

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE FERHAT ABBAS-SETIF-1-
UFAS(ALGERIE)

MEMOIRE

Présenté à la Faculté de Technologie
Département d'Electronique

Pour obtention du diplôme de

MAGISTER

Option : Communication

Par

M^{elle} MOHGUEN WAHIBA

THEME

Améliorations de la méthode EEMD

Soutenu le 19/10/2014 devant la commission d'examen :

Mr FERHAT HAMIDA Abdelhak Prof à l'université de Sétif 1	Président
Mr CHEMALI Hamimi, maître de conférences à l'Université Sétif 1	Examineur
Mr BARTIL Arres, maître de conférences à l'Université Sétif 1	Examineur
Mr BEKKA Raïs El'hadi, professeur à l'Université Sétif 1	Rapporteur

Remerciement

Je remercie d'abord Allah qui ma donné la volonté et le courage pour réaliser ce mémoire.

Je remercie ensuite Monsieur BEKKA Raïs El'hadi, professeur à l'Université Sétif 1, pour l'encadrement de ce travail, ses conseils précieux, son aide, la qualité de son encadrement et ses remarques constructives.

J'adresse également mes remerciements à tous les membres de mon jury : Monsieur FERHAT HAMIDA Abdelhak, professeur à l'Université Sétif 1, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury ; Monsieur BARTIL Arres, maître de conférences à l'Université Sétif 1 et Monsieur CHEMALI Hamimi, maître de conférences à l'Université Sétif 1, qui ont bien voulu accepter d'être membres de jury.

Je tiens, à remercier tous ceux qui ont contribué de loin ou près à la réalisation de ce travail et ont rendu ma recherche aisée et fructueuse.

Mohguen wahiba

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

Au symbole de douceur, de tendresse, d'amour et affection, et grâce au sens de devoir et aux sacrifices immenses qu'elle a consentis: ma mère j'ai pu arriver à réaliser ce travail.

A ce qui est toujours mon meilleur exemple dans la vie : mon père, pour les sacrifices qu'il a consentis pour mon éducation et pour l'avenir qu'il n'a cessé d'offrir.

A ce qui m'a souhaitée de la chance mes frères et mes sœurs.

A ceux qui m'ont aidé, encouragé, apprécié mon effort et créé le milieu favorable, l'ambiance joyeuse et l'atmosphère joviale.

Wahiba

Tables des matières

Liste des figures.....	01
Introduction générale.....	05
Chapitre 1 La méthode EMD	
1.1 Introduction.....	07
1.2 Définitions.....	07
1.2.1 Système linéaire et non-linéaire.....	07
1.2.2 Signal stationnaire et non-stationnaire.....	07
1.3 Méthodes d'analyse des signaux non stationnaires.....	07
1.3.1 Analyse temps-fréquence, temps-échelle, fréquence instantanée.....	07
1.4 Décomposition modale empirique (EMD).....	12
1.4.1 Principe de la décomposition.....	12
1.4.2 Processus de tamisage : principe algorithmique.....	14
1.4.3 Critère d'arrêt.....	19
1.4.4 Propriétés de la méthode EMD.....	20
1.4.5 Les différentes méthodes d'interpolation.....	24
1.4.6 Description temps-fréquence.....	25
1.4.7 Défauts de la méthode EMD	30
1.5 Conclusion.....	33
Chapitre 2 La méthode EEMD	
2.1 Introduction.....	34
2.2 Principe.....	34
2.3 Annulation du mixage de mode.....	36
2.3.1 Le choix des paramètres.....	36
2.4 Effet des paramètres EEMD.....	37
2.4.1 Effet de l'amplitude de bruit.....	37
2.4.2 Effet du nombre d'essai N_e	42
2.5 Evaluation de l'erreur par la méthode EEMD.....	46
2.6 Inconvénient de la méthode EEMD.....	47
2.7 Conclusion.....	48
Chapitre 3 Les méthodes d'améliorations de l'EEMD	
3.1 Introduction.....	49
3.2 La méthode MEEMD.....	49

3.2.1	Algorithme de la méthode MEEMD.....	49
3.2.2	Critères de choix des paramètres de la méthode MEEMD	50
3.2.3	La décomposition par la méthode MEEMD avec un filtre elliptique d'ordre 3	51
3.3	La méthode CEEMD	53
3.3.1	Algorithme de la méthode CEEMD	53
3.3.2	Critères de choix des paramètres	53
3.3.3	La décomposition par la méthode CEEMD	54
3.4	La méthode CEEMDAN	55
3.4.1	Algorithme de la méthode CEEMDAN	56
3.4.2	Critères de choix du SNR et du nombre d'essai N_e	57
3.4.3	La décomposition par la méthode CEEMDAN	58
3.5	La méthode de sur-échantillonnage de l'EEMD	60
3.5.1	Effet de l'échantillonnage sur la méthode EEMD.....	60
3.5.2	Critère de Choix des paramètres	62
3.5.3	La décomposition par la méthode sur-échantillonnage de l'EEMD.....	63
3.6	Conclusion.....	64
Chapitre 4 Etude comparative		
4.1	Introduction.....	66
4.2	Comparaison de la méthode EEMD avec les différentes améliorations.....	66
4.2.1	Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode MEEMD	66
4.2.2	Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode CEEMD.....	68
4.2.3	Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode CEEMDAN.....	70
4.2.4	Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode SEEMD.....	73
4.3	Etude comparative des différentes méthodes d'améliorations de l'EEMD.....	75
4.4	Conclusion.....	75
Conclusion générale.....		76
Référence.....		77

Liste des figures

Fig. 1.1	Deux atomes de Gabor dans le plan temps-fréquence [16].....	09
Fig. 1.2	L'organigramme de la méthode EMD.....	16
Fig. 1.3	a : signal test $x_1(t)$. (Eq. 1.23), b : composante haute fréquence, c : composante basse fréquence.....	17
Fig. 1.4	Principe de tamisage pour l'estimation de la 1 ^{re} IMF du signal test $x_1(t)$	18
Fig. 1.5	Décomposition EMD du signal test $x_1(t)$	19
Fig. 1.6	Signal test $x_2(t)$	21
Fig. 1.7	Décomposition EMD du signal test $x_2(t)$	22
Fig. 1.8	Erreur sur la décomposition EMD du signal $x_2(t)$	23
Fig. 1.9	Signal test $x_3(t)$	25
Fig.1.10	Décomposition EMD du signal $x_3(t)$ constitué de deux fréquences très voisines.....	26
Fig.1.11a	a : signal test $x_4(t)$, b : agrandissement du signal $x_4(t)$ de l'équation (1.27)....	27
Fig.1.11b	Décomposition EMD du signal $x_4(t)$	28
Fig.1.11c	Décomposition par les ondelettes du signal $x_4(t)$	29
Fig.1.11d	Erreur des estimations EMD/Ondelettes.....	29
Fig. 1.11	Comparaison des principes de décomposition par l'EMD et par les ondelettes.	29
Fig.1.12	(a) Le signal $x_5(t)$, (b) le signal $x_6(t)$, (c) le signal $x_7(t)$	31
Fig. 1.13	La décomposition par l'EMD du signal $x_5(t)$ (équation 1.28).....	32
Fig. 2.1	L'organigramme de la méthode EEMD.....	35
Fig. 2.2	Le SNR et le nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition du signal $x_5(t)$	36
Fig. 2.3	Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essai N_e	37
Fig. 2.4	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un SNR=37 dB et un $N_e = 1000$	38

Fig. 2.5	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 57$ dB et un $N_e = 1000$	39
Fig. 2.6	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 1000$	40
Fig. 2.7	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 11$ dB et un $N_e = 1000$	41
Fig. 2.8	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 10$	43
Fig. 2.9	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 50$	44
Fig. 2.10	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 200$	45
Fig. 2.11	Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 500$	45
Fig. 2.12	L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 10$	46
Fig. 2.13	L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 100$	46
Fig. 2.14	L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 500$	47
Fig. 2.15	L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 1000$	47
Fig. 2.16	Le temps de calcul en fonction de N_e pour la décomposition EEMD.....	48
Fig. 3.1	SNR et nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition MEEMD du signal $x_5(t)$	51
Fig. 3.2	Décomposition MEEMD du signal $x_5(t)$ avec $SNR = 15$ dB et $N_e = 27$	52
Fig. 3.3	SNR et nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition CEEMD du signal $x_5(t)$	54
Fig. 3.4	Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essais N_e	54
Fig. 3.5	La décomposition CEEMD du signal $x_5(t)$ avec $SNR = 47$ dB et $N_e = 40$	55
Fig. 3.6	Le SNR et le nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition CEEMDAN du signal $x_5(t)$	58

Fig. 3.7	Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essais.....	58
Fig. 3.8	Décomposition CEEMDAN du signal $x_5(t)$ avec $SNR=57dB$ et $N_e=500$	59
Fig. 3.9	Décomposition CEEMDAN du signal $x_5(t)$ avec un $SNR=37dB$ et $N_e=500$...	60
Fig. 3.10	Le SNR en fonction du rapport de fréquences $\left(\frac{f_e}{f_{\max}}\right)$	61
Fig. 3.11	Le nombre d'essais N_e en fonction du rapport de fréquences $\left(\frac{f_e}{f_{\max}}\right)$	61
Fig. 3.11 (a) - (b)	l'agrandissement du nombre d'essais N_e en fonction du rapport de fréquences $\left(\frac{f_e}{f_{\max}}\right)$	62
Fig. 3.12	SNR et nombre d'IMFs redondantes par décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ sur-échantillonné à la fréquence de $100KHz$	63
Fig. 3.13	Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essais N_e (la méthode SEEMD).....	63
Fig. 3.14	Décomposition du signal $x_5(t)$ par la méthode SEEMD avec $SNR=80dB$ et $N_e=5$	64
Fig. 4.1	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition MEEMD avec un filtre elliptique d'ordre 3 ($N_e=27$, $SNR=15dB$).	67
Fig. 4.2	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e=100$, $SNR=37dB$).	67
Fig. 4.3	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition CEEMD ($N_e=40$, $SNR=47dB$).	68
Fig. 4.4	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e=1000$, $SNR=37dB$).	69
Fig. 4.5	Comparaison des RMSE dues aux méthodes EEMD et CEEMD.....	69
Fig. 4.6	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e=1000$, $SNR=37dB$).	70
Fig. 4.7	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition CEEMDAN ($SNR=37dB$, $N_e=500$).	70

Fig. 4.8	RMSE en fonction du nombre d'essai N_e de la décomposition EEMD du signal test.....	71
Fig. 4.9	RMSE en fonction du nombre d'essai N_e de la décomposition CEEMDAN du signal test.....	72
Fig. 4.10	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition SEEMD ($N_e = 5, SNR = 80 dB$).....	73
Fig. 4.11	Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e = 1000, SNR = 37 dB$).....	73
Fig. 4.12	Evaluation du RMSE dans la méthode SEEMD en fonction du nombre d'essai N_e	74

Introduction générale

La décomposition en modes empiriques appelée EMD (empirical mode decomposition) a été introduite en 1998 par Huang et al. [1] pour décomposer de manière adaptative les signaux non linéaires et non stationnaires dans le but de proposer une méthode simple d'emploi. Contrairement à la transformée de Fourier classique et la transformée en ondelettes qui utilisent des fonctions de base déterminés a priori, la méthode EMD construit directement les fonctions de base à partir du signal lui-même. Pour chaque signal étudié une nouvelle base de fonctions est construite. Son principe est de décomposer un signal en une collection de fonctions oscillantes ou modes appelés en anglais IMFs (intrinsic mode functions) par un processus de tamisage. Elle a été appliquée immédiatement dans divers domaines du traitement du signal tels que le génie biomédical [2]-[4], le diagnostic de pannes mécaniques et les applications géophysiques et le traitement d'image [5]-[7]. Le principal inconvénient de la méthode EMD est le problème de mélange de modes, où des oscillations de fréquences différentes peuvent apparaître dans un seul IMF.

Pour surmonter le problème de mélange de modes, la méthode EEMD (Ensemble EMD) a été proposée par Wu et Huang en 2009 [8]. L'EEMD est une méthode d'analyse de données assistée par du bruit dans laquelle les IMFs sont définis comme la moyenne d'un ensemble d'essais, chaque est la somme du signal à décomposer et d'un bruit blanc. La méthode EEMD a également trouvé des applications dans divers domaine du traitement du signal. Cependant, la méthode EEMD a dû à la nécessité d'un très grand nombre d'ensembles pour réduire le bruit des résidus dans le signal reconstruit qu'il serait trop fastidieux à mettre en œuvre. L'objectif de ce travail est d'étudier et de comparer les différentes possibilités d'amélioration de la méthode EEMD en vue de réduire le nombre d'ensemble. L'étude sera basée sur des simulations numériques mettant en évidence les différentes améliorations.

Le mémoire est organisé autour de quatre chapitres :

Après une introduction générale, le premier chapitre présente la méthode EMD en insistant sur ses avantages et inconvénients.

Le deuxième chapitre est consacré à l'analyse de la méthode EEMD en montrant sa capacité de résoudre le problème de mélange de modes. Ses inconvénients ont été également considérés.

Le troisième chapitre est dédié aux différentes possibilités d'améliorations de la méthode EEMD qui sont MEEMD (Modified EEMD) [9], CEEMD (Complementary EEMD) [10], CEEMDAN (Complete EEMD with Adaptive Noise) [11], SEEMD sur-échantillonnage de l'EEMD [12]) en vue de réduire le nombre d'ensemble.

Le dernier chapitre est consacré à une étude comparative entre la méthode EEMD et les différentes propositions d'amélioration de l'EEMD. Cette étude comparative est basée sur l'erreur sur la reconstitution du signal, l'erreur quadratique moyenne (*RMSE* Root Mean Squared Error), et le nombre d'essais ou le temps de calcul nécessaires à la décomposition d'un signal.

Une conclusion générale termine ce mémoire.

CHAPITRE 1

La méthode EMD

1.1 Introduction

Ce chapitre présente la décomposition des signaux par la méthode EMD (Empirical Mode Decomposition) qui décompose d'une façon adaptative un signal en une somme de composantes oscillantes ou modes (en anglais intrinsic mode functions IMFs). Contrairement à la transformée de Fourier (TF) ou la transformée en ondelettes, la base de décomposition de l'EMD est intrinsèque au signal. La méthode EMD a été également comparée avec la méthode de décomposition multi-échelles (transformée en ondelettes).

Les résultats théoriques de la méthode EMD ont été validés par des simulations numériques, ses avantages et ses inconvénients ont été également examinés.

1.2 Définitions

1.2.1 Système linéaire et non-linéaire

Un système linéaire est un système pour lequel à une combinaison linéaire appliquée à son entrée fait correspondre la même combinaison linéaire à sa sortie. Un système non-linéaire est un système pour lequel le principe de superposition précédent ne s'applique pas.

1.2.2 Signal stationnaire et non-stationnaire

Un signal est dit stationnaire si ses composantes de fréquences ne changent pas avec le temps. Par contre, un signal non stationnaire est celui dont les composantes de fréquences changent avec le temps (le contenu de fréquences change d'un intervalle à un autre). Il existe en pratique quelques phénomènes physiques qui ne vérifient l'hypothèse de stationnarité et par conséquent l'analyse de Fourier devient inefficace [13]-[16].

1.3 Méthodes d'analyse des signaux non stationnaires

1.3.1 Analyse temps-fréquence, temps-échelle, fréquence instantanée

L'analyse spectrale basée sur la transformée de Fourier permet une bonne description des signaux stationnaires et pseudo - stationnaires. Malheureusement, cette analyse de Fourier a

de nombreuses limitations quand les signaux à analyser sont non stationnaires. Par conséquent, de nombreux outils ont été développés pour analyser de tels signaux. Les principaux sont les représentations temps-fréquence (la transformée de Fourier à court terme ou fenêtre glissante [16]), et temps échelle (la transformée en ondelettes [13]). Ces outils sont rappelés brièvement dans ce paragraphe.

1.3.1.1 Transformée de Fourier à fenêtre glissante

La transformée de Fourier d'un signal $s(t)$ est définie par :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.1)$$

Grâce à ses bonnes propriétés, ainsi qu'à l'existence de la transformée de Fourier rapide (FFT), cet outil est devenu omniprésent dans de nombreux domaines. Cependant, la transformée de Fourier n'est utile que pour des signaux stationnaires : dès lors que l'on veut analyser des signaux non stationnaires, on doit recourir à d'autres méthodes. En 1946, Gabor avait introduit la transformée de Fourier à fenêtre glissante [16] pour partager les signaux non stationnaires en segments supposés stationnaires. Il avait construit des "atomes" temps-fréquence à partir d'une fenêtre g , en la translatant en temps et en fréquence :

$$g_{u,\xi}(t) = g(t-u)e^{j\xi t} \quad (1.2)$$

La transformée de Fourier de ces atomes est donnée par :

$$\hat{g}_{u,\xi}(\omega) = \hat{g}(\omega - \xi)e^{-ju(\omega - \xi)} \quad (1.3)$$

La durée utile et la largeur de bande utile T_u et B_u d'un signal réel $s(t)$ [17] sont définies respectivement par :

$$T_u^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t-t_0)^2 s(t)^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)^2 dt} \quad (1.4)$$

t_0 est la position moyenne du signal sur l'axe des temps $\left(t_0 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} ts(t)^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)^2 dt} \right)$.

$$B_u^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 df} \quad (1.5)$$

Alors, d'après le principe d'incertitude d'Heisenberg, ces valeurs vérifient [17] :

$$T_u B_u \geq \frac{1}{4\pi} \quad (1.6)$$

Ce produit atteint son minimum si et seulement si g est une Gaussienne [16]. La figure 1.1 représente deux atomes de Gabor dans le plan temps–fréquence [16].

La transformée de Gabor d'un signal $s(t)$ s'écrit :

$$G_s(u, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) g_{u, \xi}^*(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) g(t-u) e^{j\xi t} dt \quad (1.7)$$

Un spectrogramme d'un signal $s(t)$ est le graphe du module au carré de sa transformée de Fourier à fenêtre glissante [16] :

$$SG : (t, f) \rightarrow |G_s(t, f)|^2 \quad (1.8)$$

Ce résultat est généralement exprimé en décibel (dB). La transformée de Fourier à fenêtre glissante permet une localisation dans le plan temps-fréquence des signaux linéaires et localement stationnaires.

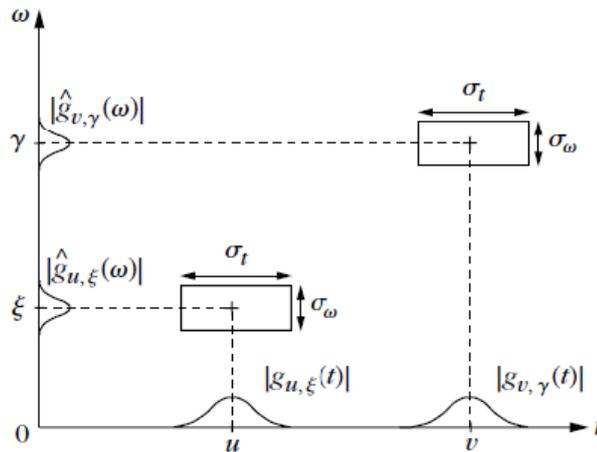


Fig. 1.1. Deux atomes de Gabor dans le plan temps-fréquence [16].

1.3.1.2 Transformée en ondelettes

Si la transformée de Fourier à fenêtre glissante est utile dans certaines applications en offrant un compromis entre localisation en temps et en fréquence. Elle ne permet cependant pas d'analyser convenablement certains signaux transitoires comprenant de fortes singularités à

cause de la durée constante de la fenêtre glissante. La théorie des ondelettes, en introduisant la notion d'échelle dans la décomposition, y remédie. Dans le cas réel, la transformée en ondelettes continue d'une fonction $s(t)$ de $L^2(\mathbb{R})$ définie [16] :

$$W_s(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1.9)$$

Où ψ est une fonction de $L^2(\mathbb{R}) \cap L^1(\mathbb{R})$ appelée ondelette mère et vérifiant la condition d'admissibilité :

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(f)|^2}{|f|} df < \infty \quad (1.10)$$

Grâce au paramètre d'échelle a , la décomposition en ondelettes est une méthode d'analyse fondamentalement multi-échelles. Elle permet le traitement des signaux comportant de fortes singularités et a été notamment adaptée pour l'analyse fractale. Des algorithmes rapides et une théorie pour les signaux discrets ont contribué au succès des ondelettes dans de nombreux domaines [16].

1.3.1.3 Fréquence instantanée

Le principe d'incertitude ne permet pas la localisation simultanée en temps et en fréquence : la notion de fréquence instantanée paraît donc peu pertinente. Cependant, c'est une notion intuitive : ainsi le musicien entend-t-il les notes dans une pièce musicale, c'est-à-dire des fréquences précises, qui évoluent dans le temps. De plus, c'est un concept qui est primordial dans certaines applications physiques. Considérons le signal $s(t) = a(t) \cos(\omega(t)t + \phi)$. On suppose que sa fréquence oscille autour d'une valeur ω_0 . On peut alors écrire $\omega = \omega_0 + \Delta\omega(t)$. Pour caractériser facilement la fréquence instantanée de $s(t)$, les variations de a et $\Delta\omega$ doivent être faibles sur des intervalles de temps de l'ordre de la période centrale $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

Autrement dit, les spectres de a et de $\Delta\omega$ sont inclus dans des supports $[-B, B]$ avec $B \ll f_0 = \frac{1}{T_0}$. De tels signaux sont dits quasi-monochromatiques, ou encore à bande étroite.

Pour les signaux fortement non-monochromatiques, plusieurs propositions parfois complémentaires ont été faites pour définir la fréquence instantanée. Nous allons ici présenter la plus commune, celle dite du signal analytique, qui offre rigueur et cohérence. Le problème

revient à trouver un signal analytique $s_a(t)$ qui se décomposera de manière unique sous sa forme polaire :

$$s_a(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (1.11)$$

Ce signal analytique devra vérifier les propriétés suivantes [13], [16] :

- Le signal analytique de $s(t) = \cos(\omega t)$ est $s_a(t) = e^{i\omega t}$, $\forall \omega > 0$.
- L'opération qui transforme $s(t)$ en $s_a(t)$ doit être homogène. Par extension, il est naturel d'imposer que cette opération soit un filtrage linéaire.

Le signal analytique $s_a(t)$ d'un signal réel $s(t)$ est :,

$$s_a(t) = s(t) + j\hat{s}(t) \quad (1.12)$$

$$H\{s(t)\} = \hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} VP \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau \right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{|t-\tau| > \varepsilon} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (1.13)$$

VP désigne la valeur principale au sens de Cauchy. Avec $x(t) = s(t)$, $y(t) = \hat{s}(t)$

L'amplitude instantanée et la phase instantanée sont définies respectivement par [13], [16]:

$$a_s(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (1.14)$$

$$\phi_s(t) = \arctan \frac{y(t)}{s(t)} \quad (1.15)$$

La fréquence instantanée est la dérivée de la phase instantanée ϕ_s et s'écrit :

$$\omega = \frac{sy' - s'y}{a_s^2} \quad (1.16)$$

Cette méthode permet de construire une fréquence instantanée (FI) unique. Mais, pour que le résultat ait un sens physiquement, le signal doit vérifier certaines hypothèses. Le théorème suivant donne une condition importante.

Théorème 1.1.1 (identité de Bedrosian) [13], [16] : Soit $a > 0$ et $f, g \in L^2(\mathbb{R})$. Si $\text{supp}(\hat{f}) \subset (-a, a)$ et $\text{supp}(\hat{g}) \subset (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$, alors la transformée de Hilbert de la fonction $f * g$ satisfait l'identité de Bedrosian :

$$H\{fg\} = fH\{g\} \quad (1.17)$$

En écrivant $g(t) = \cos(\phi(t))$, on peut de plus trouver des conditions sur ϕ , de telle sorte que :

$$H\{a(t)\cos(\phi(t))\} = a(t)\sin(\phi(t)) \quad (1.18)$$

La méthode EMD s'inspire directement de ces conditions [1]. Elle décompose un signal quelconque en "modes" qui se comporteront bien avec la transformée de Hilbert (TH).

1.4 Décomposition modale empirique (EMD)

La méthode EMD est définie par un processus appelé tamisage (sifting) permettant de décomposer un signal en contributions de base appelées modes empiriques ou IMF (Intrinsic mode functions) qui sont des signaux de type AM-FM mono-composante (au sens large), chacune de moyenne nulle [1]. L'extraction des IMFs est non-linéaire, mais leur recombinaison pour la reconstruction exacte du signal est linéaire. En se basant essentiellement sur les variations ou oscillations naturelles du signal, l'EMD permet une interprétation des phénomènes physiques présents.

En plus de sa simplicité de mise en œuvre et de sa capacité à décrire ponctuellement et de manière instantanée les phénomènes fréquentiels non résolus par l'analyse de Fourier, l'EMD est bien adaptée à l'étude des signaux non-stationnaires et/ou générés par des systèmes non-linéaires.

1.4.1 Principe de la décomposition

Le principe de l'EMD repose sur une décomposition adaptée en décrivant localement le signal comme une succession de contributions d'oscillations rapides (hautes fréquences) sur des oscillations plus lentes (basses fréquences). Pour illustrer la décomposition, nous considérons l'exemple simple d'un signal $x(t)$ formé de deux contributions : une oscillation rapide et une autre lente :

$$\underbrace{x(t)}_{\text{signal}} = \underbrace{q(t)}_{\text{oscillation}(a)} + \underbrace{\eta(t)}_{\text{tendance}(b)} \quad (1.19)$$

L'oscillation (a) est une oscillation rapide et la tendance (b) est une oscillation lente. La reconstruction du signal $x(t)$ est réalisée en sommant les deux courbes point par point il s'agit d'une décomposition géométrique. La tendance du signal contient localement des oscillations de plus basse fréquence que celle de l'oscillation rapide. Ce résultat peut être

généralisé à toutes les contributions comme suit : chacune contient localement des oscillations de plus basse fréquence que celle extraite précédemment. Conceptuellement, la mise en place de la méthode permettant de décrire cette décomposition est assez simple. Il suffit de considérer le signal à l'échelle de ses oscillations locales, de soustraire l'oscillation la plus rapide du signal et de répéter le processus sur le résidu de manière à écrire le signal $x(t)$ comme une combinaison finie d'oscillations. Le signal $x(t)$ peut alors s'écrire :

$$x(t) = \sum_{j=1}^N IMF_j(t) + r(t) \quad (1.20)$$

où $IMF_j(t)$ est la $j^{\text{ème}}$ oscillation, $r(t)$ est le résidu de la décomposition et N est le nombre d'IMFs. Même si la notion d'IMFs repose plus sur une intuition que sur une définition très rigoureuse, cette fonction doit respecter certains critères comme précisé ci-dessous.

Une IMF (ou mode empirique) est une fonction telle que :

$$IMF : \begin{cases} R \rightarrow R \\ t \rightarrow IMF_j(t) \end{cases} \quad (1.21)$$

qui vérifie les conditions suivantes [1] :

- a) Elle est de moyenne nulle.
- b) Les nombres d'extrema et de passages à zéro diffèrent au plus de un (en d'autres termes, cela signifie qu'entre un minimum et un maximum successif, une IMF passe par zéro).
- c) Elle suit une loi de modulation en amplitude et en fréquence (comportement oscillant) naturellement de type mono-composante.

La condition (a) est lié à la contrainte d'estimation de la fréquence instantanée (FI) d'un signal mono-composante avec la transformée de Hilbert (TH). La condition (b) repose sur la définition de la bande étroite d'un signal mono-composante. La dernière condition (c) est une conséquence due au processus d'estimation de l'IMF. Ainsi, même si la notion d'IMF repose essentiellement sur un concept, celle-ci présente des caractéristiques très strictes et peut être formalisée par le modèle suivant :

$$IMF_j(t) \approx \Re \left\{ a_j(t) \cdot e^{i\phi_j(t)} \right\} \quad (1.22)$$

avec $a_j(t)$ est l'amplitude de l'enveloppe du $j^{\text{ème}}$ IMF et $\phi_j(t)$ est sa phase. \Re : La partie réelle. Les contraintes imposées reposent sur la volonté d'estimer la FI et l'amplitude instantanée (AI) d'une IMF en utilisant la transformée de Hilbert. En effet, l'objectif initial de l'EMD est de réaliser une décomposition temporelle en signaux mono-composante pour calculer leurs fréquences instantanées. Ces fréquences instantanées sont définies comme étant la dérivée de la phase du signal analytique. La connaissance des fréquences instantanées permet d'aboutir à une représentation temps-fréquence.

1.4.2 Processus de tamisage : principe algorithmique

Les différentes étapes du procédé de tamisage peuvent s'écrire sous la forme du pseudo-code développé dans le tableau 1.1. L'organigramme de la méthode EMD est représenté dans la figure 1.2. Il est important de mentionner que le tamisage est répété plusieurs fois (i) jusqu'à ce que $h_{j,i}(t)$ vérifie les conditions nécessaires d'une IMF.

Nous commentons les différentes étapes du pseudo-code (Tableau 1.1) en analysant la décomposition du signal suivant :

$$x_1(t) = \cos(20\pi t) + \cos(2\pi t) \quad (1.23)$$

où t varie de 0 à 2 s (*période d'échantillonnage* de 10^{-3} s). Le signal est constitué de deux oscillations distinctes, l'une rapide et l'autre plus lente figure 1.3.

De manière plus littérale, l'extraction des IMFs suit le schéma général suivant (Tab. 1.1)

- Trouver les extrema locaux (maximum et minimum) du signal (étape : 3b). Ceux-ci sont symbolisés par des points sur la figure 1.4(b).
- Estimer les enveloppes supérieures et inférieures par interpolation respective des maxima et minima locaux (étape : 3c). Ceux-ci sont indiqués par les courbes de la figure 1.4(c). L'interpolation utilisée dans ce cas est basée sur les splines cubiques [1], [18].
- Estimer l'enveloppe moyenne locale à partir des enveloppes supérieures et inférieures (étape : 3d). Celle-ci est représentée sur la figure 1.4(d).

Tableau 1.1. Pseudo-code de l'EMD [1].

Etape 1) Fixer ε , $j \leftarrow 1$ (*j*ème IMF) $\varepsilon = 0.3$

Etape 2) $r_{j-1}(t) \leftarrow x(t)$ (résidu)

Etape 3) Extraire la *j*ème IMF :

(a) $h_{j,i-1}(t) \leftarrow r_{j-1}(t), i \leftarrow 1$, (*i*, itération de la boucle de sifting)

(b) Extraire les maxima et minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$

(c) Calculer les enveloppes supérieure et inférieure : $U_{j,i-1}(t)$ et $L_{j,i-1}(t)$

par interpolation (splines cubiques)

avec les maxima et minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$ respectivement.

(d) Calculer l'enveloppe moyenne :

$$\mu_{j,i-1}(t) \leftarrow \frac{U_{j,i-1}(t) + L_{j,i-1}(t)}{2}.$$

(e) Mettre à jour : $h_{j,i}(t) \leftarrow h_{j,i-1}(t) - \mu_{j,i-1}(t), i \leftarrow i + 1$.

(f) Calculer le critère d'arrêt (par exemple) :

$$SD(i) = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{j,i-1}(t) - h_{j,i}(t)|^2}{(h_{j,i-1}(t))^2},$$

où T représente le nombre d'échantillons du signal.

(g) Décider : répéter l'étape (b)-(f) tant que $SD(i) < \varepsilon$

et alors mettre : $IMF_j(t) \leftarrow h_{j,i}(t)$ (*j*ème IMF).

Etape 4) Mettre à jour le résidu : $r_j(t) \leftarrow r_{j-1}(t) - IMF_j(t)$

Etape 5) Répéter l'étape 3 avec $j \leftarrow j + 1$ jusqu'à ce que le nombre d'extrema dans $r_j(t)$ soit inférieur à 2.

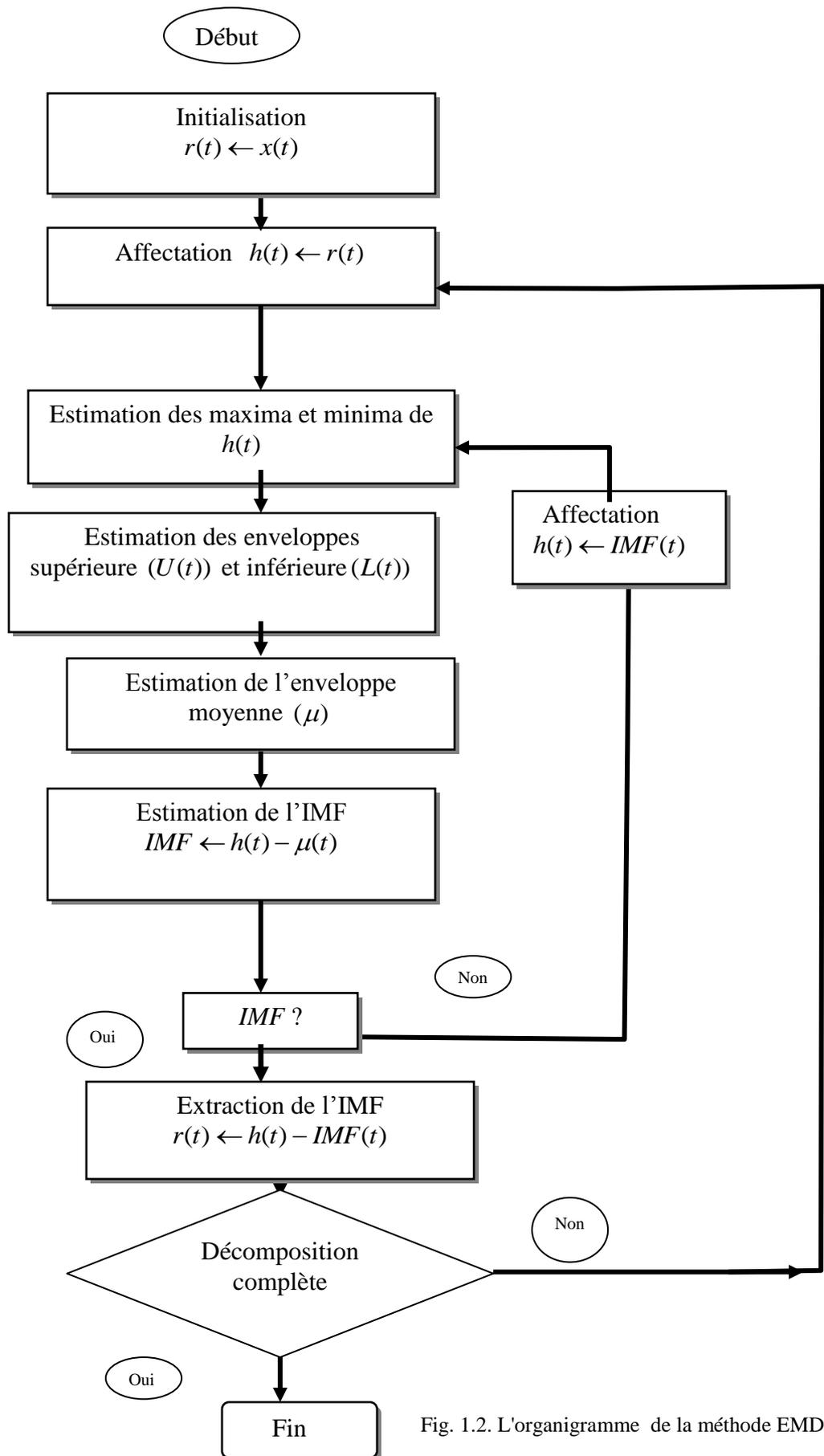


Fig. 1.2. L'organigramme de la méthode EMD.

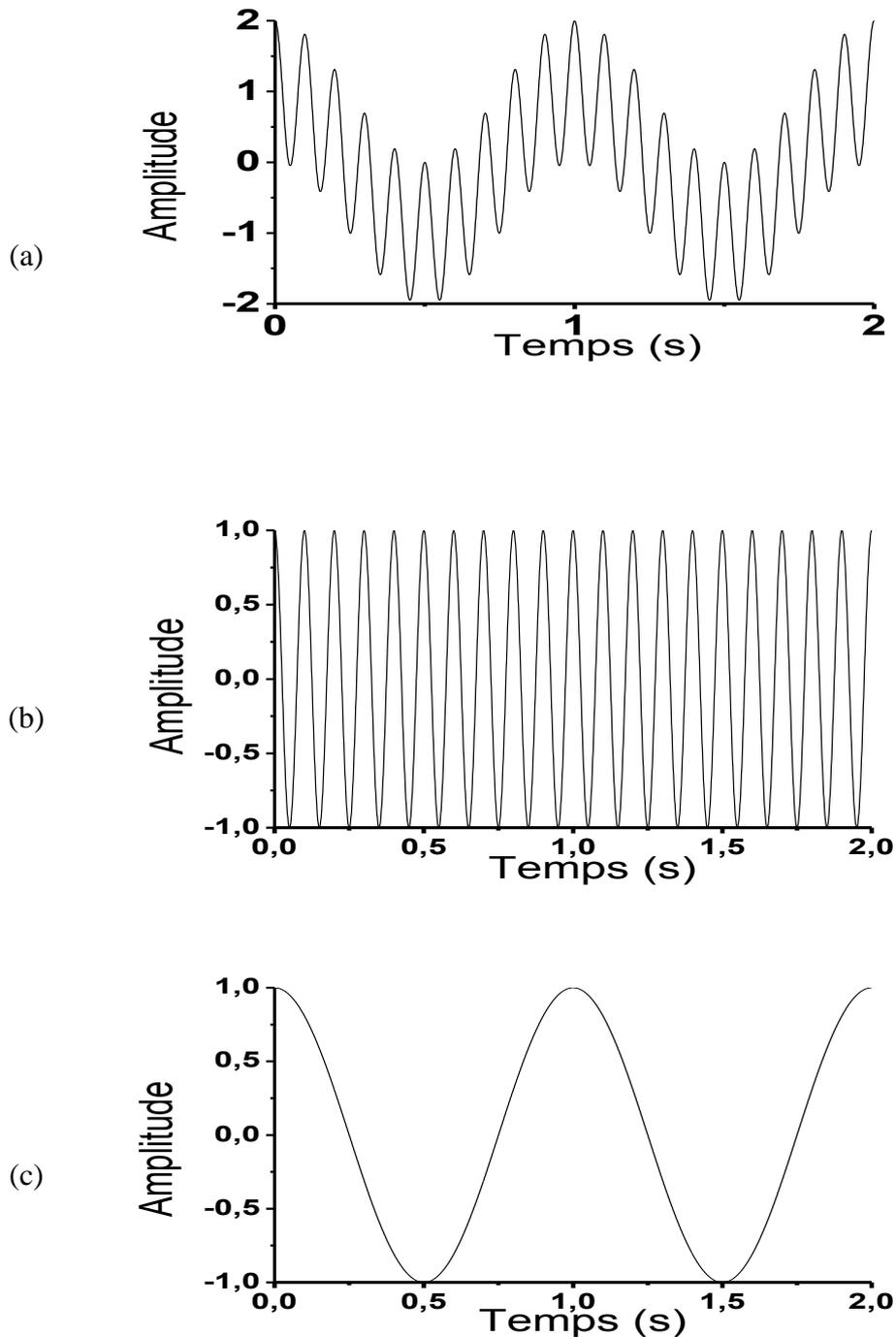


Fig. 1.3. a : Signal test $x_1(t)$ (Eq. 1.23), b : composante haute fréquence, c : composante basse fréquence.

- Soustraire l'enveloppe moyenne du signal d'entrée (étape : 3e). Cela correspond alors à la première itération du tamisage. On calcule le critère d'arrêt (étape : 3f) et on vérifie alors que le signal remplit les critères d'une IMF (étape : 3g). Ici le critère décrit est celui proposé par Huang et al. [1].

- Vérifier si le résidu présente un nombre suffisant d'extrema (supérieur à deux) et réitérer sur le signal résultant le processus d'extraction de l'IMF (étape : 3) ; sinon, le résidu est considéré comme étant le résidu final $r(t)$ de l'équation (1.20). Idéalement, le processus d'extraction des IMFs est terminé lorsque le résidu ne contient plus d'extrema. Le résidu est une fonction monotone qui correspond à la dérivé du signal initial $x_1(t)$.

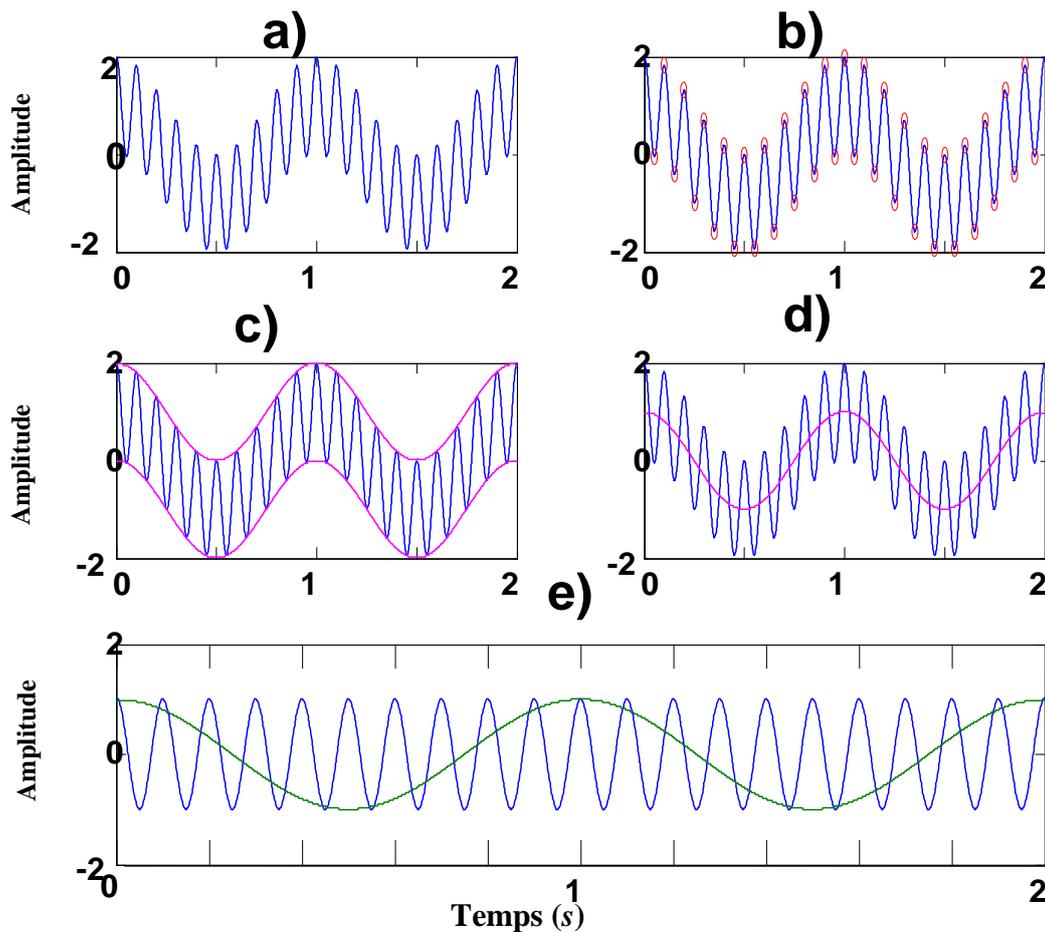
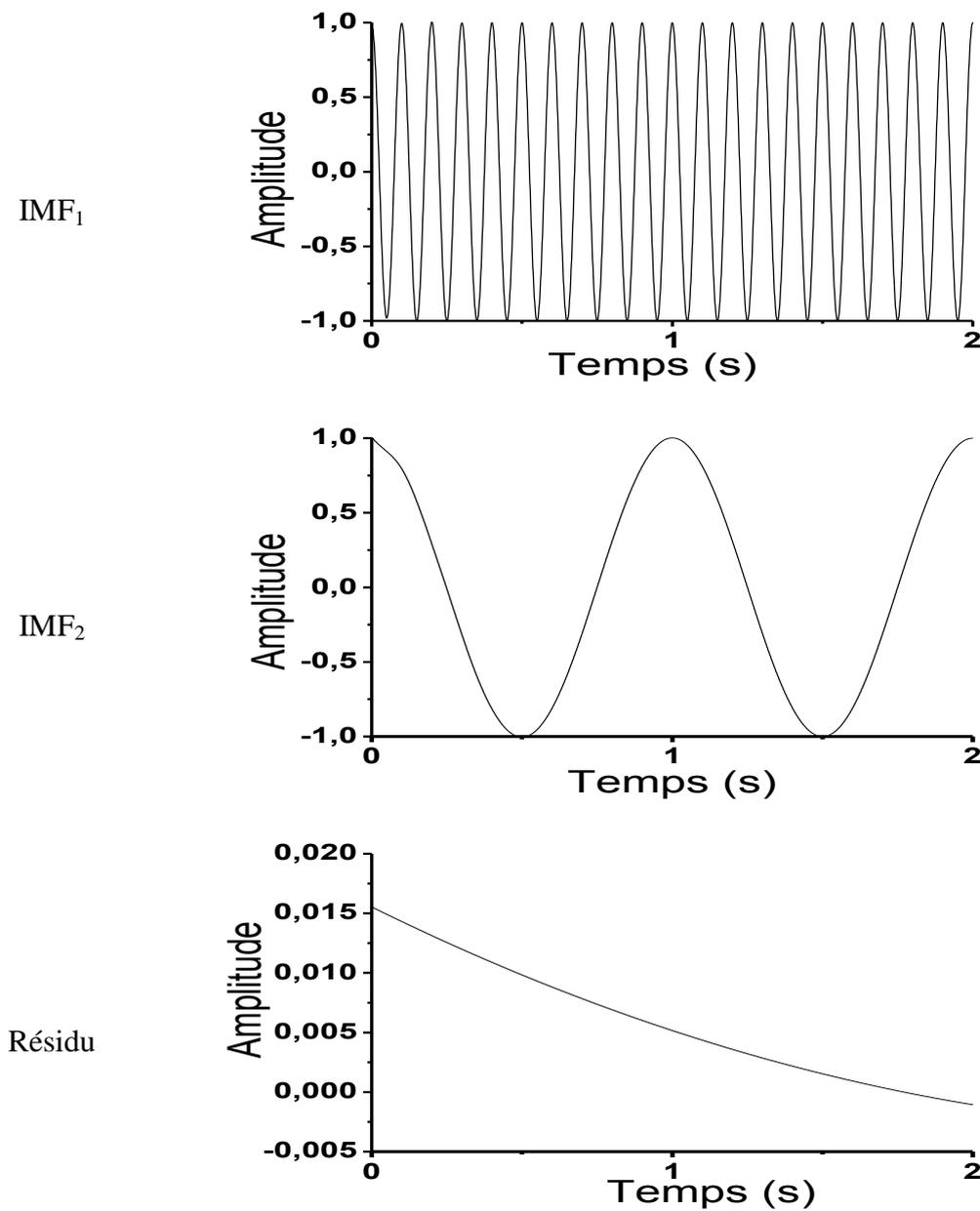


Fig. 1.4. Principe de tamisage pour l'estimation de la 1^{re} IMF du signal test $x_1(t)$.

La figure 1.5 illustre le résultat du processus de tamisage sur le signal $x_1(t)$ de l'équation 1.23. La décomposition, réalisée sans aucune connaissance préalable des caractéristiques du signal, permet d'extraire correctement les deux contributions sinusoïdales ainsi que le résidu du signal (figure 1.5)

Fig. 1.5. Décomposition EMD du signal test $x_1(t)$.

1.4.3 Critère d'arrêt

La méthode est composée de deux boucles : l'une permet d'extraire l'IMF (qui détermine le niveau de profondeur de la décomposition) et l'autre conditionne la fonction $IMF_j(t)$ de manière à valider la définition d'une IMF. Dans la pratique (Tab. 1.1), la boucle de tamisage qui permet d'extraire des IMFs est pilotée par un critère d'arrêt (étape : 3g), noté $SD(i)$ [1].

D'une manière générale, les définitions du critère d'arrêt du tamisage reposent toutes sur le même principe : $h_{j,i}(t)$ est de moyenne nulle et symétrique. D'après la définition, c'est une des conditions d'existence d'une IMF. Dans [1], les auteurs proposent un critère d'arrêt $SD(i)$ reposant sur la déviation standard et est définie par :

$$SD(i) = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{i-1}(t) - h_i(t)|^2}{[h_{i-1}(t)]^2} \quad (1.24)$$

où $h_i(t)$, $h_{i-1}(t)$ et T sont définies dans (Tab. 1.1). Le test d'arrêt est validé lorsque la différence entre deux tamisages consécutifs est inférieure à un seuil prédéfini ε : $SD(i) < \varepsilon$ (étape : 3g). Typiquement, la valeur de SD_{stop} notée ε dans (Tab. 1.1) permettant de stopper le tamisage est comprise entre 0, 2 et 0, 3 [1], [19].

Cette valeur est un compromis et est définie de manière empirique. Si ε est trop grand, alors la méthode ne permet pas de séparer correctement les différents modes présents dans le signal. Inversement, si ε est trop petit, alors le principe risque d'aboutir à des composantes d'amplitudes quasi constantes et modulées par une unique fréquence (phénomène de sur-décomposition du signal). En d'autres termes, SD permet de limiter l'écart-type entre deux étapes consécutives de tamisage [1], [19].

1.4.4 Propriétés de la méthode EMD

1.4.4.1 Erreur d'estimation

La première cause principale de l'erreur provient de l'interpolation (étape : 3c) [1]. En effet, cette dernière permet d'estimer les enveloppes supérieure et inférieure du signal puis d'en déduire l'enveloppe moyenne (étape : 3d). Un phénomène de Gibbs apparaît alors, caractéristique des problèmes d'interpolation par des polynômes, notamment aux bornes des intervalles de définition du signal $x(t)$.

Nous pouvons souligner que plus ce phénomène de divergence (Gibbs) est présent sur les bornes d'existence du signal et moins les estimations des IMFs suivantes seront précises. Ce phénomène est d'autant plus amplifié que le tamisage est par essence récursif.

La deuxième cause découle de la remarque précédente et est liée à la récursivité du tamisage [1]. En effet, cette récursivité introduit une erreur cumulée sur l'estimation des IMFs. L'une

des conséquences de cette erreur est le risque d'avoir un résidu non monotone ou du moins différent de la théorie initialement escomptée.

Par exemple dans la figure 1.3, le signal $x_1(t)$ (Eq. 1.23) est par construction de moyenne nulle et en théorie le résidu $r(t)$ doit être également nul. Ce n'est malheureusement pas le cas si l'on observe le résidu estimé par la méthode EMD (figure 1.5) : il est non nul et de faible amplitude.

Ces erreurs d'estimation permettent de souligner l'importance du choix de la méthode d'interpolation et de la problématique de la propagation des erreurs de proche en proche. Cette propagation est due à la structure récursive et séquentielle de l'EMD.

1.4.4.2 Adaptabilité et localité

La gamme des oscillations contenues dans une IMF change sur l'échelle temporelle, mais la première IMF contient localement celles qui sont les plus rapides par rapport aux autres IMF pour un même instant t considéré.

Cette propriété d'oscillations locales reste d'ailleurs toujours vérifiée entre IMF's successives. Ce phénomène est illustré avec le signal $x_2(t)$ suivant composé de quatre oscillations distinctes (Fig. 1.6) :

$$x_2(t) = \begin{cases} \cos(4\pi t) + \cos(16\pi t) & 0 \leq t < 2 \\ \cos(4\pi t) + \cos(12\pi t) + \cos(24\pi t) & 2 \leq t < 4 \\ \cos(4\pi t) + \cos(12\pi t) & 4 \leq t < 6 \end{cases} \quad (1.25)$$

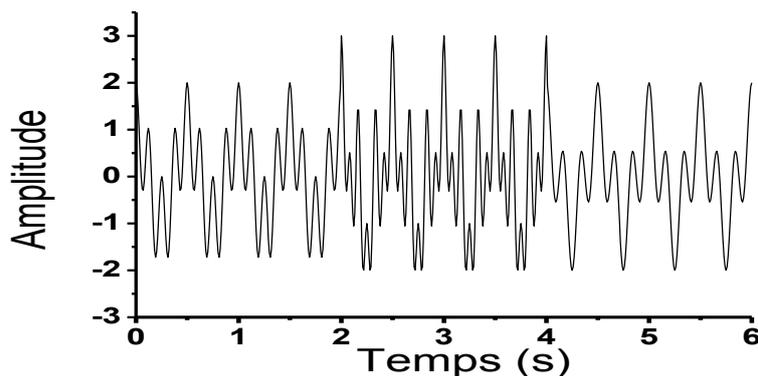


Fig. 1.6. Signal test $x_2(t)$.

Les différentes sinusoïdes n'étant pas raccordées de façon continue aux instants $t = 2\text{ s}$ et $t = 4\text{ s}$. La figure 1.7 montre la décomposition EMD du signal qui illustre clairement le phénomène d'oscillations (Fig. 1.7).

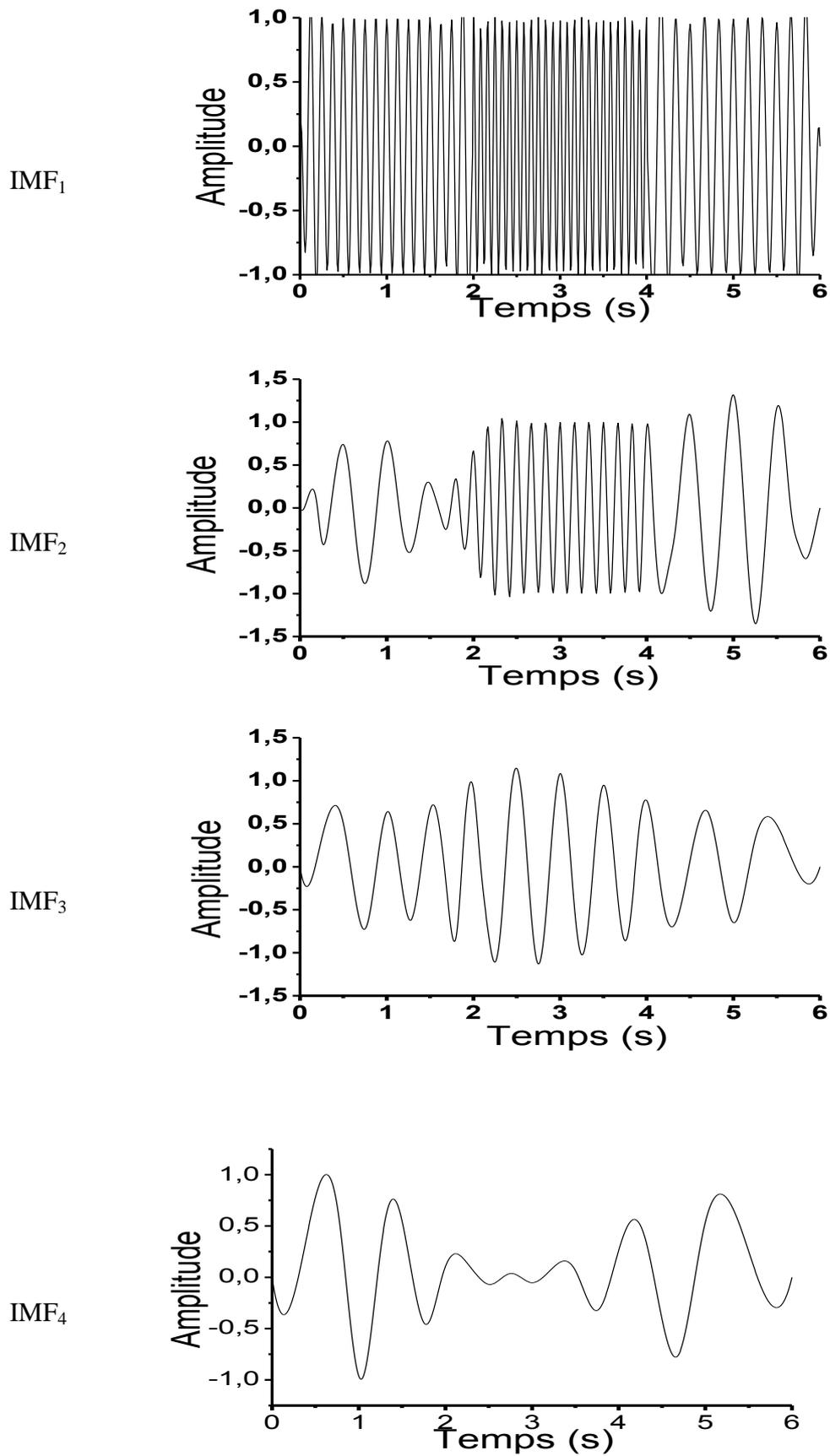


Fig. 1.7. Décomposition EMD du signal test $x_2(t)$.

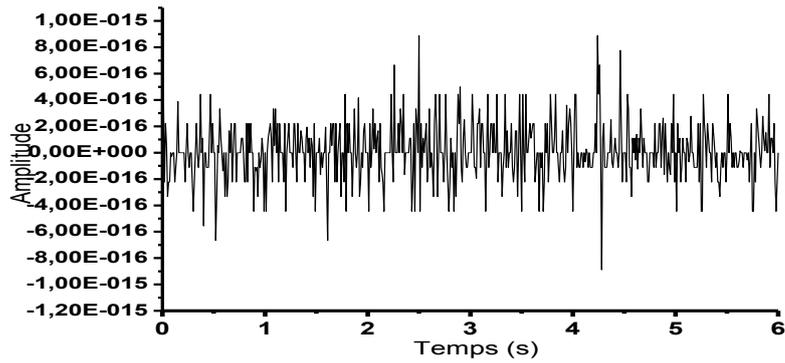


Fig. 1.8. Erreur sur la décomposition EMD du signal $x_2(t)$.

Nous observons en effet que les quatre IMFs présentent des oscillations extraites des plus hautes fréquences aux plus basses et cela localement.

Les IMFs extraite peuvent s'écrire :

$$IMF_1 = \begin{cases} \cos(16\pi) & 0 \leq t < 2 \\ \cos(24\pi) & 2 \leq t < 4 \\ \cos(12\pi) & 4 \leq t < 6 \end{cases} \quad (1.25a)$$

$$IMF_2 = \begin{cases} \cos(4\pi) & 0 \leq t < 2 \\ \cos(12\pi) & 2 \leq t < 4 \\ \cos(4\pi) & 4 \leq t < 6 \end{cases} \quad (1.25b)$$

$$IMF_3 = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ \cos(4\pi) & 2 \leq t < 4 \\ 0 & 4 \leq t < 6 \end{cases} \quad (1.25c)$$

Il est à noter que les composantes de la décomposition EMD sont similaires aux composantes du signal. Néanmoins, il existe des singularités à $t = 2\text{ s}$, 4 s et $t = 6\text{ s}$, les instants où le signal présente des ruptures de pente.

L'erreur de la figure 1.8 est obtenue par la soustraction entre le signal original et la somme de toutes les IMFs plus résidu, et est due essentiellement au processus de tamisage. L'estimation des enveloppes repose sur l'interpolation à l'aide de splines cubiques. Le fait d'utiliser les splines au voisinage des singularités introduit un lissage de celles-ci. L'accumulation des erreurs se traduit alors par l'apparition d'une composante artefact notée $IMF_4(t)$. En effet, cette IMF_4 n'a pas lieu d'exister théoriquement.

Mais la présence des singularités fait apparaître une composante supplémentaire représentative des erreurs cumulées lors de l'extraction des IMFs. Nous pouvons d'ailleurs noter que ces erreurs proviennent essentiellement de l'IMF₃ entre les intervalles $t = [0, 2s]$ et $t = [4, 6s]$ où théoriquement celle-ci est nulle équation (1.25c).

D'autre part, nous pouvons constater que cette description se comporte comme un banc de filtres auto-adaptatifs. L'EMD permet de sélectionner localement les oscillations correspondant aux hautes fréquences, pour tendre progressivement vers celles correspondant aux plus basses fréquences.

1.4.5 Les différentes méthodes d'interpolation

Plusieurs approches d'interpolation [20], [21] existent. Mais les plus couramment font partie des méthodes dites par collocation.

- La collocation : la fonction approximée passera que par les points qui sont définis initialement.
- Les courbes osculatrices : la fonction approximée passera par les points qui sont définis initialement en prenant en compte les nièmes dérivées premières.
- Les méthodes à base des moindre carrés : dans cette approche, on ne s'intéresse pas à faire passer la fonction d'approximation par tous les points qui sont définis initialement mais à définir des polynômes qui prennent en considération les Min-Max de ces points et à assurer la moindre erreur avec les majorités des points de départs.

Les plus utilisées sont basées sur la méthode de collocation qui sont [22] :

a) **La linéaire** : cette méthode permet de relier deux points par une droite.

b) **La Cubique** : cette méthode permet de relier deux points avec une courbe ondulatoire.

Dans cette méthode, la monotonie entre les points successifs qui sont sur une même ligne n'est pas respectée ainsi que le critère tangentiel n'est pas respecté c.-à-d. si la courbe approximée passe par un extrema (max ou min), cette courbe ne change pas son sens (critère tangentiel) mais continue dans sa direction jusqu'à un niveau précis et ensuite change de sens.

c) **La spline** : ce nom provient de l'interpolation par la considération de conditions tangentielles avec l'utilisation des fonctions cubiques.

1.4.6 Description temps-fréquence

Nous avons jusqu'à présent décrit la méthode EMD essentiellement dans le domaine temporel. Nous allons, dans ce qui suit, étudier ses propriétés dans le domaine fréquentiel. Nous allons d'abord examiner sa capacité à séparer deux composantes sinusoïdales. Ensuite, nous allons la comparer avec des approches standards comme la transformée en ondelettes pour illustrer la capacité de la méthode EMD à s'organiser spontanément en une structure de banc de filtres.

1.4.6.1 Résolution fréquentielle

Dans ce paragraphe, nous avons étudié la capacité de la méthode EMD à séparer deux composantes sinusoïdales. Cette étude a été inspirée des travaux de Rilling et al. [23], [24]. Considérons un signal composé de deux sinusoïdes (Fig. 1.9) :

$$x_3(t) = \cos(2\pi \times 60t) + \cos(2\pi \times 66t) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (1.26)$$

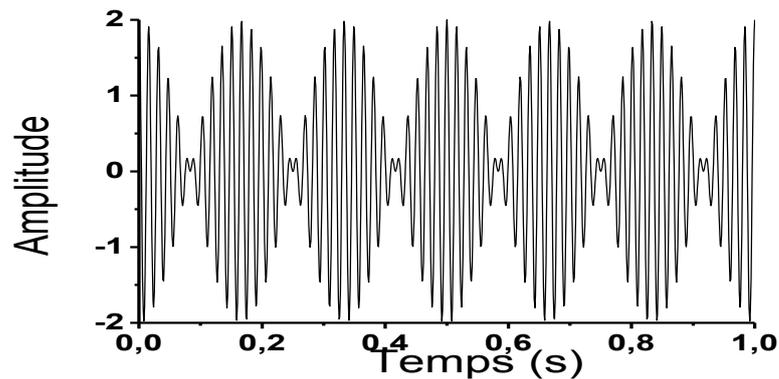
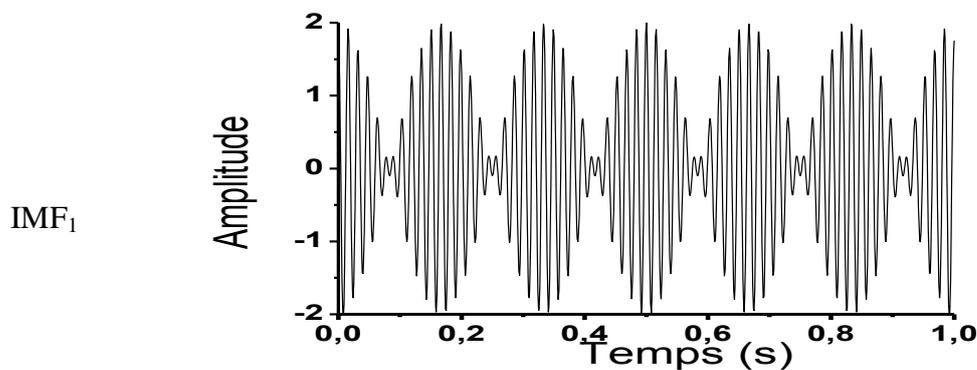


Fig. 1.9. Signal test $x_3(t)$.



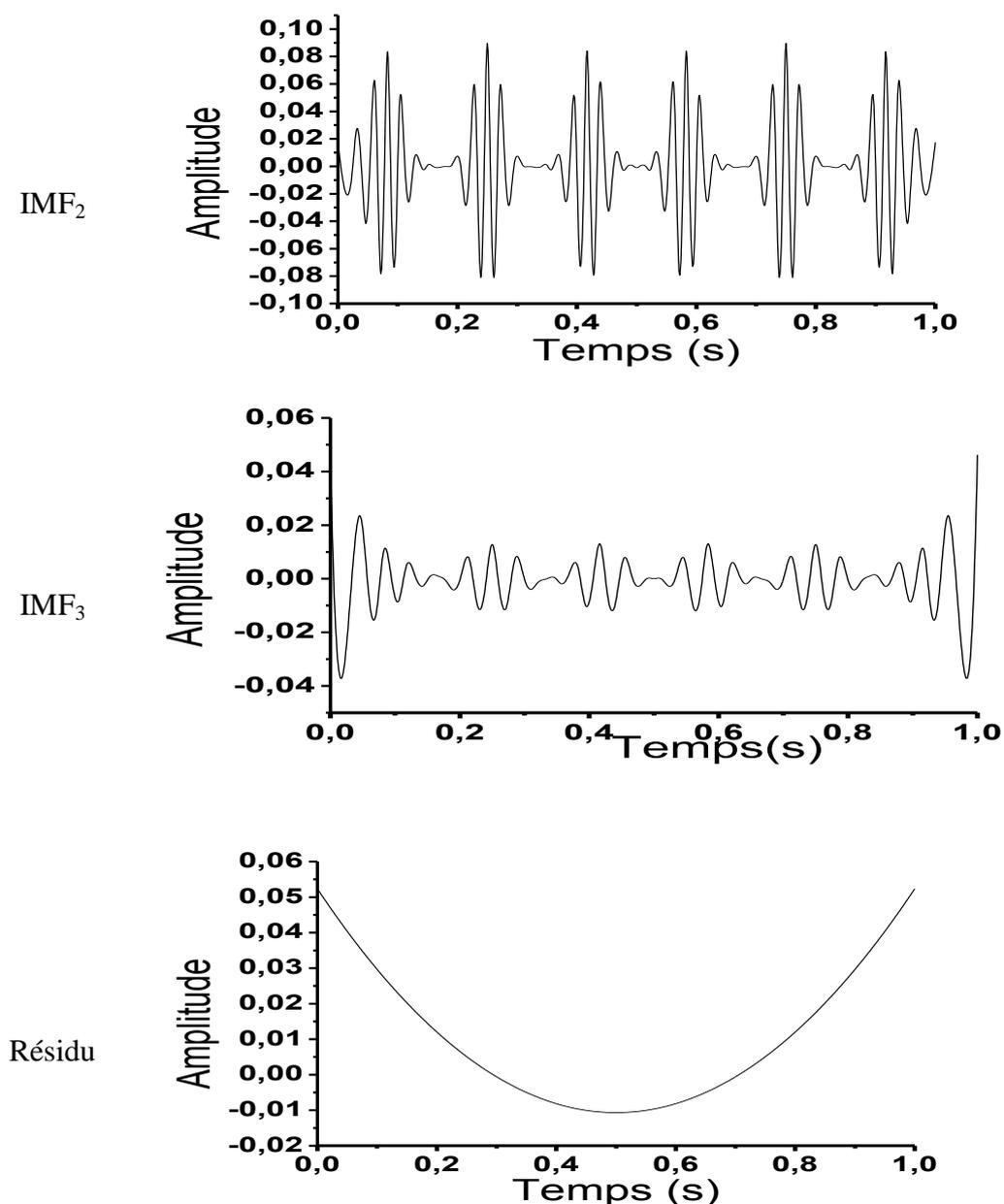


Fig. 1.10. Décomposition EMD du signal $x_3(t)$ constitué de deux fréquences très voisines.

Nous nous attendions à ce que l'EMD produise au moins deux IMFs : l'une est associée à la plus haute fréquence et l'autre à la plus basse. Nous observons que l'EMD considère le signal $x_3(t)$ comme une composante unique modulée en amplitude (Fig. 1.10). On conclut que la méthode EMD est affectée par les fréquences très proches.

1.4.6.2 Comparaison avec les ondelettes

Pour comparer la méthode EMD et la transformée en ondelettes, nous avons analysé un signal constitué de trois sinusoides : rapide ($\sin(3\pi t)$), moyenne ($\sin(0,3\pi t)$) et lente ($\sin(0,03\pi t)$).

$$x_4(t) = \sin(3\pi t) + \sin(0.3\pi t) + \sin(0.03\pi t) \quad (1.27)$$

Pour la comparaison, nous avons utilisé les ondelettes orthogonales de Daubechies (db3) sur cinq niveaux (Fig. 1.11). La décomposition EMD permet d'estimer correctement les différentes oscillations constituant le signal $x_4(t)$ de la plus rapide (IMF₁) à la plus lente (IMF₃) (Fig. 1.11b).

La décomposition par la transformée en ondelettes est illustrée dans la figure 1.11c où les a_p et les d_p représentent les Approximations et les Détails du signal respectivement. Cette figure montre que la sinusoïde rapide est présentée dans d_1 , celle de fréquence moyenne est représentée dans d_4 et la sinusoïde lente est donnée dans a_4 .

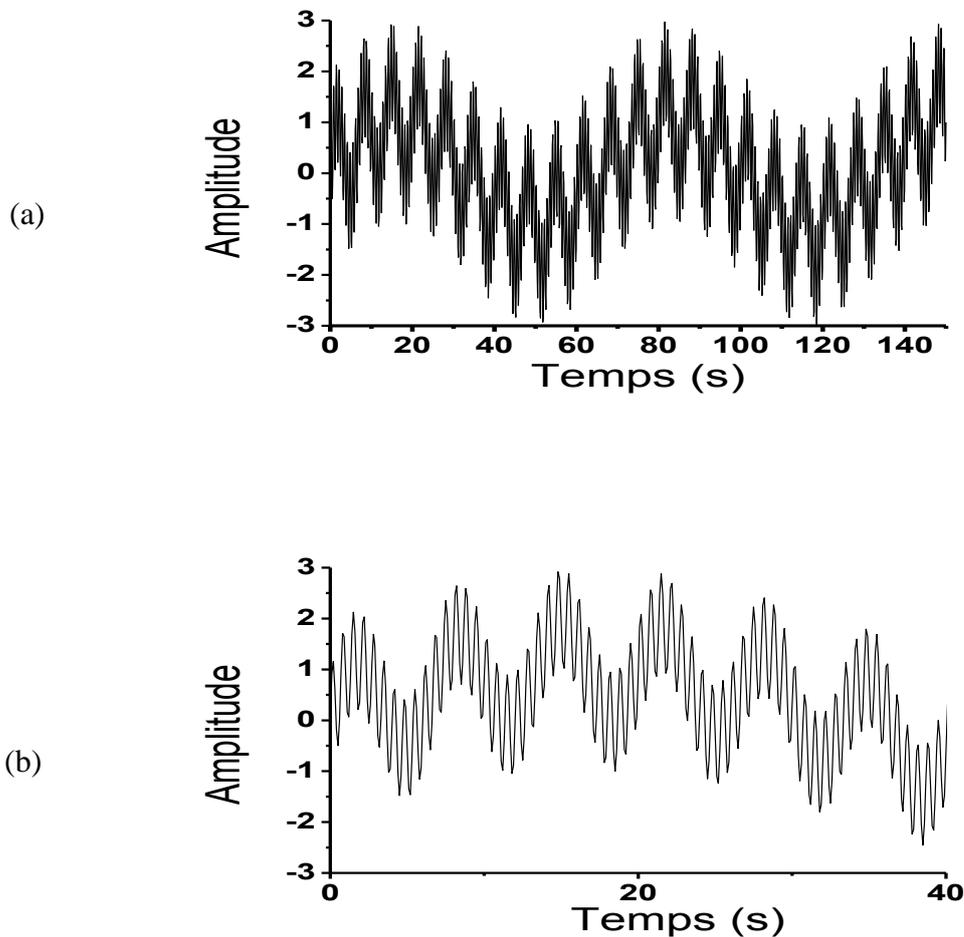


Fig. 1.11 a. a : signal test $x_4(t)$, b : agrandissement du signal $x_4(t)$ de l'équation (1.27).

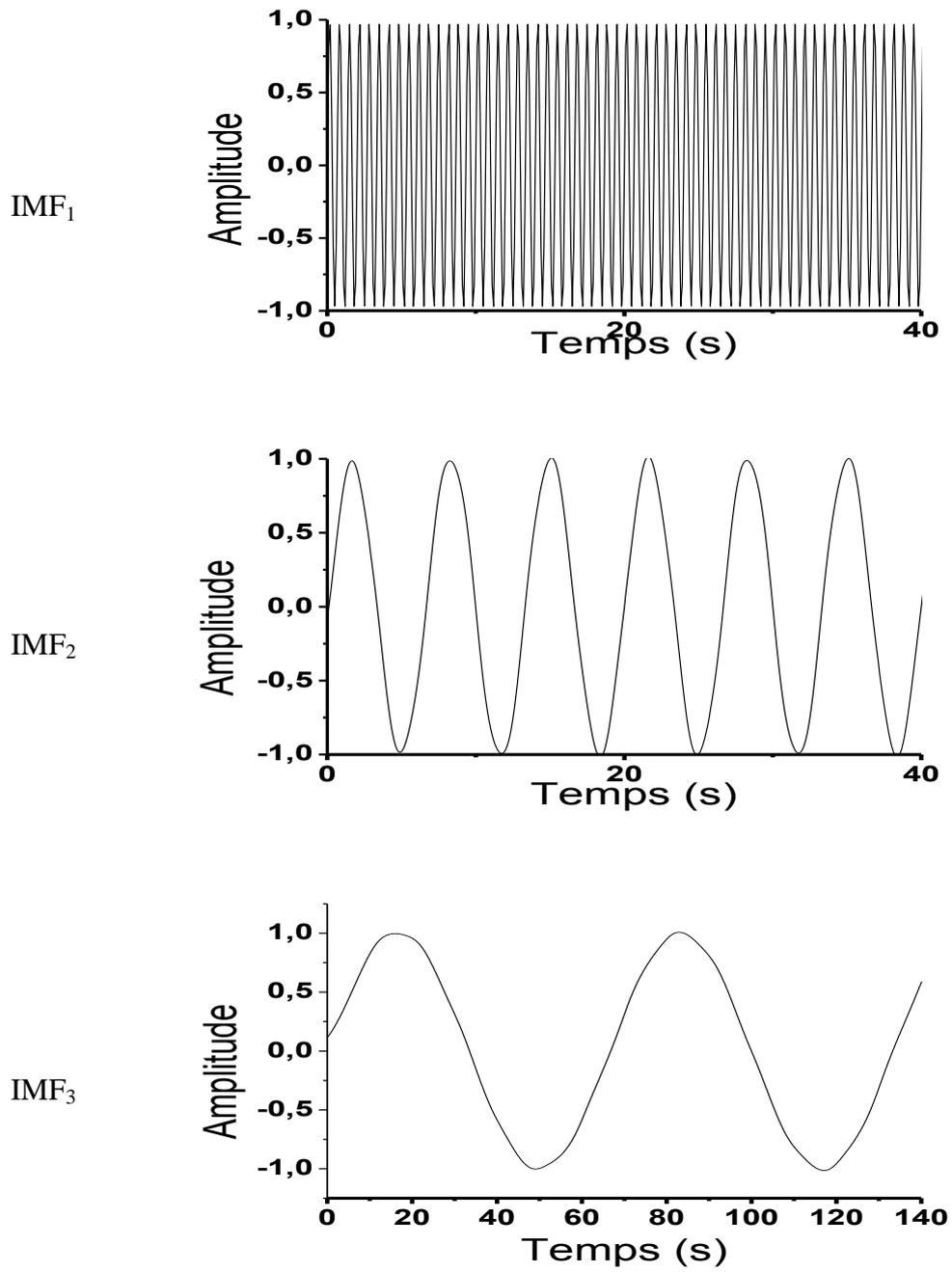


Fig. 1.11b. Décomposition EMD du signal $x_4(t)$.

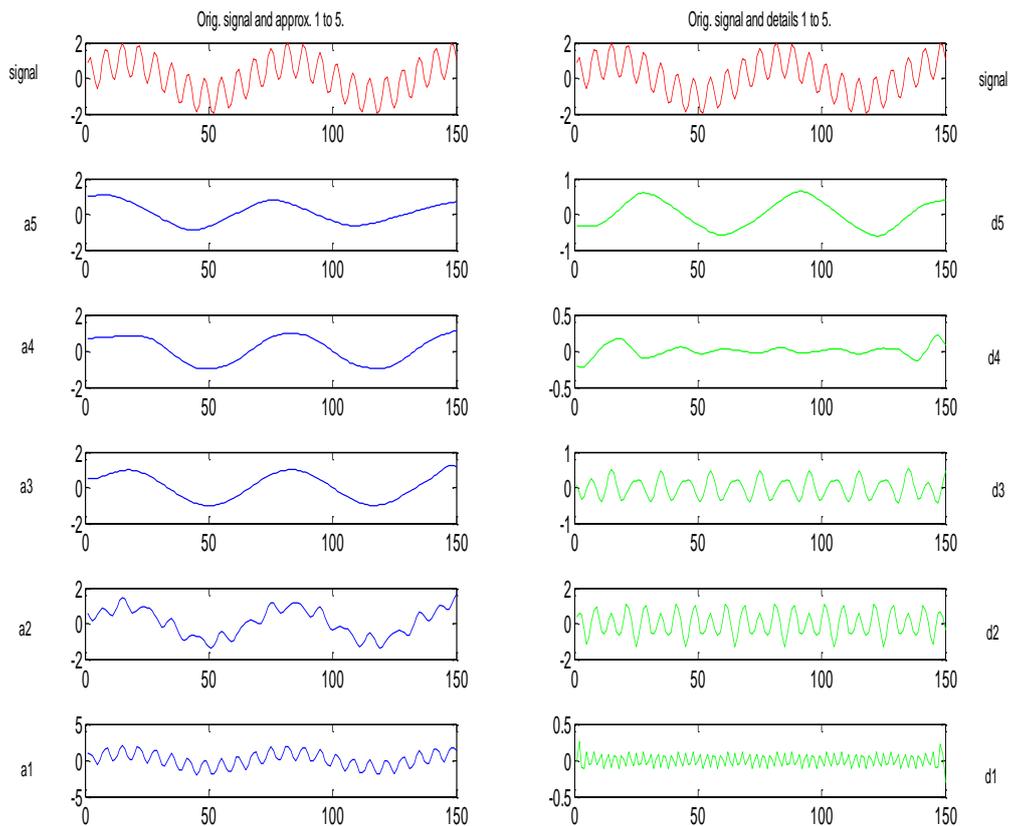


Fig. 1.11c. Décomposition par les ondelettes du signal $x_4(t)$.

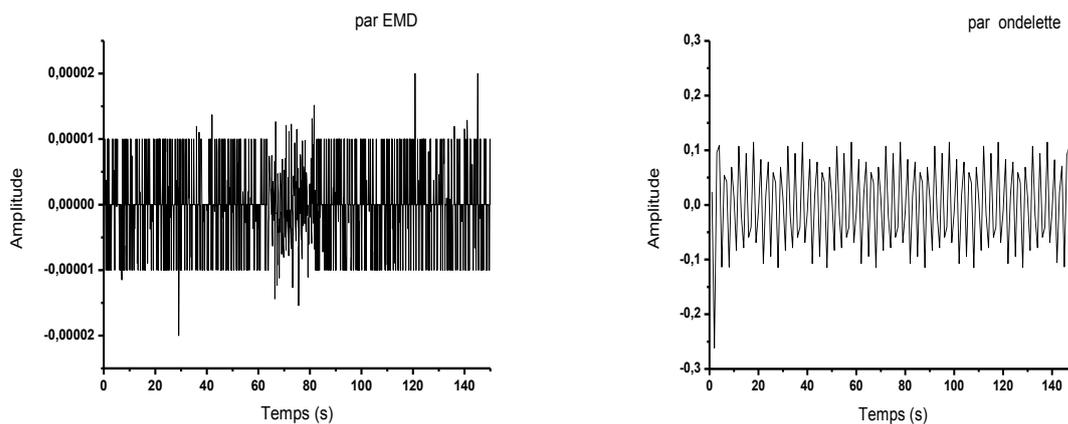


Fig. 1.11d. Erreur des estimations EMD/Ondelettes

Fig. 1.11. Comparaison des principes de décomposition par l'EMD et par les ondelettes

Nous remarquons que les erreurs d'estimation des différentes composantes sont globalement plus importantes pour l'approche basée sur les ondelettes que celle basée sur l'EMD (Fig.

1.11d). La transformée en ondelettes apparait plus comme une approche paramétrique qui nécessite l'élaboration préalable de la base de projection. Tandis que l'EMD se classe plutôt dans la famille des approches non-paramétriques. Ces deux méthodes décomposent un signal de manière différente. En effet, la méthode des ondelettes décompose un signal des plus basses fréquences vers les plus hautes. Par contre la méthode EMD aborde la décomposition de façon diamétralement différente en débutant par les hautes fréquences pour terminer vers les plus basses.

1.4.7 Défauts de la méthode EMD

1.4.7.1 Critères d'arrêt

L'implémentation de l'EMD nécessite de faire des choix. Notamment en ce qui concerne le critère d'arrêt du processus de tamisage qui est profondément lié à la libre interprétation de la moyenne locale nulle dans la définition d'une IMF. Ce choix fausse donc en partie la légitimité de la méthode car il est basé uniquement sur des constatations empiriques et non pas sur des preuves mathématiques. Le critère d'arrêt est cependant nécessaire pour que l'algorithme termine en un nombre fini d'étapes.

1.4.7.2 Effets de bord

Un autre point négatif de la méthode EMD est sa très grande sensibilité aux effets de bord. Cela est en partie lié au choix usuel des splines cubiques. Mais il n'existe pas de méthode systématique pour diminuer ces effets de bord. Des tentatives classiques de symétrisation, d'effet miroir, d'extrapolation ont été effectuées et ont été développés [1], [25], [26].

1.4.7.3 Problème de mixage des modes

La méthode EMD a été largement appliquée à l'analyse des signaux non-stationnaires et/ou non-linéaires. Cependant, les résultats de décomposition souffrent souvent du mélange de modes. Le mélange de modes consiste d'une part à l'apparition de plus d'une IMF de la même oscillation locale et d'autre part à la disparition dramatique des oscillations de faible amplitude [9] causée par la non identification de leurs extrema et par conséquent l'IMF résultant se présente comme un mélange de plus d'une fréquence sur une durée d'analyse ce qui lui fait perdre sa signification physique. Pour illustrer un tel phénomène, nous avons considéré le signal $x_5(t)$ composé de deux composantes $(x_6(t), x_7(t))$:

$$x_5(t) = x_6(t) + x_7(t), \quad 0 \leq t \leq 0.04 \text{ s} \quad (1.28)$$

$$x_6(t) = \sin(2\pi f_1 t) \quad (1.29)$$

Et

$$x_7(t) = \lambda \sin(2\pi f_2 t) \left[e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\sigma}} \right] \quad (1.30)$$

$x_6(t)$ représente une composante sinusoïdale basse fréquence tandis que $x_7(t)$ représente une composante de haute fréquence (Fig. 1.12). Pour illustrer, nous avons utilisé les valeurs numériques suivantes : $t_0 = 0.005 \text{ s}$, $\sigma = 10^{-6}$, $\lambda = 0.06$, $f_1 = 100 \text{ Hz}$ et $f_2 = 1500 \text{ Hz}$.

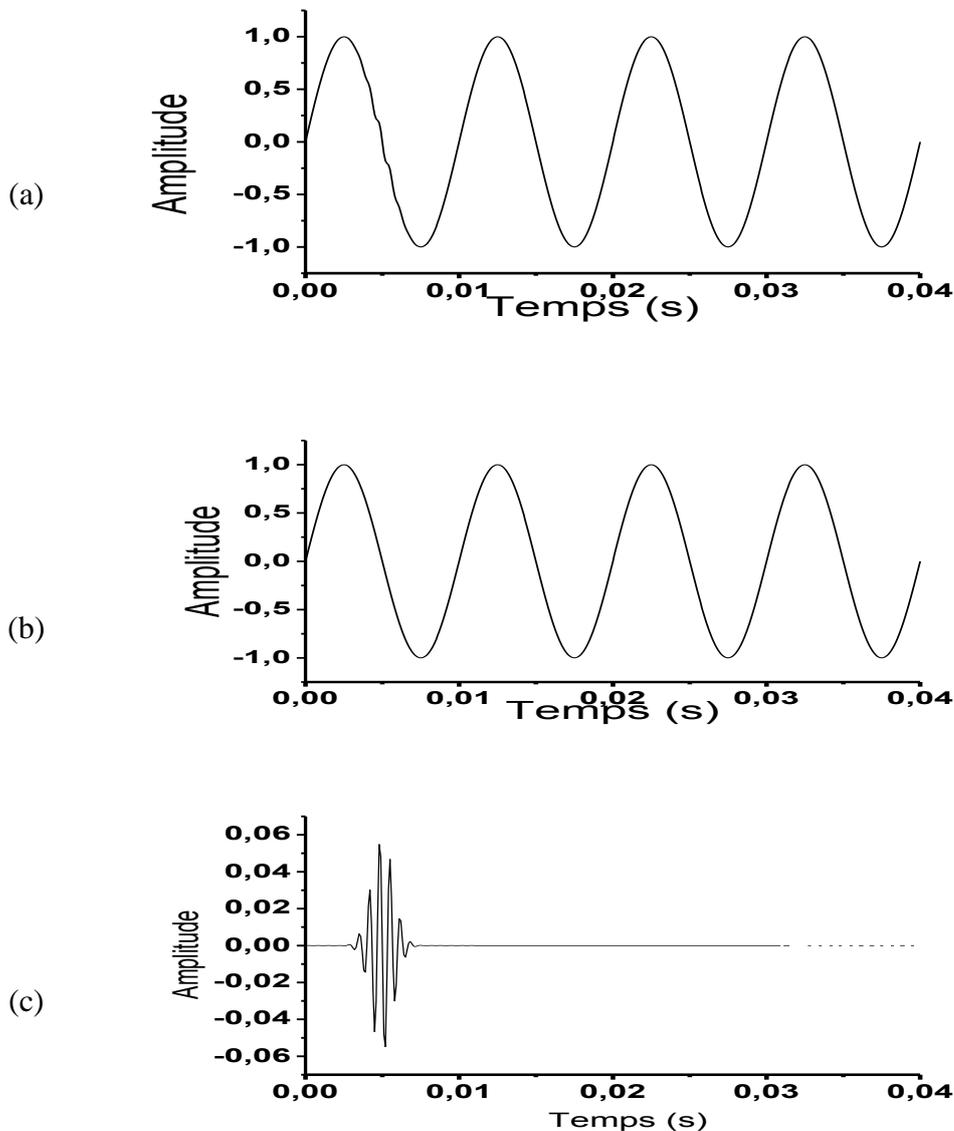


Fig. 1.12. (a) Le signal $x_5(t)$, (b) le signal $x_6(t)$, (c) le signal $x_7(t)$.

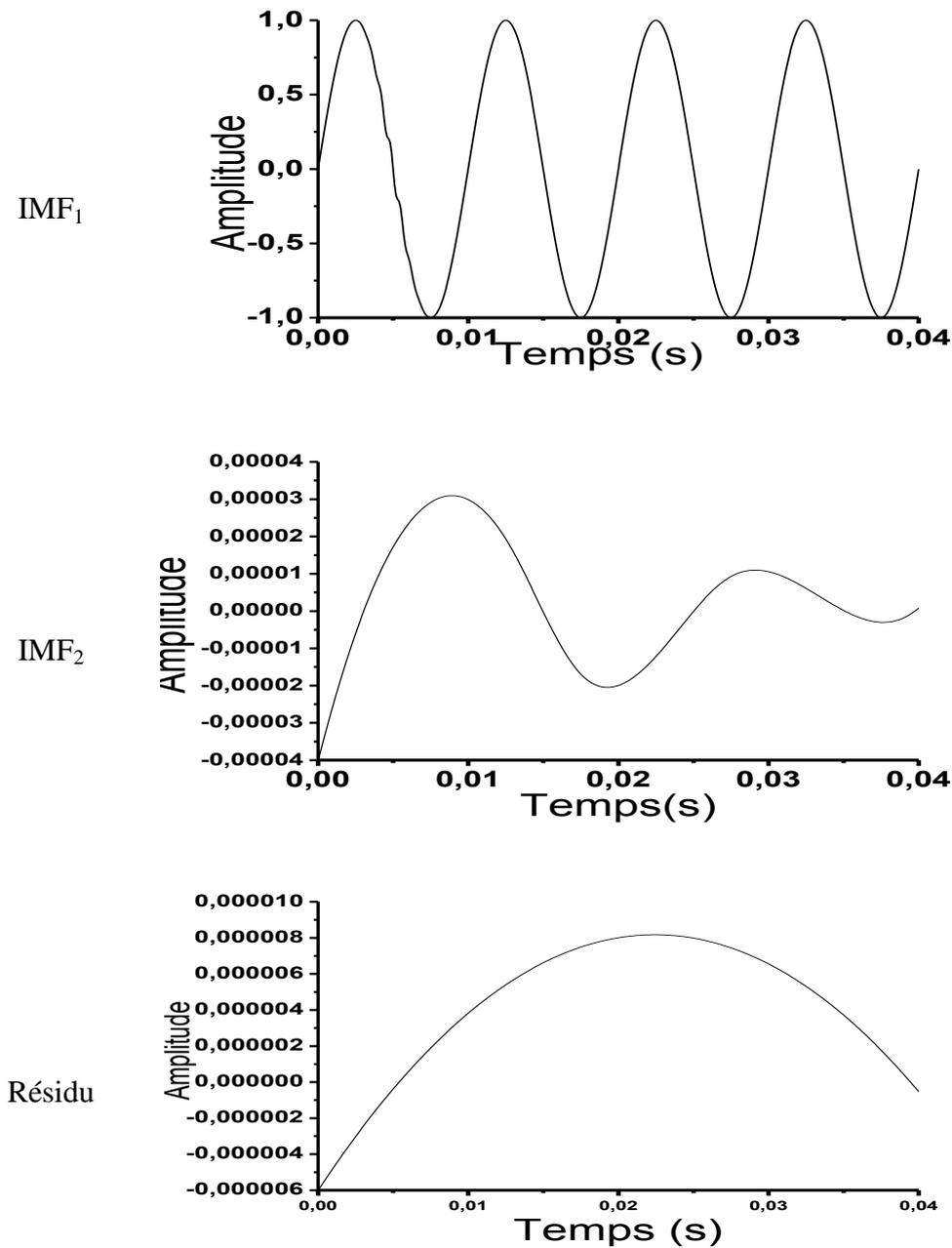


Fig. 1.13. La décomposition par l'EMD du signal $x_5(t)$ (équation 1.28).

Le mélange de mode arrive quand la méthode EMD est appliquée pour décomposer un signal composé de deux composantes de fréquences très éloignées. Le principe est montré dans la figure 1.13 où les deux composantes sont mélangées ensemble dans une seule IMF (IMF_1).

1.4.7.4 Absence d'expression analytique

Le dernier défaut de l'EMD est son absence d'expression analytique. L'EMD étant un algorithme, il n'y a pas de fondements mathématiques sous-jacents à cette décomposition.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le principe de la décomposition par la méthode EMD et notamment le processus de tamisage permettant d'imposer des contraintes sur les IMFs. Lors de cette étude des problématiques ont été identifiées comme par exemple l'interpolation de la décomposition.

La décomposition par la méthode EMD a été comparée à la transformée en ondelettes. La transformée en ondelettes apparaît comme une méthode paramétrique tandis que l'EMD est plutôt une approche non-paramétrique. La transformée en ondelettes décompose un signal en partant des plus basses fréquences vers les plus hautes. Par contre la méthode EMD aborde la décomposition en débutant par les hautes fréquences pour terminer vers les plus basses. Les erreurs d'estimation des différentes composantes sont globalement plus importantes pour l'approche basée sur les ondelettes que celle basée sur l'EMD.

Enfin, nous avons examiné à l'aide d'un simple exemple de simulation l'inconvénient majeur de cette méthode qui est le mixage de modes.

Partant des limitations de la méthode EMD et pour améliorer les résultats de la méthode, nous avons considéré une autre méthode appelée EMD d'Ensemble notée EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition) et que nous avons développé dans le chapitre 2 de ce mémoire de magister.

CHAPITRE 2

La méthode EEMD

2.1 Introduction

Ce chapitre présente le principe et l'algorithme de la méthode EMD d'ensemble dénotée EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition) pour la décomposition des signaux non-stationnaires. L'annulation du problème de mixage de mode par la méthode EEMD, les critères de choix des paramètres de cette méthode et l'effet des paramètres ajoutés sur la décomposition EEMD ont été examinés. Les résultats théoriques de cette méthode ont été validés par des simulations numériques.

2.2 Principe

La méthode EEMD a été introduite [8] initialement pour résoudre le problème de mélange de modes. Etant donné un signal $x(t)$, son principe est le suivant [8] :

1. On génère N_e réalisations $b_i(t)$, $1 \leq i \leq N_e$, de bruit blanc gaussien de même variance σ_i^2 .
2. On calcule le signal bruité pour chaque réalisation,

$$s_i(t) = x(t) + b_i(t), \quad 1 \leq i \leq N_e \quad (2.1)$$

Et ensuite on extrait les N IMFs de ce signal bruité en utilisant la méthode EMD originale.

3. Les N_e réalisations donnent accès à N_e signaux bruités qui permettent l'extraction de N_e jeux de N IMFs : $IMF_{ki}(t)$, $1 \leq k \leq N$ et $1 \leq i \leq N_e$. Les IMFs de la méthode EEMD sont alors les moyennes d'ensemble de ces N_e jeux de N IMFs :

$$IMF_{EEMD_k} = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} IMF_{ki}(t), \quad 1 \leq k \leq N \quad (2.2)$$

L'amplitude du bruit blanc Gaussien ε est pilotée par le taux d'erreur ε_n au final sur la reconstruction du signal $x(t)$ par sommation des IMFs et par le nombre N_e de moyennes effectuées par la relation [28].

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon}{\sqrt{N_e}} \quad (2.3)$$

L'organigramme de la méthode EEMD est représenté dans la figure 2.1.

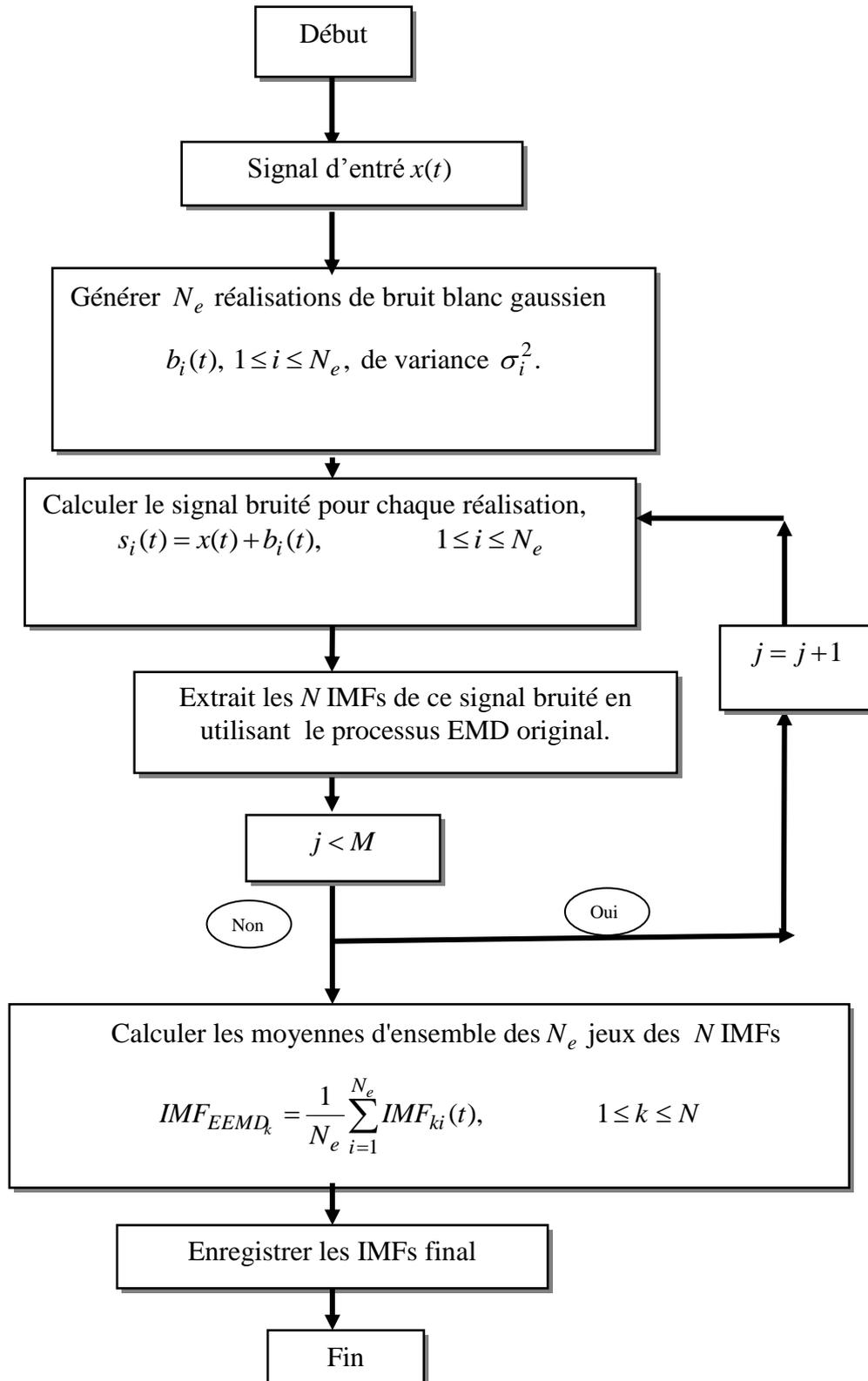


Fig 2.1. L'organigramme de la méthode EEMD

2.3 Annulation du mixage de mode

La méthode EEMD résout le problème de mélange de mode, mais l'amplitude du bruit et le nombre d'essai affectent les résultats de la décomposition. Les paragraphes suivants montrent l'effet de chacun des deux paramètres. Pour décomposer un signal par la méthode EEMD, il faut d'abord choisir le niveau du bruit et le nombre d'essai N_e adéquat. Le choix judicieux de ces deux paramètres assurera une décomposition EEMD sans mélange de modes.

2.3.1 Le Choix des paramètres

Nous avons considéré le signal $x_5(t)$ de l'équation (1.28) en chapitre 1 (401 points et un pas d'échantillonnage de $10^{-4}s$) et nous l'avons décomposé par la méthode EEMD. Il est à rappeler que le signal $x_5(t)$ est la somme des signaux $x_6(t)$ et $x_7(t)$.

2.3.1.1 Rapport signal/bruit (SNR)

Une approche systématique de la sélection de l'amplitude du bruit est obtenue par le SNR :

$$SNR = 10 \log_{10}(p_1 / p_2) \quad (2.4)$$

Où p_1 est la puissance du signal.

Et p_2 la puissance du bruit.

La figure 2.2 donne la relation entre le SNR et les résultats de la décomposition EEMD.

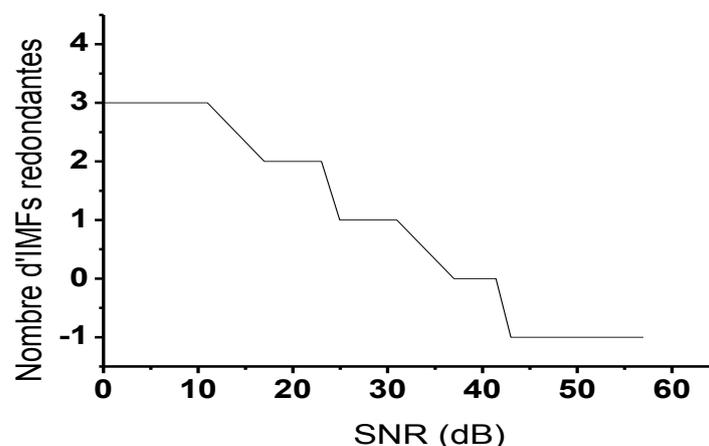


Fig. 2.2. Le SNR et le nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition du signal $x_5(t)$.

Les valeurs des ordonnées correspondent aux différents résultats de décomposition [9]:

- a) Une valeur -1 représente le mélange de mode.
- b) La valeur 0 signifie qu'il n'y a pas de composantes IMF redondantes.
- c) Les valeurs positives représentent le nombre d'IMFs redondantes. Pour obtenir une bonne décomposition, il faut bruite le signal avec une puissance déduite du SNR appartenant à la plage de [37 dB – 41 dB] qui assure la non redondance des IMFs.

2.3.1.2 Nombre d'essai

La figure 2.3 montre qu'une décomposition EEMD avec un coefficient de corrélation élevé de l'ordre de 95% (moins affecté du bruit) est réalisée avec un nombre d'essai égal à 1000. Cette figure est obtenue en calculant le coefficient de corrélation entre l'IMF₁ et le signal $x_7(t)$ en fonction du nombre d'essais N_e [9].

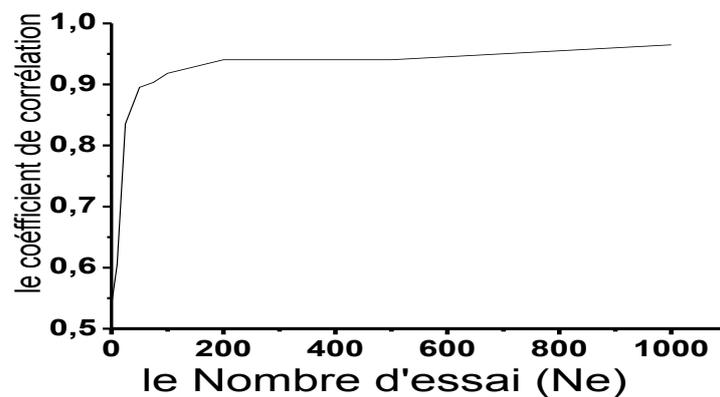


Fig. 2.3. Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essai N_e .

Après avoir fixé les paramètres qui correspondent au meilleur résultat, la figure 2.4 représente le résultat de la décomposition EEMD. Et montre clairement l'annulation du problème de mixage de modes.

2.4 Effet des paramètres EEMD

2.4.1 Effet de l'amplitude de bruit

Si l'amplitude du bruit est trop petite par rapport à l'amplitude du signal, alors le rajout du bruit n'aura aucun effet sur le mélange de modes. Mais, si l'amplitude du bruit est trop grande

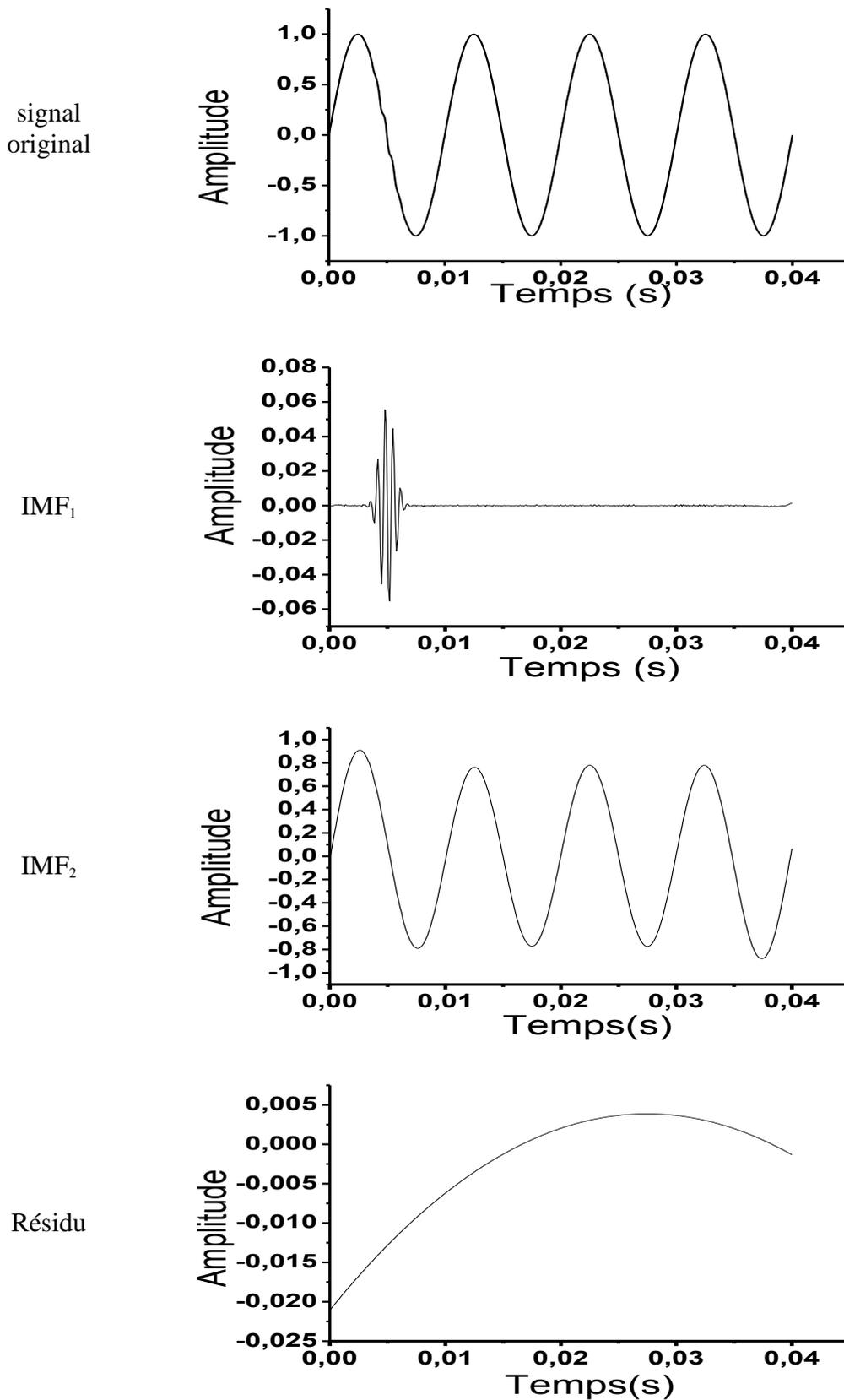


Fig. 2.4. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 1000$.

par rapport à celle du signal, alors la décomposition EEMD donnera des composantes IMFs redondantes.

Les figures 2.5, 2.6 et 2.7 illustrent l'effet de l'amplitude du bruit sur les résultats de la décomposition EEMD du signal test $x_5(t)$, le nombre d'essai a été fixé à 1000.

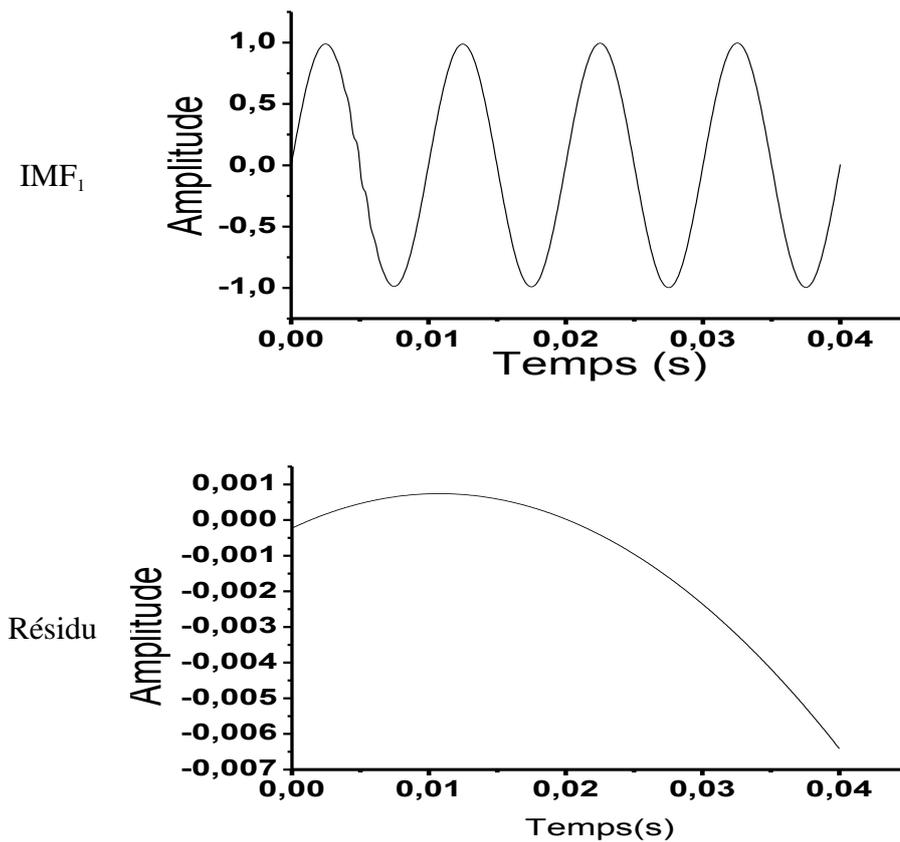
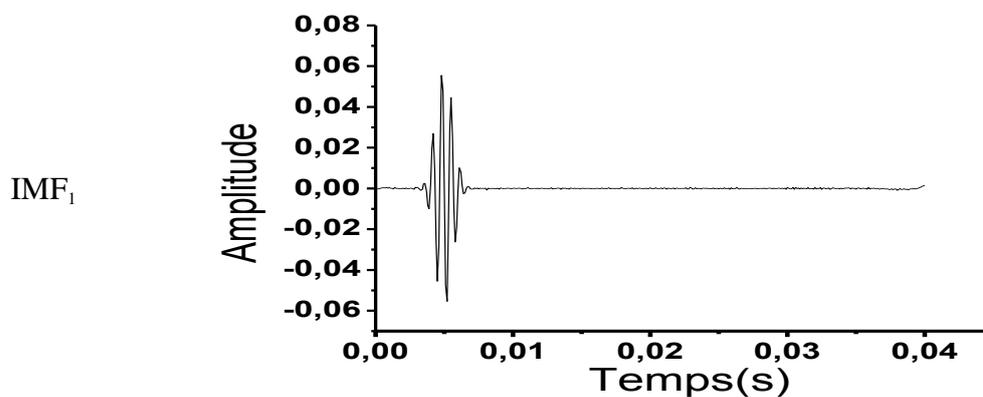


Fig. 2.5. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 57$ dB et un $N_e = 1000$.



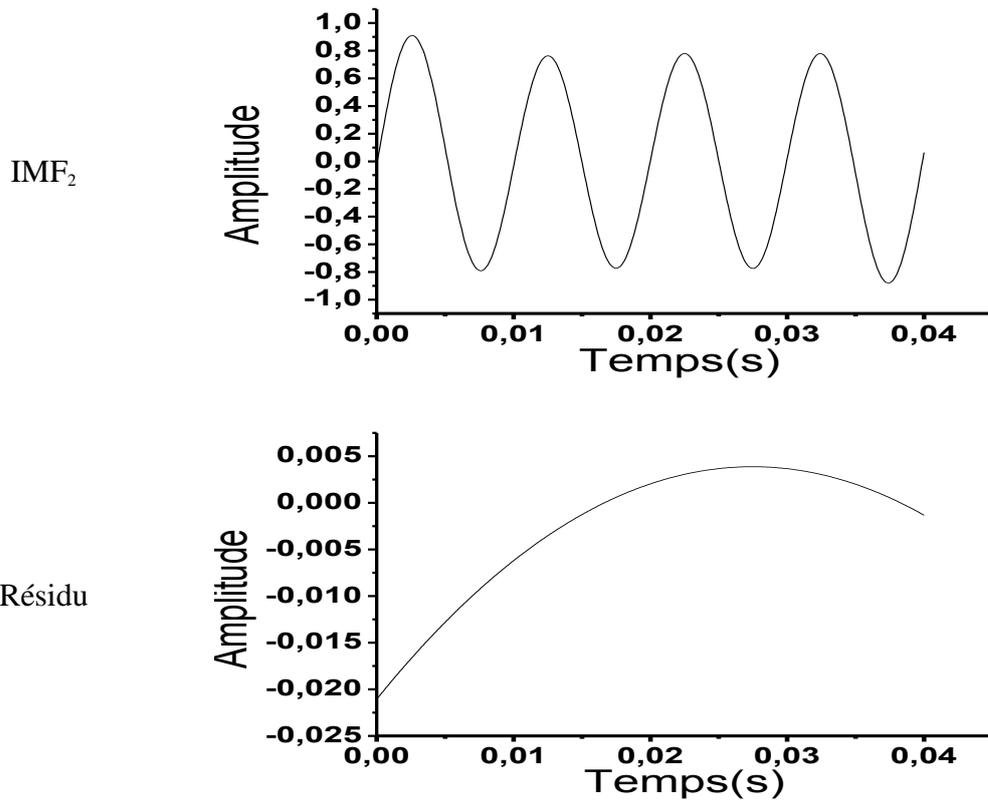
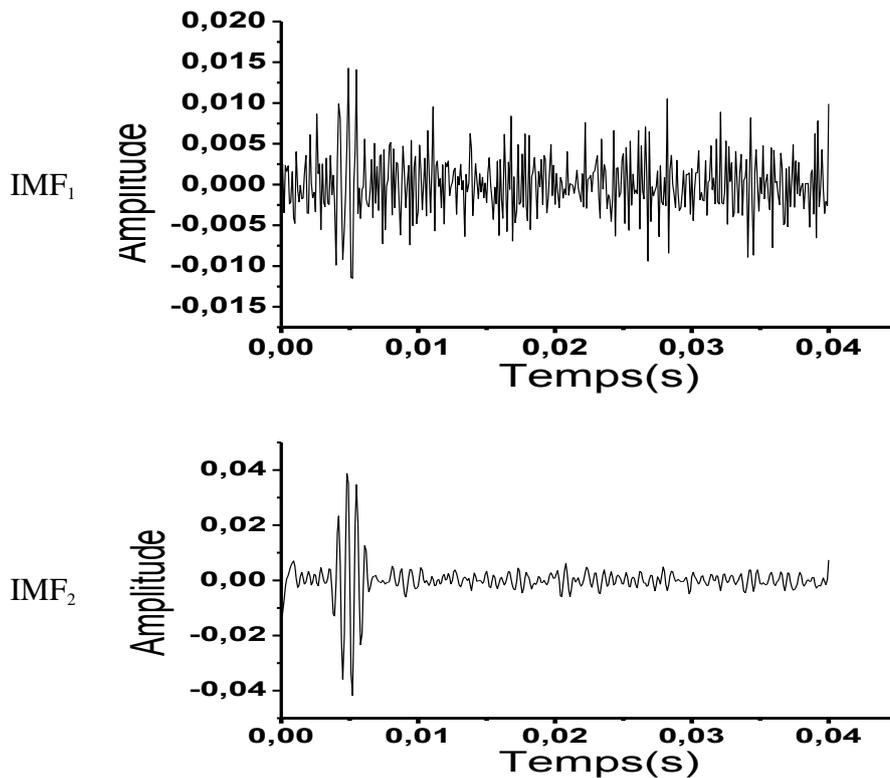


Fig. 2.6. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 1000$.



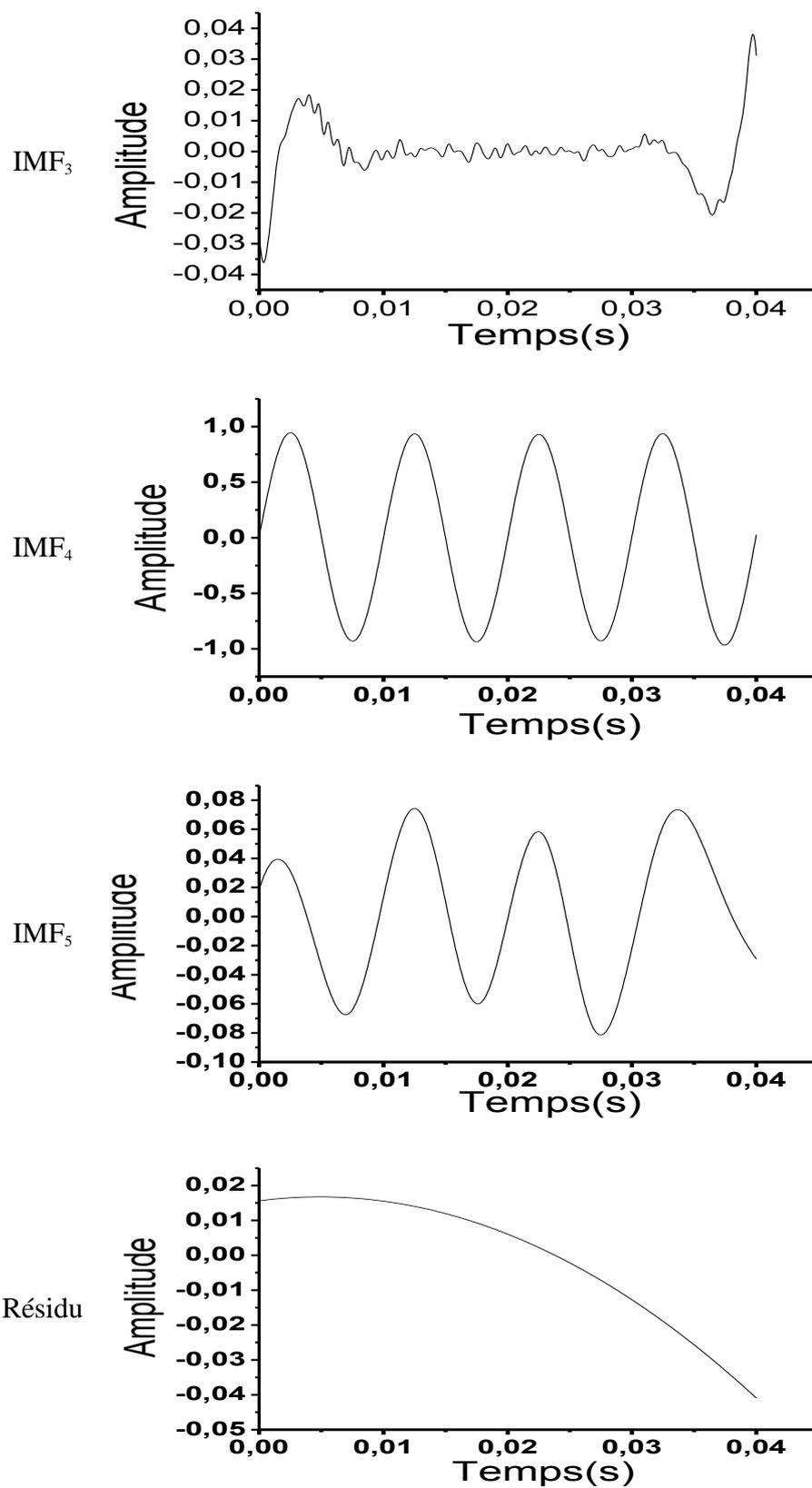


Fig. 2.7. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR=11dB$ et un $N_e = 1000$.

Ces figures montrent que la décomposition EEMD dépend de l'amplitude du bruit exprimée par la variance. Par exemple, pour un SNR important de l'ordre de 57 dB, les deux composantes du signal test n'ont pas été séparées et le problème de mélange de modes existe encore (Fig. 2.5). Par contre pour un très faible SNR , la décomposition EEMD génère des IMFs redondantes (Fig. 2.7). Cependant, pour un SNR approprié, dans cet exemple de 37 dB, la figure 2.6 montre que le signal $x_5(t)$ a été efficacement décomposé en deux IMFs. Ces résultats démontrent que la variance du bruit blanc Gaussien doit être choisie convenablement pour assurer la performance de la méthode EEMD.

2.4.2 Effet du nombre d'essai N_e

Théoriquement, un nombre infini d'essai serait nécessaire pour complètement neutraliser l'effet du bruit blanc gaussien ajouté au signal original. Etant donné qu'une telle exigence ne peut pas être pratiquement respectée dans des applications réalistes, une mesure de corrélation entre les IMFs et les composantes du signal original est examinée pour déterminer un nombre d'essai faisable en pratique.

Quand le nombre d'essai est 1000, le coefficient de corrélation entre l'IMF₁ et la composante haute fréquence dans le signal $x_5(t)$ est élevé de 0.95. Cette valeur est prise comme une valeur seuil acceptable pour déterminer le nombre d'essai pratiquement significatif.

Les figures 2.8-2.11 illustrent comment les résultats de la décomposition EEMD varient avec le nombre d'essai, où l'amplitude du bruit est fixée à 0.01 ($SNR = 37dB$). Cette valeur a été choisie pour éviter les IMFs redondantes selon le critère du rapport signal sur bruit.

L'IMF₂ qui représente la composante basse fréquence dans le signal $x_5(t)$ est stable pour tous les nombres d'essai N_e .

L'IMF₁, correspondant à la composante haute fréquence de faible amplitude, est progressivement débruité avec l'augmentation du nombre d'essai. L'IMF₁ est complètement dépourvue de bruit pour un nombre d'essai $N_e = 1000$.

Ceci démontre que le coefficient de corrélation fournit une mesure efficace pour déterminer le nombre d'essai N_e dans la méthode EEMD.

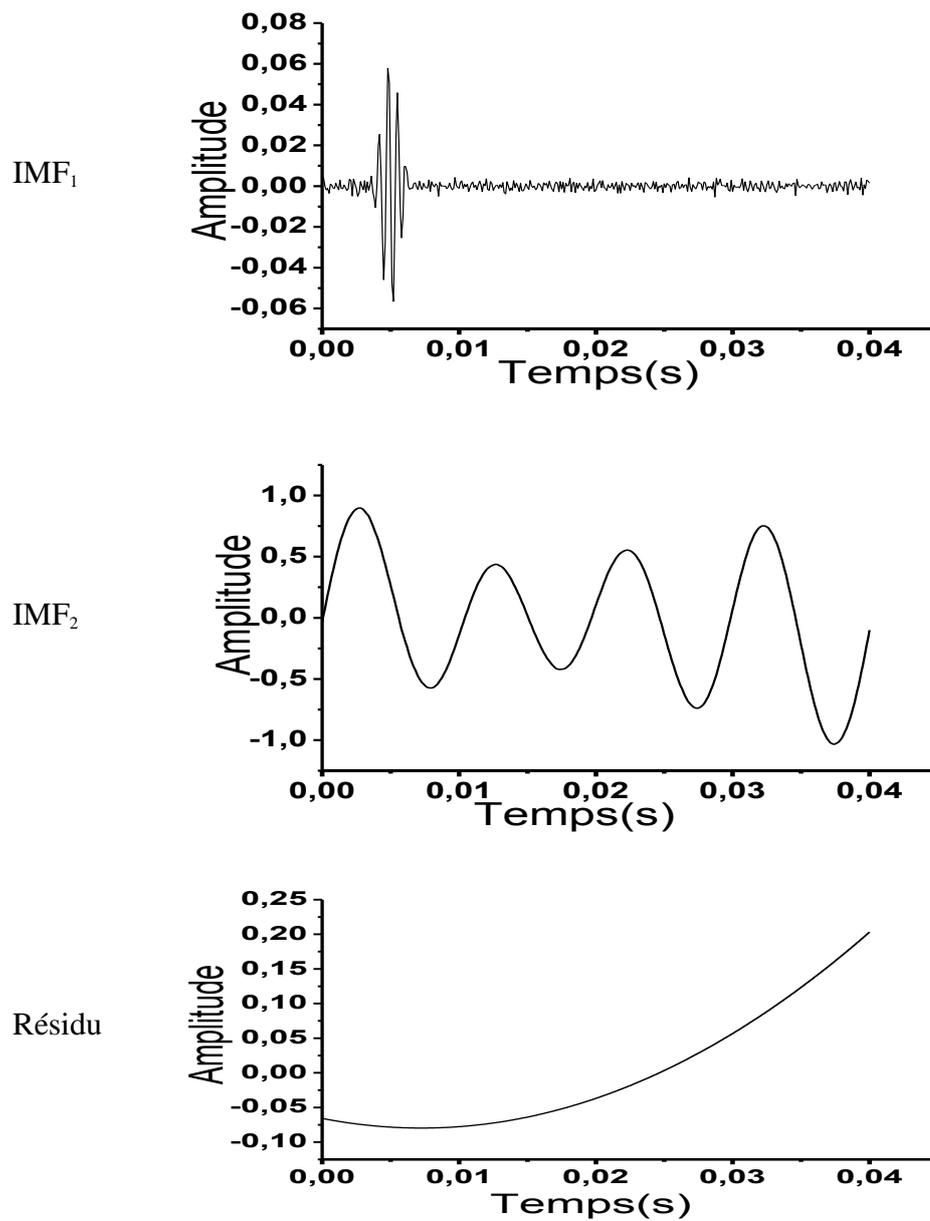
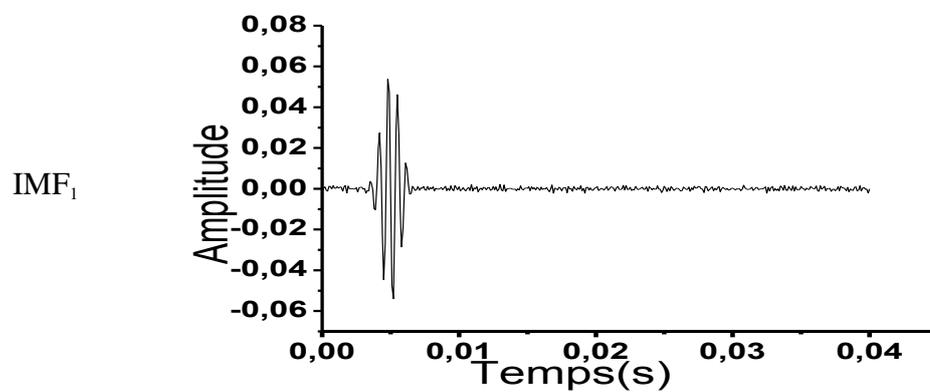


Fig. 2.8. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR=37$ dB et un $N_e=10$.



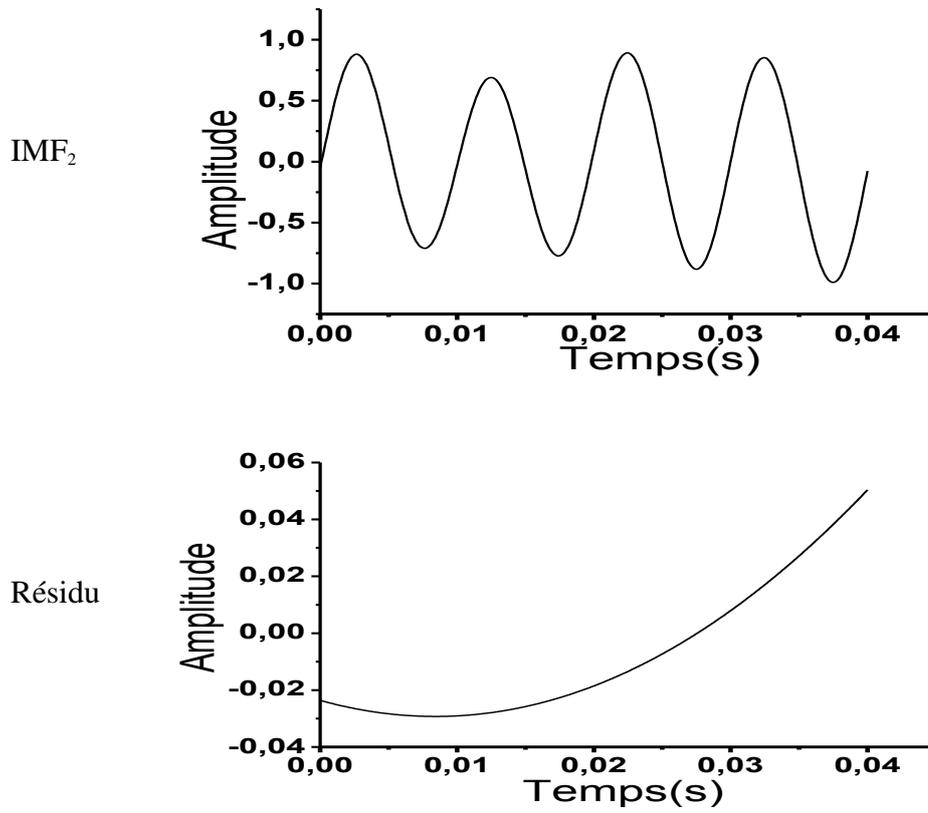
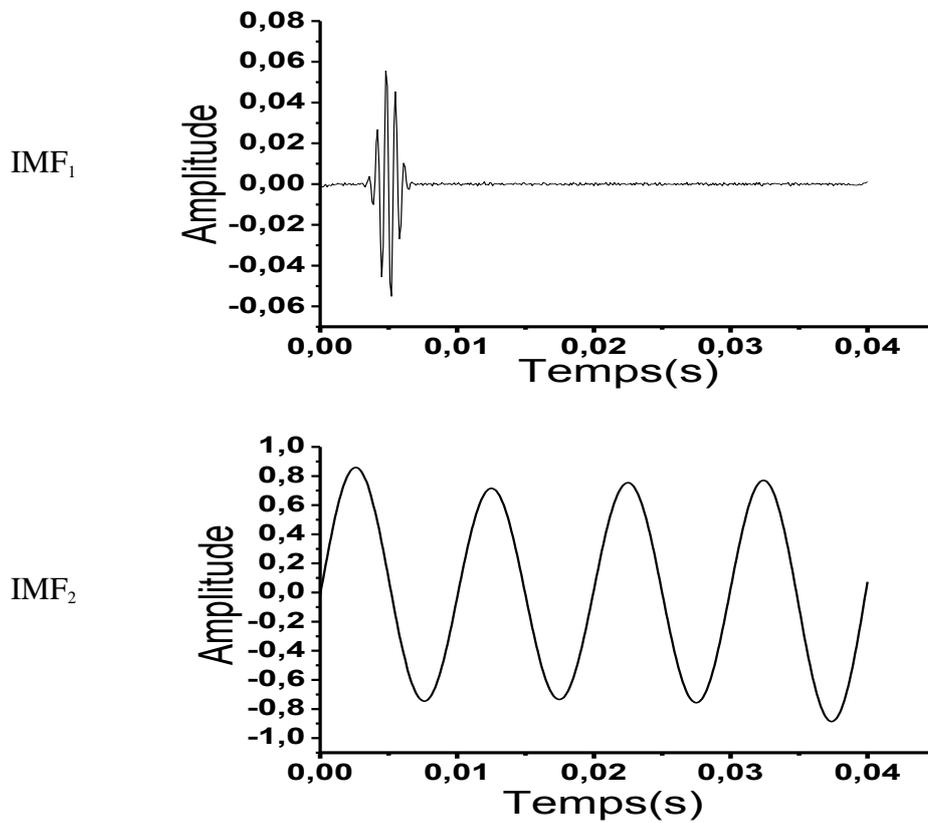


Fig. 2.9. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR = 37$ dB et un $N_e = 50$.



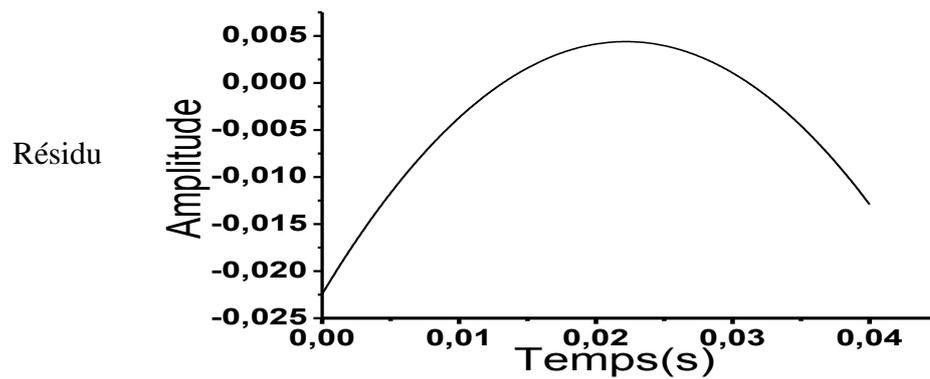


Fig. 2.10. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR=37$ dB et un $N_e = 200$.

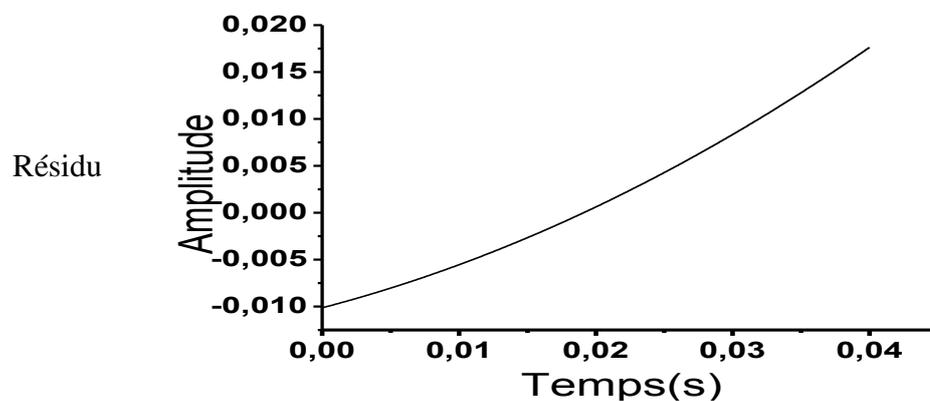
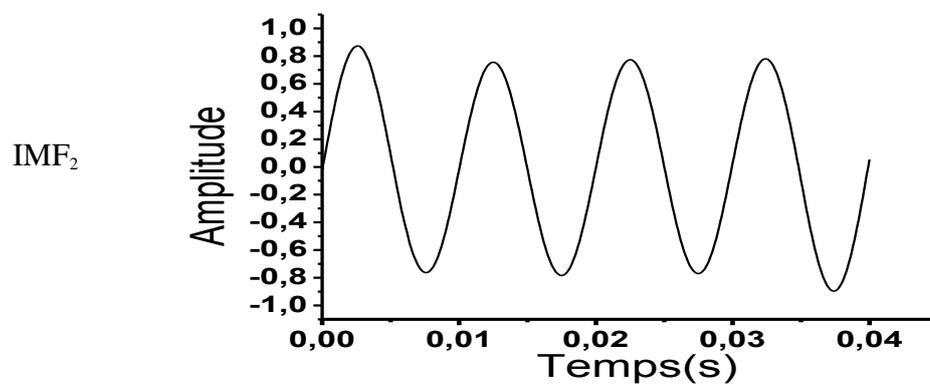
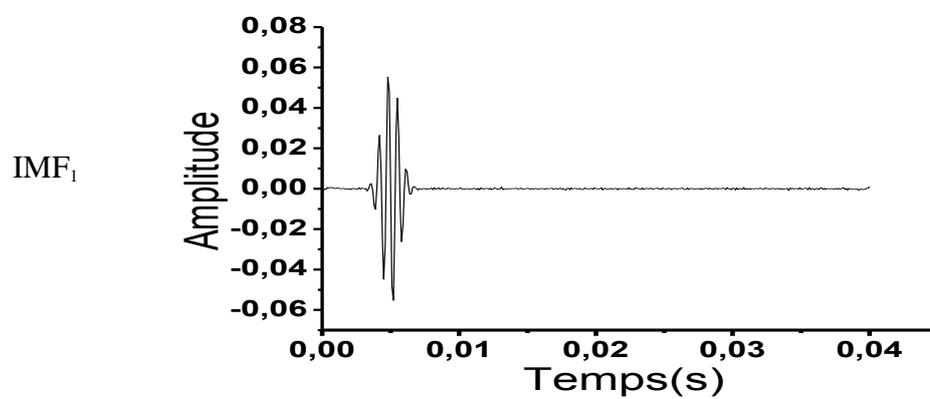


Fig. 2.11. Décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ en utilisant un $SNR=37$ dB et un $N_e = 500$.

2.5 Evaluation de l'erreur par la méthode EEMD

Dans le but d'examiner la manière d'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD en fonction du nombre d'essai N_e , nous avons décomposé le signal $x_5(t)$ avec un $SNR = 37$ dB et en faisant varier le nombre d'essai de 10 à 1000 et nous avons évalué l'erreur commise par la méthode EEMD. L'erreur est calculée en faisant la différence entre le signal original et le signal décomposé par la méthode EEMD

$$l'erreur = signal_{original} - \sum_{k=1}^N IMF_{EEMD_k} + résidu \quad (2.5)$$

Nous pouvons remarquer que lorsque le nombre d'essai augmente, la méthode EEMD diminue l'erreur sur toutes les IMFs. Mais l'augmentation du nombre d'essai N_e augmente le temps de calcul. Les résultats sont illustrés sur les figures 2.12-2.15.

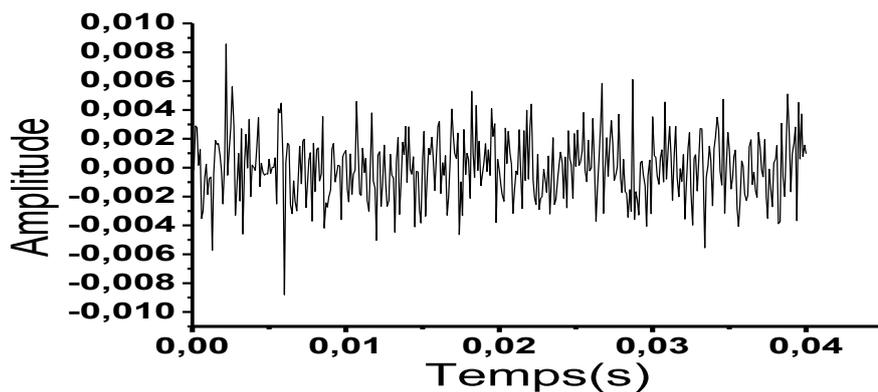


Fig. 2.12. L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 10$.

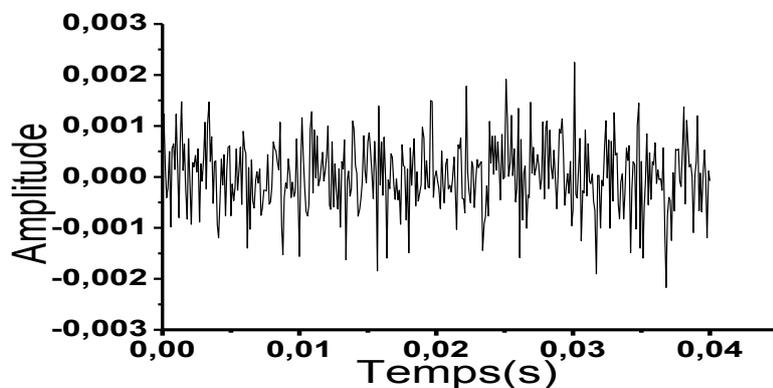


Fig. 2.13. L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 100$.

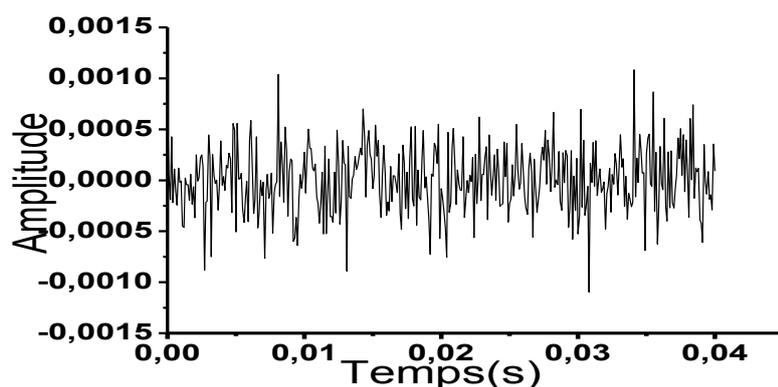


Fig. 2.14. L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 500$.

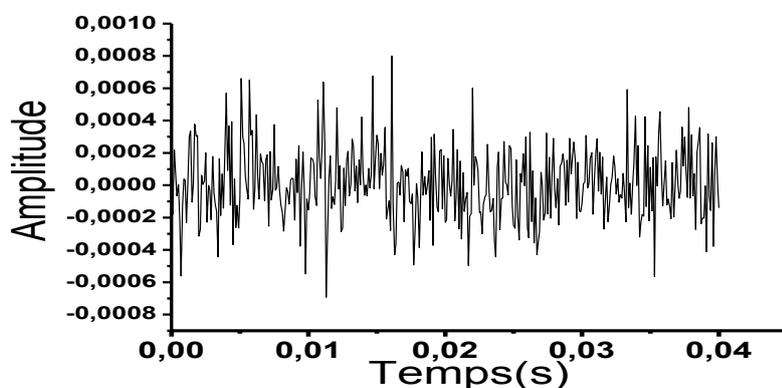


Fig. 2.15. L'évaluation de l'erreur par la méthode EEMD pour $N_e = 1000$.

2.6 Inconvénient de la méthode EEMD

Théoriquement, le bruit blanc ajouté est complètement éliminé par une décomposition utilisant un nombre d'essais très élevé (infini) qui pose un problème dans la méthode EEMD. Ainsi, cette méthode possède deux inconvénients :

- Difficulté d'éliminer complètement le bruit.
- Grand temps de calcul (figure 2.16).

Par exemple, si le nombre d'essais N_e est fixé à 100, l'EEMD devrait exécuter 100 fois le processus de l'EMD et par conséquent EEMD est plus lente que l'EMD. Nous pouvons noter que le temps de calcul dans la méthode EEMD est fixé par le nombre d'essais N_e dont la

figure 2.16 donne quelques exemples. Nous avons utilisé un PC avec les caractéristiques suivantes processeurs : Intel pentium CPU B950, 2.1 GHz (dual core), avec une mémoire de 4GB .

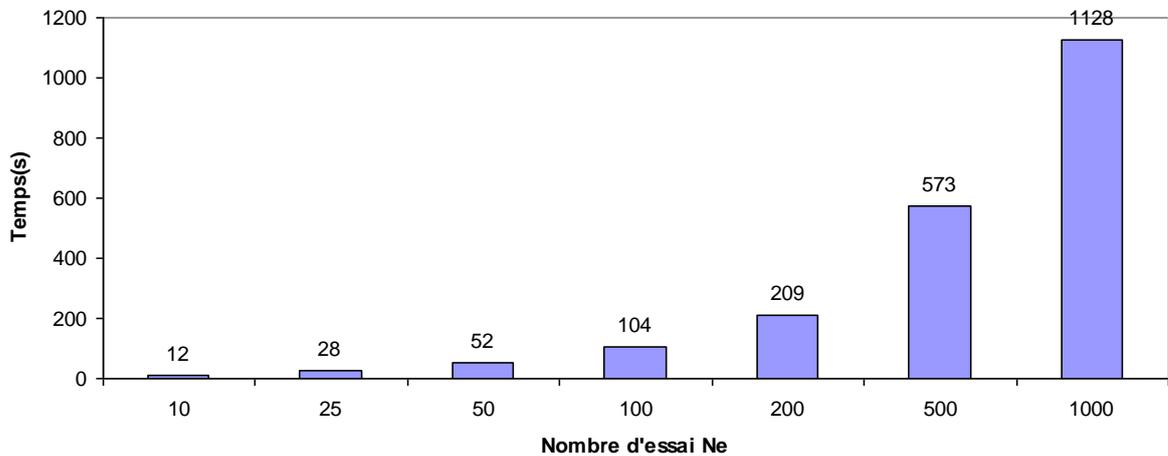


Fig. 2.16. Le temps de calcul en fonction de N_e pour la décomposition EEMD.

2.7 Conclusion

Ce chapitre a présenté la méthode EEMD dont l'objectif d'annuler le mixage de mode. Les critères de choix des paramètres ont été présentés, tels que le rapport du signal sur bruit et le nombre d'essai adéquats, pour réussir une décomposition EEMD efficace. Ensuite nous avons étudié en détail l'effet des paramètres (amplitude de bruit ajouté et le nombre d'essai N_e) sur la décomposition EEMD. Finalement, Nous avons évalué l'erreur de la décomposition EEMD sur toutes les IMFs en fonction du nombre d'essai N_e , et nous avons calculé les temps d'exécution pour plusieurs nombre d'essai.

Nous avons confirmé que la méthode EEMD a résolu le problème de mixage de modes et par conséquent elle est plus performante que la méthode EMD. En plus, nous avons confirmé que l'erreur commise dans la reconstitution du signal diminue avec l'augmentation du nombre d'essai N_e . Cependant, nous avons montré que l'augmentation du nombre d'essai accroît le temps de calcul. Nous avons considéré dans le prochain chapitre les différentes améliorations de la méthode EEMD.

CHAPITRE 3

Les méthodes d'améliorations de l'EEMD

3.1 Introduction

La décomposition par la méthode EEMD présente un inconvénient major qui est la nécessité d'un grand nombre d'essais pour réduire l'amplitude relative du bruit ajouté. Ce chapitre présente les différentes possibilités d'améliorations de la méthode EEMD pour réduire le nombre d'essais. Chaque essai ou réalisation comprend les résultats de la décomposition de l'ensemble « signal plus un bruit blanc d'amplitude finie ». L'étude est basée sur des simulations numériques. Nous proposons quatre méthodes d'améliorations, la méthode MEEMD (Modified EEMD, 2010 [9]), la méthode CEEMD (Complementary EEMD 2010 [10]), la méthode CEEMDAN (Complete EEMD with Adaptive Noise, 2011 [11]) et la méthode de sur-échantillonnage de l'EEMD SEEMD, 2013, [12].

3.2 La méthode MEEMD

Dans cette partie une amélioration de la méthode EEMD est présentée, c'est la méthode MEEMD (Modified EEMD). Cette amélioration est basée sur le remplacement du bruit blanc gaussien utilisé dans la méthode EEMD par un bruit à bande limité. Ce remplacement réduira efficacement le nombre d'essais N_e pour obtenir des IMFs significatives. Techniquement, le bruit blanc à bande limité est obtenu par un filtrage passe-bas du bruit blanc gaussien.

3.2.1 Algorithme de la méthode MEEMD

La méthode EEMD annule le problème de mélange de mode, mais avec un nombre de réalisations très élevé. Par conséquent une amélioration de l'EEMD est nécessaire. La partie basse fréquence du bruit ajouté affecte les résultats de la décomposition EEMD, alors que les hautes fréquences du bruit blanc ajouté n'ont aucun effet.

Les étapes de la méthode MEEMD sont décrites comme suit [9] :

- (1) Ajouter un bruit blanc filtré au signal original.
- (2) Décomposer l'ensemble (signal plus bruit blanc filtré) par la méthode EMD.

- (3) Répéter l'étape 1 et 2 en utilisant à chaque essai une autre réalisation de bruit blanc.
- (4) Calculer les différentes moyennes des différents ensembles des IMFs (une moyenne d'ensemble des IMFs de même ordre) de chaque décomposition EMD.

3.2.2 Critères de choix des paramètres de la méthode MEEMD

3.2.2.1 le choix du type de filtre

Nous avons considéré trois types de filtres passe bas (butterworth, Tchebychev 2 et elliptique) pour obtenir un bruit blanc à bande limité. Pour chaque type de filtre nous avons déterminé le SNR et N_e nécessaires pour la décomposition MEEMD du signal $x_5(t)$ (401 points et un pas d'échantillonnage de $10^{-4} s$). Le tableau 3.1 montre le nombre d'essais obtenu pour chaque type de filtre. Le meilleur résultat est obtenu avec le filtre elliptique d'ordre 3.

D'après le tableau 3.1, on peut constater que le filtre elliptique fournit un ordre minimal égal à 3 avec un nombre d'essais $N_e = 27$ et un faible $RMSE$: L'erreur quadratique moyenne (en anglais Root Mean Squared Error) (équation 3.1) par rapport aux deux autres filtres. Ensuite, nous avons décomposé le signal $x_5(t)$ par la méthode MEEMD en filtrant le bruit blanc en utilisant le filtre elliptique d'ordre 3.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (3.1)$$

N est le nombre d'échantillons du signal test, \hat{x}_i est le signal estimé, x_i est le signal original [28].

Tableau 3.1. Choix du filtre passe bas.

	Butterworth	Tchebychev2	Elliptique
SNR (dB)	15 dB	15 dB	15 dB
Ordre du filtre	7	3	3
N_e	40	40	27
$RMSE$	0.000671996	0.00061882	0.00060327

3.2.2.2 Le rapport signal sur bruit

La figure 3.1 donne la relation entre le SNR et les résultats de la décomposition MEEMD. Le nombre d'essais a été fixé à $N_e = 27$ réalisations. Nous pouvons constater que la gamme du SNR [10dB–15dB] permet d'avoir une bonne décomposition MEEMD du signal $x_5(t)$ (sans mélange de mode et sans IMFs redondantes).

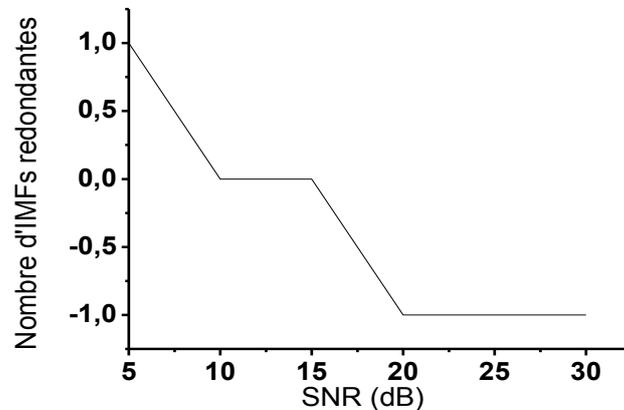


Fig. 3.1. SNR et nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition MEEMD du signal $x_5(t)$.

3.2.2.3 Le nombre d'essais N_e

Pour obtenir un coefficient de corrélation, entre l'IMF₁ et la composante haute fréquence $x_7(t)$ du signal $x_5(t)$ élevé de l'ordre de 95%, Il faut que le nombre d'essais soit égal à 27.

3.2.3 La décomposition par la méthode MEEMD avec un filtre elliptique d'ordre 3

Après avoir choisi le meilleur filtre passe bas qui nécessite un ordre minimal pour décomposer le signal $x_5(t)$ avec un faible nombre d'essai et une faible erreur, et les bons paramètres nécessaires à la décomposition par le processus MEEMD. La figure 3.2 montre le résultat de la décomposition MEEMD du signal $x_5(t)$ ($N_e = 27$, $SNR = 15dB$) avec l'utilisation d'un filtre elliptique d'ordre 3.

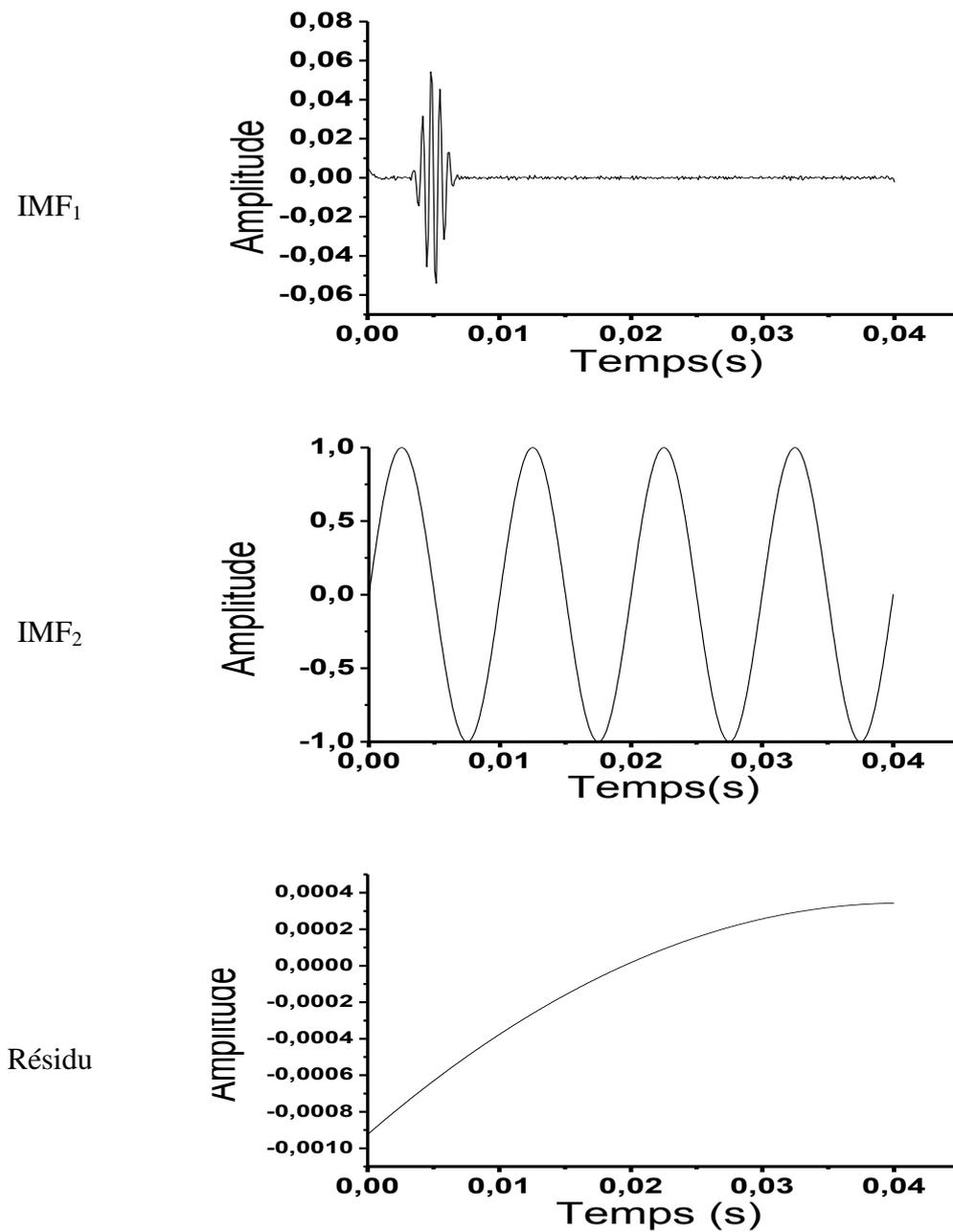


Fig. 3.2. Décomposition MEEMD du signal $x_5(t)$ avec $SNR=15dB$ et $N_e=27$.

La méthode EEMD, exige un nombre important de réalisations ($N_e > 1000$) pour réduire le bruit des IMFs. Par contre dans la méthode MEEMD, l'extraction de la composante haute

fréquence (IMF_1) est réussie uniquement avec un très faible nombre d'essai $N_e = 27$. D'où l'avantage de la méthode MEEMD de réduire le temps de calcul.

3.3 La méthode CEEMD

Dans ce paragraphe, nous avons considéré la méthode CEEMD (Complementary Ensemble Empirical Mode Decomposition), pour améliorer l'efficacité de la méthode EEMD.

3.3.1 Algorithme de la méthode CEEMD

Dans la méthode CEEMD, du bruit blanc gaussien est ajouté et soustrait au signal original pour générer des ensembles d'IMFs. Par conséquent, deux mélanges composés des données originales sont obtenus par [10] :

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ B \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Où :

- S est le signal original.
- B est le bruit blanc gaussien ajouté.
- M_1 est la somme du signal original avec le bruit blanc gaussien ajouté.
- M_2 la différence entre le signal original et le bruit blanc gaussien.

Ainsi, les IMFs obtenues en additionnant du bruit blanc au signal contribuent à une série d'IMFs contaminées par des résidus dus au bruit blanc gaussien ajouté. De même, les IMFs obtenues en soustrayant du bruit blanc au signal contribuent à une autre série d'IMFs contaminées des résidus dus au bruit blanc soustrait. Les IMFs finales est la moyenne de l'ensemble des deux séries IMFs.

3.3.2 Critères de choix des paramètres

3.3.2.1 Le rapport signal sur bruit

Si le rapport signal sur bruit est très grand il y aurait un risque de mélange de modes. Par contre si le rapport signal sur bruit est faible, il y aurait un problème de redondance des IMFs. Il faut donc bien choisir la valeur du signal sur bruit qui évite ces deux phénomènes.

La figure 3.3 représentant la relation entre le SNR et les résultats de la décomposition CEEMD du signal $x_5(t)$ montre que le SNR doit être compris dans la plage $[40-47.5 \text{ dB}]$ pour avoir une bonne décomposition sans IMFs redondantes et sans mélange de mode. Par conséquent, ce rapport signal sur bruit a été fixé à 47 dB (résultat obtenu avec $N_e = 40$).

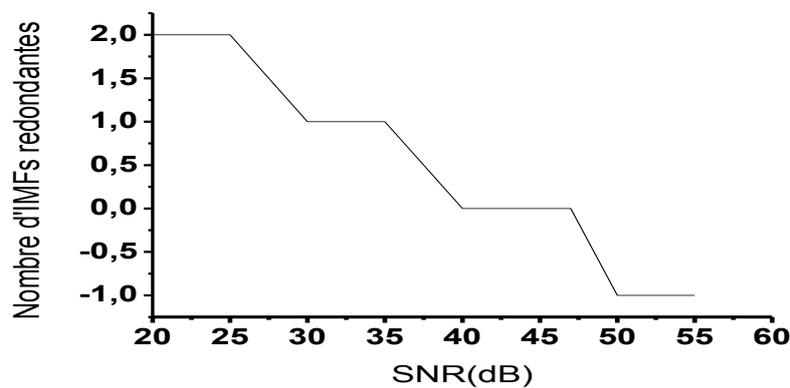


Fig. 3.3. SNR et nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition CEEMD du signal $x_5(t)$.

3.3.2.2 Le nombre d'essais N_e

Pour obtenir un coefficient de corrélation de 98% entre l'IMF₁ et le signal $x_7(t)$ dans la décomposition CEEMD, le nombre d'essais N_e soit au moins supérieur à 5 (Fig. 3.4).

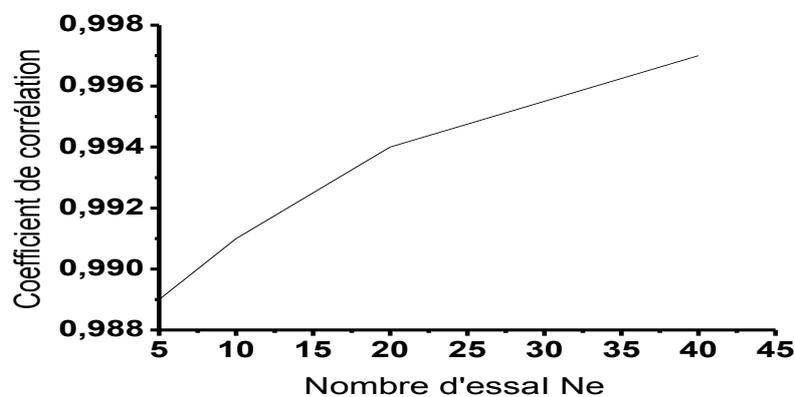


Fig. 3.4. Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essais N_e .

3.3.3 La décomposition par la méthode CEEMD

La figure 3.5 représente la décomposition du signal $x_5(t)$ par la méthode CEEMD. Ces résultats de la décomposition réussie du signal $x_5(t)$ sont obtenus avec un $N_e = 40$ et un $SNR = 47dB$. La méthode CEEMD a permis donc de réduire le nombre d'essais et par conséquent le temps de calcul. La méthode CEEMD constitue une amélioration de la méthode EEMD.

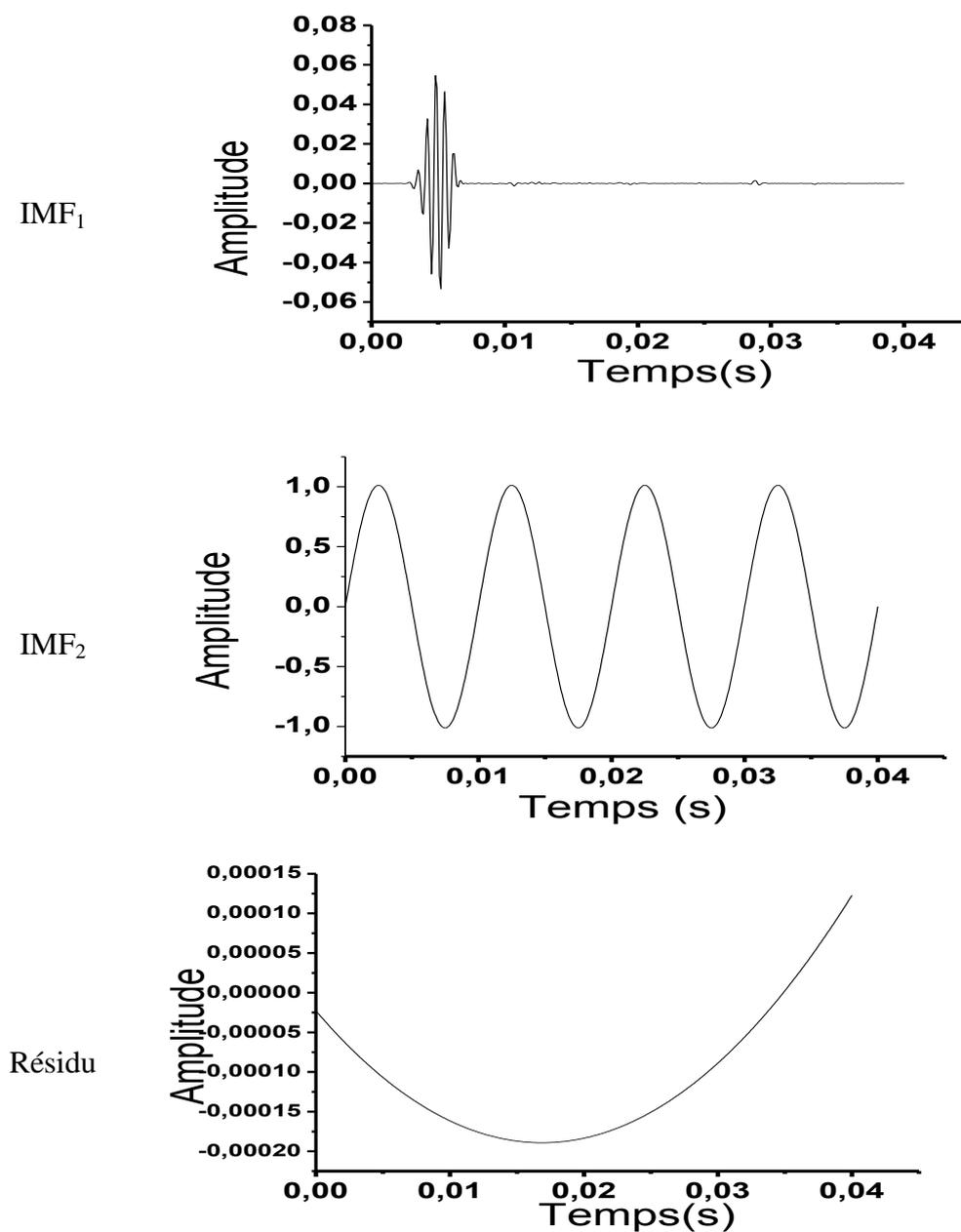


Fig. 3.5. La décomposition CEEMD du signal $x_5(t)$ avec $SNR = 47dB$ et $N_e = 40$.

3.4 La méthode CEEMDAN

Dans ce paragraphe, nous proposons la méthode CEEMDAN permettant une amélioration de l'algorithme EEMD qui décompose un signal avec un nombre d'essais N_e inférieur à celui obtenu par la méthode EEMD.

3.4.1 Algorithme de la méthode CEEMDAN

Dans la méthode EEMD, chaque réalisation $s_i(t)$ bruitée du signal à décomposer (équation (2.1)) est décomposée indépendamment des autres réalisations et ainsi pour chaque réalisation $s_i(t)$ un résidu est obtenu :

$$r_k^i(t) = r_{k-1}^i(t) - IMF_k^i(t) \quad (3.3)$$

Dans la méthode CEEMDAN [11], les modes de décomposition seront notés $\overline{\overline{IMF}}_k(t)$ et un premier résidu est calculé :

$$r_1(t) = x(t) - \overline{\overline{IMF}}_1(t) \quad (3.4)$$

$\overline{\overline{IMF}}_1(t)$ est obtenue de la même façon que dans l'EEMD. Ainsi, le premier mode EMD a été calculé sur un nombre d'essais de $r_1(t)$ et les différentes réalisations d'un bruit blanc gaussien donnant accès à $\overline{\overline{IMF}}_2$ par moyennage. Le prochain résidu est défini comme :

$$r_2(t) = r_1(t) - \overline{\overline{IMF}}_2(t) \quad (3.5)$$

Cette procédure continue avec le reste des modes jusqu'à le critère d'arrêt soit atteint.

On définit l'opérateur $E_j\{.\}$, qui produit le j^{ieme} mode obtenu par la décomposition EMD. $b_i(t)$ le bruit blanc gaussien et $x(t)$ le signal ciblé.

La méthode CEEMDAN est décrite par l'algorithme suivant [11]:

1. Décomposer par la méthode EMD les N_e réalisations $x(t) + \epsilon b_i(t), 1 \leq i \leq N_e$, pour obtenir leur premier mode qui est le premier mode de la méthode CEEMDAN $IMF_1(t)_{CEEMDAN}$ notée $\overline{\overline{IMF}}_1(t)$:

$$\overline{\overline{IMF}}_1(t) = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} IMF_1^i(t) \quad (3.6)$$

2. Calculer le premier résidu de la première phase ($k=1$) :

$$r_1(t) = x(t) - \overline{\overline{IMF}}_1(t) \quad (3.7)$$

3. Décomposer par la méthode EMD les N_e nouvelles réalisations :

$r_1(t) + \varepsilon E\{b_i(t)\}$, $1 \leq i \leq N_e$, pour obtenir leur premier mode qui est le deuxième mode :

$$\overline{\overline{IMF}}_2(t) = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} E_1\{r_1(t) + \varepsilon E_1\{b_i(t)\}\} \quad (3.8)$$

Le résidu de la deuxième étape ($k=2$) est :

$$r_2(t) = r_1(t) - \overline{\overline{IMF}}_2(t) \quad (3.9)$$

4. Calculer le résidu de la $k^{ième}$ phase :

$$r_k(t) = r_{k-1}(t) - \overline{\overline{IMF}}_k(t) \quad (3.10)$$

5. Décomposer les réalisations obtenues : $r_k(t) + \varepsilon E_k\{b_i(t)\}$, $i=1, \Lambda, N_e$, jusqu'au premier mode EMD et définit le $(k+1)^{ième}$ mode :

$$\overline{\overline{IMF}}_{k+1}(t) = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} E_1\{r_k(t) + \varepsilon E_k\{b_i(t)\}\} \quad (3.11)$$

6. Aller à l'étape 4 de l'algorithme pour le prochain k .

Les étapes 4 à 6 sont exécutées jusqu'à ce que le résidu obtenu n'est plus décomposable (le résidu n'a pas deux extremums au moins). Le résidu final est donné par :

$$R(t) = x(t) - \sum_{k=1}^K \overline{\overline{IMF}}_k \quad (3.12)$$

K est le nombre total de modes. Donc le signal $x(t)$ peut être exprimé comme :

$$x(t) = \sum_{k=1}^K \overline{\overline{IMF}}_k + R(t) \quad (3.13)$$

3.4.2 Critères de choix du SNR et du nombre d'essais N_e

3.4.2.1 Rapport signal sur bruit

Le signal $x_5(t)$ (équation 1.28) (401 points et un pas d'échantillonnage de $10^{-4} s$) a été décomposé par la méthode CEEMDAN. Les différentes réalisations ont été bruitées avec un SNR appartenant à la plage de $[37dB - 41dB]$ de la figure 3.6 qui donne la relation entre la redondance des IMFs en fonction du SNR de la décomposition CEEMDAN du signal test (voir paragraphe 2.3.1.1 pour les différents nombre d'IMF redondantes).

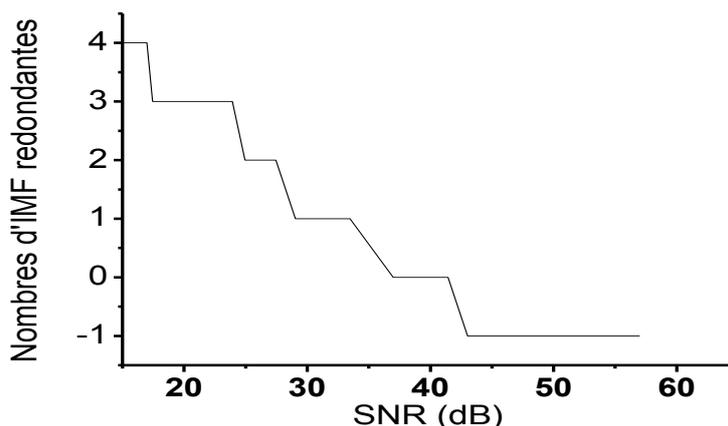


Fig. 3.6. Le SNR et le nombre d'IMFs redondantes pour la décomposition CEEMDAN du signal $x_5(t)$.

3.4.2.2 Le nombre d'essais N_e

La figure 3.7 montre pour avoir un coefficient de corrélation de 95% (entre l'IMF₁ et la composante haute fréquence du signal $x_7(t)$), il faut que le nombre d'essais soit au moins supérieur à 300.

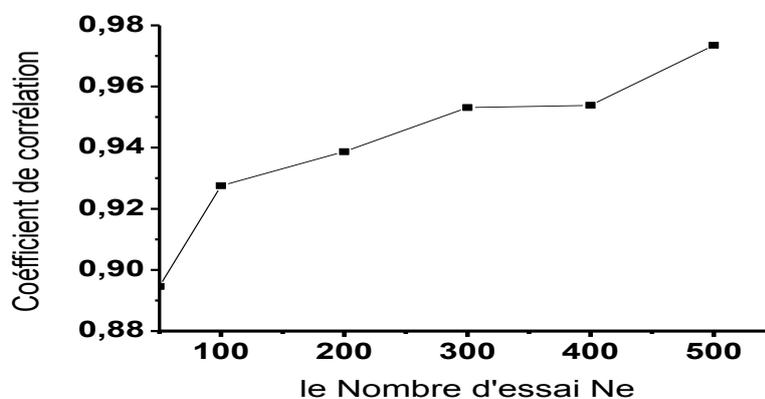


Fig. 3.7. Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essais.

3.4.3 La décomposition par la méthode CEEMDAN

Les résultats de la décomposition dépendent de l'amplitude du bruit. Quand l'amplitude du bruit est très faible ($SNR = 57dB$), les deux composantes n'ont pas été séparées (figure 3.8). Il y a donc un mélange de mode.

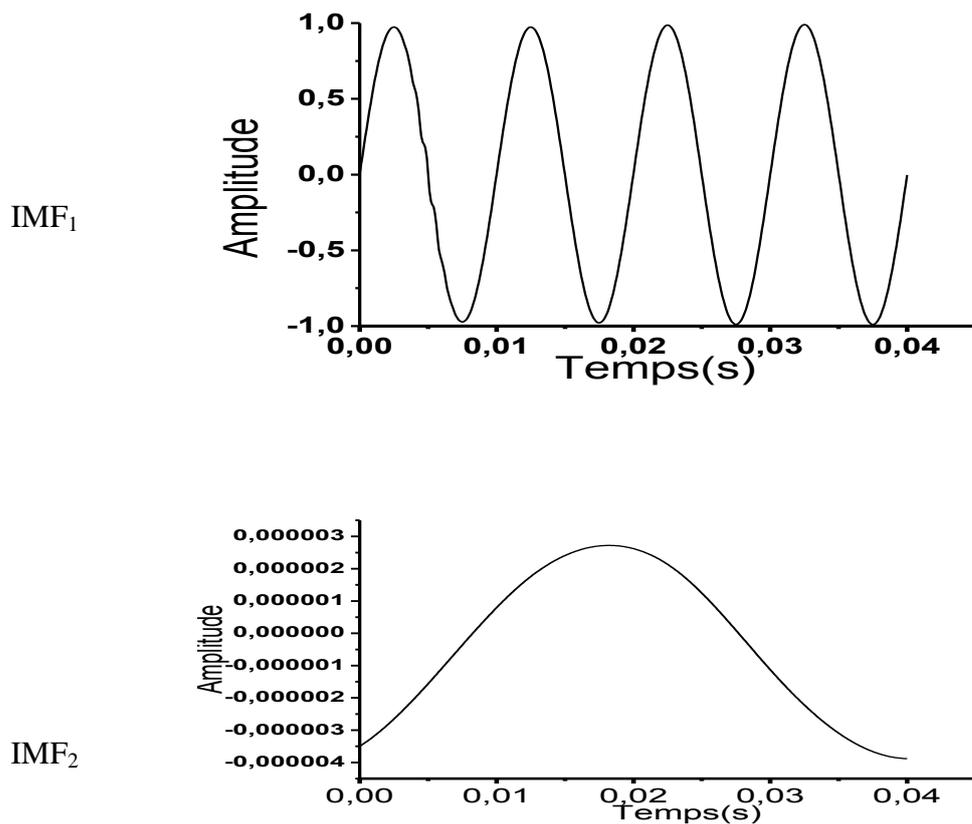
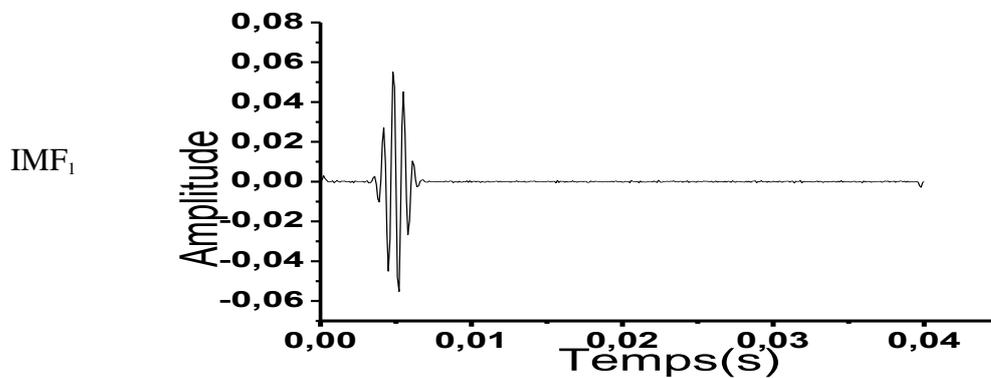


Fig. 3.8. Décomposition CEEMDAN du signal $x_5(t)$ avec $SNR = 57dB$ et $N_e = 500$.



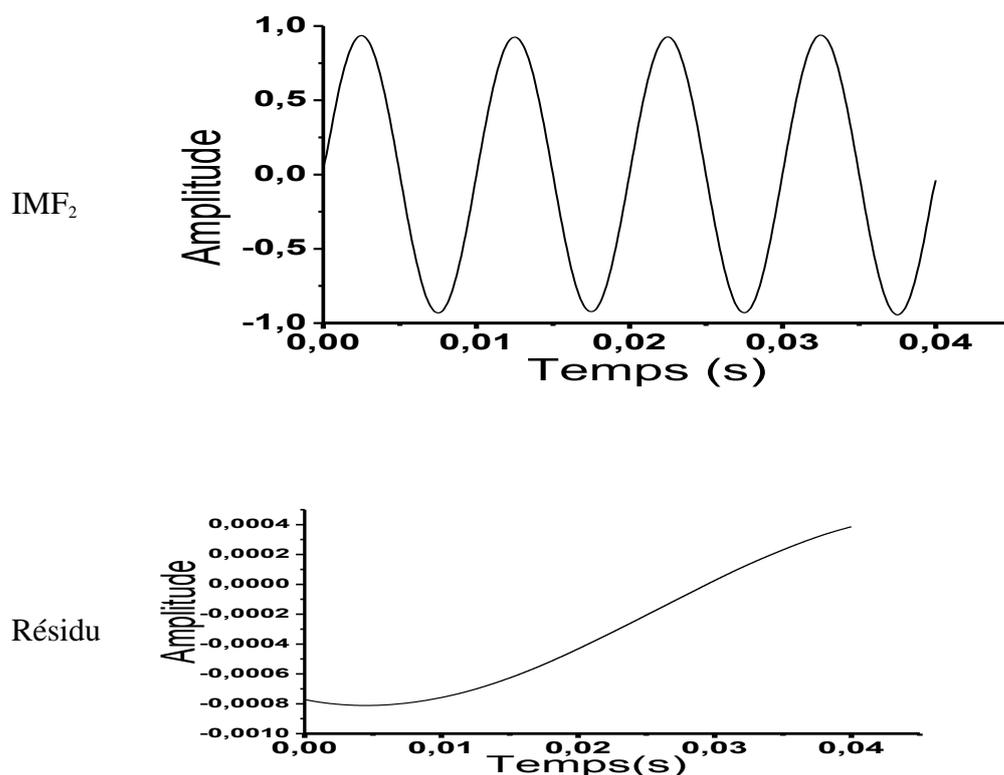


Fig. 3.9. Décomposition CEEMDAN du signal $x_5(t)$ avec un $SNR = 37dB$ et $N_e = 500$.

Lorsque l'amplitude du bruit est choisie tel que le $SNR = 37dB$, le signal est efficacement décomposé en deux IMFs, chaque IMF contient une composante du signal (figure 3.9).

Ce résultat de la décomposition a été obtenu avec $N_e = 500$.

3.5 La méthode de sur échantillonnage de l'EEMD

3.5.1 Effet de l'échantillonnage sur la méthode EEMD

Pour étudier l'effet de l'échantillonnage sur la méthode EEMD [12] le signal $x_5(t)$ a été échantillonné avec différentes fréquences d'échantillonnage (de $f_e = 2 \times f_{\max}$ à $f_e = 200 \times f_{\max}$). Le rapport signal sur bruit et le nombre d'essais ont été évalués en fonction

du rapport de fréquences ($\frac{f_e}{f_{\max}}$) pour une décomposition du signal sans IMFs redondantes et avec un coefficient de corrélation supérieur ou égale à (97%) entre l'IMF₁ et la composante $x_7(t)$.

La figure 3.10 montre l'évolution du SNR en fonction du rapport de fréquences $\left(\frac{f_e}{f_{\max}}\right)$. Cette courbe varie rapidement dans l'intervalle 2 à 25, moins rapidement dans l'intervalle 25-100 et lentement dans l'intervalle 100-200. Cette figure montre aussi qu'il faut ajouter un bruit important (faible SNR) pour un signal échantillonné à la limite du théorème d'échantillonnage (faibles rapports de fréquences $\frac{f_e}{f_{\max}}$) et un bruit faible pour les signaux sur-échantillonnés.

La figure 3.11 représente la variation du nombre d'essais N_e en fonction du rapport de fréquences $\left(\frac{f_e}{f_{\max}}\right)$. Pour une meilleure illustration les figures 3.11.a et 3.11.b constituent des agrandissements. L'analyse des figures 3.11.a et 3.11.b montre que pour des signaux sur-échantillonnés, le nombre d'essais N_e est inférieur à 100.

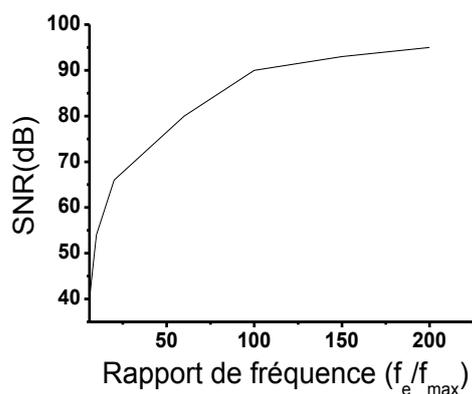


Fig. 3.10. Le SNR en fonction du rapport de fréquences

$$\left(\frac{f_e}{f_{\max}}\right).$$

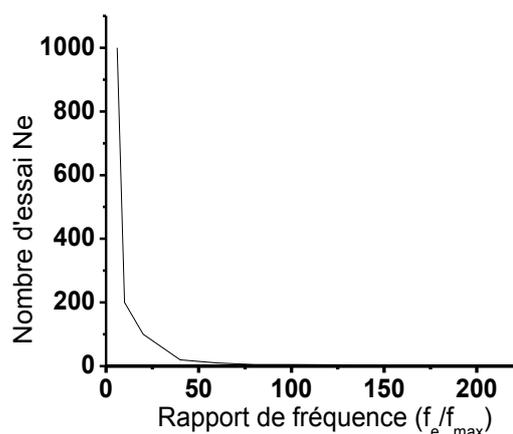


Fig. 3.11. Le nombre d'essais N_e en fonction du

rapport de fréquences $\left(\frac{f_e}{f_{\max}}\right)$.

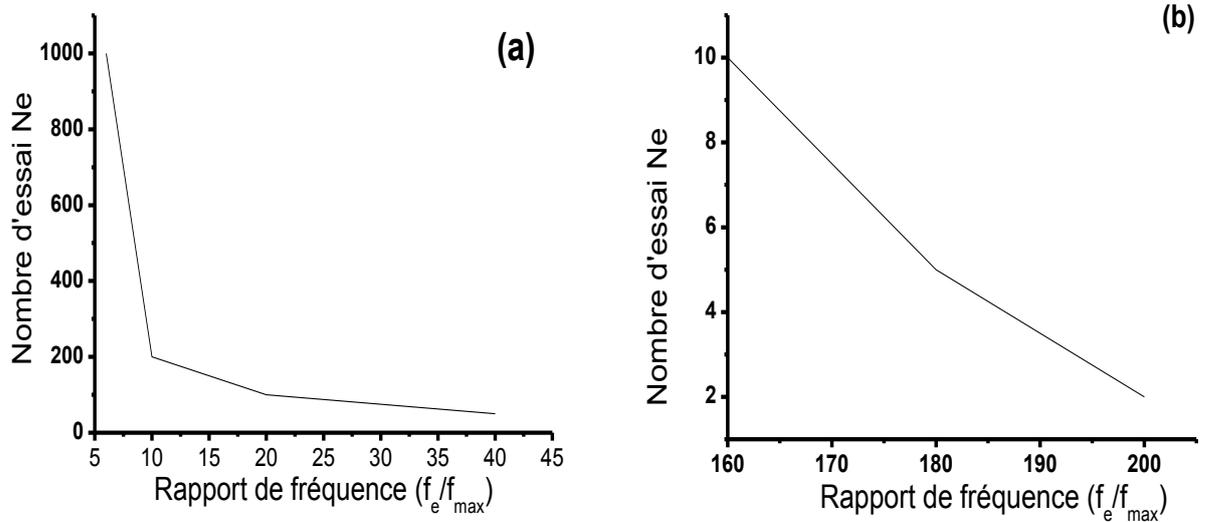


Fig. 3.11. (a) et (b) l'agrandissement du nombre d'essais N_e en fonction du rapport de fréquences ($\frac{f_e}{f_{max}}$).

Néanmoins, pour des signaux échantillonnés à la frontière du théorème d'échantillonnage, le nombre d'essais N_e augmente de façon considérable. Il faut noter que plus de 1000 réalisations sont nécessaires pour décomposer le signal $x_5(t)$ échantillonné à la fréquence $f_e = 2 \times f_{max}$. L'augmentation du nombre d'essais permet de neutraliser le fort bruitage qui est nécessaire pour la décomposition des signaux échantillonnés à la limite du théorème d'échantillonnage.

Pour avoir une décomposition EEMD standard (rajout d'un faible bruit et un nombre d'essais acceptable) il est nécessaire de sur-échantillonner pour réduire le nombre d'essais N_e .

3.5.2 Critère de Choix des paramètres

Le signal $x_5(t)$ a été échantillonné à la fréquence de 100KHz et a été décomposé selon la méthode EEMD.

La figure 3.12 montre la variation du nombre d'IMFs redondantes en fonction du rapport signal sur bruit. Pour obtenir une décomposition où les IMFs ne sont pas redondantes, il faut bruiteur la séquence avec un SNR appartenant à la plage $[77dB - 85dB]$. Pour avoir un coefficient de corrélation entre l'IMF₁ et le signal $x_7(t)$ (composante haute fréquence de

$x_5(t)$ supérieur ou égal à 97%, il faut que le nombre d'essais soit supérieur ou égal à 5 (figure 3.13).

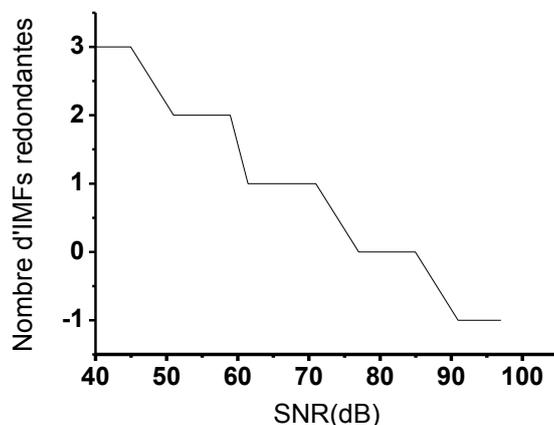


Fig. 3.12. SNR et nombre d'IMFs redondantes par décomposition EEMD du signal $x_5(t)$ sur-échantillonné à la fréquence de 100KHz.

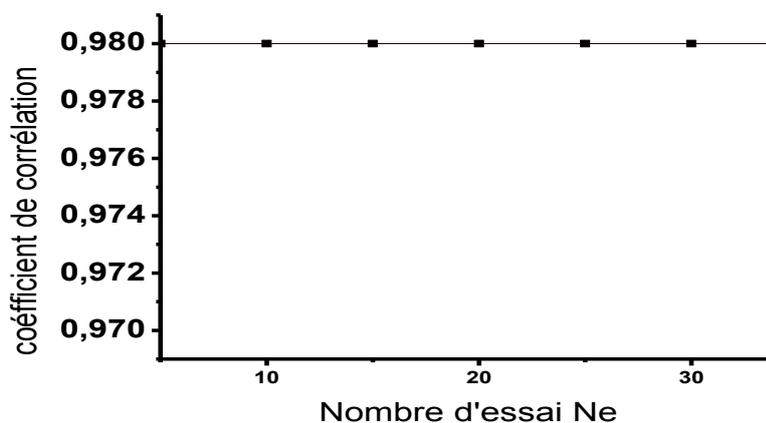


Fig. 3.13. Relation entre le coefficient de corrélation et le nombre d'essais N_e (la méthode SEEMD).

3.5.3 La décomposition par la méthode sur-échantillonnage de l'EEMD

Les résultats de la décomposition par la méthode SEEMD du signal $x_5(t)$ sont représentés dans la figure 3.14. Cette figure montre que la méthode SEEMD a réussi à extraire les deux composantes du signal $x_5(t)$ avec un nombre d'essais $N_e = 5$. Cette valeur de 5 démontre clairement l'amélioration considérable de la méthode EEMD sur-échantillonnée par rapport à la méthode EEMD.

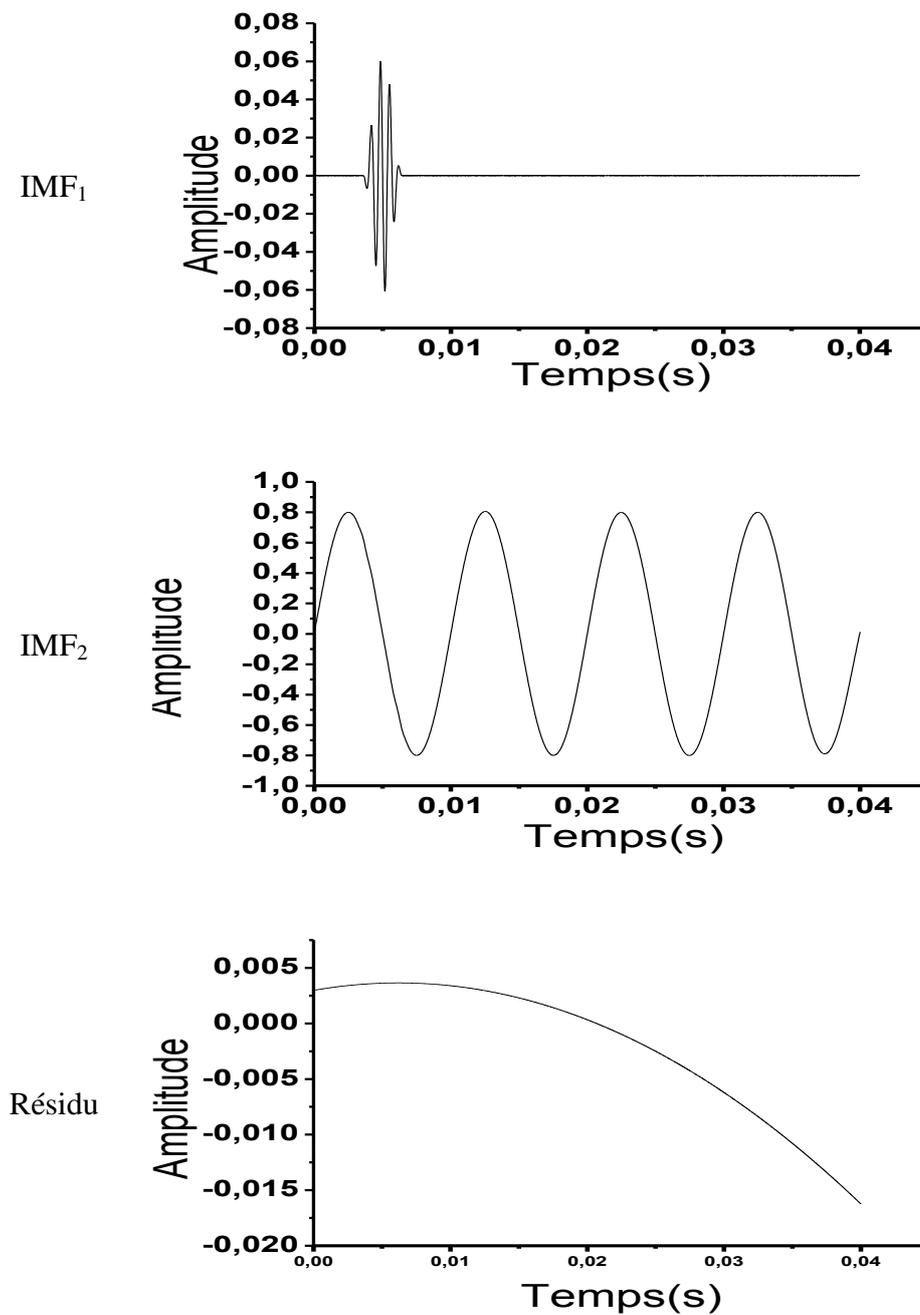


Fig. 3.14. Décomposition du signal $x_5(t)$ par la méthode SEEMD avec $SNR = 80dB$ et $N_e = 5$.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les différentes possibilités d'améliorations de la méthode EEMD en vue de réduire le nombre d'essais.

Pour chaque méthode d'amélioration, les paramètres (SNR , N_e et le coefficient de corrélation) nécessaires, pour une décomposition réussie du signal test, ont été calculés.

Les résultats de simulations ont montrés que toutes les méthodes d'améliorations publiées sont plus performantes que la méthode classique EEMD. Il est à noter que chaque nouvelle méthode proposée a fait l'objet d'une étude comparative uniquement avec la méthode EEMD. Par conséquent, l'objectif du dernier chapitre de ce mémoire de magister a été dédié à une étude comparative des quatre méthodes d'amélioration de la méthode EEMD (MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, et EEMD sur-échantillonnée).

CHAPITRE 4

Etude comparative

4.1 Introduction

Ce chapitre présente d'abord une étude comparative entre la méthode EEMD et les quatre méthodes d'améliorations (MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, EEMD sur-échantillonnée SEEMD) étudiées en chapitre 3. Ensuite, ces différentes méthodes d'améliorations sont comparées entre elles en se basant sur l'erreur de la reconstitution du signal test, l'erreur quadratique moyenne (en anglais Root Mean Squared Error : *RMSE*), et le nombre d'essais. Enfin nous avons aussi effectué une comparaison entre le taux d'amélioration trouvé avec le taux d'amélioration publié dans les références de chaque méthode (MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, SEEMD).

4.2 Comparaison de la méthode EEMD avec les différentes améliorations

4.2.1 Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode MEEMD

Dans ce paragraphe nous avons comparé les méthodes EEMD et MEEMD en utilisant $x_5(t)$ comme un signal test. Cette comparaison est basée sur l'erreur produite par la reconstitution du signal, l'erreur quadratique moyenne et le nombre d'essais.

4.2.1.1 Par rapport à l'erreur sur la reconstitution du signal

L'erreur induite sur la reconstitution du signal test, après sa décomposition par la méthode MEEMD avec un nombre d'essais $N_e = 27$, un $SNR = 15dB$ et en utilisant un filtre elliptique d'ordre 3, est représentée dans la figure 4.1. D'autre part, la figure 4.2 illustre l'erreur sur la reconstitution du signal $x_5(t)$ décomposé par la méthode EEMD $N_e = 100$ et un $SNR = 37dB$.

Pour une même erreur de reconstitution du signal test, la méthode EEMD exige un nombre d'essais égal à 100 ($N_e = 100$), alors la méthode MEEMD nécessite uniquement 27 essais ($N_e = 27$).

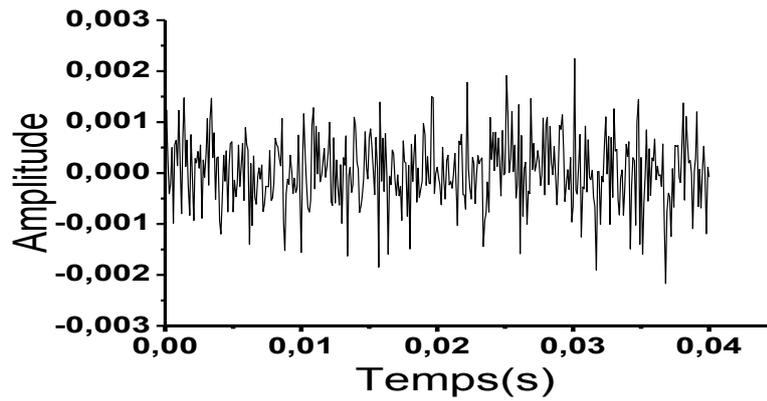


Fig. 4.1. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition MEEMD avec un filtre elliptique d'ordre 3 ($N_e = 27$, $SNR = 15dB$).

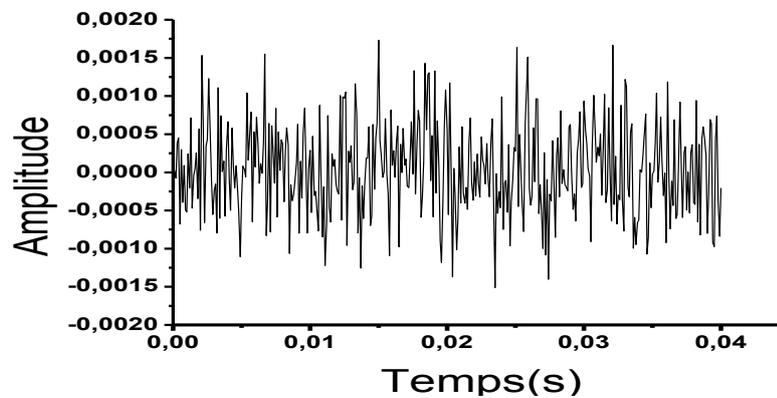


Fig. 4.2. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e = 100$, $SNR = 37dB$).

4.2.1.2 Comparaison par rapport au RMSE

L'erreur quadratique moyenne $RMSE$ (équation 3.1 du chapitre 3) sur toutes les IMFs pour chaque méthode est donnée dans le tableau 4.1.

Tableau. 4.1. RMSE des méthodes EEMD et MEEMD.

	MEEMD	EEMD
Nombre d'essai	$N_e = 27$	$N_e = 100$
$RMSE$	0.00060327	0.00068011

Nous pouvons noter que l'erreur quadratique moyenne $RMSE$ obtenue par la méthode MEEMD avec $N_e = 27$ est inférieure à celle obtenue par la méthode EEMD avec un nombre $N_e = 100$.

4.2.1.3 Par rapport au nombre d'essai

Le nombre d'essais pour une bonne décomposition MEEMD est de 27 essais ($N_e = 27$), alors de celui nécessaire pour parvenir à la même décomposition par la méthode EEMD est de 100 essais ($N_e = 100$). Donc, la méthode MEEMD permet de réduire le nombre d'essai d'environ 73 %. Et comme le temps de calcul est proportionnel au nombre d'essais la méthode MEEMD permet aussi une réduction au niveau du temps calcul.

Zhang et al. [9] ont proposé la MEEMD pour réduire le nombre d'essai de la méthode EEMD d'origine et améliorer sa performance. Ils ont montré, à l'aide d'un exemple de simulation composé d'une composante basse fréquence et d'une composante transitoire haute fréquence et sans spécifier le type de filtre utilisé pour obtenir un bruit à bande limitée, que la réduction est de 30 %. Ainsi, le bon choix du filtre passe bas permettant le remplacement du bruit blanc par un bruit à bande limitée (paragraphe 3.3.2.1) permet de réduire davantage le temps de calcul.

En comparant nos résultats avec les résultats de [9] on peut dire que nous avons abouti à une bonne amélioration de la méthode EEMD via la méthode MEEMD.

4.2.2 Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode CEEMD

4.2.2.1 Par rapport à l'erreur sur la reconstitution du signal

La figure 4.3 montre l'erreur de la reconstitution du signal $x_5(t)$ à partir des données de sa décomposition CEEMD ($N_e = 40$ et $SNR = 47dB$). Cette erreur est inférieure avec celle commise par la méthode EEMD ($N_e = 1000$ et $SNR = 37dB$) (Fig. 4.4).

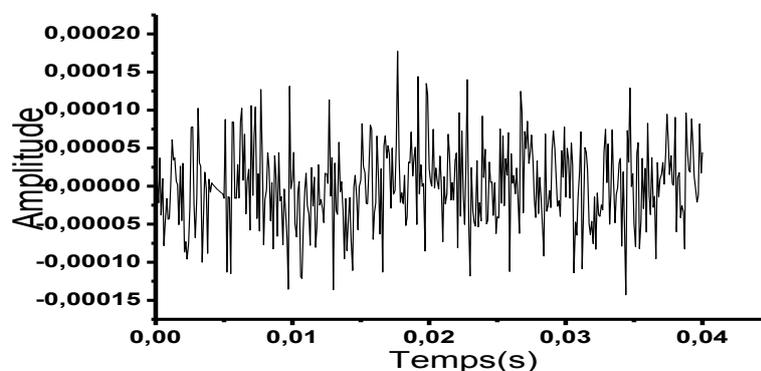


Fig. 4.3. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition CEEMD ($N_e = 40$, $SNR = 47dB$).

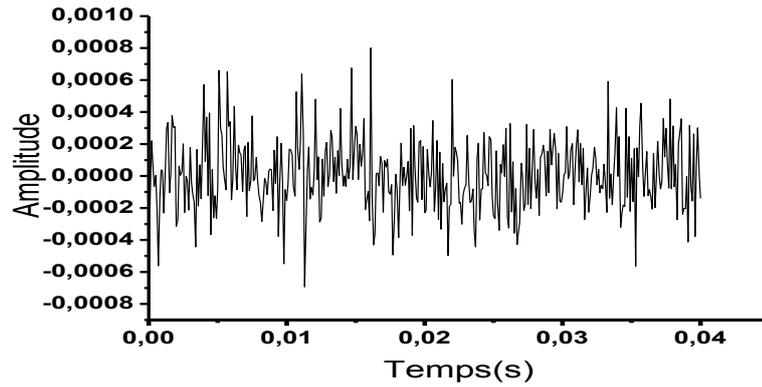


Fig. 4.4. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e=1000$, $SNR=37dB$).

4.2. 2. 2 Comparaison par rapport au RMSE

Dans ce paragraphe, nous avons comparé l'erreur quadratique moyenne lorsque la reconstitution est basée sur la méthode CEEMD avec celle où la reconstitution est basée sur la méthode EEMD. Ces erreurs quadratiques moyennes sont données dans la figure 4.5 qui montre que l'erreur quadratique moyenne calculée par la méthode CEEMD est plus petite que celle obtenue par la méthode EEMD pour un nombre d'essai $N_e = 1000$ qui permet une bonne décomposition EEMD. L'erreur commise par CEEMD reste encore négligeable par rapport à celle de la méthode EEMD pour une décomposition efficace.

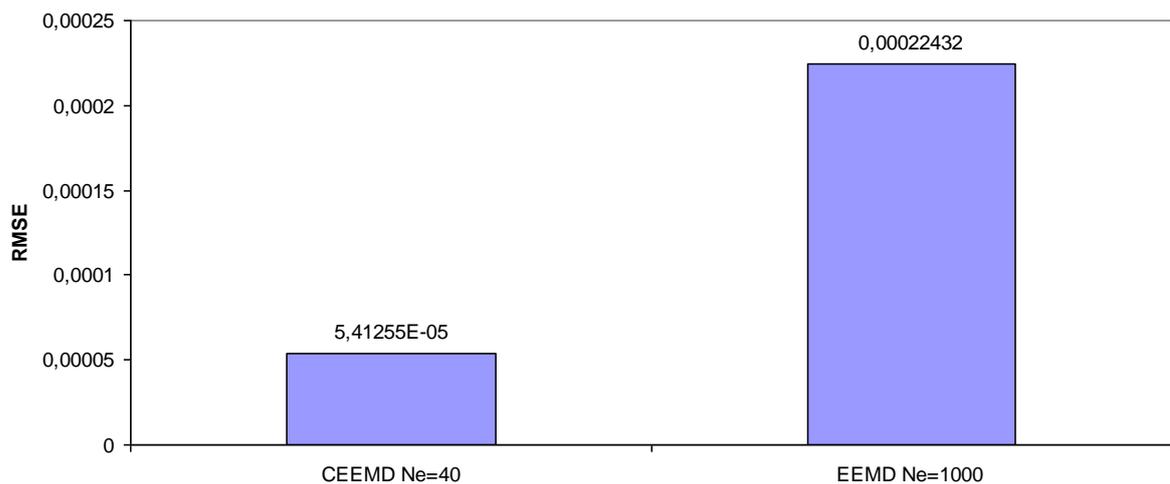


Fig. 4.5. Comparaison des *RMSE* dues aux méthodes EEMD et CEEMD.

4.2. 2. 3 Par rapport au nombre d'essai

Le nombre d'essai pour une bonne décomposition CEEMD est de ($N_e=40$), alors celui

nécessaire pour parvenir quasiment à la même décomposition par la méthode EEMD est de ($N_e=1000$). Donc, la méthode CEEMD permet de réduire le nombre d'essai d'environ 96 %. De même elle permet aussi de réduire davantage le temps de calcul. Par conséquent notre résultat confirme celui des chercheurs ayant proposés cette méthode [10].

4.2.3 Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode CEEMDAN

La méthode EEMD et la méthode CEEMDAN ont été comparées en se basant sur la décomposition du signal $x_5(t)$ (équation 1.28 du chapitre 1).

4.2.3.1 Par rapport à l'erreur sur la reconstitution du signal

Pour effectuer une comparaison entre les deux méthodes EEMD et CEEMDAN le signal $x_5(t)$ déjà décomposé par l'EEMD a été aussi décomposé par la méthode CEEMDAN. Les figures 4.6 et 4.7 présentent l'erreur sur la reconstitution du signal test.

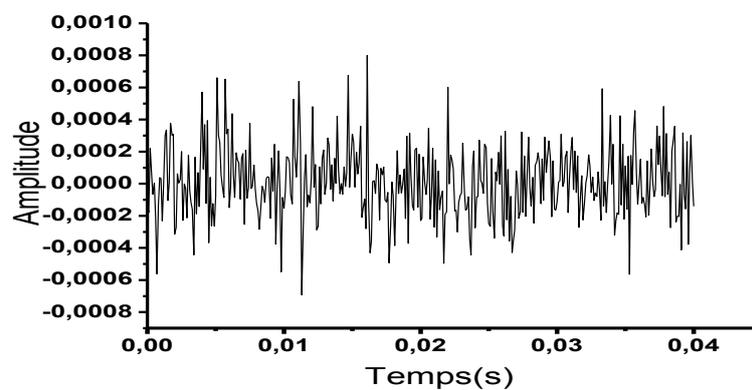


Fig. 4.6. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e=1000$, $SNR=37dB$).

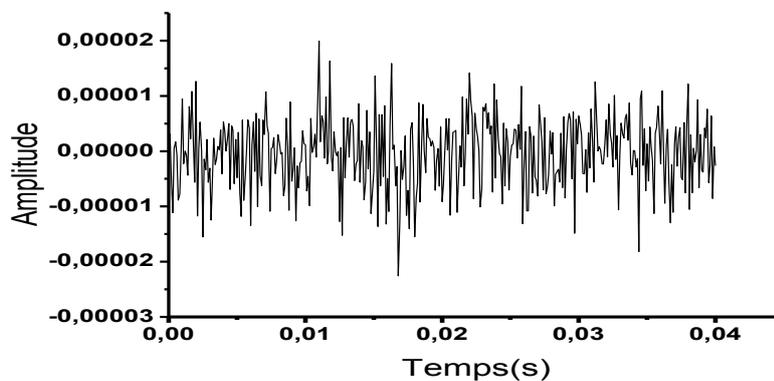


Fig. 4.7. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition CEEMDAN ($SNR=37dB$, $N_e=500$).

Nous avons remarqué que l'erreur obtenue par la méthode CEEMDAN est négligeable (de l'ordre 0,00001) pour un nombre d'essais $N_e = 500$ permettant de réaliser la meilleure décomposition, alors que la meilleure décomposition par la méthode EEMD est atteinte avec un nombre d'essais $N_e = 1000$ et une erreur de reconstitution (de l'ordre 0,0008) beaucoup plus grande.

4.2. 3. 2 Comparaison par rapport au RMSE

Dans cette partie nous avons calculé le *RMSE* en fonction du nombre d'essais N_e nécessaire à une parfaite décomposition du signal $x_5(t)$ par les méthodes EEMD et CEEMDAN. Les résultats du *RMSE* en fonction du nombre d'essais N_e sont schématisés dans la figure 4.8 dans le cas de la décomposition du signal test par la méthode EEMD, et dans la figure 4.9 dans le cas où la méthode CEEMDAN a été utilisée pour la décomposition. Pour avoir une décomposition EEMD avec une erreur très faible, il faut un très grand nombre d'essais N_e .

La comparaison des figures 4.8 et 4.9 montre que par exemple pour un même nombre d'essai $N_e = 100$ la valeur de l'erreur quadratique moyenne dans la méthode EEMD est $RMSE = 0.00068011$. Par contre dans la méthode CEEMDAN la valeur de l'erreur quadratique moyenne pour le même nombre d'essai $N_e = 100$ est $RMSE = 0.00000643$.

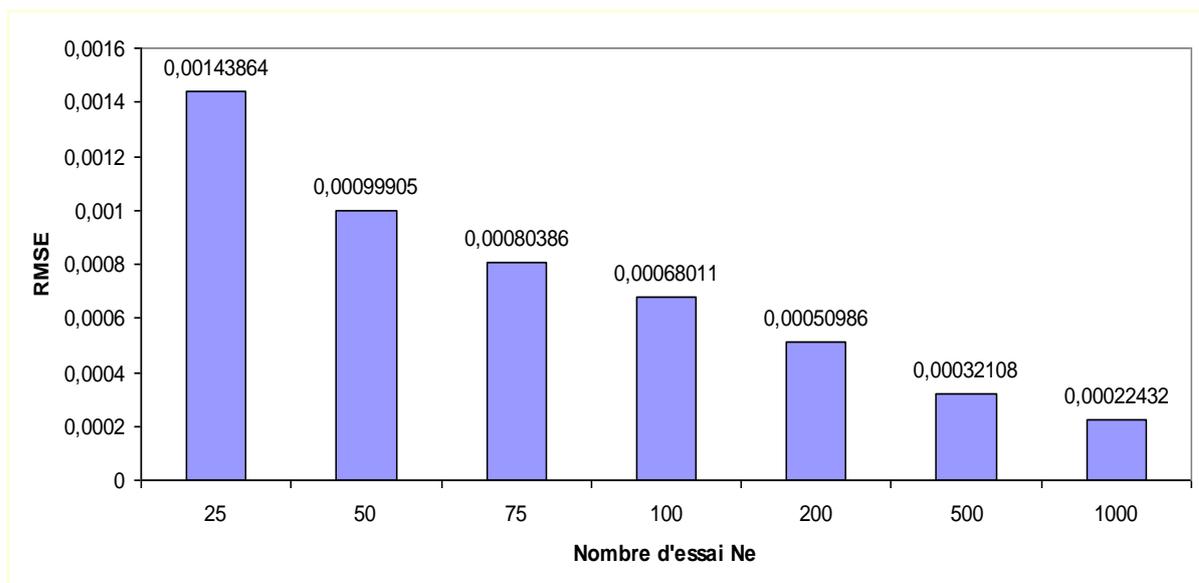


Fig. 4.8. *RMSE* en fonction du nombre d'essai N_e de la décomposition EEMD du signal test.

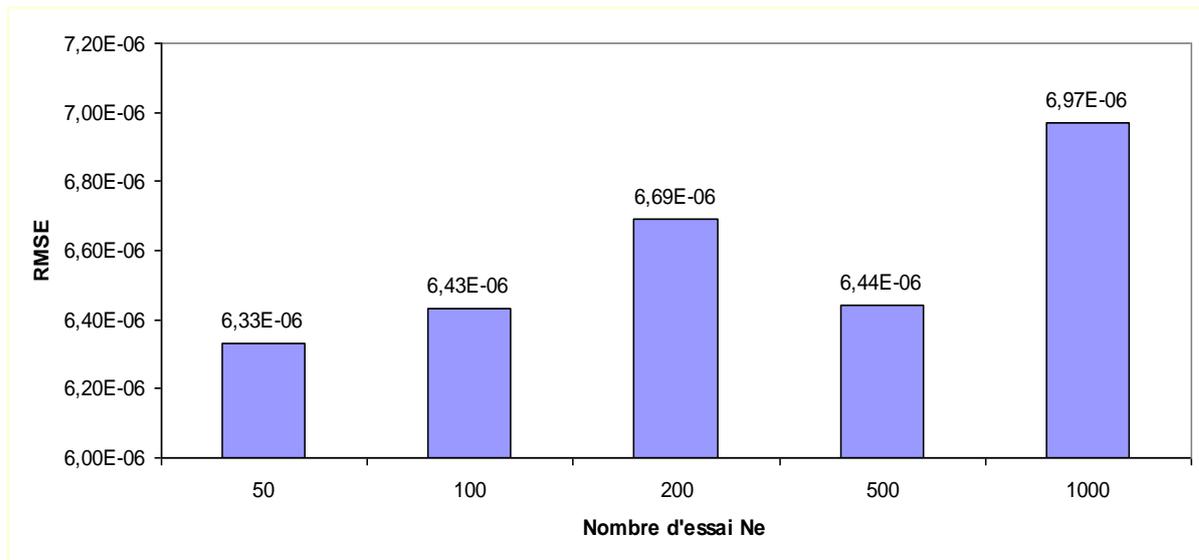


Fig. 4.9. *RMSE* en fonction du nombre d'essai N_e de la décomposition CEEMDAN du signal test.

Nous avons comparé les résultats de la figure 4.8 et 4.9, et nous pouvons noter que la méthode CEEMDAN décompose le signal avec une erreur très négligeable par rapport à la méthode EEMD.

4.2. 3. 3 Par rapport au nombre d'essai

Nous avons comparé le nombre d'essai des décompositions par les méthodes EEMD et CEEMDAN, pour la CEEMDAN un nombre d'essais $N_e = 500$ permettant de réaliser la meilleure décomposition, alors que dans la méthode EEMD la meilleure décomposition est réalisée avec un nombre d'essais $N_e = 1000$.

Du point de vue du nombre d'essai, on peut conclure d'après ces résultats que la méthode CEEMDAN est plus performante que la méthode EEMD. Car nous avons détecté une amélioration de 50%.

L'algorithme CEEMDAN [11] proposé pour améliorer l'algorithme EEMD tout en assurant une parfaite reconstitution du signal original et une meilleure séparation de modes a permis une amélioration inférieure à 50 % et quantifié à 30.8 % pour la décomposition du signal ECG (Electro Cardiogram Signal). En comparant nos résultats avec les résultats publiés dans [11], Nous pouvons noter que nos résultats fournissent une bonne amélioration de la méthode EEMD tout en réduisant le temps de calcul.

4.2.4 Comparaison de la méthode EEMD avec la méthode SEEMD

Ce paragraphe présente une étude comparative entre la méthode EEMD et sa version sur échantillonnée en se basant sur les mêmes critères. Nous allons d'abord examiner l'erreur sur la reconstitution du signal $x_5(t)$ décomposé par la méthode SEEMD, ensuite nous allons comparer le nombre d'essai et l'erreur quadratique moyenne $RMSE$ en fonction du nombre d'essai N_e entre la méthode EEMD et la méthode sur-échantillonnage de l'EEMD (SEEMD). Les résultats obtenus sont schématisés sur les figures 4.10- 4.12.

4.2.4.1 Analyse de l'erreur sur la reconstitution du signal

Les figure 4.10 et 4.11 montrent les erreurs de reconstitutions du signal décomposé respectivement par les méthodes SEEMD ($N_e = 5$, $SNR = 80 \text{ dB}$), et EEMD ($N_e = 1000$, $SNR = 37 \text{ dB}$). Nous pouvons noter que l'erreur de reconstitution calculée en se basant sur l'approche SEEMD est plus faible que celle obtenue en se basant sur l'approche EEMD.

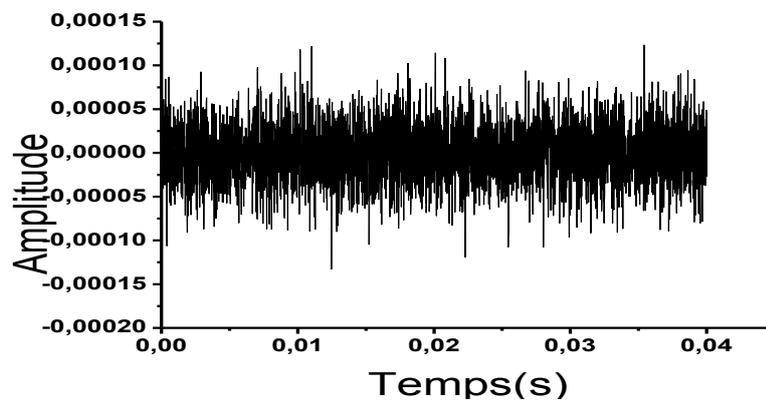


Fig. 4.10. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition SEEMD ($N_e = 5$, $SNR = 80 \text{ dB}$).

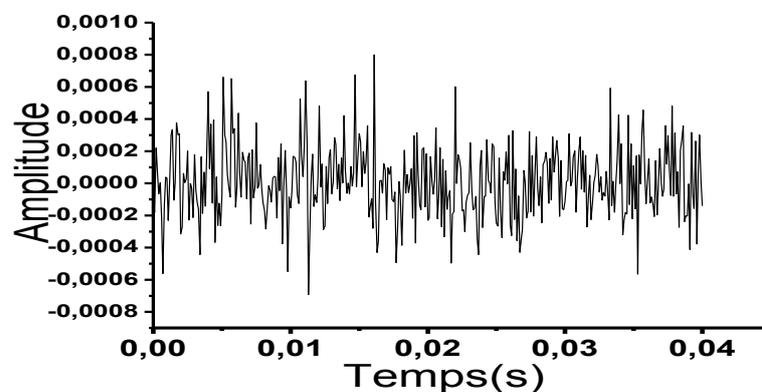


Fig. 4.11. Erreur de reconstitution du signal test dans la décomposition EEMD ($N_e = 1000$, $SNR = 37 \text{ dB}$).

4.2.4.2 Critère du RMSE

Pour montrer la performance de la méthode SEEMD, nous avons évalué l'erreur quadratique moyenne en fonction du nombre d'essais N_e utilisé pour la décomposition SEEMD du signal test. Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 4.12. Nous avons comparé ces résultats avec leurs équivalents obtenus par la décomposition EEMD du même signal test (Fig. 4.8).

À titre d'exemple, une bonne décomposition EEMD réalisée avec $N_e = 1000$ permet une reconstitution avec une erreur $RMSE = 0.00022432$, alors qu'une meilleure décomposition ($RMSE = 0.0000321$) est obtenue par la méthode SEEMD en utilisant uniquement 5 essais.

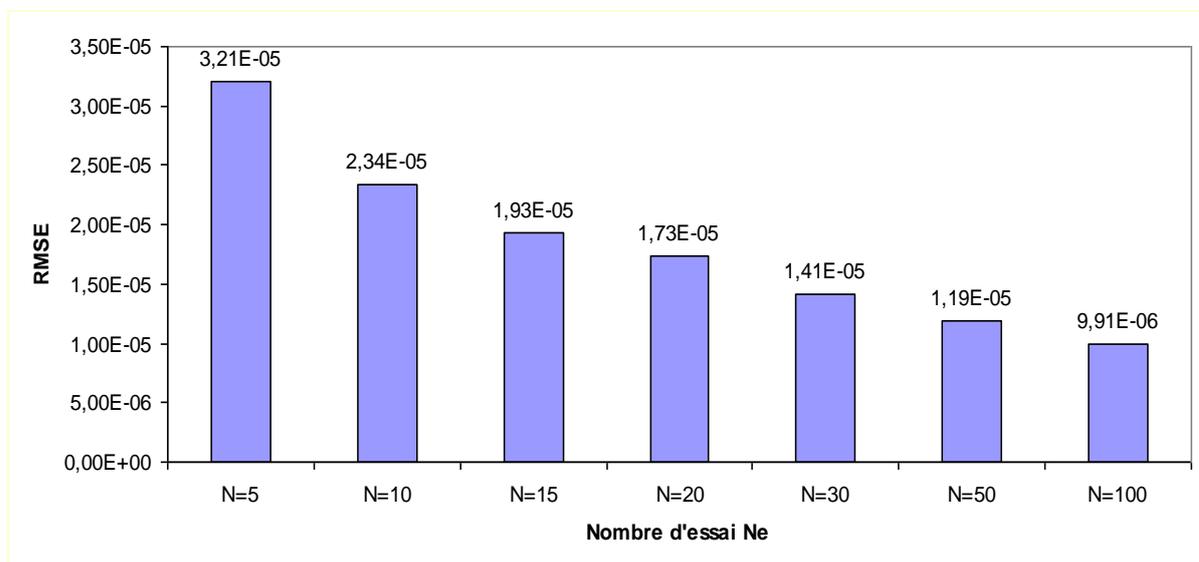


Fig. 4.12. Evaluation du $RMSE$ dans la méthode SEEMD en fonction du nombre d'essai N_e .

4.2.4.3 Par rapport au nombre d'essai

Le nombre d'essai est de ($N_e = 5$) pour une parfaite décomposition SEEMD du signal test assurant une reconstitution du signal original avec une erreur $RMSE = 0.0000321$, alors il est 1000 essais pour une décomposition EEMD ($RMSE = 0.00022432$) supérieure de **85.69%**.

Donc, la méthode SEEMD permet de réduire le nombre d'essai avec un taux de 99.5 %.

Dans [12] ont montré à l'aide d'un signal de simulation composé de deux composantes l'une basse fréquence et l'autre haute fréquence, que la méthode SEEMD présente un taux d'amélioration de 99.975% au niveau du nombre d'essai par rapport à l'EEMD. Nos résultats sont une confirmation des résultats publiés [12].

4.3 Etude comparative des différentes méthodes d'améliorations de l'EEMD

Les quatre méthodes d'améliorations de la méthode EEMD ont fait l'objet dans ce mémoire de magister d'une étude comparative pour déterminer la meilleure méthode qui assure une décomposition fiable avec un faible nombre d'essais et par conséquent un faible temps de décomposition. Les différentes études comparatives des paragraphes précédents sont synthétisées dans le tableau 4.2. Nous avons reconsidéré le nombre d'essais dans chaque méthode qui permet une décomposition efficace du signal test. Les résultats montrent clairement que la SEEMD est la plus performante.

Tableau. 4.2. Comparaison du nombre d'essai N_e entre les méthodes d'améliorations.

	EEMD	CEEMDAN	MEEMD	CEEMD	SEEMD
N_e	1000	500	27	40	5

4.4 Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet d'une étude comparative de la méthode EEMD et les différentes améliorations publiées et considérées dans le chapitre 3 (MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, SEEMD). Nos résultats confirment les améliorations apportées par les différentes méthodes par rapport à la méthode originale. Par ailleurs, Nous avons constaté que la méthode CEEMDAN publiée en 2011, certes proposée pour améliorer la méthode EEMD, sans pour autant qu'elle ne soit concurrentielle aux méthodes MEEMD et CEEMD qui la précèdent (publiées en 2010). Enfin nous avons montré que la méthode SEEMD est la plus performante.

Conclusion générale

Cette étude nous a permis d'abord de comparer la transformée en ondelettes et la méthode EMD pour décomposer un simple signal test. Nous avons montré que ces deux méthodes décomposent un signal de manière différente. La transformée en ondelettes décompose un signal en utilisant des fonctions de base connues à priori (les ondelettes orthogonales de Daubechies dans notre exemple de simulation) en commençant par la plus basse fréquence vers les plus hautes. Par contre la méthode EMD décompose d'une façon adaptative un signal en une somme de composantes oscillantes dont la première contient sa composante haute fréquence pour terminer vers les plus basses. Par ailleurs, nous avons confirmé que la méthode EMD est plus performante que la transformée en ondelettes pour la décomposition. Cependant, nous avons examiné à l'aide d'un autre exemple de simulation l'inconvénient majeur de cette méthode qui est le mélange de modes.

Ensuite, nous avons confirmé que sa version améliorée EEMD résout efficacement le problème de mélange de mode. Par ailleurs nous avons montré que ses résultats de décomposition dépendent du rapport signal sur bruit et du nombre d'essai. Une décomposition parfaite nécessite un bon choix du rapport signal sur bruit et nombre d'essai très élevé. Pour améliorer les performances de la méthode EEMD nous avons étudié différentes possibilités d'amélioration publiées (MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, SEEMD). Nos résultats de simulation ont confirmés que ces méthodes sont plus performantes.

Finalement, ces méthodes d'amélioration ont été comparées entre elles pour la première fois dans ce mémoire de magister en se basant sur le taux d'amélioration par rapport à la méthode EEMD originale. Cette étude comparative a permis le classement par ordre d'amélioration est le suivant : SEEMD (réduction de 99.5 % du nombre d'essais), CEEMD (réduction de 96% du nombre d'essais), MEEMD (réduction de 73 % du nombre d'essais) et CEEMDAN (réduction de 50% du nombre d'essais). L'ensemble des méthodes d'amélioration assurent une décomposition avec faible erreur de reconstitution.

Espérant que ce travail ouvrira quelques pistes pour de futurs travaux.

RÉFÉRENCES

- [1] Huang N. E., Shen Z., Long S. R., Wu M. C., Shih H. H., Zheng Q., Yen N. C., Tung C.C., et Liu H. H., The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London*, 454:903–995, 1998.
- [2] Liang H., Lin Z., and McCallum R. W., Artifact reduction in electrogastrogram based on the empirical model decomposition method, *Med. Biol. Eng. Comput.*, 38 (1): 35–41, 2000.
- [3] Liang H., Lin Q., and Chen J. D. Z., Application of the Empirical Mode Decomposition to the Analysis of Esophageal Manometric Data in Gastroesophageal Reflux Disease, *IEEE Trans. Biom. Eng.*, 52 (10): 1692- 1701, 2005.
- [4] Salisbury J. I., Sun Y., Rapid screening test for sleep apnea using a nonlinear and non stationary signal processing technique. *Med. Eng. Phys.*, 29 (3): 336–343, 2007.
- [5] Linderhed A., 2D empirical mode decompositions in the spirit of image compression, in *Wavelet and Independent Component Analysis Applications IX*, SPIE Proceedings., 4738: 1–8, 2002.
- [6] Nunes J. C., Deléchelle E., Empirical mode decomposition: Application on signal and image processing. *Advances in Adaptive Data Analysis.*, 1(1):125–175, 2009.
- [7] Huang N. E., and Wu Z., A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies, *Rev. Geophys.*, 46, 2008.
- [8] Wu Z., Huang N. E., Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. *Adv. Adapt. Data Anal.*, 1 (1): 1–41, 2009.
- [9] Zhang J., Yan R., Gao R. X., Feng Z., Performance enhancement of ensemble empirical mode decomposition, *Mechanical Systems and Signal Processing.*, 24 (7): 2104-2123, 2010.

- [10] Huang N. E., Yeh J. R., and Shieh J. S., Complementary ensemble empirical mode decomposition a novel noise enhanced data analysis method, *Advances in Adaptive Data Analysis.*, Vol. 2, No. 2, 135–156, 2010.
- [11] Torres, M. E., Colominas, M. A., Schlotthauer, G. and Flandrin P., A Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise. *IEEE Ann. Int. Conf.on acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP'11.*, 4144-4147, 2011.
- [12] Bekka R. E., Berrouche Y., Improvement of ensemble empirical mode decomposition by over-sampling. *Adv. Adapt. Data Anal.*, Vol. 5, No. 3, 2013.
- [13] Boashash A., *Time-Frequency Signal Analysis and Processing, A Comprehensive Reference.* Elsevier Ltd., Oxford, UK, 2003.
- [14] Boashash B., *Time-Frequency Signal Analysis-Methods and Applications.* Longman-Cheshire, Melbourne and John Wiley Halsted Press, New York, 1992.
- [15] Cohen L., *Time-Frequency Analysis,* Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1995, 1995.
- [16] Flandrin P., *Temps-Fréquence,* Editions Hermes, Paris, 1993.
- [17] Bekka R. E., *Fondements du traitement du signal,* OPU, 3ième édition 2005.
- [18] Flandrin P., Rilling G., et Gonçalvès P., Empirical mode decomposition as a filter bank. *IEEE Signal Processing Letters.*, 11(2):112–114, 2004.
- [19] Huang N. E., Wu M. L. C., Long S. R., Shen S. S. P., Qu W., Gloersen P. et Fan K.L., A confidence limit for the empirical mode decomposition and hilbert spectral analysis. *The Royal Society of London, Mathematical, Physical and Engineering Sciences.*, 459(2037):2317–2345, 2003.
- [20] Mallat S., *Une Exploration Des Signaux En Ondelettes,* Ellipses, Paris, France, 2000.
- [21] Nougier J. P., *Méthodes de Calcul Numérique Volume 2 Fonctions Équations Aux Dérivées,* Editions Hermes, Paris, France, 2001.
- [22] Shu C., et Boulanger P., Triangulating trimmed NURBS surfaces. In *International Conference on Curves and Surfaces.*, pages 381–388, Saint-Malo, France, mai 2000.

- [23] Rilling G., et Flandrin P., Décomposition modale empirique : échantillonnage et résolution. In GdR ISIS, Thème, Marseille, France. Journée : Décompositions adaptatives II, décembre 2004.
- [24] Rilling G., Flandrin P., et Goncalvès P., On empirical mode decomposition and its algorithms. In IEEE-EURASIP, Workshop on Non linear Signal and Image Processing, NSIP '03, Grado (I), juin 2003.
- [25] Chen Q., Huang N., Riemenschneider S., and Xu Y., A spline approach for empirical mode decompositions. *Advances in Computational Mathematics*, 2003.
- [26] Niang O., Delechelle E., and Lemoine J., A spectral approach for sifting process in empirical mode decomposition. *IEEE transactions on signal processing.*, 58(11), November 2010.
- [27] Flandrin P., Gonçalves P., et Rilling G., Equivalent Filter Banks, from Interpretation to Applications, chap. 3., p. 57–74. Vol. 5 de Huang et Shen [56], 75, 2005.
- [28] <https://www.kaggle.com/wiki/RootMeanSquaredError>.

المذكرة تحسين طريقة أ.م.د.

اللقب محقن الاسم وهيبية المؤطر الأستاذ بكة رايس الهادي

ملخص

كان الهدف من رسالة الماجستير هذه دراسة مختلف الطرق لتحسين أ.م.د. للحد من عدد المحاولات. واقترحت خوارزمية أ.م.د. لحل مشكلة اختلاط أ.م.ف المطروحة من طرف الطريقة الأصلية أ.م.د. ولكنها ولدت مشكلة أخرى تتمثل في ضرورة وجود عدد كبير من المحاولات لتحقيق فعالية أ.م.د. أربع طرق لتحسين خوارزمية أ.م.د (م. أ.م.د. س. أ.م.د. س. أ.م.د. أن , أس. أ.م.د) اعتبرت وتم تحليلها. وقد أجريت دراسات مقارنة بين هذه الخوارزميات و أ.م.د لإظهار التحسينات التي أدلى بها كل من هذه الأساليب من حيث إشارة خطأ أ.ر.م. أس.أ. وعدد المحاولات أو وقت الحساب. بالإضافة إلى ذلك أظهرت دراسة مقارنة لهذه الطرق الأربعة، استنادا إلى عدد المحاولات أن أس. أ.م.د هي الأكثر فعالية. تم إجراء التحليل عن طريق المحاكاة العددية.

كلمات مفتاحية الإشارات غير خطية، الإشارات غير ثابتة، تحليل أ.م.د. أ.م.د. م. أ.م.د. س. أ.م.د. س. أ.م.د. أن , أس. أ.م.د.

Title Improvements of EEMD method.

Name Mohguen **First Name** Wahiba **Directed by** Pr. Bekka R.E

Abstract

The objective of this thesis of magister was to study various possibilities of improving the EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition) method to reduce the number of tests. The EEMD algorithm was proposed to solve the problem of mixing modes present in the original EMD method. However, the effectiveness of EEMD based on a large number of tests which becomes a major drawback. Four methods of improvement (MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, SEEMD) were considered and analyzed. Comparative studies of these algorithms and EEMD have been conducted to show the improvements made by each of these methods in relation to the EEMD in terms of the error signal reconstruction, the RMSE and the number of trials or time calculation. In addition, a comparative study of these four methods, based on the number of tests showed that SEEMD is the most effective. The analyzes were made by numerical simulations.

Key words nonlinear signals, non- stationary signals, Decomposition, EMD, EEMD, MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, SEEMD.

Mémoire Améliorations de la méthode EEMD.

Nom Mohguen **Prénom** Wahiba **Encadreur** Pr. Bekka R. E.

Résumé

L'objectif de ce mémoire de magister était d'étudier différentes possibilités d'amélioration de la méthode EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition) en vue de réduire le nombre d'essais. L'algorithme EEMD a été proposé pour résoudre le problème de mélange de modes présent dans la méthode originale EMD. Cependant l'efficacité de l'EEMD repose sur un grand nombre d'essais qui devient un inconvénient majeur. Quatre méthodes d'amélioration « MEEMD, CEEMD, CEEMDAN et SEEMD » ont été considérées et analysées. Des études comparatives entre ces algorithmes et l'EEMD ont été conduites pour montrer les améliorations apportées par chacune de ces méthodes par rapport à l'EEMD en termes de l'erreur de reconstitution du signal, du RMSE et du nombre d'essais ou temps de calcul. En outre, une étude comparative entre ces quatre méthodes, basée sur le nombre d'essais, a montré que la SEEMD est la plus performante. Les différentes analyses ont été faites par des simulations numériques.

Mots clés signaux non linéaires, signaux non-stationnaires, Décomposition, EMD, EEMD, MEEMD, CEEMD, CEEMDAN, SEEMD.