

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPPERIEUR ET DE LA**  
**RECHERCHE SCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITE FERHAT ABBAS DE SETIF**  
**FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGENIEUR**  
**DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE**

**MEMOIRE**

**Présenté Pour l'obtention du Diplôme de**  
**MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE**

**Option : Machines et leurs commandes**

**Par**

***CHOUDE*** *Adel*

**Thème :**

***Contribution à la commande des convertisseurs***  
***multicellulaires série***

**Soutenu le 14/04/2010** devant le Jury :

<b>Pr. MOSTEFAI Mohamed</b>	<b>Président</b>	<b>Pr. Université de Sétif</b>
<b>Dr. RAHMANI Lazhar</b>	<b>Rapporteur</b>	<b>M.C. Université de Sétif</b>
<b>Dr. SAIT Belkacem</b>	<b>Examineur</b>	<b>M.C. Université de Sétif</b>
<b>Dr. KHABER Farid</b>	<b>Examineur</b>	<b>M.C. Université de Sétif</b>

**Sétif 2009-2010**

# Table des matières

Nomenclature .....	4
Introduction générale .....	11
<b>Chapitre 1</b> .....	10
1. Les convertisseurs multiniveaux .....	10
1.1. Introduction .....	10
1.2. Des topologies multiniveaux .....	11
1.2.1. Les convertisseurs multiniveaux NPC .....	11
1.2.2. Les convertisseurs multiniveaux FCMC .....	12
1.2.3. convertisseurs avec des sources de tensions indépendantes .....	14
1.3. Le rôle des condensateurs dans les convertisseurs de type NPC et multicellulaire série .....	16
1.4. Conclusion .....	17
<b>Chapitre 2</b> .....	19
2. Analyse topologique des convertisseurs multicellulaires série .....	19
2.1. Introduction .....	19
2.2. Principe de base d'un convertisseur multicellulaire série .....	19
2.2.1. La cellule élémentaire de commutation .....	21
2.2.2. Cas d'un convertisseur à deux cellules .....	22
2.2.3. Cas d'un convertisseur à quatre cellules .....	23
2.3. Analyse des formes d'onde .....	26
2.3.1. Cas d'un convertisseur à deux cellules imbriquées .....	26
2.4. La structure avec des condensateurs flottants .....	27
2.4.1. Evolution de la tension aux bornes des condensateurs flottants .....	28
2.4.2. La dynamique de la tension des condensateurs flottants .....	28
2.5. Conclusion .....	29
<b>Chapitre 3</b> .....	30
3. Modélisation et simulation des convertisseurs multicellulaires série .....	30
3.1. Introduction .....	30
3.2. Modèle aux valeurs instantanées .....	30
3.2.1. Hypothèses .....	30
3.2.2. Formulation générale .....	31
3.2.2.1. Fonctionnement hacheur .....	31
3.2.2.2. Fonctionnement onduleur .....	34
3.2.3. Simulation du modèle aux valeurs instantanées .....	35
3.2.3.1. Commande des interrupteurs .....	36
3.2.3.2. Simulation en boucle ouverte (équilibre naturel des tensions flottantes) .....	37
3.3. Modèle aux valeurs moyennes .....	39
3.3.1. Hypothèses .....	39
3.3.2. Modèle moyen d'un bras multicellulaire .....	40

3.4.	Conclusion .....	44
------	------------------	----

## Chapitre 4..... 45

4.	Commande en boucle fermée des convertisseurs multicellulaires série.....	45
4.1.	Introduction .....	45
4.2.	Contrôle proportionnel des tensions condensateurs .....	45
4.3.	Commande non-linéaire des convertisseurs multicellulaires série .....	52
4.3.1.	Présentation de la méthode de linéarisation .....	52
4.3.1.1.	Rappels .....	53
4.3.1.1.1.	Définition de la modélisation d'un système non linéaire .....	53
4.3.1.2.	Résultats généraux.....	53
4.3.2.	Application à un hacheur 3 cellules .....	55
4.3.2.1.	Application au calcul de découplage .....	55
4.3.2.1.1.	Calcul du découplage .....	55
4.3.2.2.	Boucle de régulation proportionnelle .....	56
4.3.2.2.1.	Calcul des dynamiques .....	56
4.3.2.3.	Validation du découplage .....	58
4.4.	Utilisation de la méthode directe de Lyapunov .....	58
4.4.1.	Quelques rappels .....	58
4.4.2.	Fonctions de Lyapunov, systèmes autonomes.....	59
4.4.2.1.	Définitions.....	59
4.4.2.2.	Stabilité locale et globale pour les systèmes autonomes.....	60
4.4.3.	Fonctions de Lyapunov, systèmes non-autonomes .....	61
4.4.3.1.	Définitions.....	61
4.4.3.2.	Stabilité des systèmes non-autonomes.....	62
4.4.3.3.	Utilisation du Lemme de Barbalat .....	62
4.4.4.	Etude pour un hacheur trois cellules .....	63
4.4.4.1.	Modèle de connaissance .....	63
4.4.4.2.	Synthèse des boucles de régulation .....	64
4.4.4.2.1.	Contrôle du courant.....	64
4.4.4.2.2.	Contrôle des tensions .....	66
4.4.4.2.3.	Schéma complet de la boucle de régulation .....	67
4.4.4.3.	Simulations .....	68
4.5.	Conclusion .....	70

## Chapitre 5..... 72

5.	Modèles d'observation et observateur des tensions flottantes.....	72
5.1.	Introduction .....	72
5.2.	Etat de l'art.....	72
5.3.	Observabilité et modèle d'observation .....	73
5.3.1.	Observabilité.....	73
5.3.1.1.	Utilisation du modèle instantané .....	73
5.3.1.2.	Utilisation du modèle moyen .....	74
5.3.2.	Modélisation en vue de l'observation des tensions flottantes .....	74
5.3.2.1.	Modèles exacts échantillonnés.....	75
5.3.2.1.1.	Modèle exact échantillonné à une période de découpage .....	75
5.3.2.1.2.	Principe .....	75

5.3.2.1.3.	Fonctionnement en boucle ouverte .....	79
5.3.2.1.4.	Fonctionnement en boucle fermée .....	82
5.3.2.2.	Modèle moyen sur un tiers de période de découpage .....	88
5.3.2.2.1.	Principe .....	88
5.3.2.2.2.	Mise en équation .....	88
5.3.2.2.3.	Généralisation à un hacheur à $p$ cellules .....	92
5.3.2.3.	Observabilité du hacheur avec les modèles échantillonnés .....	94
5.3.2.3.1.	Observabilité du hacheur avec le MEE à $T_d$ .....	94
5.3.2.3.2.	Observabilité du hacheur avec le MM3 échantillonné à $T_d$ .....	95
5.4.	Observateurs pour les tensions flottantes dans les hacheurs multicellulaires série .....	96
5.4.1.	Observateur échantillonné de Luenberger .....	96
5.4.1.1.	Théorie .....	96
5.4.1.1.1.	Structure de l'observateur .....	96
5.4.1.1.2.	Equations de l'observateur .....	97
5.4.1.1.3.	Détermination du gain de Luenberger .....	98
5.4.1.2.	Application aux convertisseurs à trois cellules .....	98
5.4.1.2.1.	Fonctionnement avec rapports cycliques constants .....	98
5.4.2.	Filtre de Kalman récursif .....	101
5.4.2.1.	Modèle d'état stochastique .....	102
5.4.2.2.	Equations du filtre .....	102
5.4.2.2.1.	Phase de prédiction .....	102
<b>Conclusion générale</b> .....		112
<b>Bibliographie</b> .....		114
<b>Annexe</b> .....		115

# Nomenclature

## Convertisseur multicellulaire

---

$A$	:	Matrice dynamique d'un système d'état continu
$B$	:	Matrice de commande d'un système d'état continu
$Cel_i$	:	Cellule de commutation $i$
$C_i$	:	Condensateur flottant $i$ lié à la cellule de commutation $i$
$C_e$	:	Condensateur du filtre d'entrée
$E$	:	Tension d'alimentation
$f_{déc}$	:	Fréquence de découpage
$f_p$	:	Fréquence d'onde porteuse
$f_{mod}$	:	Fréquence de l'onde modulante
$i$	:	Indice de numérotation des cellules de commutation
$I$	:	Matrice identité
$i_{Ci}$	:	Courant traversant le condensateur flottant $i$
$I_{Ci}$	:	Courant moyen traversant le condensateur flottant $i$
$i_{ch}$	:	Courant circulant dans la charge
$I_{ch}$	:	Courant moyen circulant dans la charge
$L$	:	Gain de Luenberger
$L_{ch}$	:	Inductance de charge
$L_{aux}$	:	Inductance du filtre auxiliaire
$m$	:	Dimension du vecteur de sortie
$n$	:	Dimension du vecteur d'état
$p$	:	Nombre de cellules de commutation de l'hacheur multicellulaire
$Q_0$	:	Matrice d'observabilité du système
$R_{ch}$	:	Résistance de charge
$r_j$	:	Degré relatif
$s$	:	Variable de Laplace
$s_i$	:	Signal de commande de l'interrupteur $i$
$S_i$	:	Interrupteur de haut de la cellule $i$
$\overline{S}_i$	:	Interrupteur de bas de la cellule $i$
$T_{déc}$	:	Période de découpage
$T_e$	:	Période d'échantillonnage
$T_{on}$	:	Durée de l'état passant d'un interrupteur

---

---

$T_{off}$	:	Durée de l'état bloquée d'un interrupteur
$T(s)$	:	Fonction de transfert en boucle ouverte
$T_{BO}(s)$	:	Matrice de transfert en boucle ouverte
$U = (u_1, u_2, \dots, u_p)^T$	:	Vecteur de commande
$u_i, i = 1, \dots, p$	:	Rapport cyclique de la cellule $i$
$v_{ci}$	:	Tension aux bornes du condensateur flottant $i$
$V_{ci}$	:	Tension moyenne aux bornes du condensateur flottant $i$
$v_{celi}$	:	Tension de la cellule $i$
$v_{ch}$	:	Tension aux bornes de la charge
$V_{ch}$	:	Tension moyenne aux bornes de la charge
$V_s$	:	Tension de sortie de l'hacheur
$v_{Si}$	:	Tension aux bornes de l'interrupteur $S_i$
$V_{Si}$	:	Tension moyenne aux bornes de l'interrupteur $S_i$
$v_{\bar{S}_i}$	:	Tension aux bornes de l'interrupteur $\bar{S}_i$
$V_{\bar{S}_i}$	:	Tension moyenne aux bornes de l'interrupteur $\bar{S}_i$
$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$	:	Vecteur d'état
$x_0$	:	Vecteur d'état définissant le point d'équilibre
$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$	:	Vecteur de mesure (sortie du système)
$Z_{ch}$	:	Impédance de charge
$\alpha_i$	:	Différence entre les rapports cycliques des cellules $i+1$ et $i$
$\alpha(X)$	:	Vecteur retour d'état non linéaire
$\beta(X)$	:	Matrice retour d'état non linéaire
$\varepsilon_{V_{ci}}$	:	Erreur sur la tension du condensateur $i$
$\varepsilon_{i_{ch}}$	:	Erreur sur le courant de charge
$\Delta(X)$	:	Matrice de découplage
$\Delta_0(X)$	:	Vecteur de découplage
$\phi$	:	Déphasage entre les signaux de commande
$\tau_{1,2,\dots,p-1}$	:	Constante du temps liés aux dynamiques imposées sur les tensions condensateurs
$\tau_p$	:	Constante du temps imposée sur le courant de charge
$z_i, i = 1, \dots, n$	:	Pôles discrets de l'observateur

---

## Indices

---

$\widehat{(\cdot)}$	:	Estimation de la grandeur $(\cdot)$
$\widetilde{(\cdot)} = \widehat{(\cdot)} - (\cdot)$	:	Erreur d'observabilité du système
$ \cdot $	:	Valeur absolue de $(\cdot)$

---

---

## Modélisation

---

$A(u), B(u)$	:	Matrice d'état et matrice d'entrée du modèle instantané.
$F(u), G(u)$	:	Matrice d'état et matrice d'entrée du modèle exact échantillonné à $T_d$ .
$F^j(u), G^j(u)$	:	Matrice d'état et matrice d'entrée du modèle exact échantillonné à $T_d/3$ durant le $j^{eme}$ tiers de période de découpage.
$F_m(u), G_m(u)$	:	Matrice d'état et matrice d'entrée du modèle moyen sur $T_d/3$ échantillonné à $T_d$ .
$\alpha_i^j$	:	Commande moyenne de la $i^{eme}$ cellule, calculée sur le $j^{eme}$ tiers de période de découpage.

---

## Filtre de Kalman

---

$R, Q$	:	Matrice de covariances des bruits de mesure et des bruits d'état
$P^-(k), P(k)$	:	Matrice de covariances 'erreurs d'estimation a priori et a posteriori.
$\hat{x}^-(k), \hat{x}(k)$	:	estimation a priori et a posteriori du vecteur d'état à l'instant $k$
$\sigma_b$	:	Ecart type des bruits de mesures
$E\{\cdot\}$	:	Espérance mathématique.

---

## Pseudo-observateur

---

$V_{si}$	:	Mesure numéro $i$ de la tension de sortie
$T_{eobs}$	:	Période d'échantillonnage de l'observateur
$S_{mi}$	:	Matrice des grandeurs instantanées
$S_{mi}^*$	:	Matrice inversible des grandeurs instantanées

---

## Acronymes

---

<i>IGBT</i>	:	Insulated Gate Bipolar Transistor
<i>MLI (PWM)</i>	:	Modulation Par Largeur d'Impulsion
<i>PI</i>	:	Proportionnel-Intégrateur
<i>IP</i>	:	Intégrateur-proportionnel
<i>MI</i>	:	Modèle Instantané
<i>MEE</i>	:	Modèle Exacte Echantillonné
<i>MM3</i>	:	Modèle Moyen sur un tiers de période

---

# Introduction générale

Le domaine de l'électronique de puissance est devenu récemment, une discipline fondamentale et extrêmement importante de l'électrotechnique. Elle est actuellement, très présente dans l'industrie vu son très vaste champ d'application comme les alimentations régulées, le filtrage actif ou le contrôle des machines électriques. Cet essor incontestable est dû, notamment, aux grands progrès qu'ont connus les semi-conducteurs de puissance depuis la fin des années cinquante avec l'apparition du premier thyristor.

Par ailleurs, et afin de répondre aux besoins grandissant de l'industrie, les puissances commutées par les convertisseurs statiques sont de plus en plus élevées. Cette augmentation est obtenue par une augmentation du courant et/ou de la tension commutée. Bien que l'augmentation de la tension soit souvent privilégiée, afin d'améliorer le rendement de l'installation, elle reste cependant difficilement maîtrisable à l'échelle des semi-conducteurs et conduit à une dégradation de leurs performances dynamiques et statistiques.

Dans les applications haute puissance, on veut pouvoir utiliser des structures permettant d'une part d'obtenir une haute tension de sortie, et d'autre part de pouvoir la faire varier. Pour cela, il est possible d'utiliser des structures composées uniquement de composants de faible tension en les plaçant en série, ainsi les contraintes de tension sont réparties équitablement sur plusieurs commutateurs. Les composants de faible tension présentent de meilleures performances et ils sont également plus simples à réaliser que ceux de haute tension.

L'apparition des convertisseurs multicellulaires séries, au début des années 90, apporte des solutions par la mise en série de cellules de commutations élémentaires. Cette topologie permet d'assurer la répartition des contraintes en tension sur les différents composants semi-conducteurs basses tensions connectés en série. Elle permet aussi, d'améliorer les formes d'ondes en sortie et notamment le contenu harmonique, par un déphasage adéquat des ordres de commande. La structure multicellulaire nécessite, toutefois, l'utilisation de capacités flottantes dont les tensions aux bornes doivent être maîtrisées et maintenues à des niveaux bien définis afin de ne pas perdre ces avantages [2].

Afin de conserver un fonctionnement correct du convertisseur au cours du temps, sa commande doit assurer la régulation des tensions de condensateurs. Ainsi, la régulation permet d'une part de répartir équitablement les contraintes sur chaque interrupteur, et d'autre part de conserver les mêmes caractéristiques de point de vue des niveaux de tension de sortie.



Cette régulation est assurée par une commande convenable. Il existe une commande en boucle ouverte très simple permettant d'assurer la stabilité de ce convertisseur. Elle est connue sous le nom de commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsions). Cette commande permet l'équilibrage naturel des tensions aux bornes des condensateurs.

Il apparaît cependant que pour certains points de fonctionnement, la commande MLI ne permet plus d'assurer la stabilité des tensions condensateurs, ce qui peut conduire à la destruction du convertisseur. Pour pouvoir fonctionner quel que soit le point de fonctionnement, il est absolument nécessaire de développer de nouvelles commandes en boucle fermée.

L'utilisation de commandes en boucle fermée prend en compte l'évolution des tensions condensateurs et permet de respecter la condition de maîtrisées et maintenir ses tensions à des niveaux bien définis, mais nécessite un recours à des capteurs de tensions flottantes dont le nombre augmente avec le nombre de cellules.

Par ailleurs, l'un des premiers succès incontestables de l'automatique a été de proposer des observateurs d'état comme substituts aux capteurs trop souvent onéreux ou pas assez fiable, permettant ainsi de réduire le coût et l'encombrement de l'installation industrielle. L'observateur est donc un système dynamique qui permet d'estimer l'état à partir d'un nombre minimal de mesures et de la connaissance d'entrées du système.

L'objectif de ce mémoire est la présentation de quelques lois de commande assurant le contrôle des tensions condensateurs et du courant de charge. Nous développerons également, par la suite, des observateurs d'états qui ont pour but d'éviter l'utilisation des capteurs de tensions pour les condensateurs flottants.

Le présent mémoire sera organisé en cinq chapitres comme suit :

Dans le premier chapitre, différents types de convertisseurs multiniveaux ainsi que leurs caractéristiques principales ont été présentées. Les avantages des uns et des autres ainsi que ses contraintes ont été établis.

Dans le deuxième chapitre, le principe de fonctionnement du convertisseur multicellulaire série a été étudié.

Dans le troisième chapitre, nous présenterons deux modèles du convertisseur multicellulaire : un modèle aux valeurs moyennes et un modèle aux valeurs instantanées. Ces modèles très différents permettent de poursuivre deux objectifs principaux : la synthèse et la validation en simulation des lois de commandes.

Dans le quatrième chapitre, nous développerons des lois de commande pour un convertisseur trois cellules. Nous présenterons dans un premier temps un contrôle de type proportionnel. Dans un second temps une commande par retour de sortie non linéaire. Enfin, une commande par la méthode directe de Lyapunov sera étudiée et validée en simulation.

Le dernier chapitre, sera consacré à son tour au développement de nouveaux modèles échantillonnés observables capables d'être utilisés pour la conception des observateurs d'états des tensions flottantes aux bornes des condensateurs. La deuxième partie de ce chapitre sera dédiée à l'étude et la conception d'un observateur déterministe de Luenberger et d'un filtre de Kalman récursif pour un convertisseur à trois cellules. Pour finir, nous présenterons le développement d'un reconstruteur d'état appelé observateur sans dynamique, qui utilise le modèle instantané dans sa structure.

# Chapitre 1

## 1. Les convertisseurs multiniveaux

### 1.1. Introduction

Les convertisseurs statiques à base de semi-conducteurs de puissance sont présents dans des applications très variées. On les trouve aussi bien dans les appareils électroménagers que dans la traction ferroviaire, dans nos voitures et aussi dans les engins spatiaux, dans les processus industriels et dans les salles des hôpitaux.

On peut imaginer le convertisseur statique comme l'outil par lequel l'énergie électrique, représentée par les grandeurs tension et courant, est aménagée et fournie de la façon la plus convenable à l'utilisation finale (machine ou appareil électrique).

Si l'introduction des premiers convertisseurs statiques représentait déjà un progrès très important dans la conversion et le traitement de l'énergie électrique, les hautes performances des convertisseurs d'aujourd'hui ont été possible grâce au progrès dans plusieurs domaines, et notamment dans les domaines de semi-conducteurs de puissance, des microprocesseurs et des nouvelles techniques pour la commande et l'association de ces composants.

Lorsque le contenu harmonique des formes d'ondes de sortie des convertisseurs est devenu un problème dans certaines applications, des solutions originales ont été proposées afin de pallier cet inconvénient. Parmi ces solutions on trouve les convertisseurs multiniveaux, dont la fonction générale est de synthétiser la tension souhaitée à partir de plusieurs niveaux de tension. Au fur et à mesure que le nombre de niveaux est plus important, la forme d'onde de sortie aura plus de niveaux et en conséquence la forme d'onde échelonnée sera plus proche de la forme d'onde souhaitée. Mais l'intérêt sur les convertisseurs multiniveaux ira plus loin lorsque des nouvelles topologies ont été proposées. Une des caractéristiques de ses nouvelles topologies est la possibilité de travailler avec des tensions d'alimentation très élevées. Ceci grâce à la structure de convertisseurs où la mise en série des interrupteurs de puissances où la répartition équilibrée de la tension d'alimentation parmi les interrupteurs mis en série. Ainsi parmi les applications pour ces types de structures multiniveaux on trouve les applications hautes et moyenne tensions.

L'introduction du concept multiniveaux dans la réalisation des convertisseurs statiques a permis d'envisager l'amélioration des performances déjà acquises par les convertisseurs classiques à deux niveaux. En résumé, les avantages d'une structure multiniveaux par rapport à la structure classique à deux niveaux sont :

1. Amélioration de la forme d'onde de sortie (pertes faibles dans le cas d'une machine).
2. Synthèse de tensions de sortie élevées en utilisant des composants de basse tension (temps de commutations faibles, prix modérés ...).
3. Le gradient de tension de sortie est limité étant donné que les commutations ont lieu entre les niveaux de tension plus petits. Ceci permet d'augmenter la fiabilité des équipements et d'augmenter la durée de vie des isolants ainsi que la réduction de problèmes de compatibilité électromagnétiques (CEM).

D'autre part, il faut aussi remarquer que la réalisation de convertisseur multiniveaux pose des contraintes et des problèmes dont on peut citer les suivants :

1. Besoin d'un plus important nombre de composants.
2. La répartition équilibrée de la tension d'alimentation parmi les interrupteurs mise en série.
3. Commande plus complexe.

## 1.2. Des topologies multiniveaux

Le concept de convertisseur multiniveaux peut être mis en œuvre par différentes structures. La caractéristique commune de celle-ci sera sa capacité à fournir une forme d'onde qui puisse prendre plus de deux niveaux en sortie du convertisseur. Ainsi, plusieurs structures de convertisseurs multiniveaux ont été proposées.

L'approche plus intéressante consiste à mettre en série plusieurs semi-conducteurs de puissance, dont la tension supportée est seulement une partie de la tension d'alimentation. Dans ces structures une sorte des sources de tension auxiliaires sont utilisées afin d'avoir une répartition équilibrée de la tension sur les différents semi-conducteurs et en même temps d'être en mesure d'avoir une forme d'onde multiniveaux en sortie du convertisseur. Dans cette catégorie on peut distinguer deux structures de base :

1. Les convertisseurs à point neutre fixé (NPC – Neutral Point Clamped).
2. Les convertisseurs multicellulaires série (ou « Flying Capacitor Multilevel Converters »).

Finalement il existe une troisième structure multiniveaux dont le principe consiste à mettre en série plusieurs convertisseurs à deux niveaux. Dans cette topologie l'alimentation de chaque convertisseur individuel est constituée par des sources de tension indépendantes (isolées).

### 1.2.1. Les convertisseurs multiniveaux NPC (*Neutral Point Clamped*)

La plus ancienne, et appelé convertisseur « clampé » par le neutre figure (1.1). Dans cette

structure, des diodes servent à répartir la tension d'alimentation sur les composants. Elles sont reliées au point milieu capacitif. Comme on peut avoir une commande asynchrone sur les commutateurs, on peut obtenir des niveaux de tensions de sortie différents selon l'état des interrupteurs. Sur le tableau (1.1) on montre la configuration des interrupteurs pour les 3 niveaux de sortie. Dans ce tableau on assume une commande complémentaire des interrupteurs.

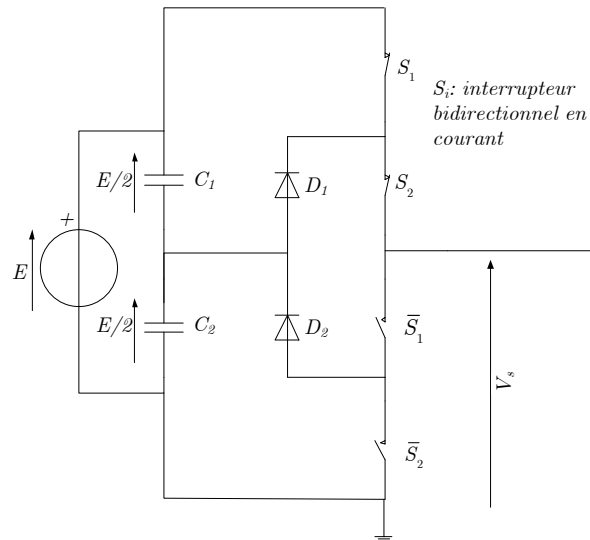


Figure 1.1 Bras de convertisseur NPC à 3 niveaux

Tableau 1. 1 Etats de convertisseur NPC à trois niveaux et sa tension de sortie

$S_1$	$S_2$	$\bar{S}_1$	$\bar{S}_2$	Tension de Sortie
0	0	1	1	0
0	1	1	0	$E/2$
1	0	0	1	?
1	1	0	0	$E$

**0** :  $S$  à l'état bloqué / **1** :  $S$  à l'état passant

Cette même technique peut être appliquée aux convertisseurs de plus de trois niveaux.

Les avantages les plus importants de cette structure par rapport à la structure classique à deux niveaux sont :

1. Amélioration de la forme d'onde de sortie. Comme on montre sur le tableau (1.1), trois niveaux différents peuvent être obtenus en sortie du convertisseur. Ainsi, le contenu harmonique de la forme d'onde de sortie sera plus faible.
2. Réduction de la contrainte de tension sur les interrupteurs (ceci est proportionnel au nombre de niveaux) et donc adaptée pour les applications haute tension.

D'autre part on trouve les contraintes suivantes :

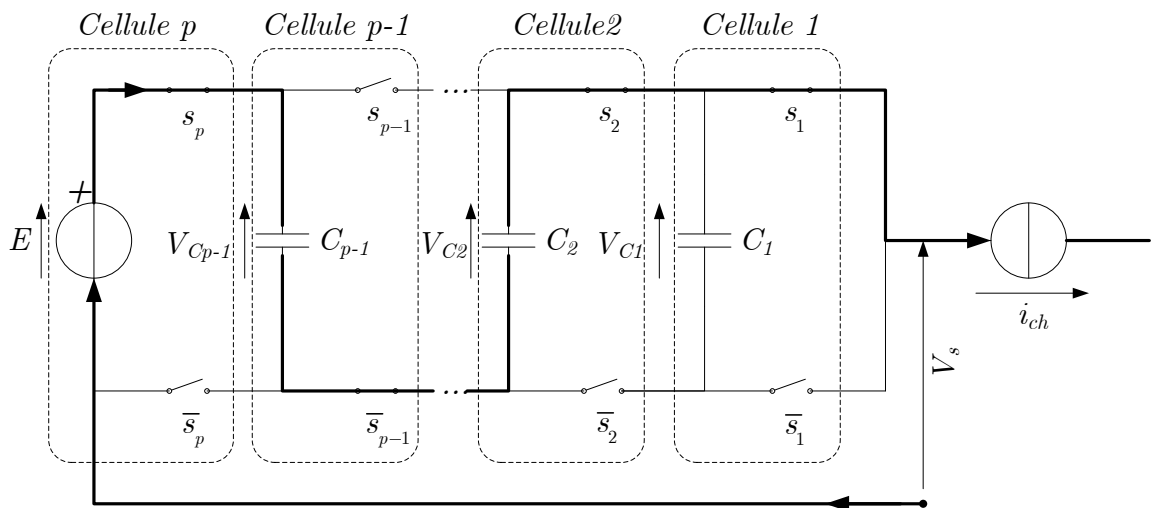
1. Déséquilibre de la tension des condensateurs. Dans certaines conditions de fonctionnement la tension du point milieu peut avoir de variations très importantes. Afin

d'assurer le bon fonctionnement il faut prévoir une stratégie pour assurer la stabilité de cette tension. Ce problème devient plus complexe lorsque le nombre de niveaux est plus important.

2. La tension inverse des diodes est variable selon le point de potentiel de référence qu'elles fixent.

### 1.2.2. Les convertisseurs multiniveaux FCMC (*Flying Capacitor Multilevel Converters*) ou (*convertisseurs multiniveaux avec des condensateurs flottants*)

Cette structure originale s'est développée au début des années 90 par des chercheurs français, elle est basée sur l'association des cellules élémentaires de commutation. Elle permet la mise en série de plusieurs semi-conducteurs de puissance sans qu'il y ait de problèmes de répartition de la tension d'entrée sur les semi-conducteurs mis en série. Cela permet le fonctionnement avec des tensions d'alimentation élevées tandis que les semi-conducteurs associés ont une tenue en tension plus petit que la tension d'alimentation [6].



**Figure 1.2 Bras de convertisseur multicellulaire série à  $p+1$  niveaux**

Le premier permet la mise en série de commutateurs grâce à des sources de tensions flottantes figure (1.2). Ces tensions flottantes sont réalisées par des condensateurs. L'introduction de nouvelles sources de tensions permet d'assurer une bonne répartition de la tension sur chaque interrupteur quel que soit le régime statique ou dynamique. Les états de cellules  $S_1$  et  $S_2$  sont complètement indépendants. On peut réaliser n'importe quelle combinaison sans réduire la durée de vie du système. De plus, l'utilisation de composants ayant à tenir des tensions plus faibles permet d'augmenter les caractéristiques de commutation. Son aspect modulaire permet de monter en tension facilement en augmentant le nombre de cellules. Ses fonctions sont très variées : hacheur, onduleur de tension et commutateur de courant. Mais une bonne répartition des contraintes passe par une régulation des tensions flottantes.

D'autre part, dans ce type de structure la synthèse de la forme d'onde de sortie est plus flexible que dans la structure NPC. En générale les niveaux de tensions, autres que 0/E, on dispose de plusieurs états pour y aboutir. Le tableau (1.2) montre les différents états d'un convertisseur multicellulaire série à 4 niveaux. Ici, il faut rappeler que les interrupteurs d'une cellule de commutation sont commandés d'une façon complémentaire.

**Tableau 1. 2 Etats d'un convertisseur à 4 niveaux et sa tension de sortie.**

Etat	$S_3$	$S_2$	$S_1$	Tension de sortie
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1/3 E
3	0	1	0	1/3 E
4	0	1	1	2/3 E
5	1	0	0	1/3 E
6	1	0	1	2/3 E
7	1	1	0	2/3 E
8	1	1	1	E

En générale, dans cette structure multicellulaire on retrouve les avantages des convertisseurs multiniveaux par rapport à une structure classique à 2-niveaux, à savoir :

1. Amélioration de la forme d'onde de sortie, étant donné qu'elle peut se former à partir d'échelons de tension de petite taille.
2. possibilité de fonctionner avec des tensions d'alimentations élevées, puisque la répartition équilibrée de la tension d'entrée entre les différents interrupteurs est assurée.
3. plus de flexibilité pour obtenir des différents niveaux de tension (par rapport à la structure NPC).

D'autre part, les contraintes de cette structure sont les suivantes :

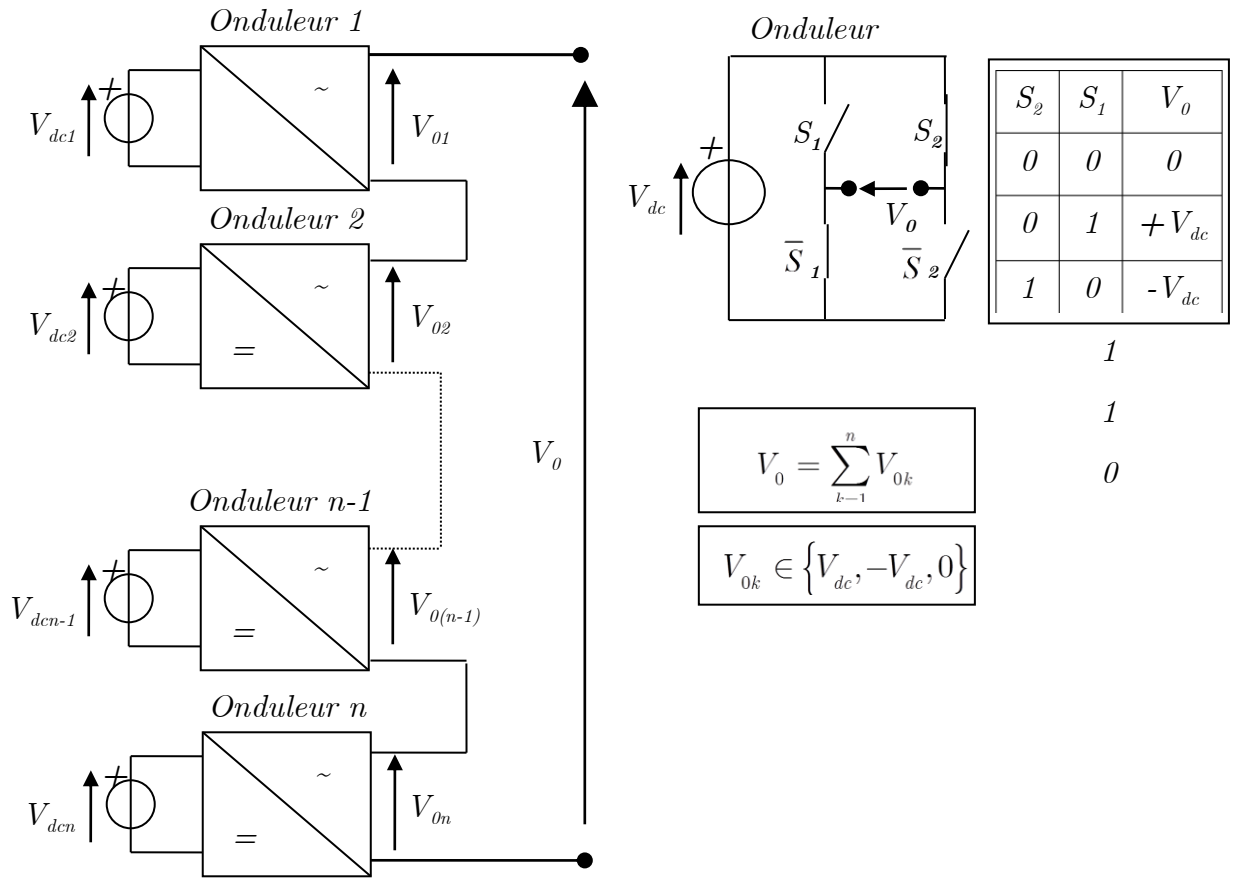
1. Elle nécessite d'un grand nombre de condensateurs, notamment pour une configuration triphasée. Il faut aussi remarquer que les tensions de fonctionnement des condensateurs sont différentes selon la position dans la « cellule multiniveaux » (coût, poids, assemblage...)
2. La commande du convertisseur peut devenir compliquée afin d'équilibrer la tension de chaque condensateur. Mais il faut aussi remarquer que pour une configuration triphasée la commande de chaque bras, en ce qui concerne l'équilibrage de la tension des condensateurs, peut se faire de façon indépendante, ce qui réduit la complexité de la commande et le rend plus flexible.

### 1.2.3. convertisseurs avec des sources de tensions indépendantes

Le principe de cette structure consiste à connecter en série plusieurs onduleurs monophasés avec des sources de tension isolées et indépendantes. Le but étant d'obtenir une forme d'onde sinusoïdale composée de plusieurs niveaux de tensions. Les sources de tensions peuvent être assuré par des batteries, des cellules de combustible, des panneaux solaires ou par des condensateurs dont

la charge sera obtenue d'une de tension alternative redressée. Sur la figure (1.3) on présente un bras d'onduleur monophasé représentatif de cette topologie.

Chaque onduleur mis en cascade est alimenté par une source de tension indépendante. A la sortie de chaque onduleur on peut avoir trois niveaux différent de tension,  $+V_{dc}$ ,  $0$  et  $-V_{dc}$ , en connectant à la sortie la source de  $V_{dc}$  à l'aide de différentes configuration des  $S_i$ .



**Figure 1.3 Bras de convertisseur multiniveaux monophasé avec sources de tensions indépendantes**

Les sorties des onduleurs individuels sont connectées en série de sorte que la forme d'onde en sortie du bras est égale à la somme des tensions de chaque onduleur individuel.

Cette structure présente la flexibilité de pouvoir ajouter des niveaux de tensions de manière facile, d'autre part, les éléments de définition des potentiels (diodes et condensateurs) ne sont pas nécessaires.

Du côté des contraintes il faut remarquer qu'une source de tension indépendante est nécessaire pour chaque pont, ce qui limite l'application de ce type de structure. Elle peut être intéressante pour des applications comme la compensation statique ou le filtrage actif. Aussi on pourrait l'utiliser pour les applications automobiles où la présence des batteries peut être favorable. Egalement, en présence de sources d'énergies renouvelables cette structure pourrait être



intéressante.

En résumé, les caractéristiques de cette structure sont :

- a) Parmi les différentes structures multiniveaux, celle-ci utilise le moindre nombre de composants pour le même nombre de niveaux.
- b) Expansion facile du nombre de niveaux.
- c) Plus facile à commander.
- d) Adapté pour des applications où plusieurs sources de tensions sont disponibles.

### 1.3. Le rôle des condensateurs dans les convertisseurs de type NPC et multicellulaire série

La définition des potentiels de référence nécessaire pour la réalisation de structures de convertisseurs multiniveaux, de type NPC comme multicellulaire série, est assurée à l'aide des condensateurs. Le problème de l'équilibrage de la tension de ces condensateurs est bien connu comme une des contraintes liées à la réalisation de ces types de convertisseur. La fonction principale de ces condensateurs est, d'une part, maintenir la répartition équilibrée de la tension d'entrée sur les dispositifs semi-conducteurs mis en série et d'autre part, assurer en sortie du convertisseur une forme d'onde multiniveaux (constituée d'échelons de tension d'amplitude égale). Ainsi, cet équilibrage est un point clé de fonctionnement de ces types de convertisseurs multiniveaux.

Dans le cas d'un convertisseur de type NPC,  $p$  condensateurs sont mis en série et connectés en parallèle avec l'alimentation principale  $E$ , pour former ainsi une sortie de diviseur de tension. La tension moyenne aux bornes des condensateurs est égale à  $E/p$ . Elle sert à maintenir l'équilibre des tensions des interrupteurs mis en série, en même temps qu'elle permet d'avoir une tension multiniveaux en sortie de convertisseur.

Dans une structure de convertisseur de type multicellulaire série la tension sur chaque interrupteur est donnée par la différence de tension entre les deux condensateurs qui se trouve à côté de l'interrupteur. La tension d'entrée doit être répartie également entre les  $p$  interrupteurs mis en série. Le condensateur qui alimente la cellule de sortie (cellule 1) d'un bras doit avoir une tension égale à  $E/p$ , la tension aux bornes du condensateur précédent (cellule 2) doit être égale à  $2\frac{E}{p}$ , finalement le condensateur  $p$ , qui alimente la cellule  $p$ , doit avoir une tension égale à  $E$ , ce dernier condensateur est celui à l'entrée du convertisseur (cellule  $p$ ).

D'autre part, l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur, pendant un intervalle de temps comprise entre  $t_1$  et  $t_2$  est donné par :

$$\Delta V_{C_p} = \frac{1}{C_p} \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt \quad (1.1)$$

Avec :

$\Delta V_{C_p}$  : Variation de la tension aux bornes du condensateur  $p$ .

$C_p$  : Capacité de condensateur  $p$ .

$i(t)$  : Courant traversant le condensateur  $p$ .

$t_2 - t_1$  : Intervalle de temps considéré.

Cette tension aux bornes des condensateurs doit rester à sa valeur d'équilibre, selon la topologie du convertisseur. Ainsi, pour une évolution moyenne nulle autour de cette valeur, il est nécessaire que le courant moyen traversant les condensateurs soit aussi de valeur moyenne nulle. Cependant, il y a des conditions de fonctionnement pour lesquelles la tension des condensateurs doit évoluer vers sa valeur d'équilibre, à savoir :

1. Lors de la mise sous tension du convertisseur avec des tensions aux bornes des condensateurs différentes de la valeur d'équilibre.
2. Lors d'un changement de la tension d'alimentation  $E$ , au cours de fonctionnement de convertisseur.

L'exigence d'assurer l'équilibre des tensions aux bornes des condensateurs implique que la commande du convertisseur puisse assurer cet équilibre mais au même temps soit capable de retrouver l'équilibre.

A partir de l'équation (1.1) il est clair que la grandeur qui fait évoluer la tension des condensateurs, pendant un certain intervalle de temps, est le courant qui les traverse. Ainsi, plusieurs techniques peuvent être mises au point afin d'assurer l'équilibrage des tensions (ou les faire évoluer vers le point d'équilibre).

## 1.4. Conclusion

Dans ce chapitre, différents types de convertisseurs multiniveaux ainsi que leurs caractéristiques principales ont été présentées. Les avantages des uns et des autres ainsi que leurs contraintes ont été établies.

Les convertisseurs de type NPC et multicellulaire série utilisent des condensateurs dans leurs structures. Les tensions aux bornes des condensateurs sont la clé pour son fonctionnement et par conséquent les valeurs correctes de ces tensions doivent être assurées.

Nous allons par la suite nous intéresser aux convertisseurs de type multicellulaires série.

# Chapitre 2

## 2. Analyse topologique des convertisseurs multicellulaires série

### 2.1. Introduction

Dans ce chapitre le convertisseur multicellulaire série sera étudié. D'abord, les principes de fonctionnement, ses caractéristiques ainsi les formes d'ondes temporelles obtenues pour un convertisseur trois cellules idéal.

Pour cela nous allons supposer idéaux tous les composants du système. Ainsi les semi-conducteurs de la structure auront les caractéristiques suivantes :

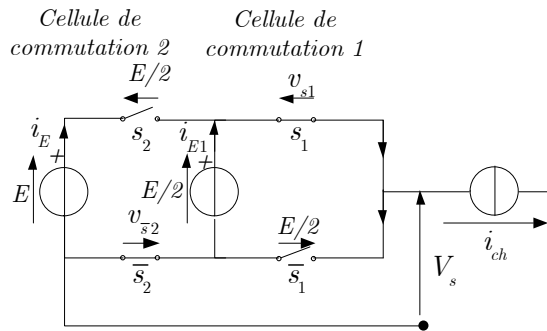
1. Résistance zéro à l'état passant.
2. Résistance infinie à l'état bloqué.
3. Temps de commutation nul.

De même les sources de tension et de courant seront supposées idéales.

### 2.2. Principe de base d'un convertisseur multicellulaire série

Il est nécessaire lors d'une association en série de composants semi-conducteurs, d'assurer une répartition équilibrée de la tension d'alimentation sur les différents interrupteurs.

Si nous considérons deux interrupteurs de tenu en tension  $E / 2$  à la place d'un seul capable de supporter  $E$ , il est nécessaire de faire en sorte que la tension appliquée sur ces interrupteurs soit équilibrée à  $E / 2$ . Une solution consiste à insérer une source de tension comme indiqué sur la figure (Figure 2.1).



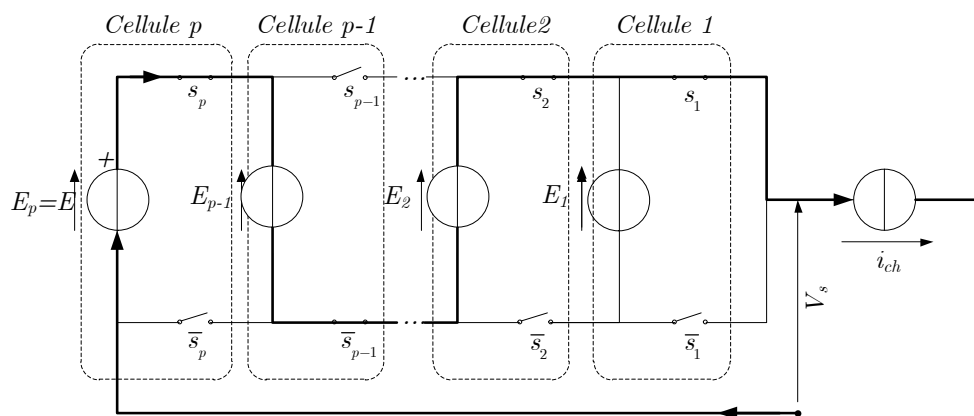
**Figure 2.1 Bras de convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation**

Si la source tension flottante délivre une tension égale à  $E/2$  alors la répartition est équilibrée.

En effet,  $v_{Cell1} = E/2, v_{Cell2} = (E - E/2) = E/2$ .

*Remarque 2.1: il est intéressant de constater que l'état des interrupteurs d'une cellule de commutation n'a aucune répercussion sur les contraintes appliquées aux interrupteurs de l'autre cellule, les deux cellules peuvent donc être considérés comme indépendantes.*

Ce type de convertisseur est facilement généralisable à  $p$  cellules de commutation.



**Figure 2.2 Bras de convertisseur multicellulaire série à  $p$  cellules de commutation**

La remarque 2.1 est évidemment généralisable à un convertisseur à  $p$  cellules imbriquées: les  $p$  cellules de commutation sont indépendantes les unes des autres.

Le convertisseur est de  $p$  cellules. Chaque cellule est constituée de deux interrupteurs et une source de tension. Les interrupteurs fonctionnent en complémentaire, quand l'un est passant l'autre est bloqué. La fonction de chaque cellule  $i$  est représentée par  $s_i$ . Le  $s_i$  sera également appelé état de la cellule  $i$ . La tension de sortie par  $V_s$ .

La commande par les  $s_i$  donne  $2^p$  configurations différentes, mais le nombre de niveaux de

tension de sortie est moindre en régime permanent  $p + 1$  .

### 2.2.1. La cellule élémentaire de commutation

Le principe d'une cellule élémentaire de commutation à comme base les règles d'interconnexion de sources suivantes :

1. Une source de tension ne doit jamais être mise en court-circuit, mais elle peut être en circuit ouvert.
2. Une source de courant ne doit jamais fonctionner en circuit ouvert, mais elle peut se trouver en court-circuit.
3. des sources de même nature ne peuvent pas être connectées entre elles, mais des sources de natures différentes peuvent se connecter entre elles (tension-courant).

Sur la figure (figure 2.3) on trouve le schéma de principe d'une cellule élémentaire de commutation.

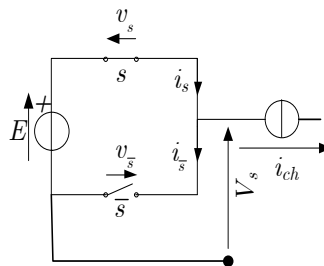


Figure 2.3 Cellule de commutation idéale

Afin de respecter les règles d'interconnexion des sources, les signaux de commande des interrupteurs  $s$  et  $\bar{s}$  devront être de nature complémentaire. Ainsi, une cellule élémentaire de commutation ne peut présenter que deux états. Par convention la cellule de commutation est dite à l'état 1 lorsque l'interrupteur  $s$  est à l'état passant. De la même façon elle est dite à l'état 0 lorsque ce même interrupteur est à l'état bloqué.

Pour finir la présentation de la cellule élémentaire, il nous reste qu'à écrire les équations élémentaires des tensions et des courants caractérisant la cellule d'une telle association :

$$i_{ch} = i_s - i_{\bar{s}} \quad (2.1)$$

$$E = v_s + v_{\bar{s}} \quad (2.2)$$

Sur le tableau (Tableau 2.1) on résume les caractéristiques principales d'une cellule de commutation.

Tableau 2.1 Caractéristiques d'une cellule de commutation.

Etat	Etat $S$	Etat $\bar{S}$	$V_s$	$i_s$	$i_{\bar{s}}$	$v_s$	$v_{\bar{s}}$
1	Passant	bloqué	E	$i_{ch}$	0	0	E
0	bloqué	Passant	0	0	$-i_{ch}$	E	0

La cellule de commutation peut être considérée comme un système binaire.

### 2.2.2. Cas d'un convertisseur à deux cellules

La structure de base du convertisseur multicellulaire série commence par l'association de deux cellules élémentaires de commutation telle que l'on montre sur la figure (figure 2.4).

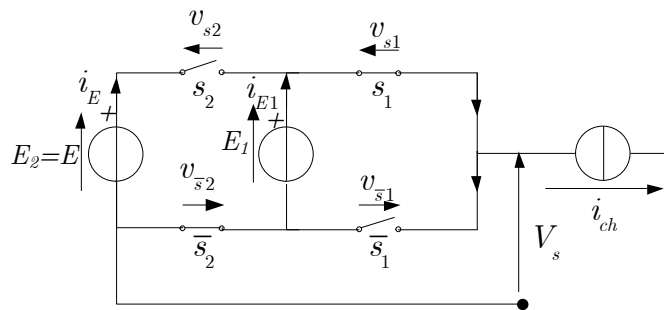


Figure 2.4 Association de deux cellules de commutation

Etant donné que la cellule peut être considérée comme un système binaire, l'association de deux cellules donne  $2^2$  états possibles dont les caractéristiques principales sont résumées sur le tableau (Tableau 2.2).

Tableau 2.2 Caractéristiques principales de l'association de deux cellules.

Etat cellule 2	Etat cellule 1	$v_{s_2}$	$v_{s_1}$	$i_{E_1}$	$i_E$	$V_s$
0	0	$E - E_1$	$E_1$	0	0	0
0	1	$E - E_1$	0	0	$i_{ch}$	$E_1$
1	0	0	$E_1$	$i_{ch}$	$-i_{ch}$	$E - E_1$
1	1	0	0	$i_{ch}$	0	$E$

Soit :

$$V_s = s_1(E_1) + s_2(E - E_1) \quad (2.3)$$

Où :  $s_1$  et  $s_2$  représentent l'état de la cellule 1 et de la cellule 2 respectivement.

Si la tension d'alimentation principale est égale à  $E$ . Sachant qu'elle doit être partagée équitablement parmi les interrupteurs mis en série, on en déduit facilement que la source de

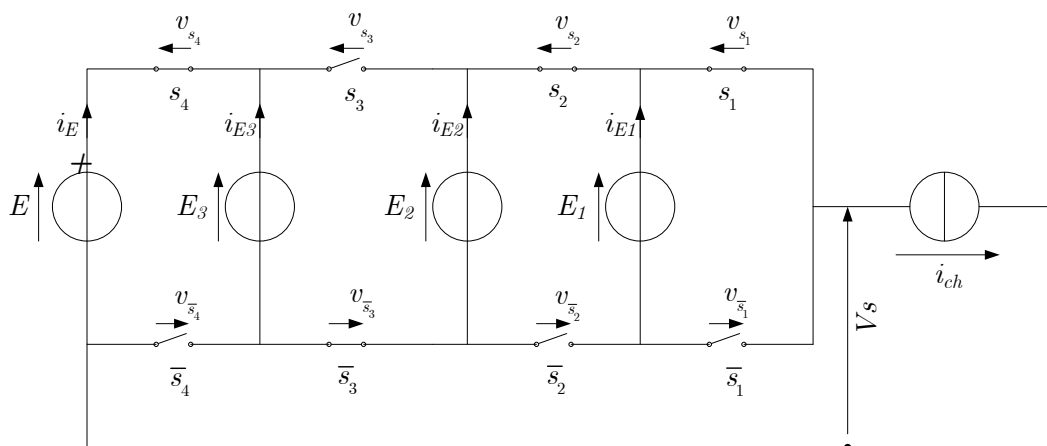
tension  $E_1$  doit être égale à  $E/2$ . Par ailleurs, cette même valeur de tension va nous permettre d'avoir une tension multiniveaux en sortie du convertisseur dont les valeurs sont égales à 0,  $E$  et  $E/2$ .

**Tableau 2.3** Caractéristiques principales de l'association de 2 cellules ( $E_1=E/2$ )

Etat cellule 2	Etat cellule 1	$v_{s_2}$	$v_{s_1}$	$V_s$
0	0	$\frac{1}{2}E$	$\frac{1}{2}E$	0
0	1	$\frac{1}{2}E$	0	$\frac{1}{2}E$
1	0	0	$\frac{1}{2}E$	$\frac{1}{2}E$
1	1	0	0	$E$

### 2.2.3. Cas d'un convertisseur à quatre cellules

De la même manière que l'on a associé deux cellules de commutation, plusieurs cellules peuvent être associées. Sur la figure (figure 2.5), on présente l'association de quatre cellules de commutation.



**Figure 2.5** Association de 4 cellules de commutations (convertisseur 5 niveaux)

Comme dans le cas précédent, le nombre d'états possibles de cette association est  $2^4$  états possibles. Afin d'analyser cette association on résume ses caractéristiques principales sur le tableau (Tableau 2.4).

Sachant que l'alimentation principale est représentée par la source de tension  $E$ , les valeurs des sources internes  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  sont déduites d'après les équations des tensions des interrupteurs. Ainsi, on trouve les valeurs des tensions internes :

$$(a) E_3 = \frac{3}{4}E, \quad (b) E_2 = \frac{2}{4}E, \quad (c) E_1 = \frac{1}{4}E \quad (2.4)$$



Tableau 2.4 Principales caractéristiques de l'association de 4 cellules.

<i>Etat</i>	$s_4$	$s_3$	$s_2$	$s_1$	$v_{s4}$	$v_{s3}$	$v_{s2}$	$v_{s1}$	$i_E$	$i_{E3}$	$i_{E2}$	$i_{E1}$	$V_s$
0	0	0	0	0	$E-E_3$	$E_3-E_2$	$E_2-E_1$	$E_1$	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	$E-E_3$	$E_3-E_2$	$E_2-E_1$	0	0	0	0	$I_{ch}$	$\frac{1}{4}E$
2	0	0	1	0	$E-E_3$	$E_3-E_2$	0	$E_1$	0	0	$I_{ch}$	$-I_{ch}$	$\frac{1}{4}E$
3	0	0	1	1	$E-E_3$	$E_3-E_2$	0	0	0	0	$I_{ch}$	0	$\frac{1}{2}E$
4	0	1	0	0	$E-E_3$	0	$E_2-E_1$	$E_1$	0	$I_{ch}$	0	0	$\frac{1}{2}E$
5	0	1	0	1	$E-E_3$	0	$E_2-E_1$	0	0	$I_{ch}$	0	$I_{ch}$	$\frac{1}{2}E$
6	0	1	1	0	$E-E_3$	0	0	$E_1$	0	$I_{ch}$	0	$-I_{ch}$	$\frac{1}{2}E$
7	0	1	1	1	$E-E_3$	0	0	0	0	$I_{ch}$	0	0	$\frac{3}{4}E$
8	1	0	0	0	0	$E_3-E_2$	$E_2-E_1$	$E_1$	$I_{ch}$	$-I_{ch}$	0	0	$\frac{1}{4}E$
9	1	0	0	1	0	$E_3-E_2$	$E_2-E_1$	0	$I_{ch}$	$-I_{ch}$	0	$I_{ch}$	$\frac{1}{2}E$
10	1	0	1	0	0	$E_3-E_2$	0	$E_1$	$I_{ch}$	$-I_{ch}$	$I_{ch}$	$-I_{ch}$	$\frac{1}{2}E$
11	1	0	1	1	0	$E_3-E_2$	0	0	$I_{ch}$	$-I_{ch}$	$I_{ch}$	0	$\frac{3}{4}E$
12	1	1	0	0	0	0	$E_2-E_1$	$E_1$	$I_{ch}$	0	$-I_{ch}$	0	$\frac{1}{2}E$
13	1	1	0	1	0	0	$E_2-E_1$	0	$I_{ch}$	0	$-I_{ch}$	$I_{ch}$	$\frac{3}{4}E$
14	1	1	1	0	0	0	0	$E_1$	$I_{ch}$	0	0	$-I_{ch}$	$\frac{3}{4}E$
15	1	1	1	1	0	0	0	0	$I_{ch}$	0	0	0	$E$

Avec ces valeurs de tension on aura une répartition équilibrée de la tension d'entrée aux bornes de chaque semi-conducteur des cellules de commutation et en sortie de convertisseur on pourra disposer d'une sortie de tension multiniveaux. La valeur de la tension de sortie peut prendre des valeurs égales à celles des 4 sources de tension et en plus une tension nulle :

$$V_s \in E, E_3, E_2, E_1, 0 \quad (2.5)$$

On peut remarquer la redondance des états possibles pour avoir en sortie du convertisseur une tension de valeur égale à la valeur des sources de tension internes.

On peut généraliser la méthode précédente pour exprimer les grandeurs principales d'une association de  $p$  cellules de commutation. Sur le tableau (Tableau 2.5) on trouve les grandeurs principales pour l'association de  $p$  cellules de commutation. Cette définition est basée sur les résultats exprimés sur les tableaux (Tableau 2.2 et 2.3).

Tableau 2.5 Définition des grandeurs caractéristiques de l'association de  $p$  cellules de commutation.

Nombre de cellules associées	$p$
Nombre d'états possibles	$2^p$
Nombre de niveaux de tension en sortie	$(p + 1)$
Valeur de la tension principale d'alimentation	$E$
Valeur de la source de tension de la cellule $i$	$E_i = \frac{i}{p} E$

$$E_i = \frac{i}{p} E \quad (2.6)$$

D'autre part, une fonction de commutation peut être définie afin de connaître la tension de sortie et la tension tenue par chaque interrupteur lors des différents états de l'ensemble de cellules. La fonction de commutation est définie par une variable binaire, appelées signal de commande  $s_i$ , qui représente l'état de  $i^{\text{ème}}$  cellule de commutation :

$$s_i \in \{0,1\} \quad (2.7)$$

Ayant cette variable on peut déterminer les différentes tensions présentes dans chaque état de l'association multiniveaux. On a les expressions suivantes :

Tension de sortie :

$$V_s = \sum_{i=1}^p (E_i - E_{i-1}) \cdot s_i \quad (2.8)$$

avec :

$$E_0 = 0, E_p = E$$

Tension des interrupteurs :

$$\begin{cases} v_{s_i} = (E_i - E_{i-1}) \cdot \bar{s}_i & \text{(a)} \\ v_{\bar{s}_i} = (E_i - E_{i-1}) \cdot s_i & \text{(b)} \end{cases} \quad (2.9)$$

Les courants débités par les sources de tension sont :

$$i_{E_i} = (s_i - s_{i+1}) \cdot i_{ch} \quad (2.10)$$

Etant donné la relation entre les différentes sources de tension, (équation (2.6)), les expressions des tensions citées ci-dessus peuvent être simplifiées :

Tension de sortie :

$$V_s = \frac{E}{p} \sum_{i=1}^p s_i \quad (2.11)$$

Tension des interrupteurs :

$$\begin{cases} v_{s_i} = \frac{E}{p} \cdot \bar{s}_i \\ v_{\bar{s}_i} = \frac{E}{p} \cdot s_i \end{cases} \quad (2.12)$$

En résumé, l'association de cellules de commutation pour aboutir à une structure multiniveaux obéi à la définition des grandeurs établis sur le tableau (2.5) ainsi qu'aux relations (2.6) et (2.12).

## 2.3. Analyse des formes d'onde

Dans ce paragraphe, nous considérerons toujours des rapports cycliques égaux appliqués sur les différentes cellules.

La tension obtenue aux bornes d'un bras est donnée par la relation suivante:

$$V_s = \sum_{i=1}^p (E_i - E_{i-1}) \cdot s_i = \frac{E}{p} \sum_{i=1}^p s_i \quad (2.13)$$

Afin d'étudier en détail les formes d'onde obtenues, nous allons tout d'abord travailler avec un convertisseur à deux cellules puis nous généraliserons à  $p$  cellules.

### 2.3.1. Cas d'un convertisseur à deux cellules imbriquées

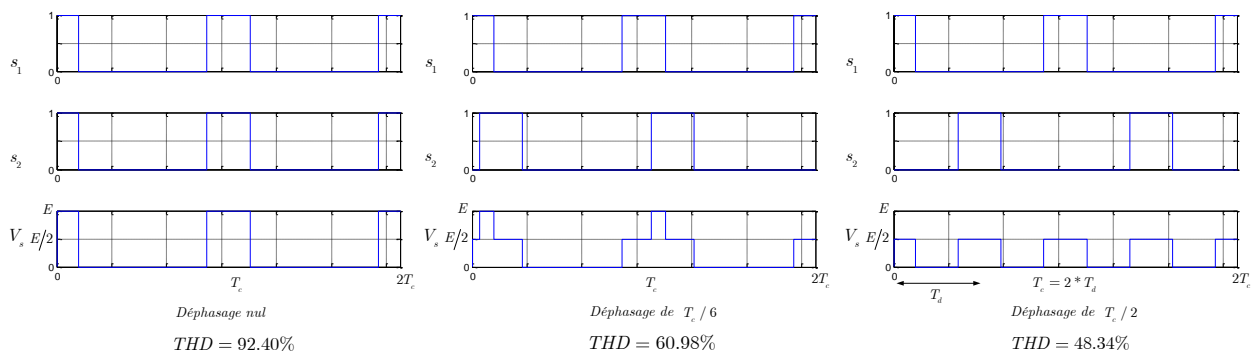
La tension obtenue aux bornes du bras est directement dépendante du déphasage intercellulaire:

**Pour  $u$  inférieur à 0,5 :**

$f_c$  : Fréquence de commutation des interrupteurs,

$f_d$  : Fréquence de découpage de la tension de sortie du bras,

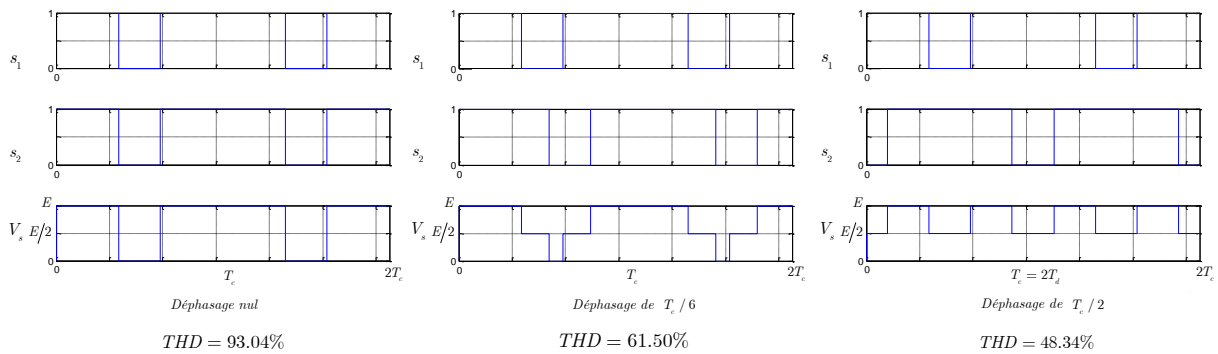
$u$  : Rapport cyclique des cellules de commutations.



**Figure 2. 6 Tension de sortie d'un bras avec  $u = 0,25$  pour différentes valeurs de déphasage entre les cellules de commutation**

Du point de vue du contenu harmonique, le déphasage optimal est égal à  $T_c / 2$  pour deux cellules imbriquées. En effet, la fréquence de découpage apparente en sortie du convertisseur est alors égale à deux fois la fréquence de commutation des interrupteurs ( $f_d = 2f_c$ ).

De plus, la tension commutée est d'une amplitude divisée par deux par rapport à la tension d'entrée (figures 2.6 et 2.7).

**Pour  $\alpha$  supérieur à 0,5 :**

**Figure 2.7 Tension de sortie d'un bras avec  $u=0,75$  pour différentes valeurs de déphasage entre les cellules de commutation**

## 2.4. La structure avec des condensateurs flottants

L'association de cellules de commutation présentées dans la section précédente utilise des sources de tension idéales pour alimenter chaque cellule. Les sources de tension internes peuvent être réalisées par des condensateurs. Bien sûr, cette substitution des sources de tension idéales par un simple élément de stockage d'énergie aura des conséquences sur le fonctionnement et la complexité de cette structure multiniveaux.

D'abord, il devient impératif de prévoir un moyen pour que la tension sur chaque condensateur puisse rester à la valeur moyenne nécessaire sur le plan pratique. La tension aux bornes des condensateurs pourra s'ajuster sans problèmes lors des périodes transitoires de la source d'alimentation principale. En plus, la substitution des sources de tension par de simples condensateurs va aboutir à une structure plus petite (moins volumineuse et moins lourde) et moins coûteuse.

Dans cette partie nous allons analyser cette structure multiniveaux lorsque des condensateurs sont utilisés comme sources de tension. Sur la figure (figure 2.8) on présente une telle structure avec 4 cellules de commutation.

Dans cette structure les sources de tension  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  ont été remplacées par les condensateurs  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  respectivement. Les valeurs de la tension des anciennes sources de tension seront dans ce cas la tension aux bornes des condensateurs. Ces valeurs sont les mêmes que l'on a exprimé auparavant sur le tableau (Tableau 2.5). Aussi, les autres relations définies sur le tableau (Tableau 2.5) ainsi que les expressions (2.6) (2.12) sont valables pour cette association avec des condensateurs flottants. La différence réside en la nature des sources de tension.

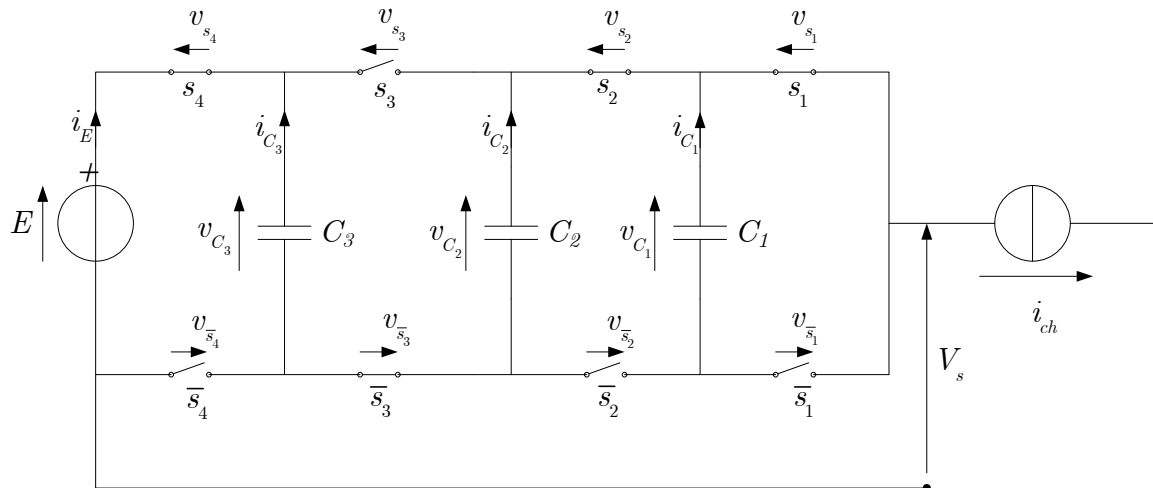


Figure 2. 8 Association multicellulaires série (4 cellules) avec des condensateurs flottants

### 2.4.1. Evolution de la tension aux bornes des condensateurs flottants

Le principe de l'association multiniveaux de cellules de commutation repose sur les sources de tension qui alimentent les cellules internes. L'utilisation de condensateurs à la place des sources de tension soulève des problèmes liés à la charge et décharge de ces condensateurs.

La tension aux bornes d'un condensateur qui est parcouru par un courant électrique est donnée par :

$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} i_C(t) dt + V_C(0) \quad (2.14)$$

où  $C$  est la capacité du condensateur,  $i_C$  le courant qui le parcourt et  $V_C(0)$  est la tension du condensateur à  $t = t_0$ .

Sachant que les condensateurs flottants sont parcourus par le courant de charge selon l'équation (2.10), la tension aux bornes des condensateurs flottants va évoluer selon l'état des interrupteurs de cellules de commutation. Cette évolution est gouvernée par l'équation (2.13). Pourtant la mise en œuvre de cette structure doit prévoir des moyens pour assurer que chaque condensateur flottant puisse avoir la tension nécessaire au bon fonctionnement de la structure aussi bien en état statique qu'en dynamique.

### 2.4.2. La dynamique de la tension des condensateurs flottants

La dynamique de la tension des condensateurs flottants doit suivre celle de la tension d'alimentation principale  $E$ , afin de maintenir l'équilibrage de la tension parmi les différents semi-conducteurs de puissance de la structure multiniveaux. Cet équilibre des tensions doit être assuré aussi bien en régime transitoire qu'en régime statique.

Il est souhaitable que la tension aux bornes des condensateurs flottants puisse suivre la tension d'entrée selon l'équation (2.6). Sur la figure (figure 2.9) on présente une dynamique idéale des tensions des condensateurs flottants dans le cas d'une association de 4 cellules de commutation comme celle présentée sur la figure (figure 2.8).

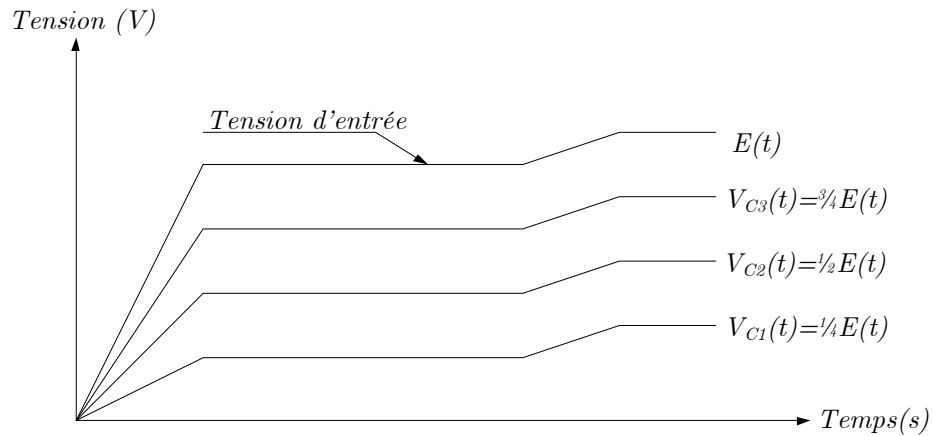


Figure 2. 9 Dynamique idéale de tensions flottantes

L'évolution dynamique de la tension aux bornes des condensateurs doit se rapprocher de cet exemple afin de garantir le fonctionnement correct de la structure multiniveaux avec des condensateurs flottants. Car cette dynamique est responsable, d'une part, du partage équilibré de la tension d'entrée parmi les semi-conducteurs mis en série, et d'autre part elle assure une sortie de tension multiniveaux dont l'amplitude des niveaux égale à :

$$E_{niv}(t) = \frac{E(t)}{i} \quad (2.15)$$

## 2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, le principe de fonctionnement du convertisseur multicellulaire série a été étudié. En partant de la cellule de commutation élémentaire on a expliqué qu'en les associations on arrive à constituer la structure multicellulaire série. Ainsi ses caractéristiques principales ont été étudiées. D'autre part, la substitution des sources de tension idéales par des condensateurs flottants donne naissance à une structure plus intéressante sur le plan pratique, mais à la fois plus complexe. La tension qui avant pouvait être considérée comme étant fixe, elle ne l'est plus lorsque l'on utilise des condensateurs. Dans ce cas les tensions aux bornes des condensateurs flottants évoluent lorsqu'ils sont parcourus par le courant de charge.

# Chapitre 3

## 3. Modélisation et simulation des convertisseurs multicellulaires série

### 3.1. Introduction

L'aspect modélisation dans l'étude d'une commande de convertisseur statique revêt un intérêt tout particulier. En effet, un convertisseur statique (multicellulaire ou non) possède des variables continues (généralement courant et/ou tension) mais aussi des variables discontinues (états des interrupteurs).

Dans ce chapitre, deux modèles du convertisseur multicellulaire série seront développés [8]:

- *Le modèle aux valeurs instantanées* : qui prend en compte les commutations des interrupteurs et les grandeurs instantanées des variables d'état du convertisseur. Il permet de représenter l'état de chacune des cellules de commutation du convertisseur à l'échelle de la période de découpage.
- *Le modèle aux valeurs moyennes* : qui est mis en œuvre en considérant que les variables d'état peuvent être représentées par leurs valeurs moyennes glissantes sur une période de découpage  $T_{dec}$ .

### 3.2. Modèle aux valeurs instantanées

Le modèle que nous présentons dans un premier temps permet d'étudier l'évolution des différentes grandeurs d'états régissant le fonctionnement des convertisseurs multicellulaires série tout en prenant en compte les commutations des interrupteurs. Il permet de représenter l'état de chacune des cellules de commutation du convertisseur à l'échelle de la période de découpage.

Le modèle aux valeurs instantanées nous permettra de mettre en évidence le phénomène d'équilibrage naturel des tensions condensateurs.

#### 3.2.1. Hypothèses

Les hypothèses retenues pour la mise en œuvre du modèle aux valeurs instantanées d'un convertisseur multicellulaire série sont :

- Les interrupteurs sont idéaux (tension de saturation, courant de fuite, temps morts et temps de commutation nuls),
- Les interrupteurs d'une même cellule de commutation fonctionnent de façon complémentaire,
- La tension d'alimentation  $E$  est constante.

### 3.2.2. Formulation générale

La présence des  $p$  cellules ayant chacune deux états possibles (interrupteurs  $S_i$  et  $\bar{S}_i$  étant à tout instant dans des états complémentaires) implique que le convertisseur peut avoir  $2^p$  configurations possibles. Le signal de commande associé à l'interrupteur  $S_i$  sera noté  $s_i$  et ce signal sera à l'état 1 si l'interrupteur  $S_i$  est passant ou à l'état 0 si l'interrupteur  $S_i$  est bloqué.

Ces  $2^p$  configurations peuvent être rassemblées dans un système d'équations différentielles représentant l'évolution des tensions  $V_{Ci}$  et du courant de charge  $i_{ch}$ .

#### 3.2.2.1. Fonctionnement hacheur

Nous représentons à la figure (3.1) un convertisseur  $p$  cellules associé à une charge  $R-L$ .

La mise en équations de ce type de structure met en œuvre :

- $p-1$  équations liées à l'évolution des tensions aux bornes des  $p-1$  condensateurs flottants,
- Une équation liée au courant de charge  $i_{ch}$ .

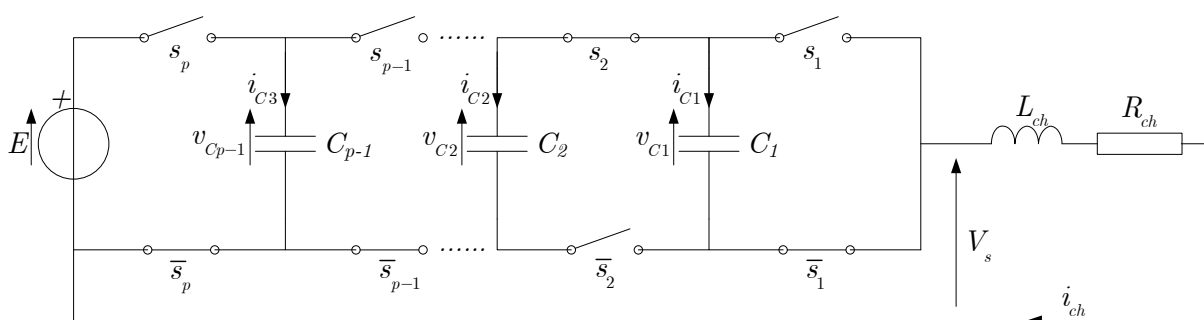


Figure 3. 1 Hacheur  $p$  cellules associé à une charge  $R-L$



L'évolution de la tension aux bornes du condensateur  $C_i$  est liée à l'évolution du courant  $i_{C_i}$ , ce dernier étant fonction de l'état des cellules adjacentes  $Cel_{i+1}$ ,  $Cel_i$  et du courant de charge  $i_{ch}$ .

Le courant  $i_{C_i}$  est donc fonction des signaux de commande des interrupteurs  $s_{i+1}$  et  $s_i$ .

$$i_{C_i} = [s_{i+1} - s_i]i_{ch} \quad (3.1)$$

Connaissant la valeur du condensateur  $C_i$  nous obtenons l'équation régissant l'évolution de la tension  $v_{C_i}$ .

$$C_i \frac{d}{dt} v_{C_i} = i_{C_i} = [s_{i+1} - s_i]i_{ch} \Rightarrow \frac{d}{dt} v_{C_i} = \frac{[s_{i+1} - s_i]}{C_i} i_{ch} \quad (3.2)$$

Le courant de charge est quant à lui fonction de la tension de sortie du bras multicellulaire  $V_s$  et de la nature de la charge. La tension de sortie  $V_s$  correspond à la somme des tensions aux bornes des interrupteurs. Ces tensions qui sont définies par :

$$v_{s_i} = s_i[v_{C_i} - v_{C_{i-1}}] \quad (3.3)$$

Ce qui implique que l'expression de la tension  $V_s$  s'écrit :

$$V_s = \sum_{i=1}^p v_{s_i} = \sum_{i=1}^p s_i[v_{C_i} - v_{C_{i-1}}] \quad (3.4)$$

Où  $V_{C_p} = E$  et  $V_{C_0} = 0$ .

Dans le cas d'une charge de type  $R-L$ , l'équation donnant l'évolution du courant  $i_{ch}$  s'obtient à partir de la tension  $V_{ch}$ .

$$V_{ch} = V_s = R_{ch}i_{ch} + L_{ch} \frac{d}{dt} i_{ch} \quad (3.5)$$

Et a pour expression :

$$\frac{d}{dt} i_{ch} = \frac{V_s}{L_{ch}} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} \quad (3.6)$$

A partir de l'équation (3.4), nous obtenons l'expression de l'évolution du courant  $i_{ch}$  en fonction des tensions condensateurs  $V_{C_i}$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{ch} = & \frac{[s_1 - s_2]}{L_{ch}} v_{C1} + \frac{[s_2 - s_3]}{L_{ch}} v_{C2} + \dots + \\ & + \frac{[s_{p-1} - s_p]}{L_{ch}} v_{C_{p-1}} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} + \frac{s_p}{L_{ch}} E \end{aligned} \quad (3.7)$$

Le modèle aux valeurs instantanées représentant un bras multicellulaire  $p$  cellules fonctionnant en hacheur-dévolteur associée à une charge  $R-L$  est résumé par le système d'équations (3.8).

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} v_{C1} &= \frac{[s_2 - s_1]}{C_1} i_{ch} \\ \frac{d}{dt} v_{C2} &= \frac{[s_3 - s_2]}{C_2} i_{ch} \\ &\vdots \\ \frac{d}{dt} v_{C_{p-1}} &= \frac{[s_p - s_{p-1}]}{C_{p-1}} i_{ch} \\ \frac{d}{dt} i_{ch} &= \frac{[s_1 - s_2]}{L_{ch}} v_{C1} + \frac{[s_2 - s_3]}{L_{ch}} v_{C2} + \dots + \\ &\quad + \frac{[s_{p-1} - s_p]}{L_{ch}} v_{C_{p-1}} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} + \frac{s_p}{L_{ch}} E \end{aligned} \right. \quad (3.8)$$

Avec :

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \delta_1, \quad s_3 - s_2 = \delta_2, \quad \dots, \quad s_p - s_{p-1} = \delta_{p-1} \\ \frac{1}{C_1} &= a_1, \quad \frac{1}{C_2} = a_2, \quad \dots, \quad \frac{1}{C_{p-1}} = a_{p-1}, \quad \frac{R_{ch}}{L_{ch}} = b_0, \quad \frac{1}{L_{ch}} = b_1 \\ v_{C_1} &= x_1, \quad v_{C_2} = x_2, \quad \dots, \quad v_{C_{p-1}} = x_{p-1}, \quad i_{ch} = x_p \end{aligned}$$

Le système (3.8) devient :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} x_1 &= a_1 \delta_1 x_p \\ \frac{d}{dt} x_2 &= a_2 \delta_2 x_p \\ &\vdots \\ \frac{d}{dt} x_{p-1} &= a_{p-1} \delta_{p-1} x_p \\ \frac{d}{dt} x_p &= -b_1 \delta_1 x_1 - b_1 \delta_2 x_2 - \dots - b_1 \delta_{p-1} x_{p-1} - b_0 x_p + b_1 s_p E \end{aligned} \right. \quad (3.9)$$

A partir des équations (3.9), nous obtenons l'expression de l'équation d'état

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_1 \delta_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_2 \delta_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{p-1} \delta_{p-1} \\ -b_1 \delta_1 & -b_1 \delta_2 & \cdots & -b_1 \delta_{p-1} & -b_0 \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_1 s_p \end{bmatrix} E \quad (3.10)$$

Où

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{p-1} \\ x_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \\ \vdots \\ v_{C_{p-1}} \\ i_{ch} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_1 \delta_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_2 \delta_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{p-1} \delta_{p-1} \\ -b_1 \delta_1 & -b_1 \delta_2 & \cdots & -b_1 \delta_{p-1} & -b_0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_1 s_p \end{bmatrix}$$

### 3.2.2.2. Fonctionnement onduleur

Nous considérons maintenant figure (3.2) un fonctionnement en onduleur  $p$  cellules à point milieu capacitif.

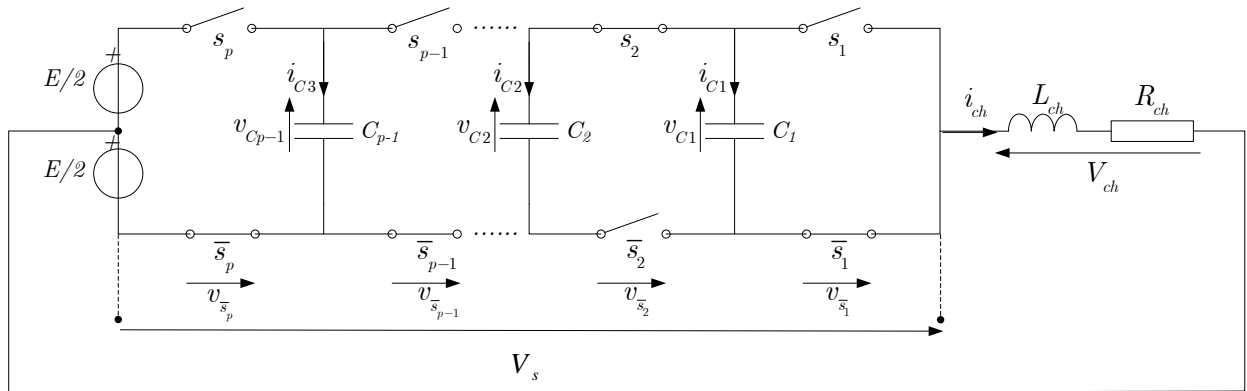


Figure 3.2 Onduleur  $p$  cellules à point milieu capacitif associé à une charge  $R-L$

Une nouvelle hypothèse vient s'ajouter à celles au paragraphe (3.2.1.) :

- le point milieu est idéal

La tension aux bornes de la charge  $V_{ch}$  s'écrit :

$$V_{ch} = V_s - \frac{E}{2} = R_{ch} i_{ch} + L_{ch} \frac{d}{dt} i_{ch} \quad (3.11)$$

Ce qui implique une nouvelle expression de l'évolution du courant  $i_{ch}$  :

$$\frac{d}{dt} i_{ch} = \frac{V_s}{L_{ch}} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} - \frac{E}{2L_{ch}} \quad (3.12)$$

A partir de l'équation (3.4) nous obtenons l'expression générale de l'évolution du courant

$i_{ch}$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{ch} = & \frac{[s_1 - s_2]}{L_{ch}} v_{C1} + \frac{[s_2 - s_3]}{L_{ch}} v_{C2} + \dots + \\ & + \frac{[s_{p-1} - s_p]}{L_{ch}} v_{C_{p-1}} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} + \frac{1}{L_{ch}} \left( s_p - \frac{1}{2} \right) E \end{aligned} \quad (3.13)$$

Comme nous l'avons précisé au paragraphe (3.2.2.1.), l'évolution des tensions  $v_{C_i}$  est régie par l'équation (3.2). Ainsi le système d'équation représentant le modèle aux valeurs instantanées d'un onduleur  $p$  cellules à point milieu est :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} v_{C1} &= \frac{[s_2 - s_1]}{C_1} i_{ch} \\ \frac{d}{dt} v_{C2} &= \frac{[s_3 - s_2]}{C_2} i_{ch} \\ &\vdots \\ \frac{d}{dt} v_{C_{p-1}} &= \frac{[s_p - s_{p-1}]}{C_{p-1}} i_{ch} \\ \frac{d}{dt} i_{ch} &= \frac{[s_1 - s_2]}{L_{ch}} v_{C1} + \frac{[s_2 - s_3]}{L_{ch}} v_{C2} + \dots + \\ &+ \frac{[s_{p-1} - s_p]}{L_{ch}} v_{C_{p-1}} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} + \frac{1}{L_{ch}} \left( s_p - \frac{1}{2} \right) E \end{aligned} \right. \quad (3.14)$$

La présentation du modèle aux valeurs instantanées été effectuée, la prochaine étape consiste à simuler celui-ci.

### 3.2.3. Simulation du modèle aux valeurs instantanées

A partir des équations (3.8), nous obtenons l'expression de l'équation d'état  $\dot{X} = AX + BU$

$$\dot{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1 \delta_1 \\ 0 & 0 & a_2 \delta_2 \\ -b_1 \delta_1 & -b_1 \delta_2 & -b_0 \end{bmatrix}}_A \cdot X + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 s_3 \end{bmatrix}}_B \cdot E \quad (3.15)$$

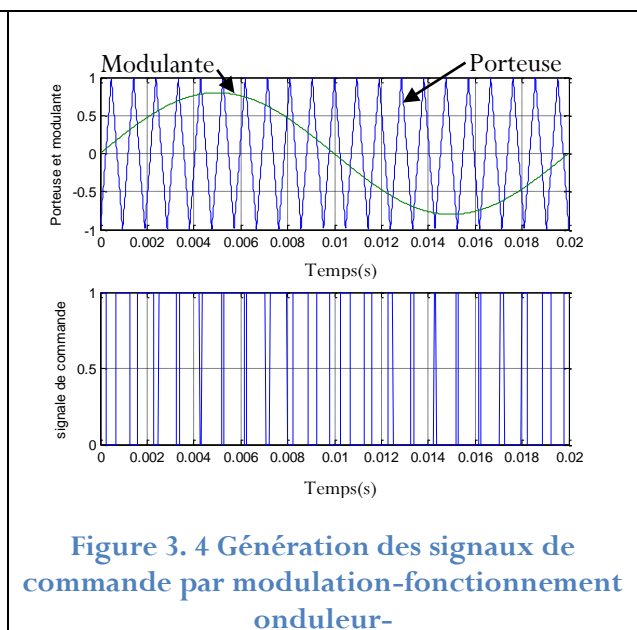
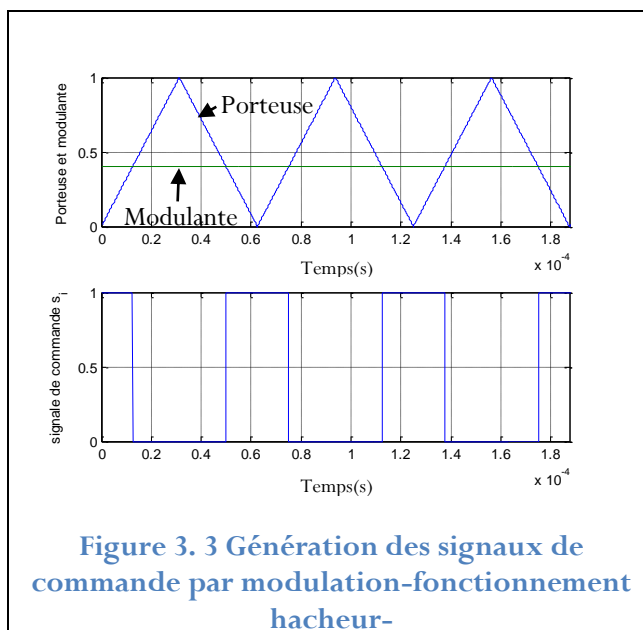
$$\text{où } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \\ i_{ch} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1 \delta_1 \\ 0 & 0 & a_2 \delta_2 \\ -b_1 \delta_1 & -b_1 \delta_2 & -b_0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 s_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } \delta_1 = s_2 - s_1, \delta_2 = s_3 - s_2, b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, a_1 = \frac{1}{C_1}, a_2 = \frac{1}{C_2},$$

### 3.2.3.1. Commande des interrupteurs

Les interrupteurs des différentes cellules sont commandés par des signaux de commande  $s_i$  valant 0 (respectivement 1) lorsque les interrupteurs sont bloqués (respectivement passants). Ces signaux de commande peuvent être obtenus par modulation de largeur d'impulsion (MLI) qui consiste à utiliser les intersections d'une onde de référence appelée modulante, avec une onde de modulation appelée porteuse et généralement triangulaire. C'est à partir de ces intersections que sont générés les signaux de commande.

Dans le cas de la commande des interrupteurs d'un bras multicellulaire, les  $p$  signaux de commande doivent avoir des rapports cycliques  $u_i$  identiques et un déphasage de  $\frac{2\pi}{p}$  correspondant à la phase entre deux signaux commandant deux cellules adjacentes. L'obtention de ces signaux  $s_i$  est possible à partir de l'élaboration de  $p$  signaux triangulaires de fréquence  $f_p$  (correspondant à la fréquence de découpage  $f_{dec}$ ) et déphasés entre eux de  $\frac{2\pi}{p}$ .



$\Pr t_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \left[ \cos(2\pi f_{d\acute{e}c} t) \right]$ $\Pr t_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \left[ \cos\left(2\pi f_{d\acute{e}c} t - \frac{2\pi}{p}\right) \right]$ $\vdots$ $\Pr t_p = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \left[ \cos\left(2\pi f_{d\acute{e}c} t - (p-1)\frac{2\pi}{p}\right) \right]$	$\Pr t_1 = \frac{2}{\pi} \arcsin \left[ \cos(2\pi f_{d\acute{e}c} t) \right]$ $\Pr t_2 = \frac{2}{\pi} \arcsin \left[ \cos\left(2\pi f_{d\acute{e}c} t - \frac{2\pi}{p}\right) \right]$ $\vdots$ $\Pr t_p = \frac{2}{\pi} \arcsin \left[ \cos\left(2\pi f_{d\acute{e}c} t - (p-1)\frac{2\pi}{p}\right) \right]$
---	---

La comparaison entre les signaux  $\Pr t_i$  et les modulantes  $mod_i$  permet d'obtenir les signaux de commande  $s_i$  :

$$\begin{aligned} \text{si } mod_i \geq \Pr t_i &\Rightarrow s_i = 1 \\ \text{sinon} & \quad s_i = 0 \end{aligned}$$

### 3.2.3.2. Simulation en boucle ouverte (équilibrage naturel des tensions flottantes)

Nous considérons un hacheur-dévolteur trois-cellules (Figure 3.5) dont les caractéristiques sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} E = 1500 \text{ V} \\ L_{ch} = 0.5 \text{ mH} \\ R_{ch} = 10 \text{ } \Omega \\ C_1 = C_2 = 40 \text{ } \mu\text{F} \\ f_{d\acute{e}c} = 16 \text{ kHz} \\ u_i = 0.2, (u_1 = u_2 = u_3) \end{array} \right. \quad (3.16)$$

A partir d'un état initial où les tensions condensateurs  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$  et le courant de charge  $i_{ch}$  sont nuls, nous effectuons le démarrage de notre convertisseur. Le système évolue alors vers un état d'équilibre caractérisé par des tensions condensateurs  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$  ayant pour composante continue respectivement 500V et 1000V ( $E/3$  et  $2E/3$ ) figure (3.6), bénéficiant de l'une des propriétés intéressantes de cet hacheur : *l'équilibrage naturel*.

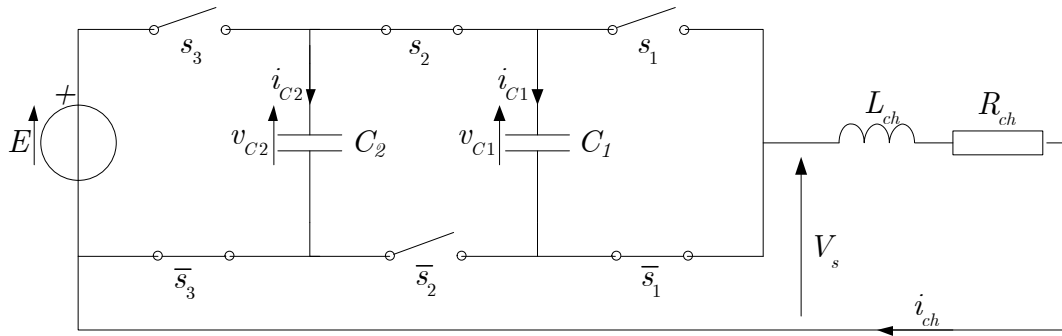


Figure 3. 5 Hacheur 3 cellules associé à une charge R-L

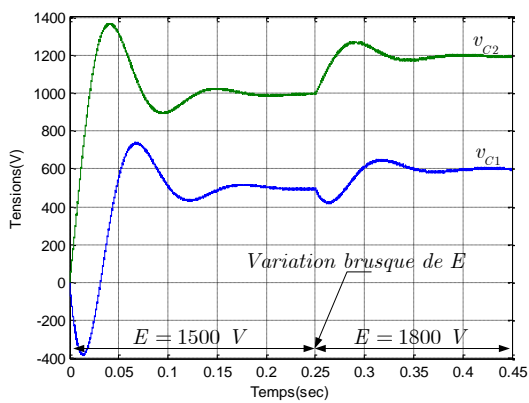
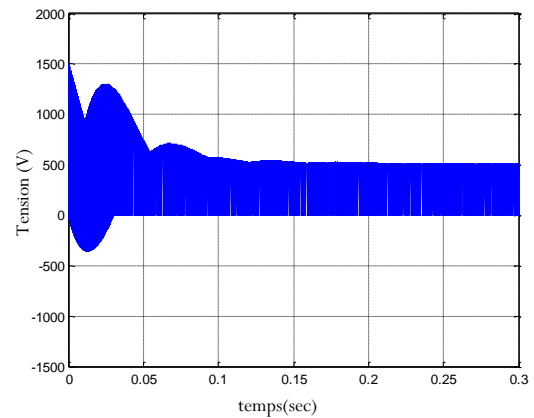


Figure 3. 6 Evolution des tensions condensateurs dans le cas d'un démarrage en boucle ouverte « Phénomène de l'équilibrage naturel »


 Figure 3. 7 Evolution de la tension de sortie  $V_s$  pour un rapport cyclique  $u_i=0.2$ 

Les oscillations présentes en régime transitoire des tensions  $v_{C_i}$  figure (3.6) se répercutent sur les tensions appliquées à chaque cellule de commutation  $v_{C_{eli}}$  figure (3.8) qui sont définies pour un convertisseur trois cellules par :

$$\begin{aligned}
 v_{Cel1} &= v_{C1} \\
 v_{Cel2} &= v_{C2} - v_{C1} \\
 v_{Cel3} &= E - v_{C2}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

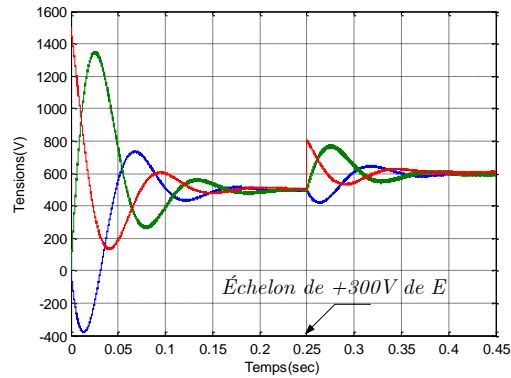


Figure 3. 8 Evolution des tensions appliquées aux cellules de commutation

En régime déséquilibré, nous pouvons remarquer que les interrupteurs doivent supporter des tensions bien supérieures aux valeurs obtenues à l'équilibre : par exemple la cellule 2 doit supporter une tension maximale de 1400V en régime transitoire. Par contre lorsque les tensions condensateurs sont équilibrées, les tensions  $v_{C_{eli}}$  sont identiques avec une composante continue de 500V ce qui garantit une répartition équilibrée des tensions aux bornes des interrupteurs bloqués.

A partir de ces premiers résultats, nous pouvons mettre en évidence que la simulation du modèle aux valeurs instantanées permet de retrouver la propriété suivante :

- Si les signaux de commande des cellules de commutation ont les mêmes rapports cycliques et sont déphasés de  $\frac{2\pi}{p}$  ( $\frac{2\pi}{3}$  dans notre cas) alors il existe un seul état stable en

boucle ouverte pour la répartition des tensions condensateurs :  $V_{C_i} = \frac{i \cdot E}{p}$  ( $V_{C_i} = \frac{i \cdot E}{3}$

dans notre cas) avec  $i \in [1 \dots p - 1]$  ( $p$  représente le nombre de cellules du convertisseur).

### 3.3. Modèle aux valeurs moyennes

Le modèle aux valeurs moyennes est obtenu en remplaçant chaque grandeur par sa valeur moyenne glissante sur une période de découpage  $T_{dec}$ . Ce modèle donc utilise le rapport cyclique  $u_i$  comme seule information concernant la cellule de commutation, le déphasage  $\varphi$  du signal de commande n'étant pas pris en compte.

#### 3.3.1. Hypothèses

Les hypothèses retenues pour la mise en œuvre du modèle aux valeurs moyennes d'un convertisseur multicellulaire sont :



- Les interrupteurs sont idéaux (tension de saturation, courant de fuite, temps morts et temps de commutation nuls),
- Les interrupteurs d'une même cellule de commutation fonctionnent de façon complémentaire,
- Les valeurs des condensateurs flottants  $C_i$  sont telles que les tensions à leurs bornes  $V_{C_i}$  sont constantes sur une période de découpage,
- Le courant de charge  $I_{ch}$  est constant sur une période de découpage et correspond à la valeur moyenne de celui-ci sur cette même période,
- La tension d'alimentation  $E$  est constante.

### 3.3.2. Modèle moyen d'un bras multicellulaire

Nous rappelons à la figure (3.9) la structure d'un bras multicellulaire :

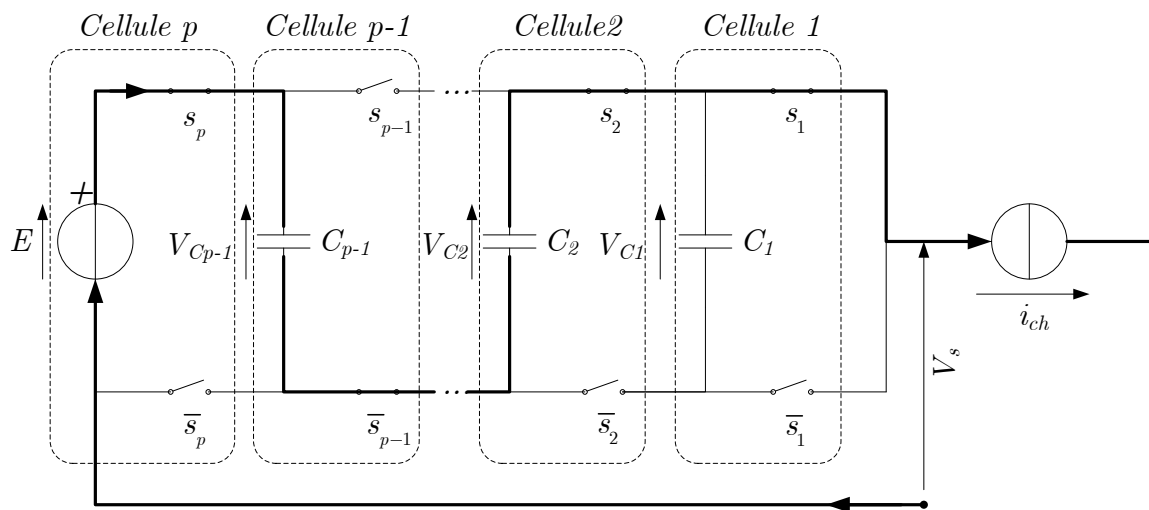


Figure 3.9 Structure d'un bras multicellulaire p-cellules

L'étude du comportement de la cellule de commutation  $i$  nous permet de mettre en évidence l'obtention du modèle moyen.

L'interrupteur  $S_i$  de la cellule  $i$  est piloté par le signal de commande  $s_i$  de fréquence de découpage  $f_{déc}$ . Cet interrupteur est à l'état passant pendant la durée  $u_i \cdot T_{déc}$  et à l'état bloqué pendant  $[1 - u_i] \cdot T_{déc}$ .

Nous obtenons ainsi, à la figure (3.10), les formes d'ondes de la tension  $V_{\bar{S}_i}$  aux bornes de l'interrupteur  $\bar{S}_i$  et du courant  $i_{S_i}$  circulant dans l'interrupteur  $S_i$  :

- Pendant  $(u_i \cdot T_{déc})$

$$S_i = ON, \quad \bar{S}_i = OFF$$

$$v_{\bar{S}_i} = v_{C_i} - v_{C_{i-1}} \text{ et } i_{S_i} = i_{ch}$$

- Pendant  $([1 - u_i] \cdot T_{déc})$

$$S_i = OFF, \quad \bar{S}_i = ON$$

$$v_{\bar{S}_i} = 0 \text{ et } i_{S_i} = 0$$

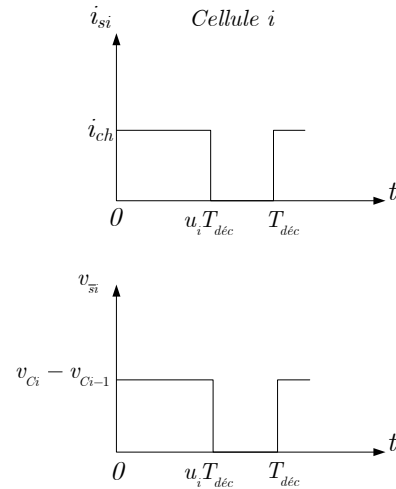


Figure 3. 10 Evolution des grandeurs électriques au sein d'une cellule  $i$

Les valeurs moyennes du courant circulant dans l'interrupteur  $S_i$  et de la tension aux bornes de l'interrupteur  $\bar{S}_i$  s'expriment :

$$\begin{aligned} V_{\bar{S}_i} &= \frac{1}{T_{déc}} \int_0^{T_{déc}} v_{\bar{S}_i} dt = u_i \cdot [V_{C_i} - V_{C_{i-1}}] \\ I_{S_i} &= \frac{1}{T_{déc}} \int_0^{T_{déc}} i_{S_i} dt = u_i \cdot I_{ch} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Ainsi chaque interrupteur  $\bar{S}_i$  peut être représenté par une source de tension de valeur  $u_i \cdot [V_{C_i} - V_{C_{i-1}}]$  et chaque interrupteur  $S_i$  peut être représenté par une source de courant de valeur  $u_i \cdot I_{ch}$ . Ces observations nous permettent de définir le schéma équivalent moyen d'un bras multicellulaire figure (3.11).

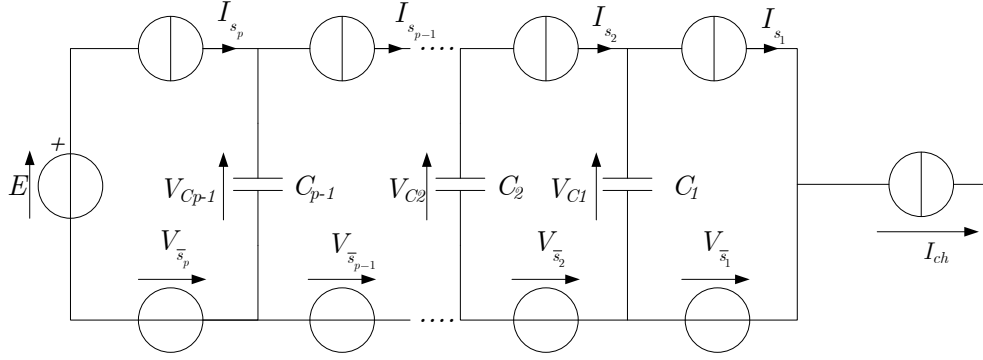


Figure 3. 11 Représentation du modèle moyen d'un bras multicellulaire

L'expression de la tension de sortie moyenne du bras multicellulaire  $V_s$  est obtenue en faisant la somme des tensions moyennes  $V_{\bar{s}_i}$  :

$$V_s = \sum_{i=1}^p V_{\bar{s}_i} = \sum_{i=1}^p u_i \times [V_{C_i} - V_{C_{i-1}}] \quad (3.19)$$

Où  $V_{C_0} = 0$  et  $V_{C_p} = E$ .

Dans le cas où les rapports cycliques  $u_i$  sont identiques sur toutes les cellules et les tensions condensateurs  $V_{C_i}$  égales à  $i \cdot E/p$ , la tension de sortie moyenne  $V_s$  est égale à  $u_i \cdot E$ .

La connaissance des courant moyens parcourant les interrupteurs de deux cellules de commutation adjacentes (cellules  $i+1$  et  $i$ ) nous permet de connaître le courant moyen parcourant le condensateur  $C_i$  :

$$I_{C_i} = I_{s_{i+1}} - I_{s_i} = [u_{i+1} - u_i] \cdot I_{ch} \quad (3.20)$$

A partir de l'équation de  $I_{C_i}$ , nous obtenons l'équation régissant l'évolution de la tension moyenne  $V_{C_i}$  aux bornes des condensateurs :

$$\frac{d}{dt} V_{C_i} = \frac{1}{C_i} \cdot I_{C_i} = \frac{1}{C_i} \cdot [u_{i+1} - u_i] \cdot I_{ch} \quad (3.21)$$

Il est possible d'écrire l'équation (3.21) en prenant en compte non plus les rapports cycliques  $u_i$  mais leur différence :

$$\alpha_i = u_{i+1} - u_i \quad (3.22)$$

En effet, ce sont ces différences qui nous permettent de connaître l'évolution des tensions aux bornes des condensateurs flottants :

$$\frac{d}{dt}V_{C_i} = \frac{I_{ch}}{C_i} \cdot \alpha_i \quad (3.23)$$

En écrivant l'équation (3.19) en fonction des grandeurs  $\alpha_i$ , la tension de sortie du bras multicellulaire  $V_s$  devient :

$$V_s = -\sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \cdot V_{C_i} + u_p \cdot E \quad (3.24)$$

Si la charge est connectée entre le point bas de la source de tension  $E$  et la cellule de commutation 1, la tension aux bornes de la charge  $V_{ch}$  est égale à la tension de sortie du bras  $V_s$ . De plus, si la charge est de type  $R - L$ , la relation liant les grandeurs de sortie s'écrit :

$$V_{ch} = V_s = R_{ch} \cdot I_{ch} + L_{ch} \frac{d}{dt}I_{ch} \quad (3.25)$$

Nous pouvons, à partir des équations (3.25) et (3.24), déterminer l'équation d'état représentant l'évolution du courant de charge  $I_{ch}$  en fonction des grandeurs d'état  $V_{C_i}$ , des grandeurs de commande  $\alpha_i$ , de la tension d'alimentation  $E$  et des paramètres de la charge :

$$\frac{d}{dt}I_{ch} = -\sum_{i=1}^{p-1} \frac{\alpha_i}{L_{ch}} V_{C_i} + \frac{u_p}{L_{ch}} E - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} I_{ch} \quad (3.26)$$

Les équations régissant les évolutions des tensions condensateurs équation (3.23) et l'évolution du courant de charge équation (3.26) permettent de définir un système d'état d'ordre  $p$  composé de :

- $p - 1$  équations représentant les évolutions des tensions aux bornes des condensateurs,
- Une équation représentant l'évolution du courant de charge, celle-ci étant de type  $R - L$ .

Ce système est de la forme  $\dot{X} = AX + B(X)U$  où  $X$  représente le vecteur d'état

$$\left[ V_{C_1}, V_{C_2}, \dots, V_{C_{p-1}}, I_{ch} \right]^T \text{ et } U \text{ le vecteur de commande } [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p-1}, u_p]^T.$$

Les matrices  $A$  et  $B$  qui sont de dimension  $p \times p$ , sont définies par les expressions suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \end{pmatrix}, B(X) = \begin{pmatrix} \frac{I_{ch}}{C_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{I_{ch}}{C_{p-2}} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{I_{ch}}{C_{p-1}} & 0 \\ -\frac{V_{C_1}}{L_{ch}} & \dots & -\frac{V_{C_{(p-2)}}}{L_{ch}} & -\frac{V_{C_{(p-1)}}}{L_{ch}} & \frac{E}{L_{ch}} \end{pmatrix}$$

Ce système d'état peut également être mis sous la forme  $\dot{x} = f(X) + g(X)U$ , forme caractéristique d'un système non linéaire affine.

$$f(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} I_{ch} \end{bmatrix}, g(X) = \begin{pmatrix} \frac{I_{ch}}{C_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{I_{ch}}{C_{p-2}} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{I_{ch}}{C_{p-1}} & 0 \\ -\frac{V_{C_1}}{L_{ch}} & \dots & -\frac{V_{C_{(p-2)}}}{L_{ch}} & -\frac{V_{C_{(p-1)}}}{L_{ch}} & \frac{E}{L_{ch}} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

### 3.4. Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté deux modèles de convertisseurs multicellulaires série qui permettent de poursuivre deux objectifs différents : dimensionnement de lois de commande (modèle moyen) et validation et simulation de ces lois de commande dans des conditions proches du fonctionnement réel (modèle instantané).

# Chapitre 4

## 4. Commande en boucle fermée des convertisseurs multicellulaires série

### 4.1. Introduction

La commande des convertisseurs statiques qui se situe entre deux domaines, l'automatique et l'électronique de puissance vise à améliorer les performances des convertisseurs par une meilleure adéquation de la commande à la structure du convertisseur.

Les objectifs principaux de la commande consistent à asservir les grandeurs de sortie du convertisseur à des grandeurs de référence de manière aussi parfaite que possible mais également à réguler ces grandeurs de sortie pour les rendre insensibles aux perturbations de la charge et la source d'alimentation. Les performances d'une loi de commande sont évaluées en terme de stabilité, de rapidité, et de précision.

La recherche d'une loi de commande appropriée passe par l'analyse du comportement dynamique et statique du convertisseur, donc par l'obtention d'un modèle de celui-ci (chapitre 3).

Dans ce chapitre, nous présenterons quelques commandes capables d'imposer la dynamique des tensions flottantes et du courant de charge. Les références de tensions sont donc calculées à partir de la valeur de la tension de source ( $v_{Créf} = i \cdot E/p$ ).

### 4.2. Contrôle proportionnel des tensions condensateurs

Nous présentons dans ce paragraphe une loi de commande proportionnelle prenant en compte uniquement la régulation des tensions condensateurs, elle est basée sur une modulation des rapports cycliques. Le principe de cette première méthode repose sur une modification de ces rapports cycliques figure (4.1) [8]:

- Si les rapports cycliques des cellules  $Cel_{i+1}$  et  $Cel_i$  sont différents, le courant moyen  $I_{C_i}$  dans le condensateur  $C_i$  n'est pas nul et par conséquent la tension  $V_{C_i}$  évolue.

Lorsqu'un déséquilibre apparaît sur une tension condensateur  $V_{C_i}$ , le courant moyen  $I_{C_i}$  qui traverse le condensateur pendant une période de découpage  $T_{déc}$  soit tel que la tension  $V_{C_i}$  tende vers sa valeur d'équilibre. La variation de la tension condensateur  $\Delta V_{C_i}$  s'obtient alors par la relation :

$$\Delta V_{C_i} = V_{C_i}(t + T_{déc}) - V_{C_i}(t) = \frac{i \times E}{p} - V_{C_i} = \frac{I_{C_i} \times T_{déc}}{C_i} \quad (4.1)$$

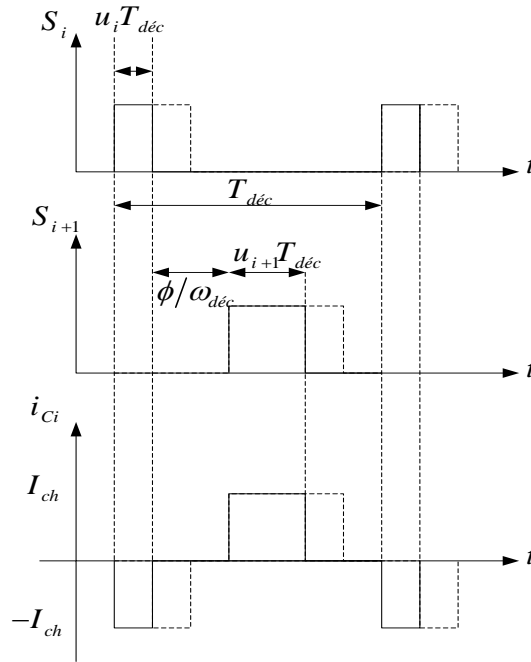


Figure 4. 1 principe de régulation par modulation des rapports cycliques

Le courant  $I_{C_i}$  peut s'exprimer en fonction du courant de charge moyen  $I_{ch}$  et des rapports cycliques  $u_{i+1}$ ,  $u_i$  et en remplaçant celui-ci dans l'expression (4.1) nous obtenons :

$$\Delta V_{C_i} = \frac{T_{déc}}{C_i} \cdot I_{ch} \cdot [u_{i+1} - u_i] = \frac{T_{déc}}{C_i} \cdot I_{ch} \cdot \alpha_i \quad (4.2)$$

Où  $\alpha_i$  représente la différence entre les rapports cycliques  $u_{i+1}$  et  $u_i$ .

La grandeur de commande  $\alpha_i$  en fonction de déséquilibre sur la tension  $V_{C_i}$  s'exprime :

$$\alpha_i = \frac{C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \Delta V_{C_i} = \frac{C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \left[ \frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} \right] \quad (4.3)$$

Il faut noter qu'il existe  $p$  grandeurs de commande ( $p$  rapports cycliques) et  $p - 1$  tensions condensateurs à contrôler. Ceci implique que la variable de commande supplémentaire sera choisie constante en fonction du point de fonctionnement ou sera utilisée pour contrôler une grandeur de sortie du convertisseur. Notre préoccupation principale étant le contrôle des tensions  $V_{c_i}$ , la grandeur d'entrée est constante et nous avons choisi arbitrairement le rapport cyclique  $u_p$ .

**Remarque :** nous aurions pu choisir de fixer un rapport cyclique  $u_i$  quelconque. Mais en choisissant la grandeur  $u_p$  (rapport cyclique de la cellule connectée à la source de tension  $E$ ), il est possible de reconstituer très facilement les  $(p - 1)$  rapports cycliques par la relation (4.4).

$$u_i = u_{i+1} - \alpha_i \quad (4.4)$$

Il en est de même si nous avons choisi le rapport  $u_1$  (rapport cyclique de la cellule connectée à la source de courant). L'équation permettant de reconstituer les  $(p - 1)$  rapports cycliques aurait été :

$$u_{i+1} = u_i + \alpha_i \quad (4.5)$$

Nous introduisons dans l'équation (4.2) le gain  $G$  qui sera choisi afin d'éviter toute saturation des rapports cycliques et pour assurer une dynamique d'équilibrage importante dans la phase de démarrage. En effet en l'absence de saturation des grandeurs de commande, l'évolution des grandeurs électriques est complètement maîtrisée.

Le synoptique de la loi de commande est représenté à la figure (4.2).



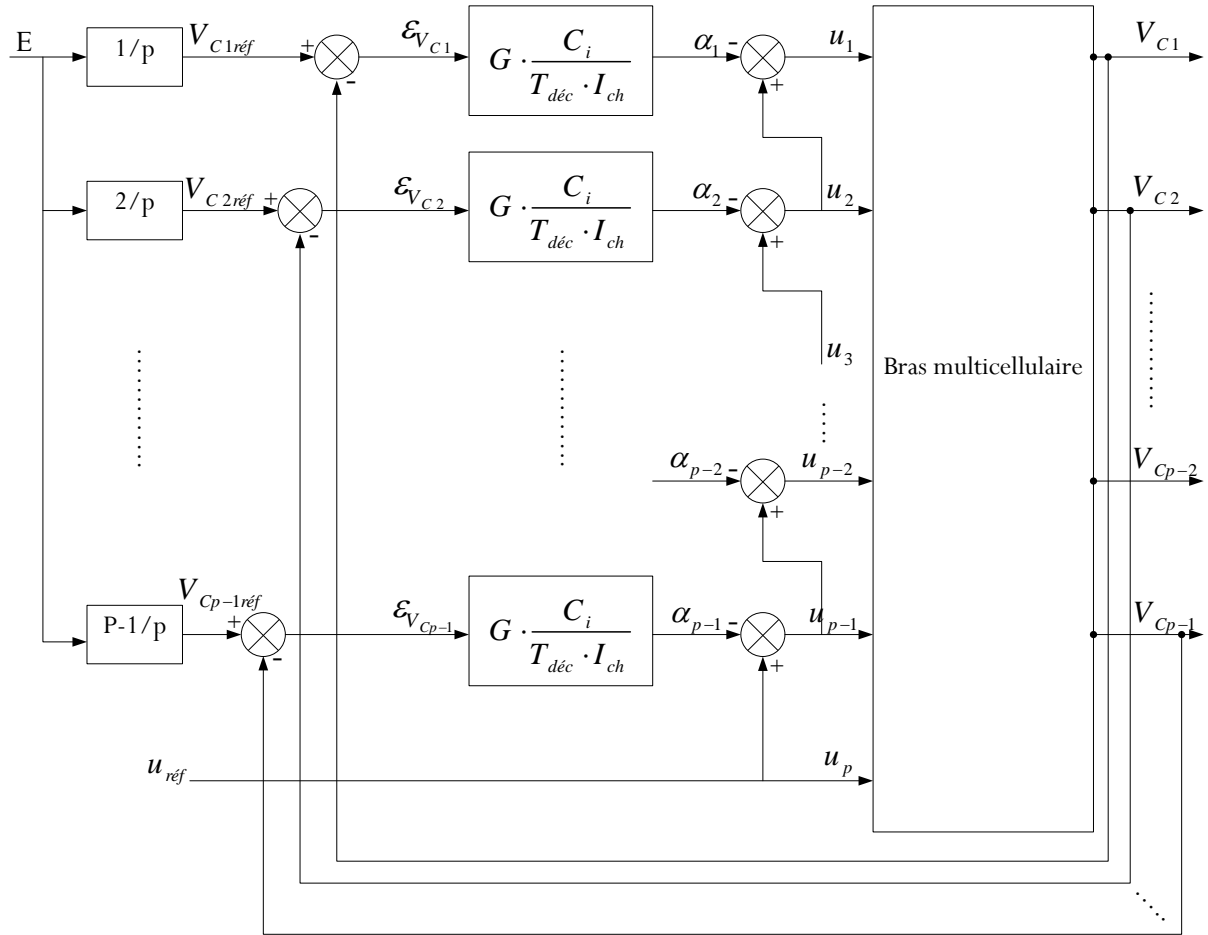


Figure 4. 2 Structure de la loi de commande modulant les rapports cycliques

La loi de commande peut être synthétisée par les équations :

$$\begin{aligned} u_p &= u_{réf} \\ u_i &= u_{i+1} - G \cdot \frac{C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \left[ \frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Où  $i$  varie de 1 à  $p-1$  et  $u_{réf}$  représente le rapport cyclique de référence permettant de définir le point de fonctionnement.

La différence  $\frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i}$  correspond à l'erreur existante  $\epsilon_{V_{C_i}}$  sur la tension  $V_{C_i}$ . L'équation (4.6) met en évidence que lorsque l'erreur  $\epsilon_{V_{C_i}}$  est nulle, les rapports cycliques sont égaux :

$$u_1 = u_2 = \dots = u_p = u_{réf} \quad (4.7)$$

En considérant que le courant peut être représenté par sa valeur moyenne sur une période de découpage, il est possible de définir dans le domaine fréquentiel une boucle de contrôle propre à chaque condensateur figure (4.3).

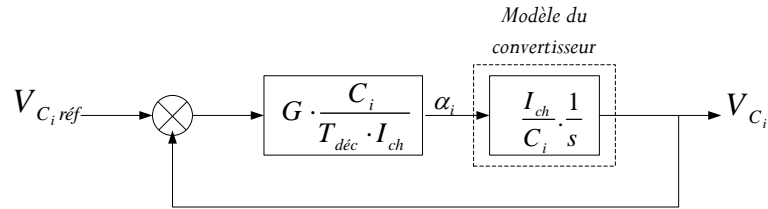


Figure 4. 3 Boucle de régulation de la tension condensateur  $V_{C_i}$

La fonction de transfert liant  $V_{C_i}$  à  $V_{C_{i\text{réf}}}$  est du premier ordre et la constante du temps  $\tau$  est définie par  $\tau = \frac{T_{\text{déc}}}{G}$ .

$$\frac{V_{C_i}}{V_{C_{i\text{réf}}}} = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (4.8)$$

L'équation (4.6) montre que pour une erreur donnée  $\varepsilon_{V_{C_i}}$ , la régulation saturera d'autant plus vite que le condensateur  $C_i$  et le gain  $G$  seront importants et que le courant  $I_{ch}$  sera faible. Le choix du gain  $G$  s'effectue alors en considérant le mode de fonctionnement suivant :

- La source d'alimentation étant établie à sa valeur de référence  $E$ , on effectue un démarrage du convertisseur (les condensateurs  $C_i$  étant déchargés) avec un rapport cyclique définissant le point de fonctionnement (courant de charge).

A l'instant initial, les erreurs sur les tensions aux bornes des condensateurs  $\varepsilon_{V_{C_i}}$  sont maximales et égales à :

$$\varepsilon_{V_{C_i}} = i \cdot \frac{E}{p} \quad (4.9)$$

Le rapport cyclique  $u_{p\text{ init}}$  égal à  $u_{\text{réf}}$  permet de définir les grandeurs  $u_{i\text{ init}}$  par les relations de récurrence :

$$\begin{aligned}
u_{p \text{ init}} &= u_{réf} \\
u_{p-1 \text{ init}} &= u_{p \text{ init}} - \alpha_{p-1 \text{ init}} = u_{réf} - (p-1) \cdot \frac{G \cdot C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \frac{E}{p} \\
&\vdots \\
u_{1 \text{ init}} &= u_{réf} - \alpha_{1 \text{ init}} = u_{réf} - \frac{p(p-1)}{2} \cdot \frac{G \cdot C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \frac{E}{p}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Ces équations impliquent que les rapports cycliques  $u_{i \text{ init}}$  seront toujours inférieurs à la valeur de référence  $u_{réf}$  dans le cas d'un démarrage :

$$u_{réf} > u_{p-1 \text{ init}} > u_{p-2 \text{ init}} > \dots > u_{1 \text{ init}} \geq 0 \tag{4.11}$$

Le gain  $G$  est donc calculé tel que  $u_{1 \text{ init}} = 0$  sachant que  $I_{ch} = u_{réf} \cdot E/R_{ch}$  :

$$G = \frac{2 \cdot T_{déc}}{(p-1) \cdot C_i \cdot R_{ch}} \cdot u_{réf}^2 \tag{4.12}$$

La constante de temps caractérisant l'évolution en boucle fermée des tensions condensateurs s'exprime alors :

$$\tau = \frac{T_{déc}}{G} = \frac{(p-1) \cdot C_i \cdot R_{ch}}{2} \cdot \frac{1}{u_{réf}^2} \tag{4.13}$$

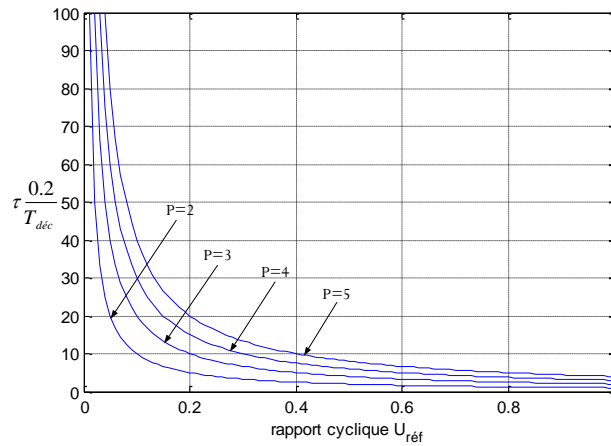
Cette première expression montre que la constante de temps tend vers l'infini pour  $R_{ch} = \infty$  ou  $u_{réf} = 0$ . A partir de cette expression, il est alors possible de définir une relation liant la constante de temps  $\tau$  à la période de découpage  $T_{déc}$  et au rapport cyclique  $u_{réf}$ . Pour cela, nous considérons que le condensateur  $C_i$  est dimensionné en fonction de l'ondulation de tension maximale à ses bornes  $\Delta V_{C_i}$  :

$$C_i = \frac{T_{déc} \cdot I_{ch}}{p \cdot \Delta V_{C_i}} \tag{4.14}$$

En prenant en compte cette expression dans l'équation (4.13) et en supposant que l'ondulation  $\Delta V_{C_i}$  est fixée à 10% de  $E/p$  ( $E/p$  correspond à la valeur d'équilibre des tensions interrupteurs), la constante de temps devient :

$$\tau = \frac{p-1}{0.2 \cdot u_{réf}} \cdot T_{déc} \tag{4.15}$$

L'évolution de la constante de temps en unité réduite est représentée à la figure (4.4) et met en évidence que  $\tau$  diminue lorsque le rapport cyclique augmente.



**Figure 4. 4 Evolution en unité réduite de la constante de temps en fonction du rapport cyclique de référence et de nombre de cellules p.**

Le gain  $G$  équation (4.12) a été calculé afin d'assurer une dynamique d'équilibrage importante dans la phase de démarrage.

En ce qui concerne le courant de charge  $I_{ch}$ , celui-ci n'étant pas régulé, il subit directement les variations de la tension d'alimentation car la valeur continue de ce courant en fonction de cette tension :  $I_{ch} = u_{ref} \cdot E / R_{ch}$  dans le cas d'un hacheur dévolteur.

### Simulation :

Cette analyse est maintenant validée en simulation dans le cas d'un hacheur dévolteur 3 cellules dont les caractéristiques sont :

$$\begin{cases} E = 1500V \\ C_1 = C_2 = 40 \mu F \\ L_{ch} = 1.5 mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_{dec} = 16kHz \end{cases}$$

La réponse à un échelon de tension puis à une variation négative  $\Delta E = -375V$  est représentée à la figure (4.5) sachant que  $u_{ref} = u_3 = 0.8$ ,  $G = 0.1$  et  $I_{ch} = 120A$

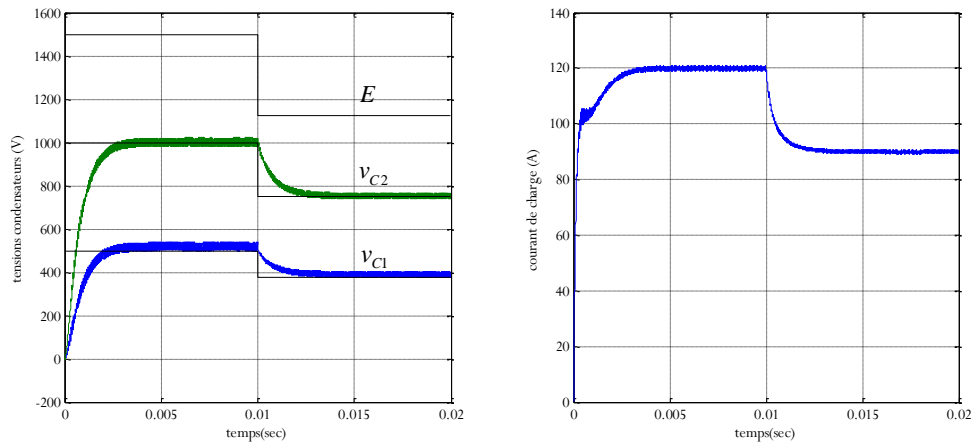


Figure 4. 5 Régulation par modulation des rapports cycliques

La figure (4.5) met en évidence que les oscillations en régime transitoire sont disparues.

La figure (4.6) met en évidence que les rapports cycliques ne sont pas saturés.

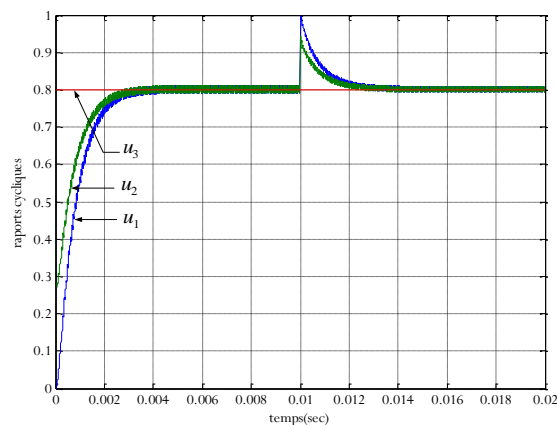


Figure 4. 6 Evolution des rapports cycliques  $u_i$

Les dynamiques imposées sur les tensions condensateurs sont relativement lentes ce qui impose des dynamiques d'équilibrage lentes pour les tensions aux bornes des interrupteurs. Nous développons, dans le paragraphe suivant, une commande non-linéaire qui se traduit par un découplage des grandeurs d'état (tensions  $v_{Ci}$  et courant  $i_{ch}$ ) sur lesquelles il sera possible d'imposer des dynamiques beaucoup plus rapides.

### 4.3. Commande non-linéaire des convertisseurs multicellulaires série

L'étude du modèle du convertisseur nous a montré qu'un système multicellulaire possède des non linéarités principalement dues au fait que les commandes des différentes cellules ne sont pas indépendantes. Ceci nous oblige à envisager une commande découplante pour ce système.

#### 4.3.1. Présentation de la méthode de linéarisation [12]

La linéarisation exacte est une approche pour la construction de correcteurs non linéaires. L'idée principale de cette méthode est d'effectuer une transformation algébrique d'un système dynamique non linéaire, en un système totalement ou partiellement linéaire. Ainsi après transformation, toutes les techniques de synthèse de correcteurs linéaires peuvent être appliquées. L'intérêt de cette méthode est qu'elle effectue une transformation exacte du système d'état non linéaire, sans passer par une approximation linéaire comme les techniques de linéarisation classiques (Jacobien) [5].

Après quelques rappels nécessaires, nous appliquerons cette méthode au découplage d'un hacheur 3 cellules.

##### 4.3.1.1. Rappels

###### 4.3.1.1.1. Définition de la modélisation d'un système non linéaire

Soit  $(\Sigma)$ , un système non linéaire affine multi-entrées, multi-sorties (MIMO), qui peut être représenté par les équations d'état (4.16).

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X)U \\ y = h(X) \end{cases} \quad (4.16)$$

Où  $X = [x_1, \dots, x_n] \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $U = [u_1, \dots, u_m] \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur d'entrée,  $y = [y_1, \dots, y_p] \in \mathfrak{R}^p$  est le vecteur de sortie.

Une représentation vectorielle peut être donnée par :

$$f(X) = \begin{pmatrix} f_1(X) \\ \vdots \\ f_n(X) \end{pmatrix}, g(X) = \begin{pmatrix} g_1(X) \\ \vdots \\ g_n(X) \end{pmatrix} \text{ et } h(X) = \begin{pmatrix} h_1(X) \\ \vdots \\ h_m(X) \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Les éléments de  $f$ ,  $g$ ,  $h$  sont de fonctions lisses, c'est-à-dire que ses fonctions sont indéfiniment dérivables par rapport à chacun de leurs arguments.

### 4.3.1.2. Résultats généraux

L'idée de la linéarisation exacte ([9][10][12]) est de boucler le système par une commande du type  $u = r \ x, v$ , où  $v$  est la nouvelle entrée, aussi de dimension  $m$ .

Pour effectuer ce bouclage, il nous faut exprimer les dérivés successives de chacun des  $y_i$  en fonction de l'état et de l'entrée. On s'arrête de dériver  $y_i$ , dès que les entrées commencent à intervenir dans l'expression de la dérivée. Nous disposons ainsi d'une équation du type

$$\begin{pmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{pmatrix} = \Delta(X)U + \Delta_0(X) \quad (4.18)$$

Où  $r_i$  désigne le nombre de fois qu'il nous faut dériver  $y_i$  pour y voir apparaître une entrée. Sous l'hypothèse que la matrice  $\Delta(X)$  est inversible, le bouclage suivant :

$$U = \Delta^{-1}(X)V - \Delta^{-1}(X)\Delta_0(X) \quad (4.19)$$

Où  $V$  est notre nouvelle entrée, forme un système linéaire  $S_L$  de  $m$  entrées à  $m$  sorties décrit par les équations différentielles.

$$S_L : \begin{cases} y_1^{(r_1)} = v_1 \\ \vdots = \vdots \\ y_m^{(r_m)} = v_m \end{cases} \quad (4.20)$$

Ce système est linéaire et complètement découplé (c'est-à-dire que chaque entrée  $v_i$  agit sur une et une seule sortie  $y_i$ ). Il est donc très facile à commander par les techniques classiques de commande par retour de sortie.

A partir des définitions ci-avant, le théorème suivant définit les conditions de linéarisation du système  $(\Sigma)$  :

#### **Théorème:**

- a. Le système  $(\Sigma)$  est découplé sur  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  si et seulement si :

$$\text{rang} \Delta \ X = m, \quad \forall X \in \Omega \quad (4.21)$$

- b. Si cette condition est satisfaite alors le retour d'état non-linéaire

$$U(X) = \alpha(X) + \beta(X)V \quad (4.22)$$

Avec

$$\begin{aligned} \alpha(X) &= -\Delta^{-1}(X)\Delta_0(X) \\ \beta(X) &= \Delta^{-1}(X) \end{aligned} \tag{4.23}$$

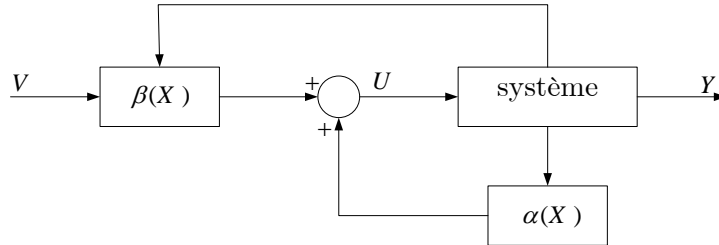


Figure 4. 7 Représentation du découplage par linéarisation exacte

Il est important de noter que cette méthode aboutit à un découplage total si on a  $\sum r_j = n$ , c'est-à-dire que le système découplé est linéaire pour toutes les variables d'état.

Si on observe  $\sum r_j < n$ , on obtient alors  $n - \sum r_j$  dynamiques de zéros qui conduisent à une étude plus complexe (étude des dynamique de zéros).

On obtient après découplage le schéma de la figure (4.8) pour le cas particulier où les degrés relatifs sont égaux à 1.

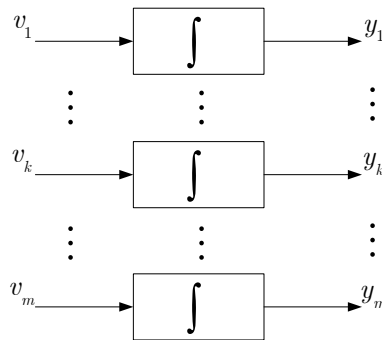


Figure 4. 8 Système découplé

### 4.3.2. Application à un hacheur 3 cellules

#### 4.3.2.1. Application au calcul de découplage

##### 4.3.2.1.1. Calcul du découplage

Nous allons maintenant appliquer cette méthode à un hacheur 3 cellules. Le vecteur d'état du système est donc d'ordre 3 et se trouve composé des deux tensions  $V_{C_1}$  et  $V_{C_2}$  et du courant de charge  $i_{ch}$ .



Le modèle utilisé pour le hacheur sera donc un modèle non linéaire affine donné par l'équation (3.27).

On calcule alors le découplage pour le système (3.27), c'est-à-dire les matrices  $\Delta(X)$  et  $\Delta_0(X)$ . On obtient les conditions de validité du découplage pour  $Det[\Delta] = a_1.a_2.b_1.E.x_3^2 \neq 0$  qui sont données par :

$$E \neq 0, x_3 \neq 0 \quad (4.24)$$

Le calcul de découplage conduit à des degrés relatifs égaux  $r_1 = r_2 = r_3 = 1$ . Le système se trouve complètement découplé  $r_1 + r_2 + r_3 = 3 = n$  et chaque sortie peut être représentée par un intégrateur.

Sous les conditions exprimées dans (4.24), les valeurs obtenues pour le calcul de découplage sont données par (4.25) [1],[2],[5] et [9].

$$\Delta_0(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -b_0 x_3 \end{pmatrix}, \Delta^{-1}(X) = \begin{pmatrix} \frac{x_1 - E}{a_1 E x_3} & \frac{x_2 - E}{a_2 E x_3} & \frac{1}{b_1 E} \\ \frac{x_1}{a_1 E x_3} & \frac{x_2 - E}{a_2 E x_3} & \frac{1}{b_1 E} \\ \frac{x_1}{a_1 E x_3} & \frac{x_2}{a_2 E x_3} & \frac{1}{b_1 E} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

$$\text{Avec } \frac{1}{C_1} = a_1, \frac{1}{C_2} = a_2, \frac{R_{ch}}{L_{ch}} = b_0, \frac{1}{L_{ch}} = b_1$$

Le retour d'état peut donc s'exprimer par :

$$\alpha(X) = -\Delta^{-1}(X)\Delta_0(X) = \begin{pmatrix} \frac{b_0 x_3}{b_1 E} \\ \frac{b_0 x_3}{b_1 E} \\ \frac{b_0 x_3}{b_1 E} \end{pmatrix}, \beta(X) = \Delta^{-1}(X) \quad (4.26)$$

En appliquant sur le système le retour d'état, on obtient le système linéarisé suivant :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \dot{v}_{c1} = v_1 \\ \dot{y}_2 = \dot{v}_{c2} = v_2 \\ \dot{y}_3 = \dot{v}_{ch} = v_3 \end{cases} \quad (4.27)$$

### 4.3.2.2. Boucle de régulation proportionnelle

#### 4.3.2.2.1. Calcul des dynamiques

Après le retour d'état non linéaire, nous obtenons donc trois sous-systèmes découplés, représentés par des intégrateurs figure (4.8). Nous allons mettre en place des correcteurs linéaire afin de réguler les trois grandeurs d'état.

Pour chacune des variables d'état, nous allons envisager tout d'abord un correcteur proportionnel dont l'équation pour la commande de la boucle  $i$  est donnée par (4.28). La figure (4.9) représente la boucle de régulation linéaire appliquée au système découplé.

$$v_i = K_{pi}(x_{iréf} - x_i) \quad \text{avec } 1 \leq i \leq m \quad \text{et} \quad K_{pi} > 0 \quad (4.28)$$

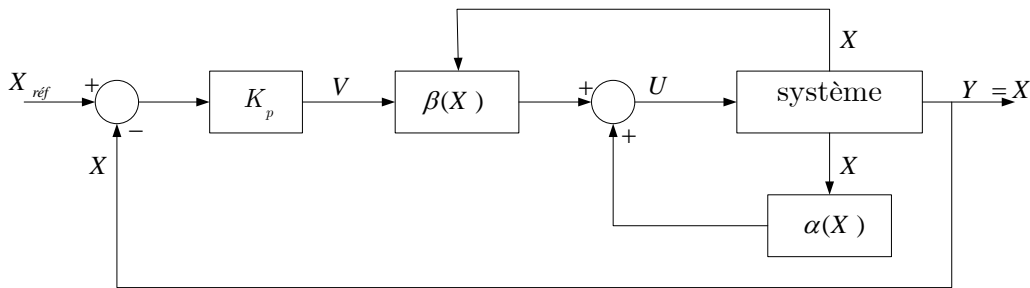


Figure 4. 9 Boucle de régulation avec correcteur proportionnel

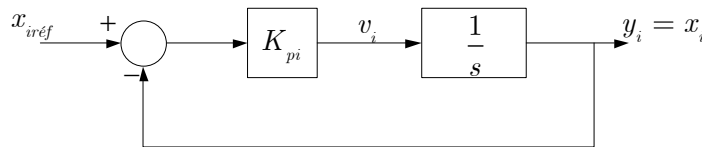


Figure 4. 10 Boucle de régulation du système linéaire

On obtient alors pour chaque variable d'état une fonction de transfert en boucle ouverte (BO) du type :

$$T_{BO_i}(s) = \frac{K_{pi}}{s} \quad (4.29)$$

Et donc en boucle fermée :

$$T_{BFi}(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_i} s} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{K_i} = \tau_i \quad (4.30)$$

On imposera donc sur boucle la dynamique désirée par le réglage des gains  $K_{pi}$ . Dans ces conditions, nous pouvons avec ce type de régulation imposer :

Une dynamique donnée pour chaque variable d'état,

Une erreur statique nulle en régime permanent, ceci étant dû au fait que les boucles possèdent un intégrateur dans la chaîne.

#### 4.3.2.3. Validation du découplage

Le but de cette simulation figure (4.11) est de montrer le fonctionnement de la procédure de découplage [1],[2],[5] et [9]. Les paramètres utilisés sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = C_2 = 40 \mu F \\ L_{ch} = 1.5 mH \\ R_{ch} = 10 \Omega \\ f_d = 16 kHz \\ T_d = 62.5 \mu s \\ K_1 = K_2 = 3000 \\ K_3 = 20000 \end{array} \right. \quad (4.31)$$

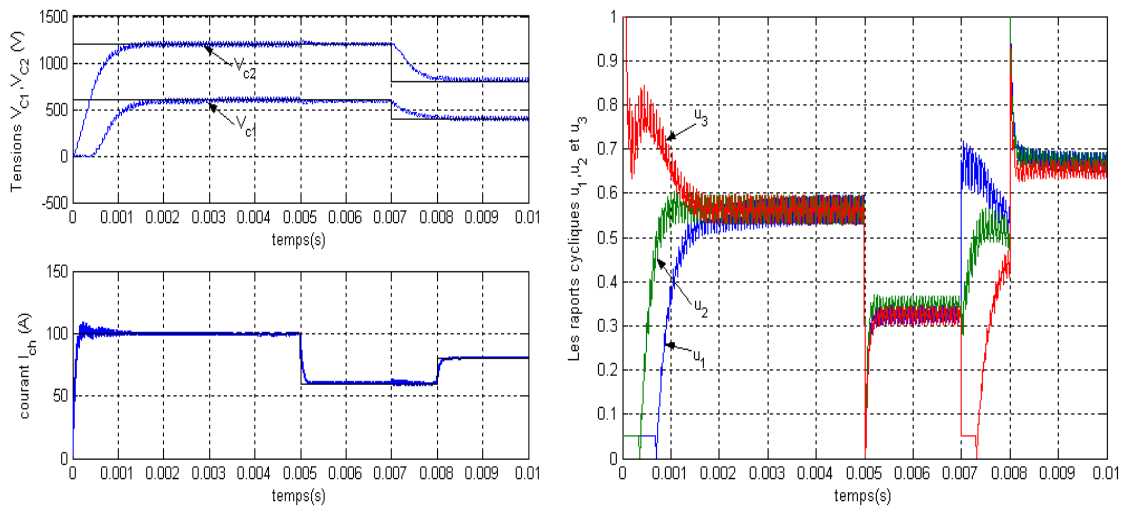


Figure 4. 11 Simulation avec découplage non linéaire

Le protocole de commande appliqué au convertisseur est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à } t = 0ms \rightarrow \text{démarrage du convertisseur avec } E = 1800V, I_{chréf} = 100A \\ \text{à } t = 5ms \rightarrow \text{échelon de } I_{chréf} \text{ de } - 40A \\ \text{à } t = 7ms \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } - 600V \\ \text{à } t = 8ms \rightarrow \text{échelon de } I_{chréf} \text{ de } + 20A \end{array} \right.$$

On note sur la figure (4.11) un bon découplage de toutes les grandeurs d'état.

On remarque également que les perturbations entre les différentes boucles de régulation sont bien compensées par la régulation.

## 4.4. Utilisation de la méthode directe de Lyapunov

### 4.4.1. Quelques rappels

Nous allons dans cette partie rappeler quelques définitions utiles sur les fonctions de Lyapunov. Tous les compléments et démonstrations pourront être trouvés dans [11]. Notre but ici ne sera pas de faire un bilan exhaustif de la théorie de Lyapunov mais simplement de donner quelques résultats essentiels que nous utiliserons par la suite dans l'analyse de stabilité des convertisseurs multicellulaires série dans le cadre de la méthode directe de Lyapunov [5].

On définit généralement pour les systèmes linéaires de la forme  $\dot{X} = AX$ , deux grandes classes qui sont les systèmes invariants dans le temps (*LTI*) et les systèmes variants dans le temps (*LTV*), suivant que la matrice  $A$  dépend ou non du temps.

Dans le cas plus général des systèmes non linéaires, on introduit alors la notion de *système autonome* ou *non-autonome*. On définit comme suit un système autonome:

**Définition 1** *Le système non linéaire  $\dot{X} = f(x,t)$  est dit autonome si  $f$  ne dépend pas explicitement du temps, c'est à dire que l'on peut le réécrire sous la forme  $\dot{X} = f(X)$ .*

*Dans le cas contraire, le système sera qualifié de non-autonome.*

Il est clair que les systèmes invariants dans le temps seront autonomes alors que les systèmes linéaires variant dans le temps seront considérés comme non-autonomes.

D'autre part, un système de la forme  $\dot{X} = f(X,u)$  à priori autonome, peut devenir non autonome en boucle fermée par le choix d'une commande du type  $u = g(X,t)$ .

### 4.4.2. Fonctions de Lyapunov, systèmes autonomes

#### 4.4.2.1. Définitions [5], [11]

On définit d'abord  $B_R$ , une région de l'espace d'état que l'on peut exprimer par  $\|X\| < R$ . On définit également  $S_R$ , la limite de cette région par  $\|X\| = R$ .

**Définition 2** *Une fonction scalaire  $V(X)$  continue est dite **localement définie positive** si  $V(0) = 0$  et si dans une région  $B_{R_0}$  :*

$$X \neq 0 \Rightarrow V(X) > 0$$

**Définition 3** *Une fonction scalaire  $V(X)$  continue est dite **globalement définie positive** si  $V(0) = 0$  et si dans tout l'espace d'état  $B_{R_0}$  :*

$$X \neq 0 \Rightarrow V(X) > 0$$

**Définition 4** Une fonction scalaire  $V(X)$  continue est dite **positive semi-définie** si  $V(0) = 0$  et si dans tout l'espace d'état :

$$X \neq 0 \Rightarrow V(X) \geq 0$$

On définit alors de la façon suivante une fonction de Lyapunov :

**Définition 5** Si dans une région  $B_{R_0}$ , la fonction  $V(X)$  est définie positive et a une dérivée partielle continue et si sa dérivée suivant n'importe quelle trajectoire du système est négative semi-définie, c'est-à-dire :

$$\dot{V}(X) \leq 0$$

Alors  $V(x)$  est une fonction de Lyapunov.

Après ces quelques rappels sur les fonctions positives, nous allons rappeler quelques résultats sur l'analyse de la stabilité locale et globale par les fonctions de Lyapunov.

#### 4.4.2.2. Stabilité locale et globale pour les systèmes autonomes.

Après avoir défini ce qu'est une fonction de Lyapunov, nous pouvons maintenant rappeler le premier théorème sur la stabilité locale [5], [11].

**Théorème 1** Si dans une région  $B_{R_0}$  il existe une fonction  $V(X)$  avec une dérivée partielle continue qui vérifie :

- $V(X)$  est définie positive (localement dans  $B_{R_0}$ )
- $\dot{V}(X)$  est négative semi-définie (localement dans  $B_{R_0}$ )

Alors le point 0 est stable. Si de plus la dérivée  $\dot{V}(X)$  est localement définie négative dans  $B_{R_0}$  alors la stabilité est asymptotique.

Afin d'étendre ce résultat, il faut évidemment vérifier les conditions du théorème (1) non plus dans une région ( $B_{R_0}$ ) mais dans l'espace d'état complet. Cette condition est nécessaire mais pas suffisante. On doit ajouter une autre condition sur  $V$ . Cette condition est que  $V$  ne doit pas être bornée, c'est à dire que  $V(X) \rightarrow \infty$  lorsque  $\|X\| \rightarrow \infty$ .

On obtient alors le résultat suivant :

**Théorème 2** Si  $V(X)$  est une fonction scalaire de  $X$  de dérivée partielle continue et que :

- $V(X)$  est définie positive ;
- $\dot{V}(X)$  est définie négative,
- $V(X) \rightarrow \infty$  si  $\|X\| \rightarrow \infty$

Alors l'équilibre à l'origine est globalement asymptotiquement stable.

Ces deux premiers résultats seront d'une grande importance pour l'étude de la stabilité des boucles de commande ainsi que pour effectuer la synthèse de ces boucles.

### 4.4.3. Fonctions de Lyapunov, systèmes non-autonomes

Nous allons dans cette partie étudier l'extension des résultats obtenus pour les systèmes autonomes aux systèmes non-autonomes. Les principes précédemment évoqués seront toujours applicables mais les conditions d'application seront souvent plus restrictives.

#### 4.4.3.1. Définitions

Pour l'étude des systèmes non-autonomes, il nous est nécessaire de faire apparaître une fonction scalaire dépendant du temps  $V(X,t)$  alors que pour l'étude précédente une fonction  $V(X)$  était suffisante.

La définition d'une fonction localement définie positive devient alors la suivante:

**Définition 6** Une fonction scalaire variant dans le temps  $V(X,t)$  est localement définie positive  $V(0,t) = 0$  et s'il existe une fonction définie positive invariante dans le temps  $V_0(X)$  telle que :

$$\forall t \geq t_0, V(X,t) \geq V_0(X)$$

Ainsi, une fonction définie positive variant dans le temps majorera toujours une fonction définie positive invariante dans le temps.

On pourra alors définir, comme précédemment, tous les autres concepts comme globalement définie positive, positive semi-définie, etc. ...

Pour l'analyse de Lyapunov pour les systèmes non-autonomes, il est nécessaire de définir la notion de fonction décroissante.

**Définition 7** Une fonction scalaire  $V(X,t)$  est dite décroissante si  $V(0,t) = 0$  et s'il existe une fonction définie positive invariante dans le temps  $V_1(X)$  telle que

$$\forall t \geq 0, V(X,t) \leq V_1(X)$$

Une fonction scalaire sera donc décroissante si elle est majorée par une fonction définie positive invariante dans le temps.

#### 4.4.3.2. Stabilité des systèmes non-autonomes

Les principaux résultats sur l'analyse de la stabilité par les fonctions de Lyapunov sont résumés par les trois théorèmes suivants :

**Théorème 3** Si dans une région  $B_{R_0}$  autour du point d'équilibre 0, il existe une fonction  $V(X, t)$  de dérivée partielle continue telle que :

1.  $V(X, t)$  est définie positive,
2.  $\dot{V}(X, t)$  est négative semi-définie,

Alors **le point 0 est stable** au sens de Lyapunov.

**Théorème 4** Si en plus

3.  $V(X, t)$  est décroissante,

Alors l'origine est uniformément stable. Si la condition 2 devient "  $\dot{V}(X, t)$  est négative définie", le point d'équilibre est uniformément asymptotiquement stable.

**Théorème 5** Si la région  $B_{R_0}$  est remplacée par l'espace d'état entier et que les conditions 1, 2, 3 et la condition

4.  $V(X, t)$  n'est pas bornée,

Sont toutes vérifiées, alors l'origine est un point d'équilibre stable et le système est globalement uniformément asymptotiquement stable.

#### 4.4.3.3. Utilisation du Lemme de Barbelât

Les théorèmes précédents sont des outils puissants pour l'analyse de la stabilité des systèmes non-autonomes. Néanmoins, la stabilité des systèmes non-autonomes est généralement plus difficile à garantir de part le simple fait qu'il est souvent plus difficile de trouver une fonction de Lyapunov dont la dérivée soit définie négative.

Afin de résoudre ce problème, nous utiliserons un résultat purement mathématique qui est le Lemme de Barbelât [11] qui peut être utilisé pour l'analyse de la stabilité et s'exprime sous la forme :

**Théorème 6** Soit  $V(X, t)$  une fonction scalaire, si  $V(X, t)$  vérifie les conditions suivantes :

- $V(X, t)$  est bornée inférieure,
- $\dot{V}(X, t)$  est négative semi-définie,
- $\dot{V}(X, t)$  est uniformément continue,

Alors  $\dot{V}(X, t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

Ainsi,  $V$  tend vers une valeur  $V_\infty$  avec toujours  $V_\infty < V(X(0), 0)$ . On pourra donc utiliser ce résultat pour des systèmes dynamiques non-autonomes. Pour montrer que  $\dot{V}(X, t)$  est uniformément continue, on pourra montrer que  $\ddot{V}(X, t)$  est bornée.

#### 4.4.4. Etude pour un hacheur trois cellules

Après ces quelques rappels sur les fonctions de Lyapunov et leurs utilisations pour l'analyse de la stabilité, nous allons faire l'étude d'une commande pour un hacheur trois cellules dont une représentation est donnée en figure (3.8).

Nous allons d'abord rappeler le modèle utilisé et nous ferons la synthèse des boucles de régulation de chaque variable d'état en utilisant la méthode directe de Lyapunov.

##### 4.4.4.1. Modèle de connaissance

Nous allons utiliser dans cette section le modèle moyen, ce modèle pour un hacheur 3 cellules est le suivant :

$$\begin{cases} \sum_{x_1} : \dot{v}_{C1} = \dot{x}_1 = a_1 x_3 \alpha_1 \\ \sum_{x_2} : \dot{v}_{C2} = \dot{x}_2 = a_2 x_3 \alpha_2 \\ \sum_{x_3} : \dot{i}_{ch} = \dot{x}_3 = -b_0 x_3 + b_1 (-x_1 \alpha_1 - x_2 \alpha_2 + E u_3) \end{cases} \quad (4.32)$$

Avec  $u_2 - u_1 = \alpha_1$ ,  $u_3 - u_2 = \alpha_2$ ,  $\frac{1}{C_1} = a_1$ ,  $\frac{1}{C_2} = a_2$ ,  $\frac{R_{ch}}{L_{ch}} = b_0$ ,  $\frac{1}{L_{ch}} = b_1$ .

On pose alors :

$$\gamma(x_1, x_2) = -b_1 (x_1 \alpha_1 + x_2 \alpha_2) \quad (4.33)$$

Ce qui nous permet d'écrire (4.32) sous la forme :

$$\begin{cases} \sum_{x_1} : \dot{v}_{C1} = \dot{x}_1 = a_1 x_3 \alpha_1 \\ \sum_{x_2} : \dot{v}_{C2} = \dot{x}_2 = a_2 x_3 \alpha_2 \\ \sum_{x_3} : \dot{i}_{ch} = \dot{x}_3 = -b_0 x_3 + \gamma(x_1, x_2) + b_1 E u_3 \end{cases} \quad (4.34)$$



On remarque que le terme  $\gamma(x_1, x_2)$  correspond pour la boucle  $\sum_{x_3}$  à une perturbation provenant des boucles  $\sum_{x_1}$  et  $\sum_{x_2}$ . En effet, en régime équilibré, tous les rapports cycliques sont égaux, donc on a  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$  et donc  $\gamma(x_1, x_2) = 0$ . Ce n'est que lorsque que l'on agit sur  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  afin de rétablir l'équilibre des tensions  $v_{c_k}$  que l'on vient perturber la boucle de courant  $\sum_{x_3}$ .

#### 4.4.4.2. Synthèse des boucles de régulation

Nous allons dans cette partie effectuer la synthèse des boucles de régulation pour chacune des variables d'état en utilisant les fonctions de Lyapunov.

##### 4.4.4.2.1. Contrôle du courant

On pose tout d'abord  $\varepsilon_{x_3} = x_{3réf} - x_3$  l'erreur en courant entre le courant moyen que l'on souhaite imposer  $x_{3réf}$  et le courant moyen réel  $x_3$ .

On prend comme fonction de Lyapunov  $V(\varepsilon_{x_3})$  définie positive, qui vérifie  $V(0) = 0$  et qui s'exprime par:

$$V(\varepsilon_{x_3}) = \frac{1}{2} \varepsilon_{x_3}^2 \quad (4.35)$$

Le choix de cette fonction n'est pas unique. Ce choix particulier constitue un choix classique et permet d'obtenir, comme nous allons le découvrir, une structure de commande simple.

On calcule la dérivée de  $V(\varepsilon_{x_3})$  et on obtient avec l'équation (4.34):

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon_{x_3}) &= \varepsilon_{x_3} \dot{\varepsilon}_{x_3} \\ &= \varepsilon_{x_3} (\dot{x}_{3réf} - \dot{x}_3) \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\text{D'où } \dot{V}(\varepsilon_{x_3}) = \varepsilon_{x_3} \dot{x}_{3réf} + b_0(x_{3réf} - \varepsilon_{x_3}) - \gamma(x_1, x_2) - b_1 E u_3$$

Afin de faire apparaître le signe de  $\dot{V}(\varepsilon_{x_3})$ , on réécrit (4.36) sous la forme :

$$\dot{V}(\varepsilon_{x_3}) = -b_0 \varepsilon_{x_3}^2 + \varepsilon_{x_3} \underbrace{\dot{x}_{3réf} + b_0 x_{3réf} - \gamma(x_1, x_2) - b_1 E u_3}_{\Gamma} \quad (4.37)$$

On s'aperçoit alors qu'il est très difficile de conclure sur le signe de  $\dot{V}(\varepsilon_{x_3})$ . On remarque néanmoins que  $\Gamma$  dépend de la commande  $u_3$ . On peut alors simplement imposer:

$$\Gamma = -K_{x_3} \varepsilon_{x_3} \text{ avec } K_{x_3} > 0 \tag{4.38}$$

On obtient alors à partir de (4.37), l'équation suivante :

$$\dot{V}(\varepsilon_{x_3}) = -b_0 + K_{x_3} \varepsilon_{x_3}^2 \tag{4.39}$$

Si la condition (4.38) est vérifiée, on peut aisément conclure sur le signe de  $\dot{V}(\varepsilon_{x_3})$  et dire que cette dérivée est définie négative. D'autre part, on constate que  $V(\varepsilon_{x_3}) \rightarrow \infty$  lorsque  $\varepsilon_{x_3} \rightarrow \infty$ .

Les trois conditions exprimées dans le théorème portant sur la stabilité globale sont donc vérifiées ce qui nous garantit, sous la condition (4.38), la stabilité asymptotique globale, ce qui signifie que  $\varepsilon_{x_3} \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ , c'est-à-dire  $x_3 \rightarrow x_{3réf}$ .

L'analyse de la condition nous définit directement la loi de commande  $u_3$  que l'on peut écrire sous la forme :

$$u_3 = \frac{1}{b_1 E} K_{x_3} \varepsilon_{x_3} + \dot{x}_{3réf} + b_0 x_{3réf} - \gamma(x_1, x_2) \text{ avec } E \neq 0 \tag{4.40}$$

On peut alors représenter la commande du courant  $x_3$  par la figure (4.12).

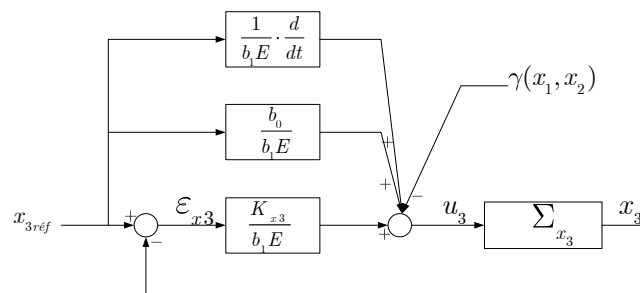


Figure 4. 12 Régulation en courant par la méthode de Lyapunov

Cette commande assure donc une convergence asymptotique de  $x_3$  vers  $x_{3réf}$ .

La dynamique de convergence est ici fixée par  $K_{x_3}$  que l'on devra choisir simplement positif. Il est alors intéressant de déterminer la vitesse de convergence de  $x_3$  vers  $x_{3réf}$ . On réécrit (4.39) sous la forme:

$$\dot{V}(\varepsilon_{x_3}) = -2 b_0 + K_{x_3} V(\varepsilon_{x_3}) \tag{4.41}$$

On peut donc écrire la solution de cette équation différentielle du premier ordre sous la forme temporelle suivante (4.42) avec  $V_0$  la valeur de  $V$  à l'instant  $t = 0$  et  $\alpha = 2(b_0 + K_{x_3})$ .

$$V(\varepsilon_{x_3}) = V_0 \exp\left(\frac{-t}{\alpha}\right) \quad (4.42)$$

La vitesse de convergence est donc bien donnée par la commande au travers du paramètre  $K_{x_3}$ .

Il est important de noter que la structure de la commande dépend essentiellement de la fonction de Lyapunov choisie. La solution présentée n'est donc pas la seule ni forcément la meilleure, mais sans doute une des plus simples.

#### 4.4.4.2.2. Contrôle des tensions

On rappelle que l'on a, pour un hacheur 3 cellules, deux tensions  $x_1 = v_{C1}$  et  $x_2 = v_{C2}$  commandées par les différences entre les rapports cycliques  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . On présentera l'étude pour  $v_{C1}$  qui sera alors directement transposable pour  $v_{C2}$ .

On pose cette fois  $\varepsilon_{x_1} = x_{1réf} - x_1$  l'erreur en tension avec  $x_{1réf}$  la tension de référence fixée à  $E / 3$ . Plus généralement, on fixe  $x_{kréf} = kE / p$  avec  $p$  le nombre de cellules.

Comme pour la boucle de courant, on pose comme fonction de Lyapunov:

$$V(\varepsilon_{x_1}) = \frac{1}{2} \varepsilon_{x_1}^2 \quad (4.43)$$

Par dérivation, et d'après (4.32), on obtient :

$$\dot{V}(\varepsilon_{x_1}) = \varepsilon_{x_1} \underbrace{(\dot{x}_{1réf} - a_1 x_3 \alpha_1)}_{\Gamma} \quad (4.44)$$

Afin d'assurer  $\dot{V}(\varepsilon_{x_1})$  définie négative, on impose alors:

$$\Gamma = -K_{x_1} \varepsilon_{x_1} \quad \text{avec } K_{x_1} > 0 \quad (4.45)$$

On obtient alors facilement :

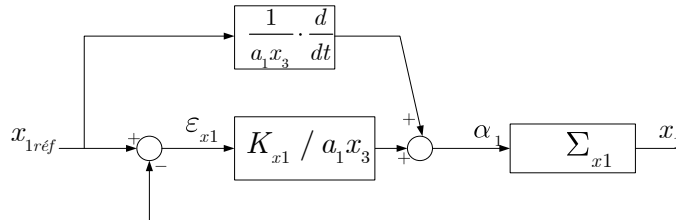
$$\dot{V}(\varepsilon_{x_1}) = -K_{x_1} \varepsilon_{x_1}^2 \quad (4.46)$$

Comme précédemment, on obtient la convergence asymptotique de  $x_1$  vers  $x_{1réf}$ .

On obtient la structure de la boucle de régulation à l'aide de l'équation (4.45) :

$$\alpha_1 = \frac{1}{a_1 x_3} (K_{x1} \varepsilon_{x1} + \dot{x}_{1réf}) \text{ pour } x_3 \neq 0 \quad (4.47)$$

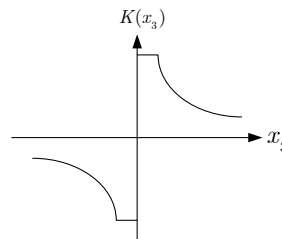
Le schéma de la procédure de régulation est représenté en figure (4.13).



**Figure 4. 13 Régulation par la méthode directe de Lyapunov pour l'une des tensions**

La condition  $x_3 \neq 0$  est cette fois assez restrictive et pose problème notamment lors du démarrage du convertisseur. Lors de faibles courants, le gain augmente vers l'infini et les commandes se trouvent alors logiquement saturées. De plus, lorsque le courant est faible, les dynamiques imposables sur les tensions sont faibles. Nous avons donc choisi de limiter le gain

$K(x_3) = \frac{K_{x1}}{a_1 x_3}$  comme le montre la figure (4.14).



**Figure 4. 14 Limitation du gain pour la boucle de tension**

Le cas où  $x_3$  est voisin de zéro  $K(x_3)$  est limité arbitrairement à un gain positif. Ce cas de figure est d'autant moins probable que l'on mesure la valeur moyenne du courant.

#### 4.4.4.2.3. Schéma complet de la boucle de régulation

Nous allons maintenant présenter le schéma complet de la boucle de régulation pour les deux tensions et le courant. Sur ce schéma représenté en figure (4.15), tous les liens ne sont pas forcément représentés par souci de clarté.

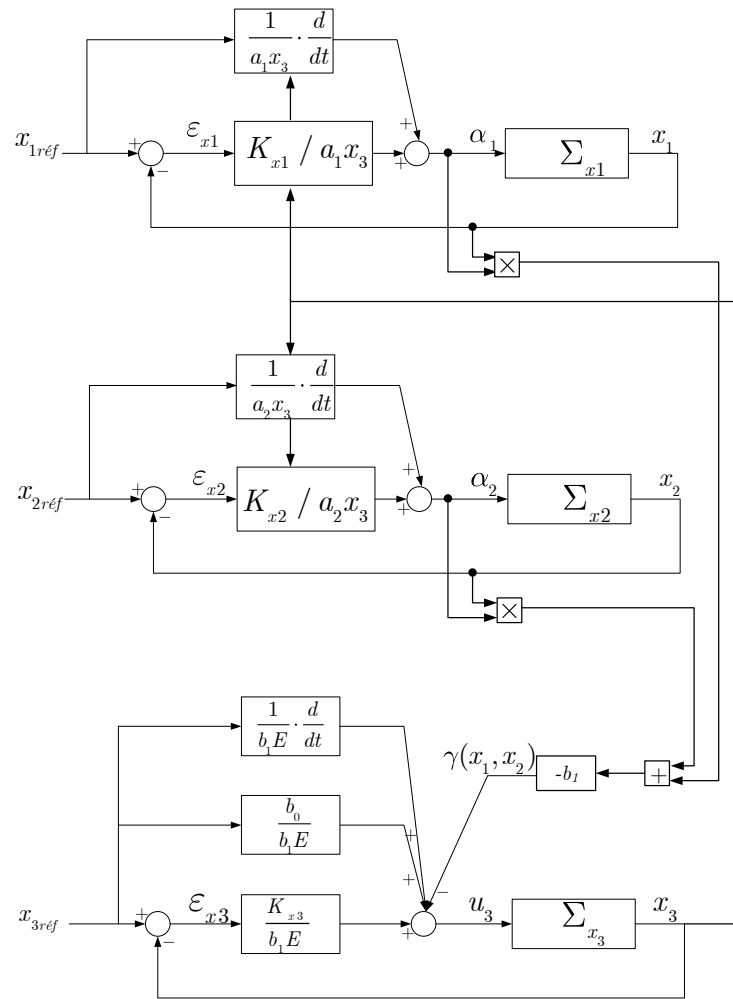


Figure 4.15 Schéma de la boucle de régulation complète

On remarque clairement les interactions existantes entre les boucles de régulation. Le  $x_3$  intervient dans les deux boucles de tension  $x_1$  et  $x_2$ . Les deux tensions et leurs commandes interviennent pour leur part dans la régulation de courant sous la forme  $\gamma(x_1, x_2)$ .

#### 4.4.4.3. Simulations

Notre but ici sera de montrer le fonctionnement général des boucles de régulation synthétisées par la méthode directe de Lyapunov. Ainsi on effectuera simplement des simulations aux valeurs moyennes.

La période d'échantillonnage sera de  $T_e = 64\mu s$  et on supposera que le calcul de la commande est instantané (pas de retard). La période d'échantillonnage correspond alors exactement avec la période de découpage  $T_{dec}$ .

Les paramètres du système sont les suivants [5] :

$$\begin{cases} R_{ch} = 5 \Omega, & L_{ch} = 1.5 \text{ mH}, & C_1 = C_2 = 40 \mu F \\ K_{x1} = K_{x2} = K_{x3} = 5000, & T_e = T_{dec} = 64 \mu s \end{cases} \quad (4.48)$$

On supposera que tous les paramètres sont parfaitement connus pour la régulation.

La procédure de régulation sera celle décrite en figure (4.15). L'équation de la commande en courant est donnée en (4.40) et en (4.47) pour la commande des tensions.

Le protocole de test de la loi de commande sera alors le suivant :

➤ Pour la tension

Démarrage à 1500 V, échelon de -500 V à  $t = 10 \text{ ms}$ , échelon de +500 V et perturbation sinusoïdale d'amplitude 600 V et de période 5 ms à  $t = 20 \text{ ms}$ ,

➤ Pour le courant référence

Démarrage à 75 A, échelon de +75 A à  $t = 5 \text{ ms}$  puis échelon de -75 A à  $t = 30 \text{ ms}$ .

La figure (4.16 A) représente les trois variables d'état et leurs références respectives alors que la figure (4.16 B) représente les trois commandes  $u_1, u_2$  et  $u_3$ . On rappelle qu'à partir de  $u_3$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , on reconstruit les trois commandes en posant  $u_2 = u_3 - \alpha_2$  et  $u_1 = u_2 - \alpha_1$ .

a) Résultats obtenue avec le modèle moyen (modèle théorique)

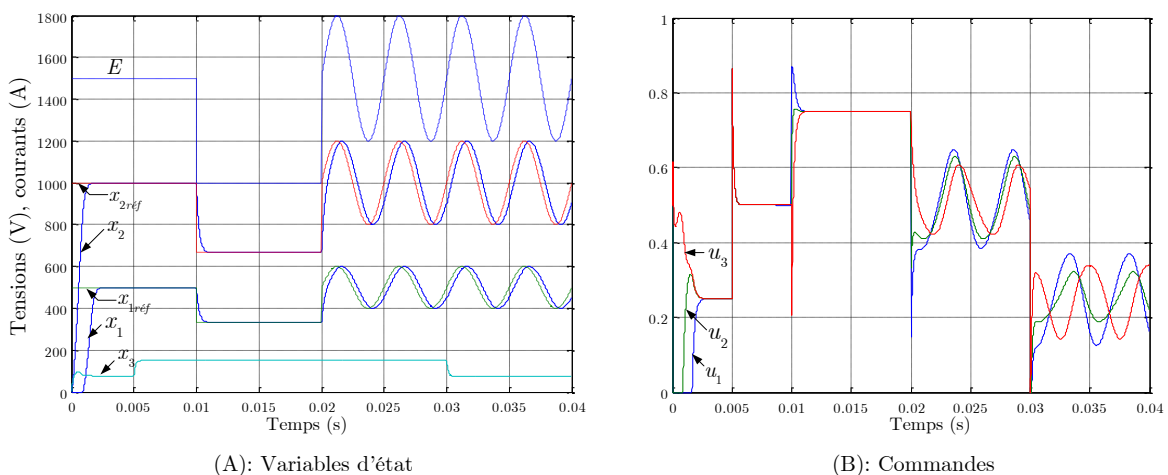


Figure 4. 16 Régulation de Lyapunov avec le modèle moyen

b) Résultats obtenue avec le modèle instantané (modèle réel)

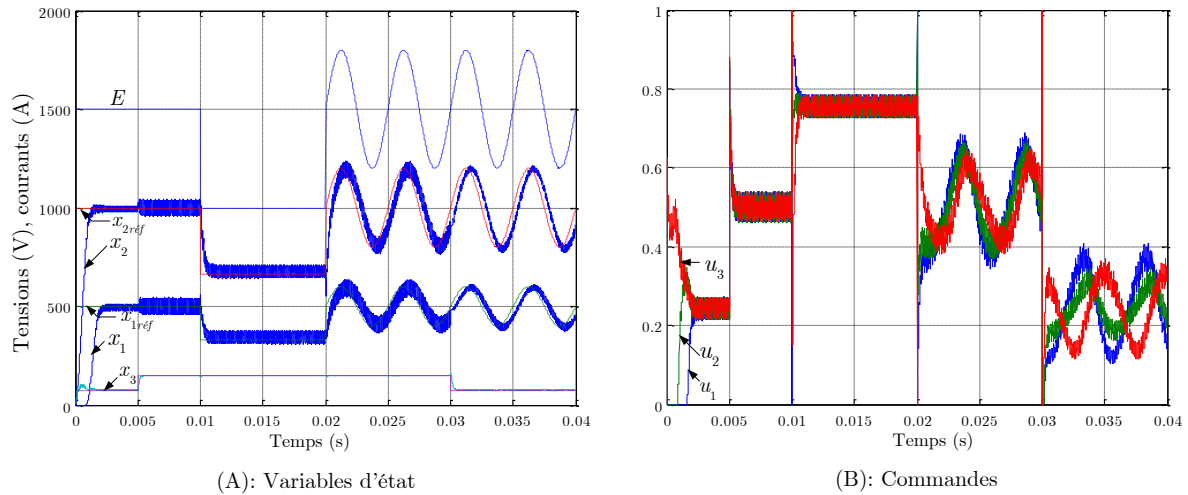


Figure 4.17 Régulation de Lyapunov avec le modèle instantané (réel).

On note que la boucle de régulation fonctionne très bien et que les boucles sont bien découplées.

On remarque également que les perturbations entre les différentes boucles de régulation sont bien compensées par la régulation, aussi bien lors d'un échelon de courant ou de tension que lors d'une perturbation sinusoïdale de la tension d'entrée.

## 4.5. Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté l'étude et la synthèse de trois lois de commande pour les convertisseurs multicellulaires série. L'objectif principal d'une loi de commande dédiée aux convertisseurs multicellulaires est double. Tout d'abord, la procédure de commande doit assurer une bonne répartition des tensions condensateurs flottants et ensuite assurer également le contrôle du courant.

Nous avons montré pour la commande par action proportionnelle qu'il était possible de définir le gain proportionnel  $G$  afin d'éviter les saturations des grandeurs de commande dans la phase de démarrage. Ce contrôle proportionnel ne tient en compte que la régulation des tensions condensateurs, ainsi les dynamiques imposées sur les tensions condensateurs sont relativement lentes ce qui impose des dynamiques d'équilibrage lentes pour les tensions aux bornes des interrupteurs.

Nous avons développé, par la suite, une autre commande non linéaire (commande par retour de sortie non linéaire). L'utilisation de cette méthode nous a permis d'obtenir un fonctionnement découplé de chacune des variables d'état et d'imposer des dynamiques plus rapides sur les tensions condensateurs. La limitation principale de cette méthode est qu'elle nécessite un temps de calcul important pour le calcul des produits matriciels et les matrices inverses ce qui limite son implantation sur calculateur numérique.

Nous avons développé, en fin, une autre commande non linéaire (méthode directe de Lyapunov) pour imposer des dynamiques rapides sur les tensions condensateurs avec un nombre d'opérations numériques (temps de calcul) acceptable. Cette étude a conduit à la synthèse de boucles de régulation basées sur la fonction de Lyapunov et des critères de stabilité.



# Chapitre 5

## 5. Modèles d'observation et observateur des tensions flottantes

### 5.1. Introduction

Dans tout problème de commande pour certains systèmes la connaissance de toutes les variables d'état est une nécessité. L'utilisation des capteurs pour la mesure est possible mais entraîne une augmentation du coût et de l'encombrement du système, surtout lorsque le nombre de variables est grand. Il faut donc trouver une méthode qui permet de connaître l'état du système à partir de la connaissance des entrées et d'un nombre minimum de mesures. La fonction qui réalise la déduction du vecteur d'état à partir des connaissances des entrées et des sorties du système est appelée *observateur*.

Ce chapitre sera consacré à l'étude de l'observabilité et les modèles d'observation pour les convertisseurs multicellulaires série puis le développement des observateurs discrets pour observer les tensions aux bornes des capacités flottantes par la mesure du courant dans la charge.

1. Observateur de Luenberger échantillonné à la période de découpage du convertisseur.
2. Observateur de type Kalman optimal pour un contexte stochastique défini, il tient compte dans les équations d'état du processus des bruits de mesure et d'état.

En fin une autre solution basée sur le modèle instantané, sera traitée dans la dernière section de ce chapitre connue sous le nom « pseudo-observateur » qui est un observateur sans dynamique, basé sur un algorithme de mesure-reconstruction.

### 5.2. Etat de l'art

D'une manière générale, les travaux sur l'observation des variables d'état dans les convertisseurs statiques sont rares. Ceci est dû au fait que ces variables sont généralement accessibles à la mesure et ne justifient pas la présence d'un observateur lourd en calcul.

Avec la venue des convertisseurs multicellulaires, on a vu que le nombre de variables à

connaître était plus important et augmentait proportionnellement au nombre de cellules de commutations. Un observateur des tensions flottantes est, dans ce cas, totalement justifiable, puisqu'il permet de s'affranchir des capteurs, souvent onéreux et fragiles, et réduire ainsi le coût et l'encombrement de l'installation.

Toutefois, avant d'essayer de construire un observateur, il est nécessaire de s'assurer de sa faisabilité, en testant l'observabilité du système. Dans un premier temps, l'analyse de l'observabilité sera effectuée en utilisant le modèle instantané du convertisseur.

## 5.3. Observabilité et modèle d'observation

### 5.3.1. Observabilité

#### 5.3.1.1. Utilisation du modèle instantané

Considérons le cas du hacheur à trois cellules présenté dans la figure (5.1), Le modèle instantané est donné par :

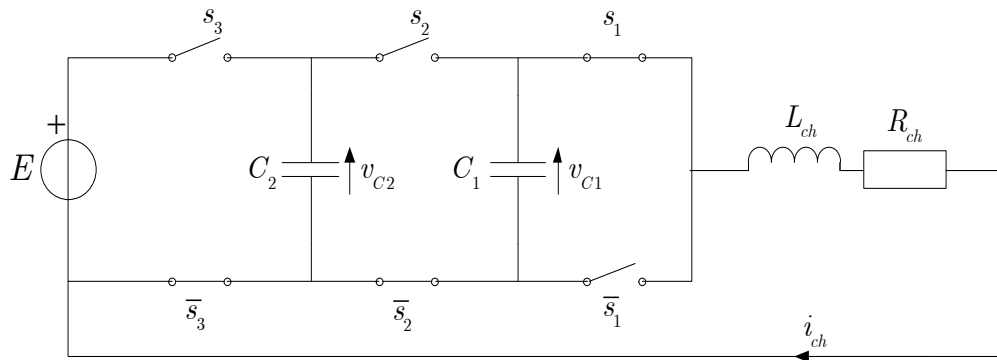


Figure 5. 1 Hacheur à trois cellules

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1 \delta_1 \\ 0 & 0 & a_2 \delta_2 \\ -b_1 \delta_1 & -b_1 \delta_2 & -b_0 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 s_3 \end{bmatrix} \cdot E \quad (5.1)$$

Où  $x = [x_1, x_2, x_3]^T = [v_{C1}, v_{C2}, i_{ch}]^T$

Et,  $\delta_1 = s_2 - s_1$ ,  $\delta_2 = s_3 - s_2$ ,  $b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}$ ,  $b_1 = \frac{1}{L_{ch}}$ ,  $a_1 = \frac{1}{C_1}$ ,  $a_2 = \frac{1}{C_2}$ ,

On voit alors que pour un vecteur d'entrée  $s$  donné, la matrice d'observabilité du système linéaire engendré (voir annexe) :

$$Q_0(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -b_1\delta_1 & -b_1\delta_2 & -b_0 \\ -b_0b_1\delta_1 & b_0b_1\delta_2 & -b_0b_1\delta_2^2 - a_2b_1\delta_2^2 + b_0^2 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

En effet, vu que les entrées du hacheur prennent différentes valeurs pendant chaque période de découpage, le test d'observabilité de Kalman ( $\Delta(Q_0) \neq 0$ ) est non vérifié pour  $\delta_1 = 0$ , ou  $\delta_2 = 0$ .

### 5.3.1.2. Utilisation du modèle moyen

Le modèle moyen dans les convertisseurs statiques est réputé pour sa simplicité de mise en œuvre et sa faible consommation en temps de calcul. Il peut donc être facilement échantillonné et implanté dans des calculateurs pour une réalisation numérique. Cependant, en régime permanent (lorsque les rapports cycliques sont identiques  $u_1 = u_2 = \dots = u_p$ ), il n'est pas possible d'observer les tensions flottantes par l'utilisation de ce modèle puisque le test d'observabilité de Kalman est non vérifié pour  $\alpha_i = u_{i+1} - u_i = 0$ .

Il faut analyser l'observabilité du système non pas pour une entrée figée, mais sur un horizon temporel plus grand, afin de contenir les différentes séquences de fonctionnement du hacheur.

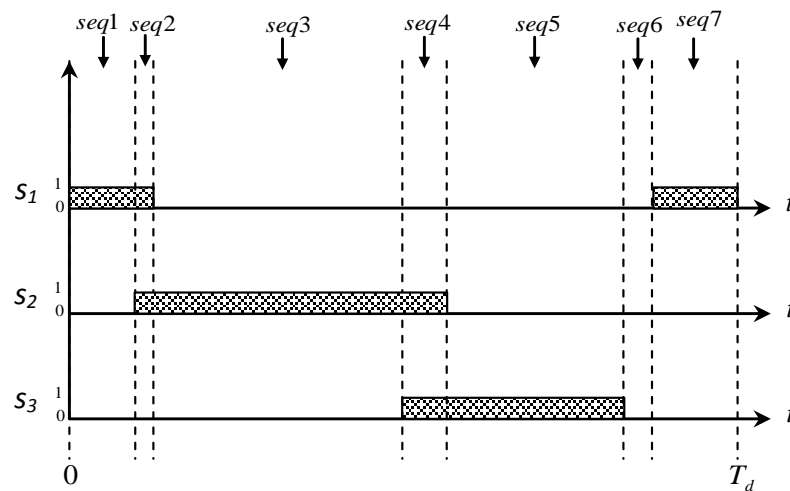


Figure 5. 2 Séquences de fonctionnement d'un hacheur à trois cellules sur une période de découpage.

Dans la partie suivante de ce chapitre, nous utiliserons une méthode équivalente pour tester l'observabilité des convertisseurs statiques. Elle est basée sur l'utilisation du modèle instantané, intégré sur une période de découpage (modèle exact échantillonné à  $T_d$ ).

## 5.3.2. Modélisation en vue de l'observation des tensions flottantes

Dans cette section, nous développons deux modèles échantillonnés pour l'observation des tensions flottantes dans un hacheur à trois cellules. En premier, nous présentons le modèle exact échantillonné. Il nous permettra de tester l'observabilité du système lorsque le courant de charge est mesuré. La complexité du modèle exact nous amène ensuite à proposer un autre modèle plus simple à implanter. Son principe est identique à celui du modèle moyen mais, contrairement à ce dernier, la moyenne des variables temporelles est effectuée sur un tiers de période de découpage. Ce modèle, appelé modèle moyen sur un tiers de période, constitue donc une amélioration du modèle moyen classique. On verra, par la suite, qu'il est facilement généralisable et permet d'observer les tensions flottantes par la mesure du courant de charge [2], [9].

### 5.3.2.1. Modèles exacts échantillonnés

#### 5.3.2.1.1. Modèle exact échantillonné à une période de découpage

Dans cette section, nous développons un modèle exact échantillonné à la période de découpage (MEE à  $T_d$ ) pour un hacheur à trois cellules. Afin de simplifier l'étude, nous posons les hypothèses suivantes :

- ✓ Les interrupteurs sont supposés parfaits ;
- ✓ Les temps morts sont négligés ;
- ✓ La fréquence de découpage  $f_d = 1/T_d$  est constante ;
- ✓ La commande du hacheur est de type MLI ;
- ✓ Les rapports cycliques et la tension d'alimentation sont supposés constants durant la période de découpage ;
- ✓ Les porteuses sont symétriques ;
- ✓ L'instant d'échantillonnage est synchrone avec le passage par zéro de la première porteuse.

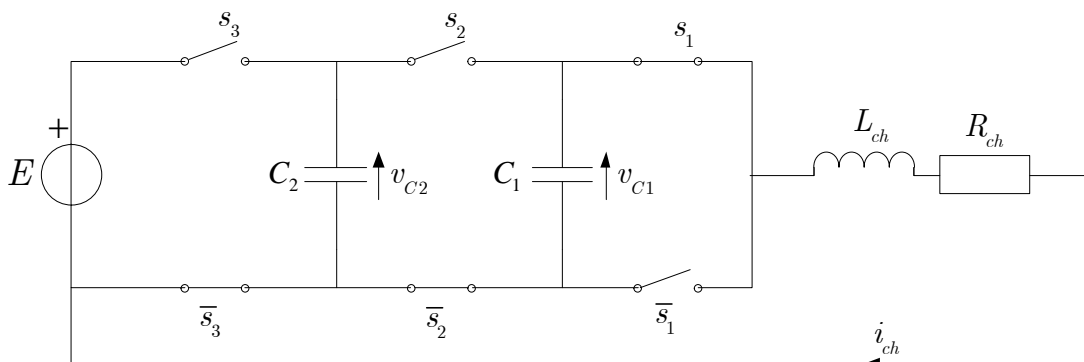


Figure 5. 3 Hacheur à trois cellules.

### 5.3.2.1.2. Principe

Considérons le hacheur à trois cellules de la figure (5.3) Le modèle instantané de ce hacheur est donné par :

$$\dot{X} = A(s).X + B(s).E \quad (5.3)$$

Avec :

$$A(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1 \delta_1 \\ 0 & 0 & a_2 \delta_2 \\ -b_1 \delta_1 & -b_1 \delta_2 & -b_0 \end{bmatrix}, \quad B(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 s_3 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \\ i_{ch} \end{bmatrix}, \quad s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Et, } \delta_1 = s_2 - s_1, \quad \delta_2 = s_3 - s_2, \quad b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, \quad b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, \quad a_1 = \frac{1}{C_1}, \quad a_2 = \frac{1}{C_2},$$

#### ➤ Commande MLI du hacheur

Les équations des porteuses triangulaires utilisées sont :

$$\begin{aligned} \text{Pr } t_1 &= 1/2 + \arcsin(\cos(\omega_d t)) / \pi; \\ \text{Pr } t_2 &= 1/2 + \arcsin(\cos(\omega_d(t - T_d / 3))) / \pi; \\ \text{Pr } t_3 &= 1/2 + \arcsin(\cos(\omega_d(t - 2T_d / 3))) / \pi. \end{aligned}$$

Avec :

$f_d$  : La fréquence de découpage,

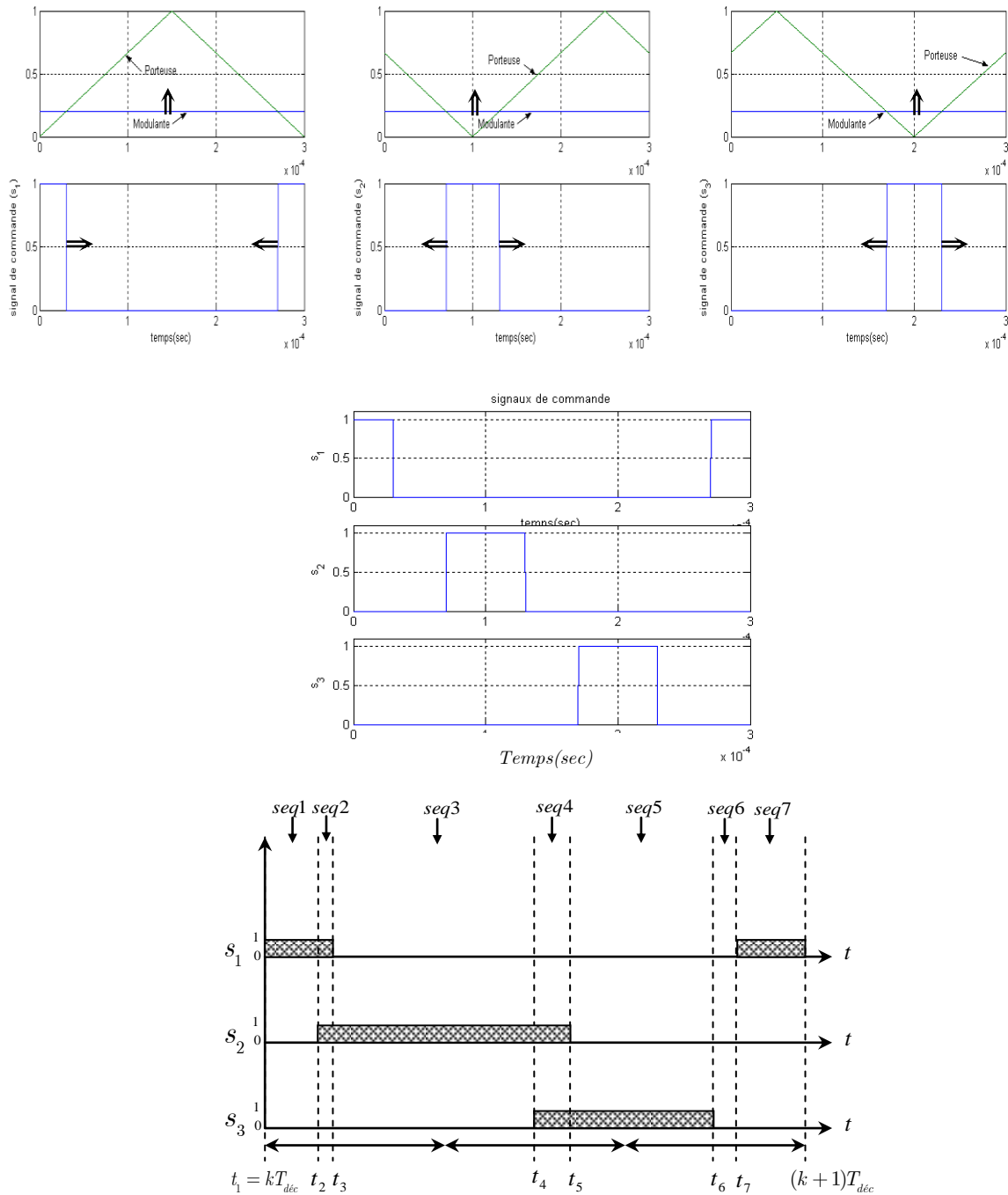
$\omega_d = 2\pi f_d$  : Pulsation de découpage,

$T_d = \frac{1}{f_d}$  : Période de découpage.

L'algorithme de commande est le suivant :

Si  $u > \text{Pr } t_i$  alors  $s_i = 1$  sinon  $s_i = 0$ ,

$u$  : était le rapport cyclique (modulante) commun des trois cellules.



**Figure 5. 4 Séquences de fonctionnement dans un convertisseur à trois cellules, pour des rapports cycliques donnés**

Dans la figure (5.4), nous montrons les différentes séquences de fonctionnement du hacheur pour des rapports cycliques,  $u_1$ ,  $u_2$ , et  $u_3$ , donnés.

Le principe du MEE consiste à résoudre le système d'équations (5.3) pour chacune de ces séquences ( $seq_j, j = 1 \dots, 7$ ). On obtient ainsi sept relations décrivant l'évolution de l'état  $X$  à l'instant  $t_{j+1}$  en fonction de l'état à l'instant  $t_j$ . En notant par  $s^j$  la valeur prise par l'entrée  $s$

pendant la séquence  $seq_j$ , et par  $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$  la durée de cette séquence, on obtient :

$$X(t_{j+1}) = F_j.X(t_j) + G_j.E, \quad j = 1, \dots, 7 \quad (5.4)$$

Avec :

$$\begin{cases} F_j = e^{A(s^j).\Delta t_j} \\ G_j = \left[ \int_{t_j}^{t_{j+1}} e^{A(s^j).(t_{j+1}-\tau)} d\tau \right].B(s^j) \end{cases} \quad (5.5)$$

Notons que les matrices  $F_j$  et  $G_j$  dépendent de l'entrée  $s^j$  et de la durée de la séquence  $seq_j$ . Pour un hacheur et une charge donnée, ces matrices ne dépendent donc que des rapports cycliques  $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ .

$$\text{On a : } f_d \gg \Rightarrow T_d \ll \Rightarrow \Delta t \ll$$

Alors l'exponentielle de matrice dans l'équation (5.5) peut être approximée au troisième ordre (développement en série de Taylor) :

$$\begin{cases} F_j = e^{A(s^j).\Delta t_j} \approx I + A(s^j).\Delta t_j + \frac{1}{2}A^2(s^j).\Delta t_j^2 + \frac{1}{6}A^3(s^j).\Delta t_j^3 \\ G_j \approx \left( I.\Delta t_j + A(s^j).\frac{\Delta t_j^2}{2} + A^2(s^j).\frac{\Delta t_j^3}{6} \right).B(s^j) \end{cases} \quad (5.6)$$

Pour ce type de structure, pour représenter correctement le fonctionnement du hacheur en boucle ouverte, le nombre de termes nécessaires dans le développement de l'exponentielle de matrice doit être supérieur ou égal au nombre de cellules [2].

A partir des relations (5.4), il est possible d'exprimer l'état à la fin de la période ( $t = (k+1)T_d$ ) en fonction de l'état en début de période ( $t = kT_d$ ). Le modèle exact échantillonné à  $T_d$  est ainsi donné par l'équation :

$$X(k+1) = F(u).X(k) + G(u).E(k) \quad (5.7)$$

➤ **Calcule de F(u) et G(u) :**

$$\begin{aligned}
& X_0 \\
& X(1) = F_1 \cdot X_0 + G_1 \cdot E \\
& X(2) = F_2 \cdot X(1) + G_2 \cdot E \\
& X(2) = F_2 \cdot \underbrace{[F_1 \cdot X_0 + G_1 \cdot E]}_{X(1)} + G_2 \cdot E \\
& X(2) = [F_2 F_1] X_0 + [F_2 G_1 + G_2] E \\
& X(3) = F_3 \cdot X(2) + G_3 \cdot E \\
& \quad = F_3 \cdot \underbrace{[F_2 F_1] X_0 + [F_2 G_1 + G_2] E}_{X(2)} + G_3 \cdot E \\
& X(3) = [F_3 \cdot F_2 F_1] X_0 + [F_3 F_2 G_1 + F_3 G_2 + G_3] E \\
& \vdots \\
& X(7) = \underbrace{\prod_{j=1}^7 F_j}_{F(u)} \cdot X_0 + \sum_{i=1}^7 \underbrace{\left( \prod_{j=i+1}^7 F_j \right)}_{G(u)} \cdot G_i \cdot E
\end{aligned}$$

Donc les matrices (d'état et d'entrée) qui relient l'état à l'instant  $k + 1$  avec l'état à l'instant  $k$  sont :

$$\begin{cases} F(u) = \prod_{j=1}^7 F_j & \text{matrice d'état} \\ G(u) = \sum_{i=1}^7 \left( \prod_{j=i+1}^7 F_j \right) \cdot G_i & \text{matrice d'entrée} \end{cases} \quad (5.8)$$

### 5.3.2.1.3. Fonctionnement en boucle ouverte

Pour le montrer, nous allons d'abord considérer le cas où le hacheur fonctionne en boucle ouverte (rapports cycliques égaux).

Selon les valeurs des rapports cycliques  $u_1$ ,  $u_2$ , et  $u_3$  il peut exister différentes configurations. Chacune de ces configurations est définie par un enchaînement bien précis de séquences de fonctionnement sur une période de découpage.

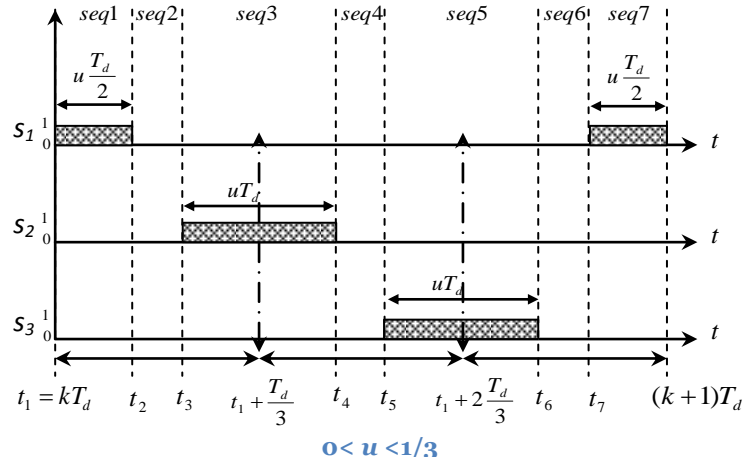
Notons que deux séquences différentes peuvent correspondre à un même état des interrupteurs mais se déroulent à des instants différents.

Lorsque les rapports cycliques sont égaux  $u_1 = u_2 = u_3 = u$ , on ne dénombre que trois configurations possibles :

- Cas où  $u \in \left[0, \frac{1}{3}\right[$  : Dans ce cas, les durées de ces séquences ainsi que l'entrée correspondante sont :



$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= u \frac{T_d}{2}, & s^1 &= [1, 0, 0]^T \\ \Delta t_2 &= \left( \frac{1}{3} - u \right) T_d, & s^2 &= [0, 0, 0]^T \\ \Delta t_3 &= u T_d, & s^3 &= [0, 1, 0]^T \\ \Delta t_4 &= \Delta t_2, & s^4 &= [0, 0, 0]^T \\ \Delta t_5 &= \Delta t_3, & s^5 &= [0, 0, 1]^T \\ \Delta t_6 &= \Delta t_2, & s^6 &= [0, 0, 0]^T \\ \Delta t_7 &= \Delta t_1, & s^7 &= [1, 0, 0]^T \end{aligned}$$

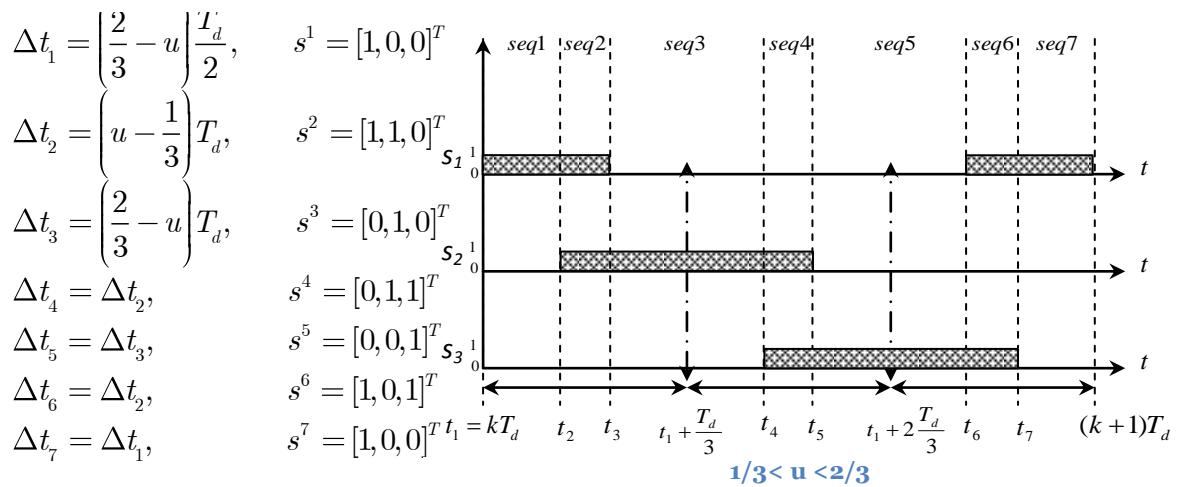


Avec :

$$\begin{aligned} t_1 &= k.T_d \\ t_2 &= t_1 + u.T_d / 2 \\ t_3 &= t_1 + T_d / 3 - u.T_d / 2 \\ t_4 &= t_1 + T_d / 3 + u.T_d / 2 \end{aligned}$$

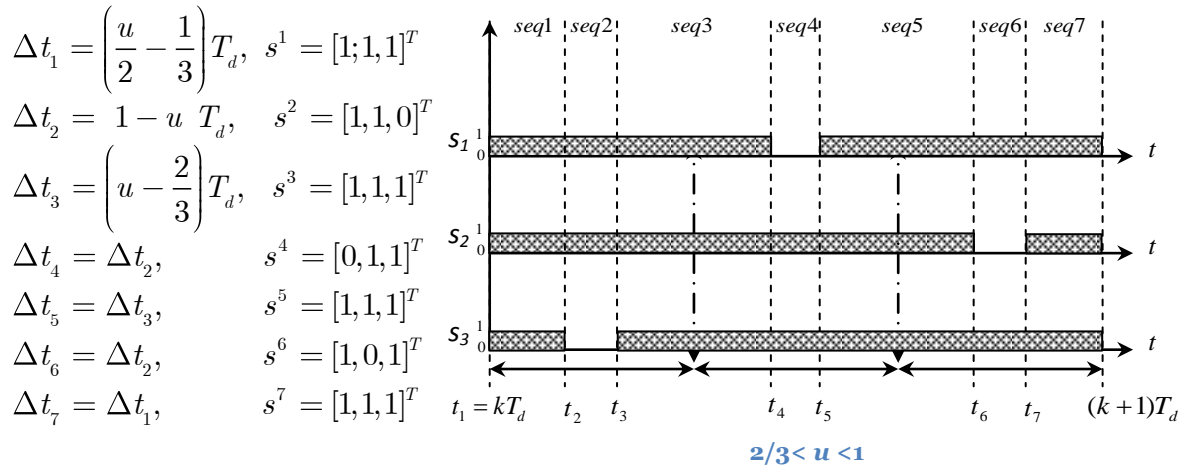
$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= t_2 - t_1 = u \frac{T_d}{2}, \\ \Delta t_2 &= t_3 - t_2 = t_1 + \frac{T_d}{3} - u \frac{T_d}{2} - t_1 - u \frac{T_d}{2} = \left( \frac{1}{3} - u \right) T_d, \\ &\vdots \end{aligned}$$

➤ Cas où  $u \in \left[ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right]$  : Dans cette configuration, les durées des séquences et les vecteurs d'entrée sont :



Cas où  $u \in \left[ \frac{2}{3}, 1 \right]$  : Dans cette configuration, les durées des séquences et les vecteurs d'entrée

sont :



**Figure 5. 5** Les trois configurations possibles dans un hacheur à trois cellules quand les rapports cycliques sont égaux

### ➤ Validation du modèle

Dans la figure (5.6) nous avons simulé le démarrage d'un hacheur à trois cellules en utilisant le modèle instantané (MI) et le MEE à  $T_d$ .

Les paramètres de simulation sont :

$$\begin{cases} E = 1800V \\ C_1 = C_2 = 10\mu F \\ L_{ch} = 5mH, R_{ch} = 56\Omega \\ f_d = 5kHz \end{cases} \quad u = \begin{cases} 0.2 & \text{si } t \leq 80ms \\ 0.8 & \text{si } t > 80ms \end{cases} \quad (5.9)$$

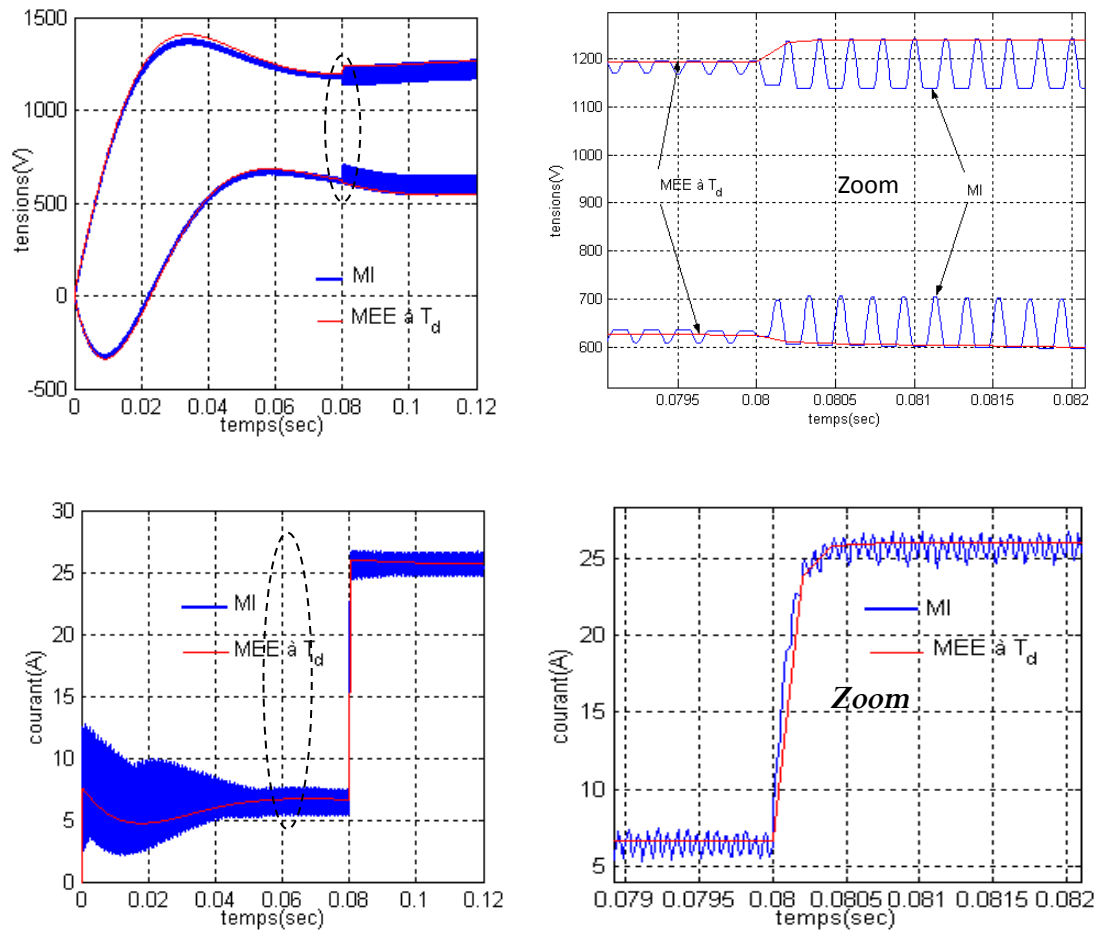


Figure 5.6 Validation du MEE à la période de découpage

On voit que ce modèle représente exactement le fonctionnement du hacheur aux instants d'échantillonnage.

#### 5.3.2.1.4. Fonctionnement en boucle fermée

On a vu, lorsque les rapports cycliques sont égaux, que le nombre de configurations différentes se limitait à trois pour un hacheur à trois cellules. D'une manière générale, le nombre de configurations différentes est égal au nombre de cellules du hacheur.

Quand les rapports cycliques sont différents, le nombre de configurations possibles augmente considérablement et il devient alors très difficile d'établir les règles d'enchaînement des séquences surtout quand  $p > 3$ .

Notons que deux configurations contenant les mêmes états pour les interrupteurs mais avec un enchaînement différent, sont différentes vu que le produit matriciel équation (5.8) n'est pas commutatif. L'ordre des séquences est donc important.

Considérons les variables  $v_1, v_2, v_3$ , définies en fonction des rapports cycliques des trois cellules  $u_1, u_2, u_3$  comme suivant :

$i = 1, 2, 3$

$$\begin{cases} Si & 0 < u_i \leq 1/3 \text{ alors } v_i = 1 ; \\ Si & 1/3 < u_i \leq 2/3 \text{ alors } v_i = 2 ; \\ Si & 2/3 < u_i \leq 1 \text{ alors } v_i = 3. \end{cases}$$

Selon les valeurs des variables  $v_1, v_2, v_3$  il y a  $3^3$  configurations possibles.

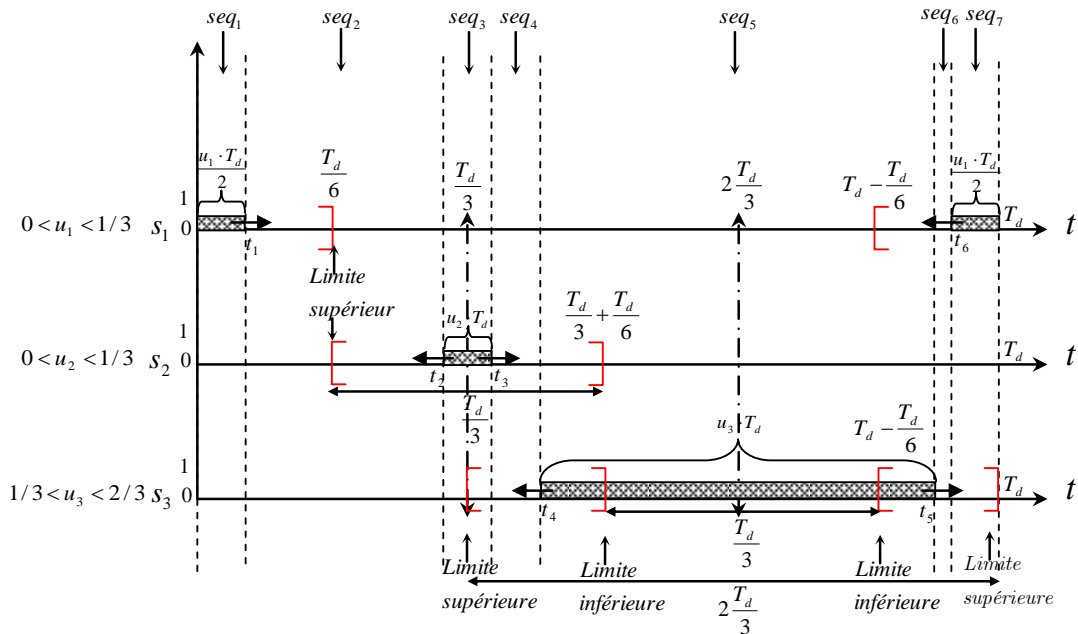
Posons  $V = [v_1, v_2, v_3]$ , les valeurs possibles de  $V$  sont :

$$\begin{aligned} & [1, 1, 1] [1, 1, 2] [1, 1, 3] [1, 2, 1] [1, 2, 2] [1, 2, 3] [1, 3, 1] [1, 3, 2] [1, 3, 3] \\ & [2, 1, 1] [2, 1, 2] [2, 1, 3] [2, 2, 1] [2, 2, 2] [2, 2, 3] [2, 3, 1] [2, 3, 2] [2, 3, 3] \\ & [3, 1, 1] [3, 1, 2] [3, 1, 3] [3, 2, 1] [3, 2, 2] [3, 2, 3] [3, 3, 1] [3, 3, 2] [3, 3, 3] \end{aligned}$$

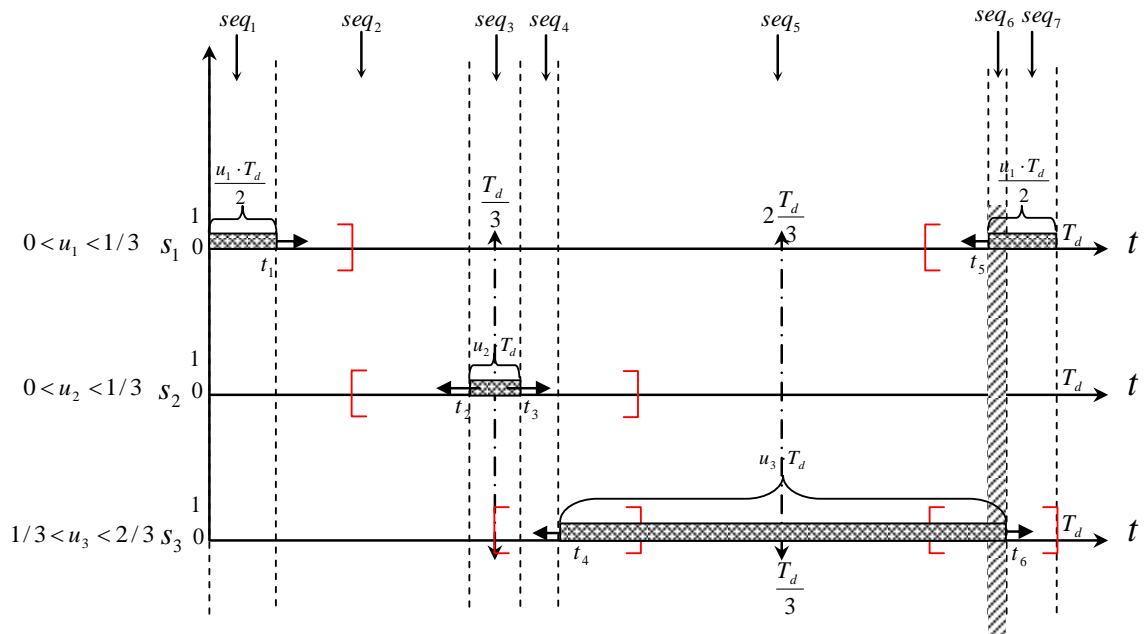
Par la suite on va étudier une seule configuration parmi les 27 configurations précédentes pour les autres on doit procéder par la même manière.

Nous prenons le cas de la configuration  $V = [1, 1, 2]$ , par exemple ceci est équivalent à  $0 < u_1 \leq 1/3, 0 < u_2 \leq 1/3, 1/3 < u_3 \leq 2/3$ .

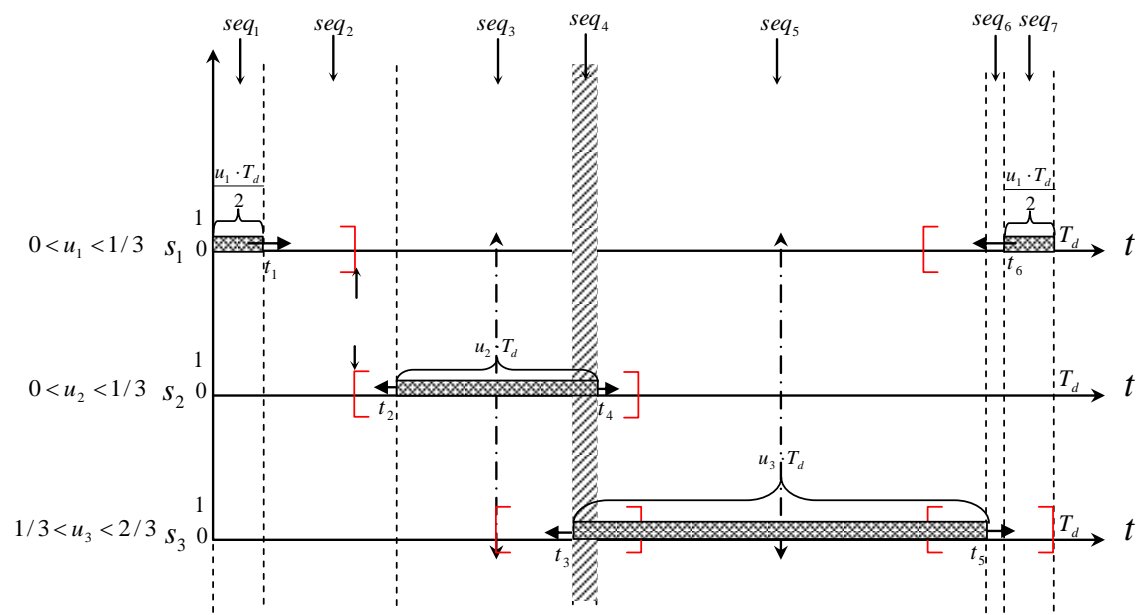
Suivant que les états se chevauchent ou non, on distingue quatre possibilités résumées dans la figure suivante :



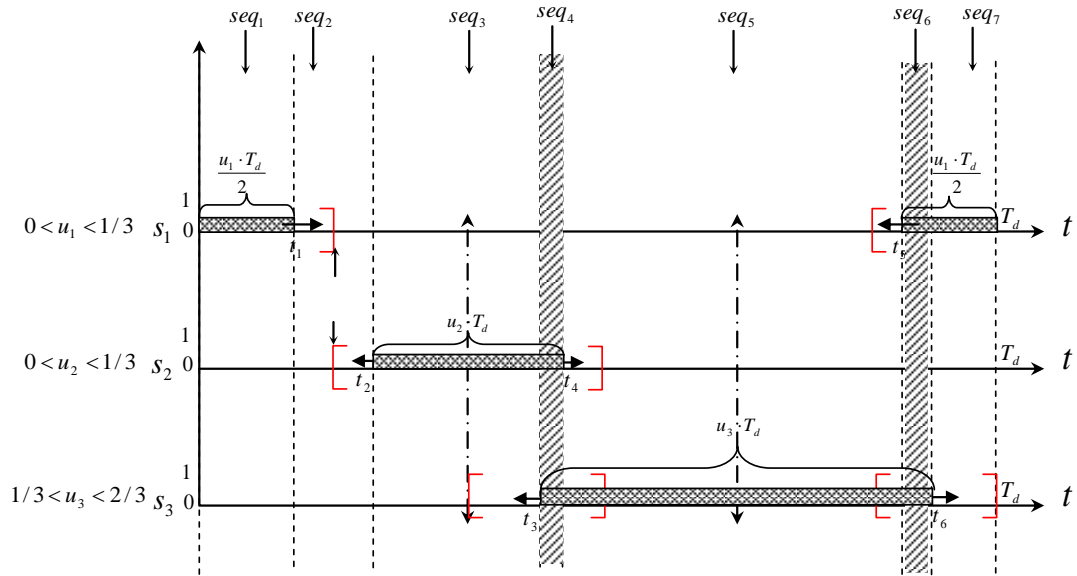
**A : cas : 11 pas de chevauchement des états  $s_i$**



**B : cas 12 chevauchement de  $s_1$  avec  $s_3$**



**C : cas 21 chevauchement de  $s_2$  avec  $s_3$**



**D** : cas 22 chevauchement de  $s_2$  avec  $s_3$  et  $s_1$  avec  $s_3$ .

Figure 5.7 Configurations possibles avec  $V=[1,1,2]^T$ .

Ces possibilités peuvent être représentés par l'algorithme suivant :

**Cas ou  $0 < u_1 < 1/3$  ;  $0 < u_2 < 1/3$  ;  $1/3 < u_3 < 2/3$**

```

 $t_1 = u_1 * T_d / 2$ ,  $t_2 = T_d / 3 - u_2 * T_d / 2$ .
 $dt_1 = t_1 = (u_1 * T_d / 2)$ ;  $S_1 = [1, 0, 0]^T$ ;
 $dt_2 = t_2 - t_1 = T_d / 3 - (u_1 + u_2) * T_d / 2$ ;  $S_2 = [0, 0, 0]^T$ ;
Si  $t_3 < t_4$  (pas de chevauchement de  $s_2$  avec  $s_3$ )
     $dt_3 = t_3 - t_2 = u_2 * T_d$ ;  $S_3 = [0, 1, 0]^T$ ;
     $dt_4 = t_4 - t_3 = T_d / 3 - (u_2 + u_3) * T_d / 2$ ;  $S_4 = [0, 0, 0]^T$ ;
    Si  $t_5 < t_6$  (pas de chevauchement de  $s_1$  avec  $s_3$ )
         $dt_5 = t_5 - t_4 = u_3 * T_d$ ;  $S_5 = [0, 0, 1]^T$ ;
         $dt_6 = t_6 - t_5 = T_d / 3 - (u_1 + u_3) * T_d / 2$ ;  $S_6 = [0, 0, 0]^T$ ;
         $dt_7 = T_d - t_6 = (u_1 * T_d / 2)$ ;  $S_7 = [1, 0, 0]^T$ ;
    Sinon (chevauchement de  $s_1$  avec  $s_3$ )
         $dt_5 = t_5 - t_4 = (-u_1 + u_3) * T_d / 2 + T_d / 3$ ;  $S_5 = [0, 0, 1]^T$ ;
         $dt_6 = t_6 - t_5 = (u_1 + u_3) * T_d / 2 - T_d / 3$ ;  $S_6 = [1, 0, 1]^T$ ;
         $dt_7 = T_d - t_6 = (T_d / 3 - u_3 * T_d / 2)$ ;  $S_7 = [1, 0, 0]^T$ ;
    Fin
Sinon (chevauchement de  $s_2$  avec  $s_3$ )
     $dt_3 = (u_2 - u_3) * T_d / 2 + T_d / 3$ ;  $S_3 = [0, 1, 0]^T$ ;
     $dt_4 = (u_2 + u_3) * T_d / 2 - T_d / 3$ ;  $S_4 = [0, 1, 1]^T$ ;
    Si  $t_5 < t_6$  (pas de chevauchement de  $s_1$  avec  $s_3$ )
         $dt_5 = (u_3 - u_2) * T_d / 2 + T_d / 3$ ;  $S_5 = [0, 0, 1]^T$ ;
         $dt_6 = T_d / 3 - (u_1 + u_3) * T_d / 2$ ;  $S_6 = [0, 0, 0]^T$ ;
         $dt_7 = (u_1 * T_d / 2)$ ;  $S_7 = [1, 0, 0]^T$ ;
    Sinon (chevauchement de  $s_1$  avec  $s_3$ )
         $dt_5 = 2 * T_d / 3 - (u_2 + u_1) * T_d / 2$ ;  $S_5 = [0, 0, 1]^T$ ;
         $dt_6 = (u_1 + u_3) * T_d / 2 - T_d / 3$ ;  $S_6 = [1, 0, 1]^T$ ;
         $dt_7 = (T_d / 3 - u_3 * T_d / 2)$ ;  $S_7 = [1, 0, 0]^T$ ;
    Fin
    Fin
    
```

Il y a quatre possibilités de cette séquence : A, B, C, D.

Avec le cas A (par exemple) :

$$\begin{aligned} t_1 &= u_1 T_d / 2, \quad t_2 = T_d / 3 - u_2 T_d / 2, \\ t_3 &= T_d / 3 + u_2 \cdot T_d / 2, \quad t_4 = 2 \cdot T_d / 3 - u_3 \cdot T_d / 2, \\ t_5 &= 2 \cdot T_d / 3 + u_3 \cdot T_d / 2, \quad t_6 = T_d - u_1 \cdot T_d / 2. \end{aligned}$$

### ➤ Validation du modèle

La validation de ce modèle est montrée par les résultats de simulation de la figure (5.8), pour un hacheur à trois cellules utilisant la commande par la méthode directe de Lyapunov et par découplage non linéaire.

Les paramètres du hacheur sont :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ L_{ch} = 1.5mH \\ R_{ch} = 5\Omega \\ f_d = 16kHz \end{cases} \quad (5.10)$$

#### a. Validation avec la méthode directe de Lyapunov

Les paramètres de la commande sont :

$$k_{x1} = k_{x2} = k_{x3} = 500$$

Le profil de la commande est le suivant :

$$\begin{cases} t = 0 \rightarrow \text{démarrage du hacheur avec } E = 1800 \text{ V, } i_{ch\_réf} = 75A \\ t = 10ms \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } -300V \\ t = 15ms \rightarrow \text{échelon de } i_{ch\_réf} \text{ de } +45A \\ t = 20ms \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } +300V \\ t = 30ms \rightarrow \text{échelon de } i_{ch\_réf} \text{ de } -45A \end{cases}$$

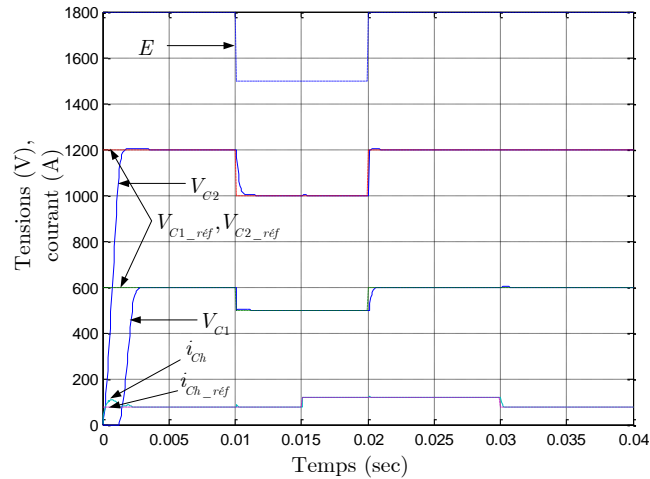


Figure 5. 8 Validation de MEE à  $T_d$  dans le cas d'un hacheur à trois cellules en boucle fermée avec la méthode directe de Lyapunov

### b. Validation avec la commande découplante non linéaire

Les paramètres de la commande sont :

$$K_{p_1} = K_{p_2} = 3000, K_{p_3} = 20000.$$

Le profil de la commande est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 0 \rightarrow \text{démarrage du hacheur avec } E = 1800V, i_{chréf} = 100A \\ t = 5ms \rightarrow \text{échelon de } i_{chréf} \text{ de } -40A \\ t = 7ms \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } -600V \\ t = 8ms \rightarrow \text{échelon de } i_{chréf} \text{ de } +30A \end{array} \right.$$

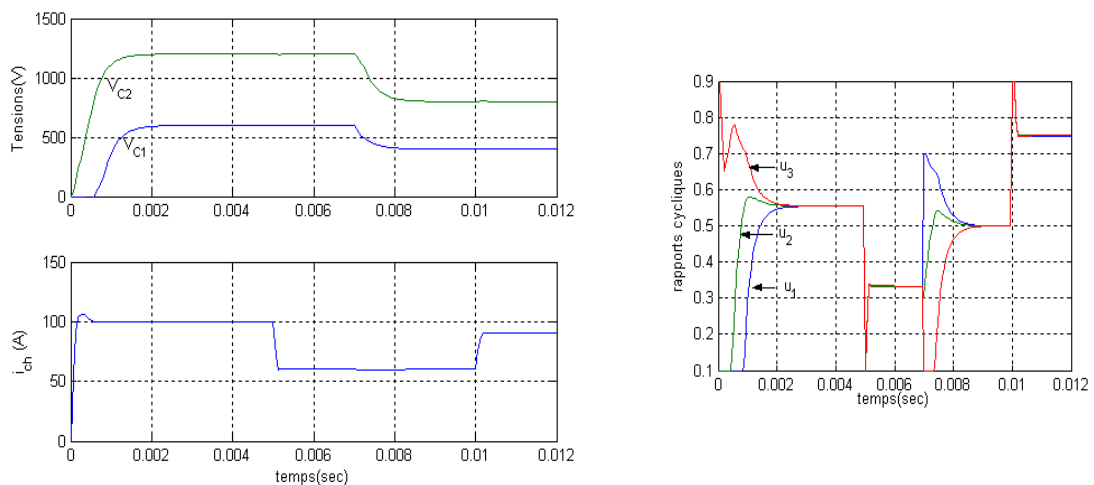


Figure 5. 9 Validation du MEE à  $T_d$  dans le cas d'un hacheur à trois cellules en boucle fermée avec la commande découplante non linéaire



### 5.3.2.2. Modèle moyen sur un tiers de période de découpage

Le modèle présenté plus haut est un modèle exact du hacheur mais ne peut être implanté en temps réel vu sa complexité de mise en œuvre et le volume de calcul important qu'il nécessite. En effet, une fois les matrices  $F_j$  et  $G_j$  déterminées, il faut calculer en temps réel sept produits matriciels pour déterminer uniquement la matrice  $F$  équation (5.8). L'autre inconvénient de ce modèle est qu'il est difficilement généralisable. Il est donc nécessaire d'utiliser un modèle plus simple pour représenter le système.

Dans cette section nous proposons un autre modèle pour un hacheur à trois cellules, basé sur une approche aux valeurs moyennes. Ce modèle est appelé modèle moyen sur un tiers de période de découpage (MM3) et représente un bon compromis entre la précision et la simplicité de mise en œuvre. Son idée est simple et facilement généralisable à un nombre de cellules quelconque.

#### 5.3.2.2.1. Principe

Le principe du modèle moyen sur  $T_d/3$  consiste à remplacer les grandeurs instantanées dans équation (5.1) par leurs valeurs moyennes sur un tiers de période de découpage. Ceci n'est, bien entendu, valable que si les constantes de temps du hacheur sont supérieures à  $T_d/3$ . Ainsi, sur chaque période de découpage  $T_d$ , nous obtenons trois modèles différents décrivant chacun, le comportement moyen du système sur un tiers de période. Il est important de noter que ce modèle ne peut représenter correctement la dynamique de l'équilibrage naturel vu que les harmoniques ne sont pas entièrement pris en compte. Mais comme l'objectif de notre observateur est de réaliser une commande du hacheur sans capteurs de tensions flottantes, on peut négliger les dynamiques d'équilibrage naturel devant la dynamique désirée en boucle fermée [2].

#### 5.3.2.2.2. Mise en équation

Dans la figure (5.10) nous avons représenté sur une période de découpage, les trois signaux de commande  $s_1, s_2, s_3$  appliqués au hacheur ainsi que leurs moyennes sur  $T_d/3$ . Ces moyennes donnent lieu à un nouveau vecteur de rapports cycliques par tiers de période de découpage:

$$t \in \left[ \left( k + \frac{j-1}{3} \right) T_d, \left( k + \frac{j}{3} \right) T_d \right] \rightarrow u_i^j = (u_1^j, u_2^j, u_3^j)^T, \quad j = 1, 2, 3 \quad (5.11)$$

Avec :

$$u_i^j = \langle s_i \rangle_{T_d/3}^j = \frac{3}{T_d} \int_{\frac{j-1}{3}T_d}^{\frac{j}{3}T_d} s_i dt, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (5.12)$$

En remplaçant le vecteur de commande  $s$  dans le modèle instantané équation (5.3) par sa valeur moyenne sur chaque tiers de période, on obtient trois modèles continus par période de découpage :

$$\langle \dot{x} \rangle^j = A_m^j \langle x \rangle^j + B_m^j . E, \quad j = 1, 2, 3 \quad (5.13)$$

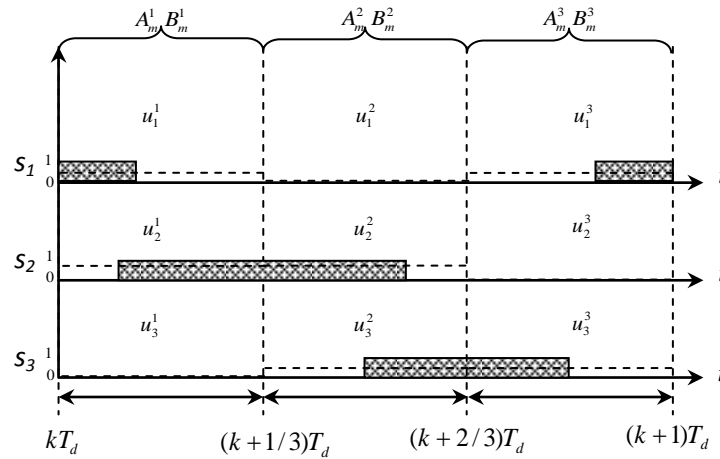


Figure 5. 10 Principe du modèle moyen sur un tiers de période

Avec :

$$A_m^j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & u_1(u_2^j - u_1^j) \\ 0 & 0 & u_2(u_3^j - u_2^j) \\ -b_1(u_2^j - u_1^j) & -b_1(u_3^j - u_2^j) & -b_0 \end{bmatrix}, B_m^j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 u_3^j \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, a_1 = \frac{1}{C_1}, a_2 = \frac{1}{C_2},$$

Les grandeurs  $\langle u_i^j \rangle_{i,j=1,2,3}$  peuvent facilement être déterminées en fonction de la valeur des rapports cycliques appliqués au hacheur :

$$u_i = \frac{3}{T_d} \int_{kT_d}^{(k+1)T_d} s_i dt, \text{ tableau (5.1).}$$

Les trois équations continues équation (5.13) sont ensuite échantillonnées avec une période de  $T_d / 3$  en adoptant une approximation de l'exponentielle de matrice du second ordre. On obtient, ainsi, trois modèles discrets par période de découpage mettant en relation l'état à l'instant  $(k + j / 3)T_d$  en fonction de l'état à l'instant  $k + j - 1 / 3 T_d$  :

$$x(k + \frac{j}{3}) = F_m^j . x(k + \frac{j-1}{3}) + G_m^j E(k), \quad j = 1, 2, 3, \quad k \in \mathbb{N} \quad (5.15)$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m^j = e^{A_m^j \frac{T_d}{3}} \approx I + A_m^j \cdot \frac{T_d}{3} + \frac{1}{2} A_m^j{}^2 \cdot \left(\frac{T_d}{3}\right)^2 \\ G_m^j \approx \left( I \cdot \frac{T_d}{3} + \frac{1}{2} A_m^j \cdot \left(\frac{T_d}{3}\right)^2 \right) \cdot B_m^j \end{cases} \quad (5.16)$$

**Tableau 5. 1** Calcul des durées de conduction moyennes sur  $T_d/3$

$u_i^j$	$j = 1$ $t \in \left[ kT_d, \left(k + \frac{1}{3}\right)T_d \right]$	$j = 2$ $t \in \left[ \left(k + \frac{1}{3}\right)T_d, \left(k + \frac{2}{3}\right)T_d \right]$	$j = 3$ $t \in \left[ \left(k + \frac{2}{3}\right)T_d, k + 1 T_d \right]$
$u_1^j =$	$\begin{cases} \frac{3}{2} u_1, & \text{si, } u_1 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & \text{si, } u_1 \leq \frac{2}{3} \\ 3u_1 - 2, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2} u_1, & \text{si, } u_1 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$
$u_2^j =$	$\begin{cases} \frac{3}{2} u_2, & \text{si, } u_2 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2} u_2, & \text{si, } u_2 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & \text{si, } u_2 \leq \frac{2}{3} \\ 3u_2 - 2, & \text{sinon} \end{cases}$
$u_3^j =$	$\begin{cases} 0, & \text{si, } u_3 \leq \frac{2}{3} \\ 3u_3 - 2, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2} u_3, & \text{si, } u_3 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2} u_3, & \text{si, } u_3 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$

Ce modèle est donc un modèle moyen sur un tiers de période échantillonné à  $T_d / 3$ .

Il est aussi possible, à partir des équations (5.15), d'exprimer l'évolution de l'état en fin de période  $x(k+1) = x(t = k+1 T_d)$  en fonction de l'état en début de période  $x(k) = x(t = kT_d)$ . Ce modèle est donné par:

$$x(k+1) = F_m(u) . x(k) + G_m(u) E(k), \quad k \in \mathbb{N} \quad (5.17)$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m(u) = \prod_{j=1}^3 F_m^j = F_m^3 . F_m^2 . F_m^1 \\ G_m(u) = \sum_{i=1}^3 \left( \prod_{j=i+1}^3 F_m^j \right) . G_m^i = F_m^3 . F_m^2 . G_m^1 + F_m^3 . G_m^2 + G_m^3 \end{cases} \quad (5.18)$$

Il correspond donc au modèle moyen sur un tiers de période, échantillonné à  $T_d$ .

**Remarque :** Etant donné que les matrices  $A_m^j$  et  $B_m^j$  dépendent des rapports cycliques appliqués au hacheur,  $F_m$  et  $G_m$  sont non stationnaires et sont notés  $F_m^u$  et  $G_m^u$ . En régime permanent, les rapports cycliques sont constants et le modèle devient stationnaire.

### ➤ Validation du modèle

Afin de valider ce modèle, nous avons fait une comparaison de ce modèle dans deux cas différents de la période d'échantillonnage  $T_d$  et  $T_d/3$ . La simulation est effectuée pour un hacheur à trois cellules en boucle ouverte et en boucle fermée (avec la commande non linéaire).

#### ➤ Simulation en boucle ouverte

Les paramètres du hacheur sont :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 10\mu F, \\ R_{ch} = 56\Omega, \\ L_{ch} = 5mH, \\ f_d = 5kHz, \\ u = 0.2 \end{cases} \quad (5.19)$$

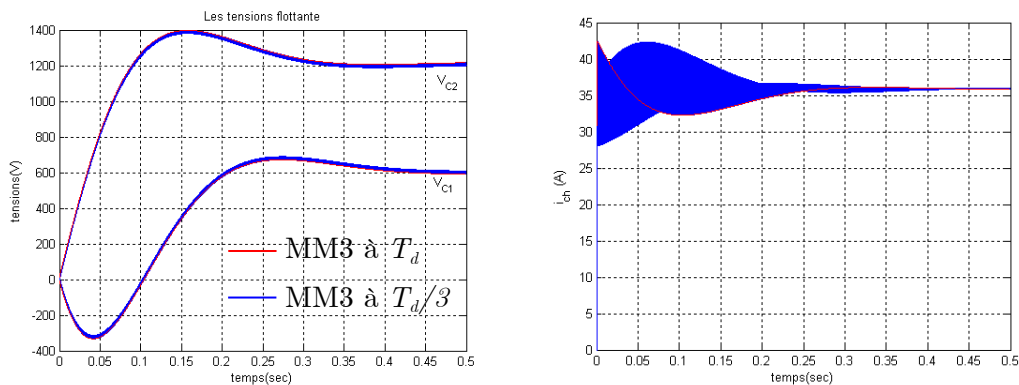


Figure 5. 11 Validation du MM3 en boucle ouverte

#### ➤ Simulation en boucle fermée

Les paramètres du hacheur et de la commande sont :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ R_{ch} = 10\Omega \\ L_{ch} = 1.5mH \\ f_d = 16kHz \end{cases} \quad K_{xi} = 500 \quad (5.20)$$

Le profil de la commande est le suivant :

$$\begin{cases} \text{à } t = 0 \rightarrow \text{démarrage du convertisseur avec } E = 1800V, i_{chréf} = 100A \\ \text{à } t = 5ms \rightarrow \text{échelon de } i_{chréf} \text{ de } -40A \\ \text{à } t = 7ms \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } -600A \\ \text{à } t = 8ms \rightarrow \text{échelon de } i_{chréf} \text{ de } +30A \end{cases}$$

Les tensions flottantes

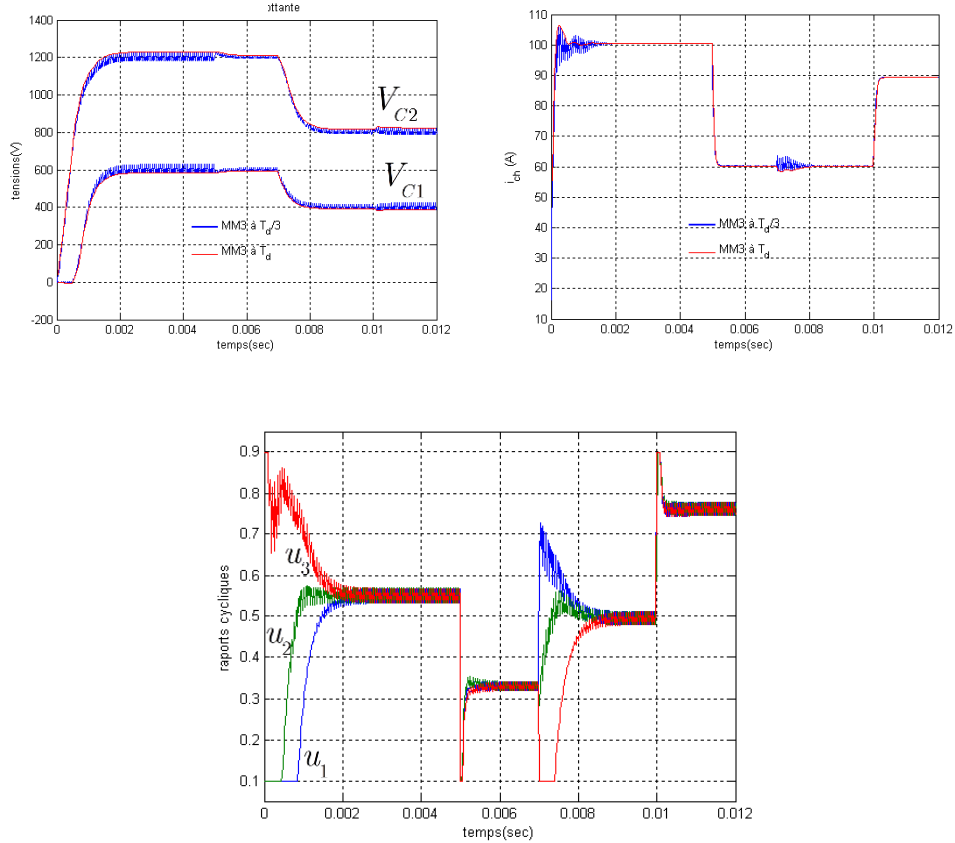


Figure 5. 12 Validation du MM3 à ( $T_d/3$  et  $T_d$ ) en boucle fermée avec la commande non linéaire

La figure (5.12) montre que le MM3 échantillonné à la période de découpage représente assez fidèlement le comportement du hacheur en régime transitoire.

### 5.3.2.2.3. Généralisation à un hacheur à $p$ cellules

L'extension du MM3 au cas général d'un hacheur à  $p$  cellules correspond au modèle moyen sur  $T_d / p$  (MMp). Dans ce modèle, on calcule la moyenne des entrées  $s_i$  dans chaque intervalle  $t \in \left[ k + (j-1) / p T_d, k + j / p T_d \right]$ , ( $i, j = 1, \dots, p$ ) [2]:

$$t \in \left[ k + (j-1) / p T_d, k + j / p T_d \right] \rightarrow u_i^j = \frac{p}{T_d} \int_{\frac{j-1}{p} T_d}^{\frac{j}{p} T_d} s_i dt, \quad (i, j = 1, \dots, p) \quad (5.21)$$

En procédant de la même manière que pour le MM3, on obtient  $p$  équations continues par période de découpage :

$$\langle \dot{x} \rangle^j = A_m^j \langle x \rangle^j + B_m^j \cdot E, \quad j = 1, \dots, p \quad (5.22)$$

Avec,

$$A_m^j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_1 \Delta_1^j \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_2 \Delta_2^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{p-1} \Delta_{p-1}^j \\ -b_1 \Delta_1^j & -b_1 \Delta_2^j & \dots & -b_1 \Delta_{p-1}^j & -b_0 \end{bmatrix}, \quad B_m^j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_1 u_p^j \end{bmatrix},$$

$$b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, \quad b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, \quad a_i = \frac{1}{C_i}, \quad \Delta_i^j = u_{i+1}^j - u_i^j,$$

Ces équations sont ensuite intégrées sur leurs intervalles de définition respectifs. On obtient ainsi  $p$  équations récurrentes représentant le MMp échantillonné à  $T_d / p$  :

$$x(k + \frac{j}{p}) = F_m^j \cdot x(k + \frac{j-1}{p}) + G_m^j E(k), \quad j = 1, \dots, p \quad (5.23)$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m^j = e^{A_m^j \frac{T_d}{p}} \approx I + A_m^j \cdot \frac{T_d}{p} + \frac{1}{2} A_m^j{}^2 \cdot \left( \frac{T_d}{p} \right)^2 \\ G_m^j \approx \left( I \cdot \frac{T_d}{p} + \frac{1}{2} A_m^j \cdot \left( \frac{T_d}{p} \right)^2 \right) \cdot B_m^j \end{cases} \quad (5.24)$$

A partir de ces équations récurrentes, le modèle global échantillonné avec une période de  $T_d$  est donné par:

$$x(k+1) = F_m(u) \cdot x(k) + G_m(u)E(k), \quad k \in \mathbb{N} \quad (5.25)$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m(u) = \prod_{j=1}^p F_m^j = F_m^p \cdot F_m^{p-1} \dots F_m^1 \\ G_m(u) = \sum_{i=1}^p \left( \prod_{j=i+1}^p F_m^j \right) \cdot G_m^i \end{cases} \quad (5.26)$$

### 5.3.2.3. Observabilité du hacheur avec les modèles échantillonnés

#### 5.3.2.3.1. Observabilité du hacheur avec le MEE à $T_d$

Nous allons dans cette section, évaluer l'observabilité d'un hacheur à trois cellules, lorsque seul le courant de charge est mesuré.

Le MEE à  $T_d$  du hacheur est donné par :

$$\begin{cases} x(k+1) = F(u) \cdot x(k) + G(u) \cdot E(k) \\ y(k) = x_3(k) = C \cdot x(k) \end{cases} \quad (5.27)$$

Avec  $x(k) = [v_{C1}(k), v_{C2}(k), i_{ch}(k)]^T$  et  $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ .

Ce modèle est non stationnaire vu que les matrices  $F$  et  $G$  dépendent des rapports cycliques appliqués au hacheur.

En régime permanent, ces rapports cycliques sont égaux et constants. Le modèle du hacheur est dans ce cas stationnaire.

Dans la figure (5.13) nous avons tracé le déterminant de la matrice d'observabilité du système

discret  $Q_0(u) = \begin{pmatrix} C \\ CF(u) \\ CF^2(u) \end{pmatrix}$  en fonction du rapport cyclique  $u = u_1 = u_2 = u_3$ .

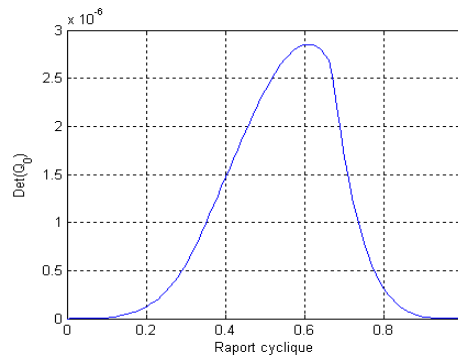


Figure 5.13 Déterminant de la matrice d'observabilité en régime permanent quand la période d'échantillonnage est  $T_d$ .

On voit alors que les tensions flottantes sont observables par la mesure du courant de sortie, quelque soit  $u \in ]0,1[$ .

### 5.3.2.3.2. Observabilité du hacheur avec le MM3 échantillonné à $T_d$ .

Nous allons maintenant tester l'observabilité du hacheur avec le MM3 échantillonné à  $T_d$ . Nous rappelons que la sortie du système correspond au courant dans la charge:

$$y = i_{ch} = C.X, \quad C = [0 \quad 0 \quad 1] \quad (5.28)$$

Afin de vérifier l'observabilité, nous considérons le cas particulier où le hacheur est en régime permanent. Le MM3 est donc linéaire et le test d'observabilité de Kalman peut être utilisé.

La matrice d'observabilité est donnée par :

$$Q_0(u) = \begin{pmatrix} C \\ C.F_m(u) \\ C.F_m^2(u) \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

La figure (5.14) montre la variation du déterminant de la matrice  $Q_0(u)$ , calculée avec le MM3 en fonction du rapport cyclique. Les paramètres du hacheur utilisés sont donnés dans (5.19).



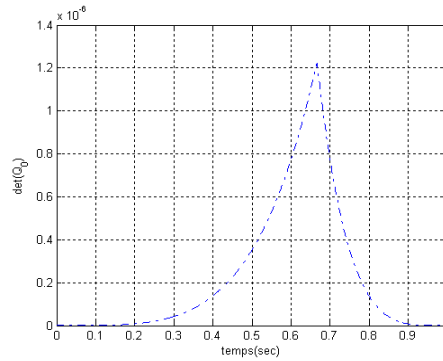


Figure 5. 14 Déterminant de la matrice d'observabilité avec le MM3.

On voit alors, que le MM3 échantillonné à  $T_d$  reste théoriquement observable  $\forall u \in ]0, 1[$ .

## 5.4. Observateurs pour les tensions flottantes dans les hacheurs multicellulaires série

### 5.4.1. Observateur échantillonné de Luenberger

Cette partie est consacrée à l'étude d'un observateur de Luenberger échantillonné à la période de découpage du convertisseur. L'objectif est, bien entendu, d'observer les tensions aux bornes des capacités flottantes par la mesure du courant dans la charge. On verra que le fait d'utiliser un modèle échantillonné à la période de découpage permet de s'affranchir des problèmes de singularités connus avec le modèle instantané [2].

#### 5.4.1.1. Théorie

##### 5.4.1.1.1. Structure de l'observateur [2].

Considérons le système linéaire échantillonné ci-dessous :

$$x(k+1) = F x(k) + G u(k) \quad (5.30)$$

Où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur d'état et  $u(k) \in \mathbb{R}^q$  le vecteur d'entrée.

Le but d'un observateur est de restituer le vecteur d'état  $x(k)$  à partir d'un nombre minimal de mesures ( $m$ ). La sortie du système à observer est donc :

$$y(k) = C.x(k), \quad y \in \mathbb{R}^m, \quad \text{et } C \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n, \quad m < n \quad (5.31)$$

Le diagramme structurel du système à régler et de son observateur est montré dans la figure (5.14) où  $\hat{x}(k)$  représente l'état observé et  $\hat{y}(k) = C.\hat{x}(k)$ .

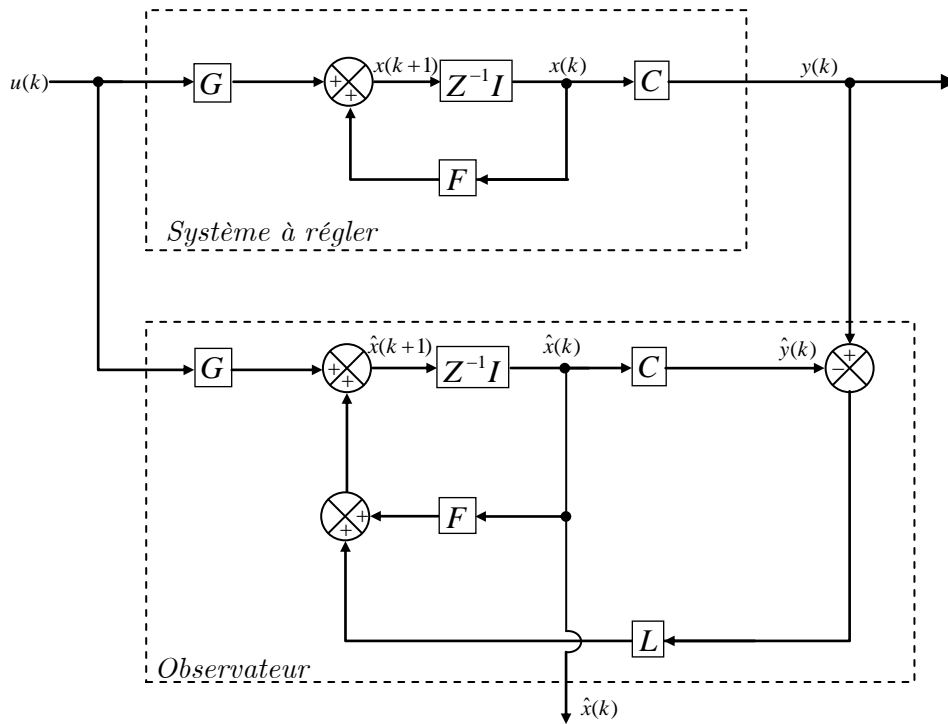


Figure 5. 15 Structure de l'observateur de Luenberger.

Le principe de l'observateur consiste, en premier, à reproduire les équations du système réel.

La sortie de ce système  $y(k)$  est ensuite comparée à la sortie estimée  $\hat{y}(k)$  et la différence pondérée par un gain  $L$ , appelé *gain de Luenberger*.

#### 5.4.1.1.2. Equations de l'observateur

Compte tenu du diagramme de la figure (5.15), les équations de l'observateur sont données par :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = F \cdot \hat{x}(k) + G \cdot u(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{y}(k) = C \cdot \hat{x}(k) \end{cases} \quad (5.32)$$

D'où :

$$\hat{x}(k+1) = \overbrace{F - LC}^{F_o} \cdot \hat{x}(k) + G \cdot u(k) + L \cdot y(k) \quad (5.33)$$

Cette équation montre que l'observateur possède deux entrées, à savoir la grandeur de commande intervenant sur le système à régler  $u(k)$  et la grandeur de sortie  $y(k)$  de ce dernier. Le vecteur d'état observé  $\hat{x}$  représente la grandeur de sortie de l'observateur. Notons aussi qu'il s'agit d'un observateur prédictif puisque l'état observé à l'instant  $k+1$   $\hat{x}(k+1)$  dépend des mesures et des entrées à l'instant.

Le problème central lors de la synthèse de l'observateur consiste donc à déterminer le gain de contre-réaction  $L$  de façon à annuler l'erreur d'observation avec une dynamique satisfaisante.

D'après (5.30), (5.31) et (5.33), la dynamique de l'erreur d'observation  $\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - x(k)$  s'écrit :

$$\tilde{x}(k+1) = (F - LC)\tilde{x} = F_b \tilde{x}(k) \quad (5.34)$$

On voit alors que le gain  $L$  de l'observateur permet de régler les valeurs propres de la matrice  $F_b$  qui sont déterminantes dans le comportement dynamique de l'observateur.

#### 5.4.1.1.3. Détermination du gain de Luenberger

Le calcul du gain de contre-réaction  $L$  est effectué de façon à placer les pôles de la matrice dynamique  $F_b$ .

Dans le cas particulier où la sortie du système à observer est un scalaire (une seule mesure), il est possible d'utiliser la formule d'Ackermann pour déterminer le vecteur de gains. Cette formule est donnée par [2] :

$$L = \left[ \prod_{i=1}^n (F - z_i I) \right] \begin{bmatrix} C \\ C \cdot F \\ \vdots \\ C \cdot F^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Où  $z_{i=1,\dots,n}$  représentent les pôles discrets choisis pour l'observateur et  $I$  la matrice identité.

Les pôles de l'observateur sont déterminés de manière à obtenir une dynamique deux à quatre fois supérieure à celle du système.

#### 5.4.1.2. Application aux convertisseurs à trois cellules [2].

Dans cette section nous développons un observateur d'ordre complet de Luenberger, échantillonné à la  $T_d$  pour un hacheur à trois cellules. L'objectif fixé étant l'observation des tensions aux bornes des capacités flottantes avec un nombre minimal de mesures.

##### 5.4.1.2.1. Fonctionnement avec rapports cycliques constants

Nous allons d'abord construire l'observateur pour un hacheur à trois cellules sans circuit auxiliaire. La dimension du vecteur d'état étant de trois, le seul état mesurable sera donc le courant absorbé par la charge  $RL$   $y = i_{ch}$ . La tension d'alimentation  $E$  est également mesurée et les rapports cycliques appliqués au convertisseur supposés connus.

En utilisant le modèle exact échantillonné à  $T_d$ , l'équation de l'observateur s'écrit :

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1) &= \overbrace{F(u) - L(u) C}^{Fb(u)} \cdot \hat{x}(k) + G(u) \cdot E(k) + L(u) \cdot y(k) \\ \hat{y}(k) &= C \cdot \hat{x}(k)\end{aligned}\quad (5.36)$$

$$\text{Où } x(k) = \begin{bmatrix} v_{c1}(k) \\ v_{c2}(k) \\ i_{ch}(k) \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 0 \quad 1], \quad L(u) = \begin{bmatrix} L_1(u) \\ L_2(u) \\ L_3(u) \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

La figure (5.16) montre le schéma de principe de cet observateur.

En boucle ouverte, les rapports cycliques appliqués au convertisseur sont constants et les équations de l'observateur sont stationnaires. La formule d'Ackermann (5.35) peut donc être utilisée pour le calcul du vecteur gain  $L u$ .

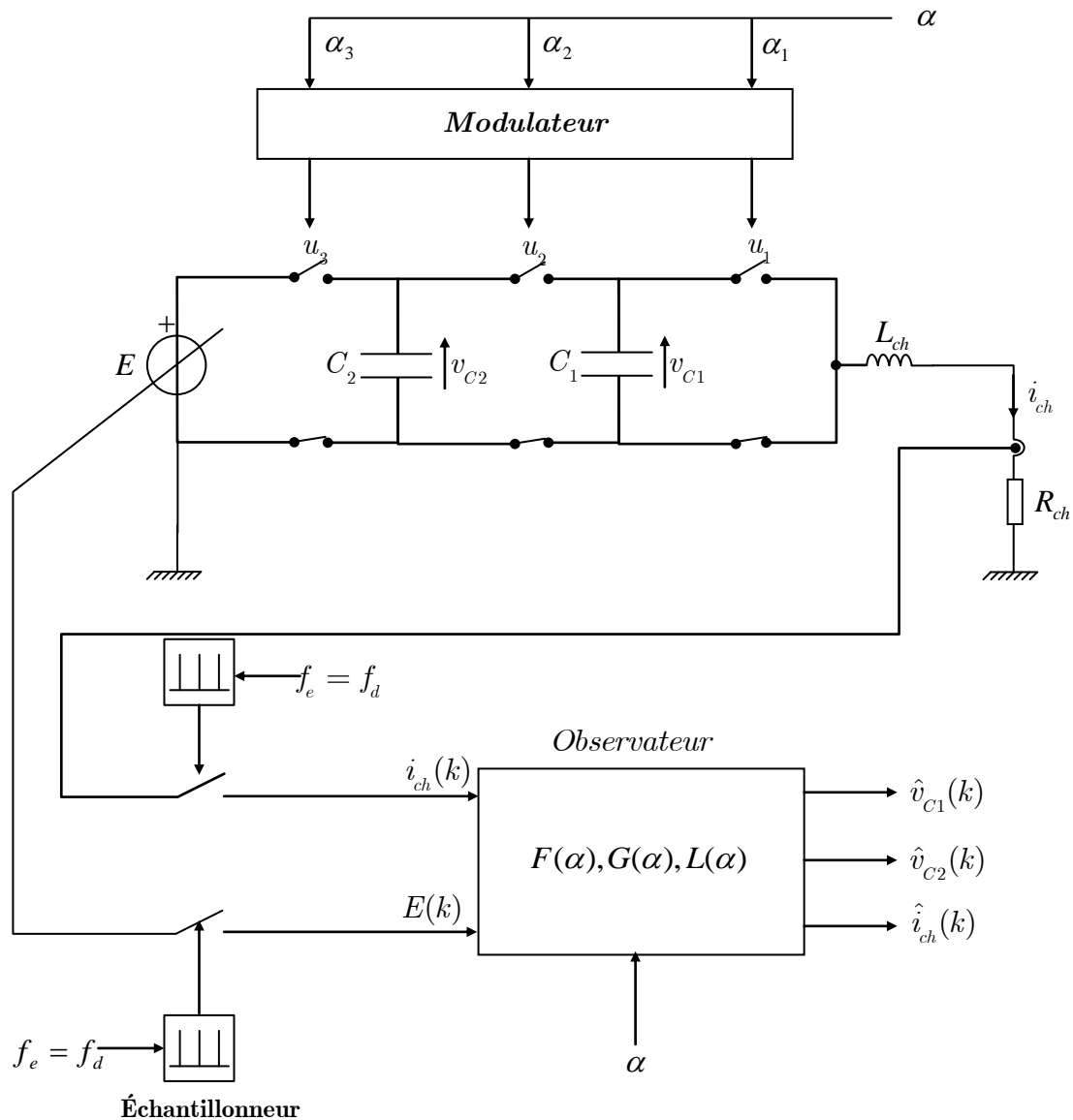


Figure 5. 16 Schéma de principe d'un observateur échantillonné de Luenberger pour un hacheur à trois cellules

Dans la figure (5.17) nous montrons le résultat de la simulation obtenu avec une dynamique à pôle triple  $z_1 = z_2 = z_3 = z = 0.92$ . La valeur de ce pôle est choisie de façon à avoir une dynamique quatre fois plus rapide que celle du système en boucle ouverte.

Les paramètres du système sont supposés parfaitement connus et sont donnés par:

$$\begin{cases} E = \begin{cases} 1800 \text{ V} & \text{si } t \leq 40\text{ms} \\ 1500 \text{ V} & \text{sinon} \end{cases} \\ C_1 = C_2 = 10\mu\text{F} \\ L_{ch} = 56\Omega \\ f_d = 5\text{kHz} \end{cases} \quad u = \begin{cases} 0.2 & \text{si } t \leq 80\text{ms} \\ 0.8 & \text{si } t > 80\text{ms} \end{cases} \quad (5.37)$$

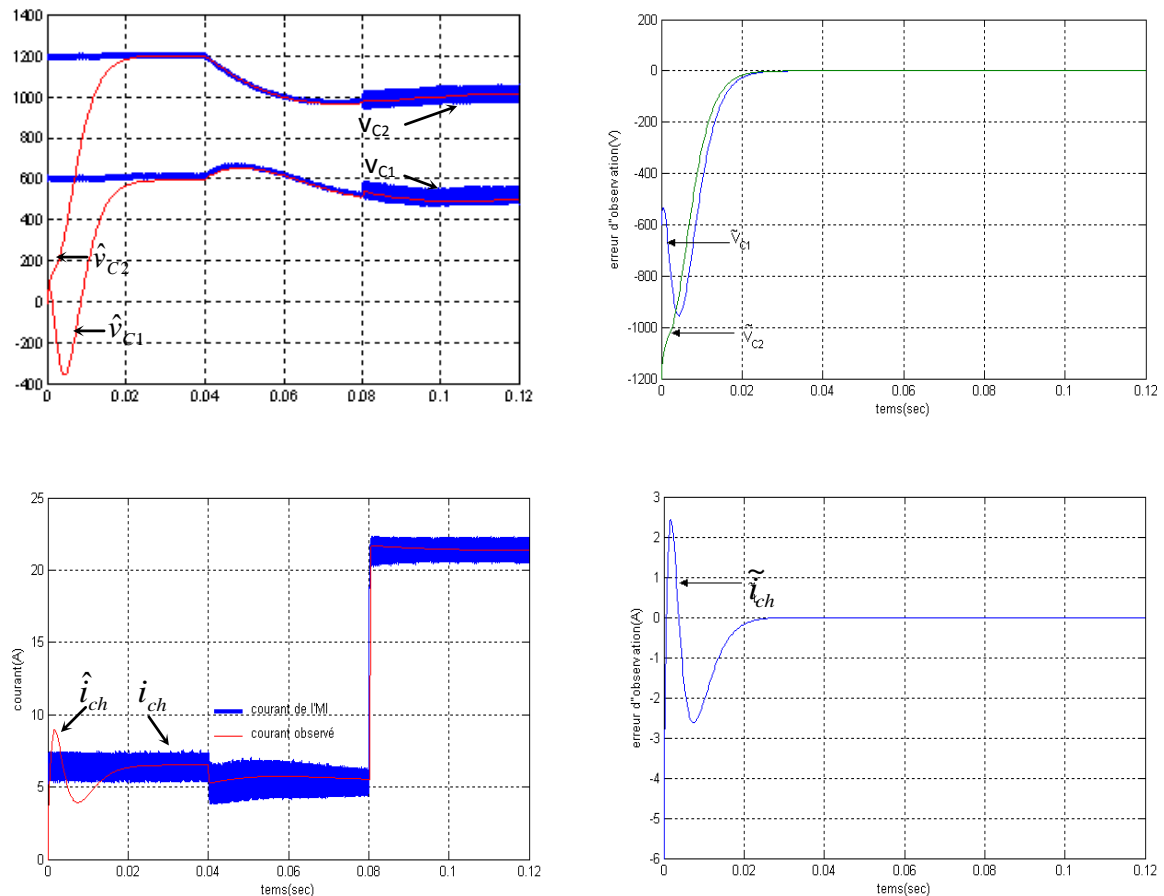


Figure 5. 17 Validation de l'observateur de Luenberger sur un hacheur à trois cellules

Les conditions initiales de l'observateur sont nulles tandis que le système réel est supposé en régime

$$\text{permanent} \left( v_{c1} = \frac{E}{3} \text{ et } v_{c2} = \frac{2E}{3} \right).$$

On remarque que les tensions observées convergent vers les tensions réelles avec une dynamique nettement plus grande que celle du système. Le gain de contre-réaction  $L$  assure la convergence rapide des tensions observées lorsqu'une perturbation vient les affectées.

*Remarque :* Nous avons vu que la commande MLI impose au convertisseur des rapports cycliques différents et variables en régime transitoire ce qui rend le modèle du convertisseur non stationnaire et la synthèse de l'observateur plus complexe.

Le volume de calcul mis en jeu est considérable, ce qui rend la réalisation d'un tel observateur non envisageable.

### 5.4.2. Filtre de Kalman récursif

Le filtre de Kalman récursif est un observateur d'état optimal pour un contexte stochastique défini. Il permet la reconstruction de l'état d'un système physique à partir des signaux d'entrée et de mesures ainsi que de son modèle dynamique échantillonné. Sa particularité principale est qu'il

tient compte dans les équations d'état du processus des bruits de mesure et d'état.

### 5.4.2.1. Modèle d'état stochastique

Pour tenir compte des différents bruits intervenant sur le système réel, on modélise généralement le processus par ses équations déterministes auxquelles on ajoute un vecteur de bruits d'état  $w$ , et un vecteur de bruits de mesure  $v$ . Les équations obtenues représentent le modèle stochastique du système.

$$x(k+1) = F(k) \cdot x(k) + G(k) \cdot u(k) + w(k) \quad (5.38)$$

$$y(k) = C(k) \cdot x(k) + v(k) \quad (5.39)$$

Où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur d'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^q$  le vecteur d'entrée et  $y(k) \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de mesure.

Dans les équations du filtre de Kalman, on suppose que [2]:

$$\begin{aligned} E \{w(k)\} &= 0 & E \{w(k)w^T(i)\} &= \begin{cases} Q(k), & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \\ E \{v(k)\} &= 0 & E \{v(k)v^T(i)\} &= \begin{cases} R(k), & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \\ E \{w(k)v^T(i)\} &= 0, \quad \forall k \text{ et } i \end{aligned} \quad (5.40)$$

Où  $E \{ \cdot \}$  représente l'espérance mathématique de  $\cdot$ .

La détermination des matrices  $R$  et  $Q$  s'avère très délicate en pratique puisque les caractéristiques stochastiques des bruits ne sont généralement pas connues.

### 5.4.2.2. Equations du filtre

Le filtre de Kalman peut se décomposer en deux principales phases une phase de prédiction et une phase de correction.

#### 5.4.2.2.1. Phase de prédiction

Dans la phase de prédiction, on estime d'abord l'état à l'instant  $k+1$   $T_e$  en fonction de l'état  $k.T_e$  et des mesures effectuées à l'instant  $k.T_e$ . Les équations récurrentes qui permettent de réaliser cette prédiction sont [2]:

$$\hat{x}^-(k+1) = F(k) \cdot \hat{x}(k) + G(k) \cdot u(k) \quad (5.41)$$

Où  $\hat{x}^-(k+1)$  est définie comme la meilleure estimation de  $x$  avant d'assimiler les mesures à l'instant  $t = k+1 T_e$ . Cette estimation représente donc une estimation a priori de l'état puisque à l'instant où elle est calculée  $kT_e$ , on ne connaît pas encore la mesure  $y(k+1)$ . Le vecteur  $\hat{x}(k)$  représente, l'estimation de  $x$  à l'instant  $kT_e$ .

En probabilité, ces deux grandeurs sont définies par :

$$\begin{aligned}\hat{x}^-(k+1) &= E[x(k+1) \mid y(0), y(1), \dots, y(k)] \\ \hat{x}(k) &= E[x(k) \mid y(0), y(1), \dots, y(k)]\end{aligned}\quad (5.42)$$

On définit aussi les matrices de covariance des erreurs d'observation, associées aux  $\hat{x}(k+1)$  et  $\hat{x}(k)$  par :

$$\begin{aligned}P^-(k) &= E[\tilde{x}^-(k) \cdot \tilde{x}^{-T}(k)] = E[(\hat{x}^-(k) - x(k)) \cdot (\hat{x}^-(k) - x(k))^T] \\ P(k) &= E[\tilde{x}(k) \cdot \tilde{x}^T(k)] = E[(\hat{x}(k) - x(k)) \cdot (\hat{x}(k) - x(k))^T]\end{aligned}\quad (5.43)$$

Où  $P(k)$  et  $P^-(k) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$  sont des matrices symétriques définies positives.

La projection de la matrice  $P^-(k+1)$  à l'instant  $k+1$  est donnée par:

$$P^-(k+1) = F(k) \cdot P(k) \cdot F^T(k) + Q(k) \quad (5.44)$$

Ces équations récurrentes sont exécutées à chaque période d'échantillonnage.

#### 5.4.2.2.2. Phase de correction

Dans cette phase, on met à jour l'estimation de l'état  $\hat{x}(k)$  à partir de la nouvelle mesure à cet instant et de l'estimation a priori  $\hat{x}^-(k)$ .

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k) + K(k) \cdot (y(k) - C(k) \cdot \hat{x}^-(k)) \quad (5.45)$$

Cette mise à jour représente donc la correction à effectuer sur l'estimation  $\hat{x}^-(k)$  lorsque la mesure à cet instant  $k$  est connue.

La matrice de covariance doit aussi être mise à jour. A partir de (5.39), (5.43) et (5.45), on trouve :

$$P(k) = (I - K(k) \cdot C(k)) \cdot P^-(k) \cdot (I - K(k) \cdot C(k))^T + K(k) \cdot R(k) \cdot K^T(k) \quad (5.46)$$

La détermination de la matrice des gains  $K(k)$  constitue le problème central du filtre de



Kalman. Dans les observateurs déterministes classiques (de type Luenberger), les gains de contre-réaction sont déterminés de façon à imposer la dynamique de convergence de l'observateur. Dans le filtre de Kalman, la matrice des gains  $K$  est déterminée de façon à minimiser la moyenne (espérance) de l'erreur d'estimation quadratique. En d'autres termes, il s'agit de minimiser les éléments diagonaux, ou, ce qui est équivalent, la trace de la matrice de covariance [2].

$$\text{trace}(P(k)) = \sum_{i=1}^n P_{ii}(k) = \sum_{i=1}^n E \tilde{x}_i^2(k) = \sum_{i=1}^n \sigma^2(x_i) \quad (5.47)$$

La matrice des gains optimaux est donc donnée par :

$$\frac{d(\text{trace}(P(k)))}{dK(k)} = 0 \Rightarrow K(k) = P^-(k) \cdot C^T(k) \cdot (C(k) \cdot P^-(k) \cdot C^T(k) + R(k))^{-1} \quad (5.48)$$

Ces gains sont appelés gains de Kalman. En remplaçant (5.48) dans l'équation (5.46), on obtient une expression moins complexe pour la mise à jour de la matrice de covariance:

$$P(k) = [I - K(k) \cdot C(k)] \cdot P^-(k) \quad (5.49)$$

### 5.4.2.3. Algorithme du filtre de Kalman

On a vu que les équations du filtre de Kalman sont des équations récurrentes qui doivent être exécutées parfois en temps réel. Comme toute procédure récurrente, les variables d'état du filtre doivent être initialisées :

$$P^-(0) = P_0^-, \quad \hat{x}^-(0) = \hat{x}_0^- \quad (5.50)$$

L'organigramme du filtre de Kalman est montré dans la figure (5.18).

La première étape dans l'algorithme est l'étape de correction. Elle consiste à mettre à jour les estimations « a priori »  $\hat{x}^-(k)$  et la covariance d'erreurs d'estimation correspondante  $P^- k$  à partir de la nouvelle mesure à cet instant (équations (5.45) et (5.46)). Cette correction est basée sur le calcul des gains optimaux équation (5.48) qui doit être effectué en premier.

A partir des variables d'état et de la matrice de covariance mises à jour à l'instant  $k$ , l'étape de prédiction consiste à les projeter à l'instant  $k + 1$  par l'utilisation du modèle de connaissance du système équations (5.41) et (5.44).

L'état prédit  $\hat{x}^-(k + 1)$  représente donc la sortie du filtre et est utilisé pour anticiper le calcul de la commande à appliquer à l'instant d'échantillonnage  $k + 1$ .

### 5.4.3. Application à un hacheur à trois cellules

Nous présentons, dans cette section, le fonctionnement du filtre de Kalman dans le cas d'un hacheur à trois cellules. Rappelons que l'objectif est d'observer les tensions flottantes par la mesure du courant dans la charge ( $y = i_{ch}$ ). Les tensions observées seront utilisées pour le calcul des commandes à appliquer à l'hacheur. Dans ce qui suit, nous utilisons une commande non linéaire découplante avec une période d'échantillonnage égale à la période de découpage de l'hacheur.

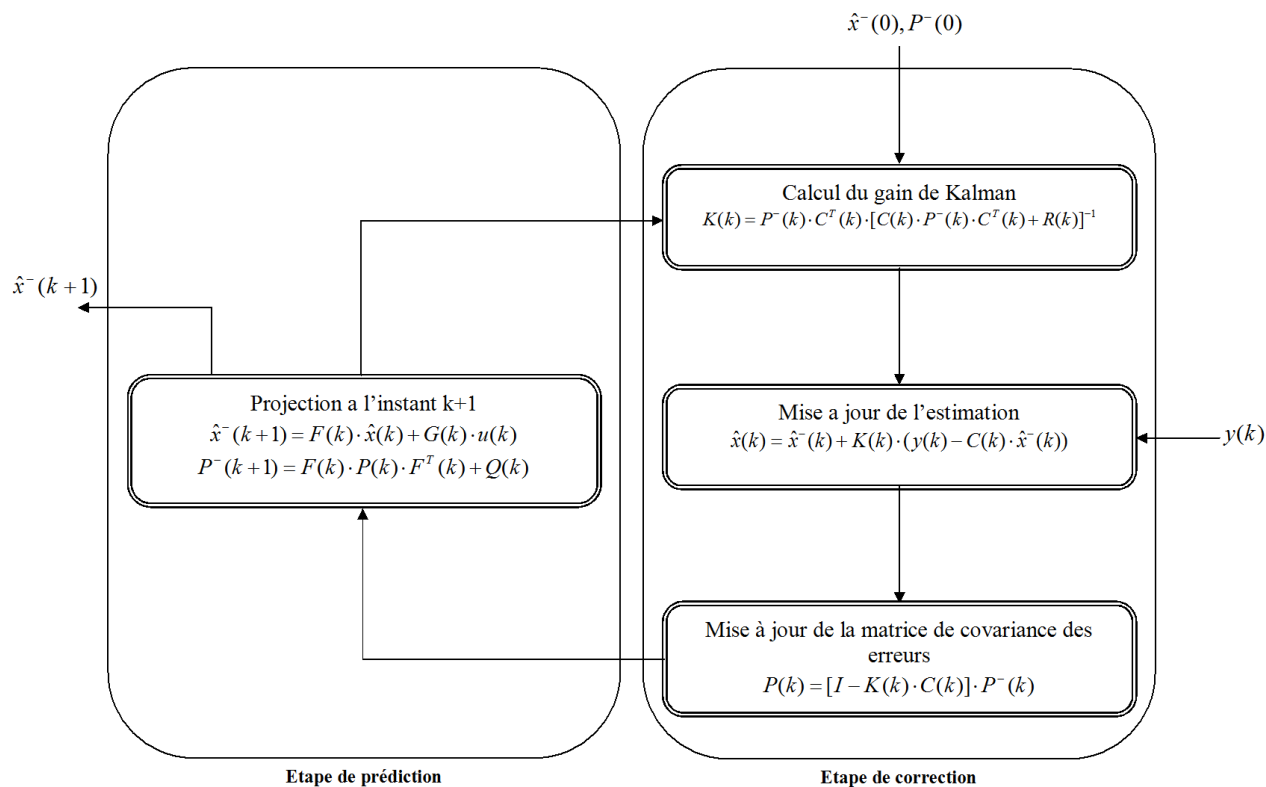


Figure 5. 18 Organigramme du filtre de Kalman standard

Dans sa formulation stochastique, le MM3 échantillonné à  $T_d$  s'écrit :

$$\begin{cases} x(k+1) = F_m(k) \cdot x(k) + G_m(k) \cdot E(k) + w(k), & k \in \mathbb{N} \\ y(k) = C \cdot x(k) + v(k) = i_{ch}(k) + v(k), & v(k) \rightarrow N(0, \sigma_b) \end{cases} \quad (5.51)$$

Avec,  $x_k = v_{c1} k, v_{c2} k, i_{ch} k^T$  et  $E$ , la tension d'alimentation du convertisseur.

Etant donné que le seul état mesuré est le courant dans la charge, la matrice de covariance des bruits de mesure devient un scalaire et sera notée;

$$R = E v^2 k \quad (5.52)$$

De même, la matrice des gains de Kalman est donnée par :

$$K(k) = [K_1(k), K_2(k), K_3(k)]^T \quad (5.53)$$

On a vu précédemment que la nature récurrente du filtre de Kalman le rend bien adapté à une réalisation numérique sur ordinateur, Le modèle du convertisseur étant non stationnaire, ses équations ainsi que celles du filtre doivent être exécutées en temps réel.

### 5.4.3.1. Simulation avec une mesure de courant non bruitée

Nous montrons, tout d'abord, le fonctionnement du filtre dans le cas théorique où le courant mesuré n'est pas bruité. On prendra donc une variance  $R$  très faible ( $R = 10^{-6} A^2$ ) [2]. Dans la figure (5.19), nous montrons les résultats de simulation obtenus lors d'un démarrage du convertisseur avec des capacités déchargées. Les conditions initiales du filtre de Kalman sont quant à elles :

$$\begin{aligned} \hat{x}^-(0) &= (600V, 1200V, 80A)^T \\ P^-(0) &= 1000 \cdot I \end{aligned} \quad (5.54)$$

Le modèle utilisé dans le filtre de Kalman est le MM3 échantillonné à  $T_d$ . Le courant est donc mesuré une fois par période de découpage. Les grandeurs observées sont utilisées pour le calcul de la commande linéaire découplante dont les paramètres et ceux de l'hacheur sont donnés ci-dessous, avec une matrice de covariance  $Q = 0$  :

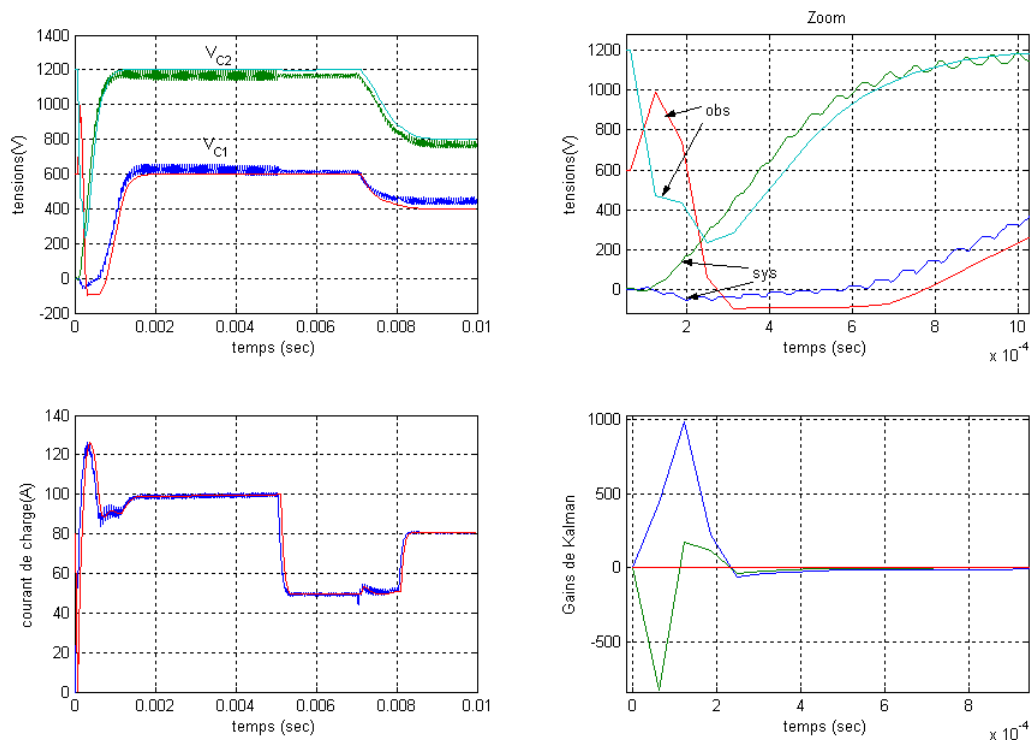


Figure 5. 19 Fonctionnement dans le cas où les bruits de mesure sont nuls

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ L_{ch} = 1.5mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \end{cases} \quad (5.55)$$

### 5.4.3.2. Simulation avec une mesure de courant bruitée

Dans le cas où la mesure du courant comporte des bruits, la variance  $R$  doit être non nulle. Notons que la commande utilise toujours les grandeurs observées. Les paramètres de l'hacheur et de la commande restent identiques au cas précédent. Le modèle d'observation utilisé correspond au MM3 échantillonné à la période de découpage  $T_d$ . Les conditions initiales de l'observateur sont données par (5.54) et celles de l'hacheur sont nulles.

La matrice de covariance des bruits d'état a été choisie telle que  $Q = 0.001.I$  [2].

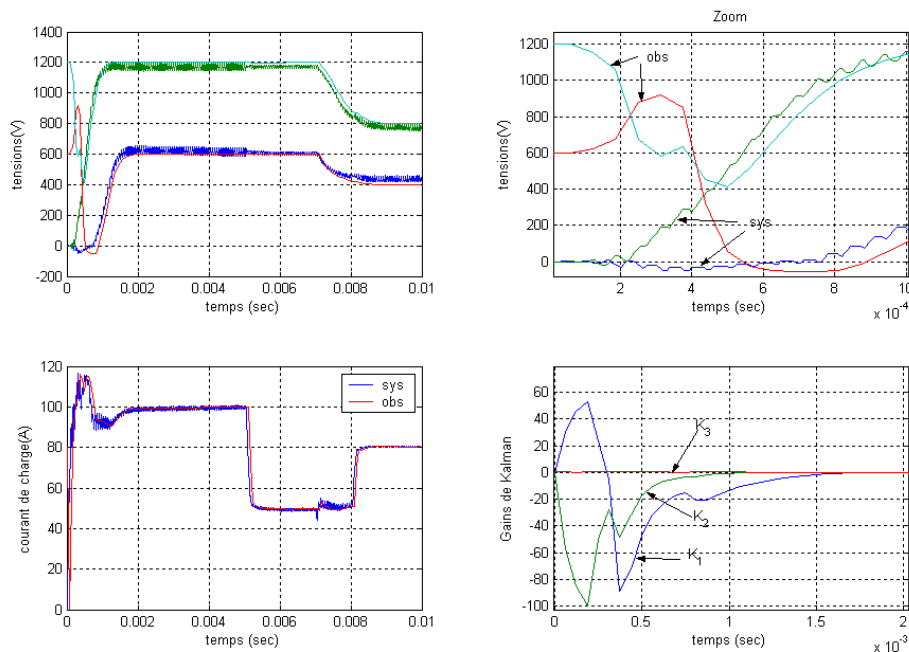


Figure 5. 20 Fonctionnement en présence de bruit de mesure

On voit à partir de cette simulation que le filtre de Kalman converge très rapidement et ce, malgré une importante erreur initiale.

### 5.4.4. Implantation d'un pseudo-observateur

Il serait intéressant de développer un observateur basé sur un modèle instantané afin de pouvoir être utilisé indépendamment de la commande. Cette étude sera faite dans cette dernière partie, dans le cas d'un Pseudo-observateur.

### 5.4.4.1. Reconstructeur des grandeurs d'états à l'aide des tensions de sortie

La méthode utilisée est basée sur le modèle instantané de l'hacheur multicellulaire. Pour s'affranchir de la charge, les tensions flottantes sont reconstituées à partir de la tension de sortie  $V_s$ . La figure (5.21) présente le schéma de principe d'une commande utilisant ce reconstructeur d'état. Les entrées de ce reconstructeur d'état sont la tension de sortie du convertisseur  $V_s$ , les ordres de commande associés à chaque cellule de commutation  $s_1, s_2, s_3$ . La commande quant à elle nécessite toujours la mesure du courant de charge.

Le raisonnement utilise un modèle instantané de l'hacheur. Soit  $S^* = [s_1, s_2, s_3]$  l'état des cellules à chaque instant. Les deux états que peut prendre chaque cellule sont '1' et '0', et correspondent respectivement à la conduction ou au blocage de l'interrupteur du 'haut'. Le vecteur  $S^*$  connaît alors  $2^3$  valeurs possibles. On notera que la tension  $V_s$  est une composition des tensions  $E, V_{C1}, V_{C2}$  qui dépend du vecteur  $S^*$ . Le tableau (5.2) récapitule les différentes valeurs possibles du vecteur  $S^*$  ainsi que les valeurs de  $2^3$  correspondantes.

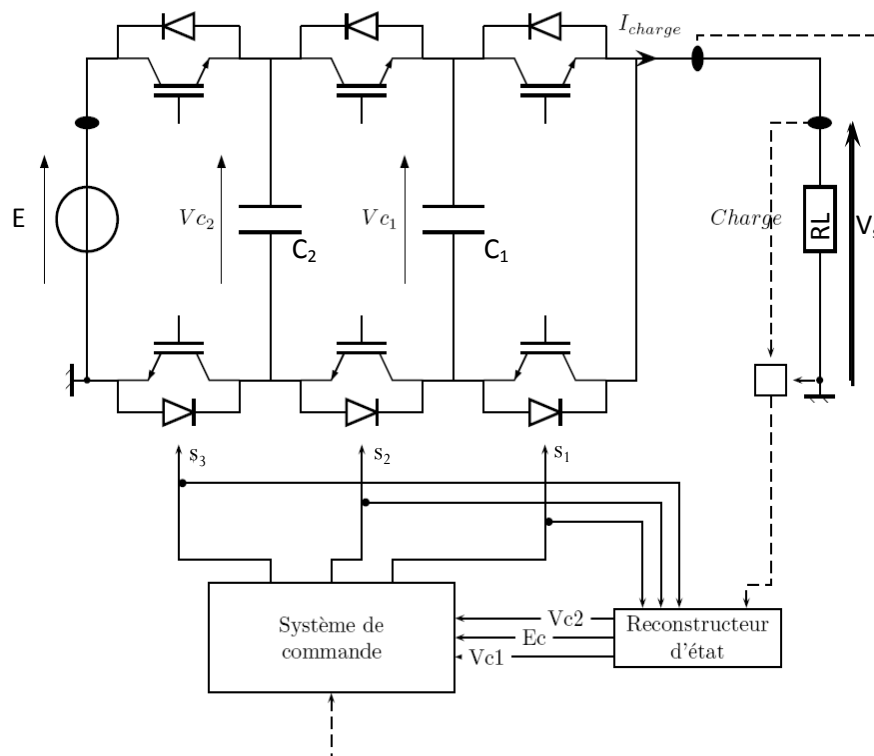


Figure 5. 21 Schéma de principe d'un pseudo-observateur avec un hacheur trois cellules

Tableau 5. 2 Tension en sortie de l'hacheur en fonction de la commande des interrupteurs

Valeur	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$V_s$	$V_s$ à l'équilibre
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	$V_{C1}$	$E/3$
2	0	1	0	$V_{C2} - V_{C1}$	$E/3$
3	0	1	1	$V_{C2}$	$2.E/3$
4	1	0	0	$E - V_{C2}$	$E/3$
5	1	0	1	$E - V_{C2} + V_{C1}$	$2.E/3$
6	1	1	0	$E - V_{C1}$	$2.E/3$
7	1	1	1	$E$	$E$

On remarque que pour les états 1, 3, 7, la mesure de  $V_s$  nous donne directement la mesure de l'une des tensions recherchées (ce cas sera nommé mesure directe). Cependant, rien ne garantit que ces combinaisons vont apparaître de manière régulière et il est nécessaire de prendre en compte tous les états. Par la suite on considérera que la valeur moyenne des tensions flottantes varie peu par rapport à la fréquence de découpage.

La mesure de  $V_s$  pouvant se faire de manière échantillonnée, on a pour le  $i^{eme}$  échantillon de  $V_s$  la relation suivante:

$$V_{s_i} = \begin{bmatrix} s_{1_i} - s_{2_i} & s_{2_i} - s_{3_i} & s_{3_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E_c \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

Ayant trois grandeurs à reconstituer, trois mesures successives de la tension de sortie dans un intervalle de temps de l'ordre de la période de découpage, nous donne alors la relation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{s_3} \\ V_{s_2} \\ V_{s_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{m3} \\ s_{m2} \\ s_{m1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{1_3} - s_{2_3} & s_{2_3} - s_{3_3} & s_{3_3} \\ s_{1_2} - s_{2_2} & s_{2_2} - s_{3_2} & s_{3_2} \\ s_{1_1} - s_{2_1} & s_{2_1} - s_{3_1} & s_{3_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

Si la matrice est inversible on peut reconstituer les trois grandeurs recherchées.

$$\begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E \end{bmatrix} = [S_m^{*-1}] \cdot \begin{bmatrix} V_{s_1} \\ V_{s_2} \\ V_{s_3} \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

#### 5.4.4.2. Contrainte sur la mesure

Comme nous l'avons vu précédemment, il se peut l'acquisition de trois grandeurs successives ne nous permette pas d'accéder à une matrice inversible. Il faut alors déterminer une stratégie qui permette de retenir 3 mesures rendant la matrice inversible. Pour cela, nous avons utilisé la méthode présentée sur la figure (5.22) [7].

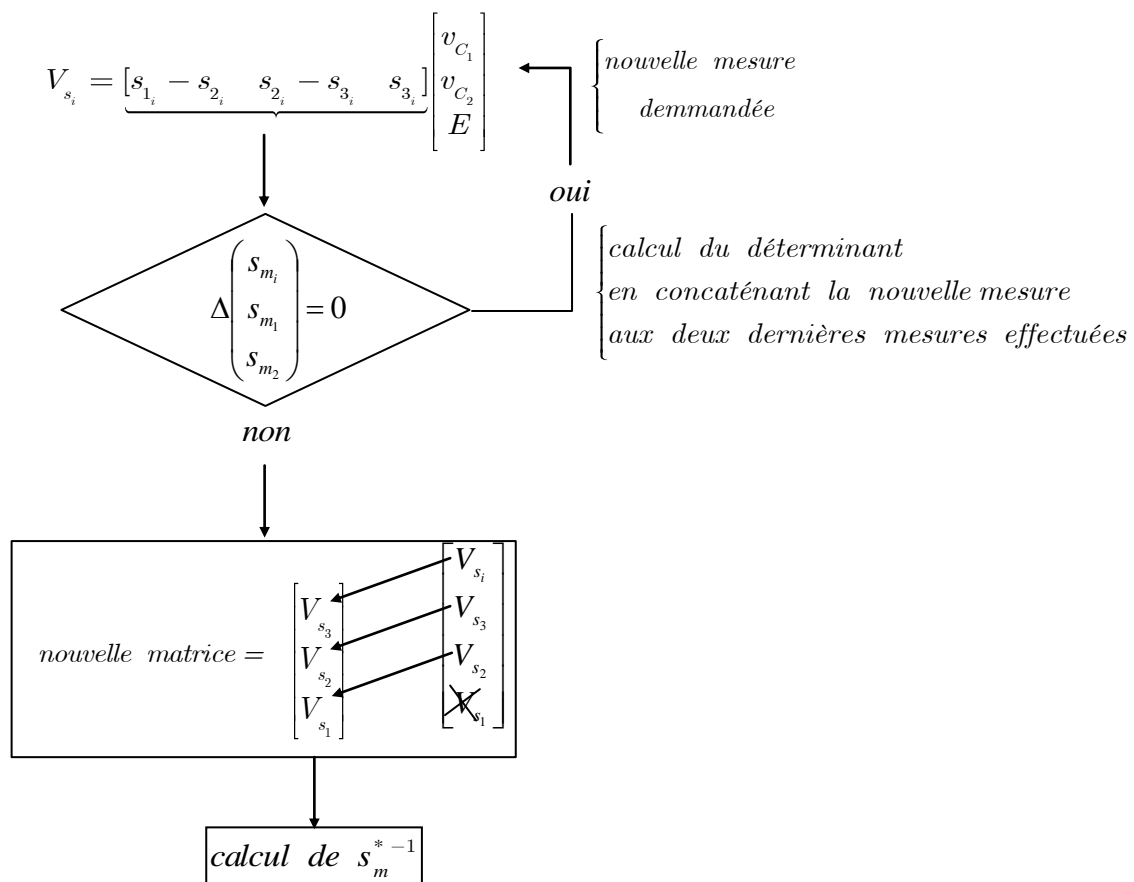


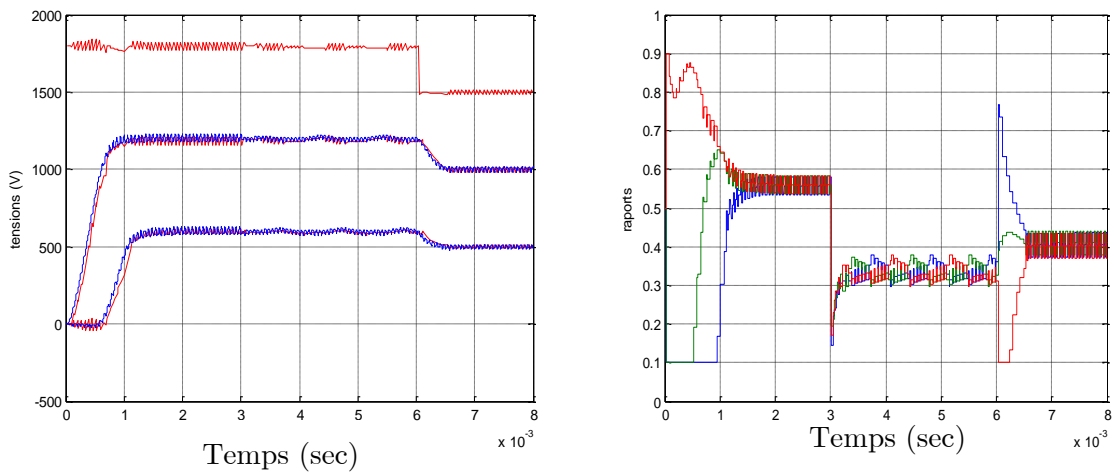
Figure 5. 22 Algorithme du pseudo-observateur

A l'état initial on effectue trois mesures différentes de  $V_s$  puis on laisse l'algorithme dérouler.

#### ➤ Résultats simulation

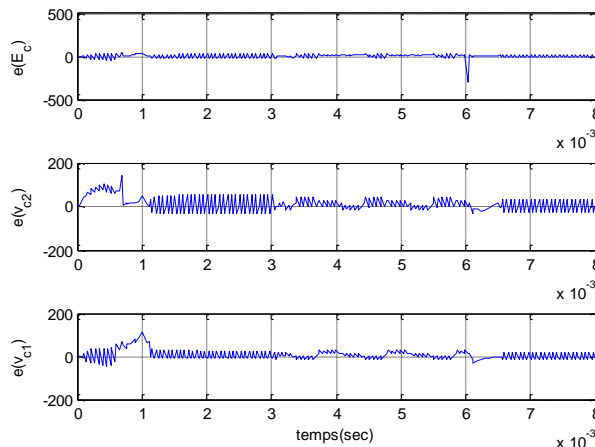
Afin de montrer que le pseudo-observateur permet de fonctionner en boucle fermée, nous présenterons un exemple construit à partir d'une commande par la méthode directe de Lyapunov sur un hacheur trois cellules. On utilisera une période de  $T_{eobs} = T_d / 6$  pour le pseudo-observateur.

La figure (5.23.a) représente les tensions  $V_{C1}$ ,  $V_{C2}$  et  $E$ , ainsi que les valeurs reconstituées. La figure (5.23.b) représente pour sa part les commandes pour chacune des trois cellules.



(a)

(b)



Erreurs d'observations (V)

(c)

Figure 5. 23 Observation avec  $T_{\text{eobs}} = T_h/6$

Les paramètres de simulations :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ R_{ch} = 10\Omega \\ L_{ch} = 1.5mH \\ f_d = 16kHz \\ K_{x_1} = K_{x_2} = K_{x_3} = 500 \end{cases} \quad (5.59)$$

On remarque que la commande par la méthode directe de Lyapunov n'est pas perturbée par le fait qu'elle travaille non plus sur les grandeurs réelles du hacheur mais sur des grandeurs reconstituées. On peut même dire que le reconstruteur fonctionne mieux en boucle fermée qu'en



boucle ouverte. En effet, le système de régulation impose des rapports cycliques différents sur chaque cellule, donc des séquences que l'on peut supposer riches en combinaisons.

## 5.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté et étudié deux modèles échantillonnés pour un hacheur à trois cellules, le modèle exact échantillonné à la période de découpage et le modèle moyen sur un tiers de période de découpage.

Le modèle exact échantillonné représente exactement le comportement du système aux instants d'échantillonnage. Toutefois, ce modèle nécessite un nombre de calcul important qui rend son implantation en temps réel non envisageable.

Afin de réduire le volume de calcul et obtenir un modèle simple à réaliser, nous avons développé un nouveau modèle basé, cette fois-ci, sur une approche aux valeurs moyennes. Les moyennes des variables sont, par contre, calculées sur un tiers de période de découpage contrairement au modèle moyen classique. Ce modèle, appelé modèle moyen sur  $T_d / 3$ , est plus simple que le modèle exact et peut être généralisé à un nombre de cellules quelconque.

Ces deux modèles nous ont permis de vérifier l'observabilité du hacheur lorsque le courant dans la charge est mesuré une fois par période de découpage. Cette observabilité a été testée lorsque les rapports cycliques sont égaux.

Nous avons par la suite construit un observateur de Luenberger échantillonné à la période de découpage. Cet observateur a été testé sur un hacheur à trois cellules en boucle ouverte. Les résultats obtenus sont encourageants et confirment la possibilité d'observer les tensions flottantes par la seule mesure du courant dans la charge.

En boucle fermée, les rapports cycliques varient rapidement et le modèle devient non stationnaire. Le calcul du gain d'observation, dans ce cas, se complique considérablement. De plus, le volume de calcul mis en jeu est considérable, ce qui rend la réalisation d'un tel observateur non envisageable.

Afin de palier à ces inconvénients nous avons fait appel au filtre de Kalman récursif semble qui s'adapte aussi bien aux systèmes linéaires stationnaires qu'aux systèmes non stationnaires.

Une deuxième solution a été établie, consiste à implanter un observateur sans dynamique utilisant le modèle aux valeurs instantanées. Cet observateur a comme principe la reconstruction de l'état de l'hacheur à chaque instant.

# Conclusion générale

Dans ce mémoire, nos objectifs ont été l'élaboration de lois de commandes dédiées aux hacheurs multicellulaires, et le développement des observateurs d'état pour des commandes sans capteurs de tensions flottantes aux bornes des condensateurs.

Nous avons tout d'abord commencé par la modélisation de ces hacheurs et nous avons présenté deux modèles : un modèle aux valeurs moyennes et un modèle aux valeurs instantanées, basés sur une analyse des équations régissant l'évolution des grandeurs d'état en fonction de l'état des interrupteurs du hacheur, se différenciant par la nature de leurs entrées : les rapports cycliques pour le modèle moyen et les signaux de commande des interrupteurs pour le modèle instantané.

L'étude de lois de commande dédiées aux hacheurs multicellulaires a pour objectifs de satisfaire d'une part les contraintes en tension appliquées sur les différents interrupteurs de l'association et d'autre part un contrôle satisfaisant du courant de charge.

Nous avons commencé par une simple commande de type proportionnel dédiée au contrôle des tensions condensateurs. Elle avait pour objectif unique d'assurer l'équilibrage des tensions aux bornes des interrupteurs. Le calcul du gain a été effectué afin de limiter la saturation des signaux de commande dans la phase de démarrage.

Face à la structure multi-entrées multi-sorties du hacheur et disposant d'un modèle représentant fidèlement sa dynamique, l'idée dominante est de commander avec une méthode non linéaire quant à lui utilisée lors de la commande directe de Lyapunov. Les résultats de cette méthode sont très suffisants en simulation.

Après l'étude de ces lois de commande utilisant des capteurs de tensions flottantes pour la régulation. Le développement d'un observateur d'état pour la commande sans capteurs de tensions flottantes sera le deuxième objectif de notre travail. Cet observateur est intéressant dans le sens où il permet une réduction du coût et de l'encombrement dû à la présence des capteurs qui augmentent avec le nombre de cellules.

Nous avons vu que le modèle instantané ne permettait pas de conclure quant à l'observabilité du hacheur lorsque le courant de charge est mesuré. Pour cela, nous avons développé un modèle exact échantillonné à la période de découpage du hacheur. Le test de l'observabilité par l'utilisation

de ce modèle a montré que les tensions flottantes dans un hacheur à trois cellules sont observables par la mesure du courant dans la charge.

Nous avons, ensuite, étudié un observateur discret (observateur de Luenberger). Il a été appliqué à un hacheur à trois cellules. L'étude a été, principalement, faite lorsque le hacheur est en boucle ouverte avec des rapports cycliques identiques et constants. Le système est, dans ce cas, stationnaire et les gains d'observations ont été déterminés de manière à placer les pôles de l'observateur.

En boucle fermée, les équations du système deviennent non stationnaires, rendant l'observateur de Luenberger moins adapté.

Le filtre de Kalman récursif est mieux adapté aux systèmes linéaires non stationnaires comme le cas des hacheurs multicellulaires série. Le modèle utilisé dans cet observateur a été le modèle moyen à tiers de période. Les résultats obtenus ont montré que la dynamique de convergence du filtre était très satisfaisante.

Finalement, nous avons fait l'étude d'un pseudo-observateur permettant avec un seul capteur de tension placé aux bornes de la charge d'effectuer la reconstruction des grandeurs d'état en tension. Ce pseudo-observateur a été mis en simulation avec un hacheur trois cellules, et les résultats obtenus sont très prometteurs.

Enfin, comme perspectives, il est possible d'envisager la même étude sur des onduleurs multicellulaires série. Il est possible également d'appliquer d'autres types de commandes non-linéaires à savoir : commande par modes de glissement, commande par logique flou,... Il est possible également d'utiliser ce type de convertisseurs dans le filtrage actif....

# Bibliographie

[1]	Martin AIMÉ. <i>Évaluation et optimisation de la bonde passante des convertisseurs statiques : Application aux nouvelles structures multicellulaire</i> . Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.
[2]	Ridha BENSAID. <i>Observateur des tensions aux bornes des capacités flottantes pour les convertisseurs multicellulaires série</i> . Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.
[3]	Philippe CARRERE. <i>Etude et réalisation des convertisseurs multicellulaires série à IGBT : Equilibrage des condensateurs flottants</i> . Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1996.
[4]	Alain DONZEL. <i>Analyse géométrique et commande active sous observateur d'un onduleur triphasé à structure multicellulaire série</i> . Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
[5]	Guillaume GATEAU. <i>Contribution à la commande des convertisseurs multicellulaires série</i> . Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1997.
[6]	Miguel F. Escalante GUTIERREZ. <i>Contribution à la définition de structures optimales d'onduleurs pour la commande de machines à courant alternatif par DTC</i> . Thèse doctorat, Ecole Supérieur d'Electricité, 2001.
[7]	Régis RUELLAND. <i>Apport de la co-simulation dans la conception de l'architecture des dispositifs de commande numérique pour les systèmes électriques</i> . Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.
[8]	Oliver TACHON. <i>Commande découplante linéaire des convertisseurs multicellulaire série</i> . Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Toulouse, 1998.
[9]	Guillaume GATEAU. Maurice Fadel, Rédha Bensaïd, and Thierry A. Meynard, Member, IEEE. <i>Multicells converters : Active control and observation of Flying-Capacitor Voltages</i> , 2002.
[10]	Luc JAULIN. <i>Commande par espace d'état</i> , 2006.
[11]	JEAN-JACQUES E.SLOTINE & W. LI. <i>Applied nonlinear control</i> . Prentice-Hall International, Inpc., 1989.
[12]	Alberto. ISIDORI. <i>Nonlinear Control Systems: An Introduction</i> . Edited by M. Thoma, Springer, 1985.

# Annexe

- **Observabilité des Systèmes linéaires**

L'existence d'un observateur pour un système donné n'est conditionnée que par la propriété d'*observabilité*.

Dans cette section nous rappelons la notion d'observabilité pour les systèmes linéaires continus et discrets.

- **Systèmes linéaires continus**

Soit le système linéaire défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \\ y = C \cdot x \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u \in \mathbb{R}^q$  représente l'entrée et  $y \in \mathbb{R}^m$  représente la sortie du système.

L'analyse de l'observabilité est basée sur une application des variables d'état et des entrées aux sorties, dite application d'observabilité du deuxième type :

$$\begin{aligned} y &= C \cdot x \\ \dot{y} &= C \cdot A \cdot x + C \cdot B \cdot u \\ \ddot{y} &= C \cdot A^2 \cdot x + C \cdot A \cdot B \cdot u + C \cdot B \cdot \dot{u} \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \underbrace{\overset{(n-1)}{y}}_Y &= C \cdot A^{n-1} \cdot x + \underbrace{\sum_{i=2}^n C \cdot A^{i-2} \cdot B \cdot \overset{(n-i)}{u}}_U \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Où  $\overset{(i)}{(\cdot)}$  représente la  $i^{\text{ème}}$  dérivée de  $(\cdot)$ .

Cette application s'écrit alors sous la forme :

$$Y = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} x + U \Rightarrow x = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}^{-1} (Y - U) \quad (\text{A.3})$$

Où  $Y$  et  $U$  sont définies dans l'équation (A.2).

Une condition nécessaire et suffisante pour l'observabilité d'un système linéaire est donc la régularité de la matrice d'observabilité de Kalman  $Q_0$  de dimensions  $(n \times p) \times n$ .

$$Q_0 = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Notons que cette condition ne dépend que des matrices A et C. L'observabilité d'un système linéaire est donc indépendante des entrées u.

Supposons que le système (A.1) soit observable. Il est donc possible de construire un observateur pour ce système. Cet observateur est un système dynamique auxiliaire dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer, et dont le vecteur de sortie  $\hat{x}$  constitue l'état estimé (figure A.1).

La structure la plus classique d'un observateur pour un système linéaire est l'observateur de Luenberger [2]. Il s'agit d'un système composé de la copie du système à observer, à laquelle on ajoute une injection de sortie linéaire. L'équation de cet observateur est donnée par :

$$\dot{\hat{x}} = A \cdot \hat{x} + B \cdot u + L \cdot (y - C \cdot \hat{x}) \quad (\text{A.5})$$

Où  $\hat{x}$  représente l'état estimé de x, et  $L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1m} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nm} \end{pmatrix}$  est la matrice de gains de

l'observateur, appelée aussi *gains de Luenberger*.

La dynamique de l'erreur d'observation  $\tilde{x} = \hat{x} - x$  est alors donnée par :

$$\dot{\tilde{x}} = \underbrace{(A - LC)}_{A_b} \tilde{x} \quad (\text{A.6})$$

Pour que l'observateur converge (i.e. l'erreur d'observation tende vers zéro), il suffit de placer les valeurs propres de  $A_b$  dans le demi-plan complexe gauche. La stabilité et la dynamique de convergence dépendent donc du choix de L.

En général, le but de la construction d'un observateur est d'estimer les variables d'état du système réel, afin de déduire une commande [2].

- **Systèmes linéaires discrets**

Considérons le système linéaire échantillonné suivant :

$$\begin{cases} x(k+1) = F \cdot x(k) + G \cdot u(k) \\ y(k) = C \cdot x(k) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$



Soit le système non linéaire :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$x \in M \subset \mathfrak{R}^n$ ,  $u \in \mathfrak{R}^q$ ,  $y \in \mathfrak{R}^m$ . Les fonctions  $f$  et  $h$  sont supposées analytiques [2].

Le problème de l'observabilité d'un système est celui de pouvoir retrouver à tout instant, et à partir des mesures et des entrées, une estimation de l'état à l'instant initial. Une notion importante à rappeler est la notion d'*indiscernabilité* entre deux états initiaux :

**Définition 1: (Indiscernabilité)** deux états initiaux  $x^1(t_0)$  et  $x^2(t_0)$  sont dits indiscernables, si,  $\forall t \in [t_0, t_1]$  les sorties correspondantes  $y^1(t)$  et  $y^2(t)$  sont identiques quelle que soit l'entrée admissible  $u([t_0, t_1])$  du système.

L'observabilité est donc directement issue de cette notion :

**Définition 2: (Observabilité)** L'état  $x^0$  est observable si l'ensemble des points indiscernables de  $x^0$  se réduit à  $x^0$  i.e.  $I(x^0) = \{x^0\}$ . Le système (I) est observable si, pour tout  $x \in M$   $I(x) = \{x\}$ .

On remarque que l'observabilité ne signifie pas obligatoirement que toute entrée distingue tous les points de  $M$ . Notons aussi que l'observabilité (au sens de la définition 2) est une condition nécessaire mais non suffisante, d'existence d'un observateur [2].

Le concept de l'observabilité globale est modifié pour introduire la notion d'observabilité locale.

**Définition 3 :** Soit  $U$  un sous ensemble de  $M$  contenant deux états initiaux  $x^1$  et  $x^2$ . On dit que  $x^1$  est  $U$ -indiscernable de  $x^2$ , si  $\forall t \geq t_0$ , les entrées correspondantes  $y^1(t)$  et  $y^2(t)$  sont identiques et si  $\forall t \geq t_0$ , les trajectoires  $x^1(t)$  et  $x^2(t)$  appartiennent à  $U$ .

**Définition 4 : (Observabilité locale)** L'état  $x^0$  est dit localement observable, si pour tout voisinage  $U$  de  $x^0$ ,  $I_U(x) = \{x\}$ .

- **Observabilité faible – Observabilité faible locale**

**Définition 5 :** L'état  $x^0$  est faiblement observable s'il existe un voisinage  $V$  de  $x^0$  tel que  $I(x^0) \cap V = \{x^0\}$ . Le système (I) est dit faiblement observable si pour tout  $x \in M$ ,  $I(x) \cap V = \{x\}$

Cela signifie qu'un état est faiblement observable s'il est le seul indiscernable dans son voisinage. Ce concept affaiblit donc le concept d'observabilité locale.



**Définition 6 : (Observabilité faible locale)** L'état  $x^0$  est dit faiblement localement observable s'il existe un voisinage  $V$  de  $x^0$  tel que pour tout voisinage  $U$  de  $x^0$  contenu dans  $V$ ,  $I_U(x^0) = \{x^0\}$  ; le système (I) est dit localement faiblement observable si pour tout  $x \in M$ ,  $I_U(x) = \{x\}$ .

L'avantage de l'observabilité faible locale, par rapport aux autres notions d'observabilité, est de pouvoir être formulée sous forme de rang [2].

- **Condition de rang d'observabilité**

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

En procédant de la même façon que pour les systèmes linéaires, on montre que l'application d'observabilité s'écrit [2]:

$$Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_f^0 h(x, u) \\ N_f h(x, u) \\ \vdots \\ N_f^{n-1} h(x, u) \end{bmatrix} = q(x, U) \quad (\text{A.12})$$

où l'opérateur différentiel  $N_f$  est défini par :

$$N_f h = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial U} \frac{dU}{dt}, \quad N_f^i h = N_f(N_f^{i-1} h), \quad N_f^0 h = h$$

et

$$U = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{u} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{y} \end{bmatrix}$$

On voit alors que le système est globalement observable si l'application d'observabilité peut être résolue en fonction de  $x$  dans tout le domaine de définition. Il est, par contre, souvent impossible d'établir les conditions nécessaires à l'existence de l'inverse  $q^{-1}$ .

- **Observabilité indépendante de  $u$**

Si le système linéaire est observable, alors, pour toutes entrées  $u(t)$  on peut reconstruire l'état initial. En effet, si on considère deux états initiaux  $x^1$  et  $x^2$ , la quantité :

$$y^1(t) - y^2(t) = C \cdot e^{At} (x^1 - x^2) \quad (\text{A.13})$$

ne dépend pas de l'entrée.

En générale, cette propriété n'est pas vraie pour les systèmes non linéaires. Le fait qu'un système soit observable au sens de la définition (2) constitue une condition nécessaire mais non suffisante pour qu'on puisse concevoir un observateur. Il se peut en effet, que certaines entrées  $u$  (dites singulières), ne permettent pas de distinguer chaque couple d'états initiaux distincts [2].

**Définition 7 : (entrée universelle)** [2] Une entrée  $u$  est dite universelle pour le système (1) sur l'intervalle  $[0, t]$ , si tout couple d'états initiaux distincts  $(x^1, x^2)$  peut être distingué par les sorties sur l'intervalle  $[0, t]$ , le système étant excité par  $u$ .

Une entrée non universelle est dite singulière.

**Remarque :** Soit un système ayant une entrée singulière  $u^1$  et une entrée universelle  $u^2$ . L'entrée  $u(t)$  telle que :

$$\begin{cases} u(t) = u^1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ u(t) = u^2, & t > t_1 \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Est alors une entrée universelle [2].

La notion d'entrée universelle permet de définir une classe intéressante de systèmes : les systèmes uniformément observable (ou observables quelle que soit l'entrée).

- **Observabilité complète uniforme**

La définition de l'observabilité complète uniforme est propre aux systèmes linéaires à paramètres variables dans le temps et aux systèmes affins en l'état.

**Définition 9 : (Observabilité complète uniforme)** [2] Considérons le système à paramètres variables :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t) x + B(t) u \\ y = C(t) x \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

Ce système est dit complètement uniformément observable s'il existe  $T > 0$ ,  $\alpha > 0$  et  $t_0 > 0$  tel que pour tout  $t \geq t_0$ , on ait :

$$\Gamma(t, t+T) = \int_t^{t+T} \Phi^T(\tau, t) C^T(\tau) C(\tau) \Phi(\tau, t) d\tau \geq \alpha I \quad (\text{A.16})$$

Où  $I$  est la matrice identité et la maîtrise de transition de la partie autonome du système :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \Phi(t, t_0) = A(t) \Phi(t, t_0) \\ \Phi(t_0, t_0) = I \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

L'inégalité matricielle est basée autour de la norme Euclidienne.

La matrice  $\Gamma(t, t+T)$  est appelée Grammien d'observabilité du système. Si  $\Gamma(t, t+T)$  est régulière, la connaissance de l'entrée et la sortie pendant l'intervalle de temps  $[t, t+T]$  entraîne celle de l'état sur cet intervalle.

**Remarque :** Contrairement aux systèmes linéaires, le principe de séparation n'est pas vérifié pour les systèmes non linéaires. L'utilisation d'un observateur non linéaire et d'une commande qui soient stables indépendamment, ne conduit pas forcément à la stabilité de l'ensemble en boucle fermée.

## مساهمة للتحكم في محولات الطاقة متعددة الخلايا المتسلسلة

## ملخص. —

إن الأعمال المقدمة في هاته المذكرة هي مكرسة لدراسة قوانين التحكم و تطوير ملاحظات حالة لأجل المحولات المتسلسلة متعددة الخلايا. بعد تقديم خصائص هذه الطبولوجيا الجديدة، قمنا بتطوير نموذجين متعددي الأبعاد للمحول المتسلسل متعدد الخلايا: نموذج القيم المتوسطة و نموذج القيم اللحظية، هذين النموذجين يسمحان بتقصي هدفين أساسيين هما التركيب و الإثبات لقوانين التحكم. بعدها، تم تطوير قوانين التحكم المقدمة و التي تسمح بتقليص التداخل بين مختلف المتغيرات الكهربائية من جهة و فرض ديناميكية تطور لهذه الأخيرة. بعد تبيان فائدة ملاحظ الحالة بنسبة لهذا الصنف من المحولات، قدمنا نموذجين ذاتي وقت متقطع: النموذج المتقطع الدقيق و المتقطع المتوسط على ثلث دور التهشير. بعد ذلك، تم استعمال هذين النموذجين من أجل تطوير ملاحظ من صنف "ليونبرغر" و فلتز "كالمان" تكراري. النتائج الصورية المحصل عليها أكدت إمكانية ملاحظة توترات المكثفات السابحة من خلال شدة تيار الحمولة.

## مفاتيح. —

- |                      |                |
|----------------------|----------------|
| • محول متعدد الخلايا | • دالة لياونوف |
| • مراقب تناسبي       | • ملاحظ الحالة |
| • مراقبة غير خطية    | • فيلتز كالمان |

## Contribution à la commande des convertisseurs multicellulaires série

**Résumé.** — Les travaux présentés dans ce mémoire sont consacrés à l'étude des lois de commandes et au développement des observateurs d'états pour les convertisseurs multicellulaires série.

Après une présentation des caractéristiques de cette topologie nous développons deux modèles multidimensionnels du convertisseur multicellulaire série : un modèle aux valeurs moyennes et un modèle aux valeurs instantanées ces modèles permettent de poursuivre deux objectifs principaux que sont la synthèse et la validation de lois de commande.

Ensuite, les lois de commande présentées sont développées. Elles permettent de minimiser d'une part l'interaction entre les différentes grandeurs électriques et d'autre part d'imposer les dynamiques d'évolution de celles-ci.

Après avoir montré l'intérêt d'un observateur pour ce type de convertisseur, nous présentons deux modèles échantillonnés: le modèle exact et le modèle moyen sur un tiers de période de découpage. Ces modèles nous permettent, tout d'abord, de tester l'observabilité d'un convertisseur à trois cellules lorsque le courant dans la charge est mesuré une fois par période de découpage. Ils seront ensuite utilisés pour le développement d'un observateur de type Luenberger et d'un filtre de Kalman récursif. Les résultats de simulation obtenus pour un convertisseur à trois cellules confirment la possibilité d'observer les tensions flottantes à partir, du courant de charge.

## Mots clés. —

- |                                 |                        |
|---------------------------------|------------------------|
| • Convertisseur multicellulaire | • fonction de Lyapunov |
| • Régulateur Proportionnel      | • Observateur d'état   |
| • commande non linéaire         | • Filtre de Kalman     |

## Contribution to series multi-cells converters control

**Abstract.** — The works presented in this thesis are devoted to the study of control laws and the development of state observers for multi-cells converters.

After a presentation of the main characteristics of this topology, we develop two multidimensional models of multi-cell converter: an averaged model and an instantaneous model. These models make it possible to pursue two principal goals which are the synthesis and the validation of control laws.

Then, the presented control laws are developed. They make it possible to minimize on the one hand the interaction between the various electric quantities and on the other hand to impose dynamic evolution of these quantities.

After showing the interest of an observer for this converter, we present two discrete time models : the exact model and the average model over one third switching period. These models allow, first, to test the observability of the three-cell converter when the load current is measured once per switching period. Then they will be used for the development of a Luenberger observer and a recursive Kalman filter. Simulation results obtained for a three-cell converter confirm the feasibility and the usefulness of observing the floating voltages from the load current.

## Keywords. —

- |                           |                     |
|---------------------------|---------------------|
| • Multi-cells converter   | • Lyapunov function |
| • proportional controller | • state observer    |
| • nonlinear control       | • Kalman filter     |