

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique Et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique
جامعة فرحات عباس - سطيف 1
Université Ferhat Abbas - Sétif 1

THÈSE

Présentée à l'Institut d'Optique et Mécanique de Précision pour l'obtention du
Diplôme de

DOCTORAT 3^{ème} Cycle LMD

Domaine : Sciences et Techniques
Filière : Optique et mécanique de Précision
Spécialité: Optique et photonique

Par
BOUZID Oussama

THÈME

Composition modale d'un faisceau laser

Soutenue, le:29/09/2018

Devant le jury composé de:

Président du Jury	DJABI Smail	Prof.	UFA Sétif1
Directeur de thèse	FERRIA Kouider	MCA.	UFA Sétif1
Co-directeur de thèse	AIT AMEUR Kamel	Prof.	Université de Caen, France
Examineur	BENCHEIKH Abdelhalim	MCA.	Université BBA
Examineur	BAKHOUCHE Belkacem	MCA.	UFA Sétif1
Invité	HASNAOUI Abdelkrim	MCA.	USTHB Alger

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé à l'IOMP, Institut d'Optique et Mécanique de Précision(Université de Sétif1) en collaboration avec le CIMAP, Centre de recherche sur les Ions, les Matériaux et la Photonique(Université de Caen, Basse Normandie, France) dans le cadre d'une bourse ministérielle PNE, Programme National Exceptionnel. Je remercie donc Monsieur Amine Cassimi, directeur du CIMAP, pour son accueil au sein du centre de recherche.

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma reconnaissance au professeur Kamel Aït-Ameur qui a dirigé ces recherches pendant ces quatre années. Il n'a pas ménagé son temps pour m'aider, m'encourager et me guider dans les moments difficiles. Ainsi que Monsieur Kouider Ferria qui m'a poussé à donner à fond pour être à la hauteur.

Je remercie ensuite Messieurs Abdelhalim Bencheikh et Belkacem Bakhouche d'avoir accepté d'être examinateurs de mes travaux et aussi Smail Djabi, président du jury. Un grand merci à monsieur Abdelkrim Hasnaoui d'avoir accepté d'être notre invité d'honneur.

Je tiens également à remercier mon collègue Sofiane Haddadi, dans lequel j'ai partagé des bons moments pendant mon séjour à Caen, ainsi que ceux que j'ai rencontré en particulier, Abdelhak Goudjil, Larbi Boudjelal, Aissam Ouali, Bilel Atallah, Tarek, Wassim, Nacer, Vishant et Mohammed Salhi.

Je souhaite encore remercier toutes celles et ceux avec qui j'ai passé de très bons moments au sein de l'Institut d'Optique et Mécanique de Précision, en particulier, Housseem Taallah mon meilleur ami de tous les temps, Abdelkrim Bechane, Abderazk Hammoudi, Lazhar Lalaoui, Housseem Selmani, et sans oublier toutes les personnes que j'ai connu pendant ma formation au sein de cet institut alors merci à vous tous !

Merci également à tous mes amis de longue date, à savoir, parmi tant d'autres : Chafik Turki, Islem Benghalem, Amine Fethi, Bilel Talbi, Djabi Abdelmoumen.

Pour finir, je tiens à remercier toute ma famille, et en particulier mes parents, qui m'ont encouragé pendant toute cette période, mes frères, Nasro, Ilyes, ma soeur Yasmine et ma fiancée, ainsi que mes cousins et cousines et leurs parents. Alors merci encore à vous !

Bouziid Oussama

TABLES DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	8
CHAPITRE I : Analyse modale d'un mélange de modes incohérents	10
I.1. Introduction	12
I.2 Equation d'onde paraxiale et ses solutions	13
I.2.1 Modes Hermite-Gauss	13
I.2.2 Modes Laguerre-Gauss	14
I.2.3 Faisceau Gaussien.....	16
I.3 Modes Cohérents, partiellement cohérents et incohérents	18
I.4 Méthodes déterminant la structure modale d'un faisceau laser	20
I.4.1 Méthode de la courbe ajustée	20
I.4.2 Méthode d'inversement matriciel	22
I.4.3 Analyse du M^2	22
I.4.4 Mesure de la cohérence	24
I.4.5 Technique de corrélation par un CGH ou un SLM.....	25
I.5 Transmission des faisceaux d'ordre supérieur	26
I.6 Fit des courbes de la transmission des faisceaux d'ordre supérieur	30
I.6.1 Fit des courbes de la transmission des faisceaux Hermite-Gauss.....	30
I.6.2 Fit des courbes de la transmission des faisceaux Laguerre-Gauss	35
I.7 Conclusion	37
CHAPITRE II : Etude simple passage des propriétés diffractives des ouvertures d'amplitude	38
II.1. Introduction	40
II.2 Modes Laguerre-Gauss de type LG_{0l}	41
II.2.1 Génération d'un mode LG_{0l} "donut"	44
II.3 Eléments optiques diffractifs (EOD)	45
II.3.1 Diaphragme et anneau opaque	46
II.3.2 Trou de phase	46
II.4 Diffraction d'un faisceau laser au travers une ouverture d'amplitude	47

II.5 Propriétés simple passage des ouvertures d'amplitude	50
II.5.1 Intensité sur l'axe donnée par une ouverture d'amplitude	51
II.5.2 Profils transverses d'intensité.....	53
II.5.3 Mode supérieur LG_{11}	58
II.5.4 Transmission des pupilles	59
II.5.5 Divergences des faisceaux LG_{00} et LG_{01}	62
II.6 Conclusion	66
CHAPITRE III : Mise en forme dans une cavité laser contenant des ouvertures d'amplitude	68
III.1. Introduction	70
III.2. Méthodes de mise en forme laser	71
III.2.1 Définition d'un flat-top	72
III.2.2 Génération d'un flat-top.....	73
III.3. Génération d'un flat-top en Intra-cavité.....	74
III.3.1. Méthodes de Fox & Li et de Laguerre Gauss	78
III.3.2. Champ oscillant dans une cavité laser perturbée	79
III.3.2.1 Niveaux des pertes des 10 premiers modes azimutaux LG_{0l}	81
III.4. Cavité Anneau opaque-Diaphragme	83
III.4.1. Pertes des LG_{00} et LG_{01}	85
III.4.2. Pertes d'un LG_{pl}	88
III.5. Champs de sortie	91
III.5.1. Diffraction simple passage d'un flat-top au travers d'un anneau opaque	92
III.5.2. Champ de sortie d'un flat-top obtenu en intra-cavité.....	93
III.5.3. Champ de sortie non désirés	94
III.5.4. Ajustement (fit) du flat-top par une super-gaussienne d'ordre 4.....	96
III.6 Conclusion.....	101
CHAPITRE IV : Aberrations diffractives d'un EOD binaire	103
IV.1. Introduction	105
IV.2 Généralités sur les aberrations sphériques	106
IV.3 Propriétés diffractives d'un trou de phase	109
IV.4 Aberrations diffractives	114
IV.5 Structures Multi-Annulaires	119

IV.6 Conclusion	121
CONCLUSION GENERALE.....	123
ANNEXES	125
Annexe A: Méthode d'ajustement "Levenberg-Marquardt"	126
Annexe B: Transmission des faisceaux LG_{0l} au travers des ouvertures d'amplitude	127
Annexe C: Calcul des opérateurs aller-retour dans une cavité contenant un anneau opaque et un diaphragme.....	129
BIBLIOGRAPHIE GENERALE	135

INTRODUCTION
GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Dans les années qui ont suivi la découverte du premier laser par Théodore Maiman en 1960, le laser a connu une progression technologique sur tous les niveaux : scientifique, technologique et industrielle... Néanmoins, cette avancée, a fait face à une variété de problématique, de nature, mathématique, physique ou industriel... Cependant, plusieurs spécialistes ont essayé de trouver des solutions et des alternatives aux problèmes rencontrés, certains d'entre eux, sont parvenus à exploiter l'idée de modifier le profil des lasers à l'intérieur comme à l'extérieur de la source pour des besoins technologiques bien spécifiés. Ces solutions marquantes dans l'histoire du laser, ont ouvert les portes vers des perspectives de plus en plus développées et efficaces.

La thèse présentée, intitulé "Composition modale d'un faisceau laser", entre dans le cadre de la caractérisation et la mise en forme des faisceaux lasers par voie de l'optique diffractive. Ces techniques sont en effet, à la demande industrielle et scientifique pour certaines applications bien définies.

Dans le premier chapitre de la thèse, nous tenterons à étudier la faisabilité de caractériser un mélange incohérent de faisceau laser de type Laguerre-Gauss d'ordre radial (LG_{p0}) et Hermite-Gauss unidimensionnel(HG_{n0}). Cette caractérisation est basée sur l'extraction des coefficients de pondération de chaque mode propre existant dans le mélange incohérent. En fait, la caractérisation modale sera effectuée en utilisant des éléments optiques diffractifs d'amplitude, permettant ainsi d'étudier les transmissions du mélange à travers ces éléments. Nous extrairons les coefficients de pondération par l'utilisation d'une méthode numérique basée sur le calcul des moindres carrés.

Dans le deuxième chapitre, nous intéresserons à l'étude simple passage des propriétés diffractives de deux pupilles; un diaphragme(filtre passe bas) et un anneau opaque(filtre passe bande), lorsque le faisceau incident collimaté est un LG_{00} ou LG_{01} . Plusieurs grandeurs géométriques et énergétiques seront étudiées et discutées en détails telles que; l'intensité axiale, les distributions radiales en champ proche et en champ lointain, les transmissions des deux modes au travers des deux ouvertures d'amplitude et finalement la divergence angulaire. Ce chapitre est une plateforme préalable pour la troisième partie.

Le troisième chapitre sera consacrée à l'étude de la génération d'un faisceau uniformisé "flat-top" en plaçant dans la cavité un anneau opaque et un diaphragme. Ce faisceau possède la particularité d'être invariant au cours de sa propagation. Cette opération sera effectuée en forçant le laser à osciller sur une superposition incohérente de deux modes transverses, à savoir, le LG_{00} et le

LG_{01} d'une pondération particulière. Le calcul numérique sera effectué en suivant une méthode de décomposition modale, basée sur le principe du calcul des opérateurs aller-retour matriciels dont les vecteurs propres sont les modes propres de la cavité comportant un diaphragme et un anneau opaque absorbant. Cette modélisation nous permettra de trouver les meilleures caractéristiques géométriques du résonateur (longueur de cavité, rayon de courbure des miroirs et diamètres de l'anneau absorbant et du diaphragme) permettant la génération du flat-top. Cette contribution importante se rapporte au domaine de la mise en forme spatiale intra-cavité.

Enfin, dans le quatrième et le dernier chapitre, nous intéresserons à la combinaison diffractive/réfractive, en démontrant qu'un simple trou de phase pourrait améliorer les propriétés de focalisation d'une lentille simple, en produisant ainsi une intensité axiale importante, même si la transmission à travers cette dernière est faible. Cela sera réalisé par l'exploitation des propriétés diffractives de la combinaison d'un trou de phase et un diaphragme circulaire. Ensuite, on expliquera ces effets par l'étude des aberrations optiques générées par cet élément de phase. Les résultats obtenus dans cette étude, seront à l'intérêt de certaines applications dans l'ingénierie des systèmes optiques qui exploitent le contrôle diffractive/réfractive de la lumière en présence des ouvertures limitées ainsi que la communauté de l'imagerie et la microscopie d'où les champs localisés sont connus par leur avantage dans l'augmentation de la résolution.

CHAPITRE I:

*Analyse Modale d'un mélange de
modes incohérents*

Sommaire

I.1. Introduction.....	12
I.2 Equation d'onde paraxiale.....	13
I.2.1 Modes Hermite-Gauss	13
I.2.2 Modes Laguerre-Gauss.....	14
I.2.3 Faisceau Gaussien	16
I.3 Modes Cohérents, partiellement cohérents et incohérents	18
I.4 Méthodes déterminant la structure modale d'un faisceau laser	20
I.4.1 Méthode de la courbe ajustée	20
I.4.2 Méthode d'inversement matriciel	22
I.4.3 Analyse du M^2	22
I.4.4 Mesure de la cohérence	24
I.4.5 Technique de corrélation par un CGH ou un SLM	25
I.5 Transmission des faisceaux d'ordre supérieur.....	26
I.6 Fit des courbes de la transmission des faisceaux d'ordre supérieur	30
I.6.1 Fit des courbes de la transmission des faisceaux Hermite-Gauss	30
I.6.2 Fit des courbes de la transmission des faisceaux Laguerre-Gauss.....	35
I.7 Conclusion	37

Résumé

Dans ce chapitre I, l'extraction des coefficients de pondération de chaque mode transverse d'un mélange laser incohérent de type LG_{p0} ou HG_{m0} est achevée via l'utilisation d'une méthode mathématique basée sur le calcul des moindres carrés. L'idée est basée sur l'étude des variations de puissance transmise par une pupille (diaphragme circulaire, demi-plan rectiligne) pour pouvoir remonter à la pondération modale d'un tel mélange incohérent. Plusieurs cas ont été présentés et les résultats obtenus montrent la fiabilité et l'efficacité de la méthode utilisée.

I.1 Introduction

L'une des plus importantes propriétés d'un faisceau laser est sa distribution du champ transversale. Dans la pratique, cette distribution est souvent une combinaison de plusieurs profils transverses, i.e. en réalité, le profil transversal d'un faisceau laser issu d'un résonateur optique est souvent une superposition cohérente ou incohérente de plusieurs profils de modes transverses, à savoir, les modes Hermite-Gauss, Laguerre-Gauss, Bessel ou autre.... Cependant, il est très difficile d'obtenir un faisceau laser de haute qualité qui peut être un gaussien pur ou un autre d'une forme particulière qui pourrait être intéressant dans certains applications industriels telles que ; la soudure, le perçage...etc. Par conséquent, plusieurs chercheurs et industriels donnent plus d'importance à la caractérisation des faisceaux lasers, dans l'optique d'améliorer le rendement et l'efficacité de ces derniers. Cependant, l'intérêt majeur est de trouver un moyen pour caractériser d'une manière adéquate le faisceau laser de sortie composé de plusieurs modes transverses, chaque mode possède une pondération particulière, la connaissance et le contrôle de ces pondérations implique une complète caractérisation du faisceau laser. Pour cela plusieurs méthodes ont été proposées afin de mettre le point sur la structure modale d'un faisceau laser. En effet, cette structure peut être divisée en deux catégories, la structure cohérente (le faisceau laser est une superposition de plusieurs modes transverses dont leurs fréquences sont identiques) et incohérente (le faisceau laser est une superposition de plusieurs modes transverses dont leurs fréquences sont distinctes).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la structure modale incohérente pour la détermination des coefficients de pondérations ainsi que la largeur minimale (waist) d'un mélange de faisceaux lasers de type Hermite-Gauss et Laguerre-Gauss par l'étude de la variation de la transmission de ces derniers au travers des ouvertures d'amplitude, à savoir, le demi plan rectiligne et le diaphragme circulaire respectivement. Pour faire, on va appliquer une méthode d'ajustement de courbe basée sur le calcul des moindres carrés afin d'extraire les valeurs des coefficients de pondérations de chaque mode contribuant au mélange incohérent.

I.1 Equation d'onde paraxiale et ses solutions

L'équation d'onde paraxiale (éq. I.1) souvent appelée "équation de Helmholtz", permet de décrire le champ optique des faisceaux lasers possédant des champs électriques propageant au long de l'axe de propagation.

$$\nabla_t^2 u - i2k \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad I.1$$

∇_t étant le Laplacien, k : le nombre d'onde, u est le champ optique de faible divergence qui varie lentement en fonction de z .

On peut montrer que des solutions plus complexes peuvent être trouvées, elles peuvent être regroupées dans deux grandes familles distinctes : les modes de Laguerre Gauss possédant une symétrie cylindrique, et les modes de Hermite Gauss possédant des symétries en x et y .

Les solutions obtenues par la méthode de séparation de variables en coordonnées cartésiennes (cylindriques) représentent respectivement les faisceaux Hermite-Gauss (Laguerre-Gauss) dans toute position z le long de l'axe de propagation [**Kog 66, Sie 86, Sie 90, Sal 91, Ana 92**].

I.2.1 Modes Hermite-Gauss

Dans les cavités stables, il est bien connu que les modes supérieur de type Hermite-Gauss sont obtenus plus facilement par rapport aux modes de Laguerre-Gauss, même dans les cavités à symétrie cylindrique et cette hypothèse est bien confirmée théoriquement et expérimentalement [**Sie 93**]. Pour cette raison plusieurs recherches scientifiques montrent un intérêt plus important à ce type de mode par rapport aux modes Laguerre-Gauss.

La solution propre en coordonnées cartésiennes est donnée par l'équation I.2 et les polynômes de Hermite-Gauss HG_m ou HG_n sont décrits par les relations I.3 et I.4 :

$$E(x, y) = E_0 \exp\left(-\left(\frac{x^2 + y^2}{W_0^2}\right)\right) HG_m\left(2\sqrt{2}\left(\frac{x}{W_0}\right)\right) HG_n\left(2\sqrt{2}\left(\frac{y}{W_0}\right)\right) \quad I.2$$

$$HG_m = m! \sum_{s=0}^{m/2} (-1)^s \frac{m! (\sqrt{2}x)^{m-2s}}{(m-2s)! s!} \quad I.3$$

$$HG_n = n! \sum_{s=0}^{n/2} (-1)^s \frac{n! (\sqrt{2}y)^{n-2s}}{(n-2s)! s!} \quad I.4$$

Les faisceaux Hermite-Gauss pour différents ordre n et m sont illustrés dans la figure ci-dessous:

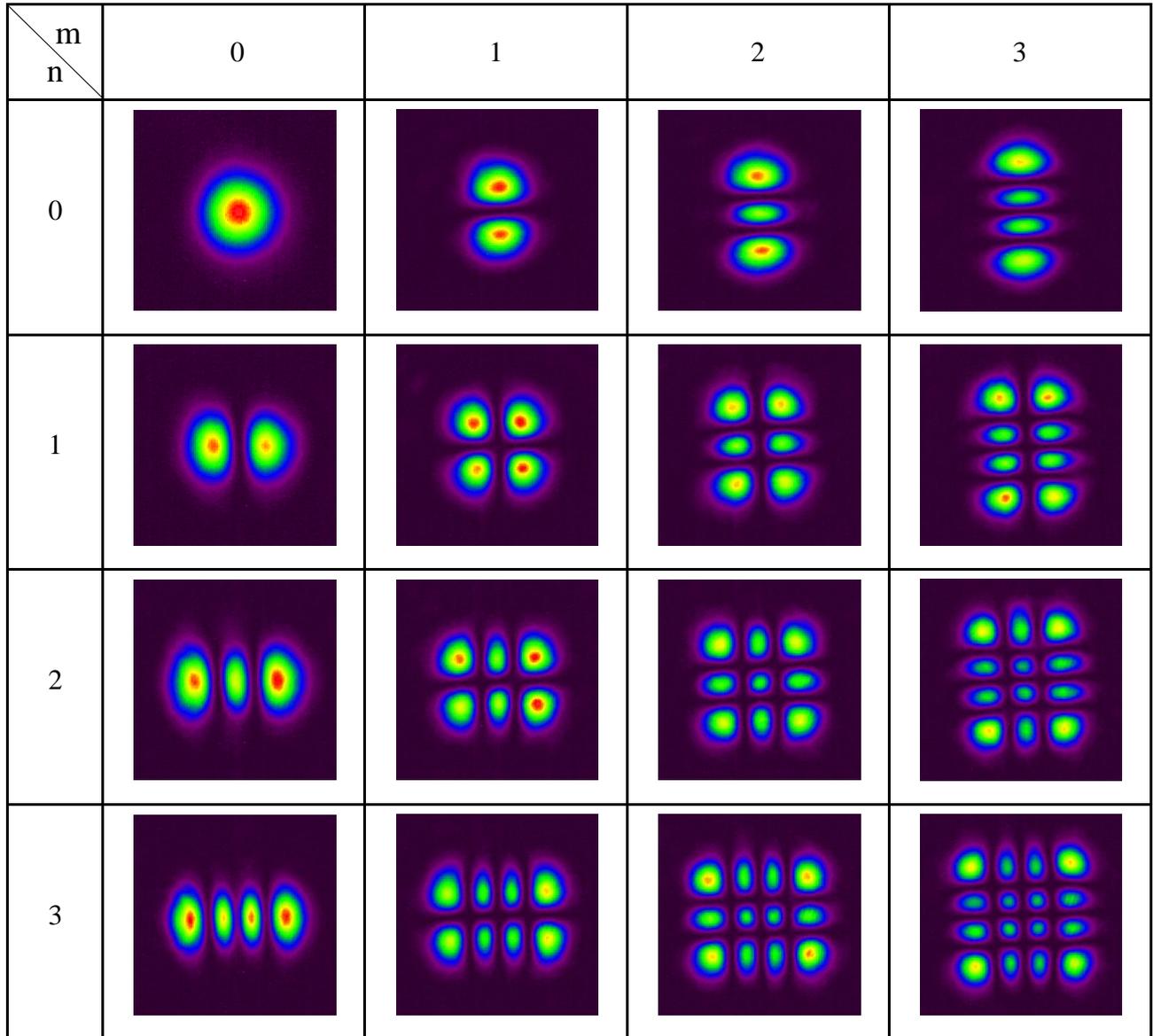


Fig. 1.1. Section transversale des modes laser Hermite-Gauss d'ordre n et m [Ngc-Th 13].

I.2.2 Modes Laguerre-Gauss

De la même façon que les modes Hermite-Gauss, mais cette fois-ci, la solution propre de l'équation de Helmholtz est présentée en coordonnées cylindriques pour finalement décrire les modes LG dont le champ électrique est exprimé par la formule 1.5 :

$$U_{p,l}(\rho, \phi) = E_0 \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{W_0} \right)^l L_p^l \left(\frac{2\rho^2}{W_0^2} \right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{W_0^2}\right) \exp(\pm il\phi) \quad 1.5$$

L_p^l est un polynôme de Laguerre généralisé d'ordre p et l (éq. I.6) et W_0 est la taille minimale du faisceau (Waist). Ces solutions représentent les faisceaux Laguerre-Gauss. L'indice p est l'ordre radial et l'indice l est l'ordre azimutal.

$$L_p^l = \sum_{n=0}^p (-1)^n \frac{(p+l)!}{(p-n)!(l+n)!n!} (X)^n \quad \text{avec} \quad X = \frac{2\rho^2}{W^2(z)} \quad I.6$$

Dans cette partie, l'ordre l ne sera pas considéré, l'équation I.5 se simplifie donc pour finalement décrire le champ électrique d'un LG $_{p0}$:

$$U_p(\rho) = E_0 L_p^0 \left(\frac{2\rho^2}{W_0^2} \right) \exp \left(-\frac{\rho^2}{W_0^2} \right) \quad I.7$$

Les faisceaux Laguerre-Gauss pour différents ordre p et l sont illustrés dans la figure ci-dessous:

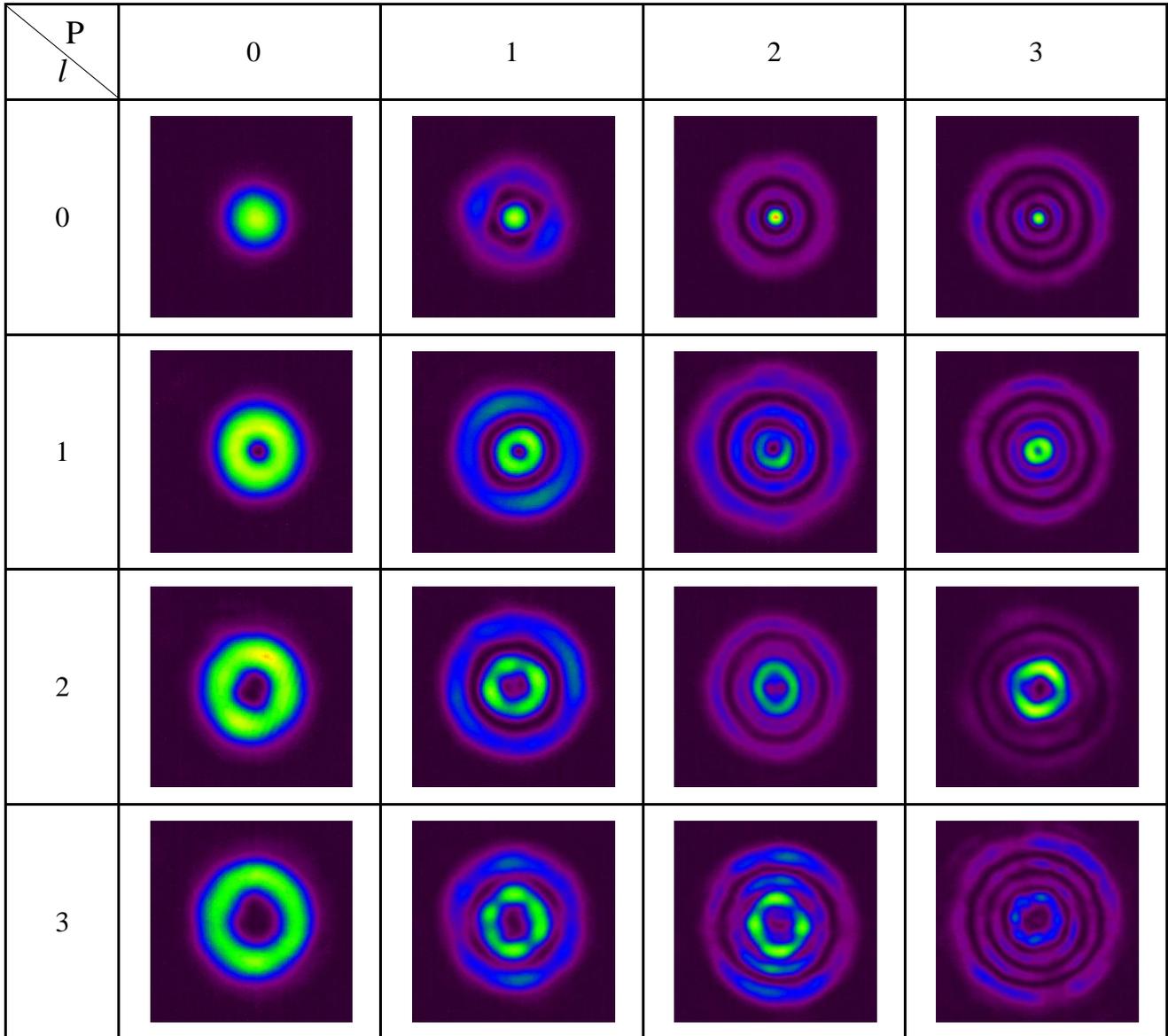


Fig. I.2. Section transversale des modes laser Laguerre-Gauss d'ordre p et l [Ngc-Th 13].

I.2.3 Faisceau Gaussien

A partir des solutions présentées par les équations 1.2 et 1.5, on peut écrire l'expression du champ électrique d'ordre fondamental d'un faisceau laser sortant de la cavité, pour le cas de ($m=0$, $n=0$) et aussi ($l=0$, $p=0$). Ce mode fondamental TEM₀₀ est la base de l'étude des faisceaux lasers, appelé faisceau gaussien dont les caractéristiques ($z_R, R_c(z), \theta, W(z), W_0$) sont illustrées par la figure 1.3.

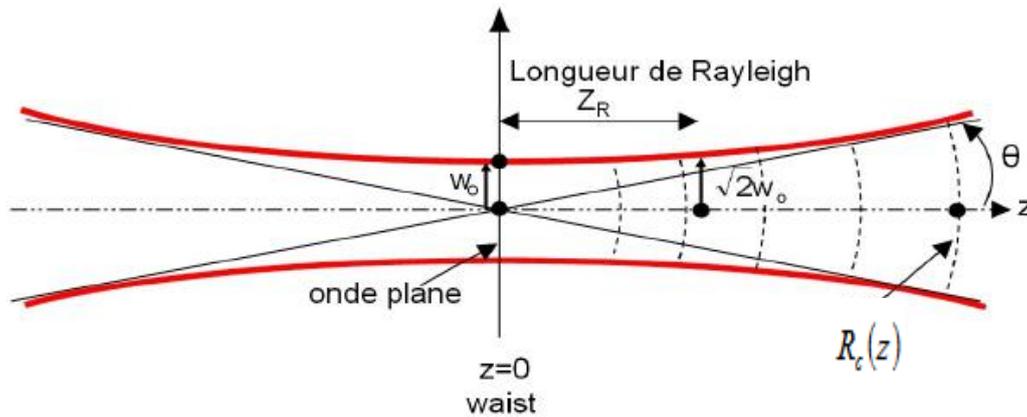


Fig. 1.3. Caractéristiques d'un faisceau gaussien.

Le champ électrique d'un tel faisceau selon la coordonnée radiale transversale ρ est donnée par l'équation 1.8 [Bor 80, Kog 66, Sie 86, Sie 90, Sal 91, Ana 92]:

$$E(\rho, z) = E_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(i\left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} + kz - \theta(z)\right]\right) \quad 1.8$$

W est la largeur du faisceau gaussien, tel que:

$$W^2(z) = W_0^2 \left(1 + (z/z_R)^2\right) \quad 1.9$$

Où ρ est la coordonnée radiale du faisceau incident, θ est La phase de Gouy, son expression est donnée par:

$$\theta(z) = \arctan(z/z_R) \quad 1.10$$

On introduit aussi une grandeur importante qui est la largeur de Rayleigh Z_R , elle décrit la profondeur de focalisation du faisceau laser:

$$z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \quad 1.11$$

W_0 est la largeur minimale du faisceau gaussien, on l'appelle aussi waist. L'élargissement du faisceau est donné par l'angle de divergence en fonction de la largeur minimale W_0 et la longueur d'onde λ comme suit:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi W_0} \quad I.12$$

R_c est le rayon de courbure, il est donné par:

$$R_c(z) = z \left(1 + (z_R/z)^2 \right) \quad I.13$$

A partir de l'expression du champ électrique, on détermine la distribution d'intensité, exprimée par l'équation I.14.

$$I(\rho, Z) = |E(\rho, Z)|^2 = E_0^2 \left[\frac{W_0}{W(z)} \right]^2 e^{-2\rho^2/W^2(z)} \quad I.14$$

Le profil de l'intensité est présenté dans la figure I.4

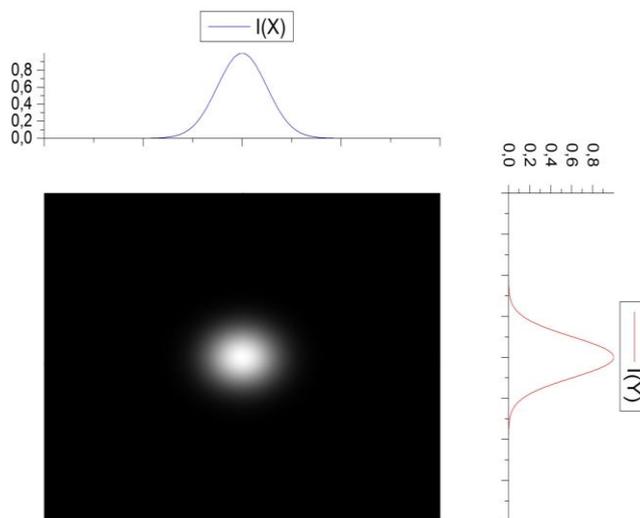


Fig. I.4. Profil d'intensité gaussien.

A partir de l'équation I.14, on peut déterminer l'expression de l'intensité sur l'axe, qui est donnée par l'équation I.15

$$I(0, z) = I_{axe} \left(\frac{W_0}{W_z} \right)^2 = \frac{1}{1 + (z/z_R)^2} \quad I.15$$

Donc la puissance équivalente pour cette intensité est donnée par:

$$P = 2\pi \int_0^{\infty} I(\rho) \rho d\rho = \left(\frac{\pi W^2 I_{axe}}{2} \right) \quad I.16$$

On remarque que la puissance est indépendante de z .

I.3 Modes Cohérents, partiellement cohérents et incohérents

Avant de présenter les types de mélange modal pouvant être trouvés dans la pratique, il est nécessaire de faire un rappel sur la cohérence spatiale et temporelle. Le terme cohérence s'emploie à la fois pour une radiation électromagnétique ou pour des particules dont le comportement ondulatoire a été introduit en 1924 par Louis de Broglie.

La cohérence est l'un des aspects important d'optique, elle est fortement liée à la capacité de la lumière à produire des effets d'interférence. Un faisceau lumineux est dit cohérent, lorsque le déphasage entre les différents champs électriques de ce dernier est fixe pour différents endroits (spatiale) ou différents moments (temporelle). La cohérence partielle veut dire qu'il existe certaines corrélations entre les valeurs de phase des ondes lumineuses.

Certains processus peuvent être suivis de mot cohérent ou incohérent, dans ce cas, la cohérence désigne essentiellement la sensibilité à la phase. Par exemple, la méthode des combinaisons des faisceaux laser cohérents repose sur la cohérence mutuelle des faisceaux. Tandis que cette technique n'existe pas pour les faisceaux incohérents. Il existe deux différents aspects de la cohérence:

1- Cohérence spatiale:

La cohérence spatiale veut dire une forte corrélation (Déphasage fixe) entre les différents champs électrique dans différentes positions à travers le profil du faisceau laser. Par exemple, dans une section transversale d'un faisceau laser, le champ électrique oscille d'une façon corrélative dans différentes positions, même si la structure temporelle du faisceau laser est une superposition de plusieurs fréquences. La cohérence spatiale est une condition requise afin de garantir la forte directivité du faisceau laser.

2- Cohérence temporelle:

La cohérence temporelle désigne la forte corrélation entre les différents champs électriques dans une seule position mais dans différents moments. Par exemple, une seule fréquence émise par un laser peut produire une très haute cohérence temporelle, car le champ électrique évolue dans le temps de manière prévisible, il présente une oscillation sinusoïdale propre sur de longues périodes de temps.

Les lasers ont le potentiel de générer des faisceaux gaussiens avec une très grande cohérence spatiale, cela peut être la différence majeure entre les faisceaux lasers et les radiations des autres sources lumineuses.

On souligne pour qu'il y ait une cohérence il faut avoir soit :

Une source monochromatique(même fréquence) ou source unique.

3- Incohérence:

Par opposition, incohérent qualifie un faisceau qui ne dispose pas des caractéristiques, les ondes incohérentes lorsqu'elles sont combinées ne produisent pas d'interférence, un détecteur de lumière va alors faire la moyenne d'intensité reçue. Par conséquent, il n' aura pas d'interférences, c'est seulement les intensité qui s'ajoutent.

Les modes d'un laser peuvent être classés en 4 types à base de cohérence de chaque mode :

- 1- faisceau gaussien fondamental,
- 2-mélange de modes cohérents (coopératif de blocage de fréquence),
- 3-partiellement cohérent multimodes,
- 4-incohérents multimodes.

Dans une cavité laser, les fréquences des modes transverses et longitudinales s'écrivent comme suit :

$$\nu_{mnq} = \frac{C}{2L} \left(q + (m + n + 1) \frac{\arccos(\pm g_1 g_2)}{\pi} \right) \quad I.17$$

C est la vitesse de la lumière, q: nombre de mode longitudinale, m et n désignent les modes transverses, L étant la longueur de la cavité résonante et g_1, g_2 étant les paramètres géométriques de la cavité liés aux rayons des deux miroirs (voir le point III.3).

La figure I.5, montre les différences entre les modes cohérents et partiellement cohérents et incohérents.

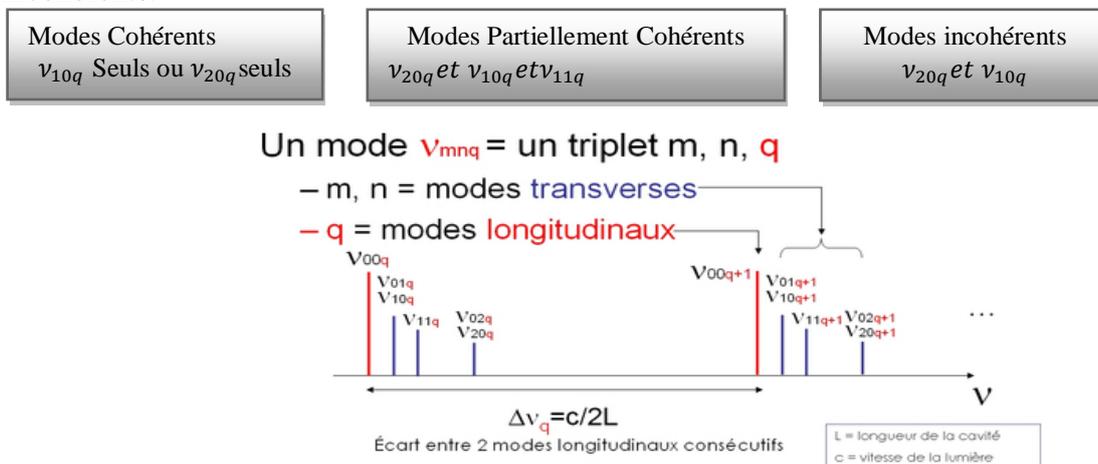


Fig. I.5. Modes longitudinaux et transverses dans une cavité résonante.

I.4 Méthodes déterminant la structure modale d'un faisceau laser

Les méthodes de la détermination de la composition modale d'un faisceau laser sont :

- 1- Courbe ajustée (Curve fitting).
- 2- Inversement matriciel (Matrix inversion).
- 3- Analyse du M^2 (M^2 Analysis).
- 4- Mesure de la cohérence (Coherence measurements).
- 5- Technique de corrélation par filtre basée sur les CGH (pour : Computer Generated Holograms) ou par un SLM (pour : Spatial Light Modulator).

Toutes ces méthodes traitent les modes Hermite-Gauss, en plus les 3 premières méthodes utilisant des mesures sur le profil d'intensité, nécessite plusieurs informations pour connaître juste les poids modales tel que ; un plan en plus pour les mesures de l'intensité, ou la largeur du faisceau prise par la connaissance des paramètres de la cavité laser.

Il existe une autre méthode qui s'appelle "Mixage fréquentielle [Lie 95]" mais elle a été abandonnée après, puisqu'elle n'est pas adéquate pour la mesure des pondérations d'une manière quantitative, mais elle était utilisée pour la réduction des modes dans un laser à CO_2 .

I.4.1 Méthode de Courbe ajustée

La mesure quantitative de la qualité d'un faisceau laser peut être effectuée par la détermination de la présence de multiples modes transverses d'un oscillateur laser et le calcul des poids modal correspondants. La détermination des coefficients de pondération de chaque mode transverse consiste à la mesure de la distribution de l'intensité au champ proche et au champ lointain (voir *Fig. I.6*) [Cut 95, Cut 92-a, Cut 92-b]. Le Développement d'un code numérique d'un profil d'intensité au champ lointain est capable d'évaluer les coefficients de pondérations des modes transverses dans un laser. Les auteurs de cette méthode ont adressés leurs intérêt pour les deux cas de mélange modale, cohérent et incohérent, alors que les modes incohérents sont équivalent à un problème linéaire, les modes cohérents ont été discutés vu le problème de la reconstruction des phases. La validité de cette approche est confirmée par plusieurs méthodes numériques et simulations et de certains travaux expérimentaux appliqués sur un laser Nd-Yag fonctionnant avec la technique du Q-Switching. Par la suite, Une technique plus développée présentée par Wang et al, basée sur la méthode de calcul des moindres carrées et le processus d'itération, afin d'estimer les valeurs de poids modales et le déphasage d'un faisceau laser à CO_2 oscillant sur plusieurs modes transverses, ainsi que le facteur de qualité M^2 [Wan 00] . Ces auteurs estiment que n'importe quelle

distribution d'intensité transversale d'un mélange de mode laser est simulée à partir de l'algorithme développé.

La figure 1.6 schématise le principe de mesure par la méthode de courbe ajustée. En effet, un faisceau laser est émis depuis un laser He-Ne, ce dernier est atténué par un atténuateur afin de réduire l'intensité en dessous du niveau de saturation de la caméra. Par la suite, il est focalisé par une lentille, puis le profil d'intensité est enregistré par une caméra CID (pour : charge injection device). Finalement, le traitement numérique se fait par un algorithme adéquat afin de déterminer les coefficients de pondération des faisceaux Hermite-Gauss ainsi que le waist (W_0).

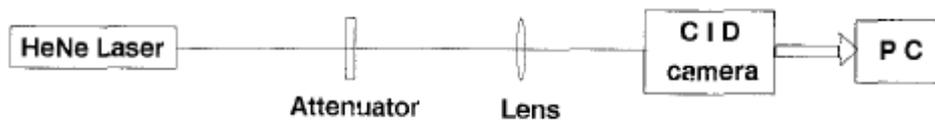


Fig. 1.6. Schéma de mesure expérimental de la méthode de la courbe ajustée.

La précision de la mesure peut être améliorée en exploitant le profil d'intensité au champ proche.

Cette méthode présente les avantages et les inconvénients suivant :

1- Avantages:

- Cette méthode est stable en présence de larges fluctuations.
- Cette méthode est fiable et puissante.
- Calcul des coefficients de pondérations et le waist de faisceau numériquement.
- Présence d'un travail expérimental qui valide le travail numérique.
- Cet algorithme peut être étendu pour essayer d'intégrer une analyse des faisceaux lasers issus des résonateurs instable.
- Plusieurs simulations numériques pour tester les limites de la reconstruction des coefficients modales en enregistrant le profil d'intensité transverse avec une très grande résolution spatiale.
- Le nombre d'essais de simulation ont indiqués qu'une caméra de 8bit peut être utilisée sans l'introduction des erreurs dans la reconstruction des valeurs d'amplitudes des modes transverses, cet analyse a permis de réduire le coût total de l'appareillage.

2- Inconvénients:

- Manque de caractérisation des modes Laguerre Gauss.
- Cette approche ne peut pas servir d'une complète caractérisation du faisceau en termes de l'originalité de la solution et sa puissance en respectant les erreurs de mesures.

- La nécessité d'une caméra performante très cher pour offrir une carte 2D de profil d'intensité dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

I.4.2 Méthode d'inversement matriciel

Cette technique a pour but la détermination du poids modal des faisceaux partiellement cohérents qui sont la superposition des modes d'Hermite-Gauss. Elle consiste à utiliser un algorithme pour évaluer le profil d'intensité d'un faisceau laser pour un plan transverse arbitraire, en se basant sur les relations de la transformée de Fourier. Des dérivations analytiques sont présentées pour étendre l'étude pour le modèle Schell-Gaussien et les faisceaux flat-top, ainsi l'analyse de leurs performances en présence de bruit et les erreurs expérimentales. Des simulations numériques sont effectuées pour tester la précision et la stabilité de l'algorithme [San 90].

Les avantages et les inconvénients de cette méthode sont :

1- Avantages:

- Cette méthode est résistante contre le signal du bruit.
- Création des bruits à travers l'utilisation des simulations de Monte-Carlo(technique de probabilité).

2- Inconvénients:

- Elle ne traitent que les modes partiellement cohérents d'Hermite-Gauss.
- Absence des essais expérimentaux afin de valider les résultats obtenus par simulation.
- Connaissance au préalable du waist du faisceau.

I.4.3 Analyse du M^2

Cette technique a été illustrée par Siegman et al [Sie 93], qu'ils sont parvenus à calculer les coefficients de pondération de chaque mode d'Hermite-Gauss(Fig. I.8) en allant jusqu'à $n=65$ (n étant le nombre des modes d'Hermite-Gauss pour une direction X), par l'utilisation de la méthode de calcul des moindres carrées qui montre une efficacité exceptionnelle en terme de robustesse et de précision. Par la suite, les auteurs parviennent à calculer le facteur de qualité M^2 (Fig. I.7) en se basant sur les valeurs obtenues des coefficients de pondération $C_{n,m}$ d'où le n "direction X (équ. I.18)" et le m "direction Y(équ. I.19)". Le facteur de qualité du faisceau M^2 d'une telle superposition peut être écrit sous la forme d'une somme des pondérations de chaque mode transverse:

$$M_X^2 = \sum_{n,m} |C_{n,m}|^2 (2n+1) \quad I.18$$

$$M_y^2 = \sum_{n,m} |C_{n,m}|^2 (2m+1) \quad I.19$$

La présence d'une ouverture circulaire dans la sortie du faisceau résulte les modes propres de Laguerre-Gauss, tandis que la présence d'une fenêtre à l'angle de Brewster ou de n'importe quelle ouverture rectangulaire asymétrique résulte les modes propres d' Hermite-Gauss.

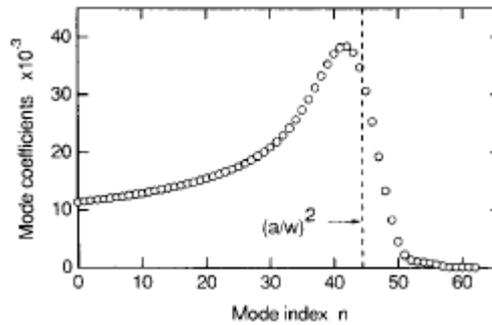


Fig. I.7. Valeurs des coefficients de pondération en fonction des modes d'Hermite-Gauss de l'ordre n [Sie 93].

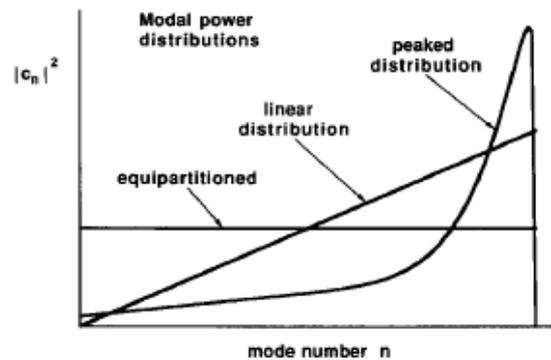


Fig. I.8. Trois possibilités de la distribution des coefficients de pondération des modes Hermite-Gauss oscillants dans une cavité laser stable. Par conséquent, différentes valeurs de facteur de qualité M^2 pourrait être obtenues [Sie 93].

Les avantages et les inconvénients de cette méthode sont :

1- Avantages:

- Calcul des coefficients de pondération et le waist du faisceau numériquement.
- Utilisation de la technique de l'ajustement de courbe(calcul des moindre carrées) rend cette méthode puissante.
- Traitement du mélange des modes incohérents de HG_{n0} .

2- Inconvénients:

- Absence des essais expérimentaux.
- Modes de Laguerre-Gauss n'ont pas été traité.
- L'analyse ne se fait qu'à travers le profil d'intensité.

I.4.4 Mesure de la cohérence

Cette technique a été illustrée initialement par Turunen et al [Tur 89, Tur 89-a] Ils ont introduit un algorithme pour déterminer les coefficients de pondération d'un laser de mélange de modes de type Hermite-Gauss. La méthode est basée sur la théorie de la cohérence des modes d'un résonateur stable. Ils ont démontrés expérimentalement la faisabilité de certains algorithmes traitant la théorie de la cohérence pour la détermination des poids modaux d'un faisceau laser constitué d'un mélange de modes transverse de type Hermite-Gauss. Les mesures de la cohérence sont achevées en utilisant les fentes de Young. La largeur du faisceau est obtenue itérativement par l'algorithme. Quelques années plus tard, Warnky et al [War 00] ont proposé une technique plus développée par rapport à celle proposée par Turunen et al, elle consiste à faire des mesures de la cohérence spatiale d'un faisceau laser dans un plan axial arbitraire par l'exploitation d'un interféromètre à deux fibres identiques (voir Fig. I.9). Les mesures obtenues de l'intensité sont décomposées en vecteurs et valeurs propres permettant ainsi de reconstruire les profils des modes spatiales et leurs pondérations. Cette méthode a été améliorée par la suite, en réduisant le temps de mesure par un facteur de deux et donnant ainsi des résultats avec une grande précision [Yue 13].

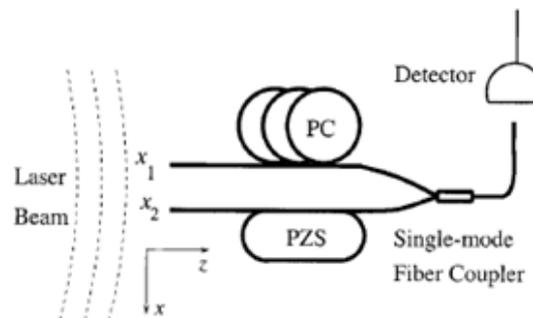


Fig. I.9. Interféromètre à deux fibres identiques.

Les avantages et les inconvénients de cette méthode sont :

1- Avantages:

- Cette méthode est stable en présence de larges fluctuations.
- Des simulations numériques présentées montrent que l'algorithme n'est pas sensible à des niveaux de bruit modérés.
- Elle ne nécessite pas la diffraction du faisceau à travers deux ouvertures ce qui implique une collection très importante de lumière.
- Elle permet de trouver les formes spatiales des modes, les coefficients de pondération et le waist du faisceau sans aucune supposition au préalable de leurs formes.

2- Inconvénients:

- Cette méthode ne traite pas les faisceaux incohérents.

- Manque d'information sur les modes supérieurs transverses qui l'ont caractérisé.
- Caractérisation établie juste sur un seul mode transverse.
- Cette technique est adéquate juste pour les lasers à semi-conducteurs ou équivalents qui n'ont pas un grand nombre de modes oscillant à l'intérieur de la cavité où on trouve une grande difficulté pour distinguer entre les modes en mesurant juste le profil d'intensité.

I.4.5 Technique de corrélation par un CGH ou un SLM

Cette technique est récente, elle est basée sur la détermination en temps réel du facteur de qualité M^2 . Toutes les mesures optiques de l'amplitude de la composition modale qui remonte à M^2 se conforme à l'ISO (pour : International organization for standardization). La technique expérimentale est simple et rapide, elle permet d'examiner le faisceau laser sous des conditions inaccessibles pour les autres méthodes [Sch 11]. La caractérisation en temps réel, par l'extraction des coefficients de pondération des modes Hermite-Gauss est achevée via l'utilisation d'une technique dite : Corrélation par filtre (voir Fig. 1.10-a), basée sur les CGH (pour : computer generated hologram). Néanmoins, cette technique montre un inconvénient majeur dans l'analyse modale. En effet, la connaissance à priori du champ en terme de la composition modale est nécessaire. En plus, elle est pratiquement appliquée juste dans certains types de fibre optique ou de résonateur laser. Une année plus tard, Flamm et al sont parvenus à surmonter cette limitation par le codage de l'amplitude complexe dans un SLM (pour : spatial light modulator) (voir Fig. 1.10-b), l'avantage d'utiliser les SLM au lieu des CGH réside sur la rapidité dans le changement de la fonction de la transmission ainsi que l'hologramme digital approprié. Par conséquent, le SLM est capable d'évaluer le champ de sortie de n'importe quel type de fibre optique ou d'un résonateur laser [Fla 12].

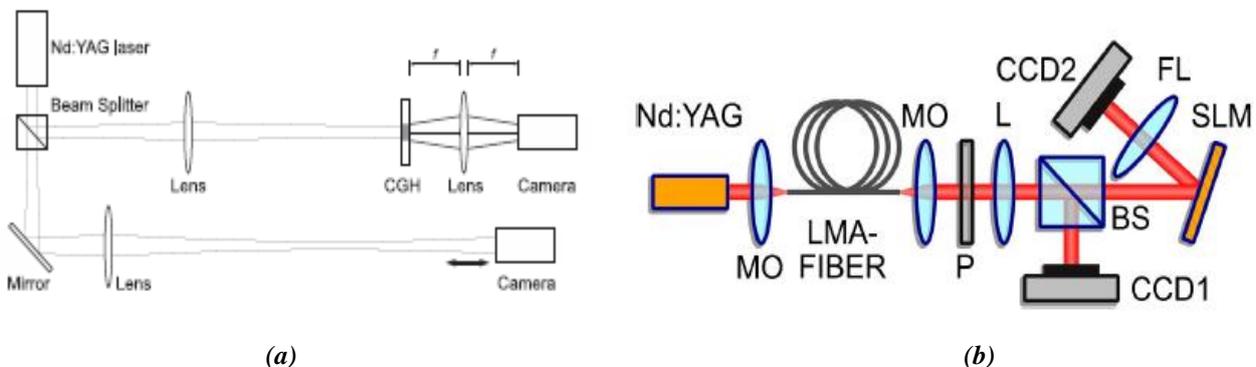


Fig. 1.10. (a) : Schéma présentatif de la mesure du M^2 par l'utilisation d'un CGH [Sch 11], (b) : Schéma présentatif de la méthode utilisant un SLM [Fla 12].

Les avantages et les inconvénients de ces méthodes sont :

1- Avantages:

- Méthodes conforment aux normes ISO.
- Caractérisation en temps réel.
- Rapidité, vitesse d'exécution et flexibilité (SLM).

2- Inconvénients:

- Ces techniques ne sont pas adéquates pour le cas de la composition modale d'un mélange de modes incohérent.
- Elle ne traite que les modes Hermite-Gauss de type HG_{mn} (CGH).
- connaissance à priori du champ de sortie (CGH).
- Utilisation d'une caméra CCD coûteuse.
- Utilisation d'un SLM coûteux (SLM).

I.5 Transmission des faisceaux d'ordre supérieur

Il est nécessaire de mentionner que cette étude ne comporte pas une partie expérimentale. Mais en pratique, la génération des faisceaux LG_{p0} est réalisable, en insérant dans la cavité un anneau opaque de différentes largeurs, de telle sorte que chaque largeur coïncide avec le zéro du polynôme du mode correspondant [Ngc 13]. En parallèle, des modes Hermite-Gauss peuvent être générés par le control du gain, en insérant à l'intérieur de la cavité un fil opaque mobile [Chu 12].

Cette partie du chapitre I est consacrée à l'étude de la transmission des faisceaux lasers de type Hermite-Gauss et Laguerre-Gauss au travers des ouvertures d'amplitude(demi plan et diaphragme) (voir *Fig. I.11*). L'objectif de ce travail comme on l'a déjà évoqué, est d'étudier la variation de la transmission des tel mélange de faisceaux lasers incohérents à travers les ouvertures mentionnées, pour finalement essayer d'extraire les coefficients de pondération de chaque mode transverse existant dans le mélange ainsi que le waist du faisceau laser. On va donc se limiter pour les 5 premiers de chaque type de mode ; Hermite-Gauss d'ordre n (uni-direction) et Laguerre-Gauss d'ordre p .

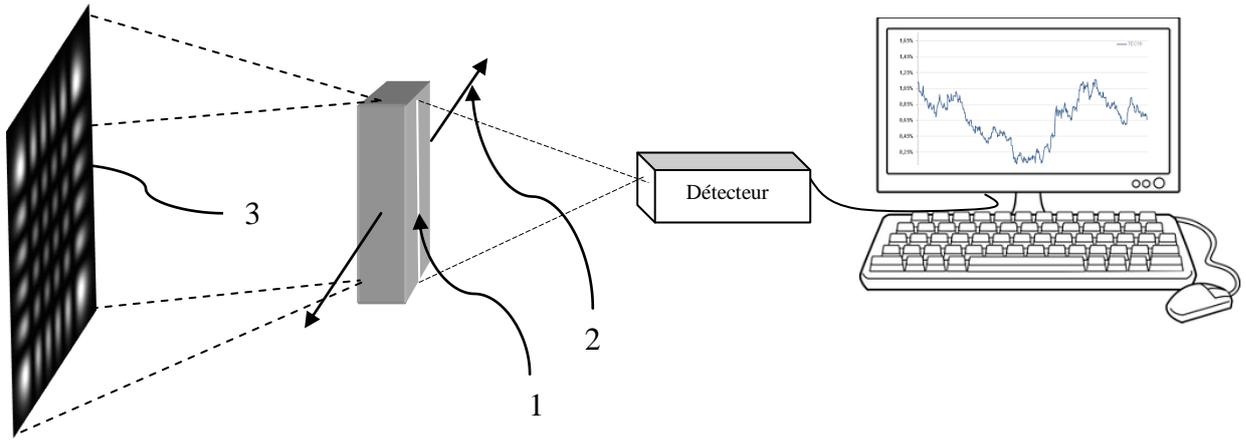


Fig. I.11. Schéma illustrant la méthode utilisée dans la détermination de la composition modale d'un mélange incohérent des faisceaux lasers de type Hermite-Gauss et Laguerre-Gauss. 1. Demi plan rectiligne, 2. Sens de déplacement du demi plan, 3. Profil d'intensité d'un mélange de modes incohérent.

D'après les équations I.3 et I.6, on obtient les cinq premiers polynômes de Hermite-Gauss et Laguerre-Gauss respectivement.

En introduisant les coordonnées transversales réduites $X_{HG} = \sqrt{2}x/W$ et $X_{LG} = 2\rho^2/W^2$, les polynômes de Hermite-Gauss $HG_n(X = \sqrt{2}x/W)$ et de Laguerre-Gauss $L_p(X = 2\rho^2/W^2)$ suivent les expressions données par les tableaux I.1 et I.2 respectivement.

n	HG_{n0}	Polynôme Hermite-Gauss
0	HG_{00}	1
1	HG_{10}	$2X_{HG}$
2	HG_{20}	$4X_{HG}^2 - 2$
3	HG_{30}	$8X_{HG}^3 - 12X_{HG}$
4	HG_{40}	$16X_{HG}^4 - 48X_{HG}^2 + 12$
5	HG_{50}	$32X_{HG}^5 - 160X_{HG}^3 + 120X_{HG}$

Tab. I.1. Polynômes de Hermite-Gauss d'ordre n.

p	LG_{p0}	Polynôme Laguerre-Gauss
0	LG_{00}	1
1	LG_{10}	$1 - X_{LG}$
2	LG_{20}	$X_{LG}^2 - 4X_{LG} + 2$
3	LG_{30}	$-X_{LG}^3 + 9X_{LG}^2 - 18X_{LG} + 6$
4	LG_{40}	$X_{LG}^4 - 16X_{LG}^3 + 72X_{LG}^2 - 96X_{LG} + 24$
5	LG_{50}	$-X_{LG}^5 + 25X_{LG}^4 - 200X_{LG}^3 + 600X_{LG}^2 - 600X_{LG} + 120$

Tab. I.2. Polynômes de Laguerre-Gauss d'ordre p.

On suppose des ouvertures d'amplitude ; le diaphragme et le demi plan possèdent respectivement des largeurs ρ et x . Les transmissions à travers ces ouvertures sont présentées dans les équations *I.20* et *I.21*.

L'expression de la transmission des faisceaux LG_{p0} au travers d'un diaphragme (voir *Tab. I.3*) est écrite comme suit:

$$T_{p0} = \frac{\int_0^{\rho} I_{p0}(\rho) \rho d\rho}{\int_0^{\infty} I_{p0}(\rho) \rho d\rho} = \frac{\int_0^{\rho} I_{p0}(\rho) \rho d\rho}{\left(\frac{\pi W^2 I_{axe}}{2} \right)} \quad I.20$$

L'expression de la transmission des faisceaux Hermite-Gauss est définie par:

$$T_{n0} = \frac{\int_0^x I_{n0}(Y_{HG}) dx}{\left(\frac{\pi W^2 I_{axe}}{2} \right)} \quad I.21$$

Sachant que, les expressions d'intensité des faisceaux Hermite-Gauss (éq. *I.22*) et Laguerre-Gauss (éq. *I.23*) sont les suivantes :

$$I_{n0}(Y_{HG}) = e^{-2Y^2} H_{n0}^2(2Y_{HG}) \quad I.22$$

$$I_{p0}(Y) = e^{-2Y^2} L_{p0}^2(2Y^2) \quad I.23$$

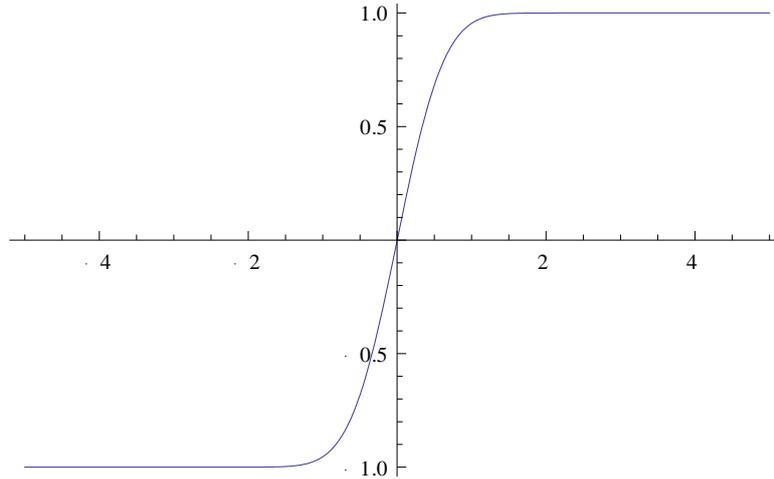
Y_{HG} et Y étant les variables réduites normalisées des faisceaux transmis de Hermite-Gauss et Laguerre-Gauss au travers d'un demi plan et d'un diaphragme, respectivement.

$$Y_{HG} = \frac{\sqrt{2}x}{W_0} \text{ et } Y = \frac{\rho}{W_0} \quad I.24$$

Les différentes équations de transmission des faisceaux Hermite-Gauss à travers un demi plan qui varie horizontalement suivant l'axe x sont présentées dans le tableau (*Tab. I.4*). La fonction d'erreur de gauss est déterminée par l'équation (éq. *I.25*) et présentée par la figure *I.12*.

$$\int_0^x \exp(-2x^2) dx = erf(x) \quad I.25$$

La spécificité de cette fonction de gauss est que la forme mathématique de l'intégrale ne peut être obtenue à partir d'une formule fermée mais plutôt par un développement en série entière.


 Fig. I.12. Fonction $Erf(x)$ en distribution réelle.

p	LG_{p0}	<i>Transmission à travers le diaphragme</i>
0	LG_{00}	$1 - e^{-2Y^2}$
1	LG_{10}	$1 - e^{-2Y^2} \cdot (1 + 4Y^4)$
2	LG_{20}	$1 - e^{-2Y^2} \cdot (1 + 8Y^4 - 8Y^6 + 4Y^8)$
3	LG_{30}	$1 - e^{-2Y^2} \cdot (1 + 12Y^4 - 24Y^6 + (76/3)Y^8 - (32/3)Y^{10} + (16/9)Y^{12})$
4	LG_{40}	$1 - e^{-2Y^2} \cdot (1 + 16Y^4 - 48Y^6 + (232/3)Y^8 - (184/3)Y^{10} + (232/9)Y^{12} - (16/3)Y^{14} + (4/9)Y^{16})$
5	LG_{50}	$1 - e^{-2Y^2} \cdot (1 + 20Y^4 - 80Y^6 + (520/3)Y^8 - 200Y^{10} + (6008/45)Y^{12} - (2352/45)Y^{14} + (532/45)Y^{16} - (64/45)Y^{18} + (16/225)Y^{20})$

 Tab. I.3. Faisceaux LG_{p0} transmis au travers d'un diaphragme.

n	HG_{n0}	<i>Transmission à travers le demi-plan</i>
0	HG_{00}	$Erf(\sqrt{2}Y_{HG})$
1	HG_{10}	$-Ye^{-2Y_{HG}^2} + (1/4)\sqrt{2\pi}Erf(\sqrt{2}Y_{HG})$
2	HG_{20}	$(Y_{HG} - 4Y_{HG}^3)e^{-2Y_{HG}^2} + (3/2)\sqrt{\pi/2}Erf(\sqrt{2}Y_{HG})$
3	HG_{30}	$-(15Y_{HG} - 28Y_{HG}^3 + 16Y_{HG}^5)e^{-2Y_{HG}^2} + (15/2)\sqrt{\pi/2}Erf(\sqrt{2}Y_{HG})$
4	HG_{40}	$(39Y_{HG} - 332Y_{HG}^3 + 272Y_{HG}^5 - 64Y_{HG}^7)e^{-2Y_{HG}^2} + (105/2)\sqrt{\pi/2}Erf(\sqrt{2}Y_{HG})$
5	HG_{50}	$-(945Y_{HG} - 3540Y_{HG}^3 + 4848Y_{HG}^5 - 1984Y_{HG}^7 + 256Y_{HG}^9)e^{-2Y_{HG}^2} + (945/2)\sqrt{\pi/2}Erf(\sqrt{2}Y_{HG})$

 Tab. I.4. Faisceaux HG_{n0} transmis à travers un demi plan.

I.6 Fit des courbes de la transmission des faisceaux d'ordre supérieur

Procédons maintenant à la recherche des coefficients de pondération des deux types de mélange incohérent (Laguerre-Gauss et Hermite-Gauss). On a choisi d'utiliser la méthode de courbe ajustée pour deux raisons, sa robustesse et sa stabilité, en plus, le problème posé dans ce chapitre I n'est pas compliqué, i.e. le calcul des coefficients de pondération des faisceaux lasers cohérents est plus compliqué par rapport à celui des modes incohérents, puisque la distribution transversale d'intensité et la phase changent de forme au long de l'axe de propagation. Cependant, le choix de la méthode de calcul des moindres carrés basée sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt (Annexe A) est plus convenable.

Le concept de la procédure est illustré dans la figure *I.11*. Cependant, on varie la largeur de l'ouverture d'amplitude utilisé (diaphragme et demi plan rectiligne) pour finalement représenter l'allure de la transmission en fonction de la largeur variable.

Les cinq premiers modes de Hermite-Gauss (HG_{00} , HG_{10} , HG_{20} , HG_{30} , HG_{40} , HG_{50}) et ceux de Laguerre-Gauss (LG_{00} , LG_{10} , LG_{20} , LG_{30} , LG_{40} , LG_{50}) sont considérés dans cette étude. On note que les notations LG_{00} et HG_{00} représentent le mode gaussien. Sachant que, la somme des coefficients de pondération ($a_{p,n}$) obéit à la loi de la normalisation telle que:

$$\sum_{s=0}^{p,n} a_{p,n} = 1 \quad I.26$$

Puisque cette étude ne comporte pas d'une partie expérimentale, on s'est contenté de faire des simulations en mettant au préalable des valeurs aux coefficients de pondération et le waist du faisceau gaussien. Ensuite, on applique le fit approprié et voir à la fin si les valeurs obtenues par la technique utilisée, sont identiques aux valeurs initiales. Donc, on représente en premier lieu, les distributions d'intensité du mélange incohérent, par la suite, on illustre les figures de la transmission à travers les ouvertures d'amplitude.

I.6.1 Fit des courbes de la transmission des faisceaux Hermite-Gauss

On commence la simulation par l'étude de la composition modale d'un mélange incohérent de type Hermite-Gauss, cette partie comporte plusieurs cas de calcul des coefficients de pondération et le waist du faisceau gaussien.

1er cas: ($a_0 = 0.2$; $a_1 = 0.1$; $a_2 = 0.1$; $a_3 = 0.2$; $a_4 = 0.2$; $a_5 = 0.2$, $W = 1\text{mm}$)

La figure 1.13 présente l'intensité d'un mélange de faisceau de type HG_{n0} suivant les axes cartésiens (x et y)

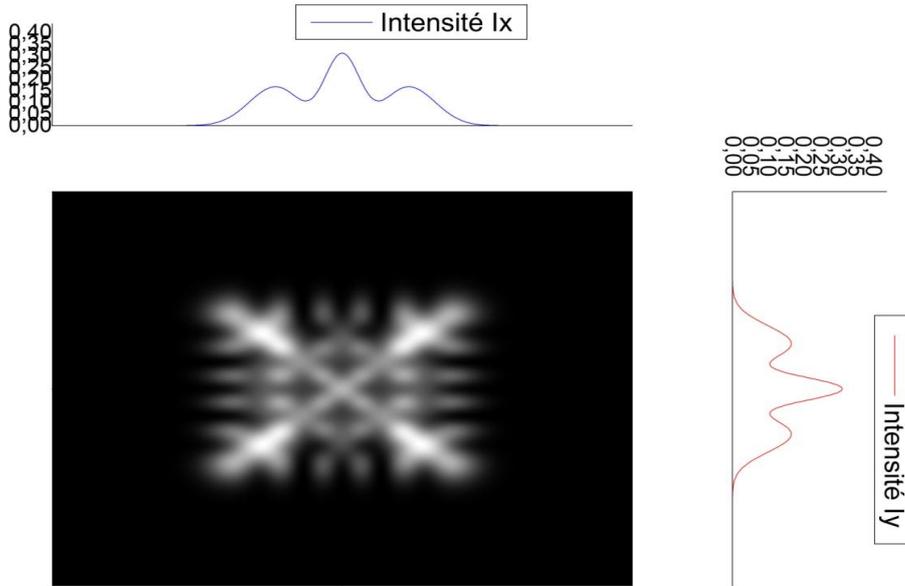


Fig. 1.13. Intensité d'un mélange HG_{n0} à travers un demi plan rectiligne.

Le fit de la transmission à travers un demi plan rectiligne est représenté dans la figure ci-dessous

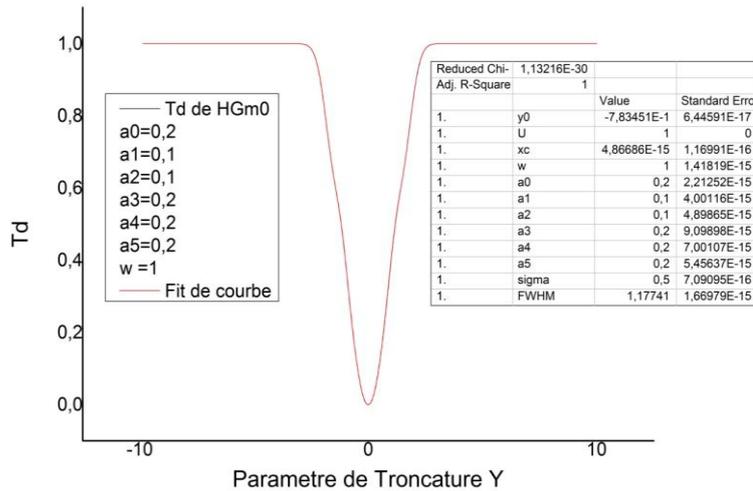


Fig. 1.14. Fit de la transmission à travers un demi plan.

2ème cas: ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$; $a_3 = 0$; $a_4 = 0$; $a_5 = 1$, $W = 0.8\text{mm}$)

La figure I.15 présente l'intensité d'un mélange de faisceau de type HG_{n0} suivant les axes cartésiens (x et y)

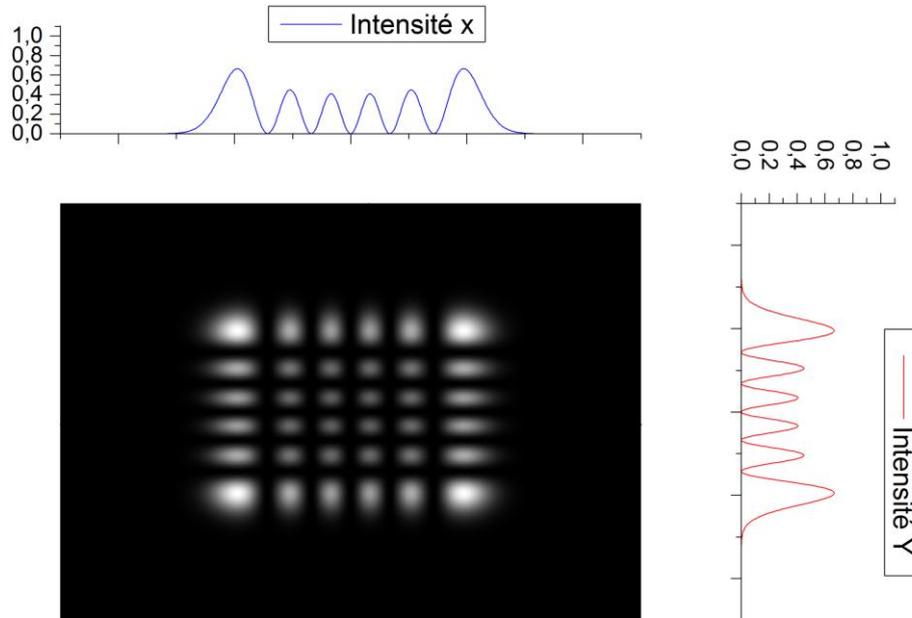


Fig. I.15. Intensité d'un mélange HG_{n0} à travers un demi plan.

Le fit de la transmission à travers un demi plan est représenté dans la figure ci-dessous

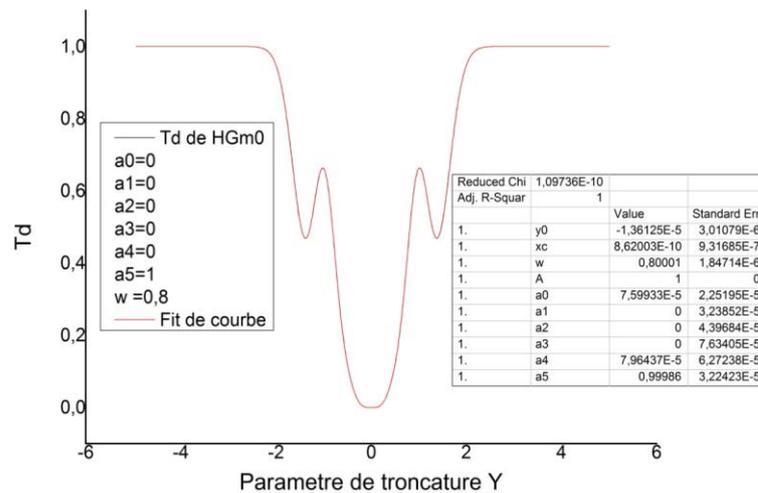


Fig. I.16. Fit de la transmission à travers un demi plan.

3ème cas: ($a_0 = 0.4$; $a_1 = 0.1$; $a_2 = 0.3$; $a_3 = 0$; $a_4 = 0.1$; $a_5 = 0.1$, $W = 1\text{mm}$)

La figure I.17 présente l'intensité d'un mélange de faisceau de type HG_{n0} suivant les axes cartésiens (x et y)

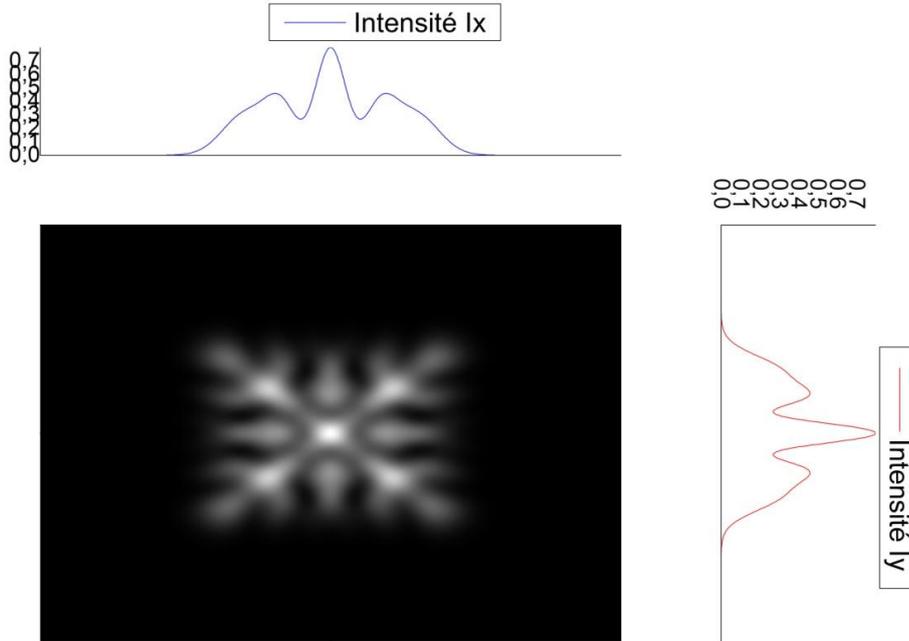


Fig. I.17. Intensité d'un mélange HG_{n0} à travers un demi plan.

Le fit de la transmission à travers un demi plan est représenté dans la figure ci-dessous

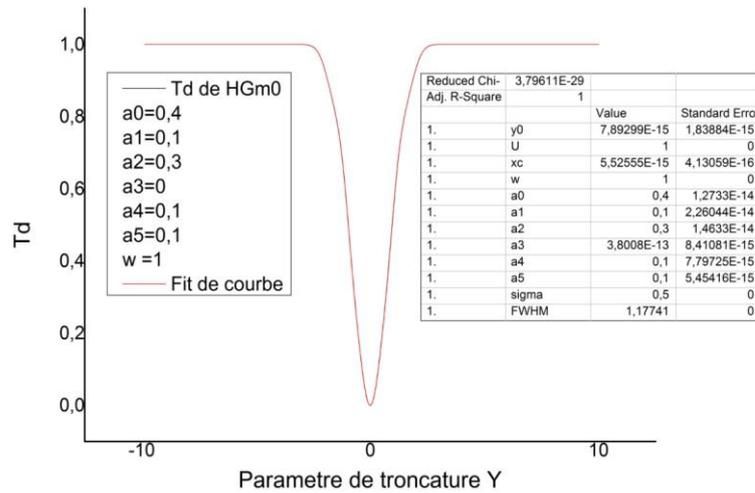


Fig. I.18. Fit de la transmission à travers un demi plan.

4ème cas: ($a_0 = 0$; $a_1 = 0.1$; $a_2 = 0.1$; $a_3 = 0.4$; $a_4 = 0.2$; $a_5 = 0.2$, $W = 0.65\text{mm}$)

La figure I.19 présente l'intensité d'un mélange de faisceau de type HG_{n0} suivant les axes cartésiens (x et y)

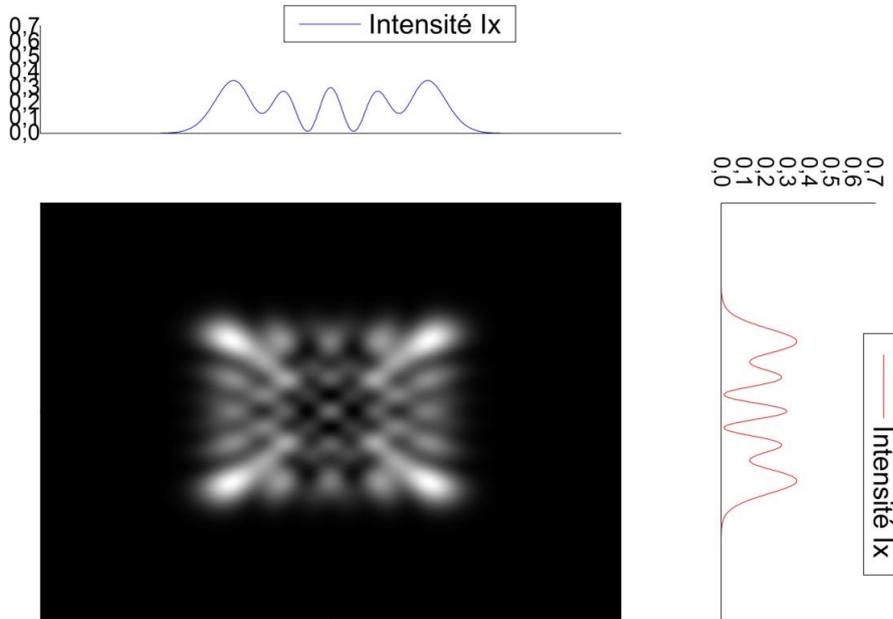


Fig. I.19. Intensité d'un mélange HG_{n0} à travers un demi plan.

Le fit de la transmission à travers un demi plan est représenté dans la figure ci-dessous

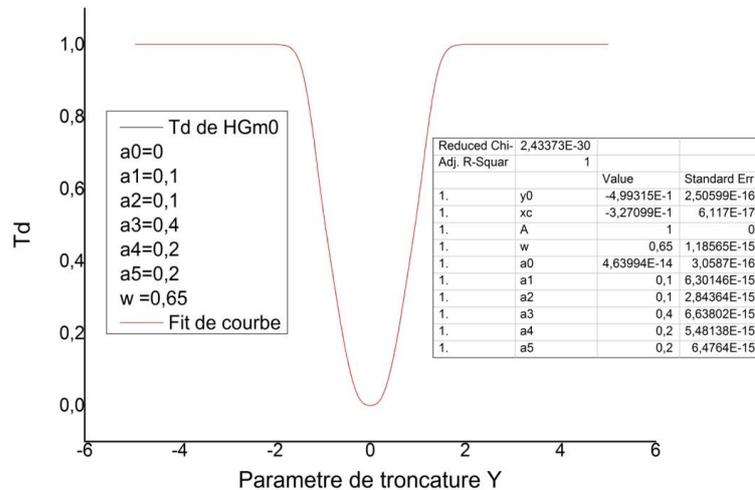


Fig. I.20. Fit de la transmission à travers un demi plan.

I.6.2 Fit des courbes de la transmission des faisceaux Laguerre-Gauss

L'étude de la composition modale d'un mélange incohérent de type Laguerre-Gauss comporte plusieurs cas de calcul des coefficients de pondération et le waist du faisceau gaussien.

1er cas: ($a_0=0.2$; $a_1=0$; $a_2=0.1$; $a_3=0$; $a_4=0.2$; $a_5=0.5$, $W=1\text{mm}$)

Le fit de la transmission à travers un diaphragme est représenté dans la figure ci-dessous

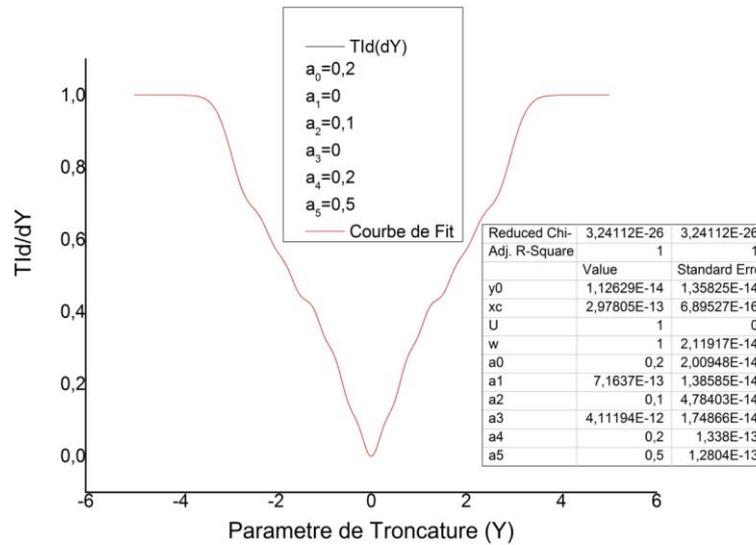


Fig. I.21. Fit de la transmission à travers un diaphragme.

2ème cas: ($a_0=0.2$; $a_1=0$; $a_2=0.1$; $a_3=0$; $a_4=0.2$; $a_5=0.5$, $W=0.7\text{mm}$)

Le fit de la transmission à travers un diaphragme est représenté dans la figure ci-dessous

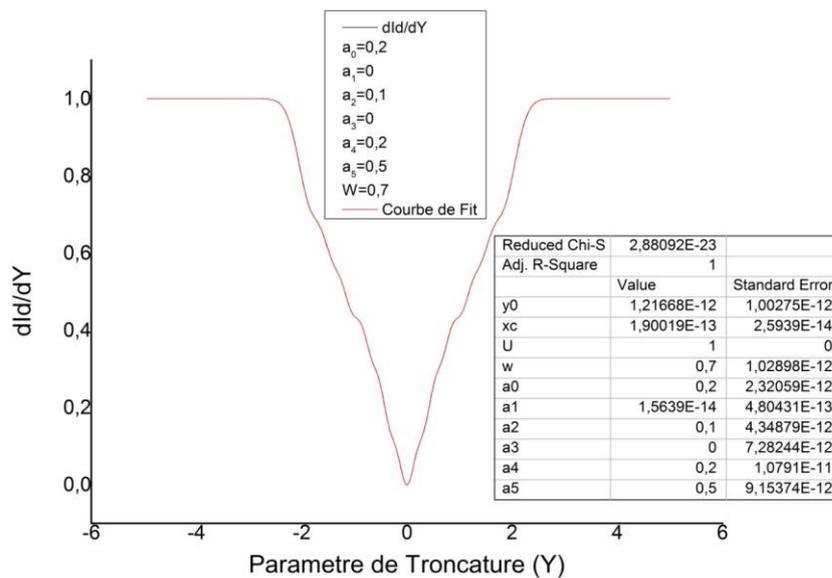


Fig. I.22. Fit de la transmission à travers un diaphragme.

3ème cas: ($a_0 = 0.3$; $a_1 = 0.2$; $a_2 = 0$; $a_3 = 0.2$; $a_4 = 0.1$; $a_5 = 0.2$, $W = 0.855\text{mm}$)

Le fit de la transmission à travers un diaphragme est représenté dans la figure ci-dessous

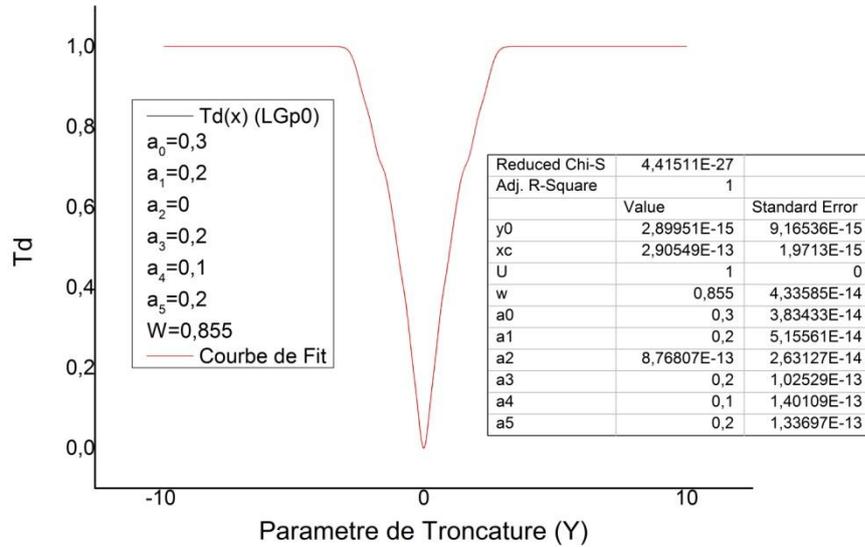


Fig. I.23. Fit de la transmission à travers un diaphragme.

A travers les figures I.14, 16, 18, 20, 21, 22, 23, on peut dire que l'algorithme a parfaitement ajusté les courbes de la transmission des faisceaux incohérents des deux types ; Hermite-Gauss (en coordonnées cartésiennes) et Laguerre-Gauss (coordonnées cylindriques). Cependant, on constate que les valeurs des chi-carrés réduits représentées dans les figures mentionnées, sont entre 10^{-10} et 10^{-30} , ainsi que les erreurs de calcul des coefficients de pondération et le waist sont parfois égale à 0. En plus, on a utilisé des valeurs de départ des a_p ou a_n et du waist qui n'étaient pas proche de la solution, afin de tester la fiabilité de cette technique basée sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt qui montre une vitesse d'exécution très rapide et une précision de calcul très satisfaisante.

Le tableau ci dessous résume les avantages et les inconvénients des méthodes de la composition modale d'un faisceau laser.

	Expérimentale & Numérique	Modes Cohérents	Modes Incohérents	Calcul du waist	Stabilité	LG modes	HG modes	Faible coût
Analyse M^2	✗	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✗
Inversement matriciel	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✓	✗
Courbe ajustée	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✗
CGH	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✓	✗
SLM	✗	✓	✗	✗	✓	✓	✓	✗
Mesure de la cohérence	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✗
Méthode proposée	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Tab. I.5. Tableau illustrant les points forts & faibles des méthodes de la détermination des coefficients de pondération d'un faisceau laser.

I.7 Conclusion

On peut conclure que la caractérisation complète des faisceaux lasers multimodes de types (Hermite Gauss et Laguerre Gauss), n'est pas complètement achevée. Le manque d'une technique traitant le mélange de modes incohérents, plus particulièrement, les modes Laguerre-Gauss, nous a encouragé à l'étudier pour essayer de trouver une alternative ou une approche à la détermination modale d'un tel mélange. Cependant, la méthode utilisée dans ce chapitre I est inspirée de la technique de l'ajustement des courbes non linéaires basée sur le calcul des moindres carrés. Cette technique montre une efficacité exceptionnelle dans la vitesse d'exécution et la stabilité ainsi que la précision de calcul. Par conséquent, nous sommes parvenus à obtenir les coefficients de pondération d'un mélange incohérent de deux types de modes, à savoir, les modes Hermite-Gauss(HG_{n0}) et Laguerre-Gauss(LG_{p0}), juste en exploitant les distributions de la transmission de ces derniers au travers des ouvertures d'amplitude, le demi plan rectiligne et le diaphragme, respectivement. L'idée est basée sur l'étude des variations de puissance transmise par ces pupilles pour pouvoir remonter à la pondération modale d'un tel mélange incohérent. En plus, cette méthode peut coûter 200 fois moins cher, i.e. une simple photodiode est suffisante pour enregistrer le signal de la transmission. par rapport à ce qu'on a constaté dans les autres méthodes utilisant des caméras CCD de haute qualité afin de déterminer la composition d'un mélange de mode cohérent, partiellement cohérent ou bien incohérent, à partir du profil d'intensité.

On envisage par la suite, la validation expérimentale de ces résultats obtenus par simulation.

CHAPITRE II:

*Etude simple passage des propriétés
diffractives des ouvertures
d'amplitude*

Sommaire

II.1. Introduction	40
II.2 Modes Laguerre-Gauss de type LG_{0l}	41
II.2.1 Génération d'un mode LG_{0l} "donut"	44
II.3 Eléments optiques diffractifs (EOD)	45
II.3.1 Diaphragme et anneau opaque	46
II.3.2 Trou de phase	46
II.4 Diffraction d'un faisceau laser au travers une ouverture d'amplitude	47
II.5 Propriétés simple passage des ouvertures d'amplitude	50
II.5.1 Intensité sur l'axe donnée par une ouverture d'amplitude	51
II.5.2 Profils transverses d'intensité	53
II.5.3 Mode supérieur LG_{11}	58
II.5.4 Transmission des pupilles	59
II.5.5 Divergences des faisceaux LG_{00} et LG_{01}	62
II.6 Conclusion	66

Résumé

Dans ce chapitre II, l'étude simple passage des propriétés diffractives de deux pupilles (diaphragme et un anneau opaque) lorsque le faisceau incident collimaté est un LG_{00} ou LG_{01} est considérée. Plusieurs grandeurs géométriques et énergétiques sont étudiées et discutées en détails telles que ; l'intensité axiale, distributions radiales, transmissions des deux modes au travers les deux ouvertures d'amplitude et finalement la divergence angulaire. Cette partie est une étude préalable à ce qu'on va voir au chapitre III.

II.1 Introduction

Il est important de mettre l'accent sur les propriétés simple passage des modes LG_{00} et LG_{0l} au travers des ouvertures d'amplitude (diaphragme et anneau opaque), étant donné que le mode gaussien LG_{00} est toujours considéré par les "laséristes" comme le mode fondamental dans une cavité laser. Il est clair que son comportement au travers des ouvertures d'amplitude et de phase ont été observé et étudié en détails [Pea 69, Tan 85, Her 85], contrairement aux LG_{0l} qui sont des modes Laguerre-Gauss de type azimutal possédant une phase azimutale $\exp(il\phi)$. Cette dernière crée un front d'onde hélicoïdal, provoquant ainsi l'appariation du moment angulaire transporté par chaque photon qui s'écrit $\pm l\eta$ [All 92]. Ces faisceaux sont beaucoup étudiés ces dernières années compte tenu de leur intérêt qui ne cesse d'augmenter d'une façon très rapide grâce aux nouvelles applications nécessitant de tels faisceaux transportant un moment angulaire, on cite particulièrement ; la communication optique [Wan 12], la super-résolution microscopique [Bre 07], l'usinage micrométrique [Toy 13], le piégeage optique et les pinces optiques. En effet, les modes azimutaux peuvent à travers leur moment angulaire faire tourner une particule piégée autour de l'axe optique des faisceaux lasers. Pour cette raison, les modes Laguerre-Gauss azimutaux sont parfois nommés "vortex optique" [O'ne 02, Sim 97, Gah 96, Fri 98]. Les vortex sont capables aussi à piéger des particules métalliques où ceux possédant des indices de réfraction supérieurs à celui du milieu [O'ne 00, Mac 01].

Dans ce chapitre, on va focaliser notre attention sur l'étude simple passage (SP) afin de mieux comprendre les propriétés diffractives des ouvertures d'amplitude (diaphragme et anneau opaque), lorsque le faisceau incident est l'un des modes LG_{00} ou LG_{0l} . Cependant, on va considérer en premier lieu la diffraction à travers le diaphragme seul, puis l'anneau opaque, cela va nous servir plus tard à éclaircir les effets diffractifs intra-cavité en présence des deux ouvertures à la fois. Ces propriétés (SP) discutées sont ; variation de l'intensité sur l'axe en fonction de la position Z sur l'axe de propagation, profils transverses d'intensité (en champ proche et en champ lointain) et les transmissions (rapport de puissances) des pupilles par la recherche des équations analytiques de la transmission du diaphragme (anneau opaque) en fonction des paramètres Y_C (Y_A) respectivement et enfin la divergence en champ lointain par l'utilisation de la méthode basée sur le moment d'ordre 2.

II.2 Modes LG_{0l} dégénérés et non dégénérés

Avant de détailler les propriétés simple passage des ouvertures d'amplitude(diaphragme et anneau opaque) lorsque le faisceau incident est un LG_{00} ou LG_{0l} , il est important d'illustrer et de présenter les modes LG_{0l} et le LG_{00} (faisceau gaussien). Ces types de modes sont l'une des solutions propres de l'équation de helmoltz scalaire II.1. Il est évident que le faisceau gaussien est considéré comme le mode fondamental dans une cavité laser, sans masque de phase ou d'amplitude, et que son profil radial est décrit par la fonction gaussienne, contrairement aux modes LG_{0l} . Ces derniers sont considérés comme des modes d'ordre supérieurs polarisés linéairement possédant un ordre azimutale l . Leurs profils d'intensités diffèrent complètement de ceux des modes de type LG_{p0} à qui le mode gaussien LG_{00} appartient. Les intensités des modes LG_{0l} non dégénérés(donut) et dégénérés(modes en pétales) avec $l > 0$ sont représentées dans les équations II.2.1 et II.2.2 respectivement :

$$\nabla_t^2 u - i2k \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad II.1$$

$$I_{0l \text{ non dégénérés}}(\rho) = \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{W} \right)^{2l} \exp\left(\frac{-2\rho^2}{W^2} \right) \quad II.2.1$$

$$I_{0l \text{ dégénéré}}(\rho) = 2 \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{W} \right)^{2l} \exp\left(\frac{-2\rho^2}{W^2} \right) \cos^2(l\phi) \quad II.2.2$$

En effet, les modes dégénérés sont la superposition cohérente des deux modes non dégénérés en opposition de signe (l et $-l$), $E_{0l \text{ dégénéré}} = E_{0+l \text{ non dégénérés}} + E_{0-l \text{ non dégénérés}}$ [Nai 11].

l étant l'ordre azimutal, ρ et ϕ sont les coordonnées radiale et azimutale respectivement, W étant la largeur du faisceau incident.

Le profil d'intensité radial des cinq premiers modes azimutaux non dégénérés est montré à la figure II.1. Par contre, le profil en contour des cinq premiers modes azimutaux non dégénérés est représentés dans la figure II.2.1.

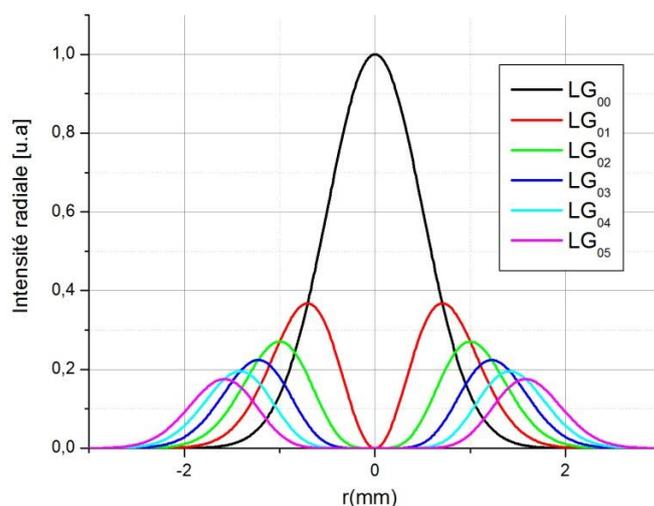


Fig. II.1. Profils d'intensités des Modes transverse non dégénérés LG_{0l} .

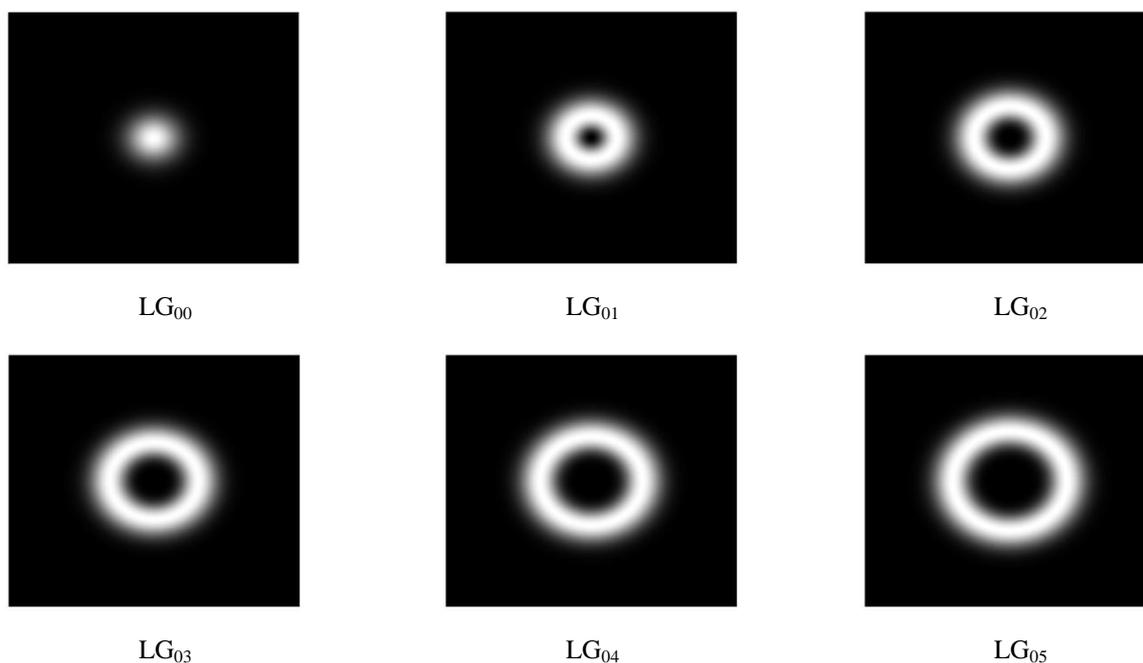


Fig. II.2.1 Distribution en contour des profils d'intensité des modes transverse LG_{00} et LG_{0l} non dégénérés.

Ces figures II.1 et II.2.1 montrent le profil radial des modes LG_{00} , LG_{01} , LG_{02} , LG_{03} , LG_{04} et LG_{05} . Il est clair que la distribution radiale d'un LG_{00} et les autres modes azimutaux est différente. On remarque que le mode gaussien possède un pic d'intensité centré sur ($\rho=0$) et les autres modes ont une allure d'un anneau lumineux (donut) qui s'étale radialement lorsque l'ordre azimutal l augmente. On constate aussi qu'en augmentant l'ordre l , à puissance constante, le maximum

d'intensité présent dans les anneaux des modes LG_{0l} diminue, le mode azimutale possédant le maximum d'intensité annulaire est le LG_{01} . En plus, ce mode n'est pas trop large par rapport au mode gaussien. Cependant, cette constatation attire notre attention et nous donne une idée sur le mode azimutal qui doit être probablement le candidat principal associé au mode gaussien LG_{00} pour la génération par la suite d'un flat-top en intra-cavité(chapitre III). Par conséquent, on va consacrer la majorité de cette partie à l'étude des propriétés simple passage des ouvertures d'amplitude lorsque le faisceau incident est un LG_{00} ou LG_{01} non dégénéré(donut).

La figure II.2.2 montre le profil en contour des trois premiers modes azimutaux dégénérés.

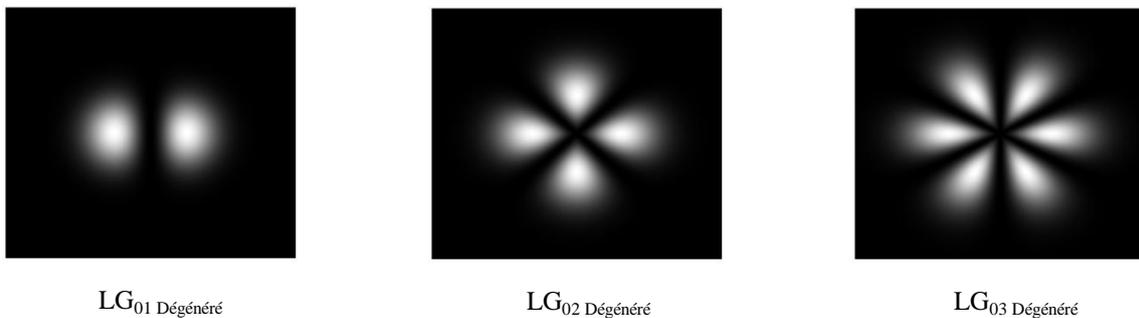


Fig. II.2.2 Distribution en contour des profils d'intensité des modes azimutaux dégénérés.

Il faut noter que, dans la littérature, les modes non dégénérés s'écrivent avec un signe (- ou +) "i.e. $LG_{0\pm l}$ " et ceux dégénérés(en pétales) sont souvent représentés sans le signe (- ou +) "i.e. LG_{0l} ", le signe (- ou +) réfère au sens de rotation de la phase spirale du mode (voir Fig. II.2.3). Dans les chapitres II(étude simple passage) et III (Etude Intra-cavité), on s'intéresse aux modes purs $LG_{0\pm l}$ non dégénérés(donut) qui présentent une symétrie de révolution et qui sont notés comme LG_{0l} directement sans les signes(- ou +), puisque ceux en pétales ne sont pas concernés dans cette étude.

III.2.1 Génération d'un mode LG_{0l} "donut"

Les modes LG_{0l} portant un moment angulaire $\pm l\eta$, peuvent être générés facilement en extra-cavité en utilisant un SLM [Bas 93, He 07, For 16]. Par contre, leur génération en intra-cavité reste un grand défi. La discrimination modale à l'intérieur de la cavité basée sur les approches de la conjugaison de phase ne fonctionne pas, parce que tous les modes de Laguerre-Gauss LG_{pl} possèdent le même rayon de courbure sur les miroirs de la cavité. Par conséquent, la distinction de la phase modale entre les modes LG_{pl} et le mode gaussien ne peut pas être effectuée [Lit 09]. Malgré tout, plusieurs méthodes ont été proposées pour la génération d'un "donut" directement à l'intérieur du résonateur, parmi lesquelles; l'utilisation d'une cavité asymétrique et des lentilles cylindriques pour pouvoir générer des modes LG_{0l} et des modes HG_{0n} (Hermite-Gauss) d'une puissance de sortie de 7.7W. Néanmoins, cette puissance obtenue nécessite un pompage équivalent à 54W [Oki 07], la même équipe en exploitant la même cavité mais avec un laser différent qui montre des effets thermiques plus importants, des modes LG_{0l} non dégénérés ont été obtenus. Cette fois-ci, ils sont parvenus à atteindre une puissance de 17.8W avec un pompage de 55W [Oki 09]. Les modes LG_{0l} non dégénérés peuvent être obtenus aussi en exploitant les aberrations sphériques induites par les effets de la lentille thermique due au fort pompage [Cha 09]. Le miroir ayant une petite tache centrale de faible réflectivité est utilisé pour supprimer les modes d'ordre inférieur. Les modes LG_{0l} (donut et pétales) scalaire et vectoriels ont été observés [Ito 10]. La création d'un pompage annulaire, à partir de la mise en forme d'un pompage gaussien à l'aide d'un trou de phase, permet de générer directement un LG_{01} pur [Nai 11-a]. En effet, le pompage diffractif montre une efficacité exceptionnelle dans l'excitation du milieu amplificateur. Quelques années plus tard, Kim et al ont utilisé des objets diffractifs et un étalon (voir Fig. II.2.3-a) insérés dans une configuration en double cavité pour générer des modes azimutaux LG_{0l} et contrôler l'orientation de leur moment angulaire respectivement. [Kim 15, Kim 16]. Plus récemment, Lu et al sont parvenus pour la première fois à générer un mode LG_{01} de haute pureté directement en excitant un milieu amplificateur (cristal $Yb:MgWO_4$) par un pompage annulaire. Les auteurs sont arrivés à faire osciller le donut d'une puissance de sortie égale à 2.73W [Lu 17].

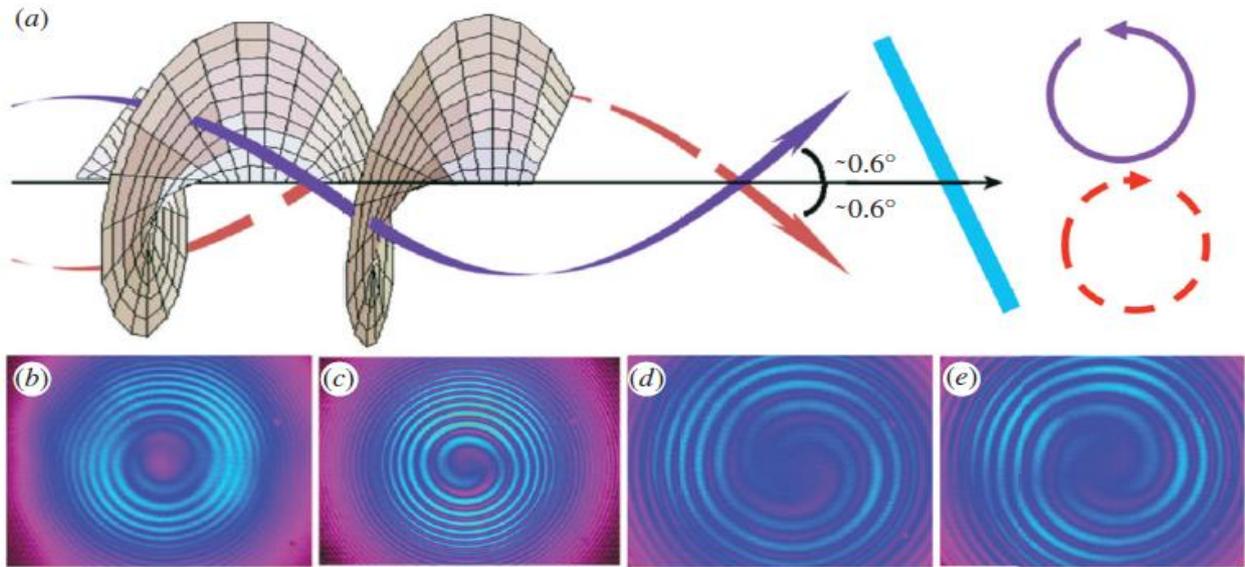


Fig. II.2.3 (a) Schéma illustrant le front d'onde et le vecteur de Poynting des deux modes $LG_{0\pm l}$ au long de la direction de propagation. La barre inclinée désigne l'étalon permettant la sélection du sens de rotation des modes, (b) $l = +1$, (c) $l = -1$, (d) $l = -2$, (e) $l = +2$ [Kim 15-a].

II.3 Éléments optiques diffractifs (EOD)

Avant de discuter des propriétés simple passage des faisceaux LG_{00} et LG_{01} par des ouvertures d'amplitude et avant même de faire une mise en forme spatiale par la génération d'un flat-top en intra-cavité (Chapitre III), il est nécessaire de rappeler l'importance des éléments optiques diffractifs (EOD), qui sont les outils primordiaux de la mise en forme spatiale des faisceaux lasers. Les éléments optiques diffractifs sont des micro ou bien des nanostructures qui sont conçus pour modifier la distribution spatiale du faisceau lumineux afin de générer des formes particulières (Flat-top, faisceaux creux, ...etc). Parmi les EOD existants déjà dans la pratique, on cite ; les diaphragmes circulaires, les fentes rectangulaires, les anneaux d'amplitude et de phases binaires, ... Ces EOD sont classés en deux catégories ; ouvertures d'amplitude et ouvertures de phase. Ceux d'amplitude sont conçus pour affecter l'amplitude afin de permettre une transmission en 0 et 1, et ceux de phase ont une transmission en $\exp[-i\phi]$ et 1.

II.3.1 Diaphragme et anneau opaque

Le diaphragme circulaire est un composant optique, très simple et peu coûteux qui permet de faire des mises en forme lasers très importantes et très utiles. Il est considéré comme l'outil le plus imposant dans l'optique diffractive, à cause de ces nombreuses utilisations scientifiques. Il est caractérisé par son rayon d'ouverture ρ_D , et sa transmittance τ_d comme le montre l'équation II.3.

$$\tau_D = \begin{cases} 0 & \text{Si } \rho \geq \rho_D \\ 1 & \text{Si } \rho \leq \rho_D \end{cases} \quad \text{II.3}$$

L'anneau opaque (voir Fig. II.3) est un élément optique diffractif caractérisé par deux rayons interne et externe, ρ_A et ρ_B respectivement. La largeur opaque mesurée en μm s'écrit $h = \rho_B - \rho_A$. La transmittance τ_{a-o} de cet EOD est définie par l'équation II.4.

$$\tau_a = \begin{cases} 0 & \text{Si } \rho_A \leq \rho \leq \rho_B \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{II.4}$$

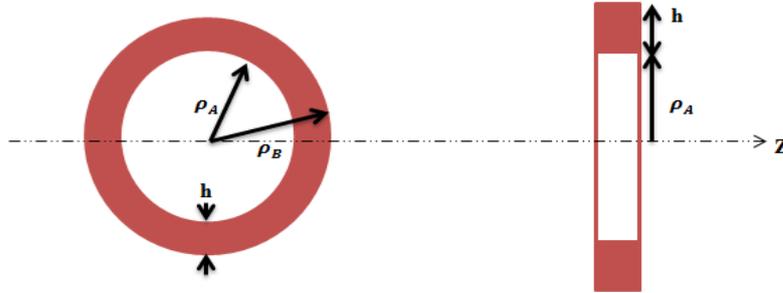


Fig. II.3. Anneau d'amplitude de rayon interne ρ_A et rayon externe ρ_B et une largeur h .

II.3.2 Trou de phase

Le trou de phase comme le montre la figure II.4 est un EOD binaire caractérisé par un rayon interne ρ_ϕ , et une profondeur de gravure "e". Sa transmittance τ_{a-p} est donnée par l'équation II.5.

$$\tau_{a-p} = \begin{cases} 1 & \text{Si } \rho > \rho_\phi \\ \exp(-i\phi) & \text{Si } \rho \leq \rho_\phi \end{cases} \quad \text{II.5}$$

Où ρ est la coordonnée radiale dans le plan de l'EOD et ϕ le déphasage entre les parties centrale et périphérique tel que ;

$$\phi = \frac{2\pi(n-1)e}{\lambda} \quad \text{II.5.1}$$

Dans le cas où on choisit la profondeur de gravure de telle manière à avoir un déphasage de π , la transmittance τ_{a-p} présentée dans l'équation II.4 devient alors :

$$\tau_{a-p} = \begin{cases} 1 & \text{Si } \rho > \rho_\phi \\ -1 & \text{Si } \rho \leq \rho_\phi \end{cases} \quad \text{II.5.2}$$

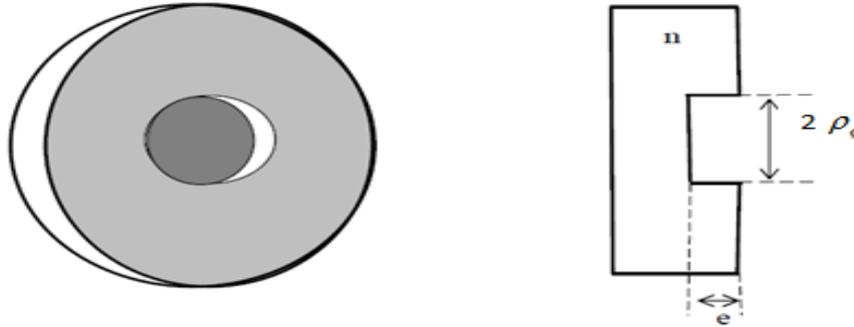


Fig. II.4. Trou de phase de rayon interne ρ_ϕ et une profondeur e.

II.4 Diffraction d'un faisceau laser au travers d'une ouverture d'amplitude

Avant d'entamer la discussion sur les propriétés simple passage d'un LG_{00} et LG_{01} , il est nécessaire de faire un rappel sur le principe de la diffraction scalaire de Fresnel-Kirchhoff basée sur l'approximation paraxiale (l'ouverture numérique "ON" pas grande). Les effets tels que ; la dépolarisation et les aberrations géométriques ne seront pas considérés [Gu 00].

Selon le principe de Huygens-Fresnel, le champ d'une onde électromagnétique au travers d'une ouverture est généralement donné par l'équation II.6.

$$E(X, Y, Z) = \frac{\exp(ikZ)}{i\lambda Z} \exp\left[\frac{ik}{2Z}(X^2 + Y^2)\right] \int \int_{O-D} E_{in}(x, y, z) \exp\left[\frac{ik}{2Z}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda Z}(Xx + Yy)\right] dx dy \quad \text{II.6}$$

Avec :

z la distance entre le champ incident et l'ouverture circulaire, Z est la distance entre l'ouverture et le plan d'observation, λ étant la longueur d'onde du faisceau incident égale à $1.064 \cdot 10^{-3}$ mm et $E_{in}(x, y, z)$ désigne Le champ du faisceau incident.

Après le remplacement des coordonnées cartésiennes par celles cylindriques et en suivant quelques étapes de simplification, on trouve :

$$E(\rho, \theta, Z) = \frac{\exp(ikZ)}{i\lambda Z} \exp\left[\frac{ikr^2}{2Z}\right] \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_D} E_{in}(\rho, \theta, z) \exp\left[\frac{ik\rho^2}{2Z}\right] \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda Z}(r\rho)\right] \rho d\rho d\theta \quad II.7$$

Sachant que :

$$\int_0^{2\pi} \exp\left[-i\left(\frac{2\pi r\rho}{\lambda Z}\right) \cos\theta\right] d\theta = 2\pi J_0\left(\frac{2\pi r\rho}{\lambda Z}\right) \quad II.8$$

Le champ $E(\rho, Z)$ diffracté par une ouverture circulaire se simplifie et devient :

$$E(\rho, Z) = \frac{2\pi \exp(ikZ)}{i\lambda Z} \exp\left[\frac{ikr^2}{2Z}\right] \int_0^{\rho_D} E_{in}(\rho, z) \exp\left[\frac{ik\rho^2}{2Z}\right] J_0\left(\frac{2\pi r\rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \quad II.9$$

$E(\rho, Z)$ est le champ du faisceau laser traversant une ouverture circulaire d'un rayon ρ_D (référant à un objet diffractant), $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde, r est la distance du point d'observation à l'axe de symétrie de l'ouverture circulaire, et J_0 la fonction de *Bessel* de première espèce et d'ordre zéro.

Nous allons donc utilisé au long de cette étude, la solution de Laguerre-Gauss qui est une solution propre de l'équation de Helmholtz (éq. II.1).

Le champ incident normalisé d'un faisceau LG_{pl} s'écrit comme suit :

$$E_{in}(\rho, \theta, z) = \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) L_p^l\left(\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(i\left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} + kz - (2p+l+1)\theta(z)\right]\right) \left(\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right)^{l/2} \exp(il\phi) \quad II.10$$

Avec :

$$W^2(z) = W_0^2 \left(1 + (z/z_0)^2\right) \quad II.11$$

$$R_c(z) = z \left(1 + (z_0/z)^2\right) \quad II.12$$

$$\theta(z) = \arctan(z/z_0) \quad II.13$$

Où ρ et ϕ sont les coordonnées radiale et azimutale du faisceau incident respectivement, $z_0 = \pi W_0^2/\lambda$ est la distance de Rayleigh, R_c est le rayon de courbure du faisceau incident, $\theta(z)$ est le déphasage de Gouy et W_0 le rayon du beam-waist.

L_p^l est le polynôme de Laguerre-Gauss généralisé pour les deux symétries radiale(p) et azimutale(l), il s'écrit :

$$L_p^l = \sum_{n=0}^p (-1)^n \frac{(p+l)!}{(p-n)!(l+n)!n!} (X)^n \quad \text{avec } X = \frac{2\rho^2}{W^2(z)} \quad II.14$$

On remplace l'équation II.10 dans II.9, on trouve ;

$$E(\rho, Z) = \frac{2\pi \exp(ikZ)}{i\lambda Z} \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[\frac{ikr^2}{2Z}\right] \int_0^{\rho_p} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(i\left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} + kz - (2p+l+1)\theta(z)\right]\right) L_p^l\left(\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right) \left(\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right)^{l/2} \exp(il\phi) \exp\left[\frac{ik\rho^2}{2Z}\right] J_0\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \quad II.15$$

Sachant que :

$$J_l\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda Z}\right) = \frac{1}{2\pi^{l/2}} \int_0^{2\pi} \exp\left[-i\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda Z}\right) \cos\theta\right] \exp(il\theta) \quad II.16$$

L'équation II.15 devient :

$$E(\rho, Z) = \frac{2\pi}{\lambda Z} \frac{W_0}{W(z)} \exp(ikZ) \exp\left[\frac{ikr^2}{2Z}\right] \int_0^{\rho_p} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(i\left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} + kz - (2p+l+1)\theta(z)\right]\right) L_p^l\left(\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right) \left(\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right)^{l/2} \exp\left[\frac{ik\rho^2}{2Z}\right] J_l\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \quad II.17$$

Les paramètres $\exp(ikZ)$ et $\exp(ikr^2/2Z)$ sont omis puisque on va considérer que l'expression de l'intensité présentée comme étant le carré du module du champ $E(\rho, Z)$. En plus, on suppose que l'objet diffractant est placé à une distance $z=0$, les paramètres z , $\theta(z)$ sont aussi retranchés ainsi que $R_c(z) \rightarrow \infty$. En introduisant la transmittance complexe de la lentille $\tau_L(\rho)$, l'intensité $I(\rho, Z)$ d'un LG_{pl} passant à travers une ouverture s'écrit alors :

$$I(\rho, Z) = E^2(\rho, Z) = \left| \frac{2\pi}{\lambda Z} \frac{W_0}{W(z)} \int_0^{\rho_p} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) L_p^l\left(\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right) \left(\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right)^{l/2} \exp\left(i\frac{\pi\rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{f_L}\right)\right) J_l\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \right|^2 \quad II.18$$

avec :

$$\tau_L(\rho) = \exp\left[-\frac{ik\rho^2}{2f_L}\right] \quad II.18.1$$

f_L étant la distance focale de la lentille.

Comme l'ordre radial p n'est pas pris en compte ($p=0$), l'expression du polynôme de Laguerre-Gauss devient :

$$L_p^l\left(\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right) = 1 \quad II.18.2$$

L'équation II.18 se simplifie, pour finalement décrire l'intensité du faisceau gaussien, avec ($l=0$ et $p=0$) :

$$I(\rho, Z) = E^2(\rho, Z) = \left| \frac{2\pi}{\lambda Z} \frac{W_0}{W(z)} \int_0^{\rho_D} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(i \frac{\pi \rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{f_L}\right)\right) J_0\left(\frac{2\pi r \rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \right|^2 \quad II.19$$

L'équation II.19 présente l'intensité du faisceau gaussien diffracté par une ouverture de rayon ρ_D . Cette fois-ci l'ordre azimutale (l) est considéré et l'intensité des modes azimutaux d'ordre l est présentée. L'équation II.18 devient alors :

$$I(\rho, Z) = E^2(\rho, Z) = \left| \frac{2\pi}{\lambda Z} \frac{W_0}{W(z)} \int_0^{\rho_D} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(i \frac{\pi \rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{f_L}\right)\right) \left(\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right)^{l/2} J_l\left(\frac{2\pi r \rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \right|^2 \quad II.20$$

II.5 Propriétés simple passage des ouvertures d'amplitude

Il est bien connu que l'effet diffractif des ouvertures circulaires sur les faisceaux lasers est très important et le comportement du profil d'intensité en champ proche est très perturbé. Cela est dû au paramètre de troncature Y (l'effet diffractif augmente si Y diminue). Pour cela on va s'intéresser à cet effet sur les modes de symétrie circulaire de type Laguerre-Gauss LG_{00} et LG_{01} afin de donner une vision très précise sur les grandeurs spatiales et énergétiques.

Introduisons le paramètre de troncature $Y = \rho_D/W$ (W étant la largeur sur le plan de ouverture), et la transmittance $\tau_{o-D}(\rho)$ de l'objet diffractant référant aux deux transmissions $\tau_D(\rho)$ (éq. II.3) où $\tau_a(\rho)$ (éq. II.4) du diaphragme et de l'anneau opaque respectivement. L'intensité diffracté par un tel objet est donnée par l'équation suivante :

$$I(\rho, Z) = E^2(\rho, Z) = \left| \frac{2\pi}{\lambda Z} \frac{W_0}{W(z)} \int_0^{\rho_D} \tau_{o-D}(\rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(i \frac{\pi \rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{f_L}\right)\right) X^{l/2} J_l\left(\frac{2\pi r \rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \right|^2 \quad II.21$$

II.5.1 Intensité sur l'axe donnée par une ouverture d'amplitude

On va aborder dans cette partie la variation de l'intensité axiale des deux modes transverses LG_{00} et LG_{01} au travers d'un diaphragme(anneau opaque) d'un paramètre de troncature $Y_C(Y_A)$. Cette propriété est importante, elle donne une idée précise sur le comportement axiale des deux modes en fonction de l'axe de propagation Z . Ce comportement peut être divisé en deux zones ; le champ proche et le champ lointain [Oti 74]. Pour faire la différence entre les deux régions, il est nécessaire et utile d'introduire le nombre de Fresnel N_f défini comme suit [Hec 74] :

$$N_f = \left[\frac{1}{R_c(L)} + \frac{1}{Z} \right] \frac{\rho_D^2}{\lambda} \quad II.22$$

ρ_D étant le rayon de l'ouverture de l'objet diffractant. La valeur de ce nombre définit la région du champ si :

- $N_f \geq 1$: défini la région du champ proche, les valeurs paires(impaires) correspondent à des minima(maxima) d'intensité axiale.
- $N_f < 1$: défini la région du champ lointain.

Les figures II.5 et II.6, illustrent la variation de l'intensité sur l'axe en fonction de Z à travers le diaphragme et l'anneau opaque respectivement.

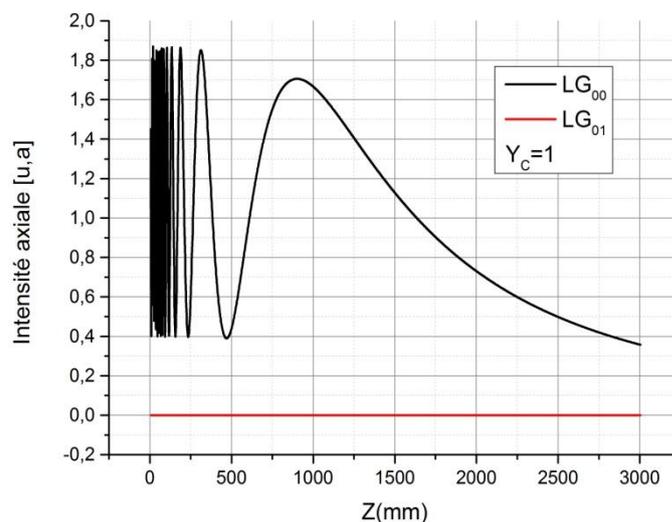


Fig. II.5. Variation de l'intensité sur l'axe en fonction de Z après passage à travers le diaphragme d'un $Y_C=1$.

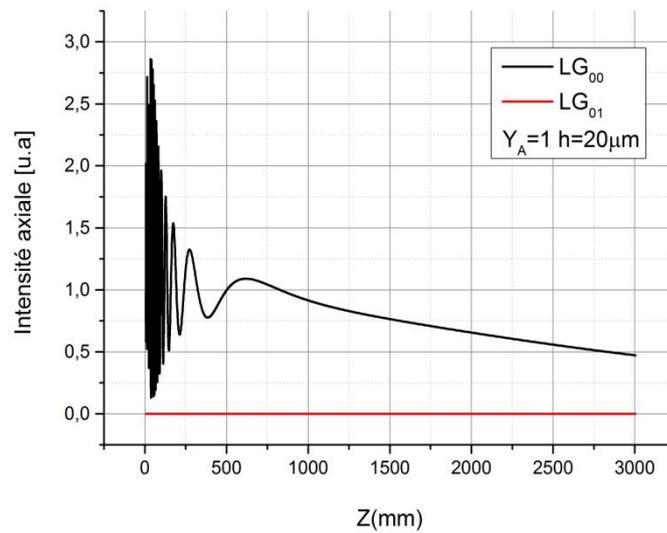


Fig. II.6. Variation de l'intensité sur l'axe en fonction de Z après passage par l'anneau opaque d'un $Y_A=1$ et $h=20\mu\text{m}$.

D'après les figures II.5 et II.6, on remarque que l'intensité axiale du faisceau creux (ligne rouge) en fonction de l'axe de propagation est toujours nulle, l'interprétation logique de cette remarque est totalement mathématique. En effet, la fonction de Bessel d'ordre 2 du premier espèce est la cause de ce zéro constant, car la $J_1(r)$ s'annule pour la valeur radiale ($r=0$). Donc, on peut dire que le profil d'intensité axiale d'un faisceau creux de n'importe quel ordre azimutal ($l > 0$) est toujours nul. Cela est valable uniquement lorsque l'approximation paraxiale est considérée. Par contre, la focalisation dans l'espace libre des faisceaux creux ($l \leq 2$) par un objectif d'une grande ouverture numérique (ON) engendrant ainsi une dépolarisation, peut générer une augmentation d'intensité axiale, contrairement à ceux obtenus par une basse ON, d'où l'intensité axiale reste toujours nulle [Gan 03].

Le comportement du faisceau gaussien LG_{00} (ligne noire) à travers les deux ouvertures (diaphragme et anneau opaque) est pratiquement le même. L'intensité axiale est oscillante (des pics et des creux) en champ proche ($N_f \geq 1$), ce phénomène peut être traduit par la valeur du nombre de Fresnel N_f . En effet, les creux et les pics d'intensité, correspondent respectivement à des valeurs paires et impaires de N_f , on remarque que l'intensité axiale devient oscillatoire dans le cas du diaphragme ($Y_C=1$) dans la région du champ proche à partir de $Z < 1000\text{mm}$. Par contre, dans le cas de l'anneau opaque ($Y_A=1$) elle est oscillante à partir de $Z < 500\text{mm}$. Cette oscillatoire est attribuée à la forte troncature, puis elle se stabilise dans le champ lointain pour $Z > 1000\text{mm}$ et $Z > 500\text{mm}$ respectivement pour le diaphragme et l'anneau opaque. La distribution axiale de l'intensité du faisceau gaussien diffracté par les deux ouvertures décroît constamment après le dernier maximum

($N_f = 1$), comme un faisceau gaussien se propageant dans l'espace libre.

II.5.2 Profils transverses d'intensité

Il est clair que les définitions du champ proche et du champ lointain pour l'intensité axiale du faisceau LG_{01} est inexistante. Puisque l'intensité est toujours nulle, ce qui rend la visualisation radiale plus importante et nécessaire pour élucider le comportement d'un tel faisceau lorsqu'il est diffracté par un objet d'amplitude, contrairement aux faisceaux de types LG_{p0} (où le faisceau gaussien LG_{00} faisant partie) possédant un pic d'intensité à ($\rho = 0$) [Had 15].

Le tracé du profil transverse d'intensité nous permet de vérifier la distribution d'intensité radiale du mode tronqué se propageant dans l'espace libre. Les trois plans importants de l'intensité axiale qui doivent être vérifier sont celui du champ lointain (peut être visualisé en mettant une lentille convergente) et aussi le plan où l'intensité est maximale ou minimale (pour vérifier l'allure transversale du faisceau).

On a tracé les courbes des profils transverses de plusieurs plans de propagation Z , pour voir la variation radiale des faisceaux LG_{00} et LG_{01} juste après le passage au travers d'un diaphragme(anneau opaque) en champ proche. Et aussi de vérifier si ces modes possèdent vraiment la propriété de l'invariance durant leur propagation au delà du champ lointain. Les figures II.7 et II.8 montrent la variation de l'intensité radiale du mode fondamental LG_{00} respectivement à travers le diaphragme et l'anneau opaque.

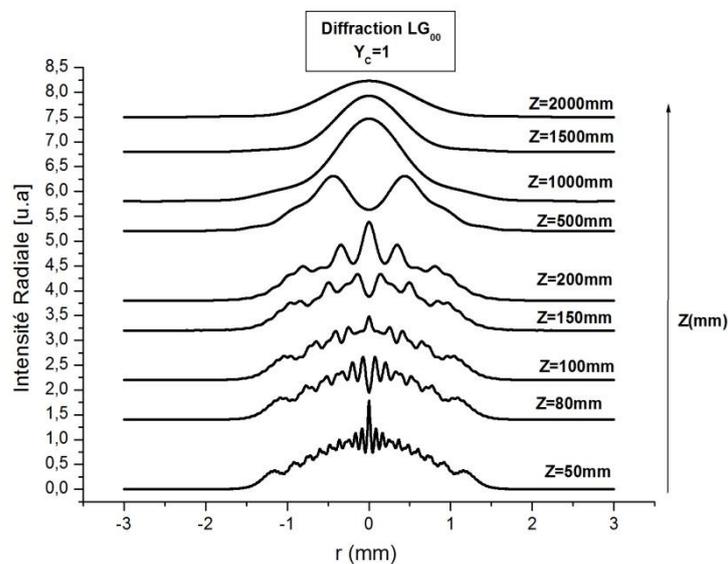


Fig. II.7. Intensité radiale d'un LG_{00} au travers d'un diaphragme d'un paramètre de troncature $Y_c=1$.

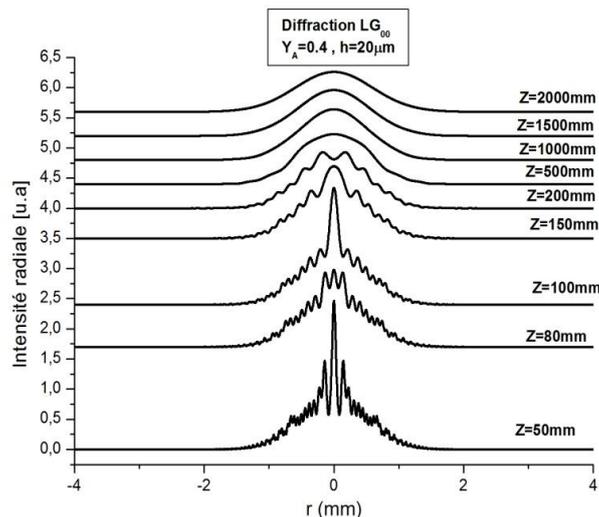


Fig. II.8. Intensité radiale d'un LG_{00} au travers d'un anneau opaque d'un paramètre de troncature $Y_A=0.4$ et d'une largeur $h=20\mu m$.

Les figures II.7 et II.8 montrent clairement que l'effet diffractif dans les deux cas ; le diaphragme ($Y_C=1$) et l'anneau opaque ($Y_A=0.4$) est remarquable dans le champ proche pour des distances de propagation inférieure à 1500mm et 1000mm respectivement. Au delà de ces distances, le faisceau gaussien reprend sa forme initiale (champ lointain). Dans le champ proche, le faisceau diffracté prend des formes transversales oscillantes (pics et creux). On place une lentille convergente devant le diaphragme d'une distance focale de $f=50$ mm, afin de voir le profil d'intensité transversale du champ lointain sur le plan focal de la lentille comme le montre la figure II.9.

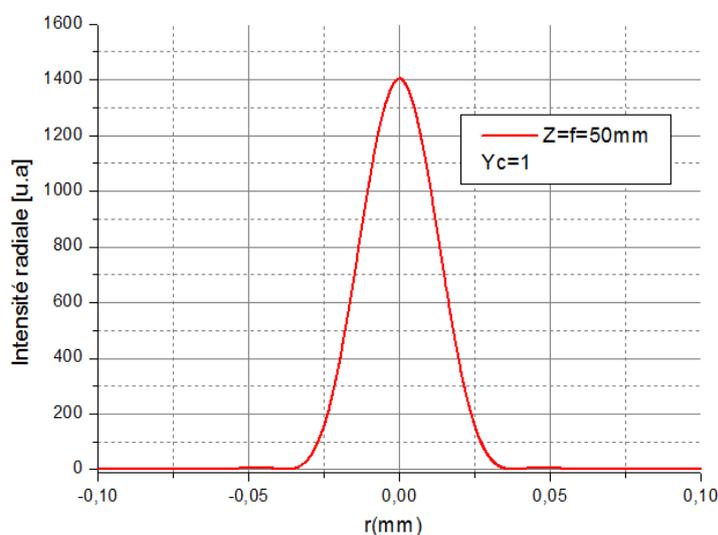
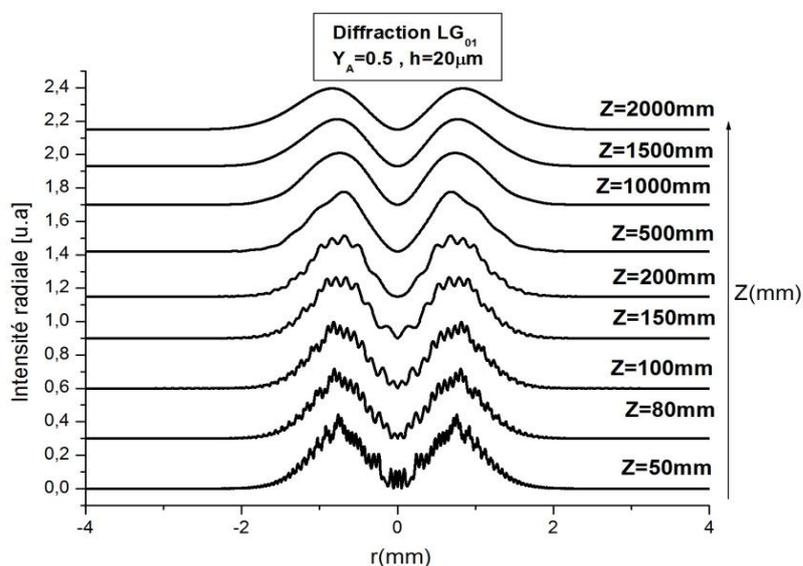


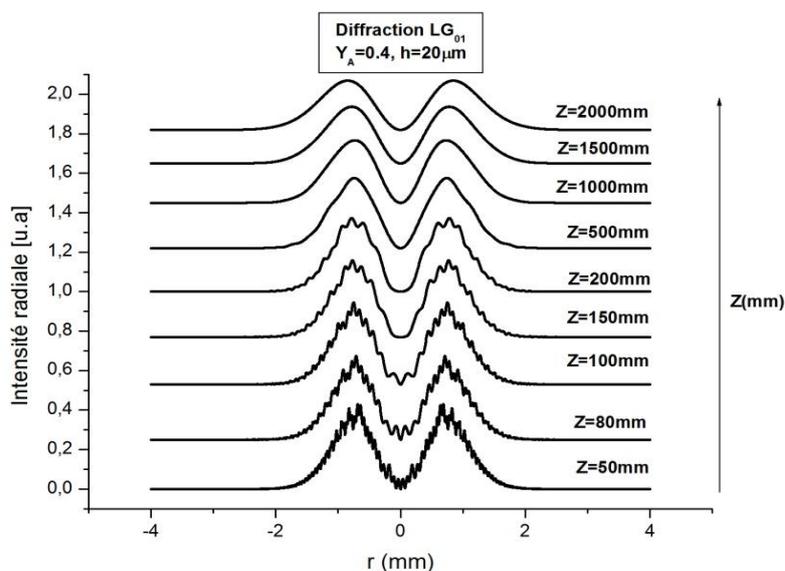
Fig. II.9. Intensité radiale au foyer d'une lentille de focale $f=50$ mm, diffractée au travers d'un diaphragme d'un paramètre de troncature $Y_C=1$.

Cette figure montre un faisceau gaussien diffracté par un diaphragme de $Y_C=1$, obtenu dans le plan focal d'une lentille $f=50\text{mm}$, on constate que le faisceau gaussien reprend sa forme malgré qu'il a subi une forte troncature.

De la même manière comme pour le faisceau gaussien, on visualise les distributions de l'intensité radiale du mode LG_{01} pour les deux ouvertures d'amplitude. Les allures transversales sont présentées par les figures ci-dessous :



(a)



(b)

Fig. II.10. Intensité radiale d'un LG_{01} à travers un anneau opaque d'une largeur $h=20\mu\text{m}$ d'un paramètre de troncature $Y_A=0.5$ (a), $Y_A=0.4$ (b).

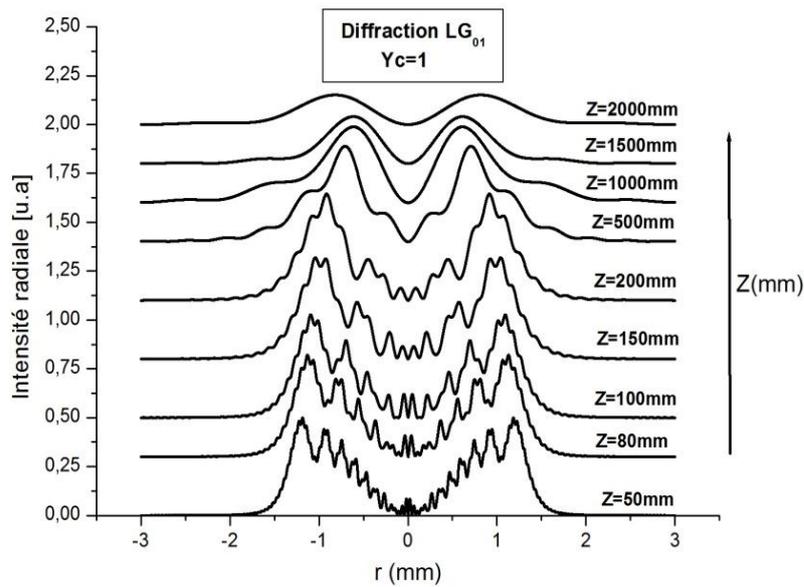
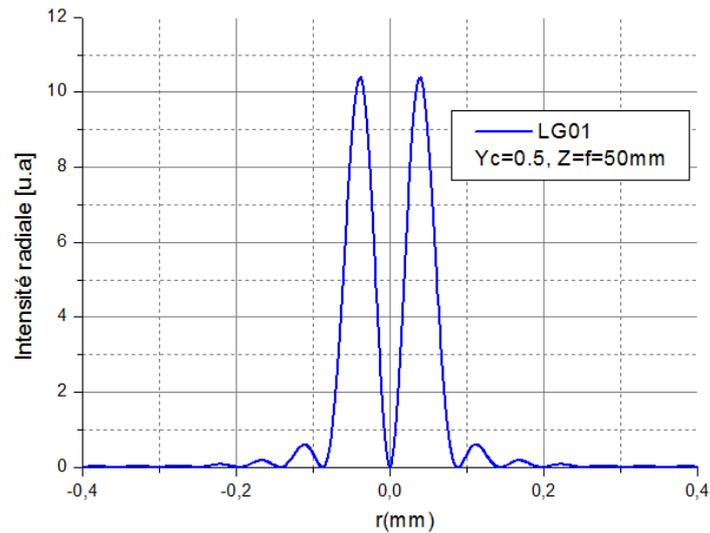


Fig. II.11. Intensité radiale d'un LG_{01} au travers d'un diaphragme d'un paramètre de troncature $Y_c=1$.

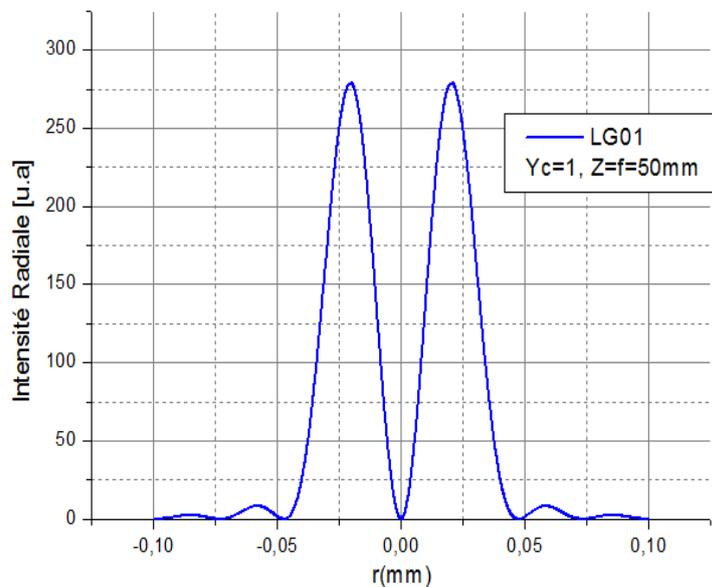
Dans les figures II.10 et II.11, on remarque que l'effet des paramètres de troncature est important sur le mode LG_{01} pour les deux ouvertures. Ce dernier est perturbé transversalement dans le champ proche (inférieur à 1500mm), puis, il reprend sa forme initiale dans le champ lointain.

Effectivement, le comportement radial du faisceau LG_{01} au travers des ouvertures d'amplitude ou même de phase est presque similaire. En effet, on n'aperçoit l'apparition des distributions remarquables (pics d'intensité,...), cela est dû au zéro d'intensité axial présent pour ces types de modes transverses. Il faut noter qu'on ne peut pas définir les zones du champ proche et du champ lointain axialement comme le cas du faisceau gaussien. Par conséquent, l'allure radiale du faisceau LG_{01} , tronqué par les deux ouvertures d'amplitude, est le seul moyen de pouvoir définir le champ proche et le champ lointain.

On place une lentille convergente d'une distance focale de $f=50\text{mm}$ devant un diaphragme, afin de voir le profil d'intensité transversale du champ lointain sur le plan focal de la lentille.



(a)



(b)

Fig. II.12. Intensité radiale au foyer d'une lentille de focale $f=50\text{mm}$ diffractée à travers un diaphragme d'un paramètre de troncature (a) : $Y_C=0.5$ et (b) : $Y_C=1$.

Les figures II.12-a et II.12-b, montrent respectivement, un faisceau creux LG_{01} diffracté par un diaphragme $Y_C=0.5$ et $Y_C=1$. Dans les deux cas, on constate la présence des petits anneaux qui sont dû à la troncature. Ces anneaux disparaissent au fur et à mesure de l'augmentation de l'ouverture du diaphragme. Par contre, dans le cas où $Y_C=1.5$, les anneaux ont disparu, cela est attribué à l'augmentation de la valeur de Y_C , puisque le faisceau creux possède une étendue latérale plus grande par rapport à celle du faisceau gaussien(voir la figure II.13).

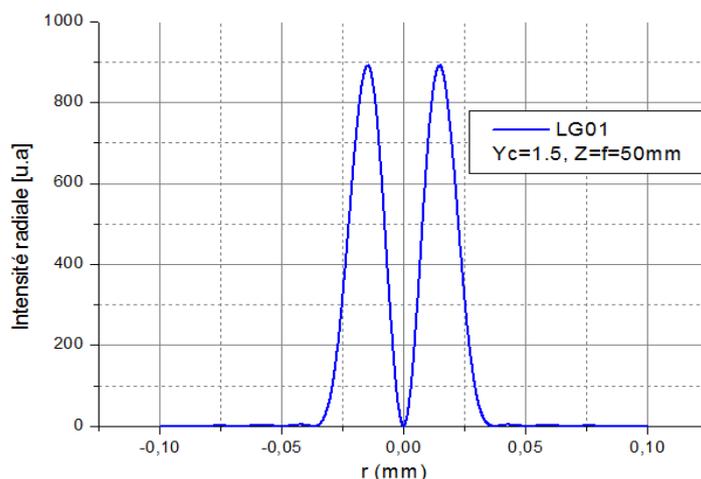


Fig. II.13. Intensité radiale au foyer d'une lentille de focale $f=50\text{mm}$ diffractée à travers un diaphragme d'un paramètre de troncature $Y_c=1.5$.

II.5.3 Mode supérieur LG_{11}

Le mode LG_{11} est un mode qui est caractérisé par deux anneaux lumineux et un centre creux. Ce mode semble particulier lorsqu'il est tronqué par un diaphragme ou par un trou de phase, puisque il permet l'apparition de 4 pics égaux en intensité. La figure II.14 illustre ce type de mode particulier. Cette figure montre qu'on peut générer un faisceau remarquable de 4 pics d'intensités égaux en tronquant le faisceau LG_{11} par un diaphragme ou un trou de phase. Il est clair que la diffraction au travers d'un trou de phase apporte plus d'intensité aux pics, car le diaphragme est un masque d'amplitude ce qui rend l'intensité plus basse à travers une telle ouverture.

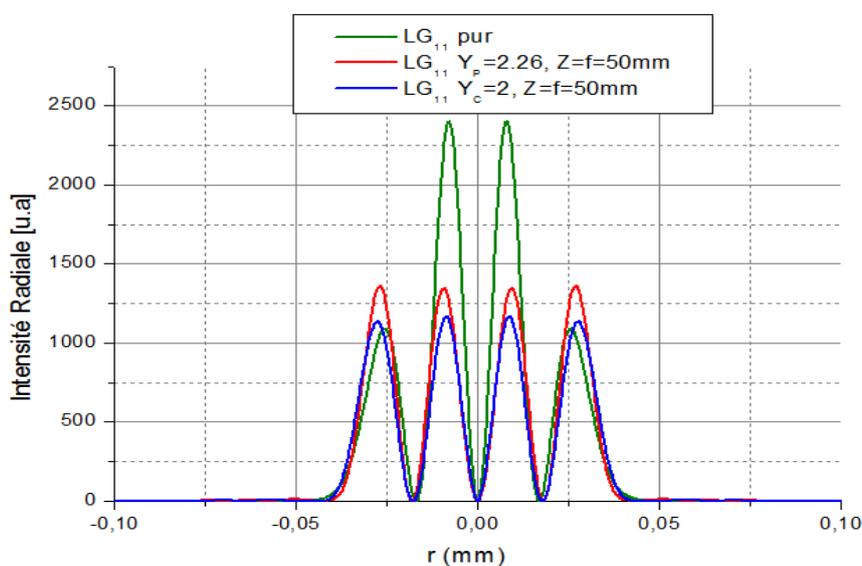


Fig. II.14. Intensité radiale d'un LG_{11} au travers d'un diaphragme (Ligne en bleu) d'un paramètre de troncature $Y_c=2$ et un trou de phase (Ligne en rouge) d'un paramètre $Y_p=2.26$, avec une focale $f=50\text{mm}$.

II.5.4 Transmission (rapport de puissances) des pupilles

Dans cette partie, on va étudier les transmissions (grandeur énergétique) des modes Laguerre-Gauss LG_{0l} au travers des ouvertures circulaires d'amplitude (anneau opaque et diaphragme), en fonction du diamètre du paramètre de troncature Y_D . Ceci est très important car il nous permet de cerner en quelque sorte le domaine de recherche sur les valeurs des paramètres de troncature Y_A et Y_C adéquats pour permettre la génération du flat-top en cavité. La transmission des faisceaux LG_{00} et LG_{0l} par une ouverture d'amplitude, est définie comme étant le rapport de la puissance transmise par l'ouverture à la puissance totale du faisceau incident. Les expressions des rapports des puissances sont démontrées analytiquement dans l'annexe(n).

La transmission du faisceau LG_{0l} par un diaphragme et un anneau opaque s'écrit comme suit :

$$T_{0l} = \frac{\int_0^{\rho_D} I_{0l}(\rho) \rho d\rho}{\int_0^{\infty} I_{0l}(\rho) \rho d\rho} \quad T_{\text{anneau opaque}} = \frac{\int_0^{\rho_A} I_{0l}(\rho) \rho d\rho + \int_{\rho_B}^{\infty} I_{0l}(\rho) \rho d\rho}{\int_0^{\infty} I_{0l}(\rho) \rho d\rho} \quad II.23$$

La distribution de la transmission des faisceaux LG_{0l} par un diaphragme est présentée dans la figure ci-dessous:

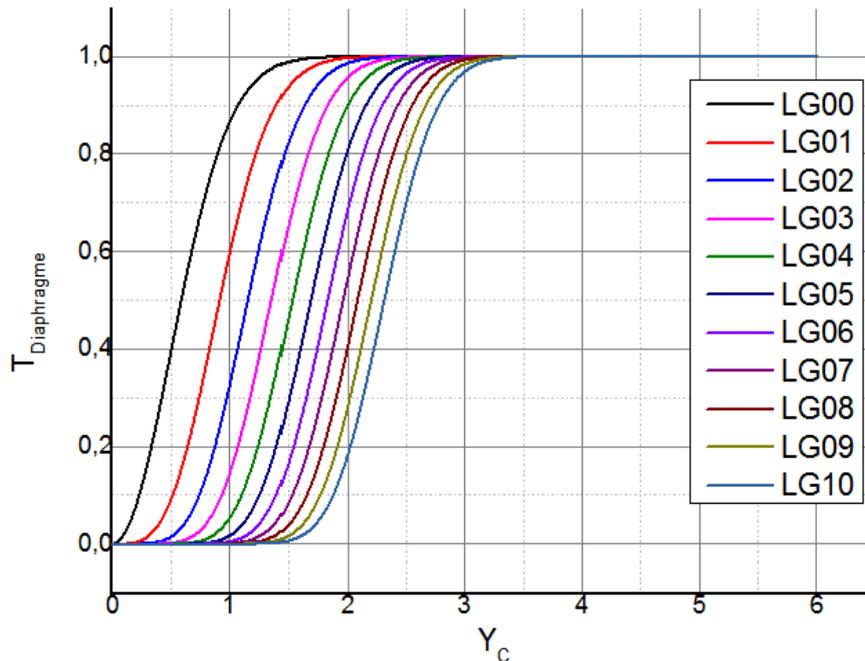


Fig. II.15. Distribution des transmissions pour LG_{0l} en fonction du paramètre de troncature du diaphragme (Y_C).

Dans la figure II.15, on remarque que les faisceaux LG_{0l} se transmettent successivement dans l'ordre de l , on aperçoit que le faisceau gaussien est complètement transmis pour une valeur de Y_C égale à 1.5. Par contre, le premier faisceau creux (LG_{01}) est totalement transmis lorsque Y_C atteint la valeur de 2. Tandis que le dernier faisceau creux (LG_{010}), sa transmission de 100 % est atteinte à partir de $Y_C=3$. On peut dire que la transmission du faisceau gaussien est plus forte que les autres faisceaux LG_{0l} . Les modes azimutaux commencent à se transmettre jusqu'à 100%, en ouvrant plus en plus l'ouverture du diaphragme. Cela est dû à la géométrie de ces modes creux qui possèdent premièrement un anneau lumineux et un centre creux et deuxièmement une étendue latérale qui s'élargie en fonction de l'ordre azimutale l .

Les distributions de la transmission des faisceaux LG_{0l} par un anneau opaque, elles sont illustrées dans la figure ci-dessous :

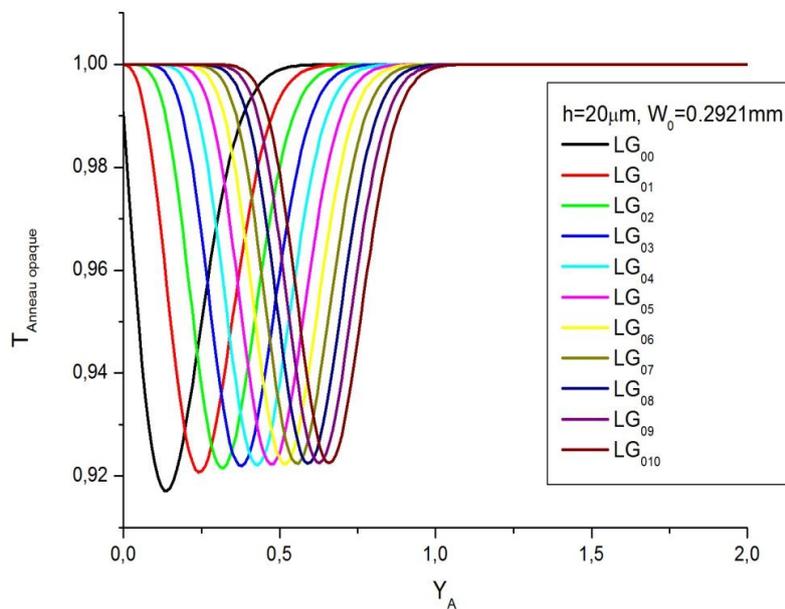


Fig. II.16. Distribution des transmissions pour LG_{0l} en fonction du paramètre de troncature Y_A de l'anneau opaque d'une largeur $h=20\mu\text{m}$.

Dans la figure II.16, on remarque une inversion d'hierarchie de transmission lorsque les faisceaux d'un waist W_0 équivalent à 0.3mm sont tronqués par un anneau opaque d'une largeur $h=20\mu\text{m}$. Contrairement à ce qu'on a aperçu dans le cas du diaphragme où le faisceau gaussien était le mieux transmis par rapport aux autres faisceaux LG_{0l} pour n'importe quelle valeur de Y_C . Il est clair que le faisceau gaussien n'a pas la meilleure transmission lorsque $Y_A < 0,5$. En parallèle, les modes azimutaux possèdent une très bonne transmission. En revanche, à partir de $Y_A \approx 0,5$, le

faisceau gaussien devient le mieux transmis. On remarque aussi que le mode gaussien prend la valeur minimale de la transmission $T_{\min}^0 < 92\%$ pour ($Y_A \approx 0.2$), tandis que les faisceaux creux ont une transmission minimale relative suivant cette hiérarchie :

$$T_{\min}^l > T_{\min}^{l-1} > \dots > T_{\min}^0 > 92\%$$

l : étant l'ordre azimutal du mode.

La figure II.17, illustre la distribution des transmissions des deux faisceaux LG_{00} et LG_{01} tronqués par un anneau opaque d'une largeur h variable et voir son effet sur la distribution de transmission des deux faisceaux.

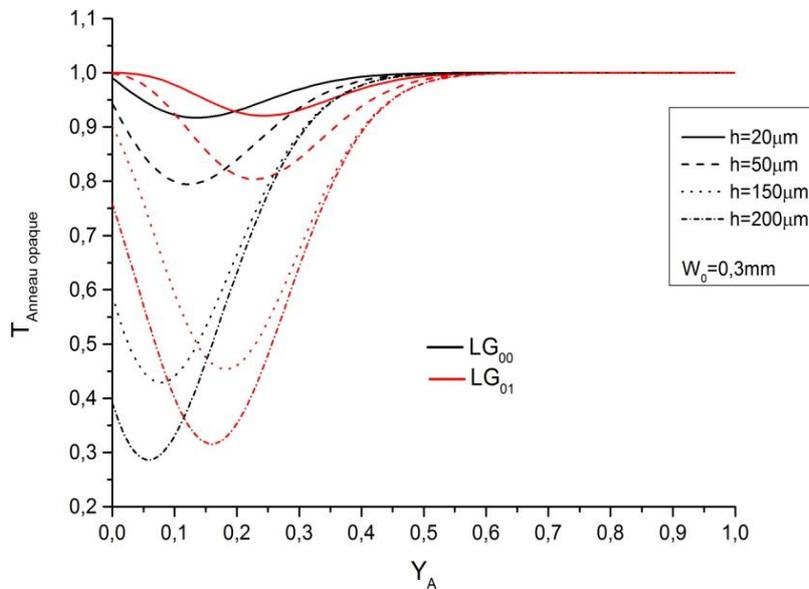


Fig. II.17. Distribution des transmissions pour LG_{00} et LG_{01} en fonction du paramètre de troncature Y_A de l'anneau opaque pour différentes largeurs h .

D'après cette figure II.17, l'effet de la largeur h sur la hiérarchie des transmissions des faisceaux LG_{00} et LG_{01} est constatable. On remarque que lorsque Y_A est inférieur à 0.2, le faisceau LG_{01} est mieux transmis que le LG_{00} et la différence augmente en fait et à mesure pour des valeurs croissantes de la largeur h . Lorsque $h=50\mu\text{m}$, la transmission du LG_{00} est à 80% pour un $Y_A=0.1$. Par contre, le LG_{01} possède une transmission égale à 93% pour la même valeur de Y_A . En parallèle, la transmission d'un LG_{00} baisse considérablement jusqu'à 30% pour $Y_A=0.05$. Pour une valeur similaire de Y_A , la transmission du faisceau LG_{01} est environ de 60%. Au delà de $Y_A > 0.2$, le faisceau gaussien devient le mieux transmis. En effet, la transmittance τ_a de l'anneau opaque (voir éq. II.4), le profil d'intensité des deux faisceaux LG_{00} (pic d'intensité axiale) et le LG_{01} (intensité

annulaire) sont les facteurs principaux de la présence de cet effet d'inversion de la hiérarchie de la transmission.

En effet, les transmissions des deux modes LG_{00} et LG_{01} , peuvent être égales par un choix adéquat du paramètre de troncature Y_A , cela sera utilisé pour favoriser l'oscillation d'un laser simultanément sur ces modes transverses, par l'introduction dans la cavité d'un anneau opaque (voir chapitre III).

II.5.5 Divergences des faisceaux LG_{00} et LG_{01}

Dans cette partie, nous nous intéressons aux variations de la divergence angulaire des deux faisceaux, LG_{00} et LG_{01} , lorsque ces derniers sont tronqués par des ouvertures d'amplitude, à savoir, le diaphragme et l'anneau opaque. Le but de cette étude est de vérifier la possibilité de faire osciller les deux modes transverses simultanément en intra-cavité et en extra-cavité, puisque la discrimination apportée par le diaphragme dépend de la divergence.

Avant d'aborder l'effet de troncature sur la divergence angulaire des deux modes LG_{00} et LG_{01} , il est nécessaire de définir cette propriété intéressante. La divergence d'un faisceau laser est une mesure de la vitesse d'expansion latérale de ce dernier depuis son "beam-waist". Un faisceau de faible divergence peut être important dans certaines applications telles que ; les pointeurs lasers [Gib 00] et les transmissions optique en espace libre [Mil 96]. Contrairement aux faisceaux possédant une grande divergence angulaire qui ne sont pas mis en valeur vu leur mauvaise qualité.

La divergence d'un faisceau gaussien tronqué par un diaphragme a été déjà prise en considération [Tan 85]. Il a été observé que lorsque le paramètre de troncature Y_C diminue, la divergence angulaire θ_e augmente en plaçant l'objet diffractant au "beam-waist" du faisceau gaussien, mais cette condition n'est pas la seule si les faisceaux d'ordre supérieur sont pris en compte. En effet, la divergence angulaire dépend aussi de l'ordre du faisceau incident.

Dans cette partie, on s'intéresse à la divergence angulaire θ_e dans le champ lointain des deux faisceaux LG_{00} et LG_{01} tronqués par un diaphragme(anneau opaque) d'un paramètre de troncature $Y_C(Y_A)$, l'anneau opaque est étudié pour plusieurs largeurs h , afin de mettre en évidence leurs effets sur la divergence. La détermination et le calcul de cette propriété peut être définie en champ lointain par deux méthodes :

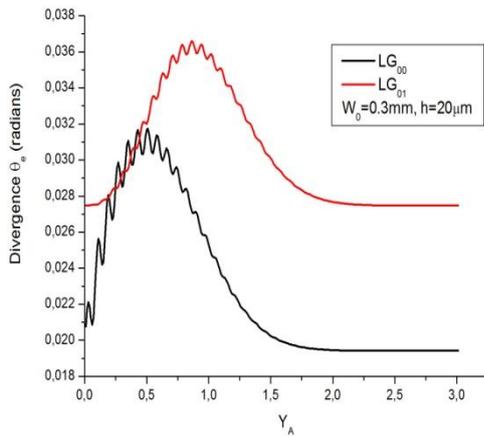
- 1- Divergence déterminée à partir de la largeur basée sur le moment d'ordre 2.
- 2- Divergence basée sur la largeur à 86.5%.

Dans notre étude, on va donc utiliser la méthode établie sur la détermination de la largeur basée sur le moment d'ordre 2 plutôt que celle basée sur la largeur à 86.5%. Le choix est purement énergétique, i.e. dans le cas général, il n'est pas toujours possible de déterminer la largeur d'un faisceau quelconque en utilisant la définition de la largeur d'un faisceau gaussien (à $1/e^2$ de l'intensité sur axe). Par conséquent, l'utilisation de la méthode basée sur le moment d'ordre 2 est plus pratique étant donné qu'on a considéré la diffraction au travers des ouvertures d'amplitude d'un LG_{01} qui ne possède pas une intensité sur l'axe.

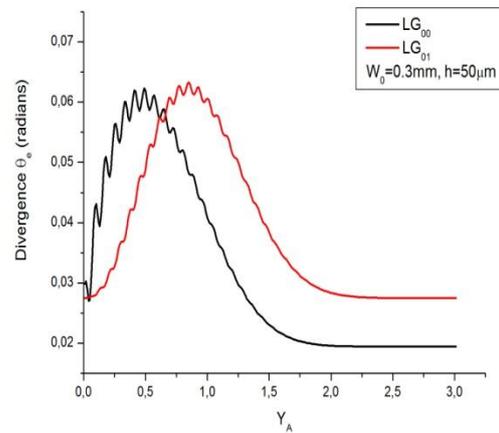
La divergence d'un faisceau laser d'un waist égale à 0.3mm diffracté par une ouverture est calculée à partir du rayon effectif W_e du faisceau diffracté en champ lointain à une distance $Z=30m$ de l'ouverture [Sie 86]. La divergence est exprimée comme suit :

$$\theta_e = \frac{W_e}{Z} \quad \text{Avec } W_e^2 = \frac{2 \int_0^{\rho_p} I_{in}(\rho) \rho^3 d\rho}{\int_0^{\rho_p} I_{in}(\rho) \rho d\rho} \quad \text{II.24}$$

Les allures de la divergence angulaire des deux faisceaux tronqués par un anneau opaque et un diaphragme placés au "beam-waist" du faisceau incident ($z=0$) sont présentées dans les figures II.18 et II.19 respectivement :



(a)



(b)

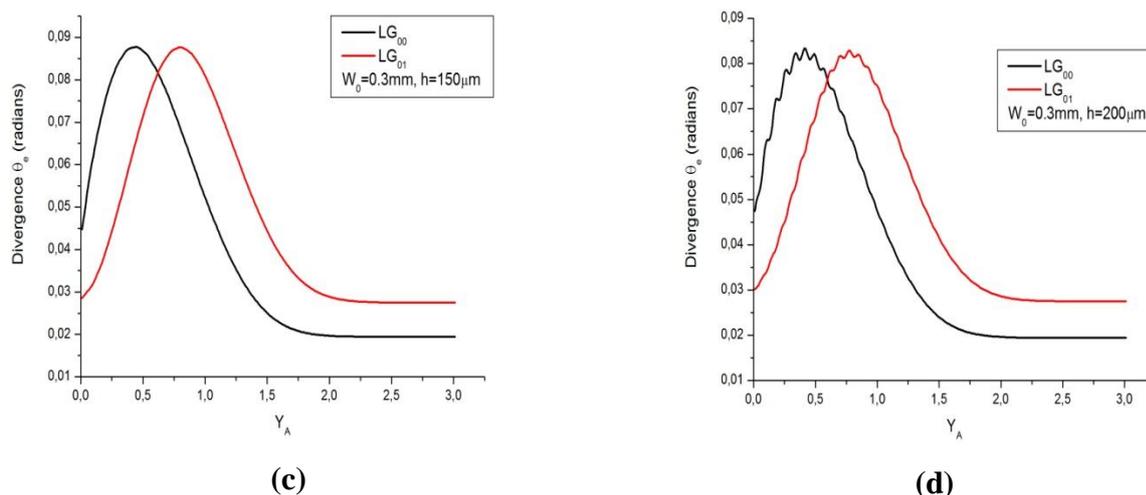


Fig. II.18. Distribution de la Divergence des deux modes LG_{00} et LG_{01} en fonction du paramètre de troncature Y_A pour différentes largeurs h , (a) $20\mu\text{m}$, (b) $50\mu\text{m}$, (c) $150\mu\text{m}$, (d) $200\mu\text{m}$.

On remarque dans la figure II.18 que la tendance de la divergence est la même pour les deux modes pour n'importe quelle largeur h . Il est bien montré dans la figure II.18-a que le faisceau LG_{01} est plus divergent que le faisceau gaussien LG_{00} lorsque $h=20\mu\text{m}$, cela est valide pour n'importe quelle valeur du paramètre de troncature Y_A , sauf pour les valeurs de Y_A entre $[0.25-0.5]$, la divergence des deux faisceaux est presque la même. En revanche, pour les autres largeurs de l'anneau opaque, voir figures II.18-b, c et d, le faisceau gaussien est plus divergent lorsque $Y_A < 0.5$ et moins divergent pour $Y_A > 0.5$. Donc, on peut dire que l'inversion de la hiérarchie de la divergence est bien remarquable pour les largeurs $h > 20\mu\text{m}$. Ceci pourrait être expliqué par le biais de la transmission des faisceaux LG_{00} et LG_{01} à travers une telle ouverture. En effet, dans la figure II.17, on a constaté que la différence de la transmission entre le faisceau LG_{01} et le faisceau gaussien, augmente au fur et à mesure de l'augmentation de largeur de l'opacité h et cela lorsque les deux faisceaux sont fortement tronqués ($Y_A < 0.2$). Par conséquent, on peut dire que la forte divergence angulaire implique une faible transmission et vis versa.

La divergence angulaire des deux faisceaux tronqués par un diaphragme est illustrée par la figure II.19.

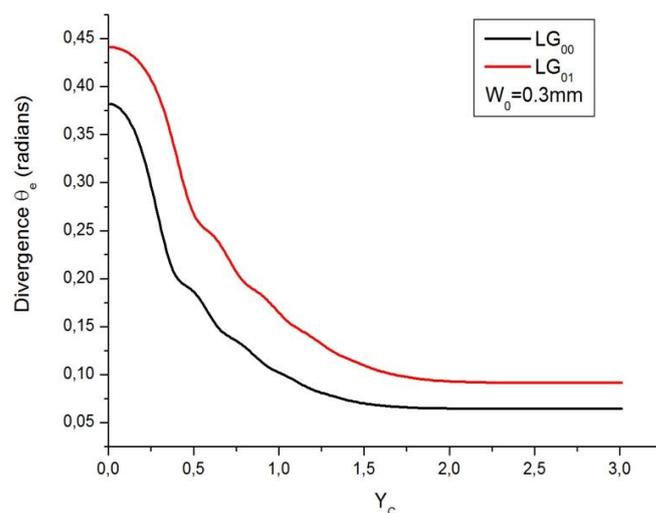


Fig. II.19. Distribution de la Divergence des deux modes LG_{00} et LG_{01} en fonction du paramètre de troncature Y_C .

D'après la figure II.19, on remarque que les allures et la tendance de la divergence pour les deux faisceaux est presque similaire. Le faisceau LG_{01} est plus divergent quelque soit la valeur du paramètre de troncature Y_C , contrairement à ce qu'on a observé dans la figure II.18. Le diaphragme ne peut pas inverser la hiérarchie de la divergence angulaire.

On introduit le rapport de divergence entre les deux modes transverses $R = \theta_{01}/\theta_{00}$. Ce rapport nous permet de comprendre au mieux le comportement de la divergence des deux faisceaux LG_{00} et LG_{01} . La figure II.20 illustre le rapport R en fonction des paramètres de troncature Y_C et Y_A

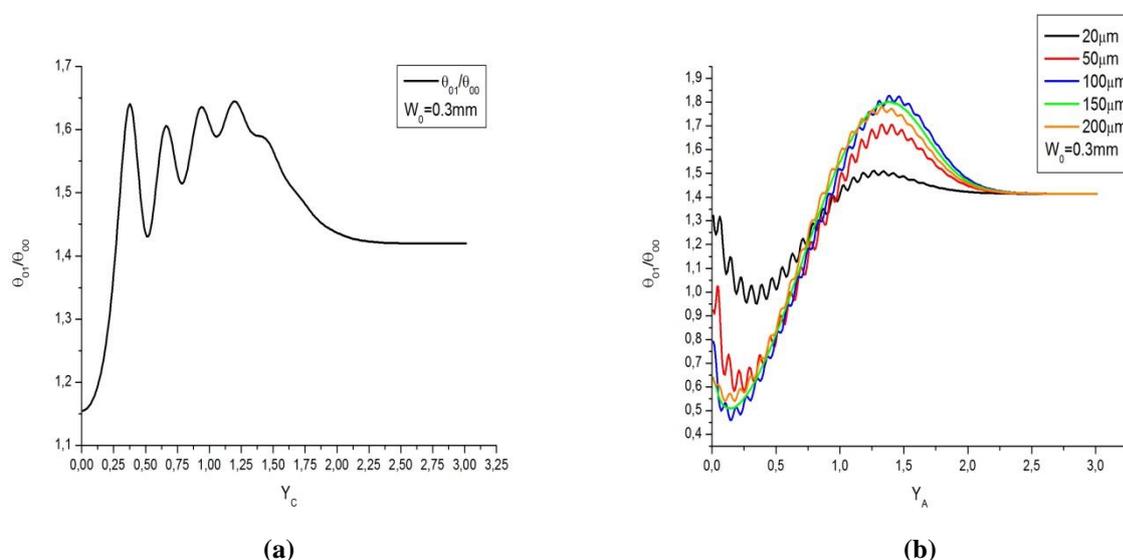


Fig. II.20. Rapport des Divergences des deux modes LG_{00} et LG_{01} en fonction de (a) : du diaphragme ($Y_A \rightarrow \infty$) et (b) de l'anneau opaque ($Y_C \rightarrow \infty$).

La figure II.20 -a montre que la valeur du rapport R est toujours supérieur à 1, ce rapport prend une valeur maximale égale à 1.64 lorsque $Y_C=0.38$. En parallèle, dans la figure II.20 -b, on remarque que le rapport R prend des valeurs inférieurs à 1 lorsque les deux faisceaux sont fortement tronqués ($Y_A<0.6$) par l'anneau pour les largeurs supérieurs à $20\mu\text{m}$. Les valeurs minimale et maximale du R sont obtenues lorsque la largeur de l'anneau est égale à $100\mu\text{m}$. Par contre, il prend des valeurs maximales pour Y_A supérieur à 1. Pour des valeurs de Y_A supérieurs à 2.2, le rapport R est égale à 1.42 lorsque les deux faisceaux ne subissent pas des effets de diffraction par les deux ouvertures d'amplitude. On constate que les valeurs suprêmes ne sont pas obtenues ni par une largeur minimale ($20\mu\text{m}$), ni par une largeur maximale($200\mu\text{m}$).

Il est clair que le rapport de divergence R des deux faisceaux tronqués par un anneau opaque d'une largeur $h=20\mu\text{m}$ est pratiquement le plus stable parmi toute les largeurs étudiées. En effet, comme on a expliqué auparavant, la divergence angulaire et la transmission sont inversement proportionnelle et le rapport R pour les autres largeurs supérieurs à $20\mu\text{m}$ illustre clairement ce phénomène. Par conséquent, il est préférable de choisir un anneau opaque d'une largeur de $20\mu\text{m}$ pour qu'on puisse avoir le rapport le moins fluctuant possible.

II.6 Conclusion

Dans cette étude simple passage, on a fait le point sur les propriétés diffractives des deux pupilles (anneau opaque et diaphragme) lorsque le faisceau incident collimaté est un LG_{00} ou LG_{01} . Plusieurs grandeurs ont été étudiées telles que ; l'intensité sur l'axe où on a constaté que lorsque le faisceau incident était un LG_{00} traversant un objet d'amplitude(diaphragme ou anneau opaque) son profil axial est perturbée. Il change d'allure lorsque le paramètre de troncature est varié. Les définitions du champ proche et du champ lointain peuvent être données par le nombre de Fresnel. Par contre, pour un faisceau LG_{01} , il a été observé que l'intensité axiale est toujours nulle à cause de la symétrie du faisceau LG_{01} . La définition du champ proche ou champ lointain est inexistante, ceci pour n'importe quelle ouverture pupillaire(d'amplitudes ou de phases). Ensuite, on a présenté les distributions des profils transverses d'intensités pour les deux modes, en champ proche et en champ lointain en observant l'effet diffractif des pupilles sur le profil radial des faisceaux. Cela est nécessaire afin de définir les deux champs pour le mode LG_{01} , par lequel, on a vérifié que les profils transverses des deux faisceaux reprennent leur forme en champ lointain quelque soit la taille de l'ouverture d'amplitude passant au travers. Il faut noter que ce comportement n'est pas observé avec un mode radial $LG_{p0}(p \geq 1)$, composé d'un pic central et p anneaux concentriques, puisque le champ

lointain peut être très différent du profil d'intensité du faisceau incident sur le diaphragme. En effet, un faisceau LG_{10} peut être transformé en champ lointain après diffraction sur un diaphragme, en un faisceau creux [**Had 15**] ou en flat-top [**Had 16**]. Ensuite, on a cherché les expressions analytiques des transmissions du diaphragme et de l'anneau opaque des deux modes LG_{00} et LG_{01} en illustrant par la suite les transmissions en fonction de l'ouverture Y_C et Y_A respectivement. On peut dire que l'anneau opaque est capable d'inverser la hiérarchie des transmissions. Par contre, le diaphragme ne possède pas cette propriété exceptionnelle. A la fin, on a calculé la divergence en champ lointain du faisceau diffracté par les pupilles, avec l'utilisation de la méthode basée sur le moment d'ordre 2. On peut conclure que les allures de la divergence des deux modes LG_{00} et LG_{01} se comportent de la même manière pour le diaphragme où le mode LG_{01} est logiquement était le plus divergent quelque soit la valeur du paramètre de troncature Y_C . Contrairement à ce qu'on a observé lorsque l'anneau opaque a été considéré. La hiérarchie de la divergence a été perturbée pour différentes largeurs h . On a constaté que le rapport de la divergence entre les deux modes transverses est constant durant la propagation (sans l'insertion des EOD) et moins fluctuant lorsque la largeur h est de $20\mu\text{m}$ ce qui augmente la possibilité de faire osciller les deux modes simultanément si la largeur de l'anneau opaque est judicieusement choisie.

CHAPITRE III:

*Mise en forme dans une cavité
laser contenant des ouvertures
d'amplitude*

Sommaire

III.1. Introduction.....	70
III.2. Méthodes de mise en forme laser.....	71
III.2.1 Définition d'un flat-top.....	72
III.2.2 Génération d'un flat-top	73
III.3. Génération d'un flat-top en Intra-cavité	74
III.3.1. Méthodes de Fox & Li et de Laguerre Gauss	78
III.3.2. Champ oscillant dans une cavité laser perturbée	79
III.3.2.1 Niveaux des pertes des 10 premiers modes azimutaux LG_{0l}	81
III.4. Cavité Anneau opaque-Diaphragme	83
III.4.1. Pertes des LG_{00} et LG_{01}	85
III.4.2. Pertes d'un LG_{pl}	88
III.5. Champs de sortie	91
III.5.1. Diffraction simple passage d'un flat-top au travers d'un anneau opaque	92
III.5.2. Champ de sortie d'un flat-top obtenu en intra-cavité	93
III.5.3. Champ de sortie non désirés	94
III.5.4. Ajustement(fit) du flat-top par une super-gaussienne d'ordre 4	96
III.6 Conclusion	101

Résumé

Ce chapitre III est consacré à la génération en cavité, contenant un anneau opaque et un diaphragme, d'un faisceau uniformisé "flat-top" invariant au long de sa propagation par la superposition incohérente des deux modes transverses LG_{00} et le LG_{01} d'où la condition d'égalité de perte entre les deux modes est souhaitée. La détermination des modes LG_{00} et le LG_{01} est effectuée à l'aide de la méthode dite de Laguerre-Gauss . Le principe de cette technique est basée sur le calcul des opérateurs aller-retour de la cavité perturbée, dont les valeurs de perte de chaque mode transverse sont estimées. Des pertes avoisinants les 16 % pour chacun de mode ont été obtenues. Les vérifications du champ de sortie et le fit par une super-gaussienne ont été élaborées.

III.1. Introduction

La mise en forme spatiale des faisceaux lasers, est devenue dans les derniers 30 ans le centre d'intérêt d'une très grande communauté de la physique des lasers et ses applications. Le besoin d'une distribution d'intensité radiale plus particulière encourage plus en plus les chercheurs à trouver les meilleurs solutions performantes afin de répondre favorablement avec finesse et précision aux besoins des applications nécessitant de tels profils d'intensités transverses. Parmi lesquelles ; l'usinage des matériaux (découpage, perçage, fraisage...), interventions médicales (chirurgie cornéenne, traitement cosmétique de la peau), lithographie, production des semi-conducteurs, les arts graphiques, traitement des données optiques et le domaine militaire[**Dic 17**].

L'évidence dans le domaine de la mise en forme des faisceaux lasers est que les bases et les concepts développés dans ce domaine restent courantes, malgré que les applications (industriels, médicale,...) changent où sont à l'actualisation d'une façon très rapide, ce qui prouve la longévité et l'adaptabilité de ces bases.

La mise en forme des faisceaux lumineux, est un processus de redistribution du profil d'intensité et de la phase du faisceau. La forme du faisceau est définie comme étant la distribution de l'irradiance. La phase du profil redistribué est considérée comme un facteur majeur dans la détermination des propriétés de la propagation du profil d'intensité du faisceau. i.e. un faisceau large possédant un front d'onde uniforme, demeure invariant à une distance de propagation importante. La technologie de la mise en forme des faisceaux lumineux peut être appliquée à la fois sur les faisceaux cohérents et incohérents[**Dic 14**].

Nous nous intéressons dans ce chapitre III à la génération d'un faisceau flat-top, par la méthode diffractive intra-cavité. En effet, ce type de faisceau trouve des applications diverses dans les domaines technologiques et scientifiques, entre autres ; la lithographie, l'usinage des matériaux et récemment, dans l'augmentation du rapport signal-bruit du système interférométrique utilisé par le LIGO (pour Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) qui a détecté dernièrement les ondes gravitationnelles[**Dic 17**].

Notre objectif est de pouvoir générer un faisceau flat-top par la superposition incohérente des deux modes transverses $LG_{00}+LG_{01}$. L'utilité de la génération de ces deux modes incohérents, réside sur le besoin d'un tel faisceau uniformisé qui demeure invariant à l'axe de propagation, et qui est capable d'améliorer le rendement du laser, par rapport au laser oscillant sur un LG_{00} seul. Par

contre, les faisceaux existants déjà, sont juste la mise en forme d'un seul mode propre et certains d'entre eux ne sont pas la solution propre de l'équation de Helmholtz (voir l'équation *II.1*).

III.2. Méthodes de mise en forme laser

Les méthodes de mise en forme linéaires sont classées en deux catégories ; la méthode diffractive et la méthode interférométrique(voir *Fig. III.1*). La première nécessite l'utilisation des éléments optique diffractifs (EOD) tels que ; diaphragme circulaire [**Fox 61, Kog 66, Had 15-a**], diaphragme annulaire [**Lit 08**], anneau d'amplitude [**Has 10**], trou de phase [**Bou 97, DeS 06-a**] et axicon [**Ait 99**]. Par contre la deuxième méthode exige l'utilisation d'un interféromètre de Michelson (MI) [**Ste 04, Har 14**] afin de permettre des mises en forme spatiales (Flat-top, faisceaux creux) par la superposition coaxiale de deux faisceaux gaussiens cohérents dans le plan focal de la lentille. En parallèle, on peut trouver d'autres types de mise en formes non linéaires, telles que ; l'utilisation d'une lame de Kerr pour former un flat-top et un faisceau creux dans différents plans de propagation [**Mer 10**].

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la méthode diffractive dite ; intra-cavité(DIC) qui est complètement différente de la méthode extra-cavité (DEC) (voir *Fig. III.1*). La DIC est une technique qui consiste à faire de la mise en forme des faisceaux laser à l'intérieur de la cavité, i.e. générer des faisceaux lasers remarquables (flat-top, faisceau creux) qui demeurent invariant du champ proche au champ lointain, en forçant la cavité laser à osciller sur des modes particuliers. Contrairement à la méthode extra-cavité (DEC), qui sert juste à modifier ou transformer la distribution transversale du mode fondamental (faisceau gaussien) par un EOD en obtenant la forme souhaitée seulement dans le plan focal d'une lentille, cette dernière a fait l'objet d'innombrable publications.

L'introduction à l'intérieur de la cavité laser d'un ou de plusieurs éléments optique diffractifs (d'amplitude ou de phase), fait perturber le mode fondamental [**Ait 88, Ait 92, Ait 93-a**], ce qui modifie complètement les propriétés du mode propre TEM_{00} de la cavité non perturbée qui n'est pas nécessairement gaussien.

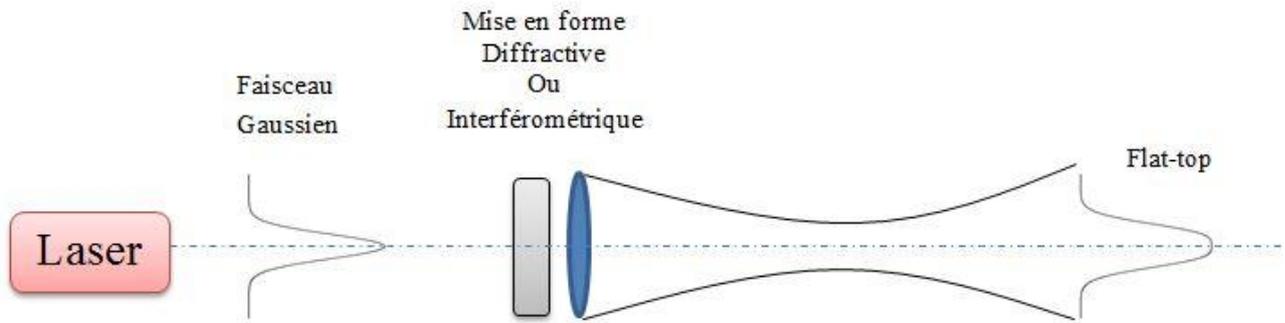


Fig. III. 1. Configuration schématique de la mise en forme d'un faisceau gaussien par un (EOD).

III.2.1 Définition d'un flat-top

Un faisceau flat-top est un faisceau lumineux (il est souvent obtenu par la mise en forme des faisceaux lasers), possédant un profil d'intensité uniforme dans la plupart de sa surface fonctionnelle. Contrairement aux faisceaux gaussiens possédant un pic d'intensité. Comme déjà indiqué dans les points précédents, le faisceau flat-top est recommandé dans certaines applications laser.

En réalité, les faisceaux flat-top possèdent des bords lisses, contrairement au profil rectangulaire possédant des bords raides. Cependant, les F-T sont proches des profils super-gaussiennes, plutôt qu'aux profils rectangulaires (voir figure III.2).

Le profil d'intensité de la super-gaussienne d'ordre "n" qui est décrit par l'équation suivante ;

$$I(r) = I_p \exp \left[-2 \left(\frac{r}{W} \right)^n \right] \quad \text{III.2}$$

Plus n augmente, plus les bords deviennent plus en plus raides.

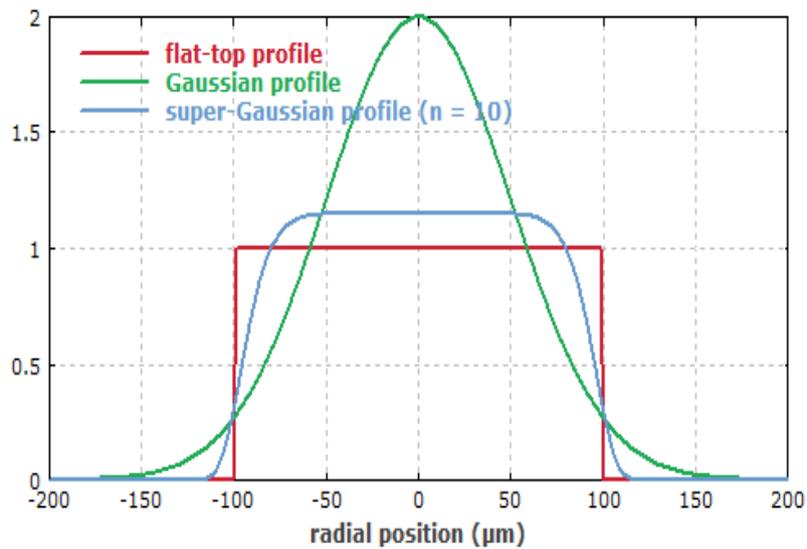


Fig. III.2. Un faisceau uniformisé (rouge) en comparaison avec le gaussien (vert) et le super-gaussien d'ordre 10.

III.2.2 Génération d'un flat-top

Il existe une variété de méthodes et de techniques permettant la génération d'un flat-top à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité. En extra-cavité, on trouve un grand nombre de travaux, on distingue ; l'utilisation des lentilles asphériques [Hof 00], mise en forme par des systèmes réfractifs [Las 09], et plus fréquemment, par la mise en forme diffractive [Bou 97] ou interférométrique [Bou 13]. En intra-cavité, on peut trouver quelques travaux ; l'utilisation de l'optique diffractive [Leg 94, Lit 09], mise en forme par l'utilisation d'un résonateur contenant des miroirs de phase gradué [Bél 92] et aussi par des miroirs déformables [Che 96, Dai 98]. Néanmoins, ces éléments optiques sont très coûteux. De plus, le flat-top généré par ces méthodes n'est qu'une mise en forme d'un seul mode (gaussien). Une autre méthode très répandue consiste à contrôler la phase spatiale des modes transverses résonant à l'intérieur de la cavité avec une grande précision, en inscrivant des hologrammes digitaux (CGH pour : computer generated hologram) sur un SLM (pour : spatial light modulator), permettant ainsi la génération de n'importe quel mode propre dont le flat-top [Arl 98, Ngc 13-a]. Mais l'inconvénient majeur de cette technique est la dégradation de l'efficacité de puissance de sortie. En parallèle, on trouve quelques travaux sur la mise en forme diffractive, utilisant les cavités ajustables d'où le mode de sortie est contrôlable par l'ajustement des pertes par diffraction, parmi lesquels ; génération directe d'un flat-top invariant dans une cavité contenant un anneau opaque et un diaphragme [Ngc 13-a]. La superposition incohérente des deux modes LG_{00} et LG_{01} dans un laser à micro-puce [Nai 15]. Plus récemment, une cellule acousto-optique (CAO) dans une configuration en double cavité partageant le même gain est utilisée pour permettre de contrôler

les pertes du LG_{00} créant ainsi le faisceau flat-top [Kim 16-a], Kim et al, disent qu'en plus de la CAO, d'autres dispositifs tels que ; une cellule électro-optique (CEO), où un étalon angulaire, peuvent aussi contrôler les pertes de la cavité permettant ainsi la génération du faisceau uniformisé.

La figure III.3 illustre le procédé de perçage d'un circuit imprimé en utilisant un faisceau flat-top obtenu par la mise en forme d'un faisceau gaussien.

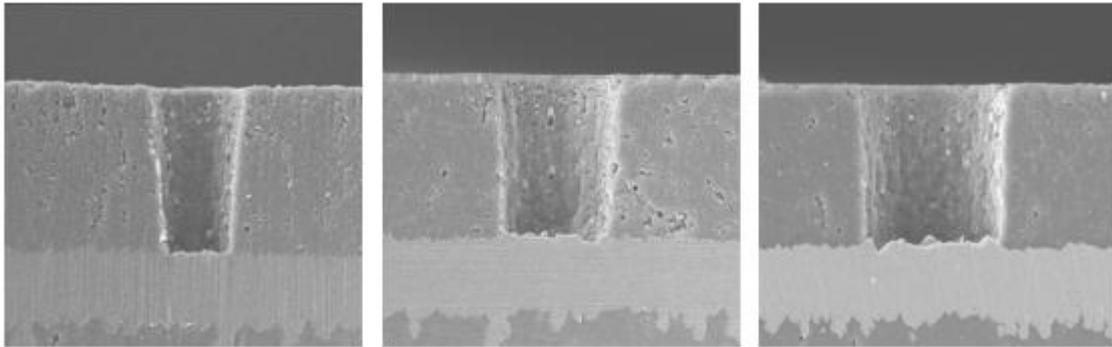


Fig. III. 3. Perçage sur des circuits imprimés (de gauche à droite; 30, 40, 50 μm) par un faisceau flat-top obtenu par la mise en forme d'un faisceau gaussien généré par un laser UV DPSS (Diode-Pumped Solid-State) pour deux longueurs d'ondes de 355nm et 266nm.

III.3. Génération d'un flat-top en Intra-cavité

Dans ce travail, on s'intéresse à générer un faisceau remarquable « flat-top » par la méthode diffractive intra-cavité(DIC), en insérant à l'intérieur de la cavité un anneau opaque sur le miroir plan ($Z=0$) et un diaphragme sur le miroir concave ($Z=L$), comme le montre la figure III.4. La cavité laser plan-concave utilisée est une cavité froide, i.e. le milieu amplificateur n'est pas considéré. Ce dernier ne joue pas un rôle prépondérant dans la discrimination des modes transverses dans la mesure où le gain est constant radialement. Cependant, la cavité est caractérisée seulement par deux paramètres géométriques :

- la longueur L de la cavité.
- le rayon de courbure R du miroir concave (pour le miroir plan, $R_p \rightarrow \infty$).

On peut alors définir le paramètre géométrique de stabilité de la cavité noté g tel que $0 < g < 1$, présenté par [Kog 65]:

$$g = 1 - \frac{L}{R} \quad \text{III.3}$$

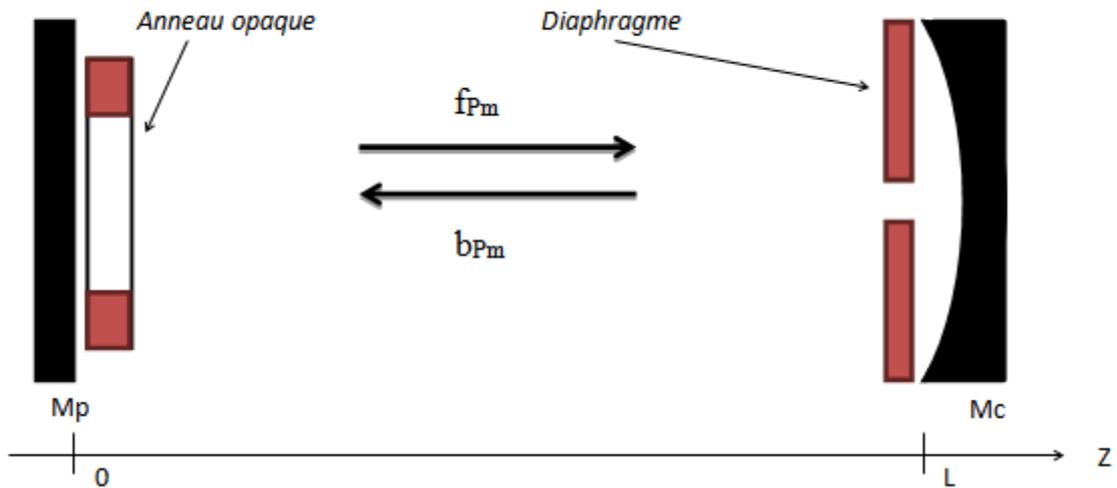


Fig. III.4. Cavité contenant un anneau et un diaphragme.

Comme on a indiqué précédemment, le flat-top qu'on désire générer est une somme incohérente de deux modes transverse, le LG_{00} et le LG_{01} . On a vu dans le chapitre II que le mode azimutal d'ordre 1 est le candidat le plus pertinent d'être associé au faisceau gaussien à l'intérieur de la cavité étant donné qu'il est le faisceau le mieux transmis et le moins divergent parmi les autres modes azimutaux d'ordre supérieurs. La figure III.5 illustre la distribution en 3D du flat-top généré par la superposition des deux faisceaux LG_{00} et LG_{01} .

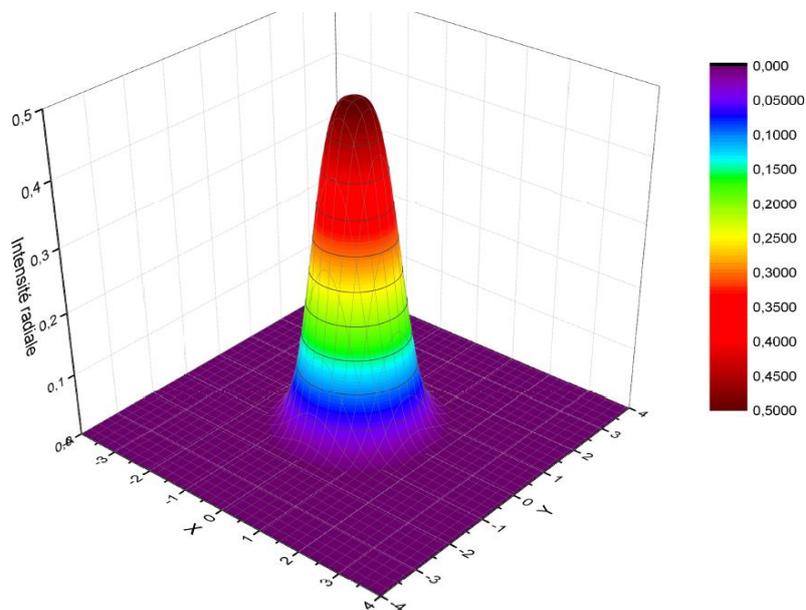


Fig. III.5. Distribution 3D du flat top généré par la superposition des deux faisceaux LG_{00} et LG_{01} .

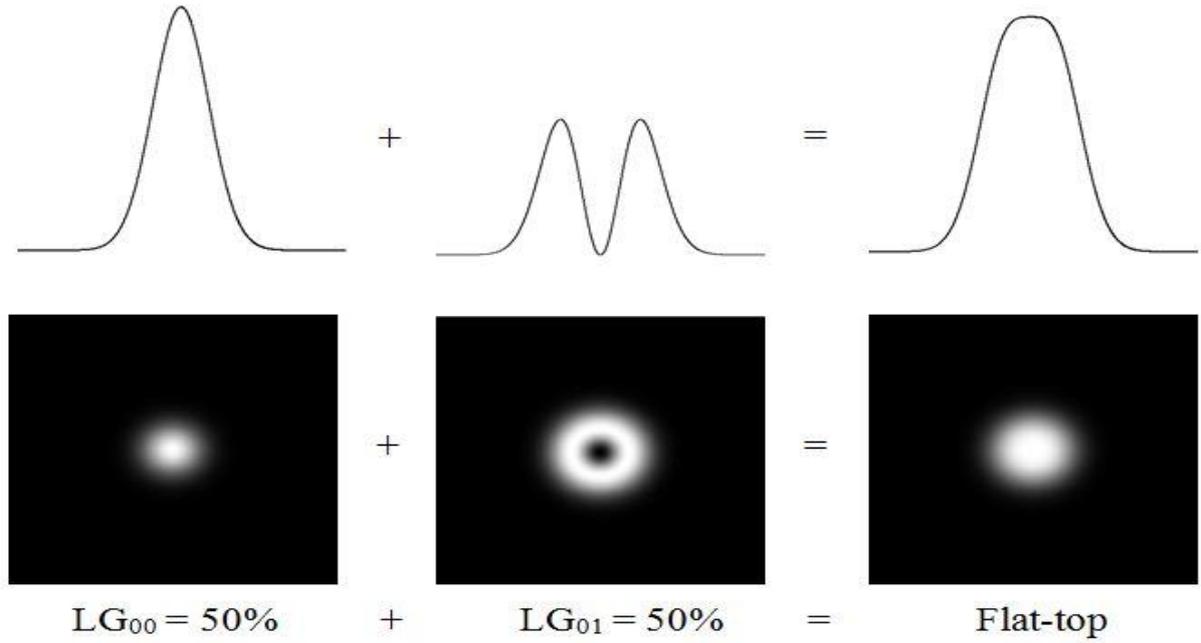


Fig. III.6. Profils d'intensités des Modes LG_{00} et LG_{01} et la somme incohérente entre les deux (le flat-top).

La figure III.6 illustre les profils d'intensités des modes Laguerre-Gauss LG_{00} , LG_{01} et le flat-top obtenu par leur superposition incohérente. Il faut remarquer que les intensités des deux modes transverses ne sont pas identiques, par contre, ils transportent la même puissance $P_{LG_{pl}}$ qui est écrite comme suit :

$$P_{LG_{pl}} = 2\pi I_0 \int_0^{\infty} I_{LG_{pl}}(\rho) \rho d\rho \quad III.4$$

I_{\max} étant l'intensité maximale des faisceaux LG_{0l} et elle est donnée par l'équation III.4.1

$$I_{\max} = I_0 \cdot l! \cdot \exp(-l/2) \quad III.4.1$$

$$P_{LG_{pl}} = 2\pi I_{\max} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{2\rho^2}{W^2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{W}\right)^l L_p^l(\rho) \rho d\rho = \frac{\pi W^2 I_{\max}}{2} \quad III.4.2$$

Il est clair que la puissance transportée par n'importe quel mode transverse de type Laguerre-Gauss est en fonction de la taille du faisceau W et l'intensité axiale du mode supérieur LG_{pl} .

Pourquoi le choix de la combinaison d'amplitude "Anneau opaque-Diaphragme" ?

Le choix d'une cavité plan-concave contenant un anneau opaque sur le miroir plan et un diaphragme sur le miroir concave réside sur trois points importants ;

1- Les ouvertures d'amplitude ont le rôle de tronquer les modes supérieurs, afin de permettre une oscillation sur les modes désirés, les EOD binaires (de phase ou d'amplitude), sont capables d'augmenter le facteur de discrimination (FD) entre un mode gaussien LG_{00} et un mode radial LG_{10} . Quelques travaux ont été publiés traitant ce sujet, l'utilisation d'un trou de phase déphasant de $\pi/2$ dans une cavité plan-concave diaphragmée augmente le FD vers 44 % vis à vis d'une cavité similaire contenant juste un diaphragme [Ait 00]. En parallèle, l'insertion d'un anneau opaque au sein d'une telle cavité fait augmenter le facteur de discrimination (FD) à 100% [Has 10]. Par conséquent, l'anneau opaque est l'EOD nécessaire dans la cavité vu sa capacité dans la sélection modale et son efficacité dans l'augmentation de la pureté modale. Par contre, les ouvertures de phase ont l'avantage d'inverser la hiérarchie des divergences des modes LG_{p0} [Has 12], ainsi que leurs rendement exceptionnel dans l'amélioration de la brillance du faisceau laser si le paramètre de troncature est judicieusement choisi [DeS 06].

2- Cette cavité a été déjà utilisée par Ngcobo et al. Ils ont démontré expérimentalement qu'une telle combinaison d'ouvertures d'amplitude (diaphragme-anneau opaque) peut forcer le laser à osciller sur un flat-top [Ngc 13-a], ce qui renforce fortement l'efficacité et la capacité de pouvoir générer un flat-top par une configuration pareille. Néanmoins, l'interprétation physique de l'observation du flat-top en champ proche et en champ lointain est erronée. En effet, il est dit dans ce travail que le flat-top observé résulte d'une superposition cohérente d'un LG_{00} et d'un LG_{10} .

3- Le faible coût de la fabrication : la réalisation des ouvertures d'amplitude est plus simple et moins coûteuse. La technique de fabrication consiste à faire un dépôt de couche parfaitement opaque sur une lame mince de verre transparent. Par contre, les trous de phase sont réalisés par des techniques plus développées et plus complexes, on peut citer ; la photo-polymérisation par deux photons (2PP) [Osi 10], la lithographie par un faisceau à électron (LFE ou EBL pour : Electron Beam Lithography) [Dif 97] et l'écriture laser sur les couches minces d'aluminium [Fom 17].

Les deux modes LG_{00} et LG_{01} qu'on désire obtenir, ne sont pas en concurrence dans la cavité résonante, i.e. les deux modes n'ont pas la même symétrie et ne partagent pas la même région d'excitation du milieu amplificateur (voir Fig. III.7). En effet, les distributions spatiales des deux modes transverses sont complémentaires, contrairement aux modes de symétrie révolutionnaire de

type LG_{p0} possédant un pic d'intensité central d'où la discrimination modale est nécessaire à l'intérieur de la cavité afin de forcer l'oscillation d'un mode LG_{p0} au dépend d'un autre.

Il faut noter que la modélisation et la simulation pour la génération du flat-top sont effectuées dans une cavité plan-concave passive. Donc, le milieu amplificateur n'est pas considéré, ce qu'il résulte une négligence des effets non linéaires.

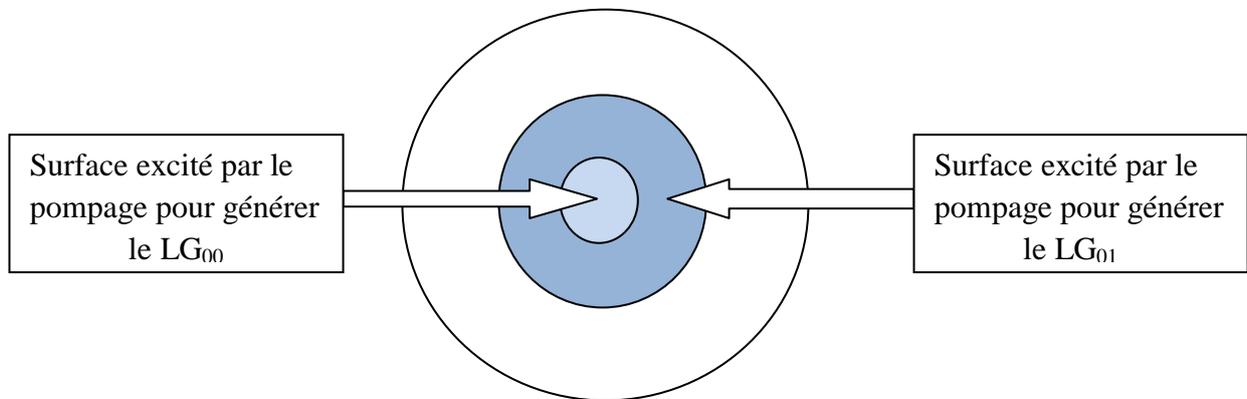


Fig. III.7. Section transversale d'un milieu amplificateur montrant les régions excités afin de générer les modes transverses LG_{00} et LG_{01} .

III.3.1. Méthodes de Fox & Li et de Laguerre Gauss

Il existe deux techniques pour calculer le mode fondamental d'un résonateur laser contenant des éléments optique diffractifs d'amplitude et de phase, le mode qui possède le moins de perte arrive en seuil (oscillation en premier).

La première technique est la méthode de Fox & Li [**Fox 68**], basée sur le fait d'avoir un mode faisant des allers-retours à l'intérieur de la cavité contenant une séquence de lentille afin de se stabilisé après N passages en devenant ainsi le mode fondamental de la cavité. Le principal avantage de cette méthode est la facilité d'exécution, tandis que les inconvénients sont ; la détermination au préalable du nombre souhaitable des allers-retours et le choix du champ initial qui peut affecter la convergence de la méthode.

La deuxième technique est plus mathématique que la première, elle consiste à calculer les vecteurs propres des opérateurs allers-retours de la cavité [**Ste 85**], par conséquent, la valeur propre la plus grande désigne le mode fondamental oscillant à l'intérieur du résonateur. Cette méthode montre un avantage plus pertinent en terme de convergence et de précision de calcul par rapport à la méthode de Fox & Li.

III.3.2. Champ oscillant dans une cavité laser perturbée

La recherche des champs des modes LG_{00} et LG_{01} oscillants à l'intérieur de la cavité afin de permettre la génération du flat-top, réside sur un calcul numérique basé sur l'expansion sur la base de fonctions propres de la cavité non perturbée. En considérant que la cavité possède une symétrie axiale, le faisceau présentera ainsi une symétrie axiale. Les champs incident et réfléchi sont projetés sur une base orthonormée constituée de 80 fonctions de Laguerre-Gauss qui sont donnés par les équations III.5 et III.6.

Pour le champ incident ;

$$G_{fpm} = \frac{1}{W(z)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \left(\exp \left(i \left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} - (2p+l+1)\theta(z) \right] \right) \exp \left(-\frac{X}{2} \right) \left(\frac{-X}{2} \right)^{l/2} L_p^l(X) \right) \quad III.5$$

Pour le champ réfléchi :

$$G_{bpm} = \frac{1}{W(z)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \left(\exp \left(-i \left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} - (2p+l+1)\theta(z) \right] \right) \exp \left(-\frac{X}{2} \right) \left(\frac{-X}{2} \right)^{l/2} L_p^l(X) \right) \quad III.6$$

* Une onde aller (f_{pm}) se propageant dans la direction $z > 0$.

* Une onde retour (b_{pm}) se propageant dans la direction $z < 0$.

f et b désignent respectivement les grandeurs aller (forward) et retour (backward), m et p sont les indices angulaire et radial.

Le mode gaussien d'une cavité non-diaphragmée (voir chapitre II) est caractérisé par le diamètre de son faisceau $2W(z)$ (voir éq. II.11) et son rayon de courbure $R_c(z)$ au point z (voir éq. II.12), ainsi que le déphasage $\theta(z)$ (voir éq. II.13).

$z_0 = \pi W_0^2 / \lambda$ est la distance de Rayleigh, le rayon du beam-waist W_0 pour une cavité plano-concave est donné par l'équation III.7

$$W_0^2 = (\lambda L / \pi) [g / (1 - g)]^{1/2} \quad III.7$$

L étant la longueur de la cavité, L_p^l est le polynôme de Laguerre-Gauss généralisé pour les deux symétries radiale (p) et azimutale (l) donné par l'équation II.14.

Les champs des faisceaux LG_{00} et LG_{01} peuvent être obtenus en calculant les pertes de chacun des modes afin de désigner le mode fondamental oscillant à l'intérieur de la cavité.

La génération simultanée des modes LG_{00} et LG_{01} à partir des valeurs de perte minimales obtenues, n'est pas un critère suffisant. Cependant, d'autres critères doivent être pris en compte.

La génération d'un flat-top par la superposition incohérente d'un LG_{00} et LG_{01} doit obéir à la condition d'égalité des pertes, i.e. pour que le faisceau uniformisé soit généré, il faut que les deux modes aient les mêmes pertes. Par conséquent, la cavité perturbée possède deux modes fondamentaux et non qu'un seul, ce qui est un cas particulier.

Les pertes aller-retour dues à la diffraction et associées aux modes LG_{00} et LG_{01} sont exprimées par :

$$L_{00} = 1 - |\Gamma_{00}|^2 \quad III.8.1$$

$$L_{01} = 1 - |\Gamma_{01}|^2 \quad III.8.2$$

Γ_{00} et Γ_{01} désignent respectivement, les valeurs propres des deux modes LG_{00} et le LG_{01} (voir annexe B).

Afin de confirmer que le mélange qui produit le flat-top invariant est celui du $LG_{00}+LG_{01}$, il est important d'examiner les mélanges du $LG_{00}+LG_{0l}$ (avec $l>1$).

Il est bien connu que le laser oscille sur les modes qui ont les pertes les plus basses possible (dit mode ; fondamental). Dans la pratique, le faisceau qui possède le moins de perte c'est le mode gaussien LG_{00} (Sans l'insertion des EOD qui peuvent inversés la hiérarchie des pertes). Les modes azimutaux LG_{0l} qui présentent une symétrie circulaire de même type avec une largeur qui augmente de $W\sqrt{l+1}$ sont pratiquement des faisceaux qui subissent de fortes pertes en cavité à cause de leurs géométries. L'idée de faire osciller simultanément un $LG_{00}+LG_{0l}$ reste impossible à réaliser pour les raisons suivantes ;

- Le mélange est purement incohérent, donc la sommation des deux modes $LG_{00}+LG_{0l}$ afin d'avoir le flat-top est impossible, à cause de la largeur des faisceaux LG_{0l} qui égale à $W\sqrt{l+1}$.

- Le mode gaussien doit subir de fortes pertes tandis que les modes azimutaux LG_{0l} ($l > 1$) doivent avoir les pertes les plus minimales possibles.

Dans la figure III.8, il est clair que le LG_{02} est le mode fondamental avec un poids modal équivalent à 0.78, et celui du gaussien est de 0.22, avec une baisse importante dans l'intensité. On remarque qu'on ne peut pas obtenir un flat-top par un mélange incohérent de LG_{00} et un LG_{02} , le problème étant les pertes que doit subir le faisceau gaussien. En plus, la génération d'un mode LG_{02} n'est pas praticable vu qu'il est soumis aux pertes par diffraction à cause de sa largeur importante.

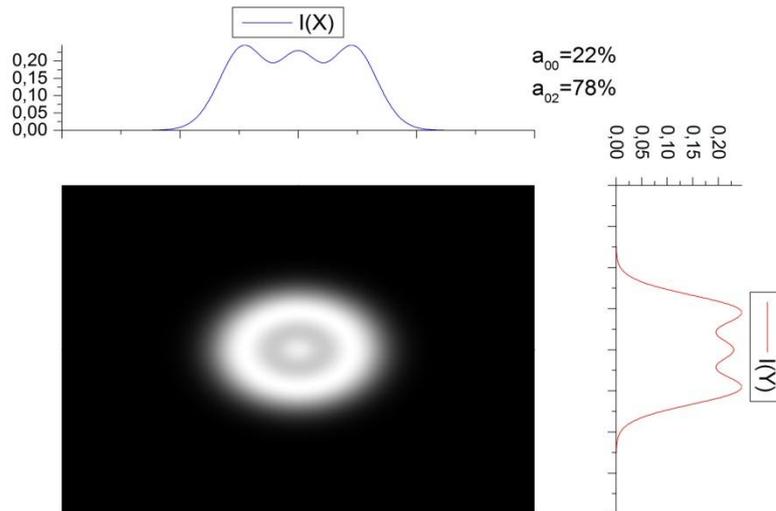


Fig. III.8. Flat top généré par la superposition des deux faisceaux LG_{00} et LG_{02} avec deux pondérations différentes.

III.3.2.1 Niveaux des pertes des 10 premiers modes azimutaux LG_{0l}

Il est important de procéder à la visualisation des allures des pertes des modes azimutaux LG_{0l} à l'intérieur de la cavité lorsque en premier lieu, un diaphragme seul est considéré sur le miroir concave et par la suite on considère un anneau opaque sur le miroir plan. Cette étude a été effectuée en utilisant une cavité de largeur $L=252\text{mm}$, un miroir concave d'un rayon $R=504\text{mm}$ et un anneau opaque d'une largeur de $20\mu\text{m}$.

1- Pertes au travers d'un Diaphragme

La figure III.9 montre clairement que les pertes des modes azimutaux demeurent 100% au fur et à mesure de l'augmentation de l'ordre l , cela est dû à la géométrie de ces modes qui sont caractérisés par un centre nul et un anneau qui s'élargie en fonction de l'ordre azimutal l . On remarque que les pertes pour le mode LG_{010} demeurent 100% jusqu'à une valeur de Y_C égale à 2.25 et elles diminuent de moitié pour un Y_C égale à 2.75. En revanche, les pertes du LG_{01} sont à 100% pour un Y_C de 0.75. Tandis que pour une valeur de Y_C de 1.25, les pertes diminuent presque de 50%. Le LG_{01} ne subit pas des pertes (il est complètement transmis) lorsque le Y_C atteint la valeur de 2. De plus, à partir de Y_C égale à 1.75, le LG_{00} n'est pas affecté par les effets de diffraction introduites par le diaphragme. Par conséquent, le paramètre de troncature Y_C qui doit être judicieusement choisi pour pouvoir générer le flat-top ne doit pas dépasser la valeur de 2. Pour cette raison, le mode LG_{01} est le plus favorable parmi les modes LG_{0l} à osciller simultanément avec le LG_{00} pour permettre une éventuelle génération du flat-top.

Les pertes par diffraction au travers d'un diaphragme de paramètre de troncature Y_C est illustrées dans la figure ci dessous :

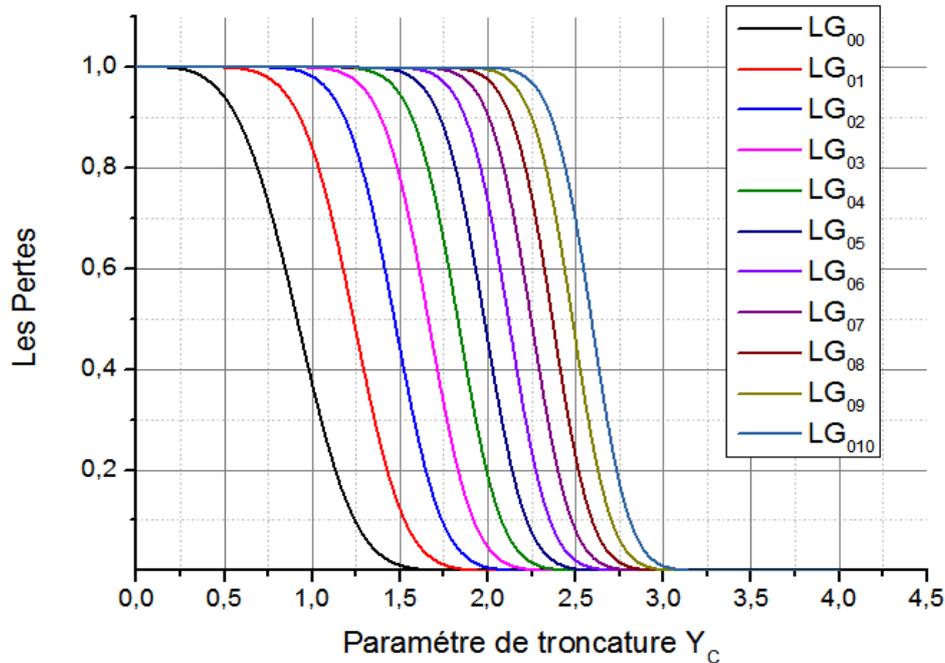


Fig. III.9. Distribution des pertes des modes azimutaux LG_{0l} à travers un diaphragme circulaire d'un paramètre de troncature Y_C , avec $L=252\text{mm}$, $g=0.5$, $R=504\text{mm}$.

On insiste sur le fait de chercher le paramètre de troncature du diaphragme (Y_C) souhaitable dans le domaine où $Y_C < 2$, puisqu'il est fondamental de bloquer les modes supérieurs d'ordre élevé et permettre l'oscillation des modes qu'on désire obtenir ayant des faibles largeurs. En plus, le mode gaussien ne subit plus des pertes par diffraction au delà de Y_C égale à 2, ce qu'il résulte une impossibilité de trouver une combinaison offrant une égalité de perte entre les deux modes LG_{00} et LG_{01} .

2- Pertes au travers d'un anneau opaque

Dans La figure III.10, il est bien montré que les deux symétries radiale et azimutale (présence d'une large gamme modale LG_{pl} , avec p allant jusqu'à 80) ont été considérées par la cavité, puisque elle contient que l'anneau opaque sur le miroir plan, ce qui permet l'oscillation d'une large gamme modale LG_{pl} . i.e. l'obturation des modes supérieurs d'ordre élevé est strictement faisable juste par un diaphragme. En effet, l'anneau opaque ne permet pas de bloquer les modes supérieurs oscillants à l'intérieur de la cavité. Effectivement, comme pour la figure III.9, l'allure des pertes des modes azimutaux LG_{pl} s'élargie en fonction de l'ordre l . Les pertes des modes LG_{p0} sont

considérables pour des valeurs de Y_A inférieurs à 0.1, tandis que les pertes pour les modes azimutaux LG_{pl} demeurent jusqu'à une valeur de 3.5 de Y_A . Cela est dû à la forme géométrique des faisceaux, ou les faisceaux radiaux ont un pic central (maximum d'intensité), tandis que les modes azimutaux possèdent pratiquement toute la puissance dans les anneaux.

Les pertes par diffraction à travers un anneau opaque de paramètre de troncature Y_A est représentées dans la figure ci dessous :

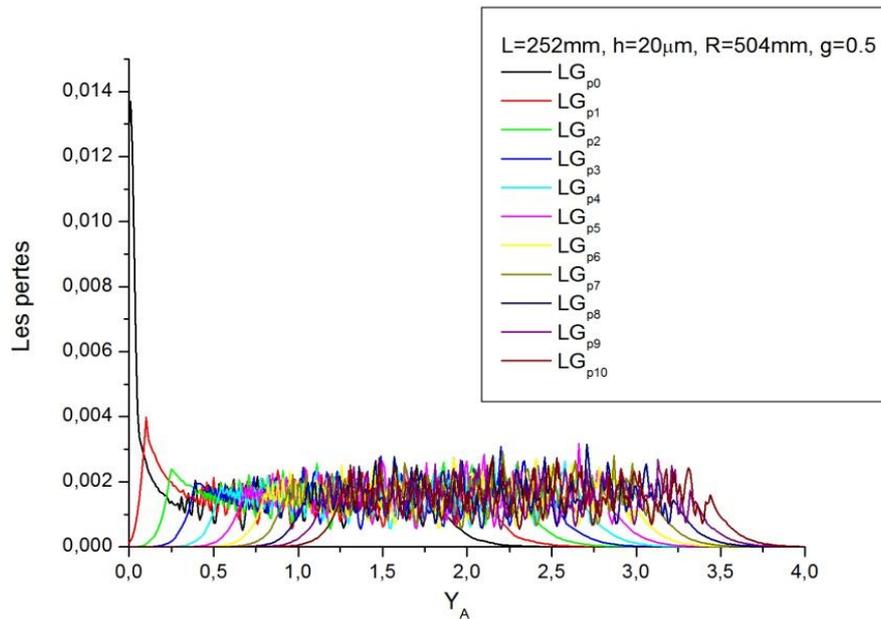


Fig. III.10. Distribution des pertes des modes radiaux LG_{p0} et azimutaux LG_{pl} au travers d'un anneau de paramètre de troncature Y_A .

III.4. Cavité Anneau opaque-Diaphragme

Dans cette partie, on va étudier le cas $LG_{00}+LG_{01}$, puisque on a confirmé que les pertes pour les autres modes azimutaux $l > 1$ sont importantes (voir point III.3.2.1). Ce qui implique l'impossibilité de trouver une combinaison géométrique forçant le laser à osciller sur un flat-top invariant.

On va mettre au point une technique de calcul basée sur la méthode de Laguerre-Gauss afin de calculer les pertes des modes LG_{01} et LG_{00} et de trouver les combinaisons géométriques (paramètre de troncature) de l'anneau opaque et du diaphragme qui offrent une égalité de pertes entre les deux modes oscillants.

La recherche d'une combinaison de perte égale ou presque égale réside sur l'insertion à l'intérieur de la cavité plan-concave un anneau opaque placé sur le miroir plan. Le rôle principal de l'anneau (comme on l'a constaté dans le chapitre II) est d'inverser la hiérarchie des pertes des deux modes en augmentant celles du mode gaussien LG_{00} . Afin de trouver une meilleure égalité de perte pour parvenir à faire osciller la cavité simultanément sur les deux modes (le gaussien LG_{00} et le faisceau creux LG_{01}), pour former le faisceau remarquable (flat-top).

On a établie des sous programmes en fortran77 pour chaque mode azimutal (l allant jusqu'à 10). L'idée est très importante puisque la décomposition sur la base de LG_{pl} , nous offre une vision très précise sur les modes qui peuvent osciller à l'intérieur et à la sortie de la cavité, en empêchant toute sorte de faisceau qui ne soit pas l'un des modes désirés LG_{00} et LG_{01} . Cela est discuté en détail dans la partie **III.5**.

Ce programme calcule les pertes associées à chaque mode transverse en fonction du paramètre de troncature des deux ouvertures d'amplitude (diaphragme et anneau opaque), afin de trouver une meilleure égalité de perte entre le mode azimutal LG_{01} et le mode gaussien fondamental LG_{00} .

Les paramètres géométriques pertinents de cette cavité plan-concave sont ;

- La longueur de la cavité L .
- La largeur W_0 du faisceau sur le miroir plan à ($Z=0$).
- Le rayon de courbure R du miroir concave.
- La largeur W_L du faisceau sur le miroir concave à ($Z=L$).
- Le paramètre géométrique de la cavité $g = 1 - L/R$.

Ainsi que les paramètres de troncature des ouvertures (diaphragme et anneau opaque) :

- Paramètre de troncature du diaphragme $Y_C = \rho_C / W_L$.
- Paramètre de troncature $Y_A = \rho_A / W_0$ et $Y_B = \rho_B / W_0$.
- Largeur de l'anneau $h = \rho_B - \rho_A$.

III.4.1. Pertes des LG_{00} et LG_{01}

On commence la simulation avec une largeur minimale $h=20\mu\text{m}$, en variant les paramètres L , g , R , on obtient les résultats présentés dans le tableau *III.1*.

Y_C	Y_A	Pertes LG_{00}	Pertes LG_{01}	$ P_{01} - P_{00} $
1.6	0.04	5.164×10^{-2}	5.442×10^{-2}	2.78×10^{-3}
1.6	0.48	0.164763	0.162690	2.1×10^{-3}
1.7	0.56	0.15142	0.15258	1.17×10^{-3}
1.8	0.49	0.1204	0.11805	2.35×10^{-3}
2	0.4	7.55×10^{-2}	7.465×10^{-2}	9.2808×10^{-4}
2.1	0.84	4.2×10^{-2}	4.157×10^{-2}	4.1717×10^{-4}
2.1	1.04	5.257×10^{-2}	5.215×10^{-2}	4.2008×10^{-4}
2.2	1.12	4.038×10^{-2}	4.104×10^{-2}	6.658×10^{-4}

Tab.III.1. Valeurs des pertes des modes LG_{00} et LG_{01} dans une cavité avec $L=252\text{mm}$ et $R=504\text{mm}$, $g=0.5$.

Si on considère une cavité d'une longueur $L=300\text{mm}$, $g=0.7$ et le rayon de courbure du miroir concave $R=1000\text{mm}$, avec une largeur minimale $h=20\mu\text{m}$. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau *III.2*.

Y_C	Y_A	Pertes LG_{00}	Pertes LG_{01}	$ P_{01} - P_{00} $
1.7	0.13	6.702×10^{-2}	6.661×10^{-2}	4.069×10^{-4}
1.7	0.51	0.12871	0.12939	6.81×10^{-4}
1.8	0.06	3.59×10^{-2}	3.651×10^{-2}	6.0635×10^{-4}
2	0.54	8.399×10^{-2}	8.423×10^{-2}	2.3643×10^{-4}
2.2	0.45	5.652×10^{-2}	5.642×10^{-2}	9.596×10^{-4}
2.3	0.89	3.851×10^{-2}	3.945×10^{-2}	9.3516×10^{-4}
2.4	0.42	4.975×10^{-2}	4.902×10^{-2}	7.22×10^{-4}
2.4	1.13	3.38×10^{-2}	3.443×10^{-2}	6.323×10^{-4}

Tab.III.2. Valeurs des pertes des modes LG_{00} et LG_{01} dans une cavité avec $L=300\text{mm}$ et $R=1000\text{mm}$, $g=0.7$.

Les tableaux *Tab.III.1* et *Tab.III.2* représentent respectivement toutes les combinaisons géométriques qui offrent une égalité de perte entre les deux modes LG_{00} et LG_{01} . Dans le premier tableau pour les paramètres choisis $L=252\text{mm}$, $R=504\text{mm}$, $g=0.5$, on remarque qu'il y a une variété d'égalité de pertes avec un pourcentage d'inégalité entre 0.04 % et 0.3%. Par contre, dans le deuxième tableau et pour les paramètres $L=300\text{mm}$, $R=1000\text{mm}$, $g=0.7$, la variété d'égalité de perte se situe entre 0.02 % et 0.09%. Ces résultats montrent clairement qu'on peut égaliser les pertes des deux modes en choisissant rigoureusement les paramètres géométriques des ouvertures et ainsi que ceux de la cavité.

Le paramètre de troncature Y_C joue un rôle important dans l'apparition d'un mode à la sortie de la cavité. Si Y_C augmente le laser a tendance à osciller sur un mode supérieur. Donc, il est

important de trouver une combinaison géométrique qui exerce des pertes acceptables jusqu'à 20% pour chacun des modes désirés en respectant les conditions établies préalablement.

On peut se demander, pourquoi ce grand nombre d'égalité de perte pouvant être obtenus en variant les paramètres géométriques de la cavité ? la réponse à cette question est simple. En effet, les pertes calculées par la méthode des opérateurs aller-retour sont basées sur la plus grande valeur propre de la base de 80 polynômes. Cependant, plusieurs modes supérieurs pourraient osciller à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité et la condition de restriction d'égalité de perte entre les deux modes qu'on désire obtenir n'est pas suffisante. Par conséquent, il est obligatoire de procéder à la vérification du champ de sortie afin de confirmer que les champs oscillants en champ proche et lointain sont ceux du LG_{00} et LG_{01} . On va voir plus tard que les valeurs en gras de Y_A et Y_C (voir tableau III.1), sont celles qui peuvent forcer la cavité à osciller sur les modes désirés LG_{00} et LG_{01} (plus détaillés dans la section III.5). Les autres combinaisons géométriques offrent une égalité de perte mais elles forcent le laser à osciller sur des modes supérieurs qui ne permettent pas la génération d'un flat-top.

On va donc tracer les courbes des pertes en fonctions de paramètre de troncature de l'anneau opaque, en fixant le Y_C pour des valeurs que nous jugeons acceptable et qui permettent l'oscillation des deux modes LG_{00} et LG_{01} simultanément. La figure III.11 montre la tendance des pertes des deux modes en fonction du paramètre de troncature Y_A , pour un Y_C égal à 1.6.

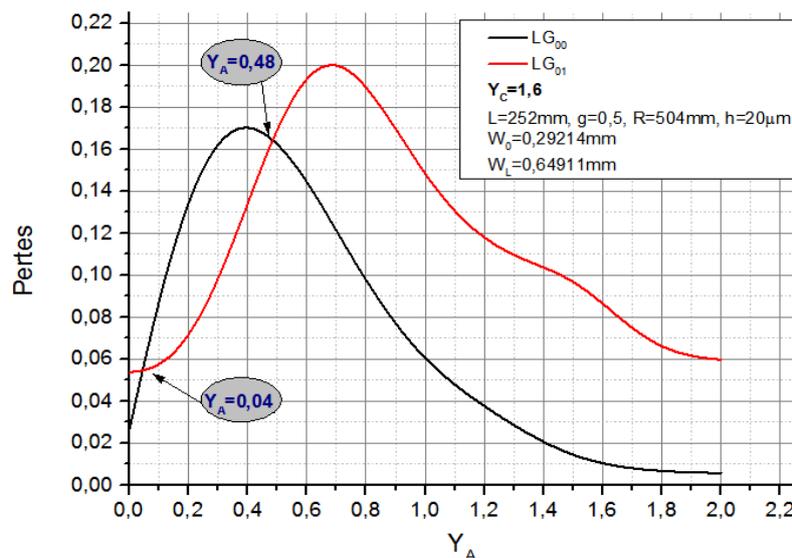


Fig. III.11. Distribution des pertes de LG_{00} et LG_{01} en fonction du paramètre de troncature Y_A avec $h=20\mu\text{m}$ et $Y_C=1.6$.

D'après cette distribution de la figure III.11, on remarque que la différence des pertes est minimale pour $Y_A=0.04$ et $Y_A=0.48$ (Voir Tab.III.1). Ce qui correspond à une transmission pour

($Y_A=0.04$) qui peut atteindre pour le faisceau gaussien et le faisceau creux à 95 %. Par contre pour ($Y_A=0.48$), les transmissions diminuent en atteignant 84 % pour chacun des modes. Au-delà de $Y_A>0.48$, la différence de perte entre les deux modes s'élargie pour un pourcentage relatif de 4%. Pour un $Y_C=1.7$, les pertes pour les deux modes en fonction de Y_A sont représentées dans la figure ci dessous.

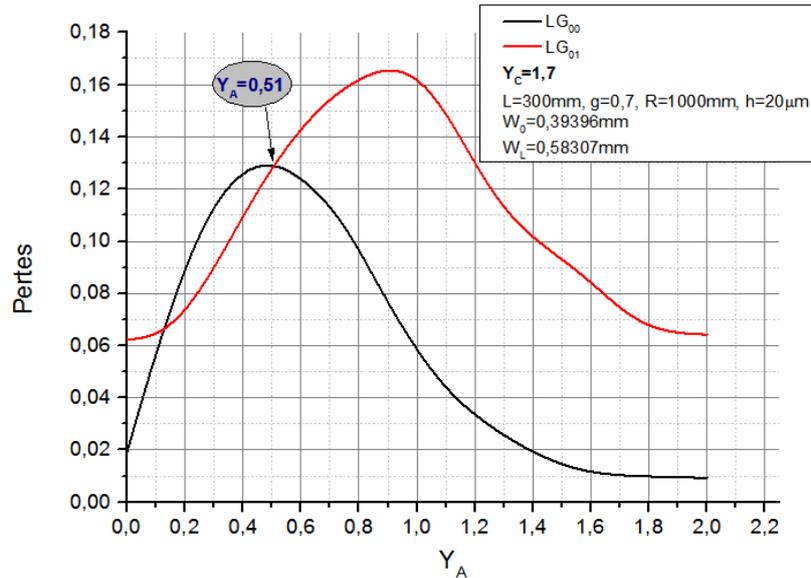


Fig. III.12. Distribution de pertes de LG_{00} et LG_{01} en fonction du paramètre de troncature Y_A avec $h=20\mu\text{m}$ et $Y_C=1.7$.

De la même manière, on trace les pertes pour une cavité d'un $g=0.7$ et d'une longueur $L=300\text{mm}$ et un miroir concave d'un rayon égale à 1000mm , pour un $Y_C=1.8$.

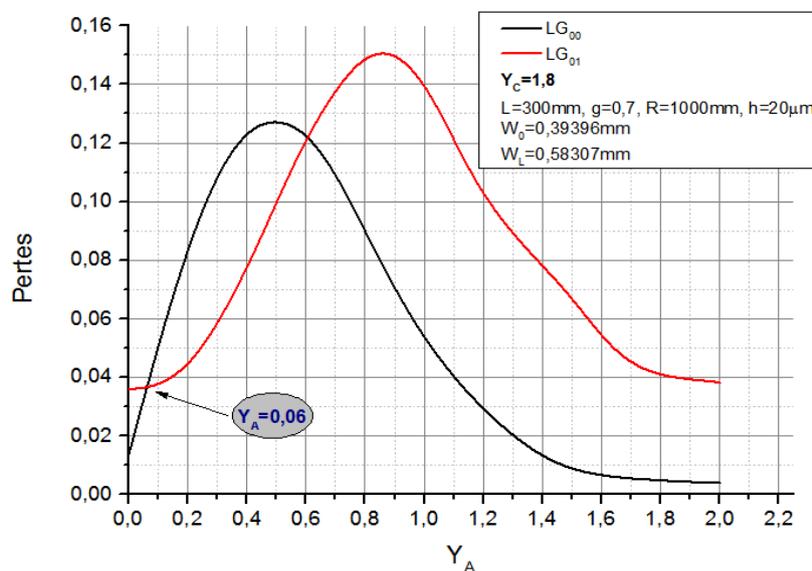


Fig. III.13. Distribution de pertes de LG_{00} et LG_{01} en fonction du paramètre de troncature Y_A avec $h=20\mu\text{m}$ et $Y_C=1.8$.

D'après les distributions présentées par les figures *III.12* et *III.13*, on remarque que la différence des pertes est minimale pour les combinaisons $Y_A=0.51(Y_C=1.7)$ et $Y_A=0.06(Y_C=1.8)$ (voir tableau *III.2*), ce qui correspond à une transmission pour le gaussien et pour le mode LG_{01} 87% et 96.4% respectivement.

Les paramètres géométriques doivent être choisis judicieusement, en tenant en compte les niveaux des pertes les plus petites possible (inférieur à 20%) en affectant les deux modes oscillants par la diffraction afin d'améliorer la fiabilité de notre méthode qui est basée sur la décomposition des modes LG_{pl} . Au-delà de $Y_A>0.5$ (voir figure *III.12*) et $Y_A>0.6$ (voir figure *III.13*), les pertes entre les deux modes s'élargissent pour un pourcentage relatif de 6% et 4% respectivement.

III.4.2. Pertes d'un LG_{pl}

Dans cette partie, on va expliquer pourquoi la décomposition sur la base LG_{pl} est très importante afin de garantir l'oscillation des deux modes LG_{00} et LG_{01} , permettant ainsi la génération du faisceau flat-top.

La figure ci-dessous montre la variation des pertes des deux modes en fonction du paramètre de troncature Y_A pour un Y_C égal à 2.4.

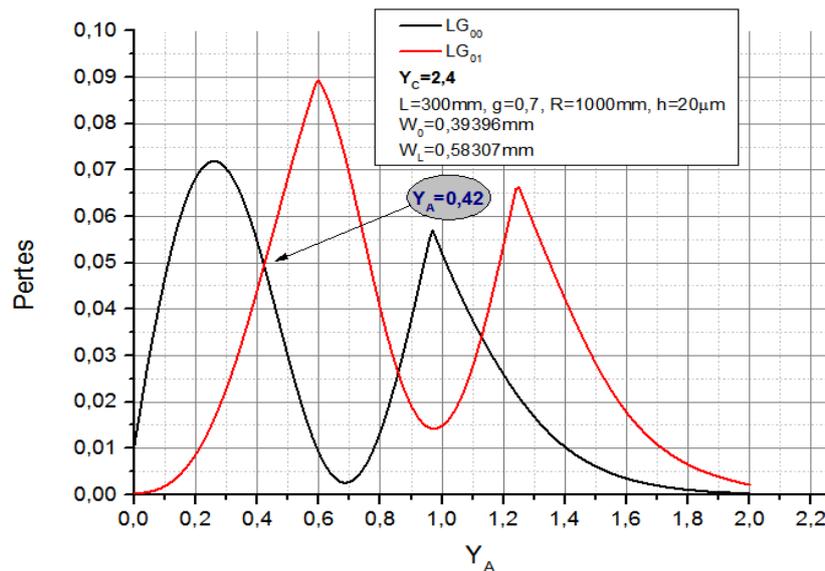


Fig. *III.14*. Distribution de pertes de LG_{00} et LG_{01} en fonction du paramètre de troncature Y_A avec $h=20\mu\text{m}$ et $Y_C=2.4$.

Dans la figure *III.14*, l'allure des pertes est particulière, puisque on remarque l'apparition de plusieurs pics avec 3 points de croisements. On peut dire que cette distribution reflète parfaitement l'apparition d'un mode élevé à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité (voir les figures *III.19* et

III.20). La largeur de l'ouverture du diaphragme est un peu grande ($Y_C=2.4$), cela explique fortement l'apparition de ces modes indésirables. L'ouverture du diaphragme joue un rôle important dans la sélection du mode de sortie, donc il est préférable de réduire la taille de l'ouverture du diaphragme ($Y_C < 2$) afin d'assurer l'obturation de ces modes supérieurs qui ne sont pas souhaitable.

Pourquoi la décomposition sur la base LG_{pl} ?

La décomposition sur la base des LG_{pl} , nous a permis de vérifier d'une manière adéquate et avec une très grande précision les modes oscillants qui remplissent les conditions de restriction établies, mais ils ne permettent pas l'oscillation simultanée des modes désirés (LG_{00} et LG_{01}). Dans les tableaux ci-dessous, on présente une variété des combinaisons géométriques qui offrent une égalité de perte mais entre plusieurs modes Laguerre-Gauss LG_{pl} .

Largeur de l'anneau $h=20\mu\text{m}$

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.5	0.53	0.1892	0.18975	5.49×10^{-4}
1.6	0.11	8.859×10^{-2}	8.922×10^{-2}	6.21×10^{-4}
1.9	0.54	0.121325	0.12049	8.35×10^{-4}
2	0.49	9.906×10^{-2}	9.895×10^{-2}	1.09×10^{-4}

Tab.III.3. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec $L=720\text{mm}$ et $R=800\text{mm}$, $g=0.1$.

Largeur de l'anneau $h=50\mu\text{m}$

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.8	0.37	0.23534	0.23553	1.91×10^{-4}
2.2	0.34	0.11483	0.11445	3.85×10^{-4}
2.2	1.03	7.355×10^{-2}	7.263×10^{-2}	9.211×10^{-4}

Tab.III.4. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec $L=252\text{mm}$ et $R=504\text{mm}$, $g=0.5$.

Largeur de l'anneau $h=50\mu\text{m}$

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.7	0.49	0.27493	0.27512	1.86×10^{-4}
1.9	0.41	0.21363	0.21345	1.84×10^{-4}
2.1	0.37	0.18657	0.18649	7.8×10^{-5}

Tab.III.5. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec $L=720\text{mm}$ et $R=800\text{mm}$, $g=0.1$.

Largeur de l'anneau h=50um

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.9	0.44	0.17214	0.1716	5.36×10^{-4}
2	0.42	0.15242	0.15282	4×10^{-4}
2.1	0.92	0.15099	0.15185	8.53×10^{-4}

Tab.III.6. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec L=300mm et R=1000mm, g=0.7.

Largeur de l'anneau h=100um

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.9	0.7	0.29197	0.29166	3.12×10^{-4}
1.9	0.74	0.27718	0.27752	3.47×10^{-4}
2.1	0.93	0.17676	0.17591	8.49×10^{-4}

Tab.III.7. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec L=252mm et R=504mm, g=0.5.

Largeur de l'anneau h=100um

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
2	0.78	0.26524	0.26487	3.76×10^{-4}
2.1	0.32	0.27744	0.27527	2.16×10^{-4}
2.1	0.76	0.21963	0.21451	5.12×10^{-4}
2.3	0.3	0.25559	0.25519	4.05×10^{-4}

Tab.III.8. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec L=300mm et R=1000mm, g=0.7.

Largeur de l'anneau h=150um

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.8	0.77	0.45643	0.45729	8.6×10^{-4}
1.9	0.7	0.3605	0.36909	8.59×10^{-4}
2.3	0.21	0.3626	0.36207	5.28×10^{-4}
2.3	0.98	0.30416	0.31052	6.36×10^{-4}

Tab.III.9. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec L=300mm et R=1000mm, g=0.7.

Largeur de l'anneau $h=200\mu\text{m}$

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.9	0.11	0.70331	0.70339	7.8×10^{-5}
2	0.13	0.64975	0.64934	4.09×10^{-4}

Tab.III.10. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec $L=252\text{mm}$ et $R=504\text{mm}$, $g=0.5$.

Largeur de l'anneau $h=200\mu\text{m}$

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
1.7	0.08	0.55308	0.55399	9.06×10^{-4}
1.8	0.75	0.51208	0.51211	3.3×10^{-5}

Tab.III.11. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec $L=720\text{mm}$ et $R=800\text{mm}$, $g=0.1$.

Largeur de l'anneau $h=200\mu\text{m}$

Y_C	Y_A	Pertes LG_{p0}	Pertes LG_{pl}	$ P_{p0} - P_{pl} $
2.2	0.59	0.37421	0.37341	7.95×10^{-4}
2.3	0.59	0.35917	0.35958	4.1×10^{-4}

Tab.III.12. Valeurs des pertes des modes LG_{p0} et LG_{pl} dans une cavité avec $L=300\text{mm}$ et $R=1000\text{mm}$, $g=0.7$.

III.5. Champs de sortie

Le calcul des champs de sortie de la cavité est présenté dans l'annexe B.4. La sortie du champ se fait du côté du miroir concave (où se positionne le diaphragme). On va donc en premier lieu, illustrer la diffraction d'un flat-top par un anneau opaque. Ensuite, on présente les champs de sortie des deux modes désirés (LG_{00} et LG_{01}) afin de vérifier que les combinaisons géométriques imposées dans la cavité (largeur de l'anneau opaque et les tailles des ouvertures, et aussi les paramètres de la cavité) ont forcés le laser à osciller sur les deux modes qu'on cherche. On terminera par la présentation du profil radial en champ proche et en champ lointain des faisceaux LG_{00} et LG_{01} dont leur superposition donne un flat-top.

III.5.1. Diffraction simple passage d'un flat-top au travers d'un anneau opaque

Il est bien connu que le faisceau uniformisé est un mélange incohérent de deux modes ($LG_{00}+LG_{01}$). La propagation simultanée de ce mélange à travers un objet d'amplitude ou de phase peut être exprimée par la somme incohérente des propagations des deux modes (LG_{00} et LG_{01}).

La figure ci-dessous illustre la propagation d'un flat-top à travers un anneau opaque.

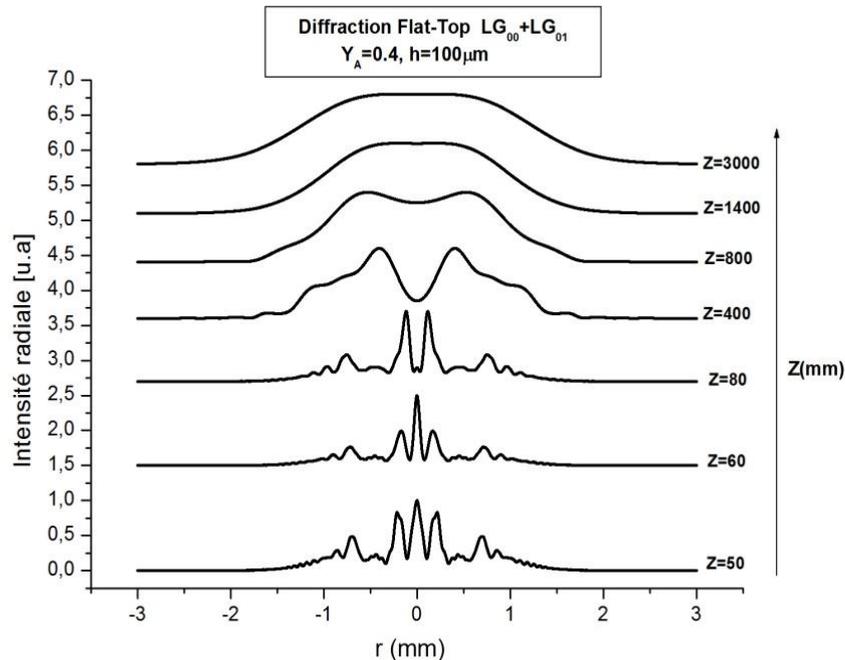


Fig. III.15. Propagation d'un flat-top diffracté par un anneau opaque d'une largeur $h=100\mu\text{m}$, avec $Y_A=0.4$.

D'après la figure III.15, on remarque que le flat-top reprend sa forme initiale à une distance de $Z=1400\text{mm}$, cela dépend de la taille de l'ouverture. La diffraction par une ouverture d'amplitude ou de phase d'un flat-top nous donne toujours un fat-top au champ lointain, parce qu'il s'agit d'un mélange de deux modes qui possèdent la propriété de l'invariance. L'intensité axiale de ce faisceau uniformisé est représentée par celle du faisceau gaussien, puisque on a confirmé dans le chapitre II que celle du mode creux LG_{01} est toujours nulle quelque soit la taille de l'objet diffractant.

III.5.2. Champ de sortie d'un flat-top obtenu en intra-cavité

La figure *III.16* illustre la propagation du mélange incohérent du ($LG_{00}+LG_{01}$) à la sortie de la cavité (sortie par le miroir concave):

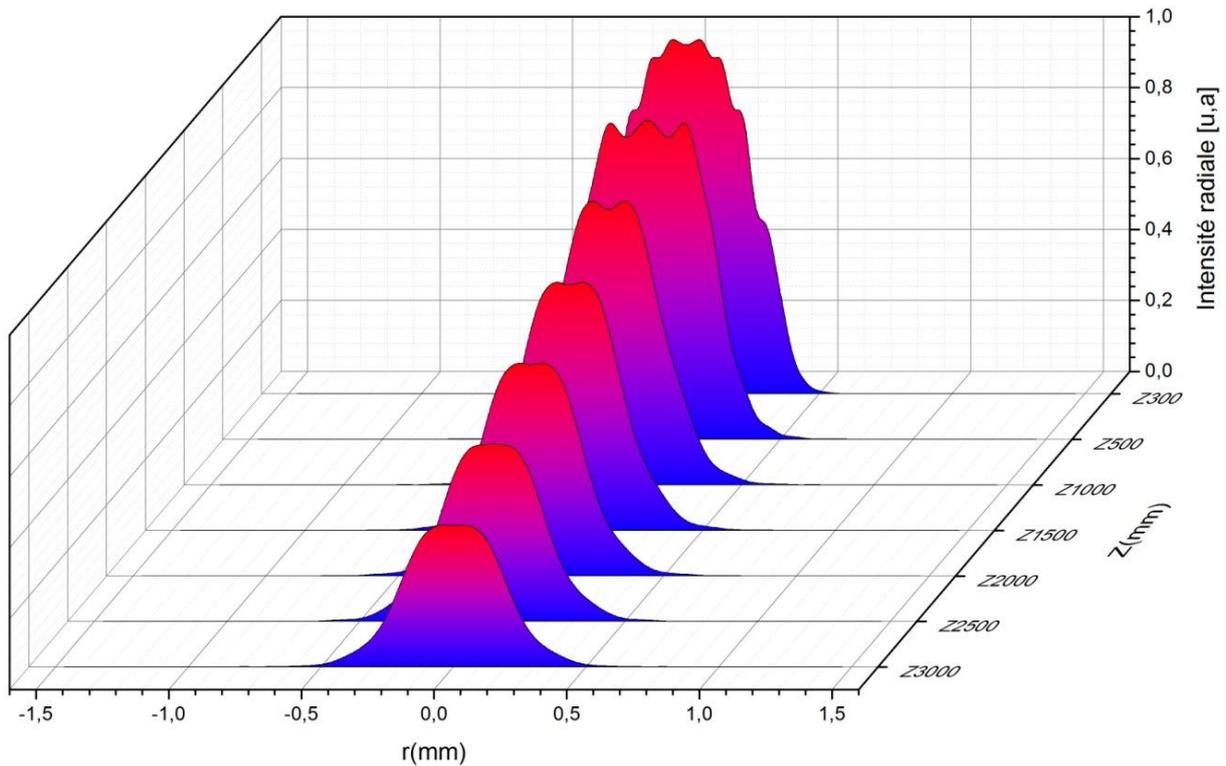


Fig. III.16. Présentation en cascade au long de l'axe Z du flat-top généré par la superposition des deux modes transverses $LG_{00}+LG_{01}$ dans une cavité plan-concave $L=252$ mm, $g=0.5$, $R=504$ mm, $Y_A=0.48$, $Y_C=1.6$, contenant un anneau d'amplitude et un diaphragme.

On remarque dans la figure *Fig. III.16.* qu'en champ proche à $Z < 1000$ mm, le flat-top a subi de légères dégradations de l'intensité transversale, à cause de l'effet de la diffraction provoqué par la troncature des ouvertures d'amplitude (diaphragme et anneau opaque). On peut dire que le champ lointain commence à $Z=1000$ mm, puisque à partir de cette distance, les distributions transverses du flat-top au long du Z demeurent stables.

Il est bien montré dans la figure *III.16.* que le flat-top est presque invariant selon Z , ceci est un avantage exceptionnel, puisque plusieurs applications nécessitent des faisceaux flat-top non seulement au plan focal de la lentille mais de part et d'autre du plan de focalisation.

III.5.3. Champ de sortie non désirés

Dans cette partie on présente les champs de sorties de certains modes non désirés ainsi que d'autres obtenus par des paramètres de troncature Y_A proche à 0. On va expliquer pourquoi une telle largeur n'est pas adéquate.

Les figures ci-dessous montrent la propagation du mélange incohérent du $(LG_{00}+LG_{01})$ à la sortie de la cavité (sortie par le miroir concave) :

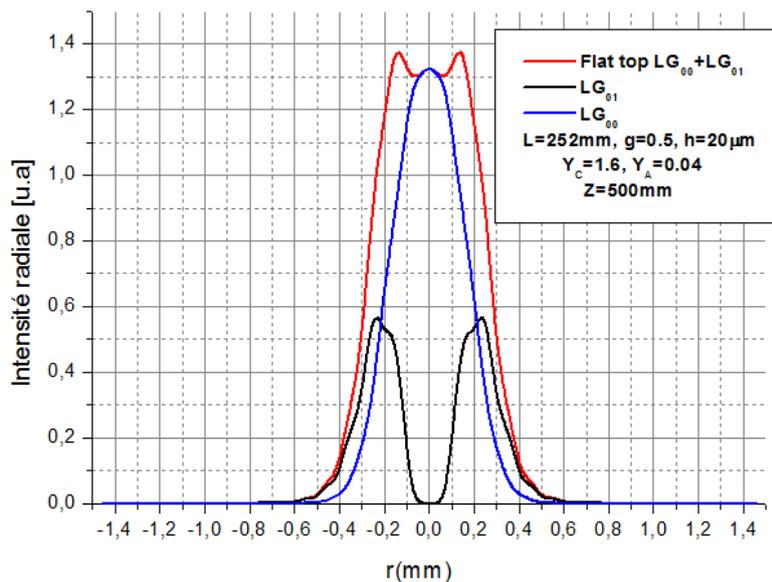


Fig. III.17. Champ proche d'un LG_{00} , LG_{01} et le flat-top généré par une cavité (anneau- diaphragme).

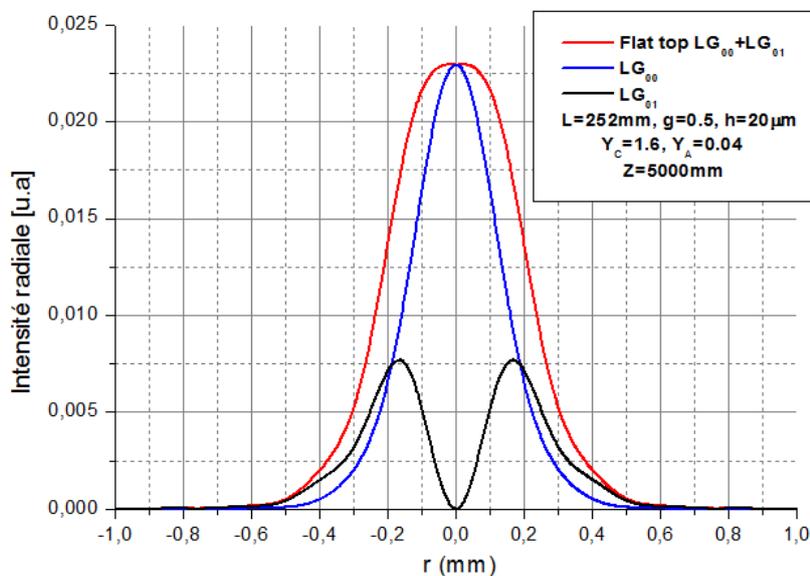


Fig. III.18. Champ lointain d'un LG_{00} , LG_{01} et le flat-top généré par une cavité (anneau- diaphragme).

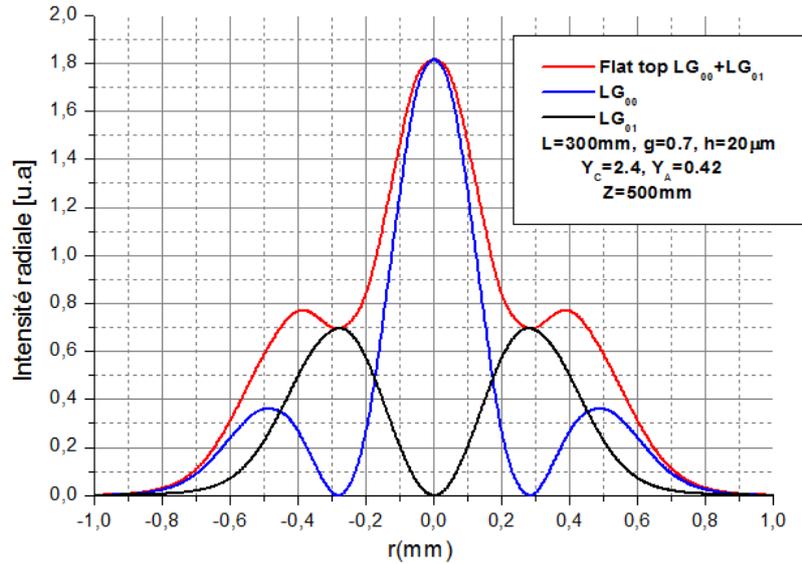


Fig. III.19. Champ proche d'un LG_{10} , LG_{01} et le mélange généré par une cavité (anneau- diaphragme).

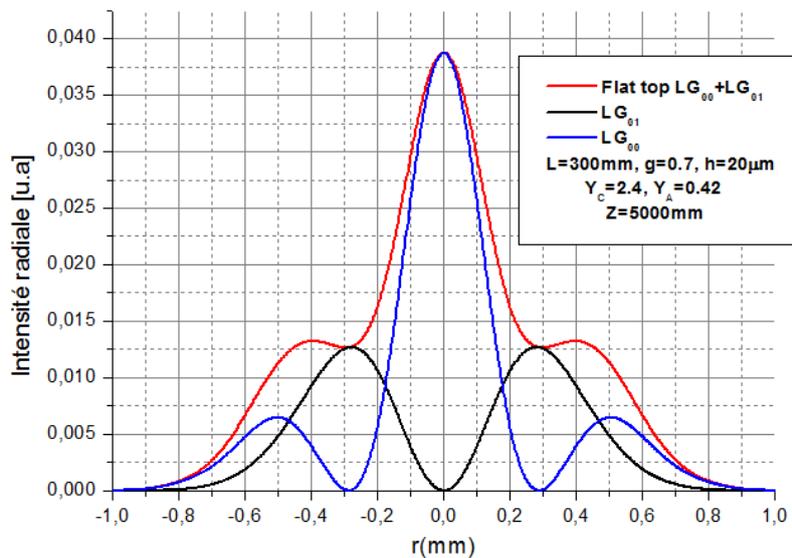


Fig. III.20. Champ lointain d'un LG_{10} , LG_{01} et le mélange généré par une cavité (anneau- diaphragme).

Il faut tenir en compte que l'anneau opaque agit comme un cercle Stop, si on prend en considération les valeurs du paramètre de troncature de l'anneau opaque $Y_A=0.04$ (voir Fig. III.17 et Fig. III.18). En effet, le Stop peut forcer l'oscillation des modes dégénérés (en pétales) et non les modes non dégénérés (donut), cela a été prouvé expérimentalement.[Nai 11, Lit 14]. En faisant des simulations en considérant un Stop sur le miroir plan, les résultats semblent être bizarres, puisque le faisceau uniformisé est obtenu directement par la superposition des deux modes LG_{00} et LG_{01} sans la prise en considération des conditions qui ont été établies (égalité de perte). Donc il est préférable de ne pas prendre en considération les valeurs de Y_A trop petite (par exemple $Y_A < 0.1$).

Les figures *III.19* et *III.20* présentent l'un des cas de ce que nous avons entamé dans la section **III.4.2**, on aperçoit que le mode gaussien LG_{00} n'est pas le mode oscillant dans la cavité laser. Il semble que le mode oscillant est un mode LG_{10} et cela malgré que les pertes sont de 5% (voir le tableau *III.2*) [Has 10].

L'obtention d'un faisceau non uniformisé (Figures *III.19* et *III.20*) issu d'une superposition d'un mode désiré (LG_{00} ou LG_{01}) et un autre mode élevé non désiré (par ex ; les modes les plus susceptibles d'osciller LG_{10} ou LG_{11}) est aussi représenté (voir les tableaux de 3 à 12). On remarque que malgré les pertes sont minimales, les modes oscillants ne sont pas ceux désirés.

III.5.4. Ajustement du flat-top par une super-gaussienne d'ordre 4

Dans cette partie, on s'intéresse à la question suivante ; comment peut on savoir si le flat-top obtenu est vraiment un flat-top?. Afin de répondre correctement et précisément à la question posée et vérifier l'uniformité du flat-top obtenu par la superposition des deux modes LG_{00} et LG_{01} générés par la cavité plan-concave, nous nous sommes intéressés à l'ajustement des courbes non linéaires qui est une technique basée sur le calcul des moindres carrés (voir. Annexe A).

Il faut noter que la cavité permettant la génération du flat-top est caractérisée par les paramètres géométriques suivants ($L=252\text{mm}$, $g=0.5$, $R=504\text{mm}$, $Y_A=0.48$, $Y_C=1.6$).

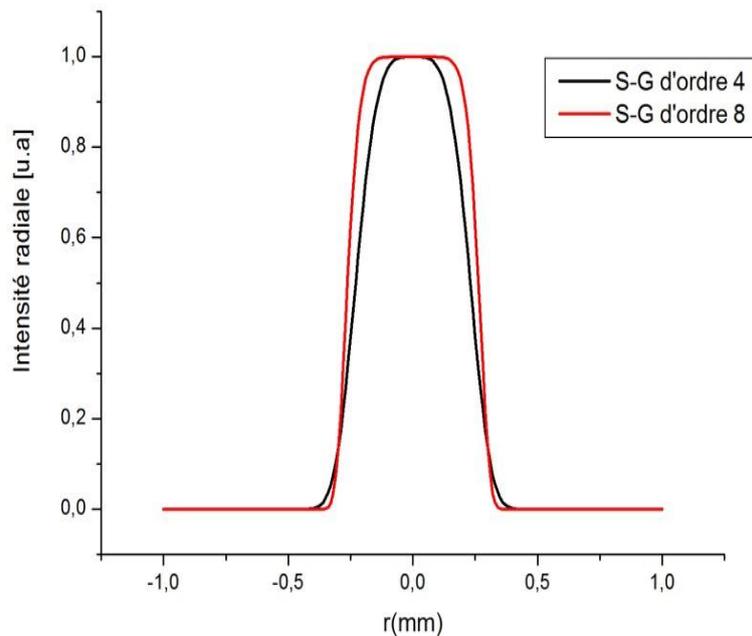
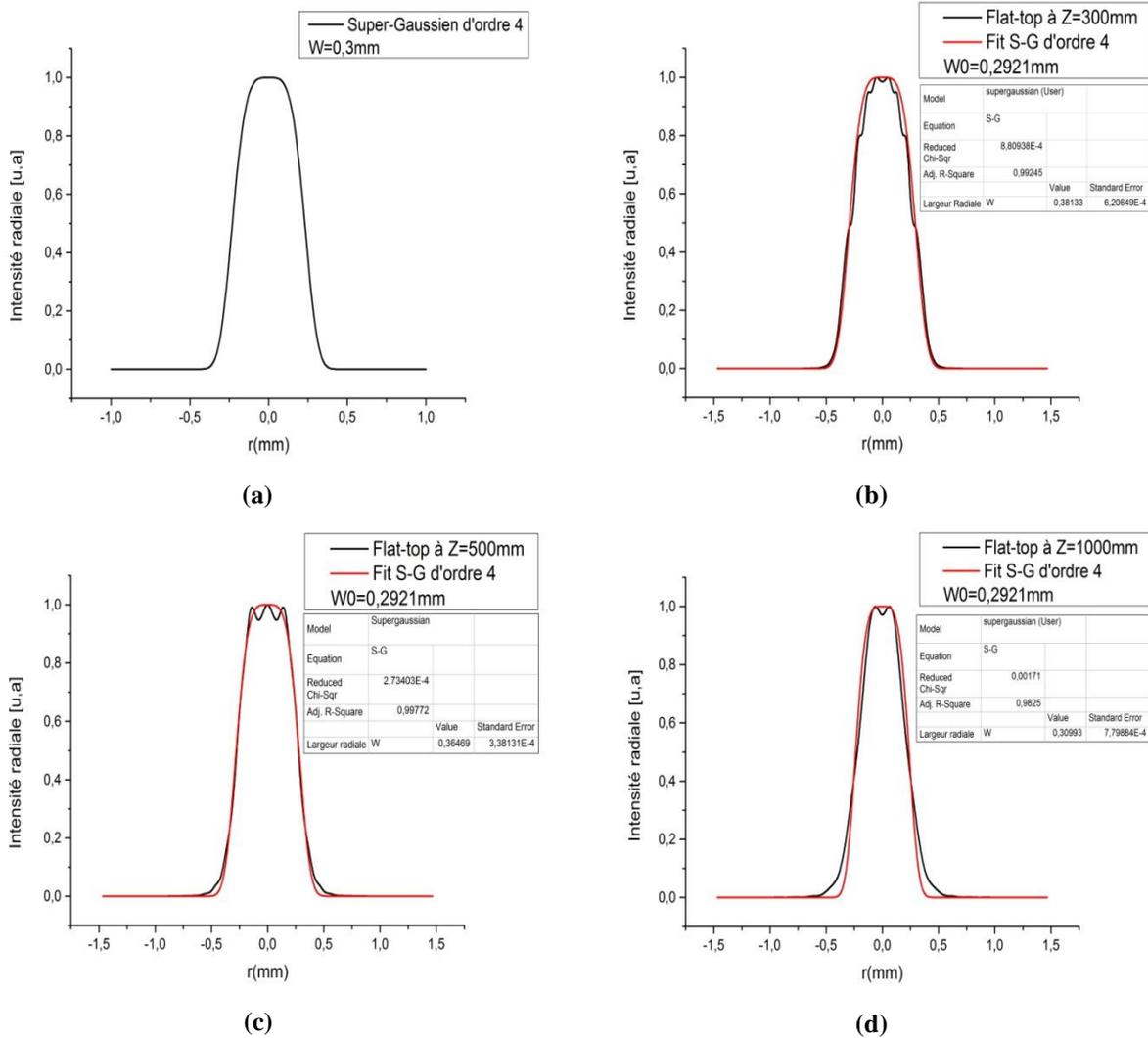


Fig. *III.21*. Distribution super-gaussien d'ordre 8 (en rouge) et une autre d'ordre 4 (en noir).

Nous avons choisi une super-gaussienne(SG) d'ordre 4, le choix est purement géométrique, i.e. le profil radial du mélange incohérent d'un LG_{00} et LG_{01} créant ainsi le flat-top, ne permet pas de faire une comparaison par une fonction S-G d'ordre plus élevé (voir figure III.21). En plus, le flat-top obtenu possède des pertes avoisinant les 16%. donc le fit par une SG d'ordre 4 semble plus pratique et plus convenable.

Les résultats du fit appliqué sur les courbes du flat-top obtenus pour diverses valeurs de Z, sont illustrés dans la figure III.22.



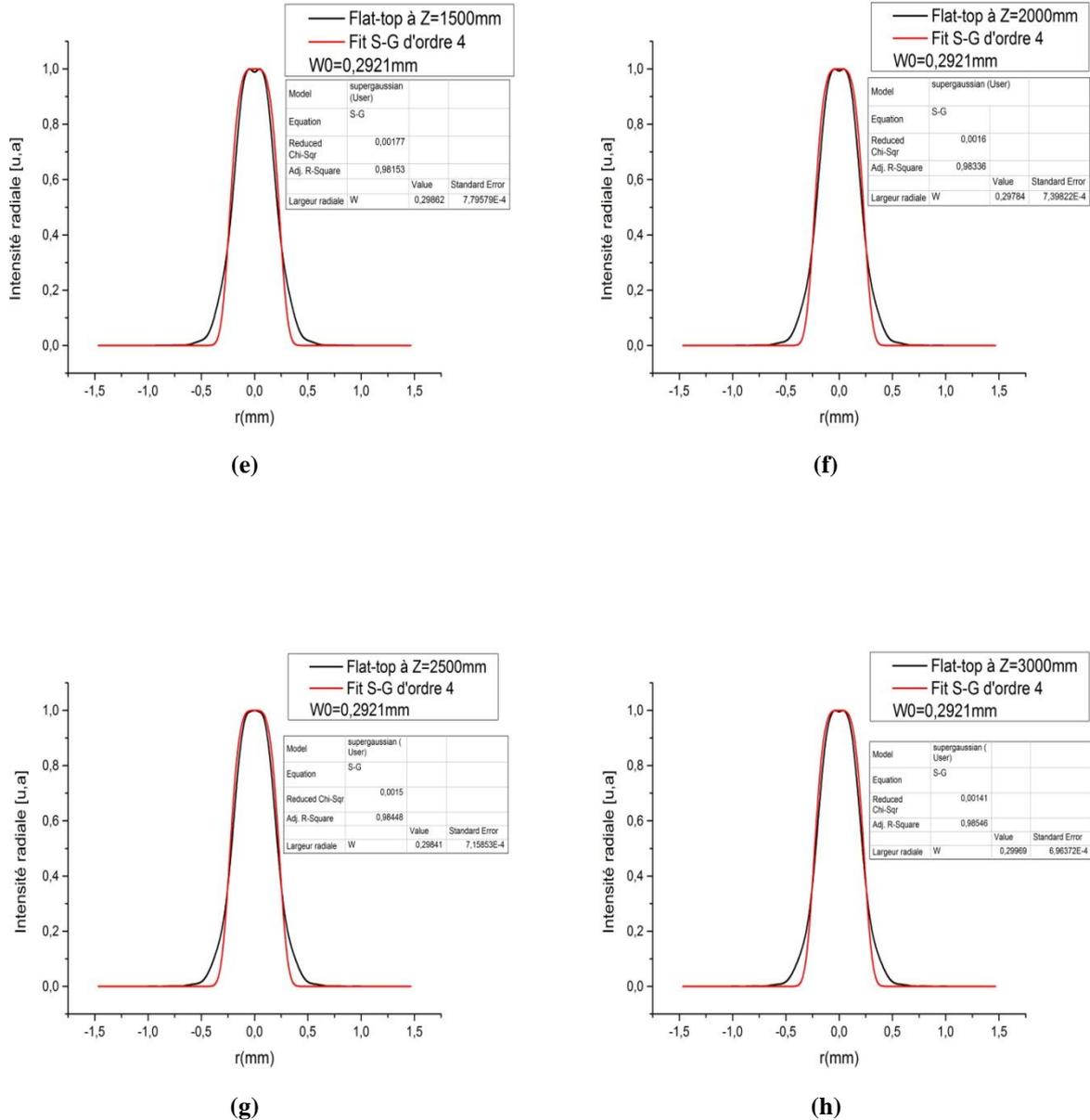


Fig. III.22. Fit du flat-top par une fonction super-gaussienne (S-G) d'ordre 4, (a) S-G d'ordre 4, (b) Z=300mm, (c) Z=500mm, (d) Z=1000mm, (e) Z=1500mm, (f) Z=2000mm, (g) Z=2500mm, (h) Z=3000mm.

Le tableau ci-dessus III.13, illustre les valeurs du chi-carrés réduit χ^2 (voir. Annexe A) pour chaque valeur de Z, le χ^2 réduit est défini comme étant la qualité du lissage, i.e. la différence entre un fit appliquée (S-G d'ordre 4) et une donnée mesurée (flat-top). Les valeurs du χ^2 varient entre 10^{-4} et 10^{-3} , cela montre que les distributions radiales du flat-top sont presque en accord avec le profil S-G d'ordre 4 introduit.

F-T : Z(mm)	300	500	1000	1500	2000	2500	3000
Chi-Square réduit χ^2	8.81×10^{-4}	2.73×10^{-4}	1.71×10^{-3}	1.77×10^{-3}	1.6×10^{-3}	1.5×10^{-3}	1.4×10^{-3}

Tab.III.13. Les chi-carrés obtenus par le fit des courbes du flat-top par une S-G d'ordre 4.

La figure *III.22*, présente les courbes du flat-top ajustées par la SG. il est bien montré que les distributions du flat-top au long de l'axe de propagation Z, sont approximativement similaires à une super-gaussienne d'ordre 4. Par contre, on remarque que la largeur radiale du flat-top généré n'est pas raide, cela est dû à la perturbation diffractive que les deux modes transverses ont subit.

Ces résultats théoriques sont satisfaisants et prouve que la génération d'un flat-top par une superposition des deux modes LG_{00} et LG_{01} est pratiquement réalisable.

On constate que le flat-top est susceptible d'être obtenu dans le cas où la largeur de l'anneau est égale à $20\mu\text{m}$, puisqu'il présente le minimum des valeurs des pertes possibles pour les deux modes superposés (LG_{00} et LG_{01}). Cette hypothèse est vérifiée (voir le tableau *III.1*), mais on n'exclut la présence d'un flat-top si la largeur de l'anneau est supérieure à $100\mu\text{m}$ (voir les tableaux de *III.3* à *III.12*). Sauf que ces résultats sont indésirables puisque les pertes avoisinent les 40% et 50%, ce qui implique une grande baisse d'intensité.

Selon les résultats obtenus préalablement, on peut dire que le choix des paramètres de troncature Y_A et Y_C qui peuvent forcer le laser à osciller sur un flat-top invariant, doivent obéir aux conditions suivantes ;

1- Il faut que les deux modes aient les mêmes ou presque les mêmes pertes. Néanmoins, le flat-top a été obtenu pour des valeurs de pertes presque égales. Le mode LG_{01} a été légèrement dominant de 0.2%, ce qui explique très bien pourquoi on a pas pu générer ce faisceau remarquable pour une variété de combinaisons géométriques. Cette constatation est très importante et montre clairement la précision dans le choix des valeurs des paramètres géométriques de la cavité.

2- Les pertes doivent atteindre le minimum possible ($< 20\%$) afin de garantir la génération du faisceau uniformisé quel que soit Z. Par conséquent, une puissance de sortie importante pour assurer la transmission du flat-top $>80\%$.

Pour vérifier ces conditions, on doit se positionner dans le cas où la largeur de l'anneau égale à $20\mu\text{m}$ qui correspond aux pertes les plus faibles pour les deux faisceaux LG_{01} et LG_{00} afin d'assurer une très bonne transmission du mélange incohérent.

Ce tableau ci-dessous résume les gains des deux modes générés à l'intérieur de la cavité contenant un anneau opaque et un diaphragme.

Y_C	Y_A	G_{LG00}	G_{LG01}	Poids modal a_{00}	Poids modal a_{01}
1.6	0.48	83.524%	83.731%	49.938%	50.062%

Tab.III.14. Gains et poids modales des deux modes LG_{00} et LG_{01} . Avec une largeur de l'anneau $h=20\mu m$.

Ce tableau III.14 résume les gains et les pondérations de chacun des modes, et montre clairement la précision dans le choix des valeurs de la combinaison géométrique afin de parvenir à osciller simultanément les deux modes transverses.

Le tableau III.15 présente les pertes des modes azimutaux pour deux cas différents :

$Y_C=1.6 \quad Y_A=0.48 \quad L=252mm \quad g=0.5 \quad R=0504mm \quad h=20\mu m$					
P_{LG00}	P_{LG01}	P_{LG02}	P_{LG03}	P_{LG04}	P_{LG05}
16.47%	16.27%	28.75%	61.32%	86.93%	97.06%
$Y_C=1.7 \quad Y_A=0.51 \quad L=300mm \quad g=0.7 \quad R=1000mm \quad h=20\mu m$					
P_{LG00}	P_{LG01}	P_{LG02}	P_{LG03}	P_{LG04}	P_{LG05}
12.87%	12.94%	22.24%	41.60%	66.67%	89.91%

Tab.III.15. Comparaison entre les pertes des 5 premiers modes azimutaux.

Dans le tableau III.15, il est bien montré que les pertes pour les modes $LG_{0l}(l > 1)$ sont très importantes, ce qui explique l'impossibilité de créer un flat-top à partir d'un mélange modal incohérent contenant un mode gaussien et un des modes azimutaux ($l > 1$).

Les avantages attendus à l'oscillation simultanée des modes ($LG_{00}+LG_{01}$) sont :

- A l'intérieur de la cavité : le fait d'avoir un flat-top améliore l'extraction d'énergie du milieu amplificateur par rapport au cas d'un faisceau gaussien.

- A l'extérieur de la cavité : Un grand nombre d'applications seront satisfaites de disposer d'un flat-top non seulement dans le plan focal d'une lentille mais aussi de part et d'autre du plan focal.

- Réduction de l'effet de lentille de population dans le milieu actif puisque le gradient radial d'intensité est quasi nul ce qui implique que le phénomène de saturation ne module pas la densité de population excitée si toutefois le pompage était uniforme. Dans certains lasers, la lentille de population peut fortement influencer son fonctionnement [Ait 97, Pas 04-a, Pas 04-b, Pas 06, Tra 11].

III. 6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a constaté que la génération d'un flat-top par la superposition incohérente d'un mode gaussien LG_{00} et un autre azimutal d'ordres l supérieur à 1 est impossible à cause de leurs largeurs qui augmentent en fonction de l , provoquant ainsi des pertes considérables par l'effet de diffraction au travers des ouvertures d'amplitude à l'intérieur de la cavité. Cependant, nous avons décidé de s'aligner sur les propriétés avantageuses du mode LG_{01} pour qu'il soit le candidat principal associé au mode LG_{00} afin de pouvoir générer un faisceau uniformisé. Ensuite, nous avons montré qu'on peut générer un flat-top en intra-cavité (contenant un anneau opaque et un diaphragme) qui demeure invariant du champ proche au champ lointain, en appliquant une méthode fiable basée sur la décomposition des polynômes de Laguerre-Gauss LG_{pl} . Cette technique nous a permis de calculer les pertes de chaque mode (LG_{00} et le LG_{01}) séparément en imposant des conditions de restriction énergétique (égalité de perte entre les deux modes) et géométrique qui confirment la génération de ce faisceau uniformisé. Nous avons obtenu plusieurs résultats qui remplissent cette condition d'égalité de perte. Néanmoins, cette condition semble insuffisante et la nécessité d'un autre critère exigeant et plus décisif afin de confirmer que les champs oscillants sont bel et bien les modes LG_{00} et LG_{01} . Cela nous amène directement à vérifier les champs de sortie pour chaque combinaison géométrique obtenue. Cette étape est très importante parce qu'elle nous a permis de valider en quelque sorte la combinaison qui permette de générer un flat-top par la superposition incohérente des deux modes LG_{00} et LG_{01} . Cette procédure est effectuée à partir du calcul des coefficients de sortie. i.e. la sortie du champ oscillant étant par le miroir concave. Effectivement, les résultats obtenus montrent que plusieurs combinaison géométrique remplissant la condition d'égalité de perte, ne permettent pas l'oscillation d'un LG_{00} et un LG_{01} simultanément mais, elles forcent le laser à osciller sur des modes non désirés, i.e. on a observé l'apparition d'un mode LG_{10} ou un LG_{11} . Par conséquent, la décomposition sur la base LG_{pl} nous a permis de vérifier avec une très grande précision tous les modes supérieurs de type Laguerre-Gauss pouvant osciller à l'intérieur de la cavité et de valider par la suite la combinaison d'ouverture diaphragme (Y_C) et anneau opaque (Y_A) qui a forcé le laser à osciller sur les deux modes qu'on désire obtenir. Par la suite, nous avons élaboré des fits par une super-gaussienne d'ordre 4 en observant au long de propagation que les distributions transversales obtenues pour différentes position Z , sont presque identiques à la super-gaussienne, confirmant ainsi la propriété de l'invariance du flat-top, par analogie, les deux modes LG_{00} et LG_{01} .

L'idée d'utiliser une cavité comprenant un anneau opaque sur le miroir plan et un diaphragme sur le miroir concave, est inspirée d'un travail qui a été déjà publié par Ngcobo et al.

Dans ce travail, ils ont montrés expérimentalement l'apparition d'un flat-top dans le champ proche et le champ lointain [**Ngc 13-b**]. Nos résultats montrent clairement que cette combinaison d'ouvertures est capable de faire osciller simultanément les deux modes LG_{00} et LG_{01} avec une égalité de pertes très acceptable avoisinant les 16 %.

CHAPITRE IV:

*Aberrations diffractives d'un EOD
binaire*

Sommaire

IV.1. Introduction.....	105
IV.2 Généralités sur les aberrations sphériques.....	106
IV.3 Propriétés diffractives d'un trou de phase	109
IV.4 Aberrations diffractives	114
IV.5 Structures Multi-Annulaires	119
IV.6 Conclusion	121

Résumé

Ce chapitre IV est consacré à l'exploitation d'une combinaison remarquable(trou de phase-diaphragme) permettant l'amélioration des propriétés de focalisation d'une simple lentille. En effet, l'intensité maximale de focalisation a été augmentée jusqu'à 11%. L'explication de cet avantage remarquable obtenu, est réalisée par l'étude des aberrations sphériques générées par un élément de phase binaire.

IV.1 Introduction

Les éléments optiques diffractifs binaires (EOD) sont parvenus à imposer leurs propriétés exceptionnelles dans diverses applications, entre autres ; les lentilles diffractives, les réseaux optiques et la mise en forme des faisceaux lasers [O'sh 04, Tur 98]. L'un des EOD binaires les plus simples à concevoir est l'élément de phase binaire, avec un seul pas de déphasage (voir *Fig. IV.3-a*). Ces éléments de phase possèdent la propriété de la mise en forme des faisceaux lasers. En effet, un faisceau gaussien pourrait être transformé en un flat-top sur le plan focal de la lentille, si le paramètre de troncature de cet élément de phase est judicieusement choisi [Bou 97]. Quelques années plus tard, il a été trouvé que les EOD binaires ont un effet unique sur la propagation du faisceau transformé, i.e. génération d'un faisceau creux [Har 14]. Parfois, l'avantage de la combinaison optique (réfractive/diffractive) a été bien saisi dans certaines applications, on peut citer; le contrôle de la dispersion [Bas 10], la compacité [Yu 14] et les couches anti-réfléchissantes d'une surface structurée [Dav 02]. Plus particulièrement, cette combinaison a été incarnée dans les lentilles pour produire des faibles aberrations sphériques et chromatiques pour contrôler les champs de lumière blanche [Flo 04].

Dans ce chapitre, on s'intéresse à cette combinaison réfractive/diffractive, en démontrant qu'un simple trou de phase peut améliorer les propriétés de focalisation d'une lentille simple, en produisant ainsi une intensité axiale importante, même si la transmission au travers cette dernière est faible. Cela est réalisée par la combinaison d'un trou de phase et un diaphragme circulaire, en exploitant simultanément les effets de la diffraction sur la phase et l'amplitude du champ incident. En suite, on va expliquer ces effets par l'étude des aberrations optiques générées par cet élément de phase. Les résultats obtenus dans cette étude, trouveront leurs applications dans l'ingénierie des systèmes optiques qui exploite le contrôle réfractive/diffractive de la lumière en présence des ouvertures limitées ainsi que dans le domaine de l'imagerie et de la microscopie où les champs localisés sont connus par leur avantage dans l'augmentation de la résolution.

IV.2 Généralités sur les aberrations sphériques

Si la surface d'un système optique est parfaitement sphérique "pas d'aberration" (*Fig. IV.1-a*), tous les rayons convergent au point focal de cette dernière, ce qui a pour conséquence l'obtention d'une image parfaite. En effet, une image dégradée, est le résultat d'une présence des aberrations d'un système optique. L'aberration sphérique est dite sphérique, puisqu'elle est observée presque sur toutes les surfaces sphériques (réfléchissante ou réfringente). L'aberration sphérique étant donc, un problème optique qui se manifeste lorsque tous les rayons incidents sur le système sphérique se focalisent sur différents points de l'axe du système optique, i.e. les rayons paraxiaux passant au travers de ce système (i.e. une lentille sphérique) sont moins réfractés par rapport à ceux passant aux bords. Par conséquent, on observe une tache de lumière à travers l'axe optique comme le montre la figure *IV.1-b*.

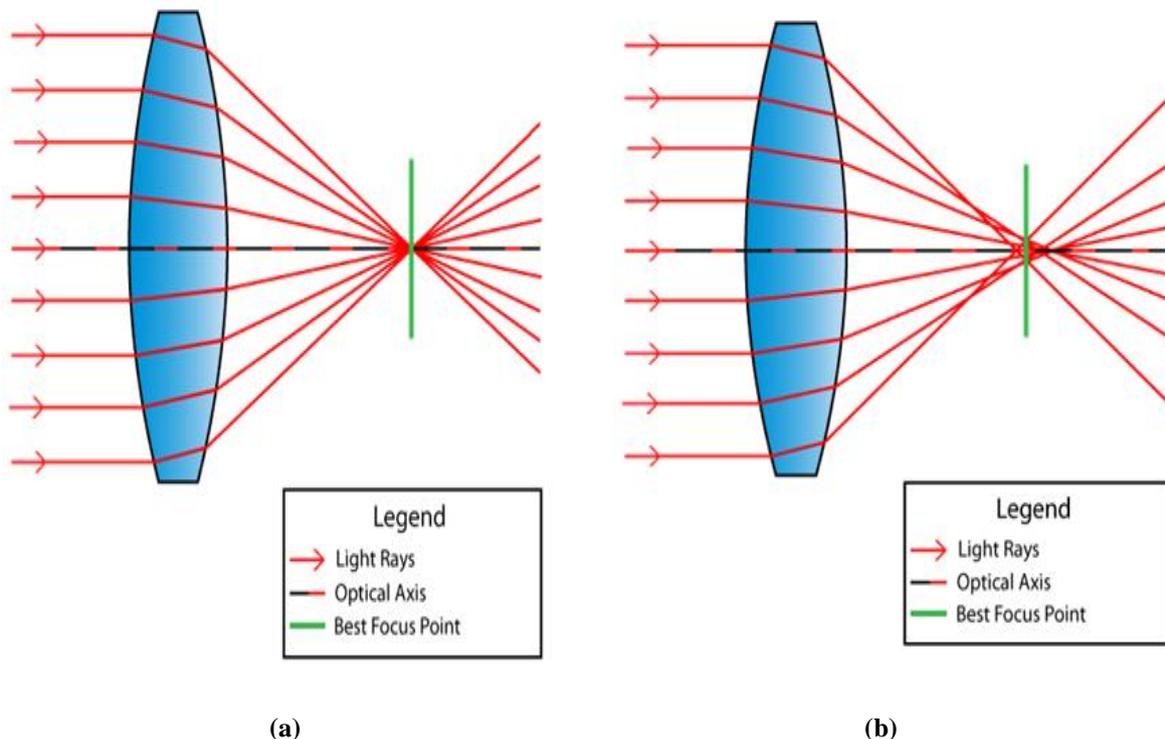


Fig. IV.1 : Focalisation d'une lentille. (a): Lentille parfaite (pas d'aberrations sphériques), (b): Lentille générant des aberrations sphériques.

En effet, les aberrations sphériques affectent la propriété de focalisation. La figure *IV.2* montre clairement l'évolution de la tache focale au long de l'axe optique. On aperçoit que l'intensité est redistribuée longitudinalement, i.e. dans le cas idéal, l'intensité est concentrée sur le point focal de la lentille sphérique. Il faudra conclure que du fait de l'aberration sphérique l'étalement de la tache focale décrit par la figure *IV.2* conduit à une réduction de l'intensité dans le plan focal.

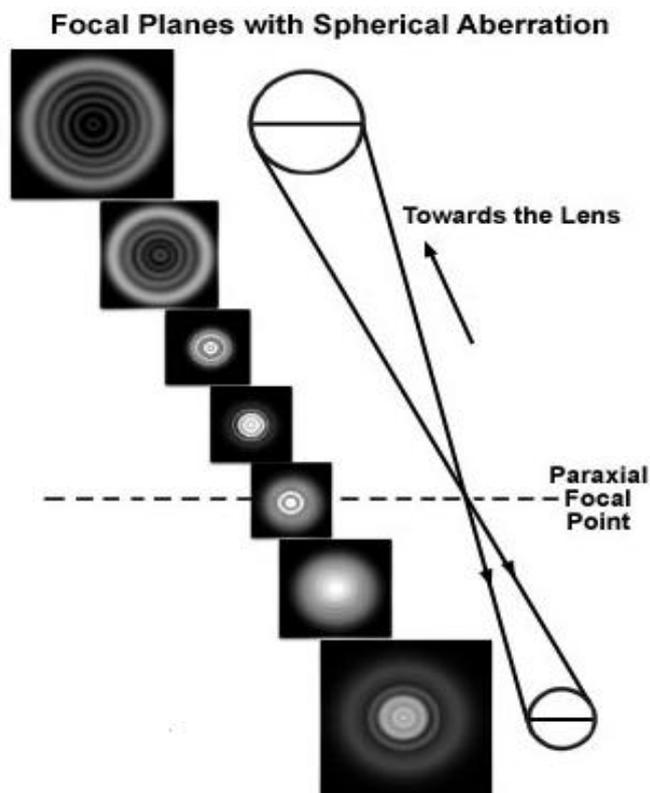


Fig. IV.2. Distribution longitudinale de la tache focale associée aux aberrations sphériques.

Lorsque des ondes planes ou sphériques (le cas d'un faisceau gaussien possédant un rayon de courbure $R_c(z)$) traversent un système optique défectueux, on dit que le front d'onde est aberré. Il est souvent utile de caractériser ces aberrations par le biais des polynômes de Zernike [Wya 92].

Les polynômes de Zernike forment une base orthonormée complète, donc capable de reproduire n'importe quel front d'onde. Il faut malgré tout être vigilant dans la mesure où cette orthogonalité n'est vérifiée que sur le disque unité : en effet, étant donnée leur symétrie, ces polynômes sont en général exprimés en coordonnées polaires (ρ, θ) , le disque unité correspondant aux valeurs de ρ inférieures à 1. L'intérêt de ces polynômes en optique est certain dans la mesure où les premiers polynômes correspondent à des aberrations bien connues, sur lesquelles se décompose principalement le front d'onde.

Dans les polynômes de Zernike orthonormée Z_j ; les valeurs paires de j correspondent à un polynôme symétrique définis par $\cos m\theta$ tandis que les valeurs impaires de j correspondent à un polynôme asymétrique définis par $\sin m\theta$. Les valeurs des indices j , n et m sont définies comme étant le nombre polynomial, l'ordre radial et la fréquence azimutale respectivement.

Le tableau ci dessous représente les 37 polynômes de Zernike ainsi que leurs types d'aberrations:

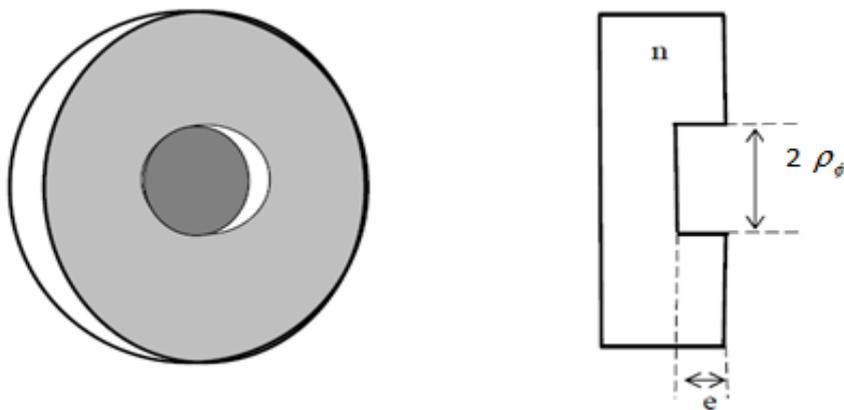
j	n	m	$Z_j(\rho, \theta)$	Type d'aberration
1	0	0	1	Piston
2	1	1	$2\rho \cos \theta$	X tilt
3	1	1	$2\rho \sin \theta$	Y tilt
4	2	0	$\sqrt{6}(2\rho^2 - 1)$	Defocus
5	2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\theta$	
6	2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	Astigmatism
7	3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin 2\theta$	Primary y coma
8	3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos 2\theta$	Primary x coma
9	3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$	
10	3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$	
11	4	0	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	Primary spherical
12	4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos 2\theta$	Secondary astigmatism
13	4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin 2\theta$	
14	4	4	$\sqrt{10}\rho^4 \cos 4\theta$	
15	4	4	$\sqrt{10}\rho^4 \sin 4\theta$	
16	5	1	$\sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho)\cos \theta$	Secondary x coma
17	5	1	$\sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho)\sin \theta$	Secondary y coma
18	5	3	$\sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3)\cos 3\theta$	
19	5	3	$\sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3)\sin 3\theta$	
20	5	5	$\sqrt{12}\rho^5 \cos 5\theta$	
21	5	5	$\sqrt{12}\rho^5 \sin 5\theta$	
22	6	0	$\sqrt{7}(20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1)$	Secondary spherical
23	6	2	$\sqrt{14}(15\rho^6 - 20\rho^4 + 6\rho^2)\sin 2\theta$	
24	6	2	$\sqrt{14}(15\rho^6 - 20\rho^4 + 6\rho^2)\cos 2\theta$	
25	6	4	$\sqrt{14}(6\rho^6 - 5\rho^4)\sin 4\theta$	
26	6	4	$\sqrt{14}(6\rho^6 - 5\rho^4)\cos 4\theta$	
27	6	6	$\sqrt{14}\rho^6 \sin 6\theta$	
28	6	6	$\sqrt{14}\rho^6 \cos 6\theta$	
29	7	1	$4(35\rho^7 - 60\rho^5 + 30\rho^3 - 4\rho)\sin \theta$	Tertiary y coma
30	7	1	$4(35\rho^7 - 60\rho^5 + 30\rho^3 - 4\rho)\cos \theta$	Tertiary x coma
31	7	3	$4(21\rho^7 - 30\rho^5 + 10\rho^3)\sin 3\theta$	
32	7	3	$4(21\rho^7 - 30\rho^5 + 10\rho^3)\cos 3\theta$	
33	7	5	$4(7\rho^7 - 6\rho^5)\sin 5\theta$	
34	7	5	$4(7\rho^7 - 6\rho^5)\cos 5\theta$	
35	7	7	$4\rho^7 \sin 7\theta$	
36	7	7	$4\rho^7 \cos 7\theta$	
37	8	0	$3(70\rho^8 - 140\rho^6 + 90\rho^4 - 20\rho^2 + 1)$	Tertiary spherical

 Tab. IV.1. Polynômes de Zernike d'ordre ρ , θ et leurs types d'aberrations correspondants [Mah 94].

IV.2 Propriétés diffractives d'un trou de phase

Dans cette partie, on va considérer les propriétés diffractives d'un simple trou de phase binaire qu'on a déjà présenté dans le chapitre II (voir le point II.3.2). On rappelle que la transmittance du trou de phase est donnée par l'équation IV.1. Par contre, la figure IV.3-a illustre cet élément.

$$\tau_{a-p} = \begin{cases} 1 & \text{Si } \rho > \rho_\phi \\ \exp(-i\phi) & \text{Si } \rho \leq \rho_\phi \end{cases} \quad \text{IV.1}$$



IV.3-a. Trou de phase de rayon interne ρ_ϕ et une profondeur e .

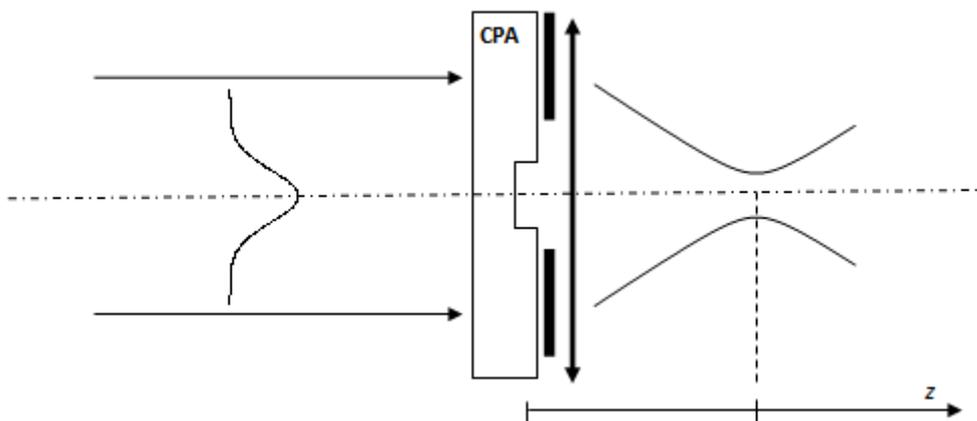


Fig. IV.3-b. Représentation schématique montre la diffraction d'un faisceau gaussien au travers un trou de phase, Diaphragme et d'une lentille.

La figure IV.3-b illustre la diffraction d'un faisceau gaussien à travers la combinaison trou de phase-diaphragme en présence d'une lentille, cette disposition va nous permettre d'exploiter quelques anomalies durant la propagation du faisceau tronqué, y-compris, une amélioration dans les propriétés de focalisation de la lentille, à savoir, l'augmentation de l'intensité axiale après passage à travers cette combinaison et la lentille par rapport au passage à travers la lentille seule.

Dans cette configuration montrée dans la figure IV.3-b, le trou de phase et le diaphragme sont supposés être placés tout près de la lentille de distance focale f . Intuitivement, on peut dire que la tache focale issue d'une focalisation d'un faisceau gaussien d'un waist W_0 , montre une baisse de l'intensité axiale tant que l'ouverture du diaphragme est presque fermé. En revanche, on va démontré que si les paramètres de troncatures $Y_D = \rho/W_0$ et $Y = \rho_\phi/W_0$ du diaphragme et du trou de phase respectivement, sont judicieusement choisis, le maximum d'intensité axiale peut être augmenté. On explique ce comportement par la considération des aberrations diffractives (Défocus, Aberration Sphériques) générés par le trou de phase.

Considérons un faisceau gaussien collimaté de waist W_0 incident sur les éléments optiques de la configuration montrée dans la figure IV.3-b, dont son amplitude est donnée par :

$$E_{in}(\rho) = E_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{W_0^2}\right) \quad IV.2$$

Il faut noter que le front d'onde du faisceau incident (éq. IV.2) est plan. Néanmoins, en passant au travers la lentille, il se dégrade. En effet, cela est due à la discontinuité de phase imposée par le trou de phase. Le champ de diffraction $E_d(r, Z)$ au long de $Z \gg \lambda$ au delà de la lentille de focalisation est donné par l'intégral de Fresnel-Kirchhoff (déjà présenté dans le point II.4) ;

$$E_d(r, Z) = \frac{2\pi}{\lambda Z} \int_0^{\rho_D} \tau(\rho) E_{in}(\rho) \exp\left(i \frac{\pi \rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{f}\right)\right) J_0\left(\frac{2\pi r \rho}{\lambda Z}\right) \rho d\rho \quad IV.3$$

Où r désigne la coordonnée radiale dans le plan d'observation Z , $k = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde, J_0 la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre zéro.

Par la suite, on va caractériser la focalisation du faisceau gaussien par l'ensemble (trou de phase + diaphragme + lentille) en considérant la distribution axiale de l'intensité, soit $I_d(0, Z) = |E_d(0, Z)|^2$. L'équation IV.3 devient ;

$$E_d(0, Z) = \frac{2\pi W_0^2 E_0}{\lambda Z} \left\{ \int_0^Y \exp(-X^2) \exp(iaX^2) X dX - \int_Y^{Y_D} \exp(-X^2) \exp(iaX^2) X dX \right\} \quad IV.4$$

$X = \rho/W_0$ est la coordonnée radiale réduite, a est un paramètre qui dépend de Z , il s'écrit ;

$$a = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \left[\frac{1}{Z} - \frac{1}{f} \right] \quad IV.5$$

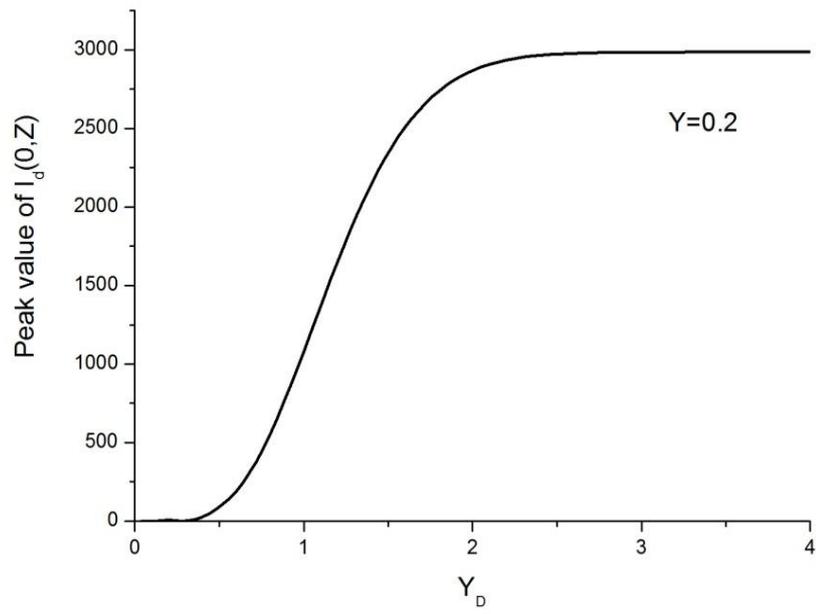
Finalement, la distribution de l'intensité axiale pour n'importe quel plan de Z , après passage à travers la combinaison (diaphragme-trou de phase) et la lentille devient ;

$$I_d(0, Z) = \left(\frac{\pi W_0^2 E_0}{\lambda Z} \right)^2 \frac{1}{1+a^2} \left\{ \begin{array}{l} 1 + 4e^{-2Y^2} - 4e^{-Y^2} \cos(aY^2) + 2e^{-2Y_D^2} \cos(aY_D^2) \\ + e^{-2Y_D^2} - 4e^{-(Y^2+Y_D^2)} \cos(a[Y_D^2 - Y^2]) \end{array} \right\} \quad IV.6$$

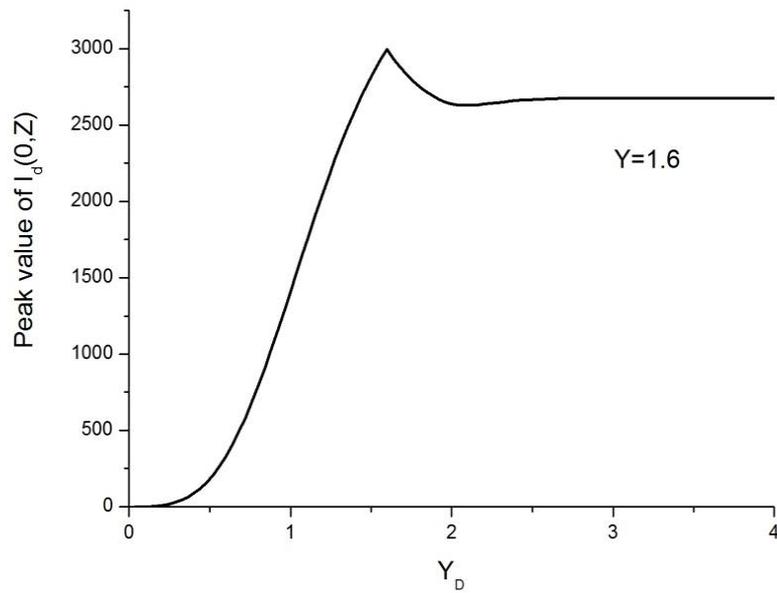
La traversée de l'ensemble (trou de phase-diaphragme-lentille) par le faisceau est accompagnée d'une atténuation due à la troncature occasionnée par le diaphragme. La transmission T_D du diaphragme est définie comme suit :

$$T_D = 1 - \exp(-2Y_D^2) \quad IV.7$$

La variation du maximum d'intensité axiale $I_d(0, Z)$ en fonction du paramètre de troncature Y_D est illustrée dans la figure IV.4. Les figures IV.4-a et IV.4-b montrent les variations du maximum d'intensité axiale en fonction de Y_D pour deux valeurs de Y . Dans la figure IV.4-a, on observe que le maximum d'intensité axiale est réduit tant que l'ouverture du diaphragme est réduite. i.e. le paramètre de troncature Y_D est réduit. Par contre, à la figure IV.4-b, on observe une amélioration de la focalisation, lorsque l'ouverture du diaphragme est entre les valeurs de (1,6 et 1,7). Par conséquent, on constate que l'intensité axiale est augmentée jusqu'à 11% par rapport au pic d'intensité axiale obtenu pour $Y_D > 3$. i.e. sans l'insertion du diaphragme. Malgré que Y_D est légèrement réduit ($Y_D \sim 1.6$), la transmission au travers le diaphragme reste importante ($T_D > 99\%$). Pour des valeurs de $Y < 0.5$ et $Y > 1.9$, le pic d'intensité axiale diminue pour des valeurs de Y_D réduites. Pour d'autres valeurs de Y , le pic d'intensité axiale augmente très légèrement lorsque le faisceau incident est tronqué par le diaphragme. Cependant, l'effet d'augmentation d'intensité axiale n'est pas considérable dans ce cas.



(a)



(b)

Fig. IV.4. Variation du pic d'intensité axiale en fonction du paramètre de troncature Y_D . (a) pour $Y=0.2$, (b) pour $Y=1.6$.

Une autre caractéristique importante du faisceau focalisé est la position axiale du point de focalisation. Il est clair que lorsqu'un faisceau gaussien est focalisé par une lentille diaphragmée le maximum d'intensité axiale n'est pas situé au point focal $Z=f$ mais décalé vers la lentille diaphragmée. Cet effet est appelé "le décalage focal", il a été complètement étudié dans les années 80 [Li 81, Li 82, Li 82-a, Giv 82, Mah 83]. Néanmoins, il est moins considéré dans les systèmes hybrides, comme celui étudié dans notre cas. Pour cela, il est pratique de décrire cet effet important par l'étude de la propriété de décalage focal relatif (DFR) exprimé par la quantité $(Z_{\max} - f)/f$, d'où Z_{\max} est la distance axiale entre la lentille et la position du maximum d'intensité axiale. La variation de ce décalage est montrée dans la figure IV.5 en fonction de Y pour un $Y_D \rightarrow \infty$ (Sans le diaphragme) et en fonction de Y_D (Sans le trou de phase). Le décalage focal relatif pour les deux cas est toujours négatif et tend vers zéro lorsque les valeurs de Y et Y_D augmentent. Par contre, pour des valeurs basses de Y et Y_D , la DFR est complètement différente, elle est nulle pour des valeurs de $Y \rightarrow 0$ tandis qu'il est au maximum absolue lorsque les valeurs de Y_D sont très petites.

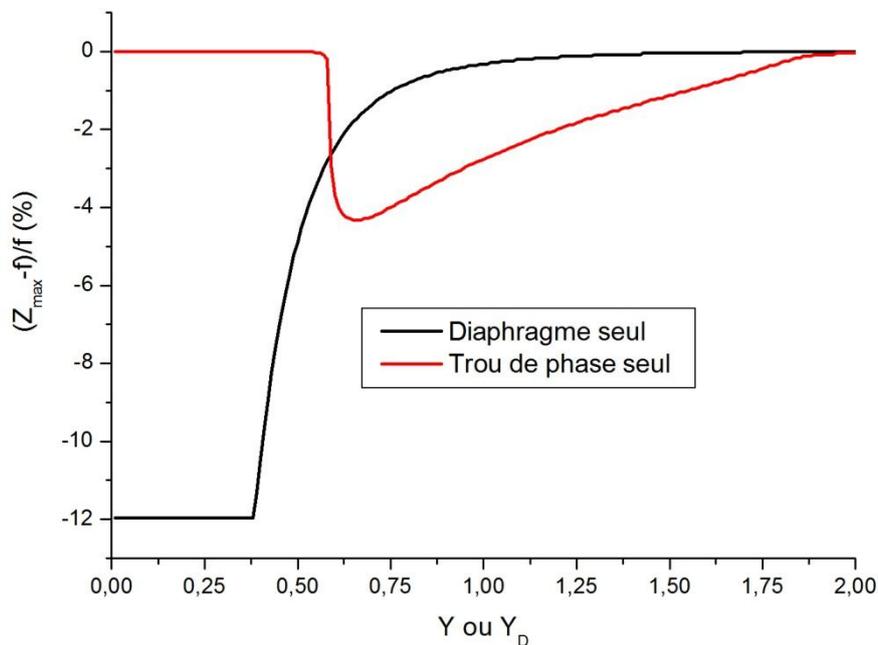


Fig. IV.5. Variation du décalage focal relatif $(Z_{\max} - f)/f$ en fonction des paramètres de troncatures Y (trou de phase) et Y_D (diaphragme).

On peut faire des spéculations concernant l'origine de cet effet remarquable par la considération des aberrations induites par la distorsion du front d'onde due au trou de phase. En effet, il est bien connu que lorsqu'un faisceau laser est focalisé par une lentille contenant des

aberrations sphériques, l'intensité dans le point focal est réduite par rapport à la focalisation des lentilles non aberrées [Yos 96, Pu 98]. Néanmoins, lorsque la lentille est combinée avec un diaphragme, il en résulte une forte focalisation [Kar 98]. Ceci n'est pas le seul argument pour qu'on s'intéresse aux aberrations induites par le trou de phase. En effet, les faisceaux remarquables obtenus par la mise en forme d'un faisceau gaussien par un trou de phase dont le flat-top et le faisceau creux, sont également observés lorsque les aberrations sphériques sont considérées [McA 91, Alk 07, Kar 01]. En plus, l'effet DFR discuté auparavant, peut être lié à l'effet diffractif de la lentille combinée au trou de phase [Cag 11, Let 02]. Cependant, l'effet DFR pourrait être décrit en terme de défocus. Par conséquent, il est important de s'adresser aux aberrations effectives du trou de phase, que nous décrivons en termes de polynômes de Zernike au prochain paragraphe.

IV.3 Aberrations diffractives

On a mentionné au paragraphe IV.1, que le trou de phase modifie le front d'onde du faisceau gaussien incident. Cependant, le front d'onde de ce dernier sera systématiquement dégradé, cela est due à la discontinuité de phase imposée par le trou de phase (éq. IV.1). Par conséquent, on peut s'attendre à l'apparition des aberrations optiques provoquée par cet élément de phase binaire.

Afin de déterminer les aberrations diffractives induites par le trou de phase, on suppose qu'un front d'onde plan d'un faisceau incident sur l'élément de phase, de sorte que la fonction de la transmission de ce dernier est $\exp[ikW(\rho, \theta)]$. L'évolution de la phase kW en fonction de la coordonnée radiale ρ est montrée dans la figure IV.6.

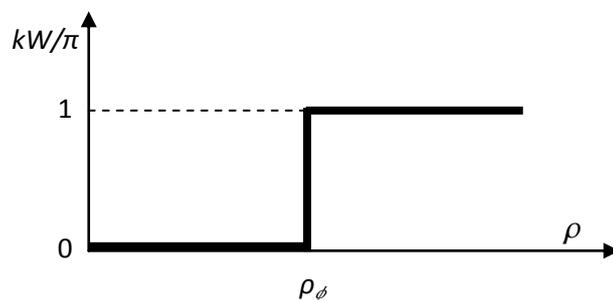


Fig. IV.6. Profil transverse de la fonction d'onde de l'aberration associée au trou de phase.

L'expansion de la phase en tant qu'une combinaison linéaire des polynômes de Zernike est décrite comme suit ;

$$W(\bar{\rho}, \theta) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j Z_j(\bar{\rho}, \theta) \quad \text{IV.8}$$

d'où, l'indice j désigne l'ordre du polynôme, les a_j sont les coefficients d'aberrations et $\bar{\rho}$ représente la coordonnée radiale normalisée s'écrit : $\bar{\rho} = \rho/(2W_0)$.

Il faut mentionner que le cercle du rayon $2W_0$ contient 99.96% de la puissance incidente, ceci est utilisé pour définir le cercle unitaire des polynômes de Zernike $Z_j(\bar{\rho}, \theta)$ afin d'assurer leurs orthogonalité, i.e. ($0 \leq \bar{\rho} \leq 1$). Cependant, on peut voir la situation comme suit : L'ouverture de troncature, qui pourrait être de n'importe quelle taille, perturbe le faisceau gaussien incident par l'effet de diffraction. Ce dernier, est influencé par les aberrations définies par le diamètre d'origine comme étant le cercle unitaire. En plus, cette approche, nous permet de séparer le profil du faisceau incident de la définition de l'aberration. Par contre, il est possible de modifier ceci, en prenant en compte le profil du faisceau tronqué [Mah 94, Mah 98, Maf 11, Maf 17]. Par conséquent, on peut écrire les coefficients a_j comme étant la projection de la fonction d'onde d'aberration sur la fonction de base (Polynômes de Zernike) et elles sont définies comme suit ;

$$a_j = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} W(\bar{\rho}, \theta) Z_j(\bar{\rho}, \theta) \bar{\rho} d\bar{\rho} d\theta \quad IV.9$$

Afin d'avoir une description plus efficace du front d'onde aberré, en terme du nombre de longueur d'onde, on utilise les coefficients réduits A_j écrits comme suit :

$$A_j = \frac{a_j}{\lambda} \quad IV.10$$

En principe, la somme dans l'équation IV.8 est infinie. Néanmoins, le champ diffracté est décrit avec une précision juste pour quelques termes de a_j . Dans ce qui suit, les termes a_j allant jusqu'à $j=37$ sont considérés. Quelques polynômes sont illustrés dans le tableau IV.2, détaillés plus dans [Mah 94]. A cause de la symétrie de rotation du trou de phase, la plus part des coefficients A_j s'annulent, à l'exception de cinq termes qui sont : $A_1, A_4, A_{11}, A_{22}, A_{37}$. Le tableau IV.2, montre les Polynômes de Zernike et leurs aberrations correspondantes. Il faut noté que le coefficient d'aberration $j=4$ correspond au défocus. i.e. c'est un effet de la lentille pure, qui décrit le déplacement focal.

j	Z_j	Type d'aberration
1	1	Piston
4	$\sqrt{3}(2\bar{\rho}^2 - 1)$	Défocuss
11	$\sqrt{5}(6\bar{\rho}^4 - 6\bar{\rho}^2 + 1)$	Sphérique Primaire
22	$\sqrt{7}(20\bar{\rho}^6 - 30\bar{\rho}^4 + 12\bar{\rho}^2 - 1)$	Sphérique Secondaire
37	$3(70\bar{\rho}^8 - 140\bar{\rho}^6 + 90\bar{\rho}^4 - 20\bar{\rho}^2 + 1)$	Sphérique Tertiaire

Tab. IV.2. Polynômes de Zernike et leurs types correspondants.

Le calcul de l'équation IV.9 implique la définition de la fonction $F_j(\bar{\rho})$, pour $j=1, 4, 11, 22, 37$ présentée comme suit ;

$$F_j(\bar{\rho}) = \int Z_j(\bar{\rho}) \bar{\rho} d\bar{\rho} \quad IV.11$$

$$F_1(\bar{\rho}) = \bar{\rho}^2 / 2 \quad IV.12$$

$$F_4(\bar{\rho}) = \frac{\sqrt{3}}{2} [\bar{\rho}^4 - \bar{\rho}^2] \quad IV.13$$

$$F_{11}(\bar{\rho}) = \sqrt{5} [\bar{\rho}^6 - 1.5\bar{\rho}^4 + 0.5\bar{\rho}^2] \quad IV.14$$

$$F_{22}(\bar{\rho}) = \sqrt{7} [2.5\bar{\rho}^8 - 5\bar{\rho}^6 + 3\bar{\rho}^4 - 0.5\bar{\rho}^2] \quad IV.15$$

$$F_{37}(\bar{\rho}) = 3 [7\bar{\rho}^{10} - 17.5\bar{\rho}^8 + 15\bar{\rho}^6 - 5\bar{\rho}^4 + 0.5\bar{\rho}^2] \quad IV.16$$

Le terme $kW(\rho)$ possède deux valeurs possible 0 pour ($0 \leq \bar{\rho} < \bar{\rho}_0$) et π pour ($\bar{\rho}_0 \leq \bar{\rho} \leq 1$). Cela réduit la fonction des coefficients d'aberration (éq. IV.10) qui devient :

$$A_j = \{F_j(1) - F_j(\bar{\rho}_0)\} = -F_j(\bar{\rho}_0) \quad IV.17$$

Avec $\bar{\rho}_0 = \rho_0 / (2W_0)$.

Les courbes dans la figure IV.7, illustrent les variations des coefficients A_j à l'exception du piston (A_1), ceci n'est pas considéré comme une aberration [Mah 98]. Par conséquent, il n'est pas pris en compte dans cette étude. Il est clair dans la figure IV.7, que les différents coefficients d'aberration sphériques (A_{11}, A_{22}, A_{37}) oscillent presque avec la même amplitude en fonction de l'ouverture du trou de phase binaire .

Avant de poursuivre, il est important de noter que les distributions de la figure IV.7 ne peuvent pas directement être confirmées expérimentalement en utilisant le fameux capteur de Shack-Hartmann, puisque cet instrument est intrinsèquement insensible aux discontinuités de phase. Par contre, la reconstruction du front d'onde est possible en utilisant une méthode basée sur la décomposition modale qui nécessite l'utilisation des hologrammes digitaux [Sch 12].

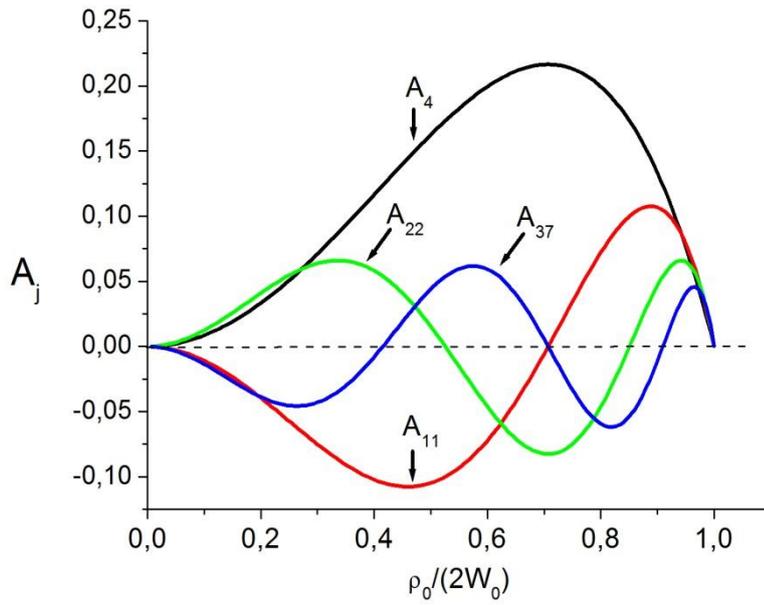


Fig. IV.7. Variation des coefficients d'aberrations sphériques en fonction du rayon normalisé du trou de phase.

Considérons maintenant la distance focale f_{eq} , qui caractérise la lentille diffractive associée au trou de phase mais sans la présence de l'effet du diaphragme. Cependant, la distance focale équivalente de l'aberration défocus est discutée. La phase d'un faisceau collimaté passant au travers d'une lentille mince d'une distance focale f peut être écrite sous la forme :

$$W_L = \frac{\rho^2}{2f} = \frac{R^2 \bar{\rho}^2}{2f} \quad IV.18$$

Où $R = 2W_0$ est le rayon de cercle de Zernike.

Tous les coefficients d'aberrations s'annulent sauf le coefficient a_4 qui peut être obtenu en résolvant l'intégrale donnée par l'équation IV.9, on obtient :

$$a_4 = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} W_L(\bar{\rho}, \theta) Z_4(\bar{\rho}, \theta) \bar{\rho} d\bar{\rho} d\theta \quad IV.19$$

$$a_4 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \frac{R^2 \bar{\rho}^2}{2f} \bar{\rho} \sqrt{3} (2\bar{\rho}^2 - 1) d\bar{\rho} \quad IV.19.1$$

Finalement, a_4 devient :

$$a_4 = \frac{\sqrt{3}R^2}{12f} \quad IV.20$$

Par conséquent, si on prend en considération le coefficient de normalisation qui décrit le défocus $A_4 = a_4 / \lambda$ et on tenant compte de l'équation IV.20, la distance focale équivalente s'écrit tout simplement :

$$f_{eq} = \frac{\sqrt{3}R^2}{12\lambda A_4} \quad IV.21$$

La position z_m de la nouvelle distance focale est décrite comme suit :

$$\frac{1}{z_m} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_{eq}} \quad IV.22$$

L'équation IV.22, nous permet ainsi de présenter le décalage relative de la distance focale(DFR) exprimé par $(z_m - f) / f$. La variation de la DFR est présentée dans la figure IV.8.

Il faut noter que dans cette figure, l'effet du trou de phase est illustré uniquement en terme de l'aberration de la lentille pure(défoc). La comparaison entre le décalage relative de la distance focale montrée dans la figure IV.5 sans le diaphragme(ligne en noir) et celui de la figure IV.8 montre que la correspondance est strictement qualitative. En effet, ceci peut être expliquer par le double effet remarquable du trou de phase à la fois, sur la lentille diffractive ainsi que la mise en forme des faisceaux lasers(voir Fig. IV.9) [Tur 98, Bou 97]. En effet, on remarque que l'action de la mise en forme exercée par le trou de phase, à tendance à déplacer l'énergie de la région axiale vers les régions hors axe. Par conséquent, le déplacement des positions présentant le maximum de l'intensité axiale.

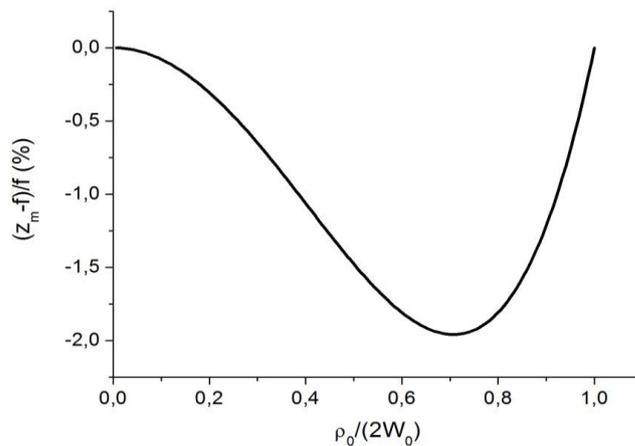


Fig. IV.8. Variation du décalage relative de la distance focale à partir de l'aberration défocus associée au trou de phase binaire d'un rayon ρ_0 , W_0 est le rayon du faisceau gaussien incident collimaté.

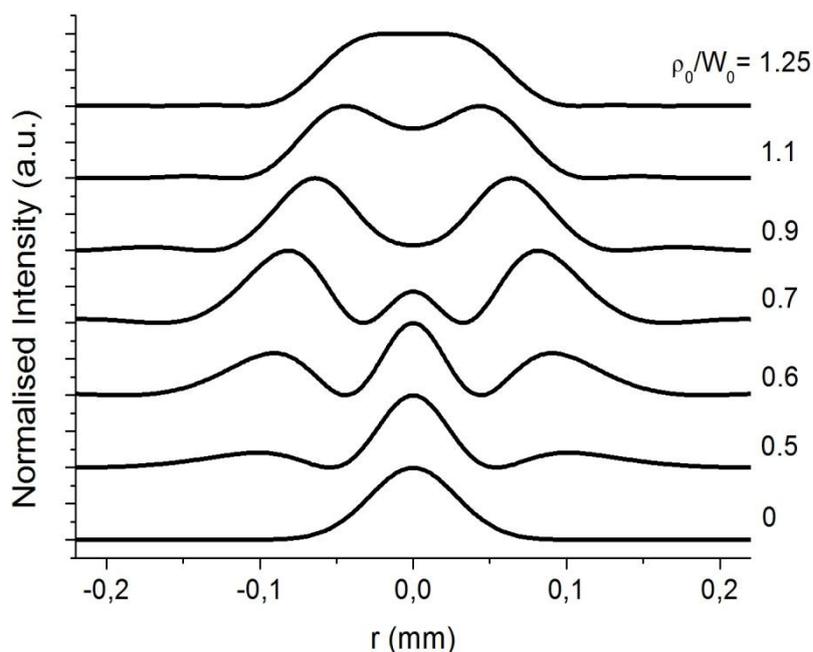


Fig. IV.9. Distribution d'intensité $I_d(r, f)$ normalisée sur le plan focal de la lentille, montrant la capacité d'un trou de phase à redistribuer le faisceau gaussien incident formant ainsi des allures remarquables ; Flat-top, Donut ou un profil LG_{10} .

IV.4 Structures Multi-Annulaires

Il est possible d'augmenter les ordres d'aberrations lorsque le trou de phase est fabriqué de plusieurs discontinuités de phase ($0-\pi-0-\pi-\dots$). En effet, cet élément particulier est très utile dans l'allongement de la profondeur du champ du faisceau laser [DeJ 04, Gao 07, Xu 07, Wan 08, Liu 08, Nie 14]. Cette propriété importante, souvent appelé "La super-résolution axiale", est utile et efficace dans certaines applications comme ; les pinces optiques, le stockage des données, l'imagerie par fluorescence et la génération de la seconde et la troisième harmonique. Dans cette partie, on considère un élément de phase binaire contenant N zones de phase $\varphi = \pi$. Les zones $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$ sont supposées tous avoir la même largeur. La phase de chaque anneau concentrique est en alternance entre les deux valeurs de 0 ou π , le nombre de zone varie entre 1 et 6. La figure IV.10 présente un exemple pour $N=3$.

Les coefficients d'aberrations peuvent être facilement trouvées, en appliquant l'équation IV.10. Les coefficients A_j s'écrivent alors :

$$A_j = \sum_{i=1}^{N-1} F_j(\bar{\rho}_{2i}) - \sum_{i=1}^N F_j(\bar{\rho}_{2i-1}) \quad IV.23$$

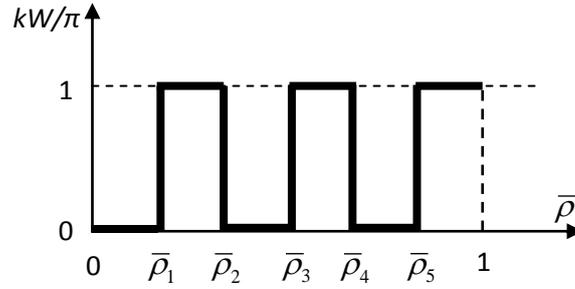


Fig. IV.10. Variation de la fonction d'aberration d'onde normalisée kW/π en fonction du rayon normalisé d'un élément de phase binaire pour $N=3$.

$\bar{\rho}_{2i}$ et $\bar{\rho}_{2i-1}$ sont les rayons des anneaux où le changement de phase est $\pi \rightarrow 0$ et $0 \rightarrow \pi$ respectivement. Le tableau IV.3, montre les valeurs des coefficient d'aberration, le défocus A_4 , l'aberration sphériques primaire A_{11} , et les aberrations sphériques d'ordre supérieurs A_{22} (secondaire) et A_{37} (tertiaire). Les valeurs pour $N=1$, correspondent au trou de phase déjà étudié. Contrairement à ce qui pouvait être attendu, on remarque dans le tableau IV.3, que les valeurs des coefficients d'aberrations n'augmentent pas de façon proportionnelle avec le nombre de zone de déphasage(N). En effet, les valeurs des coefficients diminuent.

La détermination des largeurs des zones de déphasage est achevée via l'utilisation des méthodes d'optimisation [**Xu 07**] (Génétique/Recuit Simulé). En fait, l'allongement de la profondeur du champ, nécessite l'utilisation des telles méthodes. Il est intéressant de déterminer les coefficients d'aberrations des trois zones de l'élément de phase utilisé dans [**Xu 07**], pour lequel, il a été observé que la profondeur du champ a été augmenté 16 fois. En utilisant les rayons des zones où le changement de phase est de 0 à π ou π à 0 donnés par [**Xu 07**], on obtient les coefficients suivants :

$$A_4 = 19.09 \times 10^{-2}, A_{11} = -3.53 \times 10^{-2}, A_{22} = 5.54 \times 10^{-2}, A_{37} = 1.19 \times 10^{-3} \quad IV.24$$

N	A_4	A_{11}	A_{22}	A_{37}
1	16.23×10^{-2}	-10.48×10^{-2}	1.55×10^{-2}	4.39×10^{-2}
2	10.14×10^{-2}	8.18×10^{-2}	-3.57×10^{-2}	-12.26×10^{-2}
3	7×10^{-2}	7.57×10^{-2}	3.95×10^{-2}	-4.14×10^{-2}
4	5.32×10^{-2}	6.23×10^{-2}	5.12×10^{-2}	1.016×10^{-2}
5	4.28×10^{-2}	5.20×10^{-2}	4.96×10^{-2}	2.88×10^{-2}
6	3.58×10^{-2}	4.43×10^{-2}	4.54×10^{-2}	3.45×10^{-2}

Tab. IV.3. Coefficients d'aberration d'un élément de phase binaire contenant N zones de phase $\varphi = \pi^a$.

Les auteurs de la référence [Xu 07] ont utilisés des zones de phase possédant des largeurs inégales, contrairement à ce qu'on a illustré dans le tableau IV.3, on peut voir dans l'équation IV.24 que l'aberration tertiaire(A_{37}) est 10 fois moins que l'aberration primaire(A_{11}) et secondaire(A_{22}). Cependant, il est possible de concevoir un élément de phase peu coûteux pour permettre la génération des aberrations sphériques primaire, secondaire et tertiaire, en utilisant les techniques mentionnés précédemment. Ceci nous permettra de déduire le nombre de zone de phase ainsi que leurs largeurs. La conception et la fabrication de cet élément de phase par cette méthode, nous permet d'éviter la fabrication d'un élément optique ayant un profil à relief continu. Ce dernier, est plus compliqué et trop coûteux par rapport à un élément de phase binaire qui nécessite qu'un seul niveau de gravure. En plus, l'avantage de cet élément de phase, n'est pas seulement dans la génération des aberrations défocus et sphérique primaire, mais, aussi il permet la génération des aberrations sphériques d'ordre supérieur. Pour cette raison, il est possible d'augmenter le facteur de l'allongement de la profondeur du champ vers 16 fois [Xu 07]. Effectivement, il est connu que la focalisation d'un faisceau gaussien par une lentille contenant seulement une aberration primaire, permette une légère augmentation de la profondeur du champ(3 fois) [Liu 03, Zao 07].

IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a montré qu'un simple élément optique diffractif binaire en combinaison avec un diaphragme et une lentille sont capables d'améliorer la propriété de focalisation. L'interprétation de ce résultat, a été achevée par une analyse très précise des aberrations(défocus, primaire, secondaire, tertiaire) générées par l'élément de phase binaire. La particularité de cet élément réside dans sa capacité à générer des aberrations sphériques(primaire, secondaire, tertiaire) qui oscillent en fonction du rayon du trou de phase. Ensuite, nous sommes parvenus à caractériser les coefficients d'aberrations d'un élément diffractif binaire contenant N zones de déphasage ($0-\pi-0-\pi-\dots$). En général, on a constaté que les valeurs des coefficients d'aberrations diminuent lorsque on augmente le nombre de zone de déphasage N. Ce comportement peut être exploité pour étendre la profondeur de focalisation d'un faisceau laser, créant ainsi la super-résolution. Il est possible de concevoir un élément de phase contenant N zone de déphasage de largeur inégal, pour la génération des aberrations sphériques(primaire, secondaire, tertiaire). Dans les prochaines étapes, on envisage la fabrication d'un pur élément de phase d'un seul niveau de gravure, permettant la génération des telles aberrations, au lieu d'exploiter un élément optique d'un profil à relief continue pour des raisons déjà évoquées.

*CONCLUSION
GENERALE*

CONCLUSION GENERALE

L'objectif recherché à travers cette thèse est de caractériser et de faire une mise en forme des faisceaux lasers par une composition modale, à l'aide des éléments optiques diffractifs d'amplitude (diaphragme, anneau opaque, demi plan) ou de phase(trou de phase).

Dans le premier chapitre, on s'est intéressé à la détermination des poids de chaque mode transverse d'un faisceau laser multimodes dont le mélange est incohérent par l'utilisation d'une méthode mathématique basée sur les moindres carrés, cela nous a permis de caractériser les faisceaux incorrélés de type Laguerre Gauss et Hermite Gauss. L'idée est basée sur l'étude des variations de puissance transmise par une pupille (diaphragme, anneau opaque, demi-plan opaque) pour pouvoir remonter à la pondération modale d'un tel mélange incohérent.

Dans le deuxième chapitre, l'étude simple passage a été considérée, on a fait le point sur les propriétés diffractives des deux pupilles (anneau opaque et diaphragme) lorsque le faisceau incident collimaté est un LG_{00} ou LG_{01} , plusieurs grandeurs ont été étudiées telles que ; l'intensité sur l'axe, les distributions des profils transverses d'intensités pour les deux modes, en champ proche et en champ lointain. Par la suite, on a cherché les expressions analytiques des transmissions du diaphragme(anneau opaque) des deux modes LG_{00} et finalement, on a calculé la divergence en champ lointain du faisceau diffracté par les pupilles, avec l'utilisation de la méthode basée sur le moment d'ordre 2. Ce chapitre a été une initiation à ce qu'on va entamer dans le chapitre III sur la capacité de générer en intra-cavité d'un flat-top qui demeure invariant du champ proche au champ lointain. Les conclusions de ce chapitre donnent satisfaction à pouvoir générer une telle distribution remarquable.

Dans le chapitre III, nous avons montré qu'on peut générer un flat-top en intra-cavité (contenant un anneau opaque et un diaphragme) qui demeure du champ proche au champ lointain, en appliquant une méthode fiable basée par la décomposition des polynômes de Laguerre-Gauss LG_{pl} . Cette technique nous a permis de calculer les pertes de chaque mode (LG_{00} et le LG_{01}) séparément en imposant des conditions de restriction énergétique(égalité de perte entre les deux modes) et géométrique qui confirment la génération de ce faisceau uniformisé. Par la suite, des fits et des vérifications des champs de sortie pour plusieurs plans de propagation ont été effectuée.

Finalement, dans le quatrième chapitre, on a montré qu'un simple élément optique diffractif binaire en combinaison avec un diaphragme et une lentille sont capables d'améliorer la propriété de focalisation. L'interprétation de ce résultat, a été achevée par une analyse très précise des

aberrations (défocus, primaire, secondaire, tertiaire), générées par l'élément de phase binaire. Ensuite, nous sommes parvenus à caractériser les coefficients d'aberrations d'un élément diffractif binaire contenant N zones de déphasage ($0-\pi-0-\pi-\dots$). En général, on a constaté que les valeurs des coefficients d'aberrations diminuent lorsqu'on augmente le nombre de zone de déphasage N. Ce comportement peut être exploité pour étendre la profondeur de focalisation d'un faisceau laser, créant ainsi la super-résolution. Il est possible de concevoir un élément de phase contenant N zones de déphasage de largeur inégale, pour la génération des aberrations sphériques (primaire, secondaire, tertiaire). Dans les prochaines étapes, on envisage la fabrication d'un pur élément de phase d'un seul niveau de gravure, permettant la génération de telles aberrations, au lieu d'exploiter un élément optique d'un profil à relief continu pour des raisons qu'on a déjà évoquée.

ANNEXES

Annexe A : Méthode d'ajustement "Levenberg-Marquardt"

A.1 Méthode de Fit "Levenberg-Marquardt"

La méthode Levenberg-Marquardt est une technique mathématique standard basée sur un algorithme itératif, utilisée pour résoudre les problèmes non linéaires par le calcul des moindres carrés, ces derniers surviennent lorsque on veut ajuster des données (des mesures.....etc.), par des paramètres d'une fonction d'ajustement pour réduire la somme des erreurs carrées entre les valeurs des données et la fonction de l'ajustement en engendrant des itérations jusqu'à où la différence d'erreur entre les deux est minimale. L'avantage majeur de cette méthode est que la solution peut être trouvée même si l'algorithme itératif est démarré très loin d'un minimum. En plus, c'est une combinaison de deux méthodes de minimisation ; la méthode de Gradient-Descent et la méthode de Newton-Gauss [Gav 13].

En appliquant une fonction d'ajustement $\hat{y}(t; p)$ d'une variable t indépendante et un vecteur de n paramètres p sur un ensemble de données (t_i, y_i) , il est usuel et approprié de minimiser la somme des erreurs pondérées au carrées entre une donnée mesurée $y(t_i)$ et la fonction d'ajustement $\hat{y}(t_i; p)$. Cette mesure scalaire qui évalue la qualité de l'ajustement des courbes, est appelée "le critère d'erreur Chi-carré"

$$\chi^2(p) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left[\frac{y(t_i) - \hat{y}(t_i; p)}{\omega_i} \right]^2 \quad A.1$$

Le chi-carré réduit est définis comme étant le chi-carré par le degré de liberté ν , il s'écrit :

$$\chi_\nu^2 = \frac{\chi^2}{\nu} \quad A.2$$

A.1.1 Définition de la méthode de Gradient-Descent

La méthode de Gradient-Descent est une technique de minimisation générale qui remet les valeurs des paramètres dans la direction opposante du gradient de la fonction de base (données). elle est reconnue en tant qu'un algorithme d'une très grande convergence pour trouver le minimum d'une fonction linéaire. Pour les problèmes non-linéaire d'une variété de paramètre (on parle des milliers de paramètres), la méthode de Gradient-Descent est parfois la seule applicable ou viable méthode.

A.1.2 Définition de la méthode de Newton-Gauss

Newton-Gauss est une méthode pour la minimisation d'une somme des moindres carrées de la fonction de base (données), cette technique suppose que cette fonction de base est approximativement quadratique pour les paramètres près de la solution optimale.

Typiquement, pour les problèmes modérés cette technique converge d'une manière plus rapide par rapport à la technique de Gradient-Descent.

Annexe B : Transmission des faisceaux LG_{0l} au travers des ouvertures d'amplitude

Dans cet annexe B, on présentera les équations de la transmission des faisceaux Laguerre-Gauss de type LG_{0l} au travers des ouvertures d'amplitude, à savoir, le diaphragme et l'anneau opaque. On va donc se limiter pour les 5 premiers modes azimutaux, LG_{01} , LG_{02} , LG_{03} , LG_{04} et LG_{05} .

Remarque:

Il faut savoir que les modes azimutaux ne possèdent pas de polynômes. Ainsi que les intensités représentées dans cet annexe B sont ceux des modes non-dégénérés.

L'intensité des modes LG_{0l} est décrite par l'équation(éq. II.2.1) à qui on fera rappel :

$$I_{0l \text{ non dégénérés}}(\rho) = \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{W} \right)^{2l} \exp\left(\frac{-2\rho^2}{W^2} \right) \quad B.1$$

La transmission du faisceau LG_{0l} par un diaphragme et un anneau opaque(éq. II.23) s'écrit comme suit :

$$T_{0l} = \frac{\overset{\text{T}_{\text{Diaphragme}}}{\int_0^{\rho_D} I_{0l}(\rho) \rho d\rho}}{\int_0^{\infty} I_{0l}(\rho) \rho d\rho} \quad \overset{\text{T}_{\text{anneau opaque}}}{\int_0^{\rho_A} I_{0l}(\rho) \rho d\rho + \int_{\rho_B}^{\infty} I_{0l}(\rho) \rho d\rho} \quad \int_0^{\infty} I_{0l}(\rho) \rho d\rho \quad B.2$$

Avec :

$\rho_D, \rho_A (\rho_B), h$: sont respectivement, le rayon du diaphragme circulaire, rayon interne(externe) de l'anneau opaque, largeur d'opacité de l'anneau opaque, avec $h = \rho_B - \rho_A$.

$$\text{Avec } Y_D = \frac{\rho_D}{W(z)} \quad Y_A = \frac{\rho_A}{W(z)} \quad \text{et } h_A = \frac{h}{W(z)}, \quad Y_B = \frac{\rho_B}{W(z)}$$

Les tableaux ci dessous, illustrent les expressions des transmissions des faisceaux LG_{0l} au travers un diaphragme(Tab. B.1) et un anneau opaque(Tab. B.2).

l	LG_{0l}	Transmission à travers le diaphragme
0	LG_{00}	$1 - e^{-2Y^2}$
1	LG_{01}	$1 - \exp(-2Y_D^2)(1 + 2Y_D^2)$
2	LG_{02}	$1 - \exp(-2Y_D^2)[1 + 2(Y_D^2 + Y_D^4)]$
3	LG_{03}	$1 - \exp(-2Y_D^2)(1 + 2Y_D^2 + 2Y_D^4 + (4/3)Y_D^6)$
4	LG_{04}	$1 - \exp(-2Y_D^2)(1 + 2Y_D^2 + 2Y_D^4 + (4/3)Y_D^6 + (2/3)Y_D^8)$
5	LG_{05}	$1 - \exp(-2Y_D^2)(1 + 2Y_D^2 + 2Y_D^4 + (4/3)Y_D^6 + (2/3)Y_D^8 + (4/15)Y_D^{10})$

Tab. B.1. Transmission des faisceaux de Laguerre-Gauss d'ordre l .

p	LG_{p0}	Transmission à travers l'anneau opaque
0	LG_{00}	$1 - e^{-2Y_A^2} - (1 - e^{-2Y_B^2})$
1	LG_{10}	$[1 - \exp(-2Y_A^2)(1 + 2Y_A^2)] - [1 - \exp(-2Y_B^2)(1 + 2Y_B^2)]$
2	LG_{20}	$[1 - \exp(-2Y_A^2)[1 + 2(Y_A^2 + Y_A^4)]] - [1 - \exp(-2Y_B^2)[1 + 2(Y_B^2 + Y_B^4)]]$
3	LG_{30}	$[1 - \exp(-2Y_A^2)[1 + 2Y_A^2 + 2Y_A^4 + (4/3)Y_A^6]] - [1 - \exp(-2Y_B^2)[1 + 2Y_B^2 + 2Y_B^4 + (4/3)Y_B^6]]$
4	LG_{40}	$[1 - \exp(-2Y_A^2)[1 + 2Y_A^2 + 2Y_A^4 + (4/3)Y_A^6 + (2/3)Y_A^8]] - [1 - \exp(-2Y_B^2)[1 + 2Y_B^2 + 2Y_B^4 + (4/3)Y_B^6 + (2/3)Y_B^8]]$
5	LG_{50}	$[1 - \exp(-2Y_A^2)[1 + 2Y_A^2 + 2Y_A^4 + (4/3)Y_A^6 + (2/3)Y_A^8 + (4/15)Y_A^{10}]] - [1 - \exp(-2Y_B^2)[1 + 2Y_B^2 + 2Y_B^4 + (4/3)Y_B^6 + (2/3)Y_B^8 + (4/15)Y_B^{10}]]$

Tab. B.2. Faisceaux LG_{0l} transmis au travers d'un anneau opaque.

Annexe C : Calcul des opérateurs aller-retour dans une cavité contenant un anneau opaque et un Diaphragme

C.1. Définition de l'opérateur aller-retour M

Vu la géométrie de la cavité (Fig. C.1), le faisceau présentera une symétrie axiale. Le champ incident et réfléchi sera projeté sur une base orthonormée constituée de 80 fonctions de Laguerre-Gauss et qui s'écrivent :

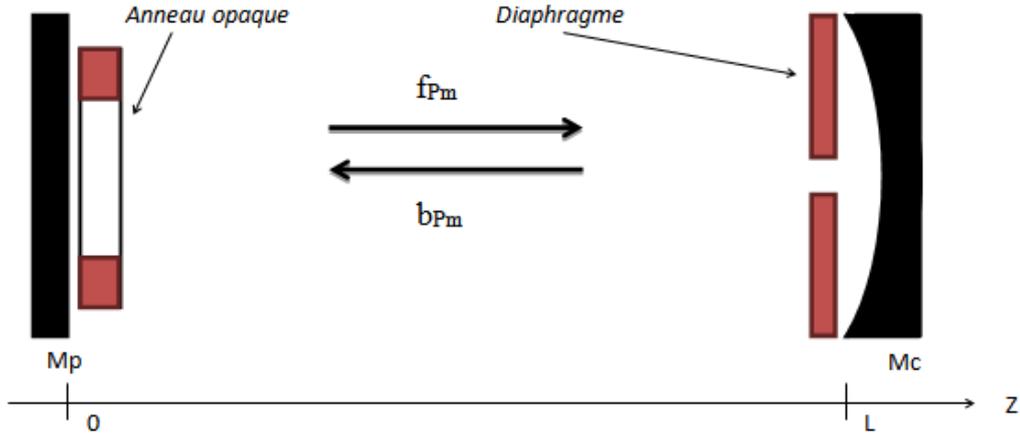


Fig. C.1. Cavité contenant un anneau et un diaphragme.

Pour le champ incident ;

$$G_{fpm} = \frac{1}{W(z)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \left(\exp \left(i \left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} - (2p+l+1)\theta(z) \right] \right) \exp \left(-\frac{X}{2} \right) \left(\frac{-X}{2} \right)^{l/2} L_p^l(X) \right) \quad C.1$$

Pour le champ réfléchi :

$$G_{bpm} = \frac{1}{W(z)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \left(\exp \left(-i \left[\frac{k\rho^2}{2R_c(z)} - (2p+l+1)\theta(z) \right] \right) \exp \left(-\frac{X}{2} \right) \left(\frac{-X}{2} \right)^{l/2} L_p^l(X) \right) \quad C.2$$

f et b désignent respectivement les grandeurs aller(forward) et retour(backward), m et p sont les indices angulaire et radial, $k = 2\pi/\lambda$ étant le vecteur d'onde.

Le mode gaussien d'une cavité non-diaphragmée est caractérisé par le diamètre de son faisceau $2W(z)$ et son rayon de courbure $R_c(z)$ au point z , ainsi que le déphasage $\theta(z)$.

$$W^2(z) = W_0^2 \left(1 + (z/z_0)^2 \right) \quad C.3$$

$$R_c(z) = z \left(1 + (z_0/z)^2 \right) \quad C.4$$

$$\theta(z) = \arctan(z/z_0) \quad C.5$$

$z_0 = \pi W_0^2 / \lambda$ est la distance de Rayleigh, le rayon du beam-waist W_0 qui s'écrit pour une cavité plano-concave :

$$W_0^2 = (\lambda L / \pi) [g / (1 - g)]^{1/2} \quad C.6$$

$$g = 1 - L/R \quad C.7$$

L étant la longueur de la cavité, g est le paramètre géométrique de la cavité, L_p^l est le polynôme de Laguerre-Gauss généralisé pour les deux symétries radiale(p) et azimutale(l) donné par:

$$\sum_{n=0}^p (-1)^n \frac{(p+l)!}{(p-n)!(l+n)!n!} (X)^n \quad \text{avec } X = \frac{2\rho^2}{W^2(z)} \quad C.8$$

Les fonctions de base satisfont aux conditions d'ortho normalisation :

$$2\pi \int_0^\infty G_{fpm}(\rho, z) G_{fpm}^*(\rho, z) \rho d\rho = \delta_{pq} \quad C.9-a$$

$$2\pi \int_0^\infty G_{bpm}(\rho, z) G_{bpm}^*(\rho, z) \rho d\rho = \delta_{pq} \quad C.9-b$$

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} G_{fpm}(\rho, z) G_{fpm}^*(\rho, z) \rho d\rho d\phi = \delta_{pq} \quad C.9-c$$

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} G_{bpm}(\rho, z) G_{bpm}^*(\rho, z) \rho d\rho d\phi = \delta_{pq} \quad C.9-d$$

On considère que les champs incident et réfléchi présentent une polarisation linéaires et s'écrivent comme une combinaison linéaire dans la base formée par les fonctions $G_{fpm}(\rho, z)$ et $G_{bpm}(\rho, z)$

$$E_f(\rho, z, \phi) = \exp[i(kz - \omega t)] \sum_{m,p} f_{pm} G_{fpm}(\rho, z) \exp(-im\phi) \quad C.10$$

$$E_b(\rho, z, \phi) = \exp[ik(2L - \omega t)] \sum_{m,p} b_{pm} G_{bpm}(\rho, z) \exp(-im\phi) \quad C.11$$

Où les variables indépendantes ρ, z, ϕ décrivent un système de coordonnées cylindriques. Nous étudions le champ stationnaire pour $t=0$ et ainsi $\exp(i\omega t) = 1$.

Rappel :

$$V_{nm}(\rho, \phi) = R_{nm}(\rho)e^{-im\phi} \quad C.12$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty V_{nm}(\rho, \phi)V_{kl}(\rho, \phi) = 0 \text{ pour } n \neq k \text{ ou } m \neq l \quad C.13$$

L'équation C.12 est une fonction orthogonale sur la surface d'un miroir.

Le calcul des coefficients f_{pm} et b_{pm} est nécessaire pour la détermination des champs incident et réfléchi. Ces coefficients sont liés l'un à l'autre par les conditions de continuité.

Conditions de continuité sur les miroirs :

Sur le miroir plan (Z=0)

$$E_f(\rho, 0, \phi) = \begin{cases} -r_1 E_b(\rho, z, \phi) & \text{pour } \rho \langle \rho_a \text{ et } \rho \rangle \rho_b \\ 0 & \text{pour } \rho_a \langle \rho \rangle \rho_b \end{cases} \quad C.14$$

Sur le miroir concave (Z=L)

$$E_b(\rho, L, \phi) = \begin{cases} -r_2 E_f(\rho, L, \phi) & \text{pour } \rho \langle \rho_D \\ 0 & \text{pour } \rho_a \rangle \rho_D \end{cases} \quad C.15$$

C.2. Relation entre les coefficients du champ retour et ceux du champ aller sur le miroir concave en z=L

En inversant l'équation C.15 sur le miroir sphérique (Côté diaphragme d'un rayon en z=L) et après une bref simplification, on trouve :

$$\int E_b(\rho, z, \phi) G_{bqn}^*(\rho, L) \exp(in\phi) d\Sigma = \exp[ikL] \sum_{m,p} b_{pm} G_{bpm}(\rho, z) G_{bqn}^*(\rho, L) \exp(-im\phi) \exp(in\phi) d\Sigma \quad C.16$$

avec $\Sigma = \rho d\rho d\phi$

Sachant que :

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} G_{bpm}(\rho, z) G_{bqn}^*(\rho, L) \exp(-im\phi) \exp(in\phi) \rho d\rho d\phi = \delta_{pq} \delta_{mn} \quad C.17$$

Après un long calcul, le coefficient b_{pm} déterminant le champ réfléchi est écrit comme suit :

$$b_{pm} = -r_2 \sum_{n,q} A_{pqmn} \exp\{-i[(2p+2q+m+n+2)\theta(L)]\} f_{qn} \quad C.18$$

d'où :

$$A_{pqmn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{p!q!}{(p+m)!(q+n)!}} \int_0^{2\pi X_L} \int_0^{2\pi X_L} \exp(-X) X^{(m+n)/2} L_p^m(X) L_q^n(X) \exp(i(m-n)dXd\phi) \quad C.19$$

$$\text{Où} \quad X_L = 2\rho_D^2/W^2(L) \quad C.20-a$$

$$X = 2\rho^2/W^2(z) \text{ et } \rho d\rho = \frac{4}{W^2(z)} dX \quad C.20-b$$

C.3. Relation entre les coefficients du champ aller et ceux du champ retour sur le miroir plan en z=0

Calcul du champ aller et retour sur le miroir plan (côté anneau absorbant de deux rayons ρ_A et ρ_B)

$$\int E_f(\rho,0,\phi) G_{fro}^*(\rho,L) \exp(io\phi) d\Sigma = -r_1 \exp[2ikL] \sum_{m,p} b_{pm} G_{bpm}(\rho,z) G_{fro}^*(\rho,0) \exp(-im\phi) \exp(io\phi) d\Sigma \quad C.21$$

Après un long calcul, le coefficient f_{ro} déterminant le champ incident est écrit comme suit :

$$f_{ro} = -r_1 \exp[2ikL] \sum_{m,p} b_{pm} B_{rpm} \quad C.22$$

d'où :

$$B_{rpm} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{p!r!}{(p+m)!(r+o)!}} \int_0^{2\pi X_A} \int_0^{2\pi X_A} \exp(-X) X^{(m+o)/2} L_p^m(X) L_r^o(X) \exp(i(o-m)dXd\phi) \quad C.23$$

Les matrices A_{pqmn} et B_{rpm} sont des matrices complexes basées sur le développement des fonctions de Laguerre-Gauss associés, elles ont une dimension $p^*q^*m^*n$, ($r^*p^*o^*m$). Les valeurs propres ainsi que les vecteurs propres de ces matrices sont complexes.

$$A_{pqmn} = \left(\int_0^{\pi X_L} \int_0^{2\pi X_L} + \int_0^{\pi X_L} \int_0^{2\pi X_L} \right) C_{pqmn} \exp(i(m-n)dXd\phi) \quad C.24$$

$$C_{pqmn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{p!q!}{(p+m)!(q+n)!}} \exp(-X) X^{(m+n)/2} L_p^m(X) L_q^n(X) \quad C.25$$

On peut faire le développement suivant :

$$\int_{\pi}^{2\pi X_L} \int_0 C_{pqmn} \exp(-i(n-m)dXd\phi) = \int_{-\pi}^0 \int_0 C_{pqmn} \exp(i(n-m)dXd\phi) \quad C.26-a$$

$$\int_{\pi}^{2\pi X_L} \int_0 C_{pqmn} \exp(-i(n-m)dXd\phi) = \int_0^{\pi} \int_0 C_{pqmn} \exp(i(n-m)dXd\phi) \quad C.26-b$$

On en déduit donc :

$$A_{pqmn} = \int_0^\pi \int_0^{X_L} C_{pqmn} \text{Cos}(m-n) dXd\phi \quad C.27$$

Evidemment, $A_{pqmn} = A_{qpnm}$ c'est une matrice réelle et symétrique de dimension $p \times q \times m \times n$, et l'intégrale peut donc être effectuée sur la moitié de la surface du diaphragme (Miroir Concave)
De même :

$$B_{rpom} = \int_0^\pi \int_0^{X_A} D_{rpom} \text{Cos}(m-o) dXd\phi \quad C.28$$

$$D_{rpom} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{p!r!}{(p+m)!(r+o)!}} \exp(-X) X^{(m+o)/2} L_p^m(X) L_r^o(X) \quad C.29$$

A cause de la géométrie de l'anneau présentée ci-dessous, les bornes d'intégrales deviennent ;

$$2Y_A^2 = 2\rho_A^2/W_0^2 \quad \text{et} \quad 2Y_B^2 = 2\rho_B^2/W_0^2 \quad C.30$$

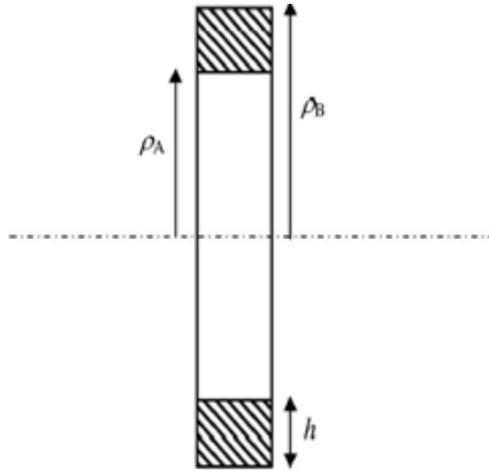


Fig.C.2. Anneau opaque d'un rayon interne(externe) ρ_A (ρ_B).

$$B_{rpom} = \int_0^\pi \text{Cos}(m-o) d\phi \left[\int_0^{2Y_A^2} D_{rpom} + \int_{2Y_B^2}^\infty D_{rpom} \right] dX \quad C.31$$

De la même manière : $B_{rpom} = B_{prmo}$ c'est une matrice réelle et symétrique de dimension $r \times p \times o \times m$, et l'intégrale s'effectue sur la moitié de la surface du l'anneau absorbant (miroir plan).

$$\int_0^\pi \text{Cos}(m-n) d\phi = 0 \quad \text{et} \quad \int_0^\pi \text{Cos}(m-o) d\phi = 0 \quad \text{Sauf pour } m=n \text{ et } m=o, \text{ ou elle prend la valeur de } \pi.$$

Cependant, nous avons affaire alors à des matrices diagonales.

C.3. Pertes par diffraction du mode fondamental

La relation entre les équations (éq. C.18) et (éq. C.22) permet de définir l'opérateur aller-retour M , qui exprime l'évolution des coefficients aller f_{ro} après un aller-retour, et dont l'élément M_{rpm} de la matrice pour la combinaison anneau opaque-diaphragme est définie par :

$$M_{rpm} = r_1 r_2 \exp[2ikL] \sum_{n,q} A_{pqmn} \cdot B_{rpm} \exp\{-i[(2p + 2q + m + n + 2)\theta(L)]\} \quad C.32$$

L'opérateur aller-retour décrit dans l'équation (éq. C.32) contient les informations concernant les effets qui contribuent à la formation du champ propre de la cavité contenant un anneau opaque sur le miroir plan et un diaphragme sur le miroir concave. Les vecteurs propres u de la matrice M représentent les modes propres de la cavité diaphragmée et les vecteurs propres complexes associées détermineront les pertes sur un aller-retour pour chaque mode. Chacun de ces modes est caractérisé par une valeur propre Γ telle que:

$$Mu = \Gamma u \quad C.33$$

Le vecteur propre de M ayant la valeur propre la plus élevée Γ_{00} et Γ_{01} correspond aux modes fondamentaux LG_{00} et LG_{01} respectivement, ils sont caractérisés par les pertes par diffraction qu'il subit sur un aller-retour:

$$L_{00} = 1 - |\Gamma_{00}|^2 \quad C.34$$

$$L_{01} = 1 - |\Gamma_{01}|^2 \quad C.35$$

C.4. Calcul des coefficients de sortie

Comme on peut le voir sur la figure (Fig. III.C.1), la cavité laser perturbée possède deux sorties, l'une se situe du côté du miroir plan M_P et l'autre du côté du miroir concave M_C .

Dans ce travail, on a considéré seulement la sortie du côté du miroir concave M_C , i.e. l'emplacement du diaphragme. Cependant, afin de caractériser les faisceaux de sortie, nous devons déterminer les coefficients de l'expansion du champ à partir de la connaissance des coefficients aller f_{pm} et retour b_{pm} et de la condition limite particulière sur le miroir concave M_C . On notera ${}^1h_{pm}$ les coefficients de sortie coté miroir M_C .

$${}^1h'_{pm} = \sqrt{1 - r_c^2} \sum_{q,n} A_{pqmn} \exp\{-i[(2p - 2q + m - n)\theta(L)]\} f_{qn} \quad C.36$$

BIBLIOGRAPHIE GENERALE

BIBLIOGRAPHIE GENERALE

- [Ait 88] K. Aït-Ameur, H. Ladjouze, "Fundamental mode distribution in a diaphragmed cavity", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 21, Issue 11, pp. 1566-1571 (1988).
- [Ait 92] K. Aït-Ameur, H. Ladjouze, G. Stéphan, "Diffraction effects in a resonant cavity with two non-equivalent apertures", *Applied Optics*, Vol. 31, Issue 3, pp. 397-405 (1992).
- [Ait 93-a] K. Aït-Ameur, G. Stéphan, "Effective beam truncation of the fundamental mode in an apertured cavity", *Optics Letters*, Vol. 18, Issue 12, pp. 938-940 (1993).
- [Ait 97] K. Ait Ameur, "Divergence temporal dynamics of a Q-switched laser", *Applied Optics*, Vol. 36, Issue 30, pp. 7809-7817, (1997).
- [Ait 99] K. Aït-Ameur and F. Sanchez, "Gaussian beam conversion using an axicon", *J. Modern Optics*, Vol. 46, Issue 10, pp. 1537-1548 (1999).
- [Ait 00] K. Aït-Ameur, M. Brunel, F. Sanchez, "High transverse mode discrimination in apertured resonators using diffractive binary optics", *Optics Communications*, Vol. 184, Issue 1-4, pp. 73-78 (2000).
- [Ait-02] K. Aït-Ameur, "Effects of a phase aperture on the fundamental mode of a hard apertured cavity", *J. Modern Optics*, Vol. 49, Issue 7, pp. 1157-1168, (2002).
- [Alk 07] A.A. Alkelly, "Spot size and radial intensity distribution of focused Gaussian beams in spherical and non-spherical aberration lenses", *Optics Communications*, Vol. 277, Issue 2, pp. 397-405 (2007).
- [All 92] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian", *laser modes Physics Review A*, Vol. 45, Issue 11, pp. 5 (1992).
- [Ana 92] Y. A. Ananiev, "Laser Resonators and the Beam Divergence Problem", IOP Publishing, Bristol (1992).
- [Arl 98] J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen & M. J. Padgett, "The production of multiringed Laguerre-Gaussian modes by computer-generated holograms", *Journal of Modern Optics*, Vol. 45, Issue 6, pp. 1231-1237 (1998).
- [Bas 93] I. Basistiy, V.Y. Bazhenov, M. Soskin, M.V. Asnetsov, "Optics of light beams with screw dislocations" *Optics Communications*, Vol. 103, Issue 5-6, pp. 422-428 (1993).
- [Bas 10] M. Bass, *Handbook of Optics*, 3rd ed. Mc Graw-Hill, Vol. 1, Chap. 23 (2010).
- [Bél 92] P. A. Bélanger, R. L. Lachance, and C. Paré, "Super-Gaussian output from a CO₂ laser by using a graded-phase mirror resonator", *Optics Letters*, Vol. 17, Issue 10, pp.739-741 (1992).

- [**Bou 97**] R. Bourouis, K. Ait Ameer and H. Ladjouze, "Optimization of the Gaussian beam flattening using a phase-plate", *Journal of Modern Optics*, Vol. 44, Issue 7, pp. 1417-1427 (1997).
- [**Bou 13**] B. Boubaha, D. Naidoo, T. Godin, M. Fromager, A. Forbes, K. Ait Ameer, "Spatial properties of coaxial superposition of two coherent Gaussian beams", *Applied Optics* .Vol. 52, Issue 23, pp.5766-5772 (2013).
- [**Bor 80**] M.Born et E.Wolf, "Principles of Optics", 6ème édition, Cambridge University Press, New York (1980).
- [**Bre 07**] S. Bretschneider, C. Eggeling, and S.W. Hell, "Breaking the Diffraction Barrier in Fluorescence Microscopy by Optical Shelving", *Physical Review Letter*, Vol. 98, Issue 21, pp. 4 (2007).
- [**Cag 11**] E. Cagniot, M. Fromager, T. Godin, N. Passilly, K. Aït-Ameer, "Transverse superresolution technique involving rectified Laguerre-Gaussian LG_p^0 beams", *Journal OSA A* Vol. 28, Issue 8, pp. 1709-1715 (2011).
- [**Cha 09**] S.P. Chard, P.C. Shardlow, & M.J. Damzen, "High-power non-astigmatic TEM₀₀ and vortex mode generation in a compact bounce laser design", *Applied Physics B*, Vol. 97, pp. 275-280 (2009).
- [**Che 96**] T.Y. Cherezova, L.N. Kaptsov, and A.V. Kudryashov, "Cw industrial rod YAG:Nd³⁺ laser with an intracavity active bimorph mirror", *Applied Optics*, Vol. 35, Issue 15, pp.2554-2561 (1996).
- [**Chi 13**] Y. Chi and B.L Anderson, "Resolving spatial modes of lasers via matrix completion", *Optics Letters*, Vol. 38, Issue 19, pp. 3957-3960 (2013).
- [**Chu 12**] S. C. Chu, Y. T. Chen, K. F. Tsai, K. Otsuka, "Generation of high-order Hermite-Gaussian modes in end-pumped solid-state lasers for square vortex array laser beam generation", *Optics Express*, Vol. 20, Issue 7, pp. 7128-7141 (2012).
- [**Cut 92-a**] A. Cutolo, F. Ferreri, T. Isernia, R. Pierri and L. Zeni, "Measurments of the waist and the power distribution across the transverse modes of a laser beam", *Optical and Quantum Electronics*, Vol. 24, Issue 9, pp. S963-S971 (1992).
- [**Cut 92-b**] A. Cutolo, A. Esposito, T. Isernia, R. Pierri, and L. Zeni, "Characterisation of the transvers modes in a laser beam; analysed and application to a Q-Switched Nd-Yag laser", *Applied Optics*, Vol. 13, Issue 15, pp. 2722-2733 (1992).
- [**Cut 95**] A. Cutolo, T. Isernia, I. Izzo, R. Pierri and L. Zeni, "Transverse-mode analysis of a laser beam by near- and far field intensity measurements", *Applied Optics*, Vol. 34, Issue 34, pp. 7974-7978 (1995).

- [Dai 98] J.C. Dainty, A.V. Koryabin, and A.V. Kudryashov, "Low-order adaptive deformable mirror", *Applied Optics*, Vol. 37, Issue 21, pp.4663-4668 (1998).
- [Dav 02] C. David, P. Häberling, M. Schnieper, J. Söchtig, and C. Zschokke, "Nano-structured anti-reflective surfaces replicated by hot embossing", *Microelectron Eng.* Vol. 61-62, pp. 435-440 (2002).
- [DeJ 04] D. M. de Juana, V. F. Canales, P. J. Valle, and M. P. Cagigal, "Focusing properties of annular phase filters", *Optics Communications*, Vol. 229, Issue 1-6 , pp. 71-77 (2004).
- [DeS 06] R. de Saint Denis, N. Passilly, K. Ait-Ameur, "Laser beam brightness of apertured optical resonators", *Optics Communincations*, Vol. 264, Issue 1, pp. 193-202 (2006).
- [DeS 06-a] R . De Saint Denis, N. Passilly, M. Laroche, T. Mohammed-Brahim and K. Aït-Ameur, "Beam shaping longitudinal range of a binary diffractive optical element", *Applied Optics*, Vol. 45, Issue 31, pp. 8136-8141 (2006).
- [DeS 08] R. de Saint Denis, N. Passilly, M. Fromager, E. Cagniot, K. Ait-Ameur, "Diffraction properties of opaque disks outside and inside a laser cavity", *Optics Communications*, Vol. 281, Issue 3, pp. 444-451 (2008).
- [Dic 14] F. M. Dickey, "Laser beam shaping: theory & techniques", Second Edition (2014).
- [Dic 17] F. M. Dickey and T. E. Lizotte, "Laser Beam Shaping Applications", Second Edition (2017).
- [Dif 97] E. Di Fabrizio, L. Grella, M. Baciocchi, M. Gentili, "Fabrication of Diffractive Optical Elements by Electron Beam Lithography", In: Martellucci S., Chester A.N. (eds) *Diffractive Optics and Optical Microsystems*. Springer, Boston, MA, pp. 149-160 (1997).
- [Fla 12] D. Flamm, D. naidoo, C. Schulze, A. Forbes and M. Duparré, "Mode analysis with a spatial light modulator as a correlation filter", *Optics Letters*, Vol. 37, Issue 13, pp. 2478-2480 (2012).
- [Flo 04] A. Flores, M. R. Wang, and J. J. Yang, "Achromatic hybrid refractive diffractive lens with extended depth of focus", *Applied Optics*, Vol. 43, Issue 30, pp. 5618-5630 (2004).
- [Fri 98] M.E.J. Friese, T.A. Nieminen, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, "Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles", *Nature* Vol. 394, pp. 348-350 (1998).
- [Fom 17] S.A. Fomchenkov and M. A. Butt, "Fabrication of amplitude-phase type diffractive optical elements in aluminium films", *Journal of Physics : Conf. Ser.* Vol. 917 (2017).
- [For 16] A. Forbes, A. Dudley, M. McLaren, "Creation and detection of optical modes with spatial light modulators", *Adv. Opt. Photon.* Vol. 8, Issue 2, pp. 200-227 (2016).

- [**Fox 61**] A. G. Fox and T. Li, "Resonant modes in a maser interferometer", Bell Syst. Tech. J, Vol. 40, Issue 2, pp. 453-488 (1961).
- [**Fox 68**] A. G. Fox and T. Li, "Computation of optical resonator modes by the method of resonance excitation", IEEE J. Quantum Electron, Vol. 4, Issue 7, pp. 460-465 (1968).
- [**Gah 96**] K.T. Gahagan, G.A. Schwartzlander, "Optical vortex trapping of particles", Optics Letters, Vol. 21, Issue 11, pp. 827-829 (1996).
- [**Gan 03**] D. Ganic, X. Gan, and M. Gu, "Focusing of doughnut beams by a high numerical-aperture objective in free space", Optics Express, Vol. 11, Issue 21, pp. 2747-2752 (2003).
- [**Gao 07**] X. Gao, F. Gan, and W. Xu, "Superresolution by three-zone pure phase plate with 0, π , 0 phase variation", Optics Laser Technol, Vol. 39, Issue 5, pp. 1074-1080 (2007).
- [**Gav 13**] H. Gavin, "The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems", Allen Inst for Artificial Intelligence (2013).
- [**Gib 00**] A. Gibson, "laser pointing technology", Proc. SPIE 4034, Laser Weapons Technology, (2000).
- [**Giv 82**] M. P. Givens, "Focal shifts in diffracted converging spherical waves", Optics Communications, Vol. 41, Issue 3, pp. 141-148 (1982).
- [**Gu 00**] Min Gu, "Advanced optical imaging theory", springer (2000).
- [**Had 15**] S. Haddadi, D. Louhibi, A. Hasnaoui, A. Harfouche and K. Ait Ameer, "Spatial properties of a diffracted high-order radiale Laguerre-Gaussian LG_{p0} beams", Laser Physics, Vol. 25, Issue 12, pp. 6 (2015).
- [**Had 15-a**] S.Haddadi, A.Hasnaoui, M.Fromager, D.Louhibi, A.Harfouche, E.Cagniot and K.Ait-Ameer, "Use of a diaphragm for transforming a LG_{10} beam into a Flat-Top", Optik, Vol. 127, Issue 4, pp 2207-2211 (2015).
- [**Har 14**] A. Harfouche, B. Boubaha, M. Fromager and K. Ait-Ameer, "Comparison between interferometric and diffractive laser beam shaping", Journal of Optics, Vol. 16, Issue 12, pp. 10 (2014).
- [**Has 10**] A. Hasnaoui and K. Ait-Ameer, "Properties of a laser cavity containing an absorbing ring", Applied Optics, Vol. 49, Issue 21, pp. 4034-4043 (2010).
- [**Has 12**] A.Hasnaoui, T. Godin, E. Cagniot, M. Fromager, A. Forbes, K. Ait-Ameer, "Selection of a LG_{p0} -shaped fundamental mode in a laser cavity: Phase versus amplitude masks", Optics Communications, Vol. 285, Issue 24, pp 5268-5275 (2012).
- [**He 07**] H. He, N. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, "Optical particle trapping with higher order doughnut beams produced using high efficiency computer generated holograms" J. Modern Optics, Vol. 42, Issue 1, pp. 217-223 (1995).

- [Hec 74] E. Hecht, A. Zajac, Optics (New York : addison-Wesley) p371, (1974).
- [Her 85] R. M. Herman, J. Pardo, and T. A. Wiggins, "Diffraction and focusing of Gaussian beams", Applied Optics, Vol. 24, Issue 9, pp. 1346-1354 (1985).
- [Hof 00] J.A. Hoffnagle and C. Michael Jefferson, "Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian to a flattop beam", Applied Optics. Vol. 39, Issue 30, pp. 5488-5499 (2000).
- [Ito 10] A. Ito, Y. Kozawa, & S. Sato, "Generation of hollow scalar and vector beams using a spot-defect mirror," Journal OSA A, Vol. 27, Issue 9, pp 2072-2077 (2010).
- [Kar 98] G.P. Karman, A.V. Duijl, J.P. Woerdman, "Observation of a stronger focus due to spherical aberration", Journal of Modern Optics, Vol. 45, Issue 12, pp. 2513-2517 (1998).
- [Kar 01] D.M. Karnakis, J. Fieret, P.T. Rumsby, M.C. Gower, "Microhole drilling using reshaped pulsed Gaussian laser beams", Proc. SPIE 4443, Laser Beam Shaping II, 150 (2001).
- [Kim 15] D.J. Kim and J.W. Kim, "High-power TEM₀₀ and Laguerre–Gaussian mode generation in double resonator configuration", Applied Physics B, Vol. 121, Issue 3, pp. 401-405 (2015).
- [Kim 15-a] D. Kim, J. Kim, "Direct generation of an optical vortex beam in a single-frequency Nd:YVO₄ laser", Optics Letters, Vol. 40, Issue 3, pp. 399-402 (2015).
- [Kim 16] D.J. Kim, J.W. Kim, "Dual-cavity Nd:YAG laser with Laguerre-Gaussian (LG_{0n}) mode output", Optics Communications, Vol. 383, pp. 26-30 (2017).
- [Kim 16-a] D. J. Kim, J. I. Mackenzie and J. W. Kim, "Adaptable beam profiles from a dual-cavity Nd:YAG laser", Optics Letters, Vol. 41, Issue 8, pp. 1740-1743 (2016).
- [Kog 65] H. Kogelnik, "Imaging of optical modes resonators with internal lenses", Bell. Syst. Tech. J, Vol. 44, Issue 3, pp. 455-494 (1965).
- [Kog 66] H.Kogelnik, T.Li, "Laser beams and resonators", Applied Optics, Vol. 5, Issue 10, pp. 1550-1567 (1966).
- [Las 09] A. Laskin, V. Laskin, "Imaging techniques with refractive beam shaping optics", Proc. SPIE 8490, Laser Beam Shaping XIII, 84900J (2012).
- [Leg 94] J. R. Leger, D. Chen, and Z. Wang, "Diffractive optical element for mode shaping of a Nd:YAG laser", Optics Letters, Vol. 19, Issue 2, pp.108-110 (1994).
- [Let 02] R.R. Letfullin, O.A. Zayakin, "Diffractive focusing of a Gaussian beam", J. Russian Laser Research, Vol. 23, Issue 2, pp. 148-160 (2002).
- [Li 81] Y. Li, E. Wolf, "Focal shifts in diffracted converging spherical waves", Optics Communications, Vol. 39, Issue 4, pp. 211-215 (1981).

- [Li 82] Y. Li, E. Wolf, "Focal shift in focused truncated Gaussian beam", *Optics Communications*, Vol. 42, Issue 3, pp. 151-156 (1982).
- [Li 82-a] Y. Li and E. Wolf, "Dependence of the focal shift on Fresnel number and f number", *JOSA*, Vol. 72, Issue 6, pp. 770-774 (1982).
- [Lie 95] A. Liesenhoff, "An interferometric method of laser beam analysis", *Review of Science Instruments*, Vol. 66, Issue. 8, pp.4059–4065 (1995).
- [Lit 08] I. A. Litvin and A. Forbes, "Bessel-Gauss resonator with internal amplitude filter", *Optics Communications*, Vol. 281, Issue 9, pp. 2385-2392 (2008).
- [Lit 09] I. A. Litvin and A. Forbes, "Gaussian mode selection with intracavity diffractive optics", *Optics Letters*, Vol. 34, Issue 19, pp. 2991-2993 (2009).
- [Lit 14] I. A. Litvin, S. Ngcobo, D. Naidoo, K. Ait-Ameur, and A. Forbes, "Doughnut laser beam as an incoherent superposition of two petal beams", *Optics Letters*, Vol. 39, Issue 3, pp. 704-707 (2014).
- [Liu 03] X. Liu, X. Cai, S. Chang, and C. P. Grover, "Optical system having a large focal depth for distant object tracking", *Optics Express*, Vol. 11, Issue 24, pp. 3242-3247 (2003).
- [Liu 08] L. Liu, F. Diaz, L. Wang, B. Loiseaux, J.-P. Huignard, C. J. Sheppard, and N. Chen, "Superresolution along extended depth of focus with binary-phase filters for the Gaussian beam", *Journal OSA A*, Vol. 25, Issue 8, pp. 2095-2101 (2008).
- [Lu 17] J. Lu, H. Lin, G. Zhang, B. Li, L. Zhang, Z. Lin, Y.F. Chen, V. Petrov and W. Chen, "Direct generation of an optical vortex beam from a diode-pumped Yb:MgWO₄ laser", *Lasers Physics Letters*, Vol. 14, Issue 8, pp. 085807 (2017).
- [Mac 01] M.P. MacDonald, L. Paterson, W. Sibbett, K. Dholakia, P.E. Bryant, "Trapping and manipulation of low-index particles in a two-dimensional interferometric optical trap", *Optics Letters*, Vol. 26, Issue 12, pp. 863-865 (2001).
- [Maf 11] C. Mafusire and A. Forbes, "Generalised beam quality factor of aberrated truncated Gaussian laser beams", *Journal. OSA A*, Vol. 28, Issue 7, pp. 1372-1378 (2011).
- [Maf 17] C. Mafusire and T. P. J. Kruger, "Strehl ratio and amplitude-weighted generalised orthonormal Zernike-based polynomials", *Applied Optics*, Vol. 56, Issue 8, pp. 2336-2345 (2017).
- [Mah 83] V. N. Mahajan, "Axial irradiance and optimum focusing of laser beams", *Applied Optics*, Vol. 22, Issue 19, pp. 30421-3053 (1994).
- [Mah 94] V. N. Mahajan, "Zernike circle polynomials and optical aberrations of system with circular pupils", *Applied Optics*, Vol. 33, Issue 34, pp. 8121-8124 (1994).
- [Mah 98] V. N. Mahajan, *Optical Imaging and Aberrations: Part I. Ray Geometrical Optics SPIE*, Chap. 3, p. 157 (1998).

- [**McA 91**] J.A. MacAndrew, M.R. Humphries, W.T. Welford, J.A. Golby, "A beam shaping system", Proc. SPIE 1500, Innovative Optics and Phase Conjugate Optics (1991).
- [**Mer 10**] B. Mercier, J.P. Rousseau, A. Jullien, L. Antonucci, "Nonlinear beam shaper for femtosecond laser pulses, from Gaussian to flat-top profile", Optics Communications, Vol. 283, Issue 15, pp. 2900-2907 (2010).
- [**Mil 96**] S. E. Miller and L. C. Tillotson, "Optical Transmission Research", Applied Optics, Vol. 5, Issue 10, pp. 1538-1549 (1966).
- [**Nai 11**] D. Naidoo, K. Aït-Ameur, M. Brunel, A. Forbes, "Intra-cavity generation of superpositions of Laguerre–Gaussian beams", Applied Physics B, Vol. 106, Issue 3, pp 683–690 (2011).
- [**Nai 11-a**] D. Naidoo, T. Godin, M. Fromager, E. Cagniot, N. Passilly, A. Forbes, K. Aït-Ameur, "Transverse mode selection in a monolithic microchip laser", Optics Communications, Vol. 284, Issue 23, pp. 5475-5479 (2011).
- [**Nai 15**] D. Naidoo, A. Harfouche, M. Fromager, K. Ait Ameur, A. Forbes, "Emission of a propagation invariant flat-top beam from a microchip laser", Journal of luminescence, Vol. 170, Issue 3, pp.750-754.
- [**Ngc 13**] S. Ngcobo, I. Litvin, L. Burger and A. Forbes, "A digital laser for on-demand laser modes", Nature Communications, Vol. 4 (2013).
- [**Ngc 13-a**] S. Ngcobo, K. Ait-Ameur, I. Litvin, A. Hasnaoui, and A. Forbes, "Tuneable Gaussian to flat-top resonator by amplitude beam shaping" , Optics Express, Vol. 21, Issue 18, pp. 21113-21118 (2013).
- [**Ngc-Th 13**] S. Ngcobo, "Digital lasers for generation and characterisation of customed laser modes", A thesis submitted in fulfilment of the academic requirements for the PhD degree of Science in the School of Chemistry and Physics, University of KwaZulu-Natal, Durban. (2013).
- [**Nie 14**] Z. Nie, G. Shi, X. Zhang, Y. Wang, and Y. Song, "Generation of superresolution longitudinally polarized beam with ultra-long depth of focus using radially polarized hollow Gaussian beam", Optics Communications, Vol. 331, pp. 87-93 (2014).
- [**Oki 07**] M. Okida, T. Omatsu, M. Itoh, and T. Yatagai, "Direct generation of high power Laguerre-Gaussian output from a diode-pumped Nd:YVO₄1.3- μ m bounce laser", Optics Express, Vol. 15, Issue 12, pp. 7616-7622 (2007).
- [**Oki 09**] M. Okida, Y. Hayashi, T. Omatsu, J. Hamazaki, and R. Morita, "Characterization of 1.06 μ m optical vortex laser based on a side-pumped Nd:GdVO₄ bounce oscillator", Applied Physics B, Vol. 95, Issue 1, pp 69-73 (2009).

- [O'ne 00] A. T. O'Neil, M. J. Padgett, "Three-dimensional optical confinement of micron-sized metal particles and the de-coupling of the spin and orbital angular momentum within an optical spanner", *Optics Communications*, Vol. 185, Issue 1-3, pp. 139-143 (2000).
- [O'ne 02] A. T. O'Neil, I. Mac Vicar, L. Allen, M. J. Padgett, "Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam", *Physics Review Letters*, Vol. 88, Issue 5, pp. 4 (2002).
- [O'Sh 04] D. C. O'Shea, T. J. Suleski, A. D. Kathman, and D. W. Prather, *Diffraction Optics: Design, Fabrication and Test*, SPIE, (2004).
- [Osi 10] V. Osipov, V. Pavelyev, D. Kachalov, A. Žukauskas, and B. Chichkov, "Realization of binary radial diffractive optical elements by two-photon polymerization technique", *Optics Express*, Vol. 18, Issue 25, pp. 25808-25814 (2010).
- [Oti74] G. Otis, "Application of the boundary-diffraction-wave theory to Gaussian beams", *Journal of OSA*, Vol. 64, Issue 11, pp. 1545-1550 (1974).
- [Pas 04-a] N. Passily, M. Fromager, K. Ait-Ameur, R. Moncorgé, J-L. Doualan, A. Hirth and G. Quarles, "Experimental and theoretical investigation of a rapidly varying nonlinear lensing effect observed in a Cr :LiSAF laser", *Journal OSA B*, Vol. 21, Issue 3, pp. 531-538 (2004).
- [Pas 04-b] N. Passily, M. Fromager, K. Ait-Ameur, "Improvement of the self-Qswitching behavior of a Cr :LiSAF laser using a binary diffractive optics", *Applied Optics*, Vol. 43, Issue 26, pp. 5047-5059, (2004).
- [Pas 06] N. Passily, E. Haouas, V. Menard, R. Moncorgé, K. Ait-Ameur, "Population lensing effect in Cr:LiSAF probed by Z-scan technique", *Optics Communications*, Vol. 260, Issue 2, pp. 703-707, (2006).
- [Pea 69] J. E. Pearson, T. C. McGill, S. Kurtin, and A. Yariv, "Diffraction of Gaussian laser beams by a semi-infinite plane", *Journal of OSA*, Vol. 59, Issue 11, pp. 1440-1445 (1969).
- [Pu 98] J. Pu, H. Zhang, "Intensity distribution of Gaussian beams focused by a lens with spherical aberration", *Optics Communications*, Vol. 151, Issue 4-6, pp. 331-338 (1998).
- [Sie 86] A.E.Siegman, "Lasers", University Science Books, Mill Valley, California (1986).
- [Sal 91] B.E.A.Saleh et M.C.Teich, "Fundamentals of Photonics", Wiley, New York (1991).
- [San 90] M. Santarsiero, F. Gori, R. Borghi and G. Guattari, "Evaluation of the modal structure of light beams composed of incoherent mixtures of Hermite-Gaussian modes", *Applied Optics*, Vol. 38, Issue 25, pp. 5272-5281 (1990).
- [Sch 11] O.A. Schmidt, C. Schulze, D. Flamm, R. Bruning, T. Kaiser, S. Schroter and M. Duparré, "Real time determination of laser beam quality by modal decomposition", *Optics Express*, Vol. 19, Issue 7, pp. 6741-6748 (2011).

- Sch 12]** C. Schulze, D. Naidoo, D. Flamm, O. A. Schmidt, A. Forbes, and M. Duparré, "Wavefront reconstruction by modal decomposition", *Optics Express* Vol. 20, Issue 18, pp. 19714-19725 (2012).
- [Sie 90]** A. E. Siegman, "New developments in laser resonators", *Optical Resonators, Proc. SPIE* 1224, pp. 2-14 (1990).
- [Sie 93]** A.E. Siegman, S.W. Townsend, "Output beam propagation and beam quality from a multimode stable-cavity laser", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 29, Issue 4, pp. 1212-1217 (1993).
- [Sim 97]** N. B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen, M. J. Padgett, "The mechanical equivalence of the spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner", *Optics Letters*, Vol. 22, Issue 1, pp. 52-54 (1997).
- [Ste 85]** G. Stephan and M. Trumper, "Inhomogeneity effects in a gas laser", *Physics Review A* Vol. 28, Issue 4, pp. 2344-2362 (1983).
- [Ste 04]** J. Steward, B. Saleh, M. Teich and J. Fourkas, "Experimental demonstration of polarization-assisted transverse and axial optical superresolution", *Optics Communications*, Vol. 241, Issue 4-6, pp. 315-319 (2004).
- [Tan 85]** K. Tanaka, N. Saga, and H. Mizokami, "Field spread of a diffracted Gaussian beam through a circular aperture", *Applied Optics*, Vol. 24, Issue 8, pp. 1102-1106 (1985).
- [Toy 13]** J. Wang, J.Y. Yang, I.M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, A.E. Willner, "Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing", *Nature Photonics*, Vol. 6, pp. 488-496 (2013).
- [Tra 11]** M. Traiche, T. Godin, M. Fromager, R. Moncorgé, T. Catunda, E. Cagniot, K. Ait-Ameur, "Pseudo-nonlinear and athermal lensing effects on transverse properties of Cr^{3+} based solid-state lasers", *Optics Communications*, Vol. 284, Issue 7, pp. 1975-1981 (2011).
- [Tur 89]** J. Turunen, E. Tervonen and A.T. Friberg, "Coherence theoretic algorithm to determine the transverse-mode structure of lasers", *Optics Letters*, Vol. 14, Issue 12, pp. 627-629 (1989).
- [Tur 89-a]** J. Turunen, E. Tervonen and A.T. Friberg, "Transverse laser mode structure determination from spatial coherence measurements experimental results", *Applied Physics B*, Vol. 49, Issue 5, pp. 409-414 (1989).
- [Wan 00]** Z.Y. Wang, T. Chen, P. He, T.C. Zuo, "Calculation of mode contents of high-power CO_2 laser beam according to the changes of transverse intensity distribution", *Optics Communications*, Vol. 175, Issue 1-3, pp. 215-220 (2000).

- [**Wan 08**] H. Wang, L. Shi, B. Lukyanchuk, C. Sheppard, and C. Chong, "Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics", *Nature Photonics*, Vol. 2, pp. 501-505 (2008).
- [**Wan 12**] K. Toyoda, F. Takahashi, S. Takizawa, Y. Tokizane, K. Miyamoto, R. Morita, and T. Omatsu, "Transfer of Light Helicity to Nanostructures", *Physical Review Letter*, Vol. 110, Issue 14, pp. 5 (2012).
- [**War 00**] C.M. Warnky, B.L Anderson and C.A. Klein, "Determining spatial modes of lasers with spatial coherence measurements", *Applied Optics*, Vol. 39, Issue 33, pp. 6109-6117 (2000).
- [**Wya 92**] J. C. Wyant and K. Creath., "Basic wavefront aberration theory for optical metrology", *Applied Optics and Optical Engineering*, Vol.XI (1992).
- [**Xu 07**] Y. Xu, J. Singh, C. J. Sheppard, and N. Chen, "Ultra long high resolution beam by multi-zone rotationally symmetrical complex pupil filter", *Optics Express*, Vol. 15, Issue 10, pp. 6409-6413 (2007).
- [**Yos 96**] A. Yoshida, T. Asakura, "Propagation and focusing of Gaussian laser beams beyond conventional diffraction limit", *Optics Communications*, Vol. 123, Issue 4-6, pp. 694-704 (1996).
- [**Yu 14**] N. Yu and F. Capusso, "Flat optics with designer metasurfaces", *Nature Materials*, Vol. 13, pp. 139-150 (2014).
- [**Zao 07**] T. Zao, Y. Chen, W. Zhang, Z. Ye, and F. Yu, "Focal depth extending using rotational symmetric pupil masks", *Chinese Optics Letters*, Vol. 5, Issue 2, pp. 71-73 (2007).

Résumé

Aujourd'hui, de nombreuses applications, tant industrielles que médicales, nécessitent des faisceaux lasers possédant un profil d'intensité transverse spécifique : en particulier, on peut citer l'usinage laser, le piégeage et guidage optique d'atomes froids. Cette thèse a pour objectif de caractériser et de faire une mise en forme des faisceaux lasers par une composition modale, à l'aide des éléments optiques diffractifs d'amplitude ou de phase.

Dans le premier chapitre, nous parvenons à déterminer les poids de chaque mode transverse d'un faisceau laser multimode dont le mélange est incohérent par l'utilisation d'une méthode mathématique basée sur le calcul des moindres carrés, cela nous a permis de caractériser en quelque sorte les faisceaux de type Laguerre Gauss et Hermite Gauss. L'idée est basée sur l'étude des variations de puissance transmise par une pupille (diaphragme, anneau opaque, demi-plan opaque) pour pouvoir remonter à la pondération modale d'un tel mélange incohérent.

Dans le deuxième chapitre, nous avons considéré l'étude simple passage, en faisant le point sur les propriétés diffractives des deux pupilles (anneau opaque et diaphragme) lorsque le faisceau incident collimaté est un LG_{00} ou LG_{01} , nous avons étudié plusieurs grandeurs géométrique et énergétique. Ce chapitre est une étude préliminaire au troisième chapitre, afin de cerner plus précisément le problème posé dans ce dernier.

Dans le troisième chapitre, nous avons montré qu'on peut générer un flat-top en intra-cavité (contenant un anneau opaque et un diaphragme) qui demeure invariant du champ proche au champ lointain, en appliquant une méthode robuste basée par la décomposition sur les polynômes de Laguerre-Gauss LG_{pl} .

Finalement, dans le quatrième chapitre, nous avons montré qu'un simple élément optique diffractif binaire en combinaison avec un diaphragme sont capables d'améliorer la propriété de focalisation d'une lentille. L'interprétation de ce résultat, a été achevée par une analyse très précise des aberrations sphériques (défocus, primaire, secondaire, tertiaire), générées par l'élément de phase binaire.

Modal composition of a laser beam

Nowadays, many applications, industrial or medical, need laser beams with specific transverse intensity profiles: for instance, we can quote laser machining, optical trapping and guiding of cold atoms. The aim of this thesis is the shaping and characterization of laser beams by modal composition, these techniques are achieved via the using of both amplitude and phase diffractive optical elements.

In the first chapter, modal weights coefficients of a such transverse laser modes presented in an incoherent mixture are determined, we used a mathematical method based on least squares, this technique allowed us to characterize Laguerre-Gaussian and Hermite-Gaussian laser beams. The idea is based on study of the variation of the transmission diffracted by different apertures such as (circular aperture, opaque ring, half plane).

In the second chapter, we have considered the study of a single-pass diffraction, by considering the diffractive properties of the two apertures (opaque ring and diaphragm) when the collimated incident laser beam is an LG_{00} or an LG_{01} , several energetic and geometric magnitudes are studied. this chapter is considered as a pre-study of the third one, in order to mitigate the problem posed in the latter.

In the third chapter, we have reached the ability to generate a flat-top in intra-cavity containing (opaque ring and a circular aperture), that maintain his shape during propagation from the near field to the far field, by applying a robust method based on the decomposition on Laguerre-Gaussian polynomials (LG_{pl}).

Finally, in the fourth chapter, we have shown how a simple binary diffractive optical element that, together with an aperture and lens, results in enhanced focusing. We explain this by a careful analysis of the spherical aberrations (defocus, primary, and high-order spherical aberration) generated by DOE.

Keywords: Modal weights, Diffraction, laser beam shaping, diffractive optical element, spherical aberrations

Mots clés: Pondérations modale, diffraction, mise en forme des faisceaux lasers, élément optique diffractif, aberrations sphériques
