

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

جامعة فرحات عباس سطيف
UNIVERSITE FERHAT ABBAS — SETIF
UFAS (ALGERIE)

Mémoire de Magister

présenté au département d'Electrotechnique
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
pour obtenir le diplôme de

Magister en Automatique

Par

ANNANE Mohamed Mustapha

Thème

*Analyse de stabilité et synthèse
des systèmes flous de type-2*

Soutenu le 02/11/2011 devant la commission d'examen composée de :

<i>RAHMANI Lazhar</i>	<i>Prof. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Président</i>
<i>KHABER Farid</i>	<i>M. C. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>LAMAMRA Athmane</i>	<i>M. C. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Examineur</i>
<i>SAIT Belkacem</i>	<i>M. C. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Examineur</i>
<i>KHEMLICHE Mabrouk</i>	<i>M. C. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Examineur</i>

Remerciements

***Tout d'abord merci à Dieu de m'avoir donné la force pour
terminer ce travail***

Je tiens à remercier vivement Monsieur ***KHABER Farid*** pour son esprit scientifique et compréhensif, qui a consacré beaucoup de son temps à mon travail et m'a beaucoup aidé avec ses conseils et surtout ses critiques objectives.

Je tiens également à remercier le Professeur ***L.RAHMENI*** pour avoir accepté la présidence du jury et Messieurs ***A. LAMAMRA, M. KHMLICHE, B. SAIT*** pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Merci à tous les autres chercheurs qui ont mis leurs outils, articles et travaux accessibles à travers Internet.

J'adresse aussi mes remerciements à tous mes amis et collègues surtout ceux qui m'ont apporté un soutien moral, patience et une amitié inoubliable.

Enfin, je ne saurais terminer ces remerciements sans remercier mes parents, qui m'ont accompagné tout au long de mes études par leur amour inconditionnel et leur soutien constant.

Dédicaces

*A l'âme de mon grand père
A ma grand-mère que j'aime beaucoup
A mes parents la source de mon succès,
Ma sœur **Rima et son petit Anous ;**
Mes frères : **Zinou et Moatez**
A toutes ma famille:
mes tentes : **nouara, habiba, rania, samia et leurs enfants**
à mes oncles : **Hamoudi, Abdellah et Yacine et leurs enfants**
A ma femme qui m'a vraiment aidé
A la rose de ma vie, ma fille, **Chahd** que dieu la garde et la protège
A tous mes amis(e) : **Abderezzak ; Mayna ; Fouad ; Halim ; Hamza ; Adel ;
Hadjira ; Samia, et collègues***

Mustapha

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I. SYSTEMES FLOUS DE TYPE-2 ET STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS	
I.1 Introduction	4
I.2 Concept des ensembles flous de type-2 (EFT-2)	5
I.3 Définitions et terminologie	5
I.4 Opérations sur les EFT-2.....	7
I.4.1 Opérations "join" et "meet" sous le minimum T-norme.....	7
I.4.2 Opération " <i>meet</i> " sous le produit T-norme.....	8
I.5 Systèmes flous de type-2	8
I.5.1 Structure d'un système flou de type-2	8
I.5.2 Fuzzification	9
I.5.3 Base des règles.....	9
I.5.4 Mécanisme d'inférence	9
I.5.5 Module de traitement de la sortie	10
I.5.6 Réduction de type	10
I.5.7 Defuzzification	11
I.6. Systèmes flous de type-2 intervalles	11
I.6.1 Inférence des systèmes flous type-2 intervalles.....	11
I.7 Introduction aux systèmes flous de type-2 de Tanaka-Sugeno-Kang.....	12
I.8 Introduction aux LMI.....	13
I.9 Etat de l'art sur la stabilité des systèmes flous type-2.....	13
I.9.1 Rappel sur la stabilité	13
I.9.2 Méthode de Lyapunov pour l'analyse de stabilité des systèmes flous de type-2	14
I.9.3 Etat de l'art sur la stabilité des systèmes de commande flous.....	15
I.10 Conclusion	20
CHAPITRE II. ANALYSE DE STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS DE TYPE-2 INTERVALLE	
II.1 Introduction	22
II.2 Modélisation des systèmes flous non linéaires	22

a) Modèle flou de T-S de type-2 intervalle	23
b) Contrôleur flou de type-2 intervalle.....	27
II.3 Analyse de la stabilité des systèmes de commande basés sur un modèle flou de type-2 intervalle	28
II.4 Exemples de simulation	35
II.4.1 Exemple1.....	35
II.4.1 Exemple2.....	39
II.5.Conclusion	52
 CHAPITRE III. ANALYSE DE STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS DE TYPE-2 DE TAKAGI-SUGENO-KANG	
III.1. Introduction	53
III.2. Systèmes flous de type-2 de TSK de type intervalle.....	53
III.2.1. Modèle de TSK de type intervalle	54
III.3. Analyse de la stabilité des modèles de TSK T2I	55
III.3.1 Méthodes d'inférence proposées	55
III.3.2 Analyse de la méthode proposée	56
III.3.3 Analyse du critère de stabilité	57
III.4 Exemple d'application.....	61
III.4.1 Exemple1.....	61
III.4.2 Exemple2.....	64
III.5. Conclusion	74
 CONCLUSION GENERALE.....	 75
 BIBLIOGRAPHE.....	 77

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Le but principal de l'automaticien est de contrôler les systèmes, en essayant de comprendre et prédire le comportement des modules qui le composent en déterminant des modèles qui s'accordent avec les observations constatées et leur analyse.

Ces modèles, peuvent être construits comme un ensemble d'équations différentielles linéaires ou non linéaires reliant les entrées, les états et les sorties. Ces équations différentielles formants un modèle mathématique, qui est important pour la synthèse de la loi de commande, sont parfois très difficiles à trouver, notamment pour les procédés non linéaires complexes qui font apparaître beaucoup de paramètres (moteur thermique, procédé chimique, système de puissance...).

Il est possible de résoudre ce problème en représentant le comportement du procédé non linéaire par un modèle flou. Cette technique basée sur la logique floue qui repose sur la théorie mathématique des ensembles flous a été initiée dans les années soixante par Lotfi Zedah à l'université de Berkeley. L'intérêt principal de la logique floue est de permettre la représentation et le traitement de connaissances imprécises. Elle est utilisée dans les domaines aussi variés que les systèmes experts, la classification des données, le traitement de signal, la gestion de base de données, la modélisation ainsi que la commande des systèmes automatiques. La première application de la commande floue a été réalisée par Mamdani en 1974 sur un moteur à vapeur, et la première application industrielle a porté sur la commande d'un four à ciment par logique floue.

Habituellement la logique floue est exprimée par un ensemble de règles linguistiques dites règles floues, qui sont utilisées pour décrire le comportement dynamique d'un système inconnu ou mal défini. De ce point de vu, on distingue deux types principaux de systèmes flous: les systèmes flous à conclusion symbolique (systèmes flous linguistique ou de Mamdani) et ceux à conclusion fonctionnelle (systèmes flous de Takagi-Sugeno). Dans les deux types, les prémisses des règles sont exprimées symboliquement, seule l'expression des conclusions des règles permet alors de dissocier les deux types de systèmes. Pour les systèmes flous de type Takagi-Sugeno (T-S) la partie conclusion est exprimée sous la forme d'une constante ou de manière générale d'une fonction ou d'une équation différentielle dépendant des variables d'entrée. Les modèles flous de type T-S, peuvent s'interpréter comme un

ensemble de modèles linéaires interconnectés par des fonctions non linéaires dépendantes des variables de prémisses.

Puisque les systèmes flous sont construits à partir des connaissances fournies par l'expert humain, ils sont entachés d'incertitudes. Ces incertitudes sont injectées au niveau des fonctions d'appartenance des ensembles flous antécédents et conséquents qui seront incertains. Ces systèmes flous appelés les systèmes flous type-1, sont incapables de modéliser ces incertitudes, car ils utilisent des fonctions d'appartenance précises, qui ont une représentation bidimensionnelle. Par conséquent, les ensembles flous de type-2, dont les fonctions d'appartenance elles-mêmes sont floues, sont l'extension des systèmes flous type-1. Les fonctions d'appartenance type-2 ont une représentation tridimensionnelle, la nouvelle (troisième) dimension des ensembles flous fournit un degré de liberté supplémentaire permettant de prendre en charge les incertitudes.

Malheureusement, les ensembles flous type-2 sont plus difficiles à mettre en oeuvre, cependant leur utilisation est justifiée par leur efficacité dans les circonstances où il est difficile de trouver une fonction d'appartenance exacte, et leur capacité à minimiser l'effet des incertitudes dans la base des règles du système flou.

Nous devons différencier entre deux types principaux d'incertitudes : aléatoires et linguistiques [Men-00]. La théorie des probabilités est utilisée pour modéliser l'incertitude aléatoire, et la logique floue est associée avec les incertitudes linguistiques.

Ces dernières années, plusieurs travaux ont été développés à base des systèmes flous type-2. Ils sont utilisés dans la prise de décision, filtres adaptatifs [Lia-00-b], la commande des robots mobiles [Hag-04], le prétraitement des images de la radiographie [Lee-04][Li-10], et la commande des systèmes non linéaires [Men-02][Men-04][Lam-08][Men-08][Fad-10].

La synthèse de Lyapunov est la théorie générale la plus utilisée pour l'étude de stabilité des systèmes. D'une manière générale, elle consiste à sélectionner une fonction de Lyapunov, puis à choisir des lois de commande ou d'adaptation assurant sa décroissance, pour des systèmes continus et des systèmes discrets. Si ces conditions sont vérifiées, la fonction de Lyapunov assure la stabilité. De plus, la méthode de Lyapunov peut servir de base à la synthèse des lois de commande stabilisantes.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que la synthèse de Lyapunov est une condition suffisante pour la stabilité. La difficulté de cette approche repose sur la détermination d'une fonction de Lyapunov qui conduit, soit à choisir une fonction particulière soit à essayer de résoudre des inéquations aux dérivées partielles. Dans ce travail, la sélection des fonctions de Lyapunov est faite d'une manière intuitive. Généralement, ces dernières sont choisies comme

des fonctions quadratiques. Il est important de noter également que la stabilité au sens de Lyapunov n'est pas toujours suffisante pour assurer un bon comportement entrée-sortie pour un système.

La stabilité des systèmes flous de type-2 est la propriété principale que nous traitons dans ce mémoire. Cette dernière est une extension de la stabilité des systèmes flous de type-1.

La notion de stabilité d'un système flou de type-2 dynamique caractérise le comportement de ses trajectoires autour des points d'équilibre. L'analyse de stabilité d'un système dynamique permet donc d'étudier l'évolution de sa trajectoire d'état lorsque il est ponctuellement écarté.

Ce mémoire est organisé comme suit:

Dans le premier chapitre nous allons présenter les notions de base pour un système flou de type-2 : propriétés, opérations et relations des ensembles flous, la structure des SFT-2, le module de réduction de type qui est spécifique aux systèmes flous de type-2, les différentes méthodes de réduction de type, les systèmes flous de type-2 intervalle et finalement nous donnons un rappel sur les notions de stabilité des systèmes flous, en présentant un état de l'art de la question.

Dans le deuxième chapitre un modèle flou de Takagi-Sugeno (T-S) de type-2 intervalle est proposé pour représenter les systèmes non linéaires sujet aux incertitudes paramétriques qui peuvent être prises en charge en utilisant les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure. En se basant sur le théorème de Lyapunov, les conditions de stabilité en terme LMIs sont dérivées pour atteindre un système de commande stable qui se base sur un modèle flou de type-2 intervalle. Les résultats de simulation obtenus sous l'environnement MATLAB montrent l'efficacité de l'approche proposée.

Dans le troisième chapitre nous étudions la stabilité des systèmes flous de type-2 de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) de type intervalle dans le cas où les antécédents sont de type-2 et les conséquents sont de type-0. Ce chapitre contient trois parties principales. D'abord, les systèmes flous de type-2 de TSK sont donnés et des préliminaires nécessaires sont établis. Puis, nous allons présenter trois nouveaux mécanismes d'inférence pour les modèles de TSK et des conditions de stabilité suffisantes sont dérivées. A la fin, deux exemples numériques sont présentés, détaillant l'analyse de stabilité et la conception des systèmes flous de type-2 dynamiques.

Nous terminons par une conclusion générale qui résume le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire et les perspectives envisagées.

CHAPITRE I

SYSTEMES FLOUS DE TYPE-2 ET STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS

SYSTEMES FLOUS DE TYPE-2 ET STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS

I.1 Introduction

La logique floue a été introduite en 1965 par L.Zadeh comme une description mathématique; bien que, le principe de cette idée a été connu plus tôt chez les philosophes et les logiciens. Cette approche fait partie des méthodologies intelligentes, elle est inspirée de la capacité de l'homme à prendre des décisions et agir de façon convenable malgré le flou (l'incertitude) des connaissances disponibles. Elle a été introduite dans le but d'approcher le raisonnement humain à l'aide d'une représentation adéquate des connaissances telles que la base des règles et les fonctions d'appartenance, qui sont construites par l'introduction des informations linguistiques et numériques fournies par l'expert humain. Mais généralement ces informations sont entachées d'incertitudes qui peuvent provenir de trois principales sources:

- Le sens des mots utilisés dans la construction des règles peut être incertain (un mot veut dire différentes choses pour différentes personnes).
- Les mesures qui activent les systèmes flous de type-1 peuvent être bruitées, ce qui introduit une incertitude.
- Les données utilisées pour ajuster les paramètres des systèmes flous de type-1 peuvent être aussi bruitées.

Toutes ces incertitudes apparaissent au niveau des fonctions d'appartenance ce qui rend les systèmes flous de type-1 incapables de prendre en charge ces incertitudes. Par conséquent, des systèmes flous de type-2, sont introduits, dans ces nouveaux systèmes le degré d'appartenance des antécédents et/ou des conséquents est représenté lui-même par un ensemble flou de type-1. Cependant; les ensembles flous de type-2 sont très efficaces pour modéliser les incertitudes, minimiser leurs effets dans la base de règles, et trouver une fonction d'appartenance convenable quand la forme de cette dernière ou l'un de ces paramètres sont incertains. Malheureusement, ces ensembles flous de type-2 sont plus difficiles à définir et à utiliser que les ensembles flous de type-1. Mais, leur bonne manipulation des incertitudes, non prises en charge par les ensembles flous de type-1, justifie leur utilisation.

Actuellement, les SFT-2 sont utilisés dans diverses applications comme :

La prise de décision, la résolution des relations floues, la surveillance des processus, la stabilité des fonctions, le contrôle des robots mobiles et le traitement de données.

La stabilité est l'un des aspects les plus importants dans la commande automatique de système. D'une manière très qualitative et intuitive, la stabilité d'un système est la capacité de ce dernier à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il en est ponctuellement écarté.

La stabilité des systèmes flous de type-2 est la propriété fondamentale que nous traitons dans ce travail.

Dans ce chapitre nous allons présenter les notions de base pour un système flou de type-2 : propriétés, opérations et relations des ensembles flous, la structure des SFT-2, les systèmes flous de type-2 intervalle et finalement nous donnons un état de l'art sur la stabilité des systèmes flous de type-2.

I.2 Concept des ensembles flous de type-2 (EFT-2)

Le concept des EFT-2 a été introduit par Zadeh comme une extension du concept des ensembles flous ordinaires dits ensembles flous de type-1 (EFT-1). Un ensemble flou de type-2 est caractérisé par une fonction d'appartenance floue c'est à dire que la valeur d'appartenance de chaque élément de l'ensemble est un EFT-1 dans $[0,1]$ [Men-04]

Les EFT-2 peuvent être utilisés dans des situations où il y a une incertitude au sujet des degrés d'appartenance eux-mêmes, par exemple une incertitude dans la forme de la fonction d'appartenance ou dans quelques-uns de ses paramètres [Ann-06].

I.3 Définitions et terminologie

Définition 1 [Wan-99-a]

Un EFT-2, noté $\tilde{\tilde{A}}$, dans un univers de discours X est caractérisé par une fonction d'appartenance floue, notée $\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x)$, telle que :

$$\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \{ \mu_x \mid \mu_x : [0,1] \rightarrow [0,1] \} \quad (I.1)$$

Définition 2

Le domaine de la fonction d'appartenance secondaire est appelé appartenance primaire de x noté J_x tel que $J_x \subseteq [0,1] \quad \forall x \in X$

Définition 3 [Kar-98]

A chaque valeur de x , notée $x = x'$, le plan bidimensionnel dont les axes sont u et $\mu_{\tilde{A}}(x', u)$ est appelé tranche verticale (vertical slice) de $\mu_{\tilde{A}}(x', u)$, comme il est illustré sur la figure suivante :

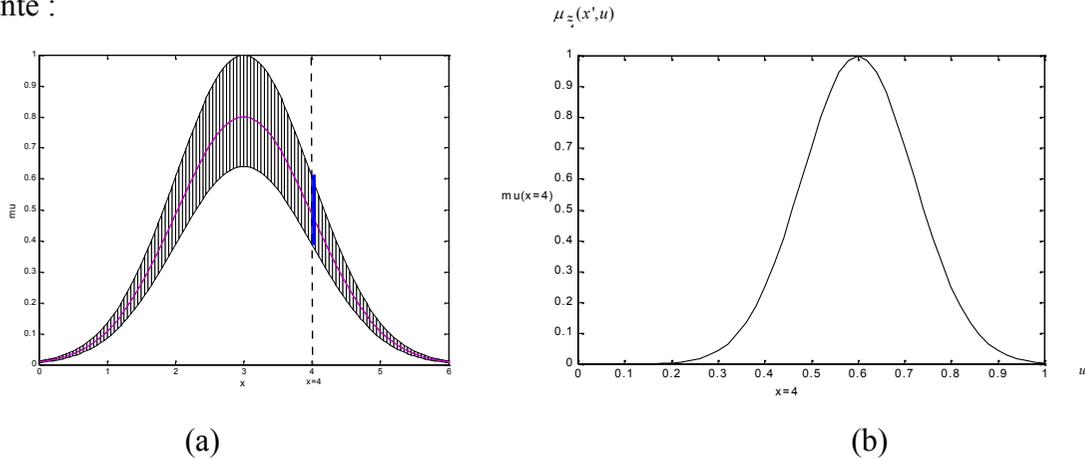


Fig. 1.1 (a) Représentation schématique d'un ensemble flou Gaussien de type-2. Les appartenances secondaires sont représentées dans (b), où on remarque qu'ils sont gaussiennes.

Donc pour $x' \in X$ et $\forall u \in J_{x'} \subseteq [0,1]$, on a:

$$\mu_{\tilde{A}}(x = x', u) \simeq \mu_{\tilde{A}}(x') = \int_{u \in J_{x'}} f_{x'}(u) / u \quad J_{x'} \subseteq [0,1] \quad (I.2)$$

où $0 \leq f_{x'}(u) \leq 1$.

Définition 4 [Men-02]

L'incertitude dans un EFT-2 \tilde{A} est représentée par une région bornée appelée *FOU* «Footprint Of Uncertainty ». C'est l'union de toutes les appartenances primaires:

$$FOU(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} J_x \quad (I.3)$$

Définition 5 [Men-06-a]

Les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure sont des fonctions d'appartenance de type-1 représentant les frontières du *FOU* d'un ensemble flou de type-2.

La fonction d'appartenance supérieure sera notée $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$, et la fonction d'appartenance inférieure sera notée $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ pour $x \in X$, alors nous avons :

$$\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x) = \overline{FOU(\tilde{A})} \quad \forall x \in X \quad (I.4)$$

$$\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) = \underline{FOU}(\tilde{A}) \quad \forall x \in X \quad (\text{I.5})$$

I.4 Opérations sur les EFT-2 [Men-06-a][Cou-04][Cou-07]

Les degrés d'appartenance des ensembles flous de type-2 sont des ensembles flous de type-1. Par conséquent, pour effectuer des opérations telles que l'union, l'intersection et la complémentation sur les ensembles flous de type-2, nous devons faire appel aux opérations T-norme et T-conorme sur des ensembles de type-1. Cela est réalisable en utilisant le principe d'extension de Zadeh.

Une opération notée "*" entre deux nombres ordinaires peut être étendue à deux ensembles flous de type-1:

$$F = \int_v f(v) / v \quad (\text{I.6})$$

$$G = \int_w g(w) / w \quad (\text{I.7})$$

de la façon suivante:

$$F * G = \int_v \int_w [f(v) \bullet g(w)] / (v * w) \quad (\text{I.8})$$

où le symbole "•" représente l'opération T-norme utilisée, généralement c'est une opération de produit ou de minimum.

L'extension de la T-conorme aux ensembles flous de type-1 est donnée par:

$$F \cup G = \int_v \int_w [f(v) \bullet g(w)] / (v \vee w) \quad (\text{I.9})$$

Similairement, l'extension de la T-norme aux ensembles de type-1 sera donnée par:

$$F \cap G = \int_v \int_w [f(v) \bullet g(w)] / (v \wedge w) \quad (\text{I.10})$$

La complémentation est donnée par :

$$\bar{F} = \neg F = \int_v f(v) / (1 - v) \quad (\text{I.11})$$

Les opérations d'union "join", d'intersection "meet", et de complémentation sont notées : \cup , \cap , et \neg respectivement.

I.4.1 Opérations "join" et "meet" sous le minimum T-norme [Men-06-a]

Supposant que nous avons n EFT-1 $\tilde{F}_1, \dots, \tilde{F}_n$ caractérisés par les fonctions d'appartenance $\mu_{\tilde{F}_1}, \dots, \mu_{\tilde{F}_n}$, respectivement. Soient v_1, v_2, \dots, v_n des nombres réels tels que $v_1 \leq v_2 \leq \dots \leq v_n$ et $\mu_{\tilde{F}_1}(v_1) = \mu_{\tilde{F}_2}(v_2) = \dots = \mu_{\tilde{F}_n}(v_n) = 1$. Alors, l'opération "join" peut être exprimée par :

$$\mu_{\bigcup_{i=1}^n \tilde{F}_i}(\theta) = \begin{cases} \bigwedge_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i}(\theta) & \theta < v_1 \\ \bigwedge_{i=k+1}^n \mu_{\tilde{F}_i}(\theta) & v_k \leq \theta < v_{k+1}, \quad 1 \leq k \leq n-1 \\ \bigvee_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i}(\theta) & \theta \geq v_n \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

et l'opération "*meet*" peut être exprimée par :

$$\mu_{\bigcap_{i=1}^n \tilde{F}_i}(\theta) = \begin{cases} \bigvee_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i}(\theta) & \theta < v_1 \\ \bigwedge_{i=1}^k \mu_{\tilde{F}_i}(\theta) & v_k \leq \theta < v_{k+1}, \quad 1 \leq k \leq n-1 \\ \bigwedge_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i}(\theta) & \theta \geq v_n \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

1.4.2 Opération "*meet*" sous le produit T-norme [Kar-01-a]

L'opération "*meet*" sous le produit T-norme entre deux EFT-1 \tilde{F}_1 et \tilde{F}_2 peut être exprimée par:

$$\tilde{F}_1 \sqcap \tilde{F}_2 = \int_v \int_w [\mu_{\tilde{F}_1}(v) \mu_{\tilde{F}_2}(w)] / (vw) \quad (\text{I.14})$$

Si θ est un élément de $\tilde{F}_1 \sqcap \tilde{F}_2$, alors le degré d'appartenance de θ peut être trouvé en cherchant toutes les paires $\{v, w\}$ $v \in \tilde{F}_1$, $w \in \tilde{F}_2$ tel que $vw = \theta$. Multipliant les degrés d'appartenance de v et w dans chaque paire, et trouvant alors le maximum de ces produits de degrés d'appartenance.

1.5 Systèmes flous de type-2

1.5.1 Structure d'un système flou de type-2

La structure de base d'un système flou de type-2, qui est représentée par la figure I.2, est composée essentiellement de trois éléments à savoir: l'interface de fuzzification, le mécanisme d'inférence et le module de traitement de la Sortie.

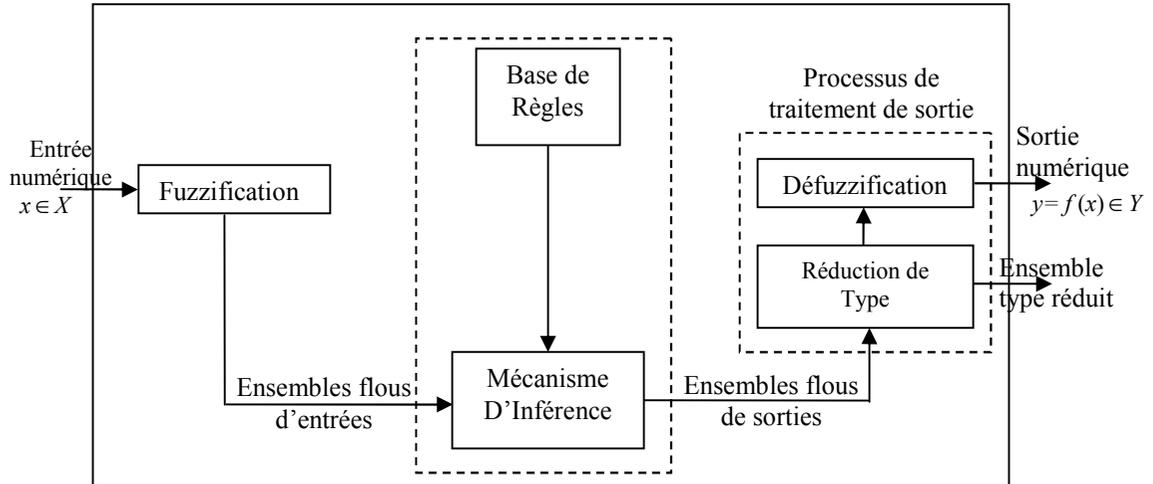


Fig. I.2 Structure de base d'un système flou de type-2.

I.5.2 Fuzzification [Kar-01-b]

L'interface de fuzzification fait correspondre à l'entrée déterministe un ensemble flou qui peut être généralement un EFT-2. Cependant, dans ce qui suit, nous utilisons seulement une fuzzification par singleton pour laquelle l'ensemble flou d'entrée possède uniquement un seul degré d'appartenance non nul.

I.5.3 Base des règles

La structure des règles reste exactement la même dans le cas des SFT-1. La $l^{ième}$ règle dans un SFT-2 à la forme suivante :

$$" R^l: \text{si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^l \text{ et... et } x_p \text{ est } \tilde{F}_p^l, \text{ ALORS } y \text{ est } \tilde{G}^l " \quad (I.15)$$

où les x_i sont des entrées, \tilde{F}_i^l sont des ensembles antécédents ($i = 1 \dots p$), y est la sortie, et \tilde{G}^l est l'ensemble conséquent.

I.5.4 Mécanisme d'inférence [Man-10] [Lia-00-a]

Considérant un SFT-2 ayant p entrées $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_p \in X_p$ et une sortie $y \in Y$. Supposant qu'on a M règles où la $l^{ième}$ règle a la forme :

$$" R^l: \text{SI } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^l \text{ et... et } x_p \text{ est } \tilde{F}_p^l, \text{ ALORS } y \text{ est } \tilde{G}^l " \quad (I.16)$$

Cette règle représente une implication floue de type-2 .

$$\mu_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l} \longrightarrow \tilde{G}^l(\mathbf{x}, y) \text{ avec } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}.$$

Quand une entrée \mathbf{x}' est appliquée, la composition de l'ensemble flou \tilde{X}' , à qui \mathbf{x}' appartient, et la règle R^l est formée en utilisant une version étendue de la composition "sup-star" :

$$\mu_{\tilde{X}' \circ \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(y) = \sqcup_{\mathbf{x} \in \tilde{X}'} [\mu_{\tilde{X}'}(\mathbf{x}) \sqcap \mu_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\mathbf{x}, y)] \quad (I.17)$$

Nous utilisons une fuzzification par singleton, c'est à dire que l'ensemble flou \tilde{X}' a un degré d'appartenance égal à 1 pour $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ et égal à zéro pour toutes les autres entrées ($\mathbf{x} \neq \mathbf{x}'$), par conséquent la relation (I.17) se réduit à :

$$\mu_{\tilde{X}' \circ \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(y) = \mu_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\mathbf{x}', y) \quad (I.18)$$

Nous remplaçons $\tilde{X}' \circ \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l$ par l'ensemble \tilde{B}^l , correspondant à l'ensemble de sortie pour la $l^{\text{ème}}$ règle. La relation (I.18) est réécrite comme:

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l}(\mathbf{x}') \sqcap \mu_{\tilde{G}^l}(y) \quad (I.19)$$

Généralement, pour cette relation, on utilise le produit ou le minimum, correspondants à l'opération "meet" sous le produit T-norme ou le minimum T-norme respectivement.

L'expression (I.19) peut être réécrite comme suit :

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \sqcap \mu_{\tilde{F}_2^l}(x_2) \sqcap \dots \sqcap \mu_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \sqcap \mu_{\tilde{G}^l}(y) = \mu_{\tilde{G}^l}(y) \sqcap [\sqcap_{i=1}^p \mu_{\tilde{F}_i^l}(x_i)] \quad (I.20)$$

1.5.5 Module de traitement de la sortie

Le module de traitement de la sortie se compose de deux blocs, le réducteur de type et l'interface de défuzzification.

1.5.6 Réduction de type :

La réduction de type prend en considération plus d'information au sujet des incertitudes des règles que la valeur défuzzifiée (un nombre). Cependant, cette opération nécessite des calculs intensifs, à l'exception des SFT-2 type intervalle pour les quels il existe une procédure simple pour la mise en oeuvre de la réduction de type.

Parmi les méthodes de réduction de type utilisées on cite :

- La réduction de type par le centre de gravité.
- La réduction de type par la hauteur.
- La réduction de type par le centre des ensembles.

I.5.7 Défuzzification

A la fin de l'étape de la réduction de type, on obtient un EFT-1, type réduit. Pour commander les systèmes, il est nécessaire de transformer l'ensemble type réduit en une valeur numérique bien déterminée.

Parmi les méthodes utilisées pour la défuzzification, on cite la défuzzification par le centre de gravité.

$$C_{\tilde{Y}}(x) = \frac{\sum_{k=1}^N y_k \mu_{\tilde{Y}}(y_k)}{\sum_{k=1}^N \mu_{\tilde{Y}}(y_k)} \quad (\text{I.21})$$

I.6 Systèmes flous de type-2 intervalles :

L'ensemble flou de type-2 dont l'univers de discours est X , noté \tilde{A} , est caractérisé par une fonction d'appartenance $\mu_{\tilde{A}}(x)$ qui peut être considérée comme une fonction d'appartenance secondaire. Cette dernière est un ensemble flou de type-1 dans $[0,1]$.

$f_x(u)$ est un degré d'appartenance secondaire tel que $0 \leq f_x(u) \leq 1$. Le domaine de la fonction d'appartenance secondaire est appelé l'appartenance primaire de x .

$\mu \in J_x \subseteq [0,1]$; μ est l'ensemble flou dans $[0,1]$ [Men-07-a][Wu-09].

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) x = \int_{x \in X} \left[\int_{\mu \in J_x} f_x(\mu) / x \right] / x \quad J_x \subseteq [0,1] \quad (\text{I.22})$$

Lorsque $f_x(u) = 1$, $\mu \in J_x \subseteq [0,1]$, dont les fonctions d'appartenance secondaires sont des ensembles flous de type intervalle, $\mu_{\tilde{A}}(x)$ dans l'équation (I.22) est appelée la fonction d'appartenance de type intervalle. L'équation (I.22) peut être réécrite comme suit:

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) x = \int_{x \in X} \left[\int_{\mu \in J_x} 1 / \mu \right] / x \quad J_x \subseteq [0,1] \quad (\text{I.23})$$

Généralement, les systèmes flous de type-2 engendrent des calculs complexes. Cependant, l'utilisation des fonctions d'appartenance de type intervalle réduit énormément cette complexité.

I.6.1 Inférence des systèmes flous de type-2 intervalle

Les éléments théoriques de base de ces systèmes sont détaillés dans les travaux de Mendel. Dans ce qui va suivre on se contentera de bref aperçu **[mok-07]**.

Dans un système flou type-2 intervalle utilisant une fuzzification par singleton, le ‘‘meet’’ sous le minimum ou le produit t-norme, le degré d’activation $F^l \equiv [\underline{f}^l, \overline{f}^l]$ de la l^{ieme} règle est donné par :

$$\underline{f}^l = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \dots * \underline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (I.24)$$

$$\overline{f}^l = \overline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \dots * \overline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (I.25)$$

L’ensemble conséquent de la l^{ieme} règle à une appartenance **[Lia-00-b]** :

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \int_{b^l \in [\underline{f}^l * \underline{\mu}_{\tilde{G}^l}(y), \overline{f}^l * \overline{\mu}_{\tilde{G}^l}(y)]} 1/b^l, y \in Y \quad (I.26)$$

où $\underline{\mu}_{\tilde{G}^l}(x)$ et $\overline{\mu}_{\tilde{G}^l}(x)$ sont les degrés d’appartenance supérieur et inférieur de $\mu_{\tilde{G}^l}(x)$.

L’ensemble $\mu_{\tilde{B}}(y)$, qui est l’union de tous les ensembles conséquents, est obtenu par :

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \int_{b \in [\underline{f}^1 * \underline{\mu}_{\tilde{G}^1}(y) \vee \dots \vee \underline{f}^M * \underline{\mu}_{\tilde{G}^M}(y), \overline{f}^1 * \overline{\mu}_{\tilde{G}^1}(y) \vee \dots \vee \overline{f}^M * \overline{\mu}_{\tilde{G}^M}(y)]} 1/b \quad y \in Y \quad (I.27)$$

I.7 Introduction aux systèmes flous de type-2 de Tanaka-Sugeno-Kang

Les modèles flous de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) sont proposés afin d’optimiser la précision globale de l’apprentissage ainsi que de maintenir l’intelligibilité des modèles locaux. Ce type de modèle flou est très intéressant pour la représentation de systèmes non linéaires tels que les systèmes électriques, mécaniques ou chaotiques.

Le modèle de logique floue proposée par Takagi et Sugeno est décrit par des règles floues « Si...Alors » qui représentent localement des relations linéaires d’entrée-sortie d’un système. La caractéristique principale d’un modèle flou de Takagi -Sugeno est d’exprimer la dynamique locale de chaque implication floue (Règle générale) par un modèle de système linéaire. Le modèle flou global du système est obtenu par ‘‘combinaison’’ des modèles flous de systèmes linéaires. En fait, il est prouvé que les modèles flous de Takagi-Sugeno sont des approximateurs universels de tout système non linéaire **[Tan-01]**

La structure générale du modèle de TSK de type intervalle est définie comme suit:

i^{ieme} règle : si x_1 est \tilde{F}_1^i et x_2 est \tilde{F}_2^i est ... x_n et \tilde{F}_n^i Alors

$$y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + a_2^i x_2 + \dots + a_n^i x_n \quad (I.28)$$

où $i = (1 \dots M)$, \tilde{F} représente l'ensemble flou de type-2 intervalle de l'état d'entrée j dans la règle i , $x_1 \dots x_n$ sont des entrées, a_0, \dots, a_n sont les coefficients des polynômes de sortie pour la règle i (et par conséquent sont scalaires), y^i est la sortie de la $i^{\text{ème}}$ règle, et M est le nombre des règles.

I.8 Introduction aux inégalités matricielles linéaires (LMI)

Depuis quelques années, de nombreux travaux ayant pour principal objectif de réduire une grande variété de problèmes de synthèse ou d'analyse à des problèmes d'optimisation convexe impliquant des LMI a vu le jour. Parallèlement, des méthodes efficaces de résolution des problèmes d'optimisation convexes ont été développées. Ces méthodes, appelées méthodes de point-intérieur, développées initialement par Karmarkar [**Karm-84**] pour la programmation linéaire, furent étendues ensuite par Nesterov et Nemirovskii [**Nest-94**] au cas de la programmation convexe dans l'espace des matrices définies positives.

L'approche d'inégalités matricielles, et en particulier l'approche LMI sont de plus en plus utilisées en automatique. Parmi les raisons de son succès, on peut citer :

- L'existence de méthodes de résolution numérique efficaces (coût polynomial)
- La possibilité de reformuler de nombreux problèmes d'analyse : (stabilité, certaines performances, etc.) en termes de LMI
- La capacité de traiter des problèmes à données incertaines en commande robuste, qui a joué pour beaucoup dans l'essor de cette approche ces dernières années.

I.9 Etat de l'art sur la stabilité des systèmes flous de type-2

I.9.1 Rappel sur la stabilité

D'une manière très qualitative et intuitive, la stabilité d'un système est la capacité de ce dernier à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il en est ponctuellement écarté. Le but de cette section est de préciser la notion de stabilité au sens de Lyapunov.

La méthode de Lyapunov a été proposée en 1892 dans le cadre de l'étude de la stabilité des systèmes mécaniques [**Els-05**]. Il s'agit de construire une fonction $V(x)$ de l'état x du système telle que le signe de cette fonction et de sa dérivée temporelle dans un certain voisinage du point d'équilibre donne une information sur la stabilité de système.

La théorie de Lyapunov affirme que l'origine est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable pour le système dynamique autonome à temps continu $\dot{x} = f(x)$

s'il existe une fonction $V(x)$ positive telle que sa dérivée négative pour tout x non nul et telle que $V(0)=0$ et $V(\infty)=\infty$. Un résultat équivalent existe dans le cas des systèmes discrets.

Une fonction $V(x)$ est appelée fonction de Lyapunov du système dynamique. La notion de fonction de Lyapunov est liée à celle de région trajectoire qui y commence converge vers l'origine. Si un système est globalement asymptotiquement stable, alors la région d'attraction de l'origine est tout l'espace d'état. On veut déterminer une région d'attraction où la convergence des trajectoires vers l'origine ou vers un point est garantie.

La classe de fonctions de Lyapunov que l'on utilisera tout au long de ce mémoire et celle des fonctions quadratiques de la forme: $V(x) = x^T P x$.

Cette fonction est définie positive si P est une matrice symétrique définie positive, c'est-à-dire dont toutes les valeurs propres (réelles) sont positives: $P=P^T, P > 0$. Dans le cas de système linéaire autonome $\dot{x} = Ax$, une condition nécessaire est suffisante pour que la dérivée $\dot{V}(x) = x^T (A^T P + PA)x$ soit négative consiste à trouver une matrice P telle que l'inégalité matricielle $A^T P + PA < 0$ soit vérifiée. De façon équivalente, on peut choisir une matrice $Q=Q^T, Q > 0$ quelconque et résoudre l'équation matricielle:

$$A_i^T P + PA_i = -Q_i, \quad i = \{1, \dots, n\}$$

où Q_i sont symétriques et définies positives.

Dans [Elo-09], on présente l'application de la méthode directe de Lyapunov à l'analyse de stabilité des systèmes commandés par les contrôleurs flous de type-2.

La méthode est une extension de la méthode proposée pour les systèmes flous de type-1. Elle est habituellement appliquée à des systèmes décrits par des équations d'état et commandés par des contrôleurs flous utilisant les variables d'état comme entrées.

La méthode proposée permet de modifier la base des règles du contrôleur de telle sorte que le système commandé soit stable dans la plage de fonctionnement définie par les variables de contraintes de manipulation.

1.9.2 Méthode de Lyapunov pour l'analyse de stabilité des systèmes flous de type-2

Un CLF de type-2 est défini juste comme un CLF de type-1, il contient quatre composants : fuzzificateur, base des règles et mécanisme d'inférence, et la sortie du contrôleur.

La sortie d'un contrôleur flou de type-1 est juste défuzzificateur, alors que la sortie d'un contrôleur flou de type-2 contient deux modules : le réducteur de type et le défuzzificateur.

L'ensemble flou de type-2 \tilde{A} est caractérisé par une fonction d'appartenance de type-2. L'incertitude des appartenances primaires de l'ensemble flou de type-2 se compose d'une région imbriquée qui s'appelle le FOU qui caractérise les ensembles flous de type-2 est l'union de toutes les fonctions d'appartenance primaires. Il est associé aux concepts des fonctions d'appartenance inférieure et supérieure qui modélisent les incertitudes dans la forme et la position de l'ensemble flou de type-1.

L'application de la méthode de stabilité de Lyapunov proposée dans [Wan-99-b] pour les systèmes commandés par des contrôleurs flous de type-2 doit tenir compte à la forme des ensembles flous de type-2 en considérant les fonctions d'appartenance supérieure seulement, puisque la gamme d'appartenance inférieure est incluse dans la supérieure.

Si des ensembles flous ont besoin d'être changés afin de concevoir un système stable, les fonctions d'appartenance supérieures doivent seulement être modifiées.

1.9.3 Etat de l'art sur la stabilité des systèmes de commande flous

Dans [San-03] et [San-04], les auteurs proposent une nouvelle approche pour l'analyse de stabilité des systèmes flous discrets de Sugeno de type-2. La nouvelle approche utilise des arguments semblables à ceux de la théorie traditionnelle de stabilité de Lyapunov avec des fonctions définies positives et négatives qui sont remplacées par des fonctions floues positives et négatives respectivement. Pour cette classe des systèmes flous, nous dérivons des nouvelles conditions de stabilité : stabilité asymptotique et stabilité exponentielle

La contribution principale de ce travail est d'éliminer la contrainte de la fonction commune de Lyapunov.

L'analyse de la stabilité et la synthèse du système de commande linguistique flou de type-2 (de type Singleton) ont été abordées dans [Kim-04]. Tout d'abord, les auteurs ont donné les théorèmes de stabilité pour les deux cas en temps discret et en temps continu à base des inégalités matricielles bilinéaires (BMIs). Ils ont présenté ensuite des méthodes itératives d'inégalités matricielles linéaires discrètes et continues et ce pour obtenir une solution faisable des conditions de stabilité par BMIs. Ce qui est intéressant dans ce travail c'est que la méthode proposée peut être appliquée non seulement à l'analyse de la stabilité, mais aussi à la synthèse de contrôleurs flous de type-2. Celle-ci peut théoriquement garantir la stabilité du système en boucle fermée utilisant les équations de Lyapunov.

Dans [San-05], il est proposé une nouvelle approche pour l'analyse de stabilité du système flou discret de Sugeno de type II et III. La nouvelle approche utilise des arguments similaires à la théorie de stabilité traditionnelle de Lyapunov, ainsi des fonctions définies positives et négatives sont remplacées par des fonctions floues définies positives et négatives.

Dans ce travail les auteurs ont présenté un système flou équivalent à une composition de deux systèmes flous. Ils ont utilisé cette composition et la fonction floue de Lyapunov pour dériver de nouvelles conditions de stabilité asymptotique des systèmes flous discrets de Sugeno de type II et de type III.

Les auteurs ont présenté l'historique de la stabilité des systèmes flous par l'application de la méthode directe de Lyapunov dans [Liu-06]. La première étude de l'application de la méthode de stabilité de Lyapunov pour les systèmes flous était présentée par Tanaka et Sano (1991), ils ont proposé une procédure pour construire la fonction de Lyapunov. Xiu et Ren (2005) ont discuté l'analyse de stabilité basée sur l'extension de la méthode de Lyapunov, et les techniques de conception pour les systèmes flous de Takagi –Sugeno.

Wong et Al (2000) ont proposé une procédure différente utilisée comme une base d'application pour les systèmes flous de type-2. Ils ont conclu que l'application de la méthode directe de Lyapunov pour les systèmes flous de type-2 est une extension de la méthode appliquée dans le type-1, prenant en compte les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure.

Dans [Cas-07], les auteurs ont utilisé la synthèse floue de Lyapunov telle qu'elle est proposée par Margaliot et Langholz pour construire un système de commande flou de type-1 stable utilisant l'approche de Lyapunov, puis ils ont fait une extension d'un système de commande flou de type-2, en assurant la stabilité et en prouvant la robustesse de la commande correspondante.

Dans [Xiu-08], les auteurs présentent l'analyse de stabilité et la conception des contrôleurs flous de type-2 dont les règles floues utilisent des conséquents comme Singletons. Premièrement, ils ont étudié en détail la structure analytique des contrôleurs flous de type-2 et déduit le modèle à deux entrées et une sortie. Deuxièmement, ils ont proposé une méthodologie pour l'analyse de stabilité des équations quadratiques de Lyapunov par morceaux du système bouclé par un contrôleur flou de type-2. Troisièmement, ils ont proposé des méthodes efficaces pour le concept des contrôleurs flous de type-2 stables.

L'application d'un contrôleur flou de type-2 pour un système non linéaire présente des bifurcations qui peuvent causer l'instabilité du système est présentée dans [Gal-08]. Une solution pratique pour une commande efficace est l'utilisation des contrôleurs à haute performance qui prennent en compte les incertitudes des processus. Un contrôleur flou de type-2 est testé par une simulation sur un système bio réacteur non linéaire qui se caractérise par une bifurcation transcritique.

Dans [Che-09], les auteurs ont utilisé les systèmes flous de type-2 intervalles pour modéliser un robot mobile. Ils ont développé une commande dynamique adaptative floue de type-2 intervalle en utilisant le mode glissant.

La stabilité du système est présentée par l'utilisation de l'analyse de Lyapunov.

Les auteurs ont développé dans [Zho-09] un nouveau contrôleur flou adaptatif de type-2 intervalle pour commander les systèmes incertains.

En se basant sur la méthode de Lyapunov, ils ont prouvé mathématiquement la stabilité et la convergence du système en boucle fermée et ont déduit les lois d'adaptation des paramètres ajustables.

Dans [Cas-09], les auteurs ont conçu les systèmes flous de type-2 pour évaluer les paramètres de croissance de la population. Les ensembles flous de type-2 intervalle ont été utilisés pour modéliser les incertitudes des ressources d'environnement. Le but de ce travail est de démontrer comment le système flou de type-2 intégré dans le modèle de croissance de la population peut faire une évaluation appropriée des paramètres demandés pour montrer que la croissance de la population a atteint un niveau stable équilibré.

L'objectif du travail dans [Lin-09] est de développer une nouvelle approche de contrôle adaptatif flou de type-2 intervalle pour la commande des systèmes incertains. Les auteurs ont présenté le système flou de type-2 qui est capable d'approximer toute fonction continue avec n'importe quel degré de précision donné. En utilisant la méthode de Lyapunov, ils ont prouvé mathématiquement la stabilité et la convergence du système en boucle fermée et ont déduit les lois d'adaptation. Le contrôleur ajuste les paramètres du système incertain pour suivre une trajectoire de référence donnée.

Dans [Tsu-09], les auteurs ont élaboré un contrôleur flou équipé d'un algorithme d'apprentissage pour un système non linéaire MIMO sous des perturbations externes. Dans ce travail un nouveau contrôleur adaptatif flou de type-2 intervalle est développé pour représenter les systèmes non linéaires MIMO sous des perturbations externes afin de traiter les données d'entraînement endommagées. Les règles linguistiques flous peuvent être directement incorporées dans le contrôleur, ce dernier assure la stabilité globale du système en boucle fermée.

Les auteurs ont proposé une nouvelle méthode pour l'identification des systèmes non linéaires dans [Mad-09], en utilisant quelques propriétés importantes des ondelettes comme: la compression, la résolution multiple ainsi que les concepts de la logique floue. Deux nouveaux réseaux d'ondelettes flous de type-2 (T2FWNs) sont proposés dans ce travail. Ces T2FWNs peuvent gérer les incertitudes de la règle d'une meilleure façon en utilisant les ensembles flous de type-2 dans la modélisation des systèmes.

La stabilité et la robustesse du système sont assurées par la synthèse de Lyapunov. Ils ont aussi exploré les propriétés des ondelettes et les systèmes flous pour gérer efficacement les incertitudes. Comme la stabilité du modèle est très dépendante de la formation du système, les auteurs ont utilisé l'approche de Lyapunov qui donne l'intervalle de variation des paramètres ayant une borne inférieure et supérieure dans les quelles le système est stable.

Dans [Chih-10], les auteurs ont utilisé un nouveau contrôleur flou adaptatif de réseau de neurone pour réduire les broutements et prouver la robustesse de la commande floue par mode glissant. L'utilisation de ce contrôleur donne des résultats plus efficaces en présence des incertitudes et des perturbations externes. La stabilité de la commande proposée est réalisée en utilisant la méthode de Lyapunov.

Les auteurs ont proposé une nouvelle méthode du mécanisme d'inférence dans [Men-10] pour les systèmes flous de type-2 intervalle de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) lorsque les antécédents sont des ensembles flous de type-2 et les conséquents sont de type-0. Le mécanisme d'inférence proposé est appliqué dans une boucle fermée du système ce qui donne la possibilité d'analyser la stabilité de ces systèmes flous. Ce travail traite des applications de commande dans le cas où : i) les systèmes flous utilisent le modèle de TSK. ii) le contrôleur utilise les systèmes flous de TSK de type-2 intervalle. Dans les deux cas, les conditions de stabilité suffisantes en boucle fermée sont dérivées. En outre, des algorithmes basés sur la

technique des inégalités matricielles linéaires sont développés pour satisfaire les conditions de stabilité.

Dans [Tsu-10], les auteurs ont développé un nouveau observateur à base d'un contrôleur flou adaptatif de type-2 intervalle, afin de traiter les données corrompues par les incertitudes où le bruit pour les systèmes non linéaires MIMO, en utilisant des descriptions floues pour modéliser le système. En se basant sur le théorème d'approximation universelle, les auteurs ont proposé un contrôleur flou équipé d'un algorithme d'apprentissage garantissant la stabilité du système en boucle fermée.

Dans [Lin-10], les auteurs ont présenté un nouveau contrôleur flou de type-2 intervalle dans lequel les règles linguistiques de la commande floue peuvent être directement incorporées. En se basant sur le critère de stabilité de Lyapunov, la stabilité des systèmes chaotiques est assurée et leurs paramètres peuvent être ajustés et adaptés en line, ce qui réduit le phénomène de broutement et les perturbations externes des systèmes.

Les auteurs ont dérivé les modules d'une seule règle d'entrée basés sur les systèmes flous de type-2 en boucle fermée dans [Li-10]. Ensuite, ils ont calculé la matrice Jacobéenne des modules d'une seule entrée basée sur les systèmes flous de type-2, qui est une étape fondamentale à l'analyse de stabilité.

Dans [Fad-10], les auteurs présentent trois conditions de stabilité suffisantes pour les systèmes flous de type-2 de TSK. Le principal avantage de ces nouvelles conditions, c'est qu'elles ne nécessitent pas l'existence d'une matrice commune de Lyapunov et sont donc applicables aux systèmes dont les conséquents des règles floues sont instables. Les conditions sont établies pour la stabilité au sens de Lyapunov.

Une nouvelle architecture d'un contrôleur flou de type-2 intervalle est proposée dans [Liu-10] pour résoudre les problèmes de commande non linéaire des systèmes de suspension des véhicules actifs. Les auteurs ont intégré le modèle de Takagi-Sugeno, le raisonnement flou avec des systèmes flous de type-2 intervalle, la méthode d'incertitude Wu-Mendel, et des algorithmes d'optimisation pour présenter les systèmes non linéaires. Une analyse de stabilité de l'approche proposée a été présentée au sens de Lyapunov.

Dans [Ham-10], les auteurs ont traité la synthèse d'un contrôleur flou de type-2 par mode glissant de second ordre des systèmes non linéaires multi entrée multi sortie d'ordre n (MIMO) et soumis à des perturbations externes. Pour synthétiser un modèle flou nominal global, des modèles locaux liés à certains points de fonctionnement ont été utilisés, afin d'éliminer la contrainte sur la connaissance du modèle du système. Les systèmes flous adaptatifs de type-2 ont été introduits pour générer les signaux super torsion afin d'éviter à la fois les broutements et la contrainte de la connaissance des bornes supérieures des perturbations et des incertitudes. Ces systèmes flous adaptatifs de type-2 sont ajustés en ligne par des lois d'adaptation déduites de l'analyse de stabilité au sens de Lyapunov.

Dans ce contexte, on se propose de:

- Présenter et développer une analyse de stabilité des systèmes de commande basés sur les systèmes flous de type-2 intervalle. Pour ce faire, un modèle flou de type-2 intervalle de Takagi-Sugeno (T-S), qui peut être considéré comme une collection de modèles flous de type-1 de T-S, est proposé pour représenter le système non linéaire. A l'aide des fonctions d'appartenance supérieure et inférieure, les incertitudes paramétriques du système sont efficacement prises en charge. En se basant sur l'information de l'empreinte d'incertitude, des fonctions d'appartenance sont développées avec des conditions qui permettent l'introduction des matrices de relâchement pour manipuler les incertitudes paramétriques dans l'analyse de stabilité. Par la suite, les conditions de stabilité sont exprimées en terme d'inégalités matricielles linéaires (LMIs), en utilisant l'approche de Lyapunov afin d'assurer la stabilité du système.

- Présenter trois mécanismes d'inférence, et d'appliquer l'un d'entre eux proposées initialement, pour les modèles de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) A2-C0 de type-2, pour dériver les conditions suffisantes nécessaires à la conception d'un système flou de type-2 stable.

- Présenter des exemples de simulations, sous l'environnement Matlab, pour valider la stabilité des systèmes de commande flous de type-2.

I.10 Conclusion

Dans ce chapitre plusieurs notions de base de la théorie de la logique floue type-2 ont été présentées telles que, les propriétés des ensembles flous, les opérations sur ces ensembles, les relations floues et leur composition.

La structure des systèmes flous de type-2 ainsi que le fonctionnement de leurs différents blocs constitutants ont été détaillés. Le bloc de défuzzification dans le cas des systèmes flous type-2 contient un module supplémentaire qui consiste en une réduction de type. Différentes méthodes de réalisation de cette réduction de type ont été exposées. Ensuite nous avons présenté les systèmes flous de type-2 intervalle (définition, mécanisme d'inférence et réduction de type). Enfin, nous avons donné un état de l'art sur la stabilité des systèmes flous de type-2.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier l'analyse de stabilité des systèmes de commande basée sur les modèles flous de type-2. Un modèle flou de Takagi-Sugeno de type-2 intervalle qui peut être considéré comme une collection de modèles flous de type-1, est proposé pour représenter les systèmes non linéaires. Un exemple de simulation (pendule inversé) est réalisé pour bien illustrer la proche proposée.

CHAPITRE II

ANALYSE DE STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS DE TYPE-2 INTERVALLE

ANALYSE DE STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS DE TYPE-2 INTERVALLE

II.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons généraliser le résultat d'analyse préliminaire dans [Lam-05] aux systèmes de commande basés sur un modèle flou de type-2 intervalle. Ce dernier est proposé pour représenter le système non linéaire sujet aux incertitudes paramétriques qui peuvent être prises en charge en utilisant les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure. Le modèle flou de Takagi-Sugeno (T-S) de type-2 intervalle peut être considéré comme une collection de modèles flous de (T-S) de type-1. L'information contenue dans le (FOU) élimine la possibilité de conserver les résultats d'analyse de stabilité du système basé sur un modèle flou de type-1. Pour faciliter l'analyse de stabilité nous utilisons les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure afin d'implanter un contrôleur flou de type-2 intervalle. En se basant sur cette information, nous introduisons des matrices de relâchement pour alléger le conservatisme de résultat d'analyse de stabilité. En utilisant le théorème de Lyapunov, les conditions de stabilité en termes LMIs sont dérivées pour aboutir à un système de commande stable qui se base sur un modèle flou de type-2 intervalle.

Dans ce qui suit, nous allons présenter un modèle flou de (T-S) de type-2 intervalle et un contrôleur flou de type-2. Ensuite, nous utilisons le théorème de Lyapunov pour dériver les conditions de stabilité en termes LMIs en introduisant des matrices de relâchement. A la fin, deux exemples de simulation sont présentés pour illustrer l'approche proposée [Feng-06] [Gal-08].

II.2 Modélisation des systèmes flous non linéaires

Un système non linéaire sujet aux incertitudes paramétriques est représenté par un modèle flou de T-S de type-2 intervalle. Un contrôleur flou de type-2 intervalle est proposé en boucle fermée pour former un système de commande basé sur un modèle flou de T-S de type-2 intervalle.

a) Modèle flou de T-S de type-2 intervalle :

Nous considérons un modèle flou de T-S de type-2 intervalle [Lia-00-b] [Men-07-a] avec P règle dont les antécédents sont des ensembles flous de type-2 et le conséquent est un nombre (système linéaire dynamique). La règle est de la forme suivante :

$$\text{Règle } i : \text{ si } f_1(x(t)) \text{ est } \tilde{M}_1^i \text{ et, \dots, et } f_\Psi(x(t)) \text{ est } \tilde{M}_\Psi^i \text{ alors } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad (\text{II.1})$$

où \tilde{M}_α^i est un ensemble flou de type-2 intervalle de la règle qui correspond à la fonction $f_\alpha(x(t))$, $\alpha = 1, 2, \dots, \Psi$; Ψ est un nombre entier positif. $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ sont des matrices d'entrée du système, respectivement. $x(t) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ est le vecteur d'état du système et $u(t) \in \mathfrak{R}^{m \times 1}$ est le vecteur d'entrée. Le mécanisme d'inférence de la ième règle est l'ensemble suivant :

$$\tilde{\omega}_i(x(t)) = [\omega_i^L(x(t)), \omega_i^U(x(t))], \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (\text{II.2})$$

où:

$$\omega_i^L(x(t)) = \underline{\mu}_{\tilde{M}_1^i}(f_1(x(t))) \times \underline{\mu}_{\tilde{M}_2^i}(f_2(x(t))) \times \dots \times \underline{\mu}_{\tilde{M}_\Psi^i}(f_\Psi(x(t))) \geq 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\omega_i^U(x(t)) = \bar{\mu}_{\tilde{M}_1^i}(f_1(x(t))) \times \bar{\mu}_{\tilde{M}_2^i}(f_2(x(t))) \times \dots \times \bar{\mu}_{\tilde{M}_\Psi^i}(f_\Psi(x(t))) \geq 0 \quad (\text{II.4})$$

Dans le quel $\underline{\mu}_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \in [0, 1]$ et $\bar{\mu}_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \in [0, 1]$ représentent les degrés inférieur et supérieur de l'appartenance gouvernés par les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure respectivement.

En outre, elle présente la propriété $\bar{\mu}_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \geq \underline{\mu}_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x(t)))$. Cela mène à $\omega_i^U(x(t)) \geq \omega_i^L(x(t))$ quelque soit i.

Le modèle flou inféré de T-S de type-2 intervalle est défini comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^p \omega_i^L(x(t)) \underline{\nu}_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) + \sum_{i=1}^p \omega_i^U(x(t)) \bar{\nu}_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ &= \sum_{i=1}^p \omega_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

avec $\omega_i(x(t)) = \omega_i^L(x(t)) \underline{\nu}_i(x(t)) + \omega_i^U(x(t)) \bar{\nu}_i(x(t)) \in [0, 1]$

$$\sum_{i=1}^p \omega_i(x(t)) = 1 \quad (\text{II.6})$$

où $\underline{\nu}_i(x(t)) \in [0, 1]$ et $\bar{\nu}_i(x(t)) \in [0, 1]$ sont des fonctions non linéaires qui présentent la propriété $\underline{\nu}_i(x(t)) + \bar{\nu}_i(x(t)) = 1$ quelque soit i. Les fonctions $\underline{\nu}_i(x(t))$ et $\bar{\nu}_i(x(t))$ sont

connues (égal 0.5) dans **[lia-00-b]**. Comme le système non linéaire est sujet aux incertitudes paramétriques $\underline{\nu}_i(x(t))$ et $\bar{\nu}_i(x(t))$ ne sont pas nécessairement connues. Il est à noter que le modèle flou de T-S de type-2 intervalle sert à faciliter la conception d'un contrôleur flou de type-2. En se référant au modèle flou de type-2 de (II.5), les fonctions inconnues de $\underline{\nu}_i(x(t))$ et $\bar{\nu}_i(x(t))$ mènera à $\omega_i(x(t))$ de devenir incertain.

En conséquence, l'analyse de stabilité dans **[Sug-88]** et **[Sal-07]**, qui exige que $\omega_i(x(t))$ soit connu quelque soit i , ne peut pas être appliqué pour étudier la stabilité du système et concevoir le contrôleur flou.

Dans ce chapitre, les fonctions supérieure et inférieure fournissent des informations supplémentaires pour faciliter la conception du contrôleur flou de type-2 et l'analyse de stabilité.

Un simple exemple est donné ci-dessous pour illustrer le modèle flou de T-S de type-2 intervalle. Considérons un système scalaire simple où $a(t)$ est le sujet au paramètre incertain suivant:

$$\dot{x}(t) = \sin(a(x(t))x(t))x(t) \quad (\text{II.7})$$

où $x(t) \in [-2, 2]$ est l'état de système, il est supposé que $a(x(t)) = (x(t)^2 + 1)/10$ a des limites connues de $\underline{a} \leq a(x(t)) \leq \bar{a}$, où $\underline{a} = 0.1$ et $\bar{a} = 0.5$ sont des limites inférieure et supérieure fixes de $a(x(t))$, respectivement. A partir de l'équation (II.7) nous pouvons constater que les limites supérieure et inférieure de $\sin(a(x(t))x(t))$ sont -1 et +1, respectivement. En suivant la manière proposée pour dériver le modèle flou de type-1 et dénotant les fonctions d'appartenance comme :

$\mu_{M_1^1}(x(t), a(x(t)))$ et $\mu_{M_1^2}(x(t), a(x(t))) = 1 - \mu_{M_1^1}(x(t), a(x(t)))$, nous avons:

$\mu_{M_1^1}(x(t), a(x(t)))(-1) + (1 - \mu_{M_1^1}(x(t), a(x(t))))(1) = \sin(a(x(t))x(t))$. En développant les termes nous obtenons:

$$\mu_{M_1^1}(x(t), a(x(t))) = (1 - \sin(a(x(t))x(t))) / 2 \text{ et } \mu_{M_1^2}(x(t), a(x(t))) = (1 + \sin(a(x(t))x(t))) / 2 .$$

Considérons $a(x(t))$ une constante. Pour décrire le système de l'équation (II.7), nous avons la règle **[Tan-01]** du système flou de type-1:

$$\text{Règle } i: \text{ si } x(t) \text{ est } M_1^i; \text{ alors } \dot{x}(t) = A_i x(t), \quad i = 1, 2 \quad (\text{II.8})$$

où M_1^1 et M_1^2 sont des ensembles flous de type-1; $A_1 = -1$ et $A_2 = 1$.

Le modèle flou de type-1 **[Tan-01]** est défini comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \omega_i(x(t)) A_i(x(t)) \quad (\text{II.9})$$

Les degrés normalisés des fonctions d'appartenance sont définis par $\omega_i(x(t)) = \mu_{M_i^1}(x(t)) / (\mu_{M_1^1}(x(t)) + \mu_{M_2^1}(x(t)))$, $i=1,2$

Comme $a(x(t))$ est supposé constant, ce n'est pas un paramètre des fonctions du système flou de type-1.

La figure II.1(a) montre les fonctions d'appartenance de type-1: $\mu_{M_i^1}(x(t), a(x(t))) = (1 - \sin(a(x(t))x(t))) / 2$, pour différentes valeurs de $a(x(t))$.

Quand $a(x(t))$ est considéré comme une valeur incertaine dans la plage \underline{a} et \bar{a} ; il peut être imaginé que $\mu_{\tilde{M}_i^1}(x(t))$ n'est plus un nombre, mais peut être caractérisée par les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure de $\underline{\mu}_{\tilde{M}_i^1}(x(t))$ et $\bar{\mu}_{\tilde{M}_i^1}(x(t))$, respectivement.

Sous une telle situation, un modèle flou de type-2 est illustré pour représenter le système non linéaire de l'équation (II.7) sujet au paramètre d'incertitude $a(x(t))$. Avec les informations des fonctions d'appartenance de type-1, les fonctions supérieure et inférieure peuvent être obtenues comme suit: Nous avons $\underline{\mu}_{\tilde{M}_i^1}(x(t)) \leq \mu_{\tilde{M}_i^1}(x(t), a(x(t))) \leq \bar{\mu}_{\tilde{M}_i^1}(x(t))$, où:

$$\underline{\mu}_{\tilde{M}_1^1}(x(t)) = \begin{cases} (1 - \sin(0.1x(t))) / 2 \\ (1 - \sin(0.5x(t))) / 2 \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

$$\bar{\mu}_{\tilde{M}_1^1}(x(t)) = \begin{cases} (1 - \sin(0.5x(t))) / 2 \\ (1 - \sin(0.1x(t))) / 2 \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

D'une manière similaire, nous avons $\underline{\mu}_{\tilde{M}_2^1}(x(t)) \leq \mu_{\tilde{M}_2^1}(x(t), a(x(t))) \leq \bar{\mu}_{\tilde{M}_2^1}(x(t))$, où:

$$\underline{\mu}_{\tilde{M}_2^1}(x(t)) = \begin{cases} (1 + \sin(0.5x(t))) / 2 \\ (1 + \sin(0.1x(t))) / 2 \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

$$\bar{\mu}_{\tilde{M}_2^1}(x(t)) = \begin{cases} (1 + \sin(0.1x(t))) / 2 \\ (1 + \sin(0.5x(t))) / 2 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Les règles de modèle flou de T-S de type-2 intervalle peuvent être représentées comme suit:

$$\text{Règle } i: \text{ si } x(t) \text{ est } \tilde{M}_1^i; \text{ alors } \dot{x}(t) = A_i x(t) \quad (\text{II.14})$$

A partir de l'équation (II.5) le modèle flou de T-S de type-2 intervalle pour le système non linéaire est défini comme suit:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 (\omega_i^L(x(t)) \underline{v}_i(x(t)) + \omega_i^U(x(t)) \bar{v}_i(x(t))) A_i(x(t)) \quad (\text{II.15})$$

où $\underline{\mu}_{\bar{M}_i}(x(t)) = \omega_i^L(x(t))$, et $\bar{\mu}_{\bar{M}_i}(x(t)) = \omega_i^U(x(t))$ quelque soit i . La figure II.1(b) montre la fonction d'appartenance intermédiaire de type-1, $\mu_{M_i}(x(t))$, avec $a(t)=0.35$ et les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure. La région entre les fonctions supérieure et inférieure s'appelle le « FOU ». En se basant sur les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure, nous pouvons reconstruire une fonction d'appartenance de type-1 entre elles avec l'introduction de $\underline{\nu}_i(x(t))$ et $\bar{\nu}_i(x(t))$. En se référant à la figure II.1(b), pour $x(t)=-1.5$, les degrés d'appartenance aux points A, B et C sont 0.8408, 0.7506, et 0.5747, respectivement.

Le degré d'appartenance au point B peut être représenté comme:

$0.7506=0.5747(0.3390)+0.8408(0.6610)$. Avec le même raisonnement, chaque point de la fonction d'appartenance, avec $a(t)=0.35$, peut être déterminé en se basant sur les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure.

En général, les fonctions d'appartenance intermédiaires peuvent être reconstruites et représentées sous forme d'une combinaison linéaire des fonctions d'appartenance supérieure et inférieure, $\omega_i^L(x(t))\underline{\nu}_i(x(t))+\omega_i^U(x(t))\bar{\nu}_i(x(t))$, où $\underline{\nu}_i(x(t))+\bar{\nu}_i(x(t))=1$, pour n'importe quelle valeur de $0.1 \leq a(x(t)) \leq 0.5$.

Dans l'exemple précédent, $\underline{\nu}_i(x(t))=0.3390$ et $\bar{\nu}_i(x(t))=0.6610$. Dans l'analyse de stabilité, nous avons les valeurs exactes de $\underline{\nu}_i(x(t))$ et $\bar{\nu}_i(x(t))$, et elles dépendent du paramètre d'incertitude $a(t)$.

Avec les ensembles flous de type-2 intervalle, les incertitudes paramétriques peuvent être prises en charge par les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure.

Par conséquent, un modèle flou de type-2 intervalle de T-S de l'équation (II.15) peut être utilisée pour décrire le système défini dans l'équation (II.7) avec le paramètre incertain $a(x(t))$.

Le modèle flou de type-2 intervalle de T-S défini dans l'équation (II.15) peut être vu comme une collection de modèles flous de type-2 intervalle de T-S où $a(x(t))$ prend différentes valeurs constantes.

Remarque1 : Les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure pour le modèle flou de T-S de type-2 intervalle ne sont pas uniques. En se référant à la figure II.1(b), nous constatons que l'empreinte de l'incertitude (FOU) peut être reconstruite entre les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure $\underline{\mu}_{\bar{M}_i}(x(t))$ et $\bar{\mu}_{\bar{M}_i}(x(t))$, respectivement. La région entre ces

fonctions d'appartenance peut être reproduite en se basant sur les fonctions non linéaires $\underline{\nu}_i(x(t))$ et $\bar{\nu}_i(x(t))$ [Lee-00] [Lin-05] [Liu-07].

Pour reconstruire la fonction d'appartenance à l'aide des fonctions non linéaires $\underline{\nu}_i(x(t))$ et $\bar{\nu}_i(x(t))$, nous considérons des fonctions d'appartenance supérieure et inférieure arbitraires dénotées par $\underline{\eta}_{M_1}(x(t))$ et $\bar{\eta}_{M_1}(x(t))$ qui satisfont les conditions:

$$\underline{\eta}_{M_1}(x(t)) \leq \underline{\mu}_{\tilde{M}_1}(x(t)) \text{ et } \bar{\eta}_{M_1}(x(t)) \geq \bar{\mu}_{\tilde{M}_1}(x(t)).$$

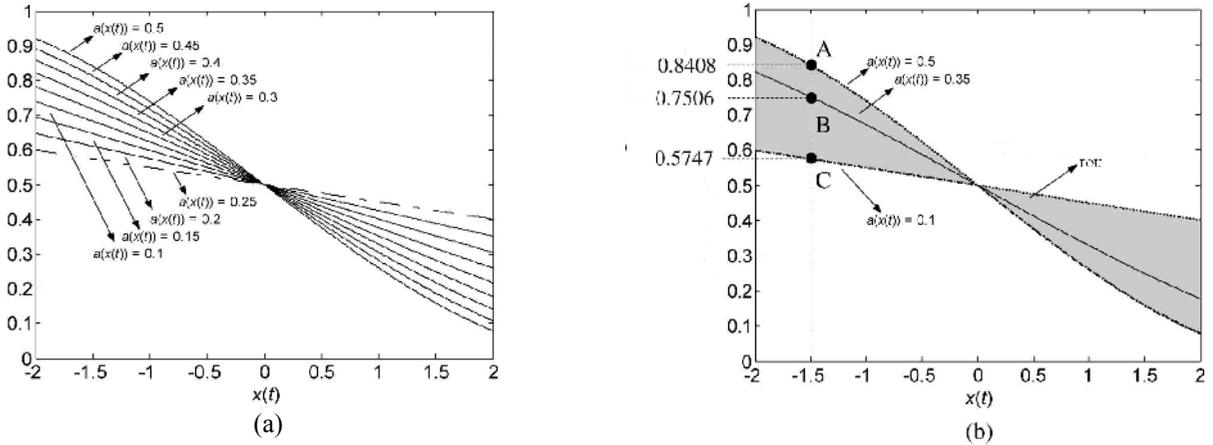


Fig. II.1 (a) Représentation de μ_{M_1} en variant $a(x(t))$. (b) Fonctions d'appartenance supérieure et inférieure du système.

a) Contrôleur flou de type-2 intervalle :

Un contrôleur flou de type-2 intervalle est proposé pour stabiliser le système non linéaire basé sur un modèle flou de type-2 intervalle de T-S de l'équation (II.5). La règle du contrôleur flou de type-2 intervalle est de la forme suivante :

$$\text{Règle } j : \text{ si } f_1(x(t)) \text{ est } \tilde{M}_1^j \text{ et, } \dots, \text{ et } f_\psi(x(t)) \text{ est } \tilde{M}_\psi^j \text{ alors } u(t) = G_j x(t) \quad (\text{II.17})$$

où $G_j \in \mathfrak{R}^{m \times n}$, $j = 1, 2, \dots, p$ sont les gains du retour d'état qui doivent être déterminés. La sortie inférée du contrôleur flou de type-2 intervalle est définie comme suit :

$$u(t) = \sum_{j=1}^p (\underline{\omega}_j(x(t)) + \bar{\omega}_j(x(t))) G_j x(t)$$

où:

$$\underline{\omega}_j(x(t)) = \frac{\omega_j^L(x(t))}{\sum_{k=1}^p (\omega_k^L(x(t)) + \omega_k^L(x(t)))} \geq 0$$

$$\bar{\omega}_j(x(t)) = \frac{\omega_j^U(x(t))}{\sum_{k=1}^p (\omega_k^U(x(t)) + \omega_k^L(x(t)))} \geq 0$$

avec $\sum_{j=1}^p (\underline{\omega}_j(x(t)) + \bar{\omega}_j(x(t))) = 1$. A partir de l'équation (II.17), nous pouvons constater que la réduction de type pour le contrôleur de type-2 intervalle est caractérisée par la moyenne des degrés d'appartenance normalisés.

II.3 Analyse de stabilité des systèmes de commande basés sur un modèle flou de type-2 intervalle :

Dans cette section, la stabilité du système de commande basé sur un modèle flou de type-2 intervalle est examinée. Les conditions de stabilité basées sur des LMIs sont dérivées en utilisant l'approche de Lyapunov.

Dans l'analyse suivante, $\omega_i(x(t))$, $\underline{\omega}_j(x(t))$, et $\bar{\omega}_j(x(t))$, sont notés comme ω_i , $\underline{\omega}_j$, $\bar{\omega}_j$, respectivement. En se basant sur la propriété des fonctions d'appartenance, nous avons $\sum_{i=1}^p \omega_i = \sum_{j=1}^p (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) = 1$. Pour continuer l'analyse de stabilité, nous considérons un système de commande formé par un modèle flou de type-2 intervalle de T-S de l'équation (II.5) et un contrôleur flou de type-2 de l'équation (II.17) en boucle fermée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^p \omega_i \left(A_i + B_i \sum_{j=1}^p (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) G_j \right) x(t) \\ &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) (A_i + B_i G_j) x(t) \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Pour étudier la stabilité du système de l'équation (II.18), nous considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = x(t)^T P x(t) \quad (\text{II.19})$$

où $P = P^T \in \mathfrak{R}^{n \times n} > 0$. A partir des équations (II.18) et (II.19), nous avons:

$$\dot{V}(t) = \dot{x}(t)^T P x(t) + x(t)^T P \dot{x}(t)$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) (A_i + B_i G_j) x(t) \right)^T P x(t) + x(t)^T P \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) (A_i + B_i G_j) x(t) \\
&= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) x(t) \times ((A_i + B_i G_j)^T P + P (A_i + B_i G_j)) x(t) \quad (\text{II.20})
\end{aligned}$$

Nous notons $X = P^{-1}$, $z(t) = X^{-1}x(t)$, et $G_j = N_j X^{-1}$, où $N_j \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ quelque soit j . L'équation (II.20) nous permet d'écrire:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) z(t)^T Q_{ij} z(t) \\
&= z(t)^T \Theta z(t) \quad (\text{II.21})
\end{aligned}$$

où $\Theta = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) Q_{ij}$, $Q_{ij} = A_i X + X A_i^T + B_i N_j + N_j^T B_i^T$.

Il est à noter que l'équation (II.21) peut représenter une forme générale des systèmes de commande flous pour plusieurs problèmes de formulation, par exemple, un système flou de commande avec taux d'affaiblissement, H_∞ [Liu-03] ou le concept de sortie du retour d'état. Une fois, nous obtenons la forme de l'équation (II.21), l'analyse de stabilité ci-dessous s'applique. A partir de l'équation (II.21), $\dot{V}(t) < 0$ implique la stabilité asymptotique du système de commande basé sur un modèle flou de type-2 intervalle de l'équation (II.18). Pour obtenir $\dot{V}(t) < 0$, il est exigé que $\Theta < 0$. Les conditions de stabilité pour $\Theta < 0$ sont dérivées. Pour continuer l'analyse de stabilité, en se basant sur la propriété des fonctions d'appartenance telles que : $\sum_{i=1}^p \omega_i = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^p \omega_i (\underline{\omega}_j + \bar{\omega}_j) = 1$, mène à $\sum_{i=1}^p (\omega_i - \underline{\omega}_i - \bar{\omega}_i) = 0$.

Nous avons:

$$\Xi = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\omega_i - \underline{\omega}_i - \bar{\omega}_i) (\omega_j (M_j + M_j^T) + \underline{\omega}_j (V_j + V_j^T) + \bar{\omega}_j (\Lambda_j + \Lambda_j^T)) = 0 \quad (\text{II.22})$$

où $M_j \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $V_j \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, et $\Lambda_j \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ sont des matrices de relâchement pour le conservatisme du résultat de l'analyse de stabilité [Tei-03] [Tsu-09].

En développant le membre droit de l'équation (II.22), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\Xi = & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \omega_j (M_j + M_j^T) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \underline{\omega}_j (V_j + V_j^T - M_j - M_j^T) \\
& + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \bar{\omega}_j (\Lambda_j + \Lambda_j^T - M_j - M_j^T) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \underline{\omega}_j (V_j + V_j^T) \\
& - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \bar{\omega}_j (\Lambda_j + \Lambda_j^T + V_i + V_i^T) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\omega}_i \bar{\omega}_j (\Lambda_j + \Lambda_j^T) \quad (II.23)
\end{aligned}$$

Pour présenter quelques matrices de relâchement dans l'analyse de stabilité, les fonctions d'appartenance sont supposées satisfaire les inégalités suivantes :

$$-\omega_i + \rho_{i1} \underline{\omega}_i + \sigma_{i1} \bar{\omega}_i + \gamma_{i1} \geq 0 \quad \forall i, x(t), \text{ et les paramètres du système} \quad (II.24)$$

$$\omega_i - \rho_{i2} \underline{\omega}_i - \sigma_{i2} \bar{\omega}_i + \gamma_{i2} \geq 0 \quad \forall i, x(t), \text{ et les paramètres du système} \quad (II.25)$$

où ρ_{i1} , σ_{i1} , γ_{i1} , ρ_{i2} , σ_{i2} , et γ_{i2} sont des scalaires à déterminer.

Définissons $R_{ij} + R_{ij}^T \geq 0$, où $R_{ji} = R_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ de l'équation (II.24) et (II.25) nous avons :

$$\Phi = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (-\omega_i + \rho_{i1} \underline{\omega}_i + \sigma_{i1} \bar{\omega}_i + \gamma_{i1}) \times (\omega_j - \rho_{j2} \underline{\omega}_j - \sigma_{j2} \bar{\omega}_j + \gamma_{j2}) (R_{ij} + R_{ij}^T) \geq 0 \quad (II.26)$$

En développant le membre droit de l'équation (II.26), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\Phi = & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (-\omega_i \omega_j + \rho_{j2} \omega_i \underline{\omega}_j + \sigma_{j2} \omega_i \bar{\omega}_j - \omega_i \gamma_{j2}) (R_{ij} + R_{ij}^T) \\
& + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\rho_{i1} \underline{\omega}_i \omega_j - \rho_{i1} \underline{\omega}_i \rho_{j2} \underline{\omega}_j - \rho_{i1} \underline{\omega}_i \sigma_{j2} \bar{\omega}_j + \rho_{i1} \underline{\omega}_i \gamma_{j2}) (R_{ij} + R_{ij}^T) \\
& + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\sigma_{i1} \bar{\omega}_i \omega_j - \sigma_{i1} \bar{\omega}_i \rho_{j2} \underline{\omega}_j - \sigma_{i1} \bar{\omega}_i \sigma_{j2} \bar{\omega}_j + \sigma_{i1} \bar{\omega}_i \gamma_{j2}) (R_{ij} + R_{ij}^T) \\
& + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\gamma_{i1} \omega_j - \gamma_{i1} \rho_{j2} \underline{\omega}_j - \gamma_{i1} \sigma_{j2} \bar{\omega}_j + \gamma_{i1} \gamma_{j2}) (R_{ij} + R_{ij}^T)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \omega_j (R_{ij} + R_{ij}^T) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \underline{\omega}_j \rho_{i1} \rho_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) \\
&\quad - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\omega}_i \bar{\omega}_j \sigma_{i1} \sigma_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \underline{\omega}_j (\rho_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{i1} (R_{ji} + R_{ji}^T)) \\
&\quad + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \bar{\omega}_j (\sigma_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \sigma_{i1} (R_{ji} + R_{ji}^T)) \\
&\quad - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \bar{\omega}_j (\rho_{i1} \sigma_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{i2} \sigma_{i1} (R_{ji} + R_{ji}^T)) \\
&\quad - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \omega_j \left(\sum_{k=1}^p \gamma_{k2} (R_{ik} + R_{ik}^T) - \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} (R_{kl} + R_{kl}^T) \right) \\
&\quad + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \omega_j \sum_{k=1}^p \rho_{i1} \gamma_{k2} (R_{ik} + R_{ik}^T) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\omega}_i \omega_j \sum_{k=1}^p \sigma_{i1} \gamma_{k2} (R_{ik} + R_{ik}^T) \\
&\quad + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \omega_j \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \underline{\omega}_j \sum_{k=1}^p \rho_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) \\
&\quad - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \bar{\omega}_j \sum_{k=1}^p \sigma_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) \\
&= -\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \omega_j \left(R_{ij} + R_{ij}^T + \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} (R_{ik} + R_{ik}^T) - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} (R_{kl} + R_{kl}^T) \right) \\
&\quad - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \underline{\omega}_j \rho_{i1} \rho_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\omega}_i \bar{\omega}_j \sigma_{i1} \sigma_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) \\
&\quad + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \underline{\omega}_j \left(\rho_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) - \sum_{k=1}^p \rho_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) + \sum_{k=1}^p \rho_{j1} \gamma_{k2} (R_{jk} + R_{jk}^T) \right) \\
&\quad + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \bar{\omega}_j \left(\sigma_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \sigma_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) - \sum_{k=1}^p \sigma_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) + \sum_{k=1}^p \sigma_{j1} \gamma_{k2} (R_{jk} + R_{jk}^T) \right)
\end{aligned}$$

$$-\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \bar{\omega}_j \left(\rho_{i1} \sigma_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{i2} \sigma_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) \right) \quad (\text{II.27})$$

A partir des équations (II.21), (II.23), et (II.27), nous avons:

$$\begin{aligned} \Theta &\leq \Theta + \Xi + \Phi \\ &= -\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \omega_j \left(R_{ij} + R_{ij}^T + \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} (R_{ik} + R_{ik}^T) - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) - \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} (R_{kl} + R_{kl}^T) - M_j - M_j^T \right) \\ &\quad - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \underline{\omega}_j \left(\rho_{i1} \rho_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + V_j + V_j^T \right) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\omega}_i \bar{\omega}_j \left(\sigma_{i1} \sigma_{i2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \Lambda_j + \Lambda_j^T \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \underline{\omega}_j \left(\rho_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) - \sum_{k=1}^p \sigma_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^p \rho_{j1} \gamma_{k2} (R_{jk} + R_{jk}^T) + Q_{ij} + V_j + V_j^T - M_i - M_i^T \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i \bar{\omega}_j \left(\sigma_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \sigma_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^p \sigma_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) + \sum_{k=1}^p \sigma_{j1} \gamma_{k2} (R_{jk} + R_{jk}^T) + Q_{ij} + \Lambda_j + \Lambda_j^T - M_i - M_i^T \right) \\ &\quad - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\omega}_i \bar{\omega}_j \left(\rho_{i1} \sigma_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{i2} \sigma_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) + \Lambda_j + \Lambda_j^T + V_i + V_i^T \right) \quad (\text{II.28}) \end{aligned}$$

Définissons $S_{ij} = S_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $T_{ij} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $U_{ij} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $W_{ij} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $Y_{ij} = Y_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$,

et $Z_{ij} = Z_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$.

Nous avons:

$$S_{ii} < R_{ii} + R_{ii}^T + \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} (R_{ik} + R_{ik}^T) - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} (R_{ki} + R_{ki}^T) - \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} (R_{kl} + R_{kl}^T) - M_i - M_i^T$$

i=1,2,...,p (II.29)

$$\begin{aligned} S_{ij} + S_{ij}^T &\leq R_{ij} + R_{ij}^T + \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} (R_{ik} + R_{ik}^T) - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) \\ &\quad - 2 \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} (R_{kl} + R_{kl}^T) - M_j - M_j^T - M_i - M_i^T + R_{ij} \end{aligned}$$

$$+R_{ji}^T + \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} (R_{jk} + R_{jk}^T) - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} (R_{ki} + R_{ki}^T) \quad j=1,2,\dots,p; i < j \quad (\text{II.30})$$

$$T_{ij} + T_{ij}^T \geq \rho_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) - \sum_{k=1}^p \rho_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) \\ + \sum_{k=1}^p \rho_{j1} \gamma_{k2} (R_{jk} + R_{jk}^T) + Q_{ij} + V_j + V_j^T - M_i - M_i^T \quad i,j=1,2,\dots,p \quad (\text{II.31})$$

$$U_{ij} + U_{ij}^T \geq \sigma_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \sigma_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) - \sum_{k=1}^p \sigma_{j2} \gamma_{k1} (R_{kj} + R_{kj}^T) \\ + \sum_{k=1}^p \sigma_{j1} \gamma_{k2} (R_{jk} + R_{jk}^T) + Q_{ij} + \Lambda_j + \Lambda_j^T - M_i - M_i^T \quad i,j=1,2,\dots,p \quad (\text{II.32})$$

$$W_{ij} + W_{ij}^T \leq \rho_{i1} \sigma_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \rho_{i2} \sigma_{j1} (R_{ji} + R_{ji}^T) + \Lambda_j + \Lambda_j^T + V_i + V_i^T \quad i,j=1,2,\dots,p \quad (\text{II.33})$$

$$Y_{ii} < \rho_{i1} \rho_{i2} (R_{ii} + R_{ii}^T) + V_i + V_i^T, \quad i,j=1,2,\dots,p \quad (\text{II.34})$$

$$Y_{ij} + Y_{ij}^T \leq \rho_{i1} \rho_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + V_j + V_j^T + \rho_{j1} \rho_{i2} (R_{ji} + R_{ji}^T) + V_i + V_i^T \quad j=1,2,\dots,p; i < j \quad (\text{II.35})$$

$$Z_{ii} < \sigma_{i1} \sigma_{i2} (R_{ii} + R_{ii}^T) + \Lambda_i + \Lambda_i^T, \quad i,j=1,2,\dots,p \quad (\text{II.36})$$

$$Z_{ij} + Z_{ij}^T \leq \sigma_{i1} \sigma_{j2} (R_{ij} + R_{ij}^T) + \Lambda_j + \Lambda_j^T + \sigma_{j1} \sigma_{i2} (R_{ji} + R_{ji}^T) + \Lambda_i + \Lambda_i^T \quad j=1,2,\dots,p; i < j \quad (\text{II.37})$$

A partir des équations (II.28)-(II.37), nous avons:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & - \sum_{i=1}^p \omega_i^2 z(t)^T S_{ii} z(t) - \sum_{j=1}^p \sum_{i < j}^p \omega_i \omega_j z(t)^T (S_{ij} + S_{ij}^T) z(t) \\ & - \sum_{i=1}^p \underline{\omega}_i^2 z(t)^T Y_{ii} z(t) - \sum_{j=1}^p \sum_{i < j}^p \underline{\omega}_i \underline{\omega}_j z(t)^T (Y_{ij} + Y_{ij}^T) z(t) \\ & - \sum_{i=1}^p \underline{\omega}_i^2 z(t)^T Z_{ii} z(t) - \sum_{j=1}^p \sum_{i < j}^p \bar{\omega}_i \bar{\omega}_j z(t)^T (Z_{ij} + Z_{ij}^T) z(t) \\ & + \sum_{j=1}^p \sum_{i=j}^p \omega_i \underline{\omega}_j z(t)^T (T_{ij} + T_{ij}^T) z(t) + \sum_{j=1}^p \sum_{i=j}^p \omega_i \bar{\omega}_j z(t)^T (U_{ij} + U_{ij}^T) z(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sum_{j=1}^p \sum_{i=j}^p \underline{\omega}_i \bar{\omega}_j z(t)^T (W_{ij} + W_{ij}^T) z(t) \\
& = \begin{bmatrix} r(t) \\ s(t) \\ t(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -S & T & U \\ T^T & -Y & -W \\ U^T & -W^T & -Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t) \\ s(t) \\ t(t) \end{bmatrix} \tag{II.38}
\end{aligned}$$

$$r(t) = \begin{bmatrix} \omega_1 z(t) \\ \omega_2 z(t) \\ \vdots \\ \omega_p z(t) \end{bmatrix}; \quad s(t) = \begin{bmatrix} \underline{\omega}_1 z(t) \\ \underline{\omega}_2 z(t) \\ \vdots \\ \underline{\omega}_p z(t) \end{bmatrix}; \quad t(t) = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_1 z(t) \\ \bar{\omega}_2 z(t) \\ \vdots \\ \bar{\omega}_p z(t) \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{p1} & S_{p2} & \dots & S_{pp} \end{bmatrix}; \quad T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1p} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{p1} & T_{p2} & \dots & T_{pp} \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1p} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ U_{p1} & U_{p2} & \dots & U_{pp} \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1p} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{p1} & W_{p2} & \dots & W_{pp} \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1p} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{p1} & Y_{p2} & \dots & Y_{pp} \end{bmatrix}; \quad Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1p} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pp} \end{bmatrix}$$

L'équation (II.38), nous permet de constater que:

$$\begin{bmatrix} -S & T & U \\ T^T & -Y & -W \\ U^T & -W^T & -Z \end{bmatrix} < 0$$

Nous avons $\dot{V}(t) \leq 0$ ce qui implique la stabilité asymptotique du système de commande basé sur un modèle flou de type-2 intervalle de l'équation (II.18). Le résultat d'analyse de stabilité est récapitulé dans le théorème suivant :

Théorème1 : le système de commande, basé sur un modèle flou de type-2 intervalle de l'équation (II.18), formé par un modèle flou de type-2 intervalle de l'équation (II.5) et un contrôleur flou de type-2 intervalle de l'équation (II.17), en boucle fermée, est asymptotiquement stable s'ils existent:

des scalaires prédéfinis ρ_{i1} , σ_{i1} , γ_{i1} , ρ_{i2} , σ_{i2} , et γ_{i2} , tels que les inégalités:

$$-\omega_i + \rho_{i1}\underline{\omega}_i + \sigma_{i1}\bar{\omega}_i + \gamma_{i1} \geq 0 .$$

$$\omega_i - \rho_{i2}\underline{\omega}_i - \sigma_{i2}\bar{\omega}_i + \gamma_{i2} \geq 0 .$$

sont satisfaites quelque soit i , $x(t)$ et les paramètres du système.

et des matrices $M_j \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $N_j \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $R_{ij} = R_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $S_{ij} = S_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $T_{ij} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $U_{ij} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $W_{ij} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $Y_{ij} = Y_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $Z_{ij} = Z_{ji}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, et $\Lambda_j \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, telles que les LMIs suivantes soient satisfaites:

$$R_{ij} + R_{ij}^T \geq 0, i,j=1,\dots,p; \text{ de l'équation (II.29)-(II.37), et}$$

$$\begin{bmatrix} -S & T & U \\ T^T & -Y & -W \\ U^T & -W^T & -Z \end{bmatrix} < 0$$

Les gains de retour d'état sont obtenus comme suit: $G_j = N_j X^{-1}$, $j = 1, 2, \dots, p$.

II.4 Exemples de simulation

Dans cette section, deux exemples sont présentés pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée.

Exemple1

Considérons un modèle flou de trois règles de la forme suivante [**Lam-08**]:

$$\text{Règle } i: \text{ si } x(t) \text{ est } M_1^i, \text{ alors } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \quad i=1,2,3 \quad (\text{II.39})$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2.78 & -5.63 \\ 0.01 & 0.33 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & -3.22 \\ 0.35 & 0.12 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -a & -6.63 \\ 0.45 & 0.15 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} -b+6 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

où: $22 \leq a \leq 30$, $20 \leq b \leq 25$, et $x_1(t) \in [-10 \ 10]^T$.

Les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure sont choisies comme suit:

$$w_1^l(x_1(t)) = 0.95 - (0.925 / (1 + e^{-((x+3.5)/8)})), \quad w_3^l(x_1(t)) = 0.025 + (0.925 / (1 + e^{-((x-3.5)/8)})),$$

$$w_2^l(x_1(t)) = 1 - w_1^l(x_1(t)) - w_3^l(x_1(t)), \quad w_1^u(x_1(t)) = 0.95 - (0.925 / (1 + e^{-((x+4.5)/8)})),$$

$$w_3^u(x_1(t)) = 0.025 + (0.925 / (1 + e^{-((x-4.5)/8)})), \quad \text{et } w_2^u(x_1(t)) = 1 - w_1^u(x_1(t)) - w_3^u(x_1(t)).$$

Les fonctions d'appartenance sujet aux incertitudes paramétriques sont incluses dans la plage limitée par les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure.

Dans cet exemple, nous proposons un contrôleur flou basé sur un modèle flou de T-S de type-2 intervalle avec: $\rho_{i1} = \sigma_{i1} = 2$, $\rho_{i2} = \sigma_{i2} = 2$, $\gamma_{i1} = -0.025$, et $\gamma_{i2} = -0.024$, telles que les inégalités de (II.24) et (II.25) sont satisfaites. En utilisant les conditions de stabilité du théorème1, la région de stabilité est montrée sur la figure II.2.a par des cercles. Pour montrer l'influence des variables de relâchement M_i , V_i , et Λ_i sur les conditions de stabilité, la région de stabilité est montrée sur la figure II.2.b sans les matrices de relâchement (indiquées par des croix). D'après la figure II.2.c, nous constatons que les variables de relâchement peuvent alléger le conservatisme des conditions de stabilité.

Pour étudier l'influence des paramètres dans (II.24) et (II.25), nous choisissons $\sigma_{j1} = 0.62$, $\sigma_{j2} = 2.5$, $\gamma_{i1} = -0.048$, $\gamma_{i1} = -0.012$, sans modifier les autres paramètres.

D'après les figures II.3.c et II.4.c, nous pouvons voir que les différentes valeurs de paramètres mènent à des différents champs de faisabilité.

1^{er} cas: pour $\rho_{i1} = \sigma_{i1} = 2$, $\rho_{i2} = \sigma_{i2} = 2$, $\gamma_{i1} = -0.025$, et $\gamma_{i2} = -0.024$.

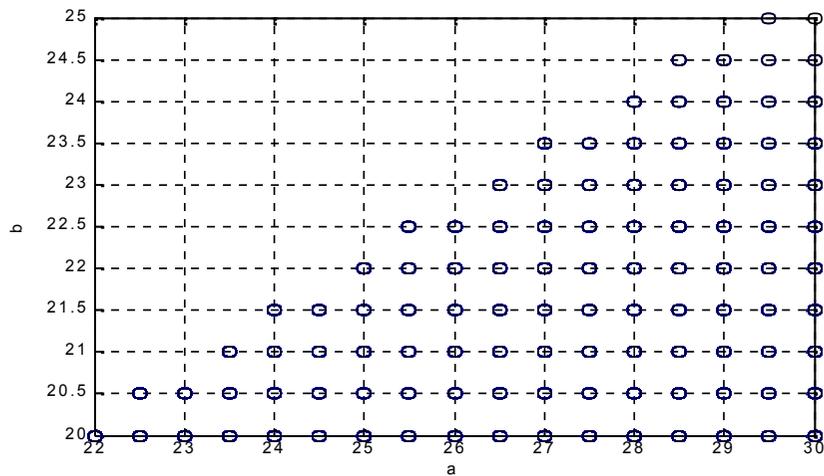


Fig. II.2.a Régions de stabilité avec relâchement.

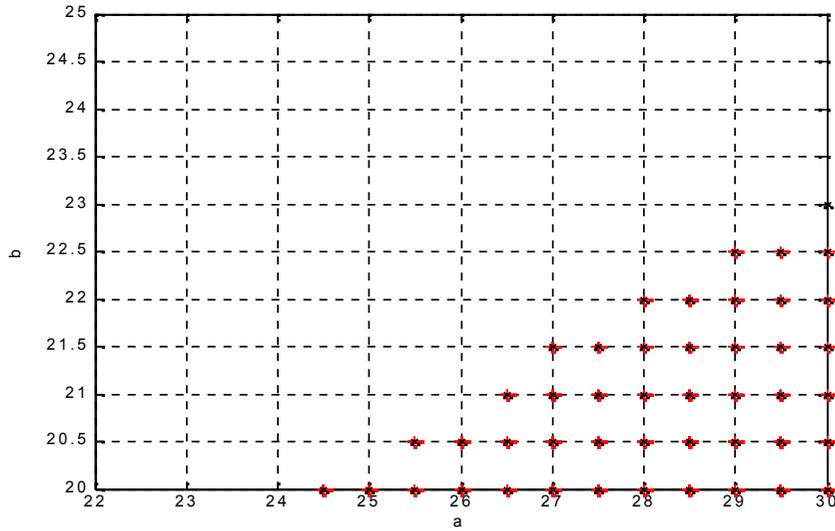


Fig. II.2.b Régions de stabilité sans relâchement.

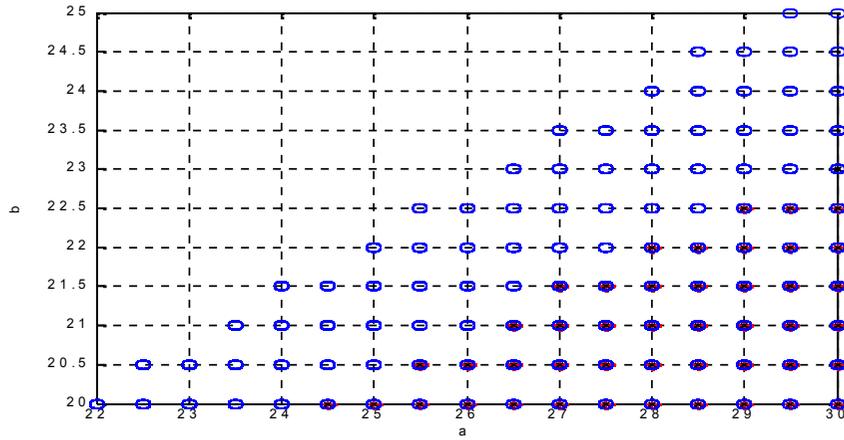


Fig. II.2.c Régions de stabilité avec et sans relâchement.

2^{ème} cas: pour $\rho_{j1} = 0.62, \rho_{j2} = 2.5$.

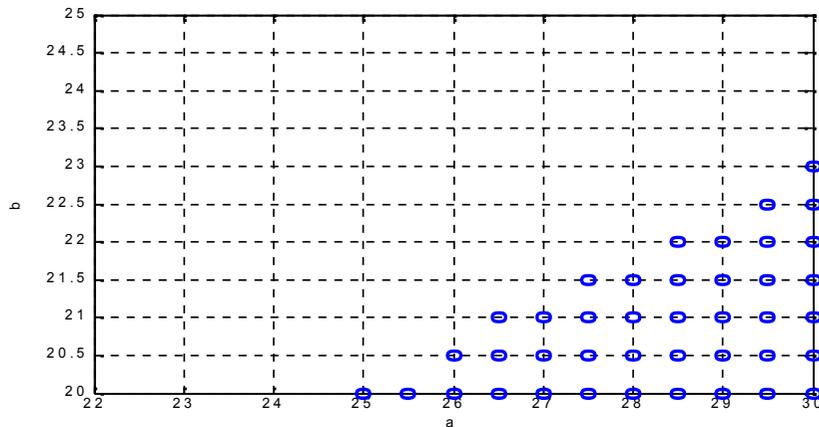


Fig. II.3.a Régions de stabilité pour $\rho_{j1} = 0.62$.

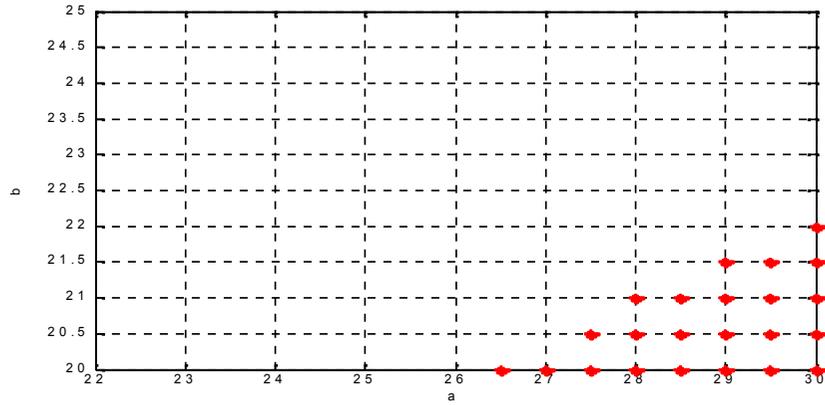


Fig. II.3.b Régions de stabilité pour $\rho_{j2} = 2.5$.

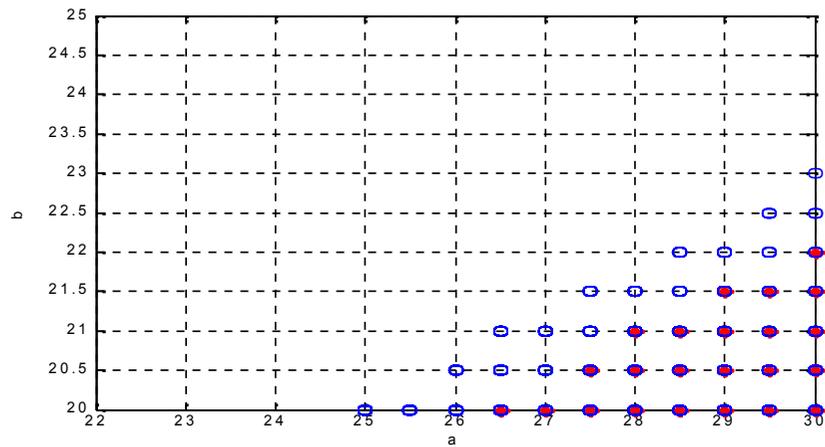


Fig. II.3.c Régions de stabilité pour $\rho_{j1} = 0.62, \rho_{j2} = 2.5$.

3^{ème} cas: pour $\gamma_{i1} = -0.048, \gamma_{i1} = -0.012$.

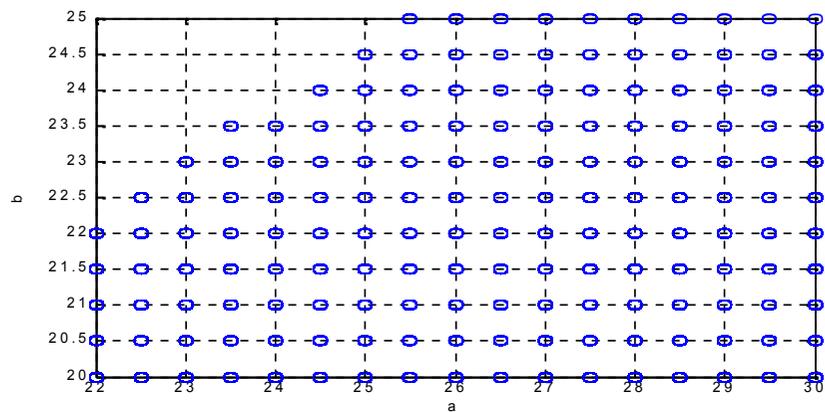


Fig. II.4.a Régions de stabilité pour $\gamma_{i1} = -0.048$.

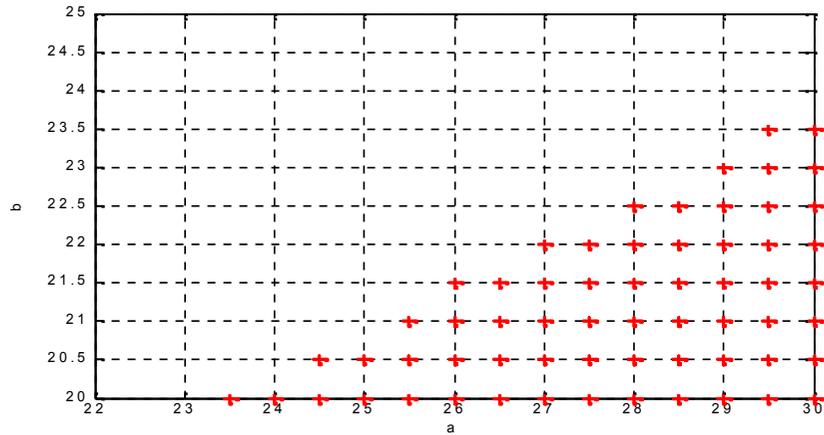


Fig. II.4.b Régions de stabilité pour $\gamma_{i1} = -0.012$.

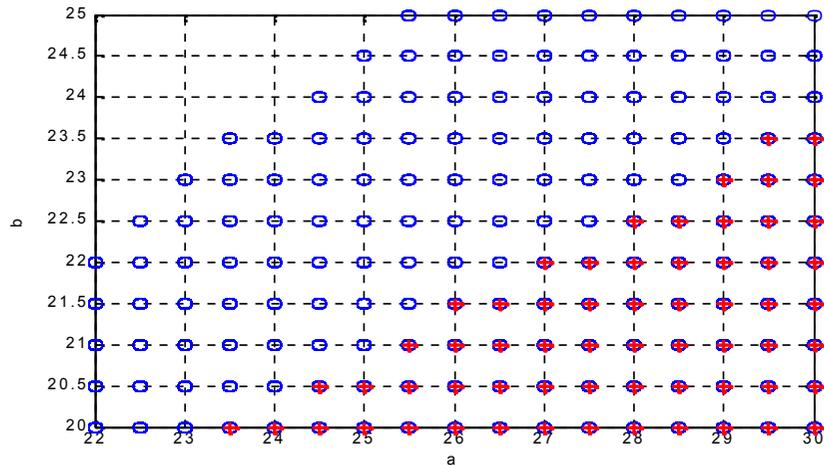


Fig. II.4.c Régions de stabilité pour $\gamma_{i1} = -0.048, \gamma_{i1} = -0.012$

Exemple2

Considérons un pendule inversé sans le mouvement du chariot sujet à une incertitude paramétrique sur les masses de pendule (m_p) et du chariot (M_c). En se basant sur le modèle flou de T-S de type-2 intervalle pour représenter notre pendule, un contrôleur flou de type-2 est utilisé pour le stabiliser.

La dynamique du pendule inversé est décrite par l'équation dynamique suivante [Sun-01]:

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{g \sin(\theta(t)) - am_p L \dot{\theta}(t)^2 \sin(2\theta(t)) / 2 - a \cos(\theta(t))u(t)}{4L / 3 - am_p L \cos^2(\theta(t))} \tag{II.40}$$

où $\theta(t)$ est le déplacement angulaire du pendule, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ est l'accélération de la gravité, $m_p \in [m_{p \min} \ m_{p \max}] = [2 \ 3] \text{ kg}$ est la masse du pendule, $M_C \in [M_{C \min} \ M_{C \max}] = [8 \ 16] \text{ kg}$ est la masse du chariot, $a = 1 / (m_p + M_C)$, $2L = 1$, m est la longueur du pendule, et $u(t)$ est la force exercée sur le chariot M_C et m_p sont considérés comme des incertitudes paramétriques. Il a été montré dans [Lam-06] que le pendule inversé, dont les masses m_p et M_C prennent des valeurs constantes, peut être exactement représenté par le modèle flou de T-S de type-1 suivant:

$$\dot{x}(t) = \omega_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{II.41})$$

où

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T = [\theta(t) \ \dot{\theta}(t)]^T; \quad x_1(t) \in [x_{1 \min} \ x_{1 \max}] = \left[-\frac{5\pi}{12} \ \frac{5\pi}{12}\right]$$

$$x_2(t) \in [x_{2 \min} \ x_{2 \max}] = [-5 \ 5];$$

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ f_{1 \min} & 0 \end{bmatrix}; \quad A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ f_{1 \max} & 0 \end{bmatrix}; \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{2 \min} \end{bmatrix}; \quad B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{2 \max} \end{bmatrix}$$

$$f_{1 \min} = 10.0078; \quad f_{1 \max} = 18.4800; \quad f_{2 \min} = -0.0261 \times 10^{-3}; \quad f_{2 \max} = -0.1765$$

$$\omega_i(x(t)) = \frac{\mu_{M_1^i}(f_1(x(t))) \times \mu_{M_2^i}(f_2(x(t)))}{\sum_{i=1}^I \mu_{M_1^i}(f_1(x(t))) \times \mu_{M_2^i}(f_2(x(t)))}$$

$$\mu_{M_1^1}(f_1(x(t))) = \mu_{M_1^2}(f_1(x(t))) = \frac{-f_1(x(t)) + f_{1 \max}}{f_{1 \max} - f_{1 \min}}$$

$$\mu_{M_1^3}(f_1(x(t))) = \mu_{M_1^4}(f_1(x(t))) = 1 - \mu_{M_1^1}(f_1(x(t)))$$

$$\mu_{M_2^1}(f_2(x_1(t))) = \mu_{M_2^3}(f_2(x_1(t))) = \frac{-f_2(x_1(t)) + f_{2 \max}}{f_{2 \max} - f_{2 \min}}$$

$$\mu_{M_2^2}(f_2(x_1(t))) = \mu_{M_2^4}(f_2(x_1(t))) = 1 - \mu_{M_2^1}(f_2(x_1(t)))$$

$$f_1(x(t)) = \frac{g - a m_p L x_2(t)^2 \cos(x_1(t))}{4L/3 - a m_p L \cos^2(x_1(t))} \left(\frac{\sin(x_1(t))}{x_1(t)} \right)$$

$$f_2(x_1(t)) = \frac{-a \cos(x_1(t))}{4L/3 - a m_p L \cos^2(x_1(t))}$$

A partir de (II.41), le degré d'appartenance devient incertain lorsque les paramètres m_p et M_C sont incertains. Par conséquent, les conditions de stabilité dans [Wan-99-b] et [Sal-10] ne peuvent pas être appliquées à la conception d'un contrôleur flou stable. Dans cet exemple,

un modèle flou de T-S de type-2 intervalle avec quatre règles est utilisé pour décrire le pendule inversé sujet aux incertitudes paramétriques. La règle est de format suivant:

$$\text{Règle : si } x_1(t) \text{ est } \tilde{M}_1^i \text{ et } \dot{x}_1(t) \text{ est } \tilde{M}_2^i; \text{ alors : } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \quad i=1,2,3,4 \quad (\text{II.42})$$

En se référant à (II.5), le modèle flou de T-S de type-2 intervalle est défini comme suit:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 (\omega_i^L(x(t)) \underline{\nu}_i(x(t)) + \omega_i^U(x(t)) \overline{\nu}_i(x(t))) A_i x(t) + B_i u(t) \quad (\text{II.43})$$

Lorsque les paramètres m_p et M_C sont incertains, mais limités, le modèle flou de T-S de type-2 intervalle de (II.43) est considéré comme une collection de modèles flous de T-S de type-1.

Pour déterminer les fonctions d'appartenance inférieure et supérieure, il est nécessaire de satisfaire les conditions suivantes:

$$\underline{\mu}_{\tilde{M}_1^i}(x_1(t)) \leq \mu_{\tilde{M}_1^i}(f_1(x(t))) \leq \overline{\mu}_{\tilde{M}_1^i}(x_1(t)); \quad i=1,2,3,4 \quad (\text{II.44})$$

$$\underline{\mu}_{\tilde{M}_2^i}(x_1(t)) \leq \mu_{\tilde{M}_2^i}(f_2(x_1(t))) \leq \overline{\mu}_{\tilde{M}_2^i}(x_1(t)); \quad i=1,2,3,4 \quad (\text{II.45})$$

En prenant $x_2(t)$, m_p et M_C comme des valeurs constantes dans leur plages de fonctionnement de $f_1(x(t))$ et $f_2(x_1(t))$, et compte tenu de toutes les combinaisons possibles, nous pouvons déterminer les limites inférieure et supérieure $\mu_{M_1^i}(f_1(x(t)))$ et $\mu_{M_2^i}(f_2(x_1(t)))$,

qui sont prises comme des fonctions d'appartenance inférieure et supérieure du modèle flou de T-S de type-2 intervalle. Dans cet exemple, les fonctions d'appartenance inférieure et supérieure sont définies dans le tableau II.1.

La figure II.5 montre les fonctions d'appartenance inférieure et supérieure. Les degrés d'appartenance supérieure et inférieure pour chaque règle, sont respectivement définis par :

$$\omega_i^L(x(t)) = \frac{\underline{\mu}_{\tilde{M}_1^i}(x_1(t)) \times \underline{\mu}_{\tilde{M}_2^i}(x_1(t))}{\sum_{l=1}^4 (\underline{\mu}_{M_1^l}(x_1(t)) \times \underline{\mu}_{M_2^l}(x_1(t)))}, \quad i=1, 2, 3,4 \quad (\text{II.46})$$

$$\omega_i^U(x(t)) = \frac{\overline{\mu}_{\tilde{M}_1^i}(x_1(t)) \times \overline{\mu}_{\tilde{M}_2^i}(f_2 x_1(t))}{\sum_{l=1}^4 (\overline{\mu}_{M_1^l}(x_1(t)) \times \overline{\mu}_{M_2^l}(x_1(t)))}, \quad i=1, 2, 3,4 \quad (\text{II.47})$$

Il peut être démontré que $\omega_i^L(x_1(t)) \leq \omega_i(x_1(t)) \leq \omega_i^U(x_1(t))$. Il est à noter que toutes les fonctions dans la plage de 0 à 1 satisfaisant les conditions (II.44) et (II.45) peuvent être prises comme des fonctions d'appartenance inférieure et supérieure. Par conséquent le modèle flou de T-S de type-2 intervalle pour les systèmes non linéaires n'est pas unique. En se basant sur

le modèle flou de T-S de type-2 intervalle, un contrôleur flou de quatre règles est utilisé pour stabiliser le pendule inversé (II.40), le contrôleur flou est de la forme suivante:

$$\text{Règle } j: \text{ si } x_1(t) \text{ est } \tilde{M}_1^j \text{ et } \dot{x}_1(t) \text{ est } \tilde{M}_2^j; \text{ alors } : u(t) = G_j x(t); \quad j=1,2,3,4 \quad (\text{II.48})$$

En se référant à (II.17), le contrôleur flou est défini comme suit:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^4 (\omega_j^L(x_1(t)) + \omega_j^U(x_1(t))) G_j x(t)}{\sum_{k=1}^4 (\omega_k^L(x_1(t)) + \omega_k^U(x_1(t)))} \quad (\text{II.49})$$

En se basant sur le théorème 1, nous considérons les valeurs des paramètres suivantes:

$$\rho_{ik} = 1, \sigma_{ik} = 0.001, \gamma_{11} = 0.441, \gamma_{21} = 0.191, \gamma_{31} = 0.525, \gamma_{41} = 0.2, \gamma_{i2} = 0.001, i = 1, 2, 3, 4,$$

$k = 1, 2$. Après simulations en Matlab, nous avons obtenu les résultats des gains suivants:

$$G1 = [934.7822 \quad 238.7590], G2 = [1027.3843 \quad 260.9691], G3 = [1000.4873 \quad 254.0293], \text{ et } G4 = [1138.3668 \quad 289.6253].$$

Tableau. II.1 Définition des fonctions d'appartenance supérieure et inférieure.

Les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure	
$\underline{\mu}_{\tilde{M}_1^1}(x_1(t)) = \underline{\mu}_{\tilde{M}_1^2}(x_1(t)) = \frac{-f_1(x(t)) + f_{1\max}}{f_{1\max} - f_{1\min}}$ $\underline{\mu}_{\tilde{M}_1^3}(x_1(t)) = \underline{\mu}_{\tilde{M}_1^4}(x_1(t)) = \frac{f_1(x(t)) + f_{1\max}}{f_{1\max} - f_{1\min}};$ <p>avec: $x_2(t) = 0$, $mp = mp_{\max}$ et $Mc = Mc_{\min}$.</p>	$\bar{\mu}_{\tilde{M}_1^1}(f_2(x_1(t))) = \bar{\mu}_{\tilde{M}_1^2}(f_2(x_1(t))) = \frac{-f_2(x(t)) + f_{2\max}}{f_{2\max} - f_{2\min}}$ $\bar{\mu}_{\tilde{M}_1^3}(f_2(x_1(t))) = \bar{\mu}_{\tilde{M}_1^4}(f_2(x_1(t))) = \frac{f_2(x(t)) - f_{2\max}}{f_{2\max} - f_{2\min}}$ <p>avec: $mp = mp_{\max}$ et $Mc = Mc_{\max}$.</p>
$\underline{\mu}_{\tilde{M}_2^3}(x_1(t)) = \underline{\mu}_{\tilde{M}_2^4}(x_1(t)) = \frac{f_1(x(t)) - f_{1\max}}{f_{1\max} - f_{1\min}};$ $\underline{\mu}_{\tilde{M}_2^1}(x_1(t)) = \underline{\mu}_{\tilde{M}_2^2}(x_1(t)) = \frac{-f_1(x(t)) + f_{1\max}}{f_{1\max} - f_{1\min}}$ <p>avec: $x_2(t) = x_{2\max}$, $mp = mp_{\max}$ et $Mc = Mc_{\min}$.</p>	$\bar{\mu}_{\tilde{M}_2^3}(f_2(x_1(t))) = \bar{\mu}_{\tilde{M}_2^4}(f_2(x_1(t))) = \frac{f_2(x(t)) - f_{2\max}}{f_{2\max} - f_{2\min}}$ $\bar{\mu}_{\tilde{M}_2^1}(f_2(x_1(t))) = \bar{\mu}_{\tilde{M}_2^2}(f_2(x_1(t))) = \frac{-f_2(x(t)) + f_{2\max}}{f_{2\max} - f_{2\min}}$ <p>avec: $mp = mp_{\min}$ et $Mc = Mc_{\min}$.</p>

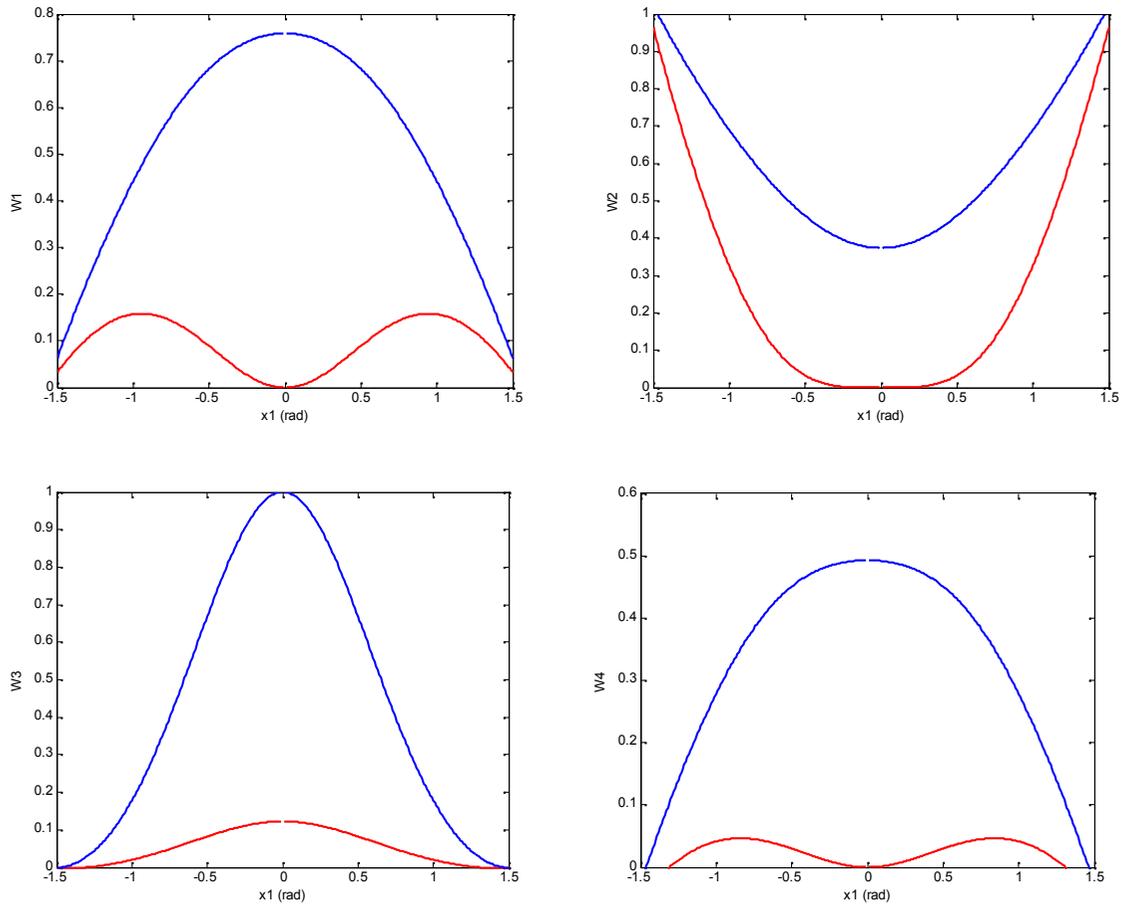


Fig. II.5 Représentation des fonctions d'appartenance supérieure et inférieure du système.

Résultats de simulation

Nous avons réalisé plusieurs simulations avec différentes conditions initiales, $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{5\Pi}{12} & 0 \end{bmatrix}$, $x(0) = \begin{bmatrix} -\frac{5\Pi}{12} & 0 \end{bmatrix}$, $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{\Pi}{6} & 0 \end{bmatrix}$, $x(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\Pi}{6} & 0 \end{bmatrix}$, et différentes valeurs des paramètres mp et Mc , $mp = mp_{\min}$, $Mc = Mc_{\min}$, $mp = mp_{\max}$, $mp = mp_{\max}$, pour vérifier la robustesse du contrôleur flou.

1^{er} cas : $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{5\Pi}{12} & 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\min}$, $Mc = Mc_{\min}$.

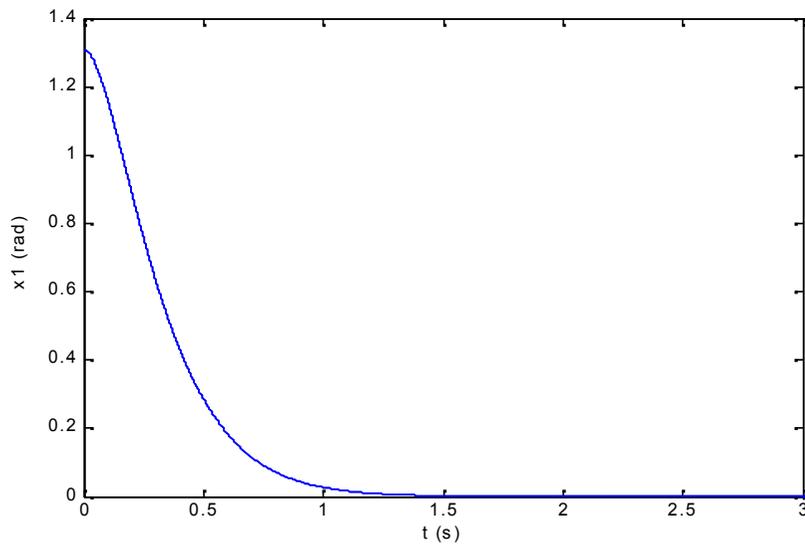


Fig. II.6 Réponse de l'état x_1 .

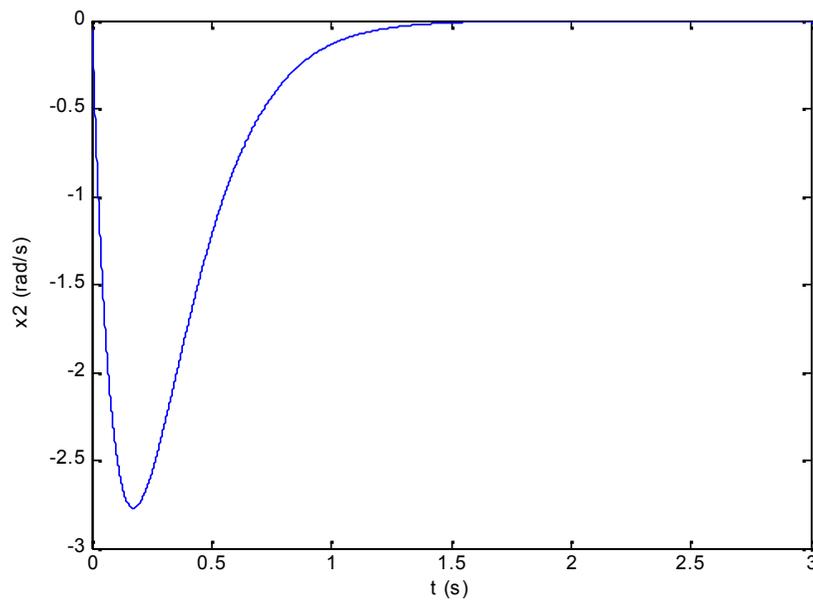


Fig. II.7 Réponse de l'état x_2 .

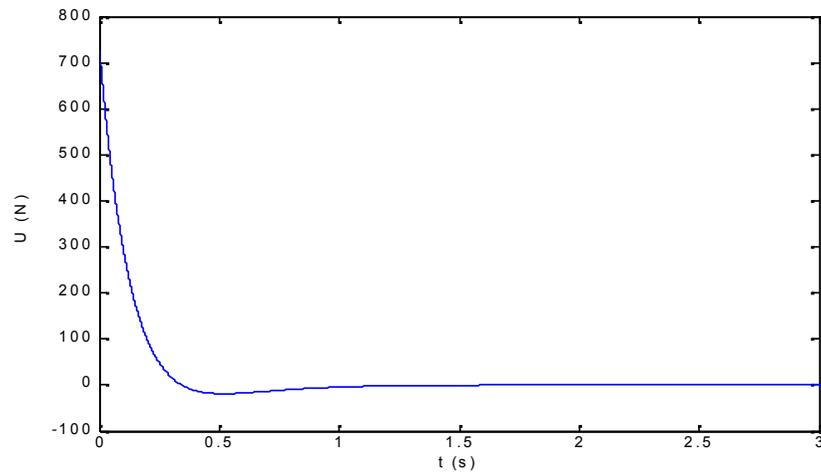


Fig. II.8 Signal de commande $u(t)$

2^{ème} cas: $x(0) = \begin{bmatrix} -\frac{5\Pi}{12} & 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\min}$, $Mc = Mc_{\min}$.

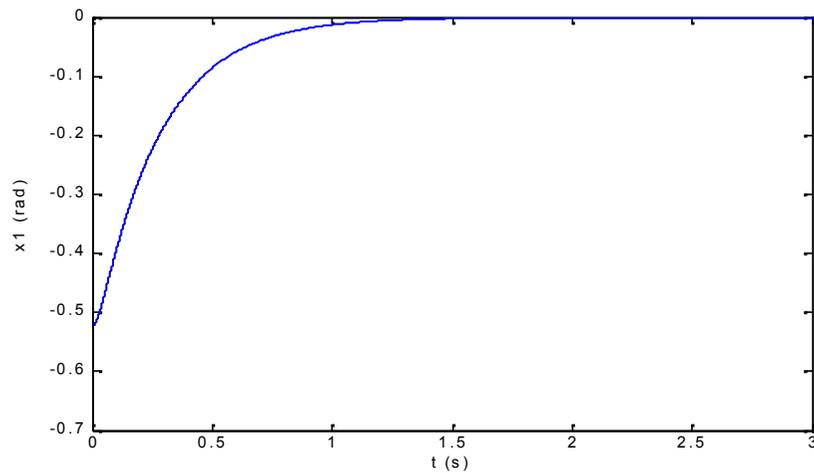


Fig. II.9 Réponse de l'état x_1 .

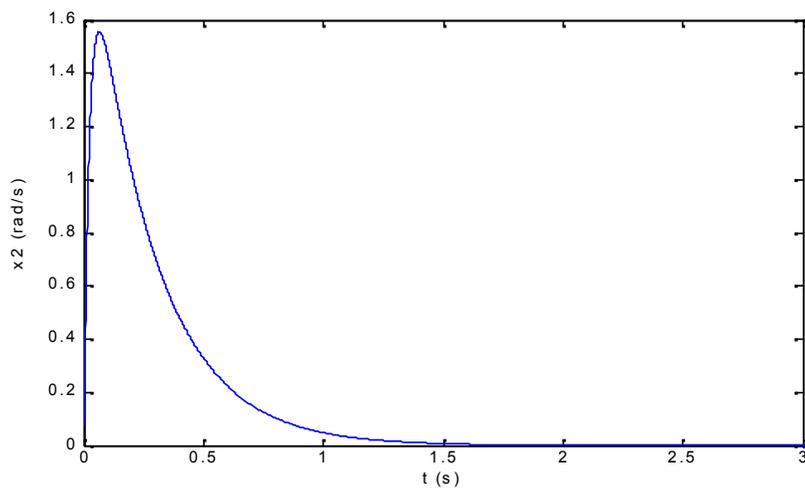


Fig. II.10 Réponse de l'état x_2 .

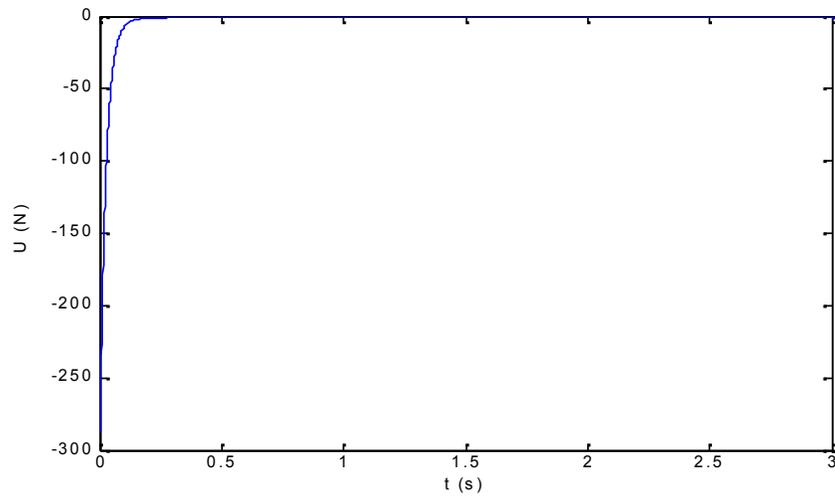


Fig. II.11 Signal de commande u (t).

3^{ème} cas: $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{\Pi}{6} & 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\min}$, $Mc = Mc_{\min}$.

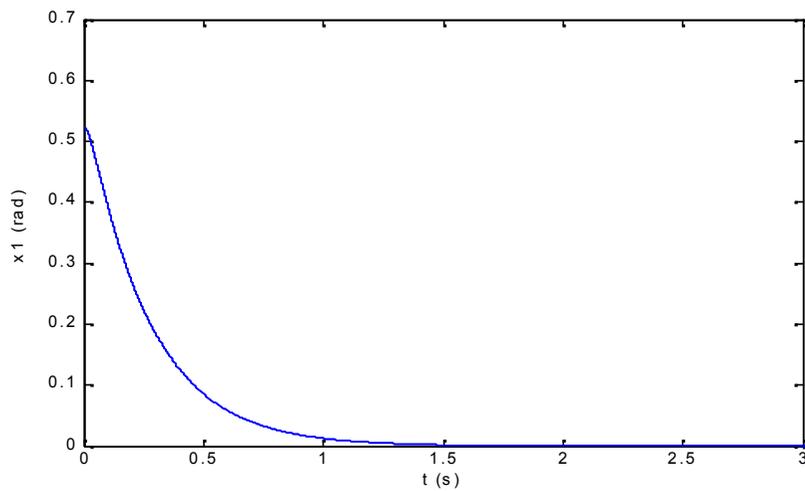


Fig. II.12 Réponse de l'état x_1 .

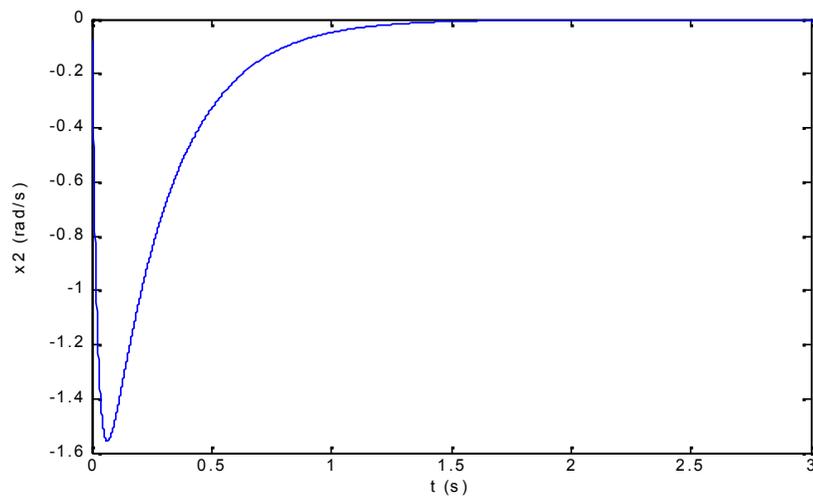


Fig. II.13 Réponse de système x_2 .

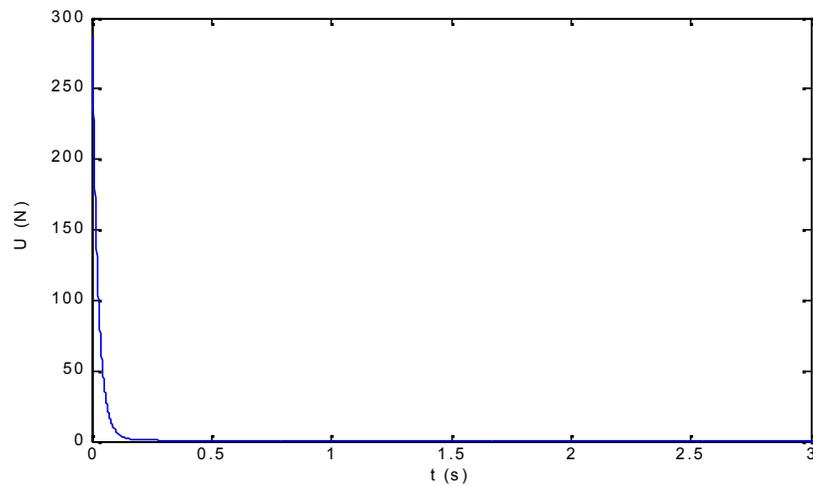


Fig. II.14 Signal de commande $u(t)$.

4^{ème} cas: $x(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\Pi}{6} & 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\min}$, $Mc = Mc_{\min}$.

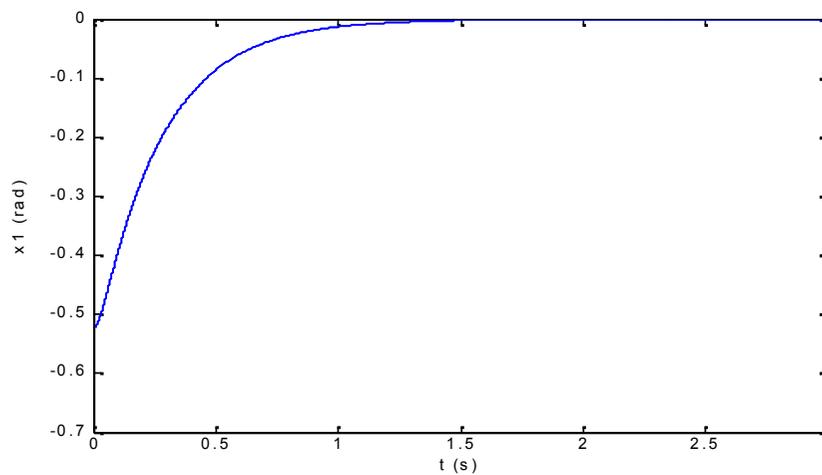


Fig. II.15 Réponse de l'état x_1 .

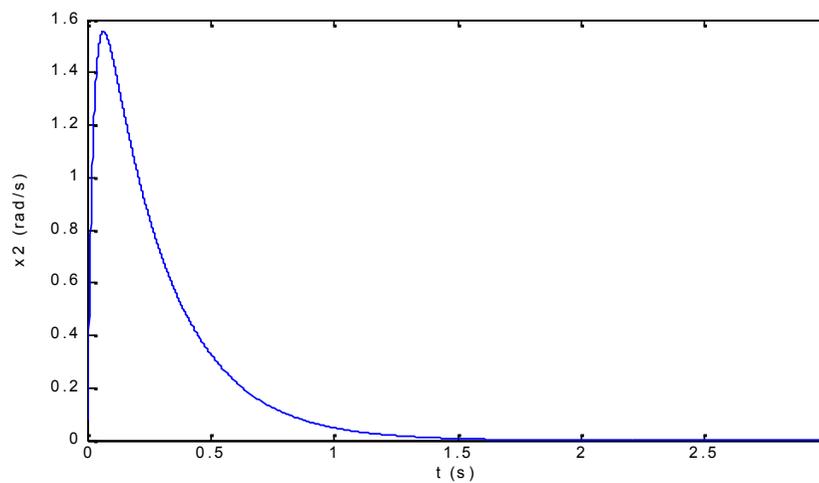


Fig. II.16 Réponse de l'état x_2 .

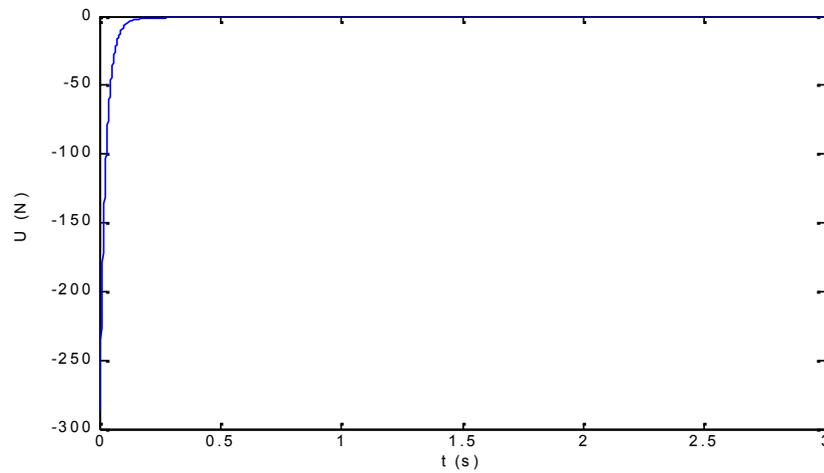


Fig. II.17 Signal de commande $u(t)$.

5^{ème} cas: $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{5\pi}{12} & 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\max}$, $Mc = Mc_{\max}$.

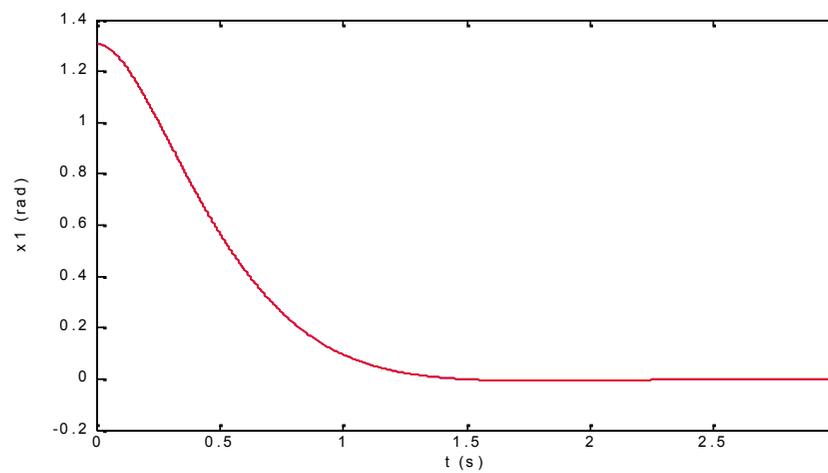


Fig. II.18 Réponse de l'état x_1 .

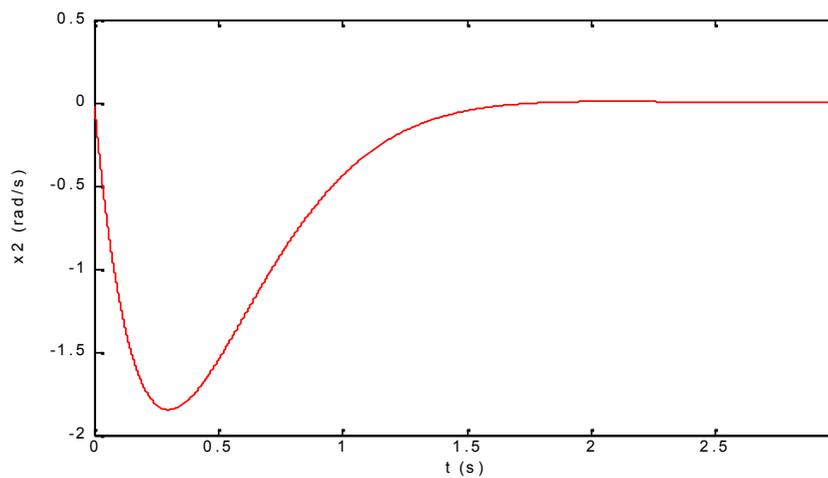


Fig. II.19 Réponse de l'état x_2 .

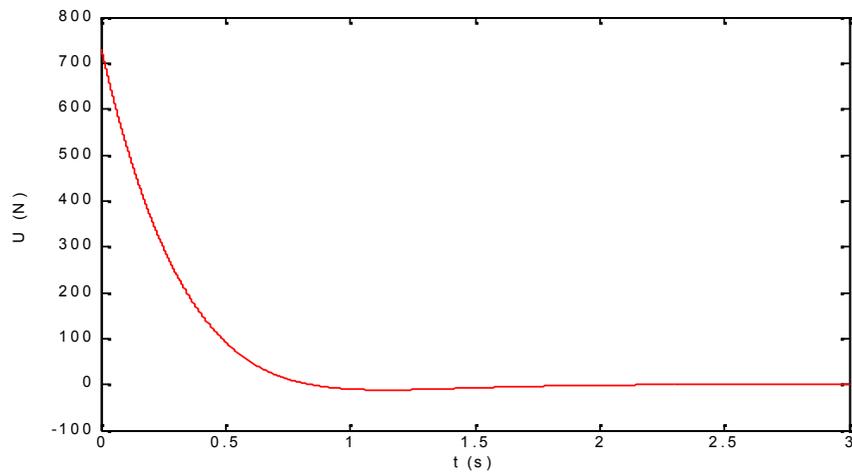


Fig. II.20 Signal de commande $u(t)$.

6^{ème} cas: $x(0) = \begin{bmatrix} -\frac{5\Pi}{12} & 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\max}$, $Mc = Mc_{\max}$.

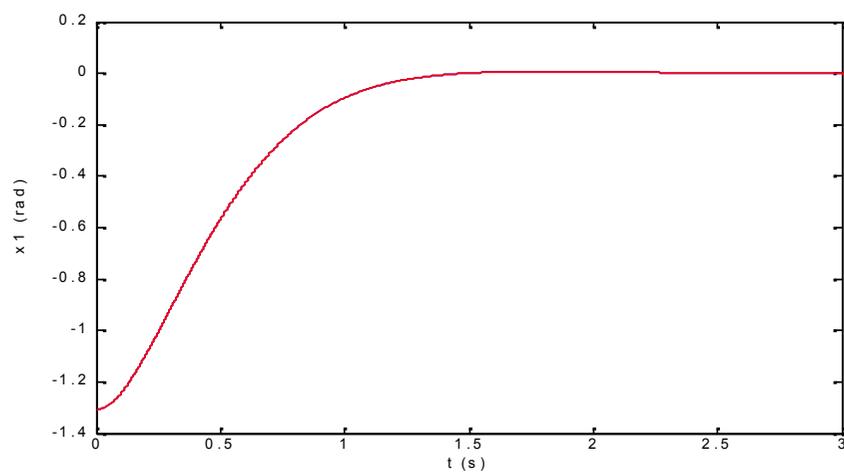


Fig. II.21 Réponse de l'état x_1 .

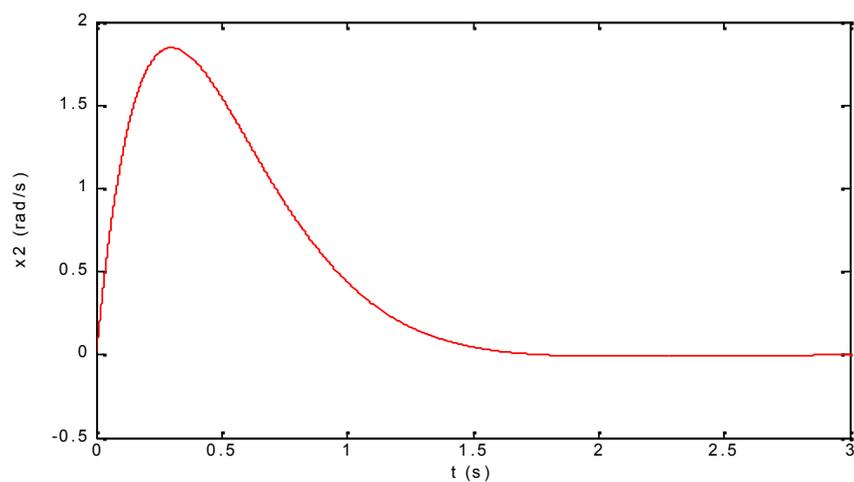
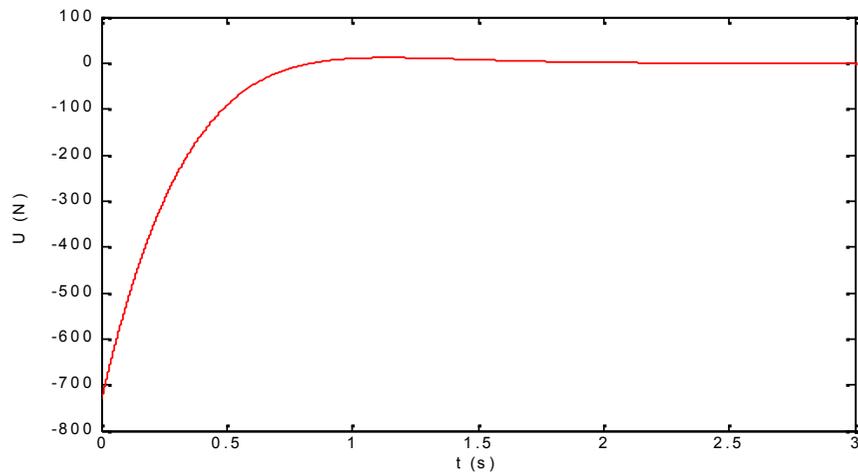
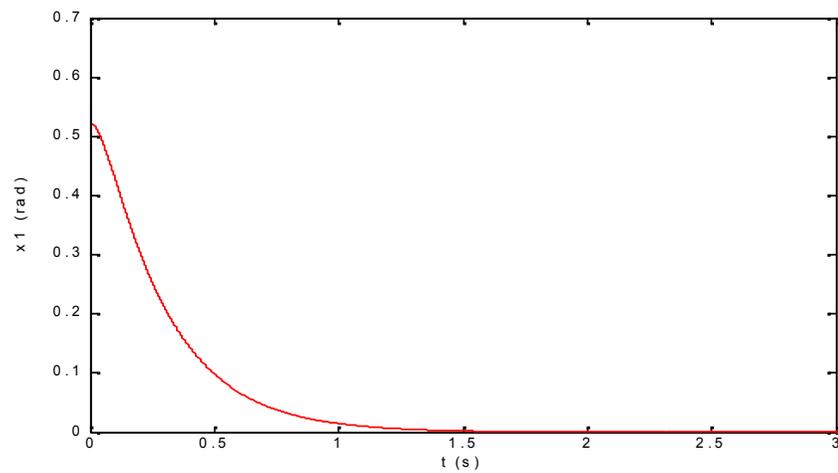
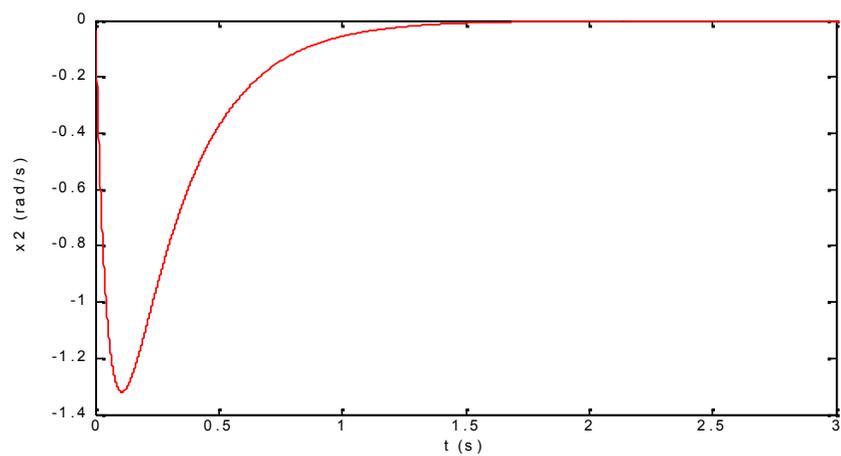


Fig. II.22 Réponse de l'état x_2 .

Fig. II.23 Signal de commande $u(t)$.

7^{ème} cas: $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{\Pi}{6} \\ 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\max}$, $Mc = Mc_{\max}$.

Fig. II.24 Réponse de l'état x_1 .Fig. II.25 Réponse de l'état x_2 .

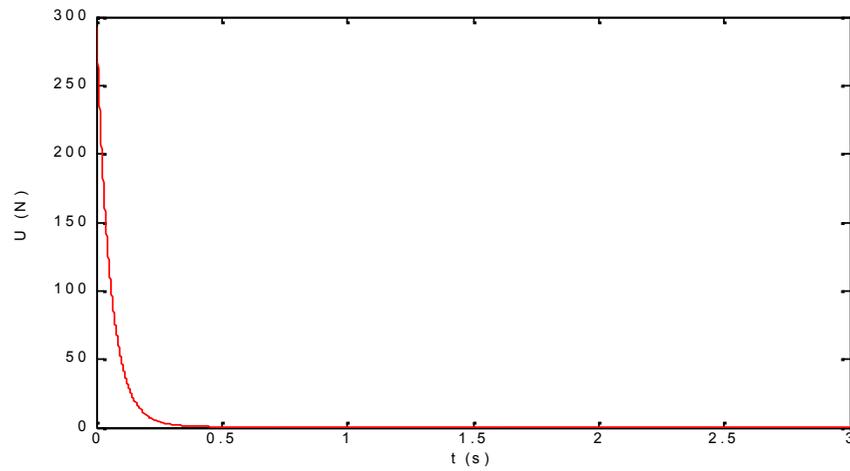


Fig. II.26 Signal de commande $u(t)$.

8^{ème} cas: $x(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\Pi}{6} & 0 \end{bmatrix}$, $mp = mp_{\max}$, $Mc = Mc_{\max}$.

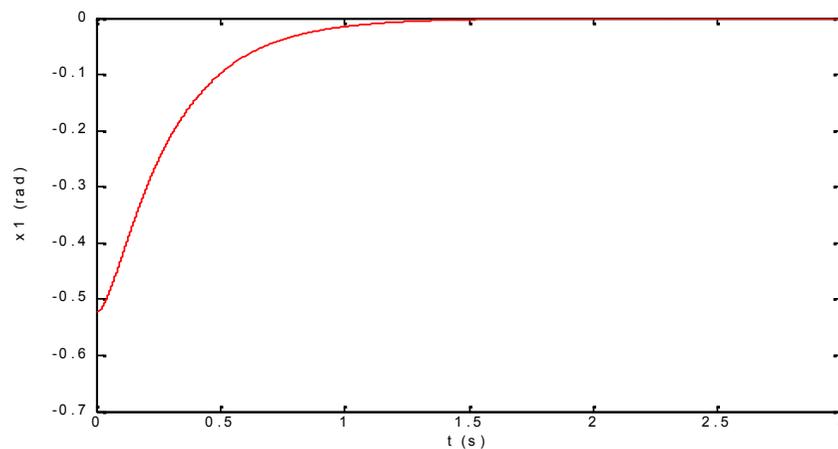


Fig. II.27 Réponse de l'état x_1 .

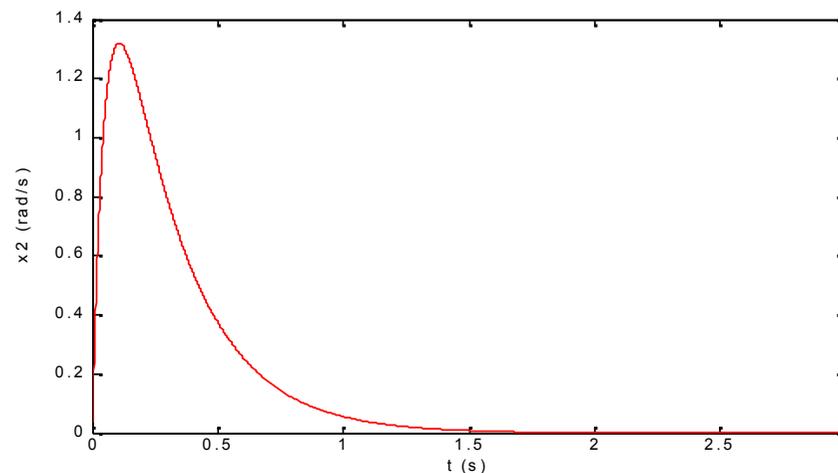


Fig. II.28 Réponse de l'état x_2 .

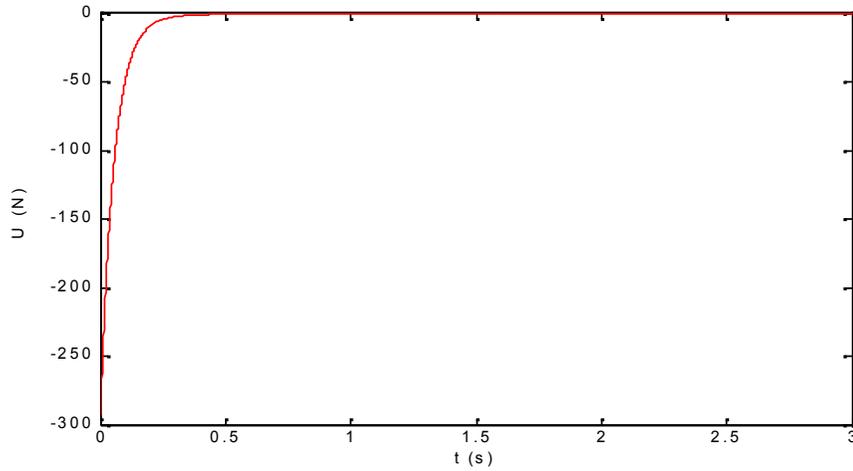


Fig. II.29 Signal de commande $u(t)$.

Pour constater la robustesse des systèmes de commande flous de type-2, nous avons regroupé les résultats de simulations des états x_1 , x_2 et la commande U pour les quatre conditions initiales et les différentes valeurs des paramètres mp et Mc .

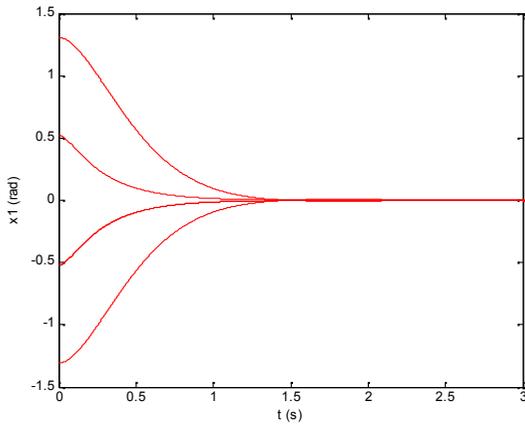


Fig. II.30 Réponse de l'état x_1 pour mp_{\max}, Mc_{\max} .

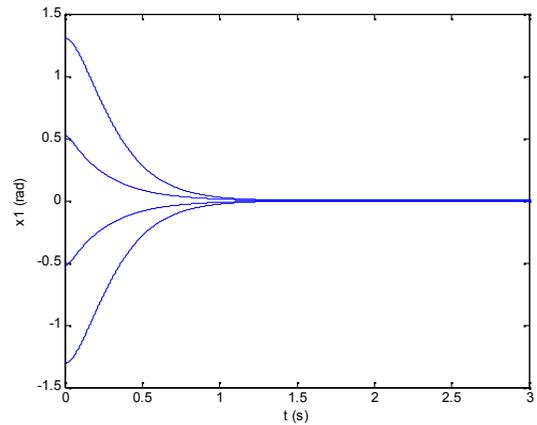


Fig. II.31 Réponse de l'état x_1 pour mp_{\min}, Mc_{\min} .

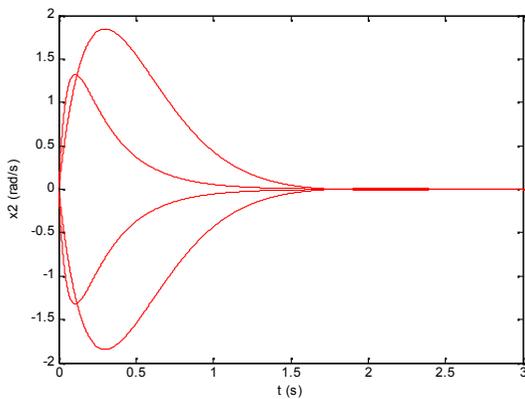


Fig. II.32 Réponse de l'état x_2 pour mp_{\max}, Mc_{\max} .

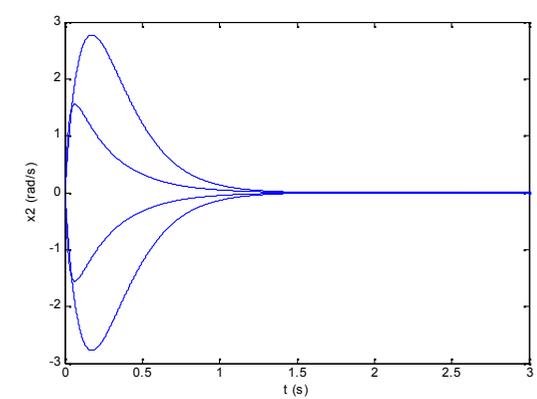


Fig. II.33 Réponse de l'état x_2 pour mp_{\min}, Mc_{\min} .

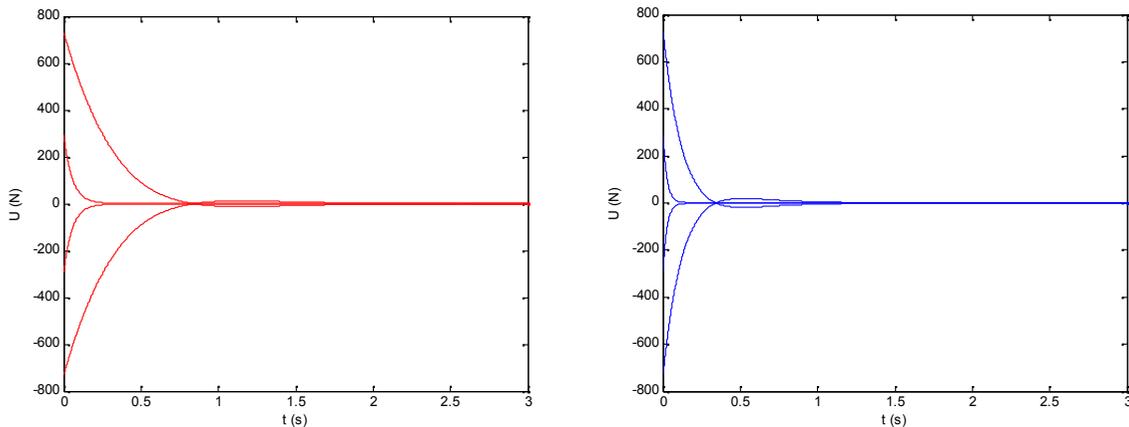


Fig. II.34 Signal de commande $u(t)$ pour $m_{p_{\max}}, M_{c_{\max}}$. **Fig. II.35** Signal de commande $u(t)$ pour $m_{p_{\min}}, M_{c_{\min}}$.

Les résultats de simulation obtenus, montrent que le contrôleur flou de type-2 intervalle développé arrive à stabiliser le système commandé pour les différentes valeurs de masses du pendule m_p et du chariot M_c avec une rapidité de convergence qui est inversement proportionnelle à ces masses.

II.5.Conclusion

Un modèle flou de T-S de type-2 intervalle a été proposé pour représenter les systèmes non linéaires. Avec les ensembles flous de type-2 intervalle caractérisés par les fonctions d'appartenance inférieure et supérieure, les incertitudes paramétriques du système non linéaire peuvent être prises en charge. Un contrôleur flou de type-2 intervalle a été proposé en boucle fermée afin de former un système de commande basé sur un modèle flou de T-S de type-2 intervalle. La stabilité du système a été analysée en utilisant l'approche de Lyapunov. En se basant sur les informations des fonctions d'appartenance inférieure et supérieure du modèle flou de T-S de type-2 intervalle, certaines matrices de relâchement sont introduites pour faciliter l'analyse de stabilité. Les conditions de stabilité sous forme LMIs ont été dérivées pour garantir la stabilité du système et aider à la conception du contrôleur flou de type-2 intervalle. Des exemples de simulation ont été réalisés pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée.

CHAPITRE III

ANALYSE DE STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS DE TYPE-2 DE TAKAGI- SUGENO-KANG

ANALYSE DE STABILITE DES SYSTEMES DE COMMANDE FLOUS DE TYPE-2 DE TAKAGI- SUGENO-KANG

III.1 Introduction

Les systèmes flous de type-2 ont montré un grand potentiel de modélisation dans les applications de commande [Men-01] [Hag-07] [Men-04] [Mit-05]. Des études analytiques ont été réalisées pour la conception systématique des systèmes de commande flous de type-2, sans offrir la garantie de la stabilité du système commandé.

Par conséquent, nous proposons dans ce chapitre, l'étude de stabilité des systèmes de commande flous de type-2 de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) de type intervalle.

Dans ce cadre, nous allons établir les préliminaires nécessaires pour les systèmes flous de type-2 de TSK. Puis nous allons proposer trois nouveaux mécanismes d'inférence pour les modèles de TSK qui remplacent les méthodes de réduction de type. Par la suite nous allons dériver les conditions de stabilité du système en termes d'LMI à partir de la synthèse de Lyapunov. A la fin, deux exemples de simulation sont présentés, détaillant l'analyse de stabilité et la conception des systèmes de commande flous de type-2.

III.2 Systèmes flous de type-2 de TSK de type intervalle

Le modèle de TSK pour les systèmes flous de type-1 est introduit par Takagi-Sugeno [Tak-85] et Sugeno-Kang [Sug-88], et a été intensivement adopté dans des applications de commande des systèmes flous.

Dans ce chapitre, nous utilisons la structure du modèle de TSK pour concevoir des systèmes flous de type-2 stables. Cette section passe en revue les systèmes flous de type-2 de TSK de type intervalle qui nous aide à faciliter l'analyse et la conception de notre méthode de commande proposée.

Il a été démontré que quand les ensembles flous de type intervalle sont utilisés dans la conception de systèmes flous de type-2, les calculs intensifs seront significativement

diminués. Cela est dû à la structure la plus simple des modèles de type-2 quand les ensembles de type intervalle sont utilisés pour décrire les incertitudes incluses dans les systèmes.

Par conséquent, nous adaptons les systèmes flous de TSK de type-2 intervalle (TSKT2I) qui facilitent le processus de la conception et l'analyse de la stabilité.

Les systèmes de (TSKT2I) sont les modèles de (TSK) où les ensembles flous de type-2 intervalle sont utilisés pour décrire le degré de l'incertitude dans les antécédents et /ou les conséquents.

Les systèmes de (TSKT2I) ont été classifiés dans trois modèles différents [Men-01]. Le reste de cette section se concentre sur l'examen du modèle $(A_2 - C_0)$, dont les antécédents sont de type-2 et les conséquents sont de type-0, puisque cette structure est exigée comme un fond préliminaire pour la conception des mécanismes d'inférence de TSK de type-2 proposés pour le système de (TSKT2I).

III.2.1 Modèle de TSK de type intervalle

La structure générale du modèle $(A_2 - C_0)$ de TSK de type intervalle est définie comme suit:

$i^{\text{ème}}$ règle : si x_1 est \tilde{F}_1^i et x_2 est \tilde{F}_2^i est ... x_n et \tilde{F}_n^i Alors

$$y^i = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \quad (\text{III.1})$$

où $i = (1 \dots M)$, \tilde{F} représente l'ensemble flou de type-2 intervalle de l'état d'entrée j dans la règle i , $x_1 \dots x_n$ sont des entrées, a_0, \dots, a_n sont les coefficients des polynômes de sortie pour la règle i (et par conséquent sont scalaires), y^i est la sortie de la $i^{\text{ème}}$ règle, et M est le nombre des règles. Les règles ci-dessus nous permettent de modéliser les incertitudes dans les antécédents. La sortie finale de ce modèle est donnée comme suit:

$$Y_{TSK/A_2-C_0} = \int_{f^1 \in [f^1, \bar{f}^1]} \dots \int_{f^M \in [f^M, \bar{f}^M]} \frac{1/\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \quad (\text{III.2})$$

où f_-^i et \bar{f}^i sont donnés par :

$$f_-^i(x) = \mu_{-\tilde{F}_1^i}(x_1) * \dots * \mu_{-\tilde{F}_n^i}(x_n) \quad (\text{III.3})$$

$$\bar{f}^i(x) = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^i}(x_1) * \dots * \bar{\mu}_{\tilde{F}_n^i}(x_n) \quad (\text{III.4})$$

Le calcul de Y_{TSK/A_2-C_0} ou des limites y_l, y_r peut être effectué en utilisant l'algorithme itératif de Karmik-Mendel [Men-01].

III.3 Analyse de la stabilité des modèles de TSKT2I

Dans cette section nous étudions la stabilité des modèles $(A_2 - C_0)$ T2I. Pour commencer, nous réécrivons la structure de la règle définie dans (III.1) pour la décrire comme des systèmes flous dynamiques discrets comme suit:

$i^{\text{ème}}$ règle : si $x(k)$ est \tilde{F}_1^i et ... $x(k-n+1)$ est \tilde{F}_n^i Alors

$$x^i(k+1) = a_1^i x(k) + \dots + a_n^i x(k-n+1) \quad (\text{III.5})$$

où $i = (1 \dots M)$, F_j^i représentent les ensembles flous de type-2 de l'état d'entrée j de la règle i , $x(k), x(k-1), \dots, x(k-n+1)$ les états, a_1^i, \dots, a_n^i sont les coefficients des paramètres conséquents de la règle i , et M et le nombre des règles.

III.3.1 Méthodes d'inférence proposées

La sortie du modèle de (TSKT2I) est donnée par l'équation (III.2). Pour calculer cette sortie, l'algorithme itératif de Karmik-Mendel doit être utilisé. Car cette approche pour la réduction de type ne peut être pas formulée en boucle fermée, nous introduisons des nouveaux mécanismes d'inférence pour les systèmes $(A_2 - C_0)$ de (TSKT2I). Le nouveau mécanisme d'inférence remplace la réduction de type du système. Cette nouvelle formule est basée sur la moyenne pondérée de chaque règle. Pour ajuster les variables du modèle, les paramètres m et n sont introduits dans la formule [Fig-05].

$$Y_{TSK1} = \frac{\sum_{i=1}^M f_-^i y^i}{\sum_{i=1}^M f_-^i + \sum_{i=1}^M \bar{f}_-^i} + \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}_-^i y^i}{\sum_{i=1}^M f_-^i + \sum_{i=1}^M \bar{f}_-^i} \quad (\text{III.6})$$

$$Y_{TSK2} = \frac{m \sum_{i=1}^M f_-^i y^i + n \sum_{i=1}^M \bar{f}_-^i y^i}{m \sum_{i=1}^M f_-^i + n \sum_{i=1}^M \bar{f}_-^i} \quad (\text{III.7})$$

$$Y_{TSK3} = m \frac{\sum_{i=1}^M \underline{f}^i y^i}{\sum_{i=1}^M \underline{f}^i} + n \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i y^i}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \quad (\text{III.8})$$

(Si : $M=1 : m+n=1$) on constate que si $\underline{f}^i = \bar{f}^i$, les équations (III.6),(III.8) sont réduites au cas de modèle TSKT1.

Dans le reste du chapitre nous analysons la stabilité des systèmes flous dynamiques de TSKT2I pour le mécanisme d'inférence Y_{TSK3} .

Une analyse similaire peut être obtenue pour dériver le critère de stabilité pour Y_{TSK1} et Y_{TSK2} .

III.3.2 Analyse de la méthode proposée

Nous formulons ici les conditions qui doivent être imposées sur le mécanisme d'inférence (III.8), pour que le mécanisme d'inférence de TSK de type-2 soit acceptable.

La résolution (III.8) peut être écrite comme suit:

$$Y = m \frac{\sum_{i=1}^M \underline{f}^i y^i}{\sum_{i=1}^M \underline{f}^i} + n \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i y^i}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i}$$

$$= y_1 \left(\frac{m \underline{f}^1}{\sum_{i=1}^M \underline{f}^i} + \frac{n \bar{f}^1}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \right) + \dots + y_M \left(\frac{m \underline{f}^M}{\sum_{i=1}^M \underline{f}^i} + \frac{n \bar{f}^M}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \right) \quad (\text{III.9})$$

où

$$\underline{f}^i(x) = \mu_{\underline{F}_1^i}(x(k)) * \dots * \mu_{\underline{F}_n^i}(x(n-k+1)) \quad (\text{III.10})$$

$$\bar{f}^i(x) = \mu_{\bar{F}_1^i}(x(k)) * \dots * \mu_{\bar{F}_n^i}(x(n-k+1)) \quad (\text{III.11})$$

Le terme $\left(\frac{m \underline{f}^1}{\sum_{i=1}^M \underline{f}^i} + \frac{n \bar{f}^1}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \right)$, $i = 1, \dots, M$ dans (III.9) représente la contribution de la règle i

dans la sortie finale du système.

Quoi que la sortie de chaque règle y_i pouvant être un nombre, car la contribution de chaque règle doit être un nombre positif inférieur ou égal à 1, le critère d'acceptabilité devient:

$$0 \leq \left(\frac{mf_-^i}{\sum_{i=1}^M f_-^i} + \frac{n\bar{f}^i}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \right) \leq 1, (i = 1, \dots, M) \quad (\text{III.12})$$

III.3.3 Analyse du critère de stabilité

Nous présentons maintenant l'analyse de stabilité de Y_{TSK3} . L'état du modèle est défini comme suit:

$$x(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-n+1)]^T \quad (\text{III.13})$$

La sortie est déterminée en remplaçant Y_{TSK3} par $x(k+1)$.

$$x(k+1) = m \frac{\sum_{i=1}^M f_-^i y^i}{\sum_{i=1}^M f_-^i} + n \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i y^i}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \quad (\text{III.14})$$

L'expression du vecteur de sortie $x(k+1)$ est donnée comme:

$$x(k+1) = [x(k+1), x(k), \dots, x(k-n+2)]^T \quad (\text{III.15})$$

On peut écrire l'équation (III.15) comme une combinaison de deux matrices $(n \times n)$ A et B_i d'où:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B_i = \begin{pmatrix} a_1^i & a_2^i & \dots & a_n^i \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.16})$$

Tel que a_j^i est le j^{eme} élément de la i^{eme} règle. En utilisant (III.13) et (III.16) nous trouvons:

$$Ax(k) = \begin{pmatrix} 0 \\ x(k) \\ \vdots \\ x(k-n+2) \end{pmatrix}; \quad B_i x(k) = \begin{pmatrix} x^i(k+1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Avec une manipulation algébrique simple l'équation (III.15) peut être réécrite comme:

$$x(k+1) = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^M f_-^i Ax(k)}{\sum_{i=1}^M f_-^i} + \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i Ax(k)}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} + m \frac{\sum_{i=1}^M f_-^i B_i x(k)}{\sum_{i=1}^M f_-^i} + n \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i B_i x(k)}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \quad (\text{III.18})$$

Le lemme suivant est nécessaire pour dériver les conditions de stabilité pour le système flou $(A_2 - C_0)$.

Lemme1: si P est une matrice définie positive

$$mn \geq 0 \quad (III.19)$$

$$nmB^T PB + \frac{m}{2}B^T PA + \frac{n}{2}A^T PB + \frac{1}{4}A^T PA - \frac{1}{4}P < 0 \quad (III.20)$$

$$nmC^T PC + \frac{m}{2}C^T PA + \frac{n}{2}A^T PC + \frac{1}{4}A^T PA - \frac{1}{4}P < 0 \quad (III.21)$$

$$nmB^T PC + nmC^T PB + \frac{m}{2}B^T PA + \frac{n}{2}A^T PB + \frac{m}{2}C^T PA + \frac{n}{2}A^T PC + \frac{1}{2}A^T PA - \frac{1}{2}P < 0 \quad (III.22)$$

$$= -mn(B-C)^T P(B-C) + mnB^T PB + \frac{m}{2}B^T PA + \frac{n}{2}A^T PB + \frac{1}{4}A^T PA - \frac{1}{4}P + mnC^T PC + \frac{m}{2}C^T PA + \frac{n}{2}A^T PC + \frac{1}{4}A^T PA - \frac{1}{4}P \quad (III.23)$$

Maintenant nous considérons une fonction scalaire $V(x(k))$ telle que $V(x(k)) = x^T(k)Px(k)$, où P est une matrice définie positive. Le gradient de cette fonction peut être écrit comme suit :

$$\Delta V(x(k)) = x^T(k+1)Px(k+1) - x^T(k)Px(k) = x^T(k)Zx(k) \quad (III.24)$$

où

$$Z = \left[\frac{\sum_{i=1}^M f_-^i (mB_i^T + \frac{1}{2}A^T)}{\sum_{i=1}^M f_-^i} + \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i (nB_i^T + \frac{1}{2}A^T)}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \right] \times P \left[\frac{\sum_{i=1}^M f_-^i (mB_i + \frac{1}{2}A)}{\sum_{i=1}^M f_-^i} + \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i (nB_i + \frac{1}{2}A)}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \right] - P \quad (III.25)$$

Nous notons que $\Delta V(x(k))$ a quatre termes. Si $-\frac{1}{4}P$ est assigné (ajouté) de chaque terme de $\Delta V(x(k))$. On peut écrire l'expression de $\Delta V(x(k))$ comme suit:

$$\frac{\sum_{i=1}^M f_-^i (mB_i^T + \frac{1}{2}A^T)}{\sum_{i=1}^M f_-^i} P \times \frac{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i (mB_i^T + \frac{1}{2}A^T)}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} - \frac{1}{4}P \quad (III.26)$$

Dans un format complet:

$$\frac{\text{Numérateur}}{\left(\sum_{i=1}^M f_-^i \right) \left(\sum_{i=1}^M \bar{f}^i \right)} = \sum_{i,j=1}^M f_-^i \bar{f}^j \left[m^2 B_i^T P B_j + \frac{1}{2} m B_i^T P A + \frac{1}{2} m A^T P B_j + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P \right] \quad (III.27)$$

Pour aboutir à un système stable, tout composant de $\Delta V(x(k))$ doit être négatif, le premier terme, f_-^i et \bar{f}^i sont positives, l'expression à l'intérieur du crochet doit être négative. Ainsi :

$$m^2 B_i^T P B_j + \frac{1}{2} m B_i^T P A + \frac{1}{2} m A^T P B_j + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.28})$$

En considérant les autres termes, des conditions similaires peuvent être obtenues comme suit:

$$n^2 B_i^T P B_j + \frac{1}{2} n B_i^T P A + \frac{1}{2} n A^T P B_j + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.29})$$

$$m n B_i^T P B_j + \frac{1}{2} m B_i^T P A + \frac{1}{2} n A^T P B_j + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.30})$$

$$m n B_i^T P B_j + \frac{1}{2} n B_i^T P A + \frac{1}{2} m A^T P B_j + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.31})$$

Si nous considérons la première inégalité donnée par (III.28)

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j=1}^M f_-^i f_-^j \left[m^2 B_i^T P B_j + \frac{1}{2} m B_i^T P A + \frac{1}{2} m A^T P B_j + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P \right] \\ &= \sum_{i=1}^M f_-^i f_-^j \left[m^2 B_i^T P B_i + \frac{1}{2} m B_i^T P A + \frac{1}{2} m A^T P B_i + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P \right] \\ &+ \sum_{i < j}^M f_-^i f_-^j \left[m^2 B_i^T P B_j + m^2 B_j^T P B_i + \frac{1}{2} m B_i^T P A + \frac{1}{2} m B_j^T P A + \frac{1}{2} m A^T P B_i \right] \\ &+ \sum_{i < j}^M f_-^i f_-^j \left[\frac{1}{2} m A^T P B_j + \frac{1}{2} A^T P A - \frac{1}{2} P \right] \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

S'il existe une matrice commune définie positive P telle que

$$m^2 B^T P B + \frac{m}{2} (B^T P A + A^T P B) + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0$$

en utilisant lemme1, nous concluons que le terme ci-dessus est négatif. De manière semblable nous pouvons montrer que les autres termes de l'équation (III.25) sont négatifs en utilisant une approche similaire.

Considérons les deux cas suivants qui nous permettent de dériver les conditions complètes de stabilité:

Cas1: $mn \geq 0$

S'il existe une matrice commune définie positive P telles que les conditions suivantes sont satisfaites, puis pour tous les sous-systèmes nous pouvons facilement montrer que $\Delta V(x(k))$ est négative, en utilisant le lemme1, le système est globalement stable.

$$m^2 B_i^T P B_i + \frac{m}{2} (B_i^T P A + A^T P B_i) + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.33})$$

$$n^2 B_i^T P B_i + \frac{n}{2} (B_i^T P A + A^T P B_i) + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.34})$$

$$mn B_i^T P B_i + \frac{m}{2} B_i^T P A + \frac{n}{2} A^T P B_i + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.35})$$

$$mn B_i^T P B_i + \frac{n}{2} B_i^T P A + \frac{m}{2} A^T P B_i + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.36})$$

Cas2: $mn < 0$

Pareillement, en plus de (III.33)-(III.40), si:

$$\begin{aligned} mn B_i^T P B_j + mn B_j^T P B_i + \frac{1}{2} m B_i^T P A + \frac{1}{2} m B_j^T P A \\ + \frac{1}{2} n A^T P B_i + \frac{1}{2} n A^T P B_j + \frac{1}{2} A^T P A - \frac{1}{2} P < 0 \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

$$\begin{aligned} mn B_i^T P B_j + mn B_j^T P B_i + \frac{1}{2} n B_i^T P A + \frac{1}{2} n B_j^T P A \\ + \frac{1}{2} m A^T P B_i + \frac{1}{2} m A^T P B_j + \frac{1}{2} A^T P A - \frac{1}{2} P < 0 \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

(pour $i, j=1, \dots, M$)

Puis le système flou de TSK de type-2 est globalement asymptotiquement stable. Après nous considérons une paire de l'inégalité matricielle linéaire (LMI) de l'équation (III.33).

$$mn B_i^T P B_i + \frac{m}{2} B_i^T P A + \frac{n}{2} A^T P B_i + \frac{1}{4} A^T P A - \frac{1}{4} P < 0 \quad (\text{III.39})$$

En multipliant les deux membres de l'équation (III.39) par 8 et en les ajustant, nous trouvons:

$$8(mn B_i^T + \frac{n}{2} A^T) P B_i + 8(\frac{m}{2} B_i^T + \frac{1}{4} A^T) P A - 2P < 0 \quad (\text{III.40})$$

Pour trouver la matrice P nous décomposons (III.40) comme suit:

$$8(mn B_i^T + \frac{n}{2} A^T) P B_i - P = -Q \quad (\text{III.41})$$

$$8(\frac{m}{2} B_i^T + \frac{1}{4} A^T) P A - P < 0 \quad (\text{III.42})$$

$$8(mn B_i^T + \frac{m}{2} A^T) P B_i + 8(\frac{n}{2} B_i^T + \frac{1}{4} A^T) P A - 2P < 0 \quad (\text{III.43})$$

$$8(m^2 B_i^T + \frac{m}{2} A^T) P B_i + 8(\frac{m}{2} B_i^T + \frac{1}{4} A^T) P A - 2P < 0 \quad (\text{III.44})$$

$$8(n^2 B_i^T + \frac{n}{2} A^T) P B_i + 8(\frac{n}{2} B_i^T + \frac{1}{4} A^T) P A - 2P < 0 \quad (\text{III.45})$$

Pour résoudre les LMIs de (III.41)-(III.45), nous proposons l'algorithme itératif suivant qui s'applique seulement pour $mn \geq 0$.

poser $i = 1$.

Tandis que ($i \leq M$).

- 1) Choisir une matrice arbitraire définie positive Q et résoudre l'équation (III.41) pour calculer P .
- 2) Vérifier si P est définie positive et satisfaire l'équation (III.42). Si non, aller à l'étape 1.
- 3) Vérifier si les équations (III.43)-(III.45) sont satisfaites. Si non, aller à l'étape 1.
- 4) $i = i + 1$

Continuer jusqu'à $i \leq M$.

Les étapes itératives pour le cas $mn < 0$ sont un peu compliquées puisque la matrice P calculée doit également satisfaire les équations (III.37) et (III.38). En d'autres termes, les étapes suivantes doivent être exécutées pour trouver la matrice P .

Poser $i = 1$.

Tandis que ($i, j \leq M$).

- 1) choisir une matrice arbitraire définie positive Q et résoudre l'équation (III.41) pour calculer P .
- 2) Vérifier si P est définie positive et satisfaire l'équation (III.42). Si non, aller à l'étape 1.
- 3) Vérifier si les équations (III.43)-(III.45) sont satisfaites. Si non, aller à l'étape 1.
- 4) $i = i + 1$
- 5) Vérifier si P est définie positive et satisfaire les équations (III.37) et (III.38). Si non, aller à l'étape 1.

Continuer jusqu'à $i, j \leq M$.

III.4 Exemple d'application

Dans ce chapitre, nous présentons deux exemples. Le premier étudie la stabilité du système flou dynamique de type-2 de TSK. Le deuxième compare les performances du système de commande ($A_2 - C_0$) de type-2 de TSK avec celui de TSK de type-1.

III.4.1 Exemple1 [Men-08]

Nous considérons un système flou dynamique de type-2 avec les quatre règles suivantes :

- 1) si $x(k)$ est \tilde{F}^1 et $x(k-1)$ est \tilde{F}^2 alors $x^1(k+1) = 0.14x(k) + 0.03x(k-1)$.

2) si $x(k)$ est \tilde{F}^2 et $x(k-1)$ est \tilde{F}^3 alors $x^2(k+1) = 0.2x(k) + 0.01x(k-1)$.

3) si $x(k)$ est \tilde{F}^1 et $x(k-1)$ est \tilde{F}^4 alors $x^3(k+1) = 0.3x(k) - 0.01x(k-1)$.

4) si $x(k)$ est \tilde{F}^3 et $x(k-1)$ est \tilde{F}^4 alors $x^4(k+1) = -0.1x(k) - 0.011x(k-1)$.

Les fonctions d'appartenance sont schématisées dans la figure (III.1).

Les matrices A et B_i sont données par:

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.03 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.46})$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_4 = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.47})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.48})$$

Si nous choisissons $m = 0.7$; et $n = 0.3$; ($mn > 0$), nous pouvons montrer que la matrice symétrique définie positive P satisfait les LMIs dérivées de (III.33)-(III.36).

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.49})$$

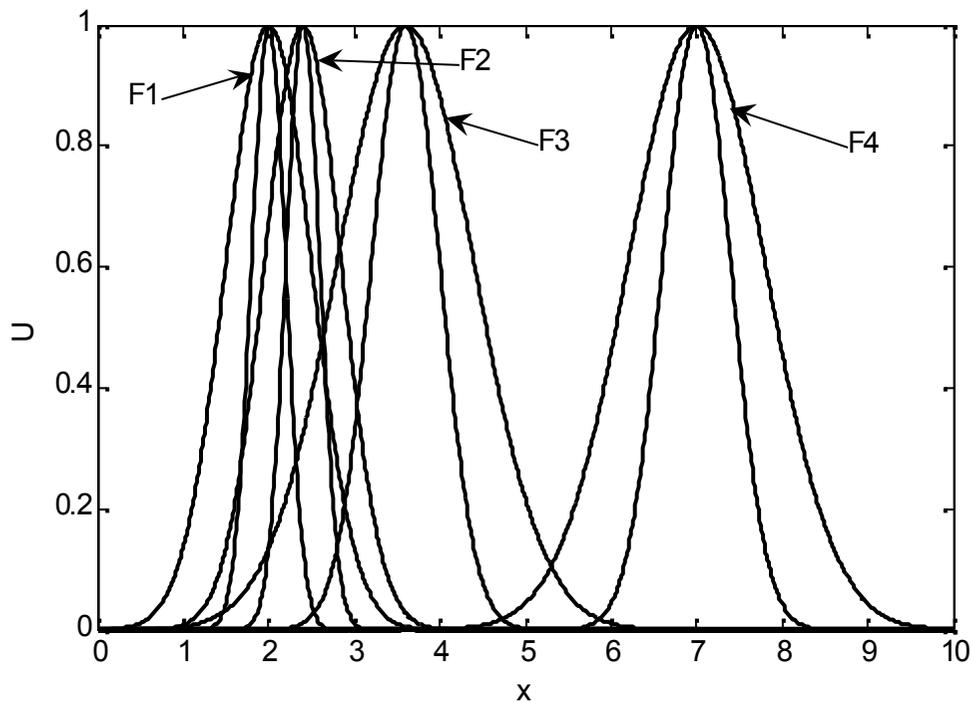


Fig. III.1 Fonctions d'appartenance pour l'exemple1

Les réponses du système pour les quatre mécanismes d'inférences sont schématisées ci-dessous, pour deux conditions initiales.

- ✓ D'après les résultats obtenus, nous constatons que la réponse du système est stable pour les quatre méthodes d'inférence et pour les deux conditions initiales. Ce qui confirme la validité des méthodes d'inférence proposées.

1^{er} cas: pour les conditions initiales $x(0)=0.1$ et $x(1)=0.01$

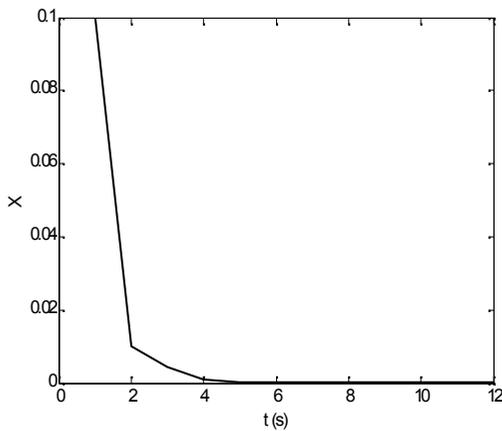


Fig. III.2 Réponse du système x en utilisant type-1

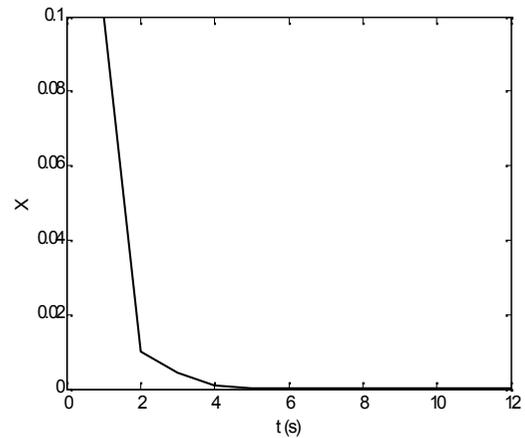


Fig. III.3 Réponse du système x en utilisant TSK3

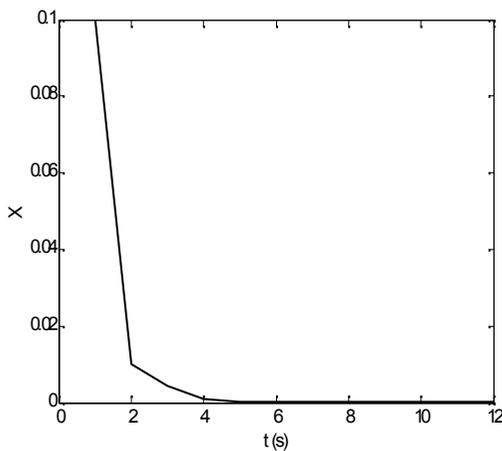


Fig. III.4 Réponse du système x en utilisant TSK2

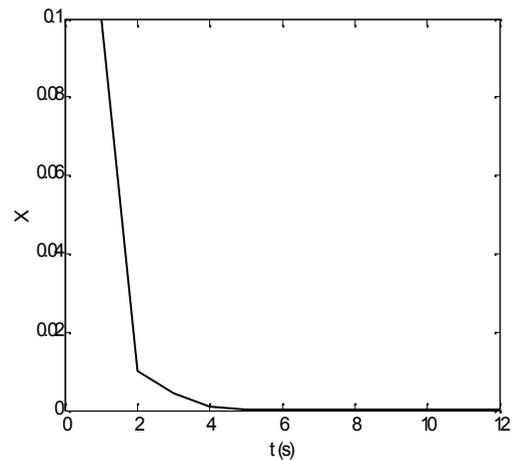


Fig. III.5 Réponse du système x en utilisant TSK1

2^{ème} cas: pour les conditions initiales $x(0)=-0.1$ et $x(1)=-0.01$

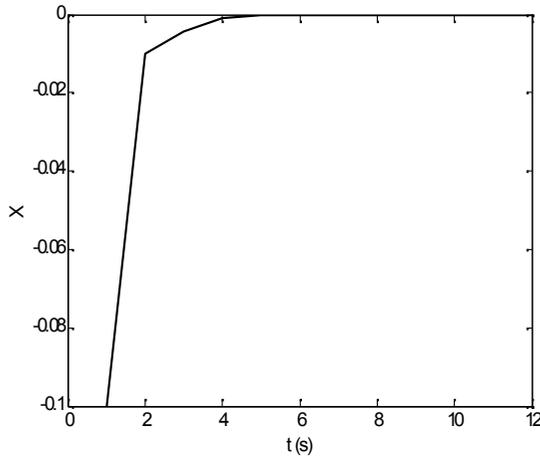


Fig. III.6 Réponse du système x en utilisant type-1

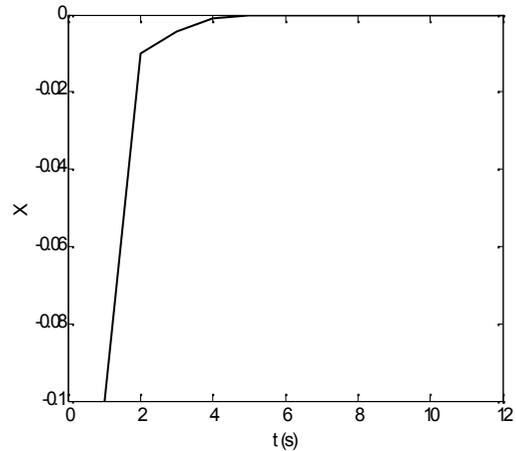


Fig. III.7 Réponse du système x en utilisant TSK3

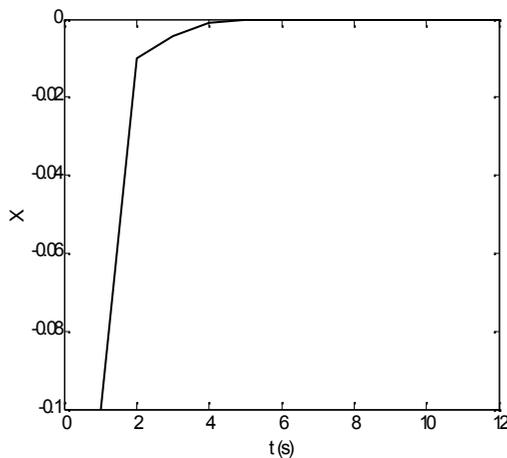


Fig. III.8 Réponse du système x en utilisant TSK2

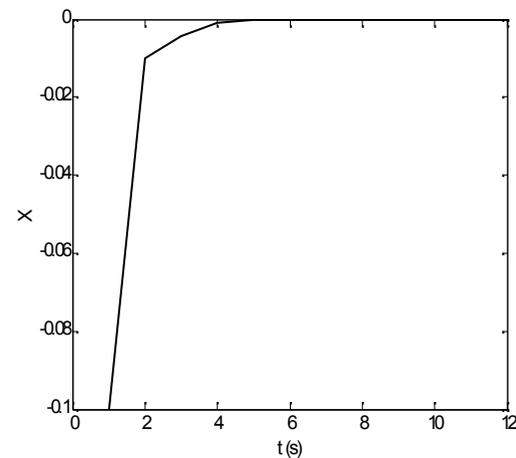


Fig. III.9 Réponse du système x en utilisant TSK1

III.4.2 Exemple2 [Men-08] [Tan-95]

Dans cet exemple, une simulation numérique du système de commande est présentée. Nous adoptons l'exemple donné par [Tan-95] tel qu'un contrôleur de TSK de type-1 est synthétisé pour suivre la trajectoire d'une voiture. Le problème spécifique est de commander le modèle simulé de la voiture sur la longue trajectoire désirée à partir d'une position initiale arbitraire en manipulant l'angle de direction. Dans ce problème, seulement les mouvements en avance sont permis.

La voiture considérée a été modélisée par un modèle TSK type-1 dont la dynamique est conforme au modèle d'origine.

Nous nous référons à x_0 comme l'angle que la voiture fait avec l'axe horizontal et x_1 comme la position verticale de l'arrière de la voiture. L'objectif de la commande est de déplacer la

La figure III.16 montre la performance entre un contrôleur flou de type-1 et celui de type-2. La sortie du contrôleur flou de type-2 de TSK est donnée par Y_{TSK3} dont $m=-2.2$ et $n=3.2$. Comme il est montré sur la figure III.16, le contrôleur flou de type-2 a une réponse plus rapide avec moins de dépassement que le contrôleur flou de type-1.

Les positions angulaires des deux contrôleurs sont montrées sur la figure III.17 Le contrôleur de type-2 atteint l'extrême plus rapidement que le contrôleur de type-1. La position angulaire a une pente négative légèrement plus grande qui aide la voiture à atteindre $x_2 = 0$ et $x_1 = 0$ plus rapidement, cela apparaît avec la comparaison du temps d'arrivée à l'angle final 0 des deux contrôleurs.

Cet exemple démontre la capacité de TSK de type-2 en utilisant Y_{TSK3} comme mécanisme d'inférence pour obtenir des résultats meilleurs par rapport au TSK de type-1.

Si le système est proprement modélisé et ajusté, il est clair qu'il y a un grand potentiel pour avoir des meilleurs résultats.

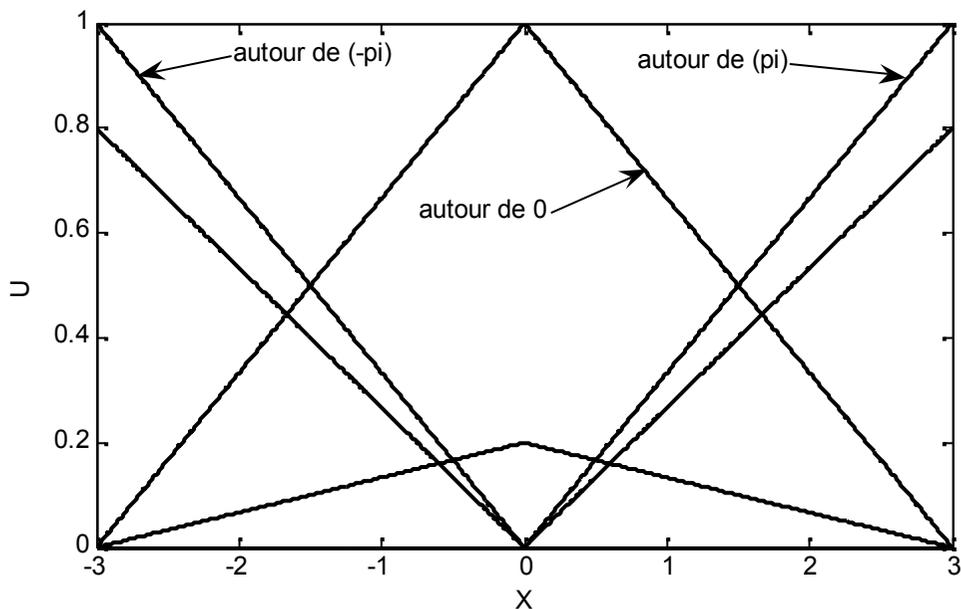


Fig. III.11 Fonctions d'appartenance de l'exemple2

Pour comparer la performance des différents mécanismes d'inférence, nous représentons la sortie de chaque mécanisme. Les résultats sont montrés sur la figure III.18 où nous pouvons voir que Y_{TSK2} et Y_{TSK3} sont plus performants que le type-1.

Cependant, Y_{TSK1} indique une performance similaire que celle de type-1 de TSK, ceci est attribué au fait qu'il n'y a aucun paramètre d'ajustement des fonctions d'appartenance supérieure et inférieure et par conséquent le niveau d'incertitude.

Les résultats de simulation

Nous avons réalisé des simulations pour différentes conditions initiales.

1^{er} cas: pour $x_0(k) = 180^0$ et $x_1(k) = 20$

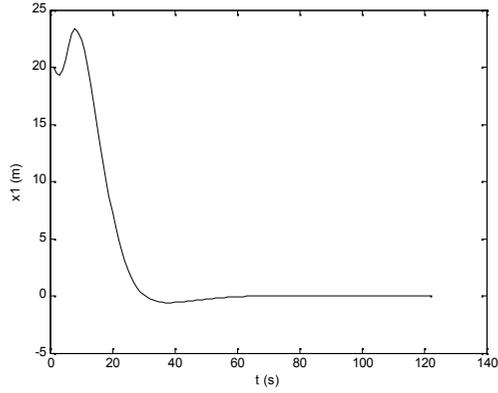


Fig. III.12 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK3}

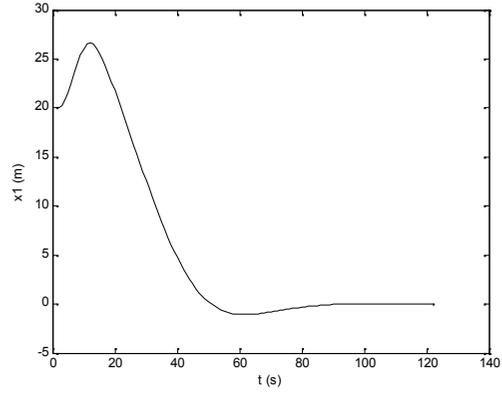


Fig. III.13 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK2}

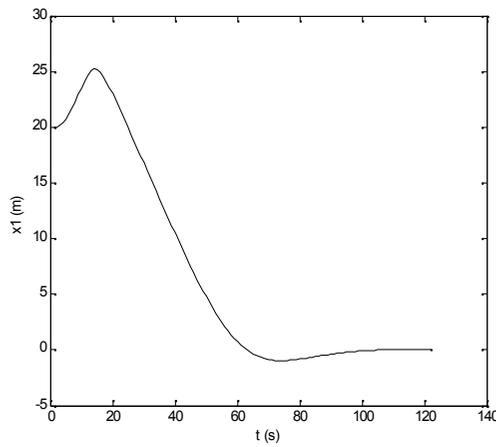


Fig. III.14 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK1}

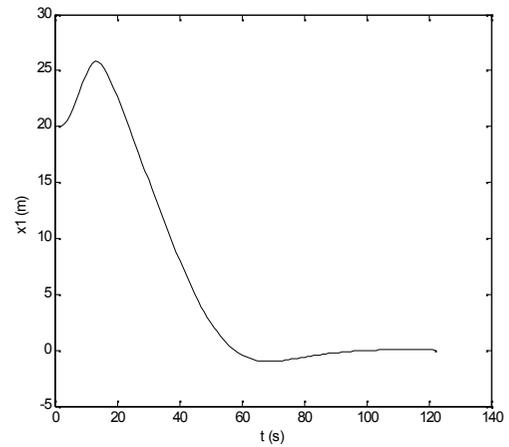


Fig. III.15 Réponse de x_1 en utilisant type-1

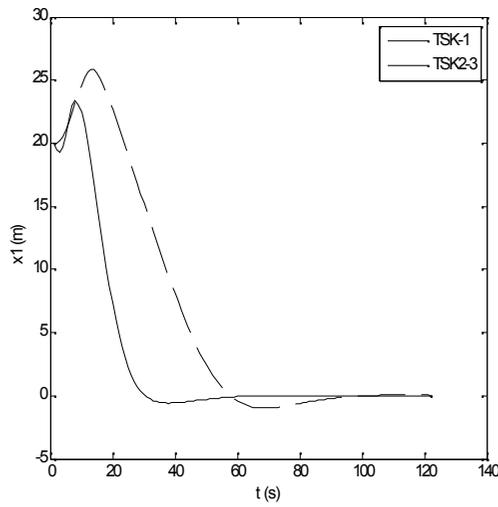


Fig. III.16 Comparaison de performance des deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

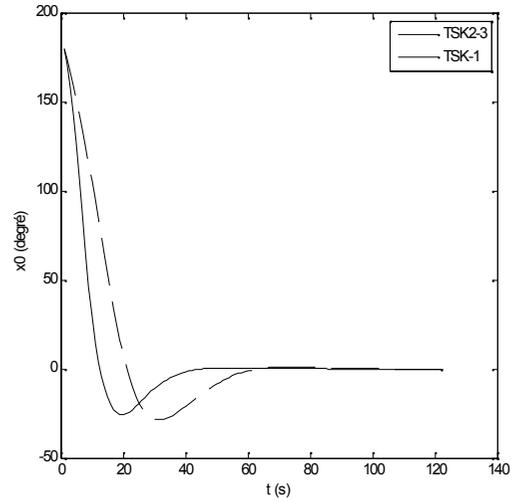


Fig. III.17 Position angulaire de la voiture pour les deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

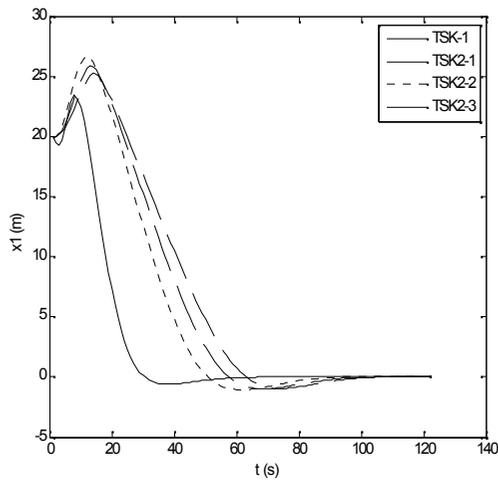


Fig. III.18 Performance des différents mécanismes d'inférence

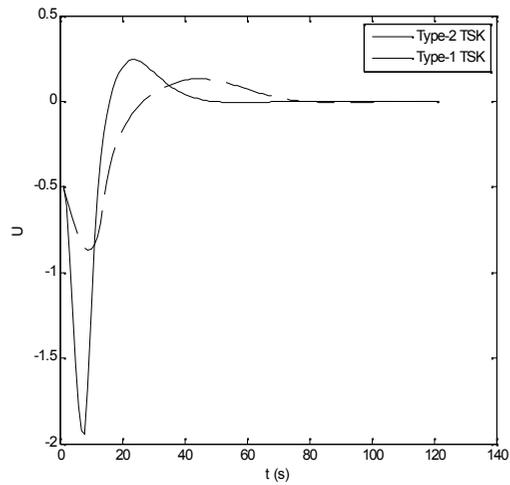


Fig. III.19 Commande des systèmes flous de type-1 et de type-2

2^{ème} cas: pour $x_0(k) = -180^0$ et $x_1(k) = 20$

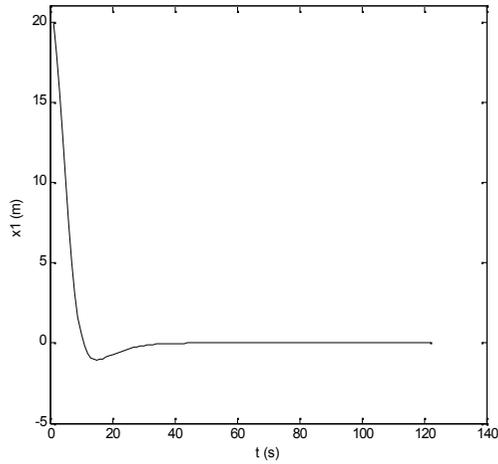


Fig. III.20 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK3}

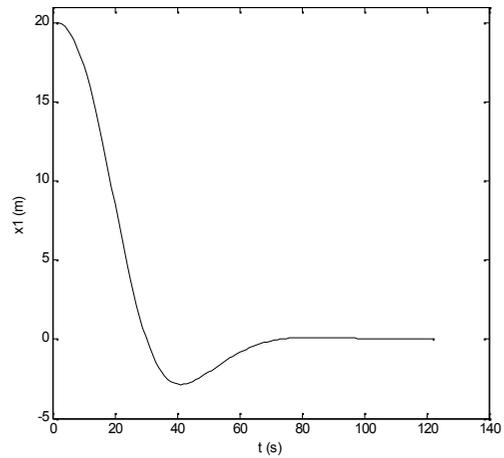


Fig. III.21 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK2}

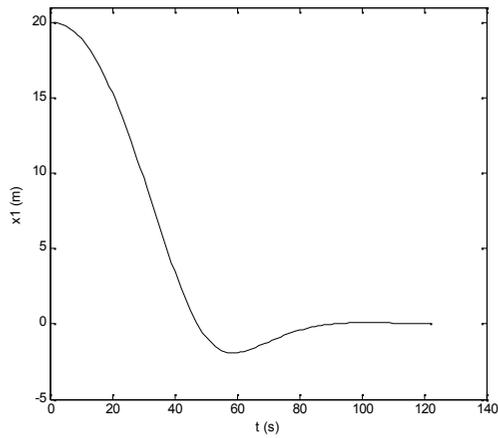


Fig. III.22 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK1}

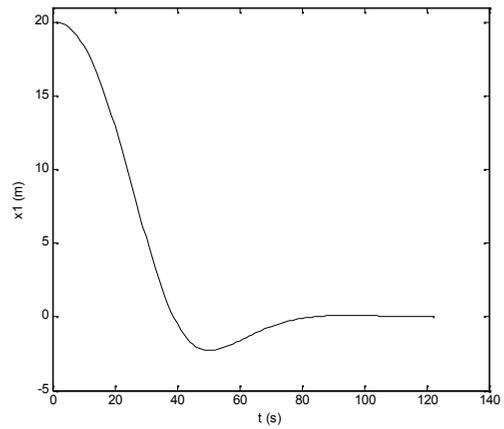


Fig. III.23 Réponse de x_1 en utilisant type-1

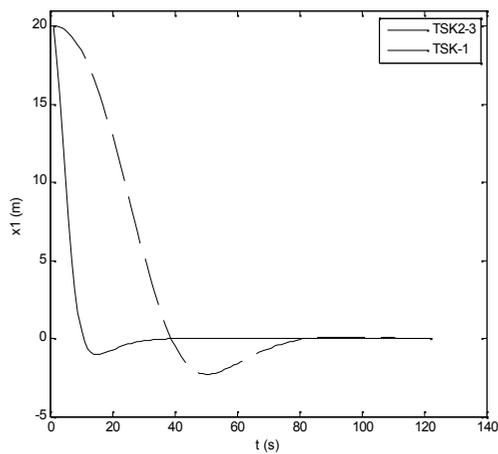


Fig. III.24 Comparaison de performance des deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

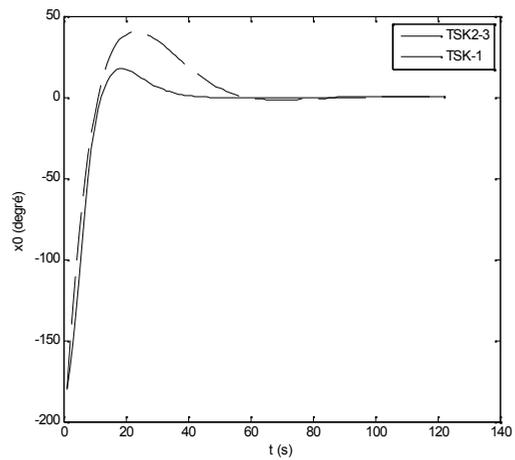


Fig. III.25 Position angulaire de la voiture pour les deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

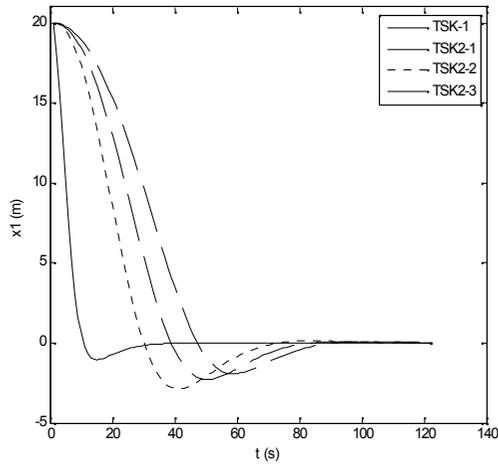


Fig. III.26 Performance des différents mécanismes d'inférence

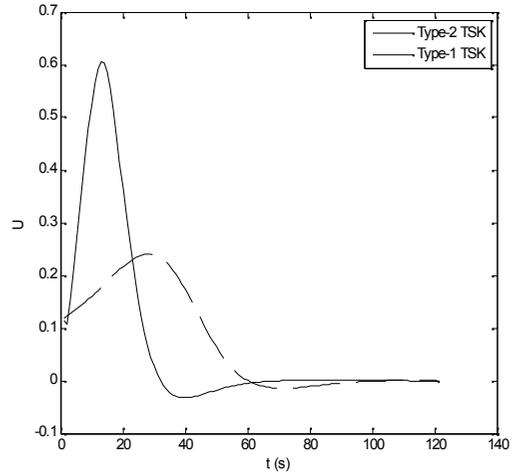


Fig. III.27 Commande des systèmes flous de type-1 et de type-2

3^{ème} cas: pour $x_0(k) = -90^0$ et $x_1(k) = 20$

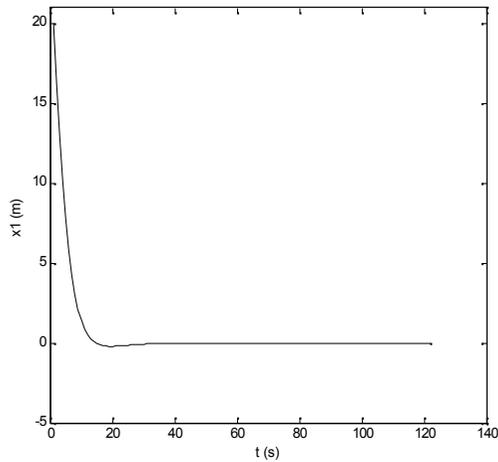


Fig. III.28 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK3}

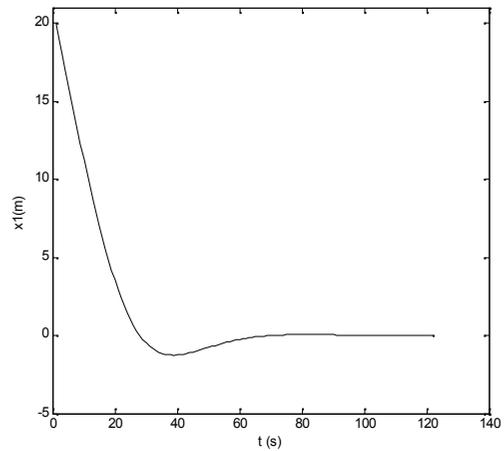


Fig. III.29 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK2}

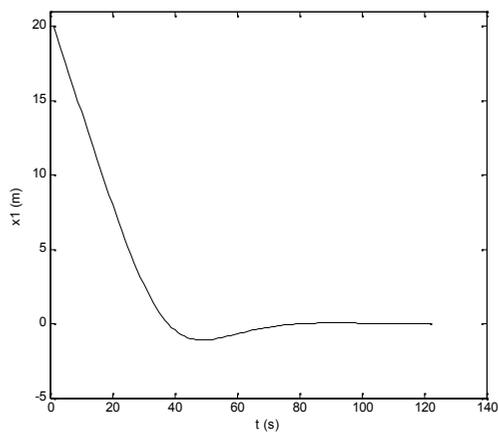


Fig. III.30 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK1}

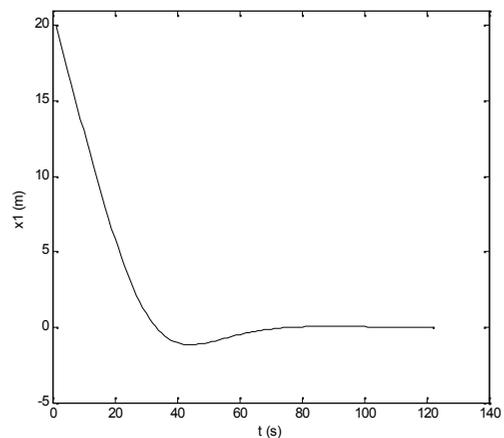


Fig. III.31 Réponse de x_1 en utilisant type-1

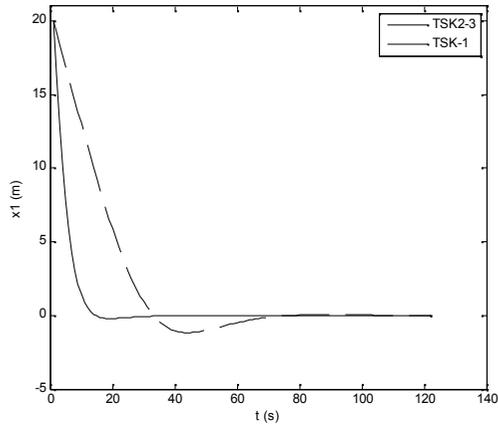


Fig. III.32 Comparaison de performance des deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

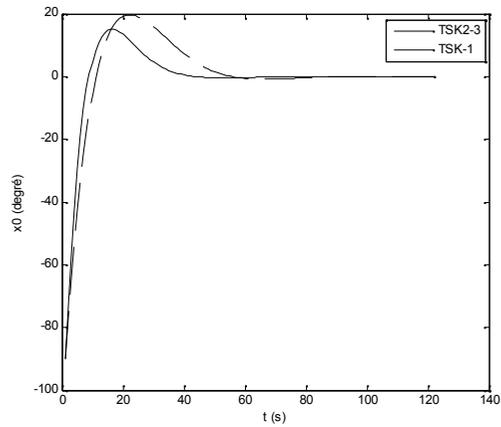


Fig. III.33 Position angulaire de la voiture pour les deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

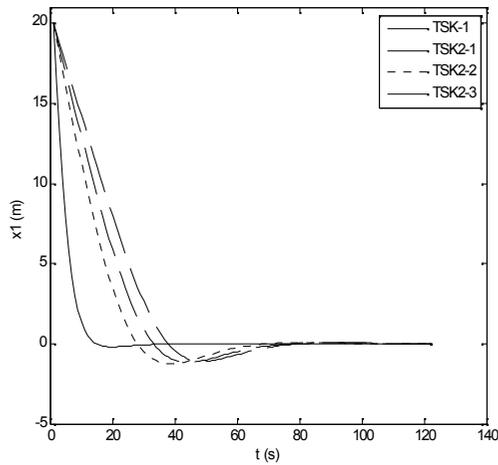


Fig. III.34 Performance des différents mécanismes d'inférence

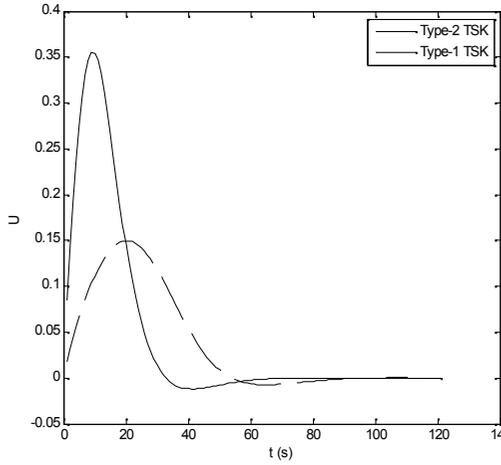


Fig. III.35 Commande des systèmes flous de type-1 et de type-2

4^{ème} cas: pour $x_0(k) = 90^0$ et $x_1(k) = 10$

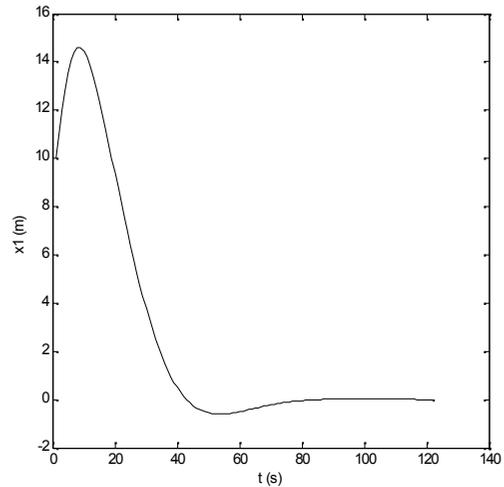
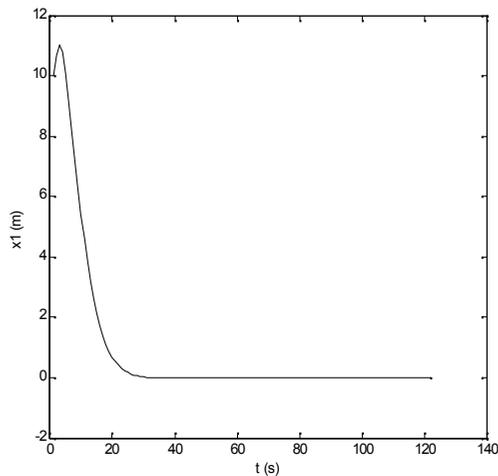


Fig. III.36 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK3}

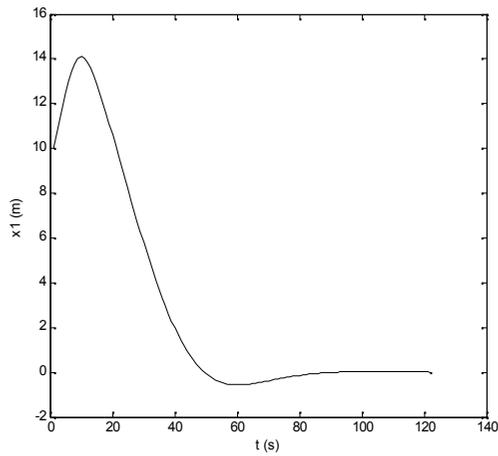


Fig. III.37 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK2}

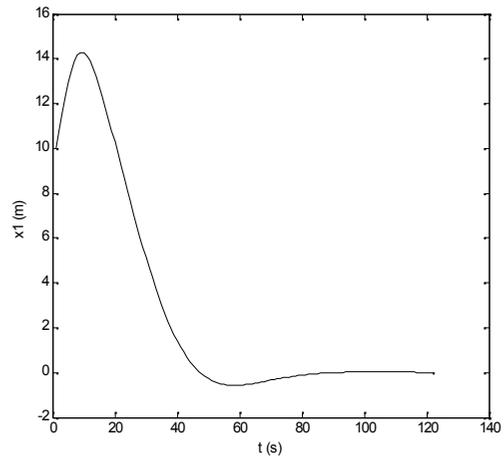


Fig. III.38 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK1}

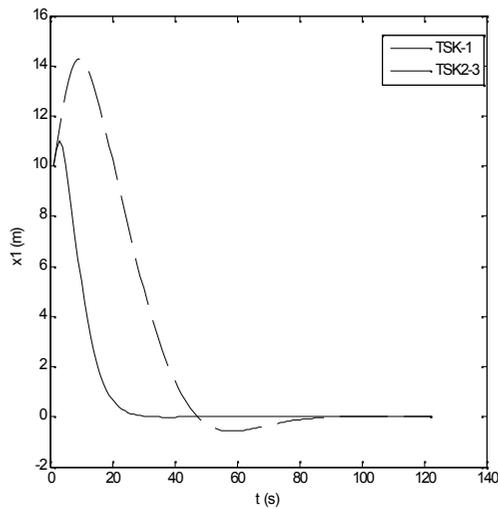


Fig. III.39 Réponse de x_1 en utilisant type-1

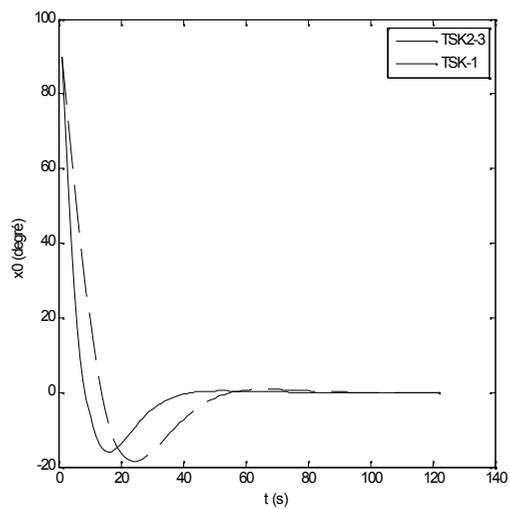


Fig. III.40 Comparaison de performance des deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

Fig. III.41 Position angulaire de la voiture pour les deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

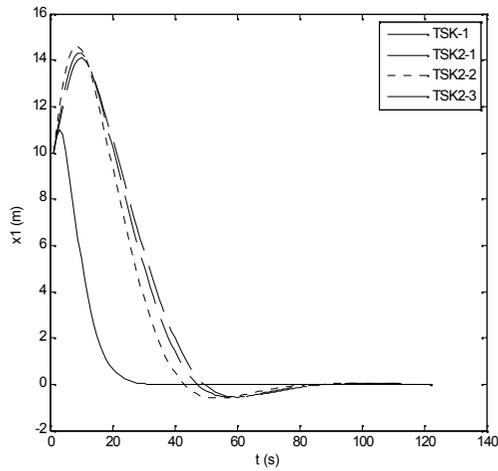


Fig. III.42 Performance des différents mécanismes d'inférence

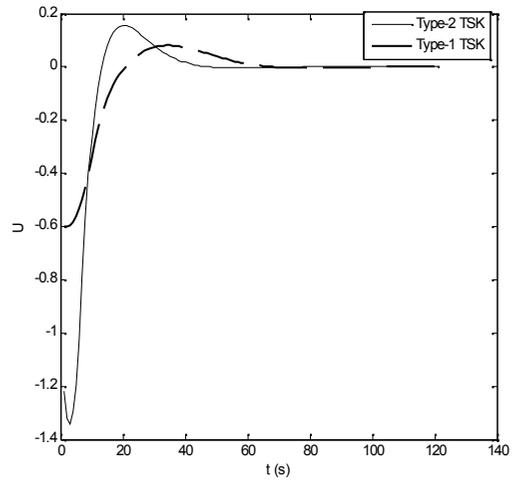


Fig. III.43 Commande des systèmes flous de type-1 et de type-2.

5^{ème} cas: pour $x_0(k) = -90^0$ et $x_1(k) = 10$

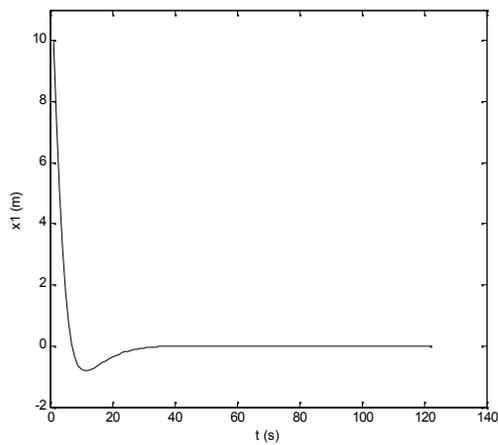


Fig. III.44 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK3}

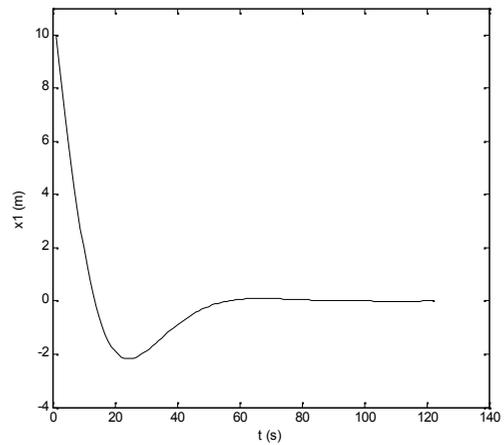


Fig. III.45 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK2}

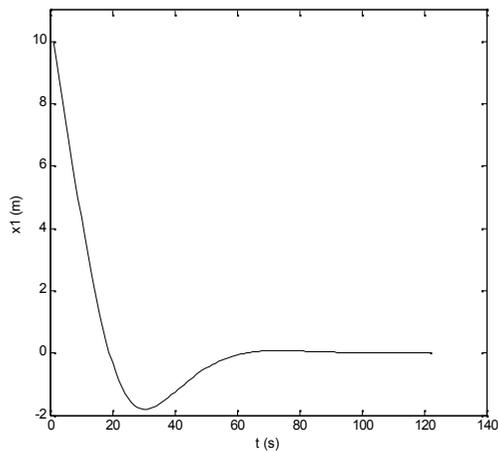


Fig. III.46 Réponse de x_1 en utilisant Y_{TSK1}

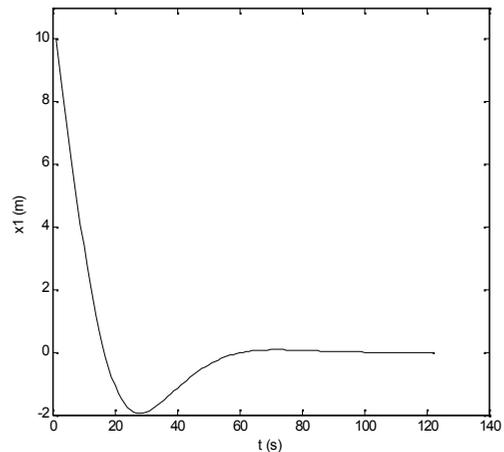


Fig. III.47 Réponse de x_1 en utilisant type-1

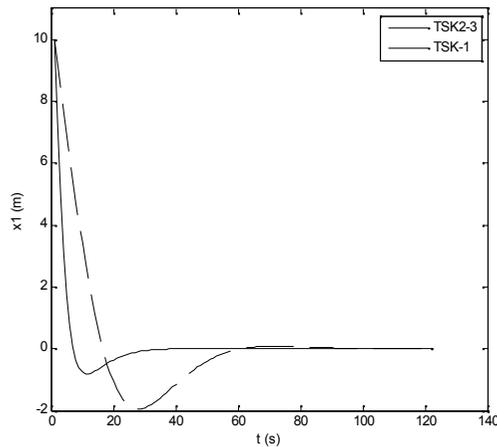


Fig. III.48 Comparaison de performance des deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

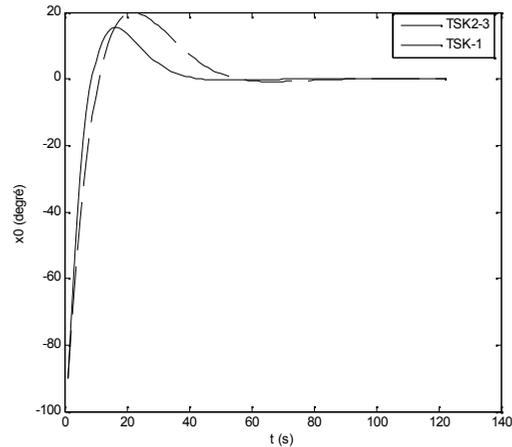


Fig. III.49 Position angulaire de la voiture pour les deux contrôleurs flous de type-1 et de type-2

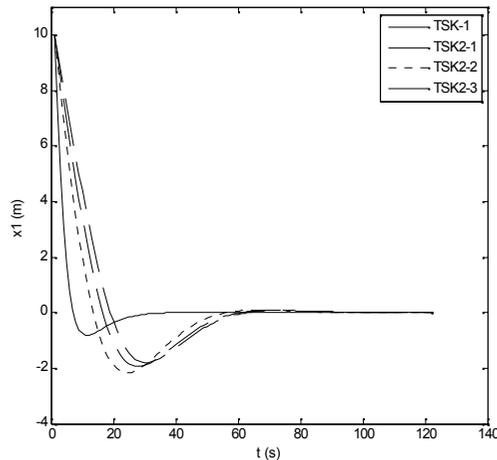


Fig. III.50 Performance des différents mécanismes d'inférence.

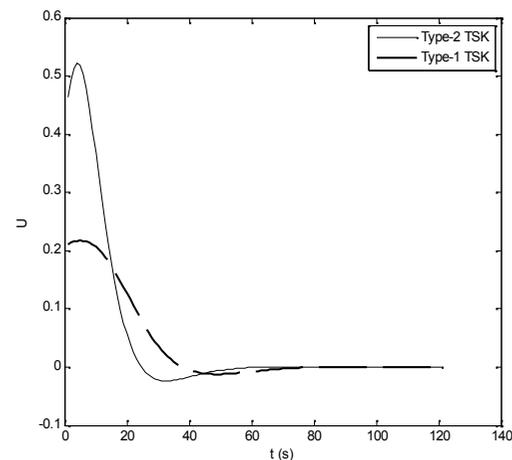


Fig. III.51 Commande des systèmes flous de type-1 et de type-2.

Commentaires des résultats de simulation

Les figures (III.16, III.24, III.32, III.40, III.48) comparent la performance des contrôleurs de TSK de type-2 et de type-1, nous pouvons observer que le contrôleur de TSK de type-1 a un dépassement remarquable et une convergence lourde, par contre le contrôleur de TSK de type-2 a un dépassement moins remarquable et une convergence moins lourde, le temps de stabilisation est plus rapide.

Les figures (III.18, III.26, III.34, III.42, III.50) comparent la performance des différentes méthodes d'inférence proposées. Les résultats obtenus montrent que les réponses de Y_{TSK2} et Y_{TSK3} sont les plus performantes que celles de type-1. Cependant, Y_{TSK1} montre une

performance similaire au système de TSK de type-1, car Y_{TSK1} ne contient pas les paramètres d'ajustement des fonctions d'appartenance supérieure et inférieure et donc le niveau d'incertitude.

Les figures (III.17, III.25, III.33, III.41, III.49) comparent les positions angulaires des contrôleurs de type-1 et de type-2, nous pouvons remarquer que le contrôleur flou de TSK de type-2 a une pente négative plus grande qui aide la voiture à atteindre $x_0 = 0$ et $x_1 = 0$ plus rapidement par rapport au contrôleur flou de TSK de type-1.

Les figures (III.19, III.27, III.35, III.43, III.51) montrent une comparaison des efforts de commande des contrôleurs flous de TSK de type-1 et type-2.

Nous pouvons remarquer que l'effort de commande du contrôleur TSKT2I est plus important que celui du contrôleur TSKT1I, et que la réponse transitoire du contrôleur TSKT2I présente un petit dépassement par rapport au contrôleur TSKT1I. Ceci, est attribué à la forme des fonctions d'appartenance de type-2 qui prennent en charge plus d'incertitudes dans la structure du contrôleur.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé trois mécanismes d'inférence pour les modèles TSK A2-C0 de type-2. Le mécanisme d'inférence défini dans l'équation (III.8) a été adopté pour dériver les conditions suffisantes nécessaires à la conception d'un système flou de type-2 stable.

Nous avons aussi montré que l'existence d'une matrice définie positive commune garantit la stabilité du système de commande flou de type-2 en boucle fermée.

Une analyse similaire peut être suivie lors de la conception des systèmes de commande flous de type-2 en utilisant les autres méthodes d'inférence proposées.

A la fin, des exemples de simulation sont présentés pour valider l'étude de stabilité proposée et les performances des systèmes de commande flous de type-2 de TSK. Les résultats de simulation ont montré que les mécanismes d'inférence proposés peuvent être significativement plus performants que les systèmes de type-1 de TSK.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'objectif principal fixé, dans le cadre de ce mémoire, était l'analyse de stabilité des systèmes non linéaires incertains et perturbés commandés par des contrôleurs flous de type-2. L'analyse de stabilité des systèmes est une étape nécessaire pour toute conception d'un système de commande.

Pour prouver et garantir la stabilité des systèmes de commande flous de type-2 incertains et perturbés développés dans ce travail, nous avons utilisé la synthèse de Lyapunov afin d'obtenir des conditions suffisantes de stabilité qui seront transformées en termes d'LMIs et résolues numériquement.

Le travail entrepris dans le cadre de ce mémoire est réalisé en trois phases.

Dans un premier temps, nous avons présenté la théorie de base de la logique floue de type-2 où plusieurs points ont été traités: définitions, propriétés, opérations et relations des ensembles flous, structure des SFT-2, systèmes flous de type-2 intervalle et finalement nous avons donné un état de l'art sur la stabilité des systèmes non linéaires commandés par des systèmes flous de type-2.

Dans un deuxième temps, nous avons développé un modèle flous de T-S de type-2 intervalle qui peut être considéré comme une collection de modèles flous de T-S de type-1, pour représenter des systèmes non linéaires continus sujet à des incertitudes paramétriques et des perturbations externes. Ces dernières peuvent être prises en charge, lors de la fuzzification, par les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure.

Les conditions de stabilité déduites de la synthèse de Lyapunov, sont exprimées en terme d'LMIs pour être résolues numériquement à l'aide des méthodes de l'optimisation convexe pour laquelle des outils puissants sont disponibles.

Dans un troisième temps nous avons étudié la stabilité des systèmes flous de TSK de type-2 intervalle discret dans le cas où les antécédents sont de type-2 et les conséquents sont de type-0. Au début, nous avons présenté les systèmes flous de TSK de type-2 intervalle, pour lesquels nous avons proposé trois mécanismes d'inférence. Par la suite, nous avons étudié la stabilité des systèmes de commande flous de type-2 au sens de Lyapunov.

Des simulations, sous l'environnement Matlab, ont été réalisées pour valider l'approche proposée afin de stabiliser les systèmes non linéaires continus incertains d'une part, et

démontrer la stabilité et les performances des systèmes de commande discrets flous de type-2 de TSK d'autre part. Les résultats de simulation montrent que les mécanismes d'inférence proposés améliorent significativement les performances obtenues par les systèmes de TSK de type-1.

Comme perspective à ce travail, on propose l'utilisation des systèmes flous de type-2 de forme générale pour la commande des systèmes non linéaires sans contraintes sur les incertitudes et les perturbations externes.

BIBLIOGRAPHIE

- [Ann-06] M. Annane, H. Attoui, “Conception d’un contrôleur à base des systèmes flous de type-2”, Mémoire de fin d’étude, département d’électrotechnique, UFAS, 2006.
- [Cas-07] O. Castillo, L. Aguilar, N. Cázarez, S. Cárdenas, N. Cázarez “Systematic design of a stable type2 fuzzy logic controller”, Tijuana Inst of Tech, Tijuana, BC, Mexico, vol.8,issue.3 pp. 1274-1279, 2008.
- [Cas-09] O. Castillo, A. Rodriguez-Diat, “Interval type-2 fuzzy logic system to simulate the environment resources stochasticity affecting the growth of a population”, IEEE international conference, Fuzzy systems, pp.727-731, 2009.
- [Che-09] M.Y. Hsiao, C.Y. Chen, S. H.Tsai, Slim-Tsai Liu, “Combined Interval type2 fuzzy cinematic and dynamic controls of the whaled mobile robot with adaptive sliding mode technique”. Dep. of Technol, Taiwan, pp.706-711, 2009.
- [Chih-10] T. C. Lin, M. Roopaei, M. Chechen, ”Synchronisation of two different chaotic systems using chattering free adaptive interval type2 fuzzy sliding mode control”, Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol.24, issue.1, pp. 39-49, 2010.
- [Cou-04] S. Coupland, R. John, “A new and efficient method for the type-2 meet operation”, IEEE international conference, Fuzzy systems, vol.2, pp. 959-964, 2004.
- [Cou-07] S. Coupland and R. John, “Geometric type-1 and type-2 fuzzy logic systems,” IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.15, issue.1, pp.3–15, 2007.
- [Elo-09] A. El Ougli, “intégration des techniques floues à la synthèse de contrôleurs adaptatifs”, Thèse de doctorat, UFR, Université Sidi Mhamed Ben Abdellah, Fès, 2009.
- [Els-05] R. E. Elsa, “Sur la stabilité des systèmes hybrides et la stabilisation par commutation », Thèse de doctorat, Inst Nat des Scien App, Univ of Toulouse, pp. 1-155, 2005.
- [Fad-10] M.S. Fadali, S. Jafarzadeh, “Stability analysis of discrete type-2 TSK fuzzy systems with interval uncertainty”, IEEE international conference On Fuzzy systems, Barcelona, 18-23 july 2010.
- [Feng-06] G. Feng, “A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.14, issue.5, pp.676–697, 2006.
- [Fig-05] J. Figueroa, J. Posada, J. Soriano, M. Melgarejo, and S. Rojas, “A type-2 fuzzy controller for tracking mobile objects in the context of robotic soccer games”, IEEE international conference, Fuzzy systems, pp. 359-364, 2005.
- [Gal-08] M. Galluzzo, B. Cosenza, A. Matharu, “Control of a nonlinear continuous bioreactor with bifurcation by a type-2 fuzzy logic controller”, computers and chemical engineering, vol. 32, issue.12, pp. 2986-2993, 2008.

- [Hag-04]** H.A. Hagra, “Hierarchical type-2 fuzzy logic control architecture for Autonomous mobile robots”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.12, issue.4, pp.524–539, 2004.
- [Hag-07]** H.A. Hagra, “Type-2 fuzzy controls: A new generation of fuzzy controllers”, IEEE computational intelligence magazine, vol.2, issue.1, pp.30-43, 2007.
- [Ham-10]** M. Manceur, N. Essounbouli, A. Hamzaoui, “MIMO second order sliding mode fuzzy type2 control“, IEEE international conference, Fuzzy systems, pp. 1812-1820, 2010.
- [Karm-84]** N. Karmarkar, "A new polynomial time algorithm for linear programming", Ccombinatorica, vol.4, issue .4, pp.373-395, 1984.
- [Kar-01-a]** N.N. Karnik, J.M. Mendel, “Operations on type-2 fuzzy sets”, Fuzzy Systems, vol. 122, pp. 327–348, 2001.
- [Kar-01-b]** N.N. Karnik, J.M. Mendel, “centroid of a type-2 fuzzy set”, Information sciences, vol.132, issue.1-4, pp.195-220, 2001
- [Kar-98]** N.N. Karnik, J. M. Mendel, “Type-2 fuzzy logic systems: Type-reduction”, IEEE International conference, vol.2, pp. 2046 – 2051, 1998
- [Kim-04]** E.Kim, “A new computational approach to stability analysis and synthesis of linguistic fuzzy control system“, IEEE transactions, Fuzzy systems, vol.12, issue.3, pp. 379-388, 2004.
- [Lam-05]** H.K. Lam, F.H.F. Leung, “Stability analysis of fuzzy control systems subject to uncertain grades of membership”, IEEE Transactions, Systems Man and Cybernetics, vol.35, issue.6, pp.1322–1325, 2005.
- [Lam-06]** H.K. Lam and F.H.F. Leung, “Design and stabilization of sampled-data neural-network-based control systems”, IEEE Transactions, Systems Man and Cybernetics, vol.36, issue.5, pp. 995–1005, 2006.
- [Lam-08]** H.K. Lam, D. Lakmal, ”Stability analysis of interval type2 fuzzy model based control systems”, IEEE transactions, Systems Man and Cybernetics, vol.38, issue.3, pp. 617-628, 2008.
- [Lee-00]** E. Kim, C. H. Lee, “New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems”, IEEE transactions, Fuzzy Systems, vol.8, issue.5, pp.523–534, 2000.
- [Lee-04]** C. H. Lee, Y.C. Lin, “Control nonlinear uncertain systems using type-2 fuzzy neural network and adaptive filter”, IEEE international conference, Networking, Sensing and Control vol.2, pp. 1177-1182, 2004.
- [Li-10]** C. Li, J. Yi, T. Wang, “Stability analysis of SIRMs based type2 fuzzy logic control systems”, IEEE international conference On Fuzzy systems, Barcelona, 18-23 july 2010.

- [Lia-00-a] Q. Liang, J. M. Mendel, “Interval type-2 fuzzy logic systems: Theory and design,” IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.8, issue.5, pp. 535-550, 2000.
- [Lia-00-b] Q. Liang, J. M. Mendel, “Equalization of nonlinear time-varying channels using type-2 fuzzy adaptive filters”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.8,issue.5 pp. 551–563, 2000.
- [Lin-05] P.Z. Lin, C.M. Lin, C.F. Hsu, T.T. Lee, “Type-2 fuzzy controller design using a sliding-mode approach for application to converters”, IEEE proceedings ,vol.152, issue.6, pp.1482–1488, 2005.
- [Lin-09] T. C. Lin; M.C. Chen; M. Roopaei, “Stable direct adaptive type2 fuzzy sliding mode control for synchronisation of uncertain chaotic systems”, IEEE international conference, Fuzzy Systems, pp.1270-1275, 2009
- [Liu-03] X. Liu and Q. Zhang, “Approaches to quadratic stability conditions and H_{∞} control designs for T-S fuzzy systems”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.11, issue.6, pp.830–839,2003.
- [Liu-06] C. H. Fang, Y. S. Liu, S. W. Kau, L. Hong, and C.H. Lee, “A new LMI-Based approach to relaxed quadratic stabilization of T-S fuzzy control systems”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.14, issue.3, pp.386–397, 2006.
- [Liu-07] J. Zeng, Z.Q. Liu, “Type-2 fuzzy sets for pattern classification: A review”, IEEE symposium, Foundations of Computational Intelligence , pp.193 - 200, 2007.
- [Liu-10] H. Liu, J. Cao, Ping Li, “An interval fuzzy controller for vehicle active suspension systems”, IEEE transactions, Intelligent Transportation Systems, Vol.11, issue.4, pp.885-895, 2010.
- [Mad-09] S. Madhusudan, S. Smriti, M. Hanmandlu, J.R.P. Gupta, “Type-2 fuzzy wavelet networks (T2FWN) for system identification using fuzzy differential and Lyapunov stability algorithm”, Applied Soft Computing, vol .9, issue.3, pp.977-989, 2009.
- [Man-10] M. Manceur, N. Essounbouli, A.Hamzaoui, “Robust smooth sliding type2 interval fuzzy control for uncertain system“, IEEE international conference On Fuzzy systems, Barcelona, 18-23 july 2010.
- [Men-00] Q. Liang, J.M. Mendel, “Equalization of nonlinear time-varying channels using type-2 fuzzy adaptive filters”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.8, issue.5, pp.551–563, 2000.
- [Men-01] J. M. Mendel, “Uncertain rule-based fuzzy logic systems: Introduction and new directions”, IEEE computational intelligence magazine, vol. 2, issue.1, pp. 72 – 73, 2001.

- [Men-02] J.M. Mendel, R.I. Bob John, “type-2 Fuzzy Sets Made Simple”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol. 10, issue.2, pp. 117-127, 2002.
- [Men-04] J.M. Mendel, “Computing derivatives in interval type-2 fuzzy logic systems”, IEEE transactions, Fuzzy systems, vol.12, issue.1, pp. 84-98, 2004.
- [Men-06-a] J. M. Mendel, R. I. John, and F. Liu, “Interval type-2 fuzzy logic systems made simple”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.14, issue.6, pp.808–821, 2006.
- [Men-06-b] J.M, Mendel, “Advances in type-2 fuzzy sets and systems”, information sciences, Vol.177, issue.1, pp. 84-110, 2007.
- [Men-07-a] J. M Mendel, W. Dongrui, “Enhanced Karnik-Mendel Algorithms for interval Type-2 fuzzy sets and systems”, Fuzzy Information Processing Society, pp. 184-189, 2007.
- [Men-07-b] J. M. Mendel, F. Liu, “Super-exponential convergence of the Karnik–Mendel algorithms for computing the centroid of an interval type-2 fuzzy set”, IEEE Transactions, Fuzzy Systems, vol.15, issue.2, pp.309–320, 2007.
- [Men-08] J.M. Mendel, W. W .Melek, M. B. Begian, ”Stability analysis of type2 fuzzy systems”, IEEE international conference, Fuzzy systems, pp. 947-953, 2008.
- [Men-10] J.M. Mendel, M. Melek, “On the stability of interval type2 TSK fuzzy logic control systems”, IEEE transactions, Systems Man and Cybernetics, vol.40, issue.3, pp.798-818, 2010.
- [Mit-05] H.B. Mitchell, “Pattern recognition using type-II fuzzy sets”, information sciences, vol.170, issue.2-4, pp. 409-418, 2005.
- [Mok-07] S. Mokadem, “Commande adaptative floue de type-2 pour les systèmes non linéaires incertains”, Mémoire de magistère, département d’électrotechnique, UFAS, 2008.
- [Nest-94] Y. Nesterov, J. Balakrishnan, "A common Lyapunov function for stable LTI systems with commuting A-matrices", IEEE transactions on Automatic Control, vol.39, issue.12, pp.2469-2471, 1994.
- [Sal-07] A. Sala, C. Ariño, “A asymptotically necessary and sufficient conditions for stability and performance in fuzzy control: Applications of Polya’s theorem,” Fuzzy Sets and Systems, vol.158, issue.24, pp.2671–2686, 2007.
- [San-03] A. Sanbol, M.S. Fadali, “Fuzzy Lyapunov stability analysis of discrete typeII TSK systems”, IEEE international conference on decision and control, pp.5209-5214, 2003.
- [San-04] N. Sanbol, M.S. Fadali, ”Generalized fuzzy Lyapunov stability analysis of discrete typeII/III TSK systems”, American control conference, Boston, vol.6; pp. 453-458, 2004.
- [Sar-05] B. Sarri, “Etude et mise en oeuvre des systems flous de type-2: application à la commande”, Mémoire de fin d’étude, département d’électrotechnique, UFAS, 2005.

- [**Sug-88**] M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure identification of fuzzy model", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.28, issue.1, pp.15–33, 1988.
- [**Sun-01**] X.J. Ma, Z.Q. Sun, "Analysis and design of fuzzy reduced dimensional observer and fuzzy functional observer", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.120, issue.1, pp. 35–63, 2001.
- [**Tak-85**] T. Takagi, M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its Applications to modelling and control", *IEEE Transactions, Systems Man and Cybernatics*, vol.15,issue.1, pp.116–132, 1985.
- [**Tan-01**] K. Tanaka, H. O. Wang, "Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach", NewYork, Wiley, 2001.
- [**Tan-95**] K. Tanaka, M. Sano, "Trajectory stabilization of a model car via fuzzy control", *Fuzzy sets and systems*, vol.70, issue.2-3, pp.155-170, 1995.
- [**Tei-03**] M.C.M. Teixeira, E. Assunção, R.G. Avellar, "On relaxed LMI-Based designs for fuzzy regulators and fuzzy observers", *IEEE Transactions, Fuzzy Systems*, vol.11, issue.5, pp.613–623, 2003.
- [**Tsu-09**] L.Tsung, L.L Han, J.K, Ming, "Direct adaptive interval type-2 fuzzy control of multivariable nonlinear systems", *Engineering Application of artificial intelligence*, vol.22, issue.3, pp.420-430, 2009.
- [**Tsu-10**] C.L. Tsung, "Observer-based robust adaptive interval type-2 fuzzy tracking control of multivariable nonlinear systems", *Engineering Application of artificial intelligence*, vol.23, issue.3, pp.386-399, 2010.
- [**Wan-10**] H. Wang, F. Xiao, "Linguistic dynamic systems based on type2 fuzzy sets and their stabilities", *Chinese Control conference*, pp.801-804, 2010.
- [**Wan-99-a**] D. Wang, L. Acar, "An analysis of type-1 and type-2 fuzzy logic systems", *IEEE International Symposium, intelligent control*, pp.353-358, 1999.
- [**Wan-99-b**] W. J. Wang, S. F. Yan, and C. H. Chiu, "Flexible stability criteria for A linguistic fuzzy dynamic system", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.105, issue.1, pp.63–80, 1999.
- [**Wu-09**] H. Wu, Y. Wu, J. Luo, "An Interval Type-2 Fuzzy Rough Set Model for Attribute Reduction", *IEEE transactions, fuzzy systems*, vol.17, issue.2, pp.301-315, 2009.
- [**Xiu-08**] Z. Xiu, "Stability analysis and design of typeII fuzzy controllers", *Chinese control and decision conference*, pp.2054-2059, 2008.
- [**Zho-09**] H. Zhou, H.Ying, J. Duan "Adaptive control using interval type2 fuzzy logic", *IEEE international conference, Fuzzy systems* , pp.836-841, 2009.

Résumé:

Ce mémoire a pour objet l'analyse de stabilité et synthèse des systèmes flous de type-2 pour commander les systèmes non linéaires. Nous présentons deux types des systèmes flous. Dans la première partie, les systèmes flous de T-S continus sujet aux incertitudes paramétriques sont présentés ainsi que l'outil numérique LMI et leur propriété matricielle, En dérivant les conditions de stabilité par l'utilisation de la synthèse de Lyapunov. Dans la deuxième partie, nous présentons les systèmes flous discrets de type-2 de TSK. Nous proposons trois nouvelles méthodes d'inférence qui remplacent la réduction de type. La stabilité des systèmes flous de type-2 de TSK est garantie par la synthèse de Lyapunov. Enfin, des exemples de simulation sont présentés pour illustrer l'approche proposée.

Mots clés : Modèle flou de Takagi-Sugeno, Inégalité Matricielle Linéaire (LMI), Conditions de stabilité, Contrôleur flou, Relâchement, Systèmes non linéaires, Modèle flou de TSK.

Abstract:

This memory has for object the stability analysis and synthesis of type-2 fuzzy systems to control non-linear systems. We present two types of fuzzy systems. In the first part, the continue T-S fuzzy systems, object of parameter uncertainties, are presented and numeric tool LMI, by deriving the conditions of stability in using Lyapunov synthesis. In the second part, we present discrete TSK type-2 fuzzy systems. We propose three new inference methods which replace the reduction type. The stability of TSK type-2 fuzzy systems is guaranteed by Lyapunov synthesis. At the end two simulation examples are presented to illustrate the approach proposed.

Keywords: Takagi-Sugeno fuzzy model, Linear Matrix Inequality (LMI), Conditions of stability, Fuzzy controller, Relaxation. Nonlinear systems, TSK fuzzy model.

ملخص:

في هذه الأطروحة، نقوم بتركيب و تحليل استقرار الأنظمة الغامضة دي النمط-2 لنتحكم في مختلف الأنظمة الغير خطية. حيث نعرض نوعين من الأنظمة الغامضة، الأول يتعلق بنظام تكاجي سيقينو دو النمط-2 (intervalle) للأنظمة الغير خطية المستمرة التي تحتوي على ارتيابات على مستوى المغاملات. حيث نقوم باشتقاق شروط الاستقرار بواسطة (LMIs) باستعمال تركيبة ليابونوف من اجل الوصول الى نظام تحكمي مستقر، اما النظام الثاني فيتعلق الأمر بالنظام الغامض لتكاجي -سوقينو-كانق دو النمط-2 الذي يدرس الأنظمة اللاخطية التقاطعية. حيث قدمنا ثلاث انواع من طرق ميكانزمات التشابك الغامض ، سهولة الأستعمال والتي بدورها تعوض تقليص النمط. تحقق استقرار الأنظمة عن طريق تركيبة ليابونوف. في الأخير تظهر فعالية الطرق المقترحة في الحصول على نتائج حسنة.

كلمات مفتاحيه: النظام الغامض T-S، متراجحة المصفوفات الخطية LMI، شروط الاستقرار، الملاحظ الغامض، الإرخاء، الأنظمة غير الخطية، النظام الغامض TSK.