

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

جامعة فرحات عباس سطيف
UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS — SETIF
UFAS (ALGERIE)

Mémoire de Magister

présenté au département d'Electrotechnique
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
pour obtenir le diplôme de

Magister en Automatique

Par

DOUDOU Sofiane

Thème

Approche floue pour la commande
des systèmes non linéaires non affines

Soutenu le 2008 devant la commission d'examen composée de :

<i>BENMAHAMMED Khier</i>	<i>Prof. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Président</i>
<i>KHABER Farid</i>	<i>M. C. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>HEMSES Kameleddine</i>	<i>M. C. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Examineur</i>
<i>HARMAS Mohamed Naguib</i>	<i>M. C. à l'université Ferhat ABBAS de Sétif</i>	<i>Examineur</i>

Avant-Propos

L'ensemble des travaux présentés dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire de Qualité d'Énergie dans les Réseaux Electriques (Q.U.E.R.E.) du Département d'Electrotechnique de l'Université Farhet Abbes- Sétif.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur KHABER Farid, Maître de Conférences pour l'intérêt qu'il a témoigné à l'égard de ce travail et pour m'avoir fait l'honneur d'être rapporteur de ce mémoire. Ses remarques constructives ont contribué à améliorer ce document.

J'ai été profondément honoré que Monsieur BENMAHAMMED Khier, Professeur à l'université Ferhat ABBAS de Sétif, ait accepté d'examiner ce travail et de présider ce jury.

Que Messieurs HEMSES Kameleddine, Maître de Conférences à l'université Ferhat ABBAS de Sétif, et Monsieur HARMAS Mohamed Naguib, Maître de Conférences à l'université Ferhat ABBAS de Sétif, trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements pour l'intérêt qu'ils ont voulu porter à ce travail en acceptant de l'examiner.

Que tous les collègues et amis trouvent ici le témoignage de mon amitié et de ma reconnaissance.

Enfin, je ne saurais terminer cet avant-propos sans remercier toute ma famille, qui m'a accompagné tout au long de mes études par son amour inconditionnel et son soutien constant.

Dédicace

*à mes parents
à mes frères et soeurs
et à tous ceux que j'aime*

*“ Pour faire de grandes choses, il ne faut pas être
un si grand génie, il ne faut pas être au-dessus des
hommes, il faut être avec eux ”*

Montesquieu

TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES

Introduction générale.....	01
CHAPITRE I LOGIQUE FLOUE ET COMMANDE FLOUE	
I.1. Logique floue.....	04
I.1.1. Introduction.....	04
I.1.2. Historique.....	05
I.1.3. Définitions de la logique floue.....	05
I.1.4. Caractéristiques de la logique floue.....	06
I.1.5. Champ d'applications de la logique floue.....	06
I.1.6. Différents domaines d'applications.....	06
I.1.7. Définitions et notions sur les ensembles flous.....	07
I.1.7.1. Définitions d'un ensemble flou.....	07
I.1.7.2. Support d'un ensemble flou.....	07
I.1.7.3. Noyau d'un ensemble flou.....	08
I.1.7.4. Hauteur d'un ensemble flou.....	08
I.1.7.5. Cardinal d'un ensemble flou.....	08
I.1.8. Opérations sur les ensembles flous.....	08
I.1.8.1. Egalité.....	08
I.1.8.2. Inclusion.....	09
I.1.8.3. Intersection (ET).....	09
I.1.8.4. Union (OU).....	09
I.1.8.5. Complément d'un ensemble flou (NON).....	09
I.1.8.6. Opérateurs ET et OU, réalisés par des opérateurs arithmétiques.....	10
I.1.9. Propriétés des ensembles flous.....	10
I.1.10. Variables linguistiques.....	11
I.1.11. Forme des fonctions d'appartenance.....	12
I.1.12. Raisonnement en logique floue.....	12
I.1.12.1. Implication floue.....	13
I.1.12.2. Inférence floue.....	13
I.1.12.3. Agrégation des règles.....	13
I.2. Commande floue.....	14
I.2.1. Introduction.....	14
I.2.2. Caractéristiques de la commande floue.....	14
I.2.3. Description générale d'un contrôleur flou.....	15
I.2.3.1. Mise en forme des entrées.....	15
I.2.3.2. Interface de fuzzification.....	16
I.2.3.2.1. Fuzzification par singleton.....	16
I.2.3.2.2. Fuzzification non singleton.....	16
I.2.3.3. Base de connaissance.....	16
I.2.3.4. Moteur d'inférence.....	17
I.2.3.4.1. Méthode d'inférence MAX-MIN.....	17
I.2.3.4.2. Méthode d'inférence MAX-PROD.....	18
I.2.3.4.3. Méthode d'inférence SOMME-PROD.....	19
I.2.3.5. Interface de défuzzification.....	19
I.2.3.5.1. Défuzzification par le centre de gravité.....	20
I.2.3.5.2. Défuzzification par la valeur maximale.....	20

Table des matières

I.2.3.5.3. Défuzzification par la moyenne des valeurs maximales.....	21
I.2.3.5.4. Défuzzification par la méthode de la somme pondérée.....	21
I.2.3.6. Mise en forme des sorties.....	21
I.2.4. Différents types de modèles flous.....	21
I.2.4.1. Modèles linguistiques.....	22
I.2.4.2. Modèles de Takagi-Sugeno.....	22
I.2.5. Approximation floue.....	23
I.3. Conclusion.....	25

CHAPITRE II COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE DE SYSTEMES NON LINEAIRES SISO

II.1. Introduction.....	26
II.2. Commande adaptative.....	27
II.2.1. Définitions.....	27
II.2.2. Pourquoi la commande adaptative.....	27
II.2.3. Objectif de la commande adaptative.....	27
II.3. Commande adaptative floue.....	27
II.3.1. Commande adaptative floue directe et indirecte.....	28
II.3.1.1. Commande adaptative floue directe.....	28
II.3.1.2. Commande adaptative floue indirecte.....	28
II.3.2. Méthodes d'obtention des lois d'adaptation.....	29
II.3.2.1. Méthodes de Lyapunov.....	29
II.3.2.1.1. Méthode directe de Lyapunov.....	29
II.3.2.1.2. Méthode indirecte de Lyapunov.....	29
II.3.2.2. Méthode de descente du gradient.....	30
II.4. Conception du contrôleur adaptatif flou indirect.....	32
II.4.1. Commandabilité du système.....	33
II.4.2. Objectif de la commande.....	33
II.4.3. Description du système flou utilisé.....	34
II.4.4. Régulateur équivalent.....	34
II.4.5. Commande de supervision.....	35
II.4.6. Lois d'adaptation des paramètres du régulateur flou.....	36
II.4.7. Modification des lois d'adaptation.....	38
II.4.8. Propriétés du contrôleur adaptatif flou.....	39
II.5. Application.....	41
II.5.1. Description du pendule inversé.....	41
II.5.2. Mise en œuvre de l'algorithme.....	42
II.5.3. Résultats de simulation.....	44
II.6. Conclusion.....	46

CHAPITRE III COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE DE SYSTEMES NON LINEAIRES NON AFFINES SISO

III.1. Introduction.....	47
III.1.1. Notations et préliminaires.....	48
III.1.1.1. Normes.....	48
III.1.1.2. Théorème de la fonction implicite.....	48
III.1.1.3. Théorème de la valeur moyenne.....	49
III.2. Approche indirecte.....	49

Table des matières

III.2.1. Introduction.....	49
III.2.2. Formulation du problème.....	50
III.2.3. Objectif de commande.....	50
III.2.4. Représentation du système flou.....	51
III.2.5. Conception du contrôleur adaptatif flou indirect.....	52
III.2.6. Loi d'adaptation et commande robuste.....	54
III.3. Approche directe.....	56
III.3.1. Introduction.....	56
III.3.2. Formulation du problème.....	57
III.3.3. Objectif de commande.....	57
III.3.4. Description des systèmes flous utilisés.....	60
III.3.5. Conception du contrôleur adaptatif flou direct.....	60
III.3.5.1. Loi de commande.....	61
III.3.5.2. Loi d'adaptation des paramètres.....	61
III.3.5.3. Convergence de l'erreur de poursuite.....	65
III.4. Exemples et simulations.....	68
III.4.1. Exemple 1.....	68
III.4.1.1. Première technique.....	69
III.4.1.2. Seconde technique.....	72
III.4.2. Exemple 2.....	76
III.4.2.1. Première technique.....	76
III.4.2.2. Seconde technique.....	79
III.5. Comparaison des deux techniques.....	83
III.5.1. Exemple 1.....	83
III.5.2. Exemple 2.....	84
III.6. Conclusion.....	86
Conclusion générale et perspectives.....	88
Bibliographie.....	89

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les techniques de commande classique (approche algorithmique) consistent dans un premier temps à construire un modèle mathématique à base d'équations différentielles ou récurrentes, du système à piloter. A partir de ce modèle, une commande est déterminée (P.I.D, commande par retour d'état, commande optimale,...) afin d'amener ce système dans les états désirés, tout en respectant des critères de performance (durée des transitoires, minimisation de l'énergie apportée,...). En effet l'obtention d'un modèle mathématique à la fois précis, pertinent et simple à exploiter, est parfois difficile et complexe. Plusieurs commandes sont apparues pour vaincre ce problème, on cite la commande adaptative floue.

La logique floue s'y développe car il s'agit d'une approche essentiellement pragmatique, efficace et générique. On dit parfois qu'elle permet de systématiser ce qui est du domaine de l'empirisme, et donc difficile à maîtriser. La théorie des ensembles flous fournit une méthode pertinente et facilement réalisable dans des applications temps réel, elle permet de transcrire et rendre dynamiques les connaissances des concepteurs ou des opérateurs.

La logique floue est bien connue des automaticiens pour ses applications dans la commande de procédés, appelé alors couramment « contrôle flou ». Tout comme un contrôleur (ou correcteur) classique, le contrôleur flou s'insère dans la boucle de régulation et calcule la commande à appliquer au procédé suivant une ou plusieurs consignes et une ou plusieurs mesures effectuées sur celui-ci.

La commande floue génère des régulateurs non linéaires qui sont en concordance avec le fait qu'ils sont des approximateurs universels [WAN.94]. Il devient alors possible de construire un régulateur flou pour n'importe quel système non linéaire. Le plus souvent les régulateurs flous sont utilisés dans des systèmes qui possèdent des variations inconnues intrinsèques. L'objectif est donc de conserver de bonnes performances du système complet en adaptant le régulateur en fonction des variations du système.

De nombreux travaux réalisés utilisent la commande adaptative floue pour les systèmes non linéaires affines en la commande [BLA.03], [BOU.01], [CHA.01], [CHE.96], [ESS.02], [LAB.03], [SPO.96], [TAN.99], [TON.99], [WAN.96], [YOU.98], où la commande apparaît sous forme linéaire dans l'équation d'état. Généralement ces systèmes sont nommés "les

systèmes non linéaires''. Dans le cas où la commande apparaît sous forme non linéaire, on parle alors de systèmes non linéaires non affines.

Des résultats sont disponibles pour les systèmes non linéaires non affines [BOU.03], [GE.03], [PAR.04], [PAR.05], [WAN.00], [YOU.01], [ZHA.98,]. Dans [BOU.03] et [YOU.01], une commande adaptative floue indirecte est présentée pour les systèmes non linéaires non affines SISO. Ces deux approches sont basées sur la transformation de ces systèmes en des systèmes affines en la commande via un système flou spécifique, et la loi de commande est synthétisée par l'inversion du système affine. Dans [WAN.00], un contrôleur flou adaptatif indirect est proposé, le système non linéaire non affine SISO est transformé en une forme affine en considérant le développement en série de Taylor autour d'une trajectoire de fonctionnement. Dans [GE.03] et [ZHA.98], le théorème de la fonction implicite est utilisé pour démontrer l'existence d'un contrôleur idéal qui peut accomplir l'objectif de la commande. Cependant le théorème de la fonction implicite prouve seulement l'existence du contrôleur idéal et ne fournit pas la façon de le construire, même lorsque la dynamique du système est bien connue. Les réseaux de neurones sont utilisés pour construire ce contrôleur idéal implicite. Dans [PAR.04] et [PAR.05] les lois de commande proposées sont basées sur la méthode des points fixes. La commande est composée de trois termes: un terme qui stabilise la dynamique linéaire en boucle fermée, un terme adaptatif flou qui est utilisé pour construire approximativement le contrôleur idéal implicite et un terme de commande robuste pour compenser les bruits et les erreurs d'approximation. Les lois d'adaptation sont obtenues grâce à la synthèse de Lyapunov.

L'objectif de ce travail est le développement de structures de commandes adaptatives floues stables et robustes pour des systèmes non linéaires non affines incertains SISO.

L'ensemble des travaux réalisés est regroupé en trois chapitres :

Dans le **premier chapitre**, nous définissons le formalisme de la logique floue et le raisonnement associé et nous présentons la structure générale d'un contrôleur flou avec les différents modèles utilisés dans sa conception ainsi que le théorème de l'approximation floue.

Le **deuxième chapitre**, présente la commande adaptative floue avec ses différentes structures, ainsi que les méthodologies de construction des lois d'adaptation. Cette commande est utilisée pour commander une classe des systèmes non linéaires SISO en utilisant la technique de linéarisation entrée-sortie puis la méthode d'inversion du modèle. L'exemple du pendule inversé est mis en oeuvre pour tester la validité de ce contrôleur proposé.

Dans le **troisième chapitre**, nous développons deux approches adaptatives floues pour commander une classe des systèmes non linéaires non affines SISO. La première est une

Introduction générale

approche indirecte, où le système non affine est transformé en un système affine par l'utilisation d'un système flou spécifique. La loi de commande est synthétisée par l'inversion du modèle, et sa robustesse est garantie, en ajoutant un terme de commande type H^∞ . Les lois d'adaptations sont déduites à partir de l'analyse de la stabilité dans le sens de Lyapunov. La deuxième approche est une approche directe qui utilise un contrôleur idéal implicite flou pour assurer les objectifs de commande. Les lois d'adaptation sont déduites de l'algorithme de descente du gradient qui minimise l'erreur entre le contrôleur idéal et le contrôleur flou. L'analyse de Lyapunov montre la stabilité du système. La robustesse est assurée par un terme de commande type mode glissant. Deux exemples de simulation sous l'environnement Matlab, ont été présentés pour illustrer l'efficacité des deux approches. Une étude comparative des performances des deux approches est réalisée à travers les résultats obtenus. Le bilan des travaux réalisés, dans le cadre de ce mémoire, et les perspectives envisagées sont donnés en conclusion.

CHAPITRE I

LOGIQUE FLOUE ET COMMANDE FLOUE

LOGIQUE FLOUE ET COMMANDE FLOUE

I.1. Logique floue

I.1.1. Introduction

La conception et la mise en oeuvre de systèmes d'information avancées, de logiciels d'aide à la décision, de postes de supervision de procédés industriels se caractérisent par la constante manipulation d'informations dont beaucoup sont subjectives, imprécises, vagues, incertaines. Mener à bien cette intégration de l'homme dans son environnement informatique, exploiter correctement les savoirs, automatiser certaines tâches, tout cela requiert, la formalisation et la mécanisation de méthodes humaines pour un raisonnement empirique ou naturel et la rationalisation de procédures de choix.

De façon générale, on est confronté à la nécessité de modéliser la connaissance, problématique qui se trouve en rupture avec la tradition des sciences dites objectives, lesquelles se préoccupent essentiellement de la modélisation de l'univers physique. Les problèmes de représentation et d'utilisation des connaissances sont au centre d'une discipline scientifique relativement nouvelle et en tout cas controversée, qu'on appelle l'intelligence artificielle. Cette discipline a eu un impact limité, jusqu'à une date récente, sur les applications industrielles, parce qu'elle a mis l'accent, de façon exclusive, sur le traitement symbolique de la connaissance, par opposition à la modélisation numérique utilisée traditionnellement dans les sciences de l'ingénieur. Plus récemment, on a assisté à un retour du numérique dans ces problèmes d'intelligence artificielle, avec les réseaux de neurones et la logique floue. Alors que les réseaux de neurones proposent une approche implicite de type «boîte noire» de la représentation des connaissances, très analogue à la démarche de l'identification des systèmes en automatique, la logique floue est plus conforme à l'intelligence artificielle symbolique, qui met en avant la notion de raisonnement, et où les connaissances sont codées explicitement.

Néanmoins, la logique floue permet de faire le lien entre modélisation numérique et modélisation symbolique, ce qui a permis des développements industriels spectaculaires à partir d'algorithmes très simples de traduction de connaissances symboliques en entité numérique et inversement. La théorie des ensembles flous a également donné naissance à un

traitement original de l'incertitude, fondée sur l'idée d'ordre, et qui permet de formaliser le traitement de l'ignorance partielle et de l'inconsistance dans les systèmes d'information avancés. Les ensembles flous ont également eu un impact sur les techniques de classification automatique, et ont contribué à un certains renouvellement des approches existantes de l'aide à la décision. Dans ce chapitre, on fait une étude logique floue de description de la commande floue.

I.1.2. Historique

Nous venons de voir que la logique floue sert à représenter des connaissances incertaines et imprécises. Les prémisses de la logique floue sont apparues avant les années 1940, avec les premières approches, par des chercheurs américains, du concept d'incertitude. Il a fallu attendre 1965, pour que le concept de sous ensemble floue soit proposé par Zadeh [ZAD.65], automaticien de réputation internationale, professeur à l'université de Berkeley en Californie, qui a contribué à la modélisation de phénomènes sous forme floue, en vue de pallier les limitations dues aux incertitudes des modèles classiques à équation différentielle. En 1974, Mamdani [MAM.74] expérimentait la théorie énoncée par Zadeh sur une chaudière à vapeur, matériel dont on connaît la complexité, introduisant ainsi la commande floue dans la régulation d'un processus industriel. Plusieurs applications ont alors vu le jour en Europe, pour des systèmes parfois très complexes, telle la régulation de fours de cimenterie. Grâce au chercheurs japonais Takagi et Sugeno, la logique floue était introduite au Japon dès 1985. Les sociétés japonaises ont compris l'avantage à la fois technique et commercial de la logique floue

- facilité d'implantation.
- solution de problèmes multivariables complexes.
- robustesse vis à vis des incertitudes.
- possibilité d'intégration du savoir de l'expert.

I.1.3. Définitions de la logique floue

On peut donner deux définitions pour le terme "LOGIQUE FLOUE ":

- la première est que la logique floue intervient dans la manipulation de connaissances insuffisantes et imprécises. Elle permet la représentation et le traitement de ces dernières, afin de pouvoir traiter des systèmes complexes.
- la seconde représente une extension de la logique classique, dans le but de raisonner sur des connaissances imparfaites.

I.1.4. Caractéristiques de la logique floue

D'une manière générale l'approche floue possède les caractéristiques suivantes:

- 1- Identification et utilisation des variables linguistiques qui subissent les contraintes, à la place des variables numériques.
- 2- Des variables caractérisées subjectivement (non précises) sont utilisées.
- 3- Des critères décrits linguistiquement dont les qualifications sont mal définis, comme la beauté d'une couleur ou le confort d'un passager, sont utilisés
- 4- La connaissance mathématique du fonctionnement du processus n'est pas nécessaire.
- 5- Caractérisation des relations simples entre les variables par des citations conditionnelles floues, vues comme une collection de contraintes.
- 6- Caractérisation de relations complexes par des algorithmes flous.

I.1.5. Champ d'applications de la logique floue

La logique floue est utilisée dans différentes applications comme:

- Aide à la décision, au diagnostic (Base de données).
- Reconnaissance de formes.
- Agrégation multicritères et optimisation.
- Commande floue de systèmes...etc.

I.1.6. Différents domaines d'applications

Des produits grand public ont été développés à base de logique floue comme:

- Appareils électroménagers (lave-linge, aspirateurs, autocuiseurs,...etc.).
- Systèmes audio-visuels (appareils de photos autofocus, caméscope à stabilisateur d'images, photocopieurs,...).
- Systèmes automobiles embarqués (BVA, ABS, suspension, climatisation,...etc.),
- Systèmes autonomes mobiles.
- Systèmes de transport (train, métro, ascenseur,...).
- Systèmes de conditionnement d'ambiance.
- Systèmes de décision, diagnostic, reconnaissance.
- Systèmes de contrôle/commande dans la plupart des domaines industriels de production, transformation, traitement de produit et déchet.

I.1.7. Définitions et notions sur les ensembles flous

I.1.7.1. Définitions d'un ensemble flou

Dans la logique classique, un ensemble A de l'univers X est caractérisé par sa fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ (Fig. I.1) comme suit :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

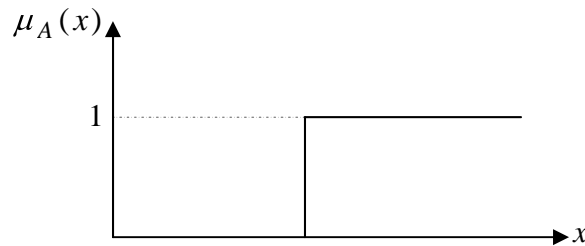


Fig. I.1 : Fonction d'appartenance d'un ensemble classique.

Par contre dans la logique floue, un ensemble flou A de l'univers X est caractérisé par sa fonction d'appartenance $u_A(x)$ (Fig. I.2) comme suit [ZAD.71]:

$$u_A(x) = \begin{cases} 0 < b < 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

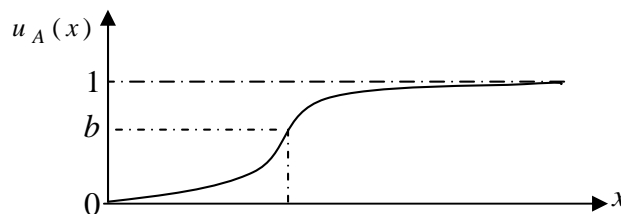


Fig. I.2 : Fonction d'appartenance d'un ensemble flou.

La notion de ensemble flou permet:

- La gradation de l'appartenance d'une variable à une classe définie, donc la description de situations intermédiaires entre le tout et le rien.
- L'utilisation de catégories aux limites mal définies (comme "vieux" ou "jeunes").
- Un passage progressif d'une propriété à une autre (passage de "jeunes" à "vieux").
- L'utilisation de valeurs approximatives ("environ 40 ans").

I.1.7.2. Support d'un ensemble flou

Soit un ensemble flou A dans l'univers X , le support de A notée $supp(A)$ est un sous-

ensemble ordinaire de X dont chacun des éléments à un degré d'appartenance non nul par rapport à A .

$$\text{supp}(A) = \{x \in X; \mu_A(x) \neq 0\} \quad (\text{I.3})$$

I.1.7.3. Noyau d'un ensemble flou

Le noyau d'un ensemble flou A de X est un sous-ensemble ordinaire de X dont chaque élément à un degré d'appartenance égal à 1.

$$\text{Ker}(A) = \{x \in X; \mu_A(x) = 1\} \quad (\text{I.4})$$

Lorsque le noyau n'est pas vide $\text{Ker}(A) \neq \emptyset$, on dit que l'ensemble flou A est normal ou normalisé.

I.1.7.4. Hauteur d'un ensemble flou

La hauteur d'un ensemble flou A de X est la valeur maximale de la fonction d'appartenance, c'est à dire le plus grand degré d'appartenance de A .

$$H(A) = \max\{\mu_A(x); x \in X\} \quad (\text{I.5})$$

I.1.7.5. Cardinal d'un ensemble flou

Le cardinal d'un ensemble flou A de support fini est égal à la somme de degrés d'appartenance des éléments de ce support.

$$\text{Card}(A) = \sum_{x \in \text{supp}(A)} \mu_A(x), \text{ on note aussi } |A| \quad (\text{I.6})$$

Dans le cas d'un support infini on a :

$$\text{Card}(A) = \int_X \mu_A(x) dm(x) \text{ avec } \int_X dm(x) = 1 \quad (\text{I.7})$$

I.1.8. Opérations sur les ensembles flous

Les opérations sur les ensembles flous [DUB.80] sont des extensions des opérations connues sur les ensembles classiques.

I.1.8.1. Egalité

Soit deux ensembles flous A et B dans un univers X , on dit que A et B sont égaux ($A=B$), si leurs fonctions d'appartenance ont la même valeur en tout point $x \in X$

$$\mu_A(x) = \mu_B(x); \forall x \in X \quad (\text{I.8})$$

Si $\exists x \in X$ tel que $\mu_A(x) \neq \mu_B(x) \Rightarrow A \neq B$.

I.1.8.2. Inclusion

Soit deux ensembles flous A et B dans un univers X, on dit que A est inclus dans B noté $A \subseteq B$ si leurs fonctions d'appartenance sont telles que:

$$\forall x \in X; \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \tag{I.9}$$

I.1.8.3. Intersection (ET)

L'intersection (ET) de deux ensembles flous A et B de X est l'ensemble flou C de X qui contient tout les éléments x de X appartenant à la fois à A et B. L'intersection de deux ensembles flous A et B ($A \cap B$) de X est l'ensemble flou C (Fig. I.3) tel que:

$$\forall x \in X : \mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{I.10}$$

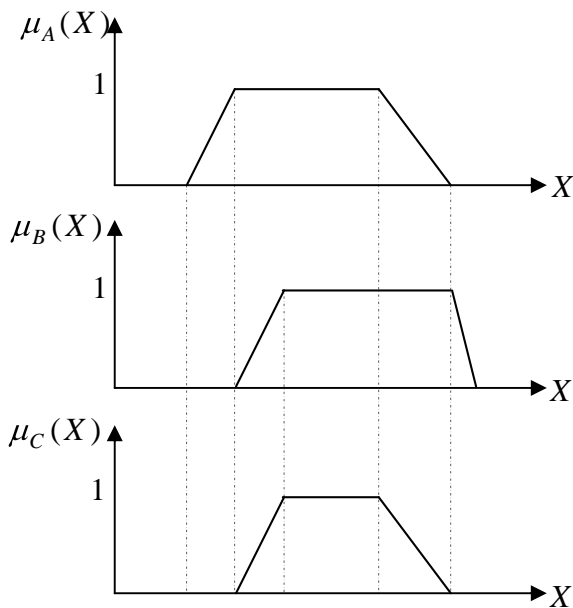


Fig. I.3 : Opérateur "ET".

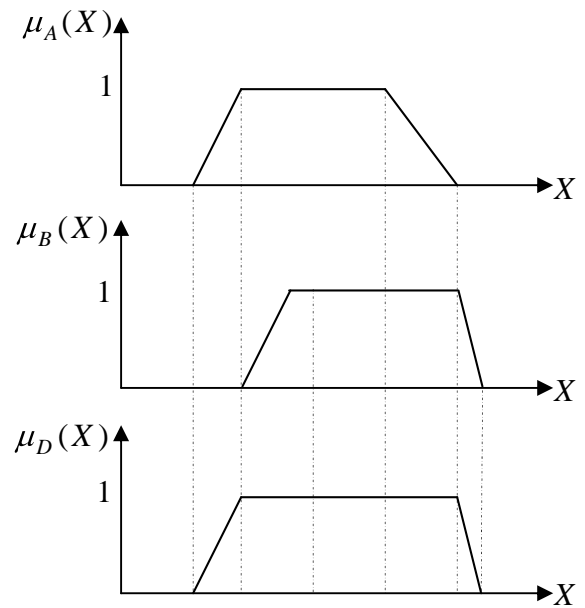


Fig. I.4 : Opérateur "OU".

I.1.8.4. Union (OU)

L'union (OU) de deux ensembles flous A et B de X est l'ensemble flou D de X qui contient tout les éléments x de X appartenant à A ou bien à B. L'union de deux ensembles flous A et B ($A \cup B$) de X est l'ensemble flou D (Fig. I.4) tel que :

$$\forall x \in X : \mu_D(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{I.11}$$

I.1.8.5. Complément d'un ensemble flou (NON)

Soit un ensemble flou A de X, son complément A^c est l'ensemble flou contenant tous le x n'appartenant pas à A. Le complément A^c (Fig. I.5) est défini comme suit :

$$\forall x \in X : \mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (\text{I.12})$$

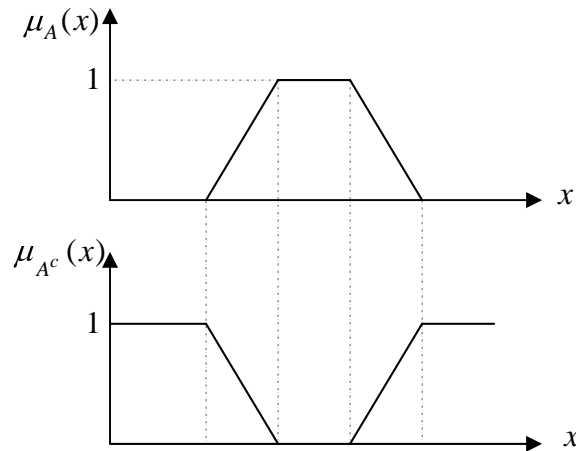


Fig. I.5 : Opérateur "NON".

I.1.8.6. Opérateurs ET et OU, réalisés par des opérateurs arithmétiques

Souvent, l'opérateur ET est réalisé par la formation du produit appliqué aux fonctions d'appartenance, selon la relation

$$\mu_E(x) = \mu_{A \cap B} = \mu_A(x) * \mu_B(x) \quad (\text{I.13})$$

Par analogie, on peut réaliser l'opérateur OU par la formation de la somme des fonctions d'appartenance, ou plus précisément par la valeur moyenne, à savoir:

$$\mu_F(x) = \mu_{A \cup B} = [\mu_A(x) + \mu_B(x)]/2 \quad (\text{I.14})$$

I.1.9. Propriétés des ensembles flous

Comme dans le cas des ensembles «classiques», les ensembles flous possèdent certaines propriétés.

Commutativité : $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$

Associativité : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$

Distributivité: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Idempotence : $A \cup A = A$, $A \cap A = A$

Identité : $A \cup \phi = A$, $A \cup 1_U = 1_U$, $A \cap \phi = \phi$, $A \cap 1_U = A$.

Loi de contradiction: $A \cap A^c = \phi$.

Loi du "exclue middle" : $A \cup A^c = 1_U$.

Les deux dernières propriétés ne sont pas «classiques», c'est-à-dire :

- L'intersection d'un ensemble flou et de son complément n'est pas vide.

- L'union d'un ensemble flou et de son complément ne donne pas l'univers de discours.

I.1.10. Variables linguistiques

Les variables linguistiques (des mots ou des phrases dans un langage naturel ou artificiel) sont des variables non numériques sert à modéliser les connaissances imprécises ou vagues d'une variable dont sa valeur précise peut être inconnue. En général, les états ou les situations des phénomènes ou des procédés sont décrits par des expressions (expressions floues) par exemple:

Quelque, peu, beaucoup, froid, chaud, tiède,...etc

La variable linguistique est caractérisée par son nom, par son ensemble de valeurs (termes) linguistiques, par son univers de discours et ses fonctions d'appartenance [DRI.93]. Prenons par exemple, le cas de la variable floue linguistique « température » qu'est caractérisée par son nom « **température** », on peut distinguer deux valeurs linguistiques "**Froid**" et "**Chaud**". Elles forment deux ensembles flous (Fig. I.6). Parfois on a besoin d'introduire d'autres ensembles flous, par exemple dans le cas de la température, on peut ajouter en plus des termes "**Froid**" et "**Chaud**", les valeurs "**Tiède**" et "**Très chaud**", ce qui permet d'avoir à la fin quatre ensembles flous (Fig. I.7).

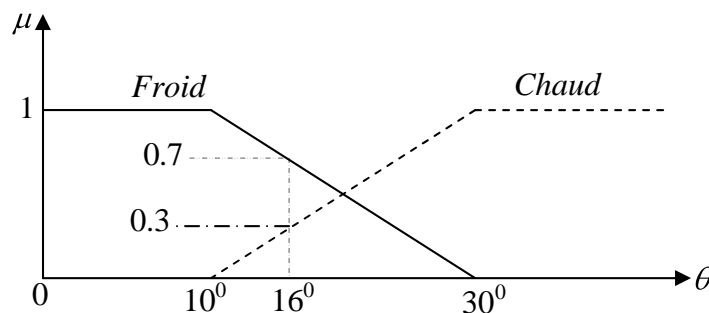


Fig. I.6 : Fonctions d'appartenance avec deux ensembles flous.

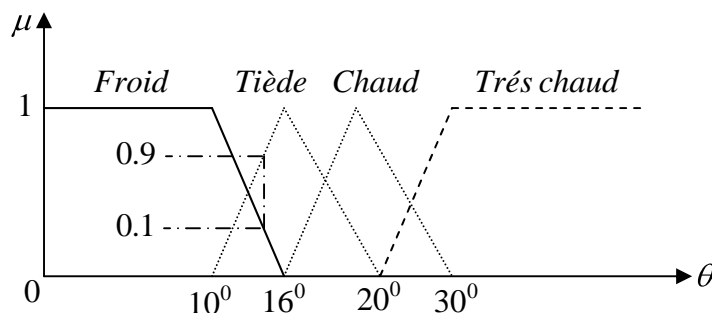


Fig. I.7 : Fonctions d'appartenance avec quatre ensembles flous.

I.1.11. Forme des fonctions d'appartenance

Pour leurs simplicité, les formes trapézoïdales ou triangulaires sont le plus souvent utilisées pour les fonctions d'appartenance (Fig. I.6 et Fig.1.7), D'autres possibilités de représentation existent telles que la forme en cloche (Gaussien) ou les formes obtenues par des fonctions trigonométriques

Bien qu'il n'existe pas de règles précises pour la définition des fonctions d'appartenance, quelques directives générales seront données, afin de faciliter un premier choix.

- Le nombre de partitions de l'univers de discours dépend de la qualité du réglage désirée.
- Ces fonctions d'appartenance peuvent être symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, et distribuées de manière équidistante, c'est à dire les maximums des différents ensembles sont écartés d'une manière équidistante.
- pour les variables d'entrée, il faut éviter des lacunes ou un chevauchement insuffisant entre les fonctions d'appartenance. Cela provoque des zones de non intervention des régulateurs. d'autre part les lacunes sont souhaitées lors de la fuzzification de la variable de sortie.

I.1.12. Raisonnement en logique floue

Dans un raisonnement approché, la connaissance experte est représentée avec des règles du type " Si <prémisse> alors < conclusion> ". L'une des principales caractéristiques de la logique floue vient du fait que ces règles, appelées aussi règles d'inférence, sont susceptibles de représenter l'imprécis, où les prémisses et les conclusions sont exprimées avec des mots du langage naturel.

En logique floue, il existe deux familles de règles d'inférence:

- **Les règles simples:**

"Si u est A alors v est B".

- **Les règles graduelles:**

"Souvent Si u est A alors v est B".

"Plus u est A plus v est B".

avec A et B des ensembles flous définis sur leurs univers de discours U et V respectivement, u et v deux variables floues prenant leurs valeurs linguistiques dans U et V. Cette représentation suppose que les prémisses sont des contraintes sur les variables floues, et que la conclusion est calculée à travers un processus de propagation des contraintes comprenant trois étapes [ZAD.88]:

- l'implication floue.
- L'inférence floue.

- L'agrégation des règles.

I.1.12.1. Implication floue

L'implication floue permet le calcul du degré de vérité d'une proposition floue, c'est à dire la mesure de la conformité de cette proposition avec le contenu de notre connaissance de la réalité. L'implication floue (noté $P \Rightarrow Q$) est une généralisation de l'implication classique où P sont les prémisses et Q les conclusions.

I.1.12.2. Inférence floue

Permet d'obtenir une conclusion à la seule condition que la proposition soit vérifiée.

Définitions

En présence d'une règle de la forme "*Si V est A alors W est B*" et d'une observation de la forme "*V est A'*", la conclusion est la proposition floue "*W est B'*".

Exemple pour une règle élémentaire

Règle floue **R** : *Si u est A alors v est B*

Fait observé **P** : *u est A'*

Conclusion **Q** : *v est B'*

L'ensemble flou inféré B' se déduit de A' à travers la règle **R**.

I.1.12.3. Agrégation des règles

Ce raisonnement s'étend aux bases de règles comportant plusieurs règles reliées par l'opérateur OU. Chaque règle est traitée séparément et les ensembles inférés à partir de chaque proposition, sont agrégés pour définir l'ensemble final.

Exemple pour plusieurs règles élémentaires

Règle floue **R** : $R = (R_1 \text{ ou } R_2 \dots \text{ou } R_i \dots \text{ou } R_n)$

où les règles R_i sont du type "*si u est A_i alors v est B_i* "

Fait observé **P** : *u est A'*

Conclusion **Q** : *v est B'*

L'ensemble flou inféré B' se déduit de A' à travers la règle **R**.

I.2. Commande floue

I.2.1. Introduction

Dans l'hypothèse où le modèle mathématique du processus est difficile à obtenir, la connaissance provient uniquement de mesures sur les variables caractéristiques, et d'une description linguistique du fonctionnement du processus ou de la stratégie de "pilotage" utilisée par un opérateur. La connaissance disponible s'exprime alors dans un langage naturel qu'il convient d'exploiter pour définir la stratégie de commande.

Les approches conventionnelles sont inadaptées à l'utilisation de telles connaissances car leur conception, à quelques exceptions près, nécessite une modélisation mathématique. Par contre, les contrôleurs flous, traduction littéraire de "Fuzzy Controllers", sont recommandés pour ce type de problème. En effet, la loi de commande est exprimée avec des règles linguistiques, déduites des informations énoncées dans un langage naturel.

Un système de commande floue possède des propriétés intéressantes. Cet outil permet de concevoir des commandes non linéaires qui sont réputées robustes. Un autre avantage réside dans la clarté des règles qui sont facilement compréhensibles par les personnes expérimentées. Par exemple, il est plus aisé d'interpréter des règles linguistiques que les gains d'une stratégie conventionnelle. Pour terminer, les implantations informatiques et matérielles des stratégies sont simples.

Son principe a été introduit par Mamdani et Assilian [MAM.74] sur l'exemple d'une machine à vapeur expérimentale. Depuis l'épreuve de Mamdani, la commande floue a été largement exploitée dans plusieurs domaines comme la commande d'un échangeur de chaleur, régulation de vitesse d'un moteur, four à ciment.

I.2.2. Caractéristiques de la commande floue

Le but de la commande floue est de traiter les problèmes de commande de processus avec une approche différente de l'automatique classique. La spécificité de la commande floue réside dans les points suivants :

✚ La connaissance mathématique du fonctionnement du processus n'est pas nécessaire. C'est le savoir faire de l'opérateur qui est pris en compte.

✚ Des variables subjectives sont utilisables, il est possible de modéliser les sens humains.

L'intérêt de la commande floue apparaît clairement dans le cas de système mal connu ou difficile à décrire, de même manière lorsque les variables sont décrites de façon imprécise ou en langage naturel. L'avantage de la commande floue est résumé dans les points suivants :

- ✚ La commande est simple à réaliser, facilement adaptable aux conditions de fonctionnement. Dans la plupart du temps un petit nombre de règle suffit à décrire le système.
- ✚ La coordination de plusieurs objectifs est possible (système multivariable).
- ✚ Cette commande est reconnue comme étant robuste.

I.2.3. Description générale d'un contrôleur flou

En général, les contrôleurs flous sont utilisés dans les structures de commande des processus en boucle fermée (Fig. I.8).

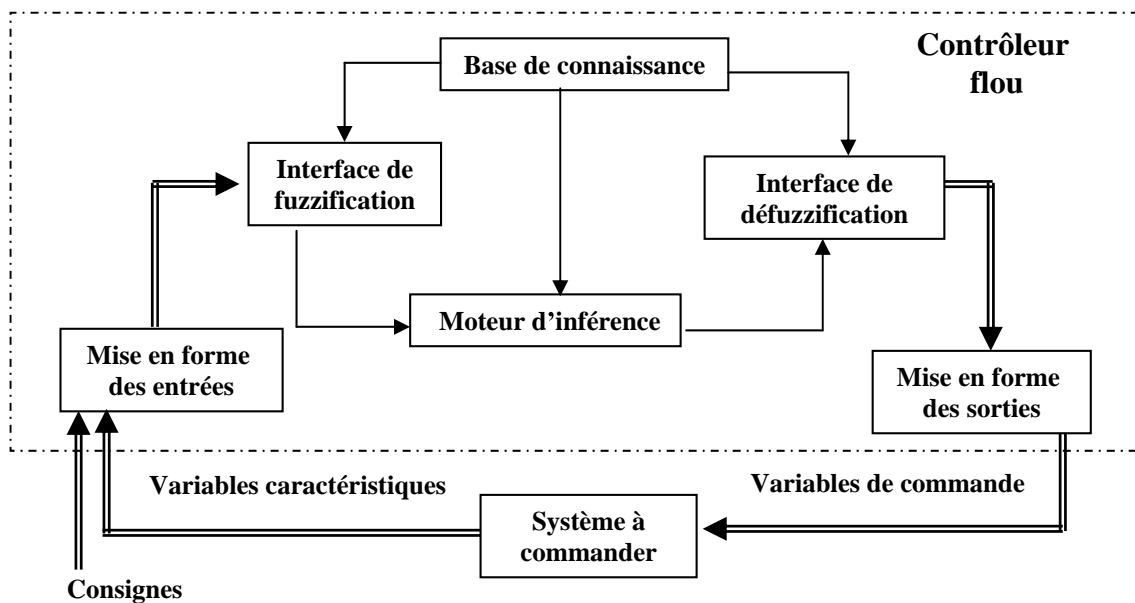


Fig. I.8 : Système de Commande Floue.

Les variables caractéristiques du système à commander et les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Ces variables caractéristiques sont, en général, les grandeurs de sortie du processus, et le cas échéant, d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du système. Les variables de sortie du contrôleur flou sont les commandes appliquées au processus.

La configuration de base du contrôleur flou comprend six parties [LEE.90a] [LEE.90b]:

I.2.3.1. Mise en forme des entrées

Cette première étape permet le traitement des variables d'entrée. Notamment, certaines grandeurs sont associées pour calculer des erreurs (différences entre les sorties et les consignes, ...) et les dérivées des erreurs. Très souvent, la dynamique des variables est normalisée sur l'univers de discours.

I.2.3.2. Interface de fuzzification

La fuzzification de la valeur précise d'une variable consiste à caractériser le degré avec lequel cette mesure appartient à un ensemble flou donné, c'est à dire le passage d'une grandeur précise à une variable floue ou variable linguistique (caractérisation numérique de l'imprécision). Deux modes de fuzzification sont possibles:

I.2.3.2.1. Fuzzification par singleton

Cette démarche est utilisée lorsque la valeur fournie par le capteur est supposée précise. La fuzzification par singleton d'une valeur $u_0 \in U$ est alors la partie floue numérique F_x dans U dont la fonction d'appartenance est définie par:

$$\begin{cases} \mu_{F_x}(u) = 1 & \text{si } u = u_0 \\ \mu_{F_x}(u) = 0 & \text{si } u \neq u_0 \end{cases} \quad (\text{I.15})$$

Cette stratégie est largement utilisée dans les applications de commande floue, car facile à implémenter.

I.2.3.2.2. Fuzzification non singleton

Dans cette démarche, on considère que le capteur peut engendrer une erreur de mesure ou être exposé à un bruit. La fonction d'appartenance de F_x dépend dans ce cas de l'erreur ou du bruit, par exemple, elle peut être définie par une fonction gaussienne:

$$\mu_{F_x}(u) = \exp\left(\frac{-(u - u_0)^T (u - u_0)}{\delta^2}\right) \quad (\text{I.16})$$

où δ est un paramètre caractérisant la forme de μ_{F_x} .

I.2.3.3. Base de connaissance

Ce bloc contient les règles de commande dont le nombre et l'expression dépendent, notamment, de la partition des univers de discours des variables d'entrée et de sortie. La partition de l'espace des entrées (variables des prémisses des règles) et de l'espace des sorties (variables de conclusion des règles), consiste à définir le nombre d'ensembles flous décrivant chaque variable, ainsi que leur répartition sur leurs univers de discours respectifs.

En général, les contrôleurs flous utilisent des règles de la forme:

Si x_1 est A_1 et x_2 est A_2 et...et x_n est A_n Alors u_1 est B_1 et u_2 est B_2 et...et u_m est B_m

où x_1, x_2, \dots, x_n sont les variables physiques caractéristiques du processus, u_1, u_2, \dots, u_m , sont les variables de commande du système et A_1, A_2, \dots, A_n , B_1, B_2, \dots, B_m sont des valeurs linguistiques.

I.2.3.4. Moteur d'inférence

L'inférence floue transforme un degré d'appartenance en un autre degré d'appartenance. L'implication et l'inférence floue sont associées pour définir l'ensemble flou caractérisant la commande.

Il existe plusieurs possibilités pour réaliser les opérateurs qui combinent les valeurs d'entrée et les valeurs de sortie, c'est ce qu'on appelle la méthode d'inférence. Les méthodes les plus utilisées sont:

- Méthode d'inférence MAX-MIN.
- Méthode d'inférence MAX-PROD.
- Méthode d'inférence SOMME-PROD.

I.2.3.4.1. Méthode d'inférence MAX-MIN

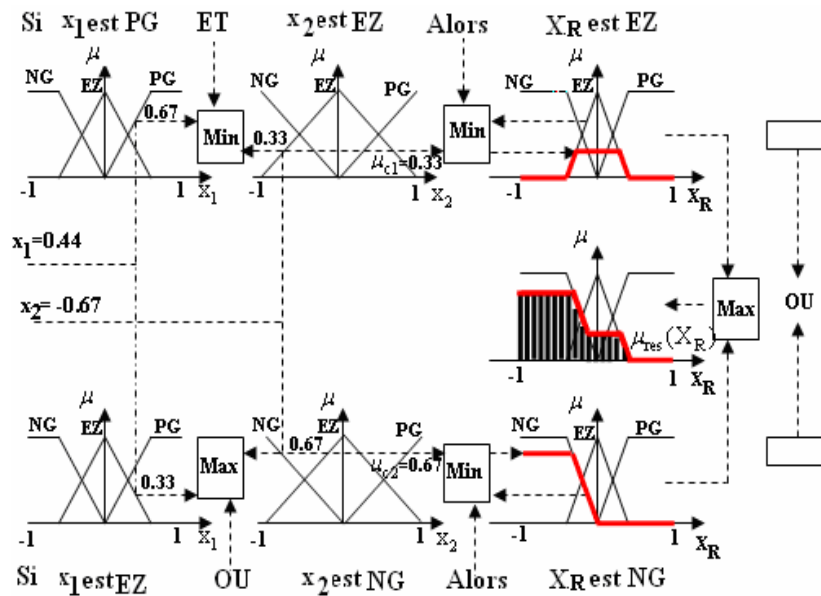


Fig. I.9 : Méthode d'inférence Max-Min.

Cette méthode, réalise au niveau de la condition, l'opérateur "OU" par la formation du **maximum** et l'opérateur "ET" par la formation du **minimum**. La conclusion dans chaque règle introduite par "ALORS", cette dernière qui lie le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de variable de sortie est réalisée par la formation du

minimum. En fin, l'opérateur "OU" qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du **maximum.**

Pour montrer la réalisation de cette méthode, on prend l'exemple suivant :

Supposons que $x_1 = 0.44$ et $x_2 = -0.67$ et que l'inférence est composée de deux règles suivantes:

Si (x_1 est PG ET x_2 est EZ), Alors X_R est EZ ou

Si (x_1 est EZ OU x_2 est NG), Alors X_R est NG

La figure (Fig. I.9) montre la réalisation de cet exemple par la méthode Max-Min.

I.2.3.4.2. Méthode d'inférence MAX-PROD

Cette méthode réalise en général, au niveau de la condition, l'opérateur "OU" par la formation du **maximum** et l'opérateur "ET" par la formation du **minimum.** Par contre, la conclusion dans chaque règle introduite par "ALORS", cette dernière est réalisée cette fois par la formation du **produit.** L'opérateur "OU" qui lie les différentes règles est réalisé de nouveau par la formation du **maximum.** La figure (Fig. I.10) montre la réalisation de l'exemple donnée dans Max-Min par la méthode Max-Prod.

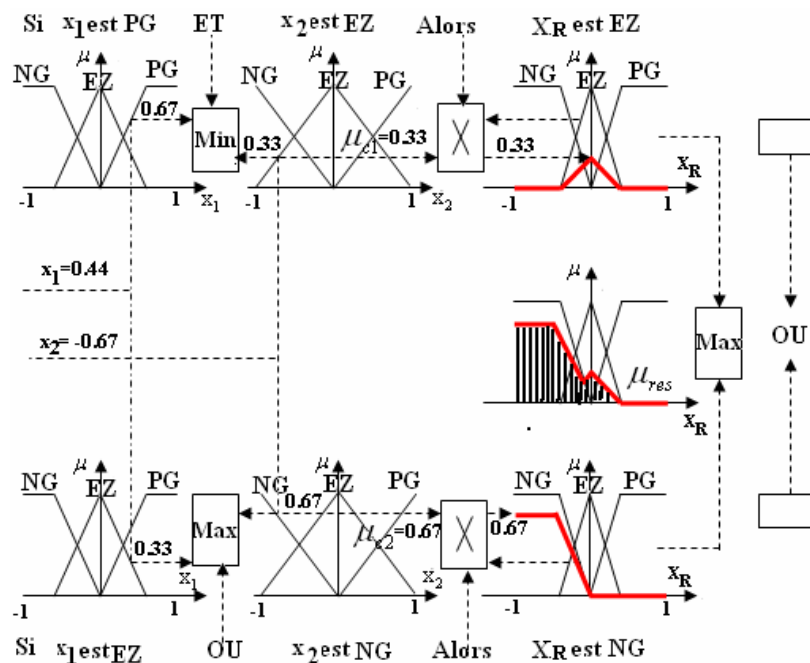


Fig. I.10 : Méthode d'inférence Max-Prod.

I.2.3.4.3. Méthode d'inférence SOMME-PROD

Cette méthode réalise en général, au niveau de la condition, l'opérateur "OU" par la formation de la **somme** et l'opérateur "ET" par la formation du **produit.** Par contre,

l'opérateur "Alors", qui lie le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie est réalisé cette fois par la formation du **produit**. L'opérateur "OU" qui lie les différentes règles est réalisé de nouveau par la formation de la **somme**. La figure (Fig.I.11) montre la réalisation de la méthode Somme-Prod. La figure (Fig. I.11) montre la réalisation de l'exemple donnée dans Max-Min par la méthode Somme-Prod

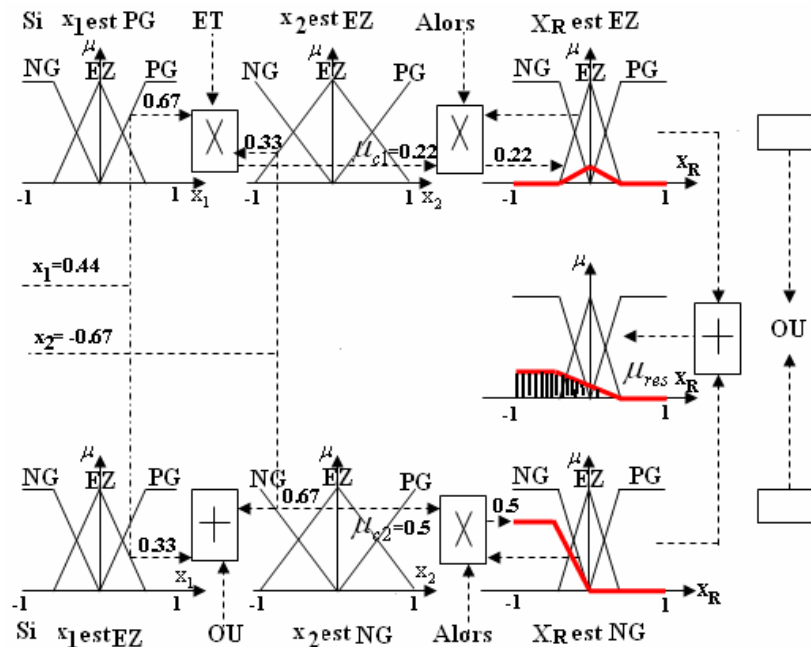


Fig. I.11 : Méthode d'inférence Somme-Prod.

I.2.3.5. Interface de défuzzification

Le résultat de l'agrégation est l'ensemble flou caractérisé par la fonction d'appartenance μ_{res} . En général, les actionneurs actuels ne s'accommodent pas de ce genre de décision et il convient de la transformer en une grandeur de commande précise: c'est l'étape de défuzzification. Plusieurs méthodes sont applicables:

- défuzzification par le centre de gravité.
- défuzzification le centre des aires.
- défuzzification par le centre des maximums.

I.2.3.5.1. Défuzzification par le centre de gravité

Elle consiste en la détermination du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante $\mu_{res}(X_R)$, par le calcul de l'abscisse X_R^* à l'aide de la relation générale suivante:

$$X_R^* = \frac{\int_{x_{R1}}^{x_{R2}} X_R \cdot \mu_{res}(X_R) dX_R}{\int_{x_{R1}}^{x_{R2}} \mu_{res}(X_R) dX_R} \quad (I.17)$$

Cette méthode procure de bons résultats mais nécessite des calculs longs et complexes. la figure (Fig. I.12) montre la réalisation de la défuzzification par la méthode de centre de gravité.

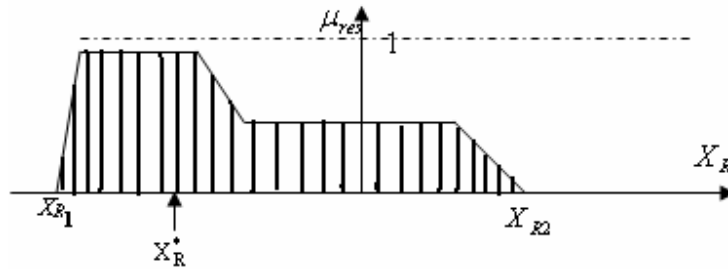


Fig. I.12 : Défuzzification par le centre de gravité.

I.2.3.5.2. Défuzzification par la valeur maximale

Dans cette méthode l'abscisse du centre de gravité X_R^* est celui qui correspond à la valeur maximale de la fonction d'appartenance résultante $\mu_{res}(X_R)$.

Trois cas peuvent se produire qui sont représentés dans la figure (Fig. I.13). Cette méthode simple, rapide et facile mais elle introduit des ambiguïtés et une discontinuité de la sortie.

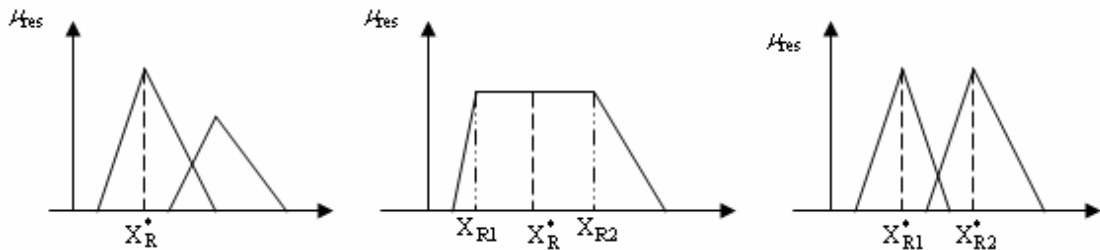


Fig. I.13 : Défuzzification par la valeur maximale

I.2.3.5.3. Défuzzification par la moyenne des valeurs maximales

Dans le cas où plusieurs ensembles auraient la même hauteur maximale, on réalise leur moyenne, cette méthode enlève les ambiguïtés de la méthode de la valeur maximum.

I.2.3.5.4. Défuzzification par la méthode de la somme pondérée

Son principe sera comme suit: on calcul individuellement les sorties relatives à chaque règle, et selon le principe de la moyenne des valeurs maximales, on réalise leur moyenne pondérée :

$$\mu_{res}(X_R) = [\mu_{R1}(X_R) + \mu_{R2}(X_R) + \dots + \mu_{Rm}(X_R)] / m \quad (I.18)$$

avec $\mu_{Ri}(X_R) = \mu_{ci} \mu_{oi}(X_R)$, où μ_{ci} est la valeur de vérité des prémisses de la règle Ri et $\mu_{oi}(X_R)$ est la fonction d'appartenance de la conclusion de la règle Ri, donc (I.18) devient

$$\mu_{res}(X_R) = (1/m) \sum_{i=1}^m \mu_{ci} \mu_{oi}(X_R) \quad (I.19)$$

Si on pose $S_i = \int_{x_{R1i}}^{x_{R2i}} \mu_{oi}(X_R) dX_R$, alors l'abscisse du centre de gravité de la surface S_i sera:

$$X_i^* = \frac{1}{S_i} \int_{x_{R1}}^{x_{R2}} X_R \cdot \mu_{oi}(X_R) dX_R \quad (I.20)$$

avec S_i est la surface de la fonction d'appartenance de $\mu_{oi}(X_R)$. On peut calculer S_i et X_i^* avec des relations géométriques très simples, lorsque $\mu_{oi}(X_R)$ est de la forme trapézoïdale ou triangulaire.

$$X_R^* = \frac{\sum_{i=1}^m \mu_{ci} \cdot X_i^* \cdot S_i}{\sum_{i=1}^m \mu_{ci} \cdot S_i} \quad (I.21)$$

I.2.3.6. Mise en forme des sorties

Ce sixième et dernier bloc du contrôleur flou permet de traiter chaque commande appliquée (u_a), afin de définir la dynamique des commandes (leur univers de discours, pour le raisonnement, est souvent normalisé entre [-1, +1]) et obtenir des effets particuliers (proportionnel, intégral, ...).

I.2.4. Différents types de modèles flous

Un modèle flou d'un système est une représentation de son comportement par les concepts de la théorie des ensembles flous. Cette représentation caractérise la relation entre les variables d'entrée et de sortie du système. Elle remplace le système d'équations ou la fonction analytique utilisée dans la modélisation classique.

Dans la théorie classique des systèmes, les modèles sont classés en modèles linéaires,

non linéaires, dynamiques, statiques...etc. Cette classification est faite selon la nature des équations définissant la relation entre les variables d'entrée et de sortie du système. En modélisation floue cette classification disparaît. D'un point de vue structurel, les modèles flous peuvent être classés en deux classes essentielles: les modèles linguistiques, ou modèles de Mamdani et les modèles à conséquence fonctionnelle, ou modèles de Takagi-Sugeno.

I.2.4.1. Modèles linguistiques

Ces modèles sont historiquement les premiers à avoir été proposés et sont assez simple à mettre en œuvre. Ces modèles permettent une description linguistique du système sous forme règles floues. Les prémisses et les conclusions des règles sont des propositions linguistiques floues [MAM.74].

L'avantage majeur de ces modèles est que les prémisses et les conclusions des règles sont de nature entièrement linguistique. Ceci les rend facilement compréhensibles, et donne une interprétation sémantique claire au modèle. En revanche, un grand nombre de règles est souvent nécessaire pour approcher le comportement global d'un système. Par conséquent, le nombre de paramètres à identifier est élevé [BAB.95]. Ce nombre exige une base d'informations importante et complète pour déterminer tous les paramètres. Ceci veut dire, un nombre de données d'identification important, mais aussi des données réparties sur la totalité des espaces d'entrée.

I.2.4.2. Modèles de Takagi-Sugeno

Les modèles linguistiques ne permettent pas d'intégrer directement des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure physique du système, par exemple, les équations de conservation d'énergie ou du bilan de masses ne peuvent pas être prises en compte directement. Takagi et Sugeno et ses collaborateurs [TAK.85] ont proposé une autre classe de modèles qui permet de représenter ce type d'informations. Les modèles de cette classe sont appelés "Modèles de Takagi-Sugeno (T-S)". Pour un système MISO à r entrées et une sortie, un modèle de (T-S) est constitué d'une base de règles de la forme:

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1^i \text{ et } x_2 \text{ est } A_2^i \text{ et } \dots \text{ et } x_r \text{ est } A_r^i \text{ Alors } y = f_i(x_1, x_2, \dots, x_r) \quad (\text{I.22})$$

où x_1, x_2, \dots, x_r sont les variables numériques d'entrée du modèle flou et f_i est une fonction numérique de $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r$ dans Y .

Dans ces modèles, les conclusions des règles sont des valeurs numériques calculées à partir des entrées par la formation du produit [TAK.85]. La valeur finale de la sortie résultante de

l'ensemble des règles est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions. Ces modèles sont actuellement les plus utilisés dans la conception des contrôleurs flous car ils présentent les avantages suivants :

- Ils permettent de décrire des situations où la structure physique du système est bien connue, par exemple, une fonction linéaire exprimant la relation entrée-sortie.
- Ils permettent d'approcher le comportement d'un système complexe par une collection de modèles locaux, généralement linéaires.
- Les modèles de (T-S) ont une capacité de représentation importante. Le nombre de règles nécessaires pour approcher un système à un certain degré de précision est généralement plus faible que dans le cas des modèles linguistiques [BAB.95].
- La relation (I.22) relie directement la variable de sortie aux variables d'entrées. Ceci permet une application relativement facile des techniques d'optimisation pour identifier les différents paramètres du modèle.
- La partie conclusion constante de (I.22) permet d'établir l'analyse de la stabilité en utilisant de quelques les méthodes du contrôle conventionnel.
- il a été démontré dans la littérature que les systèmes flous sont des approximateurs universels car ils sont capables d'approximer toute fonction non linéaire continue sur un ensemble compact avec une précision arbitraire définie [WAN.94].

Toutefois, l'inconvénient majeur de ces modèles réside dans la nature fonctionnelle des conclusions, c'est à dire les règles n'ont pas de signification sémantique claire comme dans le cas des modèles linguistiques

I.2.5. Approximation floue

Le choix de la méthode de fuzzification, la stratégie d'inférence et de la méthode de défuzzification permet d'établir différentes classes de systèmes flous. Lors de la conception des contrôleurs flous, qui sont à base de systèmes flous, ces classes seront prises en considération. Parmi ces classes, celle utilisant une fuzzification par singleton, une défuzzification par le centre de gravité, et le produit d'inférence, représentent toutes les fonctions: $f : U \subset R^n \longrightarrow R$ de la forme suivante [WAN.96]

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^k \bar{y} \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{i=1}^k \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (\text{I.23})$$

où $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in U$ et \bar{y} est un point dans R où $\mu_{G^l}(y)$ atteint sa valeur maximale.

Si les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x_i)$ sont fixées, et que les paramètres \bar{y}^l sont considérés comme des paramètres ajustables, alors (I.23) peut être réécrite sous la forme compacte suivante [WAN.96]:

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (I.24)$$

où $\theta = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^k)^T$ est un vecteur de paramètres ajustables et $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^k(x))^T$ est un vecteur des fonctions floues de base avec $\xi^l(x)$ définie par :

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^k \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (I.25)$$

Les contrôleurs adaptatifs flous basés sur la relation précédente seront relativement faciles à concevoir et à analyser, mais l'inconvénient d'utiliser cette forme réside dans le fait de ne pas pouvoir ajuster les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x)$ durant la procédure d'adaptation.

Pour cela on introduit une deuxième classe de systèmes flous définis par une fuzzification par singleton, défuzzification par centre de gravité et en utilisant le produit d'inférence et des fonctions d'appartenance gaussiennes.

Ce nouveau système est représenté par l'ensemble de toutes les fonctions $f : U \subset R^n \rightarrow R$ de la forme :

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}^i \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^i}{\delta_i^i} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{i=1}^M \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^i}{\delta_i^i} \right)^2 \right) \right]} \quad (I.26)$$

où les paramètres $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \delta_i^l > 0$ sont des paramètres réglables.

Ces systèmes flous sont utilisés comme étant des blocs de base pour la construction de contrôleurs adaptatifs flous car il à été prouvé que ces systèmes sont des approximateurs universels [WAN.94], c'est à dire qu'ils sont capables d'approximer toute fonction réelle continue g sur un ensemble compact U avec une précision arbitraire donnée.

I.3. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation de la logique floue et la commande floue. Dans la première partie de ce chapitre, nous avons donné les notions de base de la théorie des ensembles flous, les opérations sur les ensembles flous, les propriétés des ensembles flous et

le raisonnement de la logique floue.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté la structure générale des contrôleurs flous et les différentes méthodes utilisées dans ses parties de configuration de base. Ensuite, nous avons définie les deux classes de modèles flous. La première classe ou modèles de Mamdani sont des modèles dont la partie conclusion est purement linguistiques. La seconde classe ou modèles de Takagi-Sugeno sont caractérisé par une conclusion à structure fonctionnelle. A la fin, nous avons explicité le théorème de l'approximation floue universelle qui montre que les systèmes flous sont capables d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire avec une précision donnée.

Toutes les notions abordées dans ce chapitre seront exploitées dans les chapitres suivants lors de la conception de contrôleurs flous pour des systèmes non linéaires.

CHAPITRE II

COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE DE SYSTEMES NON LINEAIRES SISO

COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE DE SYSTEMES NON LINEAIRES SISO

II.1. Introduction

Lorsque les systèmes flous développés précédemment sont utilisés comme régulateurs on parle alors de régulateurs flous. Ces régulateurs sont largement utilisés dans l'industrie. La commande floue possède des avantages indéniables. Dans le cas d'un modèle mathématique du système difficile à obtenir, il est très pratique d'utiliser les informations que l'on peut obtenir facilement (mesures numériques des variables utiles, description linguistiques du système par les experts humains). Par définition le système flou peut prendre en compte deux types de données symbolique et numérique.

La commande floue est aussi simple à comprendre car elle reprend le langage humain dans ses définitions de règles. Ce type de commande reste simple à mettre en oeuvre avec les ordinateurs et calculateurs dont nous disposons de nos jours ce qui contribue à en faire une approche très bon marché pour les entreprises.

Plusieurs techniques sont utilisées pour commander les systèmes non linéaires, on cite la technique de linéarisation entrée-sortie. Cette technique consiste à trouver une relation linéaire entre l'entrée et la sortie du système en utilisant le retour d'état et changement de variables d'état. Pour éliminer les non linéarités, une connaissance du modèle du système est exigée. Quand aucun modèle mathématique n'est disponible, mais on dispose en contre partie de descriptions linguistiques, concernant le fonctionnement de ces systèmes, fournies par opérateurs humains qualifiés, cela ne permet d'utiliser des contrôleurs flous.

Les contrôleurs flous ont la faculté d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire [WAN.94]. Mais l'obtention de ces contrôleurs n'était pas toujours évidente à cause de la variation des paramètres. Pour résoudre ce problème, la commande adaptative a été intégrée dans le contrôleur flou pour construire un contrôleur adaptatif flou qui apparait dans les années 90.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les concepts de base liés à la commande adaptative floue où une loi de commande adaptative floue linéarisante pour une classe de

systèmes non linéaires continus SISO capable d'assurer la stabilité est proposé pour le problème de suivie de trajectoire. On abordera la technique de Linéarisation entrée-sortie et son application pour déterminer un modèle inverse du processus. Par la suite, l'exemple du pendule inversé est mis en oeuvre pour montrer les avantages et limites de cette commande adaptative floue.

II.2. Commande adaptative

II.2.1. Définitions

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performances, quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit variant dans le temps.

II.2.2. Pourquoi la commande adaptative

Dans de nombreuses situations, les systèmes de commande classique sont basés sur les modèles à paramètres fixes, car ils ne peuvent prendre en charge les variations lentes ou rapides de la dynamique des systèmes, d'où la nécessité d'introduire la notion de systèmes de commande adaptative afin d'assurer les performances désirées. Pour cela, les paramètres du régulateur (contrôleur) sont ajustés automatiquement sur la base des informations recueillies du système.

II.2.3. Objectif de la commande adaptative

L'adaptation est souhaitable pour deux raisons principales:

- L'affinement au cours du temps du réglage initial du système de commande
- La prise en compte des variations des paramètres du système à commander.

II.3. Commande adaptative floue

Le plus souvent, les régulateurs flous sont utilisés dans des systèmes qui possèdent des variations inconnues intrinsèques. L'objectif est donc de conserver de bonnes performances du système complet en adaptant le régulateur en fonction des variations du système.

La commande adaptative floue se compose donc d'un régulateur flou adaptatif (soit unique, soit choisi parmi un groupe de régulateur en fonction de ses performances). La chose la plus importante qui différencie un régulateur adaptatif flou d'un régulateur adaptatif conventionnel

est que le premier peut prendre en compte des informations linguistiques. Ceci qui est très important lorsque le système possède des incertitudes que l'opérateur humain a appris à anticiper.

II.3.1. Commande adaptative floue directe et indirecte

Les régulateurs adaptatifs flous sont classés en deux catégories [NAR.90] :

II.3.1.1. Commande adaptative floue directe

La loi de commande est directement approximée par un ou plusieurs systèmes adaptatifs flous. La structure de cette commande est montrée sur la figure (Fig. II.1).

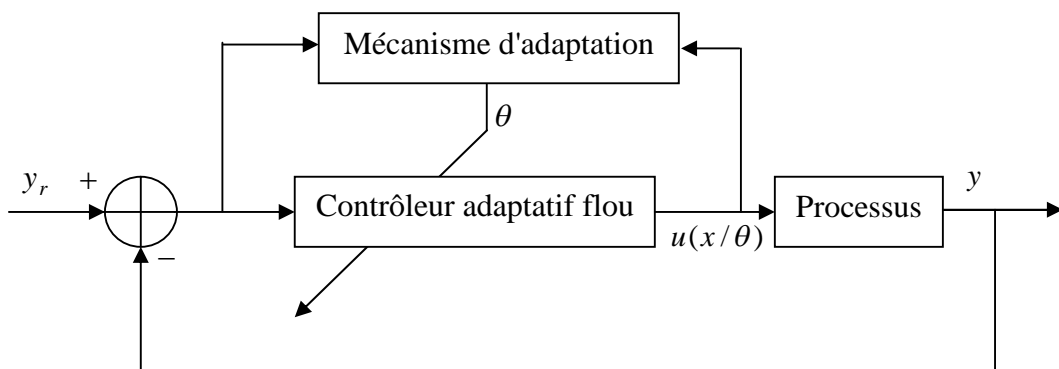


Fig. II.1 : Commande adaptative floue directe.

II.3.1.2. Commande adaptative floue indirecte

Dans cette méthode on approxime d'abord le modèle du processus par des systèmes adaptatifs flous puis on synthétise la loi de commande à partir du modèle approximé. La figure (Fig. II.2) montre la structure de la commande adaptative floue indirecte.

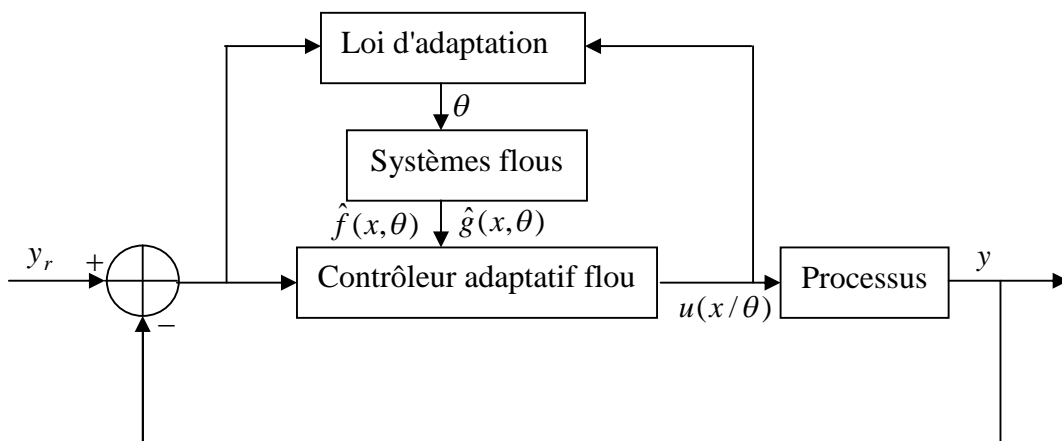


Fig. II.2 : Commande adaptative floue indirecte.

II.3.2. Méthodes d'obtention des lois d'adaptation

Parmi les méthodes utilisées pour la détermination des lois d'adaptation, on cite la méthode de Lyapunov et l'approche de descente du gradient.

II.3.2.1. Méthodes de Lyapunov

La méthode de Lyapunov [IOA.96] permet d'étudier la stabilité des systèmes complexes qui sont décrits par des systèmes différentiels. La stabilité d'un système est la capacité de ce dernier à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il en est ponctuellement écarté. Il existe deux méthodes pour démontrer la stabilité du système, directe et indirecte

II.3.2.1.1. Méthode directe de Lyapunov

L'étude de la stabilité des systèmes différentiels $\dot{x} = f(x,t)$ est énoncée par le théorème suivant.

Théorème [IOA.96] :

Soit $V(x,t)$ une fonction candidate de Lyapunov qui satisfait les conditions suivantes:

- a) $\forall x \neq 0, V(x) > 0, V(0,t) = 0$ et $V(x)$ est de classe C^1 .
- b) quand $\|x\| \rightarrow \infty$, alors $V(x) \rightarrow \infty$, fonctions indéfiniment croissantes.

On définit la dérivée de la fonction de Lyapunov par :

$$\dot{V}(x,t) = \frac{\partial V}{\partial t}(x,t) + \left[\frac{\partial V}{\partial x}(x,t) \right]^T f(x,t) \quad (\text{II.1})$$

où $\left[\frac{\partial V}{\partial x}(x,t) \right]$ est le gradient de $V(x,t)/x = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x_1}(x,t) \\ \vdots \\ \frac{\partial V}{\partial x_n}(x,t) \end{pmatrix}$.

Si $\dot{V}(x) < 0$, alors le système est asymptotiquement stable.

II.3.2.1.2. Méthode indirecte de Lyapunov

- Application à l'automatique dans le cas d'un système libre

Soit le système décrit par la représentation d'état suivante:

$$\dot{x} = Ax(t) \quad (\text{II.2})$$

Il s'agit d'un système libre (pas de commande sur ce système la matrice B est nulle), on

considère une fonction de Lyapunov quadratique $V(x) = x^T P x$, alors

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T A^T P x + x^T P A x = x^T (A^T P + P A) x \quad (\text{II.3})$$

Théorème [IOA.96] :

Une condition nécessaire et satisfaisante pour que un système $\dot{x} = Ax(t)$ soit asymptotiquement stable (ou les valeurs propres de A sont à parties réelles négatives) est que $\forall Q = Q^T > 0$, il existe une matrice symétrique et définie positive P , solution unique de l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + P A + Q = 0 \quad (\text{II.4})$$

- Application à l'automatique dans le cas général

Soit le système décrit par la représentation d'état suivante:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{II.5})$$

On considère une fonction candidate de Lyapunov quadratique $V(X) = x^T P x$, alors

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = (x^T A^T + u^T B^T) P x + x^T P (A x + B u) \\ &= x^T (A^T P + P A) x + u^T B^T P x + x^T P B u \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

Soi la loi $u(t) = -R^{-1} B^T P x(t)$ qui stabilise le système par retour d'état et minimise le critère

$J = \int_0^\infty x^T Q x + u^T R u dt$, par le Hamiltonien, alors

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x^T (A^T P + P A) x + x^T P^T B R^{-1} B^T P x + x^T P B R^{-1} B^T P x \\ &= x^T (A^T P + P A - (P^T B R^{-1} + P B R^{-1}) B^T P) x \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

$$P^T = P \text{ alors } \dot{V}(x) = x^T (A^T P + P A - 2 P B R^{-1} B^T P) x \quad (\text{II.8})$$

Théorème [IOA.96]

Une condition nécessaire et satisfaisante pour que un système $\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$ soit asymptotiquement stable est que $\forall Q = Q^T > 0$ et $R > 0$, il existe solution unique P de l'équation de Riccati, symétrique et définie positive

$$A^T P + P A - 2 P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (\text{II.9})$$

Remarque :

Une autre forme de l'équation de Riccati est comme suit :

$$A^T P + PA - 2PB\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2\rho^2}\right)B^T P + Q = 0 \quad (\text{II.10})$$

avec $Q = Q^T > 0$ et $\frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2} \geq 0$, où r est une constante positive et ρ représente un niveau d'atténuation donné. Cette équation est utilisée généralement dans la robustification par H^∞ .

II.3.2.2. Méthode de descente du gradient [IOA.96]

La méthode de descente de gradient a été utilisée pour la première fois par Whitaker dans son travail original, L'application de cette approche pour l'adaptation revient à utiliser la règle de MIT.

Règle de MIT

Soit « e » l'erreur entre y_m et y ($e = y_m - y$) et « θ » le vecteur des paramètres à ajuster. Un critère à minimiser est proposé comme suit :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (\text{II.11})$$

Par conséquent, pour que J soit petit il est raisonnable de changer les paramètres dans le sens négatif du gradient de J .

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} \\ \frac{d\theta}{dt} &= -\gamma \cdot e \cdot \frac{\partial e}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

$\frac{\partial e}{\partial \theta}$ représente la sensibilité du système, γ détermine la vitesse d'adaptation des paramètres.

Le schéma de la figure suivante représente le modèle d'erreur.

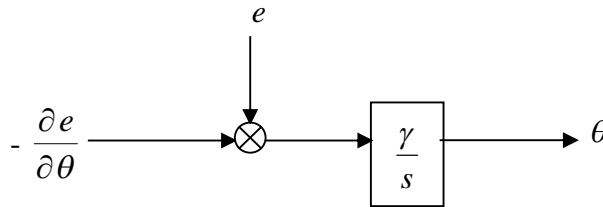


Fig. II.3 : Modèle d'erreur

Le choix du critère est arbitraire, si on pose

$$J = |e| \text{ alors } \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta} \text{sign}(e) \quad (\text{II.13})$$

La règle de MIT est performante si le gain d'adaptation γ est petit, mais sa valeur peut

dépendre de l'amplitude du signal de référence. Par conséquent, il n'est pas possible de donner à γ des bornes fixes qui assurent la stabilité globale du système. Ceci montre que la règle de MIT alors peut déstabiliser le système en boucle fermée. Il est possible d'obtenir des procédures modifiées du gradient dans lesquelles le taux d'ajustement ne dépend pas de l'amplitude du signal de commande, une possibilité est de faire une normalisation est de remplacer la règle de MIT par :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{e \cdot \frac{\partial e}{\partial \theta}}{\alpha + \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)^T \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)} \quad (\text{II.14})$$

Le paramètre $\alpha > 0$ a été introduit pour éviter une division possible par zéro. On peut aussi introduire une saturation pour garantir que le taux d'ajustement des paramètres soit toujours au dessous de la limite donnée, donc la règle d'ajustement (II.14) est devenir comme suit:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \text{Sat} \left[\frac{e \cdot \frac{\partial e}{\partial \theta}}{\alpha + \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)^T \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)}, \beta \right] \quad (\text{II.15})$$

$$\text{où } \text{Sat} (x, \beta) = \begin{cases} -\beta & x < -\beta \\ x & |x| \leq \beta \\ \beta & x > \beta \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

La méthode du gradient est basée sur la supposition que les paramètres θ changent plus lentement que les autres variables dans le système. Cette supposition, est essentielle pour le calcul des dérivées de la sensibilité qui sont nécessaires pour le mécanisme d'ajustement. En fait, l'approche du gradient ne donne pas nécessairement un système stable en boucle fermée, ce qui nous incite d'appliquer la théorie de la stabilité pour modifier le mécanisme d'ajustement.

II.4. Conception du contrôleur adaptatif flou indirect

Dans cette section, nous citons d'abord les objectifs de la commande, ensuite nous montrons d'une manière constructive la procédure pour développer un contrôleur adaptatif flou afin d'attendre ces objectifs.

Soit le système non linéaire d'ordre n , d'écrit par l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots \\ \dot{x}_n = f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

où d'une manière équivalente

$$\begin{cases} \dot{x}_1^{(n)} = f(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_1^{(n-1)}) + g(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_1^{(n-1)})u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

où f et g sont des fonctions continues inconnues, $u \in R$ et $y \in R$ sont l'entrée et la sortie du système, respectivement, et $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x_1, \dot{x}_1, \dots, x_1^{(n-1)})^T \in R^n$ est le vecteur d'état du système supposé mesurable.

II.4.1. Commandabilité du système

On suppose, pour la commandabilité du système, que $\forall x \in U_c \subset R^n$, $g(x) \neq 0$ et par commodité on prendra $g(x) > 0$, $\forall x \in U_c$ (région certaine de contrôlabilité). Dans la littérature du contrôle non linéaire [ISI.89], [SOL.91], ces systèmes ont la forme normale et possède un degré relatif égal n à la dimension du système (n).

II.4.2. Objectif de la commande

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre un signal de référence borné donné $y_m(t)$, sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés. Plus spécifiquement, on doit déterminer une commande floue en boucle fermée $u = u(x/\theta)$ et une loi d'adaptation du vecteur des paramètres θ telle que:

i) le système en boucle fermée doit être globalement stable dans le sens que toutes les variables, $x(t)$, $\theta(t)$ et $u(x/\theta)$ doivent être bornées uniformément, c'est à dire $|x(t)| \leq M_x < \infty$, $|\theta(t)| \leq M_\theta < \infty$ et $|u(x/\theta)| \leq M_u < \infty$ pour $t \geq 0$, où M_x, M_θ et M_u sont des paramètres de conception spécifiés par le concepteur.

ii) l'erreur de poursuite $e_1 = y_m - y$ devrait être aussi petite que possible sous les contraintes dans (i).

Soit $e = (e_1, \dot{e}_1, \dots, e_1^{(n-1)})^T$ le vecteur d'erreur et $k = (k_n, \dots, k_1) \in R^n$ tels que toutes les racines du polynôme caractéristique $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ sont dans le demi-plan gauche.

Si les fonctions f et g sont connues, alors la loi de commande s'exprime par :

$$u_c = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^{(n)} + k^T e \right] \quad (\text{II.19})$$

En remplaçant (II.19) dans (II.18), on obtient:

$$e_1^{(n)} + k_1 e_1^{(n-1)} + \dots + k_n e_1 = 0 \quad (\text{II.20})$$

donc $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ (Objectif principal de la commande).

II.4.3. Description du système flou utilisé

La base des règles pour chaque systèmes flou $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$ consiste en $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ règles obtenues en combinant toutes leurs fonctions d'appartenance $F_i^{l_i}$ pour $i = 1, 2, \dots, n$. Spécifiquement, la base des règles floues, est construite par les règles suivantes :

$$R_f^{(l_1, \dots, l_n)} : \text{Si } x_1 \text{ est } F_1^{l_1} \text{ et...et } x_n \text{ est } F_n^{l_n} \quad \text{Alors } \hat{f}(x/\theta_f) \text{ est } G^{(l_1, \dots, l_n)} \quad (\text{II.21})$$

$$R_g^{(l_1, \dots, l_n)} : \text{Si } x_1 \text{ est } F_1^{l_1} \text{ et...et } x_n \text{ est } F_n^{l_n} \quad \text{Alors } \hat{g}(x/\theta_g) \text{ est } H^{(l_1, \dots, l_n)} \quad (\text{II.22})$$

où $G^{(l_1, \dots, l_n)}$ et $H^{(l_1, \dots, l_n)}$ sont des ensembles flous dans \mathfrak{R} avec $l_i = 1, 2, \dots, m_i, i = 1, 2, \dots, n$.

II.4.4. Régulateur équivalent

Puisque les fonctions f et g sont supposées inconnues, alors on le remplace par les systèmes flous $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$ du type (I.24) donnés comme suit

$$\hat{f}(x/\theta_f) = \theta_f^T \zeta(x) \quad (\text{II.23})$$

$$\hat{g}(x/\theta_g) = \theta_g^T \zeta(x) \quad (\text{II.24})$$

et la loi de commande devient alors:

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(x/\theta_g)} \left[-\hat{f}(x/\theta_f) + y_m^{(n)} + k^T e \right] \quad (\text{II.25})$$

En remplaçant u_c (II.25) dans (II.18), on obtient:

$$\begin{aligned} e_1^{(n)} &= y_m^{(n)} - f(x) - \frac{\hat{g}(x/\theta_g) - g(x)}{\hat{g}(x/\theta_g)} \cdot (-\hat{f}(x/\theta_f) + k^T e + y_m^{(n)}) \\ &\quad + \hat{f}(x/\theta_f) - k^T e - y_m^{(n)} \\ &= -k^T e + \left[\hat{f}(x/\theta_f) - f(x) \right] + \left[\hat{g}(x/\theta_g) - g(x) \right] u_c \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

ou de façon équivalente on peut écrire

$$\dot{e} = A_c e + b_c \left[(\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c \right] \quad (\text{II.27})$$

$$\text{où } A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & -k_1 \end{bmatrix} \quad \text{et } b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

On voit que A_c est une matrice stable ($|sI - A_c| = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$), alors il existe une matrice symétrique et définie positive $P(n \times n)$ unique, satisfait l'équation de Lyapunov

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (\text{II.28})$$

où $Q(n \times n)$ est une matrice arbitraire définie positive.

Soit l'équation de Lyapunov suivante:

$$V_e = \frac{1}{2} e^T P e \quad (\text{II.29})$$

D'après (II.27) et (II.28), La dérivée \dot{V}_e s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c [(\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c] \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Pour que $x_i = y_m^{(i-1)} - e^{(i-1)}$ soit borné, nous exigeons que V_e soit bornée, ce qui signifie que $\dot{V}_e \leq 0$ lorsque $V_e > \tilde{V}$, Cependant, de (II.30) on constate qu'il est très difficile de concevoir u_c tel que le dernier terme de (II.30) soit inférieur à zéro.

II.4.5. Commande de supervision

Pour résoudre le problème de construction de la loi de commande, un autre terme de commande u_s est ajouté à la commande u_c , alors la loi de commande globale est donné par

$$u = u_c + u_s \quad (\text{II.31})$$

Le but du terme additionnel u_s est de forcer $\dot{V}_e \leq 0$ quand $V_e \geq \tilde{V}$ et en reprenant le calcul, on obtient:

$$\dot{e} = A_c e + b_c [(\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c - g(x)u_s] \quad (\text{II.32})$$

En utilisant (II.32) et (II.28), \dot{V}_e devient:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -\frac{1}{2}e^T Qe + e^T P b_c \cdot [(\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - \hat{g}(x))u_c - g(x)u_s] \\ &\leq -\frac{1}{2}e^T Qe + |e^T P b_c| \cdot [(|\hat{f}(x/\theta_f)| + |f(x)|) + |\hat{g}(x/\theta_g)u_c| + |\hat{g}(x)u_c|] - e^T P b_c g(x)u_s \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

Afin de concevoir u_s tel que le dernier terme de (II.33) soit non positif, on a besoin de savoir de connaître les bornes des fonctions f et g .

Supposition [WAN.96]

On suppose qu'il existe des fonctions $f^U(x)$, $g^U(x)$ et $g_L(x)$ tels que $\forall x \in U_c$, $|f(x)| \leq f^U(x) < \infty$ et $0 < g_L(x) \leq g(x) \leq g^U(x) < \infty$.

En se basant sur (II.31), le terme u_s est choisi comme suit:

$$u_s = I_1^* \operatorname{sgn}(e^T P b_c) \cdot \frac{1}{g_L(x)} [|\hat{f}(x/\theta_f)| + f^U(x) + |\hat{g}(x/\theta_g)u_c| + |g^U(x)u_c|] \quad (\text{II.34})$$

où $I_1^* = 1$ si $V_e > \tilde{V}$, sinon $I_1^* = 0$ si $V_e \leq \tilde{V}$ et $\operatorname{sgn}(y) = 1(-1)$ si $y \geq 0(\leq 0)$. En substituant (II.34) dans (II.33) et en considérant le cas $V_e > \tilde{V}$ ($I_1^* = 1$), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &\leq -\frac{1}{2}e^T Qe + |e^T P b_c| \cdot [|\hat{f}| + |f| + |\hat{g}u_c| + |gu_c| - \frac{g}{g_L} (|\hat{f}| + f^U + |\hat{g}u_c| + |g^U u_c|)] \\ &\leq -\frac{1}{2}e^T Qe \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Finalement, en utilisant la commande (II.31) avec u_c donné par (II.25) et u_s donné par (II.34), on peut garantir que $V_e \leq \tilde{V} < \infty$. Du moment que P est définie positive, V_e est borné, alors l'erreur e est borné qui à son tour implique que l'état x est borné.

II.4.6. Loïs d'adaptation des paramètres du régulateur flou

Après la détermination de la loi de commande, il reste à développer les lois d'adaptation des paramètres. En premier lieu, on définit les relations suivantes:

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} [\sup_{X \in U_c} |\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)|] \quad (\text{II.36})$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} [\sup_{X \in U_c} |\hat{g}(x/\theta_g) - g(x)|] \quad (\text{II.37})$$

où Ω_f et Ω_g sont les ensembles de contraintes pour θ_f et θ_g respectivement, définis tels que:

$$\Omega_f = \{\theta_f : |\theta_f| \leq M_f, \sigma_i^l \geq \sigma\} \quad (\text{II.38})$$

Pour Ω_g , en plus des contraintes similaires à (II.38), on a besoin également que $\hat{g}(x/\theta_g)$ soit

être positive ($g(x)$ est supposé positive). On a

$$\Omega_g = \{ \theta_g : 0 < \varepsilon < |\theta_g| \leq M_g, \sigma_i^l \geq \sigma \} \quad (\text{II.39})$$

où M_f, M_g, ε et σ sont des constantes positives indiquées par le concepteur . Si on utilise le système flou (I.24), la contrainte $\sigma_i^l \geq \sigma$ est ignorée.

On définit l'erreur d'approximation minimale par

$$w = \{ (\hat{f}(x/\theta_f^*) - f(x)) + (\hat{g}(x/\theta_g^*) - g(x))u_c \} \quad (\text{II.40})$$

On peut alors l'équation dynamique de l'erreur (II.32) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{e} = A_c e - b_c g(x)u_s + b_c [(\hat{f}(x/\theta_f) - \hat{f}(x/\theta_f^*)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - \hat{g}(x/\theta_g^*))u_c + w] \quad (\text{II.41})$$

En remplaçant les fonctions \hat{f} et \hat{g} par (II.23) et (II.24) respectivement, on peut écrire:

$$\dot{e} = A_c e - b_c g(x)u_s + b_c w + b_c [\phi_f^T \zeta(x) + \phi_g^T \zeta(x)u_c] \quad (\text{II.42})$$

où $\phi_f = \theta_f - \theta_f^*, \phi_g = \theta_g - \theta_g^*$, et $\zeta(x)$ est le vecteur des fonctions floues de base (I.25).

Soit la fonction candidate de Lyapunov V définie par:

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2\gamma_2} \phi_g^T \phi_g \quad (\text{II.43})$$

avec γ_1 et γ_2 sont des constantes positives, sachant que $\dot{\phi}_f = \dot{\theta}_f, \dot{\phi}_g = \dot{\theta}_g$ et (II.26), on a

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} e^T Q e - g(x) e^T P b_c u_s + e^T P b_c w + \\ & \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T [\dot{\theta}_f + \gamma_1 e^T P b_c \zeta(x)] + \frac{1}{\gamma_2} \phi_g^T [\dot{\theta}_g + \gamma_2 e^T P b_c \zeta(x)u_c] \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

A partir (II.34) et $g(x) > 0$ on a $g(x) e^T P b_c u_s \geq 0$, et si on choisit les lois d'adaptation suivantes:

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_1 e^T P b_c \zeta(x) \quad (\text{II.45})$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 e^T P b_c \zeta(x)u_c \quad (\text{II.46})$$

alors (II.42) devient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c w \quad (\text{II.47})$$

Le terme $e^T P b_c w$ est de l'ordre de l'erreur minimale d'approximation, alors on a $\dot{V} \leq 0$. Le schéma synoptique de la commande adaptative floue est donné par la figure (II.4).

Le problème final est de concevoir θ_f et θ_g dans les ensembles Ω_f (II.38) et Ω_g (II.39), respectivement. Si on garde $\theta_f \in \Omega_f$ et $\theta_g \in \Omega_g$, alors u_c (II.25) et u_s (II.34) seront bornées,

parce que dans ce cas \hat{f} est borné, $\hat{g} > 0$ et e est borné grâce à la commande de supervision.

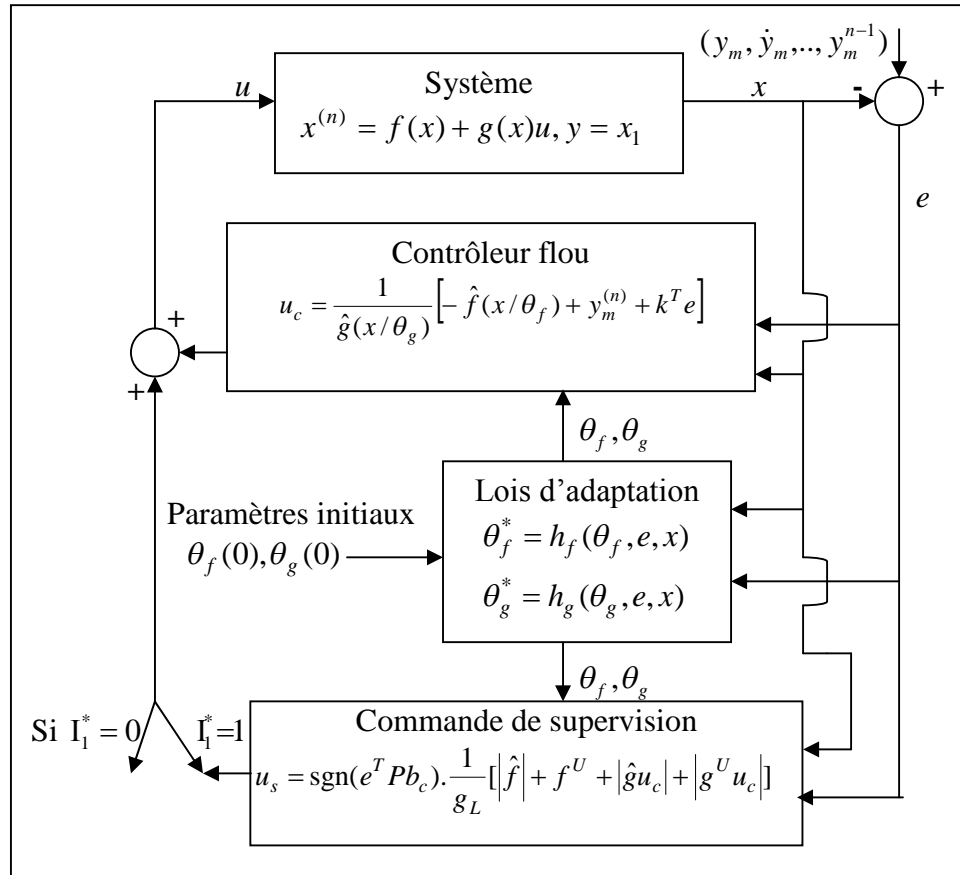


Fig. II.4 : Schéma de synthèse de la commande adaptative floue indirecte.

Pour s'assurer que θ_f et θ_g sont dans ses ensembles Ω_f (II.38) et Ω_g (II.39), on utilise l'algorithme de la projection [GOO.87]:

II.4.7. Modification des lois d'adaptation

Si les vecteurs des paramètres θ_f et θ_g sont inclus dans les ensembles de contraintes ou s'ils sont sur les limites de ces ensembles mais en mouvement vers leurs intérieurs, alors on utilise les lois d'adaptation simples (II.45) et (II.46). Autrement, c'est à dire, si les vecteurs de paramètres sont sur les limites des ensembles de contraintes mais en mouvement vers leurs extérieurs, alors on utilise l'algorithme de la projection pour modifier les lois d'adaptation (II.45) et (II.46) tels que les vecteurs de paramètres restent à l'intérieur des ensembles de contraintes. D'après l'algorithme de la projection de paramètres [GOO.87], les lois d'adaptation deviennent comme suit:

- La loi d'adaptation du vecteur de paramètres θ_f est donnée par :

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) & \text{Si } (|\theta_f| < M_f) \text{ ou } (|\theta_f| = M_f \text{ et } e^T P b_c \theta_f^T \xi(x) \geq 0) \\ P\{-\gamma_1 e^T P b_c \xi(x)\} & \text{Si } (|\theta_f| = M_f \text{ et } e^T P b_c \theta_f^T \xi(x) < 0) \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

où l'opérateur de projection $P\{*\}$ est défini comme suit :

$$P\{-\gamma_1 e^T P b_c \xi(x)\} = -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) + \gamma_1 e^T P b_c \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(x)}{|\theta_f|^2} \quad (\text{II.49})$$

- La loi d'adaptation du vecteur de paramètres θ_g est donnée par :

Si un élément θ_{gi} de θ_g est égal à ε , en utilisant

$$\dot{\theta}_{gi} = \begin{cases} -\gamma_2 e^T P b_c \xi_i(x) u_c & \text{Si } e^T P b_c \xi_i(x) u_c < 0 \\ 0 & \text{Si } e^T P b_c \xi_i(x) u_c \geq 0 \end{cases} \quad (\text{II.50})$$

où $\xi_i(x)$ est le $i^{\text{ème}}$ composant de $\xi(x)$.

Sinon, en utilisant

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} -\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c & \text{Si } (|\theta_g| < M_g) \text{ ou } (|\theta_g| = M_g \text{ et } e^T P b_c \theta_g^T \xi(x) u_c \geq 0) \\ P\{-\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c\} & \text{Si } (|\theta_g| = M_g \text{ et } e^T P b_c \theta_g^T \xi(x) u_c < 0) \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

où l'opérateur de projection $P\{*\}$ est définie comme suit:

$$P\{-\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c\} = -\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c + \gamma_2 e^T P b_c \frac{\theta_g \theta_g^T \xi(x) u_c}{|\theta_g|^2} \quad (\text{II.52})$$

II.4.8. Propriétés du contrôleur adaptatif flou

Le théorème suivant montre les propriétés de ce contrôleur flou adaptatif.

Théorème [WAN.96]

soit le système (II.17) avec la commande (II.31), où u_c , u_s , $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$ sont donnés par (II.25), (II.34), (II.23) et (II.24), respectivement. Les vecteurs de paramètres θ_f et θ_g sont ajustés par les lois d'adaptation (II.48) - (II.52), et soit la supposition est vérifiée, alors, la commande globale du système garantie les propriétés suivantes:

$$\text{i) } |\theta_f(t)| \leq M_f, \quad |\theta_g(t)| \leq M_g, \quad \text{tous les éléments de } \theta_g \geq \varepsilon, \quad |x(t)| \leq |y_m| + \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{1/2} \quad (\text{II.53})$$

et

$$|u(t)| \leq \frac{1}{\varepsilon} (M_f + |y_m^n| + |k| \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{1/2}) + \frac{1}{g_L(x)} \left[\begin{array}{l} M_f + |f^U(x)| + \frac{1}{\varepsilon} (M_g + g^U) \\ \times (M_f + |y_m^n| + |k| \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{1/2}) \end{array} \right] \quad (\text{II.54})$$

pour tous $t \geq 0$, où λ_{\min} est la valeur propre minimale de P, et $Y_m = (y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{n-1})^T$.

$$\text{ii) } \int_0^t |e(\tau)|^2 d\tau \leq a + b \int_0^t |w(\tau)|^2 d\tau \quad (\text{II.55})$$

pour tous $t \geq 0$, où a et b sont des constantes, et w l'erreur approximative minimale définie par (II.40).

iii) Si $w \in L_2$, c'est à dire, $\int_0^\infty |w(t)|^2 dt < \infty$, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$.

Preuve du théorème :

i)

- Pour prouver que $|\theta_f| \leq M_f$, soit $V_f = \frac{1}{2} \theta_f^T \theta_f$, si la première ligne de (II.48) est vraie, nous avons soit $|\theta_f| \leq M_f$ ou $\dot{V}_f = -\gamma_1 e^T P b_c \theta_f^T \xi(x) \leq 0$ quand $|\theta_f| = M_f$, c'est-à-dire, que nous avons $|\theta_f| \leq M_f$. Si la deuxième ligne de (II.48) est vraie, nous avons

$$\dot{V}_f = -\gamma_1 e^T P b_c \theta_f^T \xi(X) + \gamma_1 e^T P b_c \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(X)}{|\theta_f|^2} = 0 \text{ et } |\theta_f| = M_f, \text{ c'est à dire. } |\theta_f| \leq M_f, \text{ donc}$$

nous avons $|\theta_f| \leq M_f, \forall t \geq 0$. De la même manière, on prouve que $|\theta_g| \leq M_g, \forall t \geq 0$.

- De (II.50), on voit que si $\theta_{g_i} = \varepsilon$ alors $\dot{\theta}_{g_i} \geq 0$ c'est à dire, nous avons $\theta_{g_i} \geq \varepsilon$ pour tous les éléments θ_{g_i} de θ_g .

- On a prouvé que $V_e \leq \tilde{V}$ dans la section (IV.4) et par conséquent $\frac{1}{2} \lambda_{\min} |e|^2 \leq \frac{1}{2} e^T P e \leq \tilde{V}$,

$$\text{donc } |e| \leq \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{1/2} \text{ et puisque } e = y_m - x, \text{ alors } |x| \leq |y_m| + |e| \leq |y_m| + \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{1/2} \quad (\text{II.53}).$$

- $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$ sont des moyennes pondérées des éléments de θ_f et θ_g , respectivement, donc $\hat{f}(x/\theta_f) \leq |\theta_f| \leq M_f$ et $\hat{g}(x/\theta_g) \geq \varepsilon$ (les éléments $\theta_{g_i} \geq \varepsilon$). Donc, de (II.25) on a :

$$|u_c| \leq \frac{1}{\varepsilon} \left(M_f + |y_m^{(n)}| + |k| \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{1/2} \right) \quad (\text{II.56})$$

et de (II.34) on a :

$$|u_s| \leq \frac{1}{|g_L(x)|} \left[M_f + |f^U(x)| + (M_g + |g^U(x)|) |u_c| \right] \quad (\text{II.57})$$

En combinant (II.56) et (II.57), on trouve (II.54).

ii) De (II.44) et (II.48)- (II.52), on a

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e - g(x) e^T P b_c u_s + e^T P b_c w \quad (\text{II.59})$$

De (II.34) et $g(x) > 0$, nous avons $g(x) e^T P b_c u_s \geq 0$, donc, (II.59) peut être simplifié a

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c w \\ &\leq -\frac{\lambda_{Q_{\min}} - 1}{2} |e|^2 - \frac{1}{2} \times \left[|e|^2 - 2e^T P b_c w + |P b_c w|^2 \right] + \frac{1}{2} |P b_c w|^2 \\ &\leq -\frac{\lambda_{Q_{\min}} - 1}{2} |e|^2 + \frac{1}{2} |P b_c w|^2 \end{aligned} \quad (\text{II.60})$$

où $\lambda_{Q_{\min}}$ est la valeur propre minimale de Q . En intégrant les deux côté de (II.60) et en supposant que $\lambda_{Q_{\min}} > 1$ (Q est déterminée par le concepteur), on a

$$\int_0^t |e(\tau)|^2 d\tau \leq -\frac{2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} \left[|V(0)| + |V(t)| \right] + \frac{1}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} |P b_c|^2 \int_0^t |w(\tau)|^2 d\tau \quad (\text{II.61})$$

On définit, $a = \frac{2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} \left[|V(0)| + \sup_{t \geq 0} |V(t)| \right]$ et $b = \frac{1}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} |P b_c|^2$, donc on a (II.55).

iii) Si $w \in L_2$, et de (II.55) on a $e \in L_2$. De (II.42) on a $\dot{e} \in L_\infty$ (les variables du membre droit de (II.42) sont bornées). En utilisant le lemme de Barbalat [SOL.91] (Si $e \in L_2 \cap L_\infty$ et $\dot{e} \in L_\infty$, donc $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$), on a $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$.

II.5. Application

Dans cette application, on utilise notre contrôleur adaptatif flou pour commander un pendule inversé dans le but de forcer la sortie du système à suivre une trajectoire de référence sinusoïdale.

II.5.1. Description du pendule inversé

Soient $x_1 = \theta$ et $x_2 = \dot{\theta}$, l'équation dynamique du pendule inversé (Fig. II.5) est donnée comme suit [SOL.91]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{m_l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} u \end{cases} \quad (\text{II.62})$$

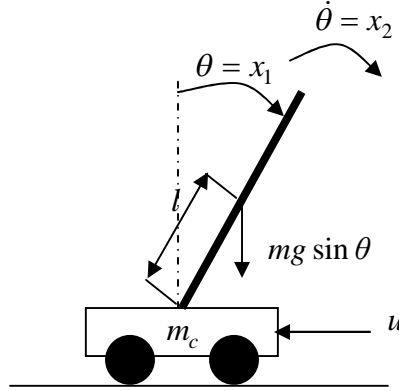


Fig. II.5 : Le pendule inversé.

où $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ est l'accélération dû à la gravité, m_c est la masse du chariot, m est la masse de la poutre, $2l$ est la longueur de la poutre et u la force(commande) appliquée.

II.5.2. Mise en œuvre de l'algorithme

Dans notre simulation, on choisissons $m_c = 1\text{kg}$, $m = 0.1\text{kg}$ et $l = 0.5\text{m}$. Il est clair que le système (II.62) est de la forme (II.17), donc on peut appliquer l'algorithme précité à ce système. On considère comme un signal de référence $y_m(t) = \frac{\pi}{30} \sin(t)$ (d'autres choix sont possibles). On commence par déterminer les limites, f^U , g^U et g_L comme suit :

$$\begin{aligned} |f(x_1, x_2)| &= \left| \frac{g \sin x_1 - \frac{m_l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} \right| \leq \frac{9.8 + \frac{0.025}{1.1} x_2^2}{\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1}} \\ &\leq 15.78 + 0.0366 x_2^2 = f^U(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (\text{II.63})$$

$$|g(x_1, x_2)| = \left| \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} \right| \leq \frac{1}{1.1 \left(\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1} \right)} = 1.46 = g^U(x_1, x_2) \quad (\text{II.64})$$

Si on suppose que $|x_1| \leq \frac{\pi}{6}$, alors

$$|g(x_1, x_2)| \geq \frac{\cos \pi / 6}{1.1\left(\frac{2}{3} + \frac{0.05}{1.1} \cos^2 \pi / 6\right)} = 1.12 = g_L(x_1, x_2) \quad (\text{II.65})$$

$$\text{Soient } |x| \leq \pi / 6 \text{ et } |u| \leq 180 \quad (\text{II.66})$$

Si on considère que $|x| \leq \pi / 6$ et puisque $|x_1| \leq \left(|x_1|^2 + |x_2|^2\right)^{1/2} = |x|$, alors $|x_1| \leq \pi / 6$ et $|x_2| \leq \pi / 6$. Notre première tâche est de déterminer les paramètres \tilde{V} , k_1 , k_2 , ε , M_f et M_g , selon les règles (II.53) et (II.54) et la contrainte (II.66). De (II.53) et à partir $|y_m| \leq \pi / 30$ on obtient $\left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}}\right) \leq 2\pi / 15$. Comme le nombre de paramètres de conception est plus grand que le nombre de contraintes, donc, nous avons plus de liberté pour le choix des paramètres de conception.

Soit $k_1 = 2$ et $k_2 = 1$ ($s^2 + k_1s + k_2$ est stable) et $Q = \text{diag}(10,10)$, la résolution de l'équation

$$\text{(II.26) donne } P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Cette matrice P est définie positive avec $\lambda_{\min} = 2.93$ et qu'elle satisfait la contrainte sur $|x|$,

on choisit $\tilde{V} = \frac{\lambda_{\min}}{2} \left(\frac{2\pi}{15}\right)^2 = 0.267$. Finalement on détermine M_f , M_g et ε tel que $|u| \leq 180$,

Après quelques essais, on choisit $M_f = 16$, $M_g = 1.6$ et $\varepsilon = 0.7$. Ce choix vérifié d'après (II.53) et (II.54) que l'état et la commande sont bornés (II.66).

Pour les règles linguistiques, on choisit $m_1 = m_2 = 5$. Puisque $|x_i| \leq \pi / 6$ pour $i = 1, 2$, on choisit des fonctions d'appartenance, définies sur l'univers $[-\pi / 6, \pi / 6]$, comme suit:

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i + \pi / 6}{\pi / 24}\right)^2\right], \mu_{F_i^2}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i + \pi / 12}{\pi / 24}\right)^2\right], \mu_{F_i^3}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i}{\pi / 24}\right)^2\right],$$

$$\mu_{F_i^4}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i - \pi / 12}{\pi / 24}\right)^2\right] \text{ et } \mu_{F_i^5}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i - \pi / 6}{\pi / 24}\right)^2\right]$$

A partir des limites (II.63)-(II.65) de $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$, on voit que la gamme de $f(x_1, x_2)$ est plus large que celle de $g(x_1, x_2)$, donc on peut prendre arbitrairement $\gamma_1 = 100$ et $\gamma_2 = 1$. La connaissance préalable des conditions de fonctionnement du système,

conduit à la description matricielle suivante pour les fonctions $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$.

$x_1 \backslash x_2$	F_2^1	F_2^2	F_2^3	F_2^4	F_2^5
F_1^1	-8	-4	0	4	8
F_1^2	-8	-4	0	4	8
F_1^3	-8	-4	0	4	8
F_1^4	-8	-4	0	4	8
F_1^5	-8	-4	0	4	8

$x_1 \backslash x_2$	F_2^1	F_2^2	F_2^3	F_2^4	F_2^5
F_1^1	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_1^2	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_1^3	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_1^4	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_1^5	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26

Fig. II.6 : Les Règles floues décrivant les fonctions $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$.

II.5.3. Résultats de simulation

Les résultats de simulations obtenus sous l'environnement Matlab, pour une condition initiale $x = (-\pi / 60, 0)$ sont données par les figures II.7 à II.10.

Les figures (II.7) et (II.8) montrent l'évolution des variables d'états x_1 et x_2 avec leurs signaux de référence respectivement. La figure (II.9) montre l'erreur de poursuite entre la sortie du système $y(t)$ et la trajectoire de référence $y_r(t)$. La figure (II.10) montre le signal de la commande globale $u(t)$. On remarque une bonne performance de poursuite, et une forme lisse et continue du signal de commande $u(t)$.

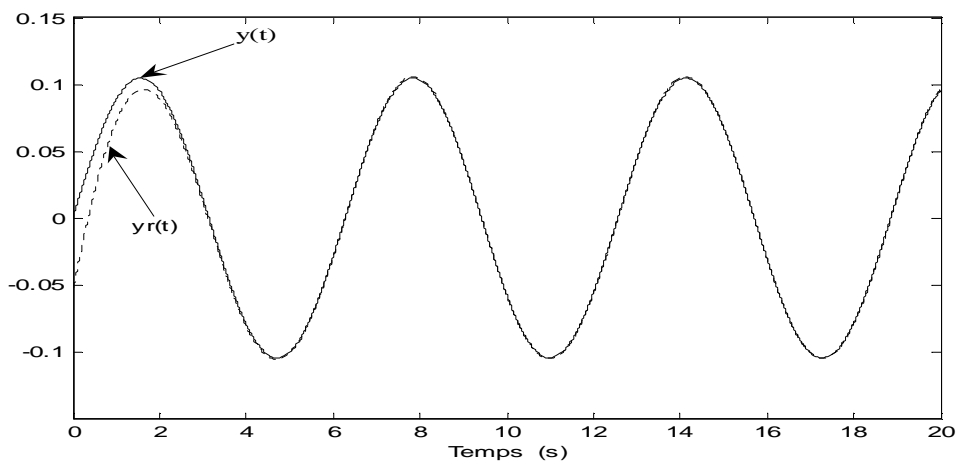


Fig. II.7 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$

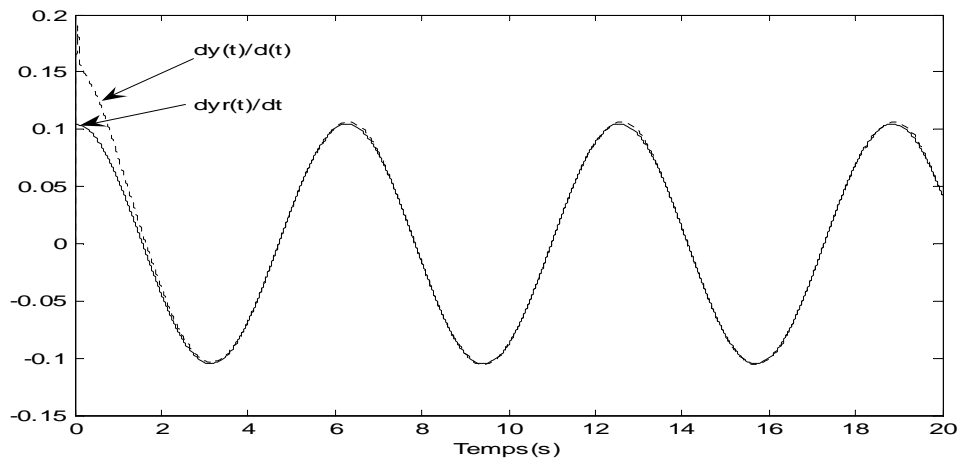


Fig. II.8 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$

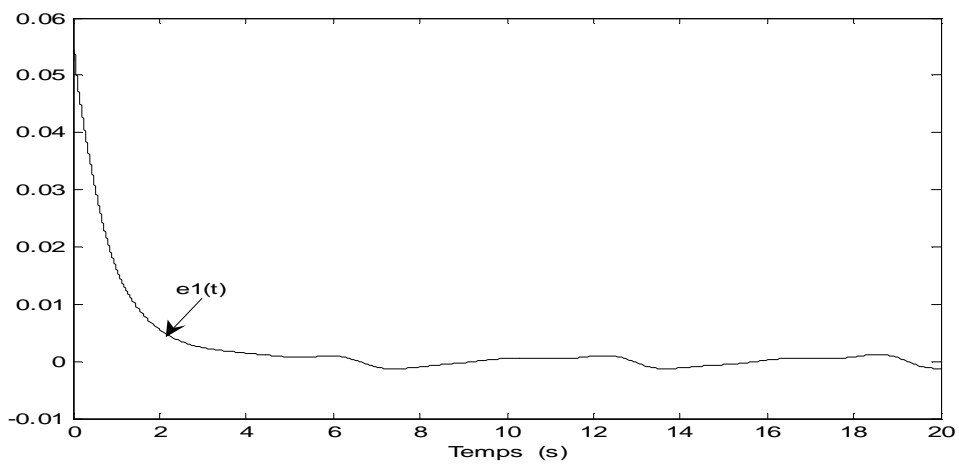


Fig. II.9 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

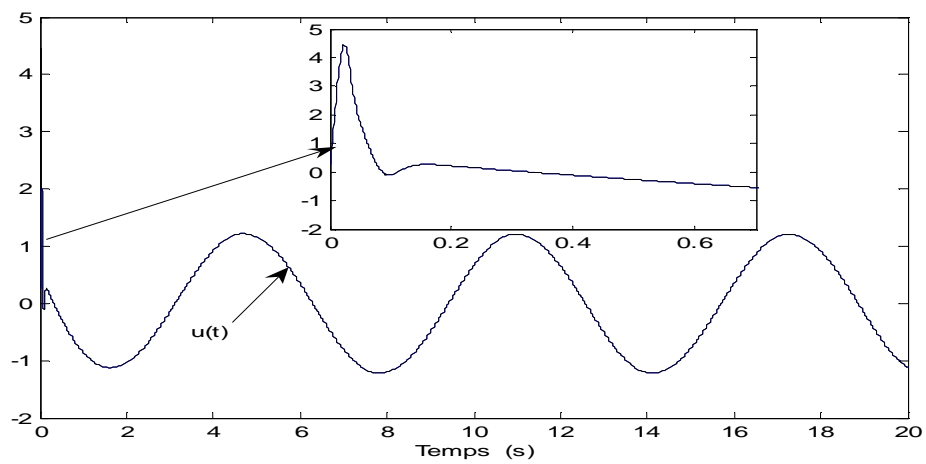


Fig. II.10 : Signal de commande globale $u(t)$

II.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un contrôleur adaptatif flou indirect basé sur l'approche de Lyapunov pour commander une classe de systèmes non linéaires affines en la commande (SISO). L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système à suivre une trajectoire désirée. Pour garantir la décroissance de la fonction de Lyapunov, un signal superviseur supplémentaire a été ajouté à la loi de commande. Pour améliorer les performances de poursuite, nous avons modifié les lois d'adaptations qui n'interviennent que dans le cas où le système tendrait à quitter la zone de commandabilité afin d'assurer la convergence de l'algorithme adaptatif.

Pour illustrer les performances de poursuite du contrôleur proposée, nous avons considéré un exemple de simulation (pendule inversé). Les résultats de simulation obtenus montrent leur efficacité dans la commande des systèmes non linéaire SISO.

Cependant, ces contrôleurs adaptatifs flous sont applicables seulement pour le cas des systèmes non linéaires affines en la commande, c'est-à-dire que la commande apparaît sous forme linéaire dans l'équation d'état. Pour le cas de systèmes non linéaires non affines, d'autres approches pour la conception de contrôleurs adaptatifs flous seront adoptées.

CHAPITRE III

COMMANDE ADAPTATIVE
FLOUE DE SYSTEMES
NON LINEAIRES
NON AFFINES SISO

COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE DE SYSTEMES NON LINEAIRES NON AFFINES SISO

III.1. Introduction

La plupart des travaux dans la littérature de la commande adaptative floue sont consacrés au problème de la commande des systèmes non linéaires affines en la commande [BLA.03], [BOU.01], [CHA.01], [CHE.96], [ESS.02], [LAB.03], [SPO.96], [TAN.99], [TON.99], [WAN.96] et [YOO.98]. Dans la dernière décennie, des résultats sont disponibles pour les systèmes non linéaires non affines, c'est à dire, les systèmes caractérisés par entrées de commande qui n'apparaissent pas linéairement dans l'équation d'état du système [BOU.03] [GE.03] [PAR.04] [PAR.05] [WAN.00] [YOU.01] [ZHA.98].

Conceptuellement, il y a deux approches distinctes formulées dans la commande adaptative floue des systèmes : approches directes et approches indirectes. Dans l'approche directe, le système flou est utilisé pour approximer un contrôleur idéal inconnu [BLA.03], [CHA.01] [GE.03], [LAB.03], [PAR.04], [PAR.05], [SPO.96], [TAN.99]. En revanche, l'approche indirecte utilise des systèmes flous pour estimer la dynamique des systèmes non linéaire et par la suite génère une loi de commande basée sur ces estimations [BOU.01], [BOU.03], [CHA.01], [CHE.96], [ESS.02], [SPO.96], [TON.99], [YOO.01], [WAN.00], [WAN.96] et [YOO.98].

Pour améliorer les performances de poursuite dans la présence des incertitudes et des perturbations externes, l'utilisation des approches de robustification s'avère nécessaire. Dans ce sens, plusieurs contrôleurs adaptatifs flous robustes utilisant la technique H^∞ ont été développés [BOU.01], [CHA.01], [CHE.96] et [ESS.02]. Ces approches se basant sur l'ajout d'un signal de commande de type H^∞ pour atténuer les effets des bruits externes et des erreurs d'approximation à un niveau arbitraire prescrit. D'autres techniques qui combinent la commande par mode glissant et les algorithmes adaptatifs flous sont aussi présentées dans la littérature [YOO.98].

Dans ce chapitre nous proposons deux approches adaptatives floues robustes, l'indirecte et l'autre directe, pour la commande des systèmes non linéaires non affines SISO. Pour mettre

en évidence les avantages des deux approches, des exemples de simulation sous l'environnement Matlab, sont considérés.

III.1.1. Notations et préliminaires

III.1.1.1. Normes [IOA.96]

- La norme L_∞ d'un vecteur de signaux continus $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est définie comme suit :

$$\|x\|_\infty = \sup_{t \geq 0} \|x(t)\| = \sup_{t \geq 0} (\max_{1 \leq i \leq n} |x_i(t)|) \quad (\text{III.1})$$

On dit que $x(t) \in L_\infty$ si $\|x(t)\|_\infty$ existe, c'est à dire $\|x(t)\|_\infty < \infty$.

- La norme H_∞ d'un système linéaire stable correspond à la valeur maximale du gain de la fonction de transfert. Cette norme peut être utilisée pour résoudre des problèmes de performance et de robustesse. Le problème consiste à déterminer une commande qui permet d'assurer la stabilité d'un système tout en réduisant l'effet des perturbations (diminuer la norme H_∞ du système).

- La norme L_2 d'un vecteur de signaux continus $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est définie comme suit :

$$\|x\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty (x_1^2(t) + \dots + x_n^2(t)) dt} \quad (\text{III.2})$$

On dit que $x(t) \in L_2$ si $\|x\|_2$ existe, c'est à dire $\|x\|_2 \leq \infty$.

- La norme H_2 d'un système linéaire stable correspond à l'énergie de la réponse impulsionnelle. Elle peut également être caractérisée par la variance de la sortie, l'entrée étant un bruit blanc gaussien unitaire. Cette norme peut être utilisée pour résoudre les problèmes d'énergie par exemple, limiter l'effort du signal de commande.

III.1.1.2. Théorème de la fonction implicite [PAR.04]

Soit h fonction continue et dérivable en chaque point (a,b) de l'ensemble ouvert $S \subset \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}$. Soit (a_0, b_0) un point dans S , pour le quel $h(a_0, b_0) = 0$ et telle que la matrice Jacobienne $[\partial h / \partial a](a_0, b_0)$ est non singulière. Alors il existe sur un voisinage $U \times V \subset \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}$ d'un point (a_0, b_0) , solution unique $a \in U$ de l'équation $h(a, b) = 0$ pour chaque point $b \in V$. De plus, la solution peut être donnée comme suit $a = g(b)$ où g est continue est dérivable en $b = b_0$.

III.1.1.3. Théorème de la valeur moyenne [KHA.96]

Soit f une fonction continue et intégrable sur $[a, b]$, alors il existe $c \in]a, b[$ tel que

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = f(c) \quad (\text{III.3})$$

où $a, b, c \in \mathfrak{R}$.

III.2. Approche indirecte

III.2.1. Introduction

Plusieurs contrôleurs adaptatifs flous indirects ont été développés pour la commande des systèmes non linéaires affines en la commande [BOU.01], [CHA.01], [CHE.96], [ESS.02], [SPO.96], [TON.99], [WAN.96] et [YOO.98]. Ces travaux s'appuient sur l'utilisation de deux systèmes adaptatifs flous pour approximer la dynamique du système non linéaire SISO, et synthétisent ainsi la commande en utilisant les techniques de l'linéarisation entrée-sortie et d'inversion du modèle. Cependant, ces approches indirectes ne sont pas applicables pour le cas des systèmes non linéaires non affines SISO. Pour vaincre cette contrainte, certaines méthodes indirectes basées sur la transformation du système non affine en un système affine via un système flou de type (T-S) pour déduire la loi de commande par l'inversion du système affine ont été présentés dans la littérature [YOO, 01] [BOU, 03]. D'autres utilisent le développement en série de Taylor autour d'une trajectoire de fonctionnement pour transformer le système non affine en un système affine [WAN.00], puis utilisent deux systèmes adaptatifs flous pour approximer la dynamique du système affine. La loi de commande est déduite par l'inversion du système affine approximé.

Dans cette approche indirecte, on propose un contrôleur flou adaptatif robuste pour un processus non affine en la commande SISO. En effet, en se basant sur une formulation spécifique d'un système flou de (T-S) avec une conclusion constante pour transformer le processus non affine en un processus affine, puis synthétiser la loi de commande par l'inversion du processus. Pour obtenir un bon niveau d'approximation, une loi d'adaptation est utilisée pour régler en ligne la partie conclusion du système flou. Pour assurer la robustesse du système en boucle fermée et atténuer les effets des bruits externes et des erreurs d'approximation, un terme de commande type H^∞ est ajouté à la loi de commande. La stabilité globale du système en boucle fermée est étudiée au sens de Lyapunov.

III.2.2. Formulation du problème

Soit le système non linéaire non affine mono entrée mono sortie (SISO) suivant :

$$y^{(n)} = f(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u) + d \quad (\text{III.4})$$

où $y \in \mathfrak{R}$ est la sortie mesurée, $u \in \mathfrak{R}$ est la commande, $y^{(i)}, i = 1, 2, \dots, n$ la $i^{\text{ème}}$ dérivée de la sortie y qui est supposée mesurable, d est le bruit qui agit sur le système et $f(\cdot): \mathfrak{R}^{n+1} \rightarrow \mathfrak{R}^n$ une fonction non linéaire inconnue.

Si le vecteur d'état $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}]^T$, le système peut être représenté comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x, u) + d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

III.2.3. Objectif de commande

Le but est de synthétiser une loi de commande qui va forcer la sortie du système y à suivre une trajectoire de référence bornée y_r , et garantir la robustesse du système en boucle fermée. Dans le cas où le système est affine, on peut utiliser la technique de linéarisation entrée-sortie, pour obtenir une relation directe et simple entre la sortie du système et la commande. Ceci permet d'utiliser des contrôleurs robustes pour les systèmes incertains et perturbés développés dans la littérature. Pour vaincre le problème de linéarisation d'un système non affine, on propose d'utiliser un système flou de type (T-S) pour approximer la fonction inconnue $f(\cdot)$. En se basant sur une représentation spécifique du système flou, on peut obtenir une description du système qui est affine dans la commande.

III.2.4. Représentation du système flou

Un système flou de (T-S) est utilisé pour approximer la fonction inconnue $f(\cdot)$. Ce système peut être construit à partir d'une collection de règles floues avec une conclusion en singleton. La règle $R^{(j_1, j_2, \dots, j_n, m)}$ est définie comme suit :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1^{j_1} \text{ et } x_2 \text{ est } A_2^{j_2} \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } A_n^{j_n} \text{ et } u \text{ est } B^m \text{ Alors } \dot{x}_n = \theta^{(j_1, j_2, \dots, j_n, m)} \quad (\text{III.6})$$

où $j_i \in \{1, 2, \dots, p_i\}$, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, $m \in \{1, 2, \dots, M\}$, $A_i^{j_i} \in T(x_i) = \{A_i^1, A_i^2, \dots, A_i^{p_i}\}$ et $B^m \in T(u) = \{B^1, B^2, \dots, B^M\}$, p_i et M représentent le nombre des ensembles flous de la variable d'état x_i et de la commande u , respectivement.

En utilisant la fuzzification par singleton, la défuzzification par le centre de gravité et le mécanisme d'inférence somme-produit, la sortie du modèle flou (III.6) est décrite par :

$$\dot{x}_n = \frac{\sum_{j_1=1}^{p_1} \dots \sum_{j_n=1}^{p_n} \sum_{m=1}^M \theta^{(j_1, j_2, \dots, j_n, m)} \left[\left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{j_i}}(x_i) \right) \mu_{B^m}(u) \right]}{\sum_{j_1=1}^{p_1} \dots \sum_{j_n=1}^{p_n} \sum_{m=1}^M \left[\left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{j_i}}(x_i) \right) \mu_{B^m}(u) \right]} = \hat{f}(x, u, \theta) = \theta^T \psi(x, u) \quad (\text{III.7})$$

où $\psi(x, u)$ est le vecteur des fonctions floues de base de dimension $p_1 \times p_2 \times \dots \times p_n \times M$, dont les éléments sont définis par :

$$\psi^{(j_1, j_2, \dots, j_n, m)}(x, u) = \frac{\left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{j_i}}(x_i) \right) \mu_{B^m}(u)}{\sum_{j_1=1}^{p_1} \dots \sum_{j_n=1}^{p_n} \sum_{m=1}^M \left[\left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{j_i}}(x_i) \right) \mu_{B^m}(u) \right]} \quad (\text{III.8})$$

et $\theta = [\theta^{(1,1,\dots,1,1)}, \dots, \theta^{(p_1, p_2, \dots, p_n, M)}]^T \in \mathfrak{R}^{(p_1 \times p_2 \times \dots \times p_n \times M)}$ est le vecteur des paramètres à déterminer.

Les fonctions d'appartenance de la variable linguistique u ont une forme triangulaire et couvrent tout l'univers de discours U_u comme illustré sur la figure (III.1).

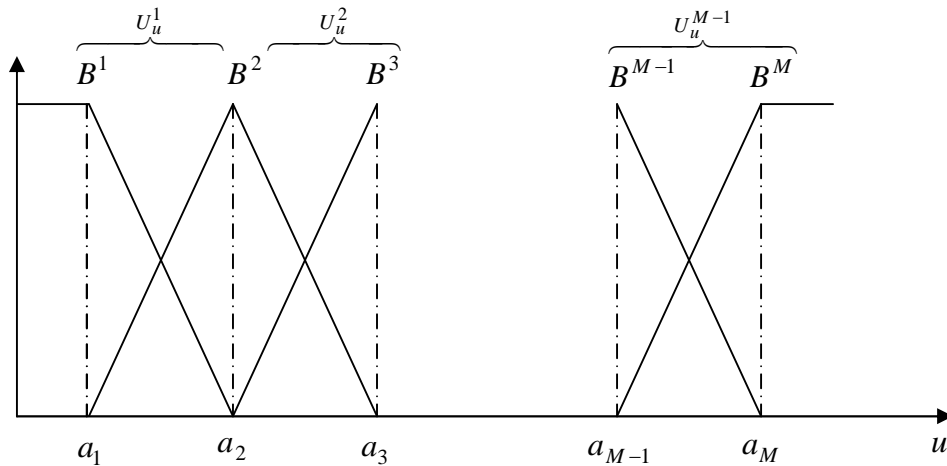


Fig. III.1 : Fonctions d'appartenance de la commande u .

L'espace U_u peut être décomposé en plusieurs sous-espaces U_u^α ($\alpha=1,2,\dots,M-1$). Si u se trouve dans le sous-espace U_u^α , toutes les fonctions d'appartenance de la variable linguistique u sont données par :

$$\mu_{B^m}(u) = \begin{cases} \frac{u - a_{m+1}}{a_m - a_{m+1}} & m = \alpha \\ \frac{a_{m-1} - u}{a_{m-1} - a_m} & m = \alpha + 1 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

où a_m est une constante satisfaisant la condition $\mu_{B^m}(a_m) = 1$.

En substituant (III.9) dans (III.7) et en considérant que la commande u appartient dans le sous espace U_u^α , on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{f}^\alpha(x, u, \theta) &= \frac{1}{a_\alpha - a_{\alpha+1}} \sum_{j_1=1}^{p_1} \dots \sum_{j_n=1}^{p_n} \xi^{(j_1, j_2, \dots, j_n)}(x) (a_\alpha \theta^{(j_1, j_2, \dots, j_n, \alpha+1)} - a_{\alpha+1} \theta^{(j_1, j_2, \dots, j_n, \alpha)}) \\ &+ \frac{1}{a_\alpha - a_{\alpha+1}} \sum_{j_1=1}^{p_1} \dots \sum_{j_n=1}^{p_n} \xi^{(j_1, j_2, \dots, j_n)}(x) (\theta^{(j_1, j_2, \dots, j_n, \alpha)} - \theta^{(j_1, j_2, \dots, j_n, \alpha+1)}) u \\ &= \phi_1^\alpha(x, \theta) + \phi_2^\alpha(x, \theta) u \end{aligned} \quad (III.10)$$

$$\text{avec } \xi^{(j_1, j_2, \dots, j_n)}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{j_i}}(x_i)}{\sum_{j_1=1}^{p_1} \dots \sum_{j_n=1}^{p_n} \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{j_i}}(x_i) \right)}$$

Par conséquent, le système flou peut être décomposé en (M-1) sous-systèmes permettant d'obtenir une structure affine en la commande.

III.2.5. Conception du contrôleur adaptatif flou indirect

Après avoir obtenu un modèle canonique, donné par (III.10), notre tâche dans cette section est de développer une loi de commande qui garantie les bonnes performances de poursuite et de robustesse du système en boucle fermée. Pour atteindre cet objectif, on propose la loi de commande suivante [BOU.03]:

$$u = \frac{1}{\phi_2^\alpha(x, \theta)} \left[-\phi_1^\alpha(x, \theta) + k^T e + y_r^{(n)} - u_s \right] \quad (III.11)$$

où $k = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T$ est le vecteur du gain de retour d'état tel que le polynôme caractéristique $h(s) = s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1$ soit asymptotiquement stable, $y_r^{(n)}$ est la n^{ième} dérivée de la trajectoire de référence y_r , et $e = [e_1, \dots, e_1^{(n-1)}]^T = [y_r - y, \dots, (y_r - y)^{(n-1)}]^T$ est le vecteur d'erreur de poursuite. Le terme u_s dénote le signal supplémentaire qui garanti la robustesse du système en boucle fermée par atténuation des effets des bruits externes et des erreurs d'approximation à un niveau prescrit.

En utilisant les équations (III.5) et (III.11), la dynamique de l'erreur peut être donnée par :

$$\begin{aligned} e_1^{(n)} &= \phi_1^\alpha(x, \theta) + \phi_2^\alpha(x, \theta) u - k^T e + u_s - f(x, u) - d \\ &= \hat{f}(x, u, \theta) - f(x, u) - k^T e + u_s - d \end{aligned} \quad (III.12)$$

L'équation (III.12) peut être écrite comme suit:

$$e_1^{(n)} = \hat{f}(x, u, \theta) - \hat{f}^*(x, u, \theta^*) - k^T e + u_s - d + w_f \quad (III.13)$$

avec $\hat{f}^*(x, u, \theta^*)$ est la valeur optimal de $\hat{f}(x, u, \theta)$, et $w_f = \hat{f}^*(x, u, \theta^*) - f(x, u)$.

L'équation dynamique de l'erreur (III.13) peut être reformulée comme suit:

$$\dot{e} = Ae + B[\tilde{\theta}^T \psi(x, u) + u_s + w] \quad (\text{III.14})$$

où $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_n \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$, $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ et $w = w_f - d$.

Du moment que la matrice A est stable, alors l'équation algébrique de Ricatti suivante :

$$A^T P + PA + Q - 2PB \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2\rho^2} \right) B^T P = 0 \quad (\text{III.15})$$

où Q une matrice symétrique définie positive, r une constante positive et ρ un niveau d'atténuation, a une solution unique P qui est définie positive et symétrique si et seulement si, $\frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2} \geq 0$.

III.2.6. Loi d'adaptation et commande robuste

Pour proposer une loi d'adaptation des paramètres réglables θ et un terme de commande robuste u_s , on considère la fonction de Lyapunov suivante:

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (\text{III.16})$$

où γ est une constante positive.

La dérivation de (III.16) et l'utilisation de (III.14) donne:

$$\dot{V} = \frac{1}{2} e^T [A^T P + PA] e + e^T PB [\tilde{\theta}^T \psi(x, u) + u_s + w] + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \quad (\text{III.17})$$

En utilisant l'équation de Ricatti (III.15) et le fait que $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta}$, (III.17) devient

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T PB \left[\frac{1}{r} B^T P e + u_s + w - \frac{1}{2\rho^2} B^T P e \right] + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \left[\dot{\tilde{\theta}} + \gamma e^T PB \psi(x, u) \right] \quad (\text{III.18})$$

Si on choisie le signal de commande u_s comme suit :

$$u_s = -\frac{1}{r} B^T P e \quad (\text{III.19})$$

et la loi d'adaptation des paramètres θ suivante :

$$\dot{\theta} = -\gamma e^T PB \psi(x, u) \quad (\text{III.20})$$

alors l'équation (III.18) devient :

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}e^T Qe + e^T PB \left[w - \frac{1}{2\rho^2} B^T P e \right] \quad (III.21)$$

Après quelques manipulations, on peut écrire

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}e^T Qe - \frac{1}{2} \left(\frac{B^T P e}{\rho} - \rho w \right)^2 + \frac{\rho^2}{2} w^2 \quad (III.22)$$

puisque le terme $\left(\frac{B^T P e}{\rho} - \rho w \right)^2$ est positif, on a

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}e^T Qe + \frac{\rho^2}{2} w^2 \quad (III.23)$$

En intégrant l'inégalité (III.23) entre $t = 0$ et $t = \tau$, on obtient :

$$V(\tau) - V(0) \leq -\frac{1}{2} \int_0^\tau e^T Qe dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^\tau w^2 dt \quad (III.24)$$

Sachant que $V(\tau) \geq 0$, (III.24) devient :

$$\int_0^\tau e^T Qe dt \leq V(0) + \frac{\rho^2}{2} \int_0^\tau w^2 dt \quad (III.25)$$

où $V(0) = \frac{1}{2}e^T(0)Pe(0) + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T(0)\tilde{\theta}(0)$.

D'après équation (III.25), le critère de performance H_∞ est accompli [CHE.96]. L'équation (III.25) garantit que $e \in L_\infty$. Les éléments des membres droits de deux équations (III.14) et (III.25) sont bornés. Ceci implique que $\dot{e} \in L_\infty$ et $e \in L_2$, respectivement. Par application du lemme de Barbalat [SOL.91], on peut donc déduire que $e \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

La loi de commande sera synthétisée selon le schéma de la figure (III.2)

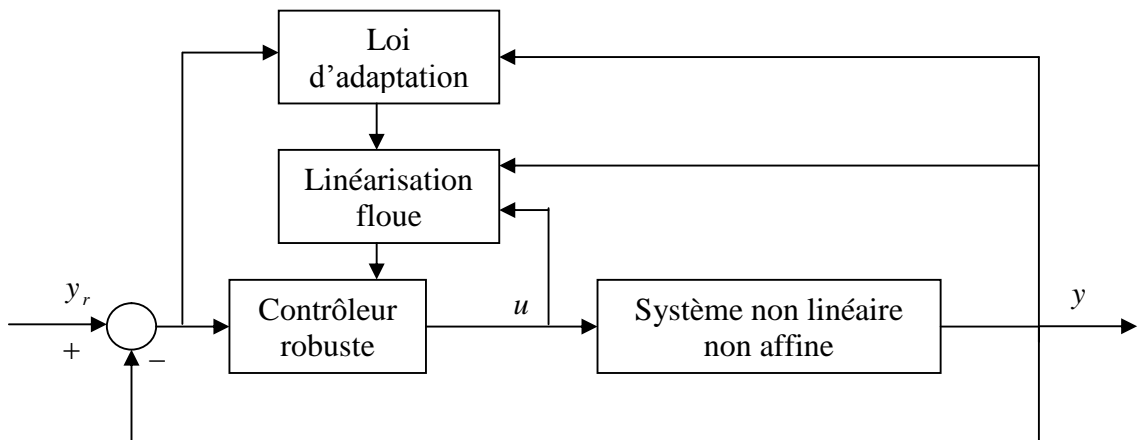


Fig. III.2 : Schéma de contrôle proposé.

Remarques

i) Dans le cas où on a assez d'informations sur le comportement dynamique du système, on peut les utiliser pour améliorer la convergence de l'algorithme adaptatif comme illustré dans le chapitre 2 (section 5.1). En effet, ces informations sont utilisées pour obtenir les valeurs initiales des paramètres réglables qui permettent d'atteindre rapidement leurs valeurs optimales.

ii) Si, on peut avoir la valeur maximale de la fonction dynamique $f(x,u)$, cela permet d'utiliser l'algorithme de la projection donné dans le chapitre 2 (section 4.7) pour garantir la convergence de l'algorithme adaptatif en dépit du choix arbitraire des valeurs initiales des paramètres réglables.

$$\dot{\theta} = \begin{cases} -\gamma e^T PB\psi(x,u) & \text{si } (\|\theta\| < M_\theta) \text{ ou } (\|\theta\| = M_\theta) \text{ et } (e^T PB\psi(x,u) \geq 0) \\ \gamma \Pr\{-e^T PB\psi(x,u)\} & \text{si } (\|\theta\| = M_\theta) \text{ et } (e^T PB\psi(x,u) < 0) \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

avec $\Pr\{-e^T PB\psi(x,u)\} = -e^T PB\psi(x,u) + e^T PB \frac{\theta\theta^T \psi(x,u)}{\|\theta\|^2}$.

III.3. Approche directe

III.3.1. Introduction

L'approche adaptative indirecte est limitée par de la singularité du contrôleur, c'est à dire une division par zéro peut se produire dans la loi de commande. Des contrôleurs flous adaptatifs directs pour des systèmes non linéaires non affines SISO sont proposées dans les littératures [GE.03], [PAR.04], [PAR.05] et [ZHA.98]. Dans [GE.03] [ZHA.98], le théorème de la fonction implicite est utilisé pour démontrer l'existence d'un contrôleur idéal qui peut accomplir l'objectif de commande. Cependant ce théorème ne fournit pas la façon de construire même lorsque la dynamique du système est bien connue, les réseaux de neurones sont utilisés pour construire ce contrôleur implicite idéal inconnu. Dans [PAR.04] et [PAR.05], la loi de commande proposé est basée sur la méthode des points fixes, et elle est composé de trois termes: un terme de commande qui stabilise la dynamique linéaire du système en boucle fermée, un terme de commande adaptative floue qui est utilisé pour construire approximativement un contrôleur idéal implicite inconnue et un terme de commande robuste pour atténuer les bruits et les erreurs d'approximation.

Les lois d'adaptation des paramètres utilisées dans les schémas directs précités sont conçues en se basant sur l'approche de Lyapunov où le signal d'erreur entre la sortie désirée et

la sortie réelle est utilisé pour ajuster en ligne les paramètres réglables. Puisque, le but dans cette approche est de se rapprocher d'un contrôleur idéal inconnu en utilisant un contrôleur flou, donc c'est plus commode d'essayer d'ajuster les paramètres libres du contrôleur flou en utilisant l'erreur directement entre le contrôleur idéal et le contrôleur flou.

Dans cette approche directe on propose un contrôleur adaptatif flou direct pour commander une classe des systèmes non linéaires non affines SISO. L'idée de base est d'utiliser un système adaptatif flou pour construire un contrôleur idéal inconnu qui peut accomplir les objectifs de contrôle. Le théorème de la fonction implicite est utilisé pour montrer l'existence de ce contrôleur inconnu. Les lois d'adaptation sont obtenues par la méthode de descente du gradient qui minimise l'erreur entre le contrôleur idéal implicite inconnu et le contrôleur flou. La stabilité totale du système en boucle fermée est étudiée dans le sens de Lyapunov.

III.3.2. Formulation du problème

Soit un système non linéaire non affine (SISO) représenté dans la forme normale suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, \dots, n-1. \\ \dot{x}_n = f(x, u) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathfrak{R}^n$ le vecteur d'état du système qui est supposée disponible pour la mesure, $u \in \mathfrak{R}$ est la commande, $y \in \mathfrak{R}$ est la sortie du système et $f(x, u)$ est une fonction continue non linéaire inconnue.

III.3.3. Objectif de commande

L'objectif de commande est de concevoir un contrôleur adaptatif flou pour le système (III.27) telle que la sortie du système $y(t)$ suive une trajectoire désirée $y_d(t)$ tout en garantissent que tous les signaux impliqués dans le système en boucle fermée sont bornés.

Pour aborder cette technique, nous considérons les suppositions suivantes concernant le système (III.27) et la trajectoire désirée $y_d(t)$.

Supposition 1

La fonction $f_u(x, u) = \partial f(x, u) / \partial u$ est non nulle et bornée pour tout $(x, u) \in \Omega_x \times \mathfrak{R}$. Cela implique que $f_u(x, u)$ est strictement positive ou négative pour tout $(x, u) \in \Omega_x \times \mathfrak{R}$. On

suppose qu'il existe une constante c telle que $c \geq f_u(x, u) \geq 0$ pour tout $(x, u) \in \Omega_x \times \mathfrak{R}$.

Supposition 2

La trajectoire désirée $y_d(t)$ et ses dérivées par rapport au temps $y_d^i(t), i = 1, \dots, n$, sont supposées lisses et bornées.

Le vecteur d'erreur est défini comme suit:

$$e = [e_1, \dot{e}_1, \dots, e_1^{(n-1)}]^T \in \mathfrak{R}^n \tag{III.28}$$

avec

$$e_1 = y_d - y \tag{III.29}$$

Alors, de (III.27), on obtient

$$e_1^{(n)} = y_d^n - f(x, u) \tag{III.30}$$

qui peut être écrit sous forme matricielle comme suit:

$$\dot{e} = A_0 e + b \{y_d^n - f(x, u)\} \tag{III.31}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n} \text{ et } b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^n.$$

Soit $k = [k_0, k_1, \dots, k_{n-1}]^T$ un vecteur constant positif sélectionné tel que la matrice $A_c = A_0 - bk^T$ soit stable. Donc, pour toute matrice Q symétrique définie positive donnée, il existe une solution, unique P symétrique définie positive de l'équation algébrique de Lyapunov suivante:

$$A_c^T P + P A_c = -Q \tag{III.32}$$

Soit un signal v définit comme suit:

$$v = y_d^n + k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) \tag{III.33}$$

où $\tanh(\cdot)$ représente la tangente hyperbolique, β une constante positive (grande), et ε un scalaire positif (petit).

Remarque1

La motivation d'utiliser le terme $\beta \tanh(b^T P e / \varepsilon)$ dans le signal v , est pour assurer la robustesse contre l'erreur d'approximation du contrôleur adaptatif flou qui sera développé par

la suite. Le terme $\beta \tanh(b^T P e / \varepsilon)$ est une approximation lisse du terme discontinu $\beta \operatorname{sgn}(b^T P e / \varepsilon)$ utilisé habituellement dans robustification par mode glissant [BOU.00]. Ainsi, β est sélectionné plus grand que le module de l'incertitude et il affectera le taux de convergence de l'erreur de poursuite, et ε est choisi très petit pour mieux se rapprocher de la fonction sgn et il affectera l'ensemble résiduel auquel l'erreur de la poursuite convergera. La fonction $\operatorname{sgn}(\cdot)$ n'est pas utilisée ici pour éviter les problèmes associés comme celui des commutations.

En ajoutant et on soustrayant le terme, $k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon)$ au membre droit de (III.31), on obtient

$$\dot{e} = A_c e - b \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) - b \{f(x, u) - v\} \quad (\text{III.34})$$

De la supposition 1 et du fait que le signal v , définit dans (III.33) est indépendant de la commande u , la dérivée partielle de $f(x, u) - v$ par rapport à u satisfait:

$$\frac{\partial (f(x, u) - v)}{\partial u} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} > 0 \quad (\text{III.35})$$

En se basant sur le théorème de la fonction implicite, nous savons que l'équation algébrique non linéaire $f(x, u) - v = 0$ est localement solvable pour l'entrée u pour chaque (x, v) .

Donc, il existe un contrôleur idéal $u^*(x, v)$ satisfaisant l'égalité suivante pour tout $(x, v) \in \Omega_x \times \mathfrak{R}$:

$$f(x, u^*(x, v)) - v = 0 \quad (\text{III.36})$$

Par conséquent, si la commande u est choisie comme une loi de commande idéale, c'est à dire, $u = u^*$, l'erreur dynamique (III.34) est réduite à :

$$\dot{e} = A_c e - b \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) \quad (\text{III.37})$$

On considère la fonction de Lyapunov suivante:

$$V = e^T P e \quad (\text{III.38})$$

En utilisant (III.37) et (III.32), la dérivée de (III.38) par rapport au temps devient:

$$\dot{V} = -e^T Q e - 2\beta b^T P e \tanh(b^T P e / \varepsilon) \quad (\text{III.39})$$

Puisque le terme $b^T P e \tanh(b^T P e / \varepsilon)$ est toujours positif, on conclue que \dot{V} est une fonction semi définie négative et l'erreur de poursuite $e_1(t)$ et ses dérivées $e_{(i)}(t), i = 1, \dots, n-1$, tendent vers zéro lorsque t tend vers que l'infini.

Cependant, le théorème de la fonction implicite garantit seulement l'existence du contrôleur

idéal $u^*(x, v)$ pour le système (III.27), et ne donne pas la méthode pour le construire même si la dynamique du système est bien connue.

III.3.4. Description des systèmes flous utilisés

Dans cette section, on donne une description du modèle flou utilisé pour approximer le contrôleur idéal implicite. Ce modèle est de type (T-S) avec conclusion constante caractérisé par son vecteur d'entrée $z = [z_1, \dots, z_m]^T \in \Omega_z \subset \mathfrak{R}^m$ et a variable de sortie $y_f \in \mathfrak{R}$, où $\Omega_z = \Omega_{z_1} \times \dots \times \Omega_{z_m}$ et $\Omega_{z_i} \subset \mathfrak{R}$.

Si on définit M_i ensembles flous (F_i^j) , $j = 1, \dots, M_i$ pour chaque entrée z_i , alors Le système flou sera caractérisé par un ensemble de règles (Si-Alors) dans de la forme [WAN.94]

$$R^k : \text{Si } z_1 \text{ est } G_1^k \text{ et } \dots \text{ et } z_m \text{ est } G_m^k \text{ Alors } y_f \text{ est } y_f^k \quad (k = 1, \dots, N) \quad (\text{III.40})$$

où $G_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{M_i}\}$, $i=1, \dots, m$, y_f^k est la sortie résultante de la $k^{\text{ième}}$ règle, et N est le nombre total de règles. En utilisant la fuzzification par singleton, la défuzzification par le centre de gravité et le mécanisme d'inférence somme-produit, la sortie résultante finale du système flou est donné comme suit [WAN.94]:

$$y_f(z) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(z) y_f^k}{\sum_{k=1}^N \mu_k(z)} \quad (\text{III.41})$$

où $\mu_k(z) = \prod_{i=1}^m \mu_{G_i^k}(z_i)$ avec $\mu_{G_i^k} \in \{\mu_{F_i^1}, \dots, \mu_{F_i^{M_i}}\}$, et $\mu_{F_i^j}(x_i)$ est la fonction d'appartenance de x_i à l'ensemble flou F_i^j .

La sortie donnée par (III.41) peut être réécrite dans la forme compacte suivante:

$$y_f(z) = w^T(z)\theta \quad (\text{III.42})$$

où $\theta = [y_f^1, \dots, y_f^N]^T$ est un vecteur qui regroupe tous les paramètres conséquents, et $w(z) = [w_1(z), \dots, w_N(z)]^T$ est un vecteur des fonctions floues de base dont le $k^{\text{ième}}$ élément est

définie comme suit: $w_k(z) = \frac{\mu_k(z)}{\sum_{j=1}^N \mu_j(z)}$, $k = 1, \dots, N$. Le système flou (III.42) est supposé bien

défini afin que $\sum_{j=1}^N \mu_j(z) \neq 0$ pour tout $z \in \Omega_z$.

III.3.5. Conception du contrôleur adaptatif flou direct

Dans la section III.3 on a vu, que le théorème de la fonction implicite assure seulement

l'existence du contrôleur idéal $u^*(x, v)$ satisfaisant les objectifs de commande, mais ne donne pas la procédure pour son développement. Dans cette section, on propose d'utiliser le système adaptatif flou décrit dans la section III.3.4, pour construire ce contrôleur idéal implicite inconnu.

III.3.5.1. Loi de commande

Pour développer la loi de commande, on suppose que le système flou décrit précédemment, peut approximer le contrôleur idéal inconnu implicite $u^*(x, v)$ comme suit:

$$u^*(z) = w^T(z)\theta^* + \delta(z) \quad (\text{III.43})$$

où $z = [x^T, v]^T$, $\delta(z)$ l'erreur d'approximation floue, θ^* le vecteur idéal des paramètres minimisant la fonction $|\delta(z)|$ sur un ensemble de fonctionnement compact Ω_z et $w(z)$ un vecteur des fonctions floues de base spécifié par le concepteur. L'ensemble compact Ω_z est supposé assez grand afin que la variable z reste toujours à l'intérieur celui-ci. Donc c'est raisonnable de supposer que l'erreur d'approximation floue soit bornée pour tout $z \in \Omega_z$, c'est à dire, $|\delta(z)| \leq \bar{\delta}$ où $\bar{\delta}$ est une constante positive.

A partir du moment que le vecteur idéal des paramètres θ^* est inconnu, alors il devrait être estimé par une loi d'adaptation convenable. Soit θ l'estimation du vecteur idéal θ^* . La loi de commande est définie comme une approximation floue adaptative du contrôleur idéal (III.43), c'est à dire, la loi de commande pour le système (III.27) est choisie comme suit:

$$u(z) = w^T(z)\theta \quad (\text{III.44})$$

Après avoir spécifié la structure de ce contrôleur, le prochain pas devrait être la conception d'une loi d'adaptation des paramètres libres θ telle que la loi de commande u soit la meilleure approximation possible du contrôleur idéal u^* .

III.3.5.2. Loi d'adaptation

Après avoir déterminé la loi de commande qui dépend du vecteur des paramètres θ , il reste à concevoir un algorithme adaptatif pour ce vecteur θ tel que le contrôleur flou (III.44) soit la meilleure approximation du contrôleur inconnu (III.43). C'est-à-dire, un algorithme adaptatif devrait être conçu pour minimiser l'erreur entre u et u^* . En outre, la loi d'adaptation devrait garantir que les paramètres d'estimation soient bornés.

On définit l'erreur entre le contrôleur flou u et le contrôleur idéal u^* par:

$$e_u = u^* - u \quad (\text{III.45})$$

En utilisant (III.43) et (III.44), (III.45) devient :

$$e_u = u^* - w^T(z)\theta = w^T(z)\tilde{\theta} + \delta(z) \quad (\text{III.46})$$

où $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta$ est le vecteur d'erreur de l'estimation des paramètres. En invoquant le théorème de la valeur moyenne, là existe une constant λ avec $0 < \lambda < 1$, telle que la fonction non linéaire $f(x,u)$ peut être exprimée autour u^* , comme suit :

$$f(x,u) = f(x,u^*) + f_{u\lambda}(u - u^*) \quad (\text{III.47})$$

où $f_{u\lambda} = \partial f(x,u) / \partial u|_{u=u_\lambda}$ avec $u_\lambda = \lambda u + (1-\lambda)u^*$.

En substituant (III.47) dans l'équation d'erreur (III.34), on obtient

$$\dot{e} = A_c e - b\beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) - b \{ f_{u\lambda}(u - u^*) + f(x,u^*) - v \} \quad (\text{III.48})$$

En utilisant (III.36), (III.48) devient

$$\dot{e} = A_c e - b\beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) - b f_{u\lambda}(u - u^*) \quad (\text{III.49})$$

(III.49) peut être récrit comme suit:

$$e_1^{(n)} + k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) = f_{u\lambda}(u^* - u) = f_{u\lambda} e_u \quad (\text{III.50})$$

La commande u^* est une quantité inconnue et par conséquent le signal e_u défini dans (III.45) n'est pas disponible. L'équation (III.50) sera utilisée pour vaincre cette difficulté. En effet, de (III.50) on voit que le signal e_u n'est pas mesurable mais la quantité $f_{u\lambda} e_u$ est mesurable. Ce fait sera exploité dans la conception de la loi d'adaptation des paramètres.

Maintenant, on considère une fonction de coût quadratique, qui mesure l'écart entre le contrôleur implicite et le contrôleur flou, définie comme suit:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e_u^2 = \frac{1}{2} (u^* - u)^2 = \frac{1}{2} (u^* - w^T(z)\theta)^2 \quad (\text{III.51})$$

En appliquant la méthode de descente du gradient pour minimiser la fonction de coût (III.51), on obtient comme loi d'adaptation des paramètres θ , l'équation différentielle du premier ordre suivante:

$$\dot{\theta} = -\eta(t) \nabla_{\theta} J(\theta) \quad (\text{III.52})$$

où $\eta(t)$ est un paramètre positif variant dans le temps.

A partir (III.51), le gradient de $J(\theta)$ par rapport θ est $\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = -w(z)e_u$.

Par conséquent, l'algorithme de descente du gradient devient:

$$\dot{\theta} = \eta(t) w(z) e_u \quad (\text{III.53})$$

La loi d'adaptation (III.53) ne peut pas être rendue effective du moment que le signal e_u n'est pas disponible. Afin de rendre (III.53) exploitable et à partir de (III.50), on sélectionne le paramètre de conception $\eta(t)$ comme $\eta(t) = \eta_0 f_{u\lambda}$, où η_0 est une constante positive. Donc, (III.53) devient

$$\dot{\theta} = \eta_0 w(z) \{f_{u\lambda} e_u\} \quad (\text{III.54})$$

En utilisant (III.50), on obtient

$$\dot{\theta} = \eta_0 w(z) \{e_1^{(n)} + k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon)\} \quad (\text{III.55})$$

Comme montré par [IOA.96], la loi d'adaptation (III.55) ne peut pas garantir que le paramètre $\tilde{\theta}$ soit borné dans le cas de la présence de l'erreur d'approximation qui est inévitable dans les systèmes adaptatifs. Pour améliorer la robustesse de la loi d'adaptation (III.54) en présence de l'erreur d'approximation, un terme de modification, noté σ , a introduit dans la loi d'adaptation comme suit [IOA, 96]:

$$\dot{\theta} = \eta_0 w(z) \{e_1^{(n)} + k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon)\} - \eta_0 \sigma \theta \quad (\text{III.56})$$

où σ est une petite constante positive.

Pour que les paramètres estimés ne dépassent pas certaines bornes [IOA.96], une fonction de Lyapunov est utilisée pour analyser la loi d'adaptation (III.56).

Soit la fonction de Lyapunov suivante:

$$V_\theta = \frac{1}{2\eta_0} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (\text{III.57})$$

En utilisant (III.50) et (III.56), la dérivée par rapport au temps de (III.57) peut être écrite comme suit:

$$\dot{V}_\theta = -\tilde{\theta}^T (w(z) f_{u\lambda} e_u - \sigma \theta) \quad (\text{III.58})$$

Avec (III.46), (III.58) devient:

$$\dot{V}_\theta = -f_{u\lambda} e_u^2 + f_{u\lambda} \delta(z) e_u + \sigma \tilde{\theta}^T \theta \quad (\text{III.59})$$

En utilisant les deux inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma \tilde{\theta}^T \theta &= -\frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 - \frac{\sigma}{2} \|\theta\|^2 + \frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta} + \theta\|^2 \leq -\frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 \\ -e_u^2 + \delta(z) e_u &= -\frac{1}{2} e_u^2 + \frac{1}{2} \delta(z)^2 - \frac{1}{2} (e_u - \delta(z))^2 \leq -\frac{1}{2} e_u^2 + \frac{1}{2} \delta(z)^2 \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

L'équation. (III.59) peut être bornée comme suit:

$$\dot{V}_\theta \leq -\frac{1}{2} f_{u\lambda} e_u^2 + \frac{1}{2} f_{u\lambda} \delta^2(z) - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 \quad (\text{III.61})$$

Les paramètres θ^* sont et les fonctions $\delta(z)$ et $f_{u\lambda}$ sont supposés bornés, donc on peut définir

une constante positive bornée ψ comme suit : $\psi = \sup_t \left(\frac{1}{2} f_{u\lambda} \delta^2(z) \right) + \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2$.

Alors, (III.61) peut être simplifié comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &\leq \sup_t \left(\frac{1}{2} f_{u\lambda} \delta^2(z) \right) + \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 - \frac{1}{2} f_{u\lambda} e_u^2 - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 \leq \psi - \frac{1}{2} f_{u\lambda} e_u^2 - \frac{\sigma}{2} 2\eta_0 V_\theta \\ &\leq \psi - \alpha V_\theta \end{aligned} \quad (III.62)$$

où V_θ est donné par (III.57) et $\alpha = \sigma\eta_0$.

Maintenant on peut énoncer le théorème suivant qui montre que le vecteur d'erreur du paramètre $\tilde{\theta}$ est borné.

Théorème 1

Si la supposition (1) est satisfaite et si l'erreur d'approximation $\delta(z)$ (III.46) est bornée, alors la loi d'adaptation (III.56) garantie que:

(i) Le vecteur d'erreur des paramètres est borné et converge à l'ensemble résiduel:

$$\Omega_\theta = \left\{ \tilde{\theta} \mid \|\tilde{\theta}\|^2 \leq 2\eta_0\psi / \alpha \right\} \quad (III.63)$$

(ii) Le vecteur de l'erreur d'estimation e_u est borné et petit, de l'ordre de $(\bar{\delta}^2 + \sigma)$, dans le sens des moindres carrés.

Preuve

(i) l'équation (III.62) implique que pour $V_\theta \geq \psi / \alpha$, $\dot{V}_\theta \leq 0$ c'est à dire V_θ et $\tilde{\theta}$ sont bornés.

En intégrant (III.62), on peut établir que

$$\begin{aligned} V_\theta(t) &\leq V_\theta(0)e^{-\alpha t} + \frac{\psi}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t}) \leq V_\theta(0)e^{-\alpha t} + \frac{\psi}{\alpha} \\ \Rightarrow V_\theta(t) &= \frac{1}{2\eta_0} \|\tilde{\theta}(t)\|^2 \leq \frac{1}{2\eta_0} \|\tilde{\theta}(0)\|^2 e^{-\alpha t} + \frac{\psi}{\alpha} \\ \text{Alors } \|\tilde{\theta}(t)\|^2 &\leq \|\tilde{\theta}(0)\|^2 e^{-\alpha t} + 2\eta_0\psi / \alpha \end{aligned} \quad (III.64)$$

qui implique que $\tilde{\theta}$ converge vers l'ensemble résiduel suivant

$$\Omega_\theta = \left\{ \tilde{\theta} \mid \|\tilde{\theta}\|^2 \leq 2\eta_0\psi / \alpha \right\} \quad (III.65)$$

(ii) de (i) $\tilde{\theta}$ est borné, lequel avec $\delta(z) \in L_\infty$ et $w(z) \in L_\infty$, implique que l'erreur d'approximation dans (III.46) $e_u \in L_\infty$. Puisque $V_\theta \in L_\infty$, $0 < f_{u\lambda} < \infty$ et $|\delta(z)| \leq \bar{\delta}$, de (III.61), on a

$$e_u^2 \leq \left(-2\dot{V}_\theta + f_{u\lambda} \delta^2(z) - \sigma \|\tilde{\theta}\|^2 + \sigma \|\theta^*\|^2 \right) / f_{u\lambda} \quad (III.66)$$

$$\leq \left(-2\dot{V}_\theta + f_{u\lambda} \bar{\delta}^2 - \sigma \|\tilde{\theta}\|^2 + \sigma \|\theta^*\|^2 \right) / f_{u\lambda}$$

En intégrant (III.66), on obtient :

$$\int_t^{t+T} e_u^2 dt \leq \int_t^{t+T} \left(\left(-2\dot{V}_\theta + f_{u\lambda} \bar{\delta}^2 + \sigma \|\theta^*\|^2 \right) / f_{u\lambda} \right) dt \quad (III.67)$$

$$\leq \left(2[V_\theta(t) - V_\theta(t+T)] / f_{u\lambda} \right) + \left(\bar{\delta}^2 + \sigma \|\theta^*\|^2 / f_{u\lambda} \right) T$$

On pose $c_0 = \inf_t (f_{u\lambda})$, $c_2 = \sup_t (2[V_\theta(t) - V_\theta(t+T)] / c_0)$ et $c_1 = \max(1, \|\theta^*\|^2 / c_0)$.

L'inégalité (III.67) s'écrit :

$$\int_t^{t+T} e_u^2 d\tau \leq (\bar{\delta}^2 + \frac{\sigma}{c_0} \|\theta^*\|^2) T + \frac{2}{c_0} (V_\theta(t) - V_\theta(t+T)) \leq c_1 (\bar{\delta}^2 + \sigma) T + c_2 \quad (III.68)$$

L'expression (III.68) implique que e_u est petit, de l'ordre $(\bar{\delta}^2 + \sigma)$ dans le sens des moindres carrés [IOA, 96].

Remarque 2

Le signal $e_1^{(n)}$ dans la loi d'adaptation (III.56) n'est pas disponible pour la mesure. Cette quantité peut être approximer par : $e_1^{(n)} \approx \frac{e_1^{(n-1)}(t) - e_1^{(n-1)}(t - \Delta(t))}{\Delta(t)}$, où $\Delta(t)$ est une petite constante positive. On remarque que à cause de la structure intégrante de la loi d'adaptation (III.56) et la présence du signal $e_1^{(n)}$, l'effet du bruit de mesure sera réduit considérablement.

III.3.5.3. Convergence de l'erreur de poursuite

Pour analyser la convergence de l'erreur de poursuite, on considère la fonction de Lyapunov suivante:

$$V_e = e^T P e \quad (III.69)$$

En dérivant (III.69) par rapport au temps et en utilisant (III.32) et (III.49), on obtient

$$\dot{V}_e = -e^T Q e - 2b^T P e \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) + 2b^T P e f_{u\lambda} (u^* - u) \quad (III.70)$$

En remplaçant (III.46) dans (III.70), on obtient :

$$\dot{V}_e = -e^T Q e - 2b^T P e \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) + 2b^T P e f_{u\lambda} (w^T(z) \tilde{\theta} + \delta(z)) \quad (III.71)$$

A partir (III.64), on a

$$\|\tilde{\theta}(t)\| \leq \|\tilde{\theta}(0)\| e^{-0.5\alpha t} + \sqrt{2\eta_0 \psi / \alpha} \quad (\text{III.72})$$

En utilisant (III.72) et le fait que $w(z)$ et $\delta(z)$ sont bornés, on peut écrire :

$$\left| f_{u\lambda} \times (w^T(z)\tilde{\theta} + \delta(z)) \right| \leq \psi_0 e^{-0.5\alpha t} + \psi_1 \quad (\text{III.73})$$

où ψ_0 et ψ_1 sont des constantes positives finies. D'après (III.73), (III.71) peut être borné comme suit :

$$\dot{V}_e \leq -e^T Q e - 2b^T P e \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) + 2|b^T P e|(\psi_0 e^{-0.5\alpha t} + \psi_1) \quad (\text{III.74})$$

En supposant que le paramètre de conception β est choisi assez grand tel que $\beta \geq \psi_1$, et en utilisant l'inégalité suivante, $-x \tanh(x / \varepsilon) + |x| \leq a\varepsilon$ avec $a = 0.2785$ [POL.96], l'inégalité (III.74) peut être réduite à :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &\leq -e^T Q e - 2b^T P e \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) + 2|b^T P e|(\psi_0 e^{-0.5\alpha t} + \psi_1) \\ &\leq -e^T Q e - 2b^T P e \psi_1 \tanh(b^T P e / \varepsilon) + 2|b^T P e|(\psi_0 e^{-0.5\alpha t} + \psi_1) \\ &\leq -e^T Q e + 2\psi_1 \left(-b^T P e \tanh(b^T P e / \varepsilon) + |b^T P e| \right) + 2|b^T P e| \psi_0 e^{-0.5\alpha t} \\ &\leq -e^T Q e + 2\psi_1 \left(-b^T P e \tanh(b^T P e / \varepsilon) + |b^T P e| \right) + 2|b^T P e| \psi_0 e^{-0.5\alpha t} \\ &\leq -e^T Q e + 2|b^T P e| \psi_0 e^{-0.5\alpha t} + 2\psi_1 a \varepsilon \end{aligned} \quad (\text{III.75})$$

L'exploitation des deux inégalités suivantes :

$$2|b^T P e| \psi_0 e^{-0.5\alpha t} \leq 0.5\|e\|^2 + 2\|b^T P\|^2 \psi_0^2 e^{-\alpha t} \quad (\text{III.76})$$

et

$$\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 \leq e^T Q e \leq \lambda_{\max}(Q)\|e\|^2 \Rightarrow -\lambda_{\max}(Q)\|e\|^2 \leq -e^T Q e \leq -\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 \quad (\text{III.77})$$

Permet d'écrire l'équation (III.75) comme :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &\leq -e^T Q e + 2\psi_1 a \varepsilon + 2\|b^T P\|^2 \psi_0^2 e^{-\alpha t} + 0.5\|e\|^2 \\ &\leq -(\lambda_{\min}(Q) - 0.5)\|e\|^2 + 2\psi_1 a \varepsilon + 2\|b^T P\|^2 \psi_0^2 e^{-\alpha t} \end{aligned} \quad (\text{III.78})$$

où $\lambda_{\min}(Q)$ représente la valeur propre minimale de la matrice Q qui est choisi telle que $\lambda_{\min}(Q) > 0.5$.

L'utilisation de l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(P)\|e\|^2 \leq V_e = e^T P e \leq \lambda_{\max}(P)\|e\|^2 &\Rightarrow \|e\|^2 \geq V_e / \lambda_{\max}(P) \\ &\Rightarrow -(\lambda_{\min}(Q) - 0.5)\|e\|^2 \leq -(\lambda_{\min}(Q) - 0.5)V_e / \lambda_{\max}(P) \end{aligned} \quad (\text{III.79})$$

permet d'exprimer (III.78) comme suit :

$$\dot{V}_e \leq -\alpha_e V_e + 2\|b^T P\|^2 \psi_0^2 e^{-\alpha t} + 2\psi_1 a \varepsilon \quad (\text{III.80})$$

avec $\alpha_e = (\lambda_{\min}(Q) - 0.5) / \lambda_{\max}(P)$ où $\lambda_{\max}(P)$ est la valeur propre maximale de la matrice P .
 À présent on peut énoncer le théorème suivant, qui montre la convergence de l'erreur de poursuite.

Théorème 2

Considérons le système (III.27) avec les suppositions 1 et 2 sont satisfaites et supposant que l'erreur d'approximation floue (III.46) est bornée. La loi de commande (III.44) avec la loi d'adaptation (III.56) garantie que les signaux x et u sont bornés, et que l'erreur de poursuite converge vers l'ensemble résiduel:

$$\Omega_e = \left\{ e \mid \|e\| \leq \sqrt{2\psi_1 a \varepsilon / (\lambda_{\min}(P) \alpha_e)} \right\} \quad (\text{III.81})$$

Preuve

L'équation. (III.80) implique que pour $V_e \geq (2\|b^T P\|^2 \psi_0^2 e^{-\alpha t} + 2\psi_1 a \varepsilon) / \alpha_e$, on a $\dot{V}_e \leq 0$ c'est à dire le vecteur d'erreur de poursuite e est borné. Lequel avec la trajectoire désirée et ses dérivés sont bornés, impliquent que le vecteur d'état x est borné et puisque le terme $2\|b^T P\|^2 \psi_0^2 e^{-\alpha t}$ tend vers zéro quand $t \rightarrow \infty$, on peut conclure que la fonction V_e est bornée comme suit :

$$V_e \leq 2\psi_1 a \varepsilon / \alpha_e \quad (\text{III.82})$$

À partir (III.79) et (III.82) on a $\lambda_{\min}(P) \|e\|^2 \leq V_e = e P e \leq 2\psi_1 a \varepsilon / \alpha_e$, par conséquent l'erreur de poursuite convergera vers l'ensemble résiduel

$$\Omega_e = \left\{ e \mid \|e\| \leq \sqrt{2\psi_1 a \varepsilon / (\lambda_{\min}(P) \alpha_e)} \right\} \quad (\text{III.83})$$

À partir du théorème 1 on a $\tilde{\theta} \in L_\infty$, qui implique que $\theta \in L_\infty$ et puisque $w(z) \in L_\infty$ alors $u \in L_\infty$.

Remarque 3

La robustesse du contrôleur peut être améliorée en sélectionnant une large valeur positive du paramètre de conception β , et une petite valeur positive pour le paramètre ε . Le choix de β dépend principalement de la capacité d'approximation du contrôleur flou et les propriétés de la loi d'adaptation des paramètres. D'un autre côté, il n'est pas recommandé

d'attribuer une très grande valeur à ce paramètre, pour ne pas provoquer des phénomènes de commutations. Par conséquent, le paramètre β devrait être bien choisi pour accomplir les performances souhaitées de commande.

Remarque 4

On remarque que les résultats de la technique directe sont directement applicables aux systèmes non linéaires affines SISO. La condition $g(x) \neq 0$ assure l'existence du contrôleur idéal. Dans ce cas, le contrôleur idéal et l'erreur dynamique dans la boucle fermée sont donnés par $u^* = g^{-1}(x)(v - h(x))$ et $e_1^{(n)} + k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon) = g(x)(u^* - u)$, respectivement.

III.4. Exemples et simulations

Pour valider ces approches et montrer leurs efficacités, deux exemples de simulation ont été considérés. Les deux systèmes étant soumis à des incertitudes et à des perturbations externes, doivent suivre des trajectoires de référence imposées. Pour chaque système, deux cas sont considérés, le premier cas en absence de bruit de mesure et le deuxième cas, en considérant un bruit de mesure sur la sortie du système comme représenté sur la figure (III.3).

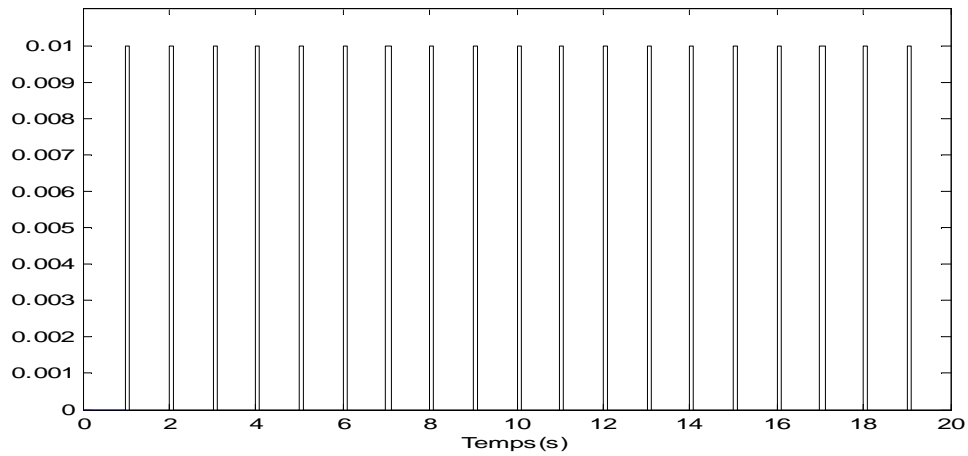


Fig. III.3 : Bruit externe.

Pour la première technique (indirecte), on choisie $r = 2\rho^2$ pour simplifier le calcul.

III.4.1. Exemple 1

Dans cet exemple, on considère le système non affine décrit par l'équation d'état suivante [PAR.05] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1 + x_2^2)u + \sin(0.1u) + d(t) \end{cases} \quad (III.27)$$

où $d(t) = 0.5 \sin(t) + 0.5 \cos(2t)$. La trajectoire désirée est donnée par $y_r(t) = \sin(t)$ et les conditions initiales sont données par $x(0) = [0.6, 0.5]^T$.

III.4.1.1. Première technique (indirecte)

Dans cet exemple, sur les univers de discours qui sont $[-1.5, 1.5]$, $[-1.5, 1.5]$ et $[-2.6, 2.6]$, on définit 5, 5 et 6 ensembles flous pour les variables x_1 , x_2 et u respectivement. Les fonctions d'appartenance de x_1 et x_2 sont des gaussiennes données par : $\mu_{F_i^1}(x_i) = \exp(-0.5(x_i + 1)^2)$, $\mu_{F_i^2}(x_i) = \exp(-0.5(x_i + 0.5)^2)$, $\mu_{F_i^3}(x_i) = \exp(-0.5(x_i)^2)$, $\mu_{F_i^4}(x_i) = \exp(-0.5(x_i - 0.5)^2)$ et $\mu_{F_i^5}(x_i) = \exp(-0.5(x_i - 1)^2)$. Les fonctions d'appartenance de la commande u ont des formes triangulaires définies par :

$$\begin{aligned} \mu_{B^1}(u) &= \text{trimf}(u, [-3, -2.6, -1.5]), \mu_{B^2}(u) = \text{trimf}(u, [-2.6, -1.5, -0.7]), \\ \mu_{B^3}(u) &= \text{trimf}(u, [-1.5, -0.7, 0.7]), \mu_{B^4}(u) = \text{trimf}(u, [-0.7, 0.7, 1.5]), \\ \mu_{B^5}(u) &= \text{trimf}(u, [0.7, 1.5, 2.6]) \text{ et } \mu_{B^6}(u) = \text{trimf}(u, [1.5, 2.6, 3]). \end{aligned}$$

Dans la conception du contrôleur, le paramètre ρ est choisi égal à 0.6, la matrice Q est choisie égale à $\text{diag}(5,5)$ et le vecteur de retour k égale à $[1, 2]$ tel que le polynôme caractéristique $h(s) = s^2 + 2s^1 + 1$ soit stable.

III.4.1.1.1. Cas 1 : absence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.4-III.7). Les figures (III.4) et (III.5) présentent l'évolution de la sortie du système $y(t)$ et sa dérivée $\dot{y}(t)$ avec leurs références, respectivement. Ces figures montrent qu'après un régime transitoire, les deux variables d'état du système suivent parfaitement leurs références.

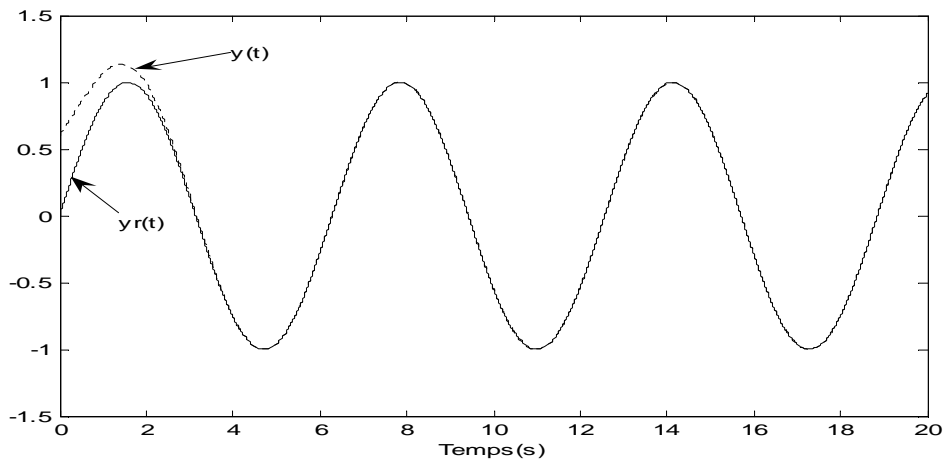


Fig. III.4 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

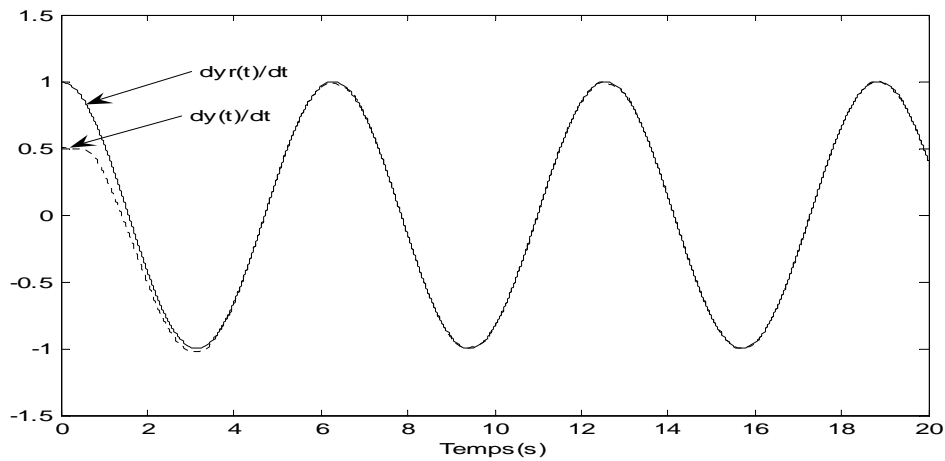


Fig. III.5 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

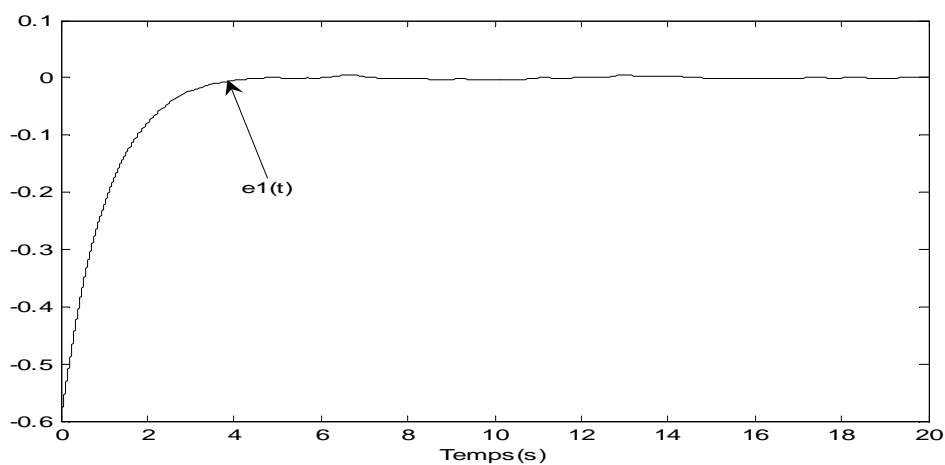


Fig. III.6 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

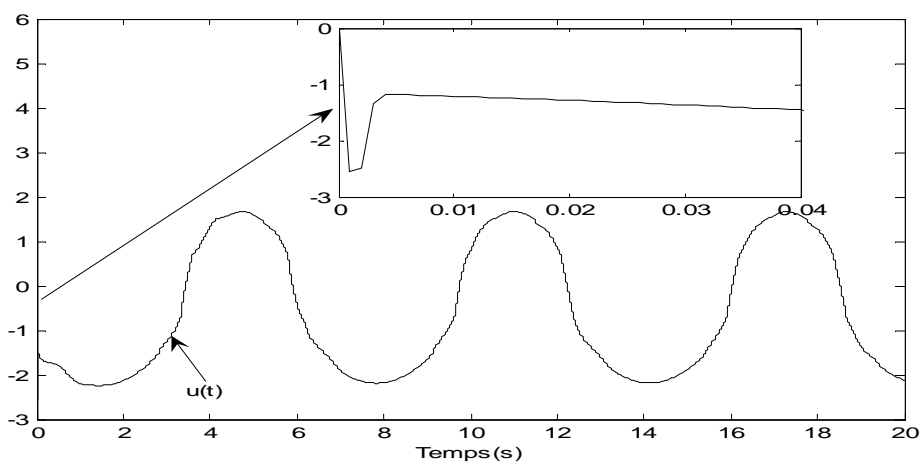


Fig. III.7 : Signal de commande globale $u(t)$.

La figure (III.6) montre que l'erreur de poursuite converge vers zéro. L'évolution de la loi de commande qui présente une forme lisse et continue est illustrée sur la figure (III.7).

III.4.1.1.2. Cas 2 : présence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.8-III.11).

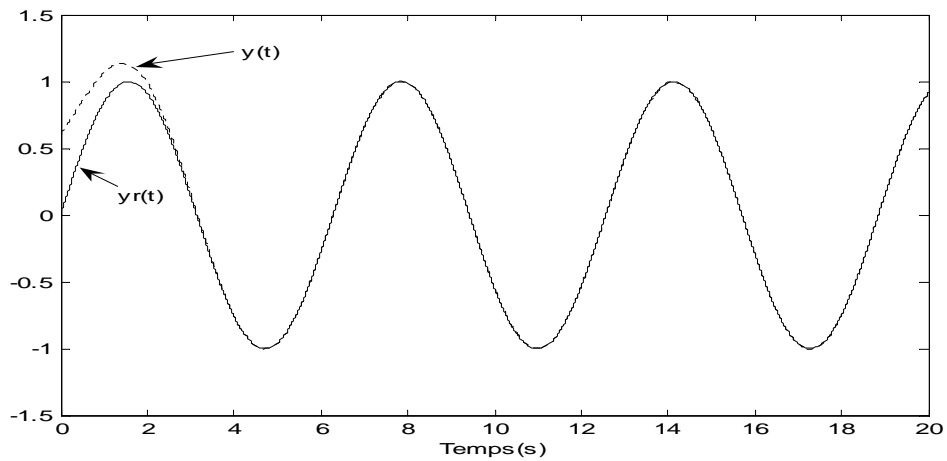


Fig. III.8 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

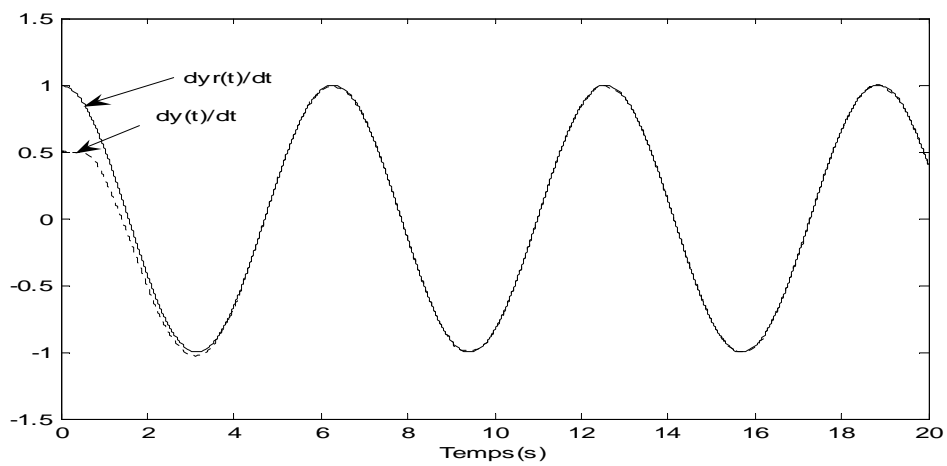


Fig. III.9 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

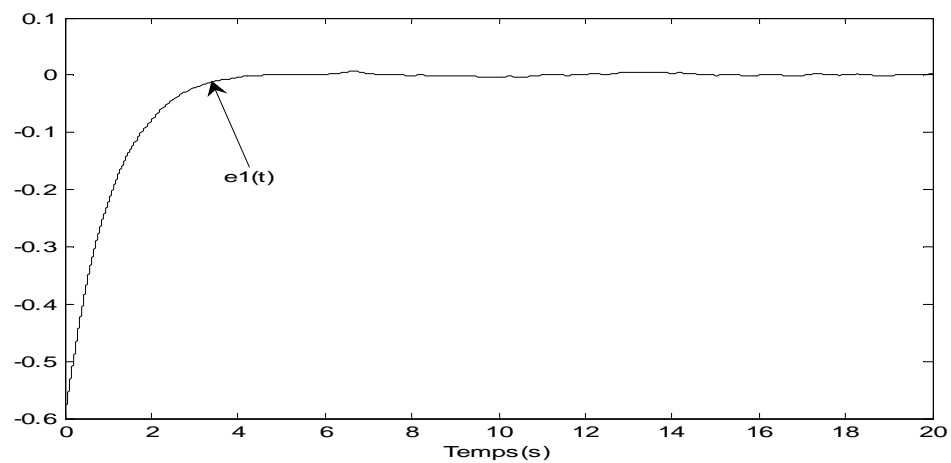


Fig. III.10 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

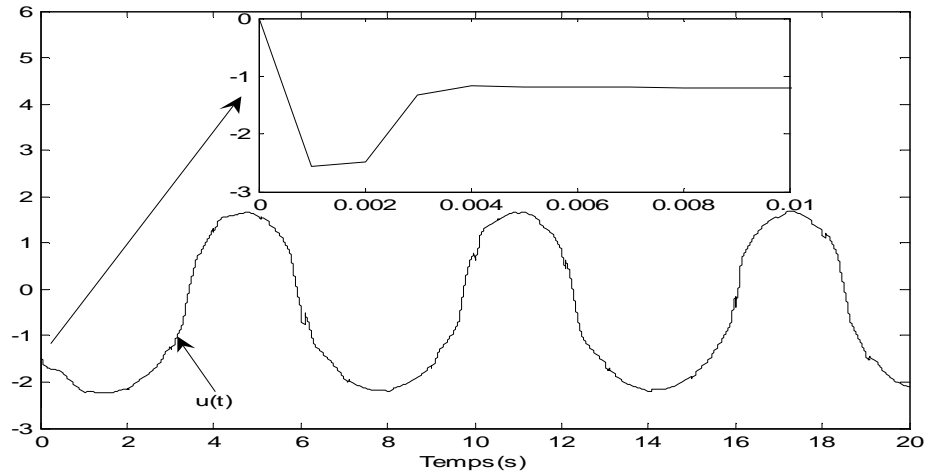


Fig. III.11 : Signal de commande globale $u(t)$.

Les bonnes performances de poursuite ainsi que la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro sont montrées sur les figures (III.8, III.9 et III.10) respectivement. La figure (III.11) présente l'allure continue du signal de commande globale générée pour atteindre l'objectif assigné. Ce signal présente de petites variations dues au bruit de mesure.

III.4.1.2. Seconde technique (directe)

Le contrôleur idéal implicite inconnu est approximé par un système flou de la forme (III.44) dont les variables d'entrées z_1 , z_2 et z_3 sont choisies comme suit : $z_1 = x_1$, $z_2 = x_2$ et $z_3 = \ddot{y}_d + k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon)$. On définit pour les variables z_1 et z_2 , trois fonctions d'appartenance Gaussiennes données comme suit: $\mu_{F_i^1}(z_i) = \exp(-0.5(z_i + 0.5)^2)$, $\mu_{F_i^2}(z_i) = \exp(-0.5(z_i)^2)$ et $\mu_{F_i^3}(z_i) = \exp(-0.5(z_i - 0.5)^2)$, et pour la variable z_3 cinq fonctions d'appartenance Gaussiennes données par : $\mu_{F_i^1}(z_i) = \exp(-0.01(z_i + 24)^2)$, $\mu_{F_i^2}(z_i) = \exp(-0.01(z_i + 12)^2)$, $\mu_{F_i^3}(z_i) = \exp(-0.01(z_i)^2)$, $\mu_{F_i^4}(z_i) = \exp(-0.01(z_i - 12)^2)$ et $\mu_{F_i^5}(z_i) = \exp(-0.01(z_i - 24)^2)$. Les valeurs initiales du vecteur estimé $\theta(0)$ sont égales à zéro. Les paramètres de conception utilisés dans cet exemple sont sélectionnés comme suit :

$$\eta_0 = 5, \beta = 25, \varepsilon = 0.05, \sigma = 0.02, k = [1, 2]^T, Q = \text{diag}[10, 10] \text{ et } P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

III.4.1.2.1. Cas 1 : absence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.12-III.15). Les bonnes performances de poursuite ainsi que la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro

sont montrées sur les figures (III.12, III.13 et III.14) respectivement. La figure (III.15) présente le signal de commande globale générée pour atteindre l'objectif assigné. Ce signal présent une allure lisse est continue.

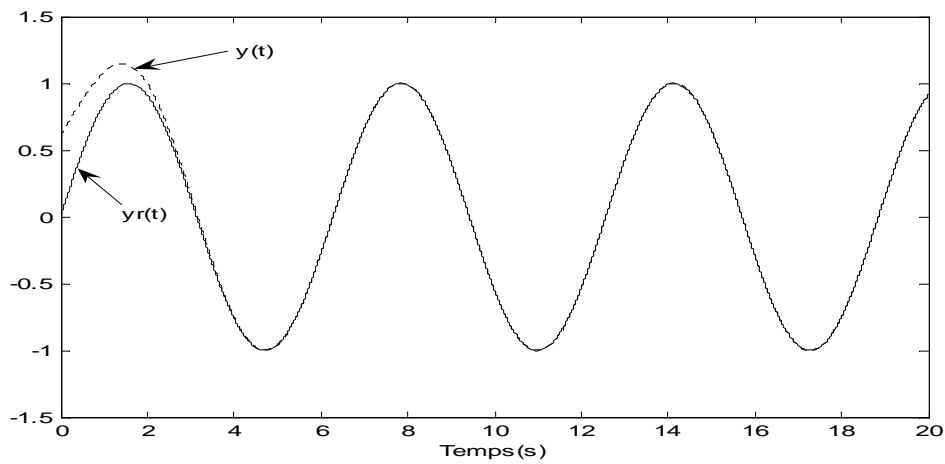


Fig. III.12 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

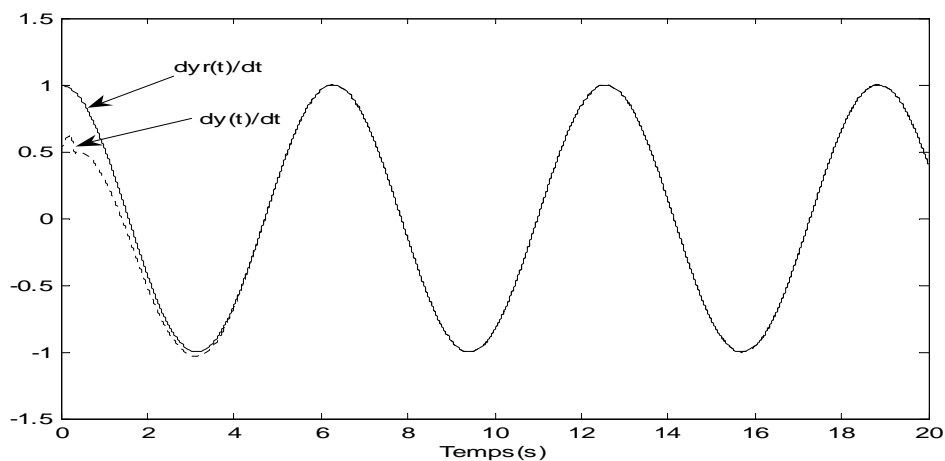


Fig. III.13 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

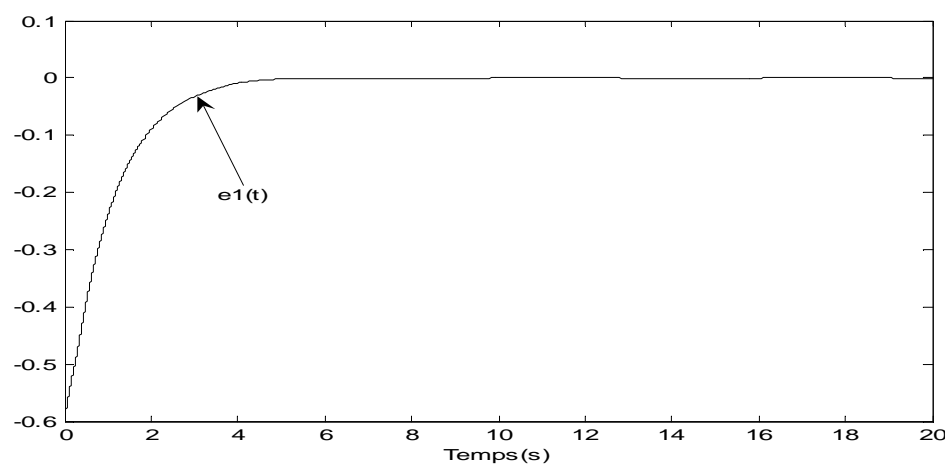


Fig. III.14 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

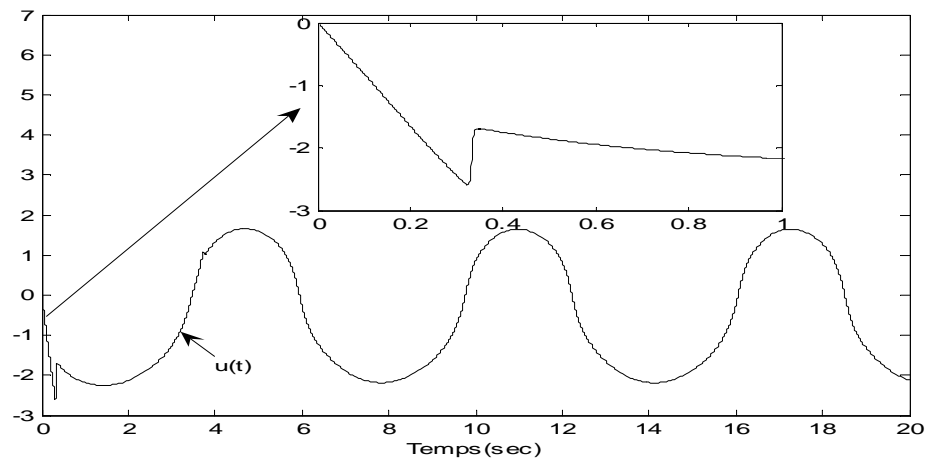


Fig. III.15 : Signal de commande globale $u(t)$.

III.4.1.2.2. Cas 2 : présence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.16-III.19).

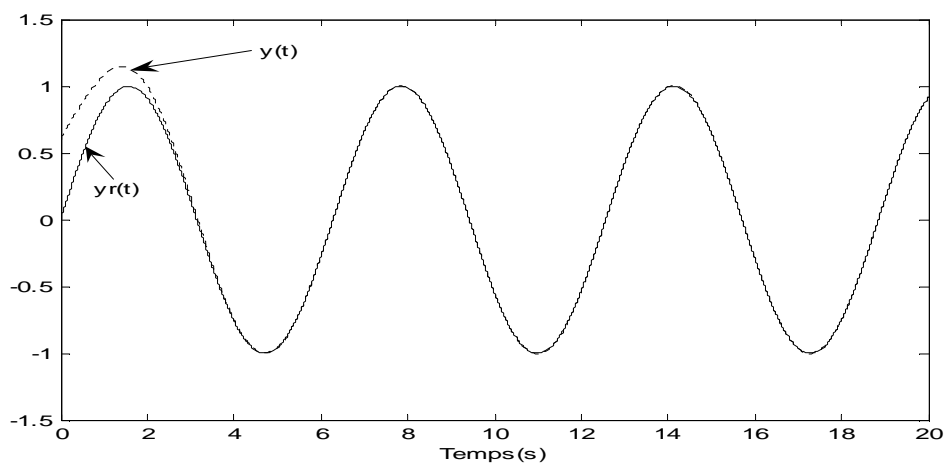


Fig. III.16 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

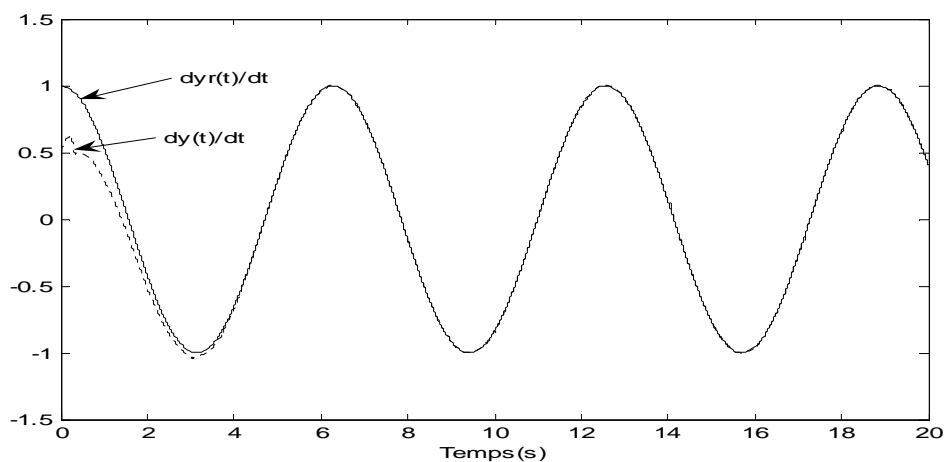


Fig. III.17 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

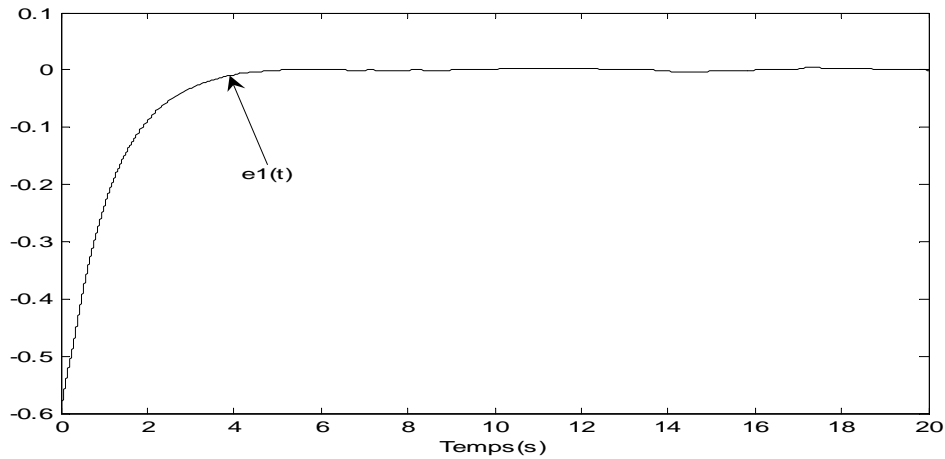


Fig. III.18 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

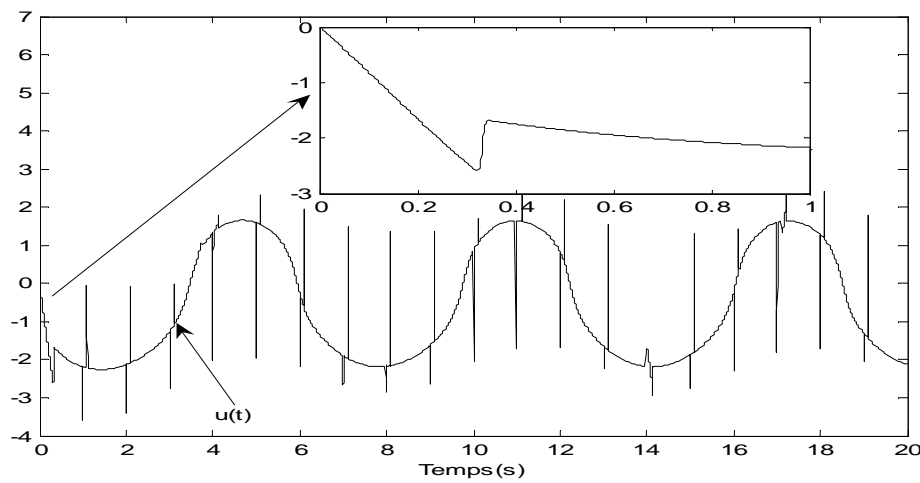


Fig. III.19 : Signal de commande globale $u(t)$.

La figure (III.19) montre que la loi de commande présente des variations brusques est rapides garantissant une bonne performance de poursuite et une convergence de l'erreur de poursuite vers zéro. Ceci montre la robustesse de la commande vis-à-vis des perturbations.

III.4.2. Exemple 2

Le deuxième exemple est décrit par l'équation d'état suivante [TON.06]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -w^2 x_1 - 0.02(w + x_1^2)x_2 + u^3 + (x_1^2 + x_2^2)\sigma(u) + \tanh(0.2u) + d(t) \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

où $w = 0.4\pi$, $\sigma(u) = (1 - e^{-u}) / (1 + e^{-u})$ et $d(t) = 0.2$. La trajectoire désirée est donné par $y_r(t) = 0.1\pi[\sin(2t) - \cos(t)]$ et les conditions initiales sont données par $x(0) = [0.1, 0.2]^T$.

III.4.2.1. Première technique (indirecte)

Dans cet exemple, sur les univers de discours qui sont $[-1, 1]$, $[-1, 1]$ et $[-1, 1]$, on défini

5, 5 et 6 ensembles flous pour les variables x_1 , x_2 et u respectivement. Les fonctions d'appartenance de x_1 , x_2 sont des gaussiennes données par : $\mu_{F_1^1}(x_i) = \exp(-0.5(x_i + 0.8)^2)$, $\mu_{F_1^2}(x_i) = \exp(-0.5(x_i + 0.4)^2)$, $\mu_{F_1^3}(x_i) = \exp(-0.5(x_i)^2)$, $\mu_{F_1^4}(x_i) = \exp(-0.5(x_i - 0.4)^2)$ et $\mu_{F_1^5}(x_i) = \exp(-0.5(x_i - 0.8)^2)$. Les fonctions d'appartenance de la commande u ont des formes triangulaires définies par :

$$\begin{aligned} \mu_{B^1}(u) &= \text{trimf}(u, [-1.2, -1, -0.55]), \mu_{B^2}(u) = \text{trimf}(u, [-1, -0.55, -0.15]), \\ \mu_{B^3}(u) &= \text{trimf}(u, [-0.55, -0.15, 0.15]), \mu_{B^4}(u) = \text{trimf}(u, [-0.15, 0.15, 0.55]), \\ \mu_{B^5}(u) &= \text{trimf}(u, [0.15, 0.55, 1]) \text{ et } \mu_{B^6}(u) = \text{trimf}(u, [0.55, 1, 1.2]). \end{aligned}$$

Dans la conception du contrôleur, le paramètre ρ est choisi égal à 0.2. La matrice Q est choisie égale à $\text{diag}(5,5)$ et le vecteur de retour k égale à $[1, 2]$.

III.4.2.1.1. Cas 1 : absence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.20-III.23).

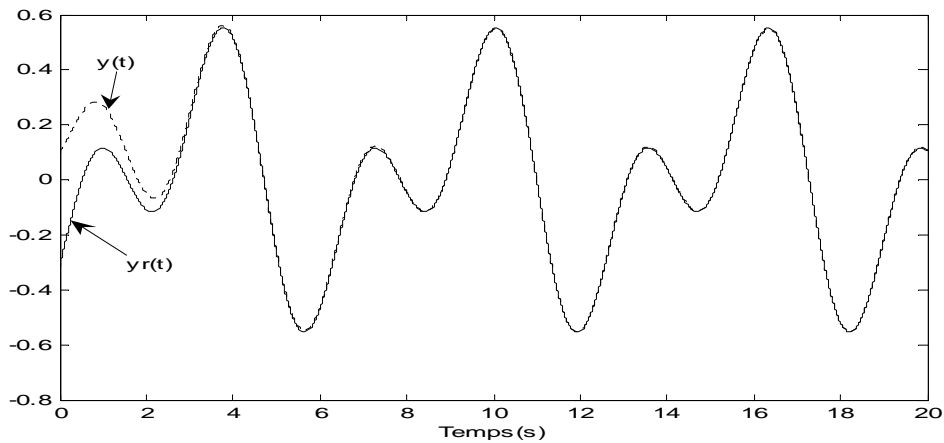


Fig. III.20 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

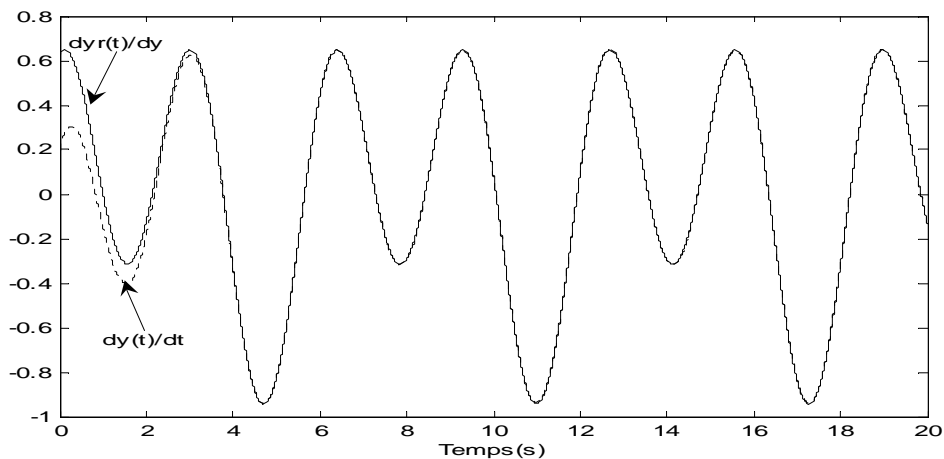


Fig. III.21 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

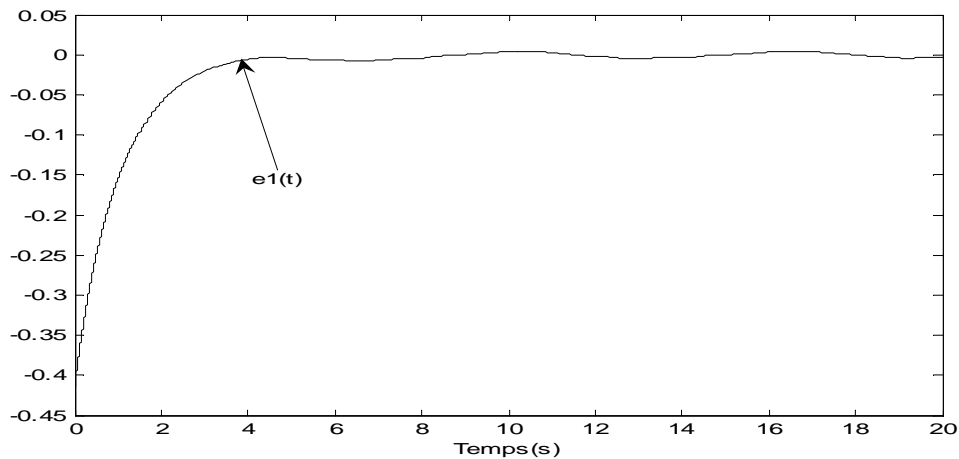


Fig. III.22 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

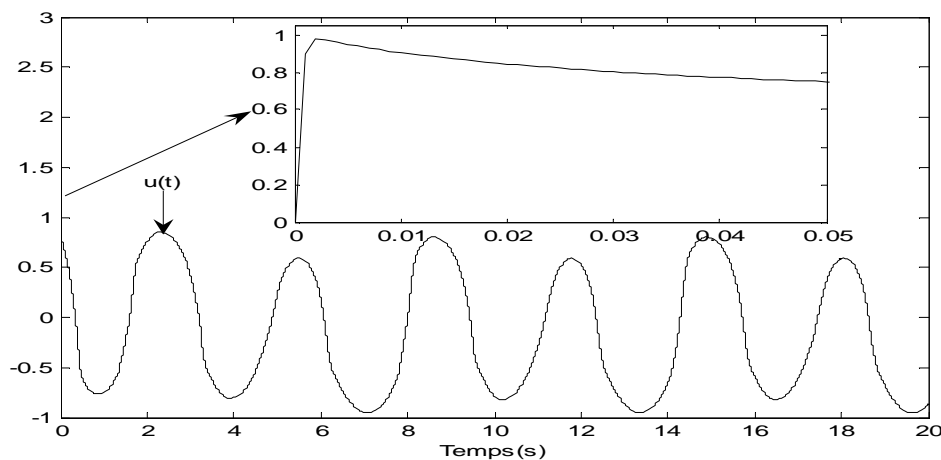


Fig. III.23 : Signal de commande globale $u(t)$.

Sur les figures (III.20 et III.21), on remarque une bonne poursuite. La figure (III.22) montre que l'erreur de poursuite converge vers zéro avec petite oscillation, Cette oscillation est due aux conditions initiales des paramètres flous. Un bon choix de ces derniers permet de contourner ce problème. Une allure lisse et continue de la commande est montrée sur la figure (III.23).

III.4.2.1.2 Cas 2 : présence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.24-III.27). Les constatations concernant la poursuite et convergence de l'erreur de poursuite données dans le premier cas du deuxième exemple (III.4.2.1.1) restent valables pour ce cas. En ce qui concerne la commande, des petites variations sont apparues sur l'allure de la commande.

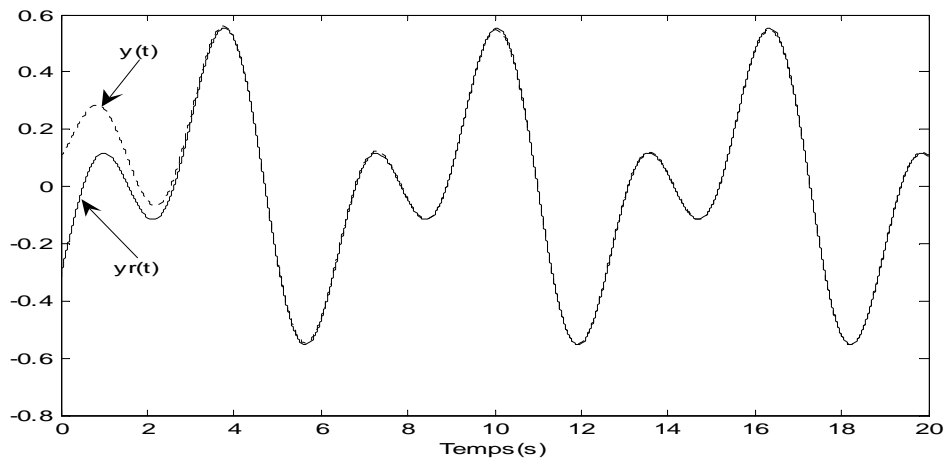


Fig. III.24 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

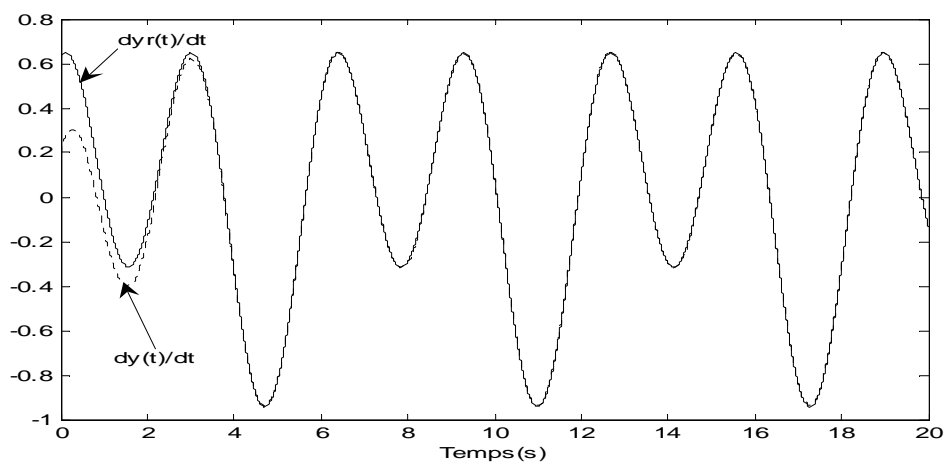


Fig. III.25 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

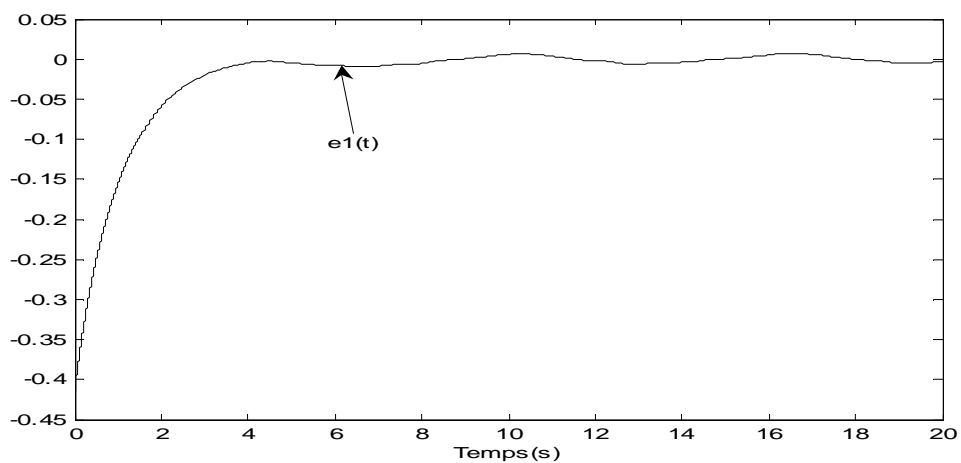


Fig. III.26 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

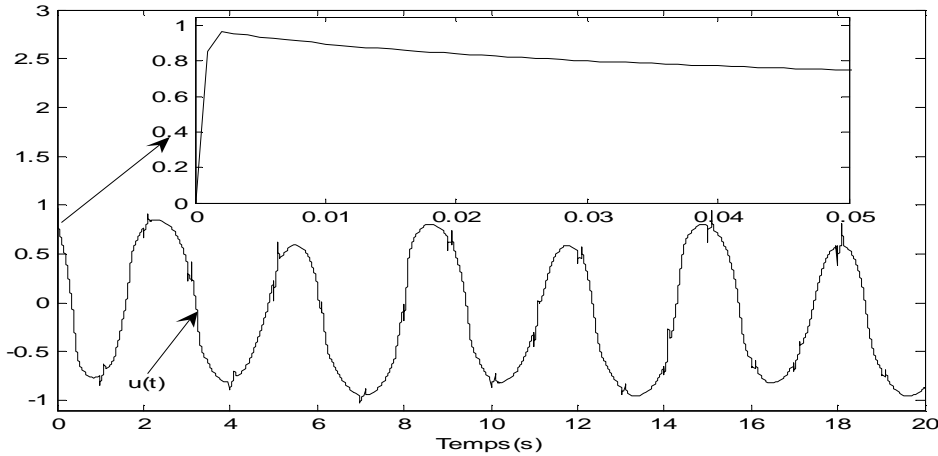


Fig. III.27 : Signal de commande globale $u(t)$.

III.4.2.2. Seconde technique (directe)

Le contrôleur idéal implicite inconnu est approximé par un système flou de la forme (III.44) dont les variables d'entrées z_1 , z_2 et z_3 sont choisies comme suit : $z_1 = x_1$, $z_2 = x_2$ et $z_3 = \ddot{y}_d + k^T e + \beta \tanh(b^T P e / \varepsilon)$. On définit pour les variables z_1 et z_2 , trois fonctions d'appartenance Gaussienne donnée comme suit:

$$\mu_{F_1^1}(z_i) = \exp(-0.5(z_i + 0.5)^2), \quad \mu_{F_1^2}(z_i) = \exp(-0.5(z_i)^2) \text{ et } \mu_{F_1^3}(z_i) = \exp(-0.5(z_i - 0.5)^2).$$

Et pour la variable z_3 cinq fonctions d'appartenance Gaussienne données par :

$$\mu_{F_1^1}(z_i) = \exp(-0.01(z_i + 24)^2), \quad \mu_{F_1^2}(z_i) = \exp(-0.01(z_i + 12)^2), \quad \mu_{F_1^3}(z_i) = \exp(-0.01(z_i)^2),$$

$$\mu_{F_1^4}(z_i) = \exp(-0.01(z_i - 12)^2) \text{ et } \mu_{F_1^5}(z_i) = \exp(-0.01(z_i - 24)^2).$$

Les valeurs initiales du vecteur estimé $\theta(0)$ sont égales à zéro. Les paramètres de conception utilisés dans cet exemple sont sélectionnés comme suit : $\eta_0 = 5$, $\beta = 25$, $\varepsilon = 0.05$, $\sigma = 0.02$, $k = [1, 2]^T$,

$$Q = \text{diag}[10, 10] \text{ et } P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

III.4.2.2.1 Cas 1 : absence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.28-III.31). Les constatations concernant la poursuite, la convergence de l'erreur de poursuite et la commande données dans le premier cas du premier exemple (III.4.1.2.1) restent valables pour ce cas.

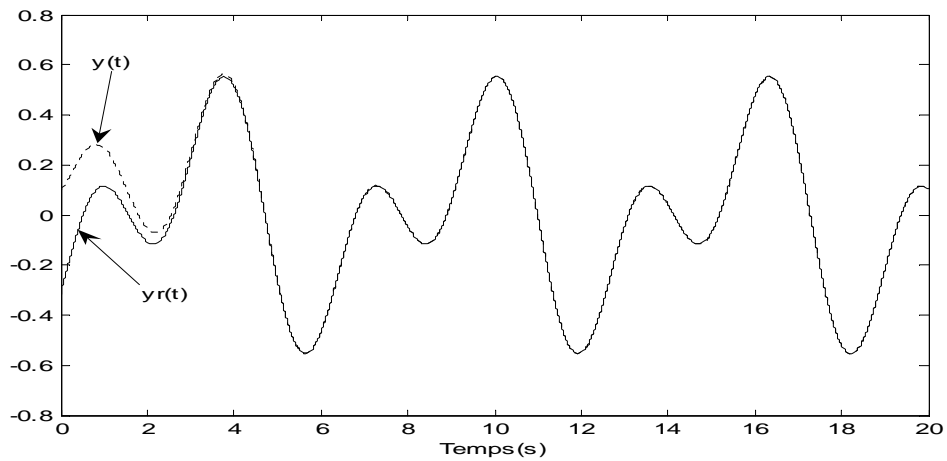


Fig. III.28 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

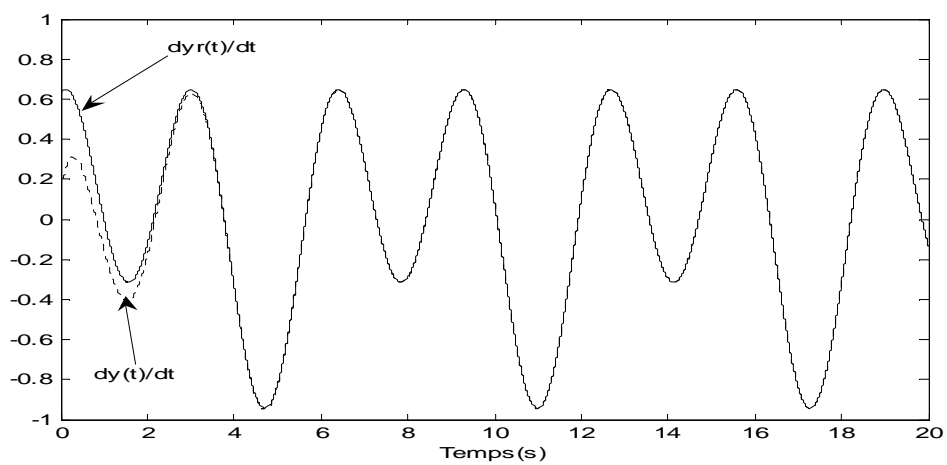


Fig. III.29 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

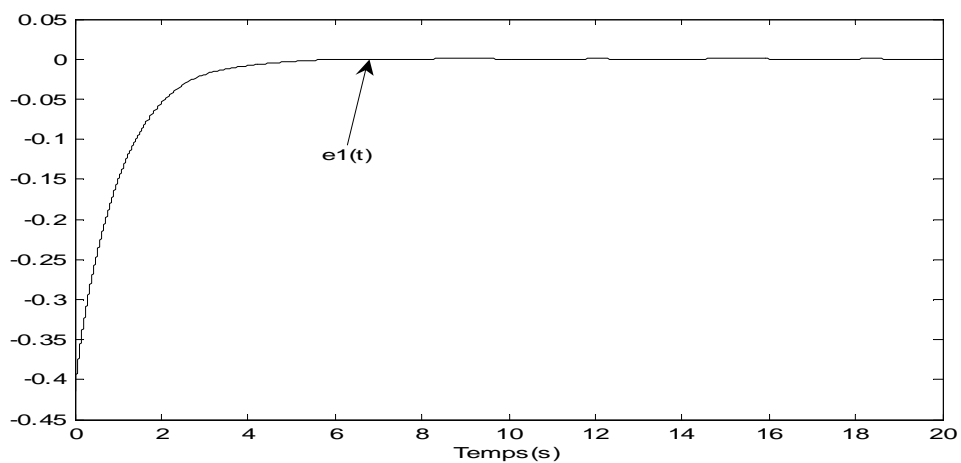


Fig. III.30 : Erreur de poursuite $e_1(t)$

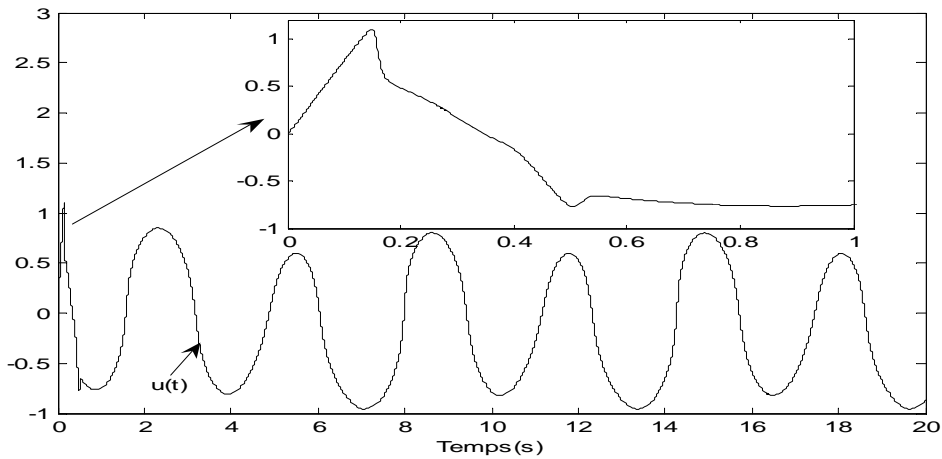


Fig. III.31 : Signal de commande globale $u(t)$.

III.4.2.2.2 Cas 2 : présence de bruit de mesure

Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.32-III.35). Les constatations concernant la poursuite, la convergence de l'erreur de poursuite et la commande, données dans le deuxième cas du premier exemple (III.4.1.2.2.) restent valables dans ce cas.

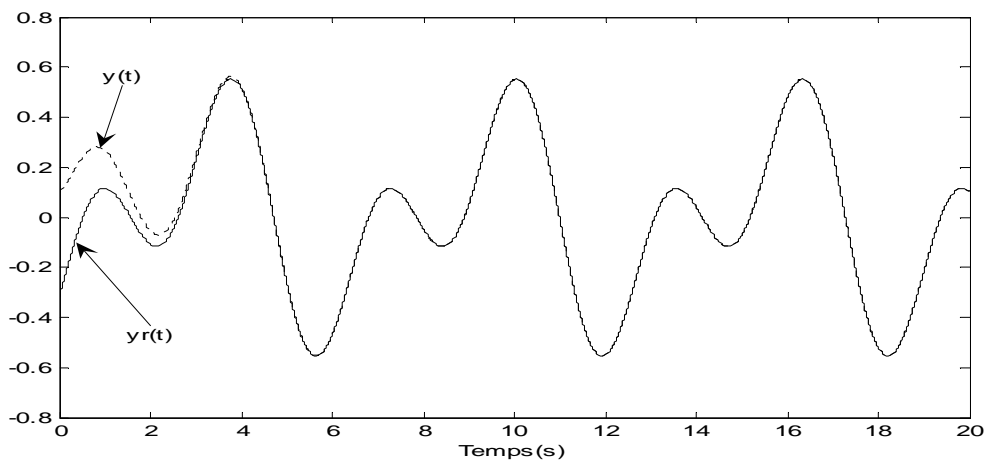


Fig. III.32 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$.

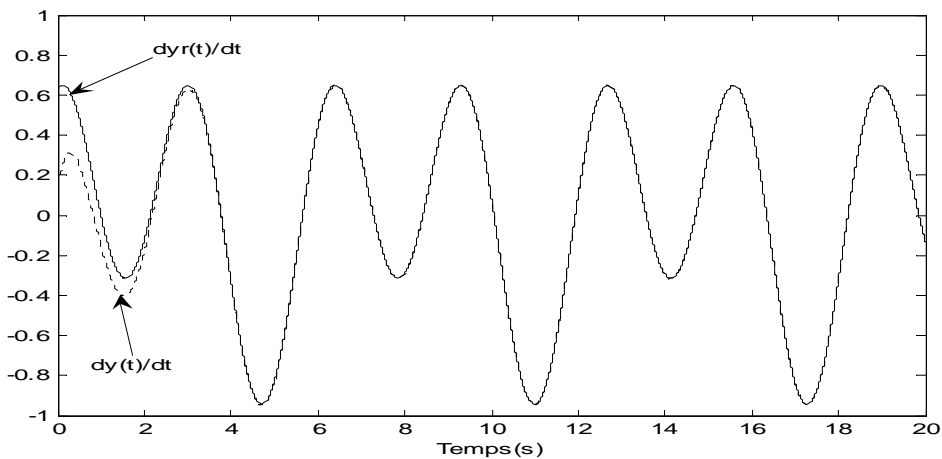


Fig. III.33 : Sortie du système $\dot{y}(t)$ et sa référence $\dot{y}_r(t)$.

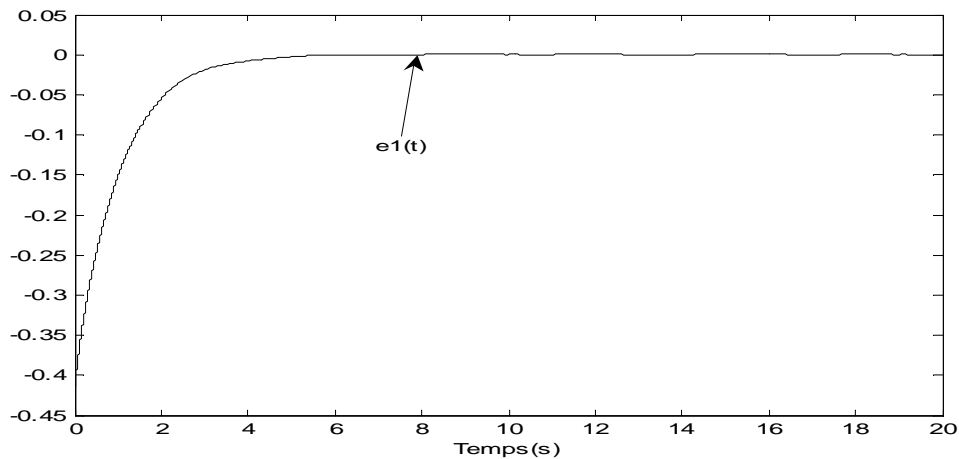


Fig. III.34 : Erreur de poursuite $e_1(t)$.

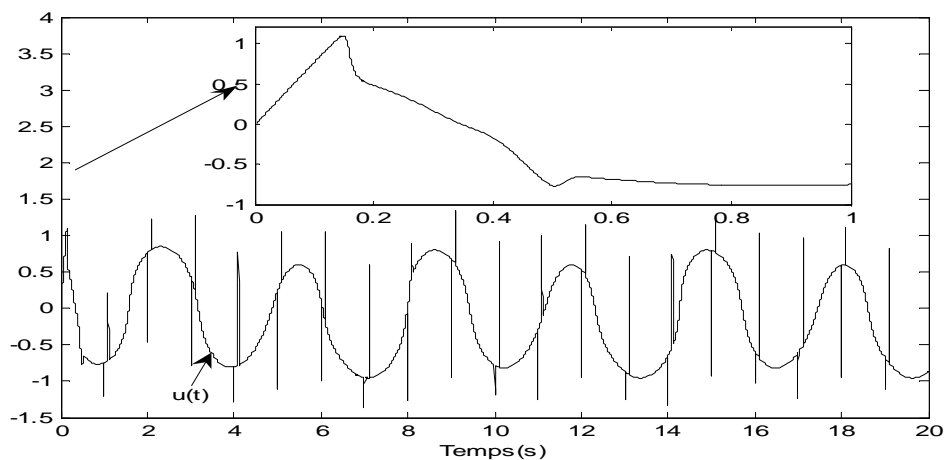


Fig. III.35 : Signal de commande globale $u(t)$.

III.5. Comparaison entre les deux techniques

Afin d'évaluer les améliorations apportées par les deux lois de commande proposées dans les deux techniques, nous avons effectué une étude comparative des résultats obtenus par ces deux approches.

III.5.1. Exemple 1

III.5.1.1. Cas 1 : absence de bruit de mesure

La figure (III.36) et (III.37) montrent les erreurs de poursuite et l'évolution des signaux de commande pour les deux techniques, on remarque que la première approche est plus rapide que la deuxième approche dans la partie transitoire. La partie permanente montre que la deuxième approche donne une bonne convergence de l'erreur de poursuite que la première approche.

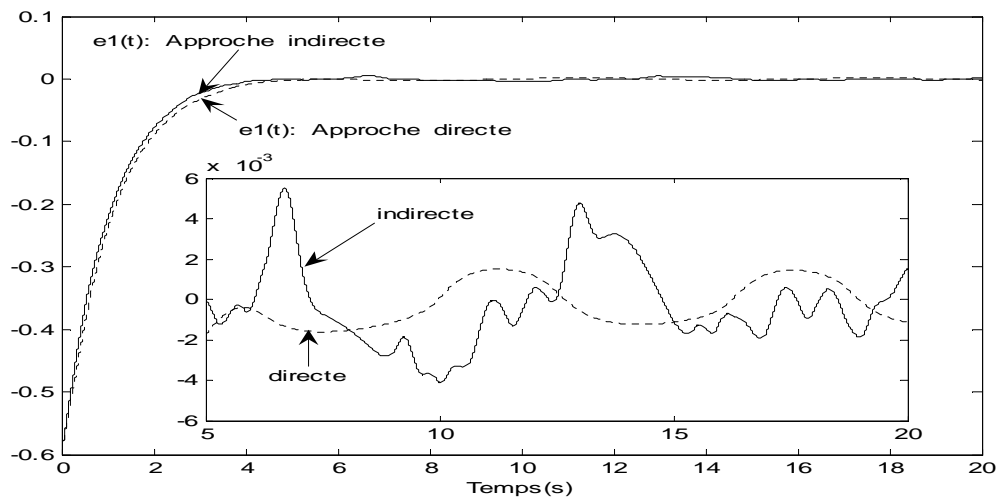


Fig. III.36 : Erreurs de poursuite $e_1(t)$ pour les deux techniques.

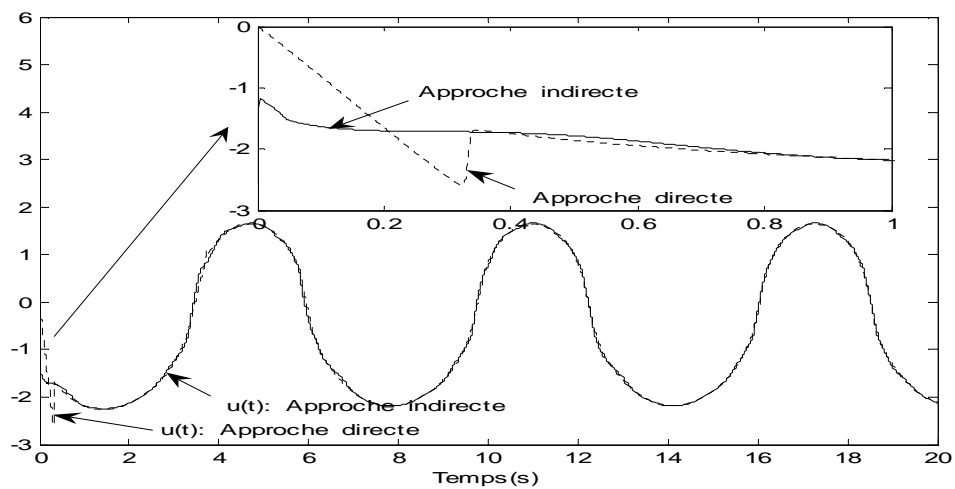


Fig. III.37 : Signaux de commande $u(t)$ pour les deux techniques.

III.5.1.2. Cas 2 : présence de bruit de mesure

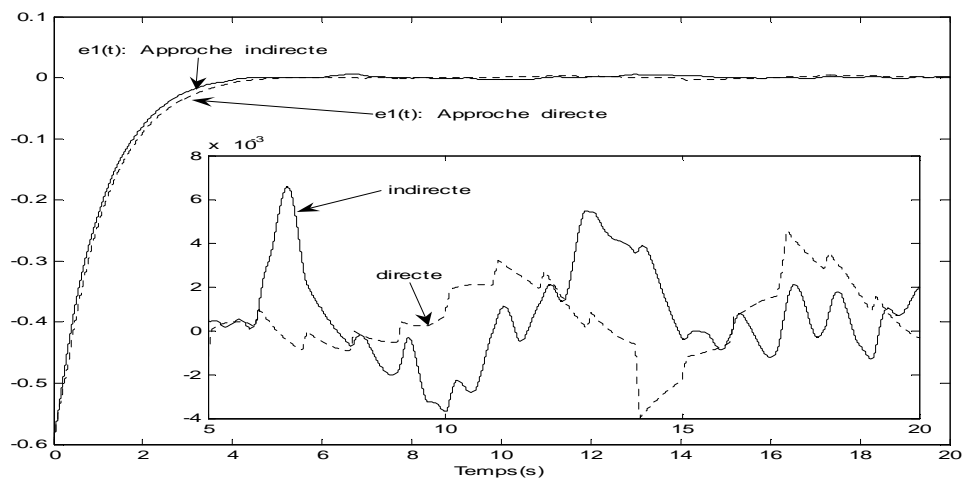


Fig. III.38 : Erreurs de poursuite $e_1(t)$ pour les deux techniques.

Les figures (III.38) et (III.39) montrent les erreurs de poursuite et les lois de commande pour les deux approches. La partie transitoire montre que la première approche est plus rapide

que la deuxième. La partie permanente, montre que la deuxième approche assure une meilleure performance de poursuite.

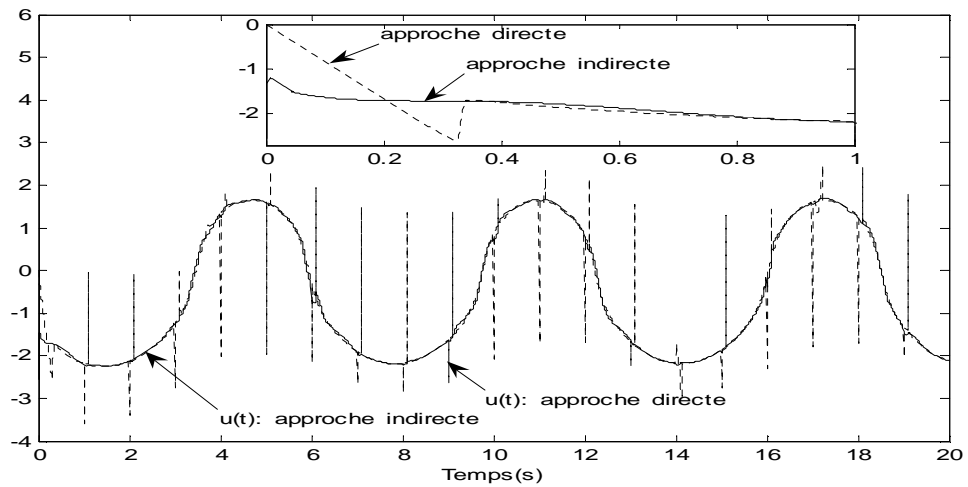


Fig. III.39 : Signaux de commande $u(t)$ pour les deux techniques.

III.5.2. Exemple 2

III.5.2.1. Cas 1 : absence de bruit de mesure

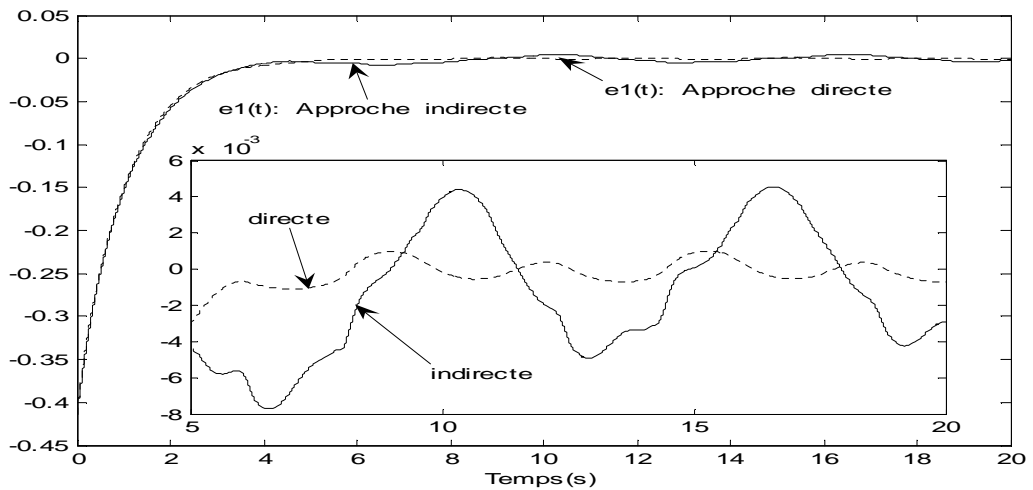


Fig. III.40 : Erreurs de poursuite $e_1(t)$ pour les deux techniques.

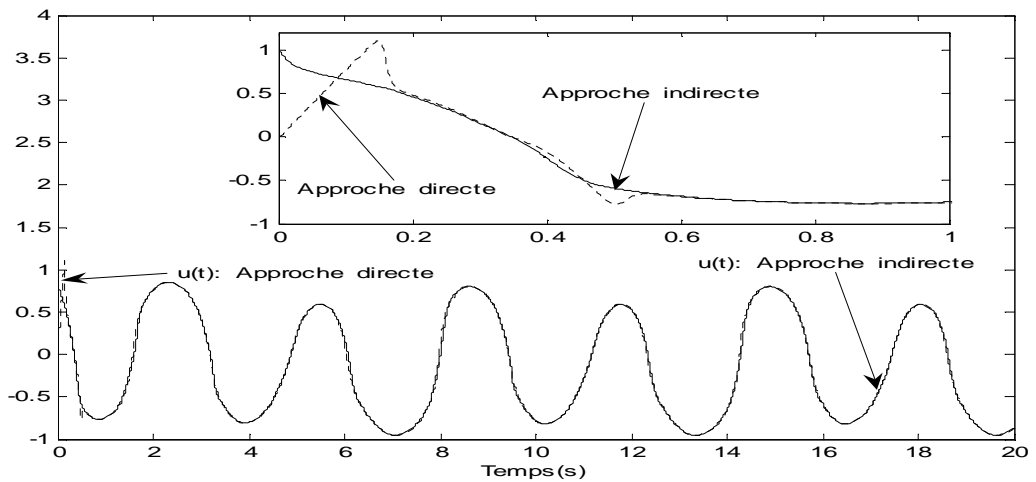


Fig. III.41 : Signaux de commande $u(t)$ pour les deux techniques.

Les figures (III.40) et (III.41) montrent les erreurs de poursuite et les lois de commande pour les deux approches, on note les mêmes constations que pour le premier cas du premier exemple (III.5.1.1).

III.5.2.2. Cas 2 : présence de bruit de mesure

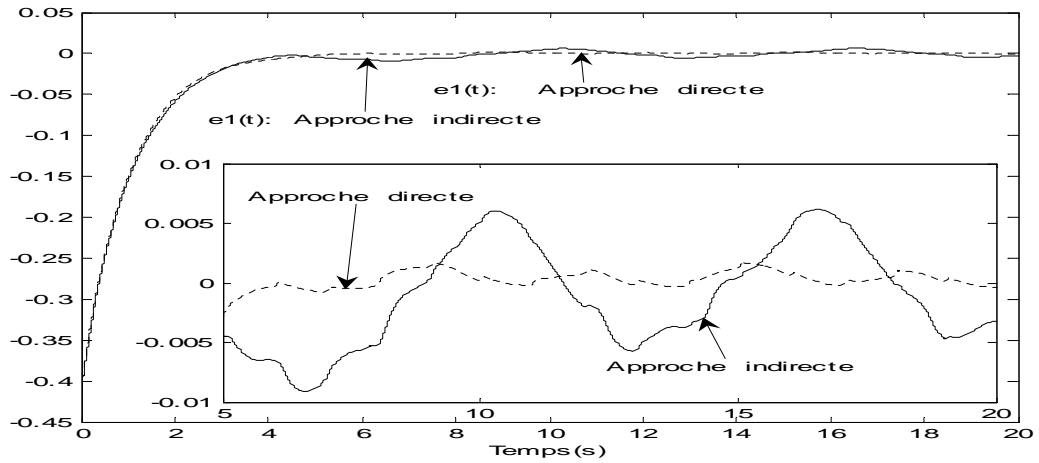


Fig. III.42 : Erreurs de poursuite $e_1(t)$ pour les deux techniques.

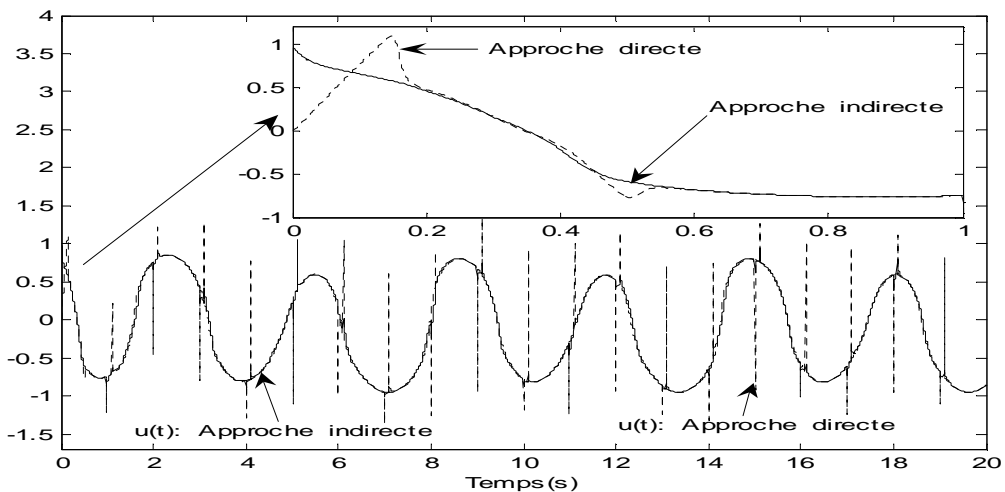


Fig. III.43 : Signaux de commande $u(t)$ pour les deux techniques.

Les figures (III.42) et (III.43) montrent les erreurs de poursuite et les lois de commande dans les deux approches. Les mêmes remarques notées dans le deuxième cas du premier exemple sont constatées.

III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé des méthodologies de synthèse d'une commande adaptative floue robuste pour une classe de systèmes non linéaires non affines SISO. Deux techniques ont été développées et validées.

La première technique permet de développer un contrôleur adaptatif flou indirect stable et

robuste. L'utilisation d'un système flou de (T-S) à conclusion constante, permet de construire un modèle du système affine dans la commande. La loi commande est déduite par l'inversion du modèle estimé. Pour améliorer le niveau d'approximation, un algorithme d'adaptation des paramètres du système est adopté. La robustesse du système en boucle fermée est assurée par l'ajout d'un terme de commande type H^∞ .

La deuxième technique repose sur l'utilisation d'un contrôleur flou adaptatif direct stable et robuste. Un système flou adaptatif de (T-S) avec conclusion constante est utilisé pour construire un contrôleur idéal implicite. Les paramètres du contrôleur sont ajusté grâce à l'utilisation de la méthode du descente du gradient qui consiste à minimiser l'erreur entre le contrôleur idéal et le contrôleur flou. La robustesse du système est assurée par un terme de robustification par mode glissant.

La stabilité des deux systèmes en boucle fermée est garantie dans le sens de Lyapunov. Les résultats de simulation démontrent l'efficacité de ces deux contrôleurs adaptatifs flous proposés pour la commande des systèmes non linéaires non affines SISO. La première approche a permis d'obtenir de bonnes performances notamment en régime transitoire. Cependant le problème de l'existence d'une solution à l'optimisation H^∞ , pour une valeur d'atténuation donnée, n'est pas garantie. La deuxième approche présente l'avantage d'être toujours applicable et permet d'obtenir de bonnes performances notamment en régime permanent.

CONCLUSION GENERALE
ET PERSPECTIVES

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour objectif principal le développement de structures de commande adaptatives floues stables et robustes, pour une classe de systèmes non linéaires non affines incertains SISO.

Dans un premier temps, nous rappelons les principes de la commande floue avec Les différentes étapes de la conception du contrôleur flou. Ensuite, nous présentons les structures de la commande floue adaptative avec ses deux variantes, directe et indirecte, ainsi que les méthodes d'obtention des lois d'adaptation. Une approche floue indirecte est utilisée pour la commande d'un système non linéaire SISO affine en la commande. La stabilité du système en boucle fermée est étudiée en utilisant l'approche de Lyapunov. La mise en œuvre de cette commande est validée par la simulation du fonctionnement d'un pendule inversé.

Dans un second temps, il s'agit de développer deux approches adaptatives floues pour la commande des systèmes non linéaires non affines SISO.

La première approche est une approche indirecte, qui consiste à transformer le système non linéaire non affine en un système affine en la commande via un système flou de (T-S) spécifique. Par la suite la technique de l'inversion du modèle est utilisée pour obtenir la commande. Les lois d'adaptation sont déduites à partir de la synthèse de Lyapunov. La robustesse est assurée par l'ajout d'un terme de commande type H^∞ .

La deuxième approche est une approche directe qui exploite le théorème de la fonction implicite pour montrer l'existence du contrôleur idéal. Un système flou de (T-S) est utilisé pour construire ce contrôleur. La méthode de descente du gradient est utilisée pour obtenir les lois d'adaptation des paramètres. La robustesse est assurée par un terme de commande par mode glissant. La stabilité des systèmes en boucle fermée, pour les deux approches, est garantie au sens de Lyapunov.

La simulation, sous l'environnement Matlab, de deux systèmes non linéaires non affines SISO, a permis de mettre en évidence les avantages des deux approches développées.

Les résultats obtenus dans le cas des systèmes non linéaires non affines SISO, nous encouragent à étendre les deux approches développées pour le cas des systèmes non linéaires non affines multivariables (MIMO).

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

[BAB.95]

Babuska, R., Verbruggen , H.B., “A new identification method for linguistic fuzzy models”, In Proc. of Fuzzy IEEE’95, Yokohama, Japan, pp. 905-912, 1995.

[BLA.03]

Blazic, S., Skrjanc, I. and Matko, D., “Globally Stable Direct Fuzzy Model Reference Adaptive Control”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 139, pp. 3–33, 2003.

[BOU.00]

Boukezzoula, R., “Commande floue d’une classe de systèmes non linéaire : application au problème de suivi de trajectoire ”, Thèse de Doctorat, Université de Savoie- France, 2000.

[BOU.01]

Boukezzoula, R., Galichet, S. and Foulloy, L., “Robust Fuzzy Control for a Class of Nonlinear Systems Using Input-Output Linearization: Real-Time Implementation for a Robot Wrist”, In Proc. of IEEE Inter, Conf. on Control Applications, Mexico City, Mexico, pp. 311-316, 2001.

[BOU.03]

Boukezzoula, R., Galichet, S. and Foulloy, L., “Fuzzy Adaptive Linearizing Control for Non-Affine Systems”, In Proc. of IEEE Inter, Fuzzy Systems, Conf. St Louis USA, pp. 543-548, 2003.

[CHA.01]

Chang, Y. C., “Adaptive Fuzzy-based Tracking Control for Nonlinear SISO Systems via VSS and H_∞ Approaches”, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 9, pp. 278-292, 2001.

[CHE.96]

Chen, B.S., Lee, C.H. and Chang, Y.C., ” H_∞ Tracking Design of Uncertain Nonlinear SISO Systems: Adaptive Fuzzy Approaches”, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 4, N°. 1, pp. 32–43, 1996.

[DRI.93]

Driankov, D., Hellendoorn, H. and Reinfrank, M., “An Introduction to Fuzzy Control”, Springer-Verlag, 1993.

[DUB.80]

Duboi, D. and Prade, H., “Theory and Applications”, Fuzzy Sets and Systems, Academic Press, Mathematics in Science and Engineering, Vol. 144, pp.220-226, 1980.

[ESS.02]

Essounbouli, N., Hamzaoui, A. and Zaytoon, J., “A Supervisory Robust Adaptive Fuzzy Controller”. In Proc. of 15th IFAC World Congress on Automatic and Control, Barcelona, Spain, 2002.

[Ge.03]

Ge, S.S. and Zhang, J., “Neural-Network Control of Nonaffine Nonlinear System with zero Dynamics by State and Output Feedback”, In proc. of IEEE Trans. on Neural Networks, Vol.14, N° 4, pp. 900–918, 2003

[GOO.87]

Goodwin, G.C. and Mayne, D.Q., “A parameter Estimation Perspective of Continuous Time Model Reference Adaptive Control”, Automatica, Vol. 23, pp. 57-70, 1987.

[IOA.96]

Ioannou, P. and Sun, J., “Robust Adaptive Control”, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1996.

[ISI.89]

Isidori, A., “Nonlinear Control Systems”, Springer-Verlag, 1989

[KHA.96]

Khalil, H.K., “Nonlinear Systems”, Prentice-Hall, 1996.

[LAB.03]

Labiod, S., and Boucherit, M.S., “Direct Stable Fuzzy Adaptive Control of a class of SISO Nonlinear Systems”, Arch. Control Sci, Vol. 13, N° 1, pp. 95–110, 2003.

[LEE.90a]

LEE, C.C., “Fuzzy Logic in Control Systems”, Fuzzy logic controller Part. I, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 20, N° 20, pp. 404-418, 1990.

[LEE.90b]

LEE, C.C., “Fuzzy Logic in Control Systems”, Fuzzy logic controller Part. II, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 20, N° 20, pp. 419-435, 1990.

[MAM.74]

Mamdani, E.H., “Application of Fuzzy Algorithms for Simple Dynamic Plant”, Proc. of IEE Control and Science, Vol. 121, N°12, pp. 1585-1588, 1974.

[NAR.90]

Narendra, K.S. and Parthasarathy, K., “Identification and Control using Neural Networks”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 1, pp. 4-27, 1990.

[PAR.04]

Park, J. H. and Kim, S.H., “Direct Adaptive Output Feedback Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear System”, In Proc, of IEE, Control Theory Applications, Vol. 151, N°. 1, pp. 65–72, 2004.

[PAR.05]

Park, J.H., Park, G.T., Kim, S.H. and Moon, C.J., “Direct Adaptive Self-Structuring Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear System”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 153, N°. 3, pp. 429–445, 2005.

[POL.96]

Polycarpou, M.M. and Ioannou, P.A., “A Robust Adaptive Nonlinear Control Design”, Automatica, Vol. 32, N°. 3, pp. 423–427, 1996.

[SLO.91]

Slotine, J.J. and Li, W., “Applied Nonlinear Control”, Prentice-Hall. Inc., 1991.

[SPO.96]

Spooner, J.T., and Passino, K.M., “Stable Adaptive Control using Fuzzy Systems and Neural Networks”, IEEE Trans. on Fuzzy Systems. Vol. 4, pp. 339-359, 1996.

[TAK.85]

Takagi, T. and Sugeno, M., “Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control”, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 15, N° 1, pp. 116-132, 1985.

[TAN.99]

Tang,Y., Zhang, N. and Li, Y., “Stable Fuzzy Adaptive Control for a class of Nonlinear Systems”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 104, pp. 279–288, 1999.

[TON.99]

Tong, S.C., Li, Q. and Chai, T., “Fuzzy Adaptive Control of a class of Nonlinear Systems”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 101, pp.31–39, 1999.

[TON.06]

Tong, Z. and Shulin, S., “Adaptive Control for a Class of Non-affine Nonlinear Systems via Two-Layer Neural Networks”, In Proc. IEEE of Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, China, 2006. pp. 958-962.

[WAN.94]

Wang L.X., “Adaptive Fuzzy Systems and Control”, Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall, 1994.

[WAN.96]

Wang L.-X., “Stable Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Inverted Pendulum Tracking”, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 26, pp. 677-691, 1996.

[WAN.00]

Wang, J., Ge, S.S. and Lee, T.H., “Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control of a class of Nonlinear Systems”, In Proc. of Third Asian Control Conf, pp.599–604, 2000.

[YOO.98]

Yoo, B. and Ham, W., ”Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control of Nonlinear System”, IEEE Trans. on Fuzzy System, Vol. 6, pp. 315-321, 1998.

[YOO.01]

Yoon, P.S., Park, J.H. and Park, G.T., “Adaptive Fuzzy Control of Nonaffine Nonlinear Systems using Takagi-Sugeno Models”, In Proc. of IEEE Inter, Fuzzy Systems. Conf, Melbourne, Australia, pp. 642-645, 2001.

[ZAD.65]

Zadeh, L.A., “Information and Control”, Fuzzy Sets, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.

[ZAD.71]

Zadeh L.A., “Quantitative Fuzzy Semantics”, Information Sciences, Vol. 3, pp. 159-176, 1971.

[ZAD.88]

Zadeh, L.A., “Fuzzy Logic”, IEEE Computer, Vol. 21, pp. 83-93, 1988.

[ZHA.98]

Zhang, T., Ge, S.S. and Hang, C.C., “Direct Adaptive Control of Non-Affine Nonlinear System using Multilayer Neural Networks”, in Proc. of ACC, pp. 515–519, 1998.

Résumé

La commande adaptative floue est une alternative aux approches proposées par l'automatique classique pour la commande des systèmes complexes. Dans ce mémoire, deux approches adaptatives floues, directe et indirecte, sont proposées pour la commande d'une classe de systèmes non linéaires non affines incertains SISO. Dans l'approche indirecte, une structure spécifique des systèmes flous de Takagi-Suegeno avec une conclusion constante est exploitée pour établir un modèle affine en la commande. La conception du contrôleur adaptatif flou indirect est calculée en inversant le modèle affine. Les lois d'adaptation des paramètres ajustables sont déduites de l'analyse de la stabilité. La robustesse de la commande est assurée par l'ajout d'un terme type H^∞ . Dans l'approche directe, un contrôleur idéal implicite est approximé par un système flou de Takagi-Suegeno avec une conclusion constante. Les lois d'adaptation sont déduites à partir l'algorithme du gradient qui minimise l'erreur entre le contrôleur idéal et le contrôleur flou. Cette approche assure la robustesse de la commande via un terme mode glissant. Dans les deux approches la stabilité est analysée dans le sens de Lyapunov.

Mots Clés : Systèmes Flous de Takagi-Suegeno, Commande Adaptative Floue, Technique H^∞ , Méthode de descente du gradient, Systèmes Non linéaires non affines.

Abstract

The adaptive fuzzy control is an alternative to the approaches proposed by the automatic classic for the control of the complex systems. In this memory, two adaptive fuzzy approaches, direct and indirect, are proposed to control a class of nonlinear nonaffine uncertain systems. In the indirect approach, a specific linear structure of the fuzzy systems of Takagi-Sugeno with a constant conclusion is exploited to establish an affine model in control. The conception of the indirect adaptive fuzzy controller is achieved by reversing the model affine. The adaptation laws of the adjustable parameters are deduced for stability analysis. The robustness of control is assured by adding a term type H^∞ . In the direct approach, an implicit ideal controller is approximated by a fuzzy system of Takagi-Sugeno with a constant conclusion. The adaptation laws are deduced for gradient algorithm in order to minimize error between ideal controller and fuzzy controller. This approach assures the robustness of control via term mode glissant. In the both approaches, the stability is analyzed in the sense of Lyapunov.

Key words: Fuzzy Systems of Takagi-Suegeno, Adaptive Fuzzy Control, H^∞ Technique, Gradient Descent Method, Nonlinear Nonaffine Systems

ملخص

التحكم الغامض التكيفي هو تناوبي مع الطرق المقترحة في الآليات الكلاسيكية من أجل التحكم في الأنظمة المعقدة. في هذه المذكرة، طريقتين غامضتين تكيفيتين، مباشرة وغير مباشرة، تم اقتراحهما للتحكم في نوع من الأنظمة غير الخطية غير الدقيقة حيث التحكم يظهر بصورة غير خطية في نموذج الحالة. في الطريقة غير المباشرة، بنية خطية خاصة بالأنظمة الغامضة لتكاجي و سجينو ذات خلاصة ثابتة، استغلت لتأسيس نموذج حالة يظهر فيه التحكم بصورة خطية. تكوين المراقب الغامض التكيفي غير مباشر يكون بعكس النموذج المتحصل عليه. القوانين التكيفية للوسائط المعدلة استخلصت من تحليل الاستقرار. متانة التحكم مضمونة عن طريق إضافة مكون نوع H^∞ . في الطريقة المباشرة، المراقب المثالي الضمني يقرب من خلال الأنظمة الغامضة لتكاجي و سجينو ذات خلاصة ثابتة. القوانين التكيفية استخلصت من خوارزمية الممال المنحدرة الذي يقلص الهفوة بين المراقب المثالي و المراقب الغامض، هذه الطريقة تضمن متانة التحكم عن طريق مكون إنزلاقي. في كلتا الطريقتين، الاستقرار يحلل على المنهج الخاص بليابونوف. الكلمات المفتاحية : النظام الغامض لتكاجي و سجينو ، التحكم الغامض التكيفي، تقنية H^∞ ، طريقة الممال المنحدرة، الأنظمة غير الخطية حيث التحكم يظهر في صورة غير خطية.