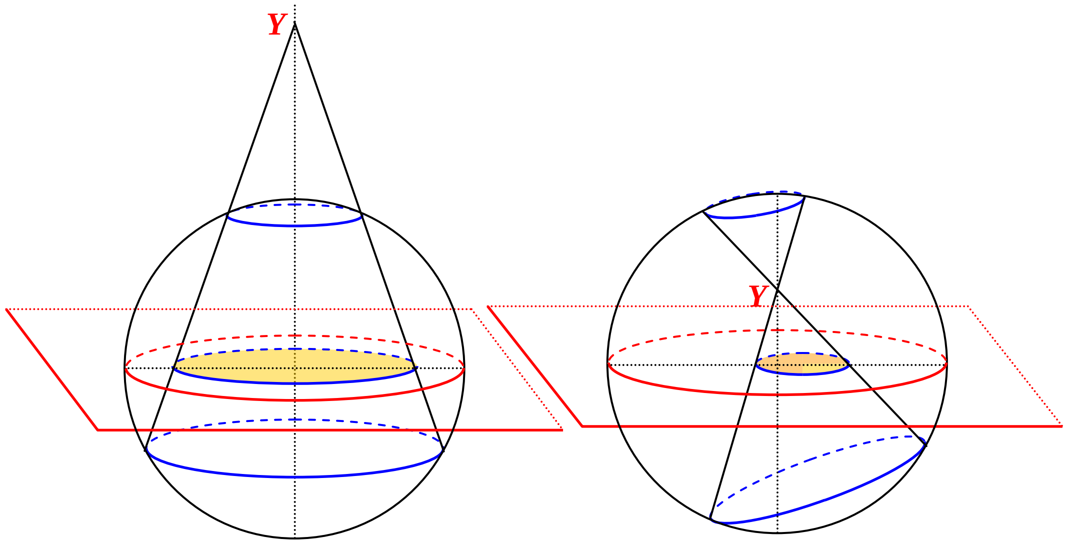
---

[79] – مخطوط بنكيبور، رقم 2468/39، ص. 267و-286ظ.

[80] – مخطوط مكتبة أحمد الثالث، طوب قابو في اسطنبول، رقم 3342/4، ص. 76ظ-91و.

أشار إلى هذا الكتاب، البيروني في كتابه "*الإستيعاب*"، والحسن المراكشي في كتابه "*جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*".

[81] – هذا ما تقتضيه صناعة الأسطرلاب، لأجل تخطيطه.



الشكل:I-5-32 (دائرتين لهما نفس التسطيح على سطح اعتدالي)

ساهم هذا النوع من التسطيح، المبني أساسًا على انتفاء حالة القطع المُخالِف في الوضع، ولأوَّل مرَّة، في إنتاج نوعٍ جديدٍ من الأسطرلابات، وهو الأسطرلاب المخروطي،[82] الذي صنعه الصاغاني، بصاغان قرب مَرْو[83]، إذْ أنَّ موضوع كتابه المذكور تَعلَّقَ أساسًا بكيفية تخطيط الأسطرلاب المخروطي، بنقل الإسقاطات من سطح التسطيح، إلى سطح الأسطرلاب، وذلك بإطباق السطح الأول على الثاني، واستعمال خواص القطوع المخروطية. وسنتناول ضمن هذا البحث المساهمة الكاملة للصاغاني في هذا الموضوع، في التحليل الرياضي لكتابه في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب.

إنَّ مبادئ التسطيح المخروطي، التي وضعها الصاغاني في كتابه، اعتُمِدَت بدايةً من طرف معاصريه، كما اعتُمِدَت لاحقًا من طرف العديد من العلماء؛ نذكر على سبيل المثال لا الحصر، **البيروني** (973-1048) الذي دَرَسَ في "*كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*"، تسطيح الصاغاني للكرة السماوية، على مستوي يقع في سطح دائرة معدل النهار، من خلال نقطة على محورها، تختلف عن القطبين. كما عَمِلَ أيضًا في هذا الكتاب، على إنشاء القطوع المخروطية، بمساعدة التحويل الإسقاطي، لدائرة إلى قطعٍ مخروطي، على نفس السطح الذي تنتمي إليه الدائرة، نلخصه فيما يلي:

[82]- وجدنا هذه التسمية عند الحسن المراكشي في "*جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*"، وسُمِّي كذلك، لكونه النوع الوحيد من الأسطرلابات، الذي يشتمل في تخطيط صفائحه، على قطوع مخروطية. وأعطى المراكشي طريقة تسطيح هذا الأسطرلاب بشكل مختصر بناءً على ما ورد في كتاب الصاغاني *في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*.
الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 85-87.

[83] – بروكلمان: *تاريخ الأدب العربي*، دار المعارف، الطبعة الثالثة، ص. 85-87.
SUTER, H.: *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und Ihre Werke* [Les mathématiciens et les astronomes arabes et leurs oeuvres], Teubner, Leipzig , 1900, p. 65.

لتكن (x,y) نقطة على محيط دائرة $ABGD$، و ρ البعد بين قطب التسطيح Q والمركز E، و α الزاوية التي يصنعها قطر الدائرة $\overline{ZH}$ مع محور الفواصل.

فيكون التحويل الإسقاطي للنقطة $K(x,y)$ ، إلى النقطة $F(x',y')$، محددًا بالعلاقة.

$$\begin{cases} x' = \dfrac{\rho(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\cos\alpha}{(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\sin\alpha + \rho} \\ y' = \dfrac{\rho(x\sin\alpha - y\cos\alpha)}{(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\sin\alpha + \rho} \end{cases}$$

وصناعيًا تَبَنَّى البيروني طريقةً مطابقةً تمامًا لتلك التي وردت عند الصاغاني في الفصل11، هذا مضمونها.

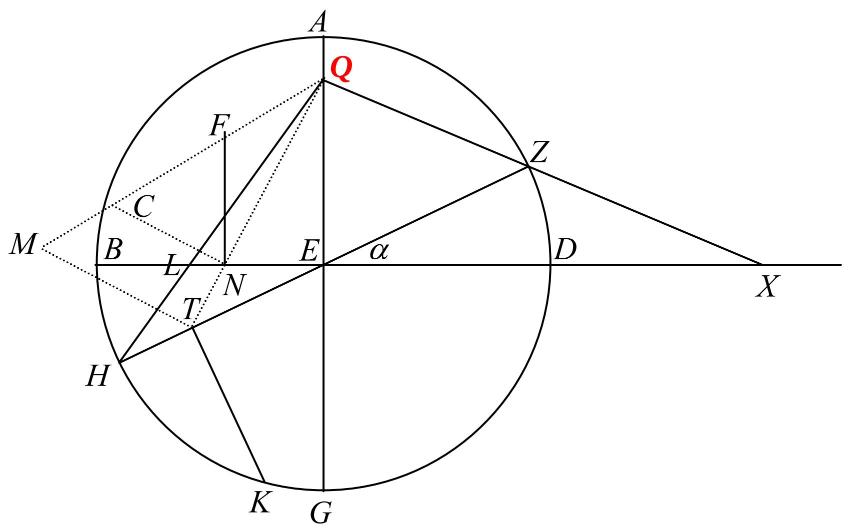
نعتبر K نقطة على دائرة $ABGD$ ، و $\overline{ZH}$ قطر لها.

نعمل خط $\overline{KT}$ ، حيث $(KT)\perp(ZH)$ و $(KT)\cap(ZH)=T$

نصل $\overline{TQ}$ ، ونعمل خط $\overline{TM}$ ، حيث $(QT)\cap(BD)=N$ و $\overline{KT}=\overline{TM}$

نصل $\overline{MQ}$، ونعمل خطي $\overline{NC}$ ، $\overline{NF}$ ، حيث $(NC)//(TM)$ و $(NC)\cap(MQ)=C$، $(NF)\perp(BD)$ و $\overline{NF}=\overline{NC}$.

عندئذ تكون نقطة F هي مسقط نقطة K على سطح دائرة $ABGD$.



الشكل:I-5-33

هذا الوضع يوافق تمامًا، إسقاط الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ (هذه الدائرة تمثل أفقًا لبلدٍ عرضه $\alpha-90$)، المرسومة على السطح العمودي، على سطح الدائرة $ABGD$ ، من خلال النقطة Q، على سطح دائرة الاعتدال (سطح التسطيح).

وعمل **البيروني** أيضًا على إنشاءٍ مماثلٍ، بالنسبة إلى المقنطرات الموازية للأفق، ببعدٍ كروي كيفي(عرض كيفي).

ونذكر أيضًا **الحسن المراكشي**، الذي تناول في كتابه " *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" موضوع تسطيح الكرة، ونقل مفهوم التسطيح من *كتاب الأشكال الكرّية* **لثاوذسيوس**[84]، واعتمد فيه وبشكل مباشر على ما ورد في كتاب الصاغاني، في تسطيح الأسطرلاب المخروطي[85]، وعلى " *كتاب الاستيعاب*" للبيروني، في تعداد أنواع الأسطرلابات.

---

[84] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 19–21.

[85] – لقد دَرَسَ المراكشي جميع الأوضاع المختلفة لقطب التسطيح الذي يُسَمِّيه المراكشي نقطة التسطيح بالنسبة إلى بسيط الكرة، بما فيها حالة كون قطب التسطيح على بسيط الكرة، وهي الحالة التي لم نجدها عند الصاغاني، وأظهر أنَّ أمثلة الدوائر القريبة من قطب التسطيح في السطح المماس، أعظم من نظائر الدوائر البعيدة منه. وأنه في حالة كون قطب التسطيح داخل الكرة، تكون نظائر بعض الدوائر الفلكية، قطوعًا مخروطة ناقصة، أو زائدة، أو مكافئة. مشيرًا إلى أنه لا يمكن أنْ يكون ذلك، إلاّ بالمدارات والنقاط التي ليس فيها مركز دائرة التسطيح.

نفس المرجع، الجزء 2، ص. 38–87.

خـــاتـمة

تسمح لنا المعلومات التي أوردناها في هذا البحث بالقول:

– إنَّ دراسة الإسقاطات أعطت دفعًا قويًا، في القرنين التاسع والعاشر الميلاديين، في تنشيط الأبحاث المتعلقة بالهندسة وعلم الفلك.

– إنَّ صناعة الأسطرلاب في القرن التاسع الميلادي، والمشاكل النظرية والتطبيقية، الناجمة عنها، وتعميم استعمالاتها، كان لها الفضل الأوَّل لمضاعفة الأبحاث حول الإسقاطات للكرة وخصائصها، وقادت الرياضياتيين في القرن العاشر، إلى تَصَوُّر مجال جديد في الهندسة، بأخذ موضوع الإسقاط للدراسة، مستقلاً عن المسائل التطبيقية، وساهمت هذه الدراسات النظرية في تثمين علم المثلثات الكروية، والقطوع المخروطية، والأسطوانية.

– يُعتبر موضوعَا قطوع المخروطات، وقطوع الأساطين، الركيزتان الأساسيتان، لموضوع تسطيح الكرة.

– إنَّ تَجَنُّب الصاغاني لدراسة التسطيح المخروطي، انطلاقًا من أَحَدِ قطبي الكرة، واقتصاره على الدراسة المفصلة للتسطيح المخروطي، حول كل الحالات التي يكون فيها قطب التسطيح على محور الكرة ومختلفًا عن قطبيها، يؤكد لنا أنَّ الصاغاني كان على علمٍ تامٍ بكل الدراسات التي تمّت حول هذا الموضوع من قِبَلِ علماء عصره، أمثال الكوهي وابن سهل، ومن طرف العلماء السابقين لهم، فهو بعمله هذا يكون قد أتَمَّ دراسة التسطيح المخروطي، إلى دراسة كاملة.

– إنَّ الطرق الصناعية (الإنشائية)، لإسقاط الدوائر الفلكية، الواردة عند الصاغاني، وطرق رسم القطوع المخروطية نقطيًا، قد خَفَّفَت إلى حدٍ كبير، من حِدَّة الجانب التخيلي، لعملية الإسقاط، كما كان لها الدور الرئيسي، في تخطيط الأسطرلاب المخروطي.

– لقد كان للجانب التطبيقي لموضوع الإسقاط (التسطيح)، في التقليد الرياضي العربي الوسيط، دورًا أساسيًا، في إيجاد العديد من الآلات الفلكية، كالأسطرلابات بجميع أنواعها، والآلات الرصدية والتقويمية، وآلات أخرى.

– إنَّ طرق الإسقاط التي أعطاها الكوهي وابن سهل والصاغاني، ومن جاءوا بعدهم حتى محيي الدين المغربي، ساهمت في ميلاد هندسة جديدة، في القرن الثامن عشر عند G. Mong ، تتمثل في الهندسة الوصفية. وساهم عمل الحسن المراكشي في "*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" في إعطاء حَوْصَلة حول كل التطبيقات العملية لطرق الإسقاطات المختلفة، في التقليدين الفلكيين العربي واليوناني، والآلات الناتجة عن هذه التطبيقات.

– أملنا أنْ نكون قد وُفِّقْنَا ولو بشكل جزئي، في تسليط الضوء على جانب من التقليد الرياضي العربي، المتمثل في الهندسة الإسقاطية، وعلى الخصوص في إبراز مساهمة عالمنا الصاغاني في هذا الميدان، وعلمائنا الكوهي وابن سهل وابن سنان والحسن المراكشي على العموم.

II- حياة الصاغاني وأنشطته العلمية

II- حياة الصَّاغاني وأنشطته العلمية

حياة الصَّاغاني

ولد أبو حامد أحمد بن محمد بن الحسين الصَّاغاني، في صاغان قرب مَرْو بتركمانستان حاليًا، حوالي سنة 940م. كان رياضياتيًا وفلكيًا، وعُرِفَ بالأسطرلابي لانشغاله بصناعة الأسطرلاب وإتقانه لهذه الصناعة. اهتم باختراع الآلات الفلكية، وخصوصًا الآلات الرصدية، التي أضاف للقديمة منها زيادات، بصاغان[1]. وكان الصاغاني من معاصري الكوهي(القرن 10)، وكانا متعلقين ببلاط عَضُد الدولة الديلمي(338-372هـ) في عهد الدولة البويهية؛ وعندما قَدِم شرف الدين بن عضد الدولة إلى بغداد، أمر سنة 988/378 برصد الكواكب السبعة على نحو ما قام به المأمون(813-833) في عهده. فبنى مرصدًا في آخر بستان دار المملكة، وعَهِد بالرصد فيه إلى الكوهي، وكان الصَّاغاني من الذين عُهِد إليهم الرصد بهذا المرصد، ووَقَّعَ معهم شرف الدين مَحْضَرين بنتائج هذه الأرصاد[2]. ويُحتمل أنَّ الصَّاغاني ابتكر بعض الآلات التي استعملها في هذا المرصد، خلال فترة عمله هناك[3].

عَمِل في موضوع تثليث الزاوية، وفي موضوع القطوع المخروطية؛ حيث أنَّه زَوَّدَ أسطرلابه المعروف بالأسطرلاب المخروطي، الذي يُنسَب إليه، ببعض القطوع المخروطية؛ ويُعتبر الصاغاني أوَّل من وضع هذا النَّوْع من الأسطرلابات. تُوُفِي ببغداد، في ذي القعدة سنة (379/990).

المؤلفات العلمية لأبي حامد الصَّاغاني

لقد ألَّفَ عالمنا العديد من الكتب، في المواضيع التي عمل بها.

1- كتاب في كيفية تسطيح الكرة علي سطح الأسطرلاب[4]: ويُعرَف أيضًا بـ*كتاب في التسطيح التَّام*[5].

---

[1]- لم يذكر ابن القفطي (ت 646هـ) نوع الزيادات التي أضافها إلى الآلات القديمة.

ابن القفطي: *إخبار العلماء بأخبار الحكماء*، تصحيح السيد محمد أمين الخائجي، القاهرة، دار السعادة ، 1326هـ، ص. 56-57.

LIPPET, J.: *Ibn al-Qifṭī's Ta'rīkh al-ḥukamā'*, Leipzig, 1903, p. 79.

بروكلمان: تاريخ الأدب العربي، القاهرة، دار المعارف، الطبعة الثالثة، ص. 224.

[2] – للاطلاع على النصين الكاملين للمَحضرين. أنظر: ابن القفطي: *إخبار العلماء بأخبار الحكماء*، المرجع السابق، ص. 230-231.

LIPPET, J.: *Ibn al-Qifṭī's Ta'rīkh al-ḥukamā'*,op. cit., p. 351-353.

[3]- فرشوخ، م. أ.: *موسوعة عباقرة الإسلام في الفلك والعلوم البحرية وعلم النبات وعلم الميكانيكا*، بيروت، دار الفكر العربي، 1995، الجزء الخامس، ص. 93.

SUTER, H.: *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und Ihre Werke*, op. cit., 1900, p. 65.

[4] - - مخطوط بنكيبور، رقم 2468/39، ص. 267و-286ظ.

LORCH, R.: *Al-Ṣāghānī's Treatise on Projecting the Sphere*, in KING, D.A. & SALIBA, G. (édit.): *From Deferent to Equant, a volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in honor of E. S. Kennedy*, New York, Annals of the New York Academy of Sciences, 1987, p. 237-252.

[5]- مخطوط مكتبة أحمد الثالث، طوب قابو في اسطنبول، رقم 3342/4، ص. 76ظ-91و.

2- رسالةٌ أهداها إلى الملك الجليل عَضُد الدولة، ابن أبي علي رُكْنُ الدولة، في عمل ضلع المُسبَّع المتساوي الأضلاع في الدائرة بالهندسة الثابتة[6].

3- رسالة في الساعات المعمولة على صفائح الأسطرلاب[7].

4- رسالة في ما يكون على سطح الأسطرلاب من خطوط الساعات[8].

5- مقدمة في تثليث الزاوية: ذُكرت من طرف الخيّام(1048-1139)، وبرهنها السجزي(ت 1024)[9].

6- رسالة شملت نتائج قياسات الصاغاني لميل الكسوف في بغداد.

7- مقالة في الأبعاد والأحجام[10]: وهي كتاب من ثلاثة فصول، الأوَّل مقدِّمة، والثاني في أبعاد الكواكب والنجوم الثابتة عن مركز الأرض، والثالث في أحجام الكواكب والنجوم .

8- كتاب قوانين علم الهيئة[11].

ونشير إلى أنه لدينا ما يُثْبِت أنَّ كتابات الصَّاغاني تَدَاوَلَها معاصروه واستمرَّ تَدَاوُلها بعده، فقد ذكر البيروني(973-1048) "*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*" للصاغاني، في كتابه "*كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الأسطرلاب*" ، وفي"*كتاب الآثار الباقية عن القرون الخالية*"[12]. وذكر الحسن المراكشي (القرن 13) في كتابه " *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*"، أنَّ الصَّاغاني هو واضِعُ التسطيح المخروطي، مشيرًا إلى كتابه في هذا الموضوع. وذَكَر المراكشي أيضًا أنَّ الطوسي(1201-1274) قد عَلَّقَ على هذا الكتاب، مُستفيدًا المراكشي من تسطيح المقنطرات، بالمنهج الذي اتَّبَعَهُ الصاغاني في الفصل العاشر من "*كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*"، دَارِسًا جميع الحالات المختلفة، لوضعية قطب التسطيح، بالنسبة إلى بسيط الكرة.[13]

6- مخطوط باريس، المكتبة الوطنية، رقم 4821/4.

7- مخطوط أوكسفورد، رقم I940/3.

8- مخطوط بودليان، 940/1 رقم 3.

9- رشدي راشد: *أعمال السجزي الرياضية هندسة المخروطات ونظرية الأعداد في القرن العاشر الميلادي*، ترجمة محمد يوسف الحجيري، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2008 ، ص. 188-189.

SUTER, H.: *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und Ihre Werke*, op. cit., p. 65-67.

10- مخطوط دمشق، رقم 4871/12.

11 - أشار إليه البيروني في "*كتاب تحديد نهايات الأماكن لتصحيح مسافات المساكن*" .

12 - البيروني: *الآثار الباقية عن القرون الخالية*، بيروت، دار الكتب العلمية، 2000، ص. 321-322.

13- الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، تصدير فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1984؛ مُصَوَّر عن مخطوطة أحمد الثالث، اسطنبول، رقم3343، الجزء الثاني، ص. 19-21؛ 85-87.

تقديم كتاب الصاغاني في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب

يتكون هذا الكتاب من اثني عشر فصلاً، متعلقة كُلِّيَةً بإسقاط الكرة، أي الدوائر الفلكية، من خلال نقطة على محور الكرة، وليست قطبًا للكرة، على سطحٍ مستوٍ، عمودي على محور الكرة، في منتصفها (سطح اعتدالي)؛ تشكل هذه النقطة رأسًا لمخروطاتٍ، قواعدها عبارةٌ عن دوائر على بسيط الكرة. تدعى هذه النقطة قُطْبُ التسطيح، فيما يُدعى السطح المستوي سطح التسطيح؛ وتكون الفصول المشتركة لتلك المخروطات مع سطح التسطيح، هي تسطيح تلك الدوائر، على سطح التسطيح. هذه الفصول التي تُنْتِجُ قطوعًا مخروطيةً ناقصةً، أو زائدةً، أو مكافئةً، أو دوائرَ، أو خطوطًا مستقيمة؛ تبعًا لاختلافات وضعية قطب التسطيح، بالنسبة إلى بسيط الكرة (داخلاً أو خارجًا)؛ وتبعًا لوضعية قواعد المخروطات، بالنسبة لسطح التسطيح (موازية أو غير موازية).

لقد اقتصَرَ التسطيح في هذا الكتاب على أربعة أنواع من الدوائر الفلكية، وهي دائرة معدل النهار وما يوازيها (وتسمى نظائرها على سطح الأسطرلاب المدارات). ودوائر الآفاق وما يوازيها (وتسمى نظائرها على سطح الأسطرلاب المقنطرات). ودوائر الارتفاع (وتسمى نظائرها على سطح الأسطرلاب السُّمُوت). وأخيرًا دائرة البروج، التي تَتَسطح على العنكبوت، ويَتَسطح عليها نقاط الكواكب، ونقاط أقسام البروج.

لقد أشار الصاغاني في مُسْتَهَلِّ هذا الكتاب، إلى أنه لم يتكلم أحدٌ ممَّن قبله، عن كيفية تَشَكُّل قطوع المخروطات، المتمثلة في الناقص، والزائد، والمكافئ، على سطح الأسطُرلاب. مُنَبِّهًا إلى أنَّ هناك جماعةٌ، تَكلّمُوا على كيفية تشكِيل الدوائر[14]، على صفيحة الأسطُرلاب.

تعلّق الفصل الأوَّل من هذا الكتاب، بتقديم توطئاتٍ لعمل المُقَنْطَرَات، وهي عبارةٌ عن أربع توطئات. بَرهنت الأُولى منها على أَنَّ الفصل المشترك لسطحين عموديين على سطحٍ، هو خطٌ مستقيمٌ، عموديٌ على كل خطٍ يخرج من أصله في ذلك السّطح؛ وتَنَاولت الثانية موضوع تشابه المثلثات وبَرهن الصاغاني من خلاله على أن حالة القطع المخالف في الوضع لا يمكن أن تحدث ضمن تسطيحه كيفما كان وضع قطب التسطيح، وستكون هذه التوطئة الركيزة الأساسية التي تُمَيِّز تسطيح الصاغاني؛ فيما تَنَاولت الثالثة والرابعة، وباعتماد مفهوم التناسب بين أربعة مَقادير، وخاصية المَمَاس، والقاطع للدائرة، إثبات أنَّ أحد المقادير، الذي سَيُمثِّل فيما بعد الضِّلع القائم للقطع، أكبر أو أصغر من قطرِ القطع (الضلع المائل). ثم أوضح الصاغاني، في الفصل الثاني، كيف يكون مدار السرطان أو مدار الجدي، أكبر أو أصغر من مدار الحمل، أو مساويًا له، تبعًا لوضعية قُطْبِ التسطيح. وبَيَّن في الفصل الثالث إمكانيةَ أن تَتَشكّل دائرة الأُفُقِ وما يوازيها لعرضٍ واحد، على سطح الأُسطُرلاب بجميع القطوع، الناقص

[14] ـ مثل ما هو عند بطلميوس، والكوهي، وابن سنان، والبيروني في التسطيح المخروطي بقطب الكرة.

والزائد والمكافئ وخط مستقيم، كما يُمْكن أنْ تكون كلُّها قطوعًا ناقصةً. فيما تعلَّق الفصل الرابع، بكيفية تَشَكُّل القطوع المختلفة على سطح الأسطُرلاب.

لقد اعتمد الصاغاني في هذه الفصول، على مضمون الأشكال (32، 33، 34، 56، 58)، من المقالة الأُولى، من "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس، المتعلقة برسم القطوع المخروطية، غير أنَّهُ لم يعط في هذه الفصول، أي طريقة عملية مُفَصَّلَة لرسم هذه القطوع؛ كما اعتمد على الشكل الثالث، من المقالة الأولى، من "*كتاب المخروطات*"، عندما يَمرُّ سطح التسطيح من قطب التسطيح، ويكون القطع الناتج مثلثًا.

أمّا الفصل الخامس، فقد تضمَّن خمس توطئات لعمل السُّمُوت، عمل فيها بدايةً (التوطئتان: أ، ب)، على تعيين الحاصلة. وهي قوسٌ من دائرة مُعَدَّل النهار، فيما بين السُّمُوت ودائرة نصف النهار. وكذلك الميل، وهو قوسٌ لقياس الزاوية التي تصنعها السُّمُوت مع مُعَدَّل النهار. ثم بَيَّن فيما بعد، وباعتماد نظرية الشَّكل القَطَّاع[15]، أنَّ الميل أعظم من قوسٍ على دائرة نصف النهار، فيما بَين مُعدَّل النهار ودائرة الارتفاع (التوطئة: ج). وفي حالة كون قُطب التَّسطيح خارجَ الكرة، يكون تسطيح جميع دوائر الارتفاع، قطوعًا ناقصةً، كيف ما كان اختلاف ميلها (التوطئة: د). وإذا كان قطب التَّسطيح داخل الكرة، فيمكن أن يكون تسطيح دوائر الارتفاع، كلّها قُطوعًا زائدةً، ويمكن أنْ تكون قطوعًا مختلفةً (التوطئة: هـ).

لقد تَمَّت الاستفادة من هذه التوطئات، في الفصل السادس المتعلق بعمل السُّمُوت، لأجل رسم القطوع الناتجة عن تسطيح السُّمُوت. بَيّن فيه الصاغاني أيضًا أنه إذا كان السطح القاطع مُوازيًا لضلع من أضلاع مثلثٍ مارٍ بسهم المخروط، يكون القطع مكافئًا. وفي حالة كون سطح التَّسطيح قاطعًا للدائرة المارة من قطب التَّسطيح، يكون تَسطيحُها خطًا مستقيمًا؛ كما هو الحال في دوائر الارتفاع، عندما يكون قطب التَّسطيح مركز الكرة.

وفي الفصل السابع أَرْجَعَ الصاغاني تَسطيح دائرة البروج، إلى عَمَل المُقَنْطَرَات، باعتبارها أُفُقًا لعرض تمام الميل. وكذلك الدوائر الموازية لها، فهي مُقَنْطَرات لعرض تمام الميل. واكتفى بوضع رُؤُوسِ الكواكب الثابتة في هذا الفصل. كما عَمِلَ في الفصل الثامن، على تحديد رأس مَوْضِع الكوكب على سطح الأسطرلاب، باعتماد مِقدار بُعدِ الكوكب من مُعَدَّل النهار، وكذا مِقدار مطالع درجة مَمَرِّ الكوكب بالفلك المستقيم. وحَمِلَ الفصل التاسع، وصفًا لطريقٍ أسهل، لعمل العنكبوت. وذلك بتسطيح العنكبوت،

[15]– تُعْرَف أيضًا بنظرية مينالاوس(نظرية الرباعي الكروي التام) أوردها في المقالة الثالثة من "*كتاب الأشكال الكرية*".
لمزيد من المعلومات حول الشكل القطّاع الكُرِّي والنِّسب الناتجة بين جيوبه، وبين الجيوب والأظلال. أنظر:
البيروني: *القانون المسعودي*، تقديم عبد الكريم سامي الجندي، بيروت،2002، دار الكتب العلمية، الجزء الأول، ص. 340-344.

ودائرة البروج، على صفيحة الأسطرلاب، وتقسيمها بمطالع الفلك المستقيم؛ وبإخراج خطٍ مستقيم من مركز الأسطرلاب إلى درجة مَمَرِّ الكوكب، يُحَدَّدُ بُعد الكوكب من معدل النهار. وبمعرفة جهته، وتَعليم ذلك البُعْدِ على مدار الحمل من المُقنطرات و في الجهة ذاتها، وأَخْذِ مِقداره من المركز، والتَّعْلِيم على الخط المُخْرَجِ من المَمَرِّ، يكون رأس الكوكب.

أمَّا الفصل العاشر، فهو عبارةٌ عن أربع توطئات، اهْتَمَّت الثلاثة الأخيرة منها برسم القطوع المخروطية، المكافئ والزائد والناقص، بطريق صناعي، انطلاقًا من معرفة السهم، والضلع المائل، وأحد خطوط الترتيب. ومن ثَمَّ رسم القطع المطلوب بِنُقْطَة نُقْطَة، باعتماد خَوارزميةٍ واضحةٍ في ذلك.

لقد كان لهذه التوطئات دورًا مساعدًا في كل من الفصلين اللاَّحِقَيْن، الحادي عشر والثاني عشر، لأجل عمل المُقَنطَرات والسُّمُوت، بطريقٍ صناعي. كما تَمَّ استغلال نفس التوطئات في الفصول السابقة، لأجل رسم القطوع المخروطية، الناتجة حسب كل تسطيح.

III- التحليل الرياضي

لكتاب الصاغاني في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب

III– التحليل الرياضي لكتاب الصاغاني في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب

الفصل الأول

مُقدِّمَات لعمل المقنطرات والسُّمُوت

التوطئة أ [الشكل: 1– أ]:

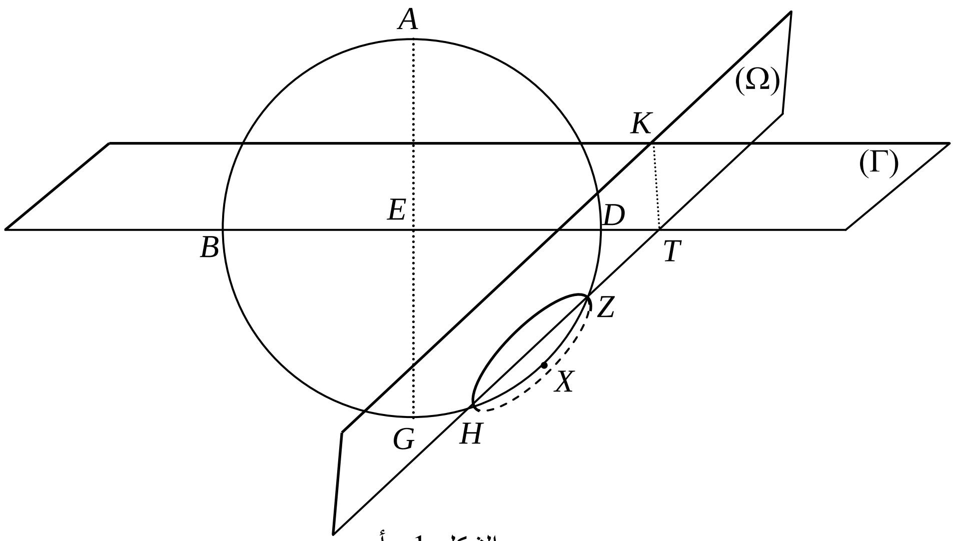
لتكن $ABGD$ دائرة عظيمة على بسيط كرة. مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$، $\overline{BD}$ ، حيث: $\overline{AG} \perp \overline{BD}$.

ولنعتبر $(ABGD)$ سطحها. و X نقطة من الدائرة، حيث $X \neq A$ و $X \neq G$.

وليكن (Γ) سطحًا، حيث $(\Gamma) \perp (ABGD)$ ، و $(\Gamma) \cap (ABGD) = BD$

ولنعتبر الدوائر التي قطبها نقطة X ، ولتكن الدائرة ذات القطر $\overline{ZH}$ واحدة منها، وليكن (Ω) سطح هذه الدائرة.

إنَّ السطح (Ω) يقطع السطح (Γ)[1] ، وليكن $(\Omega) \cap (\Gamma) = TK$، عندئذ $\overline{TK} \perp \overline{TH}$.



الشكل:1– أ

البرهان:

بما أنَّ الدائرة $ABGD$ تمر بالقطب X ، فإن السطح (Ω) عمودي على سطح دائرة $ABGD$ ؛ ومن جهة أخرى لدينا فرضًا $(\Gamma) \perp (ABGD)$.

---

[1]– لكون القطب X على دائرة $ABGD$ ، ويختلف عن A و G ، فيكون خط $\overline{ZH}$ لا يوازي $\overline{BD}$.

فينتج من كل ذلك و من كون $(\Omega)\cap(\Gamma)=\overline{TK}$ ، أنَّ $\overline{TK}\perp(ABGD)$. [E: XI, 19]

وبالتالي $\overline{TK}$ عموديٌّ على كل خطٍ يشمل T ، وينتمي إلى سطح $(ABGD)$. [الأصول: 11، تعريف 3]

ولكون $\overline{TH}$ ينتمي إلى سطح $(ABGD)$، فإن $\overline{TK}\perp\overline{TH}$ ، وهو ما أردنا برهانه.

التوطئة ب:

لتكن $ABGD$ دائرة مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ، حيث $\overline{AG}\perp\overline{BD}$.

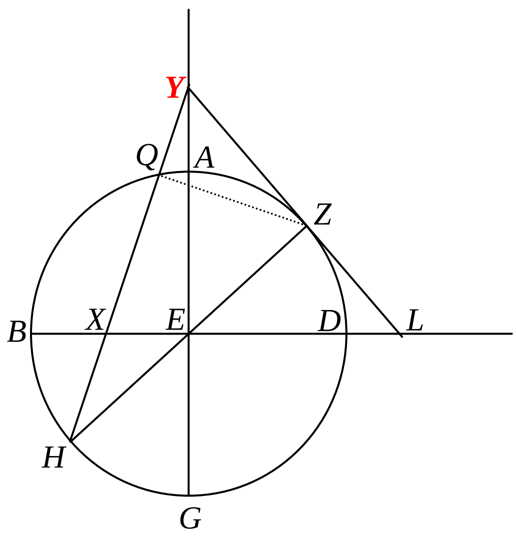
وليكن $\overline{ZH}$ في الشكلين الأول والثاني قُطر الدائرة، وفي الشكل الثالث $\overline{ZH}$ موازيًا للقطر.[2]

ولنُمَدِّد $\overline{AG}$ في الجهتين ، ونُعَلِّم نقطة Y خارج A أو G (على المستقيم (AG))، أو بين A و E ، أو بين G و E .

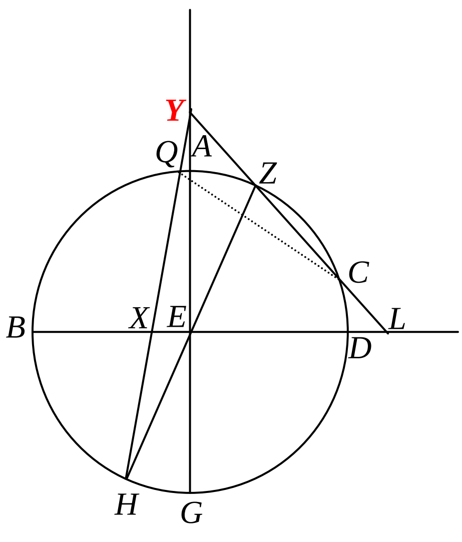
ولنوصل $\overline{YZ}$ ، $\overline{YH}$ في الأشكال الثلاثة بخطين مستقيمين، بحيث يكون:

$$(YH)\cap(BD)=X \quad \text{و} \quad (YZ)\cap(BD)=L$$

عندئذ المثلثان YZH ، YXL غير متشابهين.

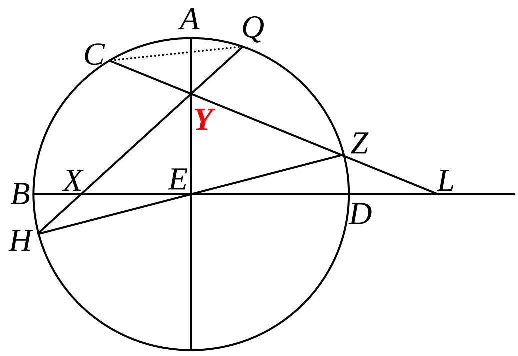


الأول–1

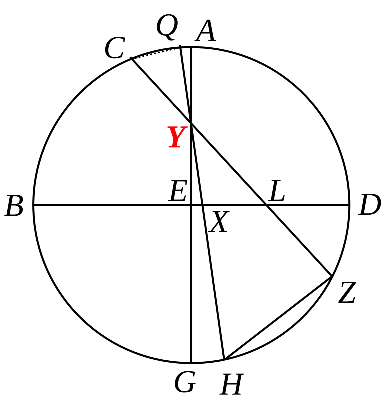


الأول–2

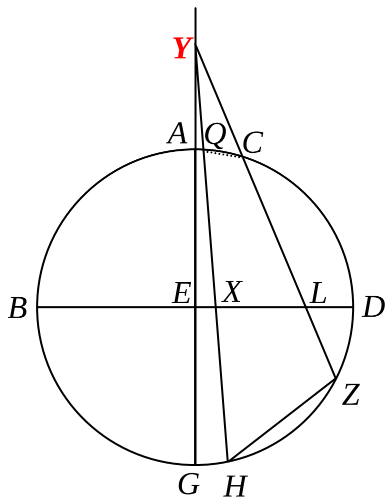
2– $\overline{ZH}$ لا يوازي $\overline{BD}$.



الثاني



الثالث-2



الثالث-1

الشكل: 1- ب

البرهان[3]:

في الأشكال الثلاثة نصل CQ ، إذا كان (YZ) قاطعًا للدائرة في C ، أو كان (YH) قاطعًا للدائرة في Q . وإذا كان (YZ) يُمَاس الدائرة في Z ، أو (YH) يُمَاس الدائرة في H ، فنصل $\overline{ZQ}$ أو $\overline{HC}$.

عندئذ يكون المثلث YCQ أو YZQ أ و YHC، يشبه المثلث YZH في جميع الأشكال.

[[في الشكل (الأول-1): بما أنَّ (YZ) مَمَاسٌ للدائرة في Z ، و (YH) قاطعٌ للدائرة في Q، H فلدينا:

$\overline{YZ}^2 = \overline{YQ} \cdot \overline{YH}$. [E: III, 36]

فيكون في المثلثين YZH ، YZQ ، لدينا $\frac{\overline{YH}}{\overline{YZ}} = \frac{\overline{YZ}}{\overline{YQ}}$ ، وزاوية $\widehat{Y}$ منهما مشتركة، فهما إذن متشابهان. [E: VI, 6]

---

[3] – **ملاحظة**: إنَّ التفصيلات التي أعطيناها في هذا البرهان غير موجودة في المخطوط ، حيث أنَّ الصاغاني أشار إلى الفكرة العامة فقط. وقد وضعنا هذه التفصيلات بين القوسين [[...]].

في الشكل (الأول−2): لكون المستقيمان الخارجان من النقطة Y يقطعان الدائرة، فيكون $\overline{YZ}\cdot\overline{YC}=\overline{YH}\cdot\overline{YQ}$، وبالتالي $\frac{\overline{YZ}}{\overline{YH}}=\frac{\overline{YQ}}{\overline{YC}}$ ، ولدينا الزاوية $\widehat{Y}$ من المثلثين YZH ، YCQ مشتركة، فهما إذن متشابهان.

في الشكل الثاني: الزاوية $\widehat{HYZ}=\widehat{CYQ}$ في المثلثين YCQ ، YZH
و $\overline{YH}\cdot\overline{YQ}=\overline{YC}\cdot\overline{YZ}$ [E: III, 31, 35]
فينتج أنَّ $\frac{\overline{YZ}}{\overline{YH}}=\frac{\overline{YQ}}{\overline{YC}}$. وبالتالي المثلثان YCQ ، YZH متشابهان.

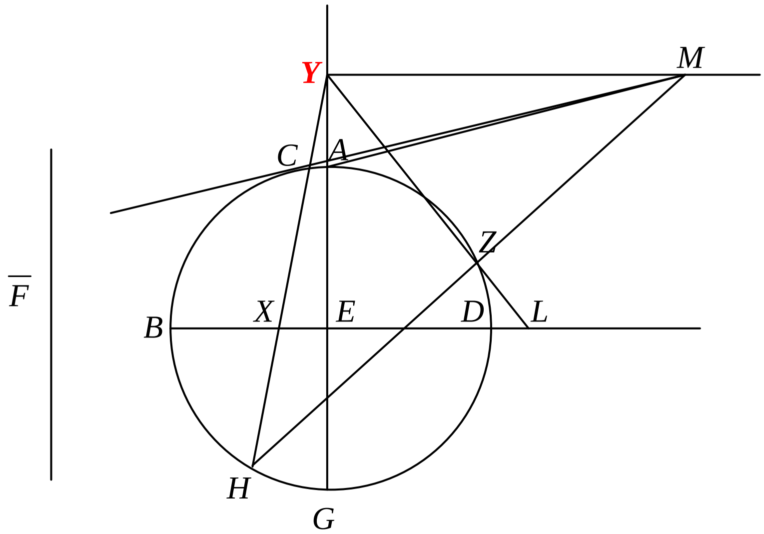
في الشكل (الثالث−1): لكون المستقيمان الخارجان من النقطة Y قاطعين للدائرة، فينتج أنَّ $\overline{YC}\cdot\overline{YZ}=\overline{YH}\cdot\overline{YQ}$ ؛ ومنه $\frac{\overline{YZ}}{\overline{YH}}=\frac{\overline{YQ}}{\overline{YC}}$ ، وزاوية $\widehat{Y}$ من المثلثين YCQ ، YZH مشتركة، مما يعني أنَّ المثلثين YCQ ، YZH متشابهان.

في الشكل (الثالث−2): في هذه الحالة لدينا الخطان ZC ، HQ متقاطعان في Y، وهما وتران في الدائرة، فيكون $\overline{ZY}\cdot\overline{YC}=\overline{HY}\cdot\overline{YQ}$. [E: III, 35]
ينتج من هذا أنَّ $\frac{\overline{ZY}}{\overline{HY}}=\frac{\overline{YQ}}{\overline{YC}}$ ، ولدينا زاوية $\widehat{Y}$ من المثلثين YCQ ، YZH مشتركة، مِمَّا يعني أنهما متشابهان]].

لكن في كل الحالات المثلث YCQ لا يشبه المثلث YLX[4] ، وعليه فالمثلث YLX لا يشبه المثلث YZH. وهو ما أردنا برهانه.

التوطئة جـ [الشكل: 1− جـ]:
لتكن $ABGD$ دائرة مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$، حيث: $\overline{AG}\perp\overline{BD}$.
ولتكن Y نقطة خارجة دائرة $ABGD$، على امتداد الخط المستقيم (AG)، حيث $Y\neq A$ ، $Y\neq G$
وليكن $\overline{ZH}$ وترًا في الدائرة، ولِنُوصِل $\overline{YZL}$ و $\overline{YXH}$ ، حيث: $(YZ)\cap(BD)=L$ ، $(YH)\cap(BD)=X$.
ولنُخْرِج $(MY)//(BD)$ وليكن $(MY)\cap(ZH)=M$. ولنعتبر $\overline{F}$ خطًا، حيث: $\frac{\overline{MY}^2}{\overline{MH}\cdot\overline{MZ}}=\frac{\overline{LX}}{\overline{F}}$.
إنَّ الخط $\overline{F}$ أطول من الخط $\overline{LX}$.

[4] − لأنهما مشتركان في زاوية $\widehat{Y}$ ، غير أنَّ قاعدتيهما غير متوازيتين، وغير متخالفتين في الوضع. [C: II, 9]



الشكل: 1− جـ

البرهان:

لِنُوصِل AM . فبما أنَّ الزاوية $\widehat{MYE}$ قائمة، فإن الزاوية $\widehat{MAE}$ منفرجة.

فإذا أخرجنا من النقطة M مماسًا، للدائرة على نقطة C، يكون $\overline{MH}\cdot\overline{MZ}=\overline{MC}^2$. [E: III, 36]

ولدينا $\overline{MC}>\overline{MY}$ ، ذلك أنَّ $\overline{MC}>\overline{MA}>\overline{MY}$ وبالتالي $\overline{MH}\cdot\overline{MZ}>\overline{MY}^2$.

ولكون $\frac{\overline{LX}}{\overline{F}}=\frac{\overline{MY}^2}{\overline{MH}\cdot\overline{MZ}}$ ، فإنه لدينا $\overline{F}>\overline{LX}$. وهو ما أردنا برهانه.[5]

التوطئة د:

لتكن $ABGD$ دائرة، مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$، حيث $\overline{AG}\perp\overline{BD}$.

ولتكن Y نقطة بين A و E ، أو بين G و E . وليكن $\overline{ZH}$ وترًا في الدائرة، ولنوصل YZL و YXH

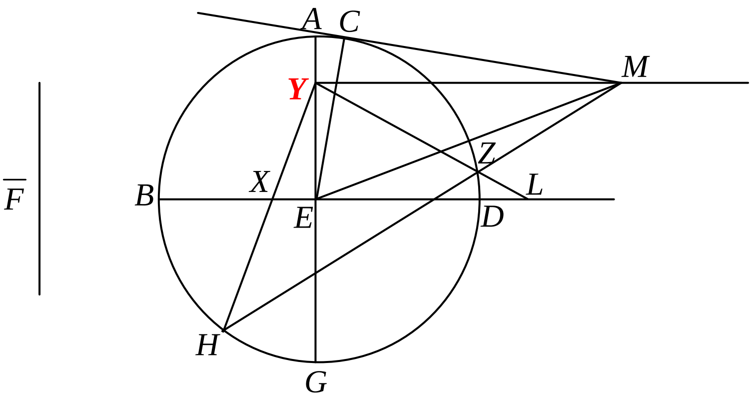
حيث: $(YZ)\cap(BD)=L$ ، $(YH)\cap(BD)=X$.

ولنُخرِج من النقطة Y ، المستقيم (YM) يوازي $\overline{BD}$ ، حيث: $(MY)\cap(ZH)=M$.

ولنعتبر $\overline{F}$ خطًا، حيث: $\frac{\overline{LX}}{\overline{F}}=\frac{\overline{MY}^2}{\overline{MH}\cdot\overline{MZ}}$.

إنَّ الخط $\overline{F}$ أقصر من الخط $\overline{LX}$.

[5] – بمعنى أنَّ $\overline{LX}<\overline{F}\Rightarrow\frac{\overline{LX}}{\overline{F}}<1\Rightarrow\frac{\overline{MY}^2}{\overline{MH}\cdot\overline{MZ}}<1\Rightarrow\overline{MH}\cdot\overline{MZ}>\overline{MY}^2$.



الشكل: 1− د

البرهان:

لنخرج من النقطة M مماسًا، يلقى الدائرة على نقطة C . ولنُوصِل $\overline{EC}$.

فيكون : $\overline{MC}^2+\overline{CE}^2=\overline{MY}^2+\overline{YE}^2$ ، وكذلك $\overline{MY}>\overline{MC}$ ، [لأن $\widehat{MYE}=\widehat{MCE}=90°$ و $\overline{ME}$ ضلع مشترك][6] . [E: III, 18]

ولدينا $\overline{MH}\cdot\overline{MZ}=\overline{MC}^2$ [E: III, 36]. فيكون $\overline{MY}^2>\overline{MH}\cdot\overline{MZ}$

ولكون $\dfrac{\overline{LX}}{\overline{F}}=\dfrac{\overline{MY}^2}{\overline{MH}\cdot\overline{MZ}}$ ، فإن[7] $\overline{F}<\overline{LX}$. وهو ما أردنا برهانه.

الفصل الثاني

تسطيح دائرة معدل النهار والدوائر الموازية لها في سطح الأسطرلاب

تمهيد:

لتكن كرة محورها $\overline{AG}$ ومركزها E ، و $ABGD$ دائرة عظيمة عليها، قطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ؛ حيث: $\overline{AG}\perp\overline{BD}$. ولتكن C_1 الدائرة التي قطرها $\overline{BD}$ ، حيث: $C_1\perp(ABGD)$.

وليكن (Γ) سطحًا مستويًا قائمًا على سطح دائرة $ABGD$ على خط BD.[8]

ولتكن C_2 دائرة موازية للدائرة C_1، قطرها $\overline{IH}$.

---

[6]– ابن الهيثم: *كتاب في حل شكوك كتاب أوقليدس في الأصول وشرح معانيه*، تصدير فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1985/1405، ص. 204.

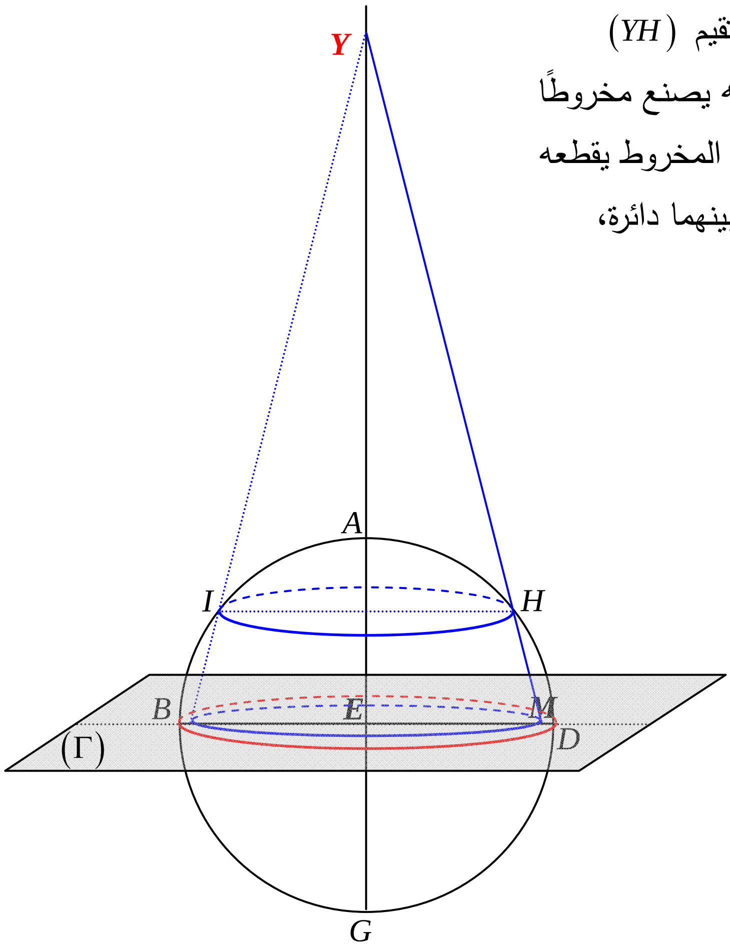
وكذلك: مضمون قاعدة فيثاغورث للمثلث القائم.

[7]– مرجع هذا أن $\overline{MC}^2+\overline{CE}^2=\overline{MY}^2+\overline{YE}^2\Rightarrow\overline{MH}\cdot\overline{MZ}+\overline{CE}^2-\overline{YE}^2=\overline{MY}^2\Rightarrow\overline{MH}\cdot\overline{MZ}<\overline{MY}^2$

فيكون $\overline{MY}^2>\overline{MH}\cdot\overline{MZ}\Rightarrow\dfrac{\overline{MY}^2}{\overline{MH}\cdot\overline{MZ}}>1\Rightarrow\dfrac{\overline{LX}}{\overline{F}}>1\Rightarrow\overline{LX}>\overline{F}$.

[8] – بهذه الافتراضات تكون الدائرة C_1 في سطح (Γ).

ولتكن Y نقطة على امتداد الخط EA و M نقطة حيث: $M=(YH)\cap(\Gamma)$.
عندئذ، إذا ثَبَّتنَا النقطة Y، وجعلنا المستقيم (YH)
يدور حول الدائرة التي قطرها $\overline{IH}$ ، فإنه يصنع مخروطًا
رأسه نقطة Y ، وقاعدته دائرة C_2 ؛ هذا المخروط يقطعه
السطح (Γ)، ويكون الفصل المشترك بينهما دائرة،
نصف قطرها $\overline{EM}$. [C: I, 4]



الشكل: 2

تُدعى النقطة Y قطب التسطيح، ويُدعى السطح (Γ) سطح التسطيح، وتُدعى الدائرة التي نصف قطرها $\overline{EM}$ ، تسطيح الدائرة C_2 على سطح التسطيح[9] (Γ).

تطبيق:

باعتماد التمهيد وباعتبار السطح الذي عليه دائرة $ABGD$ سطح الأسطرلاب، والسطح (Γ) سطح التسطيح، و C_1 دائرة معدل النهار، و C_2 دائرة الجدي، ولنعتبر أيضًا دائرة السرطان C_3 ذات القطر $\overline{KZ}$، والنقطة A القطب الجنوبي، والنقطة G القطب الشمالي، و $T=\overline{HZ}\cap\overline{BD}$.

---

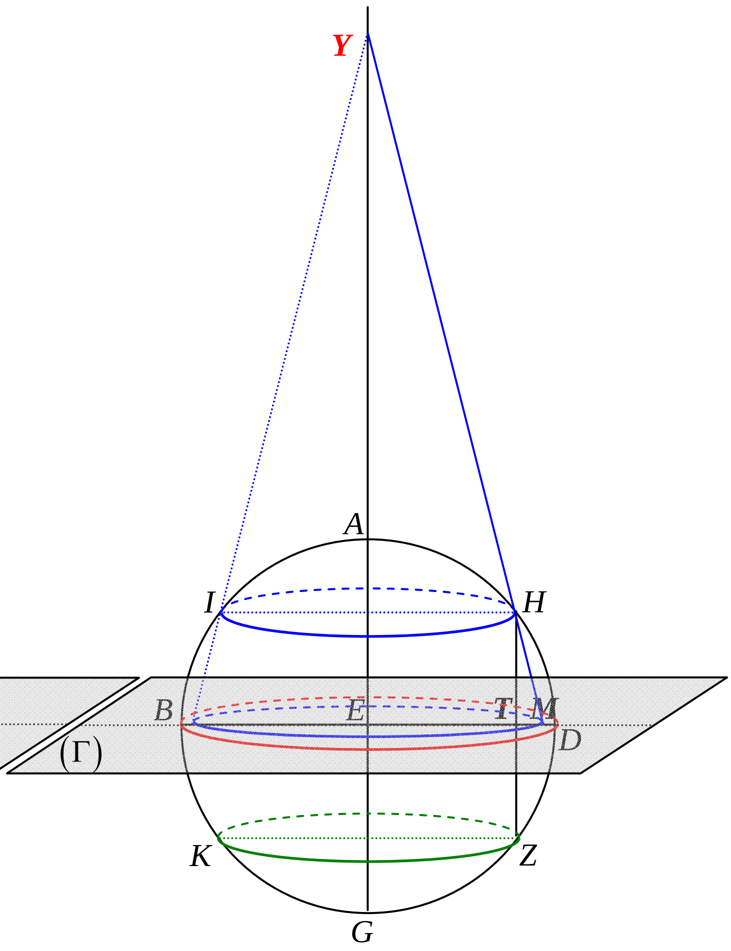
[9] – إن المبدأ الذي عرضه الصاغاني في هذا التمهيد سيظهر وبشكل مطابق تمامًا فيما بعد عند الحسن المراكشي في عرضه لمفهوم التسطيح، والخطوط التي ترسمها أطراف ظلال المقاييس على السطوح القائمة عليها (وهي قطوع مخروطية).
الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، تصدير فؤاد سيزكين، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، فرانكفورت، 1984؛ مُصَوَّر عن مخطوطة أحمد الثالث، طوب قابو سراي، اسطنبول، رقم 3343، ص. 252–263.
عسالي، س. ع.: *الأدوات الرياضية في الأعمال الفلكية للحسن المراكشي (القرن 13)*، أطروحة ماجستير في تاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبة–الجزائر، 2000، ص. 76–86.

عندئذٍ لدينا الأوضاع التالية:

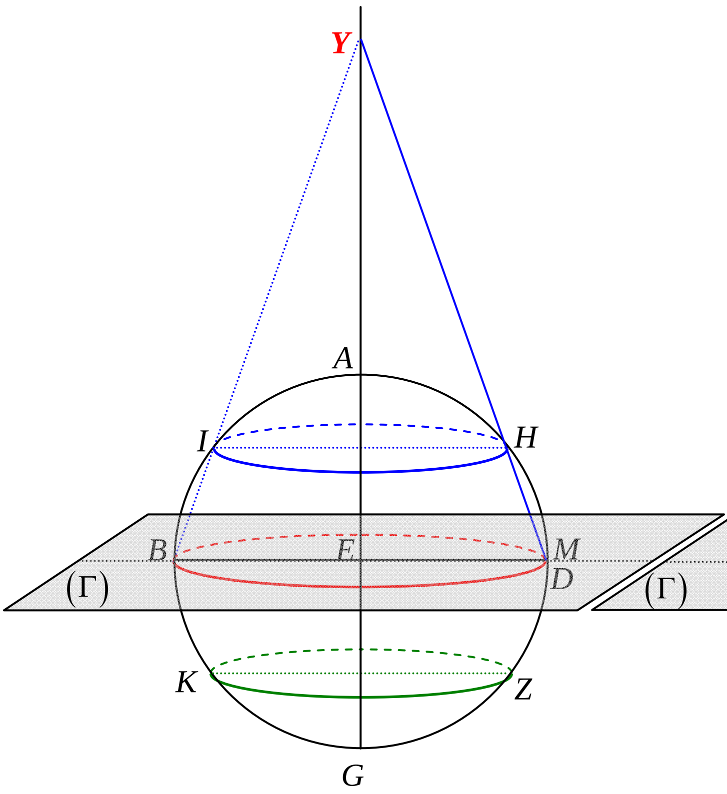
أ:- إذا كانت النقطة M بين النقطتين T، D [الشكل: 2- أ]، ووصّلنا النقطتين M، H حيث: $(MH)\cap[EA]=Y$، فباعتبار Y قطب التسطيح، يكون لدينا حسب التمهيد:

تسطيح دائرة معدل النهار(مدار الحمل) على سطح الأسطرلاب[10] هو دائرة $ABGD$. ويكون تسطيح مدار الجدي أصغر من مدار الحمل.

ب:- إذا كانت النقطة M تقع على النقطة D [الشكل: 2- ب]، ولنجعل قطب التسطيح نقطة Y ، حيث $(DH)\cap[EA]=Y$. في هذه الحالة يكون تسطيح مدار الجدي ومدار الحمل واحدًا، في الأسطرلاب الشمالي. وبالمثل يكون أيضًا تسطيح مدار السرطان واحدًا مع مدار الحمل، في الأسطرلاب الجنوبي.



الشكل: 2- أ



الشكل: 2- ب

[10] – التسطيح على سطح الأسطرلاب، ينتج من إطباق سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب.

جـ:- إذا كانت النقطة M تقع خارج نقطة D [الشكل: 2- جـ]، ولنجعل دائمًا قطب التسطيح نقطة Y ، حيث $Y = (MH) \cap [EA)$. في هذه الحالة يكون تسطيح مدار الجدي، خارج مدار الحمل، في الأسطرلاب الشمالي.

وبالمثل يكون أيضًا تسطيح مدار السرطان، خارج مدار الحمل، في الأسطرلاب الجنوبي.

د:- إذا جعلنا قطب التسطيح النقطة F ، أو النقطة X [الشكل: 2- د].

فإنه في الحالة الأولى، لا يَتَسطَّح مدار الجدي (الدائرة C_2)، في الأسطرلاب الشمالي. ذلك أنَّ المخروط الذي قاعدته الدائرة C_2، ورأسه النقطة F، يصبح منطبقًا على سطح الدائرة C_2 ، الموازي لسطح التسطيح (Γ)، فهو إذن لا يقطعه.

وبالمثل في الحالة الثانية، وللسبب ذاته، سوف لا يتسطَّح مدار السرطان(الدائرة C_3)، في الأسطرلاب الجنوبي.

هـ:- إذا جعلنا قطب التسطيح Y بين A ، F ، أو بين G ، X.

ففي الحالة الأولى، يكون تسطيح مدار الجدي خارج مدار الحمل، ومدار السرطان داخل مدار الحمل، في الأسطرلاب الشمالي.

ويكون بالمثل تسطيح مدار السرطان خارج مدار الحمل، ومدار الجدي داخل مدار الحمل، في الأسطرلاب الجنوبي.

و:- إذا جعلنا قطب التسطيح Y بين النقطتين F ، E . ولنعتبر النقطة L حيث $L = \overline{HB} \cap \overline{ID}$.

عندئذ يكون في الأسطرلاب الشمالي تسطيح مدار الجدي:

- هو مدار الحمل، إذا وقعت Y على L [الشكل: 2- و -1].
- خارج مدار الحمل، إذا كانت Y بين النقطتين F و L [الشكل: 2- و -2].
- داخل مدار الحمل، إذا كانت Y بين L و E [الشكل: 2- و -3].

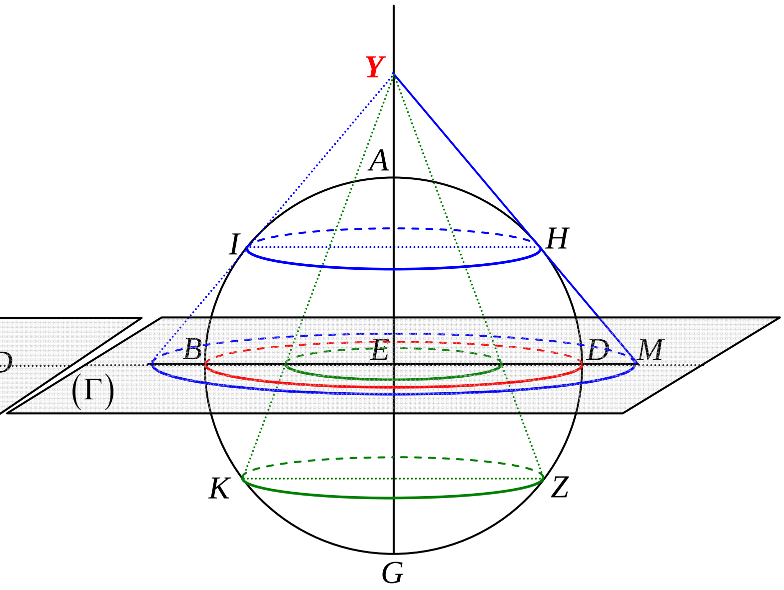
بينما في كل الحالات الثلاثة، يكون تسطيح مدار السرطان داخل مدار الحمل، في الأسطرلاب الشمالي.

ولدينا وضعًا مُشابهًا عندما يكون Y بين E و X ، في الأسطرلاب الجنوبي.

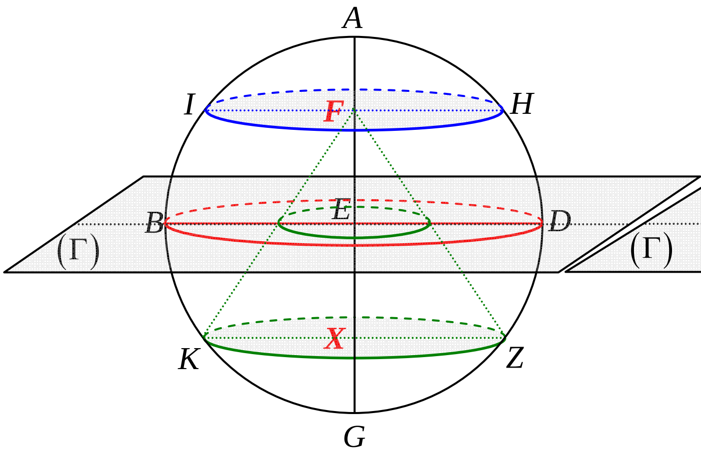
وعلى العموم لدينا الأمر ذاته، من أجل جميع الدوائر الموازية لدائرة معدل النهار، غير دائرتي الجدي والسرطان.

ز:– إذا كان قطب التسطيح النقطة E .

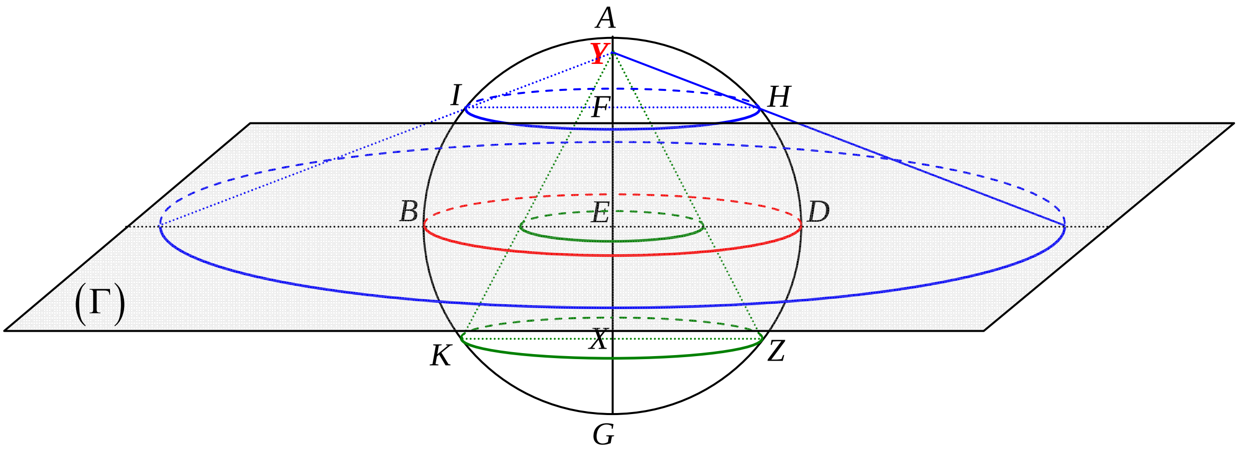
في هذه الحالة تكون جميع المخروطات التي قواعدها الدوائر الموازية لدائرة معدل النهار، ورأسها النقطة E، لا يقطعها سطح التسطيح، مما يعني أنَّ جميع هذه الدوائر، لا يتسطَّح منها شيءٌ على سطح الأسطرلاب. غير أنَّ دائرة معدل النهار تتسطَّح خطًا مستقيمًا[11].



الشكل: 2– جـ

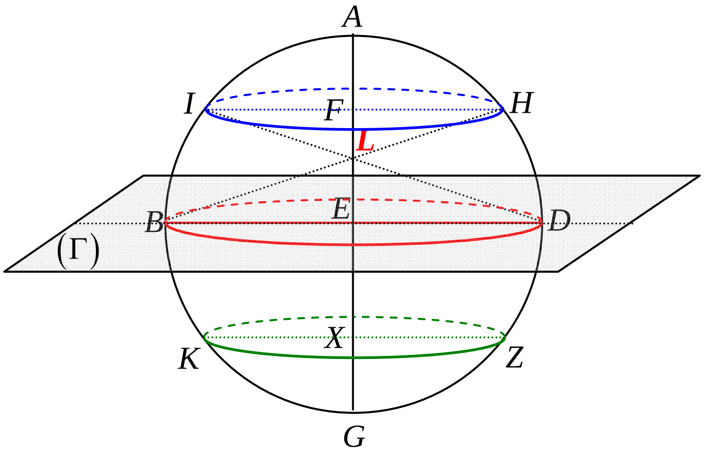


الشكل: 2– د

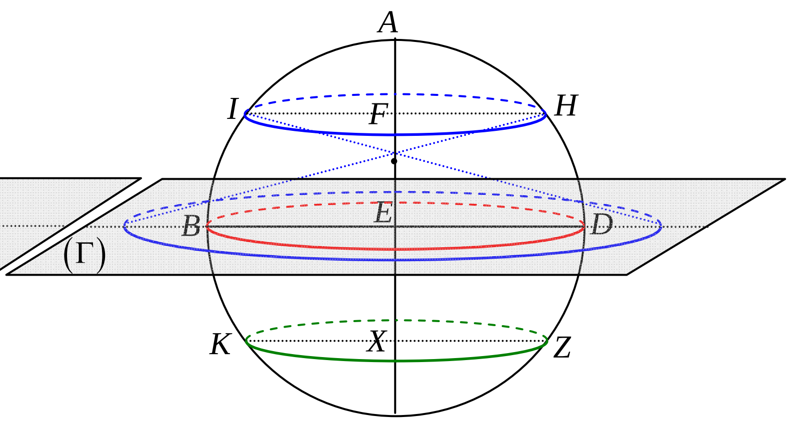


الشكل: 2– هـ

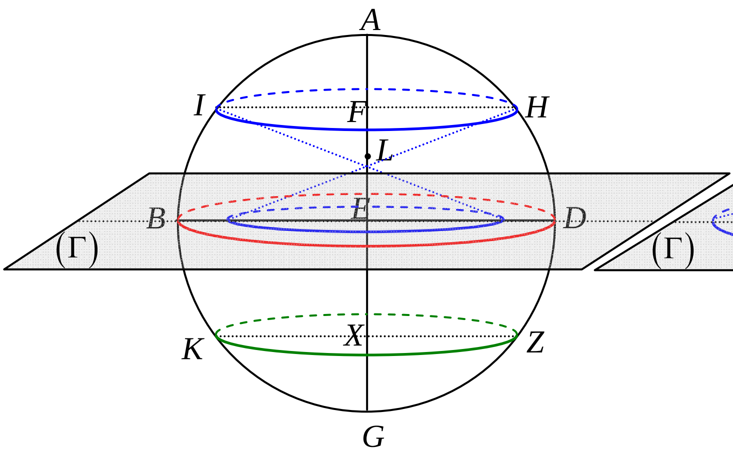
[11] – بما أنَّ النقطة E تنتمي إلى سطح التسطيح، فإن المخروط الذي رأسه النقطة E ، وقاعدته دائرة معدل النهار ينطبق تمامًا على سطح التسطيح. إلاَّ أنَّ الصاغاني اعتبر أنه في هذه الحالة، يكون تسطيح دائرة معدل النهار على سطح الأسطرلاب، خطًا مستقيمًا.



الشكل: 2− و −1



الشكل: 2− و −2



الشكل: 2− و −3

الفصل الثالث

تسطيح المقنطرات على أنْ تتشكل كلها قطوعًا ناقصة

لنعتبر سطح الأسطرلاب الذي عليه دائرة $ABGD$، مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$، حيث: $\overline{AG}\perp\overline{BD}$. ولنعتبر (AG) محور الكرة ، A القطب الجنوبي ، G القطب الشمالي، F قُطب الأفُق وما يوازيه لعرضٍ مفروض. وليكن $\overline{ZH}$ قطر دائرة قطبها F ، ولتكن نقطة Q حيث $(ZQ)//(BD)$ و $(ZQ)\cap(EA)=Q$

نريد أنْ نُسطِّح الدائرة التي قُطرها $\overline{ZH}$ ، على سطح الأسطرلاب، في الحالات التالية:

- $\overline{ZH}$ قطر الأفُق، Y (قطب التسطيح) بين A ، Q [الشكل: 3−1].
- $\overline{ZH}$ يوازي قطر الأفُق، Y خارجة عن A [الشكل: 3−2].
- $\overline{ZH}$ قطر الأفُق أو يوازيه، Y خارجة عن G [الشكل: 3−3].

في الأشكال الثلاثة نصل $\overline{YZ}$ ، $\overline{YH}$ حيث $(YZ)\cap(BD)=K$ ، و $(YH)\cap(BD)=T$.

لنُخرِج خط YM حيث $(YM)//(BD)$ ، و $(YM)\cap(ZH)=M$.

ليكن $\overline{X}$ خطًا، حيث $\frac{\overline{YM}^2}{\overline{MZ}\cdot\overline{MH}}=\frac{\overline{TK}}{\overline{X}}$.

عندئذ، تسطيح الدائرة التي قُطرها $\overline{ZH}$، هو القطع الناقص الذي سهمه $\overline{KT}$، وضلعه القائم خط $\overline{X}$، حسب الشكل السادس والخمسين من المقالة الأولى من "*كتاب المخروطات*"[12] لأبلونيوس.

فيكون القطع $KCTN$ الناقص، هو تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$، على سطح الأسطرلاب.

البرهان:

لنعتبر $(ABGD)$ سطح الدائرة $ABGD$ ، يقطع المخروط الذي رأسه نقطة Y، وقاعدته الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ ، ويمرُّ بِسهْمِه. فيكون الفصل المشترك بينهما مثلث YZH [C: I, 3] .

وليكن السطح (Γ) سطح التسطيح ، حيث: $(\Gamma)\perp(ABGD)$ ، و $(\Gamma)\cap(ABGD)=(BD)$.

عندئذ السطح (Γ) يقطع سطح المخروط، ويكون الفصل المشترك بينه، وبين سطح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ ، خطًا عمودًا على خط (HZM) [توطئة أ، الفصل 1] .

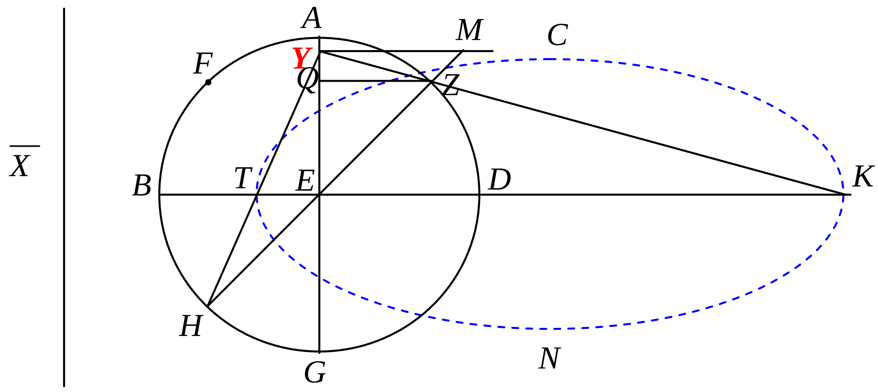
ولكون المثلثان YKT، YZH غير متشابهين [توطئة ب، الفصل 1]، فإن الفصل المشترك بين سطح المخروط، والسطح (Γ)، قطع ناقص، ضلعه المائل (سهمه = قطره) $\overline{TK}$، وضلعه القائم خط $\overline{X}$ [C: I, 34] ؛ وذلك القطع، هو تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ ، على سطح التسطيح. ولكون $(\Gamma)\perp(ABGD)$ فإن $\overline{TK}$ سهم القطع.

وبإطباق سطح التسطيح (Γ)، على سطح الأسطرلاب، ينطبق القطع على القطع $KCTN$، الذي وصفناه سابقًا.

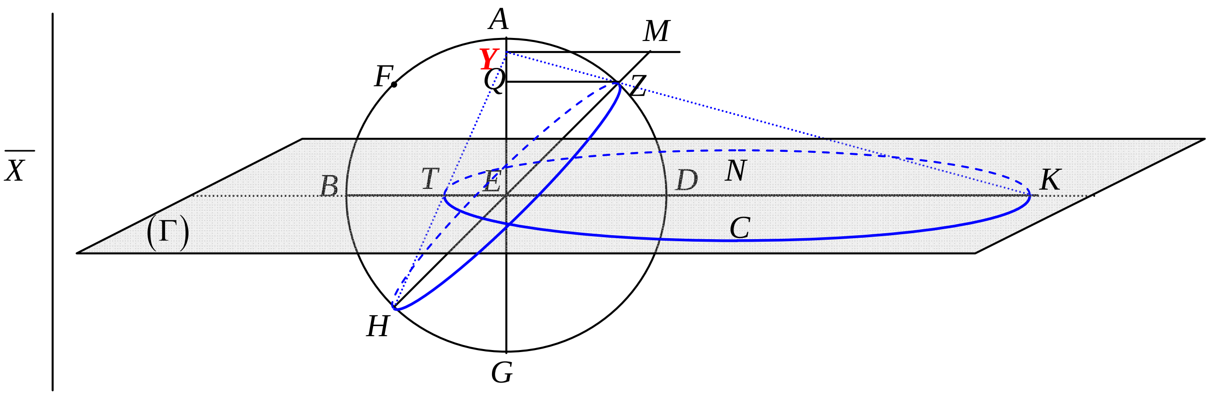
وباعتماد ما وَرَدَ في مُقدِّمات الفصل الأوَّل، يكون الضلع المائل، أطول من القائم، في الشكل الأول [التوطئة د، الفصل 1]. وأقصر منه، في الشكلين الثاني والثالث [التوطئة جـ، الفصل 1].

---

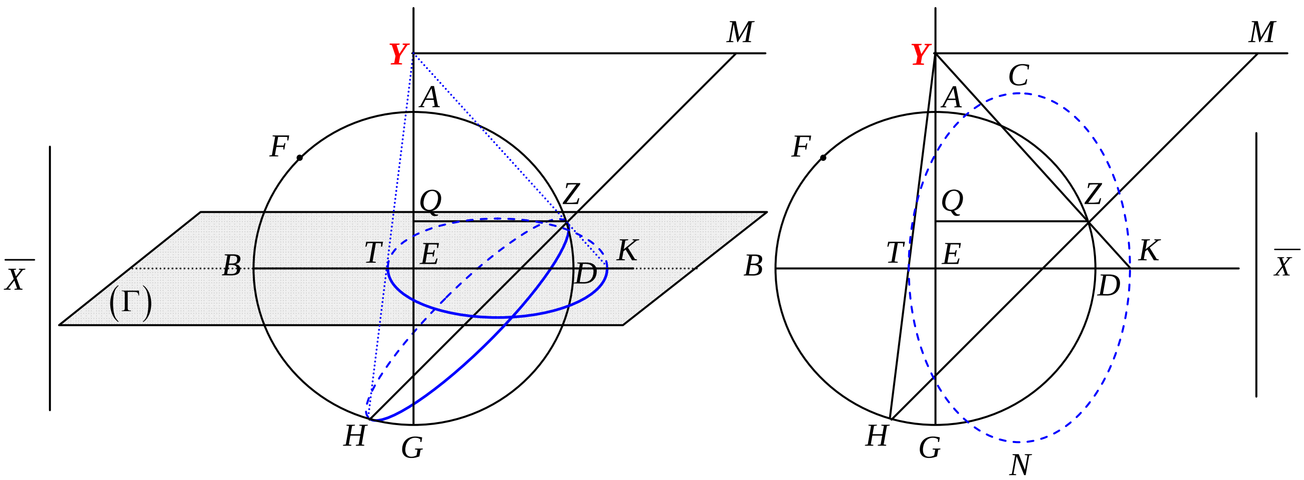
[12] – ويرجع أيضًا إلى أنَّ سطح التسطيح، يقطع المخروط الذي رأسه Y ، وقاعدته الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$، بوضعٍ غير موازٍ للقاعدة، ولا بالمخالف في الوضع. حسب التوطئة (ب)، من الفصل الأول.



الشكل: 3−1 (الوضع على سطح الأسطرلاب)

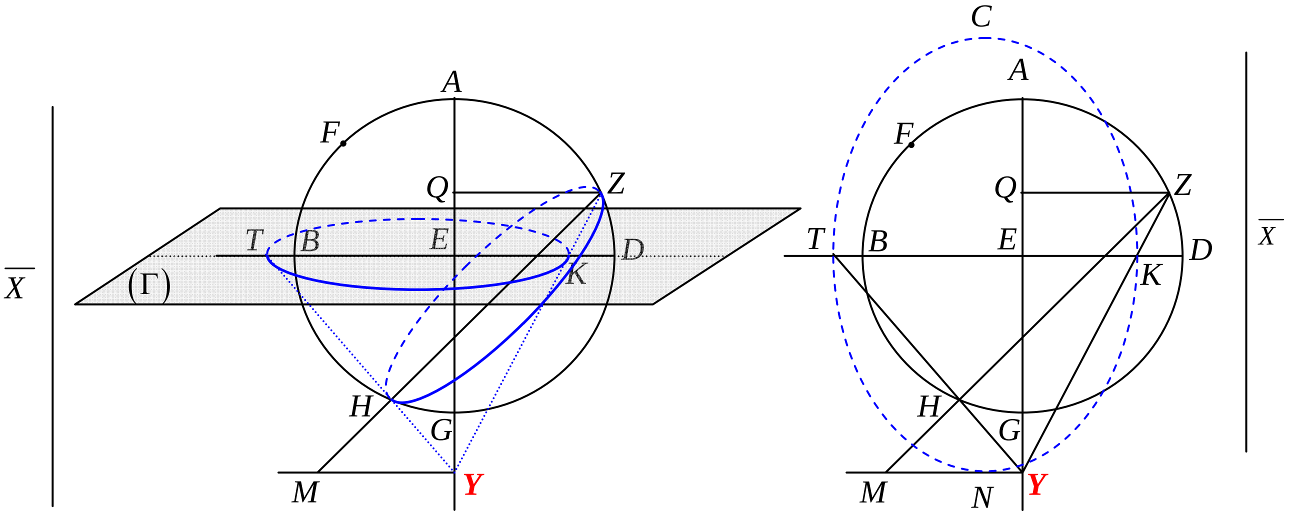


الشكل: 3−1 (الوضع على سطح التسطيح)



(الوضع على سطح التسطيح) (الوضع على سطح الأسطرلاب)

الشكل: 3−2



(الوضع على سطح التسطيح) (الوضع على سطح الأسطرلاب)

الشكل: 3-3

الفصل الرابع

تسطيح المُقَنطرات بقطوعٍ مختلفةٍ أو بقطوعٍ معها خط مستقيم

لتكن دائرة $ABGD$ (سطح الأسطرلاب)، مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ، حيث: $\overline{BD} \perp \overline{AG}$. ولنعتبر (AG) محور الكرة.

ولنكن (Γ) سطح التسطيح، حيث: $\Gamma \perp (ABGD)$ و $\Gamma \cap (ABGD) = BD$.

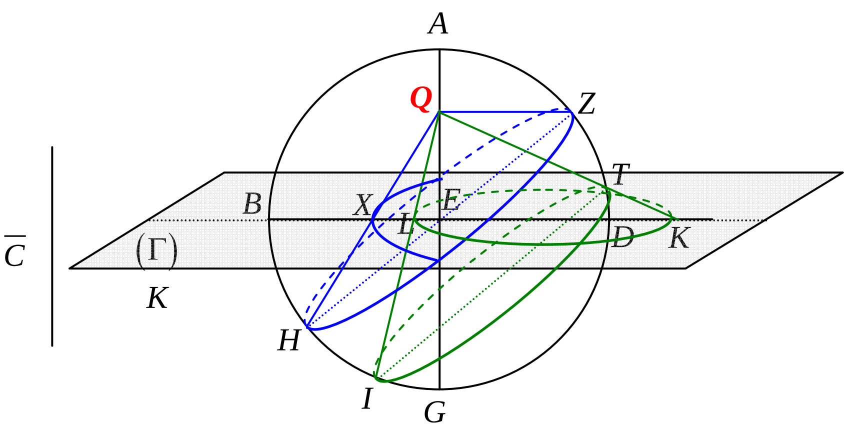
أ-: لتكن $\overline{ZH}$ قطر دائرة الأفُق التي نريد تسطيحها.

نخرج خط ZQ، حيث: $(ZQ)//(BD)$ و $(ZQ)\cap(AG)=Q$ ؛ ونصل HQ ، حيث: $(HQ)\cap(BD)=X$.

وليكن خط $\overline{C}$ ، حيث: $\frac{\overline{ZH}^2}{\overline{ZQ}\cdot\overline{QH}} = \frac{\overline{C}}{\overline{QX}}$.

ولنعمل قطعًا مكافئًا رأسه X ، وسهمه $\overline{XD}$، وضلعه القائم خط $\overline{C}$، [C: I, 52] .

فيكون هذا القطع، تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ ، على سطح الأسطرلاب [C: I, 11].



الشكل: 4- أ

البرهان:

إنَّ الفصل المشترك بين السطح (Γ)، وسطح المخروط الذي رأسه نقطة Q، وقاعدته الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$، قطعٌ مكافئٌ رأسه نقطة X ، وسهمه $\overline{XD}$، وضلعه القائم خط $\overline{C}$، [C: I, 32]. ذلك أنَّ $\overline{ZQ}\,//\,(\Gamma)$ ، وخط ZQ ينتمي إلى سطح المخروط (ضلع المخروط)؛ وهذا القطع، هو تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ ، على سطح التسطيح (Γ)[13].

ملاحظة:

بما أنَّ $\overline{ZH}$ قطر الأُفُق، فإن مقنطرة الأُفُق، تقع في سطح الأسطرلاب، قطعًا مكافئًا، وباقي المقنطرات قطوعٌ ناقصة.

مثال: لتكن $\overline{TI}$ قطر دائرة موازية للأُفُق [الشكل: 4- أ] ، ولنصل $\overline{QT}$، $\overline{QI}$ حيث: $(QT)\cap(BD)=K$ و $(QI)\cap(BD)=L$.

فيكون المثلثان QTI، QKL غير متشابهين [التوطئة ب] ، وعليه فالفصل المشترك بين سطح التسطيح (Γ)، والمخروط الذي رأسه نقطة Q ، وقاعدته الدائرة التي قطرها $\overline{TI}$، قطعٌ ناقصٌ؛ وهو تسطيح الدائرة التي قُطرها $\overline{TI}$.

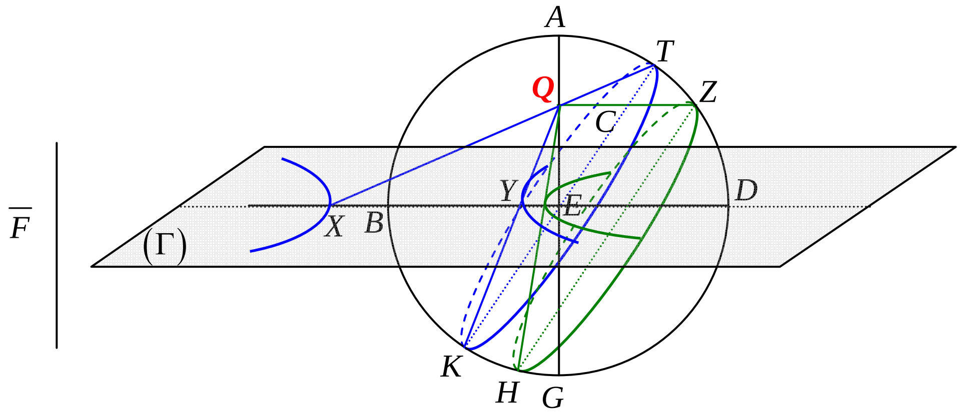
ب:- لنعتبر أنَّ $\overline{ZH}$ ليس قطر الأُفُق، وليكن $\overline{TK}$ قطر الأُفُق.

نُخرِج $\overline{ZQ}$ ، حيث: $(ZQ)//(BD)$، $(ZQ)\cap(TK)=C$ ، $(ZQ)\cap(AG)=Q$. ونصل $\overline{TQ}$ ، $\overline{QK}$ ، حيث: $(QK)\cap(BD)=Y$، و $(TQ)\cap(BD)=X$.

وليكن خط $\overline{F}$ ، حيث: $\dfrac{\overline{CQ}^2}{\overline{TC}\cdot\overline{CK}}=\dfrac{\overline{YX}}{\overline{F}}$

[13] – إذا كان قطب التسطيح Q ، بين E و A ، يكون الأسطرلاب شماليًا؛ وإذا كان بين E و G ، يكون الأسطرلاب جنوبيًا.

ولنعمل قطعًا زائدًا رأسه نقطة Y، وسهمه $\overline{DX}$، وضلعه المائل $\overline{XY}$، وضلعه القائم خط $\overline{F}$، [C: I, 54] فيكون هذا القطع، تسطيح دائرة الأفق التي قطرها $\overline{TK}$، على سطح الأسطرلاب.



الشكل: 4- ب

البرهان: لنعتبر المخروط الذي رأسه Q ، وقاعدته دائرة الأفق، ذات القطر $\overline{TK}$.

عندئذ سطح التسطيح (Γ) يقطع المخروط، ولدينا أيضًا $(\Gamma)\cap(TQ)=X$.

فيكون الفصل المشترك بينهما قطعًا زائدًا، رأسه نقطة Y، وضلعه المائل $\overline{YX}$ ، وضلعه القائم خط $\overline{F}$. [C: I, 33]

ملاحظة:

أشار الصاغاني إلى أنَّ جميع الدوائر التي بين الأُفُق، والدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$، تَتسطَّح قطوعًا زائدةً. أمَّا الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$، فتتسطح قطعًا مكافئًا؛ والدوائر التي بَعْدَها، فتَتَسطَّح قطوعٌ ناقصةٌ.

تنبيه: يتبيَّن من هذا أنه في الأسطرلاب الشمالي، يقع قطعُ واحدٌ مكافئٌ، وباقي القطوع تكون زائدة وناقصة بحسب وضعها، وليس هناك خط مستقيم. لأنه لا يُمكن أنْ يمر قطر دائرة الأفق، أو الدوائر الموازية لها، من قطب التسطيح.

جـ:- لنعتبر الآن $\overline{ZH}$ قطر الأُفُق.

نخرج خط $\overline{QH}$ ، حيث: $(QH)//(BD)$، $(QH)\cap(AG)=Q$؛ ونصل $\overline{ZQ}$ ،

حيث: $(ZQ)\cap(BD)=I$.

عندئذ: على ضوء ما سبق، وباعتبار Q قطب التسطيح[14]، يكون تسطيح الأفق (الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$) قطعًا مكافئًا، رأسه I، وسهمه $\overline{BI}$.

[14] – الأسطرلاب في هذه الحالة جنوبي.

وليكن $\overline{TK}$ قطر دائرة موازية للأفق، حيث: $(TK)\cap(QH)=C$.

ولنصل $\overline{QK}$ ، $\overline{QT}$ حيث: $(QK)\cap(BD)=X$ ،$(QT)\cap(BD)=Y$.

وليكن خط $\overline{L}$ حيث: $\dfrac{\overline{YX}}{\overline{L}}=\dfrac{\overline{QC}^2}{\overline{TC}\cdot\overline{CK}}$.

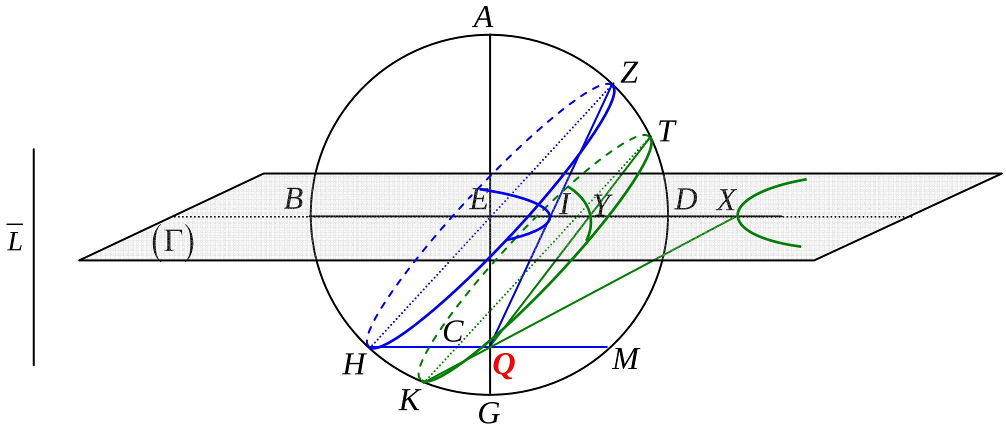
عندئذ وعلى ضوء ما سبق، يكون تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{TK}$ ، على سطح الأسطرلاب، قطعًا زائدًا، رأسه نقطة Y، وسهمه $\overline{YB}$، وضلعه المائل $\overline{XY}$ ، وضلعه القائم خط $\overline{L}$.

والآن لنخرج خط $\overline{QH}$ على استقامته حيث: $(QH)\cap\widehat{ABGD}=M$ عندئذ لدينا ما يلي:

– تَتَسطَّح الدائرة الموازية للأُفُق، التي أحد طرفي قطرها نقطة M ، قطعًا مكافئًا[15].

– الدوائر التي أحد طرفي قطرها بين نقطتي H ، M تتسطَّح قطوعًا زائدةً، عدى تلك التي يمرُّ قطرها بنقطة Q فتتسطَّح خطًا مستقيمًا[16].

– الدوائر التي بَعْدَ النقطة M تَتَسطَّح قطوعًا ناقصةً.



الشكل: 4- جـ

د:- تسطيح دائرة تمر بقطب التسطيح.

لتكن دائرة $ABGD$ (سطح الأسطرلاب)، وليكن Q قطب التسطيح، و $\overline{TQK}$ قطر دائرة، حيث $(TK)\cap(BD)=F$.

عندئذ يكون تسطيح هذه الدائرة على سطح الأسطرلاب، خطٌ مستقيمٌ موازيًا لـ (AG)، ويمُرُّ من نقطة F.

---

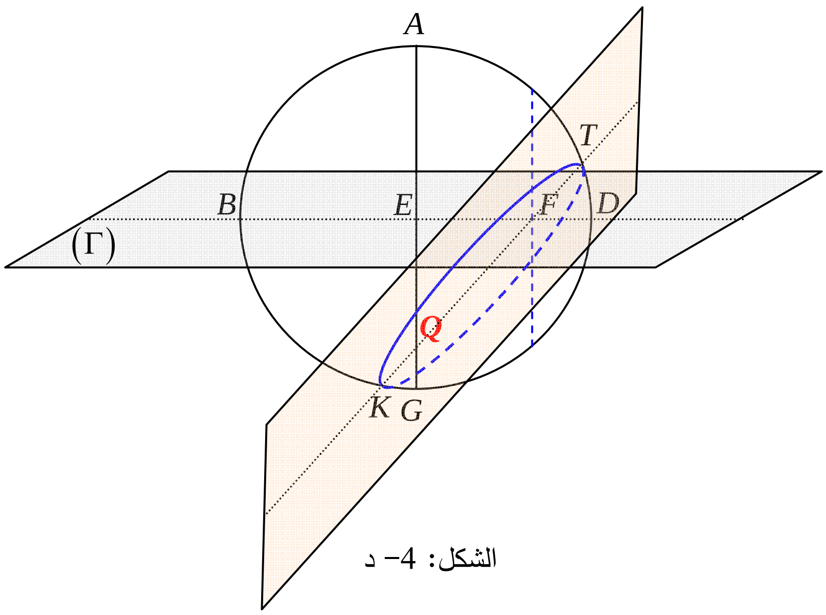
[15] – لأن سطح التسطيح موازٍ للضلع $\overline{QM}$، من المخروط الذي رأسه نقطة Q، وقاعدته الدائرة المذكورة.

[16] – لأن قطب التسطيح ينتمي إلى سطح قاعدة المخروط، فتتحول المسألة إلى تقاطع سطحين مستويين، عموديين على نفس السطح.

البرهان:

إنَّ الفصل المشترك بين سطح التسطيح (Γ)، وسطح الدائرة التي قطرها $\overline{TK}$، هو الخط المستقيم العمودي على سطح الدائرة $ABGD$ (وبالخصوص على المستقيم (BD))، المار من النقطة F [التوطئة أ] ، وهذا الخط هو تسطيح تلك الدائرة على سطح التسطيح.

فإذا أُطبِق سطح التسطيح، على سطح الأسطرلاب، انطبق هذا الخط، على الخط الموازي لـ (AG)، المار من نقطة F ، وهو ما أردنا بيانه.



الشكل: 4– د

هـ:– تسطيح الدوائر في حالة E قطب التسطيح.

إذا جُعِل قطب التسطيح النقطة E ، فإنَّ جميع الدوائر التي من الأفُق، إلى النقطة D ، تَتَسطَّح على سطح الأسطرلاب، خطوطٌ مستقيمةٌ، أُخرِجت من نقطة E ، في الجانبين[17][الشكلان: 4– هـ؛ 4– و].

البرهان:

لتكن دائرة $ABGD$ ، وليكن $\overline{TK}$ قطر الأفُق.

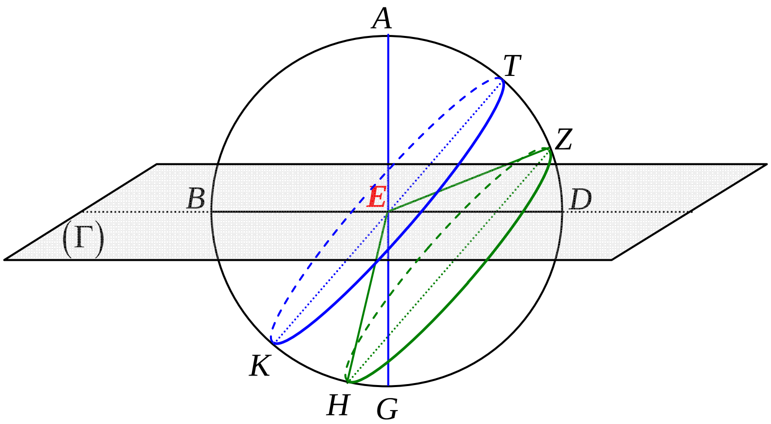
من الواضح أنَّ الفصل المشترك، بين سطح التسطيح و دائرة الأفُق، خطٌّ مستقيمٌ، عموديٌّ على سطح $(ABGD)$، ويشمل نقطة E ؛ فهو ينطبق على خط $\overline{AG}$، إذا أُطْبِقَ سطح التسطيح، على سطح الأسطرلاب. فيكون خط $\overline{AG}$ تسطيح الأفُق على سطح الأسطرلاب.

[17] – ذلك أنَّ سطح التسطيح يَمُرُّ من نقطة E، التي هي رأس المخروطات التي قواعدها الدوائر المذكورة.

ويتضح هنا أيضًا أنَّ الدوائر التي تقع بَعْدَ نقطة D ، لا تتسطح على سطح الأسطرلاب. ذلك أنَّ المخروطات التي قواعدها تلك الدوائر، ورأسها نقطة E ، لا تشترك مع سطح التسطيح إلاَّ في نقطة E .

وليكن الآن $\overline{ZH}$ قطر دائرة موازية للأفُق، ونصل $\overline{EZ}$ ، $\overline{EH}$.

عندئذ، الفصل المشترك بين سطح التسطيح، والمخروط الذي رأسه نقطة E ، وقاعدته الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ ، مثلثٌ رأسه نقطة E ، [C: I, 3]



الشكل: 4– هـ

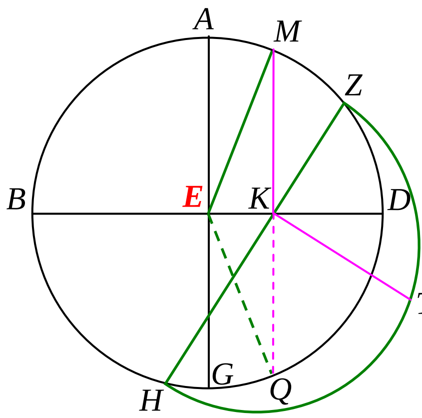
و:– تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ بطريقة صناعية.

نعيد دائرة $ABGD$ ، وخط $\overline{ZH}$ الموازي لقطر الأفُق.

نعمل نصف دائرة ZTH ، وخط $\overline{TK}$ ، حيث: $(ZH)\cap(BD)=K$ و $(TK)\perp(ZH)$.

وليكن خط $\overline{KM}$ ، حيث: $(KM)\perp(BD)$ و $\overline{KM}=\overline{KT}$ ، ونصل $\overline{EM}$.

عندئذ يكون خط $\overline{EM}$ ، وما يخرج مثله في الجانب الآخر، وهو خط $\overline{EQ}$ ، هو تسطيح دائرة ZTH ؛ أي الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$.



الشكل: 4– و

البرهان: بما أنَّ سطح دائرة ZTH ، عمودٌ على سطح دائرة $ABGD$ ، أي أنَّ $(ZTH)\perp(ABGD)$،

فإن $\overline{ZH}\perp\overline{TK}$ ، و $\overline{TK}$ هو الفصل المشترك بين سطح التسطيح، وسطح دائرة ZTH.

وعليه يكون $\overline{ET}$ على سطح المخروط الذي رأسه نقطة E ، وقاعدته دائر ZTH ؛ وهو أيضًا ضلع المثلث، الذي هو الفصل المشترك بين المخروط، وسطح التسطيح القاطع. [C: I, 3]
فإذا أُطْبِق سطح التسطيح، على سطح الأسطرلاب، انطبق $\overline{TK}$ على $\overline{MK}$، وانطبق $\overline{ET}$ على $\overline{EM}$؛
فيكون خط $\overline{EM}$، وخط $\overline{EQ}$ المماثل له في الجهة الأخرى، هما معًا تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$.

تنبيه: إذا كان خط $\overline{ZH}$ لا يقطع $\overline{BD}$، فإن الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$، لا تتسطَّح على سطح الأسطرلاب؛ ذلك أنَّ سطح التسطيح لا يقطع المخروط الحادث (يشتركان فقط في نقطة E).

الفصل الخامس

مُقدِّمات لعمل السُّمُوت

التوطئة أ [الشكل: 5– أ][18]:

* لتكن دائرة $ABGD$، مركزها L ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$،
حيث: $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، و (AG) محور الكرة.
ولتكن $\widehat{ETZ}$ نصف دائرة الأفق، قطباها H، W.
$\widehat{HTW}$ نصف دائرة من دوائر الارتفاع، لا تمر بأوَّل الحمل ولا بأوَّل الميزان(الاعتدالين).
$\widehat{DXB}$ نصف دائرة معدل النهار.
عندئذ لدينا $\widehat{ETZ} \perp \widehat{HTW}$
ولنعتبر التقاطعات التالية: $\widehat{ETZ} \cap \widehat{HTW} = T$ ، $\widehat{ETZ} \cap \widehat{DXB} = F$ ، $\widehat{DXB} \cap \widehat{HTW} = X$
نصل $\overline{LX}$ ، فيكون $(HTW) \cap (DXB) = \overline{LX}$.
وليكن عمود $\overline{TK}$ ، حيث: $\overline{TK} \perp \overline{EZ}$ ، $(EZ) \cap (TK) = K$.
فيكون $\overline{TK} \perp (ABGD)$ ، ذلك أنه فصل مشترك لسطحي دائرتي HTW ، ETZ ، العموديان على سطح دائرة $ABGD$، [التوطئة أ، الفصل 1].
لنصل $\overline{WT}$ ، $\overline{KW}$ ، فيكون خط $\overline{WT}$ على سطح دائرة HTW .
فلكون $\overline{TK} \perp (ABGD)$ ، فإن سطح المثلث TKW عمودي على سطح دائرة $ABGD$.

---

[18] – يهدف الصاغاني في هذه التوطئة إلى توضيح أنَّ دوائر الارتفاع لأفقٍ معين، التي لا تمر من الاعتدالين والمعلومة البُعد عن دائرة نصف النهار لذلك الأفق، يكون بُعدها عن دائرة نصف النهار من أجزاء معدل النهار (ويسميه الحاصلة) معلومًا، وميلها معلومًا، وموضع الفصل المشترك بين الخط الواصل بين نقطة تقاطعها مع دائرة الأفق وبين سَمْت الرأس مع سطح دائرة معدل النهار يكون معلوم الوضع على سطح دائرة معدل النهار وعلى سطح دائرة نصف النهار. سيفيد هذا على سبيل المثال في تبيين أنَّ أحد خطوط الترتيب للقطع الناتج من تسطيح دائرة الارتفاع وسهم هذا القطع يكون معلوم الوضع، كما سيتضح في التوطئة د.

ولنعتبر $\overline{WK} \cap \overline{BD} = M$ ، و $\overline{TW} \cap \overline{LX} = N$ ؛ فيكون عندئذ خط $\overline{MN}$ هو الفصل المشترك بين سطح المثلث TKW، وسطح دائرة معدل النهار DXB ؛ وبالتالي $\overline{MN} \perp (ABGD)$ لأنه فصل مشترك لسطحين عموديين على نفس السطح.

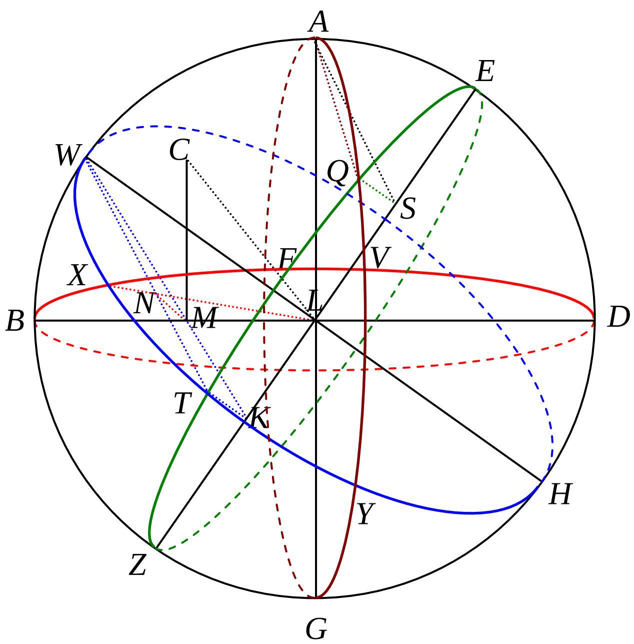
لدينا إذن $\overline{MN}$ و $\overline{TK}$ عمودان على خط $\overline{WMK}$ ، ومنه $\overline{MN} // \overline{TK}$.

لتكن نقطة C من سطح دائرة $ABGD$ ، حيث: $\overline{MC} \perp \overline{BD}$ و $\overline{MC} = \overline{MN}$ ؛ ولنصل $\overline{LC}$.

عندئذ إذا افترضنا أنَّ قوس $\widehat{ZT}$ معلومٌ، يكون $\overline{TK}$ معلوم القدر، لأن $\sin \widehat{ZT} = \overline{TK}$. وبالتالي النقطة K من $\overline{LZ}$ معلومة. ومنه $\overline{WK}$ معلوم الوضع. وبالتالي نقطة M معلومة. فخط $\overline{MW}$ معلوم القدر . فيكون خط $\overline{NM}$ معلوم القدر .

فإذا أُطْبِقَ سطح دائرة معدل النهار ، على سطح دائرة $ABGD$ ، ينطبق $\overline{MN}$ على $\overline{MC}$ ، وينطبق $\overline{LN}$ ، على $\overline{LC}$.

فلكون M معلومة الوضع، و $\overline{MC}$ معلوم القدر ، فهو معلوم الوضع؛ وبالتالي $\overline{LC}$ معلوم الوضع على سطح دائرة $ABGD$.



الشكل: 5- أ

* لتكن الآن $AQYG$ دائرة قطبها X ، حيث $\widehat{AQYG} \cap \widehat{HTW} = Y$ ، و $\widehat{AQYG} \cap \widehat{ETZ} = Q$.

لدينا الدائرتان WTH ، ETZ كلاً منهما تمر بقطبي الأخرى (لأنهما عظيمتان على سطح الكرة، فهما متعامدتان أيضًا).

وكذلك دائرة WTH ، تمر بقطبي دائرة $AQYG$. فتكون الأخيرة تمر بقطبي الأولى، وعليه نقطة Q قطب دائرة WTH.

فيكون إذن $\widehat{TQ}=90°$، و $\widehat{EF}=90°$ لكون F أحد الاعتدالين. وعليه يكون $\widehat{EQ}=\widehat{TF}$.

لكن $\widehat{TF}$ معلومة، فتكون $\widehat{EQ}$ معلومة.

ولتكن نقطة S حيث $\overline{QS}\perp\overline{EZ}$ و $(QS)\cap(EZ)=S$.

فيكون $\overline{QS}$ معلوم القدر، لأن $\overline{QS}=\sin\widehat{EQ}$. وبالتالي $\overline{ES}$ معلوم القدر، لأن $\overline{ES}=\sin usvers\,\widehat{EQ}$.

عندئذ النقطة S معلومة الوضع.

نصل $\overline{AQ}$ ، $\overline{AS}$ ، فيكون المثلث ASQ قائم في S ، وأضلاعه معلومة القدر والوضع، فتكون قوس $\widehat{AQ}$ معلومة، لأن وترها معلوم.

ومن جهة أخرى يكون لدينا $\widehat{AV}=\widehat{QY}=90°$ ، ومنه $\widehat{AQ}=\widehat{VY}$.

ولكون $\widehat{AQ}$ معلومةً، فإن $\widehat{VY}$ تكون معلومة و**تسمى الميل**.

ونسمي القوس $\widehat{XB}$ **الحاصلة**.

ملاحظة: يشير الصاغاني إلى أنه إذا كان ميل الارتفاع في الجانب الجنوبي، فنستعمل نقطة H ، بدل نقطة W.

يُدعى $\widehat{ZT}$ ، البُعد عن دائرة نصف النهار.

التوطئة ب: تركيب هذا الشكل (تعيين النقطة C بطريق صناعي) [الشكل: 5− ب].

لتكن $ABGD$ دائرة على سطح مفروض ، قطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$، حيث: $\overline{AG}\perp\overline{BD}$ ، و (AG) محورها. وليكن $\overline{EZ}$ قطر دائرة الأفق، و H ، W قطبيها.

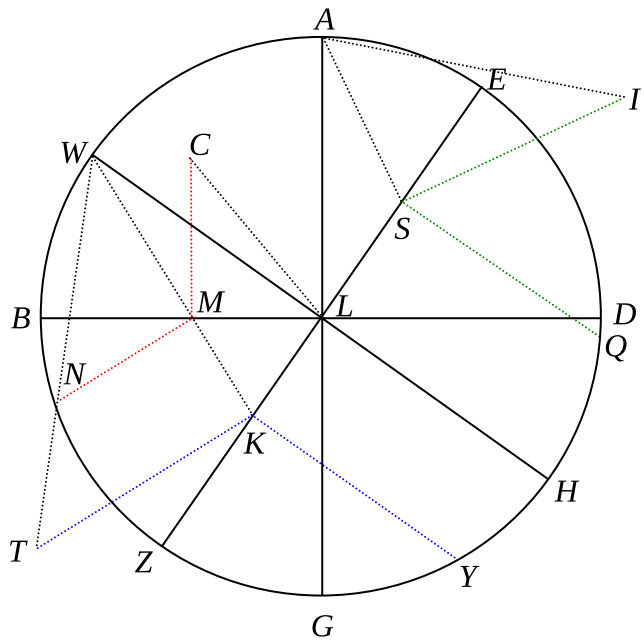
ليكن $\overline{KY}\perp\overline{EZ}$ ، و $\widehat{ZY}$ مثل قدر القوس $\widehat{ZT}$ من الأفق التي في الشكل [5− أ] (يُدعى هذا المقدار، مقدار البُعد من دائرة نصف النهار. وهو بُعد دائرة الارتفاع عن دائرة نصف النهار).

وليكن $\overline{KT}$ حيث: $\overline{KT}\perp\overline{WK}$ ، و $\overline{KT}=\overline{YK}$.

لنصل $\overline{WT}$ ، ونخرج $\overline{MN}$ ، حيث: $\overline{MN}//\overline{KT}$ ، و N $(MN)\cap(WT)=N$.

نخرج عمود $\overline{MC}$ على $\overline{DB}$، حيث: $\overline{MC}\perp\overline{DB}$ ، و $\overline{MC}=\overline{MN}$.

ونصل $\overline{LC}$ ، فهو وضع خط $\overline{LC}$ ، من الشكل [5− أ].



الشكل: 5- ب

البرهان:

إذا قام نصف دائرة EYZ على سطح دائرة $ABGD$ ، كان عمود $\overline{YK}$ في السُّمكِ. وإذا تَوَهَّمنا مثلث WTK قائمًا على سطح دائرة $ABGD$ ، كان أيضًا $\overline{KT}$ في السُّمكِ، وكان $\overline{KT} \equiv \overline{KY}$ (متطابقين).

وإذا تَوَهَّمنا سطح دائرة معدل النهار قائمًا على خط $\overline{BD}$ تكون نقطة N عليه؛ ويكون أيضًا خط $\overline{MC}$ في السُّمكِ، وبالتالي $\overline{MC} \equiv \overline{MN}$ ، وهذا ما كان في الشكل[5- أ].

ولمعرفة قوس $\widehat{YV}$ (الميل)، نجعل قوس $\widehat{EQ}$ مثل مقدار بُعد دائرة الارتفاع عن رأس الحمل والميزان، ونخرج $\overline{QS}$ ، حيث: $\overline{QS} \perp \overline{LE}$ ، و $(QS) \cap (LE) = S$ ، ونصل $\overline{AS}$.

وليكن $\overline{SI}$ حيث $\overline{SI} \perp \overline{AS}$ ، و $\overline{SI} = \overline{QS}$ ؛ ونصل $\overline{AI}$.

فإذا أَوْقَعْنَا في دائرة $ABGD$ ، مثل وتر $\overline{AI}$ ، كانت القوس المتعلقة به، مثل قوس $\widehat{VY}$ (الميل)، بمعنى $\overline{AI} = cord\ \widehat{VY}$.

التوطئة جـ: المقارنة بين قوسي $\widehat{VY}$ ، $\widehat{DH}$.

نعيد دائرة $ABGD$ ، والقسي $\widehat{AQYG}$ ، $\widehat{DFB}$ ، $\widehat{ETZ}$ ، $\widehat{WTH}$.

إنَّ قوس $\widehat{VY}$ ، أعظم من قوس $\widehat{DH}$.

البرهان: باعتماد مبرهنة مينالاوس حول المثلثات الكروية، وباعتماد الشكل التالي [الشكل: 5- جـ -1] من الأقواس السابقة يكون لدينا:

$$\frac{\sin \overset{\frown}{AD}}{\sin \overset{\frown}{DH}} = \frac{\sin \overset{\frown}{AV}}{\sin \overset{\frown}{VY}} \cdot \frac{\sin \overset{\frown}{XY}}{\sin \overset{\frown}{XH}}$$

فيكون إذن [19]

$$\frac{1}{\sin \overset{\frown}{DH}} = \frac{1}{\sin \overset{\frown}{VY}} \cdot \frac{\sin \overset{\frown}{XY}}{\sin \overset{\frown}{XH}}$$

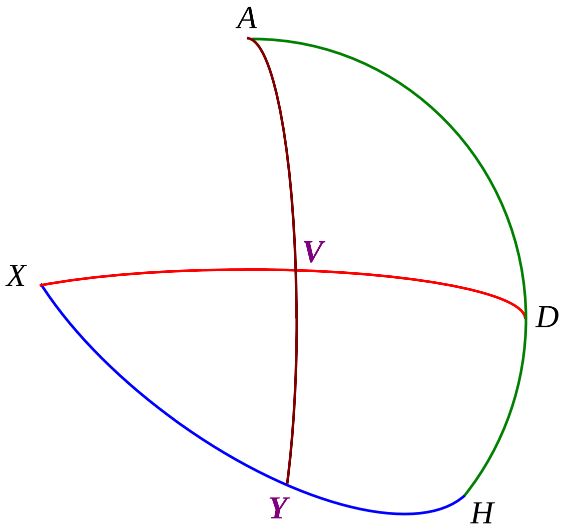
ينتج من هذا أنَّ

$$\frac{\sin \overset{\frown}{VY}}{\sin \overset{\frown}{DH}} = \frac{\sin \overset{\frown}{XY}}{\sin \overset{\frown}{XH}}$$

فلكون $\sin \overset{\frown}{XY} > \sin \overset{\frown}{XH}$ لأن $\overset{\frown}{XY} = 90°$

فإن $\sin \overset{\frown}{VY} > \sin \overset{\frown}{DH}$ ، وبالتالي $\overset{\frown}{VY} > \overset{\frown}{DH}$

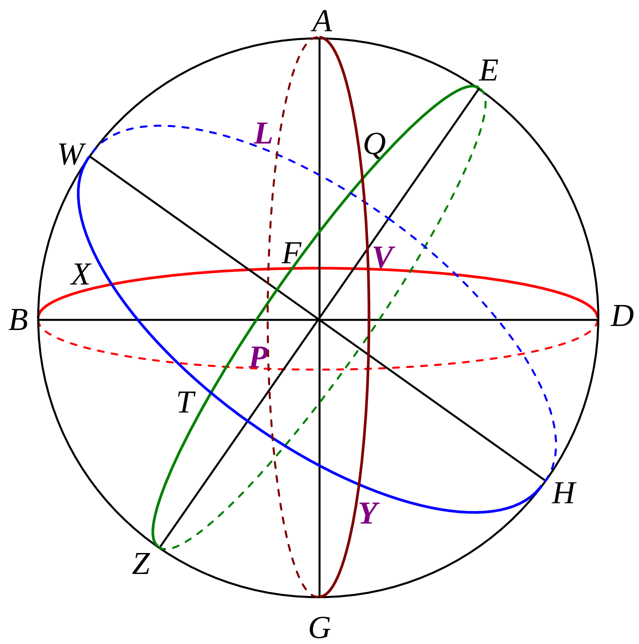
لأنهما قوسان صغيرتان.



الشكل: 5- جـ -1

ومن جهة أخرى إذا أتممنا الدوائر $GYALP$ ، $HTWL$ ، $DXBP$.

يكون $\overset{\frown}{LP} = \overset{\frown}{YV}$ ، وبالتالي قوس $\overset{\frown}{WB}$ أصغر من قوس $\overset{\frown}{LP}$ ، ذلك أنَّ $\overset{\frown}{WB} = \overset{\frown}{DH}$.



الشكل: 5- جـ -2

[19] – بملاحظة أنَّ: $\overset{\frown}{AD} = 90° = \overset{\frown}{AV}$ لأن كل منهما ربع دائرة.

التوطئة د: تسطيح دائرة الارتفاع $HYWL$ التي قطرها $\overline{LY}$ [20] في حالة قطب التسطيح خارج الكرة.

نعيد الشكل السابق باستثناء دائرة الأفق، ونعتبر C مركز الكرة.

نصل $\overline{VC}$ فيمرُّ من نقطة P، ونصل $\overline{YC}$ ، فيمرُّ من نقطة L ، ونصل $\overline{XC}$.

بما أنَّ X قطب دائرة $AVYGPL$ ، فإن $\overline{XC}\perp(AVYGPL)$ ؛ وعليه سطح التسطيح قائم على سطح دائرة $AVYGPL$ ، ذلك أنه يشمل خطي $\overline{XC}$ ، $\overline{VP}$

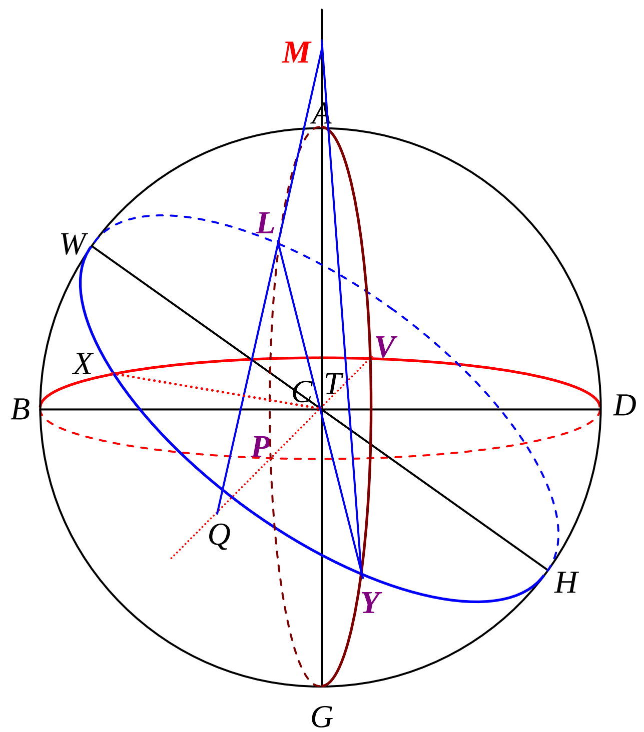
وبما أنَّ $\widehat{AV}=90°$ ، فإن الزاوية $\widehat{ACV}=90°$ ، وبالتالي $\overline{AC}\perp\overline{VP}$.

ولنعتبر M قطب التسطيح، ولنوصل $\overline{MY}$ ، $\overline{ML}$ ، حيث $(MY)\cap(VP)=T$ ، و $(ML)\cap(VP)=Q$

ويكون لدينا المثلثان MLY ، MQT غير متشابهين. [التوطئة ب، الفصل الأول]

ويكون المخروط الذي قاعدته دائرة $LXYH$ ، ورأسه M ، يقطعه سطح دائرة $AVYGPL$ ، والفصل المشترك بينهما مثلث MLY . لأن النقط Y، L، A، M تنتمي إلى نفس السطح، ولأن هذا السطح يشمل رأس المخروط M.

وكذلك يُقطع المخروط بسطح التسطيح، ويكون الفصل المشترك بينهما قطعًا ناقصًا (لكون المثلثان غير متشابهين) سهمه $\overline{TQ}$ ، وخط ترتيبه $\overline{XC}$ وهو المطلوب.



الشكل: 5– د

[20] – تَمَّ اعتماد القطر $\overline{LY}$ بدل القطر $\overline{HW}$ الذي هو أيضًا قطر دائرة أول الارتفاع ، لأن دائرة $HYWL$ ذات ميل، ولأن التسطيح يتم وفق وضعٍ يكون فيه سطح المثلث المار بسهم المخروط عموديًا على سطح دائرة $HYWL$.

ملاحظة: أشار الصاغاني إلى أنه بالاستناد على ما سبق في تسطيح المقنطرات، يتَبَيَّن لنا أنه عندما يكون قطب التسطيح خارج الكرة، فكيف ما كان وضع دائرة $HYWL$ (دائرة الارتفاع)، بمعنى أنه كيف ما كان اختلاف الميل لدوائر الارتفاع، كان تسطيحها قطعًا ناقصًا.

التوطئة هـ: تسطيح دائرة الارتفاع $HYWL$ التي قطرها $\overline{LY}$ في حالة قطب التسطيح داخل الكرة

نعيد الشكل السابق

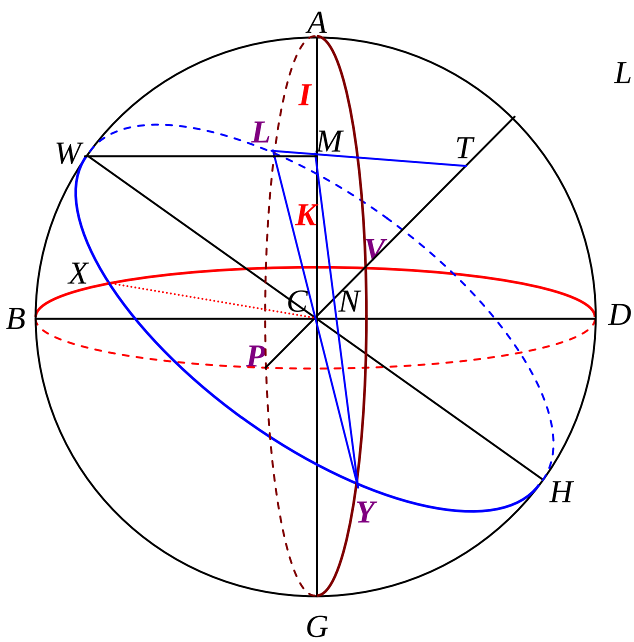
وليكن $\overline{WM}$ حيث: $\overline{WM} // \overline{BD}$ ، و $\overline{CM} \cap \overline{CA} = M$

لدينا $\overline{LM}$ لا يوازي $\overline{VP}$، ذلك أنَّ $\widehat{LP} > \widehat{WB}$ ، وهما من دائرتين متساويتين متقاطعتين على قطر واحد $\overline{AG}$، فليكن $(LM) \cap (VP) = T$، و $(MY) \cap (VP) = N$.

*- ولنعتبر M قطب التسطيح، عندئذ سطح المخروط الذي قاعدته دائرة $HYXWL$ التي قطرها $\overline{LY}$، ورأسه نقطة M ، يمرُّ بنقطة X (نقطة تقاطع دائرة الارتفاع ودائرة معدل النهار)، ويمرُّ بنقطة N من خط $\overline{VP}$ ، ويقطعه سطح التسطيح. فيكون الفصل المشترك بينهما قطعًا زائدًا رأسه نقطة N ، وسهمه $\overline{NP}$، وضلعه المائل $\overline{TN}$ ، و $\overline{XC}$ خط من خطوط ترتيبه، وهو تسطيح دائرة الارتفاع.

*- وإذا جعلنا قطب التسطيح بين M ، C مثل نقطة K ، في هذه الحالة تكون جميع الفصول المشتركة بين سطح التسطيح، والمخروطات التي رأسها K ، وقواعدها الدوائر التي تُعمل على قطر $\overline{HW}$ ، قطوعًا زائدة. ذلك أنَّ دوائر الارتفاع كلَّما مالت عن أحد الاعتدالين، كان $\widehat{LP}$ أعظم.

*- وإذا كان I قطب التسطيح ، بين M ، A ، في هذه الحالة يكون تسطيح دوائر الارتفاع قطوعًا ناقصة؛ ويمكن أنْ يكون مكافئًا، حالة كون $\overline{LI}$ يوازي $\overline{VP}$ (أو ما يُعوِّضُه)؛ ويمكن أنْ يكون قطعًا زائدًا ؛ هذا يتوقف على وضعية نقطة I ، بالنسبة إلى مسقط L على $\overline{MA}$. بمعنى أنه إذا كان مسقط L بين I ، M ، فتكون القطوع زائدة؛ أو بين I ، A فتكون القطوع ناقصة؛ أو أنَّ I هي مسقط L ، فيكون القطع مكافئًا.



الشكل:5- هـ

الفصل السادس

في عمل السُّمُوت

أ: تسطيح دائرة أول الارتفاع من قطب خارج الكرة

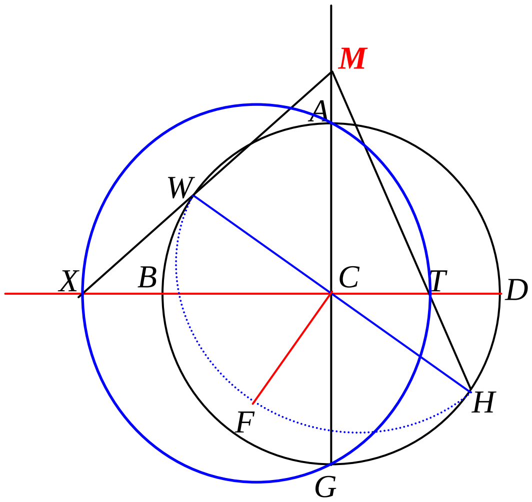
لتكن $ABGD$ دائرة نصف النهار، مركزها C ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$، حيث $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، و (AG) محور الكرة؛ $\overline{HW}$ قطر دوائر الارتفاع.

ولتكن $\widehat{HFW}$ أوَّل دوائر الارتفاع، المارة بقطبي نصف النهار(نقطتي المشرق والمغرب)، F أحدهما (النقطة المشتركة بين دائرتي أوَّل السُّمُوت والاعتدال)[21].

نصل $\overline{FC}$، فيكون عموديًا على سطح دائرة $ABGD$ ، وهو نصف قطر الكرة.

لنعتبر M قطب التسطيح، ولنصل $\overline{MH}$ ، $\overline{MW}$ ، حيث: $(MH) \cap (BD) = T$ ، $(MW) \cap (BD) = X$.

عندئذ يكون تسطيح أوَّل دائرة الارتفاع، هو القطع الناقص الذي سهمه $\overline{XT}$، وخط $\overline{AC}$ أحد خطوط ترتيبه.



الشكل:6- أ -1

البرهان:

إنَّ سطح التسطيح (Γ) يقطع سطح المخروط الذي رأسه النقطة M ، وقاعدته أوَّل دوائر الارتفاع HFW ، [الشكل: 6- أ -2] .

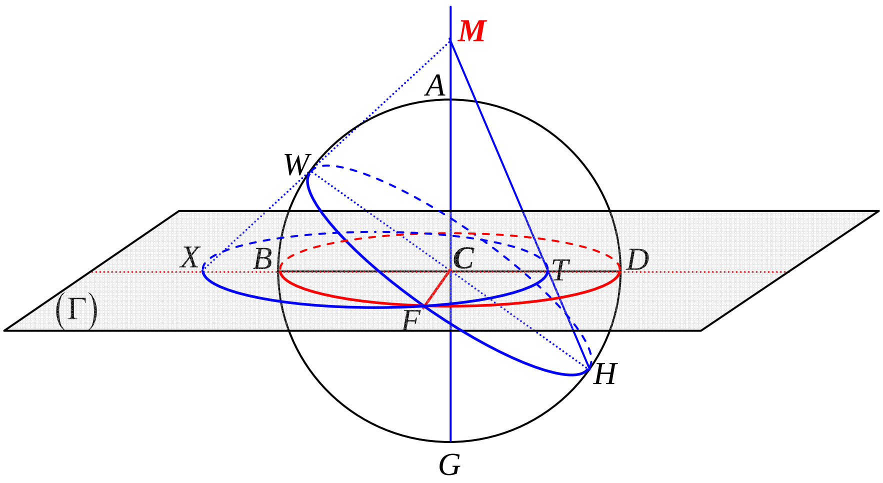
---

21 – $\overline{HW}$ الخط الواصل بين سَمْتَيْ الرأس والرِّجل.

إعتبر الصاغاني في أصل هذه الفقرة من كتابه أنَّ دائرة أول دوائر الارتفاع (السُّمُوت) هي المارة بأول الحمل والميزان، وهذه حالة خاصة تحدث عندما يكون هذان الأخيران قطبي دائرة نصف النهار، وهي جزء من الحالة العامة التي عرضناها.

ويكون الفصل المشترك بين سطح التسطيح وبين سطح دائرة $ABGD$ خط TX؛ ويكون الفصل المشترك بين سطح التسطيح، وسطح المخروط، قطعًا ناقصًا سهمه $\overline{TX}$، والعمود $\overline{CF}$ خط الترتيب، لكون المثلث MWH، لا يشبه المثلث MXT ، ولكون قطب التسطيح يقع خارج الكرة، [التوطئة ب، الفصل الأول].

فإذا أُطْبِق سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب، انطبق القطع على القطع السابق، ووقع خط $\overline{CF}$ على خط $\overline{CA}$، وانطبقت نقطة F على A ؛ وهو تسطيح أول دوائر الارتفاع.



الشكل: 6– أ –2

ب: تسطيح دائرة أوَّل الارتفاع قطعًا مكافئًا

نعيد الشكل باستثناء نقطة M.

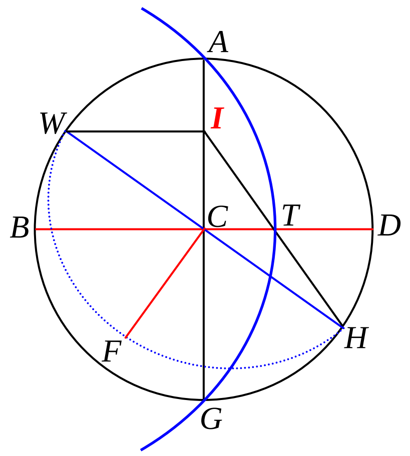
وليكن $\overline{WI}$ ، حيث: $\overline{WI} // \overline{BD}$ ، $(WI)\cap(CA)=I$.

فإذا جعلنا قطب التسطيح النقطة I ، ورسمنا قطعًا مكافئًا رأسه T ، وخط ترتيبه $\overline{AC}$ ، يكون هذا القطع هو تسطيح دائرة أوَّل الارتفاع، [الشكل: 6– ب –1].

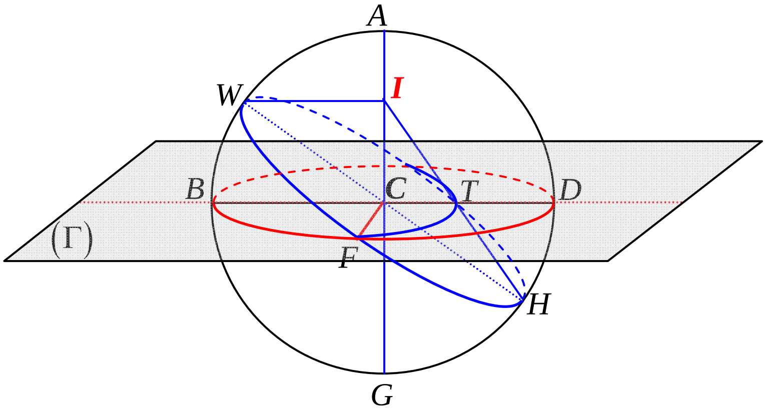
البرهان:

لكون $\overline{WI} // \overline{BD}$ ، و $\overline{IW}$ هو أحد أضلاع المثلث IWH ، المار بسهم المخروط $\overline{IC}$ ؛ فيكون الفصل المشترك بين سطح التسطيح (Γ)، وسطح المخروط، قطعًا مكافئًا رأسه T ، وخط ترتيبه $\overline{CF}$، [الشكل: 6– ب –2].

وعليه يكون تسطيح أوَّل دائرة الارتفاع، على سطح الأسطرلاب، قطعًا مكافئًا رأسه T ، وخط ترتيبه $\overline{AC}$، حسب ما بُرهِن عليه من قبل.



الشكل:6- ب -1



الشكل: 6- ب -2

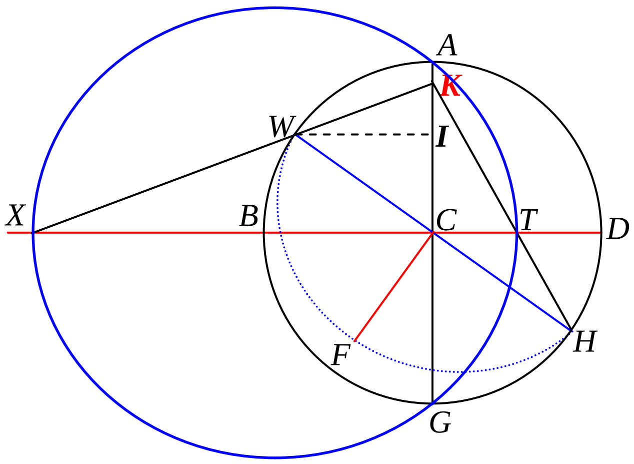
جـ: تسطيح دائرة أوَّل الارتفاع من قطب داخل الكرة

1- لتكن K نقطة بين A ، I . ولنعتبر K قطب التسطيح في هذه الحالة يكون تسطيح أوَّل دوائر الارتفاع HFW على سطح الأسطرلاب قطعًا ناقصًا، رأسه نقطة T وسهمه $\overline{TX}$ وخط ترتيبه خط $\overline{AC}$. [الشكل: 6- جـ -1-1]

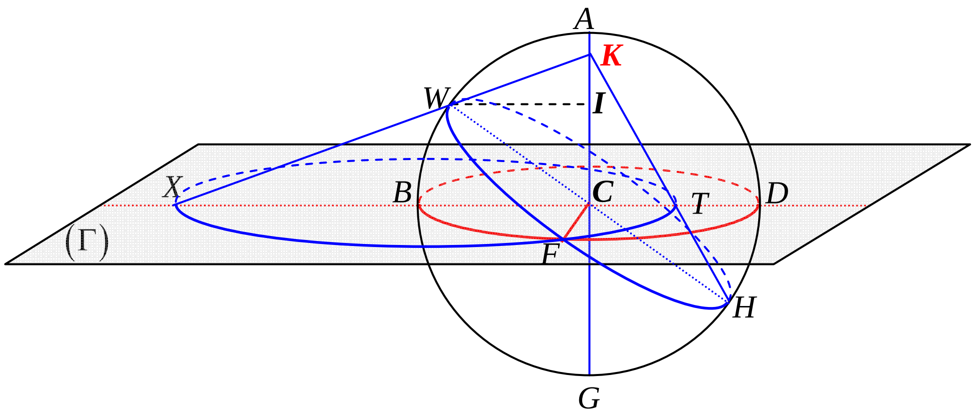
البرهان:

بما أنَّ خط (KW) يقطع (BD) على X ، وكذلك خط (KH) يقطع (BD) على T ؛ فيكون الفصل المشترك بين سطح التسطيح والمخروط الذي رأسه K، وقاعدته دائرة HFW (دائرة أوَّل الارتفاع)، قطعًا ناقصًا، رأسه نقطة T وسهمه $\overline{TX}$ و $\overline{CF}$ أحد خطوط الترتيب. ذلك أنَّ سطح التسطيح (Γ) يقطع ضلعي المثلث المار بسهم ذلك المخروط. [الشكل: 6- جـ -1-2]

فإذا أطبق سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب انطبق القطع على القطع.

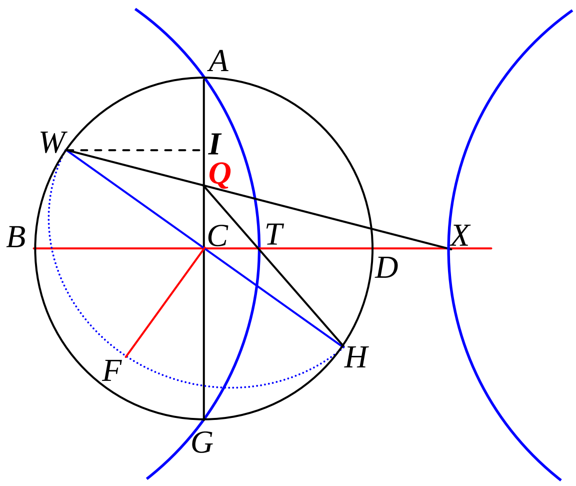


الشكل: 6- جـ -1-1

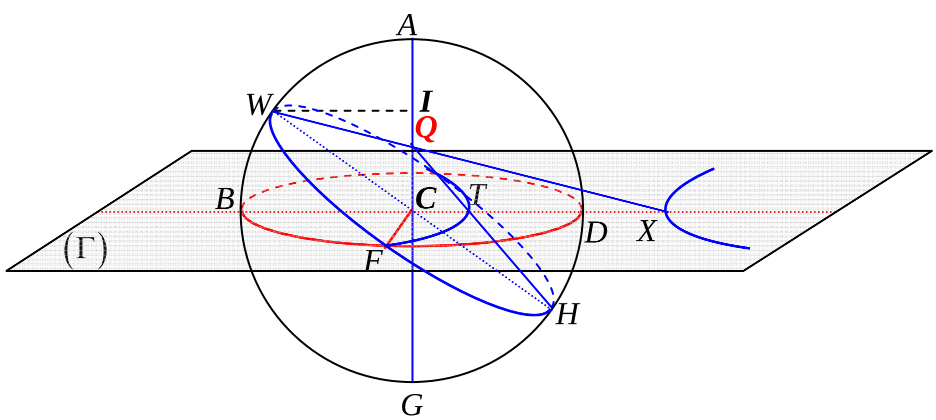


الشكل: 6- جـ -1-2

2- لتكن Q نقطة بين نقطتي C ، I . ولنعتبر Q قطب التسطيح [الشكل: 6- جـ -2]: فيكون تسطيح دائرة أوَّل الارتفاع HFW قطعًا زائدًا، رأسه T ، وسهمه $\overline{TB}$، وضلعه المائل $\overline{XT}$ ، وخط ترتيبه $\overline{CA}$، حيث: $(QW)\cap(BD)=X$ ، $(QH)\cap(BD)=T$.



الشكل:6- جـ -2-1



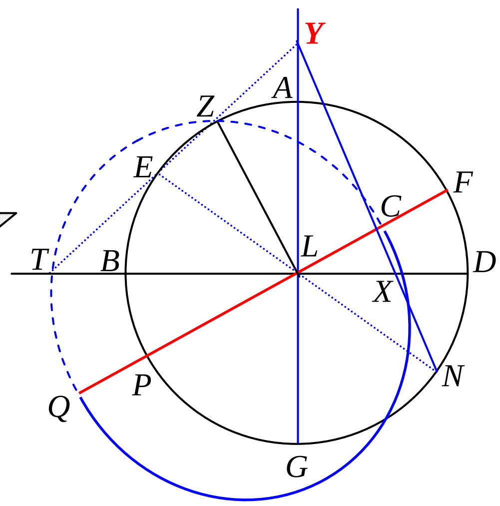
الشكل: 6- جـ - 2-2

ملاحظة: يوضح لنا الصاغاني في الفقرات السالفة أنَّ دائرة أوَّل الارتفاع (أوَّل السُّمُوت)، يمكن أنْ تتسطح بجميع القطوع الثلاثة، تبعًا لوضعية قطب التسطيح.

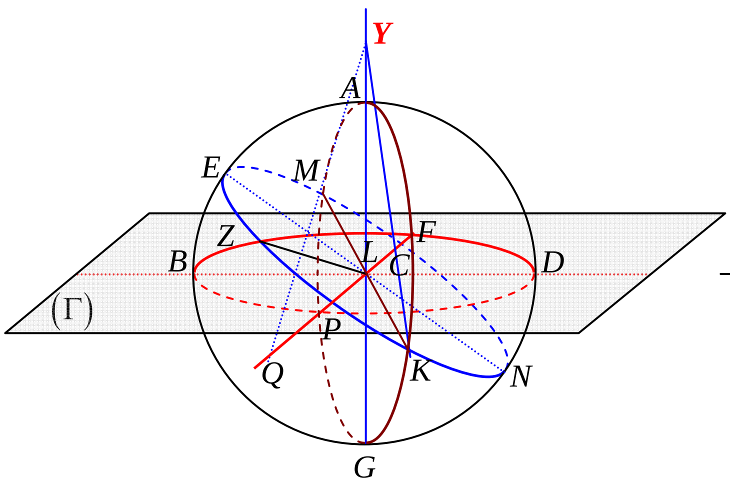
د: تسطيح دائرة أخرى من دوائر الارتفاع معلومة البعد من أوَّل الحمل

لتكن دائرة $ABGD$ ، مركزها L ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ، حيث: $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، و Y قطب التسطيح.
ولنعتبر الدائرة التي نريد تسطيحها، الدائرة التي قطرها $\overline{NE}$ ، حيث $\widehat{DN} = \widehat{BE}$ يساوي الميل.
ولنعين أولاً $\overline{LC}$ على ضوء التوطئة (ب) من الفصل الخامس، وليكن هنا $\overline{LZ}$.
ولتكن F نقطة من دائرة $ABGD$ ، حيث: $\overline{ZL} \perp \overline{FL}$. وليكن قوس الميل $\widehat{BE} = \widehat{DN}$.
لنصل $\overline{YN}$ ، $\overline{YE}$ حيث: $(YN)\cap(BD)=X$ ، $(YE)\cap(BD)=T$.
ولنأخذ $\overline{LC}=\overline{LX}$ ، $\overline{LQ}=\overline{LT}$ ؛ ونعمل قطعًا ناقصًا سهمه $\overline{CQ}$، و $\overline{LZ}$ أحد خطوط ترتيبه، فيكون هذا القطع، هو تسطيح الدائرة التي بُعدها عن دائرة نصف النهار المقدار المفروض [الشكل: 6– د −1].

البرهان: برهان هذه الحالة يتطابق تمامًا مع التوطئة(د)، من الفصل الخامس.
بملاحظة أنَّ دائرة الارتفاع ذات القطر $\overline{EN}$ المراد تسطيحها لها ميل، فيكون سطحها غير متعامد مع سطح المثلث YEN ، المار بسهم المخروط الذي رأسه نقطة Y وقاعدته الدائرة المذكورة، ونحن نعلم أن التسطيح يتم وفق مثلث يمر بسهم المخروط ويكون سطحه متعامدًا مع سطح الدائرة المُراد تسطيحها، وهو في هذه الحالة مثلث YMK ، حسب ما بُيِّنَ في [التوطئة د، الفصل 5]، ولكون قطب التسطيح خارج الكرة، فيكون تسطيح هذه الدائرة قطعًا ناقصًا، [التوطئة ب، الفصل 1]، سهمه $\overline{CQ}$، وخط ترتيبه $\overline{LZ}$ [الشكل: 6– د −2]..



الشكل: 6– د −1



الشكل: 6– د −2

هـ: تسطيح دوائر الارتفاع بقطوع مختلفة حسب القطع المطلوب [الشكل: 6– هـ]

1– إذا أردنا أنْ نعمل أوّل السُّمُوت قطعًا ناقصًا، والدوائر الأخرى قطوعًا مختلفة، فيكفي أنْ نُخرِج $\overline{WI}$ يوازي $\overline{BD}$ ، ونجعل قطب التسطيح بين A ، I ، حيث: $(WI)\cap(AL)=I$.

2– وإذا أردنا أنْ نُسَطِّح سَمْتَ دائرة، بُعدها عن دائرة نصف النهار عشرين (مثلاً).

فلنُخرِج على ضوء ما سبق $\overline{LZ}$ ، $\overline{FLP}$ ، وليكن قوس $\widehat{DN}=\widehat{BE}$ وهو بمقدار الميل.

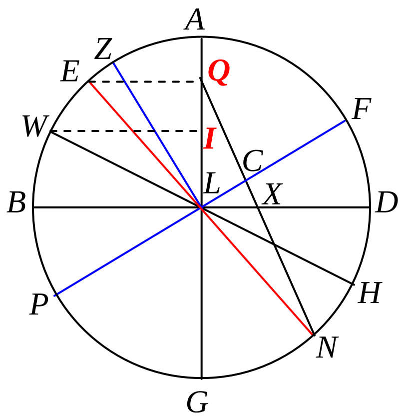
ونُخرِج $\overline{EQ}$ ، حيث $\overline{EQ}//\overline{BD}$ و $(EQ)\cap(AL)=Q$ ؛ ولنعتبر Q قطب التسطيح .

نصل $\overline{QN}$ ، $\overline{QE}$ ، حيث: $(QN)\cap(BD)=X$ ؛ ولنأخذ $\overline{LC}=\overline{LX}$ ؛ ونعمل قطعًا مكافئًا رأسه C ، وسهمه $\overline{CL}$ ، و $\overline{LZ}$ أحد خطوط ترتيبه.

فيكون هذا القطع، هو تسطيح الدائرة ذات القطر $\overline{NE}$ ، التي بُعدها عن دائرة نصف النهار عشرين.

ويكون تسطيح الدوائر الأخرى قطوعًا مختلفة، نظرًا لتغير نظائر نقطة Z ، ونظائر نقطتي E ، N .

3– وإذا جُعِل قطب التسطيح فيما بين نقطتي Q ، L ، كان تسطيحها (أي الدائرة ذات القطر $\overline{NE}$) قطعًا زائدًا؛ وإذا جُعِل قطب التسطيح فيما بين نقطتي A ، Q ، كان تسطيحها قطعًا ناقصًا.



الشكل: 6– هـ

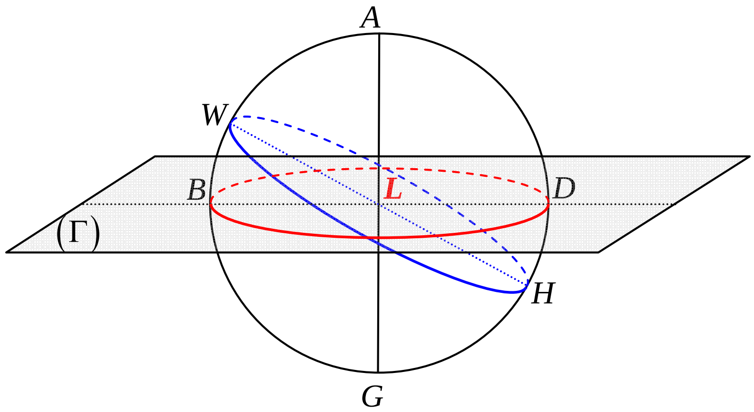
ملاحظة: بما أنَّ جميع دوائر الارتفاع تمرُّ بقطبي الأفق، فإنَّ جميع الدوائر التي يكون تسطيحها قطوعًا ناقصةً على سطح الأسطرلاب، تمرُّ بنقطتي سَمْتَي الرأس والرِّجل على سطح الأسطرلاب.

وإنْ كانت قطوعًا مختلفة، فتتقاطع عند نقطة واحدة، من نقطتي سَمْتَي الرأس والرِّجل، وهي نظيرة القطب الذي يمرُّ به ضلع المثلث، القاطع لمخروطه، القاطع لسهم ذلك القطع.

و: تسطيح دوائر الارتفاع من مركز الكرة

إذا كان قطب التسطيح نقطه L ، فإن تسطيح دوائر الارتفاع على سطح الأسطرلاب، يكون خطوط مستقيمة، تمر كلها من نقطة L. ذلك أنَّ الفصول المشتركة لسطح التسطيح، مع المخروطات التي رأسها L ، وقواعدها دوائر السُّمُوت، خطوطًا مستقيمة.

لكون قطب التسطيح ينتمي إلى سطح التسطيح، وقواعد تلك المخروطات؛ فتتحول المسألة إلى تقاطع سطوح مستوية مع سطح التسطيح.

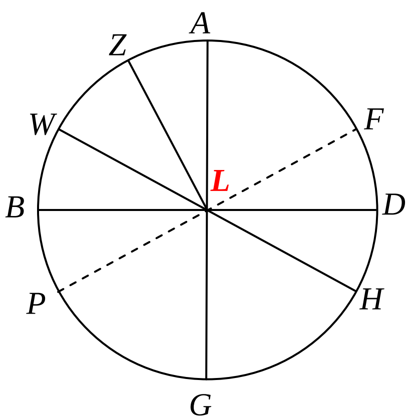


الشكل: 6− و

ز: عمل هذا التسطيح

نعيد في الشكل تعريف وضع خط $\overline{LZ}$، فهو تسطيح ذلك [الشكل: 6− ز].

لأن المخروطات التي رأسها نقطة L ، وقواعدها الدوائر التي تُعمل على قطر $\overline{HW}$، يقطعها سطح التسطيح، وتكون الفصول المشتركة خطوطًا مستقيمة. مع ملاحظة أنَّ دوائر الارتفاع ليست متعامدة مع سطح التسطيح ضرورة، إذ هي متعامدة مع الأفق، لأنها جميعًا تمر بقطبيه.



الشكل: 6− ز

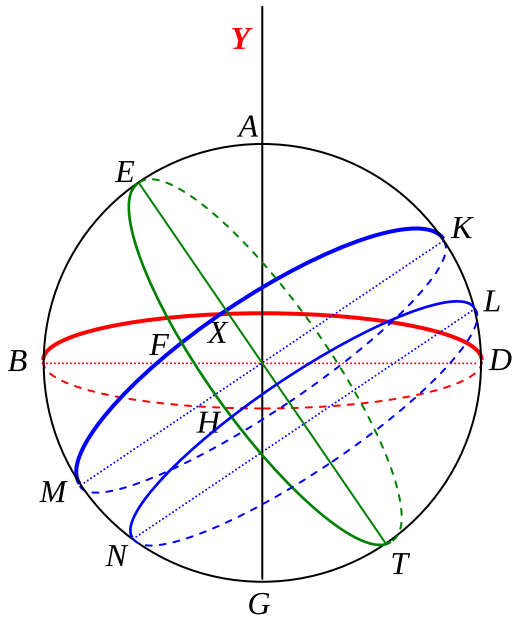
الفصل السابع

تسطيح العنكبوت

أ: بما أنَّ دائرة البروج (فلك البروج) أُفُقٌ لعرض تمام الميل، فيكون تسطيحها، وتسطيح الدوائر الموازية لها، كتسطيح المقنطرات؛ لأنها مقنطرات لعرض تمام الميل.

وفيما يخص قسمة فلك البروج ووضع رؤوس الكواكب الثابتة[22]:

لتكن $ABGD$ دائرة على الكرة، قطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$، حيث $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، و (AG) محور الكرة. $ABGD$ دائرة نصف النهار لأفق البروج، DXB دائرة معدل النهار، X أحد الاعتدالين، H نقطة الكوكب، KFM دائرة البروج، E ، T قطبا دائرة البروج، دائرة LHN مقنطرة توازي دائرة البروج KFM .



الشكل: 7- أ

عندئذ تكون:

* دائرة $THFE$ دائرة عرض الكوكب وهي دائرة سَمْتِيَة لأفق البروج، F موضع الكوكب من دائرة البروج، $\overset{\frown}{XF}$ طول الكوكب، وهو بعد نقطة F عن أحد رأسي الحمل والميزان؛ $\overset{\frown}{FH}$ عرض الكوكب، $\overset{\frown}{FM}$ تمام بُعد الكوكب عن أحد الاعتدالين.

وبما أنَّ دائرتي LHN ، KFM متوازيتان، فإن $\overset{\frown}{KL} = \overset{\frown}{FH}$.

---

[22] – النقاط الثابتة ورؤوس الكواكب في الأسطرلاب، هي تسطيحات النقاط المشتركة بين المقنطرات ودوائر السُمُوت.

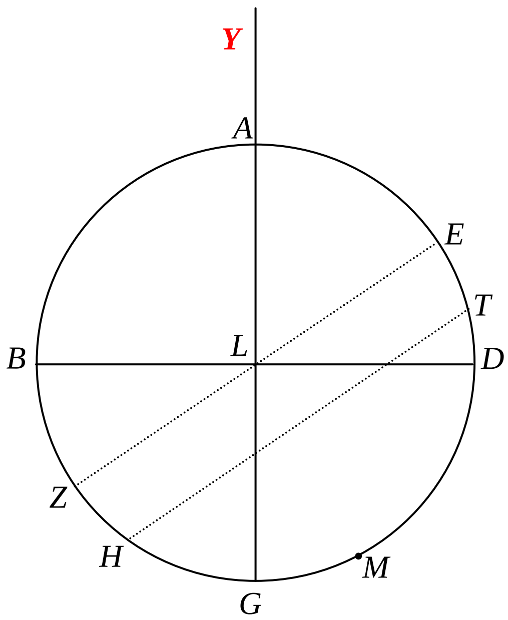
* فإذا اعتبرنا دائرة البروج أفقًا لعرض تمام الميل على سطح الأسطرلاب، عندئذ تكون دائرة *LHN* الموازية لها مقنطرة، وتكون كذلك دائرة *THFE* ، دائرة من دوائر الارتفاع. فحينئذ يكون تسطيح هذه الدوائر معلومة الوضع، وما يتعلق بها أيضًا معلوم الوضع على سطح الأسطرلاب (على ما بُيِّنَ فيما سبق من تسطيح المقنطرات والسُّمُوت)، ويكون الفصل المشترك بين تسطيح دائرتي *THFE* ، *LHN* معلوم الوضع، وهو موضع الكوكب (تسطيح نقطة *H*) على سطح الأسطرلاب.

ب: تركيب ذلك:

ABGD دائرة على سطح الأسطرلاب (مدار الحمل).

$\widehat{DE}$ الميل الأعظم، $\overline{EZ}$ قطر دائرة البروج، $\overline{TH}$ قطر دائرة موازية لدائرة البروج تَمُرُّ بمركز الكوكب، $\widehat{TE}$ عرض الكوكب، $\widehat{ZM}$ تمام بعد الكوكب من أحد الاعتدالين، أي أنَّه حسب الفقرة (أ) القوس $\widehat{ZM}$ من الشكل [7– ب] مساوية للقوس $\widehat{MF}$ من الشكل [7– أ].

نعمل على تسطيح الدائرة التي قطرها $\overline{TH}$، وكذلك الدائرة التي بُعدها عن دائرة نصف النهار بقدر $\widehat{DM}$. فيتقاطع التسطيحان، والنقطة المشتركة بينهما على سطح الأسطرلاب هي موضع الكوكب[23].



الشكل: 7– ب

جـ: تسطيح موضع الكوكب بطريق صناعي

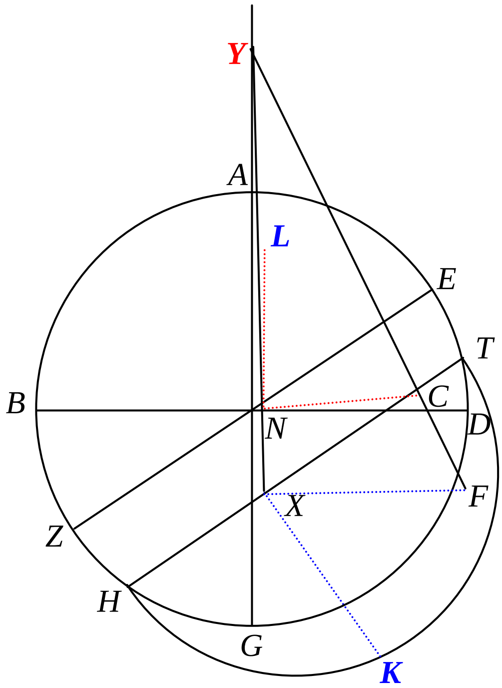
نعتبر $\widehat{HK}$ تمام درجة طول الكوكب من أول الاعتدال [الشكل: 7– جـ]

[23] – ذلك أنَّ الدائرتين المذكورتين قائمتان على سطح دائرة *ABGD* ، وغير متوازيتين وغير متعامدتين مع محور الكرة فهما متقاطعتان، وموضع الكوكب هو تسطيح نقطة تقاطعهما.

$\overline{KX} \perp \overline{TH}$ و $(KX)\cap(TH)=X$ ، $(YX)\cap(BD)=N$ ؛ $\overline{XF} \perp \overline{XY}$ و $\overline{XF}=\overline{XK}$

$\overline{NC} \perp \overline{XY}$ حيث $(YF)\cap(NC)=C$ ؛ $\overline{NL} \perp \overline{BD}$ و $\overline{NL}=\overline{NC}$

إنَّ نقطة L ، هي رأس مريء الكوكب على سطح العنكبوت.



الشكل: 7- ج

البرهان: باعتبار دائرتي TKH ، $ABGD$ متعامدتين، ولدينا قوس $\overset{\frown}{HN}$ تشبه قوس $\overset{\frown}{FM}$ في [الشكل: 7- أ]، فهي تمام درجة طول الكوكب، وكذلك $\overset{\frown}{TKH}$ هنا بدل من $\overset{\frown}{LHN}$ [الشكل: 7- أ]، ويكون $\overset{\frown}{HK}$ هنا بدل $\overset{\frown}{NH}$ هناك.

فيكون موضع الكوكب: النقطة K على الكرة، النقطة C على سطح التسطيح، النقطة L على سطح الأسطرلاب. وهو المطلوب.

الفصل الثامن

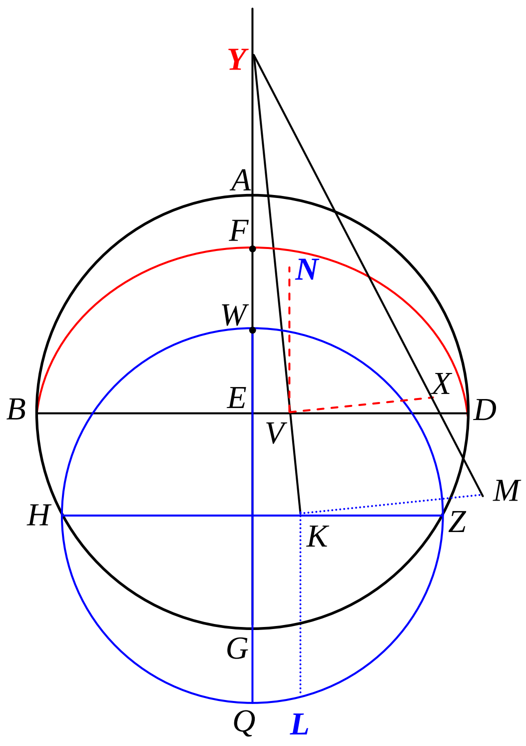
عمل العنكبوت من غير استعمال السُّمُوت

*- **تعيين نقط الكواكب بطريق صناعي** [الشكل: 8-1]

نعتبر دائمًا أنَّ منطقة فلك البروج أحد المقنطرات.

لتكن $ABGD$ دائرة على صفيحة الأسطرلاب، قطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ حيث $\overline{BD} \perp \overline{AG}$ ، و مركزها E .

نقطتا A ، G ، قطبا الكرة، و (AG) محورها، Y قطب التسطيح.



الشكل: 8−1

DFB دائرة معدل النهار.

$\widehat{DZ}$ بُعد الكوكب من معدل النهار، $\overline{ZH} // \overline{BD}$.

$\widehat{LQ}$ مطالع درجة مَمَرِّ الكوكب بالفلك المستقيم.

$\overline{LK} \perp \overline{ZH}$ ، $\overline{KM} \perp \overline{KY}$ ، $\overline{KM} = \overline{KL}$

$(KY) \cap (DB) = V$، $\overline{VX} \perp \overline{KY}$ ، $\overline{VX} // \overline{KM}$

$\overline{VN} \perp \overline{DB}$ ، $\overline{VN} = \overline{VX}$

إنَّ نقطة N هي رأس موضع الكوكب على سطح الأسطرلاب.

البرهان [الشكل: 8−2]: باعتبار سطح دائرة ZQH عموديًا على دائرة $ABGD$ ، وباعتبار $\widehat{DFB} \perp \widehat{ABGD}$ ، وباعتبار نقطة F أوَّلَ الحمل. وليكن $\widehat{WS} = \widehat{QL}$ ، ولتكن دائرة $ACSG$.

عندئذ يكون لدينا من الواضح أنَّ $\widehat{CS} = \widehat{DZ}$، وهو بُعد الكوكب من معدل النهار.

وكذلك $\widehat{FC} = \widehat{WS}$ ، وهي مطالع الكوكب بالفلك المستقيم لدرجة مَمَرِّ الكوكب؛ و $\widehat{CS}$ بُعد الكوكب من معدل النهار.

فينتج من كل هذا أنَّ نقطة S هي موضع الكوكب على الكرة.

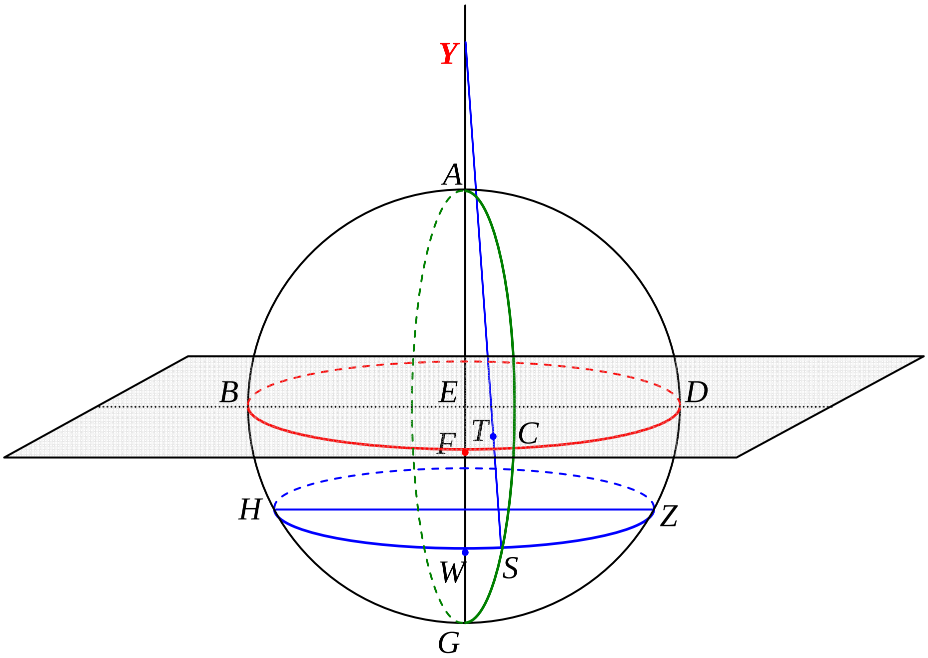
فإذا أنزلنا عمودًا على سطح دائرة $ABGD$، يكون K مسقط النقطة S على السطح (لأنَّ $\widehat{QL} = \widehat{WS}$)، ويكون $\overline{SK} = \overline{LK}$.

وإذا أوصلنا بين S ، Y ، يكون لدينا أيضًا $\overline{SY} = \overline{MY}$.

ويكون $\overline{SY}$ يَمُرُّ من نقطة تسطيح مركز الكوكب (تسطيح نقطة S) من سطح التسطيح، ولتكن هذه النقطة T.

فإذا أخرجنا من T عمودًا إلى سطح دائرة $ABGD$ مَرَّ من النقطة V ، وكان $\overline{VT} \perp \widehat{ABGD}$ و $\overline{VT} = \overline{VX}$.

فإذا أطبقنا سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب، انطبق $\overline{VT}$ على $\overline{VN}$؛ وكانت نقطة N ، موضع الكوكب على سطح الأسطرلاب.



الشكل: 8-2

*– تقسيم فلك البروج بالمطالع

فيما يتعلق بقسمة فلك البروج بالمطالع، فيكفي جعل $\widehat{ZD}$ ميل الدرجة التي نريد قسمتها، حسب الجهة التي يكون منها الميل شماليًا أو جنوبيًا؛ ونجعل $\widehat{QL}$ قدر مطالع تلك الدرجة بالفلك المستقيم، ونتبع نفس العمل السابق قبل البرهان.

ملاحظة هامة: بما أنَّ قوس $\widehat{ACSG}$ تمرُّ من فلك البروج، بدرجة مَمَرِّ الكوكب، وبتَوَهُّم فلك البروج قائمًا على السطح (سطح $ABGD$)، فيكون الخطان المستقيمان الواصلان بين نقطة Y وكلٍّ من درجة مَمَرِّ الكوكب من تسطيح فلك البروج ونقطة S ، يقعان على دائرة $ACSG$ ؛ وتكون نقطة تسطيح الممرِّ من فلك البروج على سطح التسطيح، ونقطة تسطيح نقطة S على سطح التسطيح، يقعان على الفصل المشترك بين دائرة $ACSG$ وسطح التسطيح، فهما إذن على خط مستقيم يمُرُّ من نقطة E .
فإذا سُطِّحَتَا على سطح العنكبوت، وأدير العنكبوت، فَيَصِلان خط وسط السماء في وقت واحد.

الفصل التاسع

عمل العنكبوت بطريق سهل

عمل الصاغاني في هذا الفصل على وصف طريقة عملية سهلة لعمل العنكبوت، تفيد في تحديد راس مرئ الكوكب من خلال معرفة درجة ممره وبُعده من مدار الحمل، وذلك بإتمام أي صفيحة من

الأسطرلاب (شمالية كانت أم جنوبية)؛ عن طريق تسطيح دائرة البروج على سطح العنكبوت، وتقسيمه بمطالع الفلك المستقيم؛ باعتماد العمل المنجز في الفصلين السابع والثامن.

فبأخذ مثل بُعد الكوكب من معدل النهار وفي جهته، من مدار الحمل من المقنطرات؛ ونُعَلِّم علامة على الخط المُخرَج من مركز الأسطرلاب، إلى درجة مَمرِّ الكوكب، بمقدار ذلك البُعد، تكون تلك العلامة رأس مرئ الكوكب.

الفصل العاشر

مقدمات لعمل القطوع على سطح ما بطريق صناعي: رسم القطوع المخروطية نقطيًا

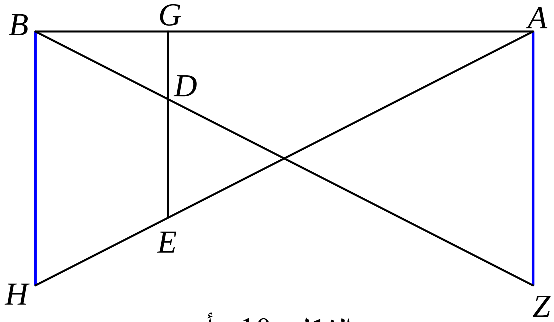
التوطئة أ: [الشكل: 10– أ]

ليكن خط $\overline{AB}$ ، و G نقطة من قطعة $\overline{AB}$

وليكن $\overline{GE}$ حيث $\overline{GE} \perp \overline{AB}$ ؛ ولتكن D نقطة من القطعة $\overline{GE}$ ، حيث: $\overline{GE} \cdot \overline{GB} = \overline{GD} \cdot \overline{AG}$

ولتكن النقطتان Z ، H حيث $\overline{AZ} // \overline{GE} // \overline{BH}$ ، $(AH) \cap (GE) = E$ ، $(BZ) \cap (GE) = D$

عندئذ يكون لدينا $\overline{AZ} = \overline{BH}$.



الشكل: 10– أ

البرهان:

بما أنَّ $\overline{GE} \cdot \overline{GB} = \overline{GD} \cdot \overline{AG}$ فإن $\dfrac{\overline{GE}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{GD}}{\overline{GB}}$

ومن جهة أخرى لدينا $\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{GE}}{\overline{AG}}$ (ذلك أنَّ مثلثي ABH ، AGE قائمان، وزاوية $\widehat{A}$ منهما مشتركة، فهما متشابهان).

وكذلك $\dfrac{\overline{AZ}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{GD}}{\overline{GB}}$ (لأن مثلثي ABZ ، GBD قائمان، وزاوية $\widehat{B}$ منهما مشتركة، فهما متشابهان).

فينتج من كل هذا أنَّ $\dfrac{\overline{AZ}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$ ، وبالتالي $\overline{AZ} = \overline{BH}$ وهو ما أردنا برهانه.

التوطئة ب: تخطيط القطع المكافئ [الشكل: 10– ب]. [C: I, 52]

ليكن خط (AB) و D نقطة منه بين A و B ؛ وليكن $\overline{GD}$ معلوم القدر، حيث $\overline{DG} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{DG} \cap \overline{AB} = D$.

نريد أنْ نخط قطعًا مكافئًا، سهمه $\overline{BA}$ ، ورأسه B ، و $\overline{GD}$ أحد خطوط ترتيبه.

لأجل ذلك: نعتبر سطحًا متوازي الأضلاع، أحد أضلاعه $\overline{BD}$ مساويًا لمربع $\overline{GD}$.

بمعنى $\overline{BD} \cdot \overline{BE} = \overline{GD}^2$ ، فيكون عندئذ $\overline{BE}$ الضلع القائم للقطع.

أي أنَّ الضلع القائم لهذا القطع، محدد تمامًا بالعلاقة $\overline{BE} = \dfrac{\overline{GD}^2}{\overline{BD}}$ [C: I, 11]

نخرج أعمدة على $\overline{AB}$ موازية لـ $\overline{GD}$ كم شئنا.

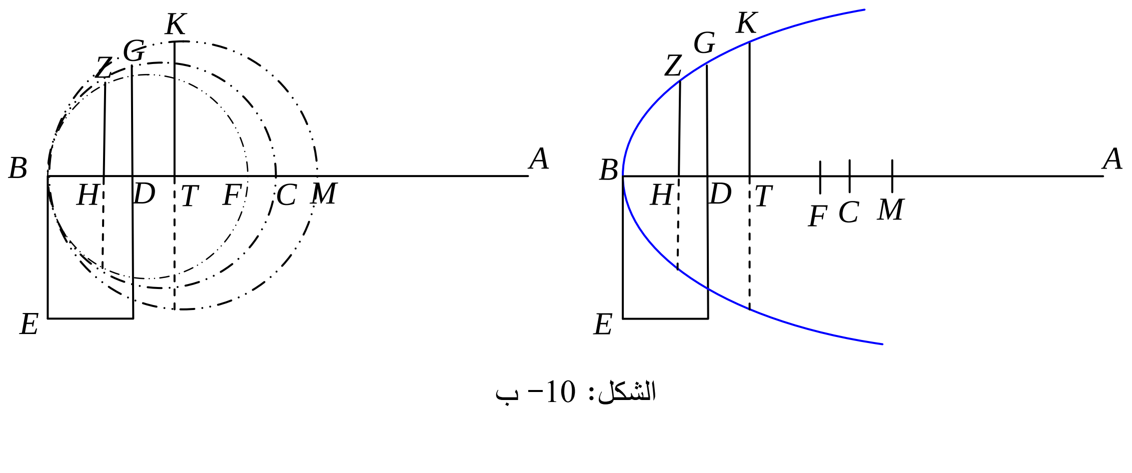
مثلاً نخرج عمود $\overline{ZH}$ على $\overline{AB}$ ، ونجعل $\overline{HF} = \overline{BE}$ ؛ ونرسم نصف دائرة $\overline{BF}$ ، فتمر من نقطة Z ، فتكون نقطة Z من القطع.

ثم نجعل $\overline{DC} = \overline{BE}$ ، ونرسم نصف دائرة $\overline{BC}$ ، فتمر من نقطة G ، فنقطة G من القطع.

و نجعل $\overline{TM} = \overline{BE}$ ، ونرسم نصف دائرة $\overline{BM}$ ، فتقطع عمود $\overline{TK}$ في نقطة K ، فنقطة K على القطع.

وعلى هذه الوتيرة يمكننا إخراج العديد من النقاط التي تنتمي إلى القطع.

فيكون القطع المكافئ المطلوب يمرُّ من النقاط المذكورة، إضافة إلى النقاط المماثلة لها، في الجانب الآخر من خط $\overline{AB}$؛ باعتبار أنَّ الدوائر المرسومة، تقطع كل عمود، في نقطتين متناظرتين من خط $\overline{AB}$ ، تنتميان إلى القطع.



الشكل: 10– ب

لدينا على العموم: $\overline{BH} \cdot \overline{BE} = \overline{HZ}^2$ و $\overline{BD} \cdot \overline{BE} = \overline{DG}^2$ و $\overline{BT} \cdot \overline{BE} = \overline{TK}^2$

بمعنى $\overline{BH} \cdot \overline{HF} = \overline{HZ}^2$ و $\overline{BD} \cdot \overline{DC} = \overline{DG}^2$ و $\overline{BT} \cdot \overline{TM} = \overline{TK}^2$

ملاحظة: نشير إلى أنَّ المنهجية المُتَّبعة في رسم القطع المكافئ عند الصاغاني، نجدها فيما بعد وبشكل مطابق تمامًا عند الحسن المراكشي(القرن 13)، الذي اطَّلع بدوره على كتاب الصاغاني، في "*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" مُطَبَّقة في رسم مدار جزء من منطقة البروج، مثل مدار السرطان في البلد الذي عرضه مثل تمام الميل الأعظم[24].

التوطئة جـ: تخطيط القطع الزائد [الشكل: 10- جـ -1 ؛ 10- جـ -2].

ليكن خط (AQ)، و B نقطة منه حيث $\overline{AB}$ معلوم القدر؛ وليكن خط $\overline{GD}$ معلوم القدر، حيث $\overline{GD}\perp\overline{AQ}$ ، $\overline{GD}\cap\overline{AQ}=D$.

نريد أنْ نرسم قطعًا زائدًا، سهمه $\overline{AQ}$، وضلعه المائل $\overline{AB}$ (القطر المجانب)، ورأسه A، و $\overline{GD}$ خطٌ من خطوط الترتيب، و G نقطة من القطع.

لأجل ذلك: لتكن نقطة Z على خط (GD) ، حيث $\overline{AD}\cdot\overline{DZ}=\overline{DG}^2$ [C: I, 12]

نصل $\overline{BZ}$ ، فيكون $\overline{AE}$ الضلع القائم، حيث: $\overline{AE}\perp\overline{AB}$ و $\overline{AE}\cap\overline{BZ}=E$. [C: I, 54]

بهذا يكون القطع معلوم الوضع، لكون الضلع القائم والضلع المائل وخط من خطوط الترتيب كلها أصبحت معلومة.

فلنعمل على تحديد عدة نقاط من القطع، باعتماد المنهج السابق.

وذلك بإخراج عددٍ من الخطوط الموازية لـ $\overline{GD}$ ، والعمودية على $\overline{AQ}$ كم شئنا.

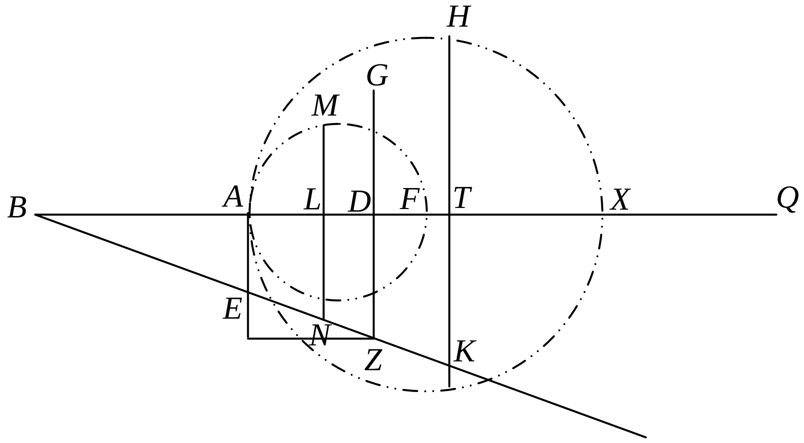
مثل عمود $\overline{HTK}$ ، حيث $(HT)\perp(AQ)$ و $(BE)\cap(TK)=K$، ثم نجعل $\overline{TX}=\overline{TK}$، وننشئ دائرة خَفِيَة قطرها $\overline{AX}$، فتقطع عمود $\overline{HTK}$، في نقطتي H ونظيرتها ، فهاتين النقطتين على القطع الزائد، مثل G .

وبالمثل ليكن عمود $\overline{MLN}$ ، حيث $(BE)\cap(LN)=N$ ولنجعل $\overline{LF}=\overline{LN}$، ونرسم دائرة خَفِيَة على $\overline{AF}$ ، فتقطع عمود $\overline{MLN}$ في نقطتي M ونظيرتها، فهاتين النقطتين على القطع. وهكذا[25].

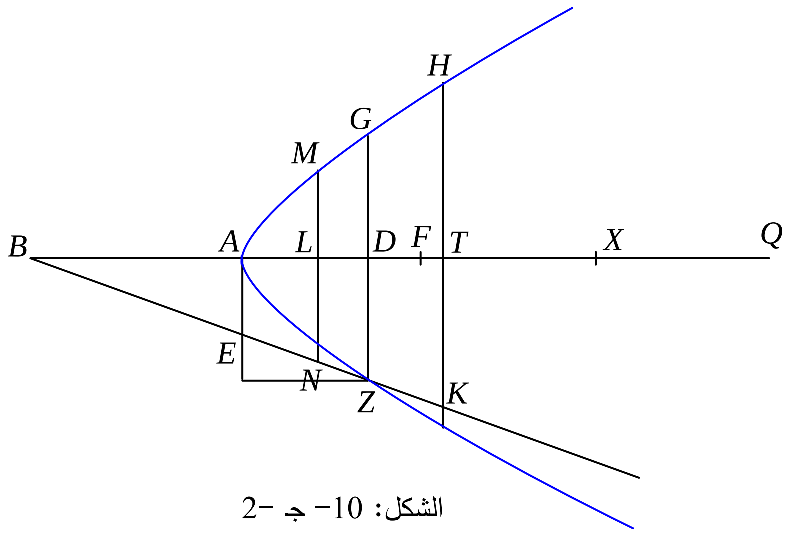
---

[24] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، إصدار فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1984؛ مصور عن مخطوطة أحمد الثالث، رقم 3343، الجزء الأول، ص. 327-329.

[25] – ففي الحالتين الأخيرتين كما في الحالة الأولى لدينا: $\overline{AT}\cdot\overline{TK}=\overline{HT}^2$ ، $\overline{AL}\cdot\overline{LN}=\overline{ML}^2$ والأمر نفسه فيما تبقى.



الشكل: 10- جـ -1



الشكل: 10- جـ -2

ملاحظة: يشير الصاغاني إلى أنه بمعرفة الضلع القائم، والضلع المائل، يصبح القطع معلوم الوضع، حسب ما جاء في "*كتاب المخروطات*" لأبلونيوس. [C: I, 54]

توطئة د: تخطيط القطع الناقص [الشكل: 10- د]. [C: I, 56]

ليكن خط $\overline{AB}$ معلوم الوضع والقدر، و خط $\overline{GD}$ حيث: $\overline{GD} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{GD} \cap \overline{AB} = D$.

نريد أنْ نرسم قطعًا ناقصًا، سهمه $\overline{AB}$ ، وأحد خطوط ترتيبه $\overline{GD}$.

لدينا الوضعين التاليين: [C: I, 13]

1- إذا كان $\overline{AD} \cdot \overline{DB} = \overline{GD}^2$ فإن القطع يكون دائرة.

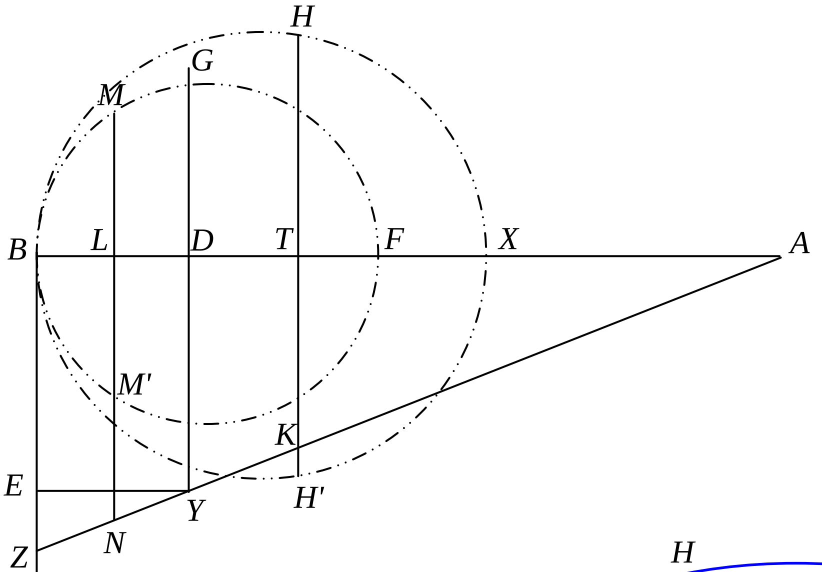
2- إذا كان $\overline{AD} \cdot \overline{DB} \neq \overline{GD}^2$ عندئذ لنعتبر سطح $BEYD$ رباعي، حيث: $\overline{DB} \cdot \overline{BE} = \overline{GD}^2$ و $\overline{BE} \perp \overline{AB}$.

نصل $\overline{AY}$، فيكون $\overline{BZ}$ الضلع القائم، حيث $(BE)\cap(AY)=Z$؛ ويكون لدينا المثلث YEZ ، يشبه المثلث ABZ ، ثم $\overline{BZ}\cdot\overline{BD}>\overline{GD}^2$؛ ويكون القطع معلوم الوضع كما يلزم من " *كتاب المخروطات*" [C: I, 13].

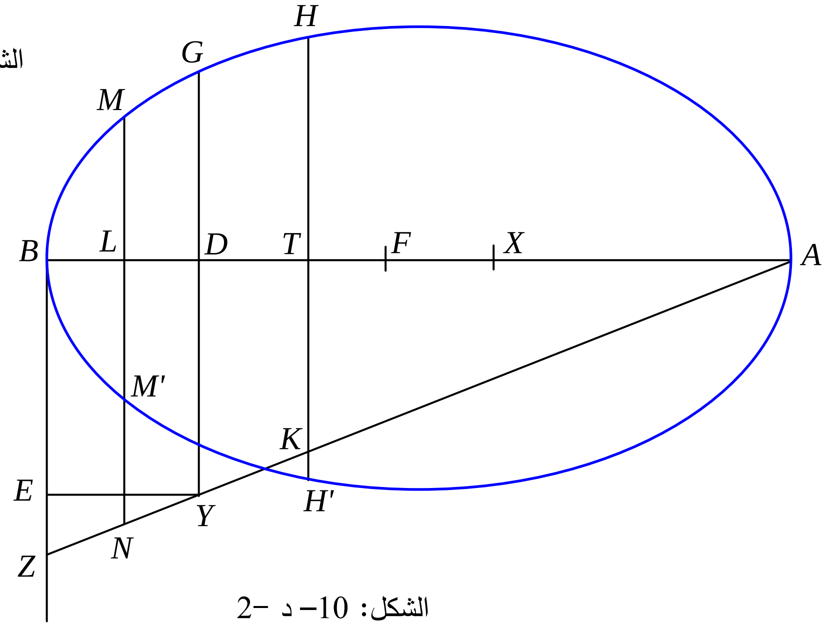
ولنعين نقاطاً كم شئنا على خط $\overline{AB}$، ونرسم أعمدة عليه تمثل خطوط الترتيب.

فمثلاً: لنعتبر عمود $\overline{HTK}$ ، ولنجعل $\overline{TX}=\overline{TK}$، ونرسم دائرة خَفِيَة على $\overline{BX}$، فتقطع عمود $\overline{HTK}$ في نقطتي H ونظيرتها H'، فتكون هاتان النقطتان على القطع الناقص الذي عليه نقطة G[26].

وبالمثل: لنعتبر عمود $\overline{MLN}$ ، ونجعل $\overline{LF}=\overline{LN}$، ونرسم دائرة خفية على $\overline{BF}$، تقطع عمود $\overline{MLN}$ ، في نقطتي M ونظيرتها M'، فهما على القطع أيضًا. وهكذا.



الشكل: 10– د –1



الشكل: 10– د –2

26 – ذلك أنَّ $\overline{BT}\cdot\overline{TK}=\overline{HT}^2$ مثل ما كان في الوضع الأساسي $\overline{BD}\cdot\overline{DY}=\overline{DB}\cdot\overline{BE}=\overline{GD}^2$.

الفصل الحادي عشر

عمل المقنطرات بطريق صناعي

أ- تسطيح مقنطرة قطعًا ناقصًا:

لتكن دائرة $ABGD$ على سطح الأسطرلاب (مدار الحمل)، مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ، حيث $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، Y قطب التسطيح.

نريد أنْ نسطح الدائرة التي قطرها $\overline{ZH}$ بطريقة صناعية.

1- $\overline{ZH}$ ليس قطرًا لدائرة $ABGD$. [الشكل: 11- أ -1-1]

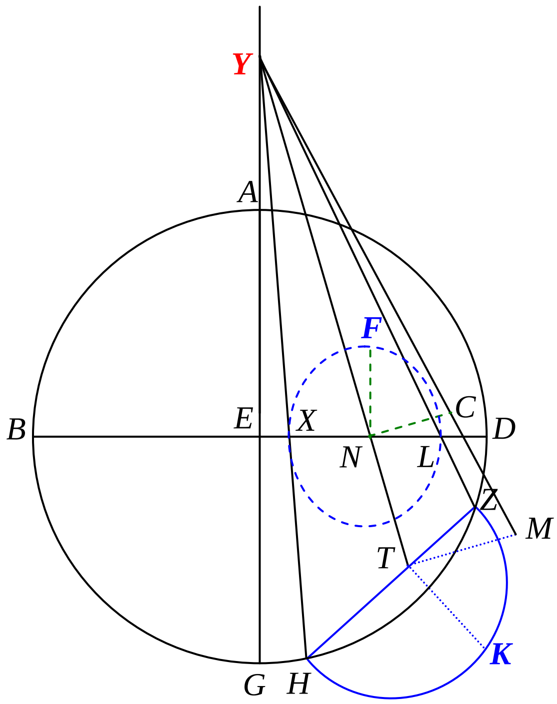
نعتبر T نقطة على $\overline{ZH}$ ، ونصل $\overline{YZ}$ ، $\overline{YT}$ ، $\overline{YH}$، حيث $(YZ)\cap(BD)=L$ ، $(YT)\cap(BD)=N$ ، $(YH)\cap(BD)=X$.

نرسم عمود $\overline{TK}$ حيث $\overline{TK} \perp \overline{ZH}$ ؛ ونرسم $\overline{TM}$ ، $\overline{NC}$ حيث $\overline{TM} \perp \overline{YT}$ ، $\overline{NC} \perp \overline{YT}$ و $\overline{TM} = \overline{TK}$ ، $(NC)\cap(YM)=C$.

وليكن $\overline{NF}$، حيث $\overline{NF} = \overline{NC}$ و $\overline{NF} \perp \overline{BD}$.

ثم نرسم القطع الناقص الذي سهمه $\overline{XL}$ ، وخط ترتيبه $\overline{NF}$ حسب التوطئة (د)، من الفصل العاشر.

فيكون هذا القطع هو تسطيح دائرة ZKH على سطح الأسطرلاب.



الشكل: 11- أ -1-1

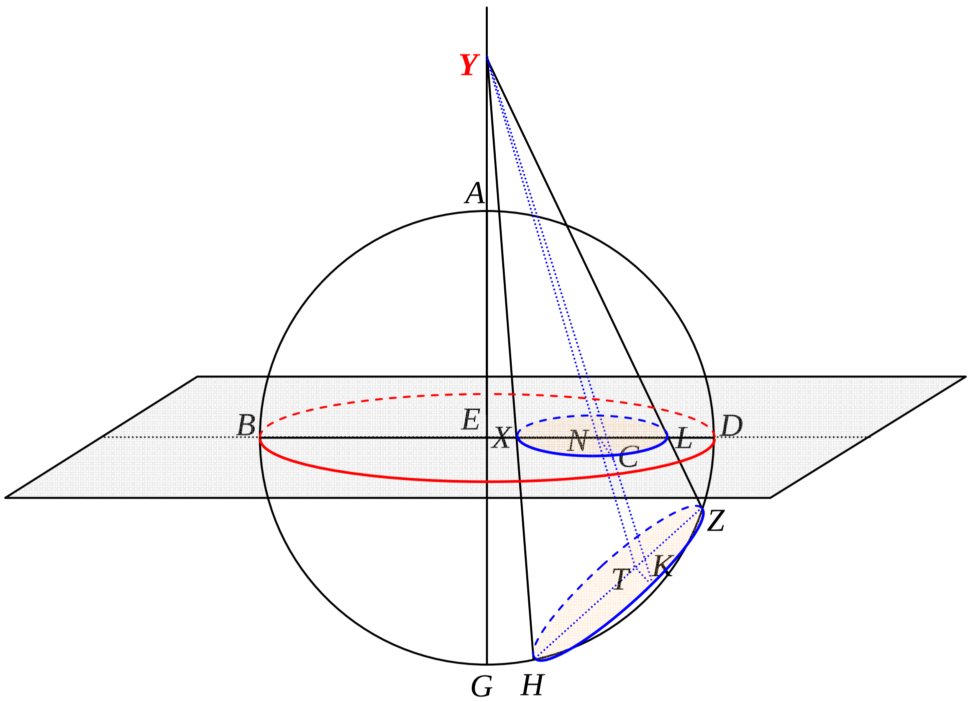
البرهان: [الشكل: 11 – أ –1–2]

باعتبار سطح التسطيح، قائمًا على سطح دائرة $ABGD$، على خط $\overline{BD}$، وكذلك سطح دائرة ZKH، قائمًا على سطح $ABGD$ على خط $\overline{ZH}$.

عندئذ يكون $\overline{TK} \perp \overline{ZH}$، ويكون سطح التسطيح قاطعًا للمخروط، الذي رأسه نقطة Y، وقاعدته دائرة ZKH؛ ويكون الفصل المشترك بينهما قطعًا ناقصًا.

فإذا دار خط $\overline{YZ}$ على دائرة ZKH حتى النقطة K، يكون $\overline{YK} = \overline{YM}$، ويكون خط $\overline{NC} \perp \overline{BD}$، ونقطة C على القطع الناقص، و $\overline{NC}$ خط من خطوط الترتيب.

فإذا أطبقنا سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب، كان $\overline{NC}$ منطبقًا على $\overline{NF}$، وانطبق القطع على القطع. وذلك ما أردنا برهانه.



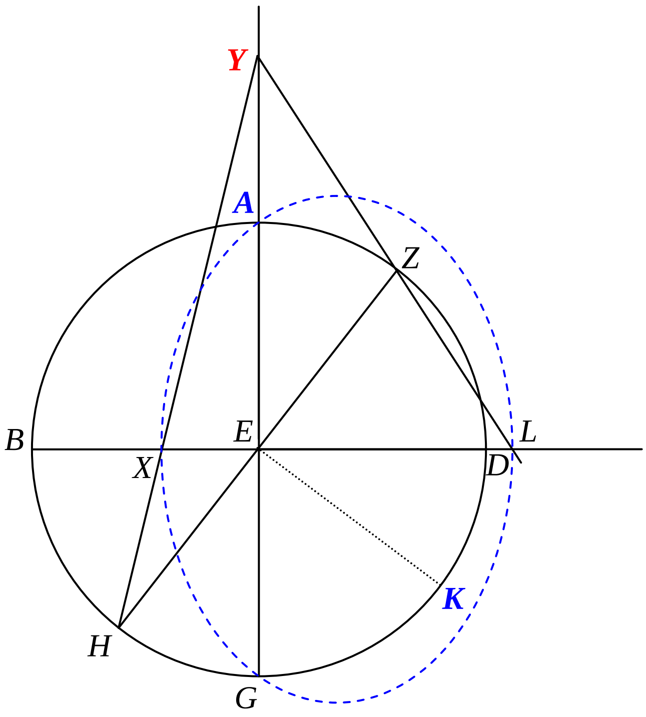
الشكل: 11– أ –1–2

2– $\overline{ZH}$ قطر لدائرة $ABGD$. [الشكل: 11 – أ –2–1]

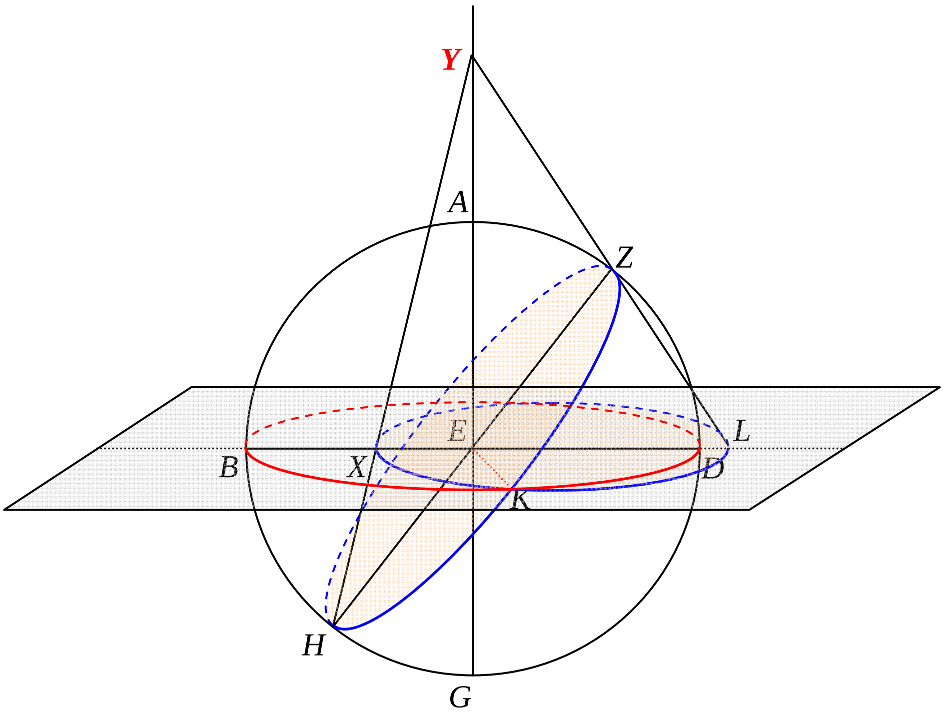
في هذه الحالة يكون $\overline{AE}$ أحد خطوط الترتيب للقطع.

فنعمل حينئذ القطع الناقص، الذي سهمه $\overline{XL}$، وخط ترتيبه $\overline{AE}$، ويكون القطع مارًا من نقطتي A، G.

ذلك أنه في هذه الحالة [الشكل: 11 – أ –2–2] يكون $\overline{EK}$ قطرًا لمدار الحمل، وتكون النقاط E، T، N متطابقة. و $\overline{ED} \equiv \overline{TM} \equiv \overline{NC}$ و $\overline{AE} \equiv \overline{NF}$ من الحالة السابقة.



الشكل: 11- أ -2-1



الشكل: 11- أ -2-2

ب- تسطيح مقنطرة قطعًا زائدًا:

لتكن دائرة $ABGD$ ، مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ، حيث $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، Y قطب التسطيح.

نريد أنْ نُسَطِّح دائرة ZKH ، ذات القطر $\overline{ZH}$.

1- $\overline{ZH}$ ليس قطرًا لدائرة $ABGD$. [الشكل: 11- ب -1]

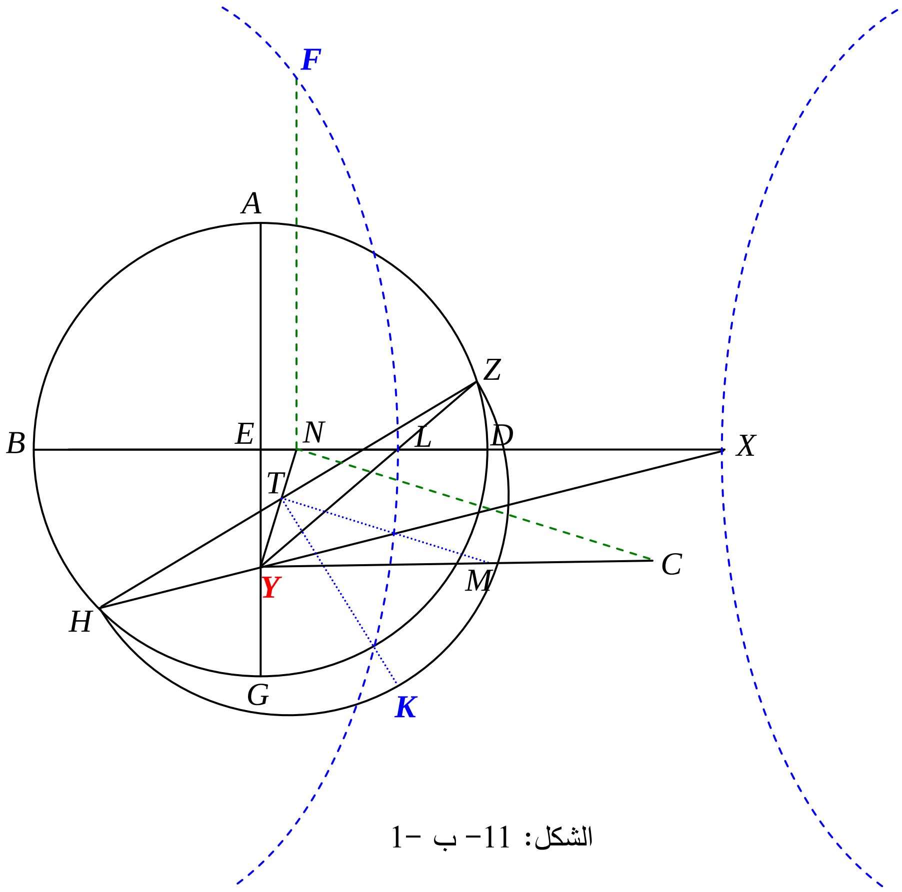
نصل $\overline{YZ}$ ، $\overline{YH}$ ، حيث $(YZ)\cap(BD)=L$ ، $(YH)\cap(BD)=X$.

نعتبر T نقطة كيفما كانت على خط $\overline{ZH}$ ، ونصل $\overline{YT}$ ، حيث $(YT)\cap(BD)=N$

ونرسم عمود $\overline{TK}$ ، حيث $\overline{TK}\perp\overline{ZH}$ ؛ وعمودي $\overline{TM}$ ، $\overline{NC}$ ، حيث $\overline{TM}\perp\overline{YN}$ ، $\overline{NC}\perp\overline{YN}$ و $\overline{TM}=\overline{TK}$ ، $(NC)\cap(YM)=C$.

نرسم عمود $\overline{NF}$ ، حيث $\overline{NF}\perp\overline{BD}$ و $\overline{NF}=\overline{NC}$.

ثم نرسم قطعًا زائدًا، رأسه L ، وسهمه $\overline{BL}$ ، وخط ترتيبه $\overline{NF}$ ، وضلعه المائل $\overline{XL}$ ؛ فيكون هذا القطع الزائد، هو تسطيح دائرة ZKH.



الشكل: 11- ب -1

ملاحظة: يتم برهان هذه الحالة، بنفس المنهجية المتبعة في الفقرة (أ) من هذا الفصل.

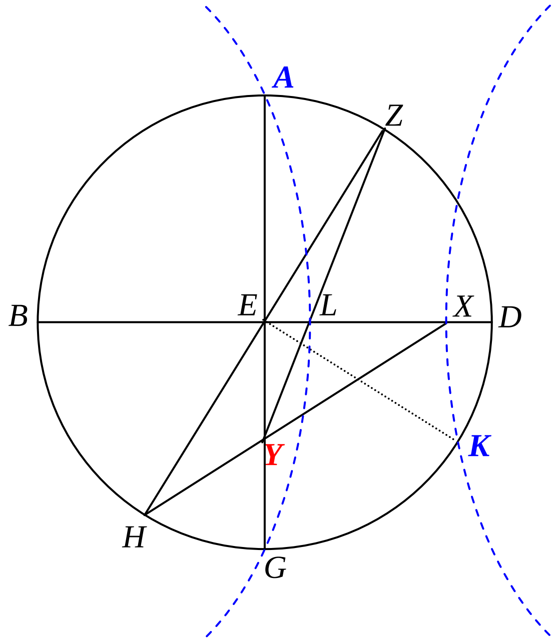
2- $\overline{ZH}$ قطر لدائرة $ABGD$. [الشكل: 11- ب -2]

في هذه الحالة سيكون $\overline{AE}$ أحد خطوط الترتيب، ويكون القطع مارًا من نقطة A .

ذلك أنَّه في هذه الحالة يكون $T \equiv E \equiv N$ ، $M \equiv D \equiv C$ ، $F \equiv A$ ؛ ويكون $\overline{YD} \equiv \overline{YM} \equiv \overline{YC}$ ، (وكذلك $\overline{ED} \equiv \overline{TM} \equiv \overline{NC}$ من الشكل [11− ب −1]).

وعليه يكون $\overline{AE}$ خط من خطوط الترتيب، أي أنَّ $\overline{AE} \equiv \overline{FN}$.

ويكون تسطيح الدائرة ZKH ذات القطر $\overline{ZH}$، هو القطع الزائد الذي رأسه L ، وسهمه $\overline{BL}$ ، وضلعه المائل $\overline{XL}$ ، و $\overline{AE}$ أحد خطوط الترتيب.



الشكل: 11− ب −2

جـ − تسطيح مقنطرة قطعًا مكافئًا:

نعيد دائرة $ABGD$ بقطريها، والقطر $\overline{ZH}$ لدائرة ZKH ، التي نريد تسطيحها.

1− $\overline{ZH}$ ليس قطرًا لدائرة $ABGD$. [الشكل: 11− جـ]

ليكن Y قطب التسطيح، حيث $\overline{HY} // \overline{BD}$.

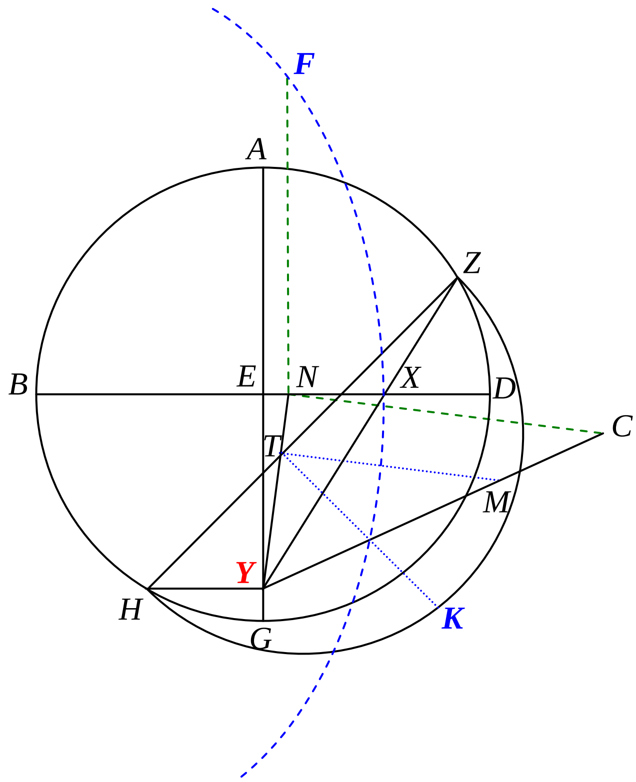
نصل $\overline{YZ}$ ، $\overline{YH}$ ، حيث $(YZ) \cap (BD) = X$ ، ونختار نقطة T كيفما كانت من خط $\overline{ZH}$ ، ونصل $\overline{YT}$، حيث $(YT) \cap (BD) = N$ و $\overline{KT} \perp \overline{ZH}$.

نجعل $\overline{MT} = \overline{KT}$ و $\overline{MT} \perp \overline{YN}$ ، $\overline{NC} \perp \overline{YN}$ حيث $(NC) \cap (YM) = C$.

ونجعل $\overline{NF} \perp \overline{BD}$ حيث $\overline{NF} = \overline{NC}$.

ثم نعمل قطعًا مكافئًا رأسه X ، وسهمه $\overline{BX}$، وخط ترتيبه $\overline{NF}$.

فيكون هذا القطع هو تسطيح دائرة ZKH على سطح الأسطرلاب.



الشكل: 11- جـ

2- $\overline{ZH}$ قطر لدائرة *ABGD* .

عندئذ القطر $\overline{ZH}$ يَمُرُّ من المركز E ، فيكون $\overline{AE}$ خط من خطوط الترتيب؛ ويَمُرُّ القطع من نقطة A.

ملاحظة:

من خلال الفقرات الثلاثة نلاحظ أنَّ نوع القطع الناتج من تسطيح المقنطرة يتوقف على اختيار موضع قطب التسطيح Y. وما قام به الصاغاني هنا هو استخراج خط من خطوط الترتيب، وسهم القطع، أو قطره المجانب (الضلع المائل)، الذي هو موضوع توطئات الفصل العاشر.

د – تتميم المقنطرات من غير ذكر القطوع:

لتكن دائرة $ABGD$ مركزها E ، وقطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ، حيث $\overline{AG}\perp\overline{BD}$ ، ولتكن نقطة Y قطب التسطيح.

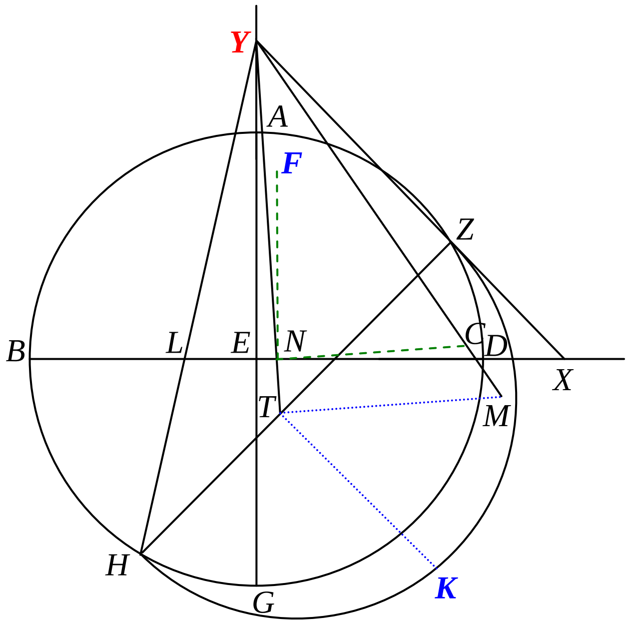
و $\overline{ZH}$ قطر الدائرة ZKH ، التي نريد تسطيحها.

نصل $\overline{YZ}$ ، $\overline{YH}$ ونعتبر $(YZ)\cap(BD)=X$ و $(YH)\cap(BD)=L$.

نعلِّم على $\overline{ZH}$ عَدَدَ ما شئنا من النقاط، ونخرج منها أعمدة على $\overline{ZH}$ ، مُحدِّدِين نقاطًا على قوس $\overset{\frown}{ZKH}$.

وباعتماد المنهج السابق الذي حَدَّدْنَا به عمود $\overline{NF}$ على $\overline{LX}$ ، نحدد نظائر النقاط المفروضة على خط $\overline{LX}$. فتكون جميع النقاط الحاصلة المماثلة لنقطة F ، على القطع الممثل لتسطيح دائرة ZKH.

وبهذه الوضعية نكون قد حصلنا على نفس التسطيح في الأوضاع الثلاثة السابقة، من مكافئ وزائد وناقص.



الشكل: 11- د

الفصل الثاني عشر

عمل السُّمُوت بطريق صناعي

1- لتكن دائرة $ABGD$ دائرة نصف النهار، قطراها $\overline{AG}$ ، $\overline{BD}$ ، حيث: $\overline{AG} \perp \overline{BD}$ ، ودائرة EHZ دائرة الأفق ، و $\overline{EZ}$ قطرها ، ولتكن نقطة Y قطب التسطيح. [الشكل: 12]

لنعتبر $\widehat{ZH}$ بُعد دائرة الارتفاع من دائرة نصف النهار[27]؛ ولتكن نقطة T ، حيث $\overline{TH} \perp \overline{EZ}$ و $(TH) \cap (EZ) = T$.

نصل $\overline{YT}$. وليكن $\overline{TK} \perp \overline{TY}$ و $\overline{NL} \perp \overline{TY}$ حيث $\overline{TK} = \overline{TH}$ ، $(NL) \cap (KY) = L$ ، $(YT) \cap (BD) = N$.

ولتكن نقطة X ، حيث $\overline{NX} \perp \overline{BD}$ و $\overline{NX} = \overline{NL}$.

27 – بُعد دائرة الارتفاع من دائرة نصف النهار، هي قوسٌ من دائرة الأفق، فيما بين دائرة الارتفاع ودائرة نصف النهار.

عندئذ النقطة X تقع على قطعٍ ناقصٍ، هو تسطيح دائرة الارتفاع، التي بُعدُها من دائرة نصف النهار هو قوس $\widehat{ZH}$.

البرهان: [الشكل: 12]

لنعتبر دائرة EHZ قائمة على سطح دائرة $ABGD$ ، فيكون $\overline{TH}$ قائمًا على $\overline{EZ}$ (نقطة H ممر دائرة الارتفاع من الأفق).

ولنعتبر أنَّ مثلث YTK قائمًا على سطح دائرة $ABGD$.

عندئذ يكون $\overline{TK} \equiv \overline{TH}$ ، ويكون $\overline{NL} \perp \overline{BD}$ ، ويكون L تسطيح نقطة H على سطح التسطيح.

فإذا أَطْبَقْنَا سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب، انطبق $\overline{NL}$ على $\overline{NX}$ ؛ فتكون X تسطيح نقطة H على سطح الأسطرلاب.

2- وبالمثل: ليكن $\overline{IM}$ (قطر مقنطرة) حيث: $\overline{IM} // \overline{EZ}$ ، ولنعتبر نصف دائرة ICM ، حيث $\widehat{CM} = \widehat{ZH}$.

وليكن $\overline{CS} \perp \overline{IM}$ مع $(CS)\cap(IM)=S$؛ وكذلك $\overline{QS} \perp \overline{SY}$ و $\overline{VW} \perp \overline{SY}$ ، حيث $(SY)\cap(BD)=V$ و $\overline{QS} = \overline{CS}$ مع $(QY)\cap(VW)=W$.

ونعمل $\overline{VF} \perp \overline{BD}$ ، حيث $\overline{VF} = \overline{VW}$.

عندئذ تكون نقطة F ، هي تسطيح نقطة C على سطح الأسطرلاب؛ وهي على تسطيح دائرة الارتفاع التي بُعدها عن دائرة نصف النهار القدر المعلوم $\widehat{ZH}$.

البرهان: [الشكل: 12]

لنعتبر أنَّ نصف دائرة ICM ، قائمًا على سطح دائرة $ABGD$ ، على خط $\overline{IM}$؛ فيكون $\widehat{ICM} // \widehat{IHZ}$.

ولكون $\widehat{ZH} = \widehat{MC}$ ، فإنَّ دائرة الارتفاع، التي تمر من نقطة H ، ومن قطبي الأفق، تمر أيضًا من نقطة C .

ولنعتبر أنَّ مثلث YSQ قائمًا على سطح دائرة $ABGD$ ؛ عندئذ يكون $\overline{QS} \equiv \overline{CS}$ ، وتكون نقطة W تسطيح نقطة C على سطح التسطيح.

فإذا أطبقنا سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب، كان $\overline{WV} \equiv \overline{FV}$.

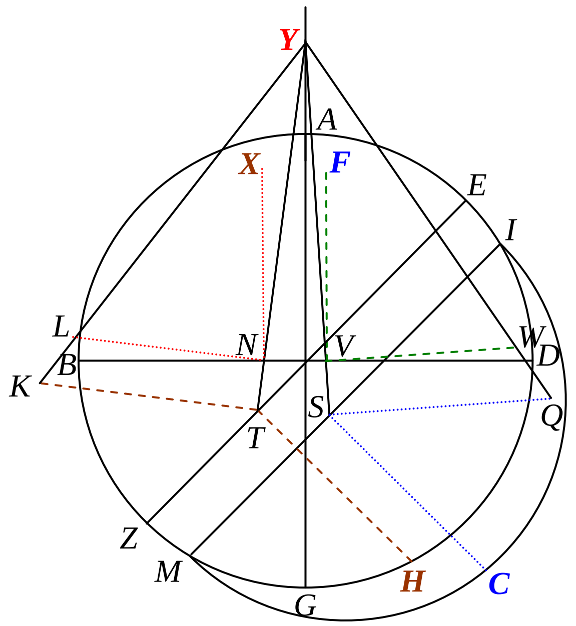
فتكون النقطة F على تسطيح دائرة الارتفاع ذات البُعد $\widehat{ZH}$ من دائرة نصف النهار، على سطح الأسطرلاب.

وعلى نفس المنهج نطلب العديد من النقاط في الجانبين، فتكون كلها على تسطيح دائرة الارتفاع[28].

---

[28] – واضح أنَّ الصاغاني في هذا الفصل يوضح لنا كيفية تسطيح دوائر الارتفاع (الدوائر السَّمْتِيَة) نقطيًا، وذلك بتسطيح مجازاتها بالمقنطرات.

ملاحظة: يشير الصاغاني إلى أنه إذا كان قطب التسطيح Y خارجًا، يكون تسطيح كل السُّمُوت قطوعًا ناقصة. وإذا كان قطب التسطيح Y داخلاً، فإن القطوع تكون مختلفةً، على ما بُيِّن في المقدمات المتعلقة بالسُّمُوت [الفصل الخامس].



الشكل: 12

ملاحظة: من الواضح أنَّ الصاغاني في هذا الفصل عمل على تسطيح مَمَرَّات دوائر السُّمُوت من دوائر المقنطرات بشكل صناعي، ونحن نعلم أنَّ هذه الطريقة هي نفسها تفيد أيضًا في تسطيح رؤوس الكواكب على سطح العنكبوت، ذلك أنَّ موضع كل كوكب هو عبارة عن نقطة تقاطع مقنطرة مع دائرة الارتفاع المارة بمركز الكوكب [الفصل السابع].

IV – تحقيق كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب

لأبي حامد أحمد بن محمد بن الحسين الصاغاني (ت. 990/379)

وصف المخطوطات : اعتمدنا في هذا التحقيق على نسختين هما:

(أ) مخطوط اسطنبول، أحمد الثالث، طوب قابو سَرَّاي، رقم 3342/4؛ 13.7×19.7 سم، خط نسخي، 9 أوراق، 76ظ–91و، 27 سطرًا في كل صفحة.

عُنْوِنَ هذا المخطوط بـ*كتاب في التسطيح التام*، ظهر هذا العنوان في آخر المخطوط.

لا يحمل هذا المخطوط مكان وتاريخ نسخه.

(ب) مخطوط بنكيبور(بتنا الهند)، رقم 2468/39؛ 21.4×33.3 سم، خط نسخي، 10 أوراق، 267و–276ظ، 31 سطرًا في كل صفحة.

تمّ نسخ هذا المخطوط بالموصل، سنة 632 هجرية.

ملاحظات حول طريقة التحقيق :

– يَتَمَيَّزُ المخطوطان بِقِلَّة التنقيط لحروف الكلمات، وقد أدخلنا التصحيحات اللازمة بدون الإشارة إلى ذلك، كما غَيَّرنَا كتابة بعض الكلمات لتُطَابِق الصِّيغَة الحالية.

– عَمِلنَا على تصحيح الأخطاء الموجودة في الرُّسُومَات، وتدقِيقِها، وأتممنا الناقص منها، وأضفنا المحذوفة منها دون الإشارة إلى ذلك. وعمِلنا على أن تكون الرسومات بالأبعاد الثلاثة كلما لزم الأمر، ذلك أن كل الرسوم الواردة في المخطوطين ذات بعدين فقط.

– لقد تضمن المخطوط (ب)، عبارات الصلاة والسلام على النّبي محمدٍ وآلِهِ، دون ذِكْرٍ لأَصحَابه، وكذا عبارات الثَّناء على الملك شاهنشاه؛ بخلاف المخطوط (أ)، الذي سقطت منه كل تلك العبارات؛ الأمر الذي يسمح لنا بالقول، أنَّ نَاسِخَ المخطوط (ب) كان من بيئة شيعية، بينما نَاسِخُ المخطوط (أ) لم يكن كذلك. وقد أَثْبَتْنَا كل تلك العبارات في التحقيق، باعتبار أنّ الصاغاني أصلاً عاش في بيئة شيعية. لذا نُرَجِّح أنّ العبارات المشار إليها موجودة في المخطوط الأصلي، غير أَنَّهَا أُسْقِطَت من المخطوط (أ) لأسبابٍ أيديولوجية.

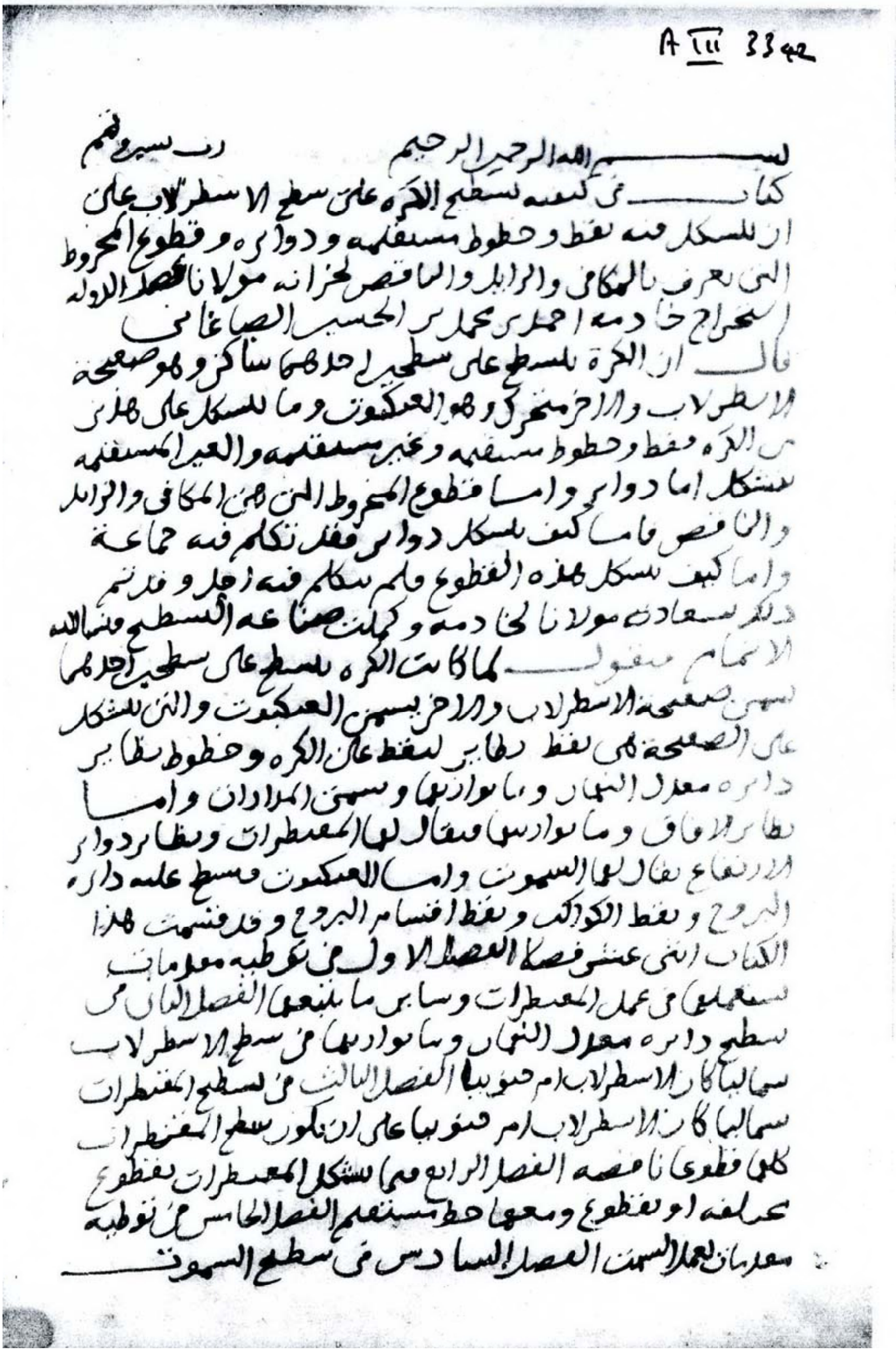
مصطلحات التحقيق

ضمن هذا التحقيق نقترح:

– إضافة الكلمات المتواجدة بين القوسين <...>.

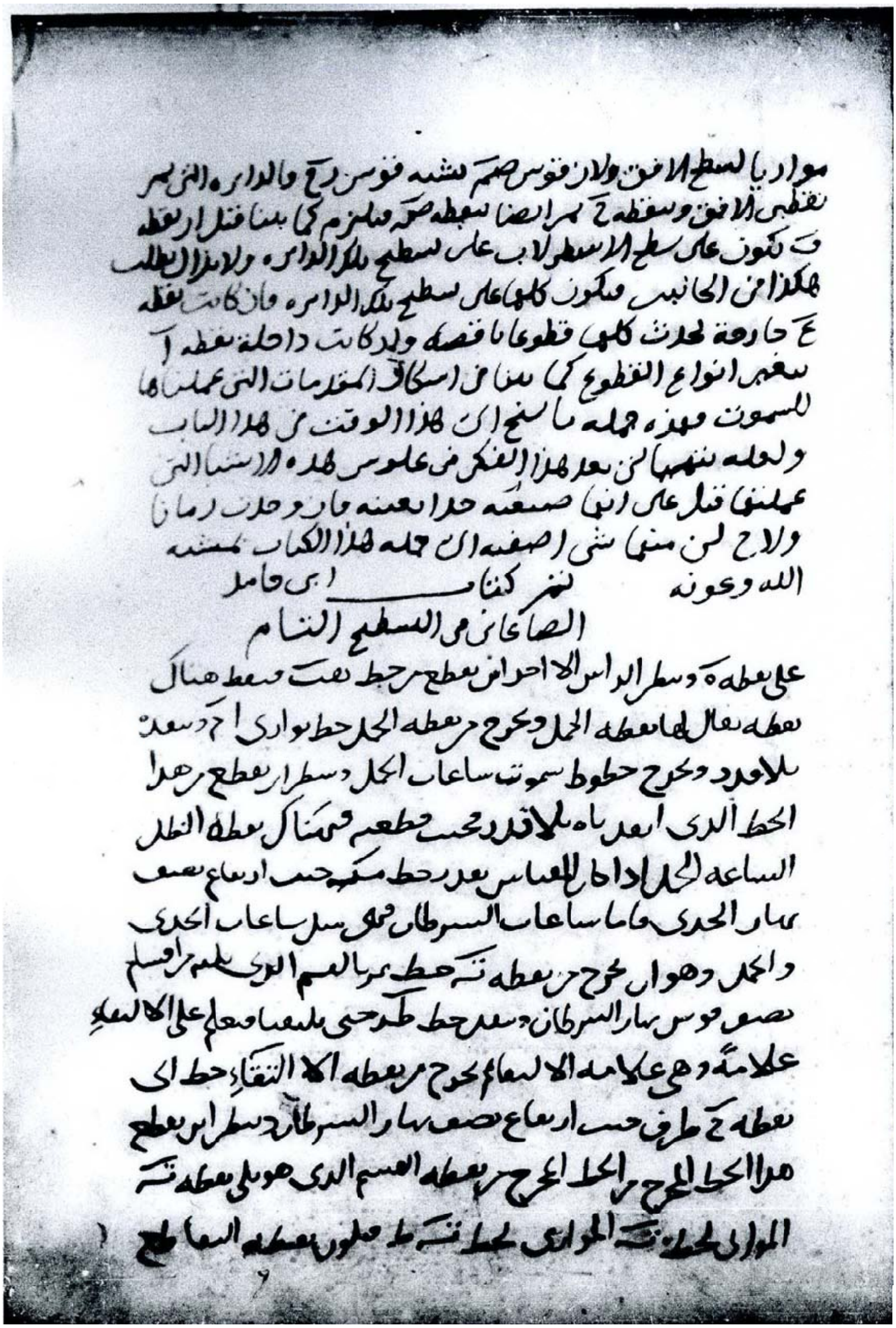
– إزالة الكلمات المتواجدة بين القوسين [...].

– نشير إلى بداية الصفحة في كل مخطوط مثلاً هكذا: // (أ:76ظ).


A III 3342

بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر وتمم
كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الاسطرلاب على
ان للشكل فيه نقط وخطوط مستقيمة ودوائر وقطوع المخروط
التي تعرف بالمكافي والزائد والناقص لخزانة مولانا الفضل الاوله
استخراج خادمه احمد بن محمد بن الحسين الصاغاني
قال ان الكرة تسطح على سطحين احدهما ساكن وهو صفيحة
الاسطرلاب والآخر متحرك وهو العنكبوت وما للشكل على ظاهر
من الكرة نقط وخطوط مستقيمة وغير مستقيمة والغير المستقيمة
تتشكل اما دوائر واما قطوع المخروط التي هي المكافي والزائد
والناقص فاما كيف تتشكل دوائر فقد تكلم فيه جماعة
واما كيف تتشكل هذه القطوع فلم يتكلم فيه احد وقد تم
ذلك بسعادة مولانا لخادمه وكملت صناعة التسطيح وبالله
الاتمام فنقول لما كانت الكرة تسطح على سطحين احدهما
يسمى صفيحة الاسطرلاب والآخر يسمى العنكبوت والذي للشكل
على الصفيحة هي نقط تطابق نقطا على الكرة وخطوط تطابق
دائرة معدل النهار وما يوازيها ويسمى المدارات واما
نظائر الآفاق وما يوازيها فيقال لها المقنطرات ونظائر دوائر
الارتفاع فيقال لها السموت واما العنكبوت فيسطح عليه دائرة
البروج ونقط الكواكب ونقط اقسام البروج وقد قسمت هذا
الكتاب اثني عشر فصلا الفصل الاول في توطية مقدمات
يستعملها في عمل المقنطرات وسائر ما يتبعها الفصل الثاني في
تسطيح دائرة معدل النهار وما يوازيها في سطح الاسطرلاب
شماليا كان الاسطرلاب ام جنوبيا الفصل الثالث في تسطيح المقنطرات
شماليا كان الاسطرلاب ام جنوبيا على ان يكون سطح المقنطرات
كلها قطوعا ناقصة الفصل الرابع فيما يتشكل المقنطرات بقطوع
مكافئة او بقطوع ومعها خط مستقيم الفصل الخامس في توطية
مقدمات لعمل السموت الفصل السادس في تسطيح السموت

مخطوطة أحمد الثالث (3342/4) – الصفحة الأولى (76ظ)


موازيا لسطح الافق ولان قوس صمه تشبه قوس ركع والدائرة التي تمر
بقطبي الافق وبنقطة ح تمر ايضا بنقطة صكه فيلزم كما بينا قبل ان نقطة
ك تكون على سطح الاسطرلاب على سطح تلك الدائرة ولا نزال نعلل
هكذا من الجانبين فيكون كلها على سطح تلك الدائرة وان كانت نقطة
ع خارجة لحدث كلها قطوعا ناقصة وان كانت داخلة نقطة آ
تعين انواع القطوع كما بينا في اشكال المخروطات التي عملناها
للسموت فهذه جملة ما تبين الى هذا الوقت في هذا الباب
ولعله تنتهيا لي بعد هذا الفكر في غلوس هذه الاشياء التي
عملنها قبل على اني ضيعته جدا بعينه فان رحلت زمانا
ولاح لي منها شي اضفته الى جملة هذا الكتاب بمشيته
الله وعونه تم كتاب ابي حامد
الصاغاني في التسطيح التام
على نقطة ه وسط الراس الا اخرانه يقطع من خط نقت فنقطة هنالك
نقطة يقال لها نقطة الحمل ونخرج من نقطة الحمل خط يوازي اح ونعد
بلا عدد ونخرج خطوط سموت ساعات الحمل وسطران يقطع من هذا
الخط الذي ابعد باه بلا اقدر نحسب خطعم فهنالك نقطة الظل
الساعة للحمل اذا كان القياس بعد خط مكه حسب ارتفاع نصف
نهار الجدي فاما ساعات السرطان فهي مثل ساعات الجدي
والحمل وهو ان نخرج من نقطة ث خط يمر بالقسم الذي يعلم من قسم
نصف قوس نهار السرطان ونعد خط طوحتي يلتقيا فنعلم على الالتقاء
علامة وهي علامة الالتقاء نخرج من نقطة الالتقاء خط الى
نقطة ح طرف حسب ارتفاع نصف نهار السرطان وسطران يقطع
من الخط المخرج من الخط المخرج من نقطة القسم الذي هو يلي نقطة ث
الموازي لخط ث الموازي لخط ث طالعون نقطة السطح

مخطوطة أحمد الثالث (3342/4) – الصفحة الأخيرة (91و)

بسم الله الرحمن الرحيم وعليه نتوكل

كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الاسطرلاب على ان تتشكل فيه نقط وخطوط مستقيمة ودوائر وقطوع المخروطات التي تعرف بالمكافي والناقص والزايد. لخزانة مولانا الملك السيد الاجل شاهنشاه المنصور ولي النعم عضد الدولة وتاج الملة اطال الله بقاه وكبت حسدته واعداه وايد نصرته استخراج خادمه احمد بن محمد بن الحسين الصاغاني

قال ان الكرة تتسطح على سطحين احدهما ساكن وهو صفيحة الاسطرلاب والاخر متحرك وهو العنكبوت وما تتشكل على هذين من الكرة نقط وخطوط مستقيمة تتشكل اما دوائر واما قطوع المخروطات التي هي المكافي والزايد والناقص فاما كيف تتشكل دوائر فقد تكلم فيه جماعة واما كيف تتشكل هذه القطوع فلم يتكلم فيه احد وقد تم ذلك بسعادة جد مولانا الملك السيد الاجل شاهنشاه المنصور ولي النعم عضد الدولة وتاج الملة اطال الله بقاه وكبت حسدته واعداه وايده بنصره وابقاه بقا الدهر لخادمه احمد بن محمد بن الحسين الصاغاني في كتاب صناعة التسطيح فنسأل الله ان يديم ايام مولانا ويديم انعامه انه على ذلك قدير وصلى الله على محمد النبي واله وسلم تسليما ولما كانت الكرة تتسطح على سطحين احدهما تسمى صفيحة الاسطرلاب والاخر تسمى العنكبوت والتي تتشكل على الصفيحة هي نقط نظاير لنقط على الكرة وخطوط نظاير دايرة معدل النهار وما يوازيها ونظاير الافق وما يوازيها ونظاير دواير الارتفاع فاما نظاير دايرة معدل النهار وما يوازيها تسمى على سطح الاسطرلاب المدارات واما نظاير الافاق وما يوازيها فيقال لها على سطح الاسطرلاب المقنطرات ونظاير دواير الارتفاع يقال لها على سطح الاسطرلاب السموت فاما العنكبوت فتتسطح عليه دايرة البروج ونقط الكواكب ونقط اقسام البروج وقد ضمنت هذا الكتاب اثنى عشر فصلا

الفصل الاول في توطية مقدمات تستعملها في عمل المقنطرات وساير ما يتبعها الفصل الثاني في تسطيح دايرة معدل النهار وما يوازيها في سطح الاسطرلاب شماليا كان الاسطرلاب ام جنوبيا الفصل الثالث في تسطيح المقنطرات شماليا كان الاسطرلاب ام جنوبيا على ان يكون تسطيح المقنطرات كلها قطوعا ناقصة الفصل الرابع فيما تتشكل المقنطرات بقطوع مختلفة او بقطوع معها خط مستقيم الفصل الخامس في توطية مقدمات لعمل السموت الفصل السادس في تسطيح السموت الفصل السابع في تسطيح العنكبوت وما يستعمل فيه السموت الفصل الثامن في تسطيح العنكبوت بوجه اخر من غير استعمال السموت الفصل التاسع في عمل العنكبوت بوجه اخر الفصل العاشر في توطية مقدمات لعمل الخطوط على سطح الاسطرلاب بطريق صناعي الفصل الحادي عشر في عمل المقنطرات على سبيل صناعي الفصل الثاني عشر في عمل السموت من غير ذكر القطوع بها فهذه هي جملة هذا الكتاب ونسأل الله المعونة على بلوغ الغاية انه على كل شي قدير وصلى الله على محمد النبي واله وسلم تسليما

الفصل الاول في توطية مقدمات لعمل المقنطرات والسموت اذا كانت كرة اعظم داירة عليها دايرة ا ح د ومركزها ه ...

مخطوطة بنكيبور (2468/39)- الصفحة الأولى (267و)


... ولاح
في ... هذا
الكتاب ... لله الحمد والشكر
وصلى الله على خير خلقه
محمد وآله الطاهرين
وفرغت من تعليقه بالموصل
في المحرم سنة ٦٣٢

بسم الله الرحمن الرحيم وبه التوفيق
رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي
في الشكل القطاع

عمر الله بك مواطن الحكمة وسهل لك طرق الإصابة وجنبك موارد التحير ووقاك مصارع الشبهة وبصرك مواقع رشدك وأنار لك سبل حظك ولا وكلك إلى نفسك. قد كنت أيدك الله [illegible] منذ حين أنشأ مقالة في استخراج جيوب قسي الكرة على الشروح والمذهب الذي رسمه بطلميوس في كتاب المجسطي ووعدتك الإجابة إلى ملتمسك ولم يكن تأخيري لذلك إلى وقتي هذا [illegible] عن تبليغك إتمام غرضك ولا استهانة مني بقدرك [illegible]

مخطوطة بنكيبور (2468/39)– الصفحة الأخيرة (276ظ)

كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب

لأبي حامد أحمد بن محمد بن الحسين الصاغاني (ت 990/308)

// (أ:76ظ ، ب:267و) بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب، على أنْ تُشَكَّلَ فيه نقطٌ وخطوطٌ مستقيمةٌ ودوائر وقطوع المخروط، التي تُعرَف بالمكافئ والزائد والناقص[1]، لخزانة مولانا الملك السَّيِّد الأجل شَاهَنْشَاه المنصور، ولِيِّ النِّعَم، عَضُد الدولة وتاج المِلَّةِ، أطال الله بقاءه، وكَبَت حَسَدَتَهُ وأعداءه وأيَّدَ نَصْرَه[2]. استخراج خادمه أحمد بن محمد بن الحسين الصاغاني[3].

قال إنَّ الكرة تَتَسطح على سطحين أحدهما ساكنٌ، وهو صفيحة الأسطُرلاب، والآخر متحركٌ، وهو العنكبوت، وما يَتَشكَّل على هذين من الكرة نقطٌ وخطوطٌ مستقيمةٌ وغير مستقيمةٍ[4].

وغيرُ المستقيمة[5]، تَتَشكَّل إمَّا دوائرَ، وإمّا قطوعَ المخروط، التي هي المكافئ والزائد والناقص. فأمَّا كيف تتشكل دوائر، فقد تَكَلَّم فيه جماعةٌ. وأمَّا كيف تتشكل هذه القطوع، فلم يَتَكلَّم فيه أحد. وقد تَمّ ذلك بسعادة جِدِّ مولانا الملك السيد الأجل شَاهَنْشَاه المنصور، ولِيِّ النِّعَم، عَضُد الدولة وتاج المِلَّة، أطال الله بقاءه، وكبَتَ حَسَدته وأعداءه، وأيّدَه بنصرِه وأبقاه بقاء الدَّهرِ، لخادِمه أحمد بن محمد بن الحسين الصاغاني[6]، وكَمَّلْتُ صناعة التسطيح. فنسأل الله أنْ يَمُدَّ أيَّام مولانا ويُدِيمَ أنعامه، إنَّهُ على ذلك قدير، وصلَّى الله على محمدٍ النبي وآله وسلِّم تسلِيما[7].

فنقول[8]: ولمَّا[9] كانت الكرة تتسطح على سطحين، أحدهما يُسمَّى صفيحة الأسطُرلاب، والآخر يُسمى العَنكبُوت، والتي تَتَشكل على الصفيحة هي نقطٍ نظائر لنقطٍ على الكرة، وخطوطٍ نظائر دائرة مُعدَّل النهار

---

[1] – والزائد والناقص: والناقص والزائد (ب).

[2] – الملك السيد الأجل شاهنشاه ... وأيّد نصره: عضد الدولة (أ).

[3] – الصاغاني: الصاغاني (أ)، ومطموسة في (ب).

[4] – وغير مستقيمة: سقطت من (ب).

[5] – ، وغير المستقيمة: والغير المستقيمة (أ)، وسقطت من (ب).

[6] – جِدّ مولانا ... لخادمه أحمد بن محمد بن الحسين الصاغاني: مولانا لخادمه (أ).

[7] – فنسأل الله ... وسلّم تسليما: فنسأ الله الإتمام (أ).

[8] – فنقول: سقطت من (ب).

[9] – ولمّا: لما (أ).

وما يُوازيها، ونظائر الآفاق[10] وما يُوازيها، ونظائر دوائر الارتفاع.

فأمَّا نظائر دائرة مُعدَّل النهار وما يُوازيها[11]، فتُسمَّى على سطح الأسطرلاب المَدَارات، وأمَّا نظائر الآفاق وما يُوازيها فيقال لها على سطح الأسطرلاب المُقَنطرات، ونظائر دوائر الارتفاع يُقال لها على سطح الأسطُرلاب السُّمُوت[12].

وأمَّا[13] العنكبوت فتَتَسطح عليه دائرة البُروج، ونُقطُ الكواكب، ونُقطُ أقسام البُروج.

وقد قَسَّمتُ هذا الكتاب إثني عشر فصلاً.

الفصل الأول: في توطئة مُقدِّماتٍ نَستعمِلُها في عمل المُقنطَرات، وسائر ما يَتبعُها.

الفصل الثاني: في تسطيح دائرة معدل النهار وما يوازيها في سطح الأسطرلاب، شماليًا كان الأسطرلاب أم جنوبيًا.

الفصل الثالث: في تسطيح المُقنطَرات، شماليًا كان الأسطرلاب أم جنوبيًا، على أن يكون تسطيح[14] المُقنطَرات كلها قطوعًا ناقصةً.

الفصل الرابع: فيما تَتَشكَّل المُقنطرات بقطوعٍ مُختلفةٍ، أو بقطوعٍ معها خطٌ مستقيم.

الفصل الخامس: في توطئة مقدِّمات لعمل السُّمُوت[15].

الفصل السادس: في تسطيح السُّمُوت.

// (أ:77و) الفصل السابع: في تسطيح العنكبوت، ونَستَعمل فيه السُّمُوت.

الفصل الثامن: في تسطيح العنكبوت بوجهٍ آخر، من غير استعمال السُّمُوت.

الفصل التاسع: في عمل العنكبوت بوجهٍ سهل.

الفصل العاشر: في توطئة مقدِّماتٍ لعمل الخطوط على سطح الأسطرلاب بطريقٍ صناعي.

الفصل الحادي عشر: في عمل المُقنطَرات على سبيلٍ صناعي.

الفصل الثاني عشر: في عمل السُّمُوت من[16] غير ذكر القطوع.

فهذه هي جُمَل هذا الكتاب ونسأل الله المَعُونَة على بُلُوغ الغاية، إنَّهُ على كل شَيءٍ قدير، وصلَّى الله على محمدٍ النبي وآله وسَلِّم تسليما[17].

---

[10] – الآفاق: الأفق (ب).

[11] – ونظائر الأفق وما ... دائرة معدل النهار وما يوازيها: الجملة ساقطة من (أ).

[12] – على سطح الأسطُرلاب: الجملة ساقطة من (أ).

[13] – وأما: فأما (ب).

[14] – تسطيح: سطح (أ).

[15] – السُّمُوت: السَّمْت (أ)، (ب).

[16] – من: سقطت من (أ).

[17] – وصلى الله على محمد النبي وآله وسلم تسليما: سقطت من (أ).

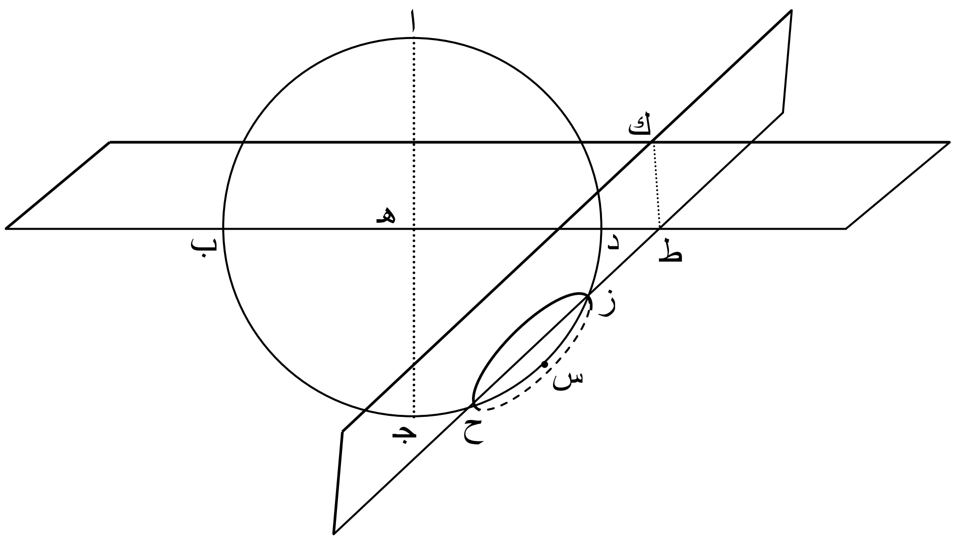
الفصل الأول

في توطئة مُقدِّمات لعمل المُقنطَرات والسُّمُوت

< التوطئة أ >:

إذا كانت كرةٌ أعظم دائرة عليها دائرة ا ب جـ د ، ومركزها هـ ،// (ب:267ظ) وقطرَا ا جـ ، ب د يتقاطعان على زوايا قائمة؛ وليكن سطحٌ قائمٌ[18] على سطح دائرة ا ب جـ د على زوايا قائمة، والفصل المشترك بينهما خط ب د . ولتكن على الكرة دوائر على قطبٍ واحدٍ، وهو[19] نقطة س ، ولتكن واحدة منها التي قطرها ز ح[20] ، وقد قَطَعَ سطح تلك الدائرة، السطح[21] الذي هو قائمٌ على سطح دائرة ا ب جـ د ، الذي[22] الفصل المشترك بينهما ب د[23] ، وصار ط ك الفصل المشترك بينهما.

فأقول: إنَّ ط ك عمودٌ على ط ح .



الشكل:1- أ

[18] – سطح قائم: سطحا قائما (ب).

[19] – هو: سقطت من (ب).

[20] – ز ح: ح ز (أ).

[21] – السطح: سقطت من (أ).

[22] – الذي: التي (أ).

[23] – ب د: د ب (ب).

< البرهان >:

برهان ذلك[24]، إنَّ دائرة ا ب جـ د تمرُّ بقطب س ، فسطح الدائرة التي قطرها ز ح ، قائمٌ على السطح الذي عليه دائرة ا ب جـ د ، على زوايا قائمة؛ وكذلك السطح الذي هو قائمٌ على ذلك السطح على خط ب د . فالفصل المشترك بينهما هو عمود على سطح دائرة[25] ا ب جـ د ، فخط ط ك عمود على سطح دائرة ا ب جـ د ؛ فهو عمودٌ على كل خطٍ يَخرُج من نقطة ط ، ويكون على سطح دائرة ا ب جـ د . وخط ط ح على سطح دائرة ا ب جـ د ، فخط ط ك إذن[26] عمودٌ على خط ط ح ، وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن.

< التوطئة ب >[27]:

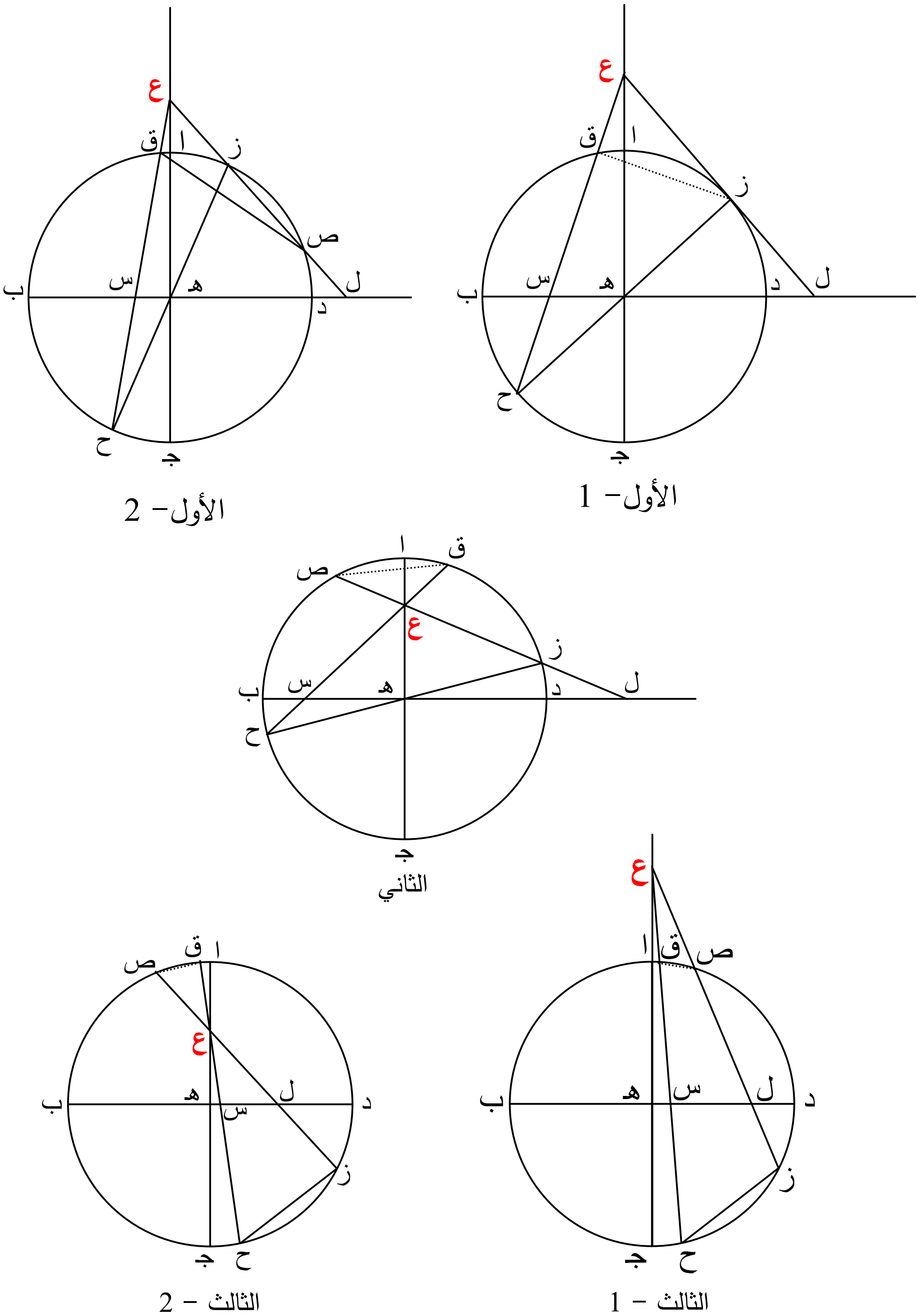
< لتكن > دائرة ا ب جـ د ، على مركز هـ ، وقُطرَا ا جـ ، ب د يتقاطعان على زوايا قائمة؛ وليكن ز ح في الشكل الأول والثاني قُطرُ الدائرة، وفي الثالث ز ح موازيًا للقطر[28]، ونُخْرِج ا جـ[29] في الجهتين، ونُعَلِّم[30] نقطة ع إمَّا خارج ا ، وإمَّا خارج جـ ، وإمّا فيما بين ا ، هـ ، وإمّا فيما بين[31] جـ ، هـ ، وتكون بحيث إذا وُصِّلَ < بينها و> بين كل واحدةٍ من [هما] // (أ:77ظ) [وبين] نقطتي ز ، ح بخطين مستقيمين، يقعان[32] على ب د . ونَصِل في الأشكال كُلِّها ع ز ، ع ح .
فأقول: إنَّ مثلث ع ز ح ليس يُشبِه مثلث ع س ل.

< البرهان >:

برهان ذلك[33]،أنَّا نَصِل ص ق في الأشكال كلِّها، إنْ كان ع ز ، أو ع ح قاطعًا للدائرة؛ وإنْ لم يكن قاطعًا، أعني أنْ يَتَّفِقَ أنْ يكون أحدهما مماسًا للدائرة مثل ع ز يُمَاس الدائرة على ز ، أو ع ح يُمَاس الدائرة على ح ، فنصل حينئذ بين نقطتي ز ق ، أو ح ص[34]، فمثلث ع ص ق ، أو

[24] – برهان ذلك: برهانه (أ).
[25] – دائرة: سقطت من (أ).
[26] – إذن: إذًا (أ). وهكذا فيما بعد.
[27] – ب: في الهامش (أ)، وفوق السطر من (ب).
[28] – ز ح موازيًا للقطر: موازيًا لقطر ز ح (أ)، (ب).
[29] – ا جـ: ا د (ب).
[30] – ونعلّم: ونتعلّم (أ)، (ب).
[31] – ا ، هـ ، وإمّا فيما بين: سقطت من (أ).
[32] – يقعا: يتقاطعان (أ).
[33] – برهان ذلك: برهانه (أ). الشكل (الثالث – 1) غير موجود في المخطوط.
[34] – ح ص: ص ق (أ)؛ ح ق (ب).

ع ز ق ، < أو ع ح ص >، يشبه مثلث ع ز ح في جميع الأشكال؛ وليس مثلث ع ص ق شبيهًا بمثلث ع ل س ، فمثلث ع ل س غير شبيهٍ بمثلث ع ز ح ، وذلك ما أردنا أنْ نُبيِّن.



الشكل: 1 – ب

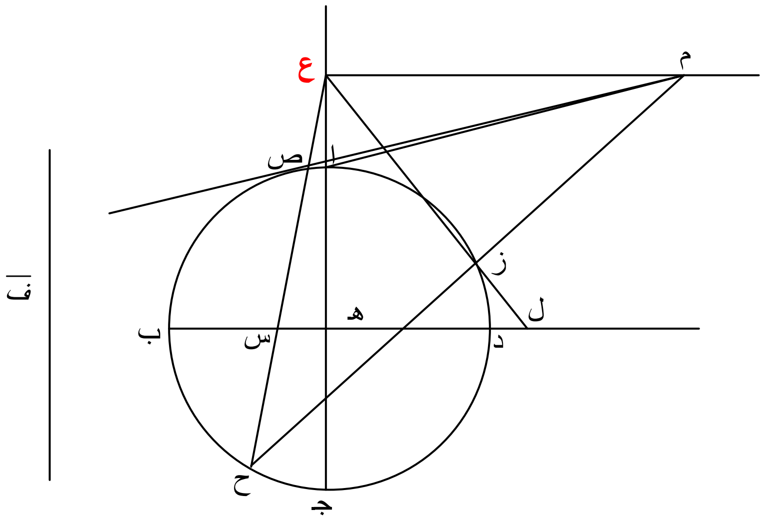
< التوطئة جـ >[35] :

لتكن دائرة ا ب جـ د ، على مركز هـ ، وقُطرَا ا جـ ، ب د يتقاطعان على زوايا قائمة؛ ولتكن نقطة ع // (ب:268و) إما خارجة نقطة ا ، وإمّا خارجة نقطة جـ ، ولتكن على ا جـ ؛ وليكن وتر ز ح[36] في الدائرة، وَوُصِّل ع ز ل ، ع س ح ؛ وأخرج م ع يوازي ب د ، وأُخْرِج ز ح إلى أن لَقِيَهُ على نقطة م ؛ وجُعِلَت[37] نسبة مُربَّع م ع، إلى ضرب م ح في م ز، مثل نسبة[38] ل س ، إلى < خط > ف.

فأقول: إنَّ[39] خَطَّ ف أطول من ل س.

< البرهان >:

برهان ذلك[40]، أنَّا نصل ا م ، فلأنَّ زاوية م ع هـ قائمةٌ، تكون زاوية م ا هـ منفرجة؛ فنحن إذا أَخْرَجْنا من نقطة م خطًا مَمَاسًا[41] للدائرة، يلقى الدائرة على ص ؛ فيكون ضرب م ح في م ز ، مثل مُربَّع م ص ؛ و م ص أطول من م ع . فضرب م ح في م ز أعظم من مُربَّع م ع . وكانت نسبة مُربَّع م ع إلى ضرب م ح في م ز مثل نسبة خط ل س إلى خط[42] ف ؛ فخط ف إذن أطول من خط س ل . وذلك ما أردنا أن نُبَيِّن // (أ:78و).



الشكل: 1- جـ

[35] – جـ: في الهامش (أ).

[36] – ز ح: ز جـ (ب).

[37] – وجُعِلَت: زاد الناسخ بعدها " نقطة م " ثم شطب عليها (أ).

[38] – نسبة: سقطت من (ب).

[39] – إنَّ: سقطت من (ب).

[40] – برهان ذلك: برهانه (أ).

[41] – مماسًا: مماس (أ).

[42] – خط: سقطت من (ب).

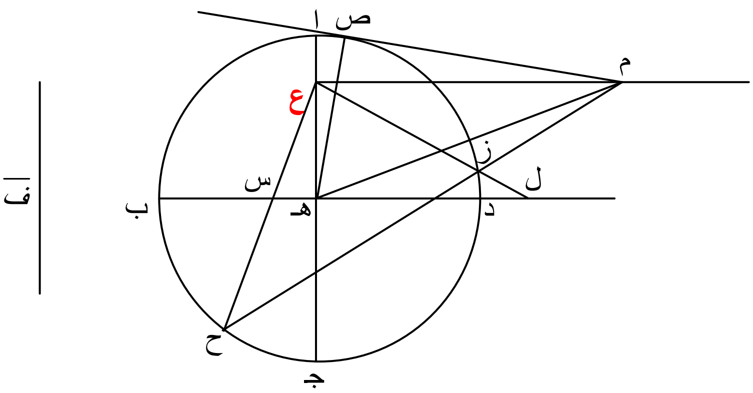
< التوطئة د >[43] :

نعيد الشكل، ولتكن نقطة ع إمَّا فيما بين نقطتي جـ ، هـ وإمَّا فيما بين نقطتي ا ، هـ . وليكن وتر ز ح . ونُخْرِج خطَّي ع ز ل ، ع س ح ، ونُخْرج ع م يوازي ب د ؛ ونَجْعَل نسبة مُربَّع ع م إلى ضرب م ح في م ز ، كنسبة ل س إلى خط[44] ف .

فأقول: إنَّ خط ف أقصر من ل س .

< البرهان >:

برهان ذلك[45]، أنَّا إذا أخْرَجْنا من نقطة م ، خطًّا يُمَاس دائرة ا ب جـ د ، يقع مثل م ص ، ونصل هـ ص[46] . فَبَيِّنٌ[47] أنَّ مجموع مُربَّعَي م ص ، ص هـ ، مثل مجموع مُربَّعَي م ع ، هـ ع . و ص هـ أطول من ع هـ ، فيبقى مربّع م ع[48] أعظم من مربّع م ص ؛ فإذن مربّع م ع أعظم من ضرب م ح في م ز . فإذن < خط > ل س أطول من < خط > ف ، وذلك ما أردنا أنْ نُبيِّن.



الشكل: 1– د

ونحن نُسَمِّي، بعد هذا. نقطة ع ، أو ما يقوم مقامها، قُطْبَ التسطيح.

---

[43] – د: سقط من (أ).

[44] – خط: سقطت من (أ).

[45] – برهان ذلك: برهانه (أ).

[46] – هـ ص: ع ص (أ).

[47] – فبيّن: فتبين (ب).

[48] – و ص هـ أطول من ع هـ ، فيبقى مربّع م ع: الجملة ساقطة من (ب).

الفصل الثاني

في تسطيح دائرة معدل النهار والدوائر الموازية لها في سطح الأسطرلاب شماليًا كان الأسطرلاب أم جنوبيًا

فنقول: إنَّ دائرة معدل النهار وجميع الدوائر الموازية لها، تَتَشكَّل في سطح الأسطرلاب إذا شُكِّلَت، دوائر ضرورة، أو خطًا مستقيمًا[49]؛ ويمكن أنْ يقع مدار الجدي أو السرطان في الأسطرلاب، شماليًا كان الأسطرلاب[50] أمْ جنوبيًا، أصغر من مدار الحمل وأعظم. أمَّا في الشمالي، فيمكن أنْ يقع مدار الجدي أصغر من مدار الحمل، ويمكن أنْ لا يقع البَتَّة. وأمّا في الجنوبي، فيمكن أنْ يقع مدار السرطان أصغر من مدار الحمل، ويمكن أنْ لا يقع البَتَّة، وكذلك الكلام في أي مدارٍ كان. ويُمكِن[51] أنْ يكون مدار الحمل هو[52] مدار الجدي، أو السرطان.

< البرهان >:

فنفرض لبَيَان ذلك، دائرة ا ب جـ د أعظم دائرةٍ على الكرة، وليكن محور الكرة خط ا جـ ، وليكن قطر ب د < قائمًا > عليه على زوايا قائمة. وليكن ب د قطر دائرة مُعدَّل النهار، ولنفرض نقطة ا القطب الجنوبي، ونقطة جـ القطب الشمالي، وليكن خَطَّا ح ي ، ك ز ، قُطري دائرتين من الدوائر الموازية لمُعدَّل النهار، ولنفرضهما مثلاً للجدي والسرطان.

فأقول[53]: أَنَّه يُمكن أنْ يَتَشكل ح ي في سطح الأسطرلاب الشمالي[54]، أعظم من// (أ:78ظ) مدار // (ب:268ظ) الحمل وأصغر، وأنْ لا يقع البتة. وفي الجنوبي، يقع[55] ز ك أصغر من مدار الحمل < وأعظم >، وأنْ لا يقع البَتَّة. و< يمكن > أنْ يقع[56] مدار الحمل والجدي، أو مدار الحمل والسرطان واحدًا.

[49] – خطًا مستقيمًا: خطٌ مستقيم.
[50] – الأسطُرلاب: سقطت من (أ).
[51] – ويمكن: يمكن (ب).
[52] – هو: هي (ب).
[53] – فأقول: وأقول (أ).
[54] – الأسطرلاب الشمالي : زاد بعدها الناسخ " أو الجنوبي" (ب).
[55] – يقع: ساقطة في (أ).
[56] – مدار الحمل وأن لا يقع البتة، وأن يقع: الجملة ساقطة من (أ).

< أ >: فَلِنُخْرِج ز ح . فهو عمودٌ على ب د ، ونُعَلِّم[57] نقطةً فيما بين[58] نقطتي د ، ط ، وهي[59] نقطة م ؛ ونصل م ح ، فلا بد من أنْ يلقى هـ ا [60] إذا أُخْرِجَا على استقامةٍ، فيلقاه على نقطة ع .

فنحن إذا جَعَلنَا نقطة ع قطب التسطيح، ويكون[61] السطح الذي عليه دائرة ا ب جـ د سطح الأسطرلاب، وتَوَهَّمنَا خط ع ح م دار حول دائرة الجدي، إلى أنْ يبلغ إلى نقطة ح ثانيةً، فيُحدِث مخروطًا[62] رأسه نقطة ع ، وقاعدته دائرة الجدي؛ وإذا تَوَهَّمنَا سطحًا قائمًا على سطح الأسطرلاب على خط ب د ، فذلك السطح يقطع المخروط[63]، بسطحٍ موازٍ لسطح دائرة الجدي، فالفصل[64] المشترك بينهما دائرةٌ، نصف قطرها هـ م ، كما بَيَّن **أبلونيوس** في الشكل الرابع [65] من المقالة الأولى من ***كتاب المخروطات***، وتلك الدائرة هي[66] تسطيح دائرة الجدي. ويكون مدار الحمل على سطح الأسطرلاب دائرة ا ب جـ د ، وتسطيح[67] الأسطرلاب من جميع[68] النقط التي تكون فيما بين نقطتي ا ، هـ أو خارجة نقطة ا شماليًا، فمدار الجدي أصغر من مدار الحمل.

< ب >:– فإنْ وُصِّلَ بين نقطتي د ، ح ، أو د ، ز وأُخْرِجَ، لقي ا جـ على ع ؛ فيكون تسطيح دائرة الجدي والحمل على الأسطُرلاب واحدًا في الأسطرلاب الشمالي، وكذلك في الجنوبي مدار الحمل والسرطان < واحدًا >.

---

[57] – ونُعلِّم: ونتعلم. وهي هكذا فيما بعد (أ)، (ب).

[58] – بين: سقطت من (أ).

[59] – وهي: وهو (أ).

[60] – يلقى هـ ا : يلقاها (ب).

[61] – ويكون: فيكون (ب).

[62] – فيحدث مخروطًا: ويحدث مخروط (ب).

[63] – يقطع المخروط: يقطعه (أ).

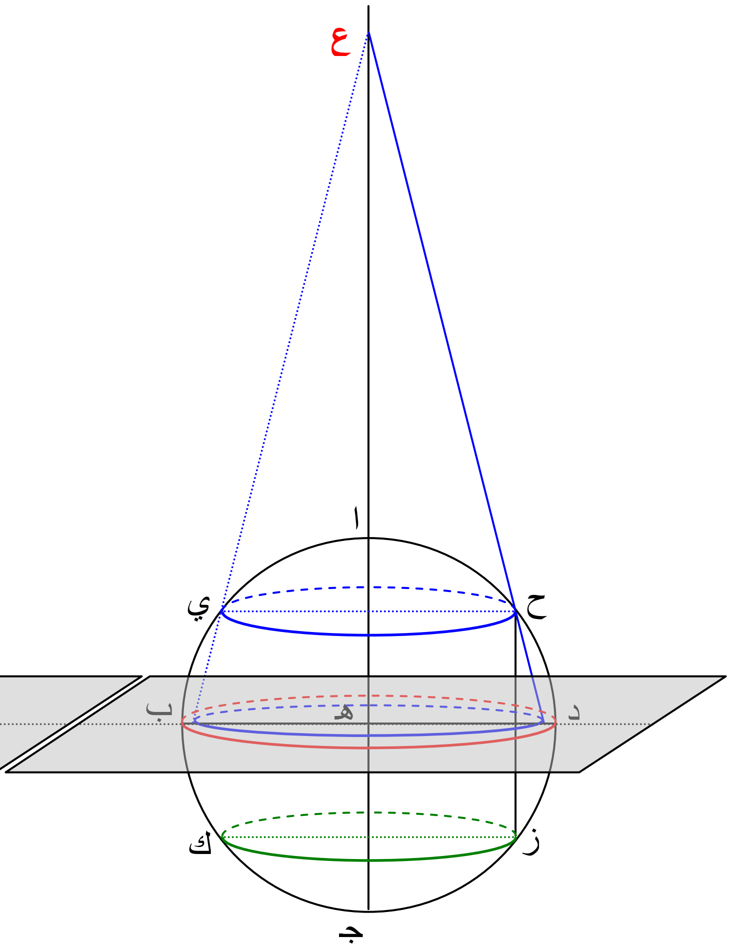
[64] – فالفصل: والفصل (أ).

[65] – الشكل الرابع: شكل الخامس (ب).

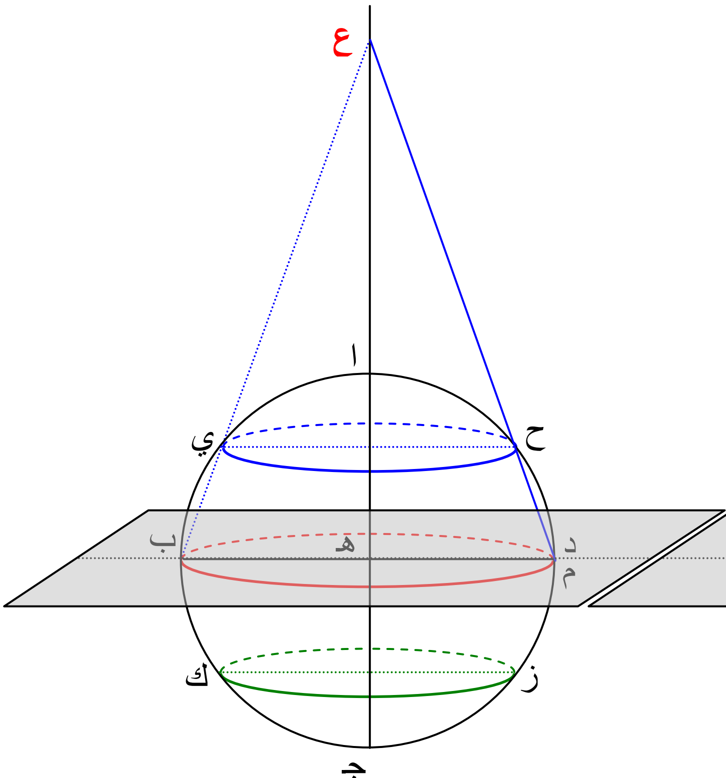
[66] – هي: سقطت من (ب).

[67] – وتسطيح: وسطح (أ).

[68] – من جميع: لجميع (أ)، (ب).



الشكل: 2 – أ



الشكل: 2 – ب

> **جـ** >:- فإنْ جُعِلَتْ نقطة م خارجةً عن[69] نقطة د ، وَوُصِّلَ بينها[70] وبين نقطة ح ، حينئذ يكون ملتقى[71] الخطين > م ح ، هـ ا > قطب التسطيح > ع > ، ويقع مدار[72] > الجدي > خارج > مدار الحمل في الشمالي >. وعلى هذه السبيل نُبَيِّنَ أنَّ دائرة السرطان، تقع في الجنوبي [داخل] > خارج > مدار الحمل.

> **د** >:- فأمَّا إنْ فرضنا قطب التسطيح نقطة ف ، أو نقطة س . فلا يقع أحد المدارين على سطح الأسطرلاب، أمَّا في الشمالي فمدار الجدي، وأمَّا في // (أ:79و) الجنوبي فمدار السرطان.

69 – عن: من (أ).

70 – بينها: بينهما (أ).

71 – ملتقى: ملتقا (أ).

72 – مدار: المدار (أ)، (ب).

< **هـ** >:– فإنْ جُعِلَ قطب التسطيح فيما بين نقطتي ا ، ف أو س ، جـ . فيقع مدار الجدي خارج مدار الحمل، ومدار السرطان داخله[73] في الشمالي، وفي الجنوبي بعكس ذلك.

< **و** >:– وإنْ جُعِلَ قطب التسطيح فيما بين نقطتي هـ ، ف أو س ، هـ . فيجوز[74] أنْ يقع مدار الجدي خارجًا[75] في الشمالي، ويجوز[76] أنْ يقع داخلاً[77]، ويجوز أنْ يكون هو مدار الحمل. فليكن مثلاً نقطة ل ، ونصل ل ح ، فهو يلقى ب د ضرورة، إمَّا داخل نقطة ب وإمَّا خارجها[78]، وإمَّا يمُرُّ عند نقطة[79] ب . وإنْ فُرِضَ ح ي ، أو ك ز ، قطر دائرة أخرى، غير[80] الجدي أو السرطان، فالأحوال هي هذه سواء.

< **ز** >:– وأمَّا إنْ جُعِلَ قطب التسطيح نقطة هـ ، فلا يتسطح شيء من الدوائر الموازية، سوى دائرة مُعَدَّل النهار، فإنها تتسطح خطًا مستقيمًا[81]. لأن المخروطات التي تكون[82] قواعدها الدوائر الموازية لمعدل النهار، ورأسها نقطة هـ ، لا يقطعها السطح القائم البَتَّة، فلذلك لا يتسطح منها شيء البَتَّة. وقد قلنا وأوردنا جميع ما يمكن أنْ يُقال، في تسطيح الدوائر الموازية لمُعدَّل النهار، وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن.

ونحن نُسمِّي السطح القائم على سطح دائرة ا ب جـ د ، المار بخط ب د ، سطح التسطيح[83].

---

[73] – داخله: داخل (أ)، (ب).

[74] – فيجوز: ويجوز (أ)؛ يجوز (ب).

[75] – خارجًا: خارج (أ)، (ب).

[76] – أن يقع مدار الجدي خارج في الشمالي ويجوز: الجملة ساقطة من (ب).

[77] – داخلاً: داخل (أ)، (ب).

[78] – خارجها: خارج (أ)، (ب).

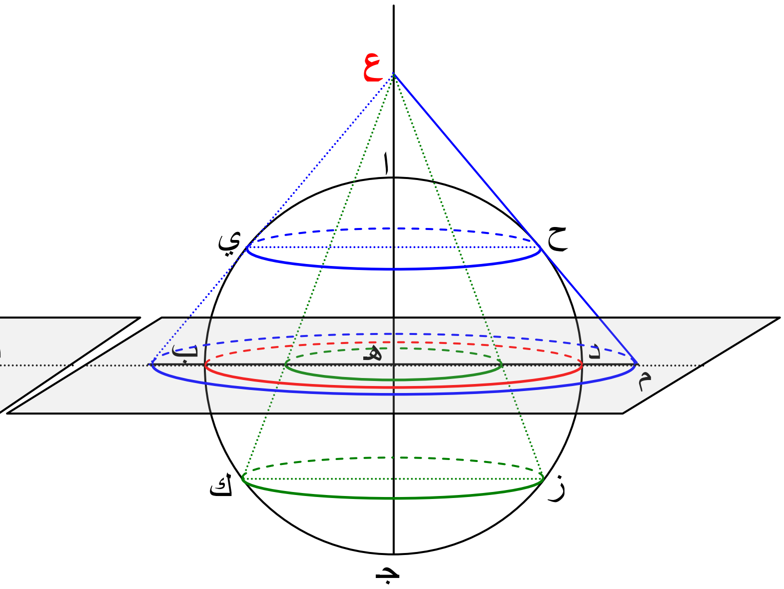
[79] – يمر عند نقطة: تمر بنقطة (أ).

[80] – غير: على (ب).

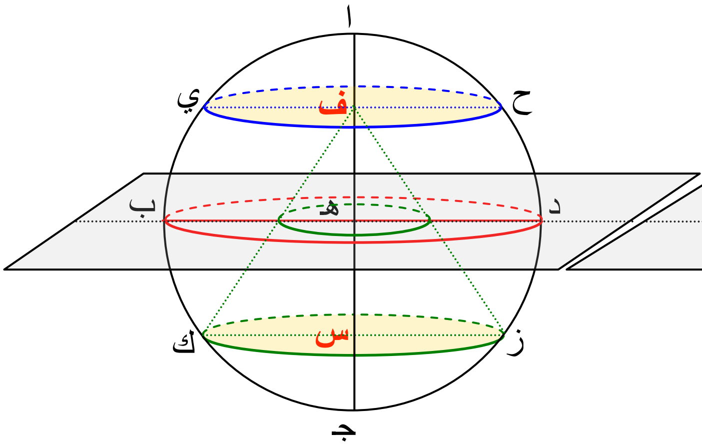
[81] – خطًا مستقيمًا: خط مستقيم (ب).

[82] – تكون: سقطت من (أ).

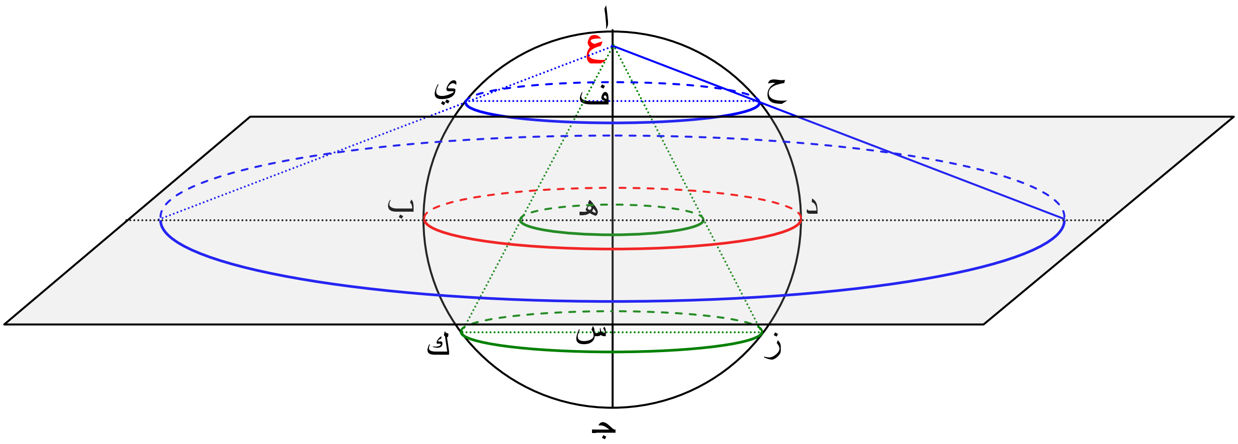
[83] – ونحن نسمّي السطح القائم على سطح دائرة ا ب جـ د المار بخط ب د سطح التسطيح: سقطت الجملة من (أ).



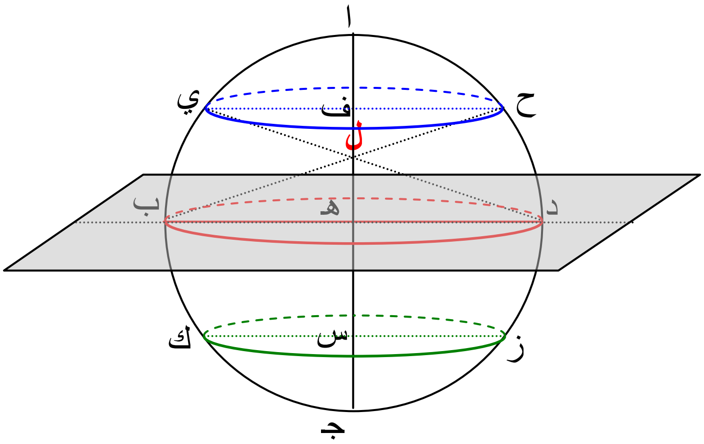
الشكل: 2 – جـ



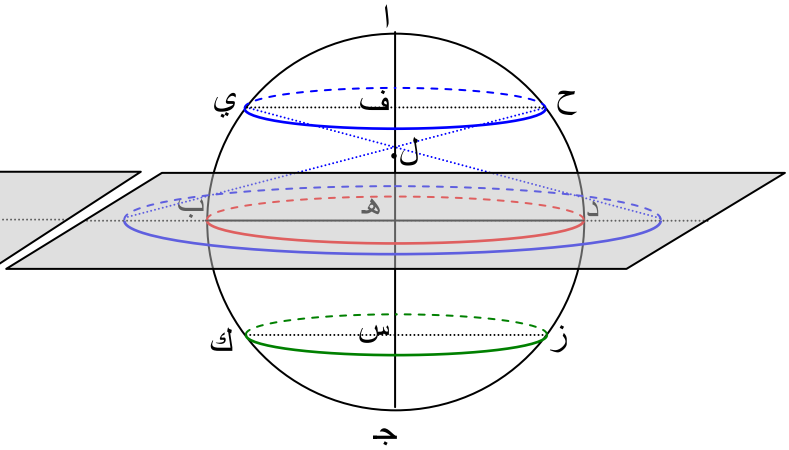
الشكل: 2 – د



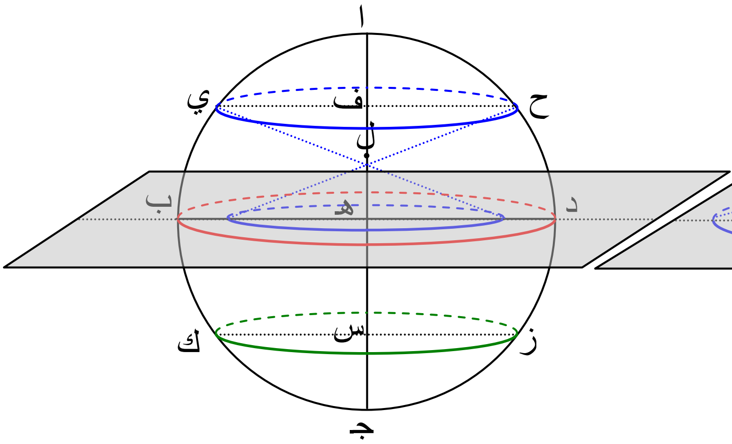
الشكل: 2 – هـ



الشكل: 2 – و – 1



الشكل: 2 – و– 2



الشكل: 2 – و– 3

الفصل الثالث

في تسطيح المُقَنطَرات شماليًا كان الأسطرلاب أم جنوبيًا على أن تتشكل المُقَنطرات كلها قطوعًا ناقصةً

فمِن بعد ما بَيَّنَّا هذه الأشياء، نريد الآن أنْ نُبَيِّن كيف// (ب:269و) نرسم على سطح الأسطرلاب دوائر[84] المُقَنطَرات، شماليًا كان الأسطرلاب أم جنوبيًا، وتكون جميع المُقنطَرات قطوعًا ناقصةً.

وذلك أنَّه يمكن أنْ[85] تَتَشَكَّل على سطح الأسطرلاب دائرة الأُفُق وما يُوازيها لعرضٍ واحد بجميع القطوع، أعني المكافئ والزائد والناقص وخط مستقيم؛ ويمكن أنْ تكون كلّها قطوعًا ناقصةً. أمَّا في الشمالي، فيقع قطعٌ واحدٌ مكافئ فقط، ولا يقع خطٌ مستقيم. فإنْ كان ذلك المكافئ في الأُفُق، فيكون الباقي ضرورةً قطوعًا ناقصةً؛ وإنْ كان المكافئ[86] مُقنطرة أخرى، فجميع ما بين [كل] تلك[87] المُقنطرة والأُفُق قُطوعًا زائدةً، ومنها[88] إلى تمام التسعين، قطوعًا ناقصةً.

وأمَّا في الجنوبي، فيمكن أنْ يقع قطعان مكافئان فقط، وخطٌ مستقيم فقط. ونحن نُفْرِدُ لِمَا يَتَشَكَّل

---

[84] – دوائر: دائرة (أ).

[85] – أن: سقطت من (ب).

[86] – المكافئ: الباقي (ب).

[87] – تلك: سقطت من (ب)

[88] – ومنها: ومنهما (أ).

بجميع هذه الأحوال // (أ:79ظ) فصلاً على حِدَه، ونُقَدِّم هذا الفصل، أعني الذي يقع كلُّها قطوعًا[89] ناقصة.

فليكن سطح الأسطُرلاب الذي عليه دائرة ا ب جـ د ، وليكن قُطرَا ا جـ ، ب د ، يتقاطعان على زوايا قائمة، ولنفرض نقطة ا القطب الجنوبي[90]، ونقطة جـ القطب الشمالي[91]، ومحور الكرة ا جـ[92] ، ولتكن نقطة ف قطب الأفُق وما يوازيها لعرضٍ مفروض. ولتكن الدائرة التي نريد أنْ نُسَطِّحها على سطح الأسطُرلاب من الكرة، الدائرة التي قطرها ز ح . وليكن ز ح في الشكل الأول قُطر الأفُق، وفي الثاني يوازي قُطر الأفُق، وفي الثالث إمَّا قُطر الأفُق و[93]إمَّا ما يوازيه. ونريد أنْ نُسطِّح على سطح الأسطُرلاب هذه الدائرة[94]، قطعًا ناقصًا.

فَنُخْرِجِ[95] في الشكل الأوَّل ز ق[96] يوازي ب د ، ونُعَلِّم نقطة ع ، في الشكل الأوَّل فيما بين نقطتي ق[97] ، ا ، وفي الثاني خارجة[98] من نقطة ا ، وفي الثالث خارجة[99] من نقطة جـ . ونصل في جميع الأشكال خطي ع ز ، ع ح . فيَمُرَّان من خط ب د، في جميع الأشكال، على نقطتي ط ، ك . ونُخْرِج من نقطة ع خطَّ ع م يوازي ب د ، فلا بُدَّ من[100] أنْ يلق[101] ز ح . فيلقاه على م . ونَجعَل نسبة مربع م ع إلى ضرب م ح في م ز مثل نسبة خط ط ك إلى خط س. ونجعل قطعًا ناقصًا[102] سهمه ك ط وضلعه القائم خط س، كما بَيَّنَ **أبلونيوس** في الشكل السادس والخمسين[103]، من المقالة الأُولى من ***كتاب المخروطات***. وليكن ذلك القطع ك ص ط ن .

فأقول: إنَّ قَطعَ ك ص ط ن ، الناقص، هو تسطيح الدائرة التي قُطرها ز ح .

---

[89] – قطوعًا: قطوع (ب).

[90] – الجنوبي: الشمالي (أ)، (ب).

[91] – الشمالي: الجنوبي (أ)، (ب).

[92] – ا جـ: أ ب (ب).

[93] – و: أو (أ).

[94] – هذه الدائرة: في هذه الدائرة (أ).

[95] – فنخرج: نخرج (ب).

[96] – ز ق: ز و (ب).

[97] – ق: و (ب).

[98] – خارجة: فخارجة (ب).

[99] – خارجة: فخارجة (ب).

[100] – من: سقطت في (أ).

[101] – يلق: يلقى (أ)، (ب).

[102] – قطعًا ناقصًا: قطعان ناقصان (أ)، وزاد الناسخ "فيكون".

[103] – السادس والخمسين: الخامس والخمسين (أ)، الشكل الستين (ب).

< البرهان >:

برهان ذلك[104]، أنَّا إنْ تَوَهَّمنَا // (أ:80و) مخروطًا رأسه نقطة ع ، وقاعدته الدائرة التي قطرها ز ح ، يقطعه سطح دائرة ا ب جـ د ، ويَمُرُّ بسهمه، فيكون[105] الفصل المشترك بينهما، < مثلث > ع ز ح . فنحن إذَا تَوهَّمنا سطحًا قائمًا على سطح دائرة ا ب جـ د على زوايا قائمة، ويكون الفصل المشترك بينهما[106] < خط > ب د ، أعني السطح الذي سَمَّينَاه سطح التسطيح، يقطع ذلك السطح[107] المخروط، ويكون الفصل المشترك بين ذلك السطح[108]، وبين < سطح > الدائرة التي قطرها ز ح ، خط[109] يكون عمودًا على خط ح ز م . ولأنَّ مثلث ع ط ك ليس يشبه مثلث ع ز ح ، فالفصل المشترك بين ذلك السطح[110] وبين المخروط قطعٌ ناقص، ضلعه المائل خط ط ك وضلعه القائم خط س ، كما بَيَّن **أبلونيوس** في الشكل الرابع والثلاثين، من المقالة الأُولى من ***كتاب المخروطات***. ولأنَّ السطح القاطع هو قَائِمٌ على سطح الأسطرلاب، فخط ط ك سهم القطع. ولو أَطْبَقْنَا السطح القائم[111] على سطح الأسطرلاب، انْطَبَق القطعُ على القطع. وذلك القطع هو تسطيح الدائرة التي قُطرها ز ح . وكذلك تَتَشكَّل جميع الدوائر قطوعًا ناقصةً.

ولأنَّا بَيَّنَّا، في المقدِّمات في الفصل الأوَّل، في[112] الشكل الثاني والثالث، أنَّ[113] الضلع القائم أطول من المائل؛ فيكون يتشكَّل في الثاني والثالث من هذه الأشكال، على هيئة ما سلكناه. وفي[114] الأوَّل، كان من تلك الأشكال الضلع المائل أطول. فيتشكَّل[115] هَا هُنَا على هذه الصورة. // (ب:269ظ) وما يتشكَّل في الأوَّل والثاني شماليًا، وفي الثالث جنوبيًا.

---

[104] – برهان ذلك: برهانه (أ). وهكذا فيما بعد.

[105] – فيكون: ويكون (ب).

[106] – ع ز ح ؛ فنحن إذا توهمنا ... ويكون الفصل المشترك بينهما: الجملة ساقطة من (ب).

[107] – الذي سميناه سطح التسطيح يقطع ذلك السطح: الجملة ساقطة في (ب).

[108] – السطح: سقطت من (ب).

[109] – خط: بخط (أ).

[110] – السطح: في هامش (ب).

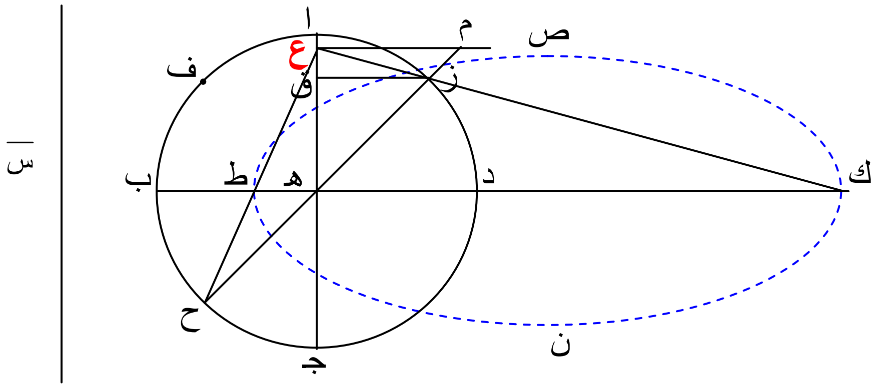
[111] – القائم: سقطت من (أ).

[112] – في: وفي (ب).

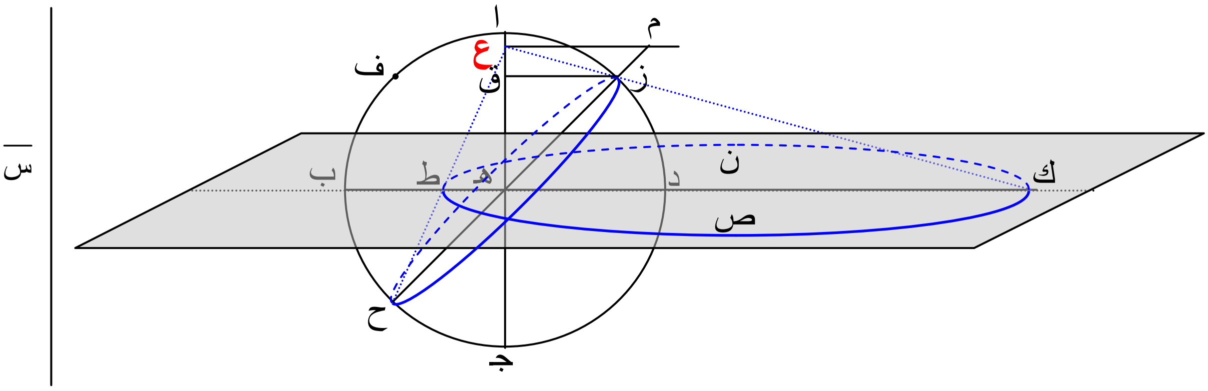
[113] – أنَّ: سقطت من (ب).

[114] – وفي: في (ب).

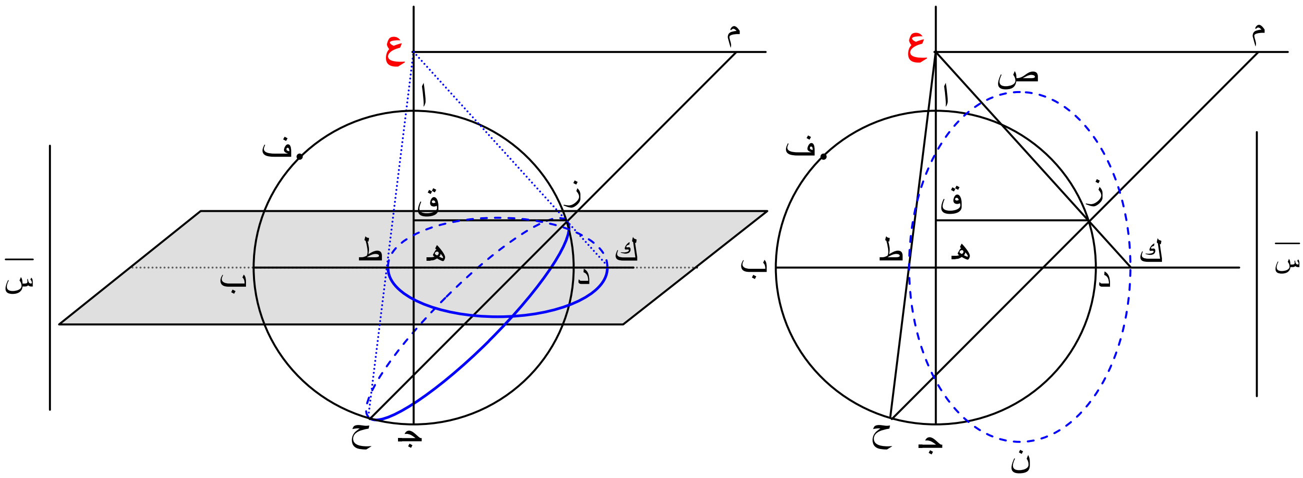
[115] – فيتشكَّل: فيشكل (أ).



الشكل:3−1 (الوضع على سطح الأسطرلاب)



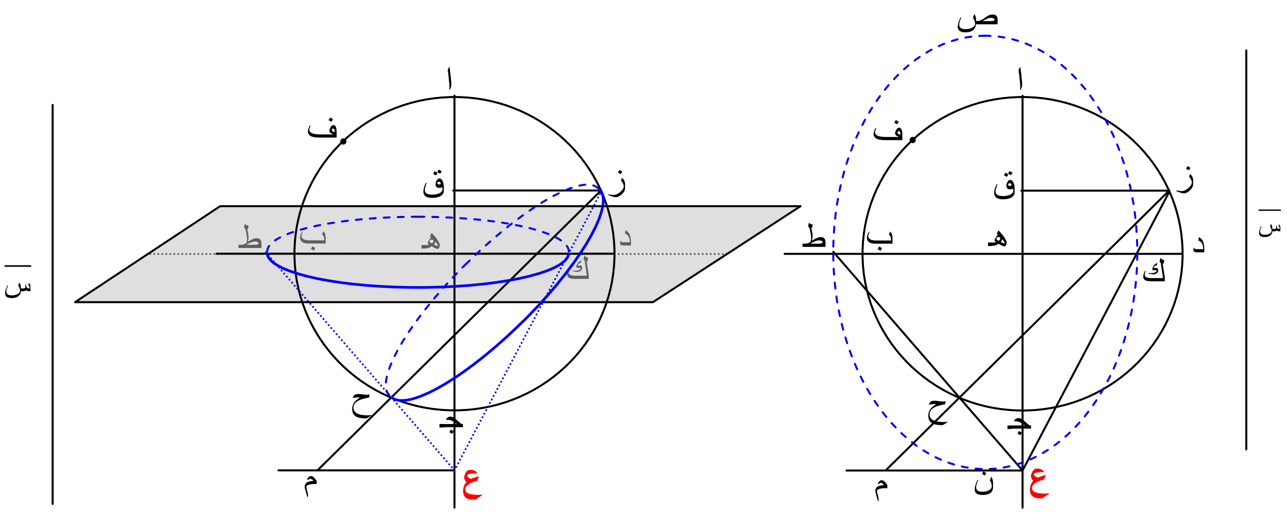
الشكل:3−1 (الوضع على سطح التسطيح)



(الوضع على سطح التسطيح)

(الوضع على سطح الأسطرلاب)

الشكل:3−2



(الوضع على سطح الأسطرلاب) (الوضع على سطح التسطيح)

الشكل: 3-3

الفصل الرابع

فيما تَتشكَّل <المُقَنطرات> في سطح[116] الأسطرلاب[117] بقطوعٍ[118] مختلفةٍ <أو بقطوعٍ معها خط مستقيم>.

أ[119] :- نُعِيدُ[120] دائرة ا ب جـ د . وليكن قُطر ز ح قُطر[121] دائرة الأفُق، ونُخرِج ز ق يوازي ب د ، ونَصِل ح ق . فنسبة مُربَّع ز ح إلى ضرب ز ق في ق ح ، كنسبة // (أ:80ظ) خط ص إلى خط ق س[122]. ونَعمل قطعًا مكافئًا رأسه نقطة س وسهمه د س وضلعه القائم خط ص، كما بَيَّن **أبلونيوس** في الشكل الثاني والخمسين[123]، من المقالة الأولى من ***كتاب المخروطات***. ويكون ذلك القطع على سطح الأسطرلاب فيكون ذلك القطع تسطيح الدائرة التي قُطرها ز ح .

---

116 – سطح: سقطت من (أ).

117 – الأسطرلاب: محذوفة "سطرلاب" في (ب).

118 – بقطوعٍ: قطوعًا (أ)؛ قطوع (ب).

119 – ا: في الهامش (أ).

120 – نعيد: لنعيد (أ).

121 – قطر: سقطت من (أ).

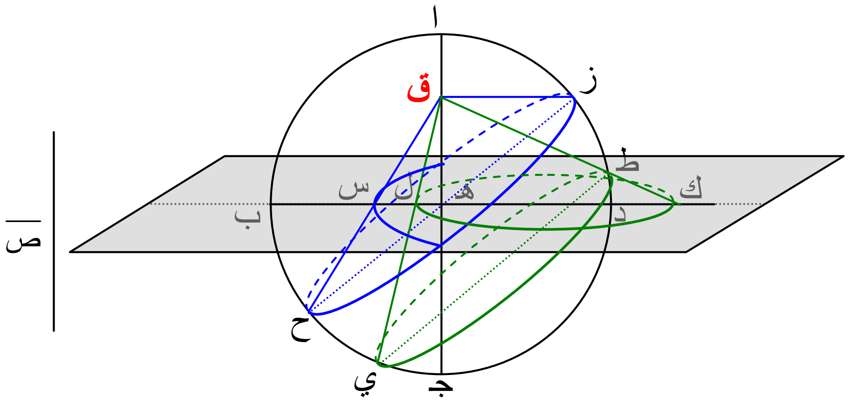
122 – ق س: ق ش (ب).

123 – الثاني والخمسين: السادس والخمسين (أ)، (ب).

< البرهان >:

برهان ذلك، أَنَّا إذا تَوَهَّمنَا مخروطًا رأسه نقطة ق ، وقاعدته الدائرة التي قُطرها ز ح ، يقطعه[124] السطح القائم على ب د . فيكون الفصل المشترك بين ذلك السطح وبين المخروط قطعًا مكافئًا[125]، رأسه نقطة س ، وضلعه القائم خط ص ، وسهمه س د ، كما بَيَّن **أبلونيوس** في الشكل الثاني والثلاثين[126]، من المقالة الأُولى من ***كتاب المخروطات***، وهو تسطيح الدائرة التي قُطرها ز ح ؛ وهو مثل القطع المكافئ الذي كان على[127] سطح الأسطرلاب. ولأَنَّ خط[128] ز ح قُطر الأُفُق، فيكون <مقنطرة > الأُفُق قطعًا مكافئًا، و < المقنطرات > الباقية قطوعًا[129] ناقصةً.

لأَنَّا نجعل قُطر دائرةٍ أُخرَى مُوازِيًا [130] لخط ز ح ، وهو ط ي ، ونصل خطي ق ط ، ق ي . فخطَّا ق ط ، ق ي ، يقطعان خط ب د ، ولا يكون المثلث شبيهًا بالمثلث. فيكون تسطيح الدائرة التي قُطرها ط ي ، على سطح الأسطرلاب، قطعًا ناقصًا[131]، وهذا إذا كانت نقطة ق فيما بين نقطتي ا ، هـ ، حتى يكون الأسطرلاب شماليًا.



الشكل: 4 – أ

[124] – يقطعه: يقطه (أ).
[125] – قطعًا مكافئًا: قطع مكافئ (ب).
[126] – الثاني والثلاثين: 38 (أ).
[127] – على: سقطت من (أ).
[128] – خط: سقطت من (أ).
[129] – قطوعًا: قطوع (ب).
[130] – أخرى موازيًا: الأخرى موازية (أ).
[131] – قطعًا ناقصًا: قطع ناقص (ب).

ب[132]**:–** نُعِيد الشكل. وليكن ز ح ليس قُطر الأفُق، ولنُخرِج قُطرَ الأفُق وهو ط ك ، ونُخرِج ز ق يوازي ب د ونصل ط ق ، ق ك . ف ط ق إذَا أُخْرِجَ نحو نقطة ق ، يلقى ب د . فيلقاه على س[133] . ونَجعَل نسبة مُربَّع ص ق إلى ضرب ط ص في ص ك مثل نسبة ع س إلى خط ف . ونَجعَل قطعًا زائدًا رأسه نقطة ع وسهمه د س وضلعه المائل س ع وضلعه القائم خط ف ، كما بَيَّنَ **أبلونيوس** في الشكل الرابع والخمسين[134]، من المقالة الأُولى من ***كتاب المخروطات***[135].

فأقول: إنَّ ذلك القطع[136] هو تسطيح الأفُق // (ب:270و) على سطح الأسطرلاب.

< البرهان >:

برهان ذلك، إنَّ المخروط الذي قاعدته الدائرة التي // (أ:81و) قُطرها ط ك ورأسه[137] ق ، يقطعه[138] سطح التسطيح[139] ويلقى ضلع ط ق على نقطة س . فالفصل المشترك بين المخروط وبين ذلك السطح قطع زائد، رأسه نقطة ع[140] وضلعه المائل ع س وضلعه القائم خط ف ، كما بَيَّنَ **أبلونيوس** في الشكل الثالث والثلاثين[141]، من المقالة الأُولى من ***كتاب المخروطات***[142]. وذلك القطع هو تسطيح دائرة الأفُق. فجميع الدوائر التي بين الدائرة[143] التي قطرها ز ح وبين الأفق، مع الأفق[144]، تكون كلُّها قطوعًا زائدةً، إلى أنْ يَبلُغ[145] الدائرة التي قُطرها ز ح . فحينئذ تكون تلك قطعًا مكافئًا[146]، وما بَعدَ تلك، فقطوع[147] ناقصة، وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن .

---

132 – ب: في الهامش (أ).

133 – س: ش (ب).

134 – الرابع والخمسين: 58 (أ)، الثامن والخمسين (ب).

135 – من كتاب المخروطات: الجملة ساقطة من (أ).

136 – القطع: السطح (أ)؛ وسقطت من (ب).

137 – ورأسه: وزاوية (أ).

138 – يقطعه: يقطع (أ).

139 – التسطيح: الدائرة (أ).

140 – وبين ذلك السطح قطع زائد رأسه نقطة ع: الجملة ساقطة من (أ).

141 – الثالث والثلاثين: 33 (أ).

142 – من كتاب المخروطات: الجملة ساقطة من (أ).

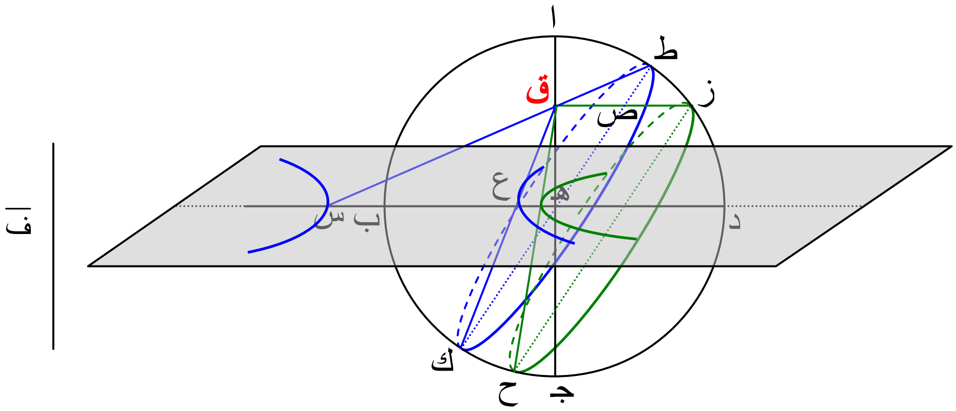
143 – التي بين الدائرة: الجملة ساقطة من (أ).

144 – مع الأفق: الجملة ساقطة من (أ).

145 – يبلغ: زاد بعدها الناسخ "التي" (أ).

146 – قطعًا مكافئًا: قطع مكاف (ب).

147 – فقطوع: قطوعًا (أ).



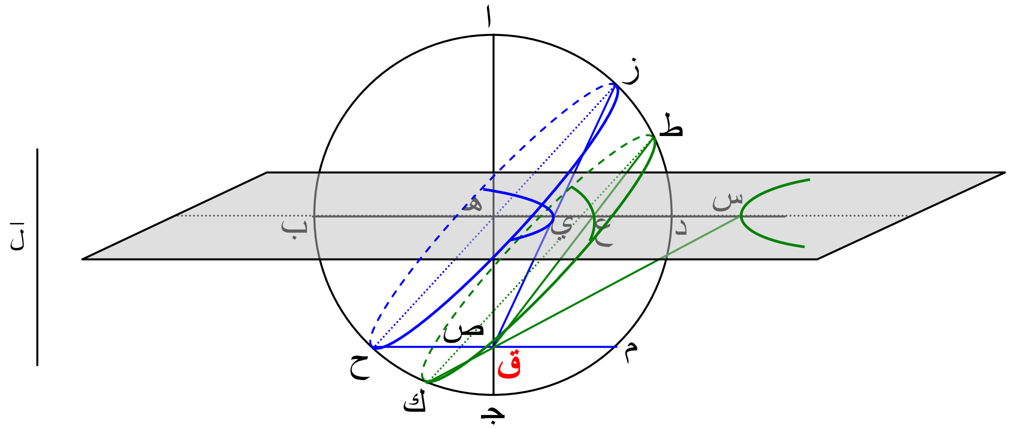
الشكل: 4 – ب

وهنالك استَبَان أنَّ في سطح[148] الأسطرلاب الشمالي، يقع[149] قطعٌ واحدٌ مكافئٌ، والباقي بحسب وضعها من ذلك، تكون زائدةً وناقصةً، ولايقع في الأسطرلاب الشمالي خط مستقيم، كما سنُبَيِّن بعد قليل.

جـ[150]:– نُعِيدُ الشكل. وليكن ز ح قُطر الأفُق، ونُخرِج ق ح[151] يوازي ب د ، ونَصِل ز ق فيَمُر < من خط ب د > بنقطة ي . فيقع الأفُق قطعًا مكافئًا[152]، سهمه ب ي ورأسه نقطة ي . ثم لتكن الدائرة التي قُطرها ط ك موازية للأفُق، ونَصِل ق ك[153] ، ق ط[154] . فـ ق ك يلقى ب د على س ، ويَمُر ق ط على ع . فنحن إذا جَعلنا نسبة مُربَّع ق ص إلى ضرب ط ص في ص ك كنِسبة ع س إلى خط ل ، فيكون تسطيح[155] الدائرة التي قُطرها ط ك ، قطعًا زائدًا[156] على سطح الأسطرلاب، [و] رأسه نقطة ع وسهمه ع ب وضلعه القائم خط ل وضلعه المائل س ع . ونُخْرِج ق ح إلى م . فحينئذ، الدائرة التي قُطرها يَمُرُّ أحد طَرَفَيْهِ بنقطة م ، يقع تسطيحها قطعًا مكافئًا[157]، وما بَعدَها قطوعٌ ناقصةٌ، وجميع ما بين نقطتي ح ، م[158] قطوعٌ زائدةٌ، وهذا الأسطرلاب يكون جنوبيًا.

[148] – سطح: سقطت من (أ).
[149] – يقع: يقطع (ب).
[150] – جـ: في الهامش (أ).
[151] – ق ح: ف ح (ب). وهكذا فيما بعد.
[152] – قطعًا مكافئًا: قطع مكافئ (أ)، (ب).
[153] – ق ك: ك ق (ب).
[154] – ق ط: سقطت من (أ).
[155] – تسطيح: سقطت من (أ).
[156] – قطعًا زائدًا: قطع زائد.
[157] – يقع تسطيحها قطعًا مكافئًا: يقع تسطيحه قطع مكافئ (أ) و (ب)؛ العبارة " تسطيحها قطعًا " سقطت من (ب).
[158] – ح ، م: جـ ب (ب).

وإنْ أتَّفَقَ أنْ يكون قُطرٌ[159] من أقطار الدوائر يَمُرُّ بنقطة ق ، تَحدُثُ تلك المقنطرة // (أ:81ظ) في الأسطرلاب خطًا مستقيمًا[160] ، لأنَّ < تسطيح > كل دائرة تَمرُّ بقطب التسطيح يقع خطاً مستقيمًا[161].



الشكل: 4-جـ

د[162]:- فلِنُعِد[163] **لبيان ذلك**، دائرة ا ب جـ د . وليكن قُطبُ التسطيح نقطة ق[164] ، وليكن قد مَرَّ بنقطة ق[165] خط ط ق ك[166] ، وهو قُطرٌ من أقطار الدوائر.

فأقول إنَّ تسطيح تلك الدائرة[167] يكون خطًا مستقيمًا يَمرُّ بنقطة ف[168] ، موازيًا لخط ا جـ .

< البرهان >:

برهان ذلك، إنَّ سطح[169] الدائرة، التي قُطرها ط ك ، يقطعه سطح التسطيح على[170] خط

159 – قطر: زاد الناسخ بعدها "الأفق" (أ).

160 – خطًا مستقيمًا: خط مستقيم (أ)، (ب).

161 – خطًا مستقيمًا: خط مستقيم (أ)، (ب).

162 – د: في الهامش (أ). وهكذا فيما بعد بخصوص الحروف البادئة للفقرات.

163 – فلنعد: فلنعيد(أ)، نعيد (ب).

164 – ق: ف (أ)، (ب).

165 – ق: ف (أ)، (ب).

166 – ط ق ك: ط ف ك (أ)، (ب).

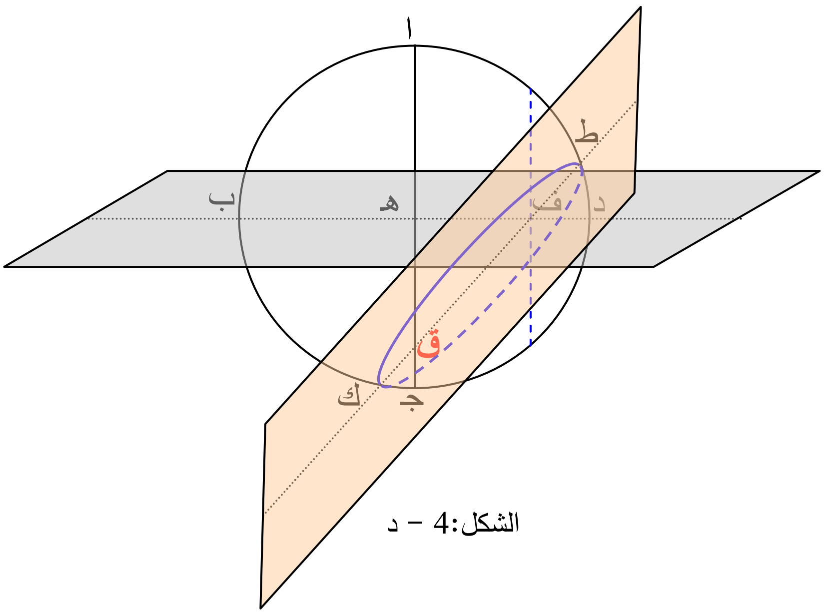
167 – الدائرة: الدوائر (أ).

168 – ف: ق (أ)، (ب).

169 – سطح: تسطيح (أ).

170 – التسطيح على: العبارة ساقطة من (أ).

مستقيم، يكون عمودًا على سطح دائرة ا ب جـ د ، على نقطة ف[171] . فنحن إذا خَطَطْنَا، على نقطة ف[172] ، خطًا مستقيمًا موازيًا لخط ا جـ ، يكون ذلك تسطيح تلك الدائرة. لأنَّهُ إذا أُطْبِقَ سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب، يَنطبِق الخط على الخط، وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّنَ// (ب:270ظ).



الشكل:4 – د

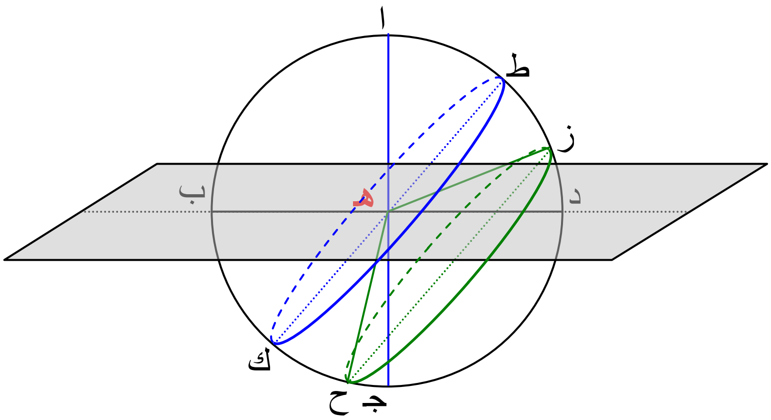
< هـ >:– فإنْ جُعِلَ[173] قُطبُ التسطيح نقطة هـ ، حينئذ، تَتَسطَّح جميع الدوائر، التي[174] من الأفُق إلى نقطة د ، في سطح الأسطرلاب خطوطًا مستقيمةً[175]، أُخْرِجَتْ من نقطة هـ[176] في الجانبين.

< البرهان >:

[هـ] لِنُعِدْ[177] **لبيان ذلك**، دائرة ا ب جـ د ، وليكن قُطر الأُفُق ط ك . فمن البَيِّنِ أنَّ سطح التسطيح يقطع دائرة الأفُق، والفصل المشترك بينهما خطٌ مستقيمٌ، يَنطَبِقُ إذا أُطْبِقَ[178] سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب على خط ا جـ[179] . ثم ليكن خطٌ آخر، وهو ز ح يوازي ط ك . ونَصِل هـ ز ، هـ ح .

171 – ف: ق (أ)، (ب).
172 – ف: ق (أ)، (ب).
173 – جعل: جعلت (أ).
174 – التي: سقطت من (أ).
175 – خطوطًا مستقيمةً: خطوط مستقيمة (أ)، (ب).
176 – هـ: سقطت من (ب).
177 – لنعد: فنعيد (أ)، لنعيد (ب).
178 – أُطبِق: انطبق (أ).
179 – ا جـ: أ هـ (أ)، (ب).

فالمخروط الذي رأسه نقطة هـ وقاعدته الدائرة التي قُطرها ز ح ، يقطعه سطح التسطيح، ويكون الفصل المشترك بينهما مثلثٌ رأسه نقطة هـ ، كما بَيَّن **أبلونيوس** في الشكل الثالث[180]، من المقالة الأُولى من ***كتاب المخروطات***.

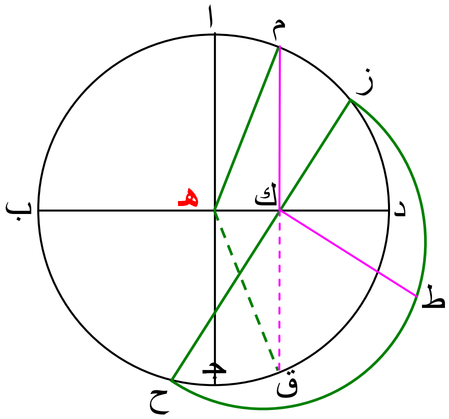


الشكل: 4 – هـ

< و >:- في كيفية عمل هذا التسطيح:

نُعيد[181] دائرة ا ب جـ د ، وخط ز ح الموازي لقطر الأفُق، ونعمل عليه نصف دائرة ز ط ح ، ونُخْرِج عمود ط ك على ز ح ، ونُخْرِج عمود ك م على ب د ، ونَجعَل ك م مثل ط ك ، ونَصِل هـ م[182] .

فأقول: إنَّ هـ م ، وما يَخْرُجُ مثله في الجانب // (أ:82و) الآخر، هو تسطيح دائرة ز ط ح .



الشكل: 4 – و

180 – الثالث: الثاني (ب)؛ 3 (أ).

181 – نعيد: ونعيد (ب).

182 – هـ م: هـ م س (أ)، (ب).

< البرهان >:

برهان ذلك، أنَّا إنْ تَوَهَّمنَا أنَّ سطح دائرة ز ط ح ، قائمٌ على سطح ا ب جـ د على زوايا قائمة، فيكون عمود ط ك قائمًا على ز ح ، ويكون[183] فصلاً مشتركًا بين دائرة ز ط ح وبين سطح التسطيح. فإذَا وُصِّلَ بين نقطة هـ ونقطة ط ، كان على سطح المخروط الذي قاعدته دائرة ز ط ح ، ورأسه نقطة هـ ؛ وهو ضلع المثلث الذي هو فصلٌ مشتركٌ بين المخروط والسطح القاطع. وإذا أُطْبِقَ ذلك السطح على سطح الأسطُرلاب يَنطبِق عمود ط ك على عمود ك م ، وانْطَبَقَ الخط الواصل بين[184] هـ ، و ط على خط هـ م[185] . فإذن[186] ذلك الخط < وما يَخْرُجُ مثله في الجانب الآخر >، هو تسطيح الدائرة التي قُطرها ز ح . وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن.

فأمَّا إذا كان خط ز ح لا يقطع خط ب د ، فلا يتسطح البَتَّة، لأن السطح لا يقطع المخروط الحادث.

فهذا جميع ما يمكن أنْ يُقَال في أنواعِ المُقَنطَرات.

الفصل الخامس

في توطئة مُقدمات لعمل السُّمُوت

< التوطئة أ >:

نَفرِض دائرة ا ب جـ د دائرة نصف النهار، وقطري ا جـ ، ب د يتقاطعان على زوايا قائمة. وليكن خط ا جـ محور الكرة، وليكن قوس هـ ط ز نصف دائرة الأفُق ، وليكن قطبا الأفُق نقطتي ح ، و ، وليكن قوس ح ط و نصف دائرة من دوائر الارتفاع، وليست هي مارة بأوَّل الحمل والميزان. وليكن قوس د س ب[187] نصف دائرة مُعدَّل النهار ، وليكن مركز الكرة نقطة ل . ونَتَوهَّم ل س مَوصُولاً، فهو الفصل المشترك بين دائرةِ مُعدَّل النهار ودائرة الارتفاع. ولِنَتوهَّم كأنَّا أَخْرَجْنَا، من نقطة ط ، عمودًا على قُطر هـ ل ز ، وهو ط ك . فهو عمودٌ على سطح دائرة ا ب جـ د ؛ ونَتوهَّم ك و مَوصُولاً، وكذلك و ط ، فلأنَّ نقطتي و ، ط على سطح دائرة ح ط و ، يكون[188] خط و ط على ذلك[189]

[183] – ويكون: فيكون (أ).

[184] – بين: من (أ).

[185] – هـ م: هـ م س (أ)، (ب).

[186] – فإذن: فإذًا (أ).

[187] – د س ب: د ش ب. (أ).

[188] – يكون: فيكون (ب).

[189] – ذلك: تحت السطر (ب).

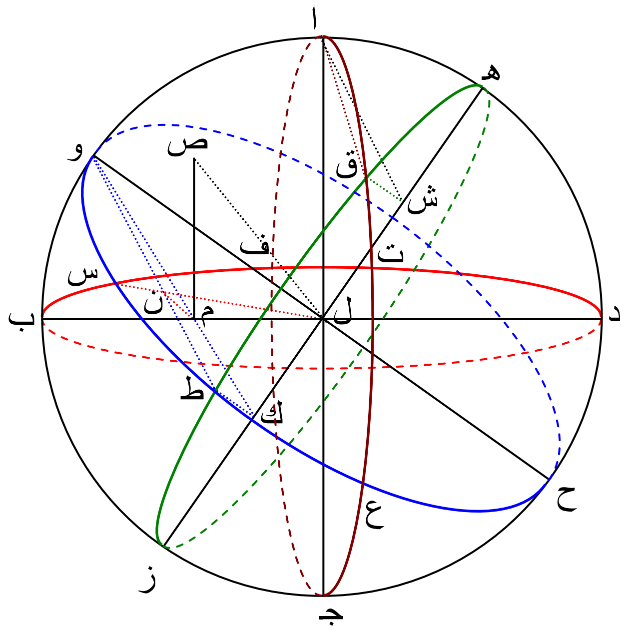
السطح، وهو أيضًا يَمُرُّ[190] على سطح د س ب ، فعلى الفصل المشترك بينهما، // (ب:271و) وهو خط ل س . ولأن خط ط ك عمودٌ على سطح دائرة ا ب جـ د ، فالسطح الذي يَمُرُّ بمثلث // (أ:82ظ) و ط ك ، قائم على سطح دائرة ا ب جـ د ، على زوايا قائمة. فإذَا وُصِّلَ بين[191] نقطتي م ، ن ، يكون فصلاً مشتركًا، بين سطح مثلث و ط ك وبين سطح دائرة مُعدَّل النهار. فهو عمودٌ على سطح دائرة ا ب جـ د ، ويكون كل واحد من خطي ط ك ، ن م عمودًا على خط و م ك . فإذَا فُرِضَتْ قوس ز ط من الأفُق معلومة، يكون خط ط ك مَعلُوم[192] القَدرِ، فنقطة ك من خط ز ل مَعلُومةٌ. فخط و ك مَعلُومُ الوضع. فنقطة م معلومةٌ. فخط و م مَعلُومُ القَدرِ. فيكون خط ن م مَعلُوم القدر.

وإذَا تَوهَّمنَا كَأَنَّ سطح دائرة مُعدَّل النهار، انْطَبقَ على سطح دائرة ا ب جـ د ، يكون وضع خط م ن مثل وضع خط م ص . وصَارَ وضع خط ل ن[193] مثل وضع خط ل ص . ولأنَّ نقطة م[194] معلومة، وعمود م ص مَعلومُ القدر، فهو مَعلومُ الوضع والقدر. فخط ل ص مَعلومُ الوضع على سطح دائرة ا ب جـ د .

وأيضًا فإنَّا نَجعَلُ نقطة س قُطبًا، ونُدِيرُ[195] بِبُعْدِ ضلع المُربَّع[196] دائرة ا ق ع جـ ؛ فلأنَّ قوس و ط ح تَمُرُّ بقطبي دائرة الأفُق، أعني دائرة هـ ط ز ، فدائرة هـ ط ز[197] أيضًا تَمُرُّ بقطبي[198] دائرة و ط ح .

---

[190] – يمرّ: سقطت من (ب).
[191] – بين: من (ب).
[192] – معلوم: كتبها الناسخ "معلومه" ، ثم شطب حرف الهاء جزئيًا وصحَّح حرف الميم (أ).
[193] – ل ن: أ ز (ب).
[194] – م: ص (ب)، كتبها الناسخ " ن " ثم كتب عليها " م " (أ).
[195] – وندير: ونريد (أ).
[196] – ضلع المربَّع: ربع (ب).
[197] – فدائرة هـ ط ز: الجملة ساقطة من (أ).
[198] – بقطبي: سقطت من (أ).



الشكل: 5 – أ

وكذلك دائرة و ط ح تَمُرُّ بقطبي دائرة ا ق ع جـ . فدائرة ا ق ع جـ[199] تَمُرُّ بقطبي دائرة و ط ح . فنقطة[200] ق قطب دائرة ح ط و ، وقوس[201] ط ق ربع دائرة. ولأنَّ نقطة ف أحد الاعتدالين، فقوس هـ ف رُبُعُ دائرة. فإذن[202] قوس هـ ق مثل قوس ط ف ، وقوس ط ف معلومة. فقوس هـ ق معلومة. فَنُنْزِل[203] عمود ش ق[204] . فهو مَعلُومُ القدر. فخط هـ ش[205] إذن[206] مَعلُومُ القدر[207] . فنقطة ش معلومة[208] < الوضع > . ونَصِل ا ش ، فـ ا ش[209] معلوم الوضع والقدر. ونَتوَهَّم ا ق مَوصُولاً، فهو مَعلُومُ القدر، لأنَّ زاوية ا ش ق[210] قائمة. فقوسُ أ ق معلومة القدر.

199 – وكذلك دائرة و ط ح تمر بقطبي دائرة ا ق ع جـ ، فدائرة ا ق ع جـ: الجملة ساقطة من (أ).

200 – فنقطة: بنقطة (أ).

201 – وقوس: فقوس (ب).

202 – فإذن: فإذًا (أ).

203 – ننزل: فنُرسِل (أ).

204 – ش ق: س ق (أ)، (ب).

205 – هـ ش: هـ س ق (ب).

206 – إذن: إذًا (أ). وهي هكذا فيما بعد.

207 – القدر: سقطت من (أ).

208 – ش معلومة: س معلوم (أ).

209 – ا ش ، فـ ا ش: ا س ، فـ ا س (أ).

210 – ا ش ق: ا س ق (ب).

ولأن قوس ق ت ع[211] رُبُع دائرة، وكذلك قوس ا ت ، فقوس[212] ا ق // (أ:83و) مثل قوس ت ع[213] . فقوس ت ع[214] مَعلُومةٌ. ونحن نُسَمِّيهَا **المَيْل**، ونُسمِّي القوس[215] س ب **الحاصلة**. وإنْ كان ميل دائرة الارتفاع في جانب الجنوب، فنستعمل نقطة ح بَدَلَ نقطة و[216] ، على أنَّه إذا سُطِّحَتْ الدوائر[217] التي في جانبٍ واحد، فقد سُطِّحَتْ الدوائر[218] الباقية.

< التوطئة ب >: تركيب هذا الشكل.

نُعيد دائرة ا ب جـ د على سطحٍ مفروض. وليكن قُطرَا ا جـ ، ب د يتقاطعان على زوايا قائمة، ومحور الكرة ا جـ ، وليكن قُطر الأفُق هـ ز ، وقُطبا الأفُق نقطتي ح ، و ، ولتكن قوس ز ع مقدار القوس المفروضة من الأفُق، التي كانت في الشكل المتقدم قوس ز ط ، ونحن نُسمِّي هذا المقدار مقدار[219] البُعْد[220] من دائرة نصف النهار. ونُخْرِج عمود ع ك على هـ ز ، ونَصِل و ك[221] ، ونُخْرِج عمود ك ط على و ك ، ونجعله[222] مثل ع ك ، ونصل و ط[223] ، ونُخْرِج م ن يوازي ك ط ، ونُخْرِج عمود م ص على د ب[224] ، وليكن مِثْل م ن ، ونَصِل ل ص[225] ، فهو وضْعُ خط ل ص من الشكل المتقدم.

< البرهان >:

برهان ذلك، أنَّا إنْ تَوَهَّمنا أنَّ[226]< سَطحَ > نصف دائرة هـ ع ز ، قائم[227] على سطح دائرة ا

---

211 – ق ت ع: ق ن ع (ب).

212 – ا ت ، فقوس: العبارة ساقطة من (أ).

213 – ت ع: ن ع (أ).

214 – ت ع: ن ع (أ).

215 – القوس: قوس (أ).

216 – و: ق (أ).

217 – الدوائر: الدائرة (أ).

218 – الدوائر: سقطت من (ب).

219 – مقدار: سقطت من (ب).

220 – البعد: البعيد (ب).

221 – ونخرج عمود ع ك على هـ ز ونصل و ك: الجملة ساقطة من (ب)

222 – ونجعله: ونجعل (أ).

223 – و ط: ق ط (أ).

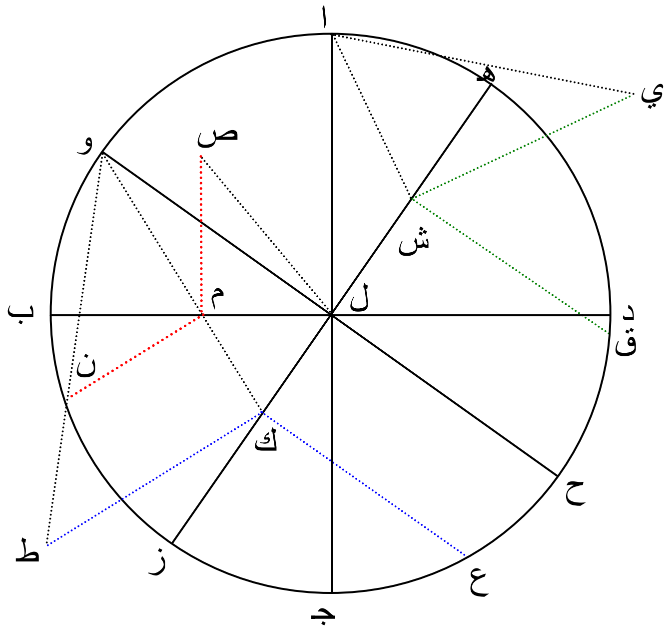
224 – د ب: ل ب (ب).

225 – ل ص: ل ص و (أ)، (ب).

226 – أن: سقطت من (أ).

227 – قائم: قام (ب).

ب جـ د ، فيكون عمود ع ك في السُّمْكِ. وإذا تَوهَّمنا سطح مثلث و ط ك ، قائمًا[228] على سطح دائرة ا ب جـ د ، فيكون[229] عمود ط ك في السُّمْكِ. فإذن // (ب:271ظ) يَصِيرُ عمودًا[230] ط ك ، ك ع خطًا واحدًا في السُّمْكِ. وإذا تَوهَّمنا سطح دائرة مُعَدَّل النهار هَاهُنَا قائمًا على خط ب د ، تكون نقطة ن عليه، ويكون خط م ص في السُّمْكِ أيضًا. فهما خط واحد، كما كان في الشكل المتقدم.



الشكل: 5 – ب

فأمَّا مَعرِفَةَ[231] قوس ع ت[232] من الشكل المتقدم، التي سَمَّيْنَاهَا قوس[233] الميل؛ فإنَّا نَجعلُ قوس هـ ق[234] مِقدارَ بُعْدِ دائرة الارتفاع عن رأس الحمل أو الميزان، ونُخرِج عمود ق ش[235] ونصل ا ش[236] ونُخرِج عمود ش ي[237] على ا ش ، ونَجعَل ي ش[238] مِثْلَ ش ق[239] ونَصِل ا ي . فإذَا

228 – قائمًا: قائم (أ)، قام (ب).
229 – فيكون: يكون (أ).
230 – عمودَا: عمودي (ب).
231 – فأمّا معرفة: فأقول (أ).
232 – ع ت: ع ف (أ)، (ب).
233 – قوس: زاد الناسخ بعدها " القوس " (أ).
234 – هـ ق: هـ ف (أ)، (ب).
235 – ق ش: ف س ن (أ)، ف س (ب).
236 – ا ش: أ س (أ)، (ب).
237 – ش ي: س ي (أ)، (ب).
238 – على ا ش ، ونجعل ي ش: على ا س ، ونجعل ي س (ب)، وساقطة من (أ).

أَوْقَعْنَا[240] في دائرة ا ب جـ د مثل وتر ا ي ، يفصل[241] منها قوسًا، مِثْلَ قوسِ ت ع[242] من الشكل المتقدم.

< التوطئة جـ >: < المقارنة بين قوسي ت ع ، د ح >.

نُعِيدُ دائرة ا ب جـ د ، مع قسي ا ق ع جـ[243] ، د ف ب ، هـ ط ز ، و ط ح .

فأقول: إنَّ قوسَ // (أ:83ظ) ت ع[244] أعظم من قوس د ح .

< البرهان >:

برهان ذلك، إنَّ نسبة جيب قوس ا د إلى جيب قوس د ح مؤلفة من[245] نسبة جيب قوس ا ت[246] إلى جيب قوس ت ع[247] ومن نسبة جيب قوس س ع إلى جيب قوس س ح . وكل واحدة من قوسي ا د ، ا ت[248] رُبُعُ دائرة. فتبقى نسبة جيب قوس ت ع[249] إلى جيب قوس د ح مثل نسبة جيب قوس س ع إلى جيب قوس س ح . وجيب قوس س ع أعظم من جيب قوس س ح ، لأنَّ قوس س ع رُبُعُ دائرة. فجيب قوس ع ت[250] أعظم من جيب قوس د ح . فقوس ت ع[251] أعظم من قوس د ح . وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن.

وإذا أَتْمَمْنَا دوائر[252] جـ ع ا ل ث ، ح ط و ل[253] ، د س ب ث ، تكون قوس ل ث[254] مثل قوس ع ت[255] . فقوس و ب إذًا أصغر من قوس ل ث لأنَّهَا مِثْلَ قوس د ح .

---

239 – ش ق: س ف (أ)، (ب).

240 – أوقعنا: قيس (أ).

241 – يفصل: نفصل (أ)، (ب).

242 – ت ع: ف ع (أ)، (ب).

243 – ا ق ع جـ: أ ق ج (ب).

244 – ت ع: ق ع (أ)، ف ع (ب).

245 – نسبة جيب قوس ا د إلى جيب قوس د ح مؤلفة من: الجملة ساقطة من (ب).

246 – ا ت: ا ف (أ)، (ب).

247 – ت ع: ف ع (أ)، (ب).

248 – ا ت: أ ف (أ)، (ب).

249 – ت ع: ف ع (أ).

250 – ع ت: ع ف (أ)، (ب).

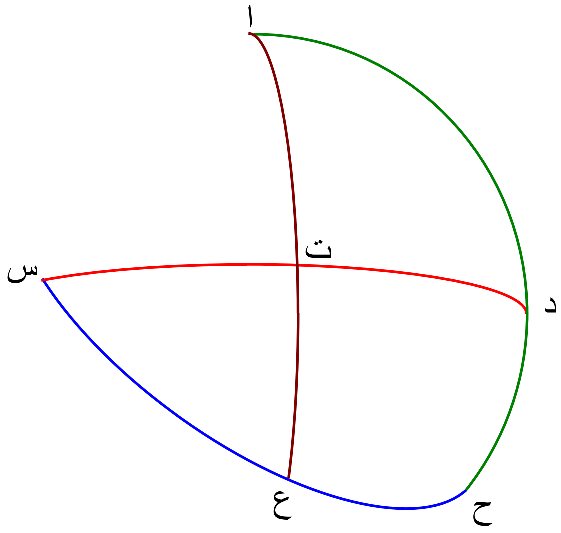
251 – ت ع: ف ع (أ)، (ب).

252 – دوائر: دائرة (أ).

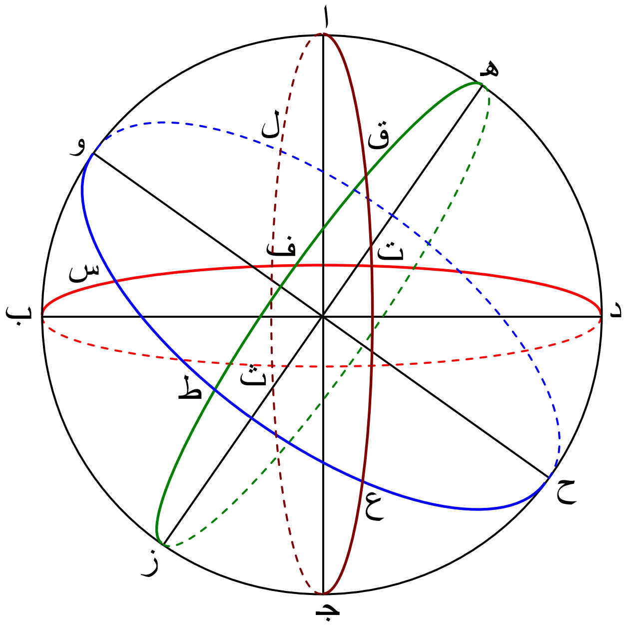
253 – ح ط و ل: سقط حرف الحاء في (أ).

254 – ل ث: ل ب (أ).

255 – ع ت: ع ف (أ)، (ب).



الشكل: 5 – جـ – 1



الشكل: 5 – جـ– 2

< التوطئة د >: < تسطيح دائرة الارتفاع ح ع و ل التي قطرها ل ع في حالة قطب التسطيح خارج الكرة >.

نُعِيدُ الشكل[256] إلاّ دائرة الأفُق. وليكن مركز الكرة نقطة ص ، ونَتَوهَّم[257] خط ت ص[258] مَوصُولاً، فيَمُرّ بنقطة ث ، و س ص مَوصُولاً، و ع ص < مَوصُولاً > ، ف ع ص[259] يَمُرُّ[260] بنقطة ل . فلأنَّ نقطة س قطب دائرة ا ت ع جـ ث ل[261] ، فخط س ص إذن عمود على سطح دائرة ا ت ع جـ ث ل . فسطح التسطيح قائمٌ على سطح دائرة ا ت ع جـ ث ل[262] ، لأنَّه يَمُرُّ[263] بخطي س ص[264] ، ت ث[265] . ولأنَّ قوس ا ت رُبُعُ دائرة، لأنَّ نقطة ت على دائرة مُعَدَّل النهار، تكون زاوية ا ص ت قائمة. فخط ا ص عمود على خط ت ث .

256 – نُعِيدُ الشكل: نُعِيدُ الشكل الأَوَّل (ا).

257 – ونتوهم: نتوهم (أ).

258 – ت ص: ف ص. وفي كل الفقرة (د) حل الحرف " ف " محل الحرف " ت "

259 – و ع ص [موصولاً] ، ف ع ص: العبارة ساقطة من (أ).

260 – يمر: فيمر (أ).

261 – ا ت ع جـ ث ل: ا ف ع جـ ل (أ).

262 – فسطح التسطيح قائم على سطح دائرة ا ت ع جـ ث ل: الجملة ساقطة من (أ).

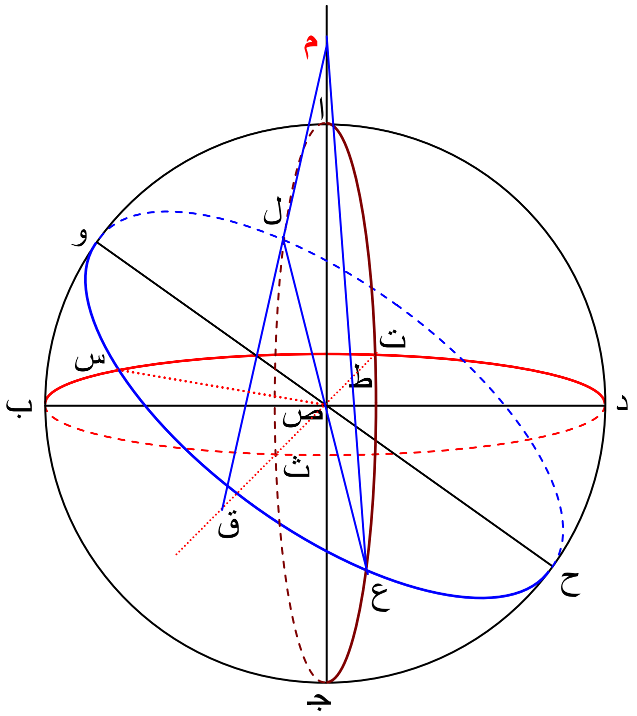
263 – يمرّ: تمرّ (أ).

264 – س ص: ش ص (ب).

265 – ت ث: ف ص (أ).

فنحن إذا جعلنا نقطة م قطب التسطيح، ونَتَوهَّم كأنَّا أوْصَلنا م ع ، م ل ، فيَمُرَّان من <خط> ت ث بنقطتي ط ، ق ، ويكون مثلث م ط ق غير شبيه بمثلث م ل ع . والمخروط[266] الذي قاعدته الدائرة التي قوس ل س ع ح[267] منها، ورأسه نقطة م ، يقطعه سطح دائرة ا ت ع جـ ث ل ، والفصل المشترك بينهما مثلث م ل ع . وقُطِعَ المخروط بسطح التسطيح. فالفصل المشترك بين سطح التسطيح و بين المخروط قطعٌ ناقصٌ، سهمه ط ق وأحد خطوط الترتيب س ص . وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن // (أ:84و) في هذا الشكل.

وقد اسْتَبَان أنَّهُ ما دام قطب التسطيح يكون خارجًا، مثل نقطة م ،// (ب:272و) فكيف ما نُغَيِّرُ وضع دائرة ح ع و ل ، لأنَّا نفرض ميل[268] دوائر[269] الارتفاع مختلفًا، أعني بُعدِها من أول الحمل أو الميزان، تكون الفصول المشتركة بين المخروطات التي تَحْدُثُ، وبين سطح التسطيح، كُلُّها[270] قُطوعًا ناقصةً.



الشكل: 5 – د

[266] – والمخروط: فالمخروط (أ).
[267] – ل س ع ح: ل س ع (أ).
[268] – ميل: سقطت من (أ).
[269] – دوائر: دائرة (أ).
[270] – التي تحدث وبين سطح التسطيح كلها: كلها تحدث بين سطح التسطيح (ب).

< التوطئة هـ >: < تسطيح دائرة الارتفاع ح ع و ل التي قطرها ل ع في حالة قطب التسطيح داخل الكرة >.

نُعِيدُ الشكل. ولنُخْرِج و م[271] يوازي ب د ، ونَصِل م ع ، م ل[272] . فإنْ جُعِلَ قُطبُ التسطيح نقطة م[273] ، فَبَيِّنٌ[274] أنَّ خط م ل[275] ، إذا أُخْرِجَ، لَقِيَ ت ث[276] ، لأنَّ قوس ل ث[277] أعظم من قوس و ب ، وهما من دائرتين متساويتين متقاطعتين على قطرٍ واحد وهو ا جـ ، فخط ل م[278] ليس بموازٍ لخط ت ث[279] . فليلقاه على ط ويلقاه خط م ع[280] على نقطة ن[281] . فمِن البَيِّنِ أنَّ المخروط، الذي قاعدته الدائرة التي قُطرها ل ع ورأسه نقطة م[282] ، يقطعه سطح التسطيح ويَمُرُّ من خط ت ث[283] بنقطة ن[284] التي هي على سطح المخروط، ويَمُرُّ بنقطة س من قوس ح ع س و[285] التي هي تقاطع دائرة الارتفاع ودائرة مُعَدَّل النهار. فالفصل المشترك بينهما قطعًا زائدًا[286]، رأسه نقطة ن وسهمه ن ث وضلعه المائل ط ن[287] وخط س ص خط من خطوط الترتيب.

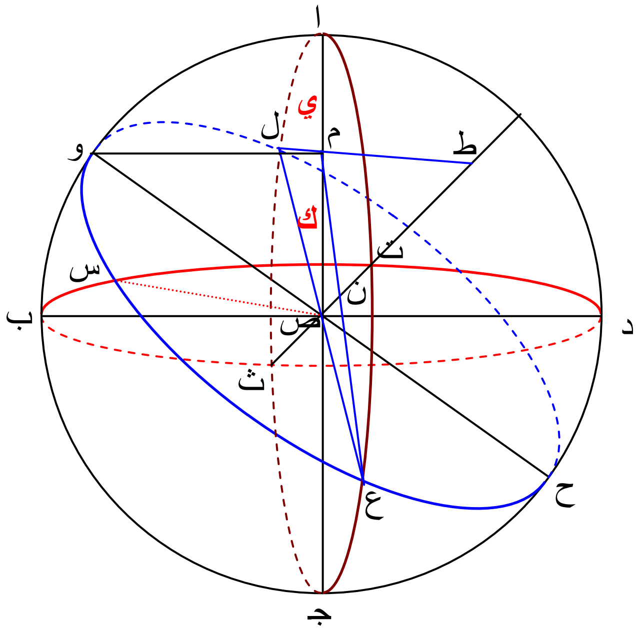
وإنْ جُعِلَ قُطبُ التسطيح فيما بين م[288] ، ص ، مِثْلَ نقطة ك ،// (أ:84ظ) تكون جميعُ الفُصول، التي تكون بين سطح التسطيح، وبين المخروطات التي رأسها نقطة ك وقواعدها الدوائر[289]

---

[271] – و م: و ش (أ)، و س (ب).
[272] – م ع ، م ل: س ع ، س ل (أ)، ش ع ، ش ل (ب).
[273] – م: س (أ)، (ب).
[274] – فبيّن: وبيّن (ب).
[275] – م ل: س ل (أ)، (ب).
[276] – ت ث: ق ت (أ)، (ب).
[277] – ل ث: ل ت (أ)، (ب).
[278] – ل م: ل ش (أ)، (ب).
[279] – ت ث: جـ ب (أ)، ق ت (ب).
[280] – م ع: س ع مكررة في (ب).
[281] – ن: ق (ب).
[282] – م: س (أ)، ش (ب).
[283] – ت ث: ف ث (أ)، (ب).
[284] – ن: لو ن (أ).
[285] – ح ع س و: ح ع س ق (أ).
[286] – قطعًا زائدًا: قطع زائد (أ)، (ب).
[287] – ط ن: ط ش (أ)، ط س (ب).
[288] – م: س (أ)، (ب).
[289] – الدوائر: الدائرة (أ).

التي تُعْمَل على قُطر ح و[290] ، تكون كُلُّها قطوعًا زائدةً[291]. وذلك أنَّ دوائر الارتفاع كُلَّما مالت عن أحد الاعتداليين عَظُمَت قوس ل ث .

وإذا جُعِلَ[292] قُطب التسطيح نقطة ي ، فيكون بَعضُها قطوعًا ناقصةً. ويُمكن أنْ يكون منها قطعٌ واحدٌ مكافئًا[293]، لأنه يمكن أنْ تَصِيرَ نقطة ل من سطح ما، بحيث إذا وُصِّلَ بينها[294] وبين نقطة ي بخط مستقيم، صار موازيًا للخط الذي يكون بَدَلاً من ت ث[295] ، ثم يَنقلِبُ فيَصِيرَ زائدًا.



الشكل:5 – هـ

290 – ح و: ح ق (أ).
291 – قطوعًا زائدة: قطوعًا ناقصة وزائدة (أ).
292 – جُعِلَ: جعلت (أ).
293 – مكافئًا: مكافئ (أ)، (ب).
294 – بينها: بينهما (أ).
295 – ت ث: ف ث (أ)، (ب).

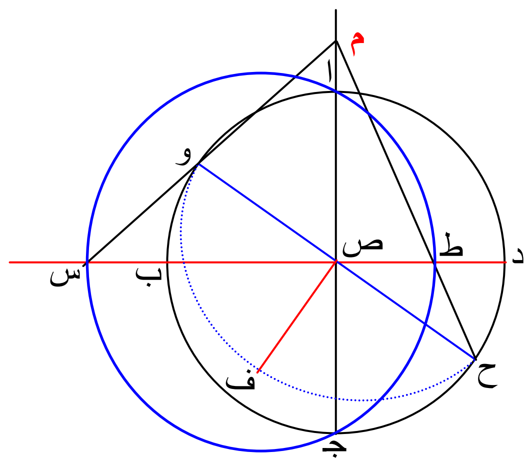
الفصل السادس

في عمل السُّمُوت

أ: < تسطيح دائرة أوَّل الارتفاع من قطب خارج الكرة >.

لتكن دائرة ا ب جـ د دائرة نصف النهار على الكرة ومركز الكرة ص[296] ومحور الكرة ا جـ[297] وخط ح و[298] قُطر دوائر[299] الارتفاع. وليكن أوّلاً[300] غَرَضُنا أنْ نُسطِّح أوَّل دائرة الارتفاع، أعني المارة < بقطبي دائرة نصف النهار > [بأوَّل الحمل والميزان]، وهي دائرة ح ف و[301] . ولتكن[302] نقطة ف المشتركة [لأحد الاعتدالين]، ونَتَوهَّم ف ص مَوصُولاً، فهو عمودٌ على سطح دائرة ا ب جـ د ، وهو نصف قُطر الكرة. وليكن قطب التسطيح نقطة م . ونَصِل م ح ، م و . فيَمُرَّان من ب د على ط ، س . فنَعمَلُ قطعًا ناقصًا سهمُه ط س وخط ا ص خطٌ من خطوط الترتيب، كما سنُبَيِّن[303] في الفصل العاشر[304] من هذا الكتاب.

فأقول: إنَّ ذلك القطع هو تسطيح أوَّل دوائر[305] الارتفاع .



الشكل:6 – أ – 1

[296] – ومركز الكرة ص: الجملة ساقطة من (ب)، الحرف " جـ " بدل الحرف " ص " في (أ).

[297] – ومحور الكرة أ جـ: الجملة ساقطة من (أ).

[298] – ح و: ح ق(أ).

[299] – دوائر: دائرة (أ).

[300] – أولاً: سقطت من (أ).

[301] – ح ف و: ح ق و (ب).

[302] – ولتكن: سقطت من (أ).

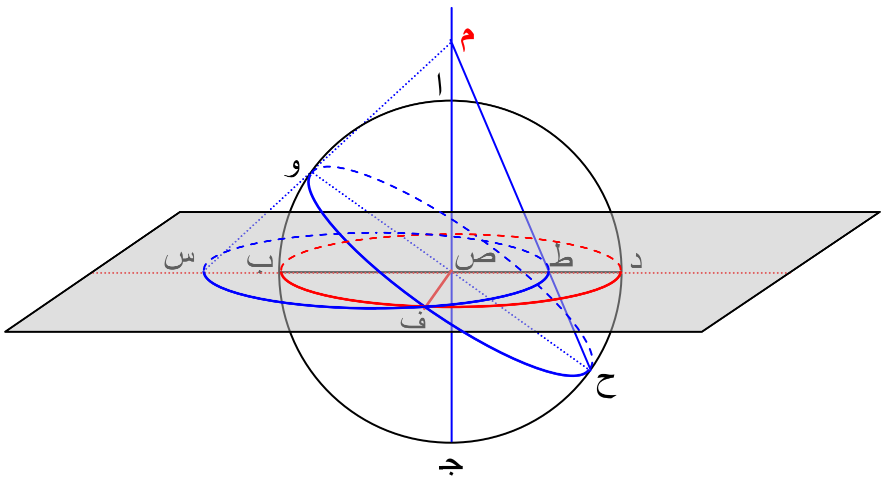
[303] – سنبين: نبين (أ)، (ب).

[304] – العاشر: الحادي عشر (أ)، (ب).

[305] – دوائر: دائرة (ب).

< البرهان >:

برهان ذلك، إنَّ سطح التسطيح يقطع المخروط الذي // (ب:272ظ) قاعدته أوَّل دائرة الارتفاع، وهي < دائرة > ح ف و ، ورأسه م . فالفصل المشترك بين ذلك السطح وبين سطح دائرة ا ب جـ د ، خط ط س ، [وخط ص ف[306] خط الترتيب]. ويكون الفصل المشترك بين المخروط وبين ذلك السطح القاطع قطعًا ناقصًا[307] سهمُه ط س وذلك العمود خط الترتيب. فإنْ أُطْبِقَ سطح التسطيح وانْطَبَقَ على سطح الأسطرلاب، انْطَبَقَ القطعُ على القطعِ. ويقع[308] الخط القائم على خط ا ص وتقع نقطة ف[309] // (أ:85و) على نقطة ا . فهو مَعلومُ الوضع على سطح الأسطرلاب، وهو تسطيح أوَّل السُّمُوت.



الشكل: 6 – أ-2

ب: < تسطيح دائرة أوَّل الارتفاع قطعًا مكافئًا >.

نُعِيدُ الشكل إلاَّ نقطة م ولنُخْرِج و ي مُوَازِيًا لخط ب د ، ونَصِل ح ي . فإنْ جُعِلَ قُطب التسطيح نقطة ي وعُمِلَ قطعٌ مكافئٌ رأسه نقطة ط وخط ا ص خط الترتيب، يكون تسطيح أوَّل دائرة الارتفاع. لأنَّ و ي الذي هو أحد أضلاع مثلث ي و ح ، المار بسهم المخروط، مُوَازٍ[310] للفصل المشترك بين السطح القاطع وبين المخروط.

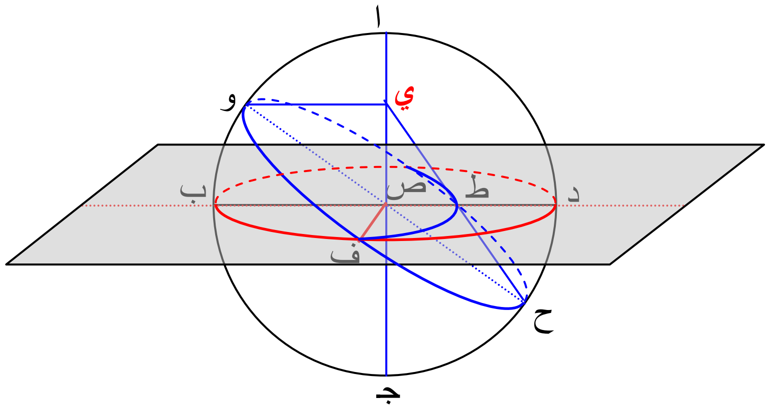
306 – ص ف: ص ق (أ).

307 – قطعًا ناقصًا: قطع ناقص (أ)، (ب).

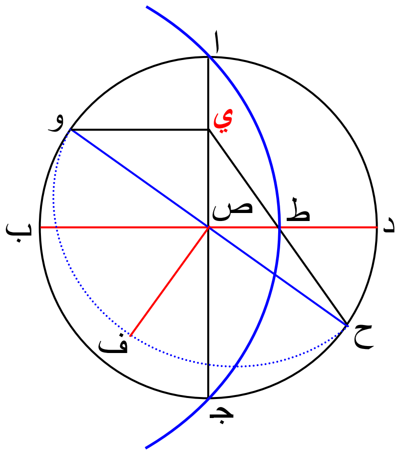
308 – ويقع: ويقطع (ب).

309 – ف: ق (أ).

310 – مواز: موازيًا (أ)، (ب).



الشكل: 6 – ب–2

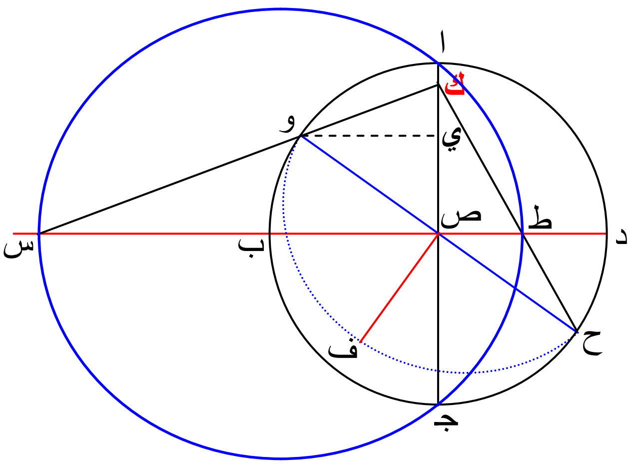


الشكل: 6 – ب – 1

جـ: < تسطيح دائرة أوَّل الارتفاع من قطب داخل الكرة <.

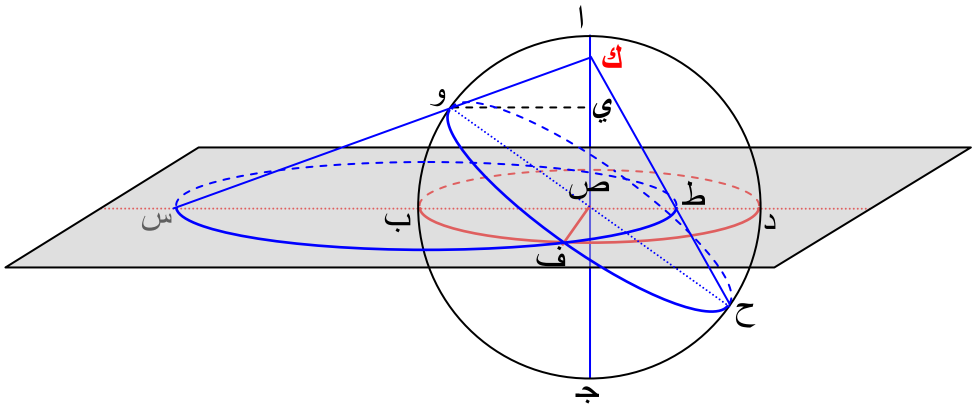
< لتكن نقطة ك بين نقطتي ا ، ي ونقطة ق بين نقطتي ي ، ص <.

فإنْ جُعِلَت نقطة ك قُطب التسطيح، يكون تسطيح أوَّل الدوائر قطعًا ناقصًا[311]، لأنَّهُ إذا وُصِّلَ بين نقطة ك ونقطتي و ، ح ، يَقَعَان على خط ب د. < فليكن ك و يلقى خط ب د على س ويلقى ك ح خط ب د على ط ، فنحن إذا جَعَلنا قطعًا ناقصًا رأسه نقطة ط ، وسهمه ط س ، و خط أ ص خط الترتيب، يكون ذلك القطع تسطيح أوَّل دوائر الارتفاع <.



الشكل:6–جـ–1–1

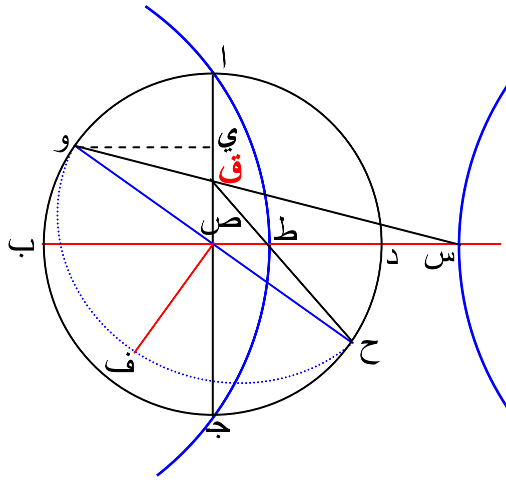
311 – قطعًا ناقصًا: قطع ناقص (أ).



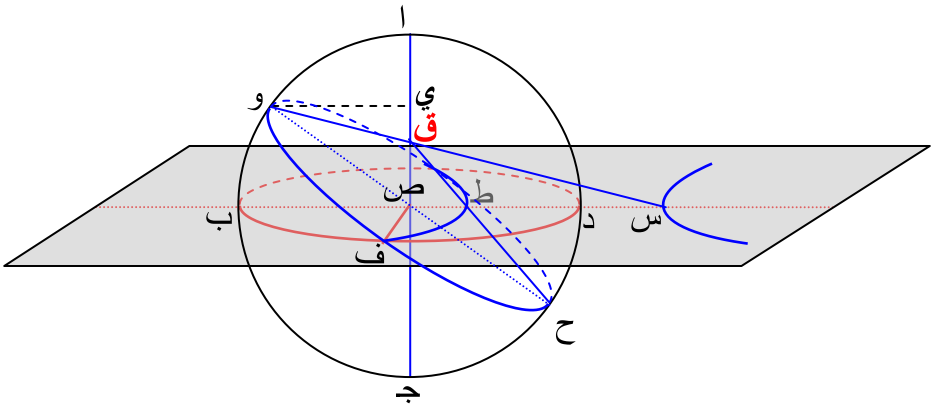
الشكل: 6 – جـ-1-2

وإنْ جُعِلَ قُطب التسطيح نقطة ق[312] ، فيكون تسطيح أوَّل الدوائر قطعًا زائدًا[313]، لأنَّهُ إذا وُصِّلَ بين نقطتي و ، ق[314] فيلقى[315] ب د[316]، فليكن يلقاه على س[317] . ونَصِل ق ح[318] فيلقى[319] ب د على ط[320] . فنحن إذا جَعَلنا[321] قطعًا زائدًا رأسه نقطة ط[322] وسهمه ط ب[323] و ا ص خط الترتيب وضلعه المائل س ط ، يكون[324] تسطيح ذلك السَّمْت. وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن.

312 – ق: ف (ب).
313 – قطعًا زائدًا: قطع زائد (ب).
314 – ق: ف (ب).
315 – فيلقى: ويلقى (ب).
316 – وإن جُعِلَ قُطب التسطيح نقطة ق فيكون ... فيلقى ب د: الجملة ساقطة من (أ).
317 – س: ط (أ)، (ب).
318 – ق ح: ي ح (أ)، ف ح (ب).
319 – فيلقى: فيلقاه (أ).
320 – ط: س (أ)، (ب).
321 – جعلنا: حصّلنا (أ).
322 – ط: س (أ)، (ب).
323 – ط ب: س ب (أ)، (ب).
324 – يكون: ويكون (أ).



الشكل:6-جـ-2-1



الشكل: 6 – جـ- 2-2

د: < تسطيح دائرة أخرى من دوائر الارتفاع معلومة البُعد من أوَّل الحمل >.

فإنْ فُرِضَتْ دائرةٌ أخرى من دوائر[325] الارتفاع، بُعدُها من أوَّل الحمل قطعة من دائرة الأفُق[326] معلومة، كيف نُسَطِّحها[327] على سطح الأسطرلاب.

فنُعِيدُ[328] دائرة ا ب جـ د ، مع قطري ا جـ ، ب د . وليكن مركز الكرة ل[329] ، وليكن قطب التسطيح نقطة ع أولاً، ونَطْلُب وضع خط ل ص[330] كما بَيَّنَّا في الشكل الثاني من الفصل الخامس،

325 – دوائر: دائرة (أ).

326 – بُعدُها من أوَّل الحمل قطعة من دائرة الأفق: الجملة ساقطة من (أ).

327 – نسطحها: سطيحها (أ).

328 – فنعيد: نعيد (أ).

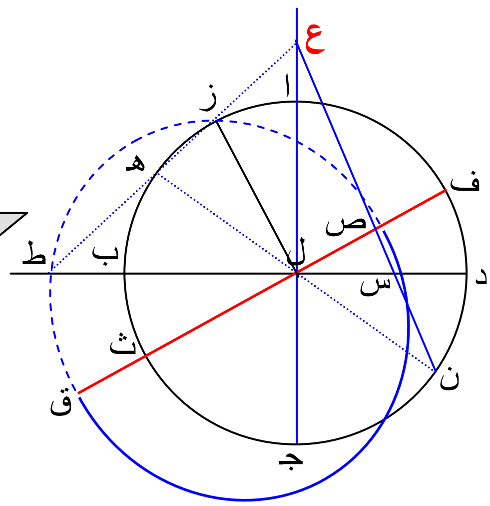
329 – مع قطري أ جـ ، ب د ، وليكن مركز الكرة ل: الجملة ساقطة من (أ).

330 – ل ص: ل س (أ).

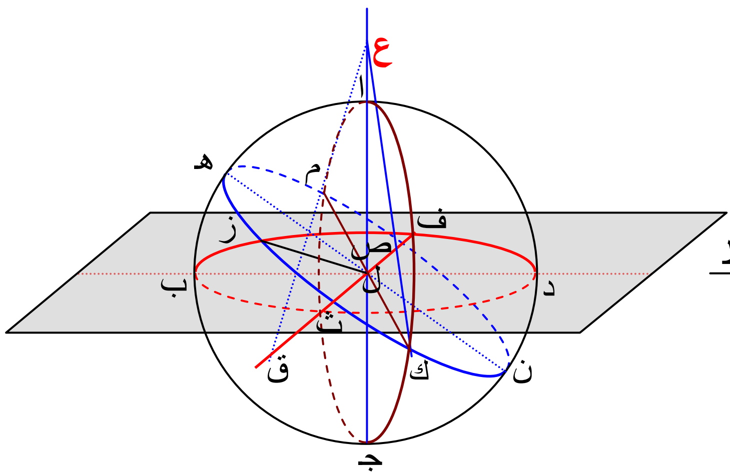
وليكن هَاهُنَا ل ز[331] . ونَعمل[332] زاوية ز ل ف[333] قائمة، ولتكن قوس د ن[334] بمقدار[335] القوس التي سَمَّيْنَاهَا قوس **المَيْل**، وكذلك قوس ب هـ . ونَصِل ع ن[336] ، ع هـ[337] فيَمُرَّان من د ب بنقطتي س[338] ، ط . ونأخذ ل ص مثل ل س ، و ل ق[339] مثل ل ط ، ونَعمَل قطعًا ناقصًا سهمه ص ق ، وخط ل ز أحد خطوط الترتيب. فيكون ذلك القطع تسطيح الدائرة التي بُعدها من دائرة نصف النهار بالمقدار الذي فُرِضَ.

< البرهان >:

البرهان [340] في ذلك، // (أ:85ظ) أَنَّا[341] إنْ ردَدْنَا هذا الشكل إلى الشكل الرابع من الفصل المتقدم، تَتَطَابَقُ[342] المَعاني، وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن.



الشكل: 6 – د–1



الشكل: 6 – د–2

[331] – ل ز: ل ن (أ)، ل ب (ب).
[332] – ونعمل: ونعلّم (أ).
[333] – ز ل ف: ن ل ف (أ).
[334] – د ن: د ز (ب).
[335] – قوس د ن بمقدار: الجملة ساقطة من (أ).
[336] – ع ن: ع ز (أ)، (ب).
[337] – ع هـ: ع ط (أ).
[338] – س: ش (ب) (أ)، (ب).
[339] – ل ق: ل و (ب).
[340] – البرهان: والبرهان (أ)، (ب).
[341] – أنّا: سقطت من (ب).
[342] – تتطابق: تطابق (ب).

// (ب:273و)

هـ: < تسطيح دوائر الارتفاع بقطوعٍ مختلفةٍ حسب القطع المطلوب > .

ثُمَّ نُعِيد الشكل. فإنْ أردنا أنْ نَعمَل أوَّل السُّمُوت قطعًا[343] ناقصًا، ثُمَّ الباقية مختلفة، فإنَّا نُخْرِجُ و ي كما قلنا قبل، ثُمَّ نفرض النقطة < ع > فيما بين ا ، ي . وإنْ[344] أردنا أنْ نَعمَل دائرة ما بِعيْنِها قطعًا مكافئًا. مثلاً، نريد أنْ نَعمَل سَمْتَ دائرةٍ بُعدُهَا من دائرة نصف النهار عشرون[345]، فنستخرج وضع خطَّيْ ل ز ، ف ل ث ، ونُعَلِّمْ قوسَيْ د ن ، ب هـ ، أعني القوسين اللَّتَيْن[346] سَمَّينَاهُما [347] المَيْل. ونُخْرِج هـ ق[348] يوازي ب د ونَعمَل قُطب التسطيح نقطة ق[349] ونَصِل ن ق[350] . فَيمُرُّ من د ب[351] بنقطة س[352] . نفصل ل ص مثل ل س[353] ونَعمَلُ قطعًا مكافئًا رأسُه نقطة ص وسهمُه ص ل وخط ل ز خط الترتيب. فيكون ذلك القطع تسطيح تلك[354] الدائرة. وحينئذٍ يكون في جَنْبَتَيْ ذلك القطع تسطيح الدوائر الأُخَر قطوعًا[355] أُخَر، وذلك أنَّ نظائر نقطة ز[356] تَتَغيَّر، وكذلك نظائر نقطتي هـ ، ن[357] . فتَتَغيَّر بحسبها أوضاع القطوع. وذلك أنَّه لمَّا[358] أنْ جُعِلَتْ نقطة أخرى فيما بين نقطتي ق[359] ، ل قُطب التسطيح، حينئذٍ يَصِيرُ تسطيح الدائرة، التي بَسَطْنَاهَا قطعًا[360] مكافئًا، < قطعًا > زائدًا. وإنْ جَعَلْتَ قُطب التسطيح فيما بين نقطتي ا ، ق[361] ، صار تسطيح الدائرة، التي سَطَّحنَاها قطعًا مكافئًا، قطعًا ناقصًا. وقد بَيَّنَّا كيفية جميع هذه الأحوال في عَمَلِ المُقَنطَرات.

---

343 – قطعًا: سقطت من (أ).

344 – وإن: فإن (أ).

345 – عشرون: عشرين (أ)، (ب).

346 – اللتين: التين (أ).

347 – القوسين اللتين سميناهما: قوس التي سميناها (ب).

348 – هـ ق: هـ و (ب).

349 – ق: و (أ).

350 – ن ق: و ق (أ)، (ب).

351 – د ب: د جـ (أ)، (ب).

352 – س: ش (ب).

353 – ل س: ل ش (ب).

354 – تلك: سقطت من (ب).

355 – قطوعًا: قطوع (أ)، (ب).

356 – ز: و (ب).

357 – ن: و (ب).

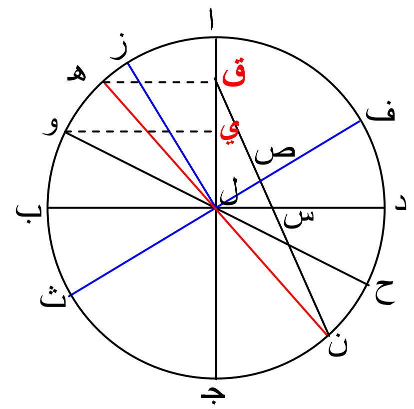
358 – لمّا: سقطت من (ب).

359 – ق: و (أ)، (ب).

360 – قطعًا: سقطت من (ب).

361 – ق: و (أ).

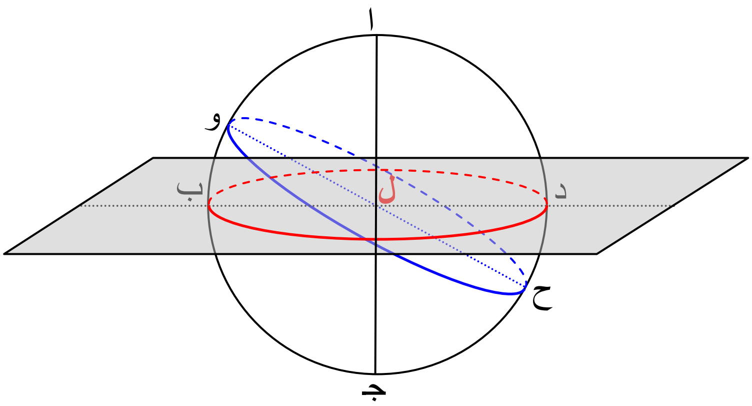
ولمَّا كانت المخروطات التي قواعدها دوائر الارتفاع، ورأسها نقطة التسطيح، تَمُرُّ بقطبي الأُفُق، فإنْ كانت السُّمُوت تقع قُطوعًا[362] نَاقصةً، فكُلُّهَا تَمُرُّ بنقطتي سَمْتِ الرأس < وسَمْتِ الرِّجْل > على سطح الأسطرلاب. وإن كانت قطوعًا مختلفةً، فَتَتَقاطع عند نقطةٍ واحدةٍ من نُقطتَيْ سَمْتِ الرأس < وسَمْتِ الرِّجْل >، وهي نظيرة القطب الذي يَمُرُّ به ضلع المثلث القاطع للمخروط[363]، القاطع لسهم ذلك القطع.



الشكل: 6 – هـ

و: < تسطيح دوائر الارتفاع من مركز الكرة >.

نُعِيدُ دائرة ا ب جـ د . وليكن قطب التسطيح نقطة ل . فتكون حينئذٍ دوائر الارتفاع تقع على سطح الأسطرلاب خطوطًا[364] مستقيمة. وذلك أنَّا[365] إذا تَوَهَّمنَا مخروطات رأسها نقطة ل وقواعدها[366] دوائر الارتفاع، يَقطعُها سطح التسطيح ويكون // (أ:86و) الفصل المشترك بينهما خطوطاً مستقيمة.



الشكل: 6 – و

362 – قطوعًا: قطوع (ب).

363 – للمخروط: المخروط (ب).

364 – خطوطًا: خطوط (ب).

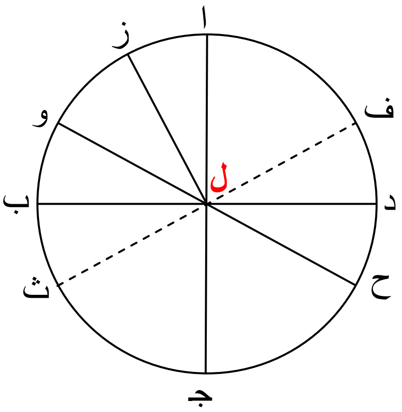
365 – أنّا: أنما (أ).

366 – مخروطات رأسها نقطة ل وقواعدها: مخروط رأسه نقطة ل وقاعدته (أ).

– قواعدها: قاعدتها (ب).

ز [367]: في كيفية عَمَلِ هذا التسطيح.

نُعيدُ الشكل. ونَعْرِفُ وضع خط ل ز . فهو تسطيح ذلك. لأنَّا إذا تَوَهَّمنا مخروطات رأسها[368] نقطة ل وقَوَاعِدُها الدوائر[369] التي تُعْمَلُ على قُطر ح و . فسطح التسطيح يقطعها وتكون الفصول المشتركة بينهما[370] خطوطًا مستقيمة[371]. فهذا مِقْدَار ما يمكن أنْ يُقال في أمْرِ السُّمُوت.



الشكل: 6 – ز

الفصل السابع

في تسطيح العنكبوت < ونَستَعمل فيه السُّمُوت >

أ[372]:– لمَّا كانت[373] دائرة البُروج أفُقًا لعرض تَمَامِ المَيْل، فتسطيحها على سطح الأسطُرلاب يُرجَعُ إلى عَمَل المُقنطَرات. وكذلك الدوائر الموازية لها، فإنَّها مُقنطَرات[374] لعرض تَمَام المَيْل.

وأمّا قسمة فلك البُروج ووضع رؤُوسِ الكواكب الثابتة، فعلى ما أقُولُه الآن.

نَفرضُ[375] دائرة ا ب ﺟ د // (ب:273ظ) دائرة نصف النهار ومحور الكرة ا ﺟ وهو عمُودٌ

---

[367] – ز: في الهامش (أ)، وبعد الجملة " في كيفية عمل هذا التسطيح " (ب).

[368] – مخروطات رأسها: مخروطا رأسه (أ).

[369] – الدوائر: الدائرة (أ).

[370] – بينهما: سقطت من (ب).

[371] – خطوطًا مستقيمة: مثلث (أ).

[372] – ا: في الهامش (أ)، وسقطت في (ب).

[373] – كانت: كان (ب).

[374] – وكذلك الدوائر الموازية لها فإنها مقنطرات: الجملة ساقطة من (أ).

[375] – نفرض: فنفرض (أ).

على قُطر ب د . ولتكن دائرة البروج ك ف م وقوس د س ب نصف دائرة مُعَدَّل النهار ونقطة س أحد الاعتدالين. ولتكن نقطتا ط ، هـ قطبي فلك البروج. ولتكن نقطة الكوكب نقطة ح ونَتَوَهَّم دائرة تَمُرُّ بنقطتي هـ ، ط وبنقطة ح ، وهي[376] قوس ط ح ف هـ . فمِنَ البَيِّنِ أنَّ نقطة ف معلومة، لأنَّها مَوْضِعَ الكوكب بالطول. وتكون قوس ف ح[377] معلومة لأنَّها عرض الكوكب. ونَتَوَهَّم دائرة ل ح ن[378] موازية لدائرة ك ف م ، أعني لدائرة البروج. فبَيِّنٌ[379] أنَّ قوس ك ل مثل قوس ف ح . فقوس ك ل معلومةٌ، فدائرة ل ح ن معلومةُ الوضع على الكرة.

فإذا كانت دائرة ك ف م أُفُقًا لعرضِ تمام الميل على سطح الأسطرلاب، تكون دائرة ل ح ن مقنطرة معلومة البُعْدِ من قطب الكرة. فهي معلومة الوضع على سطح // (أ:86ظ) الأسطرلاب. وتكون دائرة ط ح ف هـ أحد دوائر الارتفاع لذلك العرض، وهي على سطح الأسطرلاب[380] سَمْتٌ من السُّمُوت. ولأنَّ بُعدَ نقطة ف من أحدِ رأسَيْ الحمل والميزان معلوم[381]، فقوس س ف معلومةٌ[382]. فتبقى قوس ف م معلومةٌ[383]، فبعد دائرة ط ف هـ من دائرة نصف النهار معلومٌ. فهي معلومةُ الوضع على الكرة. فتسطيحها على سطح الأسطرلاب معلوم الوضع. فالنقطة المشتركة بينها[384] وبين نظير دائرة ل ح ن على سطح الأسطرلاب معلومة، وهي موضع[385] الكوكب على سطح الأسطرلاب؛ وذلك أنَّا إنْ جَعلنا نقطة ع قُطب التسطيح، وتَوهَّمنا مخروطًا رأسُه نقطة ع وقاعدته دائرة ط ح هـ ، يمُرُّ الخط الوَاصِل بين ع و ح من سطح[386] التسطيح على نقطة، إذا سَطَّحنا دائرة الارتفاع أعني ط ح هـ ، هي بعينها التي يَمُرُّ بها خط ع ح ، إذا سَطَّحنَا دائرة ل ح ن . فتلك النقطة إذن على سطح الأسطرلاب معلومةٌ ، وذلك ما أردنا أنْ نَعْلَمَ.

---

376 – وهي: وهو (أ).

377 – ف ح: جـ ح (أ).

378 – ل ح ن: ل ح ق (أ).

379 – فبيّن: وبيّن (ب).

380 – وتكون دائرة ط ح ف هـ أحد دوائر الارتفاع لذلك العرض، وهي على سطح الأسطرلاب: الجملة ساقطة من (أ).

381 – معلوم: معلومة (ب).

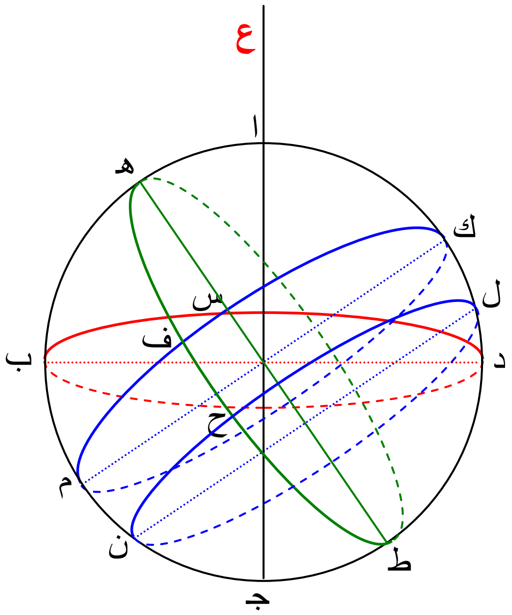
382 – معلومة: معلوم (أ).

383 – معلومة: معلوم (أ).

384 – بينها: بينهما (أ).

385 – وهي موضع: أضاف الناسخ بين الكلمتين كلمة " معلوم " ثم شطب عليها (أ).

386 – سطح: السطح (ب).



الشكل: 7- أ

ب[387]:- تركيب ذلك.

لتكن دائرة ا ب جـ د على سطح الأسطرلاب، وهو مدار الحمل. وليكن قُطرَا ا جـ ، ب د ، يتقاطعان على زوايا قائمة. ولتكن قوس هـ د بِمِقدار المَيْل الأَعْظَم. ونَصِل هـ ل ، ونُخْرِجُه إلى ز[388]. فهو قُطر دائرة البُروج. فنأخذ قوس ط هـ بِمِقدار عرضِ الكوكب، إنْ كان شماليًا ففي ناحية الشمال، وإن كان جنوبيًا ففي ناحية الجنوب. ونُخْرِج[389] ط ح يوازي هـ ز . وليكن قوس ز م تَمَام بُعدِ الكوكب من أحد الاعتدالين. ثُمَّ نُسَطِّح على سطح[390] الأسطرلاب الدائرة التي قُطرها ط ح . وكذلك[391] نُسَطِّح[392] الدائرة التي بُعدُها من دائرة نصف النهار بمِقدار قوس د م[393] . فيتقاطعان على سطح الأسطرلاب. فنقطة التقاطع هي مَوضِع الكوكب.

387 – ب: في الهامش (أ)، ووضعت بعد عبارة " تركيب ذلك " في (ب).

388 – إلى ز: سقطت من (أ).

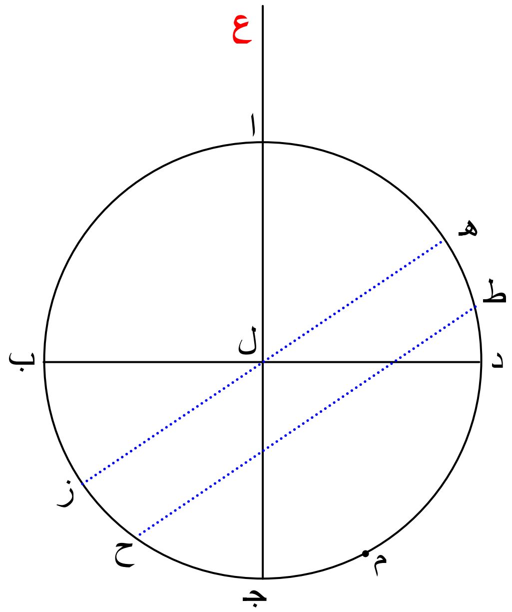
389 – ونخرج: سقطت من (أ).

390 – سطح: سقطت من (ب).

391 – وكذلك: وذلك (أ).

392 – نسطّح: تسطيح (أ)، (ب).

393 – د م: و جـ (ب).



الشكل: 7 – ب

< جـ >:– ولعمل العنكبوت، طريقٌ آخر[394].

فنُعِيد الشكل المُتقدِّم، ونَعمَل على ط ح نصف دائرة ط ك ح . ولنعمل قوس ك ح تَمَامَ درجة طول[395] الكوكب من أوَّل الاعتدال. ونُخْرِج عمود ك س ونَصِل ع س[396] . ونُخْرِج عمودي س ف ، ن ص[397] على ع س . ونَجْعَل س ف مِثْل ك س[398] ونصل ع ف ونُخْرِج عمود ن ل[399] على ب د ونَجعَله مثل ن ص[400] .

فأقول: إنَّ نقطة ل[401] // (أ:87و) رأس[402] مَرِئ الكوكب على سطح العنكبوت.

394 – ولعمل العنكبوت طريق آخر: وله طريق أخرا من لعمل العنكبوت (أ).

395 – طول: طولوع (أ).

396 – ع س: س ع (أ).

397 – ن ص: ف ص (ب).

398 – ك س: ط س (أ)، (ب).

399 – ن ل: حرف النون مطموس في (ب).

400 – ونجعله مثل ن ص: كلمة "مثل" تحت السطر وباقي الجملة مطموس جزئيًا في (أ).
ن ص: ن ف (ب).

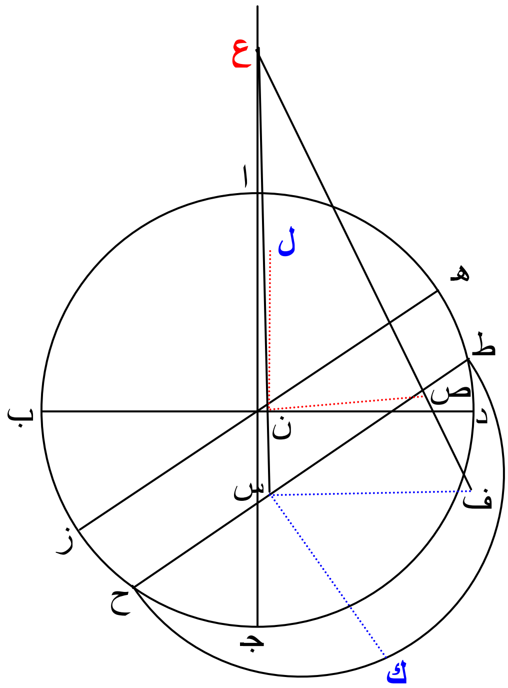
401 – ل: تحت السطر في (أ).

402 – رأس: سقطت من (أ).

< البرهان >:

برهان // (ب:274و) ذلك، إنَّ قوس ح ن[403] من الشكل الأوَّل من هذا الفصل تشبه قوس ف م. فهي تَمَامُ[404] درجة[405] طول الكوكب. فنحن إذا تَوَهَّمنا قوس ط ك ح ى قائمة[406] على سطح دائرة أ ب جـ د ، يكون عمود ك س في السُّمْكِ وتكون قوس ط ك ح بَدَلاً من قوس ل ح ن هناك. فنقطة ك موضع الكوكب في الكرة ونقطة ص على سطح التسطيح تسطيح الكوكب. فإذا أُطبق[407] سطح التسطيح على سطح الأسطرلاب ينطبق عمود ن ص على عمود ل ن . فنقطة ل موضع الكوكب. وذلك ما أردنا أن نُبَيِّن.

وأمَّا[408] قِسْمَةُ فلك البُروج، فهي النقطة المشتركة بين[409] تسطيح السُّمُوت. < التي > بُعدُها مفروض من أوَّل الحمل، وبين[410] تسطيح دائرة البروج.



الشكل: 7- جـ

403 – ح ن: ح ز (أ)، (ب).

404 – فهي تمام: فهي بعد تمام (أ).

405 – درجة: درجات (ب).

406 – قائمة: قائم (ب).

407 – أُطبق: انطبق (أ).

408 – وأمّا: فأمّا (ب).

409 – بين: من (أ).

410 – وبين: ومن (أ).

الفصل الثامن

في عمل العنكبوت من غير أن نستعمل فيه السُّمُوت

لتكن صفيحة الأسطرلاب التي عليها دائرة ا ب جـ د ، وقُطرَا ا جـ ، ب د < يتقاطعان > على مركز هـ على زوايا قائمة[411]، وقُطبَا[412] الكرة نُقْطتَا ا ، جـ . ولتكن نقطة ع قُطب التسطيح. فمِن البَيِّنِ أنَّ منطقة[413] فلك البُروج أحد دوائر المُقنطَرات. ونريد أنْ نَجِدَ أوّلاً نقط الكواكب. فلنأخذ مقدار بُعْدِ الكوكب[414] من[415] مُعَدَّل النهار من إحدى نقطتي د ، ب ، إنْ كان شماليًا ففي ناحية الشمال، وإنْ كان جنوبيًا ففي ناحية الجنوب.

وليكن مَثَلاً قوس د ز . ونُخْرِج [قوس] < خط > ز ح يوازي ب د . ولنعمل على ز ح نصف دائرة < ز > ل ق ح ونأخذ قوس ل ق[416] بمقدار مطالع درجة مَمَرِّ الكوكب[417] بالفلك المستقيم. ونُخْرِج عمود ل ك ونَصِل ك ع ونُخرِج ك م عمودًا على ك ع ونَجْعل ك م مثل ك ل ، ونَصِل ع م ، ونُخْرِج من نقطة ت خطًا يوازي خط م ك[418]، وهو ت س[419] ، ونُخْرِج ت ن عمودًا على ب د . وليكن ت ن مِثْلَ ت س[420] .

فأقول: إنَّ نقطة ن رأس مَرِئ[421] الكوكب على سطح الأسطرلاب.

< البرهان >:

برهان ذلك، أنَّا نَتَوهَّم كَأَنَّ سطح // (أ:87ظ) قوس ز ق ح[422] قام على سطح الأسطرلاب على

---

[411] – على مركز هـ على زوايا قائمة: على زوايا قائمة على مركز هـ (أ).

[412] – وقطبا: وقطب (أ).

[413] – منطقة: نقطة (أ).

[414] – الكوكب: الكواكب (ب).

[415] – من: عن (أ).

[416] – قوس ل ق: سقطت من (أ).

[417] – الكوكب: الكواكب (أ)، (ب).

[418] – م ك: م ل (ب).

[419] – ت س: ت ز (أ).

[420] – ونخرج ت ن عمودًا على ب د وليكن ت ن مثل ت س: الجملة ساقطة من (أ).

[421] – مَرِئ: مورى (ب).

[422] – زق ح: ز ف ح (أ).

زوايا قائمة وصار وَضْعُه مثل وضعِ سطحِ ز ش ح[423]. ونَتَوهَّم نصف دائرة مُعَدَّل النهار قوس د ف ب[424]، وهو قائمٌ على السطح أيضًا، ونَتَوهَّم نقطة ف أوَّل الحمل ونقطة و على نصف قوس ز ش و ح[425]. وليكن و ش[426] مثل ق ل . ونَتَوهَّم دائرة تَمُرُّ بقطبي ا ، جـ وبنقطة ش[427]، وهي قوس ا ص ش جـ[428] . فمِن البَيِّنِ أنَّ قوس ص ش[429] مثل قوس ز د التي هي بُعدُ الكوكب عن[430] مُعَدَّل النهار. وقوس ف ص تشبه قوس و ش[431]. فهي مطالع الفلك المستقيم لدرجة مَمَرِّ الكوكب. وقوس ص ش[432] بُعده من مُعَدَّل النهار. فنقطة ش[433] موضع الكوكب على الكرة.

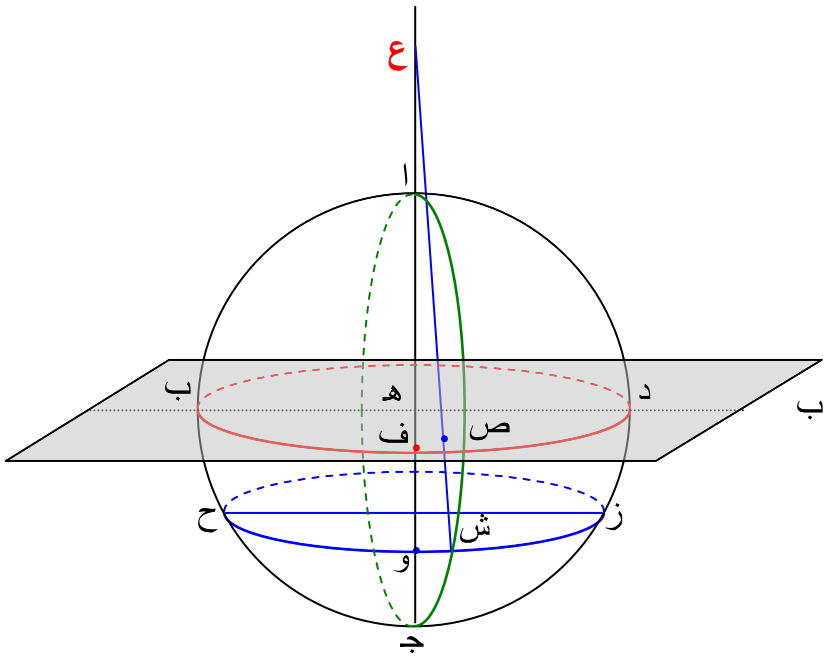
فإذا أُرْسِلَ من نقطة ش[434] عمودًا إلى[435] السطح[436]، يَمُرُّ بنقطة ك ، ويكون مثل ك ل . وإذا وُصِّلَ بين نقطة ش[437] ونقطة ع بخطٍ مستقيم، يكون مثل خط م ع ويَمُرُّ بنقطة التسطيح من سطح التسطيح[438]. وإذا أَخْرَجنَا من تلك النقطة عمودًا إلى السطح، يَمُرُّ بنقطة ت ، ويكون مثل ت س[439] ، وأعني ت ن ، فنقطة ن إذن موضع الكوكب.

ولأنَّ قوس أ ص ش جـ[440] تَمُرُّ من فلك البُروج بدرجةِ مَمَرِّ[441] الكوكب، فنحن إذا تَوَهَّمنا فلك البروج قائمًا على السطح، وَوَصَّلْنا[442] بين نقطة ع وبين درجة المَمَرِّ بخطٍ مستقيم يَمُرُّ بنقطة المَمَرِّ من

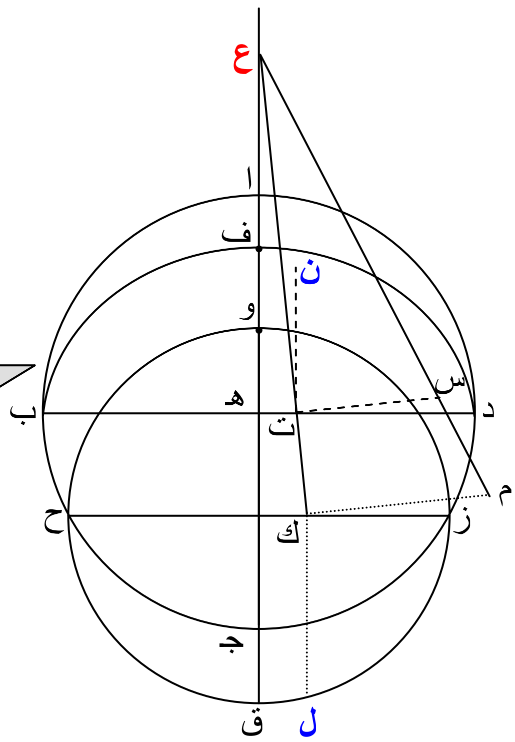
---

423 – ز ش ح: ز س ح (أ).
424 – د ف ب: د ق ب (ب).
425 – ز ش و ح: ز س و ح (أ)، ز س و ت (ب).
426 – و ش: و س (أ).
427 – ش: س (أ)، (ب).
428 – ا ص ش جـ: ا ص س جـ (أ)، (ب).
429 – ص ش: ص س (أ).
430 – عن: من (ب).
431 – و ش: و س (أ).
432 – ص ش: ص س (أ).
433 – ش: س (أ).
434 – ش: س (أ).
435 – إلى: على (أ).
436 – السطح: سقطت من (أ).
437 – ش: س (أ).
438 – سطح التسطيح: السطح (ب).
439 – ت س: سقط حرف التاء في (أ).
440 – ا ص ش جـ: ا ص س ك (أ)، ا ص ش ت (ب).
441 – ممرّ: نممر (أ).
442 – ووصّلنا: وأوصلنا (ب).

تسطيح فلك البُروج على سطح التسطيح، يكون[443] ذلك الخط على سطح دائرة ا ص ش جـ[444] ، فعلى الفصل المشترك بينهما. وكذلك الخط الواصل // (ب:274ظ) بين نقطة ع ونقطة ش ، يَمُرُّ[445] من السطح بتسطيح نقطة ش[446] أعني الكوكب. ويكون أيضًا على سطح دائرة أ ص ش جـ[447] . فإذن نقطتا[448] تسطيح المَمَرِّ ورأس الكوكب على خطٍ مستقيمٍ يَمُرُّ بنقطة هـ[449] وبالنقطتين[450] جميعًا. فإذا سُطِّحَتَا[451] على سطح // (أ:88و) العنكبوت وأُدِيرَ العنكبوت، يَبلُغان على خط وسط السماء في زمانٍ واحدٍ.



الشكل: 8 – 2



الشكل: 8 – 1

443 – يكون: ويكون (أ).

444 – ا ص ش جـ: ا ص س ح (أ)، ا جـ ش ت (ب).

445 – ش يمر: س تمر (أ).

446 – ش: س (أ).

447 – ا ص ش جـ: ا ص س جـ (أ)، ا ص ش ت (ب).

448 – نقطتا: نقطتي (أ)، (ب).

449 – هـ: سقطت من (ب).

450 – وبالنقطتين: وبالقطبين (أ).

451 – سطّحتا: سطحنا (ب).

فأمَّا قِسْمةُ فلك البروج بالمطالع، فإنَّا نَجعل قوس د ز[452] مَيْل الدرجة التي نريد أنْ نَقْسِمَها. فإنْ[453] كان الميل شماليًا، ففي جهة الشمال. وإن كان جنوبيًا، ففي جهة الجنوب. ونجعل[454] قوس ق ل مِقْدَار مطالع تلك الدرجة بالفلك المستقيم ونُتمم[455] سائر العمل كما عَمِلنا قَبل[456] [برهان ذلك[457]] البرهان.

الفصل التاسع

في عمل العنكبوت بطريق سهل

وهو أنْ نُتَمِّمَ[458] صفيحةً واحدةً من أي صنف شئنا، شماليةً كانت أم[459] جنوبيةً، ثُمَّ نُسَطِّح[460] دائرة البُروج على سطح العنكبوت، ثُمَّ نُقَسِّمُه بمطالع الفلك المستقيم كما جَرَت به العادة، ثُمَّ نُخْرِج من المركز أعني مركز الأسطرلاب، إلى درجة مَمَرِّ الكوكب، خطًا مستقيمًا، ثم نَنظُر كَمْ بُعد الكوكب من مُعَدَّل النهار ونَنظُر جهته. ثمَّ نُعَلِّم على ذلك البُعد من مدار الحمل من المُقنطَرات وفي[461] جهة ذلك البعد. ثُمَّ نأخذ مقداره[462] من المركز ونُعَلِّم على الخط المُخْرَجِ من المَمَرِّ. فذلك رأس مَرِئ[463] الكوكب.

[452] – د ز: ز د (أ).

[453] – فإن: فال (ب).

[454] – ونجعل: ونحصّل (ب).

[455] – ونتمم: ونتم (أ)، (ب).

[456] – كما عملنا قبل: الجملة ساقطة من (أ).

[457] – برهان ذلك: والبرهان في دلك (أ).

[458] – نتمّم: نتمّ (ب).

[459] – أم: أو (أ).

[460] – نسطح: تسطيح (أ).

[461] – وفي: في (أ).

[462] – مقداره: مقدار (ب).

[463] – مَرِئ: سقطت من (ب).

الفصل العاشر

في توطئة مُقدّمات لعمل القطوع على سطحٍ ما بطريقٍ[464] صناعي

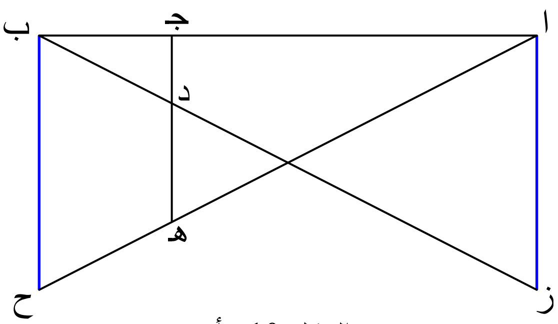
< التوطئة أ >:

خط ا ب قُسِمَ على جـ ، وأُخْرِجَ عمودُ جـ هـ ، وجُعِلَ ضَربُ[465] جـ هـ في جـ ب مِثل ضَربِ جـ د في ا جـ ووُصِّلَ ا هـ ، ب د وأُخْرِجَا وأُخْرِج ا ز ، ب ح[466] يوازيان جـ هـ .

فأقول: < إنَّ > ا ز مِثل ب ح .

< البرهان >:

برهان ذلك، لأنَّ ضرب جـ هـ في جـ ب مِثل ضرب جـ د في ا جـ ، تكون نسبة جـ هـ إلى ا جـ ، أعني نسبة ب ح[467] إلى ا ب ، مثل نسبة جـ د إلى جـ ب ، أعني نسبة ا ز إلى ا ب . فنسبة ب ح[468] إلى ا ب مِثل نسبة ا ز إلى ا ب . فـ ا ز مِثل ب ح[469] وذلك ما أردنا أنْ نُبَيِّن.



الشكل:10- أ

< التوطئة ب >:

خط ا ب معلوم الوضع ونقطة د[470] معلومة وعمود جـ د معلوم القدر. كيف نجد قطعًا مكافئًا يكون سهمه ا ب ورأسه نقطة ب ويكون جـ د خطًا من خطوط الترتيب.

---

464 – بطريق: بعمل (أ).

465 – ضرب: صر (أ).

466 – ب ح: ل ح (ب).

467 – ب ح: ب جـ (أ).

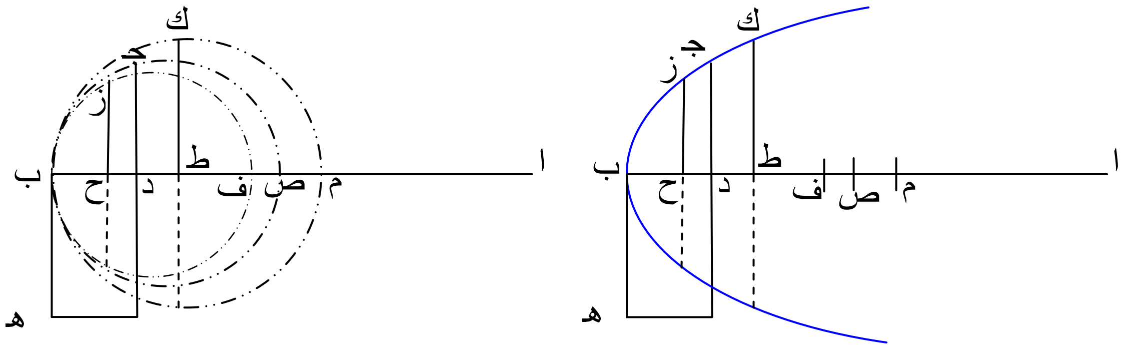
468 – ب ح: ب جـ (أ).

469 – ب ح: ب جـ (أ).

470 – ب: د (أ)، (ب).

فإنَّا نُضِيف إلى ب د سطحًا متوازي الأضلاع، قائم الزوايا، يكون[471] مثل مُربَّع جـ د . وليكن ذلك < سطح > د هـ . فخط // (أ:88ظ) ب هـ هو الضلع القائم لذلك القطع. فالقطع مَعلومُ الوضع، إلاَّ أنَّا نَجِدُ نِقاطًا كم شئنا على جنبي خط ا ب ، وتكون كلُّها على قطعٍ مكافئ.

فنُخرِجُ عمود ز ح ، ونَجعَل ف ح مثل ب هـ ، ونعمل على ف ب نصف دائرة، فتمرُّ بنقطة ز . فنقطة ز على القطع المكافئ الذي عليه نقطة جـ . وكذلك نُخرجُ عمود ط ك ونجعل ط م مثل ب هـ ، ونعمل على ب م نصف دائرة. فتَمُرُّ من ط ك على نقطة[472] ك. فنقطة ك[473] على ذلك القطع أيضًا. وكذلك نَطلبُ أبَدًا. وإنْ[474] // (ب:275و) أُخْرِجَت الأعمدة إلى الجانب الآخر، فيَمُرُّ القطع من الجانبين، وذلك ما أردنا أنْ نَجِد[475].



الشكل: 10– ب

< التوطئة جـ >:

إذا كان خط ا ق معلوم الوضع و[476] ا ب معلوم القدر، و جـ د عمود على ا ق ونقطة د[477] معلومة < وعمود جـ د معلوم القدر>. ونريد أنْ نجد قطعًا زائدًا يكون سهمه أ ق وضلعه المائل ا ب ورأسه نقطة ا وخط جـ د من خطوط الترتيب[478].

فنُضيف إلى ا د سطحًا متوازي الأضلاع قائم الزوايا مثل مربع جـ د ، وهو سطح ا ز .

471 – يكون: ويكون (أ).

472 – على نقطة: بنفطة (أ).

473 – فنقطة ك: العبارة ساقطة من (أ).

474 – وإن: فإن (أ).

475 – نجد: نبين (أ).

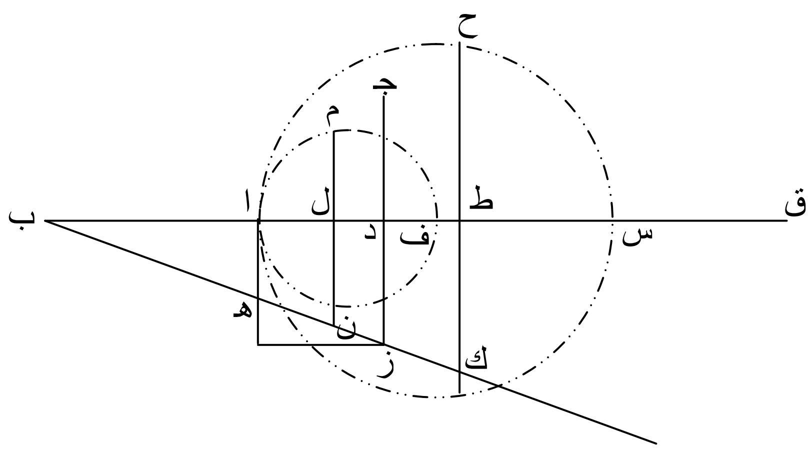
476 – و : سقط من (ب).

477 – د: جـ (أ)، (ب).

478 – وخط جـ د من خطوط الترتيب: وخط من خطوط الترتيب جـ د (أ)، (ب).

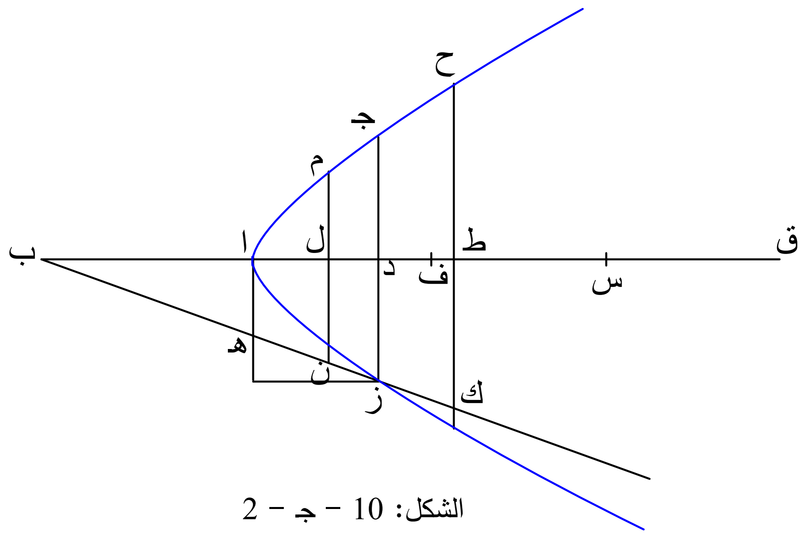
ونصل ب ز[479] . فـ ا هـ الضلع القائم. فالقطع معلوم الوضع، كما يَلْزَمُ من أشكال ***كتاب المخروطات***، إلاَّ أنَّا نَعملُ بطلب[480] النقط كما عمِلنا قبل.

فنُعَلِّم نقطة ط ونُخْرِج ح ط ك[481] عمودًا ونجعل ط س مثل ط ك[482] ونَعمل على ا س نصف دائرة. فتمُرُّ بنقطة ح . فنقطة ح على القطع الزائد الذي كان علية نقطة جـ . وكذلك نُعَلِّم[483] نقطة ل ونُخرِج عمود م ل إلى ن[484] ونَجعل ف ل[485] مثل ل ن[486] ونَعمل على ا ف[487] نصف دائرة. فتمُرُّ بنقطة م . فنقطة م[488] على ذلك القطع أيضًا. وكذلك نجد جميع النقط في الجانبين.



الشكل: 10 – جـ – 1

479 – ب ز : أ ز (أ)، (ب).
480 – بطلب: مطلب (أ).
481 – ح ط ك: ط ك (أ).
482 – ط ك: ط ل (ب).
483 – نعلّم: نتعلم (أ)، (ب).
484 – ن: ا ن (أ).
485 – ف ل: س ل (ب).
486 – ل ن: ا ن (أ).
487 – ا ف: ا س (ب).
488 – فنقطة م: العبارة ساقطة من (أ).



الشكل: 10 – جـ – 2

< التوطئة د >:

خط ا ب معلوم الوضع والقدر[489] وعليه عمود جـ د < معلوم الوضع والقدر>. ونريد أنْ // (أ:89و) نجد قطعًا ناقصًا يكون سهمه خط ا ب وأحد خطوط الترتيب على ذلك السهم جـ د.

فإنْ كان ضرب ا د في د ب مثل مُربَّع جـ د ، فيكون القطع دائرةً.

فليكن[490] ضرب ا د في د ب ليس مثل مُربَّع جـ د . ونضيف إلى ب د سطحًا متوازي الأضلاع قائم الزوايا. ويكون[491] مثل مربع جـ د . وليكن ذلك سطح د هـ . ونَصِل ا ع ونُخرِجُه إلى ز . فبَيِّنٌ أنَّ مُربَّع جـ د يَنْقُصُ عن ضرب ب ز في ب د بسطح[492] ع ز ، الشبِيه بالسطح الذي يُحِيط به خطَّا ب ز، ا ب . فخط ب ز الضلع القائم للقطع الناقص الذي سهمه ا ب وأحد خطوط ترتيبه جـ د ، كما يَلْزَمُ من ***كتاب المخروطات***.

ولكي نَجِد النقاط[493]، فلنُعَلِّم[494] على ا ب نُقطًا كم شئنا، وليكن ط منها. ونُخْرِج عمود ح ط ك[495] ونَجعل ط س مثل ط ك ونَعمل على ب س نصف دائرة. فتَمُرُّ من ط ح على نقطة ح

---

[489] – الوضع والقدر: القدر والوضع (أ).

[490] – فليكن: فيكون (ب).

[491] – ويكون: يكون (ب).

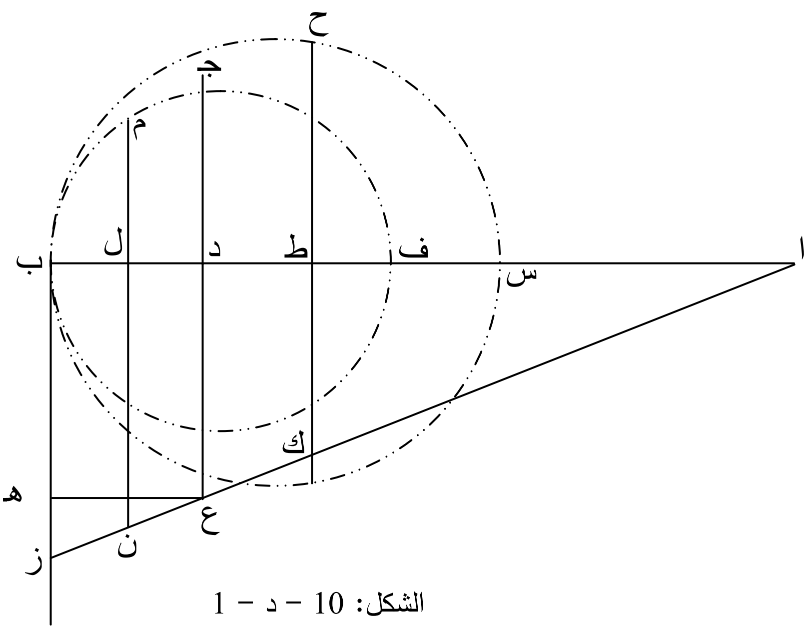
[492] – بسطح: فسطح (أ).

[493] – ولكي نَجِد النقاط: ولكنَّا نَجِد النقط (أ)، (ب).

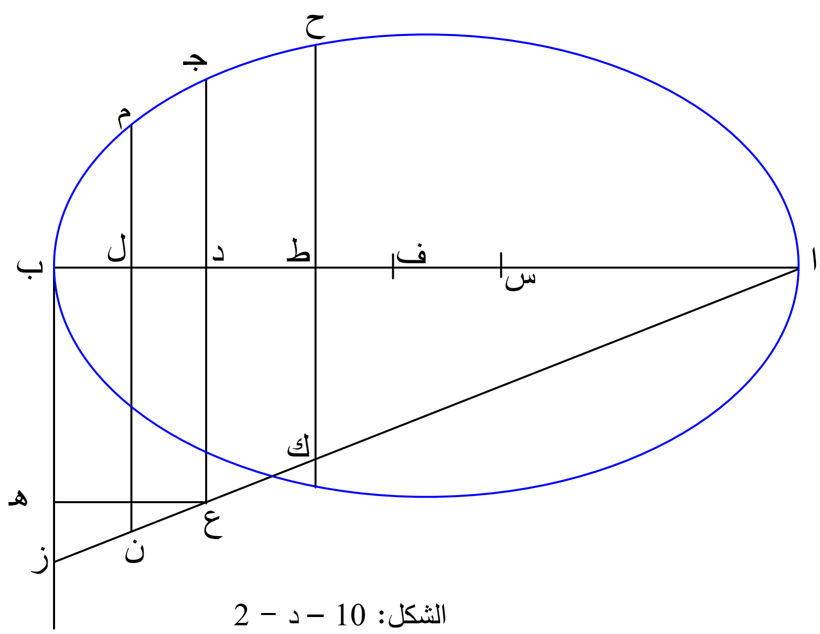
[494] – فنعلّم: فنتعلم (ب).

[495] – ح ط ك: ط ك (أ).

فنقطة ح على القطع الناقص الذي كانت عليه نقطة جـ . وكذلك نُعَلِّم[496] نقطة ل ونُخرِج عمود م ل ن ونَجعَلُ ل ف مِثل ل ن ونَعمَل على ف ب نصف دائرة. فتمُرُّ بنقطة م . فنقطة م على ذلك القطع أيضًا. وكذلك نجد نُقطًا كَمْ[497] شِئنا في الجانبين.



الشكل: 10 – د – 1



الشكل: 10 – د – 2

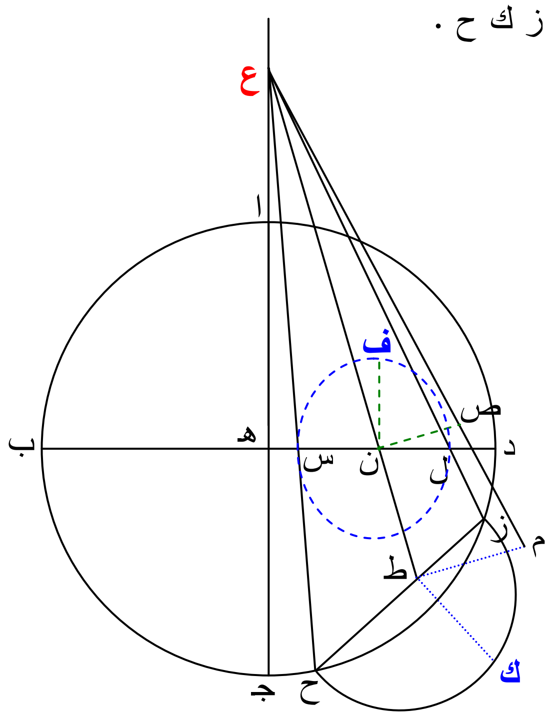
496 – نعلّم: نتعلم (أ)، (ب).
497 – نقطًا كم: كم نقطًا (ب).

الفصل الحادي عشر

في عمل المُقنطَرات على سبيلٍ صناعي

أ:– نفرض دائرة ا ب جـ د على سطح الأسطرلاب ولتكن مدار الحمل. وليكن قُطرَا ا جـ ، ب د يتقاطعان على زوايا قائمة، على مركز هـ . وليكن قطب التسطيح نقطة ع . وليكن قطر الدائرة التي نريد[498] أنْ نُسطِّحَها ز ح . ونَصِل ع ز ، ع ح ونُعَلِّم على ز ح نقطة كيفما اتَّفَقَت[499]، وهي ط ونَصِل ط ع بخطٍ مستقيم. ونَعمل على[500] ز ح[501] نصف دائرة ز ك ح ونُخرِج عمود ط ك[502] على ز ح ونُخرِج من نقطتي ط ، ن عمودي ط م ، ن ص على خط ع ط ونَجعَل ط م مثل ط ك[503] ونصل ع م ونخرج عمود // (ب:275ظ) ن ف على ب د[504] ونَجعل ن ف مثل ن ص . ونَعمل قطعًا ناقصًا سهمه ل س وخط ف ن // (أ:89ظ) من خطوط الترتيب.

فأقول: إنَّ ذلك القطع هو تسطيح دائرة ز ك ح .



الشكل:11– أ–1–1

---

[498] – نريد: تريد (أ).

[499] – اتفقت: اتفق (أ).

[500] – على: سقطت من (ب).

[501] – ز ح: ا ح (أ).

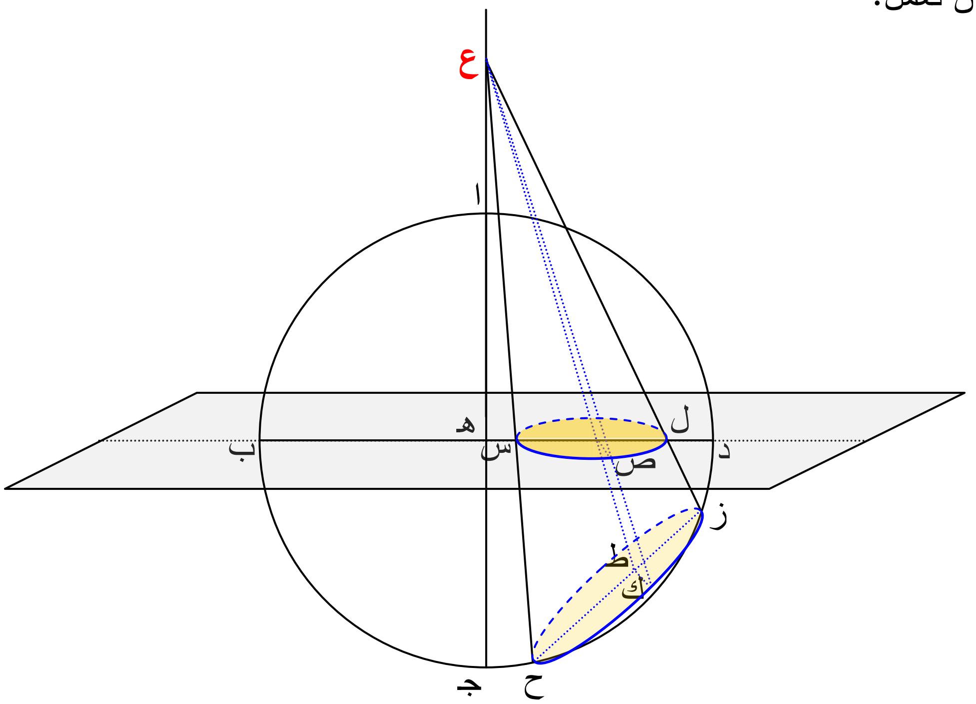
[502] – ط ك: ك ط (ب).

[503] – ط ك: ط ل (ب).

[504] – ب د : ل س (أ)، مطموسة في (ب).

< البرهان >:

برهان ذلك، أنَّا نَتَوهَّم سطحًا[505] قائمًا على سطح دائرة ا ب جـ د ، على خط ب د . ونَتَوَهَّم سطح دائرة ز ك ح قائمًا على سطح دائرة ا ب جـ د[506] على خط ز ح . فيكون عمود ط ك قائمًا على ز ح على نقطة ط . فنحن، إذا تَوَهَّمنا مخروطًا رأسه نقطة ع وقاعدته دائرة ز ك ح ، يقطعُه[507] السطح القائم على ب د ، يكون الفصل المشترك < بينهما > قطعًا ناقصًا، سهمه ل س . ونحن إذا تَوَهَّمنا حتى يَدُورَ ز ع حول القاعدة، فإذا بلغ إلى نقطة ك ، يكون حينئذٍ ع ك بَدَلاً من خط م ع . وإذا أخرجنا من نقطة ن عمودًا على[508] سطح دائرة ا ب جـ د ، يَمُرُّ بمحيط[509] ذلك القطع الناقص ويكون مثل خط ن ف ويكون ذلك الخط[510] خط الترتيب. فذلك القطع إذن مثل القطع الذي عَمِلنا. وذلك القطع هو تسطيح دائرة ز ك ح . فإذن[511] القطع الناقص الذي يُعْمَلُ على سهم ل س وخط ن ف خط من خطوط الترتيب، يكون تسطيح دائرة ز ك ح[512] على سطح الأسطرلاب. وذلك ما أردنا أنْ نَعمَل.



الشكل:11- أ – 1-2

[505] – سطحًا: مطموسة الآخر جزئيًا في (ب).

[506] – ا ب جـ د: مطموسة في (ب).

[507] – يقطعه: يقطع (أ).

[508] – إلى نقطة ك يكون حينئذ ع ك بدلاً من خط م ع ، وإذا أخرجنا من نقطة ن عمودًا على: الجملة ساقطة من (أ).

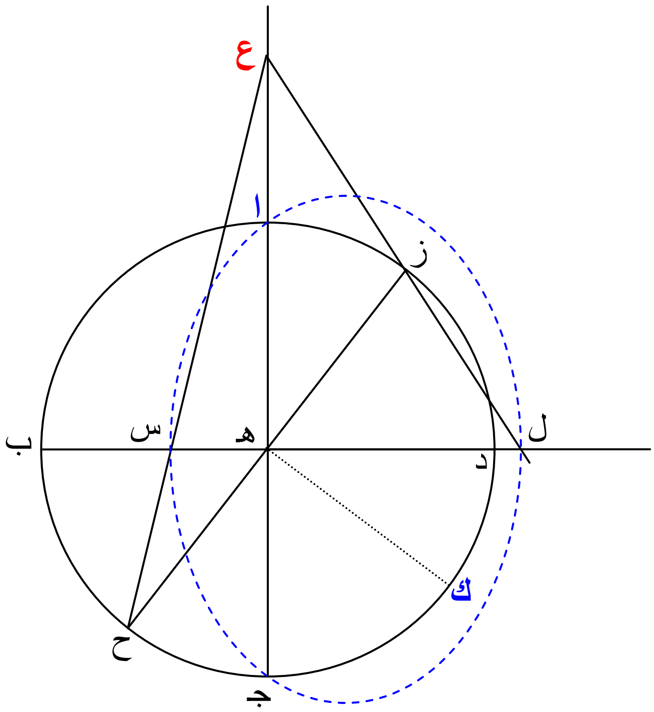
[509] – بمحيط: محيط (أ).

[510] – الخط: سقطت من (ب).

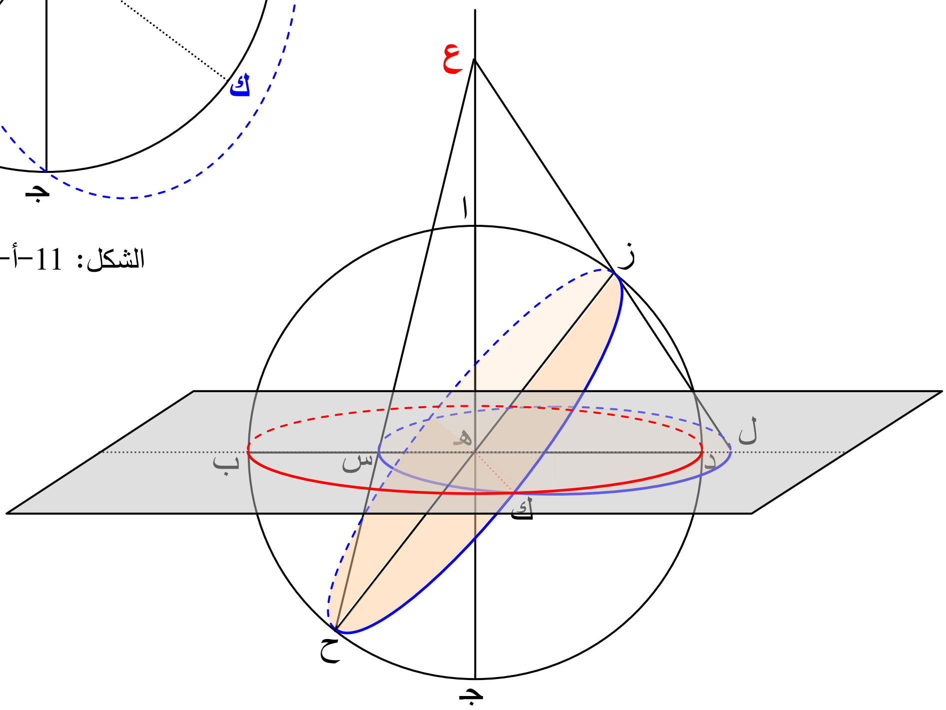
[511] – فإذن: فإن (ب).

[512] – فإذن القطع الناقص الذي يعمل على سهم ل س، ... تسطيح دائرة ز ك ح: الجملة ساقطة من (أ).

فإن[513] كان ز ح[514] يَمُرُّ بالمركز، أعني نقطة هـ ، فيكون أحد خطوط الترتيب خط ا هـ ، الذي هو < نصف > قطر الدائرة. فنعمل حينئذٍ القطعَ على السهم. وخط الترتيب خط[515] ا هـ . فيَمُرُّ بنقطة ا.



الشكل: 11-أ-2-1



الشكل: 11-أ-2-2

513 – فإن: أضاف الناسخ الحرف " ب " قبلها كبداية لفقرة جديدة (ب).

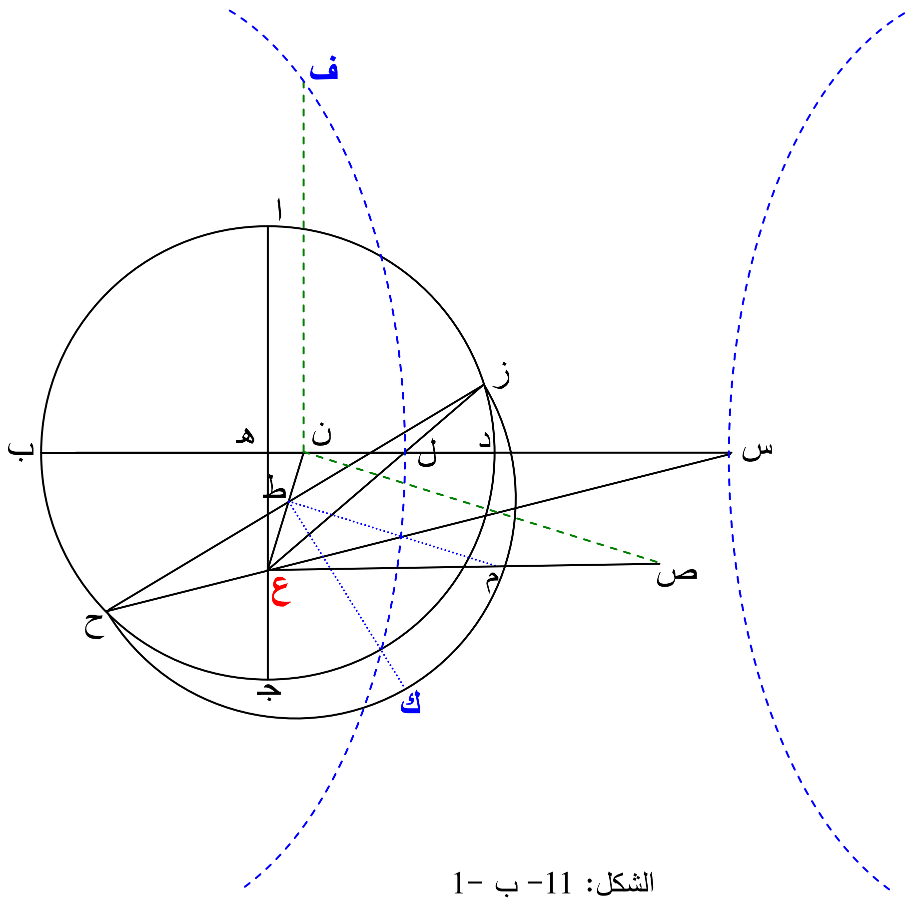
514 – ز ح: هـ ح (أ).

515 – الترتيب خط: العبارة ساقطة من (أ).

ب:– نُعِيدُ دائرة ا ب جـ د ، مع قطري ا جـ ، ب د ، و خط ز ح[516] .

وليكن قطب التسطيح نقطة ع . وليكن ع ز ، ع ح موصولين. فيمُرُّ ع ز من خط ب د بنقطة ل ويَلْقَى[517] ع ح خط ب د[518] خارج نقطة ل على س . فنعمل على ز ح نصف دائرة ز ك ح ونُعَلِّم[519] نقطة ط على ز ح كيف ما اتَّفَقَت ونَصل ع ط ن ونُخرج عمود ط ك على ز ح ونُخرج عمودي ط م ، ن ص على ع ن ونَجعل ط م مثل ط ك ونَصِل ع م[520] ونُخرِجُه إلى ص من ن ص ونُخرِج عمود ن ف على ب د ونَجعل ن ف مثل ن ص ، ونَعمل قطعًا زائدًا رأسه نقطة ل وسهمه ب ل وضلعه المائل س ل وخط ن ف // (أ:90و) خط الترتيب.

فأقول: إنَّ ذلك القطع هو تسطيح دائرة ز ك ح .



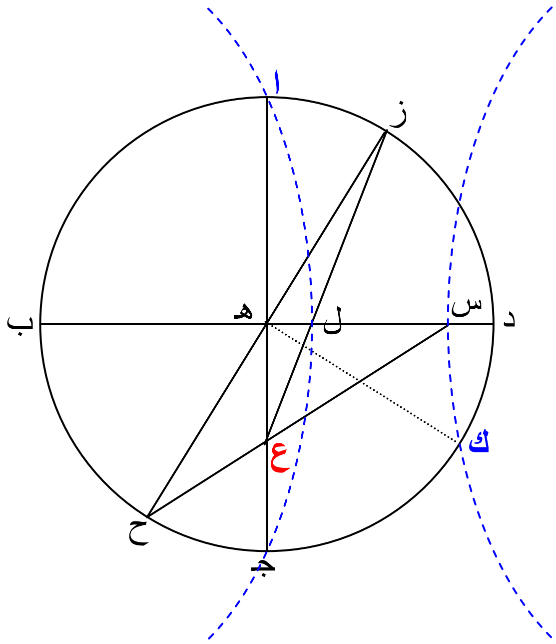
الشكل: 11– ب –1

[516] – وخط ز ح: العبارة ساقطة من (أ).
[517] – ويلقى: ولقي (ب).
[518] – ب د: سقطت من (أ).
[519] – ونُعَلِّم: ونتعلم (أ)، (ب).
[520] – ع م: ح م (ب).

< البرهان >:

وبرهان ذلك، كما برهنا في الشكل المتقدم.

فإنْ كان ز ح يَمُرُّ بنقطة هـ ، فخط الترتيب يكون ا هـ ويَمُرُّ القطع بنقطة ا .



الشكل: 11- ب - 2

جـ:- نُعيد الدائرة بقطريها وخط ز ح ، ونَصِل ع ح . فصار موازيًا لـ ب د . وَوُصِّلَ ع ز ، فَمَرَّ بخط ب د على س . فنعمل على ز ح نصف دائرة ز ك ح ونُعَلِّم[521] نقطة ط . ونَعمَل سائر ما عمِلنا قبل ليَحصُل عمود ن ف . ونَعمل قطعًا مكافئًا رأسه نقطة س وسهمه ب د[522] وخط ن ف خطٌ من خطوط الترتيب. فيكون ذلك القطع تسطيح دائرة // (ب:276و) ز ك ح[523] على الأسطرلاب. والبرهان على ما تقدم.

وإن[524] كان زح يَمُرُّ[525] بنقطة هـ ، فيكون ا هـ خط الترتيب ويَمُرُّ[526] القطع بنقطة ا .

---

521 – ونُعَلِّم: ونتعلم (أ)، (ب).

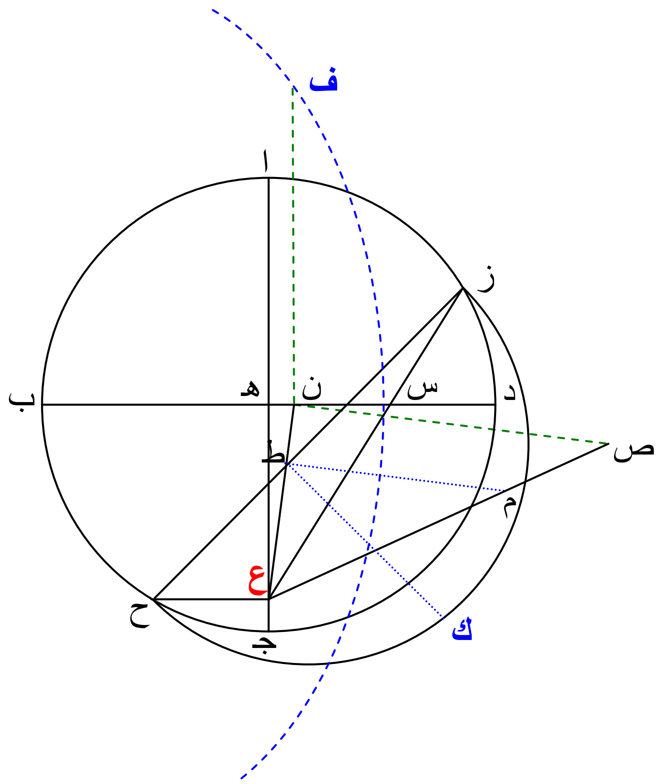
522 – ب د: ل ك (أ).

523 – ز ك ح: مطموسة في (ب).

524 – على ما تقدم وأن: كما تقدم فإن (أ).

525 – يمرّ: مكرّرة في (أ).

526 – ويمرّ: مطموسة في (ب).



الشكل: 11- جـ

د:- فإذا[527] أردنا أنْ[528] نُتَمِّمَ المُقنطَرات من غير ذكر القطوع، فإنَّا[529] نُعيد[530] دائرة[531] ا ب جـ د وقطري ا جـ ، ب د ، ونقطة ع قطب التسطيح. ونعيد نصف دائرة ز ك ح وقطرها ز ح ونصل ع ز ، ع ح ونُعَلِّم[532] على خط ز ح نقطًا كَمْ شئنا ونُخْرِجُ منها أعمدةً على ز ح ونطلب حينئذٍ نظائرها على خط ل س ، كما طلبنا عمود ن ف . فتلك النقط كُلُّها تكون على تسطيح دائرة ز ك ح . ونصل[533] بين النقط. فيكون[534] قد حَصَل لنا ما حَصَل لنا بهذه الأعمال المُتقدِّمة في جميع الأشكال الثلاثة[535]، في الزائد[536] والمكافئ والناقص// (أ:90ظ).

---

527 – فإذا: فإن (أ).

528 – أن: سقطت من (أ).

529 – فإنا: سقطت من (أ).

530 – نعيد: مطموسة في (ب).

531 – دائرة: مكرّرة في (أ).

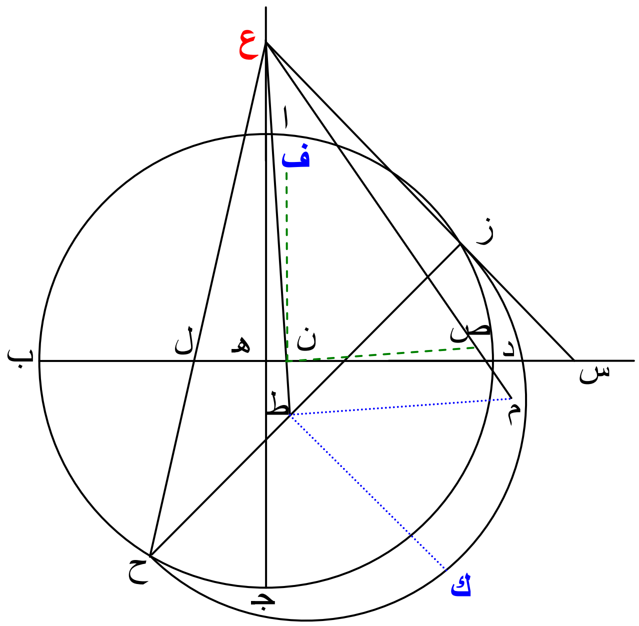
532 – ونُعَلِّم: ونتعلم (أ)، (ب).

533 – ونصل: فنصل (ب).

534 – فيكون: ويكون (أ).

535 – الأشكال الثلاثة: الثلثة الأشكال (ب).

536 – الزائد: الزوائد (ب).



الشكل: 11- د

الفصل الثاني عشر

في عمل السُّمُوت بطريقٍ صناعيٍ

لتكن دائرة ا ب جـ د على سطح الأسطرلاب بقطري ا جـ ، ب د ، ونقطة ع قطب التسطيح. وليكن قطر الأُفُق خط هـ ز . ولنأخذ قوس ز ح بمقدار بُعدِ دائرة الارتفاع من دائرة نصف النهار ونُخرِج عمود ط ح ونصل ع ط ونُخرِج عمودي ط ك[537] ، ل ن على ط ع ونَجعل ط ك مثل ط ح ونَصِل ع ك ونُخرِج عمود ن س[538] على ب د ونجعله مثل ل ن[539].

فأقول: إنَّ نقطةَ س[540] على قطعٍ ناقصٍ، هو تسطيح دائرة الارتفاع التي بُعدُها من دائرة نصف النهار بمقدار قوس ز ح .

< البرهان >:

برهان ذلك، أنَّا نَتَوهَّم نصف دائرة هـ ح ز ، قائمًا على سطح دائرة ا ب جـ د ، على خط[541]

---

[537] ط ك: ط ل (ب).

[538] – ن س: ل س (أ).

[539] – ل ن: ل ز (ب).

[540] – س: ن (أ)، (ب).

[541] – خط: سقطت من (أ).

هـ ز . فيكون عمود ط ح قائمًا على سطح دائرة ا ب جـ د . فنقطة ح على الأفُق على الموضع الذي تَمُرُّ < منه > دائرة الارتفاع. وإذا تَوَهَّمنا أنَّ مثلث ع ك ط قام على سطح دائرة أ ب جـ د ، ينطبق عمود ط ك على عمود ط ح ، ونقطة ك على نقطة ح . فنقطة ل على[542] تسطيح نقطة ح من سطح[543] التسطيح[544]. فإذا انْطَبَقَ سطح[545] التسطيح على سطح الأسطرلاب، يَنْطبِق عمود ل ن على عمود س ن . فنقطة س تسطيح نقطة ح .

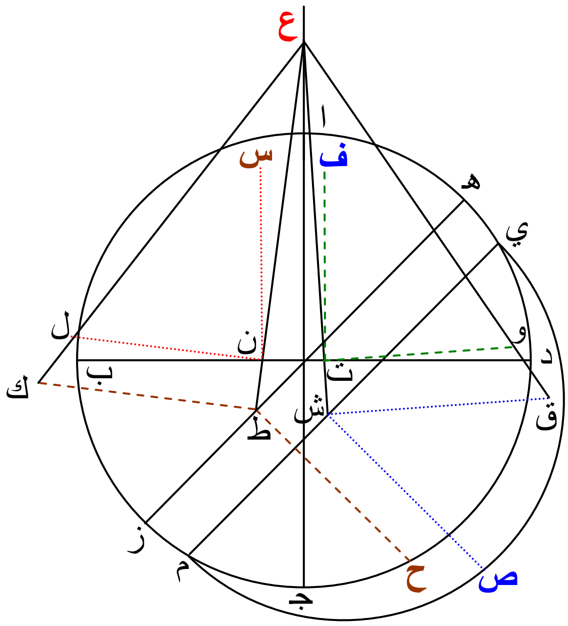
ثُمَّ نُخرِج خط ي م موازيًا لخط هـ ز ونَعمَل عليه نصف دائرة ي ص م ونَعمَل قوس ص م تُشبِه قوس ز ح ونُخرِج عمود ص ش[546] ونَصِل ع ش ونُخرِج عمودي ق ش[547] ، ت و[548] ونَعمَل عمود ق ش[549] مثل عمود ص ش[550] ونَصِل ع ق ونُخرِج عمود ت ف[551] على ب د ونجعله[552] مثل عمود ت و[553] .

فأقول: إنَّ نقطة ف على تسطيح تلك الدائرة، أعني دائرة الارتفاع المعلومة[554] البُعد.

< البرهان >:

برهان ذلك، إنْ قام سطح قوس ي ص م على سطح دائرة ا ب جـ د على خط م ي ، فيكون // (أ:91و) موازيًا لسطح الأفُق. ولأنَّ قوس ص م تُشبِه قوس ز ح ، فالدائرة التي تَمُرُّ بقطبي الأفُق وبنقطة ح تَمُرُّ أيضًا بنقطة ص . فيلزم، كما بَيَّنَّا قَبلُ، أنَّ نقطة ف تكون على سطح الأسطرلاب على تسطيح تلك الدائرة. ولا نَزَالُ نَطلُبُها هكذا[555] في الجانبين. فتكون كُلُّها على تسطيح تلك الدائرة. فإن كانت نقطة ع خارجةً، تَحدُثُ كُلُّها قطوعٌ ناقصةٌ، وإنْ كانت داخلة نقطة ا ، تَتَغيَّر أنواع القطوع، كما بَيَّنَّا في أشكال المقدِّمات التي عَمِلناها للسُّمُوت.

[542] – ط ح ونقطة ك على نقطة ح فنقطة ل على: العبارة ساقطة من (ب).
[543] – سطح: سقطت من (أ).
[544] التسطيح: تسطيح (أ).
[545] – سطح: سقطت من (أ).
[546] – ص ش: ص س (أ).
[547] – ق ش: ق س (أ)، ف ش (ب).
[548] – ت و: ط ز (أ)، (ب).
[549] – ق ش: ق س (أ).
[550] – ص ش: ص س (أ).
[551] – ت ف: ط ف (أ)، (ب).
[552] – ونجعله: ونجعل (أ).
[553] – ت و: ط ز (ب).
[554] – المعلومة: المعلوم (أ).
[555] – هكذا: كذا (ب).



الشكل: 12

فهذه جُملةُ ما سنح لي[556]، في[557] هذا الوقت، من هذا الباب. ولَعلَّه يتهيأ لي بعد هذا الفكر في عكوس[558] هذه الأشياء التي عَمِلتها قبل[559] على أنَّها صعبةٌ جدًا // (ب:276ظ) بعيدةٌ[560]، فإنْ وجدت زمانًا ولاح لي منها شيءٌ، أضفتُه إلى جملة هذا الكتاب، بمشيئة[561] الله وعونه[562]، ولله الحمد والشكر، وصلى الله على خير خلقه، محمد وآله الطَّاهرين[563].

تَمَّ كتاب أبي حامد الصاغاني في التسطيح التام[564]

وفَرَغتُ من تعليقه بالموصل في المحرم سنة 632[565]

---

556 – أي: إلي (أ).

557 – في: سقطت من (أ).

558 – عكوس: علوس (أ).

559 – قبل: سقطت من (ب).

560 – بعيدة: بعينه (أ).

561 – بمشيئة: بمشية (أ)، (ب).

562 – بمشية الله وعونه: الجملة ساقطة من (ب).

563 – ولله الحمد والشكر وصلى الله على خير خلقه محمد وآله الطاهرين: الجملة ساقطة من (أ).

564 – تمّ كتاب أبي حامد الصاغاني في التسطيح التام: الجملة ساقطة من (ب).

565 – وفرغت من تعليقه بالموصل في المحرم سنة 632: الجملة ساقطة من (أ).

V : ملاحق

V– 1: بعض الميادين التطبيقية للإسقاطات

ما نعرفه اليوم أنَّ هندسة الإسقاطات استُغِلت في عدة ميادين تطبيقية مختلفة وكان لهذا الاستغلال في الجغرافيا الرياضية مثلاً، الفضل في رسم الخرائط الجغرافية، وتحديد الجهات ومواضع البلدان. و سمح استغلالها في علم الفلك التطبيقي، بإنتاج العديد من الآلات الفلكية، التي تفيد في الأرصاد وعلم المواقيت.

نسعى في هذه الفقرة إلى عرض جوانب من الميادين التطبيقية لعِلْمِ التسطيح، مُرَكزين على ميدان علم الفلك التطبيقي، مبرزين بعض الآلات الناتجة عن تسطيح الكرة، وعلى الخصوص الأسطرلابات موضوع دراستنا، والآلات التي تَعْمَل عمل الأسطرلاب؛ التي ورد ذكرها وكيفية صنعها وتخطيطها والعمل بها، في مؤلفات العديد من العلماء في التقليد الفلكي العربي، مثل "*كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*" للبيروني(ت. 1048) و"*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" للحسن المراكشي(القرن 13).

1- الآلات الفلكية.

منذ القرن التاسع الميلادي اهتم علماء الحضارة العربية الإسلامية بدايةً بآلات فلكية كان استخدامها معروفًا ضمن المراجع اليونانية التي وصلت إليهم، مثل الأسطرلاب المُسَطَّح، الذي كانوا يعرفون حتى النظريات الرياضية لبنائه. غير أنَّهم لم يتوقفوا عند استعمالهم للآلات اليونانية، بل عملوا على دراستها وتطويرها، وإجراء تعديلات عليها، بما يتناسب مع حاجيات عصرهم، ومقتضياتهم الدينية، التي تتطلَّب تحديد وِجهةٍ معينة نحو القبلة للصلاة، وكذا معرفة الأوقات الخمسة للصلاة[1]. هذا الوضع

---

[1] – فمثلاً: من بين التعديلات التي قام بها علماء بلاد الإسلام، إضافة منحنيات (شبكة من دوائر السَّمْت) على ظهر الأسطرلاب من طرف الخوارزمي (حوالي 825) تسمح لمستخدمها معرفة الاتجاهات، وخصوصًا اتجاه القِبلة في عدة مدن، مؤَشرٌ عليها على أطراف هذه المنحنيات، وإضافة مقاطع تسمح بإجراء العديد من العمليات الحسابية المثلثية (جيوب، جيوب التمام، الظلال، ظلال التمام)؛ وابتكر البيروني (ت 1048/440) خطًا يسمح بتحديد فترات الشفق والغسق، ومنحنيات لمعرفة أوقات الصلاة.

وأصبحت الكرة بعد تحسينها من طرف علماء بلاد الإسلام تحتوي على الكواكب، والقطب، وخط الاعتدالين السماويين، ودائرة البروج، وحلقة خط الزوال، ويستخدم إطار الكرة كدعامة ويمثل الأفق. وبوضع محورها حسب الزاوية المناسبة لخط عرض مكان الرصد، يظهر دورانها المرئي بالنسبة لخط الأفق وخط الزوال في ذلك المكان.

صليبا، ج.: علم الفلك العربي، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي، 2007، ص. 57.

سافوا، دوني: الأسطرلاب والتسطيح، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، نفس المرجع، ص. 93.

MADDISON, F.: *Les Observatoires portatifs: Les instruments arabe à usage pratique*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes,* vol. I (Astronomie théorique et appliquée), Paris, Seuil, 1997, p. 139-172.

الذي جعلهم يعملون على ابتكار العديد من الآلات الفلكية والرصدية، والتمحيص في دراسة كل النظريات الرياضية والهندسية التي تتعلق بموضوع إنتاج هذه الآلات، من بينها هندسة الإسقاطات التي تتطلب معرفة أساسية بعلم حساب المثلثات وقطوع المخروطات والهندسة الكروية. ونتج عن هذا العديد من الآلات التي تحدث على مقتضى تسطيح الكرة، كالأسطرلابات بجميع أنواعها، التي تَنْتُج عن تسطيح الكرة على سطحٍ مستوٍ اعتدالي، أو على سطح يوازيه، أو يمس الكرة في أحد القطبين، أو على غيره من السطوح؛ والآلات الرصدية والتقويمية[2]، وآلات أخرى.

معلوم أنَّ المبادئ والنظريات الأولى في علم الأرصاد، المتعلقة بمسائل القياسات الفلكية المرئية، جُمِعَت أو اختُرِعت من طرف بطلميوس في القرن الثاني الميلادي، الذي استعمل في إعدادها عدة آلات. وتَبَنَّى العلماء في بلاد الإسلام ما وجدوه في كتابات بطلميوس في هذا الموضوع، غير أنَّ انشغالهم بالتَّحَقُّقِ من نتائج بطلميوس بعد 700 سنة من إنجازها، أوْصَلَهم إلى أنَّ تلك القياسات لم تكن دقيقة، ووجدوا فروقًا كبيرة بين ما توصلوا إليه ونتائج بطلميوس[3]. دفع هذا الوضع العلماء في القرن التاسع الميلادي إلى إعادة النظر في الصرح النظري في علم الفلك اليوناني. واعتمدوا ابتداءً من النصف الأوَّل من القرن التاسع، مراقبة الشمس في منتصف الفصول، خِلافَ ما كان يعتمده بطلميوس في أوَّل الفصول. وهذا ما سَهَّل تحديد ميل الشمس من يوم لآخر، وتحديد موقع أوْجها، وضبط حسابات بطلميوس حول فلك البروج[4].

لقد تَطَلَّب هذا العمل الاهتمام بإنشاء العديد من الآلات الفلكية، التي كان لتطبيق هندسة الإسقاطات للكرة الفلكية الفضل الأساسي في إنجازها، والتي استُخدِمت في رصد الظواهر الفلكية، في مختلف المراصد التي استمرت حتى القرن الخامس عشر، عصر جمشيد غياث الدين الكاشي(ت. 1449). ويدل على اهتمامهم بصناعة الآلات الفلكية، تأليفهم لكتبٍ قيمة شرحوا فيها كيفية صناعة هذه الآلات وكيفية العمل بها.

إنَّ تَنَوُّعَ سُطوحَ وكذا مواضع التسطيح، في تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب، أدَّى إلى إيجاد العديد من الأسطرلابات[5]؛ منها على سبيل المثال لا الحصر، الموضوعة على أساس شكل سطحها، مثل

---

[2] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، تصدير فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1984، الجزء 2، ص. 109-131.

[3] – فمثلاً: وجدوا ميل فلك البروج، المقابل لميل محور الأرض '23°,30 وهو أقرب من '23°,27 المستعمل اليوم، بينما كان عند بطلميوس ''23°,51',20، وعند الهنود 24°.

[4] – صليبا، ج.: علم الفلك العربي، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، المرجع السابق، ص. 54-56.

[5] – أنواع الأسطرلابات كثيرة، وأساميها مشتقة من صُوَرِها كالهلالي من الهلال، والكري من الكرة، والزورقي، والصدفي، والمُبَطَّح، وأشباه ذلك. الخوارزمي: *مفاتيح العلوم*، تحقيق إبراهيم الأبياري، بيروت، دار الكتاب العربي، 1989، ص. 254.

الأسطرلاب الكروي (الكُرِّي)، والأسطرلاب الخطي الذي وضعه شرف الدين الطوسي[6](ت. 1213)؛ ومنها الموضوعة على أساس جهة قطب تسطيحها، مثل الأسطرلاب الشمالي، والأسطرلاب الجنوبي؛ ومنها ما سُطِّح من موضعين، كتلك التي بعضها شمالي وبعضها جنوبي؛ ومنها ما وُضِع على أساس منطقة بروجه، مثل الأسطرلاب الذي منطقة بروجه خط مستقيم يَمُرُّ بالقطب، والذي منطقة بروجه حلزون[7]؛ ومنها ما وُضِع على أساس طريقة تسطيحه، مثل الأسطرلاب المخروطي الذي وضعه أبو حامد الصاغاني، والأسطرلاب الأسطواني. وقد ورد ذكر العديد من الأسطرلابات المختلفة، وكيفية صنعها وتخطيطها، في مؤلفات شبه موسوعية في التقليد الفلكي العربي، أهمها "*كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*" للبيروني، و"*كتاب جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" للحسن المراكشي(القرن 13).

أ- نماذج من الآلات الكروية الحادثة عن محاكاة الكرة

بداية، نذكر بعض الآلات الكروية التي تَعمل عَمَلَ الأسطرلاب ولا تحتاج إلى عملية تسطيح، بقدر ما هي مُحاكاة للكرة السماوية، أو محاكاة لبعض أجزائها، وتفيد في بعض القياسات الفلكية، والعمليات الرصدية.

الكرة الفلكية:

وهي كرة معدنية تمثل نموذجًا للكرة السماوية تُبَيِّن مواضع النجوم والأجسام السماوية والدوائر الأساسية، كدائرة البروج والاعتدال السماوي، والقطبين السماويين الشمالي والجنوبي. وبها تُعرف هيئة الفلك، وصورة الكواكب[8]. ومن أقدم الكرات الفلكية المعروفة في التقليد الفلكي العربي، تلك التي صنعها إبراهيم بن سعيد الساهلي سنة 1080، وتعرض اليوم بالمكتبة الوطنية الفرنسية بباريس.

صُمِّمَت هذه الآلة لتمثيل الكرة السماوية كما يُنظَر إليها، من خارج الكرة السماوية. لذلك وضعت عليها صُوَر الكواكب الثابتة، أي الكواكب التي ذكرها بطلميوس في "*كتاب المجسطي*"، وصَوَّرَها عبد الرحمن الصوفي(903-986) في ثمانية وأربعين صورة، في كتابه "*كتاب صُوَر الكواكب الثابتة*"[9]؛

[6] - ابن أبي أصيبعة: عيون الأنباء في طبقات الأطباء، القاهرة، 1982، الجزء الثاني، ص. 191.

[7] - عسالي س.ع: *الأدوات الرياضية في الأعمال الفلكية للحسن المراكشي*، أطروحة ماجستير، المدرسة العليا للأساتذة ، القبة- الجزائر، 2000، ص. 19-21.

[8] - الخوارزمي: الخوارزمي: *مفاتيح العلوم*، المرجع السابق، ص. 255.

[9] - تُرى الصُّوَر على الكرة معكوسة بالنسبة لما تُشاهد عليه من الأرض، غير أنَّ الصوفي أعطى في كتابه الصورتين معًا لكل كوكبة. صورة كما تُرَى على الكرة، وصورة كما تُرَى في السماء من طرف الناظر إليها من الأرض.

وتُفِيد هذه الآلة في محاكاة هيئة السماء، وهو الأمر الذي أوضح كيفية إجرائه الحسن المراكشي في كتاب " *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*"، يقول فيه لأجل محاكاة السماء بالكرة << السماء مستديرة كاستدارة الكرة، ونصفها أبدًا فوق الأفق، ونصفها الآخر تحته. كما أنَّ الكرة أبدًا نصفها فوق حلقة الكرسي التي تقوم مقام الأفق، ونصفها الآخر تحتها. وأمَّا حركة السماء كحركة الكرة إذا أدرتها من المشرق إلى المغرب، وقد عَلِمْتَ أنَّ الشمس تقطع في اليوم والليلة جزءًا واحدًا من أجزاء منطقة فلك البروج بالتقريب. فإذا قَدَّرْتَ أنَّ الشمس في أوَّلِ يومٍ ما، في أوَّل جزء من أجزاء منطقة فلك البروج، ووضَعت أوَّل ذلك الجزء على الأفق الشرقي، ثم أدرت الكرة إلى أنْ يصير نصف ذلك الجزء على الأفق الغربي، كان ذلك مثل دورة السماء في اليوم الذي تكون الشمس فيه في ذلك الجزء، من طلوع الشمس إلى غروبها بالتقريب. وإذا أدَرْتَ الكرة حتى يغيب ذلك الجزء من الأفق الغربي، ويطلع أوَّل الجزء الذي يُقابله من الأفق الشرقي، فإن ذلك مثل دوران السماء في اليوم والليلة، وهو دورة واحدة وجزء من 360 بالتقريب. وهو الذي سارته الشمس في فلك البروج في اليوم بليلته. وهذا الدوران على قطبي معدل النهار >>[10].

فالكرة إذن ما هي إلاَّ مُحاكاة للكرة السماوية لما هي عليه في الواقع. أي أنها صورة للخارطة السماوية في أبعادها الثلاثة، فهي تُفيد في إرشاد عالِم الفلك إلى مواقع النجوم والتعرُّف عليها، ويمكن استعمالها في حسابات فلكية وتنجيمية بسيطة. وهي تسمح كما هو الحال في الأسطرلاب، بحل بعض المسائل؛ مثل معرفة طول الساعات المختلفة ليوم معين (أي أزمان الساعات الزمانية، وعدد الساعات المستوية، وما مضى من النهار منها)، وتحديد الاتجاه الصحيح لمكة[11] (سَمْت القبلة).

الصوفي (عبد الرحمن): *صُوَر الكواكب الثابتة*، مخطوط لندن، المتحف البريطاني، رقم or.5323؛ ومخطوط الفاتيكان، رقم 1033 روسي.

MADDISON, F. & SAVAGE-SMITH, E.: *Science, Tools and Magic*, Part I: *Body and Spirit, Mapping the Universe*, in *The Nasser D. Khalili Collection of Islamic Art*, Londres, Azimuth Editions and Oxford University Press, 1997, vol. XII/1, p. 168-185; 212-213.

[10] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 204–205.

لمزيد من المعلومات حول عمل المراكشي في هذا الموضوع. أنظر:

عسالي س.ع: *الأدوات الرياضية في الأعمال الفلكية للحسن المراكشي*، المرجع السابق، ص. 88–89.

[11] – الساعة الزمانية (أي الساعة غير المستوية): هي جزءٌ من اثني عشر جزءًا ، يشكلون المسافة الزمنية من شروق الشمس إلى غروبها؛ فعلى هذا تكون الساعة متفاوتة الزمن حسب الفصول. فعلى سبيل المثال في خط عرض القاهرة تدوم الساعة الزمنية 50 دقيقة في الشتاء، مقابل 70 دقيقة في الصيف، ولا تدوم 60 دقيقة إلاَّ في فترة الاعتدال.

لمزيد من المعلومات حول هذه الأداة. أنظر:

DESTOMBES, M.: *Globes célestes et catalogues d’étoiles orientaux du Moyen âge*, Actes du 8e congrès international d'histoire des sciences, Florence, 1956, p. 313-324.

MURIS, O. & SAARMANN, G.: *Der Globus im Wandel der Zeiten. Eine Geschichte der Globen*, Berlin-Beutelsbach bei Stuttgart, 1961, p. 36.

ROUX, J. P.: *Galeries nationales du Grand Palais & Réunion des musées nationaux*: *L’Islam dans les collections nationales*, Paris, 1971, p. 206, n° 455.

إبراهيم بن سعيد الساهلي:الأندلس1080
باريس–المكتبة الوطنية، قسم الخرائط،
رقم: Ge A 325 rés

محمد بن هلال: مراغة1275–1276
المتحف البريطاني،
رقم: OA 1871.3-1.1.a,b

جعفر بن عمر بن دولتشاه الكرماني
إيران 1362–1363
أكسفورد، رقم: 44790

كرات فلكية

صُوَر بعض الكواكب (الأسد، التِنِّين، قنطورس والسبع، برشاوش) من "*كتاب صُوَر الكواكب الثابتة*" للصوفي

SAVAGE-SMITH, E. & ANDREA, P. A.: *Islamicate Celestial Globes: Their History, Construction, and Use,* Washington, Smithsonian institution press, (Smithsonian Studies in History and Technology), 46 (1985), p. 236, n° 34.
STEVENSON, E. L.: *Terrestrial and Celestial Globe, their history and construction*, New Haven, 1921, p. 31.

وفي العمل بهذه الآلة، أنظر: الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء الثاني، ص. 202–245.

الأسطرلاب الكروي:

هو كرة فوقها نصف كرة مُشبكة بمنزلة العنكبوت من الأسطرلاب المُسطَّح[12].

لقد أشار المراكشي في تعريفه للأسطرلاب الكروي كما هو الحال عند الكوهي، إلى أنه قريب من الكرة؛ وهو عبارة عن كرتين تُمَاس أحداهما بكل بسيطها المُقَعَّر مُحَدَّب الأخرى، ويُرسم على الأولى منطقة البروج ودائرة معدل النهار والكواكب الثابتة؛ وعلى الثانية الدوائر الساكنة، أي دائرة الأفق، ودائرة نصف النهار، والمقنطرات، ودوائر السُّمُوت[13]. ويشير إلى أنَّ العمل بهذا الأسطرلاب كالعمل بالكرة[14].


متحف أكسفورد


الحسن المراكشي: فرانكفورت


البيروني: فرانكفورت

معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية

أسطرلابات كُروية

ذات الحلَق:

هذه الآلة من الآلات القديمة، ورد استعمالها في المقالة الخامسة من "*كتاب المجسطي*" لبطلميوس، وهي آلة كروية من سِت إلى تِسع حلقات متداخلة، من بينها حلقة منطقة فلك البروج وحلقة معدل النهار (مقسمة بالدرجات والدقائق)، وحلقة الفلك المخطوط على الأقطاب الأربعة (قطبي فلك البروج، وقطبي معدل النهار) والحلقة الشمسية، ويرصد بها الشمس والقمر والكواكب، وحلقة داخلية صغيرة فيها ثقبين يُرصد بها العرض، وحلقة الأفق وحلقة دائرة نصف النهار[15] وحلقة مدار السرطان وحلقة مدار الجدي[16].

---

12 – الخوارزمي: *مفاتيح العلوم*، المرجع السابق، ص. 254.

13 ـ الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 8.

14 ـ يفيد الأسطرلاب الكروي في التعرف على أحوال الكواكب والنجوم، وتحديد مواقعها في السماء، وتحديد الوقت بالساعة ليلاً ونهارًا، ومعرفة ارتفاع الشمس، وسَمْت القبلة، وعروض البلدان، ومعرفة الطالع من النجوم في أي زمان.

15 – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء2، ص. 113–116.

16 – في بعض الأنماط من هذه الآلة، يوجد في وسط هذه الحلقات كرة صغيرة تمثل الكرة الأرضية.

تُفِيد هذه الآلة في رصد الكواكب، وتحديد موضع الشمس والقمر وارتفاعهم، ويُقاس بها كل ما يُقاس بالأسطرلاب[17].

وذكر الحسن المراكشي أنَّ اللَّوكري[18] استنبط آلة تُغْنِي عن ذات الحَلَق واستعمالاتها، سمَّاها **الآلة المغنية عن ذات الحَلَق**، مكونة من حلقة واحدة وربع حلقة وله رسالة في هذه الآلة، ويشير اللَّوْكري إلى المشقة والكُلفة في استعمال ذات الحَلَق، سواءً اتُّخِذت كاملةً من تسعة حلق، أو كافيةً من ستة حلق[19]. وأوَّل من اخترع هذه الآلة، عالم الفلك اليوناني هيبارخوس(Hipparque)(القرن 2 ق م)، وهي أداة تعليمية تمثل حركة الأجرام السماوية؛ واستمر استعمالها في التقليد الفلكي العربي، ويشهد على ذلك أعمال البيروني، والمراكشي، وعز الدين الوفائي(ت. 1469)، وغيرهم كثيرون، كما تواصل هذا الاستعمال في التقليد الأوروبي[20].

متحف دبي

من 6 حلقات

Verbiest, Qing (1669)

من 8 حلقات

من 9 حلقات

ذات الحَلَق

[17] – يقول القنوجي << وإنّ مطابقة حركة الآلة في الرصد بحركة الأفلاك والكواكب إنما هو بالتقريب، ولا يعطي التحقيق، فإذا طال الزمان ظهر تفاوت ذلك بالتقريب >>.

القنوجي: *أبجد العلوم*، بيروت، دار الكتب العلمية، 1999، الجزء 2، ص. 480.

[18] – ليست لدينا أية معلومات حول هذا العالم.

[19] – الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 116–119.

[20] - KING, D. A.: *Astronomical Instrumentation in the Medieval Near East*, in KING, D. A.: *Islamic Astronomical instruments*, London, Variorum, 1987, p. 1-21.

ب – نماذج من الآلات الحادثة عن تسطيح الكرة

تعريف: لقد أوردنا فيما سبق تعريف آلة الأسطرلاب بشكل عام، كما وصفها الكوهي في "*كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*". وقال الحسن المراكشي << الأسطرلاب آلة مسطحة، يتحرك بعضها ويثبت بعض، فتحاكي أشكاله أشكال الفلك بالحقيقة، ويوافق ما يؤدي إليه، ما نجد في بسيط الكرة، الكل لا يغادر منه شي >>.

أمَّا من حيث فوائده، فهو يَسمحُ بحل العديد من المسائل الفلكية، مثل تحديد الساعة في الليل والنهار، وطول الليل والنهار، وتاريخ وقوع أحد الانقلابين الصيفي والشتوي، وإمكانية رصد النجوم فوق الأفق، ومعرفة وقت وجهة غروبها؛ كما يسمح بتحديد الاتجاهات، ومعرفة اتجاه القبلة في مكان محدد، وحساب الساعات المستوية والزمانية، وتحديد أوقات الصلاة. وغير ذلك[21].

الأسطرلاب المُبَطَّخ (أو المُبَطَّح):

وهو نوع خاص من الأسطرلابات يأخذ شكل البطيخ. ويُعمل باعتماد الإسقاط المُبَطَّخ للكرة الفلكية، على سطح دائرة البروج. لهذا تكون دائرة البروج أعظم دائرة في هذا الأسطرلاب، ومركزه هو قطب فلك البروج. وتتشكل فيه الدوائر التي تمر من قطب فلك البروج، خطوطًا مستقيمة تمر من المركز[22]. وتتشكل الدوائر الموازية لدائرة البروج، دوائر متوازية مركزها مركز الأسطرلاب.

وكان صُنع هذا الأسطرلاب من طرف حبش الحاسب في أواسط القرن التاسع، نتيجة الحاجة الدينية لتحديد جهة القبلة في جميع أنحاء العالم[23].

ويقول البيروني في عمل هذا الأسطرلاب << فأحد الطرق التي تؤدينا إلى ذلك هو عَمَل الأسطرلاب المُبَطَّح وذلك بأن نخط دائرة كيف اتفقت، وكلما عَظُمَت كان أجود، ونُرَبِّعُها بقطرين متقاطعين على زوايا قائمة، ونُقَسِّم أحد أنصاف ذَيْنِك القطرين بتسعين جزءًا قسمة مستوية، ونجعل مركز

---

[21] – يُعتبر الأسطرلاب الأداة الرئيسية المستخدمة في القرون الوسطى في العالم الإسلامي، كما في أوروبا، لمعرفة الساعات، وتحديد المواقع الجغرافية.

MADDISON, F. & SAVAGE-SMITH, E.: *Science, Tools and Magic* , Part I: *Body and Spirit, Mapping the Universe* , in *The Nasser D. Khalili Collection of Islamic Art*, op. cit., vol. XII/1, p. 124-127.

[22] – ذلك أنَّ هذه الدوائر هي دوائر سَمْتِيَة، في الموضع الذي أفقه دائرة البروج.

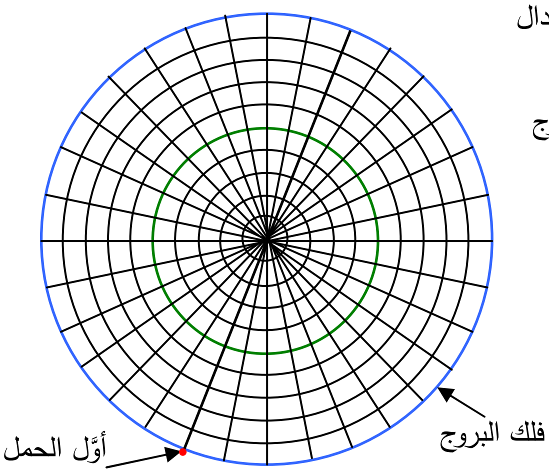
[23] – صليبا، ج.: علم الفلك العربي، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، المرجع السابق، ص. 57–58.

لقد وضع حبش الحاسب "*كتاب في عمل الأسطرلاب المبطخ*" أوضح فيه كيفية صناعة هذا الأسطرلاب وكيفية تخطيطه.

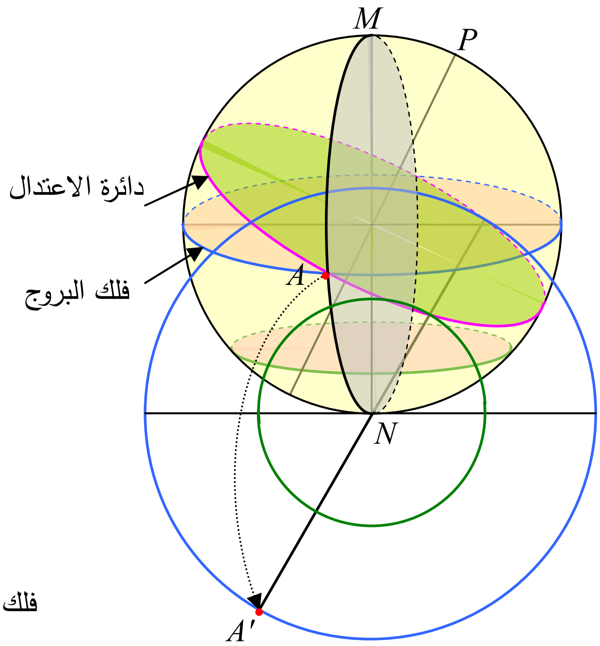
للإطلاع على نص هذا الكتاب. أنظر:

KENNEDY, E. S., KUNITZSCH, P. & LORCH, R. P. (édit.): *The Melon-Shaped Astrolabe in Arabic Astronomy*, Stuttgart, Franz Steiner verlag, 1999, p. 18-88.

الدائرة مركزًا، ونَدير ببعد كل واحد من الأقسام التسعين دائرة فتتوازى تلك الدوائر ويتباعد بعضها من بعض بعدًا متساويًا، ونقسم محيط المحيطة بها بأقسام الدور، ونصل بين كل جزء منها وبين المركز بخطوط مستقيمة، فإذا فعلنا ذلك تَوَهَّمْنَا محيط تلك الدائرة الأولى فلك البروج ومركزها أحد قطبيه، وعلَّمنا على فلك البروج نقطة نجعلها أول برج الحمل، وحَصَّلنا مواضع الكواكب من كتاب *المجسطي* أو *زيج* محمد بن جابر البتَّاني أو *كتاب الكواكب الثابتة* لأبي الحسين الصوفي ... >>. وقد أعاب البيروني هذا النوع من الأسطرلابات، في أنَّ مساقط الكواكب عند دوران سطحه المتحرك تخرج عن الحقيقة إلى عِظَمٍ غير محتمل[24]، بمعنى أنَّ دورانها في سطح الأسطرلاب، لا يُحاكي دورانها في الحقيقة، وقد أشرنا في ما سبق إلى هذا الوضع الذي نَبَّهَ إليه الكوهي في "*كتاب صنعة الأسطرلاب بالبرهان*".



الأسطرلاب المُبَطَّخ



إسقاط مُبَطَّخ

M ، N قطبا فلك البروج، P القطب الشمالي، A نقطة الاعتدال الربيعي.

$\overline{NA'} = ($المسافة المنحنية $NA)$

الأسطرلاب المُسَطَّح:

يُعْمَل هذا الأسطرلاب على مبدأ الإسقاط المخروطي للكرة الفلكية، انطلاقًا من أحد قطبيها (الجنوبي أو الشمالي كقطب التسطيح)، على سطحٍ مستوٍ اعتدالي أو على سطح يوازيه، وهذا النوع من الإسقاط يحفظ الزوايا الموجودة بين الدوائر العظام.

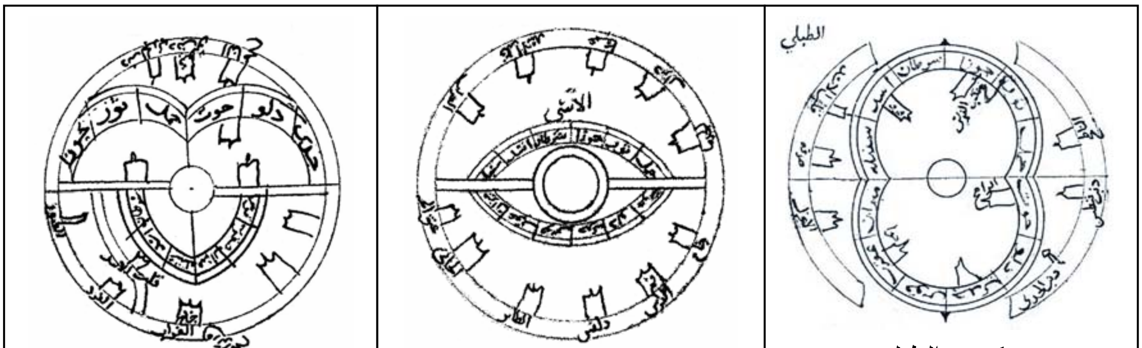
---

24 – البيروني: *الآثار الباقية عن القرون الخالية*، بيروت، دار الكتب العلمية، 2000، ص. 322–323.

وهذا الأسطرلاب نوعان: أسطرلابٌ شماليٌ، ونقطة تسطيحه القطب الجنوبي. وأسطرلابٌ جنوبيٌ، ونقطة تسطيحه القطب الشمالي. وجميع خطوط هذا الأسطرلاب هي دوائر، أو خطوط مستقيمة. ولا يصلح استخدامه إلاَّ في عرضٍ واحد معين، ذلك أنَّ الصفيحة هي إسقاطٌ للكرة السماوية في صورتها المحلية.

الأسطرلابات التي بعضها جنوبي وبعضها شمالي:

ذكر الحسن المراكشي في كتاب " *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*" نماذج من هذه الأسطرلابات التي سُطِّحَت من القطبين الشمالي والجنوبي، فكان جُزءٌ منها جنوبيًا، وجُزءٌ منها شماليًا[25]. ويذكر الأنواع التالية المسماة تبعًا لشكل تسطيح منطقة البروج، الأسطرلاب الطبلي، الأسطرلاب الآسِي، الأسطرلاب المُسَرْطَن[26]، الأسطرلاب النرجسداني، الأسطرلاب الصَّدفي، الأسطرلاب الباطي، الأسطرلاب الثوري، الأسطرلاب الجاموسي، الأسطرلاب السُّلحُفي، الأسطرلاب الشقائقي. ووُضِعَت هذه التسميات على أساس شكل عنكبوتها، الذي ينتج من تسطيح نصف دائرة البروج جنوبيًا ونصفها الآخر شماليًا كما هو الحال في الطبلي والآسي، أو تسطيح أرباعها من جهات مختلفة كما هو الحال في المسرطن. وهكذا بتَعَدُّدِ الاختيارات في البقية.



عنكبوت الطبلي — عنكبوت الآسي — عنكبوت المسرطن

[25] - الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 68–74.

[26] – يذكر البيروني أنَّ مخترع هذا الأسطرلاب الذي يجمع إسقاطًا لنصف الكرة الشمالي، مع نصفها الجنوبي، هو محمد بن عبد الله نسطولس. ويذكر السجزي أنَّ نسطولس هو من اخترع رسم الساعات على سطح العُضَادة.

Art islamique et mécénat, Trésors d'art du Koweït, Paris, Institut du monde arabe, 1990, p. 84-85.

HARTNER, W.: *Astrulāb*, in *Encyclopédie de l'Islam*, Leyde, 1995, Tome I, p. 744-749.

KING, D. A.: Notes on the Astrolabist Nastūlus/Bastūlus, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 28 (1978), p. 115-118; repr. in *Islamic Astronomical instruments*, op. cit., Article IV.

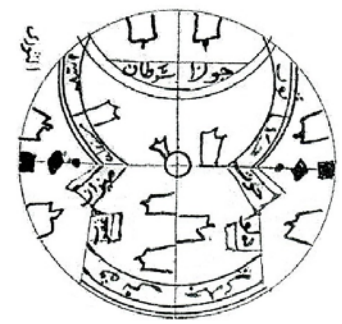
KING, D. A. & KUNITZSCH, P.: Nastūlus the Astrolabist Once Again, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 33 (1983), p. 342-343; repr. in KING, D. A.: *Islamic Astronomical instruments*, op. cit., Article V.

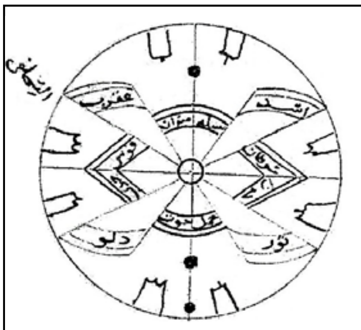

عنكبوت النرجسداني

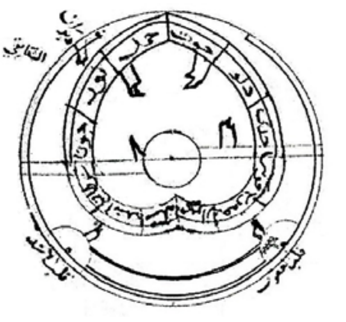

عنكبوت الصدفي

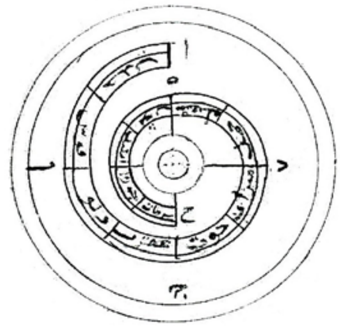

عنكبوت الباطي


عنكبوت الجاموسي


عنكبوت الثوري


عنكبوت السلحفي


عنكبوت الشقائقي


أسطرلاب منطقة بروجه حلزون


أسطرلاب منطقة بروجه مستقيم

الأسطرلاب الكامل (التام):

وهو أسطرلاب يتم فيه تسطيح جميع المقنطرات التسعين.

ويصف المراكشي هذا النوع من الأسطرلاب بأنه مُلَفَّقٌ، مشيرًا إلى أنَّ خطوطه ليست دوائر في حقيقتها، وإنما تعاني انحناءً لا يُحس به[27].

---

[27] – يقول المراكشي << وهذا الأسطرلاب لا يمكن عمل منطقة بروجه ومقنطراته وسُمُوته إلاَّ بالتقريب، لأن كل واحد منها من الخطوط المنحنية التي هي غير محيط الدائرة، وهذه الخطوط إنما ترسم بالتقريب. لكنه إنْ تولع في تصغير الخطوط التي تتركب فيها

الأسطرلاب الزورقي:

هذا الأسطرلاب من وضع أبي سعيد محمد بن عبد الجليل السجزي(ت. 1024)، وهو مبني على أنَّ الأرض متحركةٌ، والفلك بما فيه متحركٌ، إلاَّ السبعة السيارة ثابتة.

ونقل المراكشي استغراب البيروني من هذا المبدأ. حيث يقول << وقال البيروني هذه شُبهةٌ صعبة الحد، وعجبت منه كيف يَسْتَصْوِب شيئًا هو في غاية ظهور الفساد؛ وهذا الأمر قد بُيِّن فساده على شيء في *كتاب الشفا*، وبَيّن فساده الرازي في *المُلخَّص*، وفي كثير من كتبه، وغيرهم، سواءً كانت الحركة للأرض أو للسماء فيما يُعرف بالأسطرلاب >>[28]. وأعاب البيروني على هذا النوع من الأسطرلابات في كثرة صفائحه.

		
عمر الأشرف–اليمن1291/690 نيويورك، متحف المتروبوليتان مجموعة Edward C. Moore، رقم: a-h 91.1.535	تركيا–1678 أوكسفورد رقم: 43559	شمال إفريقيا–القرن 14 أوكسفورد، متحف تاريخ العلوم رقم: 53556

أسطرلابات مُسَطَّحَة

الأسطرلاب الشامل:

ظهر الأسطرلاب الشامل نتيجة أبحاث عن حلول عامة، اقتضت وضع أسطرلابات شاملة تصلح لجميع العروض.

هذه الخطوط المنحنية لم يحر الواجب بشيء يُحَس به. وهذا الأسطرلاب ليس على مقتضى التسطيح، بل هو مُلَفَّقٌ كما لُفِّقت ساعات الحافر وأمثاله >>.

لمزيد من المعلومات حول كيفية وضع هذا الأسطرلاب، أنظر: الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 78–82.

[28] – الحسن المراكشي: *نفس المرجع*، الجزء 2، ص. 74–75.

ويرجع اكتشاف مبدأ الأسطرلاب الشامل إلى القرن الحادي عشر في الأندلس، من قِبَلِ علي بن خلف القرطبي وعُرِف **بالشكازية**؛ ثم حَسَّنه إبراهيم بن يحيى الزرقالي(ت. 1099) الطُّلَيطِلِي، وسُمِّيَ **الصفيحة الزرقالية**. وفي القرن الرابع عشر عمل ابن السرَّاج أوَّل أسطرلابٍ شاملٍ بالشرق الإسلامي.

يُعمل الأسطرلاب الشامل على مبدأ الإسقاط المخروطي للكرة السماوية، انطلاقًا من نقطة الاعتدال الربيعي (أي من إحدى نقطة تقاطع دائرة الاعتدال مع فلك البروج)[29]، على السطح المستوي المار من الأقطاب الأربعة، وهي قطبي معدل النهار (القطبين السماويين الجنوبي والشمالي) وقطبي فلك البروج [30].

يمتاز هذا النوع من الأسطرلابات، بأنه صالح للاستعمال في كافة العروض، دون الحاجة إلى صفائح، ممَّا يجعله أخَفَّ وزنًا وأسهل استعمالاً[31].

فبناءً على ما وصفنا، وعلى ما أوضحنا في التسطيح المخروطي، وعلى سبيل المثال، ففي **الصفيحة الزرقالية**[32]:

---

[29] – تظهر هنا عملية التسطيح من نقطة لا تنتمي إلى محور الكرة، خلاف ما هو معروف في تسطيح الأسطرلاب. وفي هذه الحالة يكون مركز الأسطرلاب يمثل نقطة الاعتدال الربيعي. وتَتسطَّح دائرة البروج، ودائرة الاعتدال خطًا مستقيمًا.

[30] – فسطح التسطيح هذا يمرُّ من المنقلبين (الصيفي والشتوي)، ويتعامد مع دائرة معدل النهار، ومع دائرة فلك البروج.

[31] – مثلاً: أسطرلاب ابن السرَّاج، يحتوي قرصه الذي يمثل المقنطرات تحت العنكبوت، أربعة خطوط عرض؛ ونُقِشت شبكة شاملة لحساب المثلثات على ظهر أم الأسطرلاب في الجزء العلوي. وهذا الأسطرلاب أكثر تعقيدًا من الأسطرلاب المسطَّح، ويمكن استخدامه بخمس طرق مختلفة لحل مسائل الفلك الكروي، وفي كل العروض.

GUNTHER, R. T.: *The Astrolabes of the World*, Oxford, 1932; rééd., London, 1976, vol. I, p. 284-285.

KING, D. A.: *L'astronomie en Syrie à l'époque islamique*, in CLUZAN, S., DELPONT, E. & MOULIERAC, J. (édit.): *Syrie, Mémoire et Civilisation*, Paris, Flammarion (Institut du Monde Arabe),1993, p. 386-395; (Instruments astronomiques syriens), p. 432-443; 485-487.
KING, D. A.: *The Astronomical Instrumentation of Ibn al-Sarrāj: A Brief Survey*, in *Islamic Astronomical instruments*, op. cit., p. 1-3; Article IX.

MAYER, L. A: *Islamic Astrolabists and their Works*, Genève, 1956, p. 34.

وكتب عالم الفلك المصري عز الدين الوفائي (ت 1469)، الذي كان مهتمًا بعلم الفلك ووصف الآلات الفلكية، شرحًا لكيفية استعمال أسطرلاب ابن السرَّاج.

MADDISON, F.: *Les Observatoires portatifs: Les instruments arabes à usage pratique*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes. vol. I, Astronomie-théorique et appliquée*, Paris, Seuil, 1997, p. 124-127.

[32] – تعتبر الصفيحة الزرقالية تطويرًا للصفيحة الشكازية، ذلك أنَّ الصفيحة الزرقالية ناتجة عن إطباق تسطيحين على بعضهما البعض، أحدهما الإسقاط على السطح المستوي المتعامد مع دائرة معدل النهار (وهو المستعمل في الشكازية)، والثاني الإسقاط على السطح المستوي المتعامد مع دائرة فلك البروج. فسطح التسطيح في كِلاَ الحالتين هو السطح المار بالأقطاب الأربعة.

* تَتَسَطَّح الدائرة المارة من الأقطاب الأربعة، على سطح التسطيح دائرة تامة، مركزها مركز الصفيحة (ومركز الصفيحة هو تسطيح نقطة الاعتدال الربيعي)؛ بينما تَتَسطَّح دائرة الاعتدال ومنطقة البروج، كل واحدة منهما خطًا مستقيمًا، يمر من مركز الصفيحة[33].

* أمَّا الدوائر المارة بقطبي معدل النهار، فتتسطَّح المارة منها بقطب التسطيح خطًا مستقيمًا، مارًا من مركز الصفيحة ومن قطبي معدل النهار، وباقيها تتسطح دوائر غير متساوية العِظَم تتقاطع على قطبي معدل النهار، ومراكزها على المستقيم الحادث من تسطيح معدل النهار[34].

* أمَّا الدوائر الموازية لمعدل النهار (المدارات)، فتتسطَّح دوائر غير متوازية، مراكزها على الخط المستقيم الحادث من تسطيح الدائرة المارة بقطبي معدل النهار وقطب التسطيح.

* وأمَّا الدوائر المارة بقطبي فلك البروج، فتتسطَّح المارة منها بقطب التسطيح خطًا مستقيمًا مارًا بمركز الصفيحة ومن قطبي فلك البروج، وباقيها تتسطح دوائر غير متساوية العِظَم، تتقاطع على قطبي فلك البروج، ومراكزها على المستقيم الحادث من تسطيح منطقة البروج.

* وأما الدوائر الموازية لمنطقة البروج، فتتسطَّح دوائر غير متوازية، مراكزها على الخط المستقيم الحادث من تسطيح الدائرة المارة بقطبي البروج وقطب التسطيح.

ملاحظة: خط استواء الصفيحة الزرقالية هو الخط الواصل بين القطبين الشمالي والجنوبي (قطبا معدل النهار).

ويحتوي الوجه الخلفي للصفيحة على ما يُعلم به الظل والارتفاع، وهو دائرة الارتفاع وأجزائها وأعدادها، والظل المبسوط، والظل المنكوس، ودوائر تقويم الشمس.

لمزيد من المعلومات حول تسطيح الصفيحة الزرقالية. أنظر: الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 87–99.

PUIG, R.: *La saphea (ṣafīḥa) d'al-Zarqālī dans le Kitāb Djāmiᶜ al-mabādi' wa-l-ghāyāt fī ᶜilm al-mīqāt d'Abū-l-Ḥasan al-Murrākushī*, Actes du 7ᵉ Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, 30 mai – 1ᵉ juin 2002), Marrakech, 2005, vol. 1, p. 271-280.

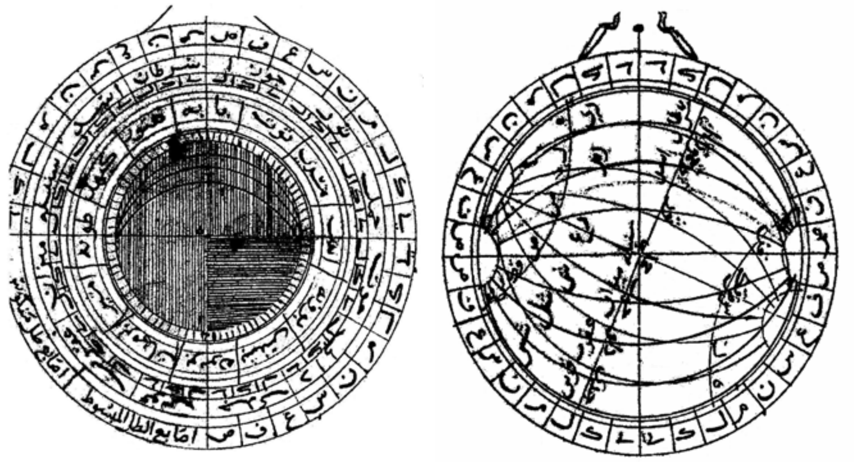
[33] – لأنهما تمران من قطب التسطيح.

[34] - لأن الدوائر التي تمر من نقطتين ثابتتين، تقع مراكزها على مُنَصِّف القطعة الواصلة بينهما.

الأسطرلاب الشامل

ابن السرَّاج–سوريا–حلب 1329/729

أثينا: متحف بناكي، رقم: 13178



وجها الصفيحة الزرقالية الأمامي والخلفي من " كتاب *جامع المبادئ والغايات*"

الأسطرلاب ربع الدائرة:

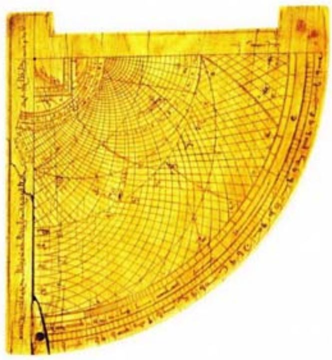
وهو اختصار للأسطرلاب المُسطَّح إلى ربع دائرة، فهو عبارة عن عملية إطباق مضاعفة للخطوط والرسوم الموجودة على الأسطرلاب، فهو يحمل من الخطوط ما يحمله الأسطرلاب المُسطَّح[35]. ويعود ابتكار هذا الأسطرلاب إلى القرن (11 أو 12) الميلادي[36].

[35] - MICHEL, H: *Traité de l'astrolabe*, Paris, 1947, p. 123-128.

[36] – يتميَّز هذا الأسطرلاب بصعوبة استخدامه، وهو لا يصلح إلاَّ لعرضٍ واحد.

KING, D. A.: Rub^{c}, in *Encyclopédie de l'Islam*, Leyde, 1995, vol. VIII, p. 592-594.

يُرسم عادة على الظهر رُبعٌ مجيب، ويَحِلُّ السلك المربوط فيه لؤلؤة محل العنكبوت، ويسمح برصد الأجرام السماوية، وحل مسائل الفلك الكروي، بواسطة سلَّم الأدراج على الحافة المُقوَّسَة[37].

		
محمد المزي–دمشق 1333–1334 المتحف البريطاني، رقم: OA 1888.12-1.276	عبد الله أحمد بن على الأندلسي الرباط 1219/1804 أوكسفورد، رقم: 54673	أبو طاهر–سوريا 741/1340–1341 أثينا–متحف بناكي، رقم: 10698

الأسطرلاب الخطي (عصا الطوسي):

واضع هذا الأسطرلاب هو شرف الدين الطوسي(ت. 1209)، وهو أسطرلابٌ مُشتقٌ من الأسطرلاب المُسطَّح، يُمثِّل الفصل المشترك بين سطح التسطيح ودائرة نصف النهار. والنقط الحادثة على هذا الخط، من تقاطعه مع دوائر المقنطرات، ومن تقاطعه مع دائرة الاعتدال والدوائر الموازية لها[38].

[37] – جاء الأسطرلاب ربع الدائرة ليحل محل الأسطرلاب الشامل، لتشابه قسم كبير من الأسطرلاب ربع الدائرة بالأسطرلاب المسطح، ومن الذين صنعوا أسطرلابًا ربع دائري نذكر ابن السراج، و محمد بن أحمد المزي (ت 1349) لخط عرض الشام 31°30' ، وأبو طاهر (القرن 14) ويحمل أسطرلابه معلومات حول دمشق والقاهرة، وعبد الله أحمد بن علي الأندلسي لخط عرض مكناس 34°.

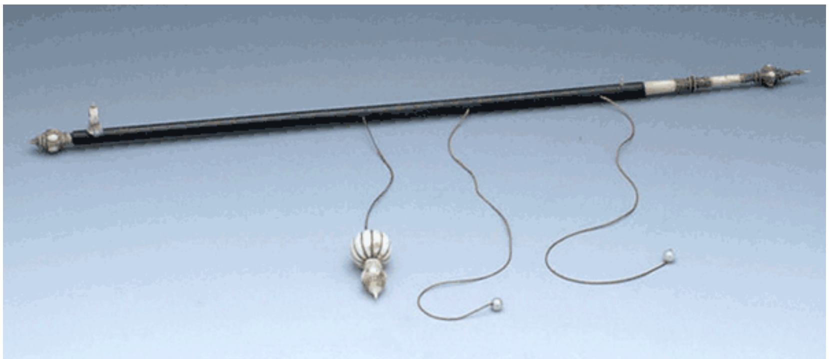
KING, D. A.: *In synchrony with the Heavens, Studies in Astronomical Timekeeping and instrumentation in Medieval Islamic Civilization,* Leiden & Boston, Brill, 2005, vol. II, (Instruments of Mass Calculation, Studies X-XVIII), p. 180-183.

[38] – يقول المراكشي في هذا الأسطرلاب << ومن الناس من جعل هذا الأسطرلاب في رتبة الأسطرلاب السطحي الجنوبي والشمالي، وهو غلط. بل هو ناقص عنهما نقصانًا كثيرًا >>، ويقول << ولا يمكن أنْ نرسم فيه منطقة البروج لأنها دائرة غير ثابتة، والخطوط الخارجة من القطب إلى محيطها مختلفة، فلأجل ذلك قسَّموا منطقة البروج بالبروج، وقسَّموا البروج بالأجزاء، وأقاموا النقط الحادثة عن تقاطع الدوائر الموازية لمعدل النهار، مقام تلك الأجزاء، وسَمُّوا مسافة هذه النقط من الفصل المشترك منطقة البروج، وإنما هذه المسافات هي المجازات للمنطقة؛ وعُمِلَت فيه المطالع الاستوائية والأفقية، والظلال؛ وأمَّا السُّمُوت فهي في غاية النقصان >>.

الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 99–109.

وفي هذا الأسطرلاب خيوط مربوطة بالعصا تسمح بقياس الزوايا. وبواسطة هذا الأسطرلاب البسيط يمكننا القيام بنفس الأعمال المألوفة بالأسطرلاب المُسطَّح، غير أنها أقل دقة من هذا الأخير.


الأسطرلاب الخطي
Jean-Michel Kalouguine
متحف أوكسفورد



الأسطرلاب الخطي
Henri Michel-1941
وضع لخط عرض باريس ’48°50
متحف أوكسفورد

الأسطرلاب المخروطي:

وهو الأسطرلاب الذي وضعه أبو حامد الصاغاني، ويُعْمَل باعتماد تسطيح الصاغاني (التسطيح التام) للكرة الفلكية على سطحٍ مستوٍ اعتدالي. وهو أيضًا مُسَطَّح من نوعين، شماليٌّ وجنوبيٌّ حسب الجهة التي ينتمي إليها قطب التسطيح من الكرة، وهذا النوع الوحيد من الأسطرلابات المُسطَّحة، الذي يحتوي في تخطيطه على قطوع مخروطية. وقد شرحنا فيما سبق كيفية وضع هذا الأسطرلاب ضمن تحليلنا الرياضي لكتاب الصاغاني في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب.

الأسطرلاب الأسطواني: وهو أسطرلابٌ مسطَّحٌ، يُعمل باعتماد التسطيح الأسطواني للكرة الفلكية على سطحٍ مستوٍ، يكون محور الكرة عمودًا عليه، وفق مَنْحَى موازٍ لمحور الكرة؛ وقد يشمل هذا الأسطرلاب قطوعًا ناقصة في تخطيطه. وقد شرحنا فيما سبق كيفية وضع هذا الأسطرلاب.

المُسَاترة:

يقول المراكشي << المُسَاترة آلة نجومية تحدث عن تسطيح الأفق، ودائرة الارتفاع والسُّمُوت، والدوائر الموازية لمعدل النهار لأفقٍ مفروض، في سطحٍ يوازيه، أو يوازي دائرة نصف النهار بتاعه>>[39].

تُعْمَل المُسَاترة على مبدأ الإسقاط المخروطي للكرة الفلكية، على سطحٍ مستوٍ يوازي الأفق، انطلاقًا من أحد قطبيه (سَمْت الرأس وسَمْت الرجل)، أو على سطحٍ يوازي دائرة نصف النهار لهذا الأفق، انطلاقًا من أحد قطبي دائرة نصف النهار. وفي كلا الحالتين يعتبر سطح التسطيح مماسًا للكرة عند النقطة المقابلة لقطب التسطيح. وهذه الآلة شبيهة في شكلها بالأسطرلاب المُسَطَّح ولها عَلاَّقة وعُضَادة. وهي على صنفين:

1- صنف يُعمل في السطح الموازي للأفق: وقطب تسطيحه سَمْت الرأس، على السطح المماس في سَمْت الرجل. وهو على قسمين.

* قسمٌ يُستوعَب فيه جميع ما يصلح له، فيرسم فيه القطب الظاهر، والمدارات الموازية لمعدل النهار على تفاوت يسير، والقسي التي يُعلَم بها الدائر من الفلك، وغير ذلك.

* وقسمٌ يُعمَل فيه من المدارات الموازية لمعدل النهار، المدارات التي تمرُّ على البروج خاصة، ولا يُرسمُ فيه ما يُعلمُ به الدائر من الفلك، ولا القطب، ولا شيء من الكواكب.

2- وصنف يُعمل في السطح الموازي لدائرة نصف النهار: وقطب تسطيحه قطب دائرة نصف النهار (نقطة المشرق، أو نقطة المغرب) وهو على قسمين.

* قسمٌ يُستوعَب فيه جميع ما يصلح له. فيستنبط فيه دائرة نصف النهار، والأفق، والمقنطرات، ودوائر السُّمُوت، ودائرة الاعتدال، والمدارات الموازية لها، والقطب الظاهر، وقسي الدائر من الفلك، والكواكب الثابتة في السطح الموازي لدائرة نصف النهار. وتُعْمَل فيه الساعات الزمانية وخط العصر.

* وقسمٌ ناقصٌ عنه. ويُقتَصَر فيه على رسم (تسطيح) المدارات التي بين مداري المنقلبين خاصة، وما يقع من المقنطرات فيما بينهما، وعلى الواقع من قِسِي السُّمُوت فيما بين سَمْت الرأس وأحدهما (أي أحد المنقلبين)، والساعات الزمانية وخط العصر.

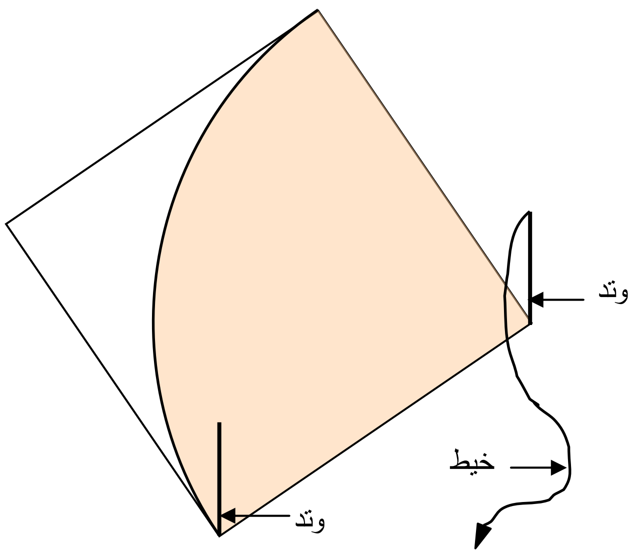
[39] - الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 21-22.

ويشير المراكشي إلى أنه في جميع الأصناف الأربعة المذكورة << لا يمكن رسم منطقة فلك البروج بحيث يدور على وضع صحيح، لأن مدارات البروج تتشكل في هذه الآلة غير متوازية، لأن مراكزها على نقط مختلفة، والقطب أيضًا خارجًا عنها كلها. فإذا رسمنا منطقة البروج على أي وضع كان، وأردنا تدويرها، وتغير ذلك الوضع، لم يحفظ كل واحد من الأجزاء مداره >>[40].

تُفِيد هذه الآلة في معرفة الوقت والماضي منه (بالساعات الزمانية والمستوية)، ومابين بلدين من أجزاء الدائرة العظمى، ومعرفة سَمْت القبلة وارتفاع الشمس ومطالع الكواكب[41]، وغير ذلك.

اللَّبِنَة[42]:

وهي جسم مربع مستوي صقيل السطح، مرسومٌ عليه ربع دائرة، مركزها في إحدى زوايا المربع، ومقسمٌ بـ 90 جزءًا، وكل جزء بـ 60 دقيقة. وُضِعَ في سطحها وتَدَان متقايسان قائمان على زوايا قائمة، أحدهما عند نقطة المركز، والآخر عند طرف القوس (أي على الطرف الآخر للخط الخارج من المركز إلى طرف القوس). وعُلِّقَ بالوتد المركزي خيطٌ يحمل شاقولاً.



اللَّبِنَة

---

[40] – ويرجع هذا حسب ما أوضحنا سابقًا عند الكوهي، إلى أنَّ عملية التسطيح تَمَّت من نقطة خارج محور الكرة، على سطحٍ، محور الكرة ليس بعمودٍ عليه.

لمزيد من المعلومات حول كيفية وضع هذه الأصناف الأربعة. أنظر: الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء 2، ص. 22–38.

[41] – في كيفية العمل بهذه الآلة (الصنف الأول)، أنظر: نفس المرجع، الجزء 2، ص. 246–256.

[42] – نفس المرجع، الجزء 2، ص. 109–110.

تُفِيد هذه الآلة في قياس ارتفاع الشمس في نصف النهار، لأجل معرفة ميلها الأعظم من دائرة الاعتدال، وأبعاد الكواكب، وعرض البلد.

ومن المبادئ التي تَعمل عليها هذه الآلة، هو إسقاط ظل الوتد المركزي على سطحها، عندما تُثَبَّت الآلة باستعمال خيط الشاقول قائمة على الأفق عند خط نصف النهار، ويكون الوتد المركزي إلى أعلى والوتد الآخر إلى أسفل، والخط الثاني الواصل من المركز إلى طرف القوس موازيًا لخط نصف النهار، ويكون سطحها في سطح دائرة نصف النهار. ففي هذه الوضعية يكون ما بين جزء الربع الذي في وسط ظل الوتد وطرف القوس العلوي، من الدرج والدقائق، هو ارتفاع الشمس في نصف النهار في ذلك اليوم.

ويتبين لنا من هذا أنَّ هذه الآلة تعمل على مبدأ ظلال المقاييس، وهو نوع من الإسقاطات يعتمد على أشعة الشمس.

2- علم الميقات.

لقد استخدم العلماء القائمون على علم الميقات، الظواهر الفلكية وحساب المثلثات، لتحديد مواقيت الصلوات اليومية بأكبر دقة ممكنة. واهتموا بوضع التقاويم القمرية، والتقاويم الأخرى، التي كانت تحتاجها مختلف طوائف الإمبراطورية الإسلامية. وكان لتطور ميدان علم المواقيت الفضل في تحسين وإنجاز المزاول الشمسية التي تسمح بمعرفة الوقت، واستعملها الموقتون في أعمالهم[43].

وقد كان للموقتين آلاتهم الرصدية، وصَمَّموا بعضًا منها، مثل صندوق اليواقيت[44] والمزاول الشمسية[45]، وألَّفُوا كتبًا موسوعية حول إنشاء واستخدام هذه الآلات، كما هو الحال عند الحسن المراكشي في كتاب "*جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*".

---

[43] – نذكر في هذا الخصوص ابن الشاطر (1304–1375)، الذي لم يقتصر عمله على مهنة المُوقِّت بالجامع الأموي بدمشق، الذي ما زالت المزولة الشمسية التي كان يستعملها موجودة فوق منارة العروس إلى يومنا هذا، وهي مكونة من ثلاث مزاول أفقية، ساعة رئيسية كبيرة، وساعتين صغيرتين شمالية وجنوبية، عمل فيها ابن الشاطر على تنظيم الخطوط كي تحافظ الساعة على دقتها طوال السنة رغم تغير طول النهار؛ كما اهتم بوضع نظرية حول حركة الكواكب، واهتم بالأُسُس الكونية والفلسفية لعلم الفلك.

صليبا، ج.: علم الفلك العربي، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، المرجع السابق، ص. 58.

KING, D. A.: *On the Role of the Muezzin and the Muwaqqit in Medieval Islamic Society*, in RAGEP, F. J. & RAGEP, S. P. with LEVESY, S. J. (édit.): *Tradition, Transmission, Transformation: Proceedings of Two Conferences on Premodern Science Held at the University of Oklahoma,* Leiden & New York, Brill, 1996, pp. 285-346.

KING, D. A.: *Mīqāt: Astronomical timekeeping*, in *The Encyclopedia of Islam*, Leiden, Brill, 1990, vol. VII, p. 27-32; repr. in KING, D. A.: *Astronomy in the Service of Islam*, London, Variorum, 1993, Article V.

[44] – صندوق اليواقيت بأعمال المواقيت من ابتكار ابن الشاطر، وهو من الآلات التي عمل بها في حساب المطالع المائلة بدمشق، وحساب الزاوية الساعية عندما يُفتَح بابها بشكلٍ موازٍ للاستواء السماوي.

ومعلومٌ أنَّ تحديد الوقت بالمزولة الشمسية في النهار، متعلقٌ بظل شخصها القائم (مقياسها) على مستويها (مربعها الشمسي)، وهو نوع من الإسقاط شبيه بالإسقاط المخروطي ناتج عن أشعة الشمس المسلطة على ذلك الشخص[46].

ولا ننسى الإشارة إلى أنَّ العديد من العلماء في بلاد الإسلام اهتموا بمقادير ظلال المقاييس، وبالمنحنيات التي ترسمها أطراف ظلالها على السطوح القائمة عليها (هذه المنحنيات قطوع مخروطية)، وهو المبدأ الأساسي لرسم خطوط الساعات الشمسية. وألَّفُوا في هذا الموضوع كتبًا متخصصة. فعلى سبيل المثال، قد خَصَّص الحسن المراكشي القسم الثالث من الفن الثاني من كتاب " *جامع المبادئ والغايات*" لوضع مدارات أطراف ظلال المقاييس وحدود ساعاتها[47]، كما ألَّف " *رسالة في كيفية الوصول إلى معرفة مقادير ظلال الأشخاص القائمة على الأفق، وظلال الأشخاص القائمة على السطوح المائلة*"[48]؛ ونذكر محمد بن الرقَّام الأندلسي(ت. 1315) ورسالته " *رسالة في علم الظلال*"[49] خصَّصها للمزولة الشمسية؛ وابن المجدي وكتابه " *إرشاد الحائر إلى تخطيط فضل الدائر*"[50] يشرح فيه كيفية رسم خطوط الساعات التي يجب أنْ تظهر على الرُخامات الشمسية الأفقية أو العمودية أو المائلة[51].

KING, D. A. & JANIN, L.: Ibn al-Shāṭir's Ṣandūq al-Yawāqīt: An Astronomical Compendium, *Journal for History of Arabic Science*, 1 (1977), p. 187-256; repr. in *Islamic Astronomical Instruments*, op. cit., Article XII.

45 – آلة يونانية الأصل تُدعى الرخامة، أدخل عليها علماء بلاد الإسلام تحسينات هامة، ووضعوها في خدمة المتطلبات الدينية المتعلقة بضرورة حساب الوقت عند المسلمين. فقد رسموا باعتماد التجربة والعمليات الحسابية الساعات والأقواس التي تشير إلى الفصول، ووُضِع على معظم المزاول الإسلامية منحني العصر ومنحني الظهر ومؤشرًا للفترة الزمنية التي تفصل هاتين الفترتين عن صلوات المغرب والعشاء والفجر. وهو ما سهَّل عمل الموقت والمؤذن للصلاة في المسجد.

46 – كان الموقت في حالة غياب الشمس عن الأفق، يستعمل الأسطرلاب بدل المزولة. وفي بعض الأحيان وضعت عدة مقاييس على نفس المزولة يرتبط كل منها بمعلومات معينة، وهو ما رأيناه في مزولة ابن الشاطر بالمسجد الأموي بدمشق التي تحمل ثلاثة مقاييس. فالمزولة بالإضافة إلى تمكينها من معرفة أوقات الصلاة خلال النهار، فهي تفيد في معرفة الساعات الشمسية، والتواريخ المتعلقة بموقع الشمس خلال السنة، وهو محدد بدقة.

47 - الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، المرجع السابق، الجزء الأول، ص. 258–357.

48 – مخطوط تونس، المكتبة الوطنية التونسية، الرسالة الثانية من مجموع رقم 10006، ص. 5ظ–15ظ.

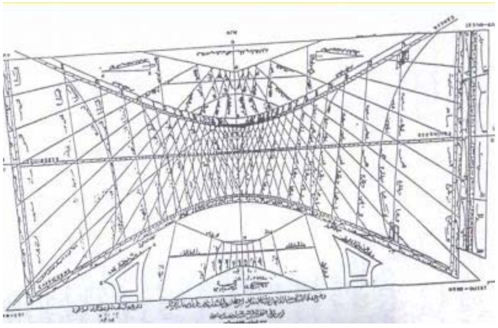
49 – مخطوط مدريد، مكتبة دير الإسكوريال، رقم 918.

CARANDELL, J. (édit. & trad.,): *Risāla fī ᶜilm al-Ẓilāl de Muhammad Ibn al-Raqqām al-Andalusī*, Barcelona, Universidad de Barcelona, Instituto (Millás Vallicrosa) de Historia de la Ciencia Árabe, 1988.

50 – مخطوط سَلاَ، المكتبة الصبيحية، رقم 4/163.

51 – نشير إلى أنَّ الساعة الموجودة على العديد من المزاول الشمسية هي الساعة الزمانية (أي الساعة غير المستوية). وفي القرن الرابع عشر سُمِح للمقياس أن يميل إلى القطب الشمالي السماوي، وأصبح اتجاه الظل هو الذي يشير إلى الساعة بدلاً من طرفه، وأدى هذا الوضع الجديد إلى تبسيط العمليات الحسابية (التي كانت تتطلب إتقانًا للمفاهيم الرياضية وحساب المثلثات المسطحة والكروية، بالإضافة إلى طرق الحلول البيانية التي طورها عالم الفلك بطلميوس) واستخدام ساعات الاعتدال طوال السنة (60 دقيقة). أنظر: سافوا، دوني: المزاول الشمسية في الحضارة العربية الإسلامية، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، المرجع السابق، ص. 113.

منارة العروس– المسجد الأموي دمشق



مخطط مزولة ابن الشاطر– المسجد الأموي دمشق 752هـ

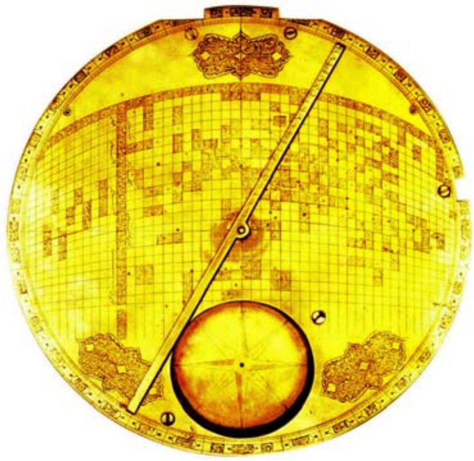
صندوق اليواقيت لابن الشاطر 1366

فرانكفورت، رقم: A4.36

3- الجغرافيا الرياضية (الخرائط الجغرافية)

لقد كان لتداخل الأبحاث في علم الفلك مع العلوم الرياضية الدور الأساسي في طرح مسائل جديدة، كان لها انعكاس واضح في حقل الجغرافيا الرياضية، خصوصًا تلك المسائل الناتجة عن العلاقة الوثيقة بين العلم والدين في الحضارة العربية الإسلامية. فعلى سبيل المثال، ساهمت الأبحاث عن حلول المسائل التي تطرحها الفرائض الدينية، كالحاجة الماسة في تحديد اتجاه القبلة في جميع أنحاء العالم الإسلامي، إلى ابتكار طريقة جديدة للإسقاط على سطح الأسطرلاب (الأسطرلاب المُبَطَّخ) استعملها حبش الحاسب في منتصف القرن التاسع الميلادي. وكان تأثير هذه الطريقة من الإسقاط واضحًا في الجغرافيا الرياضية، من خلال الآلة الإيرانية التي اكتشفها الأستاذ دافيد كينغ [David King] مؤخرًا، وهي عبارة عن إسقاط لمدن دار الإسلام على قرص تكون مكة في مركزه، بالاستعانة بالإحداثيات الصحيحة (الطول والعرض) لكل مدينة من مدن العالم الإسلامي، من خلال الجداول الفلكية [52].

[52] – جورج صليبا: علم الفلك العربي، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، المرجع السابق، ص. 57–59، 129.
KING, D. A.: *World-Maps for Finding the Direction and Distance to Mecca, Innovation and Tradition in Islamic Science*, London & Leiden, 1999.



خارطة للعالم الإسلامي وفي مركزها مكة: إيران القرن السابع عشر
الكويت: دار الآثار الإسلامية، مجموعة الصبَّاح، رقم: LNS 1106 M

وُضعت على هذه الآلة عضادة موصولة بالمركز، تسمح بمعرفة الاتجاه الصحيح لمكة في كل مدينة، من خلال الدرجات الموضوعة على إطار القرص، والمسافة بين كل مدينة ومكة من خلال المؤشرات على سطح العضادة.

KING, D. A.: Tow Iranian World-Maps for Finding the Direction and distance to Mecca, *Imago Mundi – The International Journal for the History of Cartography,* 49 (1997), p. 62-82; repr. in KING, D. A.: *Tow Iranian World-Maps for Finding the Direction and distance to Mecca*, in VESEL, Z., BEIKBAGHBAN, H. & THIERRY DE CRUSSOL DES EPESSE, B.: *La Science dans le monde iranien à l'époque islamique*, Téhéran, Institut Français de Recherche en Iran, 2004, p. 3-23.
MADDISON, F.: *Les Observatoires portatifs: Les instruments arabe à usage pratique*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes,* Paris, Seuil, 1997, vol. I (Astronomie théorique et appliquée), p. 17.

V–2: معجم المصطلحات العلمية

هذه جملة تعريفات لبعض المصطلحات العلمية الواردة في هذا العمل، مع بعض التعريفات المساعدة.

أ

أُفُقُ البلد: دائرةٍ تَفصِل بين الظاهر من الفلك فيه، وبين الخَفِي منه؛ وليس بين الأفق وبين الدوائر العظام، الواقعة في الفلك الأعظم، فَرْقٌ يُدْرَكُ في الحِسِّ أصلاً.

الارتفاع عن الأفق: قوس صُغْرى من دائرةٍ مارة بقطبي ذلك الأفق، أحد طرفيها في ذلك الأفق، وطرفها الآخر فوقه.

الأسطرلاب: الأسطرلاب آلة مسطحة، يتحرك بعضها ويثبت بعض، فتُحاكي أشكاله أشكال الفلك بالحقيقة، ويوافق ما يؤدي إليه، ما نجد في بسيط الكرة، الكل لا يغادر منها شيء.

الأسطرلاب الشمالي: هو الذي نقطة تسطيحه القطب الجنوبي.

الأسطرلاب الجنوبي: هو الذي نقطة تسطيحه القطب الشمالي.

الأسطوانة: إذا كانت دائرةٍ توازي دائرةٍ أخرى وتساويها، وكلتاهما تُماسان سطحًا واحدًا مستويًا، ووُصِّلَ بين نقطتي التماس بخط مستقيم، وأُثبت الخط الواصل بين المركزين، وأدير الخط الآخر إلى أن يرجع إلى الموضع الذي بدأ منه، وكل واحد من طرفيه في حالة حركته ملازمًا لا يفارق محيط الدائر التي هو عليها، فإن السطح الحادث من دوران هذا الخط يقال له بسيط أسطوانة. والجسم الذي يحيط به بسيط الأسطوانة والدائرتان المذكورتان يقال لهو الأسطوانة المستديرة. وتسمى إحدى الدائرتين رأس الأسطوانة، والدائرةِ الأخرى قاعدة الأسطوانة.

الأسطوانة القائمة: هي التي سهمها عمود على قاعدتها.

الأسطوانة المائلة: هي التي سهمها ليس بعمود على قاعدتها.

ب

بُعْدُ الكوكب: بُعْدُ الكوكب عن معدل النهار قوسٌ صُغرى من دائرةٍ مارةٍ بقطبي العالم ومركز الكوكب، فيما بين نصف قطرها المار بمركز الكوكب، وبين معدل النهار.

وأعْلَمْ أنَّ أبعاد الكواكب لا تَثْبُتُ على قدرٍ واحدٍ، لأن أطوالها لا تَثْبُتُ على قدرٍ واحدٍ، وحركتها على دوائر غير موازيةٍ لمعدل النهار.

بُعْدُ دائرةِ الارتفاع من دائرة نصف النهار: هي قوس من دائرة الأفق، فيما بين دائرة الارتفاع ودائرة نصف النهار.

البلد: قِطعةٌ من بسيط الأرض مسكونة، طولها فَرْسَخٌ فما دونه، وعرضها كذلك. سواءً كانت عامرةً، أو غير عامرةٍ، أو مغمورةً، أو مُنكَشفةً.

ج

جيب القوس: هو نصف وتر ضعفها.

خ

خط الاستواء: هو الفصل المشترك بين دائرة معدل النهار وبسيط الأرض.
خط المشرق والمغرب: في كل بلدٍ من البلدان، هو الفصل المشترك بين دائرة أفُقِه، وبين دائرة أوَّل السُّمُوت فيه. وطَرَفُه الذي يلي المشرق يُقال له في ذلك الأفق وسَطُ المشرق، وهو قطب دائرة نصف النهار في ذلك الأفق؛ وطَرَفه الآخر يُقال له وسَطُ المغرب، وهو قطب دائرة نصف نهاره.
خط نصف النهار(خط الزوال): في كل بلد هو الفصل المشترك بين دائرة نصف النهار ودائرة الأفق. وطرفه الذي ناحية الشمال يُقال له وسط الشمال، وطرفه الآخر يُقال له وسط الجنوب بالنسبة إلى ذلك الأفق.

د

الدائرة: شكلٌ بسيطٌ مستوٍ، يحيط به خطٌ واحدٌ في داخِلِهِ نقطة، كل الخطوط المستقيمة الخارجة منها إلى المحيط متساوية. وتلك النقطة هي **مركز الدائرة.**
دوائر الارتفاع(الدوائر السَّمْتِيَة): دوائر الارتفاع لأفقٍ معين، هي الدوائر المارة بقطبي ذلك الأفق. فجميعها تشترك في القطر الواصل بين قطبي ذلك الأفق(سمت الرأس وسمت الرجل).
دائرة أوَّلُ السُّمُوت: دائرة أوَّلُ السُّمُوت في كل بلدٍ كان، هي الدائرة المارة بقطبي أُفُقِه، وبقطبي نصف نهاره.
الدوائر الزمانية التي في الكرة: هي الدوائر الموازية للمنطقة، وقطباها هما قطبا الكرة.
الدائرة الساعية للكوكب: هي الدائرة العظيمة المارة بالكوكب وبقطبي العالم.
الدائرة الصغرى في الكرة: هي التي تقع على الكرة، ومركزها ليس هو مركز الكرة.
الدائرة العظيمة في الكرة: هي التي على الكرة، ومركزها مركز الكرة.
دائرة عرض الكوكب: هي الدائرة المارة بمركز الكوكب وبقطبي منطقة البروج الطبيعية.
الدائرة على الكرة: هي التي محيطها على بسيط تلك الكرة.
الدوائر المتساوية: هي التي أقطارها متساوية.

دائرة معدل النهار(الاعتدال): هي منطقة الفلك الأعظم. وهذه الدائرة إذا كان مركز الشمس في سطحها، استوى الليل والنهار في الحِسِّ، وتسمى أيضًا **بالفلك المستقيم**.

الدائرة المُمَاسة للسطح المستوي: هي التي يمكن وقوع خط مستقيم في ذلك السطح، يَمُسُّ الدائرة، ويكون سطح الدائرة غير واقعٍ مع ذلك السطح في سطحٍ واحدٍ.

دائرة نصف نهار البلد: هي الدائرة المارة بقطبي أفقه، وبقطبي العالم.

الدائرة الهندية: هي دائرة على قطعة مستوية من سطح الأرض موازية للأفق، رسم عليها خط نصف النهار، ونقطتا الشمال والجنوب؛ وخط المشرق والمغرب(خط الاعتدال)، ونقطتا المشرق والمغرب.

ز

الزاوية الساعية: هي قوس من دائرة معدل النهار السماوي، فيما بين نصف دائرة نصف النهار الذي يشمل سمت الرأس، والدائرة الساعية للكوكب.

س

الساعة المستوية: هي مقدار ما يدور من الفلك خمس عشرة درجة.

الساعة الزمانية: هي نصف سدس النهار، أو الليل، الذي ليس بمعتدل.

سِعَة المشرق: سِعَة مشرقِ الجزء أو الكوكب، قوسٌ صُغرى من دائرةِ الأُفُقِ، فيما بين مَطْلَعِ الاعتدال، ومَطلَع الجزء أو الكوكب.

سطح التسطيح: هو السطح الذي تُسْقَط عليه الدوائر التي على الكرة. وهو سطح مستوي متعامد مع محور الكرة، قاطعًا للكرة في منطقتها؛ أو مماسًا لها عند القطب الشمالي أو الجنوبي. أو هو سطح أسطواني أو مخروطي محوره محور الكرة.

السَّمْتُ: السَّمْتُ قوس صُغْرَى من دائرة الأفق، فيما بين معدل النهار، وبين دائرة الارتفاع.

سَمْتُ الرأس: في كل بلدٍ من البلدان، هو قطب أُفُقِهِ، الذي في الظاهر من كرة العالم فيه.

سَمْتُ الرِّجْلِ: في كل بلد من البلدان، هو قطب أُفُقِهِ، الذي في الخفي من كرة العالم عنه.

السُّمُوت: السُّمُوت على سطح الأسطرلاب هي نظائر دوائر الارتفاع (الدوائر السَّمْتِيَة).

سهم الأسطوانة: هو الخط المستقيم الواصل من مركز رأسها إلى مركز قاعدتها.

سهم القوس: هو العمود الخارج من طرفها إلى جيبها. وهو الخط الذي يخرج من منتصف وتر القوس ويحيط مع الوتر بزاوية قائمة.

سهم المخروط: هو الخط المستقيم الخارج من رأس المخروط، إلى مركز قاعدته.

ض

ضلع الأسطوانة: هو الخط المستقيم الواصل من محيط رأسها إلى محيط قاعدتها.
ضلع المخروط: هو الخط المستقيم الخارج من رأس المخروط، إلى محيط قاعدته.

ط

طول البلد: قوسٌ صُغرى من دائرة معدل النهار، فيما بين دائرة نصف نهار البلد، وبين مغرب قُبَّةِ أَرِين.
طول الكوكب: قوسٌ صُغرى من منطقة فلك البروج الطبيعية، آخذةٌ من نقطة الاعتدال الربيعي، على توالي البروج، إلى أقرب النقطتين الحادثتين عن تقاطع محيط منطقة البروج الطبيعية، مع محيط الدائرة المارة بمركز الكوكب وبقطبي منطقة البروج الطبيعية، إلى مركز الكوكب.

ع

عرض البلد: قوسٌ صُغرَى من دائرة نصف النهار، فيما بين سَمْتِ رُؤُوس أهله، وبين معدل النهار. وهو مقدار ارتفاع قطب العالم عن أفُقِه. وهو أيضا بعده عن خط الاستواء.
عرض الكوكب: قوسٌ صُغرى من دائرة عرضه، فيما بين نصف قطرها المار بمركز الكوكب، وبين منطقة البروج. والعَرضُ يُقَال فيه شماليٌ وجنوبيٌ بالنسبة إلى منطقة البروج، إن كان الكوكب فيما بين منطقة البروج وقطبها الشمالي، فالعرض شمالي؛ وإن كان فيما بين المنطقة وقطبها الجنوبي، فالعرض جنوبي؛ وإن كان الكوكب على المنطقة، فلا عرض له. وعروض الكواكب الثابتة على قَدَرٍ واحد، وأمّا أطوالها فتتغير.
عِلم التسطيح: هو عِلمٌ يُتَعَرّف منه على كيفية نقل الكرة إلى السطح، مع حفظ الخطوط والدوائر، المرسومة على الكرة، وكيفية نقل تلك الدوائر إلى الخط.
علم التقاويم: هو علمٌ يُتَعَرَّفَ منه مقادير حركة الكواكب، سِيَمَا الكواكب السبعة السيارة، وتقويم حركاتها، وإخراج الطوالع، وغير ذلك منتزعًا من الأصول الفلكية. ومنفعته معرفة مَوضِع كل واحد من الكواكب، سِيَمَا السبعة، بالنسبة إلى فلكها، وإلى فلك البروج، وانتقالاتها ورجوعها واستقامتها، وتشريقها وتغريبها، وظهورها وخفائها في كل زمان ومكان.
علم الجغرافيا: ويُعرف أيضًا بعلم صورة الأرض. وهو علم يُتَعَرَّفُ منه أحوال الأقاليم السبعة، الواقعة في الربع المسكون من كرة الأرض. وعروض البلدان الواقعة فيه وأطوالها، وكذا عدد مدنها وجبالها، وبراريها وبحارها وأنهارها، إلى غير ذلك من أحوال الربع المعمور.
علم الأحكام(أحكام النجوم): هو معرفة كيفية الاستدلال بدوران الفلك وطوالع البروج وحركات الكواكب.

علم الأرصاد: وهو علم يُتعرف منه تحصيل مقادير الحركات الفلكية والقوانين المتعلقة بتحصيلها، وكيفية التوصل إليها بالآلات الرصدية.

علم عمل الأسطرلاب: هو علمٌ يُتَعَرَّفُ منه كيفية استخراج الأعمال الفلكية من الأسطرلاب، بطرق خاصة مُبَيَّنَة في كتبها.

علم المناظر(البصريات): هو علم يُتعرف منه أحوال المُبْصَرَات في كميتها وكيفيتها، باعتبار قربها وبعدها عن الناظر، واختلاف أشكالها وأوضاعها، وما يتوسط بين الناظر والمُبْصَرَات، وغِلْظَتِه ورِقَّتِه، وعلل تلك الأمور.

علم الميقات (المواقيت): هو علم يُتَعَرَّفُ منه أزمنة الأيام والليالي، وأحوالها وكيفية التوصل إليها. ومنفعته معرفة أوقات العبادات، ونواحي جهتها، والطوالع والمطالع من أجزاء البروج، والكواكب الثابتة، التي منها منازل القمر، ومقادير الأظلال والارتفاعات، وانحراف البلدان وسُمُوتها.

وهو علم من فروع الهندسة يتبين به أسباب الغلط في الإدراك البصري، بمعرفة كيفية وقوعها بناءً على أنَّ إدراك البصر يكون بمخروط شعاعي رأسه يقطعه الباصر، وقاعدته المرئي.

علم مواقيت الصلاة: وهو علم يُتَعرف منه أوقات الصلوات الخمس على الوجه الوارد في الشرع.

علم الهيئة: هو علم يُتَعرف منه أحول الأجرام البسيطة العلوية والسفلية وأشكالها، وأوضاعها ومقاديرها وأبعادها. وهو أيضًا علم معرفة تركيب الأفلاك والكواكب وهيئتها وهيئة الأرض.

علم وضع الأسطرلاب: هو علمٌ باحثٌ عن كيفية وضع الأسطرلاب، ومعرفة صنعة خطوطه على الصفائح، ومعرفة كيفية الوضع في كل عرض من الأقاليم.

ف

فلك البروج (منطقة البروج): هو الدائرة التي ترسمها الشمس بحركتها، التي لها من المشرق إلى المغرب، إذا تُوُهِّمَ سطحها قاطعًا للعالم، أَحْدَثَ في سطح الفلك الأعلى محيط دائرة عظيمة، يُقال لها منطقة البروج الطبيعية. وهي مقسومة اثني عشر قسمًا وهي البروج، وطول كل برج 30 درجة.

الفلك المستقيم: هو دائرة معدل النهار(دائرة الاعتدال).

ق

القبة (قبة الأرض، وتسمى قبة أرين): هي وسط الأرض. وهي وسط ما بين نقطة ناحية المشرق المفروض ونقطة ناحية المغرب المفروض؛ وبين نقطة ناحية الجنوب ونقطة ناحية الشمال؛ فهي على بعد ربع الدور من المبدأ الغربي، وعليها يستوي الليل والنهار.

القسي المتوازية: هي التي مركزها واحد، والخطوط المستقيمة الخارجة منه إليها متفاوتة في الطول.

قطبا الدائرة التي على الكرة: نقطتان على بسيط الكرة التي هي عليه، كل الخطوط المستقيمة الخارجة من كل واحد منها إلى محيط الدائرة متساوية.

قطبا العالم: هما قطبا الفلك الأعظم. فالشمالي منها، هو القطب الشمالي، الذي يلي يسار الإنسان المتوجه إلى المشرق؛ والجنوبي منها هو القطب الجنوبي وهو الذي على يمينه وهو على تلك الحالة.

قطبا الكرة: هما طرفا محورها.

قطر الدائرة: خطٌ مستقيم يَمُرُّ بمركزها، وينتهي في الجانبين إلى الخط المحيط بها.

قطر الكرة: خطٌ مستقيمٌ يَمُرُّ بمركزها، وينتهي في الجانبين إلى بسيطها.

القوس: طائفةٌ من الخط المحيط بالدائرة.

قوس الارتفاع: هو قطعة من دائرة الارتفاع.

القوس الصغرى: هي التي ليست بأعظم من رُبُع الخط الذي هي منه؛ وإنْ شِئْتَ قلت هي التي إذا أُخْرِجَ من مركزها إلى طرفيها خطان مستقيمان، أحاطَا بزاوية ليست بمنفرجة وأخمصها إلى ما يلي القوس.

قوس الليل: هي ما يبقى لتمام قوس النهار من دائرته.

قوس النهار: هي القوس التي فوق الأرض (الأفق) من الدائرة الموازية لمعدل النهار، التي فيها تدور الشمس ليوم واحد من الأيام.

ك

الكرة: شكلٌ مُجَسَّمٌ يحيط به بسيطٌ واحد، في داخله نقطة، كل الخطوط المستقيمة الخارجة منها إلى ذلك البسيط متساوية، وتلك النقطة يقال لها **مركز الكرة.**

الكواكب: هي أجسامٌ كُرِّيات مستديرة مضيئة. أُدْرِك منها بالرصد 1029، منها سبعة سيارة.

الكواكب الثابتة: هي النجوم كلها التي في السماء ما خلا السبعة السيارة . وسُمِّيَت ثابتة لأنها تحفظ أبعادها على نظام واحد ولا تسير عرضًا.

الكواكب السيارة: وهي الشمس، والقمر، والزهراء، والمريخ، وزحل، وعطارد، والمشتري.

م

محور الكرة: هو قُطرُها الذي تدور عليه.

المخروط: إذا كانت دائرة ونقطة في غير سطح واحد، ووُصِّل بينها وبين محيط الدائرة بخطٍ مستقيم، وأُدِيرَ الخط المستقيم على الخط المحيط بالدائرة، حتى يَعُود إلى الموضع الذي بَدَأَ منه، ونهايته التي هي النقطة المذكورة ثابتةٌ، فإنَّ السطح الحادث يُقَال له **مخروط؛** والشكل الذي يحيط به هذا السطح

المخروطي يُقَال له **المخروط المستدير**. والنقطة المذكورة يُقَال لها **رأس المخروط**، والدائرة يُقَال لها **قاعدة المخروط**.

المخروط القائم: هو الذي سهمُه عمودٌ على قاعدته.

المخروط المائل: هو الذي سهمُه ليس بعمودٍ على قاعدته.

المدارات: المدارات على سطح الأسطرلاب هي نظائر دائرة معدل النهار، وما يوازيها.

مركز العالم: هو مركز الفلك الأعظم، وهو أيضًا مركز الأرض.

مركز القوس: نقطة مع القوس في سطحٍ واحدٍ مستوي، كل الخطوط المستقيمة الخارجة منها إلى القوس متساوية.

مطالع البلد: هي ما يطلع مع قسي فلك البروج، من أفق ذلك البلد.

مطالع الفلك المستقيم: هي ما يطلع مع قسي فلك البروج، من معدل النهار في خط الاستواء.

المُقَنْطَرَات: المقنطرات على سطح الأسطرلاب هي نظائر دوائر الآفَاقِ، وما يوازيها.

مماس الدائرة: هو الذي يلقى الدائرة، ويكون معها في سطحٍ واحد، وإنْ أُخْرِجَ في كلتا الجهتين إخراجًا بغير نهاية لم يقطعها. ويقال في الدائرة أنَّها مُمَاسة للدائرة، إذا كان مُحيطُها يلقى مُحيطِها ولا يقطعه، ويمكن وجود خط يُماس الدائرتين.

منطقة البروج: هي نفسها فلك البروج.

منطقة الكرة: دائرة عظيمة فيها، ومحورها عمود عليها، وقطبا الكرة قطباها.

الميل: هو بُعد الشمس أو الكوكب من معدل النهار.

موضع الكوكب من منطقة البروج: هو أقرب النقطتين الحادثتين عن تقاطع محيط منطقة البروج الطبيعية، مع محيط الدائرة المارة بمركز الكوكب وبقطبي منطقة البروج الطبيعية، إلى مركز الكوكب.

الميل الأعظم: هو مقدار زاوية تقاطع معدل النهار مع منطقة البروج.

الميل الأَوَّل: لكل نقطة تُفْرَضُ على محيط منطقة البروج الطبيعية، قوسٌ صُغرى من دائرةٍ مارةٍ بقطبي العَالَم وبالنقطة المفروضة، فيما بين النقطة المفروضة وبين دائرة معدل النهار.

الميل الثاني: للنقطة المفروضة على محيط منطقة البروج الطبيعية، هو قوسٌ صُغرى من دائرةٍ مارةٍ بقطبي فلك البروج الطبيعية وبالنقطة المفروضة، فيما بين النقطة المفروضة وبين معدل النهار. وغاية الميل الأول والثاني واحدة، وهي **الميل الأعظم**.

ميل الشمس: هو ميل النقطة التي يسامتها مركز الشمس، من محيط منطقة البروج.

ن

نُقطة الاعتدال الربيعي: هي رأس الحمل (أول الحمل)، وهي النقطة الحادثة من تقاطع محيط منطقة البروج الطبيعية، مع محيط دائرة الاعتدال؛ التي إذا جَاوَزَتْهَا الشمس، حَصَّلْتَ في الشمال عن معدل النهار (أي يعتدل الليل والنهار في الربيع).

نُقطة الاعتدال الخريفي: هي رأس الميزان (أوَّل الميزان) ، وهي نقطة على محيط منطقة البروج الطبيعية، تُقَابِل نقطة الاعتدال الربيعي؛ فإذا جاوزتها الشمس، حَصَّلْتَ في الجنوب عن معدل النهار (أي تعادل الليل والنهار في الخريف).

نقطة المنقلب الشتوي: هي رأس الجدي، لأن الشمس إذا بلغته تناهى قصر النهار وبدأ في الزيادة.

نقطة المنقلب الصيفي: هي رأس السرطان، لأن الشمس إذا بلغته تناهى طول النهار وبدأ في النقصان.

و

وتر القوس: هو خطٌ مستقيمٌ يصل بين طرفيها.

V – 3 : فهرس المصطلحات .

أ

ب

ت

ش

ص

ض

ط

ظ

غ

ف

ق

ل

م

و

ي

V –4: فهرس الأعلام.

أ

خ

د

ر

ز

س

ش

ص

ط

ع

ف

ك

ل

م

ن

ه

V- 5 : المراجع

المراجع العربية

ابن أبي أصيبعة: *عيون الأنباء في طبقات الأطباء*، بيروت، 1979.

ابن القفطي: *إخبار العلماء بأخبار الحكماء*، تصحيح السيد محمد أمين الخانجي، القاهرة، دار السعادة، 1326هـ.

ابن النديم: *الفهرست*، تحقيق رضا تَجَدُّد، طهران، 1971.

ابن النديم: *الفهرست*، ضبط وشرح يوسف علي طويل، بيروت، دار الكتب العلمية، 1996.

ابن الهيثم: *الشكوك على بطلميوس*، تحقيق عبد الحميد صبره ونبيل الشهابي، القاهرة، دار الكتب، 1971.

ابن الهيثم: *كتاب في حل شكوك كتاب أوقليدس في الأصول وشرح معانيه*، تصدير فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1985/1405.

ابن الهيثم: *المرايا المحرقة بالقطوع*، مجموعة رسائل ابن الهيثم (3)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1938/1357.

ابن خلكان: *وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان*، تحقيق إحسان عباس، بيروت، دار صادر، 1978.

ابن سنان: *رسائل ابن سنان*، تحقيق أحمد سليم سعيدان، الكويت، 1983.

ابن سنان: *رسائل ابن سنان*، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948.

ابن سهل: شرح *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب لأبي سهل القوهي*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، ترجمة شكر الله الشلوجي، بيروت، 2001، ص. 251-268.

ابن عراق: رسالة في معرفة القِسِي الفلكية بعضها من بعض بطريقٍ غير طريق معرفتها بالشكل القَطَّاع والنسبة المؤلفة، *رسائل أبي نصر* (8)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948.

ابن عراق: رسالة في الجواب عن مسائل هندسية، *رسائل أبي نصر* (10)، حيدرأباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948.

ابن عراق: مقالة في إصلاح ما أشكل من كتاب مينالاوس، *رسائل أبي نصر* (12)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948.

ابن عراق: *رسالة دوائر السُّمُوت في الأسطرلاب لأبي نصر منصور بن علي بن عراق إلى أبي الريحان محمد بن أحمد البيروني رحمه الله في مجازات دوائر السُّمُوت في الأسطرلاب*، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1947/1366.

ابن عراق: *رسالة في صنعة الأسطرلاب بالطريق الصناعي*، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1947/1366.

أحمد بن عبد الله: *كتاب إخوان الصفا وخِلاَّن الوفا*، القسم الأول العلوم الرياضية، بومباي (الهند)، مطبعة نخبة الأخبار، 1305هـ.

أوطوقيوس: *كتاب في الكرة المتحركة*، مخطوط الجزائر، المكتبة الوطنية، مجموع رقم 1446، الرسالة رقم 9.

الأردن)، السنة 3، العددان 1–2، الأردن، 1977.

بروكلمان، ك.: *تاريخ الأدب العربي*، تعريب يعقوب بكر، القاهرة، دار المعارف، 1983.

بن ربيعة، ي.: *الآلات الهندسية في التقليد الرياضي العربي ما بين القرنين (9–13م)*، أطروحة ماجستير في تاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبة–الجزائر، 1998.

البوزجاني، أبو الوفاء: رسالة في إقامة البرهان على الدائر من الفلك من قوس النهار وارتفاع نصف النهار وارتفاع الوقت، *الرسائل المتفرقة في الهيئة للمتقدمين ومعاصري البيروني* (5)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948/1367.

البيروني: *الآثار الباقية عن القرون الخالية*، بيروت، دار الكتب العلمية، 2000.

البيروني: *كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صَنْعَة الأسطرلاب*، مخطوط ليدن، رقم 1066.

البيروني: *القانون المسعودي*، ضبط وتصحيح عبد الكريم سامي الجندي، بيروت، دار الكتب العلمية، 2002.

البيروني: إفراد المقال في أمر الظلال، *رسائل البيروني* (2)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948.

البيروني: *كتاب العمل بالأسطرلاب*، تصحيح محمد عبد المعيد خان ، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1942.

البيروني: *تسطيح الصُّوَر وتبطيح الكُور*، مخطوط ليدن، رقم 1068.

البيروني: تسطيح الصور وتبطيح الكُوَر، تحقيق أحمد سليم سعيدان، *المجلة العلمية* (الجمعية الأردنية–

بيلاني، حسن: *استخدام التقانة الحديثة في صناعة الآلات الفلكية التراثية– الأسطرلاب نموذجًا*، أعمال الملتقى المغاربي السابع حول تاريخ الرياضيات العربية (مراكش 30 ماي–1 يونيو 2002)، الجزء الثاني، القسم العربي، ص. 3–20.

التهانوي: موسوعة *كشَّاف اصطلاحات الفنون والعلوم*، تحقيق علي دحروج، بيروت،مكتبة لبنان، 1996.

ثاوذسيوس: *كتاب الأُكَر*، مخطوط باريس، المكتبة الوطنية، رقم 2367–1.

جبّار، أ.: *الإسهام الرياضي للمؤتمن بن هود وتأثيره في المغرب، مداخلة في ندوة بيت الحكمة حول تاريخ العلوم العربية*، تونس (قرطاج، 14–15 فبراير 1986).

جبّار، أ.: أبو الريحان البيروني بعض جوانب حياته وأعماله العلمية، *مجلة جديد العلم والتكنولوجيا*، باريس، العدد 2 (ديسمبر 1989)، ص. 12–18 .

جبّار، أ.: الأنشطة الرياضية والفلكية في مراكش في القرنين الثاني عشر والثالث عشر الميلاديين، *مجلة جديد العلم والتكنولوجيا*، باريس، العدد 15 (مارس 1991)، ص. 13–25.

جبّار، أ. (مشرِفًا): *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، باريس، معهد العالم العربي، 2007.

جبّار، أ.: الرياضيات العربية، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي، 2007، ص. 68–71.

حاجي خليفة : *كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون*، بيروت، دار الفكر، 2007.

الحسن المراكشي: *جامع المبادئ والغايات في علم الميقات*، تصدير فؤاد سيزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، 1984؛ مُصَوَّر عن مخطوط أحمد الثالث، طوب قابو سَرَّاي، اسطنبول، رقم 3343.

الحسن المراكشي: *رسالة في معرفة قدر ما يَرَى الإنسان القائم على بسيط الأرض من الدائرة العظيمة المتوهمة على بسيط الأرض المارة بموضع قدمه ومن الدائرة المسامتة لها في أي فلك أردنا*، مخطوط تونس، المكتبة الوطنية ، الرسالة الأولى من مجموع رقم 10006، ص. 1و – 4ظ.

الحسن المراكشي: *رسالة في كيفية الوصول إلى معرفة مقادير ظلال الأشخاص*، مخطوط تونس، المكتبة الوطنية، الرسالة الثانية من مجموع رقم 10006، ص. 5ظ–15ظ.

الخوارزمي (الكاتب): *مفاتيح العلوم*، تحقيق إبراهيم الأبياري، بيروت، دار الكتاب العربي، 1989.

الدمرداش، أحمد سعيد: البركار التام والقطوع المخروطية تأليف لويجن بن رستم القوهي، *مجلة معهد المخطوطات العربية*، 22/2 (1976)، ص. 321–343.

رشدي راشد: *تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب*، ترجمة حسين زين الدين، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2004.

رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري* (ابن سهل–القوهي–ابن الهيثم)، ترجمة شكر الله الشلوجي، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2001.

رشدي راشد: *أعمال السجزي الرياضية هندسة المخروطات ونظرية الأعداد في القرن العاشر الميلادي*، ترجمة محمد يوسف الحجيري، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2008.

الزرقالي: *الشكازية*، النص العربي، تحقيق روزي بوج، جامعة برشلونة، 1986.

الزركلي (خير الدين): *الأعلام*، القاهرة، الطبعة الثانية، 1959؛ بيروت، دار العلم للملايين، 2002.

سافوا، دوني: الأسطرلاب، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي2007، ص. 92–111.

سافوا، دوني: المزاول الشمسية في الحضارة العربية الإسلامية، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبّار، باريس، معهد العالم العربي، 2007، ص. 112–117.

السجزي: رسالة في الشكل القَطَّاع، *الرسائل المتفرقة في الهيئة للمتقدمين ومعاصري البيروني* (10)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948/1367.

صاعد الأندلسي: *طبقات الأمم*، نشر لويس شيخو، بيروت، المطبعة الكاثوليكية، 1912.

الصاغاني، أبو حامد: *كتاب في التسطيح التام*، مخطوط اسطنبول، أحمد الثالث، طوب قابو سَرَّاي، رقم 3342/4، ص. 76ظ–91و.

الصاغاني، أبو حامد: *كتاب في كيفية تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب*، مخطوط بنكيبور (بتنا الهند)، رقم 2468/39، ص. 267و–276ظ.

صليبا، ج.: علم الفلك العربي، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي، 2007، ص. 53–67.

الصوفي (عبد الرحمن): *صُوَر الكواكب الثابتة*، مخطوط لندن، المتحف البريطاني، رقم OR.5323.

طاش كبرى زاده: *مفتاح السعادة ومصباح السيادة*، بيروت، دار الكتب العلمية، 1985.

طوقان، ق. ح.: *تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك*، بيروت، دار الشروق، 1963.

عبد الحليم منتصر: *تاريخ العلم ودور العلماء العرب في تَقَدُّمه، القاهرة*، دار المعارف، 1971.

عسالي، س. ع.: *الأدوات الرياضية في الأعمال الفلكية للحسن المراكشي (القرن 13)*، أطروحة ماجستير في تاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة بالقبة، الجزائر، 2000.

فرشوخ، م. أ.: موسوعة *عباقرة الإسلام في الفلك والعلوم البحرية وعلم النبات وعلم الميكانيكا*، بيروت، دار الفكر العربي، 1995.

الكوهي: *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب بالبرهان*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، ترجمة شكر الله الشلوجي، بيروت، 2001، ص. 376–416.

الكوهي (القوهي: ويجن بن رستم): رسالة في مساحة المجسم المكافئ، *الرسائل المتفرقة في الهيئة للمتقدمين ومعاصري البيروني* (6)، حيدر أباد الدكن، دائرة المعارف العثمانية، 1948/1367.

الكوهي: *رسالة في البركار التام والعمل به*، مخطوط مكتبة جامعة ليدن، رقم OR. 1/161.

مارك سميث: علم البصريات العربي، *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي، 2007، ص. 228–231.

مينالاوس: *كتاب الأشكال الكُرِّيَة*، مخطوط باريس، المكتبة الوطنية، رقم 2468.

مينالاوس: *كتاب أصول الهندسة*، مخطوط باريس، المكتبة الوطنية، رقم 2367 –1.

نيللينو: *علم الفلك وتاريخه عند العرب في القرون الوسطى*، الجامعة المصرية، 1911.

المراجع غير العربية

ABGRALL, Ph.: La géométrie de l'astrolabe au X[e] siècle, *Arabic sciences and philosophy*, 10 (2000), p. 7-77 .
BERGGREN, J. L.: Al-Bīrūnī on Plane Maps of the Sphere, *Journal for History of Arabic Science*, 6 (1982), p. 47-112.
BERGGREN, J. L.: Spherical Trigonometry in Kushyār ibn Labbān's Jāmi[c] Zij, in *a Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy.* New York, The New York Academy of Science, 1987, p. 15-33.
BERGGREN, J. L.: Abū Sahl al-Kūhī's Treatise on the Construction of the Astrolabe with Proof: Text, Translation and Commentary, *Physis*, 31 (1994), p. 141-252.
BERGGREN, J. L.: *Geometric methods in medieval Islam: the case of the azimuth circles*, Actes du 3[e] Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tipaza, 1-3 déc. 1990), Alger, Kouba-E.N.S., 1998, p. 13-22.
BOUZARI, A.: *Les coniques dans la tradition mathématiques arabes à travers un traité attribué à al-Khāzin (X[e] s.)*, Thèse de Magister en histoire des mathématiques, Alger, E. N. S., 1999.
BOUZARI, A.: *Les section coniques en Orient Musulman Et leurs prolongements en Occident Musulman (VIII[e]-XI[e] S.)*, Actes du 7[e] Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, 30 mai – 1[e] juin 2002), Marrakech, 2005, vol. 1, p. 37-49.
BOUZARI, A.: *Les coniques de l'Istikmāl d'al-Mu'taman dans la rédaction d'Ibn Sartāq*, Actes du 8[e] Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tunis, 18-20 Décembre 2004), Tunis, 2006, p. 83-92.
BOUZARI, A.: *La géométrie des coniques dans la tradition de l'Occident Musulman à travers le Kitāb al-Istikmāl [Livre de l'accomplissement] d'al-Mu'taman (m. 1085),* Thèse de Doctorat en Histoire des mathématiques, Université de Lille1, 2008.
BROCKELMANN, C.: *geschichte der arabischen litteratur*, leiden, Supp,1936.
CALVO, E.: Two Treatises on Mīqāt from the Maghrib (14th and 15th centuries A.D.), Suhayl, *Journal for the History of the Exact and natural Sciences in Islam*, 4 (2004), p. 159-206.
CALVO, E.: *Deux Traités de Mīqāt Maghrébins des VIII[e]-IX[e] siècles H. (XIV[e] et XV[e] siècles J.C.)*, Actes du 7[e] Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, 30 mai – 1[e] juin 2002), Marrakech, 2005, vol. 1, p. 61-80.
CALVO, E.: Mīqāt in Ibn Bāsso's Risālat al-Ṣafīḥa al-mujayyaba dhāt al-awtār, A Shared Legacy, *Arabic Science East and West*, Barcelona, 2008, p. 151-174.
CALVO, E. & PUIG, R.: *Indalusian Improvments in the Field of Astronomical Instruments, Material and Perspectives*, Actes du 8[e] Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tunis, 18-20 Décembre 2004), Tunis, 2006, p.123-130.
CARANDELL, J.: *Trazado de las curvas de oración en los cuadrantes Horizontales en la Risāla fī [c]ilm al-Ẓilāl de Ibn al-Raqqām*, Dynamis (Granada, 1985), p. 23-32.
CARANDELL, J. (édit. & trad.): *Risāla fī [c]ilm al-Ẓilāl de Muḥammad Ibn al-Raqqām al-Andalusī*, Barcelona, Universidad de Barcelona, Instituto « Millás Vallicrosa » de Historia de la Ciencia Árabe, 1988.
DEBARNOT, M.-T.: Introduction du triangle polaire par Abū Nasr ibn [c]Irāq, *Journal for the History of Arabic Science*, 2 (1978), p. 126-136.
DEBARNOT, M.–T.: *al-Bīrūnī, Kitāb maqālīd [c]ilm al-hay'a [Les clefs de l'astronomie]. La Trigonométrie sphérique chez les Arabes de l'est à la fin du X[e] siècle*, Damas, Institut Français de Damas, 1985.

DEBARNOT, M.-T.: *Trigonométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil, 1997, vol. 2, p. 163-198.
DESTOMBES, M.: *Globes célestes et catalogues d'étoiles orientaux du Moyen âge*, Actes du 8^{e} congrès international d'historie des sciences, Florence, 1956, p. 313-324.
DJEBBAR, A.: La rédaction de l'Istikmāl d'al-Mu'taman (XI^{e} siècle) par Ibn Sartāq un mathématicien des XIII^{e}-XIV^{e} siècles, *Historia mathematica*, 24 (1997), p. 185-192.
DJEBBAR, A.: *La phase arabe de l'histoire de la trigonométrie*, in HEBERT, E. (édit.): Les instruments scientifiques dans le patrimoine: quelles mathématiques ? (Actes du colloque de Rouen, 6-8 avril 2001), Paris, Editions Ellipse, 2004, p. 415-435.
GILLISPIE, Ch. (édit.): *Dictionary of Scientific Biography*, New York, Scribner's Son, 1970-1980.
GUNTHER, R. T.: *The Astrolabes of the World*, Oxford, 1932, vol. I; London, 1976.
HEATH, T.: *A History of Greek Mathematics*, New York, Dover publications, Inc., 1981**.**
HARTNER, W.: Astrulāb, in *Encyclopédie de l'Islam*, Leyde, 1995, vol. I, p. 744-749.
HOGENDIJK, J. P.: *Ibn al-Haytham's Completion of the Conics*, New York, Springer Verlag, 1985.
HOGENDIJK, J. P.: Arabic traces of lost works of Apollonius, *Archive for History of Exact Sciences,* 35 (1986), p. 187-253.
HOGENDIJK, J. P.: *L'étude des sections coniques dans la tradition arabe*, Actes du 3^{e} colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tipaza,1-3 déc. 1990), Alger, Kouba-E.N.S., 1998, p. 147-158.
HOGENDIJK, J. P.: The Geometrical Part of the Istikmāl of Yūsuf al-Mu'taman ibn Hūd (11th Century). An Analytical Table of Contents, *Archives internationales d'histoire des sciences*, 41 (1991), p. 207-281.
IBN QURRA, T.: *Œuvres d'astronomie*, MORELON, R. (trad.), Paris, 1987.
KENNEDY, E. S.: A Survey of Islamic Astronomical Tables, *Transactions of the American Philosophical Society,* vol. 46, part 2 (1956), p.1-55.
KENNEDY, E. S.: *Mathematical geography*, in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996, vol. 1, (Astronomy-theoretical and applied), p.185-202.
KENNEDY, E. S., KUNITZSCH, P. & LORCH, R. P. (édit.): *The Melon-Shaped Astrolabe in Arabic Astronomy*, Stuttgart, Franz Steiner verlag, 1999.
KENNEDY, E. S., **KUNITZSCH, P. & LORCH, R. P.**: The Melon-Shaped Astrolabe in Arabic Astronomy, *Suhayl*, 2 (2002), p. 420-421.
KING, D. A.: On Medieval Islamic Multiplication Tables, *Historia Mathematica,* 1 (1974), p. 317-323; repr. in KING, D. A.: *Islamic Mathematical Astronomy*, London, Variorum, 1986, Article XIV.
KING, D. A. & JANIN, L.: *Ibn al-Shāṭir's Ṣandūq al-Yawāqīt*: An Astronomical Compendium, *Journal for History of Arabic Science*, 1 (1977), p. 187-256; repr. in KING, D. A.: *Islamic Astronomical Instruments*, London, Variorum, 1987*,* Article XII.

KING, D. A.: Notes on the Astrolabist Nastūlus/Bastūlus, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 28 (1978), p. 115-118; repr. In KING, D. A.: *Islamic Astronomical instruments*, London, Variorum, 1987, Article IV.

KING, D. A.: Supplementary Notes On Medieval Islamic Multiplication Tables, *Historia Mathematica,* 6 (1979), p. 405-417; repr. in KING, D. A.: *Islamic Mathematical Astronomy*, London, Variorum, 1986, Article XV.
KING, D. A.: The Earliest Islamic Mathematical Methods and Tables for Finding the Direction of Mecca, *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften,* 3 (1986), p. 82-149; repr. in KING, D. A.: *Astronomy in the Service of Islam*, London, Variorum, 1993*,* Article XIV.

KING, D. A.: *Islamic Astronomical Instruments*, London, Variorum Reprints, 1987.
KING, D. A.: *Astronomical Instrumentation in the Medieval Near East*, in *Islamic Astronomical instruments*, London, Variorum, 1987, p. 1-21.
KING, D. A.: *The Astronomical Instrumentation of Ibn al-Sarrāj: A Brief Survey*, in *Islamic Astronomical instruments*, London, Variorum, 1987, Article IX.
KING, D. A.: Science in the Service of Religion: the cas of Islam, *Impact of Science on Society*, 159 (1990), Paris, Unesco, p. 245-262.
KING, D. A.: *Astronomy in the Service of Islam*, Londres, Variorum Reprints, 1993.
KING, D. A.: *Mīqāt: Astronomical timekeeping*, in *The Encyclopedia of Islam*, Leiden, Brill, 1990, vol. VII, p. 27-32; repr. in KING, D. A.: *Astronomy in the Service of Islam*, London, Variorum, 1993, Article V.
KING, D. A.: *L'astronomie en Syrie à l'époque islamique*, in CLUZAN, S., DELPONT, E. & MOULIERAC, J. (édit.): *Syrie, Mémoire et Civilisation*, Paris, Flammarion (Institut du Monde Arabe),1993, p. 386-395; (Instruments astronomiques syriens), p. 432-443; 485-487.
KING, D. A.: The Orientation of Medieval Islamic Religious Architecture and Cities, *Journal for the History of Astronomy,* 26 (1995), p. 253-274; repr. in KING, D. A.: *In synchrony with the Heavens: Studies in Astronomical Timekeeping and instrumentation in Medieval Islamic Civilization*, Leiden & Boston, 2005**,** vol. 1, Article VIIa.
KING, D. A.: *Astronomy and Islamic Society: Qibla gnomonics and timekeeping,* in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London & New York, Routledge, 1996, vol. 1, p.128-184.
KING, D. A.: *On the Role of the Muezzin and the Muwaqqit in Medieval Islamic Society*, in RAGEP, F. J. & RAGEP, S. P. with LEVESY, S. J. (édit.): *Tradition, Transmission, Transformation: Proceedings of Two Conferences on Premodern Science Held at the University of Oklahoma,* Leiden & New York, Brill, 1996, p. 285-346.
KING, D. A.: Tow Iranian World-Maps for Finding the Direction and distance to Mecca, *Imago Mundi – The International Journal for the History of Cartography,* 49 (1997), p. 62-82.
KING, D. A.: *World-Maps for Finding the Direction and Distance to Mecca, Innovation and Tradition in Islamic Science*, London & Leiden, 1999.
KING, D. A.: *Tow Iranian World-Maps for Finding the Direction and distance to Mecca*, in VESEL, Z., BEIKBAGHBAN, H. & THIERRY DE CRUSSOL DES EPESSE, B.: *La Science dans le monde iranien à l'époque islamique*, Téhéran, Institut Français de Recherche en Iran, 2004, p. 3-23.
KING, D. A.: *In synchrony with the Heavens: Studies in Astronomical Timekeeping and instrumentation in Medieval Islamic Civilization*, Leiden & Boston, 2005**,** vol. 1, (The Call of the Muezzin, Studies I-IX); vol. II, (Instruments of Mass Calculation, Studies X-XVIII).
LIPPET, J.: *Ibn al-Qifṭī's Ta'rīkh al-ḥukamā'*, Leipzig, 1903**.**
LORCH, R.: *Al-Ṣāghānī's Treatise on Projecting the Sphere*, in KING, D.A. & SALIBA, G. (édit.): *From Deferent to Equant, a volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in honor of E. S. Kennedy,* New York, *Annals of the New York Academy of Sciences,* 1987, p. 237-252.
LORCH, R.: Ptolemy and Maslama on the Transformation of Circles into Circles in Stereographic Projection, in *Archive for History of Exact Sciences*, 49 (1995-96), p. 271-285**.**
LORCH, R.*: Graphical methods in spherical astronomy in treatises by Ḥabash al-Ḥāsib and al-Māhānī*, Actes du 3e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tipaza, 1-3 Décembre 1990), Alger, Kouba-E.N.S., 1998, vol. 2, p. 221-226**.**
LORCH, R.: *Al-Farghānī's Treatise on the Astrolabe*, Actes du 7e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, 30 mai – 1e juin 2002), Marrakech, 2005, vol. 1, p. 263-269.

MADDISON, F.: *Les Observatoires portatifs*: *Les instruments arabe à usage pratique*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes,* Paris, Seuil, 1997, vol. I (Astronomie théorique et appliquée), p. 139-172.

MADDISON, F. & SAVAGE-SMITH, E.: *Science, Tools and Magic*, Part I: *Body and Spirit, Mapping the Universe*, in *The Nasser D. Khalili Collection of Islamic Art*, Londres, Azimuth Editions and Oxford University Press, 1997, vol. XII/1.

MATVIEVSKAÏA, G. P. & ROSENFELD, B. A.: *Matématiki I astronomy moussoulmanskovo sredneviekovia I ikh troudy (VII-XVII VV.) [Les Mathématiciens et Astronomes arabes du Moyen Age et leurs travaux, VII^e-XVII^e siècles]*, Moscou, 1983.

MAYER, L. A: *Islamic Astrolabists and their Works*, Genève, 1956.

MICHEL, H: *Traité de l'astrolabe*, Paris, 1947.

MORELON, R.: *General survey of Arabic astronomy*, in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996, vol.1, p. 1-20.

MORELON, R.: *Eastern Arabic astronomy between the eight and the eleventh centuries*, in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996, vol.1, p. 21-58.

MURIS, O. & SAARMANN, G.: *Der Globus im Wandel der Zeiten. Eine Geschichte der Globen*, Berlin-Beutelsbach bei Stuttgart, 1961.

NALLINO, C. A: *Al-Battānī* , in *Encyclopédie de l'Islam*, Leyde, 1995, vol. I, p. 1137-1138.

NEUGEBAUER, O.: The Early History of the Astrolabe, Studies in Ancient Astronomy IX, *Isis*, 40 (1949), no. 3, p. 240-256.

PTOLÉMÉE, C.: *L'Almageste*, Halma, M. (Trad.), Paris, 1813.

PUIG, R.: *La saphea (ṣafīḥa) d'al-Zarqālī dans le Kitāb Djāmi^c al-mabādi' wa-l-ghāyāt fī ^cilm al-mīqāt d'Abū-l-Ḥasan al-Marrākushī*, Actes du 7^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, 30 mai – 1^e juin 2002), Marrakech, 2005, vol. 1, p. 271-280.

RASHED, R.: Al-Sijzī et Maïmonide: commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des Coniques d'Apollonius, *Archives internationales d'Histoire des Sciences*, 37 (1987), n° 119, p. 263-296.

RAGEP, J.: *Nasīr al-Dīn al-Ṭūsī's Memoir on Astronomy* [*al-Tadhkira fī ^cilm al-hay'a*] *with Translation and Commentary,* vol. I, Introduction, Edition and Translation; vol. II, Commentary and Apparatus, Berlin, 1993.

RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996.

RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil, 1997.

RASHED, R.: Ibn Sahl al Qūhī: Les projections, Addenda & corrigenda, *Arabic sciences and philosophy*, 10 (2000), p. 79-100 .

RICHTER-BEMBURG, L.: Al-Bīrūnī's Maqāla fī tasṭīḥ al-ṣuwar wa-tabṭīkḥ al-kuwar. A Translation of the Preface with Notes and Commentary, *Journal for History of Arabic Science*, 6 (1982), p. 113-122.

ROSENFELD, B. A: *A History of Non Euclidean Geometry: Evaluation of the concept of a Geometric Space*, New York, Springer Verlag, 1988.

ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Geometry*, in RASHED, R. & MORELON, R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996, vol. 2, (Mathematics and the physical sciences), p. 447-494.

ROSENFELD, B. A. & Youschkevitch, A.-P.: *Géométrie*, in RASHED, R. (édit.): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil,1997, vol. 2, p. 121-162.

ROUX, J. P.: *Galeries nationales du Grand Palais & Réunion des musées nationaux*: *L'Islam dans les collections nationales*, Paris, 1971.

SAVAGE-SMITH, E. & ANDREA, P. A.: *Islamicate Celestial Globes: Their History, Construction, and Use,* Washington, Smithsonian institution press, (Smithsonian Studies in History and Technology), 46 (1985).
SEZGIN, F.: *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, Leiden, E. J. Brill, vol. V, 1974; vol. VI, 1978; vol. VII, 1979 .
SNYDER, J. P.: *Flattening the Earth: Tow Thousand Years of Map Projections*, USA, University of Chicago press, 1997.
STERN: *Abd al-Raḥmān ibn ᶜUmar al-Ṣūfī*, in *Encyclopédie de l'Islam*, Leyde, 1995, vol. I, p. 89.
STEVENSON, E. L.: *Terrestrial and Celestial Globe, their history and construction*, New Haven, 1921**.**
SUTER, H.: *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und Ihre Werke* [Les mathématiciens et les astronomes arabes et leurs oeuvres], Teubner, Leipzig , 1900 .
SUTER, H.: Über die projektion der sternbilder und der Länder von al-Bīrūnī, *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenshaften und der Medizin*, 4 (1922), p. 79-109.
VER EECKE, P. : *Les coniques d'Apollonius de perge*, Paris, Albert Blanchard, 1959.
WIEDEMANN, E.: *Gesammelte Schriften zur arabisch-islamischen Wissenschafts Geschichte*, Frankfur, 1986**.**
WINTER, H. J. J. & ARAFAT, W.: Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror, *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*, *Science* 15 (1949), No. 1, p. 25–40**.**
WOEPKE, F.: Trois traités arabes sur le compas parfait, *Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque impériale et autres bibliothèques,* 22 (1874), Addition, p. 1-175; Reproduit en fac-similé dans WOEPCKE, F.: *Etudes sur les mathématiques arabo-islamiques*, F. Sezgin (édit.), Frankfurt, 1986, vol. II, p. 560-734.
YOUSCHKEVITCH, A.-P.: *Les mathématiques arabes (XIIIᵉ-XVᵉ siècles)*, Paris, Vrin, 1976.