

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

جامعة فرحات عباس - سطيف 1

UNIVERSITE FERHAT ABBAS –SETIF 1

UFAS (ALGERIE)

## **THESE**

Présenté à la Faculté de Technologie

Département D'électrotechnique

Pour l'Obtention du Diplôme de

### **DOCTORAT EN SCIENCES**

**Option : Automatique**

Présentée par

**M<sup>r</sup> : Djamel OUNNAS**

Thème :

## **Contribution au Diagnostique et à la Commande Passive Tolérante aux Défaits des Systèmes non Linéaires**

Soutenu le : 14/02/2018 devant un Jury composé de:

Pr. Lazhar RAHMANI	Prof à l'université de Sétif1	Président
Pr. Tarek BOUKTIR	Prof à l'université de Sétif1	Rapporteur
Pr. Salah CHENIKHER	Prof à l'université de Tébessa	Co-Rapporteur
Pr. Tahar BAHI	Prof à l'université d'Annaba	Examineur
Dr. Youcef SOUFI	M.C.A à l'université de Tébessa	Examineur
Dr. Samira BENAICHA	M.C.A à l'université de Sétif1	Examineur



## Remerciements

Nous remercions Dieu le tout puissant de nous avoir donné la force et le courage pour réaliser ce labeur.

Je tiens à remercier mes directeurs de thèse, en occurrence : Monsieur **Tarek BOUKTIR** étant Professeur à l'université de Sétif 1 et Monsieur **Salah CHENIKHER** étant Professeur à l'université de Tébessa. Je les remercie infiniment pour avoir accepté de diriger mes travaux de recherches, pour leurs patiences, leurs gentillesse et pour la haute disponibilité dont ils ont fait preuve. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma très grande gratitude.

Je tiens également à adresser ma sincère et profonde reconnaissance à Monsieur **Messaoud RAMDANI** étant Professeur à l'Université de Annaba pour son aide, dont j'ai eu le privilège de travailler avec. Sa bonne connaissance et maîtrise des domaines étudiés dans cette thèse ont été très bénéfiques pour l'obtention des résultats finaux exposés dans nos travaux.

Je remercie Professeur Prof. **Lazhar RAHMANI**, pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury de ma soutenance.

Je remercie aussi les honorables membres du jury, Prof. **Tahar BAHI**, Dr. **Youcef SOUFI** et Dr. **Samira BENAICHA** pour avoir accepté d'évaluer ce travail.

Enfin, je tiens à remercier tous les gens qui ont contribué à ma réussite tout au long de mon parcours d'études.

## Dédicace

*À la mémoire de ma mère ZINA*

*À mon père*

*À ma femme*

*À ma fille ZINA*

*À mes frères et soeurs*

*À tout ma famille et mes amis.*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>
1.1	Introduction . . . . .	3
1.2	Etat de l'art sur le diagnostic des défauts . . . . .	7
1.3	Contribution et plan du manuscrit . . . . .	10
1.4	Liste des publications . . . . .	11
1.4.1	Revue internationale avec comité de lecture . . . . .	11
1.4.2	Conférences internationales avec comité de lecture . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Stabilisation des modèles flous T-S</b>	<b>13</b>
2.1	Introduction . . . . .	13
2.2	Définition des modèles flous T-S . . . . .	14
2.3	Construction des modèles flous T-S . . . . .	15
2.3.1	Obtention de modèle T-S par identification . . . . .	15
2.3.2	Obtention de modèle T-S par linéarisation . . . . .	15
2.3.3	Modélisation par l'approche des secteurs non linéaires . . . . .	16
2.4	Stabilité et Stabilisation des modèles flous T-S . . . . .	18
2.4.1	Stabilisation par retour d'état . . . . .	19
2.4.2	Stabilisation par retour de sortie . . . . .	23
2.5	Stabilisation des modèles flous de T-S incertains . . . . .	27
2.5.1	Modèle flou de Takagi-Sugeno incertain . . . . .	27
2.5.2	Stabilisation des modèles T-S incertains avec la commande PDC . . . . .	27
2.6	Application : Stabilisation d'attitude d'un quadrirotor . . . . .	31
2.6.1	Introduction . . . . .	31
2.6.2	Modèle mathématique de la dynamique de quadrirotor . . . . .	32
2.6.3	Modélisation floue de système . . . . .	33
2.6.4	Conception de régulateur flou . . . . .	36
2.6.5	Résultats de simulation . . . . .	37
2.7	Conclusion . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Suivi de trajectoire des modèles T-S</b>	<b>41</b>
3.1	Introduction . . . . .	41
3.2	Problème de suivi de trajectoire . . . . .	42
3.2.1	Modèles de référence linéaires . . . . .	42
3.2.2	Modèles de référence non linéaires . . . . .	43
3.2.3	Synthèse de loi de commande . . . . .	43
3.2.4	Synthèse de stabilité . . . . .	44
3.2.5	VDVs et loi de commande non linéaire . . . . .	45
3.3	Application : Commande d'un système photovoltaïque . . . . .	46
3.3.1	Introduction . . . . .	46

3.3.2	Modélisation de système photovoltaïque . . . . .	48
3.3.3	Commande floue de système photovoltaïque . . . . .	50
3.3.4	Synthèse du régulateur flou T–S . . . . .	52
3.3.5	Résultats de simulation . . . . .	55
3.4	Conclusion . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Suivi de trajectoire des modèles T–S perturbés avec critères <math>H_\infty</math></b>	<b>63</b>
4.1	Introduction . . . . .	63
4.2	Problème de Suivi de trajectoire . . . . .	64
4.2.1	Formulation du problème . . . . .	64
4.2.2	Synthèse de la loi de commande $H_\infty$ . . . . .	66
4.2.3	Modèle de référence et loi de commande non linéaire . . . . .	68
4.3	Application : Commande floue d'une MSAP . . . . .	69
4.3.1	Introduction . . . . .	69
4.3.2	Description . . . . .	70
4.3.3	Classification des MSAP . . . . .	71
4.3.4	Modélisation de la MSAP . . . . .	71
4.3.5	Modèle flou de la MSAP . . . . .	76
4.3.6	Modèle de référence désiré et loi de commande non linéaire . . . . .	76
4.3.7	Résultats de simulation . . . . .	77
4.4	Conclusion . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Suivi de trajectoire des modèles T–S perturbés avec observateur</b>	<b>83</b>
5.1	Introduction . . . . .	83
5.2	Modélisation floue T–S . . . . .	84
5.3	Conception du régulateur flou . . . . .	85
5.3.1	Formulation du problème . . . . .	85
5.3.2	Modèle de référence et loi de commande non linéaire . . . . .	86
5.3.3	Synthèse de stabilité . . . . .	87
5.4	Estimation de perturbation . . . . .	87
5.4.1	Observateur flou à mode glissant . . . . .	87
5.4.2	Synthèse de stabilité . . . . .	89
5.4.3	Estimation des entrées inconnues . . . . .	90
5.5	Application : Commande floue d'une MSAP . . . . .	91
5.5.1	Modèle de la MSAP dans le repère de Park . . . . .	91
5.5.2	Modèle flou de la MSAP . . . . .	91
5.5.3	Modèle de référence et loi de commande non linéaire . . . . .	92
5.5.4	Résultats de la simulation . . . . .	93
5.6	Conclusion . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>97</b>

---

<b>A</b>	<b>Stabilité au sens de Lyapunov</b>	<b>99</b>
A.1	Seconde méthode de Lyapunov (méthode directe) . . . . .	99
A.2	Fonctions de Lyapunov usuelles . . . . .	100
A.2.1	Fonction de Lyapunov quadratique . . . . .	101
A.2.2	Fonction polyquadratique . . . . .	101
A.2.3	Fonction affine paramétrique . . . . .	102
A.2.4	Fonctions continues par morceaux . . . . .	102
<b>B</b>	<b>Utilisation du formalisme LMIs</b>	<b>103</b>
B.1	Définition des inégalités matricielles linéaires (LMIs) . . . . .	103
B.2	Propriétés . . . . .	103
	<b>Bibliographie</b>	<b>107</b>





# Table des figures

1.1	Classification des défauts : multiplicatifs et additifs. . . . .	8
1.2	Classification des méthodes de diagnostic. . . . .	9
2.1	Secteurs non linéaires. . . . .	16
2.2	Simulation du système réel et flou de l'exemple 1 . . . . .	18
2.3	Principe de régulateur flou PDC . . . . .	19
2.4	Représentation du système augmenté . . . . .	23
2.5	Résultat de la simulation sans prise en compte de l'incertitude . . . .	30
2.6	Résultat de la simulation avec la prise en compte de l'incertitude . . .	31
2.7	Stabilisation de quadrirotor par un contrôleur flou de type PDC. . . .	39
3.1	Puissance-Tension d'un panneau solaire . . . . .	47
3.2	Système photovoltaïque . . . . .	49
3.3	Schéma électrique équivalent du panneau PV . . . . .	50
3.4	Schéma de contrôle flou . . . . .	51
3.5	boucle de régulation de système photovoltaïque . . . . .	54
3.6	Fonctions d'appartenance utilisées par le système d'inférence flou pour générer la tension optimale. . . . .	57
3.7	Résultats de simulation pour diverses conditions atmosphériques. . . .	58
3.8	Comparison entre P&O, IncCond et la méthode floue. . . . .	59
3.9	Erreur quadratique moyenne de la puissance . . . . .	60
3.10	Caractéristique P-V du système photovoltaïque via : (a) Méthode floue ; (b) Méthode IndCond ; (c) Méthode P&O. . . . .	61
4.1	Schéma de commande en utilisant une partie intégrante . . . . .	65
4.2	Différents dispositions d'aimants permanents dans un rotor . . . . .	71
4.3	(a) Transformation de Concordia. (b) Transformation de Park . . . . .	73
4.4	Schéma fonctionnel de MSAP dans le repère de Park . . . . .	75
4.5	Schéma global de commande . . . . .	78
4.6	Résultats de simulation pour $\Omega_{ref} = 50 \text{ rad/s}$ . . . . .	79
4.7	Résultats de simulation pour une consigne de vitesse variable . . . . .	80
4.8	Résultats de simulation pour une consigne de vitesse sinusoïdale . . . .	81
5.1	Schéma globale de la commande floue. . . . .	84
5.2	Schéma de la commande de la MSAP. . . . .	93
5.3	La réponse de la MSAP pour $\Omega_d(t) = 50\sin(t) \text{ rad/s}$ . . . . .	95
5.4	Réponse de la MSAP pour $\Omega_d(t) = 50 \text{ rad/s}$ . . . . .	96



# Introduction générale

---

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Etat de l'art sur le diagnostic des défauts</b>	<b>7</b>
<b>1.3</b>	<b>Contribution et plan du manuscrit</b>	<b>10</b>
<b>1.4</b>	<b>Liste des publications</b>	<b>11</b>
1.4.1	Revue internationale avec comité de lecture	11
1.4.2	Conférences internationales avec comité de lecture	11

---

## 1.1 Introduction

Les systèmes industriels modernes s'appuient de plus en plus sur des techniques de contrôle sophistiquées pour répondre aux exigences accrues en termes de performance et de sécurité. En cas de dysfonctionnement dans les composants de système, les techniques de commande classiques peuvent entraîner une performance insatisfaisante ou l'instabilité de système. Pour surmonter ces problèmes, plusieurs approches de commande ont été développées afin de tolérer les dysfonctionnements dans les systèmes ([Kwong 1995], [Kwong 1995], [Eryurek 1995], [Aubrun 1993]). Ceci est particulièrement important du point de vue de sécurité pour certains systèmes critiques, tels que les avions, les engins spatiaux, les centrales nucléaires et les usines chimiques qui traitent des matières dangereuses. Les conséquences d'un défaut dans un composant du système peuvent être catastrophiques. Par conséquent, la demande de fiabilité, de sécurité et de tolérance aux défauts est généralement élevée. Il est donc nécessaire de concevoir des systèmes de contrôle qui soient capables de tolérer des défauts dans ces systèmes afin d'améliorer leur fiabilité. Ces types de systèmes de contrôle sont souvent appelés systèmes tolérants aux défauts.

Un système tolérant aux défauts, permet de garantir la stabilité de système et/ou des performances dégradées acceptables en présence de défauts. La tâche principale qui incombe à la commande tolérante aux défauts est de synthétiser des lois de commande avec une structure permettant de garantir la stabilité et les performances de système, non seulement lorsque tous les composants de la commande sont opérationnels, mais aussi lorsque des capteurs ou des actionneurs sont défectueux ([Rodrigues 2005]).

La commande tolérante aux défauts est généralement classée en deux approches distinctes : une approche passive (Passive Fault Tolerant Control, PFTC) et une

approche active (Active Fault tolerant Control, AFTC).

Dans la première approche, des techniques de commande robuste sont utilisées pour que le système en boucle fermée devienne insensible à un ensemble connu de défauts. Les défauts sont alors pris en compte dès la conception initiale du système de contrôle. Les contrôleurs sont donc robustes aux défauts prédéfinis ([He 2008], [Henry 1999], [Oudghiri 2008]).

Par contre, l'approche active réagit aux différents défauts en reconfigurant la loi de commande par l'utilisation des informations sur les défauts issues en ligne du système de diagnostic, de manière à maintenir la stabilité et les performances de ce dernier ([Rodrigues 2005]). L'approche active permet de traiter des défauts imprévus, mais nécessite des méthodes de reconfiguration de la loi de commande et des techniques efficaces de détection et d'isolation de défauts ([Bezzaoucha 2013a]).

L'étude du diagnostic et de la commande tolérante aux défauts des systèmes, font appel préalable à la connaissance de ses comportements, de ses interactions avec l'environnement extérieur, de l'évolution de ses composants au cours du temps, ainsi que des contraintes qu'ils subissent. Cette connaissance prend la forme d'un ensemble d'inéquations et d'équations mathématiques appelées "modélisation de système". Cette modélisation consiste à trouver un modèle approximatif très proche de système réel et suffisamment précis. Un bon modèle est un compromis judicieux entre la réalité et la simplicité de représentation.

On distingue deux catégories de modèles, à savoir ; les modèles linéaires et ceux non linéaires. Les modèles linéaires sont largement étudiés et une littérature importante est dédiée à cette catégorie. Un modèle linéaire ne représente que le comportement du système autour d'un point de fonctionnement local. Les systèmes non linéaires, quant-à-eux, sont complexes et difficiles à étudier. Ils ne peuvent être décrits par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Tous les travaux publiés sur les systèmes non linéaires concernent uniquement des classes spécifiques, mais il n'existe pas de cadre générale comme pour les systèmes linéaires.

Les classes des systèmes non linéaires les plus répandues sont résumées dans ce qui suit : ([Bezzaoucha 2013b])

- Le système polynomial : utilisé pour modéliser le comportement de plusieurs types de processus (thermiques, biologiques, économiques, chimiques...). Cependant, les systèmes associés à cette classe de modèles peuvent présenter un comportement chaotique et des trajectoires divergentes en temps fini ([Ebenbauer 2006]). Dans ce cas, l'étude de la stabilité de ces systèmes peut s'avérer délicate. Le choix de la fonction de Lyapunov qu'on utilise pour étudier la stabilité se révèle difficile.
- Le système à paramètres variant dans le temps : il est caractérisé par une dynamique qui évolue au cours du temps en fonction de certains paramètres. De nombreuses approches ont été développées pour l'étude et la synthèse de contrôleurs robustes pour cette classe de systèmes non linéaires ([Sename 2012], [Mohammadpour 2012]). Ces méthodes de synthèse dépendent de la nature et du type d'incertitudes et/ou des paramètres considérés.
- Le système bilinéaire : il représente en particulier une classe de systèmes non

linéaires affines par rapport à la commande ([Čelikovský 1993], [Banks 1986], [Chabour 1993]).

- Le système non linéaire présenté sous forme paramétrique pure qui est fragmenté en un ensemble de sous-modèles imbriqués sous forme triangulaire stricte. L'étude de la stabilité de cette catégorie de systèmes est basée sur la théorie de Lyapunov.

L'étude d'un système non linéaire est basée sur des outils mathématiques plus élaborés dans le cas linéaire. Cependant, la variation de formes non linéaires existantes rend la mise en place d'une théorie unique difficile. Cette constatation a amené à introduire les modèles flous de type de Takagi–Sugeno (T–S) ([Takagi 1985]). Ce type de modèles flous, comme il sera montré tout au long de cette thèse, permet d'approximer un système non linéaire par des sous-systèmes linéaires, avec la possibilité d'étendre plusieurs techniques théoriques de l'automatique linéaire au cas des systèmes non linéaires.

Beaucoup de systèmes complexes sont difficiles à décrire avec les techniques de linéarisation ou d'identification. [Takagi 1985] ont proposé une approche multimodèle pour surmonter les difficultés des techniques de modélisation conventionnelles. Le multimodèle proposé s'appelle le modèle flou de Takagi–Sugeno, dont la construction est basée sur l'identification ou la dérivation à partir des équations de système non linéaires ([Takagi 1985]; [Tanaka 2001a]).

Le modèle flou T–S représente le système non linéaire par un ensemble de règles floues Si–Alors, qui représente localement les relations entrées–sorties d'un système en exprimant chaque conclusion par un sous système linéaire. Au cours de ces dernières années, plusieurs chercheurs ont mis au point des techniques différentes pour concevoir des systèmes de commande. Les chercheurs ne se sont pas arrêtés ici; ils ont cherché des idées nouvelles et révolutionnaires pour résoudre des problèmes qui ne sont pas accessibles par les techniques de commande classiques. Parmi ces idées révolutionnaires, «La commande floue» qui est devenue l'une des plus populaires ([Feng 2002]; [Takagi 1985], [Tanaka 1992], [Wang 1996]), car elle peut apporter une solution efficace à la modélisation et la commande des systèmes complexes, incertains ou mal définis. La dynamique de systèmes non linéaires est représentée par un modèle flou T–S, où les dynamiques locales sont représentées par des modèles linéaires. Le modèle global du système est obtenu par agrégation des modèles locaux.

La conception de la commande est effectuée à l'aide d'une loi de commande floue connue sous le nom PDC (Parallel Distributed Compensation) ([Tanaka 1992], [Wang 1996]). L'idée principale de ce régulateur est de dériver pour chaque règle de commande une règle correspondante du modèle flou T–S. Le régulateur global flou résultant, n'étant pas linéaire en général, est un ensemble de régulateurs linéaires, sachant que le régulateur flou partage avec le système flou, les mêmes jeux de règles.

L'avantage du modèle flou T–S réside dans le fait que la stabilité et les caractéristiques de performance du système représenté par un modèle flou T–S peuvent être analysées à l'aide de l'approche fonctionnelle de Lyapunov ([Takagi 1985]; [Zhao 1995]). Généralement, la plupart des critères de stabilité pour ce type de systèmes flous sont dérivés de l'approche de Lyapunov qui ont besoin d'une matrice

$P$  commune pour satisfaire un ensemble d'inégalités de Lyapunov ([Tanaka 1996]; [Wang 1996]). Plusieurs travaux ont été publiés utilisant cette approche. À titre d'exemple, celle de [Cao 2003] qui applique l'approche basée sur la fonction Lyapunov pour l'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires avec saturation des actionneurs ou celle de [Lee 2001] qui propose un schéma de commande floue robuste pour les systèmes non linéaires en présence d'incertitudes paramétriques, où des conditions suffisantes ont été obtenues pour une stabilisation robuste. D'autre part, [Korba 2003] a présenté une méthode constructive et systématique pour la conception d'un jeu de régulateurs linéaires (gain scheduling), basé sur un modèle flou T-S donné et un régulateur qui garantit la stabilité en boucle fermée à l'aide des fonctions quadratiques de Lyapunov. Les conditions de stabilité cités auparavant peuvent être énoncées en termes de faisabilité d'un ensemble d'inégalités matricielles linéaires (LMIs : Linear Matrix Inequalities) ([Boyd 1994]; [Tanaka 1992]; [Tanaka 2001b]), où le problème peut être résolu numériquement par des techniques d'optimisation convexe.

Dans la littérature, on constate que la synthèse de régulateurs flous est peu traitée dans le cas du suivi de trajectoire (fuzzy tracking control) pour les systèmes non linéaires et perturbés représentés par des modèles flous T-S. Le problème du suivi de trajectoire consiste à piloter la sortie du système non linéaire à suivre une trajectoire désirée.

De nombreuses méthodes sont conçues pour traiter le problème de suivi de trajectoire. Par exemple, les travaux [Chiu 2011], [Kamal 2013] et [Ounnas 2017]) ont résolu le problème de suivi du point de puissance maximum pour les systèmes photovoltaïque via l'approche flou T-S. Dans [Tseng 2001], [Manamanni 2007] et [Tseng 2006] des modèles de référence linéaires ont été proposés. Ensuite, les contrôleurs flous ont été développés pour rendre aussi faible que possible l'erreur de poursuite pour toutes les entrées bornées de référence. Dans [Taniguchi 1999], le problème de suivi de trajectoire est traité avec la minimisation de l'erreur entre le système non linéaire et un modèle de référence non linéaire où les conditions de stabilité en boucle fermée sont formulées en LMIs. Dans [Begovich 1999], une autre approche a été proposée qui combine la théorie de régulateur linéaire avec la méthode flou T-S. La même méthode est proposée dans [Tseng 2000] et [Mansouri 2005], où les contrôleurs linéaires locaux sont conçus pour minimiser un critère de performance  $H_\infty$ . Dans [Lian 2006] un nouveau concept appelé variables virtuelles désirées (VDVs) a été introduit pour convertir le problème de suivi de trajectoire en un problème de stabilisation. Le concept VDVs permet aussi de faciliter l'obtention de modèle de référence et la synthèse de la loi de commande. Le même concept est utilisé pour commander de nombreux systèmes non linéaires. Par exemple, dans [Lian 2007] et [Jung 2010], il est utilisé pour commander une machine synchrone à aimants permanents, ainsi que la référence [Ounnas 2017], illustre comment l'utiliser aussi pour commander une chaîne de conversion photovoltaïque.

Les travaux de cette thèse s'inscrivent dans le cadre de la commande tolérante aux défauts (perturbations) d'une classe de systèmes non linéaires par l'approche passive. Nous nous intéressons au problème de suivi de trajectoire pour les systèmes

non linéaires et perturbés représentés par des modèles flous T-S, en se basant sur le concept VDV, la performance  $H_\infty$  et l'estimation des perturbations.

## 1.2 Etat de l'art sur le diagnostic des défauts

Les systèmes physiques sont souvent soumis à des perturbations, non mesurables, qui ont pour origine des phénomènes extérieurs dus à des phénomènes internes liés à des modifications du système ou à l'environnement. Une perturbation a des effets néfastes sur le comportement du système et peuvent être à l'origine de son dysfonctionnement. Pour garantir la sécurité d'un procédé et de son environnement, on doit être capable de dire si le fonctionnement du système global est normal ou si un dysfonctionnement est apparu. Aussi, il est intéressant de connaître la nature de ce dysfonctionnement (panne d'actionneurs, panne de capteurs, défauts de transmission d'information) ; c'est l'objectif du diagnostic ( [Bezzaoucha 2013a]).

Dans ce contexte, le diagnostic des défauts est un domaine de contrôle particulièrement actif depuis le début des années soixante dix, il a attiré l'attention de plusieurs communautés scientifiques. Le rôle d'un système de diagnostic est de rendre compte de l'apparition d'un défaut le plus rapidement possible. Des différentes définitions pour la même notion dans le domaine de diagnostic se trouvent dans la littérature, c'est pour cela, le comité technique IFAC (International Federation of Automatic Control) a lancé une initiative visant à définir une terminologie commune ( [HAMMOUDI 2015]).

- Erreur (error) : tout écart entre la valeur mesurée ou calculée, et la valeur réelle.
- Défaut (fault) : écart non acceptable d'au moins une caractéristique d'un système par rapport à sa valeur normales.
- Défaillance (failure) : Interruption permanente de la capacité d'un système à assurer une fonction requise dans des conditions opérationnelles spécifiées.
- Panne (break-down) : état d'un système incapable d'assurer le service spécifié à la suite d'une défaillance.
- Perturbation (disturbance) : Phénomène considéré comme normal influençant un processus, mais non ou mal pris en compte dans le modèle censé le présenter.
- Résidus (residues) : signal conçu comme indicateur d'anomalie fonctionnelle ou comportementale.
- Symptôme (symptom) : événement ou ensemble de données au travers duquel le système de détection identifie le passage du procédé dans un fonctionnement anormal.

Un défaut est un événement qui agit sur le système, il peut modifier sa dynamique conduisant à une dégradation des performances du système voir à son instabilité ( [Isermann 1997]). Les défauts proviennent essentiellement des capteurs (l'information récupérée ne correspond pas à la valeur de la grandeur physique à mesurer), des actionneurs (défaillance au niveau de la partie opérative conduisant

à la perte d'une action de commande sur le système) ou du procédé lui-même (défauts système qui reflètent un changement dans les paramètres du système, ce qui induit un changement du comportement dynamique de ce dernier) ([Staroswiecki 2001], [Blanke 2006]).

Les défauts peuvent être en défauts additifs et défauts multiplicatifs (Fig. 1.1). Les défauts additifs sont des signaux parasites qui viennent se superposer en un point du schéma fonctionnel. Les défauts capteurs et actioneurs sont généralement modélisés comme étant des défauts additifs, cependant, les défauts composants sont modélisés par des défauts multiplicatifs. Ces derniers induisent des changements sur la corrélation du signal de sortie du système, ainsi que des changements dans les caractéristiques spectrales et de la dynamique de système ([Methnani 2012]).

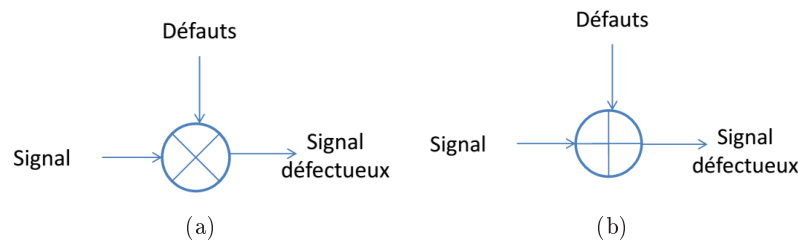


FIGURE 1.1: Classification des défauts : multiplicatifs et additifs.

Les méthodes développées pour le diagnostic des systèmes dynamiques sont principalement basées sur deux approches qui sont classées en méthodes sans ou avec modèles (Fig. 1.2). Dans le premier cas, on utilise des redondances d'informations et la connaissance fournie par le modèle mathématique pour définir le mode de fonctionnement et décider si l'état du système est normal ou anormal [Maquin 1997]. Ces modèles peuvent être de type quantitatif, exprimés sous forme d'équations mathématiques ou bien de type qualitatif, exprimés par exemple sous forme de relations logiques. Par contre, le deuxième cas est basé sur l'analyse des données fournies par le système qui permet de décider de son état en s'appuyant soit sur des mesures disponibles de signaux issus du procédé, soit sur des connaissances a priori concernant son comportement. Nous pouvons citer par exemple, l'approche par la logique floue ([Kiupel 1997]), l'approche par les réseaux de neurones artificiels (RNA) ([Köppenseliger 1996]) et l'analyse stochastique des signaux ([Basseville 2003]), l'approche basée sur l'analyse des composantes principale (ACP) ([Mokhtari 2007]), l'approche basée sur l'analyse qualitative de tendance (AQT) ([Yahia 2012]), l'approche basée sur l'analyse des modes de défaillances et de leurs effets (AMDE) et l'approche basée sur l'analyse des modes de défaillances et de leurs effets et leur criticité (AMDEC) ([BELFARHI 2012]).

Les techniques les plus utilisées pour la localisation de défauts sont celles basées sur les observateurs. En effet, elles s'appuient sur la reconstruction de l'état à l'aide d'observateurs dans le cas déterministe ou par des filtres dans le cas stochastique ([Nuningger 1997], [Zolghadri 1996]). L'erreur d'estimation de sortie est sensible aux défauts, et peut être utilisée comme résidu. Pour l'évaluation des défauts, plusieurs



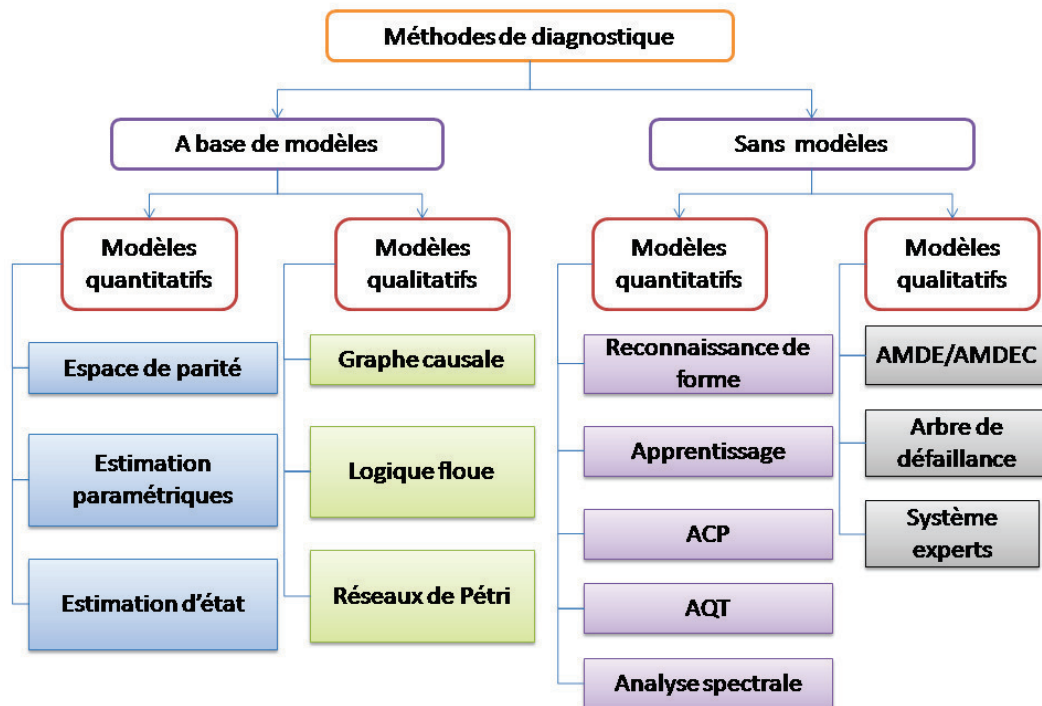


FIGURE 1.2: Classification des méthodes de diagnostic.

approches peuvent être citées, dont celles basées sur les observateurs à entrées-inconnues ou sur l'estimation paramétrique. Les observateurs à entrées inconnues sont largement utilisés pour le diagnostic de défauts systèmes en présence d'incertitudes afin de rendre les résidus insensibles aux incertitudes considérées ([HAMMOUDI 2015], [Hou 1992], [Darouach 1994], [Chang 1997], [de Oliveira 1999]).

Plusieurs travaux ont été réalisés par divers chercheurs pour traiter le problème de la synthèse d'observateurs à entrée inconnue pour les systèmes non linéaires et tous les approches envisageables utilisent des algorithmes linéaires appliqués à une approximation des systèmes non linéaires. Nous pouvons citer par exemple l'observateur à entrées inconnues pour les systèmes singuliers non linéaires ([Kaprilelian 1992], [Hamdi 2009]), les systèmes de type Lipschitz dans [Chen 2006], [Pertew 2005], et les systèmes flous de Takagi-Sugeno par [Chen 2007], [Ichalal 2012]. L'estimation d'état du système flous T-S s'effectue en général par utilisation d'un multi-observateur. Dans ce contexte, [Phanomchoeng 2011], [Ichalal 2011], ont proposé une nouvelle stratégie d'estimation dédiées aux systèmes flous T-S par l'introduction de la théorie des valeurs moyennes. Dans [Hammoudi 2014], une extension de l'approche au problème des observateurs avec multi-gains a été proposée. Nous trouvons également les observateurs à mode glissant qui sont très en vogue ([Yan 2008], [Jiang 2004]). Pour les observateurs adaptatifs et grand gain, nous pou-

vons citer les travaux publiés dans [Xu 2004], [Zolghadri 1996], et [Besançon 2003].

### 1.3 Contribution et plan du manuscrit

Bien que les modèles flous de type Takagi–Sugeno aient fait et fassent encore l’objet de plusieurs travaux dans le domaine de la commande, de l’estimation, ou du diagnostic. Ils subsistent encore une multitude de problèmes ouverts concernant ces différents points.

Notre contribution dans cette thèse porte sur la commande des systèmes non linéaires et perturbés via la combinaison de concept VDV avec le critère  $H\infty$ , d’une part, la combinaison de concept VDV avec un observateur flou, d’autre part.

- Le chapitre 2 de cette thèse présente les principaux résultats les plus couramment utilisés pour l’analyse des modèles de Takagi–Sugeno. Leurs structures ainsi que la façon de les obtenir par les approches de linéarisation, d’identification et de transformation par secteurs non linéaires. Nous présentons également les principaux résultats de la littérature concernant la stabilisation des systèmes non linéaires représentés par des modèles flous T–S. Nous détaillons ensuite le principe de la commande PDC (Parallel Distributed Compensation) et la mise en oeuvre d’observateur flou. Ces outils présentés serviront également pour les travaux que nous abordons dans les chapitres suivants. Par ailleurs, nous montrons également quelques résultats concernant les conditions de stabilité et la stabilisation des modèles T–S et leurs formulations en un problème équivalent de LMI. A la fin de ce chapitre, nous présentons une application à la stabilisation d’attitude d’un véhicule aérien sans pilote (Unmanned Aerial Véhicule (UAV), ou Drones).
- Le chapitre 3 traite le problème de commande d’une classe de systèmes non linéaires en se basant sur le concept VDV. Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons le problème de poursuite de trajectoire. Nous employons ce concept pour développer des lois de commande non linéaire et également pour déterminer un ensemble de variables désirées. Nous donnons ensuite les conditions garantissant la stabilité du système et les performances de poursuite. Les conditions de stabilité sont également exprimées sous forme de LMIs. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l’application des résultats obtenus pour développer un suiveur du point de puissance maximale pour un système de conversion photovoltaïque.
- Le chapitre 4 traite le problème de commande d’une classe de systèmes non linéaires et perturbés. La synthèse de la commande proposée est basée sur la combinaison du concept VDV avec un critère  $H\infty$ . Le concept VDV est utilisé pour développer des lois de commande assurant la performance de poursuite et la minimisation de l’erreur de poursuite par rapport aux perturbations selon le critère  $H\infty$ . Les conditions de stabilité sont étudiées en se basant sur l’approche de Lyapunov. Les lois de commande proposées dans ce chapitre sont appliquées sur une machine synchrone à aimants permanents

(MSAP).

- Le chapitre 5 traite le même problème considéré en chapitre 4 mais, dans ce cas, la synthèse de commande se base sur la combinaison du concept VDV avec un observateur flou. Le concept VDV est utilisé pour développer des lois de commande et un modèle de référence en fonction de la sortie désirée et de la perturbation. Un observateur flou est utilisé pour estimer la variation de perturbation. Les conditions de stabilité du régulateur et de l'observateur sont synthétisées en se basant sur l'approche de Lyapunov. Une application à la commande d'une MSAP est également présentée pour montrer l'efficacité de la méthode proposée.
- Enfin, le dernier chapitre résume les différents résultats obtenus tout au long de cette thèse en mettant l'accent sur différentes suites possibles aux travaux présentés dans ce mémoire.

## 1.4 Liste des publications

### 1.4.1 Revues internationales avec comité de lecture

1. **D. Ounnas**, M. Ramdani, S. Chenikher and T. Bouktir, An Efficient Maximum Power Point Tracking Controller for Photovoltaic Systems Using Takagi–Sugeno Fuzzy Models, *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 42, no. 12, pp. 4971–4982, Dec. 2017.
2. **D. Ounnas**, M. Ramdani, S. Chenikher and T. Bouktir, Optimal Reference Model based Fuzzy Tracking Control for Wind Energy Conversion System. *International Journal of Renewable Energy Research*, vol. 6, no. 3, pp. 1129–1136, Sep. 2016.
3. **D. Ounnas**, M. Ramdani, S. Chenikher and T. Bouktir, A Combined Methodology of  $H_\infty$  Fuzzy Tracking Control and Virtual Reference Model for a PMSM, *Advances in Electrical and Electronic engineering*, vol. 13, no. 3, pp. 212–222, Sep. 2015.

### 1.4.2 Conférences internationales avec comité de lecture

1. **D. Ounnas**, M. Ramdani, S. Chenikher and T. Bouktir, Virtual Reference Model and Disturbance Rejection based Fuzzy Tracking Control for a PMSM. *Proceedings of the International Conference on Recent Advances in Electrical Systems*, Hamammet, Tunisia, 2016.
2. **D. Ounnas**, M. Ramdani, S. Chenikher and T. Bouktir. Observer and Virtual Reference Model Based Fuzzy Tracking Control for a Class of Nonlinear Systems. *Proceedings of the International Conference on Automatic Control, Telecommunications and Signals*, Annaba, Algeria, Nov. 16–18, 2015.
3. **D. Ounnas**, M. Ramdani, S. Chenikher and T. Bouktir, A Fuzzy Tracking Control Design Strategy for Wind Energy Conversion System, *Proceedings of*

- the 4th International Conference on Renewable Energy Research and Applications*. Italy, 22–25 Nov. 2015.
4. **D. Ounnas**, M. Ramdani, S. Chenikher and T. Bouktir, Output Feedback Stabilization of Fuzzy Systems with Immeasurable Premise Variables Application to Permanent Magnet Synchronous Machine. *Proceedings of the 3rd International Conference on information and Electrical Engineering*, Tebessa, Algeria, Oct. 2014.
  5. **D. Ounnas**, S. Chenikher and T. Bouktir, Tracking Control For Permanent Magnet Synchronous Machine Based On Takagi–Sugeno Fuzzy Models, *Proceedings of the International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies*, pp. 1–5, Monte Carlo, 2013.
  6. **D. Ounnas**, S. Chenikher and T. Bouktir, Speed Control for Permanent Magnet Synchronous Machine based on Fuzzy observer. *Proceedings of the 1st International Conference on systems and Computer Science*, Skikda, Algeria, Nov. 2012.
  7. **D. Ounnas**, S. Chenikher and T. Bouktir, Fuzzy Tracking Control Based on  $H_\infty$  Performance for Permanent Magnet Synchronous Machine. *Proceedings of the 1st International Conference on systems and Computer Science*, Skikda, Algeria, Nov. 2012.
  8. **D. Ounnas**, S. Chenikher and T. Bouktir, Fuzzy Tracking Control Based on  $H_\infty$  Performance and Virtual Desired Model for Nonlinear Systems. *Proceedings of the 2nd International Conference on information and Electrical Engineering*, Tebessa, Algeria, Oct. 2012.

# Stabilisation des modèles flous

## T–S

### Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>2.2</b>	<b>Définition des modèles flous T-S</b>	<b>14</b>
<b>2.3</b>	<b>Construction des modèles flous T–S</b>	<b>15</b>
2.3.1	Obtention de modèle T–S par identification	15
2.3.2	Obtention de modèle T–S par linéarisation	15
2.3.3	Modélisation par l’approche des secteurs non linéaires	16
<b>2.4</b>	<b>Stabilité et Stabilisation des modèles flous T–S</b>	<b>18</b>
2.4.1	Stabilisation par retour d’état	19
2.4.2	Stabilisation par retour de sortie	23
<b>2.5</b>	<b>Stabilisation des modèles flous de T–S incertains</b>	<b>27</b>
2.5.1	Modèle flou de Takagi-Sugeno incertain	27
2.5.2	Stabilisation des modèles T–S incertains avec la commande PDC	27
<b>2.6</b>	<b>Application : Stabilisation d’attitude d’un quadrirotor</b>	<b>31</b>
2.6.1	Introduction	31
2.6.2	Modèle mathématique de la dynamique de quadrirotor	32
2.6.3	Modélisation floue de système	33
2.6.4	Conception de régulateur flou	36
2.6.5	Résultats de simulation	37
<b>2.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>40</b>

## 2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation de résultats fondamentaux portant sur la stabilité et la stabilisation des modèles flous T-S. En premier lieu, nous présentons les modèles flous T-S ainsi que les méthodes qui permet de transformer un système non linéaire en un système flou T-S. Ensuite, nous rappelons un ensemble de résultats concernant la stabilité, la stabilisation et la synthèse d’observateurs à variables de décision mesurables et non mesurables ainsi que la loi de commande PDC (Parallel Distributed Compensation) par retour d’état et par retour de sortie. Enfin, nous présentons une application à la stabilisation d’un drone de type quoidrirotor.

## 2.2 Définition des modèles flous T-S

Considérons l'équation générale d'un système non linéaire dynamique :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = \varphi(x(t)) \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in R^m$  est le vecteur de commande,  $y(t) \in R^q$  est le vecteur de sortie.  $f(x(t))$ ,  $g(x(t))$  et  $\varphi(x(t))$  sont des fonctions non linéaires de dimensions appropriées.

Le système (2.1) non linéaire peut être décrit par un ensemble de règles floues **Si-Alors** qu'il représente localement les relations entrées sorties d'un système en exprimant chaque conclusion par un système linéaire.

La  $i$  ème règle du modèle flou s'écrit :

**Si**  $z_1(t)$  est  $F_{1i}$  et ... et **Si**  $z_g(t)$  est  $F_{gi}$  **Alors**

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i = 1, \dots, r. \quad (2.2)$$

où  $r$  est le nombre de règles Si-Alors,  $F_{gi}$  est l'ensemble flou et  $z_1 \dots z_g$  sont les variables de prémisses.  $A_i \in R^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B_i \in R^{n \times m}$  est la matrice d'entrée,  $C_i \in R^{q \times n}$  est la matrice de sortie.

L'inférence du système flou est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) (C_i x(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \end{cases} \quad (2.3)$$

où  $i = 1, \dots, r$ ,  $z(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_g(t)]$ ,  $w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_{ij}(z_j(t))$ .  $F_{ij}(z_j(t))$  est la valeur de la fonction d'appartenance  $z_j(t)$  dans l'ensemble flou  $F_{ij}$ , et  $\forall t \geq 0$ , on a :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0 \\ w_i(z(t)) \geq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

On pose :

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (2.5)$$

Le modèle T-S (2.3) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (2.6)$$

Les  $h_i(z(t))$  possèdent la propriété de somme convexe :  $\forall t \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$ .

## 2.3 Construction des modèles flous T–S

Dans cette section, nous présentons les trois méthodes d'obtention d'un modèle flou de type T–S à partir d'un système non linéaire.

### 2.3.1 Obtention de modèle T–S par identification

Cette méthode permet à partir des données récoltées sur les entrées et les sorties, d'identifier les paramètres du modèle local correspondant aux différents points de fonctionnement. Les techniques d'optimisation sont alors utilisées pour estimer ces paramètres qui sont généralement basées sur la minimisation de la fonction d'écart entre la sortie estimée du modèle T–S et la sortie mesurée du système non linéaire ([Gasso 1999], [Gasso 2000]).

### 2.3.2 Obtention de modèle T–S par linéarisation

La seconde méthode consiste à linéariser le modèle autour d'un ensemble de points de fonctionnement choisis judicieusement ([Tanaka 2001a], [Ma 1998]).

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (2.7)$$

Où  $(f, h) \in R^{2n}$  sont des fonctions non linéaires continues,  $x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état et  $u(t) \in R^m$  est le vecteur d'entrée. Par la suite, nous représenterons le système non linéaire (2.7) par un modèle flou T–S. Ce système est composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines qui sont obtenus en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire  $(x_i, u_i) \in R^n \times R^m$ , ([Johansen 1999], [Gasso 2000], [Oudghiri 2008]) :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (2.8)$$

avec

$$A_i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x,u)=(x_i,u_i)}, \quad B_i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{(x,u)=(x_i,u_i)}$$

$$C_i = \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x,u)=(x_i,u_i)}, \quad E_i = \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \Big|_{(x,u)=(x_i,u_i)}$$

$$D_i = f(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i, \quad N_i = h(x_i, u_i) - C_i x_i - E_i u_i$$

Notons que dans ce cas, le nombre des sous modèles locaux ( $r$ ) dépend de la précision de modélisation souhaitée, du choix de la structure des fonctions d'appartenance, et de la complexité du système non linéaire ([HAMMOUDI 2015]).

### 2.3.3 Modélisation par l'approche des secteurs non linéaires

La troisième méthode permet de passer d'un modèle non-linéaire affine en la commande à un modèle T-S est appelée approche par secteur non-linéaire. Elle permet d'obtenir un représentant de type T-S d'un modèle non linéaire. Il est à noter qu'il ne s'agit pas d'une approximation. En effet, le modèle T-S obtenu est identique au modèle non linéaire dans un compact de l'espace des variables de prémisses. Parfois, il est difficile de trouver un secteur global pour le système non linéaire. C'est pour cette raison on considère un secteur non linéaire local, comme il est indiqué dans la figure 2.1 ([HAMMOUDI 2015]). Cette méthode a été introduite pour la première fois dans les travaux de [Kawamoto 1992], et par la suite, a été étendue par [Tanaka 2001a] et [Morère 2001].

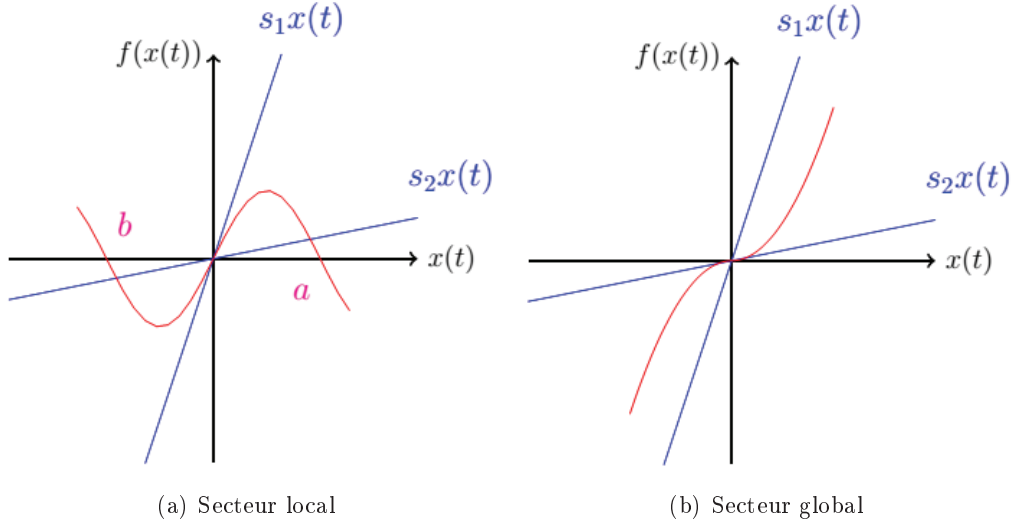


FIGURE 2.1: Secteurs non linéaires.

Pour obtenir à partir d'une non linéarité les fonctions d'appartenance associée d'un modèle flou, on utilise le lemme suivant ([Morère 2001]) :

**Lemme 2.3.1.** *Si  $x \in [-b \ a]$  borné,  $a, b \in \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  borné sur  $[-b \ a]$  alors il existe deux fonctions  $w_1(x)$  et  $w_2(x)$  ainsi que deux réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :*

$$\begin{cases} f(x) = \alpha w_1(x) + \beta w_2(x) \\ w_1(x) + w_2(x) = 1, w_1(x) \geq 0, w_2(x) \geq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

*Démonstration.* Considérons la fonction  $f(x)$  bornée tel que  $\underline{f} \leq f(x) \leq \bar{f}$ , on peut alors toujours écrire :

$$f(x) = \alpha w_1(x) + \beta w_2(x) \text{ avec } \alpha = \underline{f}, \beta = \bar{f}, w_1 = \frac{f(x) - \bar{f}}{\underline{f} - \bar{f}}, w_2 = \frac{f(x) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}}. \quad \square$$

**Exemple 1 :** Considérons le système non linéaire décrit par les équations sui-



vantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{cases} \quad (2.10)$$

Pour la simplicité, nous supposons que  $x_1 \in [-1 \ 1]$  et  $x_2 \in [-1 \ 1]$ , le système (2.10) peut être réécrit comme suit :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3 + x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (2.11)$$

où  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]$  et  $x_1(t)x_2^2(t)$ ,  $(3 + x_2(t))x_1^2(t)$  sont les non linéaires du système, alors on défini les variables de prémisse suivantes :

$$\begin{cases} z_1(t) \equiv x_1(t)x_2^2(t) \\ z_2(t) \equiv (3 + x_2(t))x_1^2(t) \end{cases} \quad (2.12)$$

En utilisant (2.12), le système peut être réécrit de la façon suivante :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & z_1(t) \\ z_2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (2.13)$$

On calcule les valeurs minimales et maximales de  $z_1$  et  $z_2$  :

$$Max(z_1(t)) = 1, Min(z_1(t)) = -1, Max(z_2(t)) = 4 \text{ et } Min(z_2(t)) = 0.$$

A partir de ces valeurs, on peut écrire :

$$\begin{cases} z_1(t) = F_{11}(z_1(t)).(1) + F_{12}(z_1(t)).(-1) \\ z_2(t) = F_{21}(z_2(t)).(4) + F_{22}(z_2(t)).(0) \end{cases} \quad (2.14)$$

où

$$\begin{cases} F_{11}(z_1(t)) + F_{12}(z_1(t)) = 1 \\ F_{21}(z_2(t)) + F_{22}(z_2(t)) = 1 \end{cases} \quad (2.15)$$

Par conséquent, les fonctions d'appartenance peuvent être calculées comme suit :

$$\begin{cases} F_{11}(z_1(t)) = \frac{z_1(t) + 1}{2} \\ F_{12}(z_1(t)) = \frac{1 - z_1(t)}{2} \\ F_{21}(z_2(t)) = \frac{z_2(t)}{4} \\ F_{22}(z_2(t)) = \frac{4 - z_2(t)}{4} \end{cases} \quad (2.16)$$

Le système non linéaire (2.10) peut être représenté par l'ensemble des règles floues suivantes :

- Si  $z_1$  est  $F_{11}$  et  $z_2$  est  $F_{21}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$
- Si  $z_1$  est  $F_{11}$  et  $z_2$  est  $F_{22}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$
- Si  $z_1$  est  $F_{12}$  et  $z_2$  est  $F_{21}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t)$
- Si  $z_1$  est  $F_{12}$  et  $z_2$  est  $F_{22}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t)$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

L'inférence du système flou est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.17)$$

où

$$\begin{cases} h_1(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t)) \\ h_2(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t)) \\ h_3(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t)) \\ h_4(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t)) \end{cases} \quad (2.18)$$

Les résultats de la simulation des modèles flou et réel pour  $x(0) = [0.5 \ 0.5]$  et  $u = 0$  sont montrés dans les Figs. 2.2(a) et 2.2(b). Il est évident que les deux modèles sont identiques. Cet exemple montre bien que le système non linéaire (2.10) peut être représenté exactement par un modèle flou de type T-S dans la région  $[-1 \ 1] \times [-1 \ 1]$ .

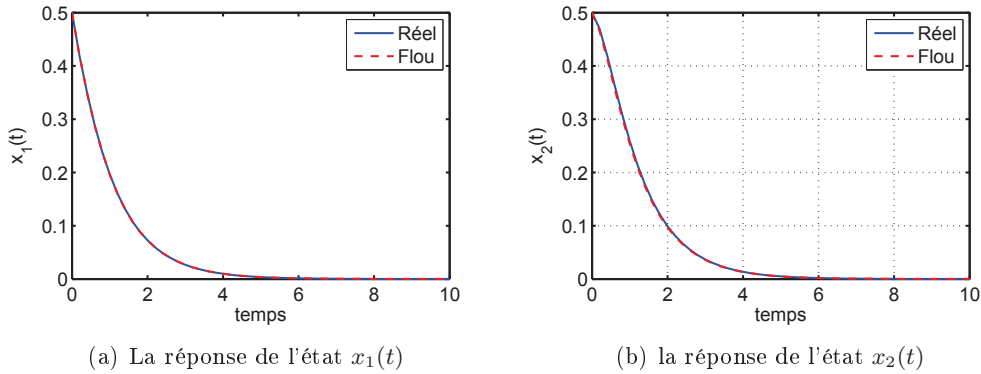


FIGURE 2.2: Simulation du système réel et flou de l'exemple 1

## 2.4 Stabilité et Stabilisation des modèles flous T-S

La stabilité des systèmes non linéaires a fait l'objet de nombreux travaux. L'analyse de la stabilité des modèles flous est généralement basée sur les fonctions de Lyapunov candidates [Boyd 1994]. Le concept principal de cette théorie est basé sur l'idée que s'il y a une fonction ayant forme énergétique soit dissipée dans le temps, alors elle tend vers un point d'équilibre. Dans ce contexte, l'utilisation de

la fonction de Lyapunov est une mesure de distance entre les variables d'état et le point d'équilibre. La difficulté de cette méthode repose sur la détermination de ces fonctions. Cependant, il existe deux grandes familles des fonctions de Lyapunov (les fonctions quadratiques et non quadratiques). Un rappel sur la théorie de Lyapunov donné en Annexe A, où on montre les différentes fonctions de Lyapunov les plus souvent employées dans la théorie de stabilité des modèles T-S. Nous nous limitons dans ce travail à l'utilisation de fonctions de Lyapunov quadratiques, de la forme suivante :

$$V(x(t)) = x(t)Px^T(t), P > 0 \quad (2.19)$$

### 2.4.1 Stabilisation par retour d'état

Une loi de commande fréquemment utilisée pour stabiliser les modèles flous T-S est basée sur le concept PDC (Parallel Distributed Compensation). L'idée principale de ce concept est de créer un compensateur pour chaque règle du modèle flou T-S. La loi de commande résultante est généralement non linéaire. La partie conclusion de chaque régulateur local utilise un gain de commande par retour d'état. La Fig. 2.3 montre le principe de régulateur PDC.

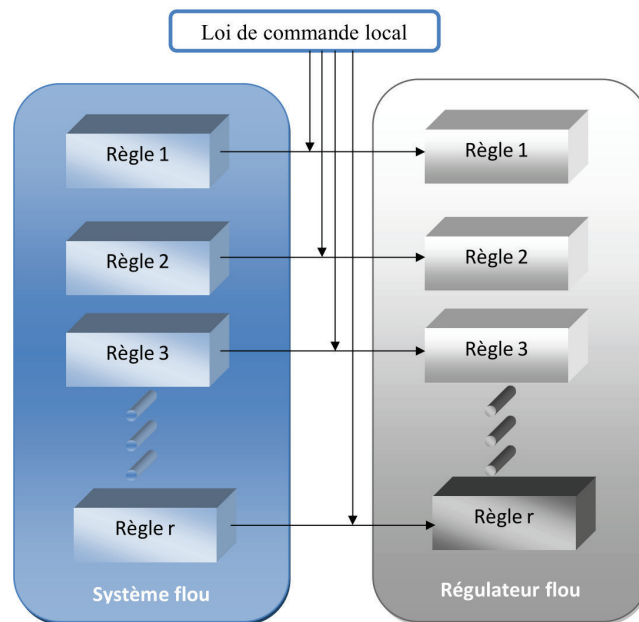


FIGURE 2.3: Principe de régulateur flou PDC

Le régulateur flou PDC utilise la même base de règle que le système flou. La  $i$  ème règle du régulateur flou s'écrit :

**Si**  $z_1(t)$  est  $F_{1i}$  et ... et **Si**  $z_g(t)$  est  $F_{gi}$  **Alors**  $u(t) = -K_i x(t)$ ,  $i = 1, \dots, r$ .  
où  $K_i$  sont les gain de retour d'état. L'inférence du régulateur flou global est donnée

par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i x(t), i = 1, \dots, r. \quad (2.20)$$

La stabilisation des modèles flous T-S par une loi de commande PDC se base sur la fonction de Lyapunov pour montrer la convergence du modèle flou en boucle fermée, en l'occurrence de déterminer les retours d'états correspondants à chaque modèle local composant le modèle T-S. Ainsi, à partir d'une telle fonction, on peut trouver une matrice définie positive  $P$  commune entre tous les modèles locaux en boucle fermée. Pour obtenir le modèle flou en boucle fermée, on applique la commande PDC (2.20) au modèle T-S (2.3). Ainsi le modèle flou obtenu est le suivant :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) \tilde{x}(t). \quad (2.21)$$

On pose  $G_{ij} = (A_i - B_i K_j)$ , l'équation (2.21) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) G_{ij} x(t). \quad (2.22)$$

Le théorème 2.4.1 donne les conditions la stabilisation du système flou (2.22) via la loi de commande PDC (2.20) :

**Théorème 2.4.1.** [*Tanaka 2001a*] : *Le modèle flou continu (2.22) est asymptotiquement stable via la commande PDC (2.20), s'il existe une matrice  $P > 0$  telle que :*

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0, i = 1, \dots, r. \quad (2.23)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0, i < j \leq r. \quad (2.24)$$

pour tout les  $i$  et  $j$  sauf les paires  $(i, j)$  telle que  $h_i(z) h_j(z) = 0$ .

Si le nombre des règles est assez grand, il est difficile de trouver la matrice commune  $P$ . L'idée est de relâcher les conditions de stabilité et elle est basée sur les propriétés suivantes :

$$\sum_{i=1}^r h_i^2(z(t)) - \frac{1}{r-1} \sum_{i < j}^r 2h_i(z(t)) h_j(z(t)) \geq 0,$$

Où

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1, h_i(z(t)) \geq 0.$$

vérifiée par :

$$\sum_{i=1}^r h_i^2(z(t)) - \frac{1}{r-1} \sum_{i < j}^r 2h_i(z(t)) h_j(z(t)) = \frac{1}{r-1} \sum_{i < j}^r (h_i(z(t)) - h_j(z(t)))^2 \geq 0$$

Les nouvelles conditions de stabilité sont alors définies par le théorème (2.26) suivants :

**Théorème 2.4.2.** [Tanaka 1998] : Le modèle flou continu (2.22) est asymptotiquement stable via la commande PDC (2.20), s'il existe une matrice commune  $P > 0$ , une matrice commune  $Q \geq 0$  telle que :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + (s-1)Q < 0, i = 1, \dots, r. \quad (2.25)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - Q \leq 0, i < j \leq r. \quad (2.26)$$

pour tout les  $i$  et  $j$  sauf les paires  $(i, j)$  telle que  $h_i(z)h_j(z) = 0$ ,  $1 < s \leq r$  est le nombre des règles activées simultanément.

Pour réduire le degré de conservatisme des résultats du théorème 2.4.2, des conditions de stabilité relaxées ont été proposées dans [Tanaka 1998] :

**Théorème 2.4.3.** [Tanaka 1998] : Le modèle flou continu (2.22) est asymptotiquement stable via la commande PDC (2.20), s'il existe une matrice commune  $P > 0$  et des matrice  $Q_{ii}$  telle que :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + Q_{ii} < 0, i = 1, \dots, r. \quad (2.27)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) + Q_{ij} \leq 0, i < j \leq r. \quad (2.28)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{1r} & \dots & Q_{rr} \end{bmatrix} > 0 \quad (2.29)$$

pour tout les  $i$  et  $j$  sauf les paires  $(i, j)$  telle que  $h_i(z)h_j(z) = 0$ .

Les conditions des théorèmes ci-dessus garantissent uniquement la stabilité globale de système flou T-S (2.22). Afin de garantir un certain taux de décroissance, [Tanaka 1998] a proposé le théorème suivant :

**Théorème 2.4.4.** [Tanaka 1998] S'il existe une matrice commune  $P > 0$ , une matrice  $Q$  et un scalaire  $\alpha \geq 0$  telle que :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + (r-1)Q + 2\alpha r P < 0, i = 1, \dots, r. \quad (2.30)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - Q \leq 0, i < j \leq r. \quad (2.31)$$

pour tout les  $i$  et  $j$  sauf les paires  $(i, j)$  telle que  $h_i(z)h_j(z) = 0$ , alors le modèle flou continu (2.22) est globalement exponentiellement stable via la commande PDC (2.20) avec une vitesse de décroissance au moins égale à  $\alpha$ .

L'obtention du régulateur flou PDC consiste donc à déterminer les gains de retour d'état  $K_i, i = 1, \dots, r$  satisfaisant les conditions de théorèmes de stabilisation pour une matrice  $P$  définie positive.

Pour calculer les gains de retour d'état, il est possible d'utiliser une synthèse quadratique et vérifier ensuite qu'il existe une matrice définie positive  $P$  commune. Il est également possible d'utiliser un placement de pôles pour assurer que les valeurs propres de  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$  soient dans un domaine pré-spécifié. On peut, alors, raisonnablement penser que si les pôles sont proches pour les modèles bouclés  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ , une grande probabilité que les conditions de stabilisation soient également vérifiées. Néanmoins, des exemples où les paires  $(A_i, B_i)$  n'ont pas la même forme montrent que ce résultat n'est pas garanti.

Une autre manière pour déterminer la matrice définie positive  $P$  et les matrices de retour d'état  $K_i$  simultanément est l'utilisation des outils issus de l'optimisation convexe, et plus particulièrement les inégalités matricielles linéaires LMIs (Linear Matrix Inequalities) ([El Ghaoui 1997a], [Gahinet 1995]).

La détermination des gains de la loi de commande PDC passe alors par la transformation des conditions de théorèmes donnés dans les paragraphes précédentes en un problème équivalent de LMIs. Cette transformation correspond à un simple changement de variables  $X = P^{-1}$  et  $K_i = M_i P^{-1}$ , d'où après congruence avec  $X = P^{-1}$  des inégalités du théorème 2.4.1, on obtient les expressions LMI suivantes :

Trouver  $X > 0$  et  $M_i$  tels que :

$$A_i X + X A_i^T - B_i M_i - M_i^T B_i^T < 0, i = 1, \dots, r \quad (2.32)$$

$$A_i X + X A_i^T + A_j X + X A_j^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T < 0, i < j \leq r \quad (2.33)$$

Les conditions du théorème 2.4.2 peuvent être transformées en un problème de LMIs suivantes :

Trouver  $X > 0$  et  $M_i$  tels que :

$$A_i X + X A_i^T - B_i M_i - M_i^T B_i^T + Y < 0, i = 1, \dots, r \quad (2.34)$$

$$A_i X + X A_i^T + A_j X + X A_j^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T + 2Y < 0, i < j \leq r \quad (2.35)$$

avec  $Y = X Q X^T$  et  $K_i = M_i X^{-1}$ .

De même, les conditions 2.4.3 peuvent être transformées en problème de LMIs suivantes :

Trouver  $X > 0$  et  $M_i$  tels que :

$$A_i X + X A_i^T - B_i M_i - M_i^T B_i^T + Y_{ii} < 0, i = 1, \dots, r \quad (2.36)$$

$$A_i X + X A_i^T + A_j X + X A_j^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T + 2Y_{ij} < 0, i < j \leq r \quad (2.37)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{1r} & \dots & Y_{rr} \end{bmatrix} > 0 \quad (2.38)$$

avec  $Y_{ij} = X Q_{ij} X^T$  et  $K_i = M_i X^{-1}$ .

Les conditions de théorèmes décrits en 2.4.4 peuvent être considérées comme un problème de valeur propre généralisée (GEVP : Generalized Eigenvalue Problem) en  $X$  et  $\alpha$ .

Maximiser  $\alpha$  sous les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} X > 0 \\ A_i X + X A_i^T - B_i M_i - M_i^T B_i^T + (r-1)Y + 2r\alpha X < 0, i = 1, \dots, r. \\ A_i X + X A_i^T + A_j X + X A_j^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T + 2Y < 0, i < j \leq r \end{cases} \quad (2.39)$$

avec  $Y = X Q X^T$  et  $K_i = M_i X^{-1}$ .

### 2.4.2 Stabilisation par retour de sortie

Les techniques de synthèse basées sur le retour d'état nécessitent que toutes les composantes du vecteur d'états soient mesurables. Comme cette condition est rarement vérifiée, l'utilisation d'un observateur devient donc nécessaire. Dans la plupart des travaux, on suppose que les variables de prémisses sont mesurables. Certains travaux ([Feng 1997], [Ma 1998], [Tanaka 1994], [Tanaka 1998], [Vermeiren 1998]) ont cependant traité le cas où les variables de prémisses ne sont pas toutes mesurables. Une méthode basée sur le principe de séparation a permis dans le premier cas de synthétiser séparément les gains de l'observateur et ceux de régulateur. Cependant, le principe de séparation qui a été établi pour le premier cas, semble difficile à démontrer pour le deuxième cas.

Le but étant d'obtenir une convergence asymptotique de l'erreur d'observateur d'état, i.e.  $x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$  où  $\hat{x}(t)$  représente le vecteur d'état estimé par l'observateur flou. Le modèle flou T-S augmenté est composé d'un régulateur flou et d'un observateur flou [Tanaka 1998], comme le montre la Fig. (2.4).

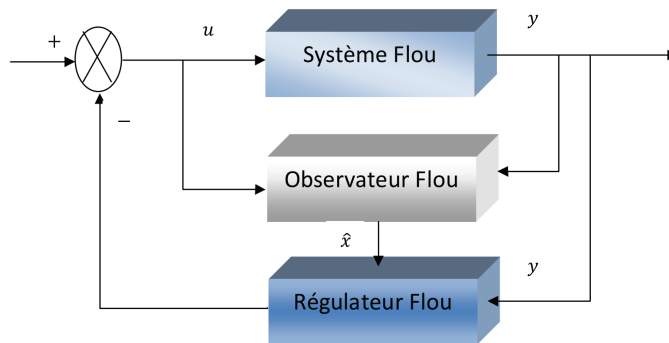


FIGURE 2.4: Représentation du système augmenté

L'observateur flou partage la même base de règles que le système flou, la  $i$  ème règle de l'observateur s'écrit [Tanaka 1998] :

Si  $\hat{z}_1(t)$  est  $F_{1i}$  et ... et Si  $\hat{z}_g(t)$  est  $F_{gi}$  Alors

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y - \hat{y}) \\ y(t) = C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad i = 1, \dots, r. \quad (2.40)$$

où  $L_i$  sont les matrices de gains de l'observateur,  $\hat{z}(t) = [\hat{z}_1(t) \ \hat{z}_2(t) \ \dots \ \hat{z}_g(t)]$  sont les variables de prémisse estimées,  $w_i(\hat{z}(t)) = \prod_{j=1}^p F_{ij}(\hat{z}_j(t))$ .  $F_{ij}(\hat{z}_j(t))$  est la valeur de la fonction d'appartenance  $\hat{z}_j(t)$  dans l'ensemble flou  $F_{ij}$ , et  $\forall t \geq 0$ , on a :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(\hat{z}(t)) > 0 \\ w_i(\hat{z}(t)) \geq 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

On pose :

$$h_i(\hat{z}(t)) = \frac{w_i(\hat{z}(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\hat{z}(t))} \quad (2.42)$$

L'inférence floue de l'observateur s'écrit :

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y - \hat{y})) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.43)$$

Les  $h_i(\hat{z}(t))$  possèdent la propriété de somme convexe :  $\forall t \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) = 1$ . Le calcul des poids de chaque règle s'effectue à partir des variables de prémisse.

Deux cas sont à envisager :

Cas 1 : les variables des prémisses sont mesurables. Il est possible de calculer les poids des règles de l'observateur, en remplaçant  $h_i(\hat{z}(t))$  par  $h_i(z(t))$  ([Feng 1997], [Ma 1998], [Tanaka 1994], [Tanaka 1998], [Vermeiren 1998]).

Cas 2 : les variables des prémisses ne sont pas mesurables. Il faut donc les reconstruire et utiliser leurs estimées dans le calcul des poids des règles de l'observateur ([Tanaka 1998], [Ichalal 2008], [Chadli 2002a], [Yoneyama 2009]).

#### 2.4.2.1 Cas des variables des prémisses mesurables

On suppose que les variables des prémisses dépendent uniquement des variables d'état mesurables. Le régulateur possède une loi de retour d'état linéaire de la forme suivante :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \hat{x}(t) \quad (2.44)$$

en remplaçant (2.43) et (2.44) dans (2.3), le système augmenté est représenté par :

$$\dot{x}_a = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) G a_{ij} \hat{x}_a \quad (2.45)$$

avec :  $x_a = \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{x} = x - \hat{x}$ ,  $G a_{ij} = \begin{bmatrix} A_i - B_i K_i & B_i K_i \\ 0 & A_i - K_i C_j \end{bmatrix}$ .

Dans ce cas, le théorème de séparation 2.4.5 proposé par [Ma 1998] peut être considéré pour calculer les gains de régulateur et ceux de l'observateur.



**Théorème 2.4.5.** [Ma 1998] : S'il existe deux fonctions scalaires  $V(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  et  $\tilde{V}(\tilde{x}) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  et des nombres réels positifs  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \tilde{\gamma}_3$  et  $\tilde{\gamma}_4$  telle que :

$$(i) \gamma_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq \gamma_2 \|x\|^2, \tilde{\gamma}_1 \|\tilde{x}\|^2 \leq \tilde{V}(\tilde{x}) \leq \tilde{\gamma}_2 \|\tilde{x}\|^2 \text{ avec } \tilde{x} = x - \hat{x},$$

$$(ii) \frac{\partial V(x)}{\partial x} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) x \leq \gamma_3 \|x\|^2,$$

$$\frac{\partial \tilde{V}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - L_j C_i) \tilde{x} \leq \tilde{\gamma}_3 \|\tilde{x}\|^2,$$

$$(iii) \left\| \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right\|^2 \leq \gamma_4 \|x\|^2, \left\| \frac{\partial \tilde{V}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \right\|^2 \leq \tilde{\gamma}_4 \|\tilde{x}\|^2.$$

alors le modèle complet (2.45) est globalement uniformément asymptotiquement stable

En choisissant la fonction  $V(x)$ , respectivement  $\tilde{V}(\tilde{x})$ , telle qu'elle vérifie les conditions de stabilité de la loi de commande, respectivement telle qu'elle vérifie les conditions de stabilité de l'observateur, les conditions du théorème 2.4.5 sont vérifiées. Il est donc possible dans le cas des variables des prémisses mesurables, de déterminer séparément les gains de commande  $K_i$  et les gains de l'observateur  $L_i$ .

Pour mettre au point ces régulateurs, on se ramène donc à un problème de faisabilité des LMIs. Il peut être résolu à l'aide du changements de variables bijectifs usuels suivants :  $M_{1i} = K_i P_1$  et  $N_{2i} = L_i P_2$  d'où après congruence on obtient les expressions LMIs suivantes :

$$\begin{cases} P_1 A_i^T - M_i^T B_i^T + A_i P_1 - B_i M_i < 0, i = 1, \dots, r \\ A_i^T P_2 - C_i^T N_i^T + P_2 A_i - N_i C_i < 0, i = 1, \dots, r \\ P_1 A_i^T - M_j^T B_j^T + A_i P_1 - B_i M_j + P_1 A_j^T - M_i^T B_j^T + A_j P_1 - B_j M_i < 0, i < j \leq r \\ A_i^T P_2 - C_j^T N_i^T + P_2 A_i - N_i C_j + A_i^T P_2 - C_i^T N_j^T + P_2 A_j - N_j C_i < 0, i < j \leq r \end{cases} \quad (2.46)$$

Si ces problèmes ont une solution, les gains de la commande PDC sont donnés par  $K_i = M_i P_1^{-1}$  et les gains de l'observateur par  $L_i = P_2^{-1} N_i$ .

#### 2.4.2.2 Cas des variables des prémisses non mesurables

Dans ce cas, le régulateur utilise les variables estimées et sa structure est modifiée comme suit :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) K_i \hat{x}(t) \quad (2.47)$$

en remplaçant (2.43) et (2.47) dans (2.3), le système augmenté est représenté par :

$$\dot{x}_a = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{s=1}^r h_i(\hat{z}(t)) h_j(\hat{z}(t)) h_s(\hat{z}(t)) G_{ijs} \hat{x}_a \quad (2.48)$$

$$\text{avec : } x_a = \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix}, \tilde{x} = x - \hat{x}, G_{ijs} = \begin{bmatrix} A_i - B_i K_s & B_i K_s \\ S_{ijs}^1 & S_{ijs}^2 \end{bmatrix},$$

$$S_{ijs}^1 = (A_i - A_j) + (B_i - B_j)K_s - L_j(C_s - C_i),$$

$$S_{ijs}^2 = A_j - L_j C_s + (B_i - B_j)K_s.$$

Le théorème 2.4.6 donne les conditions de stabilité du système augmenté (2.48)

**Théorème 2.4.6.** [*Tanaka 1998*] *Le modèle flou continu augmenté (2.48) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice  $P > 0$  telle que :*

$$G_{ijj}^T P + P G_{ijj} < 0, i = 1, \dots, r. \quad (2.49)$$

$$\left( \frac{G_{ijs} + G_{isj}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ijs} + G_{isj}}{2} \right) \leq 0, i < s \quad (2.50)$$

pour tout les  $i, j$  et  $s$  sauf les paires  $(i, j, s)$  telle que  $h_i(\hat{z})h_j(\hat{z})h_s(\hat{z}) = 0$ .

Dans ce cas, le principe de séparation 2.4.5 et les conditions relâchées ne sont pas utilisable car les contraintes du théorème (2.4.6) sont non convexe et peuvent avoir plusieurs solutions. [Chadli 2002b] a proposé une méthode permettant de calculer les gains de régulateur et ceux de l'observateur séparément mais non simultanément. On choisi la matrice  $P$  de la forme suivante :

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

En substituant (2.51) dans (2.49) et (2.50), on trouve respectivement :

$$P = \begin{bmatrix} G_{ij}^T P_1 + P_1 G_{ij} & P_1 B_i K_j + S_{ijj}^T P_2 \\ * & E_{ijj} \end{bmatrix} < 0, i, j = 1, \dots, r. \quad (2.52)$$

$$P = \begin{bmatrix} (G_{is} + G_{ij})^T P_1 + P_1 (G_{is} + G_{ij}) & P_1 B_1 (K_j + K_s) + (S_{ijs} + S_{isj})^T P_2 \\ * & E_{ijs} + E_{isj} \end{bmatrix} < 0, j < s. \quad (2.53)$$

avec  $E_{ijs} = ((A_i - A_j) + (B_i - B_j)K_s - L_j(C_s - C_i))^T P_2 + P_2((A_i - A_j) + (B_i - B_j)K_s - L_j(C_s - C_i))$ .

Les LMIs (2.52) et (2.53) sont des BMIs en  $P_1, P_2, L_i$  et  $K_i$  qui sont difficiles à résoudre simultanément. Cependant, on remarque que ces LMIs sont vérifiées. Cela implique les BMIs en  $K_i$  et  $P_1$  suivants :

$$G_{ij}^T P_1 + P_1 G_{ij} < 0, i, j = 1, \dots, r. \quad (2.54)$$

$$(G_{is} + G_{ij})^T P_1 + P_1 (G_{is} + G_{ij}) < 0, j < s. \quad (2.55)$$

avec :  $G_{is} = A_i - B_i K_s$ , dont la linéarisation est facile à obtenir par les méthodes classiques de changement de variables. Les matrices  $P_1$  et  $K_i$  sont ensuite remplacées dans (2.52) et (2.53) par leurs valeurs respectives  $P_1^{opt}$  et  $K_i^{opt}$  obtenues en résolvant les LMIs (2.54) et (2.55). Ainsi le système de LMIs obtenus devient linéaire en  $P_2$  et  $Y_i$  avec  $Y_i = P_2 L_i$ . La procédure est résumée dans ce qui suit ([Chadli 2002b]) :

1. Choisir la matrice  $P$  de la forme (2.51).
2. Calculer  $P_1^{opt}$  et  $K_i^{opt}$  à partir (2.54) et (2.55). Si une solution existe aller à l'étape 3 sinon arrêter.
3. Les matrices  $P_1^{opt}$  et  $K_i^{opt}$  sont reportées dans les BMIs (2.52) et (2.53), ces dernières devient des LMIs en  $P_2$  et  $Y_i = P_2 L_i$ . Après obtention de  $P_2$  et  $Y_i$ , déduire  $L_i = Y_i P_2^{-1}$ .

## 2.5 Stabilisation des modèles flous de T–S incertains

Dans cette section, nous présentons les modèles flous T–S incertains et leur stabilisation en utilisant la loi de commande PDC.

### 2.5.1 Modèle flou de Takagi-Sugeno incertain

Le modèle T–S avec incertitudes paramétriques s'écrit d'une manière générale comme suit [Tong 2002] :

Si  $z_1(t)$  est  $F_{1i}$  et ... et Si  $z_g(t)$  est  $F_{gi}$  Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t) \\ y(t) = (C_i + \Delta C_i)x(t) \end{cases} \quad i = 1, \dots, r. \quad (2.56)$$

On peut écrire (2.56) sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{(A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)\} \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(C_i + \Delta C_i)x(t) \end{cases} \quad (2.57)$$

### 2.5.2 Stabilisation des modèles T–S incertains avec la commande PDC

On suppose que les matrices des incertitudes  $\Delta A_i$ ,  $\Delta B_i$  et  $\Delta C_i$  sont bornées avec la structure :

$$\Delta A_i = H a_i \Delta a_i E a_i, \quad \Delta B_i = H b_i \Delta b_i E b_i, \quad C_i = H c_i \Delta c_i E c_i \quad (2.58)$$

où les matrices constantes  $H a_i$ ,  $H b_i$ ,  $H c_i$ ,  $E a_i$ ,  $E b_i$  et  $E c_i$  de dimensions appropriées sont prédéterminées, et les incertitudes  $\Delta a_i$ ,  $\Delta b_i$  et  $\Delta c_i$  sont bornées dans le temps de la façon suivante :

$$\Delta a_i^T(t) \Delta a_i(t) \leq I, \quad \Delta b_i^T(t) \Delta b_i(t) \leq I, \quad \Delta c_i^T(t) \Delta c_i(t) \leq I \quad (2.59)$$

En utilisant une loi de commande floue de type PDC (2.20), la boucle fermée du système devient :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i + \Delta A_i - (B_i + \Delta B_i) K_j) x(t) \quad (2.60)$$

Dans la suite de ce travail, on utilise les notations suivantes :

$$\delta^+(A) = A + A^T, \quad \delta^-(A) = A - A^T \quad (2.61)$$

Plusieurs travaux ont été développées dans la littérature pour étudier la stabilité des systèmes T–S incertains ([Mansouri 2005], [Tong 2002], [Lee 2001], [Lee 2006], [Lo 2004]). Nous nous limitons dans ce travail à la présentation du théorème de stabilité suivant :

**Théorème 2.5.1.** *[Mansouri 2005] Le modèle flou continu (2.48) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice  $P = P^T > 0$  et des scalaires  $\varepsilon a_{ij}$ ,  $\varepsilon b_{ij}$  tels que :*

$$\gamma_{ii} < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (2.62)$$

$$\gamma_{ij} + \gamma_{ji} < 0, \quad i < jr \quad (2.63)$$

avec

$$\gamma_{ij} = \begin{bmatrix} \delta^+(A_i X - B_i M_j) + \varepsilon a_{ij} H a_i H a_i^T + \varepsilon b_{ij} H b_i H b_i^T & * & * \\ E a_i X & -\varepsilon a_{ij} I & 0 \\ E b_i M_j & 0 & -\varepsilon b_{ij} I \end{bmatrix} < 0 \quad (2.64)$$

$X = P^{-1}$  et  $M_i = K_i P^{-1}$ , où le symbole \* indique la quantité transposée dans une matrice symétrique.

*Démonstration.* Considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t) \quad (2.65)$$

La stabilité de la boucle fermée est assurée lorsque sa dérivée le long des trajectoires du modèle T–S incertain (2.57) est strictement négative. Ce qui revient à vérifier que :

$$(A_i + \Delta A_i - (B_i + \Delta B_i) K_i)^T P + P (A_i + \Delta A_i - (B_i + \Delta B_i) K_i) < 0 \quad (2.66)$$

où le régulateur PDC est donné par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i x(t) \quad (2.67)$$

Après la congruence avec  $P^{-1}$ , on fait le changement de variable suivant  $X = P^{-1}$  et  $M_i = K_i X$ , l'inégalité (2.66) devient :

$$X A_i^T + A_i X - M_i^T B_i^T - M_i B_i + X \Delta A_i^T + \Delta A_i X - M_i^T \Delta B_i^T - \Delta B_i M_i < 0 \quad (2.68)$$

En remplaçant (2.58) dans (2.68) on obtient :

$$\begin{aligned} X A_i^T + A_i X - M_i^T B_i^T - M_i B_i + X E a_i^T \Delta a_i^T(t) H a_i^T + H a_i \Delta a_i(t) E a_i X \\ - M_i^T E b_i^T \Delta b_i^T(t) H b_i^T - H b_i \Delta b_i(t) E b_i M_i < 0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

En appliquant la propriété (B.21) et en considérant les bornes des incertitudes (2.59) une condition suffisante pour que (2.71) soit vérifiée est :

$$\begin{aligned} & XA_i^T + A_iX - M_i^T B_i^T - M_i B_i + \varepsilon a_{ii} H a_i H a_i^T \\ & + \varepsilon a_{ii}^{-1} X E a_i^T E a_i X + \varepsilon b_{ii} H b_i H b_i^T + \varepsilon b_{ii}^{-1} M_i^T E b_i^T E b_i M_i < 0 \end{aligned} \quad (2.70)$$

En utilisant le complément de Schur (B.2.1) pour les termes :  $\varepsilon a_{ii}^{-1} X E a_i^T E a_i X$ ,  $\varepsilon b_{ii}^{-1} M_i^T E b_i^T E b_i M_i$  on obtient l'expression  $\gamma_{ij}$ , avec :

$$\gamma_{ij} = \begin{bmatrix} \delta^+(A_i X - B_i M_j) + \varepsilon a_{ij} H a_i H a_i^T + \varepsilon b_{ij} H b_i H b_i^T & * & * \\ E a_i X & -\varepsilon a_{ij} I & 0 \\ E b_i M_j & 0 & -\varepsilon b_{ij} I \end{bmatrix} < 0 \quad (2.71)$$

□

**Exemple 2** : Soit le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -12 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)} - 8 & 1 \\ -\frac{2}{1+x_1^2(t)} + 1 & 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \left( \frac{2}{1+x_1^2(t)} + 1 \right) \\ 4 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Les non linéarités du système sont choisies comme suit :

$$z_1(x_1) \equiv \frac{1}{1+x_1^2(t)} \in [0, 1], \quad z_2(x_1, x_2) \equiv \frac{1}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)} \in [0, 1] \quad (2.73)$$

Le modèle non linéaire (2.72) peut être représenté par un modèle flou T-S à 4 règles comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i(z_i(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.74)$$

avec

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -9 & -12 & 0 \\ 0 & -10 & 1 \\ -1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -9 & -12 & 0 \\ 0 & -8 & 1 \\ -1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} -9 & -12 & 0 \\ 0 & -8 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, \\ B_1 = B_2 &= \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

On suppose que la matrice d'état du système est affectée par des incertitudes bornées comme suit :

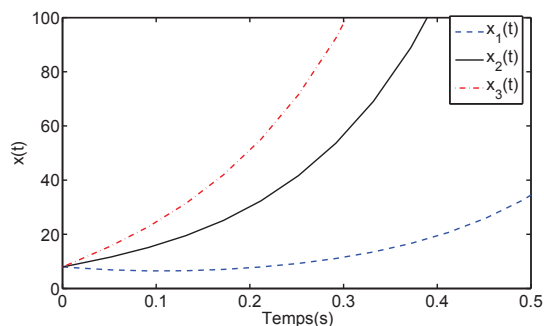
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 + 3\Delta_3(t) & -12 & 2\Delta_1(t) \\ 0 & -\frac{2}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)} - 8 & 1 \\ -\frac{2}{1+x_1^2(t)} + 1 + 2\Delta_3(t) & 0 & -5 + 2\Delta_1(t) + 2\Delta_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \left( \frac{2}{1+x_1^2(t)} + 1 \right) \\ 4 \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

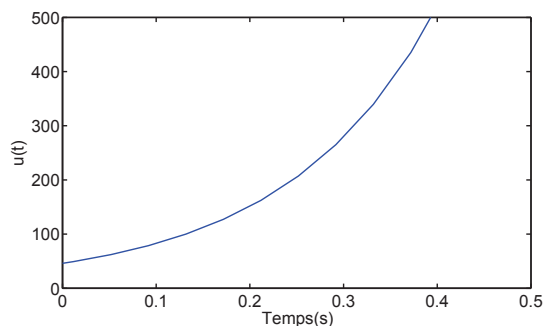
On suppose que les incertitudes du système sont identiques pour tous les 4 sous modèles T-S :

$$Ha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Delta a(t) = \begin{bmatrix} \Delta_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_3(t) \end{bmatrix}, Ea = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Pour illustrer l'intérêt de la prise en compte de ces incertitudes dans la synthèse



(a)



(b)

FIGURE 2.5: Résultat de la simulation sans prise en compte de l'incertitude

de la loi de commande PDC, on utilise les gains de commande (2.77) et (2.78) obtenus en résolvant le théorème 2.4.2 (synthétisée sans incertitude). Les résultats de la simulation illustré sur les figures 2.5(a) et 2.5(b) montre que la présence des incertitudes provoquent la divergence du modèle en boucle fermée.

$$K_1 = [1.4213 \quad -0.6225 \quad 0.1005] \quad K_2 = [-1.2207 \quad 0.0450 \quad 0.0826] \quad (2.77)$$

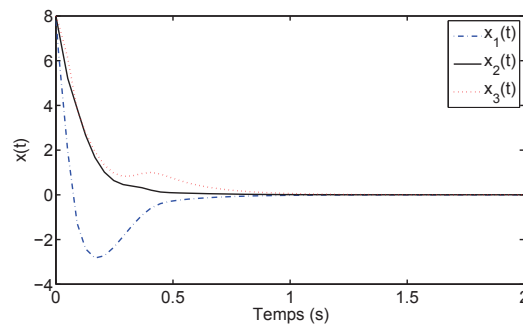
$$K_3 = [-5.0270 \quad -3.4361 \quad 0.1756] \quad K_4 = [-5.4900 \quad 0.5550 \quad -2.1327] \quad (2.78)$$

Afin de prendre en compte les incertitudes du modèle dans la synthèse de la loi de commande, on utilise les conditions du théorème 2.5.1. Les gains obtenus sont donnés par (2.79) et (2.80) :

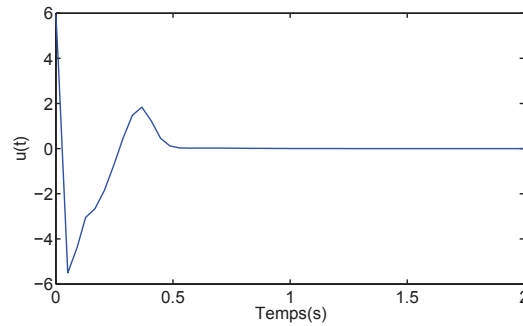
$$K_1 = [0.1218 \quad -1.5846 \quad 1.6103] \quad K_2 = [0.1023 \quad -1.7086 \quad 1.6136] \quad (2.79)$$

$$K_3 = [0.5962 \quad 0.3020 \quad 1.3702] \quad K_4 = [0.5962 \quad 0.3020 \quad 1.3702] \quad (2.80)$$

Les résultats de la simulation sont montrés sur les figures de 2.6(a) et 2.6(b), avec les conditions initiales  $x(0) = [8 \quad 8 \quad 8]^T$  et les incertitudes sont constantes pendant toute la simulation :  $\Delta_1(t) = 1$ ,  $\Delta_2(t) = 0.1$  et  $\Delta_3(t) = 0.9$ .



(a)



(b)

FIGURE 2.6: Résultat de la simulation avec la prise en compte de l'incertitude

## 2.6 Application : Stabilisation d'attitude d'un quadrirotor

### 2.6.1 Introduction

Les véhicules aériens miniatures ou mini-UAV (Unmanned Autonomous Vehicles) ont un rôle important à la fois à des fins militaires et civiles. Ces véhicules présentent une dynamique non linéaire multivariable, avec un système de contrôle

dont la complexité dépend des exigences de l'opération ou de la mission. Par conséquent, de nombreux groupes de recherche ont relevé le défi du développement des UAV [Fantoni 2002]. Les UAV modernes sont des robots aériens capables de voler de façon autonome ou semi-autonome, avec des caractéristiques similaires aux avions conventionnels ([Valavanis 2008], [Austin 2011]).

Un type d'UAV fréquemment utilisé aujourd'hui est le mini-hélicoptère à 4 rotors (Quadrirotor), connu sous le nom d'hélicoptère X4. C'est un véhicule à décollage vertical, capable de se déplacer dans l'espace 3D et capable de voler de manière stationnaire. Les quadrirotors sont des robots mobiles aériens à quatre rotors définis dans l'espace par six degrés de liberté ([Tayebi 2004], [Tayebi 2006]). Les 4 moteurs sont généralement placés aux extrémités d'une croix. L'électronique de contrôle est habituellement placée au centre de la croix. Afin d'éviter à l'appareil de tourner sur lui-même sur son axe de lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens, et les deux autres dans l'autre sens. Pour pouvoir diriger l'appareil, il est nécessaire que chaque couple d'hélice tournant dans le même sens soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix. Le fonctionnement d'un quadrirotor est assez particulier. En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche/droite (roulis) ou en avant/arrière (tangage) ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet) ([Hicham 2012]).

Dans cette section, nous présentons la stabilisation d'un quadrirotor, en utilisant une loi de commande de type PDC. Dans un premier temps, nous présentons le modèle d'état non linéaire de système et son modèle flou T–S. Ensuite, nous développons les lois de commande floue permettant la stabilisation d'attitude de quadrirotor. Enfin, nous donnons les résultats de la simulation.

### 2.6.2 Modèle mathématique de la dynamique de quadrirotor

Le modèle mathématique de la dynamique de vol d'un quadrirotor peut être exprimé sous la forme d'un espace d'état non linéaire suivante ([Torres 2016], [Stevens 2015]) :

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t) \quad (2.81)$$

avec :

$$x = [\phi \quad \theta \quad \psi \quad \dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fa_x}}{I_x} \dot{\phi} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fa_y}}{I_y} \dot{\theta} & \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\phi} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} & 0 & -\frac{K_{fa_z}}{I_z} \dot{\psi} \end{bmatrix}$$



$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} & -\frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} & \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} & -\frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} & \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} & -\frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} & \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

### 2.6.3 Modélisation floue de système

Le système non linéaire peut être représenté à l'aide de l'approche Takagi-Sugeno, en utilisant un certain nombre de règles floues Si-Alors avec les variables de prémisse suivantes :

$$z_1(t) = \dot{\phi}, z_2(t) = \dot{\theta}, z_3(t) = \dot{\psi}$$

En supposant que les variables de prémisse sont bornées comme suit :

$$z_{1min} \leq \dot{\phi} \leq z_{1max}$$

$$z_{2min} \leq \dot{\theta} \leq z_{2max}$$

$$z_{3min} \leq \dot{\psi} \leq z_{3max}$$

Donc, les règles Si-Alors suivantes peuvent être considérées :

Si  $z_1$  est  $M_{11}$  et  $z_2$  est  $N_{21}$   $z_3$  est  $L_{31}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$

Si  $z_1$  est  $M_{11}$  et  $z_2$  est  $N_{22}$   $z_3$  est  $L_{31}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$

Si  $z_1$  est  $M_{11}$  et  $z_2$  est  $N_{21}$   $z_3$  est  $L_{32}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t)$

Si  $z_1$  est  $M_{11}$  et  $z_2$  est  $N_{22}$   $z_3$  est  $L_{32}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t)$

Si  $z_1$  est  $M_{12}$  et  $z_2$  est  $N_{21}$   $z_3$  est  $L_{31}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_5x(t) + B_5u(t)$

Si  $z_1$  est  $M_{12}$  et  $z_2$  est  $N_{22}$   $z_3$  est  $L_{31}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_6x(t) + B_6u(t)$

Si  $z_1$  est  $M_{12}$  et  $z_2$  est  $N_{21}$   $z_3$  est  $L_{32}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_7x(t) + B_7u(t)$

Si  $z_1$  est  $M_{12}$  et  $z_2$  est  $N_{22}$   $z_3$  est  $L_{32}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_8x(t) + B_8u(t)$

avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f\alpha x}}{I_x} z_{1max} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f\alpha y}}{I_y} z_{2max} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1max} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2max} & 0 & -\frac{K_{f\alpha z}}{I_z} z_{3max} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f_{ax}}}{I_x} z_{1max} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f_{ay}}}{I_y} z_{2max} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1max} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2max} & 0 & -\frac{K_{f_{az}}}{I_z} z_{3min} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f_{ax}}}{I_x} z_{1max} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f_{ay}}}{I_y} z_{2min} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1max} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2min} & 0 & -\frac{K_{f_{az}}}{I_z} z_{3max} \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f_{ax}}}{I_x} z_{1max} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{f_{ay}}}{I_y} z_{2min} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1max} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2min} & 0 & -\frac{K_{f_{az}}}{I_z} z_{3min} \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1max} & \frac{J_r}{I_y} z_{1max} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fax}}{I_x} z_{1min} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fay}}{I_y} z_{2max} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1min} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2max} & 0 & -\frac{K_{faz}}{I_z} z_{3max} \end{bmatrix}$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fax}}{I_x} z_{1min} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fay}}{I_y} z_{2max} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1min} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2max} & 0 & -\frac{K_{faz}}{I_z} z_{3min} \end{bmatrix}$$

$$B_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & \frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2max} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$A_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fax}}{I_x} z_{1min} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fay}}{I_y} z_{2min} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1min} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2min} & 0 & -\frac{K_{faz}}{I_z} z_{3max} \end{bmatrix}$$

$$B_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$A_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fax}}{I_x} z_{1min} & 0 & \frac{I_y - I_z}{I_x} z_{2min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{fay}}{I_y} z_{2min} & \frac{I_z - I_x}{I_y} z_{1min} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_x - I_y}{I_z} z_{2min} & 0 & -\frac{K_{faz}}{I_z} z_{3min} \end{bmatrix}$$

$$B_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & \frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{J_r}{I_x} z_{2min} & -\frac{lK_t}{I_x} & 0 & \frac{lK_t}{I_x} & 0 \\ -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & -\frac{J_r}{I_y} z_{1min} & \frac{J_r}{I_y} z_{1min} & 0 & -\frac{lK_t}{I_y} & 0 & \frac{lK_t}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} & \frac{lK_d}{I_z} & -\frac{lK_d}{I_z} \end{bmatrix}$$

Le modèle flou complet du système peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r=8} h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.82)$$

où

$$\begin{aligned} h_1(z(t)) &= M_{11} * N_{21} * L_{31}, h_2(z(t)) = M_{11} * N_{21} * L_{32} \\ h_3(z(t)) &= M_{11} * N_{22} * L_{31}, h_4(z(t)) = M_{11} * N_{22} * L_{32} \\ h_5(z(t)) &= M_{12} * N_{21} * L_{31}, h_6(z(t)) = M_{12} * N_{21} * L_{32} \\ h_7(z(t)) &= M_{12} * N_{22} * L_{31}, h_8(z(t)) = M_{12} * N_{22} * L_{32} \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{-z_1 + z_{1max}}{z_{1max} - z_{1min}}, M_{12} = \frac{z_1 + z_{1min}}{z_{1max} - z_{1min}} \\ N_{21} &= \frac{-z_2 + z_{2max}}{z_{2max} - z_{2min}}, N_{22} = \frac{z_2 + z_{2min}}{z_{2max} - z_{2min}} \\ L_{31} &= \frac{-z_3 + z_{3max}}{z_{3max} - z_{3min}}, L_{33} = \frac{z_3 + z_{3min}}{z_{3max} - z_{3min}} \end{aligned}$$

#### 2.6.4 Conception de régulateur flou

Pour développer le régulateur, nous utilisons la technique PDC pour stabiliser le système flou T-S. Le régulateur flou est donné par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^{r=8} h_i(z(t)) K_i x(t) \quad (2.83)$$

Le modèle flou T-S en boucle fermée devient :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) x(t) \quad (2.84)$$

La détermination des gains  $K_1$  à  $K_8$  revient à résoudre les LMIs (2.39).

## 2.6.5 Résultats de simulation

Dans cette section, un test de simulation a été effectué sur un drone de type quadrirotor avec les paramètres donnés dans le tableau 5.1. Les gains de stabilisation sont calculés en résolvant les LMIs (2.39), comme suit :

TABLE 2.1: Paramètres du quadrirotor

Symbole	Valeur	Unité
$K_t$	0.0019	$N/rad/s$
$K_d$	0.28	$\mu.N.m/rad/s$
$K_{fax}$	0.00056	$N.m/rad/s$
$K_{fay}$	0.00056	$N.m/rad/s$
$K_{faz}$	0.00064	$N.m/rad/s$
$J_r$	28.4	$\mu.Kg.m^2$
$I_x$	0.0104	$Kg.m^2$
$I_y$	0.0104	$Kg.m^2$
$I_z$	0.0284	$Kg.m^2$
$l$	0.24	$m$
$m$	1.05	$Kg$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.0446 & -0.0877 & -0.0479 & 150.0276 & -153.1058 & -3.9044 \\ -0.0446 & 0.0877 & 0.0479 & -150.0276 & 153.1058 & 3.9044 \\ 0.0446 & -0.0877 & -0.0479 & 150.0276 & -153.1058 & -3.9044 \\ -0.0446 & 0.0877 & 0.0479 & -150.0276 & 153.1058 & 3.9044 \\ -0.0030 & -0.0013 & 0.0009 & -10.0221 & -3.6577 & 0.3340 \\ -0.0011 & -0.0051 & -0.0013 & -3.5887 & -10.1942 & 0.0408 \\ 0.0030 & 0.0014 & -0.0009 & 10.0199 & 3.6568 & -0.2120 \\ 0.0011 & 0.0051 & 0.0013 & 3.5908 & 10.1952 & -0.1629 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.0534 & -0.0796 & -0.0309 & 142.8627 & -144.9050 & -15.7886 \\ -0.0534 & 0.0796 & 0.0309 & -142.8627 & 144.9050 & 15.7886 \\ 0.0534 & -0.0796 & -0.0309 & 142.8627 & -144.9050 & -15.7886 \\ -0.0534 & 0.0796 & 0.0309 & -142.8627 & 144.9050 & 15.7886 \\ -0.0039 & -0.0022 & 0.0004 & -11.1017 & -5.0513 & 0.3370 \\ -0.0016 & -0.0055 & -0.0009 & -4.9594 & -11.2841 & 0.0822 \\ 0.0039 & 0.0022 & -0.0004 & 11.0987 & 5.0513 & -0.2152 \\ 0.0016 & 0.0055 & 0.0009 & 4.9624 & 11.2840 & -0.2040 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.0257 & -0.0866 & 0.0175 & -42.8175 & -232.7907 & -13.9349 \\ 0.0257 & 0.0866 & -0.0175 & 42.8175 & 232.7907 & 13.9349 \\ -0.0257 & -0.0866 & 0.0175 & -42.8175 & -232.7907 & -13.9349 \\ 0.0257 & 0.0866 & -0.0175 & 42.8175 & 232.7907 & 13.9349 \\ -0.0060 & 0.0022 & 0.0012 & -16.2976 & 6.1566 & -0.8052 \\ -0.0004 & -0.0062 & -0.0012 & -1.5315 & -9.9624 & -0.1933 \\ 0.0060 & -0.0022 & -0.0012 & 16.3107 & -6.1580 & 0.9594 \\ 0.0004 & 0.0062 & 0.0012 & 1.5184 & 9.9637 & 0.0390 \end{bmatrix}$$

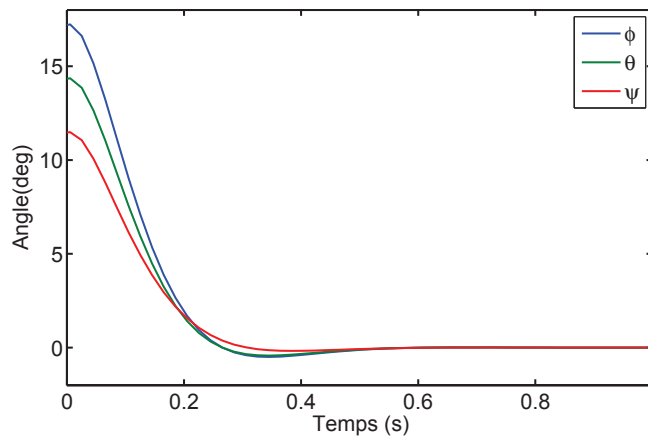
$$K_4 = \begin{bmatrix} -0.0342 & -0.0764 & 0.0223 & -48.5384 & -228.7521 & -22.0754 \\ 0.0342 & 0.0764 & -0.0223 & 48.5384 & 228.7521 & 22.0754 \\ -0.0342 & -0.0764 & 0.0223 & -48.5384 & -228.7521 & -22.0754 \\ 0.0342 & 0.0764 & -0.0223 & 48.5384 & 228.7521 & 22.0754 \\ -0.0069 & 0.0029 & 0.0013 & -18.8478 & 6.6473 & -0.8654 \\ 0.0002 & -0.0065 & -0.0011 & 0.8456 & -10.2740 & -0.4075 \\ 0.0069 & -0.0029 & -0.0012 & 18.8597 & -6.6525 & 1.0207 \\ -0.0002 & 0.0065 & 0.0010 & -0.8576 & 10.2792 & 0.2524 \end{bmatrix}$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} 0.0736 & 0.0741 & 0.0300 & 225.2369 & 35.4469 & -19.2385 \\ -0.0736 & -0.0741 & -0.0300 & -225.2369 & -35.4469 & 19.2385 \\ 0.0736 & 0.0741 & 0.0300 & 225.2369 & 35.4469 & -19.2385 \\ -0.0736 & -0.0741 & -0.0300 & -225.2369 & -35.4469 & 19.2385 \\ -0.0046 & 0.0000 & 0.0008 & -9.6196 & -1.5260 & 0.4281 \\ 0.0016 & -0.0075 & -0.0015 & 5.8360 & -15.8525 & 1.0375 \\ 0.0046 & -0.0000 & -0.0008 & 9.6188 & 1.5076 & -0.2417 \\ -0.0016 & 0.0075 & 0.0015 & -5.8351 & 15.8708 & -1.2239 \end{bmatrix}$$

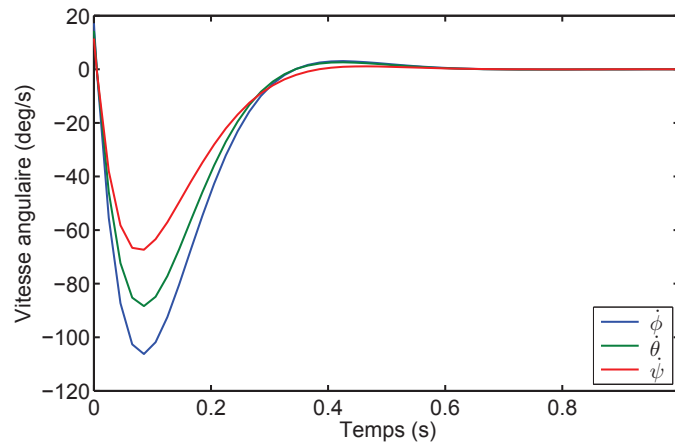
$$K_6 = \begin{bmatrix} 0.0808 & 0.0764 & 0.0321 & 223.8731 & 46.0511 & -27.5971 \\ -0.0808 & -0.0764 & -0.0321 & -223.8731 & -46.0511 & 27.5971 \\ 0.0808 & 0.0764 & 0.0321 & 223.8731 & 46.0511 & -27.5971 \\ -0.0808 & -0.0764 & -0.0321 & -223.8731 & -46.0511 & 27.5971 \\ -0.0054 & 0.0006 & 0.0007 & -9.9697 & 0.8464 & 0.5961 \\ 0.0021 & -0.0082 & -0.0015 & 6.3845 & -18.5906 & 1.1492 \\ 0.0054 & -0.0006 & -0.0007 & 9.9726 & -0.8637 & -0.4078 \\ -0.0021 & 0.0081 & 0.0015 & -6.3873 & 18.6078 & -1.3374 \end{bmatrix}$$

$$K_7 = \begin{bmatrix} -0.0437 & 0.0799 & 0.0430 & -161.7258 & 155.2453 & -26.9878 \\ 0.0437 & -0.0799 & -0.0430 & 161.7258 & -155.2453 & 26.9878 \\ -0.0437 & 0.0799 & 0.0430 & -161.7258 & 155.2453 & -26.9878 \\ 0.0437 & -0.0799 & -0.0430 & 161.7258 & -155.2453 & 26.9878 \\ -0.0083 & -0.0018 & 0.0003 & -21.4832 & -4.0535 & -0.2312 \\ -0.0013 & -0.0094 & -0.0008 & -4.0652 & -21.0530 & 1.2307 \\ 0.0083 & 0.0019 & -0.0003 & 21.4865 & 4.0437 & 0.3267 \\ 0.0013 & 0.0094 & 0.0008 & 4.0618 & 21.0629 & -1.3262 \end{bmatrix}$$

$$K_8 = \begin{bmatrix} -0.0526 & 0.0752 & 0.0255 & -151.8129 & 157.5600 & -42.4266 \\ 0.0526 & -0.0752 & -0.0255 & 151.8129 & -157.5600 & 42.4266 \\ -0.0526 & 0.0752 & 0.0255 & -151.8129 & 157.5600 & -42.4266 \\ 0.0526 & -0.0752 & -0.0255 & 151.8129 & -157.5600 & 42.4266 \\ -0.0091 & -0.0029 & -0.0002 & -22.4294 & -5.7545 & -0.7725 \\ -0.0017 & -0.0102 & -0.0007 & -5.6690 & -23.0364 & 1.4461 \\ 0.0091 & 0.0029 & 0.0002 & 22.4407 & 5.7383 & 0.9936 \\ 0.0017 & 0.0101 & 0.0006 & 5.6577 & 23.0526 & -1.6672 \end{bmatrix}$$



(a) Variation des angles



(b) Variation des vitesses angulaires

FIGURE 2.7: Stabilisation de quadrirotor par un contrôleur flou de type PDC.

Les Figs. 2.7(a) et 2.7(b) représentent la réponse du système pour les conditions initiales suivantes :  $\theta = 14^\circ$ ,  $\phi = 17^\circ$ ,  $\psi = 11^\circ$ . Ces résultats montrent que le régulateur flou stabilise tous les états autour de l'origine.

## 2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats fondamentaux portant sur la stabilité et la stabilisation d'une classe des systèmes non linéaire représentée par des modèles flous de type T-S. Dans un premier temps, nous avons montré les différentes méthodes permettant d'obtenir un modèle flou T-S, notamment la méthode de secteurs non linéaires qui permet d'obtenir un modèle T-S à partir les équations de système non linéaire. Ensuite, nous avons rappelé un ensemble de résultats concernant la stabilité et la stabilisation des systèmes T-S. Nous avons également présenté la technique de commande PDC (Parallel Distributed Compensation) par retour d'état et par retour de sortie. A la fin de ce chapitre, nous avons présenté une application à la stabilisation d'attitude d'un quadrirotor. Les résultats en simulation ont montré l'efficacité de la technique de commande PDC.



# Suivi de trajectoire des modèles T–S

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>41</b>
<b>3.2</b>	<b>Problème de suivi de trajectoire</b>	<b>42</b>
3.2.1	Modèles de référence linéaires	42
3.2.2	Modèles de référence non linéaires	43
3.2.3	Synthèse de loi de commande	43
3.2.4	Synthèse de stabilité	44
3.2.5	VDVs et loi de commande non linéaire	45
<b>3.3</b>	<b>Application : Commande d'un système photovoltaïque</b>	<b>46</b>
3.3.1	Introduction	46
3.3.2	Modélisation de système photovoltaïque	48
3.3.3	Commande floue de système photovoltaïque	50
3.3.4	Synthèse du régulateur flou T–S	52
3.3.5	Résultats de simulation	55
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>59</b>

## 3.1 Introduction

La commande des systèmes non linéaires peut être vue sous différentes facettes. En plus de la stabilisation, on distingue aussi le problème de régulation, ou le problème de poursuite d'un modèle de référence (suivi de trajectoire). Dans ce chapitre, nous considérons le cas le plus général, celui du suivi d'une trajectoire désirée. Ainsi, le chapitre, est reparti en deux parties. Dans la première, nous présentons les principales modèles de référence pour les systèmes T–S. Ensuite, nous traitons de la synthèse de commande pour les modèles flous T–S en utilisant le concept de variables désirées virtuelle (VDVs). Cette approche, permettant d'une part de faciliter l'obtention de la trajectoire désirée, et d'autre part, la synthèse de la loi de commande. Dans la deuxième partie, le résultat principal de ce chapitre est de montrer l'efficacité de cette approche à la commande d'une chaîne de conversion photovoltaïque.

### 3.2 Problème de suivi de trajectoire

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = \varphi(x(t)) \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $x \in R^n$  est le vecteur d'état,  $y \in R^m$  est le vecteur de sortie mesurée,  $u \in R^m$  est le vecteur d'entrée,  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  et  $\varphi(x)$  sont des fonctions non-linéaires avec des dimensions appropriées.

Le système non linéaire (3.1) peut être exprimé par le modèle flou suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (3.2)$$

Le problème de suivi de trajectoire consiste à déterminer la loi de commande permettant au système de suivre une trajectoire désirée quelle sera générée par un modèle de référence. Pour spécifier la trajectoire désirée, on distingue plusieurs types de modèle, à savoir les modèles linéaires et non linéaires ( [Mansouri 2005]).

#### 3.2.1 Modèles de référence linéaires

Parmi les modèles de références linéaires, les plus utilisés sont de la forme (3.3) ([Tseng 2001]) :

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r u_r(t) \quad (3.3)$$

où  $x_r$  est la variable de référence pour  $t \geq 0$ ,  $A_r$  est une matrice asymptotiquement stable et  $u_r$  est une entrée de consigne bornée dans le temps. Cette entrée peut être considérée comme étant une entrée exogène ([Tseng 2001]).

Le modèle (3.3) peut être muni d'une matrice d'entrée ([Pagès 2003], [Uang 2004]), qui permet d'avoir un système de référence commandable dont la matrice  $A_r$  n'est pas forcément stable. Ceci nécessite un retour d'état de référence dans la loi de commande utilisée pour assurer le suivi de trajectoire. Ce modèle s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r u_r(t) \\ y_r(t) = C_r x_r(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

où  $u_r$  est une entrée exogène,  $B_r$  et  $C_r$  sont des matrices de dimensions appropriées.

Un autres type de modèles de référence très adaptés pour les systèmes linéaires est un modèle linéaire autonome, dont la dynamique i.e. la trajectoire désirée, est définie par les pôles de la matrice  $A_r$  et les conditions initiales  $x_r(0)$ . Ce modèle est de la forme suivante ([Wu 2000]) :

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) \\ y_r(t) = C_r x_r(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

Dans ce cas, la matrice  $A_r$  n'est pas forcément stable, ce qui peut entraîner des problèmes de faisabilité au niveau des calculs LMI.

### 3.2.2 Modèles de référence non linéaires

On peut également adopter un modèle de référence non linéaire de type T-S, obtenu par un découpage des non linéarités dans un espace compact de l'espace d'état. Ce modèle est de la forme suivante ([Wu 2000]) :

$$\dot{x}_r(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z_i(t)) D_i x_r(t) \quad (3.6)$$

où  $r$  est le nombre de règles,  $h_i$  représentent les fonctions d'appartenance et  $z_r(t)$  est la variable de prémisse. Dans ce type de modèle, les matrices  $D_i$  ne sont pas toutes forcements stables.

Dans la suite de cette thèse nous adoptons un autre modèle de référence de référence basé sur le concept VDV.

### 3.2.3 Synthèse de loi de commande

La synthèse de la loi de commande consiste à déterminer  $u(t)$  assurant la poursuite entre le système à commander et le modèle de référence désiré. L'objectif recherché est de faire correspondre l'état du système  $x(t)$  (ou la sortie  $y(t)$ ) avec celui du modèle de référence  $x_d(t)$  (ou  $y_d(t)$ ).

On définit  $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$  qui désigne l'erreur de poursuite, la dérivée de  $\tilde{x}(t)$  s'écrit comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t). \quad (3.7)$$

en remplaçant (3.2) dans (3.7) et en ajoutant le terme  $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i (x_d(t) - x_d(t))$ , l'équation (3.7) devient :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z) (A_i \tilde{x}(t) + B_i u(t) + A_i x_d(t)) - \dot{x}_d(t) \quad (3.8)$$

Dans l'équation (3.8), on introduit une nouvelle variable  $\tau(t)$  satisfaisant la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) B_i \tau(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) B_i u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i x_d(t) - \dot{x}_d(t). \quad (3.9)$$

où  $\tau(t)$  est un nouveau régulateur flou qui sera synthétisé en se basant sur la technique PDC. En utilisant (3.9), la dérivée de l'erreur de poursuite (3.8) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i \tilde{x}(t) + B_i \tau(t)). \quad (3.10)$$

La sortie de régulateur flou est déterminée par la sommation suivante :

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{x}(t) \quad (3.11)$$

en appliquant la commande (3.11) au modèle (3.10), le système en boucle fermée prend la forme suivant :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t))h_j(z(t))(A_i - B_iK_j)\tilde{x}. \quad (3.12)$$

en posant  $G_{ij} = (A_i - B_iK_j)$ , l'équation (3.12) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t))h_j(z(t))G_{ij}\tilde{x}. \quad (3.13)$$

### 3.2.4 Synthèse de stabilité

L'objectif est de développer un régulateur flou (3.11) pour un système (3.13) capable de piloter les états du système  $x(t)$  à suivre un ensemble des variables désirées  $x_d(t)$ . Afin de calculer les gains de régulateur (3.11), le théorème 3.2.1 est considéré ( [Lian 2006], [Ounnas 2016]) :

**Théorème 3.2.1.** [Lian 2006] *Le modèle flou continu (3.11) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice  $P > 0$ , une matrice diagonale  $D$ , des matrices  $Q_{ii} = Q_{ii}^T$  et  $Q_{ji} = Q_{ij}^T$  pour  $i \neq j$  telle que :*

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + Q_{ii} + D P D < 0, i = 1, \dots, r \quad (3.14)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) + Q_{ij} \leq 0, i < j \leq r \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{1r} & \dots & Q_{rr} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.16)$$

pour tout  $i, j = 1, \dots, r$ , le pair  $(i, j)$  telle que  $h_i(z(t))h_j(z(t)) = 0, \forall t$ .

*Démonstration.* En choisissant la fonction de Lyapunov quadratique  $V(x(t)) = \tilde{x}(t)^T P x(t)$ . Sa dérivée est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^r h_i^2(z) (\tilde{x}^T (G_{ii}^T P + P G_{ii}) \tilde{x}) + 2 \sum_{i < j \leq r} h_i(z)h_j(z) \left( \tilde{x}^T \left( \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \right) \tilde{x} \right) \quad (3.17)$$

En utilisant (3.14) et (3.15), on obtient :

$$\dot{V}(\tilde{x}) \leq - \sum_{i=1}^r h_i^2(z) \tilde{x}^T (Q_{ii} + D P D) \tilde{x} - 2 \sum_{i < j \leq r} h_i(z)h_j(z) \tilde{x}^T Q_{ij} \tilde{x} \quad (3.18)$$

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^T H^T \tilde{Q} H \tilde{x} - \tilde{x}^T D P D \tilde{x} \sum_{i=1}^r h_i^2(z) \quad (3.19)$$

où  $H = [h_1 I \quad h_2 I \quad \dots \quad h_r I]^T$ . Si l'inégalité (3.16) est vérifiée et en utilisant le fait que  $\sum_{i=1}^r h_i^2(z) \geq \frac{1}{r}$ , on obtient :

$$\dot{V}(\tilde{x}(t)) \leq -\frac{1}{r} \tilde{x}^T D P D \tilde{x} \leq -\frac{\beta}{r} V(\tilde{x}(t)) \quad (3.20)$$

où  $\beta = -\frac{\lambda_{\min}(DPD)}{\lambda_{\max}(P)}$  et  $\lambda_{\min}(DPD)$  sont les valeurs propres minimale et maximale de la matrice  $DPD$ . Alors, on obtient :

$$\dot{V}(\tilde{x}(t)) \leq V(0) e^{-\frac{\beta}{r} t} \quad (3.21)$$

Par conséquent,  $\|\tilde{x}(t)\|^2 \leq \frac{V(0)}{\lambda_{\min}(P)} e^{-\frac{\beta}{r} t}$  est conclu.  $\square$

Les conditions de théorème (3.2.4) peuvent être transformées en un problème d'optimisation sous contraintes d'inégalités matricielles linéaires (LMIs). Cette transformation correspond à un simple changement de variables bijectif ( $X = P^{-1}$ ,  $K_i = M_i P^{-1}$ ). En appliquant la transformation de congruence à (3.14), (3.15) et (3.14), les LMIs suivantes peuvent être obtenus :

$$\exists X = X^T > 0, \exists Y_{ii} = Y_{ii}^T, \exists Y_{ij} = Y_{ji}^T, M_i$$

$$\begin{bmatrix} X A_i^T + A_i X - B_i M_i - M_i^T B_i^T + Y_{ii} & X F^T \\ F X & -X \end{bmatrix} < 0, \quad (3.22)$$

$$X A_i^T + A_i X + X A_j^T + A_j X - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T + 2Y_{ij} \leq 0, i < j \leq r \quad (3.23)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1r} \\ Y_{12} & Y_{22} & \dots & Y_{2r} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ Y_{1r} & Y_{2r} & \dots & Y_{rr} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.24)$$

### 3.2.5 VDV s et loi de commande non linéaire

A fin de déterminer les variables désirées (VDVs)  $x_d(t)$  et la loi de commande  $u(t)$ , en utilisant l'équation (3.9) :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) B_i (u(t) - \tau(t)) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i x_d(t) + \dot{x}_d(t). \quad (3.25)$$

En notant que :

$$A(x) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i, \quad g(x) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) B_i \quad (3.26)$$

Alors, l'équation (3.25) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$g(x)(u(t) - \tau(t)) = -A(x)x_d(t) + \dot{x}_d(t) \quad (3.27)$$

L'existence de la commande  $u(t)$  dépend de la forme de  $g(x)$ . La matrice d'entrée  $g(x)$  est supposée de plein rang colonne.

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x) \end{bmatrix}, A(x) = \begin{bmatrix} A_{n-m} \\ \text{---} \\ A_m \end{bmatrix}, x_d(x) = \begin{bmatrix} x_{d_{n-m}} \\ \text{---} \\ x_{d_m} \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

L'équation (3.27) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x)(u - \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{d_{n-m}} - A(x)_{n-m}x_d(t) \\ \text{---} \\ \dot{x}_{d_m} - A(x)_m x_d(t) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A partir de la deuxième équation de (3.29), la loi de commande non linéaire est donnée par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{x}(t) + B^{-1}(x) (\dot{x}_{d_m}(t) - A_m(x)x_d(t)) \quad (3.30)$$

Les variables  $x_d(t)$  peuvent être extraire facilement à partir de la première équation de (3.29).

### 3.3 Application : Commande d'un système photovoltaïque

#### 3.3.1 Introduction

Motivé par les préoccupations environnementales et l'épuisement des combustibles fossiles, une attention accrue a été accordée aux sources d'énergie durables. Les piles à combustible ( [Cossutta 2015]), les usines de biomasse ( [Singh 2016]), les turbines éoliennes ( [Meghni 2016], [Rahim 2014]), et les panneaux photovoltaïques ( [Vinceh 2014]) représentent les systèmes d'énergies renouvelables les plus pratiques et les plus intéressants.

Les systèmes photovoltaïques ont l'avantage de la conversion de la lumière du soleil en énergie électrique par l'effet photovoltaïque. La puissance générée peut être stockée dans une batterie, utilisée directement ou peut être connectée à un réseau ( [Tipler 2007]). Comme le montre la Fig. 3.1, les panneaux solaires ont des caractéristiques (puissance-tension) non linéaires. La puissance de sortie dépend de la température, de l'éclairement solaire et de la tension de sortie. Par conséquent, de nombreux algorithmes et contrôleurs ont été proposés dans la littérature pour maximiser le transfert de puissance photovoltaïque. Les algorithmes les plus importants sont Perturber et Observer (P&O) ( [Abdelsalam 2011], [Patil 2015]), incrémentale de la conductance (InCond) ( [Safari 2011], [Worku 2014]) et hill climbing (HC)

( [Kjær 2012], [Bahari 2016]). Ces algorithmes sont largement utilisés dans les panneaux photovoltaïques commerciaux, en raison de leur simplicité, de leur faible coût et de leur mise en oeuvre facile. Toutefois, ils souffrent de plusieurs inconvénients tels que le suivi lent lors d'un changement rapide des conditions atmosphériques et d'une oscillation considérable autour du point de puissance maximale (PPM) ( [Elbaset 2016]). Une étude comparative de P&O, InCond et HC réalisée en [Sera 2013]) a conclu que ces méthodes sont en fait équivalentes et offrent des performances similaires.

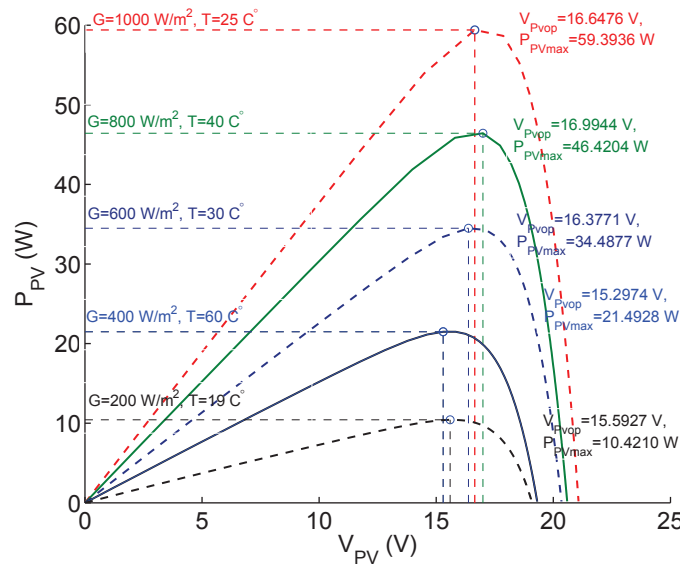


FIGURE 3.1: Puissance-Tension d'un panneau solaire

Afin de remédier à ces inconvénients, de nombreux algorithmes et stratégies de contrôle ont été proposés tels que les méthodes basées sur la mesure d'une fraction de la tension en circuit ouvert (FCO), les méthodes basées sur la mesure d'une fraction de courant de court-circuit (FCC) ( [Masoum 2002]) et les méthodes basées sur l'intelligence artificielle (IA) ( [Mellit 2008]). Les algorithmes FCO et FCC sont incapables de trouver le vrai PPM en raison de l'approximation utilisée dans ces algorithmes. Dans [Belkaid 2016], un algorithme de P&O modifié a été étudié pour améliorer le modèle conventionnel. Dans cet algorithme la variation du courant de PV est ajoutée en tant que troisième test dans son organigramme. Dans [Ishaque 2012], la méthode optimisée de la poursuite du point de puissance maximum par Essaims de Particules (PSO) a été utilisée pour réduire l'oscillation autour de PPM. Dans [Zainuri 2013], [Ali 2014] et [Blange 2015], l'algorithme P&O conventionnel a été combiné avec le contrôle à base de la logique floue (LF) pour développer des contrôleurs qui ont une réponse rapide. Tandis que dans [Liu 2014], les variations de la puissance et de la tension ont été utilisé comme entrée pour développer un contrôleur basé sur la logique floue. Dans [Vincheh 2014], un contrôleur neuro-flou a été proposé pour réduire l'oscillation autour du MPP, où les données

d'entraînement du réseau neuronal sont optimisées par un algorithme génétique. Dans [Abu-Rub 2013], [Afghoul 2013], [Abido 2015] et [Mlakić 2016], des contrôleurs basés sur un système d'inférence adaptative neuro-flou (ANFIS) ont été proposés pour estimer le PPM en utilisant une base de données construite à partir d'un certain nombre d'expériences réalisées dans diverses conditions environnementales. Ces contrôleurs utilisent le courant de court-circuit et la tension en circuit ouvert, ou la température et l'irradiation, pour trouver le PPM.

D'autre part, de nombreux régulateurs MPPT flous ont été proposés sur la base des modèles flous de Takagi-Sugeno (T–S) ([Kamal 2014], [Abid 2014], [Abid 2015], [Zhang 2016]). L'idée principale derrière les modèles flous T–S est de décrire les processus par une agrégation de modèles linéaires. Ceci permet la construction d'un régulateur flou basé sur la technique PDC ([Tanaka 2001a]). Dans [Kamal 2014], l'algorithme conventionnel InCond a été utilisé pour trouver la tension de référence puis, combiné avec un régulateur flou de type T–S. Tandis que dans [Abid 2014] et [Abid 2015], la tension de référence a été calculée à l'aide d'un modèle de référence T–S qui utilise la mesure de la température et de l'irradiation comme entrées. Dans [Zhang 2016], un algorithme de recherche de PPM a été proposé en fonction de l'évaluation de différents niveaux d'irradiation et de température. L'algorithme calcule instantanément la dérivée partielle de la puissance par rapport au courant de PV, puis génère l'état de référence désiré à l'aide d'un régulateur PDC.

Dans cette section, un nouveau régulateur MPPT basé sur les modèles flous T–S est développé afin d'éliminer efficacement l'oscillation dans les différents états du système photovoltaïque, ce qui garantit moins de dépassement et de réponse rapide. La stratégie de contrôle flou est résumée comme suit : premièrement, le modèle non linéaire du système photovoltaïque est utilisé pour concevoir le régulateur flou T–S. Ensuite, un modèle de référence optimal est dérivé en fonction de la tension PV optimale qui est générée à l'aide d'un algorithme ANFIS utilise la température et l'irradiation, en tant qu'entrées. Enfin, un régulateur de suivi de trajectoire non linéaire est développé à l'aide du régulateur flou et du modèle de référence optimal.

### 3.3.2 Modélisation de système photovoltaïque

Le système photovoltaïque considéré est composé d'une charge continue, d'un hacheur de type boost et d'un panneau solaire, comme le montre la Fig. 3.2. Dans cette étude, les paramètres suivants du système PV seront utilisés :

- $V_{PV}$  et  $i_{PV}$  sont respectivement la tension et le courant de générateur PV.
- $i_L$ ,  $i_o$ ,  $V_o$  et  $u$  sont respectivement le courant de l'inductance de convertisseur, le courant et la tension de la charge et le rapport cyclique.
- $C_1$ ,  $C_2$ ,  $L$ ,  $R_L$ ,  $R_m$  et  $v_d$  sont respectivement la capacité d'entrée, la capacité de sortie, inductance de convertisseur, résistance interne de l'inductance, résistance de transistor IGBT et la tension de la diode.



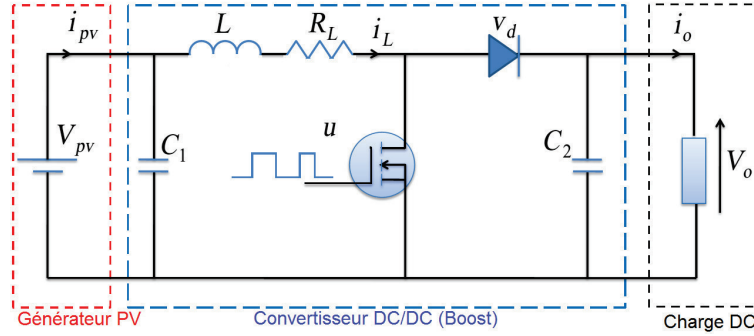


FIGURE 3.2: Système photovoltaïque

### 3.3.2.1 Modèle de panneau solaire

Le courant de sortie d'un panneau photovoltaïque est donné par ([Villalva 2009], [Ballouti 2014], [Ounnas 2017]) :

$$i_{PV} = n_p I_{ph} - n_p I_s \left( \exp \left[ \frac{q(V_{PV} + R_s i_{PV})}{kTA} \right] - 1 \right) - \frac{V_{PV} + i_{PV} R_s}{R_{sh}} \quad (3.31)$$

où  $I_{ph}$  est le photocourant généré par l'irradiation solaire,  $I_s$  étant le courant de saturation donné par le fabricant,  $n_p$  est le nombre de cellules en parallèle,  $A$  est le facteur d'idéalité de la jonction,  $k$  est le coefficient de Boltzmann =  $1.38.10^{-23} J/K$ ,  $T$  est la température,  $V_{PV}$  est la tension aux bornes du panneau solaire,  $q$  est la charge de l'électron =  $1.602 \times 10^{-19}$ ,  $R_{sh}$  est la résistance shunt et  $R_s$  est la résistance série (voir Fig. 3.3).

Le photocourant dépend de l'irradiation solaire et de la température de la cellule selon l'expression suivante :

$$I_{ph} = G (I_{sc} + K_I (T - T_r)) \quad (3.32)$$

où  $I_{sc}$  représente le courant de court-circuit de la cellule à  $25^\circ C$  et  $1 \text{ KW}/m^2$ .  $K_I$ ,  $T_r$  et  $G$  sont respectivement, le coefficient de température de courant de court-circuit, la température de référence de cellule et l'irradiation solaire en  $\text{KW}/m^2$ . Par ailleurs, le courant de saturation dépend de la température de la cellule selon l'expression suivante :

$$I_s = I_{rs} \left( \frac{T}{T_r} \right)^3 \exp \left[ \frac{qE_g}{kA} \left( \frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (3.33)$$

où  $E_g$  est l'énergie du band-gap et  $I_{rs}$  est le courant de saturation inverse donné par :

$$I_{rs} = \frac{I_{sc}}{\exp \left[ \frac{qV_{oc}}{n_s k A T} \right] - 1} \quad (3.34)$$

où  $V_{oc}$  est la tension de circuit ouvert et  $n_s$  est le nombre de cellules en série.

La caractéristique Puissance-Tension illustrée dans la Fig. 3.1 montre que la variation de la puissance maximale du panneau PV ( $P_{PVmax}$ ), qui correspond à une

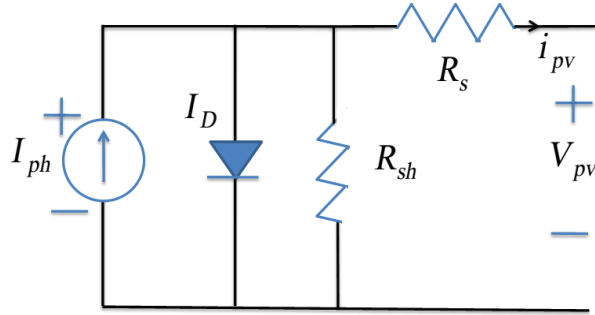


FIGURE 3.3: Schéma électrique équivalent du panneau PV

tension optimale ( $V_{PVop}$ ), change fortement en fonction de l'irradiation solaire et de la température.

### 3.3.2.2 Modèle de convertisseur Boost

Selon la Fig. 3.3, le modèle dynamique du convertisseur est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{i}_L = -\frac{R_L}{L}i_L + \frac{1}{L}V_{PV} - \frac{1-u}{L}(V_o + v_d - R_m i_L) \\ \dot{V}_{PV} = -\frac{1}{C_1}i_L + \frac{1}{C_1}i_{PV} \end{cases} \quad (3.35)$$

En utilisant les équations (3.35) et en ajoutant une nouvelle variable d'état, telle que  $\dot{u} = u_{PV}$ , le système PV peut être décrit par le modèle non linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + Bu(t) + \eta(t) \quad (3.36)$$

où

$$x = \begin{bmatrix} i_L \\ V_{PV} \\ u_{PV} \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L}i_L + \frac{1}{L}V_{PV} + \frac{V_o+v_d-R_m i_L}{L}u_{PV} \\ -\frac{1}{C_1}i_L \\ 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} -\frac{V_o+v_d}{L} \\ \frac{1}{C_1}i_{PV} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

### 3.3.3 Commande floue de système photovoltaïque

La Fig. 3.4 montre le schéma global détaillé de la boucle de commande du système photovoltaïque. L'objectif est de concevoir un régulateur flou qui permet de maximiser la puissance dérivée du panneau PV. Le rôle du régulateur est donc d'assurer que les états du système photovoltaïque  $x = [i_L \ V_{PV} \ u_{PV}]^T$  suivent une trajectoire optimale  $x_{op} = [i_{Lop} \ V_{PVop} \ u_{PVop}]^T$  dans des conditions météorologiques variables. La première étape consiste à développer le régulateur flou. Ensuite, un régulateur non linéaire de suivi de trajectoire et un modèle de référence optimal (MRO) sont conçus, en se basant sur la tension optimale calculée à l'aide d'un système d'inférence flou (SIF).

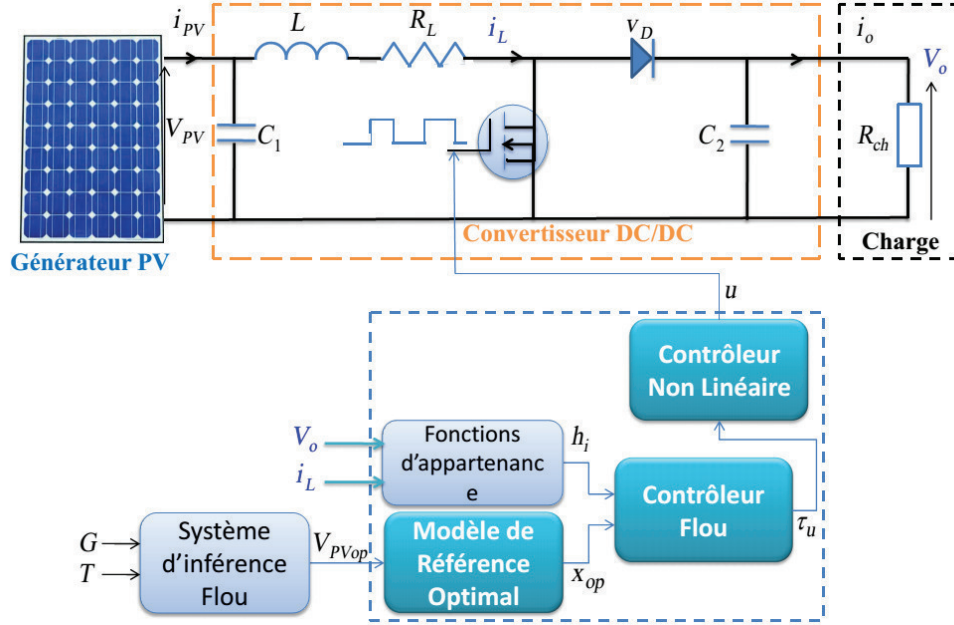


FIGURE 3.4: Schéma de contrôle flou

### 3.3.3.1 Modèle flou T-S de système photovoltaïque

Pour développer le régulateur flou, le modèle non linéaire du système PV (3.36) est transformé en modèle flou en utilisant la tension de charge  $V_o$  et le courant de l'inductance  $i_L$  comme variables de prémisse. Cela conduit à la forme non linéaire suivante :

$$\dot{x}(t) = A(i_L, V_o)x(t) + Bu(t) + \eta(t) \quad (3.37)$$

où :

$$A(i_L, V_o) = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{1}{L} & \frac{V_o + v_d - R_m i_L}{L} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \eta = \begin{bmatrix} -\frac{V_o + v_d}{L} \\ \frac{1}{C_1} i_{PV} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

en supposant que les variables mesurables  $i_L$  et  $V_o$ , sont bornées comme suit :

$$\underline{i}_L \leq i_L \leq \bar{i}_L, \quad \underline{V}_o \leq V_o \leq \bar{V}_o \quad (3.38)$$

en utilisant la transformation du secteur non-linéarité ([Ohtake 2003]), le système non linéaire (3.37) peut être décrit par un modèle T-S avec  $r = 2^n = 2^2$ . Si-Alors règles floues, comme suit :

- Règle 1 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{11}$  et  $z_2(t)$  est  $F_{21}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) + \eta(t)$ ,
- Règle 2 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{11}$  et  $z_2(t)$  est  $F_{22}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + \eta(t)$ ,
- Règle 3 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{12}$  et  $z_2(t)$  est  $F_{21}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t) + \eta(t)$ ,
- Règle 4 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{12}$  et  $z_2(t)$  est  $F_{22}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t) + \eta(t)$ .

où  $z_1 = i_L$  et  $z_2 = V_o$  sont les variables de prémisse,  $F_{11}$ ,  $F_{12}$ ,  $F_{21}$  et  $F_{22}$  sont les fonctions d'appartenance données par :

$$\begin{cases} F_{11}(i_L) = \frac{i_L(t) - \underline{i}_L}{\bar{i}_L - \underline{i}_L}, & F_{12}(i_L) = 1 - F_{11}(i_L) \\ F_{21}(V_o) = \frac{V_o(t) - \underline{V}_o}{\bar{V}_o - \underline{V}_o}, & F_{22}(V_o) = 1 - F_{21}(V_o) \end{cases} \quad (3.39)$$

Les matrices de modèles locaux sont données par :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_l}{L} & \frac{1}{L} & \frac{\bar{V}_o + v_d - R_m \bar{i}_L}{L} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_l}{L} & \frac{1}{L} & \frac{\underline{V}_o + v_d - R_m \underline{i}_L}{L} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{R_l}{L} & \frac{1}{L} & \frac{\bar{V}_o + v_d - R_m \bar{i}_L}{L} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} -\frac{R_l}{L} & \frac{1}{L} & \frac{\underline{V}_o + v_d - R_m \underline{i}_L}{L} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

La sortie globale du système est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) + \eta(t) \quad (3.40)$$

où  $h_i(z) = \omega_i(z) / \sum_{i=1}^r \omega_i(z)$ ,  $\omega_i(z) = \prod_{j=1}^n F_{ij}(z_j)$  pour tout  $t > 0$ ,  $h_i(z) \geq 0$  et  $\sum_{i=1}^r h_i(z) = 1$ .

### 3.3.4 Synthèse du régulateur flou T-S

L'objectif est de concevoir un régulateur flou capable de conduire l'état du système PV  $x(t)$  à suivre un modèle de référence optimal  $x_{op}(t)$ . Le contrôle est alors nécessaire pour satisfaire :

$$x(t) - x_{op}(t) \rightarrow 0 \quad \text{telle que } t \rightarrow \infty \quad (3.41)$$

Soit  $\tilde{x}(t) = x(t) - x_{op}(t)$  défini comme l'erreur de poursuite et sa dérivation temporelle est donnée par :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_{op}(t) \quad (3.42)$$

en remplaçant l'équation (3.40) dans (3.42) et en ajoutant le terme  $\sum_{i=1}^r h_i A_i (x_{op} - x_{op})$ , l'équation (3.42) devient :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i (A_i \tilde{x} + B_i u + A_i x_{op}) + \eta(t) - \dot{x}_{op}(t) \quad (3.43)$$

en introduisant une nouvelle variable de contrôle  $\tau_u(t)$  qui satisfait la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^r h_i B_i \tau_u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z) (A_i x_{op}(t) + B_i u(t)) + \eta - \dot{x}_{op}(t) \quad (3.44)$$

et en utilisant Eq. (3.44), l'erreur de poursuite (3.43) peut être réécrit comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i \tilde{x}(t) + B_i \tau_u(t)) \quad (3.45)$$

Les régulateurs sont conçus pour traiter le problème de contrôle de suivi de trajectoire comme suit :

Régulateur  $i$  : Si  $z_1(t)$  est  $F_{1i}$  et  $z_2(t)$  est  $F_{2i}$  Alors  $\tau_u(t) = -K_i \tilde{x}(t)$

La sortie finale du régulateur flou est donnée par la sommation suivante :

$$\tau_u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{x}(t) \quad (3.46)$$

en appliquant la loi de commande (3.46) au modèle (3.45), le système en boucle fermée prend la forme suivante :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) \tilde{x}(t) \quad (3.47)$$

en posant  $G_{ij} = (A_i - B_i K_j)$ , Eq. (3.47) peut être écrit comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) G_{ij} \tilde{x}(t) \quad (3.48)$$

On remarque que le système résultant (3.48) est similaire à celui trouvé en (3.13). Par conséquent, on peut utiliser les conditions de théorème (3.2.4) pour calculer les gains de commande.

### 3.3.4.1 Régulateur non linéaire et modèle de référence optimal

La loi de commande non linéaire  $u(t)$  et les variables de modèle de référence optimales  $x_{op}(t)$  peuvent être obtenues en utilisant l'équation (3.44) qui est réécrite comme suit :

$$\sum_{i=1}^r h_i B_i (u(t) - \tau_u(t)) = - \sum_{i=1}^r h_i A_i x_{op}(t) - \eta + \dot{x}_{op}(t) \quad (3.49)$$

En notant que :

$$A(i_L, V_o) = \sum_{i=1}^r h_i A_i, \quad B = \sum_{i=1}^r h_i B_i \quad (3.50)$$

Alors Eq. (3.49) peut être réécrite comme suit :

$$B(u(t) - \tau_u(t)) = -A(i_L, V_o) x_{op}(t) - \eta + \dot{x}_{op}(t) \quad (3.51)$$

Eqs. (3.51) peut être s'écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u - \tau_u) = - \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{1}{L} & \alpha \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lop} \\ V_{PVop} \\ u_{PVop} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\beta \\ \frac{1}{C_1} i_{PV} \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Lop} \\ V_{PVop} \\ u_{PVop} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

où

$$\alpha = \frac{V_o + v_d - R_m i_L}{L}, \quad \beta = \frac{V_o + v_d}{L}$$

Il convient de noter ici que la référence optimale et le régulateur non linéaire seront calculés en fonction de la tension de référence optimale.

A partir de la deuxième équation de (3.52), on peut écrire que :

$$i_{Lop}(V_{PVop}) = i_{PV} - C_1 \dot{V}_{PVop} \quad (3.53)$$

A partir de la première équation de (3.52), on peut écrire que :

$$u_{PVop}(V_{PVop}) = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{R_L}{L} i_{Lop} - \frac{1}{L} V_{PVop} + \beta + \dot{i}_{Lop} \right) \quad (3.54)$$

La loi de commande non linéaire peut être obtenue à partir de la troisième équation de (3.52), comme suit :

$$u(V_{PVop}) = \dot{u}_{PVop}(V_{PVop}) + \tau_u \quad (3.55)$$

La Fig. 3.5 illustre la boucle de régulation de système photovoltaïque et ses princi-

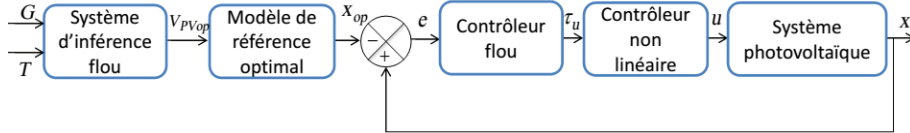


FIGURE 3.5: boucle de régulation de système photovoltaïque

paux composants. Le premier bloc est réservé pour calculer la tension de référence optimale  $V_{PVop}$  en utilisant un système d'inférence flou qui introduit la mesure de l'irradiation  $G$  et la température  $T$ , en tant qu'entrées. Ensuite,  $V_{PVop}$  est utilisé par le bloc de référence optimal pour générer  $x_{op}$  en utilisant les équations (3.53) et (3.54). Puis, en fonction de l'erreur  $e(t)$  entre les états réel et optimal, le bloc de régulateur flou fournit le signal de contrôle flou en utilisant l'équation (3.46). Ce signal est exploité par le bloc de régulateur non linéaire (Eq. (3.55)) pour générer le signal de contrôle final.

### 3.3.5 Résultats de simulation

Afin de vérifier l'efficacité et la validité de la méthode développée, nous avons effectué des tests de simulation sur un système photovoltaïque avec les paramètres donnés dans le tableau 3.1. Les gains du régulateur flou sont calculés en résolvant les LMIs (3.22), (3.23) et (3.24), comme suit :

$$K_1 = [ 155.0075 \quad -0.6106 \quad 633.6307 ], K_2 = [ 92.6114 \quad -0.1194 \quad 570.2396 ]$$

$$K_3 = [ 282.7187 \quad -0.4403 \quad 616.0382 ], K_4 = [ 103.4164 \quad 0.3952 \quad 577.9426 ] .$$

où la matrice diagonal est choisie comme suit :  $D = [ 2.75 \quad 2.75 \quad 2.75 ]$ .

TABLE 3.1: Paramètres du système de conversion PV.

Paramètre	Valeur	Unité
$k$	$1.38e23$	$J/K$
$A$	1.1	$V$
$R_{sh}$	360.002	$\Omega$
$R_s$	0.18	$\Omega$
$n_s$	36	.
$n_p$	1	.
$T_0$	298.15	$K$
$G_0$	1000	$W/m^2$
$V_{oc}$	21.6	$V$
$I_{scn}$	3.8	$A$
$V_{pvn}$	21	$V$
$R$	35	$\Omega$
$C_2$	4	$\mu F$
$C_1$	1	$mF$
$L$	40	$mH$
$R_L$	0.5	$\Omega$
$R_m$	0.05	$\Omega$
$v_d$	1.9	$V$

La tension optimale correspondant à la puissance maximale est calculée à l'aide d'un algorithme basé sur un système d'inférence flou (SIF). Cet algorithme utilise une base de données construite à partir de caractéristiques de tension-puissance. Une partie de cette base de données est montrée dans le tableau 3.2. L'irradiation et la température sont modélisées par des fonctions d'appartenance floues pour obtenir une relation floue entre ces paramètres et la tension optimale. Ces fonctions d'appartenance données dans la Fig. 3.6 sont optimisés en utilisant un algorithme ANFIS.

Le premier test est effectué dans diverses conditions atmosphériques où on suppose que les variations de la température et de l'irradiation sont comme illustrées

TABLE 3.2: Partie de la base de données utilisée par l'algorithme ANFIS

$G$ ( $W/m^2$ )	$T$ ( $C^\circ$ )	$V_{PVop}$ ( $V$ )
700	30	16.8813
200	45	15.0884
900	35	16.9792
100	50	13.9394
300	60	15.2033
400	25	16.6476
500	23	16.3100
600	20	16.4832
500	23	16.3100

sur les Figs. 3.7(a) et 3.7(b), respectivement. Les réponses de la tension et de la puissance de système PV sont illustrées sur la Fig. 3.7(c) et la Fig. 3.7(d), tandis que les réponses du courant du convertisseur et du signal de commande sont illustrées sur la Fig. 3.7(e) et la Fig. 3.7(f). Nous pouvons constater que tout les états du système PV suivent parfaitement les trajectoires optimales et ne sont pas affectés par les variations de l'irradiation solaire et de la température. Cela conduit à une importante extraction de l'énergie solaire disponible.

Dans le deuxième test, la méthode floue est comparée aux méthodes le plus utilisées dans la littérature P&O et INcCond. Les réponses de la tension et de la puissance de système PV sont illustrées sur la Fig. 3.8(a) et la Fig. 3.8(b). Nous supposons dans ce test que la température est constante  $25^\circ C$  et que l'irradiation solaire est variable. Le tableau 3.3 présente le rendement ( $E_T$ ) des trois méthodes MPPT défini par [Bayod-Rújula 2014] :

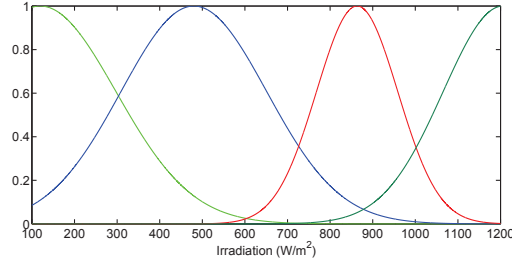
$$E_T = \frac{\int P_{PV} dt}{\int P_{PVmax} dt} \quad (3.56)$$

où  $P_{PVmax}$  est la puissance maximale théorique.

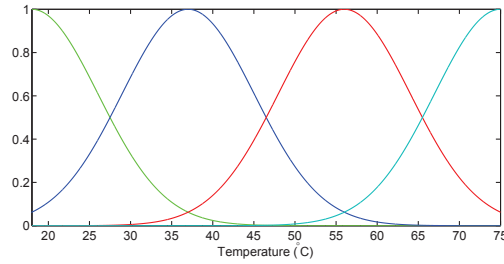
Nous constatons que la méthode floue a une vitesse de poursuite élevée. Elle est également plus efficace que les méthodes classiques P&O et INcCond pour les différents niveaux d'irradiation, notamment lorsque l'irradiation augmente ou diminue. pour montrer l'efficacité du régulateur flou , des portions des états dans l'intervalle de 1 s à 2 s sont agrandies comme il est illustré sur les Figs. 3.8. Nous pouvons voir clairement dans les parties agrandies que les réponses des états avec le régulateur flou suivent parfaitement leurs trajectoires optimales. Tandis que les réponses du système photovoltaïque avec les régulateurs classiques montrent des oscillations considérables dans les différents états.

Les performances des trois méthodes sont également évaluées à l'aide de l'erreur quadratique moyenne (RMSE pour Root Mean Squared Error) entre la puissance de système PV et sa puissance maximale théorique. Le RMSE est défini comme suit





(a) Fonctions d'appartenance de l'irradiation



(b) Fonctions d'appartenance de la temperature

FIGURE 3.6: Fonctions d'appartenance utilisées par le système d'inférence flou pour générer la tension optimale.

TABLE 3.3: Comparaison de différentes méthodes MPPT

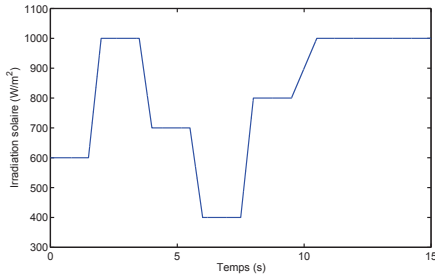
MPPT	Temps de réponse (s)	Rendement (%)
P&O	0.0791	97.98
INcond	0.0821	97.96
Proposed	0.0078	99.44

( [bin Omar 2014], [Ounnas 2015]) :

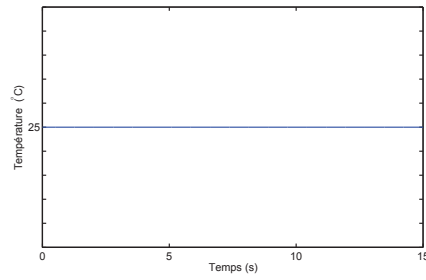
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (P_{PV,i} - P_{PVmax,i})^2}{N}} \quad (3.57)$$

La Fig. 3.9(a) présente les RMSEs pour des différents niveaux d'irradiation et une température constante de 25 °C, tandis que la Fig. 3.9(b) montre les RMSEs pour des différentes températures et une irradiation constante de 1000 W/m<sup>2</sup>. Il est clair que les RMSEs des méthodes classiques sont supérieurs à ceux de la méthode floue pour une large gamme de conditions de fonctionnement. Cela montre que le régulateur flou peut extraire une puissance maximale avec un minimum de perte d'énergie.

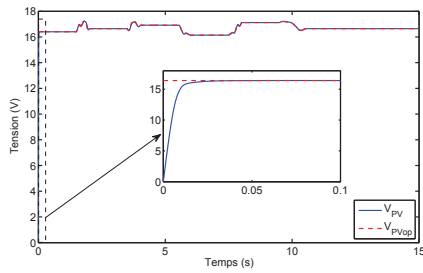
Afin de démontrer la bonne convergence vers les points de puissance maximales (PPM), les caractéristiques Puissance–Tension de trois méthode sont simulées avec une température constante de 25 °C et irradiation variable :  $500 + 500\sin(\pi t)$



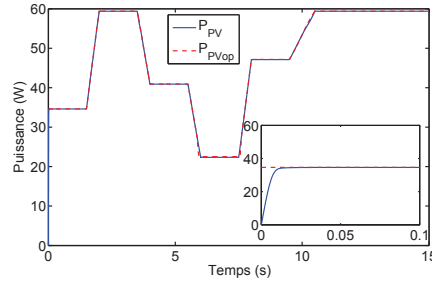
(a) Profil d'irradiation utilisé pour tester la méthode floue



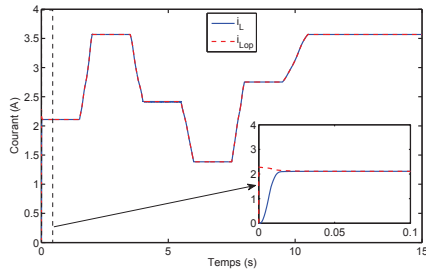
(b) Profil de température utilisé pour tester la méthode floue



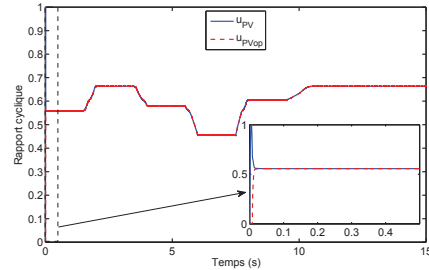
(c) Tension de générateur PV



(d) Puissance de générateur PV



(e) Courant de convertisseur



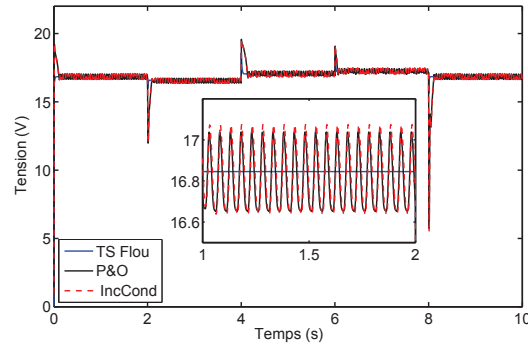
(f) Rapport cyclique

FIGURE 3.7: Résultats de simulation pour diverses conditions atmosphériques.

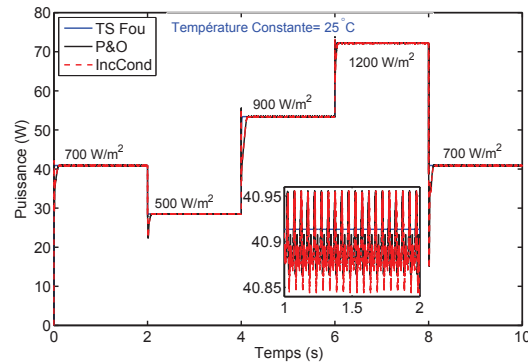
( $W/m^2$ ). Tout d'abord, nous supposons que l'irradiation augmente sinusoïdalement de  $500 W/m^2$  à  $1000 W/m^2$ . Puis, elle diminue de  $1000 W/m^2$  à  $0 W/m^2$ .

Les résultats de la simulation sont présentés dans les Figs. 3.10, à partir duquel, nous pouvons constater que :

- La méthode floue garantit une convergence rapide vers les PPMs lorsque l'irradiation solaire augmente de  $500 W/m^2$  à  $1000 W/m^2$ , ou diminue de  $1000 W/m^2$  à  $0 W/m^2$  ;
- Les méthodes classiques ne peuvent pas garantir la convergence lorsque le l'irradiation solaire augmente de  $500 W/m^2$  à  $1000 W/m^2$  ;
- Seule la méthode INcond garantit la convergence vers les PPMs lorsque l'irradiation solaire diminue de  $1000 W/m^2$  à  $400 W/m^2$  ;



(a) Tension de générateur PV



(b) Puissance de générateur PV

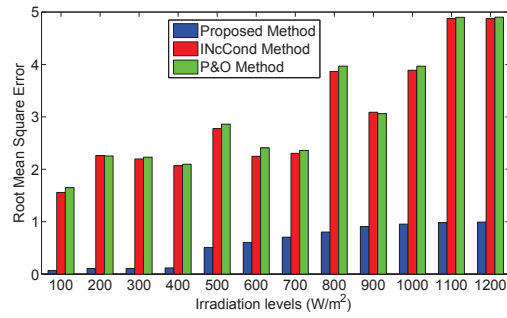
FIGURE 3.8: Comparison entre P&amp;O, IncCond et la méthode floue.

- Les méthodes classiques ne peuvent pas garantir la convergence lorsque l'irradiation solaire diminue de  $400 \text{ W/m}^2$  à  $0 \text{ W/m}^2$ .

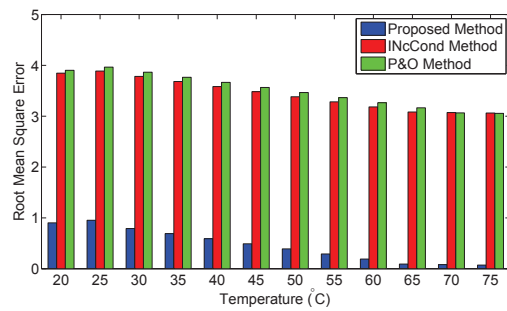
A partir de l'analyse des caractéristiques P–V données dans les Figs. 3.10, nous pouvons confirmer que le régulateur flou offre une réponse dynamique rapide et des performances supérieures en termes de convergence vers les PPMs.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de la commande d'une classe des systèmes non linéaires décrit par les modèles flous de type T–S. La méthode de commande floue développée dans ce chapitre est capable de conduire le système à suivre un modèle de référence optimal. Le modèle de référence optimal est conçu en se basant sur le concept VDV. Les gains du régulateur flou sont calculés sur la base de conditions de stabilité du système flou qui sont données sous forme de LMIs et résolues à l'aide d'outils d'optimisation convexe. Nous avons ensuite présenté une application à la commande d'un système de conversion photovoltaïque. Les résultats de simulations et la comparaison avec les algorithmes classiques P&O et INcond



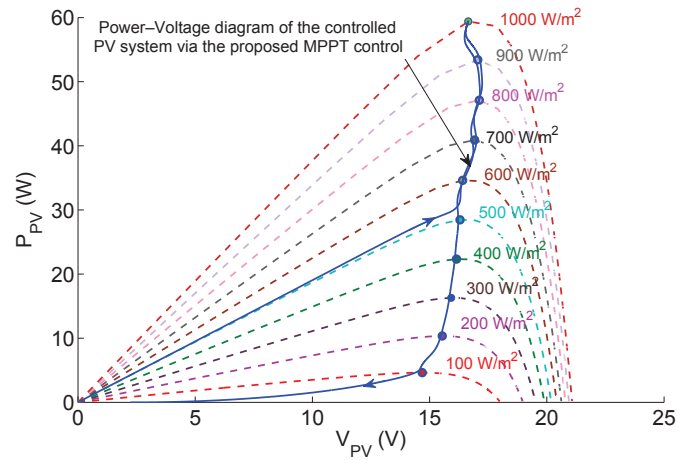
(a) RMSE pour des différentes irradiances et une température constante



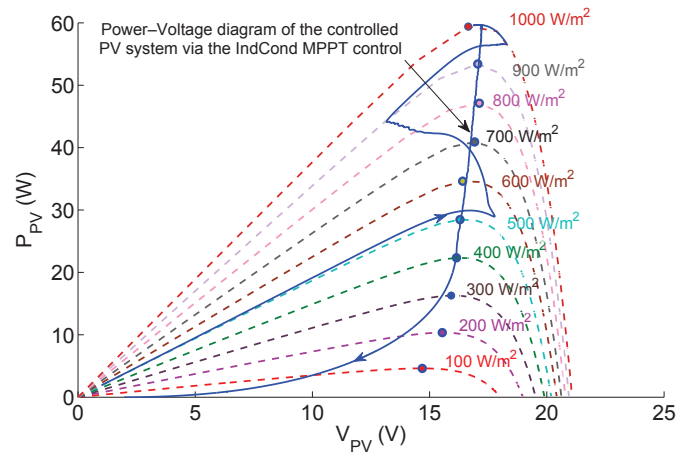
(b) RMSE pour des différentes températures et une irradiation constante

FIGURE 3.9: Erreur quadratique moyenne de la puissance

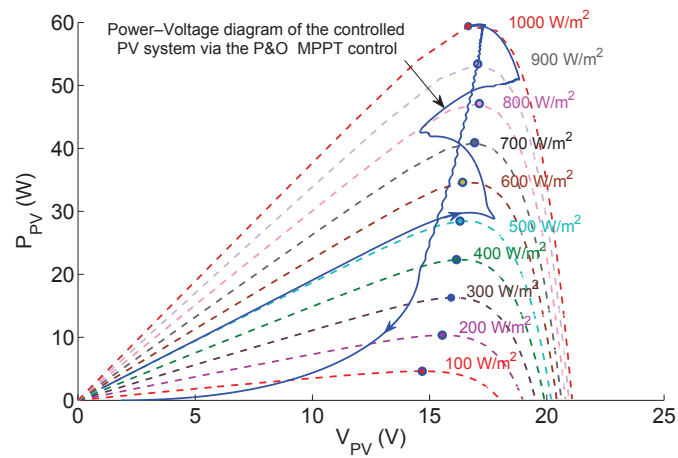
montrent que le système photovoltaïque peut être contrôlé efficacement dans des différentes régions opérationnelles par un schéma de contrôle flou et peut surmonter les limites des régulateurs conventionnels.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.10: Caractéristique P-V du système photovoltaïque via : (a) Méthode floue ; (b) Méthode IndCond ; (c) Méthode P&O.



# Suivi de trajectoire des modèles T–S perturbés avec critères $H_\infty$

---

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>63</b>
<b>4.2</b>	<b>Problème de Suivi de trajectoire</b>	<b>64</b>
4.2.1	Formulation du problème	64
4.2.2	Synthèse de la loi de commande $H_\infty$	66
4.2.3	Modèle de référence et loi de commande non linéaire	68
<b>4.3</b>	<b>Application : Commande floue d'une MSAP</b>	<b>69</b>
4.3.1	Introduction	69
4.3.2	Description	70
4.3.3	Classification des MSAP	71
4.3.4	Modélisation de la MSAP	71
4.3.5	Modèle flou de la MSAP	76
4.3.6	Modèle de référence désiré et loi de commande non linéaire	76
4.3.7	Résultats de simulation	77
<b>4.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>80</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons la commande floue en poursuite d'une classe des systèmes non linéaires et perturbés via des modèles flous T–S. Tout d'abord, les modèles T–S sont utilisés pour représenter le système non linéaire. Ensuite, un schéma de commande avec une action intégrale est développé. Nous formulons par la suite les objectifs de commande dans des conditions de stabilité suffisantes en utilisant la méthode de Lyapunov. En résolvant un ensemble de LMIs, nous obtenons des gains de régulateur avec la garantie de la performance  $H_\infty$ . Ainsi, nous concevons un ensemble de variables désirées virtuelles sur la base du modèle de référence virtuel. Enfin, nous illustrons l'efficacité du régulateur flou sur une machine synchrone à aimant permanent (MSAP).

## 4.2 Problème de Suivi de trajectoire

### 4.2.1 Formulation du problème

Considérons l'équation dynamique générale d'un système non linéaire et perturbé :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + v(t). \quad (4.1)$$

où  $x(t)$  est le vecteur d'état,  $u(t)$  est le vecteur de commande,  $v(t)$  est le vecteur de perturbation,  $f(x)$  and  $g(x)$  sont des fonctions non linéaires avec des dimensions appropriées.

Le système non linéaire (4.1) peut être exprimé par le modèle flou T-S :

$$\text{Si } z_1 \text{ est } F_{1i} \text{ et } \dots \text{ et Si } z_g \text{ est } F_{gi} \text{ Alors } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i w(t)$$

où  $z_1 \dots z_g$  sont les variables de prémisses,  $F_{ji} (j = 1, 2, \dots, g)$  sont les ensembles flous,  $A_i$ ,  $B_i$  et  $D_i$  sont les matrices du système avec des dimensions appropriées.

Le modèle flou global est déduit comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + D_i w(t)). \quad (4.2)$$

où

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^r F_{ij}(z(t)), h_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))}.$$

pour tout  $t > 0$ ,  $h_i(z(t)) \geq 0$  et  $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$ .

L'objectif de commande est requis pour satisfaire :

$$x(t) - x_d(t) \rightarrow 0 \quad \text{pour } t \rightarrow \infty$$

où  $x_d(t)$  désigne les variables désirées.

Soit  $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$  défini comme l'erreur de poursuite. La dérivée de  $\tilde{x}(t)$  est donnée par :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t).$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i(x(t) - x_d(t))) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t))D_i w(t) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_i u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t))A_i x_d(t) - \dot{x}_d(t) \quad (4.3)$$

Dans (4.3), nous assumons que :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_i \tau(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_i u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t))A_i x_d(t) - \dot{x}_d(t). \quad (4.4)$$

En utilisant (4.4), la dérivée de l'erreur de poursuite (4.3) est réécrit comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i \tilde{x} + B_i \tau(t) + D_i w(t)). \quad (4.5)$$



Un nouveau régulateur flou  $\tau(t)$  est conçu comme suit :

Si  $z_1$  est  $F_{1i}$  et ... et Si  $z_g$  est  $F_{gi}$  Alors  $\tau(t) = -K_i \tilde{x}(t)$ ,  $i = 1, \dots, r$ .

La sortie inférée du régulateur PDC est déterminée par la sommation :

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{x}(t), \quad i = 1 \dots r. \quad (4.6)$$

Pour rejeter la perturbation du système, une action intégrale ([Khiar 2007], [Zheng 2002], [Ounnas 2015]) est ajoutée comme l'indique dans la Fig. 4.1.

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{x} - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) F_i \tilde{x}_I \quad (4.7)$$

où

$$\tilde{x}_I(t) = \int_0^{t_f} \tilde{x}(t) dt.$$

De (4.7), on peut écrire que :

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [ K_i \ F_i ] \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{x}_I \end{bmatrix}.$$

Le nouveau régulateur flou peut être s'écrit comme suit :

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{K}_i \bar{X}(t). \quad (4.8)$$

Le modèle T-S avec l'action intégrale peut être s'écrit sous la forme augmentée suivante :

$$\dot{\bar{X}} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (\bar{A}_i \bar{X}(t) + \bar{B}_i \tau(t) + \bar{D}_i w(t)). \quad (4.9)$$

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{D}_i = \begin{bmatrix} D_i \\ 0 \end{bmatrix}.$$

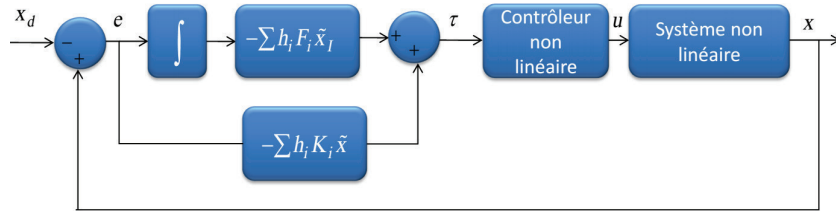


FIGURE 4.1: Schéma de commande en utilisant une partie intégrante

Dans le cas où  $B_1 = B_2 = \dots B_r = B$ , le modèle flou T-S du système peut être s'écrit sous la forme augmentée suivante :

$$\dot{\bar{X}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [G_i \bar{X}(t) + \bar{D}_i w(t)]. \quad (4.10)$$

avec

$$G_i = \bar{A}_i - \bar{B}\bar{K}_i, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}.$$

#### 4.2.2 Synthèse de la loi de commande $H_\infty$

Le but de cette section est d'étendre les conditions de stabilité de système augmenté (4.10) qui est soumis à des perturbations externes  $w(t)$ . Le lemme 4.2.1 donne les conditions LMIs permettant de garantir la stabilité du système et d'atténuer l'effet des perturbations externes. L'atténuation de l'effet des perturbations est faite en considérant la performance  $H_\infty$  liée à l'erreur de poursuite définie comme suit ([Chen 1999], [Uang 2004], [Ounnas 2015]) :

$$\int_0^\infty \bar{X}(t)^T \bar{X}(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t) dt \quad (4.11)$$

où  $\gamma$  est le taux d'atténuation désiré des perturbations extérieures  $w(t)$ . Le lemme suivant donne les résultats de la norme  $H_\infty$  :

**Lemme 4.2.1.** *S'il existe un scalaire positif  $\gamma > 0$ , et des matrices  $X$  et  $M$  symétriques et définies positives, tels que les conditions suivantes soient vérifiées. :*

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_i X + X \bar{A}_i^T - \bar{B} M_i - M_i^T \bar{B}^T & \bar{D}_i & X \\ \bar{D}_i^T & -\gamma^2 I & 0 \\ X & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (4.12)$$

alors, le système augmenté (4.10) est asymptotiquement stable et la performance  $H_\infty$  (4.11) est garantie via la loi de commande PDC modifiée (4.9). Dans ce cas, les gains de la loi de commande PDC modifiée (4.9) sont donnés par :

$$\bar{K}_i = M_i X^{-1} \quad (4.13)$$

*Démonstration.* Considérons la fonction de Lyapunov  $V(\bar{X}(t)) = \bar{X}^T(t)P\bar{X}(t)$  où  $P = P^T > 0$ . Afin d'établir la stabilité asymptotique de l'inégalité (4.11), La dérivée de  $V(\bar{X}(t))$  doit satisfaire la condition suivante :

$$\dot{V}(\bar{X}(t)) < 0 \quad (4.14)$$

Afin d'atteindre les performances  $H_\infty$  liées à l'erreur de poursuite, l'inégalité (4.14) devient alors :

$$\dot{V}(\bar{X}(t)) + \bar{X}^T(t)\bar{X}(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0 \quad (4.15)$$

En remplaçant  $V(\bar{X}(t))$  par sa valeur  $\bar{X}^T P \bar{X}$  dans (4.14), Eq. (4.15) peut être écrite sous la forme LMI suivante :

$$\sum_{i=1}^r h_i \{ \bar{X}^T (G_i P + P G_i^T) \bar{X} + w^T [ \bar{D}_i^T \quad P ] \bar{X} \} + \sum_{i=1}^r h_i \bar{X}^T [ P \quad \bar{D}_i ] w - \gamma^2 w^T w < 0 \quad (4.16)$$

L'inégalité (4.16), peut être modifiée comme suit :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \begin{bmatrix} \bar{X}^T & w^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_i P + P G_i^T & \bar{D}_i \\ \bar{D}_i^T & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ w \end{bmatrix} < 0. \quad (4.17)$$

En utilisant (4.17), on peut écrire que :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(G_i P + P G_i^T) + I & P \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.18)$$

En utilisant (4.18), on peut écrire que :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(G_i P + P G_i^T) & P \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (4.19)$$

En utilisant (4.19), on peut écrire que :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(G_i P + P G_i^T) & P \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (4.20)$$

En appliquant le complément de Schur défini dans l'annexe B, l'inégalité (4.20) est équivalente à :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(G_i P + P G_i^T) & P \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i & I \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{D}_i^T P & -\gamma^2 I & 0 \\ I & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.21)$$

En utilisant (4.22), on peut écrire que :

$$\begin{bmatrix} (G_i P + P G_i^T) & P \bar{D}_i & I \\ \bar{D}_i^T P & -\gamma^2 I & 0 \\ I & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.22)$$

Après congruence par la matrice  $\text{diag}([P^{-1} \ I \ I])$ , l'inégalité (4.20) devient alors :

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (G_i P + P G_i^T) & P \bar{D}_i & I \\ \bar{D}_i^T P & -\gamma^2 I & 0 \\ I & 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.23)$$

En développant la dernière inégalité, (4.23) peut être écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} P^{-1}(G_i P + P G_i^T)P^{-1} & P^{-1}P\bar{D}_i & P^{-1} \\ \bar{D}_i^T P P^{-1} & -\gamma^2 I & 0 \\ P^{-1} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (4.24)$$

Considérons  $X = P^{-1}$  et  $M_i = K_i X$ , on obtient les mêmes conditions que (4.25) :

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_i X + X \bar{A}_i^T - \bar{B} M_i - M_i^T \bar{B}^T & \bar{D}_i & X \\ \bar{D}_i^T & -\gamma^2 I & 0 \\ X & 0 & -I \end{bmatrix} < 0.$$

□

### 4.2.3 Modèle de référence et loi de commande non linéaire

La conception restante pour la commande consiste à déterminer les variables désirées  $x_d(t)$  et à obtenir la loi de commande non linéaire  $u(t)$ . En effet, nous utilisons l'équation (4.4), qui est réécrite comme suit :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_i\tau(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_iu(t) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t))A_ix_d(t) - \dot{x}_d(t). \quad (4.25)$$

En notant que :

$$g(x) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_i, \quad A(x) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))A_i. \quad (4.26)$$

On peut alors réécrire (4.26) sous la forme suivante :

$$g(x)(u(t) - \tau(t)) = -A(x)x_d(t) + \dot{x}_d(t). \quad (4.27)$$

A partir de l'équation de (4.27), on peut remarquer que l'existence de la commande  $u(t)$  dépend de la forme de  $g(x)$ . La matrice d'entrée  $g(x)$  est supposée de plein rang colonne.

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x) \end{bmatrix}, \quad A(x) = \begin{bmatrix} A_{n-m} \\ \text{---} \\ A_m \end{bmatrix}, \quad x_d(x) = \begin{bmatrix} x_{d_{n-m}} \\ \text{---} \\ x_{d_m} \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

où  $0_{n-m} \in R^{(n-m) \times m}$  est une matrice de zéros,  $A(x) \in R^{(n \times m)}$  et  $B(x) \in R^{(m \times m)}$ . En utilisant (4.28), l'équation (4.27) devient alors :

$$\begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x)(u - \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{d_{n-m}} - A(x)_{n-m}x_d(t) \\ \dot{x}_{d_m} - A(x)_m x_d(t) \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

En utilisant (4.29), on peut écrire que :

$$u(t) = B^{-1}(x)(\dot{x}_{d_m}(t) - A_m(x)x_d(t)) + \tau(t) \quad (4.30)$$

où

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t))F_i\tilde{x}(t) - \sum_{i=1}^r h_i(z(t))F_i\tilde{x}_I(t) \quad (4.31)$$

En remplaçant  $\tau$  dans (4.30), on obtient :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t))K_i\tilde{x}(t) - \sum_{i=1}^r h_i(z(t))F_i\tilde{x}_I(t) + B^{-1}(x)(\dot{x}_{d_m}(t) - A_m(x)x_d(t)) \quad (4.32)$$

En utilisant (4.32), la loi de commande est donnée par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t))\bar{K}_i\bar{X}(t) + B^{-1}(x)(\dot{x}_{d_m}(t) - A_m(x)x_d(t)) \quad (4.33)$$

Les variables  $x_d(t)$  peuvent être extraites facilement à partir de la première équation de (4.29).

## 4.3 Application : Commande floue d'une MSAP

### 4.3.1 Introduction

Les machines synchrones à aimants permanents (MSAP) sont largement utilisées dans des applications industrielles telles que les machines à commande numérique par ordinateur, les robots et les disques durs. Ils sont l'objet d'une attention particulière en raison de leur grande efficacité, haute puissance/poids, et le couple/inertie. Cependant, leur analyse et commande est une tâche difficile, à cause des non-linéarités et de couple de charge. Ainsi, la méthode de commande linéaire ne peut pas garantir des performances satisfaisantes. Afin de surmonter les difficultés associées à la conception d'un régulateur pour les MSAPs, plusieurs approches de commande ont été proposées tels que la commande adaptatif [Liu 2010], la commande neuronale [El-Sousy 2010], la commande linéarisante [Lin 2008], la commande par mode glissant ([Kazraji 2015]). Récemment, de nombreuses méthodes de conception basée sur les principes de la commande floue ont été également proposées ([Choi 2012], [Maamoun 2013]).

La commande floue des MSAPs basée sur le concept VDV a été traitée dans les travaux suivants : ([Lian 2007], [Jung 2010], [Ounnas 2013], [Ounnas 2016]), mais sans prendre en compte les variations du couple de charge, qui représente l'effet de perturbation dans le système. Etant donné que, dans les applications industrielles, la machine synchrone est toujours affectée par différentes perturbations. Par conséquent, de nombreux travaux ont été effectués afin de concevoir des stratégies de commande robuste pour les systèmes non linéaires décrits par des modèles flous de type T-S. Par exemple, dans [Zhang 2006], un régulateur flou robuste basé sur le principe du modèle interne a été introduit pour assurer le suivi d'un signal de référence. D'autre part, dans [Chen 2000] et [Toulotte 2008], l'entrée de référence est considérée comme une perturbation et elle est atténuée à l'aide d'un critère robuste. Cependant, dans [Khiar 2007] la commande  $H_\infty$  a été introduit pour faire face à la conception de performance robuste des systèmes non linéaires.

L'objectif de cette section est de développer un nouveau régulateur pour une MSAP basé sur le concept de VDV et la commande  $H_\infty$ . Dans ce cas, le régulateur flou peut conduire les états de la machine synchrone à suivre un ensemble des variables désirées et rejeter complètement les perturbations. En premier lieu, la MSAP avec perturbation est représentée par un modèle flou T-S. Ensuite, une commande floue basée sur le concept de VDV avec action intégrale est formulée pour simplifier la conception du modèle de référence et la loi de commande. Enfin, les performances de système flou augmenté est analysées par une méthode basée sur l'approche de Lyapunov et la commande  $H_\infty$  qui peut être formulée en un problème de LMIs. Des simulations sont effectuées afin de vérifier l'efficacité de la méthode que nous avons développée.

### 4.3.2 Description

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de rotation du champ tournant du stator. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. La position du champ magnétique rotorique est alors fixée par rapport au rotor. Ce qui impose le synchronisme entre le champ tournant statorique et le rotor ; d'où le nom de machine synchrone [Ezzat 2011].

**Le stator** est similaire à celui de la machine asynchrone. Il se compose d'un bobinage distribué triphasé, tel que les forces électromotrices générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales ou trapézoïdales. Ce bobinage est représenté par les trois axes (a, b, c) déphasés, l'un par rapport à l'autre, de  $120^\circ$  électriques.

**Le rotor** se compose d'aimants permanents. Les aimants permanents présentent l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation. Cependant, on ne peut pas commander l'amplitude du flux rotorique. Il est à noter qu'il existe de nombreuses façons de disposer les aimants au rotor [Ezzat 2011].

- Aimants en surface (Surface Mounted) : Les aimants sont montés sur la surface du rotor en utilisant des matériaux adhésifs à haute résistance. Ils offrent un entrefer homogène, à savoir que le moteur est le plus souvent à pôles lisses. Ses inductances ne dépendent pas de la position du rotor (Fig. 4.2(a)). L'inductance de l'axe-d est égale à celle de l'axe-q. Cette configuration du rotor est simple à réaliser. Ce type du rotor est le plus utilisé. Par contre, les aimants sont exposés aux champs démagnétisants. De plus, ils sont soumis à des forces centrifuges qui peuvent causer leur détachement du rotor.
- Aimants insérés (Inset magnet type) : Les aimants du type insérés aussi sont montés sur la surface du rotor. Cependant, les espaces entre les aimants sont remplis du fer (voir Fig.4.2(b)). L'alternance entre le fer et les aimants provoque l'effet de saillance. L'inductance de l'axe-d est légèrement différente de celle de l'axe-q. Cette structure est souvent préférée pour les machines trapézoïdale, parce que l'arc polaire magnétique peut être réglé afin d'aider à former les forces électromagnétiques.
- Aimants enterrés (Interior magnet type) : Les aimants sont intégrés dans la masse rotorique (Fig.4.2(c)) : le moteur sera à pôles saillants. Dans ce cas, le circuit magnétique du rotor est anisotrope, les inductances dépendent fortement de la position du rotor. Les aimants étant positionnés dans le rotor, ce type de moteur est plus robuste mécaniquement et il permet le fonctionnement à des vitesses plus élevées. D'autre part, il est naturellement plus cher à fabriquer et plus complexe à commander.
- Aimants à concentration de flux (Flux concentrating type) : Comme le montre la (Fig. 4.2(d)), les aimants sont profondément placés dans la masse rotorique. Les aimants et leurs axes se trouvent dans le sens circonférentiel. Le flux sur un arc polaire du rotor est contribué par deux aimants séparés. L'avantage de cette configuration est la possibilité de concentrer le flux généré par les

aimants permanents dans le rotor et d'obtenir ainsi une induction plus forte dans l'entrefer. Ce type de machine possède de l'effet de saillance.

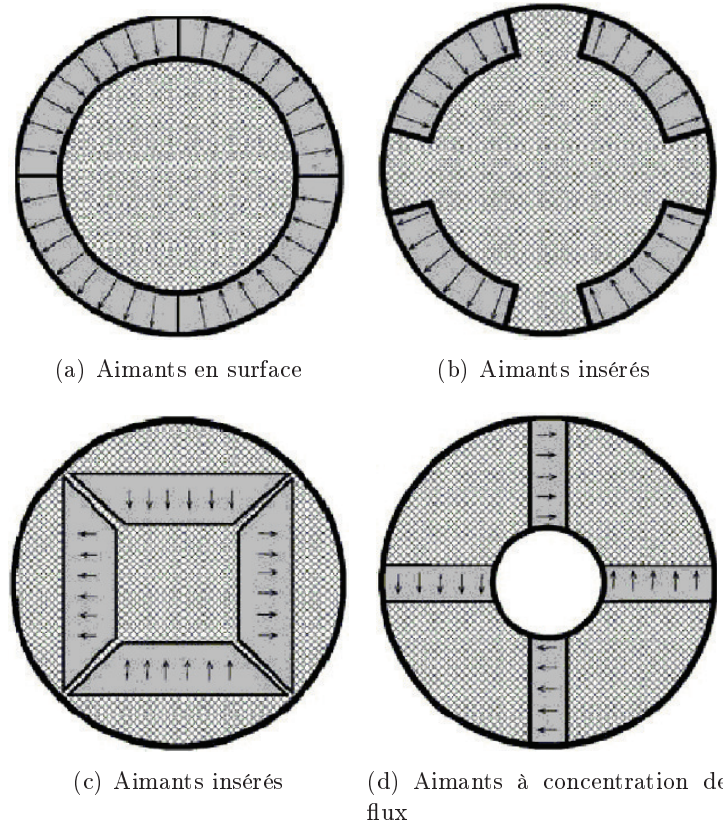


FIGURE 4.2: Différents dispositions d'aimants permanents dans un rotor

### 4.3.3 Classification des MSAP

Ces machines peuvent être classées selon la forme de la force électromotrice ([Bimal 2002], [Arroyo 2006], [Underwood 2010]) :

- Trapézoïdale
- Sinusoïdale

En particulier, les machines synchrones à f.e.m sinusoïdales sont classées en deux sous catégories selon la position des aimants :

1. à pôles saillants, où les aimants sont enterrés dans la masse rotorique (Fig. 4.2(c)) et (Fig. 4.2(d)).
2. à pôles lisses, où les aimants sont montés à la surface du rotor (Fig. 4.2(a))

### 4.3.4 Modélisation de la MSAP

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile. Ce qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de

bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés. La modélisation d'un moteur synchrone à aimants permanents est identique à celle d'une machine synchrone classique sauf que l'excitation en courant continu attachée au rotor est remplacée par le flux de l'aimant. Le modèle est donc issu du modèle de la machine synchrone classique ([Wiley], [Ezzat 2011]).

Dans cette étude, la machine comporte un stator et un rotor de constitution symétrique avec  $p$  paires de pôles. Les enroulements statoriques sont le plus souvent connectés en étoile à neutre isolé. L'excitation rotorique est créée par des aimants permanents au rotor. Afin de simplifier la modélisation de la machine, les hypothèses usuelles données dans la majorité des références sont adoptées comme suit ([Ezzat 2011], [Bimal 2002], [Arroyo 2006], [Mobarakeh 2001], [Lipo 1996]) :

- l'effet d'amortissement au rotor est négligé,
- le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé,
- la répartition des forces magnétomotrices (FMM) est sinusoïdale,
- les couplages capacitifs entre les enroulements sont négligés,
- les phénomènes d'hystérésis et les courants de Foucault sont négligés,
- les irrégularités de l'entrefer dues aux encoches statoriques sont ignorées.

#### 4.3.4.1 Les équations électriques

Les équations triphasés des tensions statoriques s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

où  $[u_a \ u_b \ u_c]^T$  sont les tensions des phases statoriques,  $R_s$  est la résistance statorique,  $[i_a \ i_b \ i_c]^T$  sont les courants des phases statoriques et  $[\Psi_a \ \Psi_b \ \Psi_c]^T$  sont les flux totaux statoriques qui sont exprimés par :

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = [L_{ss}] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{af} \\ \Psi_{bf} \\ \Psi_{cf} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

où

$$\begin{bmatrix} \Psi_{af} \\ \Psi_{bf} \\ \Psi_{cf} \end{bmatrix} = \Psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \\ \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

où,  $\Psi_f$  l'amplitude du flux produit par les aimants permanents.

Dans le cas général, c'est-à-dire, les machines à pôles saillants (sans amortisseurs), la matrice  $[L_{ss}]$  se compose de termes variables et de termes constants. Elle peut écrire :

$$[L_{ss}] = [L_{so}] + [L_{sv}]$$



avec

$$[L_{so}] = \begin{bmatrix} L_{so} & M_{so} & M_{so} \\ M_{so} & L_{so} & M_{so} \\ M_{so} & M_{so} & L_{so} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

et

$$[L_{sv}] = L_{sv} \begin{bmatrix} \cos(2\theta_e) & \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e) \\ \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e) & \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

où  $L_{so}$ ,  $L_{sv}$  et  $M_{sv}$  sont les inductances propres et mutuelle respectivement. Elles sont constantes.

Afin de modéliser les machines triphasées, la transformation de Park est couramment utilisée pour obtenir l'expression des variables dans un repère tournant  $d-q$ . Cette transformation rend les équations dynamiques des machines à courant alternatif plus simples, ce qui facilite leur étude et leur analyse. Cette méthode se décompose en deux étapes :

1. Transformation Repère fixe-Repère tournant (Park),
2. Transformation Triphasé-Diphasé (dans un repère fixe) (Concordia).

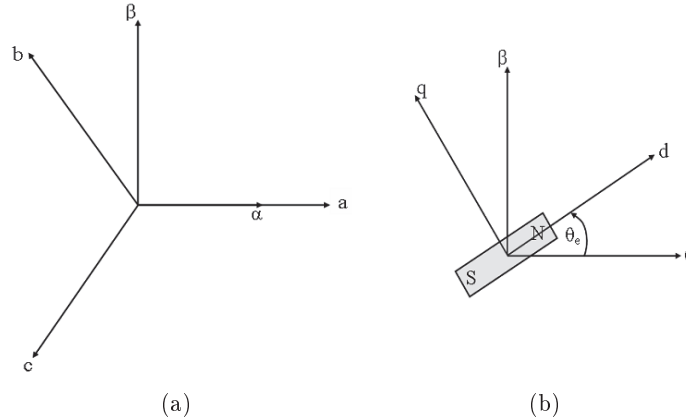


FIGURE 4.3: (a) Transformation de Concordia. (b) Transformation de Park

Appliquant la première transformation (Concordia  $T_{32}$ ) :

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} = T_{32}^T \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}, \quad T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

où  $X$  peut être une variable réelle comme la tension, le courant et le flux, on obtient :

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

La deuxième étape est l'application de la transformation de Park  $P$  au système d'équations (4.40).

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = P(-\theta_e) \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

où

$$P(-\theta_e) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Dans les machines synchrones à répartition sinusoïdale des conducteurs,  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  sont des fonctions linéaires des courants  $i_d$  et  $i_q$  :

$$\begin{cases} \Psi_d = L_d i_d + \Psi_f \\ \Psi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (4.43)$$

En utilisant les équations (4.43) et (4.42), on obtient :

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_d & \omega L_q \\ -\omega L_q & R_s + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \Psi_f \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

#### 4.3.4.2 Les équations mécaniques

La position électrique du rotor, c'est-à-dire  $\theta_e$  est l'angle électrique désignant la position du rotor par rapport au stator, est calculée de

$$J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_e - C_r \quad (4.45)$$

L'équation de la vitesse du rotor est :

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \omega \quad (4.46)$$

et  $\omega = p\Omega$  où  $\omega$  est la vitesse (angulaire) électrique,  $p$  est le nombre de paires de pôles,  $\Omega$  est la vitesse angulaire du rotor,  $C_e$  est le couple électromagnétique,  $C_r$  est le couple de charge,  $J$  est le moment d'inertie total, cela veut dire l'inertie de la machine synchrone plus celle de la charge,  $f$  est le coefficient de frottement visqueux.

#### 4.3.4.3 Couple électromagnétique

Le couple électromagnétique est produit par l'interaction entre les pôles formés par les aimants au rotor et les pôles engendrés par les FMMs dans l'entrefer qui sont générées par les courants statoriques. Ce couple développé par les machines synchrones à f.e.m. sinusoïdale peut être exprimé par ([Mobarakeh 2001]) ;

$$C_e = \frac{3}{2}p(\Psi_\alpha i_\beta - \Psi_\beta i_\alpha) = \frac{3}{2}p(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d)$$

$$C_e = \frac{3}{2}p((L_d - L_q)i_d + \Psi_f)i_q \quad (4.47)$$

Dans le cas où la machine est à pôles lisses ( $L_d = L_q$ ), le terme  $(p(L_d - L_q)i_d i_q)$  formant le couple de réluctance est nul. L'équation du couple se simplifie en :

$$C_e = \frac{3}{2}p\Psi_f i_q \quad (4.48)$$

L'équation montre que le couple est proportionnel à un produit vectoriel représentant une expression non linéaire. En revanche, l'équation montre que le couple est proportionnel au courant de l'axe  $q$ . Cela confirme l'analogie entre cette machine et la machine à courant continu.

En combinant les équations électriques avec les équations mécaniques, le modèle complet de la machine synchrone à aimants permanents illustré dans la Fig.4.4 peut être obtenu.

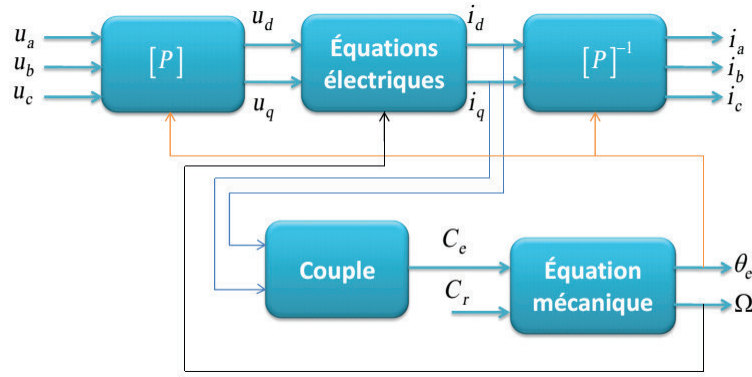


FIGURE 4.4: Schéma fonctionnel de MSAP dans le repère de Park

#### 4.3.4.4 Modèle d'état dans le repère tournant ( $d - q$ )

Dans le cas d'une régulation de couple ou de vitesse angulaire, le modèle non linéaire d'état dans le repère tournant ( $d - q$ ) est décrit par le système ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{\Omega}(t) = \frac{3p}{2J}\Psi_f i_q - \frac{f}{J}\Omega - \frac{1}{J}C_r. \\ \dot{i}_q(t) = -\frac{p\Psi_f}{L}\Omega - \frac{R}{L}i_q - p\Omega i_d + \frac{1}{L}u_q. \\ \dot{i}_d(t) = -\frac{R}{L}i_d + p\Omega i_q + \frac{1}{L}u_d. \end{cases} \quad (4.49)$$

où  $L_d = L_q = L$  et  $R_s = R$ .

Le modèle non linéaire du MSAP peut être écrit sous la forme d'espace d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = A(\Omega)x(t) + Bu(t) + DC_r(t). \quad (4.50)$$

avec

$$x = [\Omega \quad i_q \quad i_d]^T, \quad u = [u_q \quad u_d]^T,$$

$$A(\Omega) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

#### 4.3.5 Modèle flou de la MSAP

Le système non linéaire de la MSAP peut être représenté par une approche floue de type Takagi–Sugeno, en utilisant un certain nombre de règles floues Si-Alors. Nous avons choisi la variable de prémisse suivante :

$$z(t) = z_1(t) = \Omega(t).$$

En supposant que la variable de prémisse est bornée comme suit :

$$\Omega_{min} \leq \Omega(t) \leq \Omega_{max}.$$

Donc, les règles Si-Alors suivantes peuvent être considérées :

Règle flou 1 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{11}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) + D_1C_r(t)$

Règle flou 2 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{12}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + D_2C_r(t)$

avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega_{max} \\ 0 & p\Omega_{max} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega_{min} \\ 0 & p\Omega_{min} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}.$$

$$B_1 = B_2 = B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le modèle flou complet du système peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r=2} h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + D_i C_r(t)) \quad (4.51)$$

avec

$$h_1 = F_{11} = \frac{(\Omega(t) - \Omega_{min})}{(\Omega_{max} - \Omega_{min})}, \quad h_2 = F_{12} = \frac{(\Omega_{max} - \Omega(t))}{(\Omega_{max} - \Omega_{min})}$$

#### 4.3.6 Modèle de référence désiré et loi de commande non linéaire

La loi de commande non linéaire  $u(t)$  et les variables de modèle de référence  $x_d(t)$  peuvent être obtenues en utilisant l'équation (4.4) qui est réécrit comme suit :

$$g(x)(u(t) - \tau(t)) = -A(x)x_d(t) + \dot{x}_d(t) \quad (4.52)$$

L'équation (4.52) peut être réécrite sous la forme matricielle suivante

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} (u(t) - \tau(t)) = - \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_d \\ i_{qd} \\ i_{dd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\Omega}_d \\ \dot{i}_{qd} \\ \dot{i}_{dd} \end{bmatrix}. \quad (4.53)$$

A partir de la première équation de (4.53), on obtient :

$$\dot{\Omega}_d = -\frac{f}{J}\Omega_d + \frac{3p\Psi_f}{2J}i_{qd}. \quad (4.54)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} i_{qd} &= (\dot{\Omega}_d + \frac{f}{J}\Omega_d) \frac{2J}{3p\Psi_f}. \\ \dot{i}_{qd} &= (\ddot{\Omega}_d + \frac{f}{J}\dot{\Omega}_d) \frac{2J}{3p\Psi_f}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

A partir de l'équation (4.53), on obtient la loi de commande non linéaire suivante :

$$\begin{cases} u_q = p\Psi_f\Omega_d + Ri_{qd} + Li_{qd} + Lp\Omega i_{dd} + \tau_q \\ u_d = -pL\Omega i_{qd} + Ri_{dd} + Li_{dd} + \tau_d \end{cases} \quad (4.56)$$

Il est à noter qu'il est nécessaire de choisir  $i_{dd} = 0$ . Par conséquence, on obtient :

$$\begin{cases} u_q = p\Psi_f\Omega_d + R_s i_{qd} + L_s \dot{i}_{qd} + \tau_q \\ u_d = -pL_s \Omega i_{qd} + \tau_d \end{cases} \quad (4.57)$$

La sortie inférée du régulateur flou est déterminée par la sommation :

$$\tau = - \sum_{i=1}^2 h_i(z(t)) K_i \tilde{x} - \sum_{i=1}^2 h_i(z(t)) F_i \tilde{x}_I.$$

où

$$\tau = [\tau_q \quad \tau_d]^T, \quad x = [\Omega \quad i_q \quad i_d]^T, \quad x_d = [\Omega_d \quad i_{qd} \quad i_{dd}]^T.$$

$$\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t), \quad \tilde{x}_I(t) = \int_0^{t_f} \tilde{x}(t) dt.$$

### 4.3.7 Résultats de simulation

Dans cette section, des tests de simulation ont été effectués sur une MSAP pour vérifier l'efficacité de la méthode floue en utilisant le schéma de commande illustré sur la Fig. 4.5. Le schéma comporte trois blocs principaux : le bloc modèle de référence (MR), le bloc contrôleur flou (CF) et le bloc contrôleur non linéaire (CNL). Le premier bloc calcule les variables d'état désirées en fonction de la vitesse désirée. Ce premier bloc sera utilisée par les blocs CF et CNL. Le second bloc calcule la nouvelle loi de commande basée sur la commande floue et le rôle du dernier bloc est

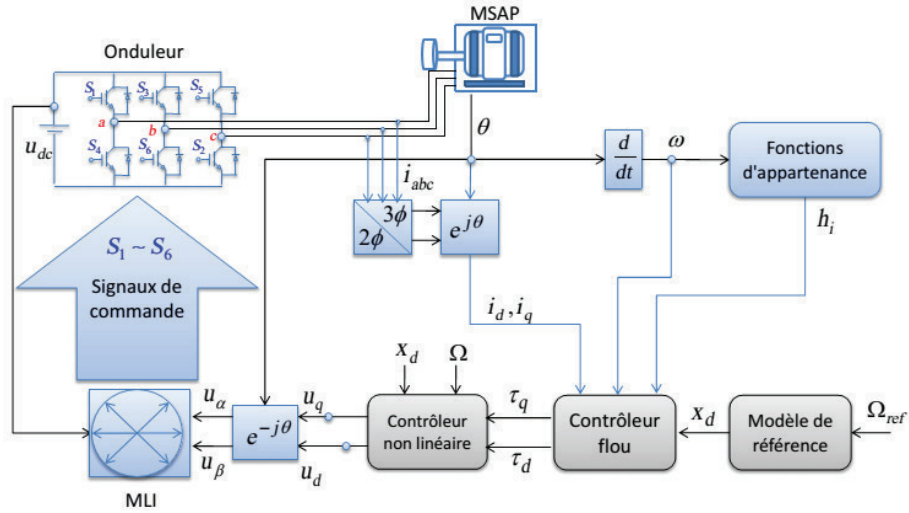


FIGURE 4.5: Schéma global de commande

de générer les tensions de commande qu'il attaquera la MSAP via la transformation de Park inverse et la technique de modulation de largeur d'impulsion (MLI).

La résolution des LMIs (4.25) avec les paramètres du MSAP donnés dans le tableau (5.1) donne les résultats suivants :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 30.4 & 19.988 & 0.19162 \\ -0.42351 & -0.084928 & 9.0015 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 30.388 & 19.987 & -0.0026286 \\ 0.96489 & 0.27894 & 9.005 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 69.025 & 2.9217 & 2.546 \\ -0.95528 & -0.053095 & 30.088 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 68.998 & 2.9733 & -3.022 \\ 2.1594 & -0.4187 & 30.04 \end{bmatrix}.$$

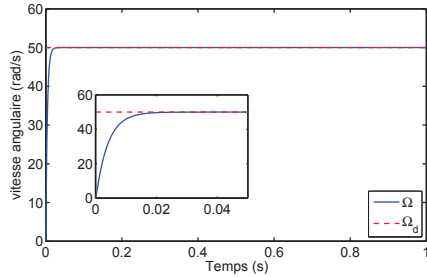
Le schéma développé est vérifié dans deux cas :

TABLE 4.1: Paramètres de la MSAP.

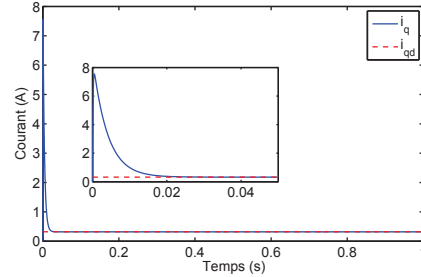
Paramètre	Symbole	Valeur
Nombre de paires de pôles	$p$	4
Résistance statorique	$R$	2.875 $\Omega$
Inductances d'axes directe	$L_d$	8.5 mH
Inductances d'axes en quadrature	$L_q$	8.5 mH
Inertie de rotor	$J$	0.0008 Kg.m <sup>2</sup>
Coefficient de frottement	$f$	0.001 N.m/rad/s
Flux d'excitation	$\lambda$	0.175 wb

1. *Régulation de vitesse* : Considérons la régulation de vitesse pour  $\Omega_d = 50 \text{ rad/sec}$ . Les Figs. 4.6(a) à 4.6(d) illustrent le comportement dynamique de la MSAP pour une régulation de vitesse à vide. Les résultats de simulation montrent l'efficacité du régulateur flou utilisé dont laquelle la vitesse mesurée est parfaitement superposée sur la vitesse de référence. Il est clair que la vitesse présentée par la Fig. 4.6(a)

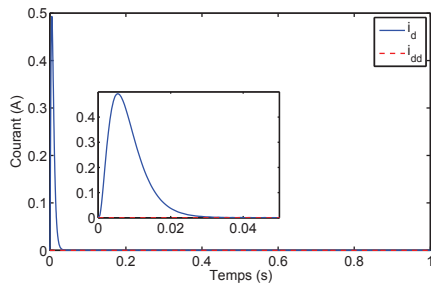
montre que le dépassement est très acceptable (0%) et le temps de réponse est très faible.



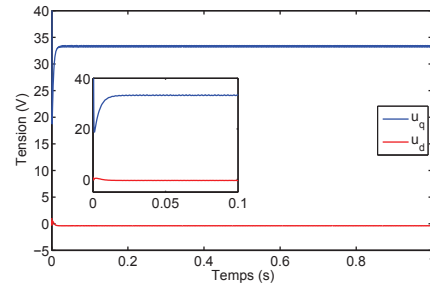
(a) Réponse de la vitesse angulaire



(b) Réponse de courant en quadrature



(c) Réponse de courant direct

(d) Réponse des tensions  $u_q$  et  $u_d$ FIGURE 4.6: Résultats de simulation pour  $\Omega_{ref} = 50$  rad/s

Pour tester la robustesse de la commande, on donne les résultats de simulation illustrés dans les Figs. 4.7(a) à 4.7(d). Dans ces figures, nous avons présenté le comportement de la MSAP pour une référence de vitesse évoluant comme suit : à l'instant initial, on applique un rampe. A  $t = 0.1s$ , on applique un échelon de vitesse de  $50$  rad/s et finalement à  $t = 1.25s$ , on applique un couple de charge de  $5Nm$ . On constate que les résultats de simulation sont très satisfaisants en terme de poursuite et en terme de robustesse. On peut noter que le régulateur flou possède une large capacité de réglage de vitesse et une bonne réponse aussi bien en régime transitoire qu'en régime statique.

2. *Commande de la vitesse pour un consigne sinusoïdal* : Afin d'évaluer les performances du système d'entraînement global, nous avons soumis notre système à un test de simulation pour une consigne de vitesse sinusoïdale de  $y_d(t) = 50 \sin(t)$  rad/sec. Les résultats de simulation sont représentés sur la Fig. 4.8(a), Fig. 4.8(b), Fig. 4.8(c) et la Fig. 4.8(d). Les résultats de simulation montrent les performances de la régulation étant donné que la vitesse désirée est obtenue sans dépassement avec un temps de réponse satisfaisant.

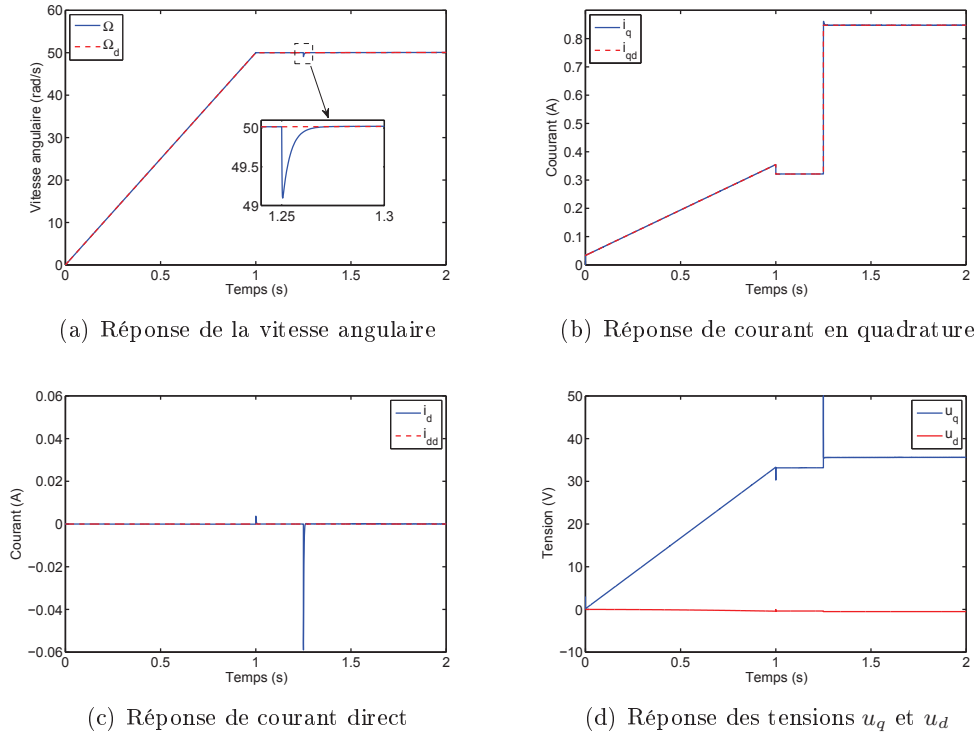
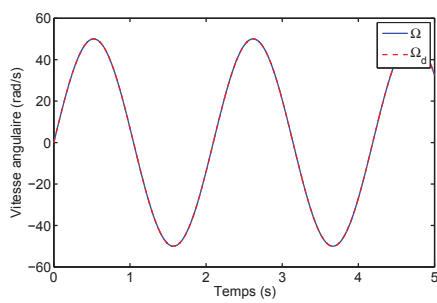


FIGURE 4.7: Résultats de simulation pour une consigne de vitesse variable

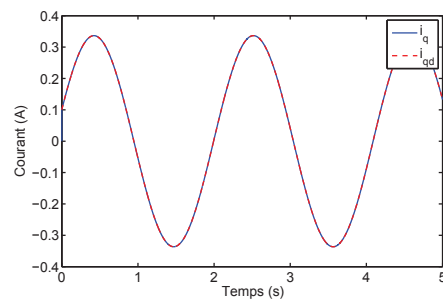
## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité le problème de la commande d'une classe des systèmes non linéaires et perturbés décrits par les modèles flous T-S. L'approche que nous avons abordée dans ce chapitre est basée sur la combinaison de concept VDV avec la performance  $H_\infty$ . Le concept VDV est utilisé pour obtenir un modèle de référence virtuel, d'une part, et il est utilisé pour développer une loi de commande non linéaire garantissant la poursuite, d'autre part. La performance  $H_\infty$  est utilisée pour atténuer l'effet des perturbations externes. Nous avons formulé les objectifs de la commande dans des conditions de stabilité suffisantes en utilisant la méthode de Lyapunov qui sont transformées en un ensemble de LMIs pour obtenir les gains de régulateur flou avec la garantie de la performance  $H_\infty$ . Enfin, nous avons montré l'efficacité du régulateur flou à travers une application à la commande d'une machine synchrone à aimants permanent (MSAP).

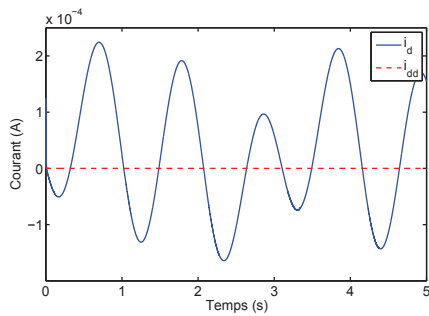




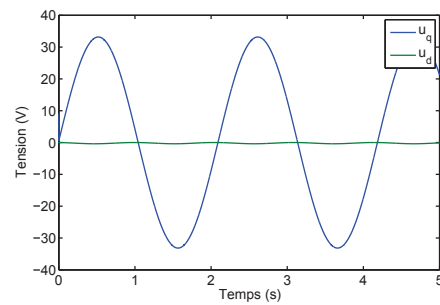
(a) Réponse de vitesse angulaire



(b) Réponse de courant direct



(c) Réponse de courant en quadrature



(d) Tensions de commande

FIGURE 4.8: Résultats de simulation pour une consigne de vitesse sinusoïdale



# Suivi de trajectoire des modèles T–S perturbés avec observateur

---

## Sommaire

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>83</b>
<b>5.2</b>	<b>Modélisation floue T–S</b>	<b>84</b>
<b>5.3</b>	<b>Conception du régulateur flou</b>	<b>85</b>
5.3.1	Formulation du problème	85
5.3.2	Modèle de référence et loi de commande non linéaire	86
5.3.3	Synthèse de stabilité	87
<b>5.4</b>	<b>Estimation de perturbation</b>	<b>87</b>
5.4.1	Observateur flou à mode glissant	87
5.4.2	Synthèse de stabilité	89
5.4.3	Estimation des entrées inconnues	90
<b>5.5</b>	<b>Application : Commande floue d’une MSAP</b>	<b>91</b>
5.5.1	Modèle de la MSAP dans le repère de Park	91
5.5.2	Modèle flou de la MSAP	91
5.5.3	Modèle de référence et loi de commande non linéaire	92
5.5.4	Résultats de la simulation	93
<b>5.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>94</b>

---

## 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous développons une méthode de commande floue pour une classe des systèmes non linéaire basée sur l’estimation de perturbation avec un observateur flou à mode glissant. En premier lieu, nous utilisons les modèles flous T–S pour décrire le comportement dynamique de systèmes non linéaire. Ensuite, Nous développons un régulateur flou de type PDC et nous dérivons un modèle de référence en fonction des états désiré et de la perturbation. Dans ce cas, au lieu d’atténuer l’effet de la perturbation sur le système à l’aide de la performance  $H_\infty$ , la perturbation devient une partie du modèle de référence pour compenser complètement son effet sur le système. En revanche, le problème réside ici dans le fait que la perturbation est généralement inconnue ou difficile à mesurer. Pour surmonter ce problème, nous développons un observateur flou à mode glissant basé sur la méthode proposée dans [Walcott 1987], pour estimer efficacement les variations de la perturbation.

L'idée principale de cet observateur est d'étendre les observateurs à mode glissante traditionnels aux systèmes dynamiques décrits par les modèles flous T–S. Enfin , nous présentons une application à la commande en vitesse d'une machine synchrone à aimant permanent.

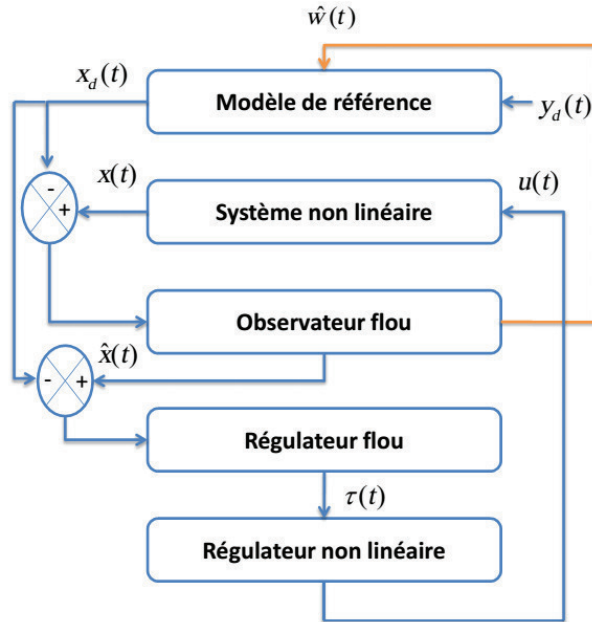


FIGURE 5.1: Schéma globale de la commande floue.

## 5.2 Modélisation floue T–S

Considérons l'équation dynamique d'un système non linéaire et perturbé :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + \vartheta(x)w(t) \\ y(t) = \varphi(x(t)) \end{cases} \quad (5.1)$$

Où  $x(t)$  est le vecteur d'état,  $u(t)$  est le vecteur d'entrée,  $w(t)$  est le vecteur de perturbations,  $f$ ,  $g$ ,  $\vartheta$  et  $\varphi$  sont des fonctions non linéaires avec des dimensions appropriées.

Le système non linéaire (5.1) peut être exprimé par les règles floues suivantes :  
Si  $z_1$  est  $F_{1i}$  et ... and Si  $z_g$  est  $F_{gi}$  Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + E_i w(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i = 1, \dots, r. \quad (5.2)$$

où  $z_1, \dots, z_g$  sont les variables de prémisses du système,  $F_{ji}$  ( $j = 1, 2, \dots, g$ ) sont les fonctions d'appartenance,  $r$  est le nombre de règles floues,  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  and  $E_i$  sont les matrices du système avec des dimensions appropriées.

Le système flou global est inféré comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + E_i w(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))C_i x(t) \end{cases} \quad (5.3)$$

où

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^r F_{ij}((z(t))), \quad h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \lambda_i((z(t)))}.$$

## 5.3 Conception du régulateur flou

### 5.3.1 Formulation du problème

L'objectif est de développer un régulateur par retour d'état capable de conduire l'état du système  $x(t)$  pour suivre un ensemble spécifié de VDV's  $x_d(t)$  et de rejeter l'influence de la perturbation. Le régulateur est nécessaire pour satisfaire la condition suivante :

$$x(t) - x_d(t) \rightarrow 0 \quad \text{telle que } t \rightarrow \infty \quad (5.4)$$

Selon  $y(t) = \varphi(x(t))$ , il est naturel d'imposer  $y_d(t) = \varphi(x_d(t))$ , ce qui représente l'état de sortie désiré. En posant  $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$  qui représente l'erreur de poursuite. Sa dérivée temporelle est donnée par :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t). \quad (5.5)$$

En remplaçant (5.2) par sa valeur dans (5.5) et en ajoutant le terme  $\sum_{i=1}^r h_i(z(t))A_i(x_d(t) - x_d(t))$ , l'équation (5.5) devient :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i \tilde{x}(t) + B_i u(t) + E_i w(t) + A_i x_d(t)) - \dot{x}_d(t) \quad (5.6)$$

Dans (5.6), on introduit une nouvelle variable  $\tau(t)$  qui satisfait la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_i \tau = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))B_i u + \sum_{i=1}^r h_i(z(t))A_i x_d + \sum_{i=1}^r h_i(z(t))E_i w - \dot{x}_d. \quad (5.7)$$

En utilisant (5.7), l'erreur de poursuite (5.6) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i \tilde{x}(t) + B_i \tau(t)). \quad (5.8)$$

Les nouveaux régulateurs sont conçus pour traiter le problème de suivi de trajectoire comme suit :

$$\text{Si } z_1 \text{ est } F_{1i} \text{ et ... et Si } z_g \text{ est } F_{gi} \text{ Alors } \tau(t) = -K_i \tilde{x}(t)$$

La sortie finale du régulateur flou est donnée par la sommation suivante :

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{x}(t). \quad (5.9)$$

En appliquant la loi de commande (5.9) au modèle (5.8), le système en boucle fermée prend la forme suivante :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) \tilde{x}. \quad (5.10)$$

En posant  $G_{ij} = (A_i - B_i K_j)$ , l'équation (5.10) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) G_{ij} \tilde{x}. \quad (5.11)$$

### 5.3.2 Modèle de référence et loi de commande non linéaire

A fin de déterminer les variables désirées  $x_d(t)$  et la loi de commande  $u(t)$ , on utilise l'équation (5.7) :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z) B_i (u - \tau) = - \sum_{i=1}^r h_i(z) A_i x_d(t) - \sum_{i=1}^r h_i(z) E_i w(t) + \dot{x}_d(t). \quad (5.12)$$

En notant que :  $g(x) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) B_i$ ,  $A(x) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i$  and  $\vartheta(x) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) E_i$ . Alors, l'équation (5.12) peut être réécrite comme suit :

$$g(x)(u(t) - \tau(t)) = -A(x)x_d(t) - \vartheta(x)w(t) + \dot{x}_d(t) \quad (5.13)$$

L'existence de l'entrée  $u(t)$  dépend de la forme de  $g(x)$  et  $\vartheta(x)$  qui sont supposé de plein rang.

$$\begin{cases} g(x) = \begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x) \end{bmatrix}, A(x) = \begin{bmatrix} A_{n-m} \\ \text{---} \\ A_m \end{bmatrix}, \\ \vartheta(x) = \begin{bmatrix} E(x) \\ \text{---} \\ 0_m \end{bmatrix}, x_d(x) = \begin{bmatrix} x_{d_{n-m}} \\ \text{---} \\ x_{d_m} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (5.14)$$

L'équation (5.13) peut être réécrite dans la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x)(u - \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{d_{n-m}} - A(x)_{n-m} x_d(t) \\ \text{---} \\ \dot{x}_{d_m} - A(x)_m x_d(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E(x)w(t) \\ \text{---} \\ 0_m \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

A partir de la deuxième équation de (5.15), la loi de commande non linéaire peut être dérivée, comme suit :

$$u(t) = B^{-1}(x)(\dot{x}_{d_m}(t) - A_m(x)x_d(t)) + \tau(t). \quad (5.16)$$

où

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{x}(t).$$

Les VDV s peuvent être facilement dérivés à partir de la première équation de (5.15).

### 5.3.3 Synthèse de stabilité

Afin de calculer les gains de régulateur, le théorème 3.2.1 est considéré ([Lian 2006], [Ounnas 2016]). Les LMIs suivantes peuvent être obtenues :

$$\exists X = X^T > 0, \exists Y_{ii} = Y_{ii}^T, \exists Y_{ij} = Y_{ji}^T, M_i$$

$$\begin{bmatrix} X A_i^T + A_i X - B_i M_i - M_i^T B_i^T + Y_{ii} & X F^T \\ F X & -X \end{bmatrix} < 0, \quad (5.17)$$

$$X A_i^T + A_i X + X A_j^T + A_j X - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T + 2Y_{ij} \leq 0, i < j \leq r \quad (5.18)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1r} \\ Y_{12} & Y_{22} & \dots & Y_{2r} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ Y_{1r} & Y_{2r} & \dots & Y_{rr} \end{bmatrix} > 0 \quad (5.19)$$

## 5.4 Estimation de perturbation

L'utilisation de la première équation de (5.15) permet de développer le modèle de référence en fonction de la perturbation, qui est généralement une variable inaccessible ou difficile à mesurer. A cet effet, il est important de déterminer sa valeur estimée. Nous nous sommes intéressés à l'estimation d'une entrée inconnue (perturbation) en utilisant un observateur flou à mode glissant.

### 5.4.1 Observateur flou à mode glissant

L'approche de commande par mode glissant a émergé en Union Soviétique vers la fin des années 60, où des régulateurs discontinus pour une classe des systèmes dynamiques ont été analysés. En utilisant une loi de commande commutée judicieuse, on a constaté que les états du système pouvaient être forcés pour atteindre et rester ultérieurement sur une surface prédéfinie dans l'espace d'état. Contraint sur cette surface, le mouvement résultant, appelé mouvement glissant, s'est avéré peu sensible à toutes les incertitudes ou signaux externes de perturbation. Cette propriété inhérente de robustesse a eu comme conséquence le développement de recherches dans le domaine de la commande par modes glissants. Ces idées ont été ultérieurement utilisées dans d'autres situations comprenant le problème d'estimation d'état par l'intermédiaire d'un observateur ([Akhenaik 2004]).

Les premiers observateurs à une structure discontinue ont été réalisés par Utkin ([Walcott 1986]). Walcott et Zak ont proposé une méthode basée sur l'approche de

Lyapunov pour synthétiser un observateur qui assure la décroissance asymptotique de l'erreur d'estimation d'état sous des contraintes de non linéarités et d'incertitudes sur les entrées du système non linéaire ([Utkin 1981]). Les auteurs de [Edwards 1994] et [Edwards 2000] ont utilisé une stratégie de développement d'un observateur, semblable à celle de Walcott et Zak, en offrant de plus un algorithme explicite de conception. Dans le cadre de systèmes non linéaires représenté par des multimodèle, la synthèse des contrôleurs par modes glissants a été considérée dans ([Kudva 1980]).

Le problème considéré ici consiste à reconstruire la perturbation en utilisant les informations fournies par les entrée et les sorties du système non linéaire. L'observateur considéré est une combinaison linéaire d'observateurs locaux, chacun ayant la structure proposée dans [Walcott 1987]. Dans ce contexte, nous considérons que la perturbation est bornée, tel que  $\|w\| \leq \eta$ , où  $\eta$  est un scalaire et  $\|\cdot\|$  représente la norme Euclidienne. On suppose également qu'il existe des matrices  $L_i$  telle que  $\tilde{A}_i = A_i - L_i C$  a des valeurs propres stables, et qu'il existe une matrice  $\tilde{P} > 0$ , une matrice  $\tilde{Q}$ , des matrices  $F_i$  respectant les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i = -\tilde{Q} \\ F_i C = E_i^T \tilde{P} \end{cases} \quad (5.20)$$

L'observateur flou à mode glissant est donné par la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i r(t) + E_i v_i(t)) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (5.21)$$

Les matrices  $L_i$  et les variables de contrôle  $v_i$  doivent être déterminées afin de garantir la convergence asymptotique de  $\hat{x}(t)$  vers  $x(t)$ . Les termes  $v_i$  sont conçus pour compenser l'erreur due à la perturbation.  $r(t)$  est l'erreur de sortie qui est définie par :

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) = C e(t) \quad (5.22)$$

où  $e(t)$  est l'erreur d'estimation qui est définie par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (5.23)$$

et sa dérivé peut être écrite comme suit :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z) ((A_i - L_i C)e + B_i u + E_i w - E_i v_i(t)) \quad (5.24)$$



### 5.4.2 Synthèse de stabilité

L'erreur d'estimation (5.24) converge vers zéro, si les conditions de théorème 5.4.1 sont vérifiées :

**Théorème 5.4.1.** [Akhenak 2004] *L'erreur d'estimation (5.24) converge vers zéro, Si  $v_i$  satisfait les conditions suivantes :*

$$\begin{cases} v_i(t) = \eta \frac{F_i r}{\|F_i r\|} & \text{Si } r(t) \neq 0 \\ v_i(t) = 0 & \text{if } r(t) = 0 \end{cases} \quad (5.25)$$

et s'il existe une matrice symétrique  $\tilde{P}$ , tel que :

$$\tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i < 0 \quad (5.26)$$

*Démonstration.* Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e(t)) = e^T(t) \tilde{P} e(t) \quad (5.27)$$

Sa dérivée par rapport au temps, le long de la trajectoire du système en utilisant les équations (5.23) et (5.24) s'écrit :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^r h_i(z) \left( e^T (\tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i) e + 2e^T P E_i T_L - 2e^T E_i v_i \right) \quad (5.28)$$

En utilisant la deuxième égalité de la contrainte (5.20), la dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^r h_i(z) \left( e^T (\tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i) e + 2e^T C^T F_i^T w - 2e^T C^T F_i^T v_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(z) \left( e^T (\tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i) e + 2r^T F_i^T w - 2r^T F_i^T v_i \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^r h_i(z) \left( e^T (\tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i) e + 2\eta \|F_i r\| - 2r^T F_i^T v_i \right) \end{aligned}$$

que l'on peut majorer par :

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^r h_i(z) \left( e^T (\tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i) e + 2\eta \|F_i r\| - 2\eta r^T F_i^T \frac{F_i r}{\|F_i r\|} \right) \quad (5.30)$$

Dans le cas où le résidu  $r(t)$  est non nul, la majoration de la dérivée de la fonction de Lyapunov se simplifie en utilisant la relation (5.25) comme suit :

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^r h_i(z) e^T (\tilde{A}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i) e \quad (5.31)$$

Dans le cas où  $r(t)$  est nul ( $r(t) = 0$ ) on obtient la même majoration. L'observateur flou à mode glissant (5.21) converge donc si les relations (5.25) et (5.26) sont satisfaites.  $\square$

Pour calculer les variables de contrôle  $v_i(t)$ , nous utilisons les LMIs suivantes :

$$\begin{aligned} \exists \tilde{P} = \tilde{P}^T > 0, \exists \tilde{Q}, \exists F_i : \\ \begin{cases} (A_i - L_i C)_i^T \tilde{P} + \tilde{P} (A_i - L_i C) = -\tilde{Q} \\ F_i C = E_i^T \tilde{P} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.32)$$

où  $L_i$  peut être calculé en utilisant la technique de placement de pôles.

### 5.4.3 Estimation des entrées inconnues

Plusieurs travaux ont été réalisés pour l'estimation des entrées inconnues dans le cadre des systèmes dynamiques linéaires. Les méthodes proposés dans ces travaux sont généralement basée sur la connaissance des matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $E_i$  et la matrice de sortie  $C$  du modèle flou T–S ( [Edwards 2000], [Akhenak 2004]).

Considérons le modèle flou T–S en l'absence d'entrées inconnues :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t)) \\ \bar{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (5.33)$$

La convergence de l'observateur flou défini par (5.21) et (5.25) est garantie si la condition (5.26) et la contrainte (5.20) sont respectées. En régime permanent, l'erreur d'estimation d'état (5.23) tend vers zéro, on a alors  $x = \hat{x}$ .

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \bar{w}(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (5.34)$$

où le vecteur  $\bar{w}$  représente une estimation de l'entrée inconnue. Considérons  $\varepsilon(t)$  l'erreur entre l'état du système (5.33) et celui du système (5.35), celle-ci peut s'écrire :

$$\varepsilon = \hat{x} - \bar{x} \quad (5.35)$$

La dynamique de cette erreur est régie par l'équation :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\hat{x}} - \dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i \varepsilon + E_i \hat{w}) \quad (5.36)$$

Sous réserve de l'existence de l'inverse généralisée de la somme pondérée des matrices de transmission des entrées inconnues  $E_i$ , on peut exprimer le vecteur d'entrées inconnues sous la forme :

$$\hat{w} = \left( \sum_{i=1}^r h_i(z) E_i \right)^{(-)} \left( \dot{\varepsilon}(t) - \sum_{i=1}^r h_i(z) A_i \varepsilon \right) \quad (5.37)$$

où  $(\sum_{i=1}^r h_i(z) E_i)^{(-)}$  représente le pseudo-inverse de la matrice  $(\sum_{i=1}^r h_i(z) E_i)$  défini par :

$$\left( \sum_{i=1}^r h_i(z) E_i \right)^{(-)} = \left( \sum_{i=1}^r h_i(z) E_i \right)^T \left( \left( \sum_{i=1}^r h_i(z) E_i \right) \left( \sum_{i=1}^r h_i(z) E_i \right)^T \right)^{-1} \quad (5.38)$$

## 5.5 Application : Commande floue d'une MSAP

Dans cette section, nous considérons le problème de la commande floue d'une MSAP, en utilisant le concept de VDV et un observateur de couple de charge qui est considéré comme perturbation. Tout d'abord, nous utilisons les modèles flous T-S pour décrire le comportement dynamique de la machine synchrone. Ensuite, nous développons un contrôleur flou T-S à l'aide de la technique PDC. Nous dérivons également un modèle de référence et un contrôleur de poursuite non linéaire. Le modèle de référence est conçu en fonction des états désirés et du couple de la charge. Nous considérons un observateur flou à mode glissant, pour estimer efficacement les variations du couple de charge.

### 5.5.1 Modèle de la MSAP dans le repère de Park

Le modèle non linéaire du MSAP peut être écrit sous la forme d'espace d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = A(\Omega)x(t) + Bu(t) + EC_r(t). \quad (5.39)$$

avec

$$x = [\Omega \quad i_q \quad i_d]^T, \quad u = [u_q \quad u_d]^T,$$

$$A(\Omega) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

### 5.5.2 Modèle flou de la MSAP

Le système non linéaire de la MSAP peut être représenté par une approche floue de type Takagi-Sugeno, en utilisant un certain nombre de règles floues Si-Alors. Nous avons choisi la variable de prémisse suivante :

$$z(t) = z_1(t) = \Omega(t).$$

En supposant que la variable de prémisse est bornée comme suit :

$$\Omega_{min} \leq \Omega(t) \leq \Omega_{max}.$$

Donc, les règles Si-Alors suivantes peuvent être considérées :

Règle flou 1 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{11}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) + E_1C_r(t)$

Règle flou 2 : Si  $z_1(t)$  est  $F_{12}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + E_2C_r(t)$

avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega_{max} \\ 0 & p\Omega_{max} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega_{min} \\ 0 & p\Omega_{min} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}.$$

$$B_1 = B_2 = B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}, E_1 = E_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le modèle flou complet du système peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r=2} h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + E_i C_r(t)) \quad (5.40)$$

avec

$$h_1 = F_{11} = \frac{(\Omega(t) - \Omega_{min})}{(\Omega_{max} - \Omega_{min})}, \quad h_2 = F_{12} = \frac{(\Omega_{max} - \Omega(t))}{(\Omega_{max} - \Omega_{min})}$$

### 5.5.3 Modèle de référence et loi de commande non linéaire

La loi de commande non linéaire  $u(t)$  et les variables de modèle de référence  $x_d(t)$  peuvent être obtenues en utilisant l'équation (5.13) qui est réécrit comme suit :

$$g(x)(u(t) - \tau(t)) = -A(x)x_d(t) - E(x)C_r(t) + \dot{x}_d(t) \quad (5.41)$$

En appliquant l'équation (5.41) au modèle de la MSAP, nous obtenons la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} (u(t) - \tau(t)) = - \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3p\Psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\Psi_f}{L} & -\frac{R}{L} & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

$$\times \begin{bmatrix} \Omega_d \\ i_{qd} \\ i_{dd} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} C_r(t) + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Omega_d \\ i_{qd} \\ i_{dd} \end{bmatrix}. \quad (5.43)$$

où :  $\tau = [\tau_q \quad \tau_d]^T$  est le nouveau régulateur ;  $x_d = [\Omega_d \quad i_{qd} \quad i_{dd}]^T$  est le vecteur d'état désiré. A partir de l'équation (5.43), on peut écrire que :

$$\dot{\Omega}_d = -\frac{f}{J}\Omega_d + \frac{3p\Psi_f}{2J}i_{qd} + \frac{1}{J}C_r. \quad (5.44)$$

Ce qui nous amène à écrire que :

$$i_{qd} = (\dot{\Omega}_d + \frac{f}{J}\Omega_d + \frac{1}{J}C_r) \frac{2J}{3p\Psi_f}. \quad (5.45)$$

En choisissant  $i_{dd} = 0$ , les variables du modèle de référence sont écrites comme suit :

$$x_d(y_d, C_r) = \begin{bmatrix} \Omega_d \\ i_{qd} \\ i_{dd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_d \\ (\dot{y}_d + \frac{B}{J}y_d + \frac{1}{J}C_r) \frac{2J}{3p\Psi_f} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

où  $y_d = \Omega_d$  est la vitesse désiré.

Sachant que la perturbation est une variable inconnue, ce qui nous amène à remplacer sa valeur réelle par sa valeur estimée, comme suit :

$$x_d(\Omega_d, \hat{C}_r) = \begin{bmatrix} \Omega_d \\ (\dot{\Omega}_d + \frac{B}{J}y_d + \frac{1}{J}\hat{C}_r)\frac{2J}{3p\Psi_f} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

A partir de la troisième équation de (5.43), on obtient les lois de commande suivante :

$$\begin{cases} u_q = p\Psi_f\Omega_d + Ri_{qd} + L\dot{i}_{qd} + Lp\Omega i_{dd} + \tau_q \\ u_d = -pL\Omega i_{qd} + Ri_{dd} + L\dot{i}_{dd} + \tau_d \end{cases} \quad (5.48)$$

En remplaçant  $i_{dd}$  par sa valeur dans (5.48), on obtient les lois de commande non linéaire suivante :

$$\begin{cases} u_q = p\Psi_f\Omega_d + Ri_{qd} + L\dot{i}_{qd} + \tau_q \\ u_d = -pL\Omega i_{qd} + \tau_d \end{cases} \quad (5.49)$$

#### 5.5.4 Résultats de la simulation

Dans cette section, des tests de simulation ont été effectués sur une MSAP pour vérifier l'efficacité de la méthode floue en utilisant le schéma de commande illustré sur la Fig. 5.2. Les gains de contrôleurs flous suivants sont calculés en résolvant les

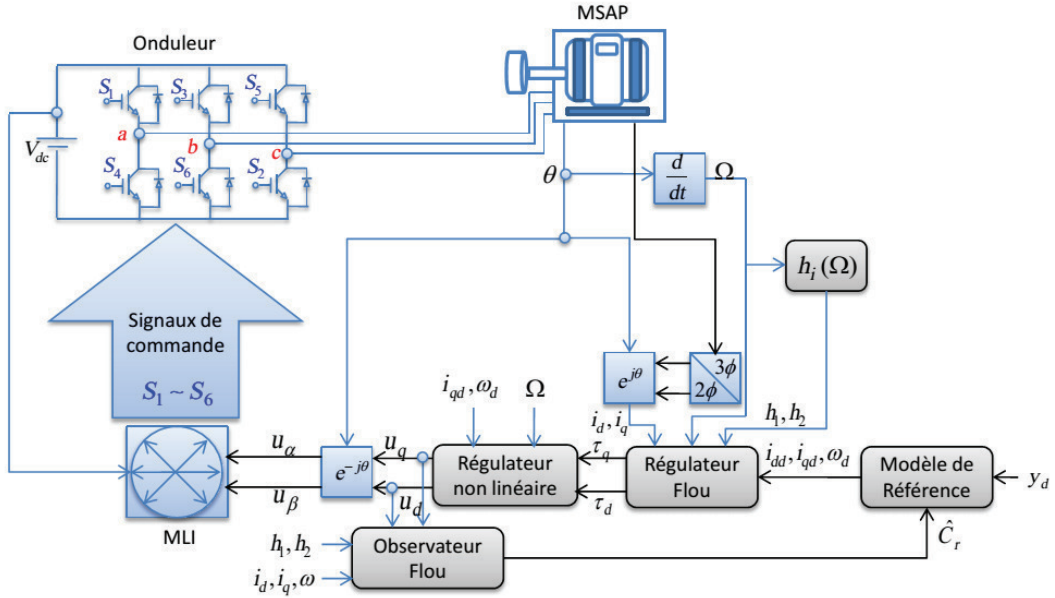


FIGURE 5.2: Schéma de la commande de la MSAP.

LMI (3.14), (3.15) et (3.16) comme suit :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 8.1338 & 18.8361 & 0.0758 \\ -0.0765 & 0.0780 & 18.8743 \end{bmatrix}$$

TABLE 5.1: Paramètres de la MSAP.

Paramètre	Symbole	Valeur
Nombre de paires de pôles	$p$	4
Résistance statorique	$R$	2.875 $\Omega$
Inductances d'axes directe	$L_d$	8.5 $mH$
Inductances d'axes en quadrature	$L_q$	8.5 $mH$
Inertie de rotor	$J$	0.0008 $Kg.m^2$
Coefficient de frottement	$f$	0.001 $N.m/rad/s$
Flux d'excitation	$\Psi_f$	0.175 $wb$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 12.4762 & 16.8344 & -0.3105 \\ -0.1569 & -0.2428 & 17.9380 \end{bmatrix}.$$

Les gains de l'observateur  $F_i$  sont calculés en résolvant les LMIs (5.32), comme suit :

$$F_1 = F_2 = -4.2745 \times 10^3$$

où les gains  $L_i$  sont calculés par la technique de placement des pôles, comme suit :

$$L_1 = 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0.1353 & 3.1135 & 0.7554 \end{bmatrix}, L_2 = 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0.1353 & 3.1135 & -0.7554 \end{bmatrix}$$

La commande floue de la MSAP a été vérifiée pour les cas suivants :

#### Asservissement de vitesse

L'objectif de la première simulation est de forcer la vitesse de la MSAP à suivre une vitesse de référence sinusoïdale  $\Omega_d(t) = 100\sin(t) \text{ rad/s}$ . Les résultats de simulation sont illustrés sur les Figs. 5.3(a) à 5.3(d). Nous pouvons constater que l'adjoint d'un observateur de perturbation a permis une meilleure poursuite de trajectoire.

#### Régulation de la vitesse

L'objectif de la deuxième simulation est de forcer la vitesse de la MSAP à suivre une consigne de vitesse de  $\Omega_d(t) = 50 \text{ rad/s}$ . A à l'instant  $t = 0.5 \text{ s}$ . On applique donc un couple de charge de 5  $N.m$ , comme il est indiqué à la Fig. 5.4(d). D'après les résultats de simulation illustrés sur les Figs. 5.4(a) à 5.4(f), nous pouvons constater que l'adjoint d'un observateur de perturbation a permis une meilleure poursuite de trajectoire. En ce qui concerne le rejet de perturbation, nous pouvons remarquer que le régulateur flou réalise un asservissement parfait de la vitesse. En effet, au moment de l'application de couple de la charge, l'erreur de vitesse maximale transitoire enregistrée ne dépasse pas 0.75  $rad/sec$  et ne tarde pas à s'annuler complètement. D'après la Fig. 5.4(e), il est clair que la variation du couple de charge peut être identifiée avec succès par l'observateur flou à mode glissant.

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit un nouveau schéma de contrôle pour les systèmes non linéaires avec entrée inconnue décrits par le modèle T–S. Le schéma de la commande est basé sur le concept VDV et l'estimation de la perturbation

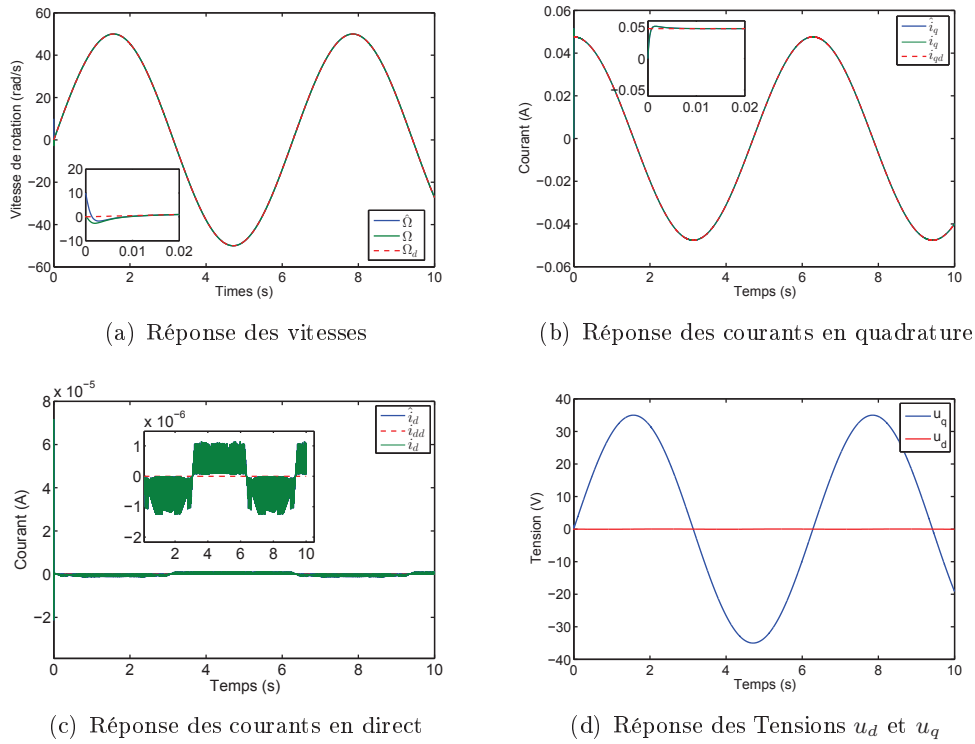
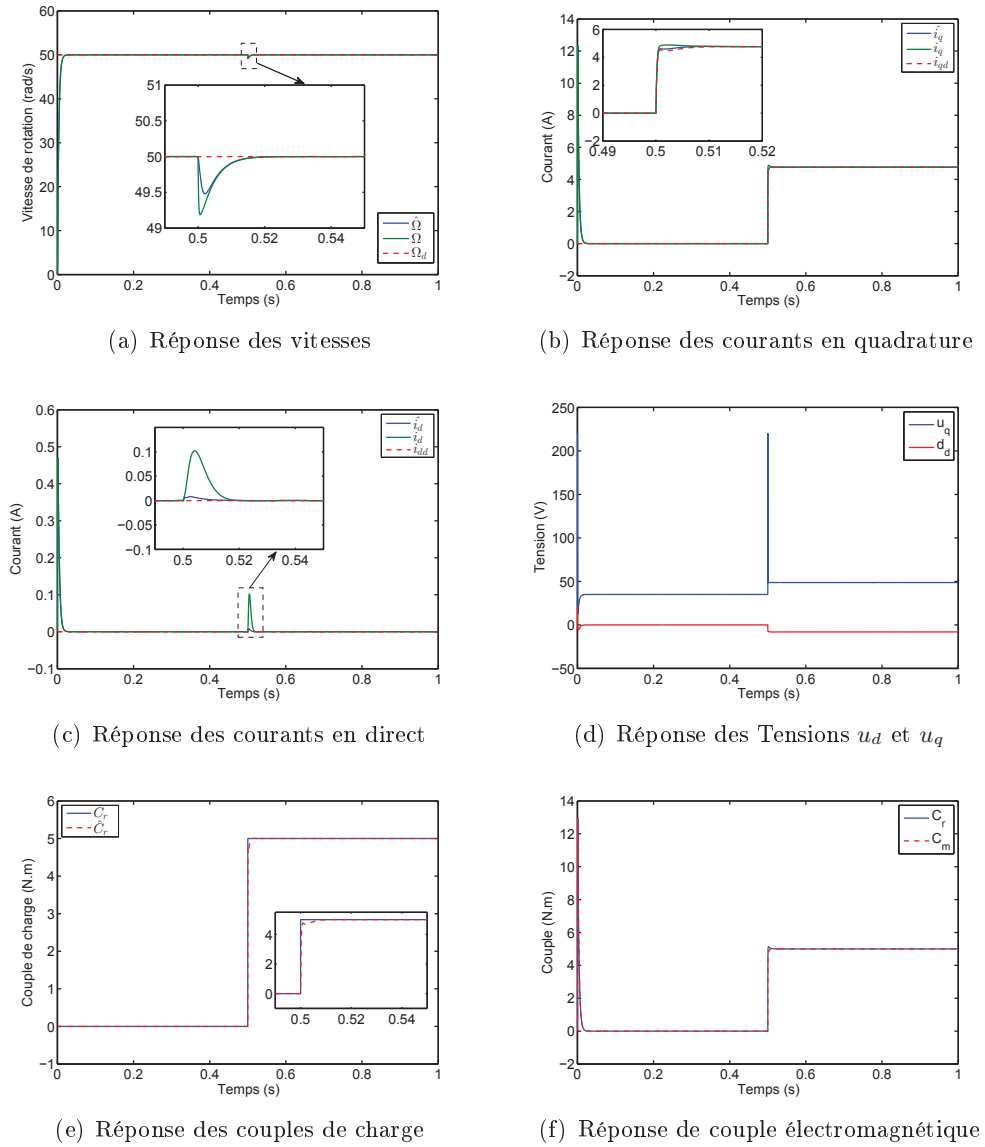


FIGURE 5.3: La réponse de la MSAP pour  $\Omega_d(t) = 50\sin(t)$  rad/s.

via un observateur à mode glissant. Des conditions suffisantes pour la stabilité sont dérivées de la méthode de Lyapunov qui peut être formulée en un problème de LMIs. Le concept de VDV a été utilisé pour simplifier la conception du modèle de référence et de la loi de commande. Sans perte de généralité, la commande a été testée avec succès pour l'étude de cas d'une machine synchrone à aimant permanent. Les résultats montrent que les performances souhaitées pour le système contrôlé peuvent être obtenues grâce à la méthode de contrôle flou.

FIGURE 5.4: Réponse de la MSAP pour  $\Omega_d(t) = 50 \text{ rad/s}$



# Conclusion et Perspectives

---

Tout au long de cette thèse, notre objectif a été le développement des techniques de synthèse de contrôleurs pour les modèles flous T–S et aussi à leur application pour la commande de certaines classes de systèmes non linéaires. Les approches élaborées dans cette thèse sont basées sur le concept VDV qui facilite l’obtention de modèle de référence, sur le critère  $H_\infty$  pour atténuer complètement l’effet des perturbations d’une part et sur l’observateur flou à mode glissant pour estimer les perturbations d’autre part. Les conditions de stabilité des systèmes T–S sont étudiées par l’approche quadratique de Lyapunov, et sont formulés en problème équivalent d’inégalités linéaires matricielles (LMIs) pour une meilleure exploitation numérique des résultats.

Au cours du deuxième chapitre, nous avons mené une étude bibliographique qui porte sur la modélisation floue, la stabilité et la stabilisation des modèles T–S. Ce qui a permis de présenter un état de l’art sur les principaux résultats de la littérature. Dans cette partie, nous avons détaillé le principe de la commande PDC et les lois de commande principales qui en découlent avec la mise en oeuvre d’observateur T–S. Nous avons également montré quelques résultats concernant la relaxation des LMIs. Ces outils présentés ont été exploités pour stabiliser un système UAV de type quadricoptère. Les résultats de simulation ont montré l’efficacité et les performances de la méthode floue.

Après un positionnement du problème concernant la stabilisation des modèles flous T–S, le chapitre 3 a visé l’intérêt des approches de synthèse des lois des commandes proposées dans cette thèse. Ainsi, la synthèse de commande des modèles T–S pour assurer le suivi de trajectoire avec un modèle de référence. La synthèse de la loi de commande et l’obtention de modèle de référence sont discuté avec le concept VDV. Au cours de cette approche, nous avons montré des conditions relâchées qui tiennent compte du nombre maximal de règles actives à chaque instant. Une application à la commande d’une chaîne de conversion photovoltaïque est étudiée. Les résultats de simulation ont montré que le système photovoltaïque peut être contrôlé efficacement par la technique de commande proposée et peut surmonter les limites des techniques conventionnels.

Nous nous sommes ensuite intéressés dans le quatrième chapitre au problème de suivi de trajectoire des modèles flous T–S perturbés et à leur application pour la commande de certaines classes de systèmes non linéaires. Nous avons proposé une technique de commande basée sur la combinaison de concept VDV avec l’approche  $H_\infty$  pour développer des lois de commande assurant la performance de poursuite

et la minimisation de l'erreur de poursuite par rapport aux perturbations selon le critère  $H_\infty$ . Nous avons ensuite présenté une application à la machine synchrone à aimants permanents pour montrer l'efficacité de la commande. Les résultats de simulation ont montré que cette commande est robuste par rapport au couple de charge.

Le cinquième chapitre est consacré au même problème de la commande des systèmes non-linéaires et perturbés, par une technique de commande basée sur la combinaison de concept VDV avec un observateur flou. Dans ce cas, au lieu d'atténuer l'influence de perturbation sur le système à l'aide la commande  $H_\infty$ , la perturbation devient une partie du modèle de référence, et sa valeur est estimée par un observateur flou à mode glissant. Nous avons ensuite présenté la même application considérée en chapitre 4 pour montrer l'efficacité de la méthode proposée.

Des perspectives d'un point de vue expérimental sont également envisageables. En effet l'implémentation de techniques de commande développées dans cette thèse sur une carte à microcontrôleur (Arduino) fait l'objet de l'une des perspectives. D'autre part, d'un point de vue théorique, nous considérons le problème des modèles flous T-S perturbés et incertains et leur application pour la commande de certaines classes de systèmes non linéaires.

# Stabilité au sens de Lyapunov

---

Le principe de stabilité selon Lyapunov repose sur le comportement du système dynamique du point de vue de son énergie totale. Si cette énergie, représentée généralement par une fonction scalaire, est continûment dissipée, on parle alors de système dissipatif. Dans ce cas, on peut espérer que le système tende vers un point d'équilibre. En l'occurrence, en étudiant la variation de cette fonction scalaire, nous pouvons éventuellement conclure sur la stabilité du système étudié.

Dans cette thèse, nous avons étudié la stabilité et la stabilisation des systèmes flous de type Takagi–sugeno grâce à la méthode de Lyapunov ([Khalil 1996]), proposé en 1892 dans le cadre de l'étude de la stabilité des systèmes mécaniques. Il s'agit de construire une fonction  $V(x)$  de l'état  $x$  du système telle que les signes de cette fonction et de sa dérivée temporelle dans un certain voisinage du point d'équilibre donnent une information sur la stabilité du système.

## A.1 Seconde méthode de Lyapunov (méthode directe)

Considérons un système non linéaire non commandé (en régime libre) suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (\text{A.1})$$

où  $x(t)$  est l'état du système et la fonction  $f(x(t)) \in C^1$ ,  $x(t) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  représente la dynamique du système. La fonction  $f$  décrit les dynamiques du système et peut être modélisée par des équations algébriques classiques et/ou un modèle flou.

Le système (A.1) est dit en équilibre autour  $x_0$  si, en l'absence d'influence externe, son état ne varie pas au cours du temps,  $x_0$  est alors appelé point d'équilibre.

**Définition 1.** *Le point  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  est dit point d'équilibre du système (A.1) si :*

$$f(x_0) = 0, \quad \forall t > 0 \quad (\text{A.2})$$

Dans cette thèse, on a considéré que le point d'équilibre du système (A.1) est l'origine ( $x_0 = 0$ ) de l'espace d'état. Cette supposition est assez générale et ne change rien à l'étude de la convergence de l'état du système, car si  $x_0 \neq 0$  est un point d'équilibre du système (A.1) alors  $x_0 = 0$  est un point d'équilibre du système ([Chadli 2002a]) :

$$\dot{z}(t) = f(z(t) + x_0) \quad (\text{A.3})$$

La stabilité au sens de Lyapunov est basée sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov dont la définition est comme suit :

**Définition 2.** La fonction  $V : R \rightarrow R$  est une fonction de Lyapunov, si elle satisfait les deux conditions suivantes :

- $V(x)$  est continue et ses dérivées partielles  $\dot{V}_i(x) = \frac{\partial V(x_i)}{\partial x}$  existent et sont continues pour tout  $i = 1, \dots, n$ .
- $V(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$  et  $V(0) = 0$ .
- $\dot{V}(x) \leq 0$  pour tout  $x \neq 0$ .

Il existe de nombreuses définitions de la stabilité de Lyapunov dans la littérature et nous présentons ici que les plus utilisées dans l'étude de stabilité des modèles flous T-S. Pour cela, la définition d'une certaine classe de fonctions est nécessaire.

**Définition 3.** Une fonction continue  $\alpha(r) : [0, a] \rightarrow [0, \infty]$  appartient à la classe  $k$  si elle est strictement croissante et  $\alpha = 0$ . Si  $a = \infty$  et  $\lim_{r \rightarrow \infty} \alpha(r) = \infty$ , la fonction est dite de classe  $k_\infty$ .

**Théorème A.1.1.** [Isidori 2013] Soit une fonction scalaire  $V(x(t)) \in C^1$  telle que :

$$\alpha_1(x(t)) \leq (x(t)) \leq \alpha_2(x(t)) \quad (\text{A.4})$$

$\forall \|x\| < d$   $\alpha_1(\cdot)$ , où  $\alpha_2(\cdot)$  sont des fonction de classe  $k$  définie sur  $[0, d]$ ,  $d \in R^{+*}$ .

- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq 0$ ,  $\forall \|x\| < d$  alors le point d'équilibre ( $x_0 = 0$ ) de (A.3) est localement stable. Il est globalement stable si de plus  $d = \infty$  et les fonctions  $\alpha_1(\cdot)$  et  $\alpha_2(\cdot)$  sont de classe  $k_\infty$ .
- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq -\alpha_0(\|x\|)$ ,  $\forall \|x\| < d$  avec  $\alpha_0(\cdot)$  fonction de classe  $k$  définie sur  $[0, d]$ , alors le point d'équilibre de (A.3) est localement asymptotiquement stable.
- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq -\alpha_0(\|x\|)$ ,  $\forall x(d = \infty)$  avec  $\alpha_0(\cdot)$ ,  $\alpha_1(\cdot)$  et  $\alpha_2(\cdot)$  sont des fonctions de classe  $k_\infty$ , alors le point d'équilibre de (A.3) est globalement asymptotiquement stable.
- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq -\alpha_0(\|x\|)$ ,  $\forall x(d = \infty)$  avec  $\alpha_0(\cdot)$ ,  $\alpha_1(\cdot)$  et  $\alpha_2(\cdot)$  sont des fonctions de classe  $k_\infty$  de la forme :

$$\alpha_2(\|x\|) = a \|x\|^P, \alpha_1(\|x\|) = b \|x\|^P, \alpha_0(\|x\|) = c \|x\|^P. \quad (\text{A.5})$$

telles que  $a, b, c \geq 0$ ,  $p \geq 1$ , alors le point d'équilibre de (A.3) est globalement exponentiellement stable.

Dans le cadre de cette thèse, on s'intéresse à la stabilité asymptotique globale du point d'équilibre du système dynamique (A.3).

## A.2 Fonctions de Lyapunov usuelles

En général, il n'existe pas de méthodes systématiques pour trouver les fonctions candidates de Lyapunov. Dès lors, la théorie de Lyapunov conduit à des conditions suffisantes de stabilité dont le pessimisme dépend de la forme particulière imposée à la fonction  $V(x(t))$  et de la structure du système. Cependant, il existe des familles

de fonctions de Lyapunov souvent utilisées et dont l'adoption dépend de la nature du système à étudier (systèmes linéaires, systèmes continus par morceaux, systèmes à retard, systèmes linéaires incertains...). Les fonctions candidates de Lyapunov les plus utilisées sont décrites ci-dessus :

### A.2.1 Fonction de Lyapunov quadratique

La classe de fonctions candidates de Lyapunov quadratiques que nous avons utilisé tout au long de cette thèse est décrite sous la forme suivante :

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t) \quad (\text{A.6})$$

Cette fonction est définie positive si la matrice  $P$  est une matrice symétrique définie positive,  $P = P^T > 0$ . Ce type de fonctions s'avère être une fonction de Lyapunov du système car elle satisfait tout les conditions de la définition A.1.1. Dans ce cas, le système (A.1) est dit stable quadratiquement s'il existe une matrice  $P = P^T > 0$  telle que la dérivée de la fonction de Lyapunov quadratique soit négative.

De très nombreux travaux utilisent ce type de fonctions pour l'étude de la stabilité. Notamment dans le cas des systèmes incertains, des systèmes linéaires ainsi que dans celui des modèles T-S ([Tanaka 1998]). L'atout majeur de cette fonction dans le cas des modèles T-S est que la formulation convexe du problème permet aisément l'extraction d'une telle fonction lorsqu'elle existe. L'inconvénient de cette fonction réside dans l'obtention des conditions de stabilités très conservatives, d'où l'intérêt de chercher des conditions qui sont beaucoup moins conservatives (conditions relaxées ou relâchées). Une autre variante de ces fonctions candidates peut être exprimée de la forme suivante :

$$V(x(t)) = x^T(t) \sum_{i=1}^n \alpha_i P_i x(t), \quad P_i > 0 \quad (\text{A.7})$$

avec  $P_i > 0$  et  $\alpha_i \in R^{+*}$ . Ces fonctions quadratiques sont utilisées dans le cas des systèmes interconnectés et dans les modèles flous T-S.

### A.2.2 Fonction polyquadratique

Ce type de fonctions est de la forme suivante :

$$V(x(t)) = x^T(t) \sum_{i=1}^n h_i(z(t)) P_i x(t), \quad P_i > 0 \quad (\text{A.8})$$

où les  $h_i$  sont les fonctions d'activation définies précédemment. Ce type de fonction, est plus général dans le sens où il inclut le cas quadratique, car il suffit de choisir  $P_i = P$ , pour se ramener au cas des fonctions quadratiques. Il est aussi intéressant de noter que, par apposition à la méthode quadratique, ce type de fonction tient compte de la vitesse de variation des variables de décision du modèle T-S continu, ce qui explique la réduction du conservatisme de la méthode.

### A.2.3 Fonction affine paramétrique

Cette fonction est de la forme :

$$V(x(t)) = x^T(t)P(\theta)x(t), \quad P_i > 0 \quad (\text{A.9})$$

avec  $P(\theta) = P_0 + \theta_1 P_1 + \theta_2 P_2 \theta_1 P_k + \dots + \theta_k P_k$  est souvent utilisée pour étudier les systèmes linéaires à paramètres incertains variants dans le temps.

### A.2.4 Fonctions continues par morceaux

Cette fonction est de la forme :

$$V(x(t)) = \max (V_1(x(t)), \dots, V_i(x(t)), \dots, V_r(x(t))) \quad (\text{A.10})$$

avec

$$V(x(t)) = x^T(t) \sum_{i=1}^n \alpha_i P_i x(t), \quad P_i > 0 \quad (\text{A.11})$$

Ce type de fonctions présente l'avantage d'être moins conservatif que les fonctions quadratiques. Il a été l'objet d'étude dans le cas des systèmes linéaires variant dans le temps (LTV) ([Boyd 1994]), puis adopté pour l'analyse de stabilité des systèmes dynamiques hybrides notamment les systèmes à commutations ([Hetel 2007]). Récemment, ce type de fonctions a été utilisé pour l'étude de la stabilité des systèmes flous ([Chadli 2002a]).

# Utilisation du formalisme LMIs

---

## B.1 Définition des inégalités matricielles linéaires (LMIs)

Un grand nombre de problème concernant les systèmes incertains peuvent se résoudre par l'intermédiaire de problèmes convexes d'un type particulier, les programmes semidéfinis (SDP) ([El Ghaoui 1997b]). Ils sont aussi connus sous le nom de LMIs.

Les contraintes LMIs s'écrivent sous la forme ([Tanaka 1992]) :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (\text{B.1})$$

où  $F(x)$  est une fonction affine en les variables de décision  $x_i, i = \{1, \dots, m\}$ . L'ensemble des solutions  $S = x \in R^m, F(x) < 0$  est convexe. Un problème de faisabilité LMI s'écrit :

Trouver  $x_i, i = 1, \dots, m$  telle que  $F(x) < 0$ .

La résolution de ce problème peut se faire par des algorithmes performants comme l'algorithme du point intérieur ([Gahinet 1995]). Il est possible d'exprimer les conditions de différents théorèmes de stabilité et d'obtenir une résolution efficace grâce aux outils disponibles comme "LMI Control Toolbox" de MATLAB ([Gahinet 1995]).

Si la mise sous la forme de LMI est direct avec les équation de conditions de stabilité ou de stabilisation sont non linéaires en  $P$  et  $K_i$ . Les propriétés suivantes vont permettre de transformer le problème afin de pouvoir le mettre sous forme LMI.

## B.2 Propriétés

Dans cette partie, les principaux lemmes utilisés dans la littérature sont détaillés. La plupart des lemmes présentés ont pour principal objectif de rendre les inégalités matricielles linéaires en les variables recherchées ou de traiter certains cas particuliers.

**Lemme B.2.1.** *Complément de Schur ([El Ghaoui 1997b]) : Soient  $P$  une matrice définie positive,  $X$  une matrice de rang plein en ligne et  $Q$  une matrice quelconque. Les deux inégalités suivantes sont équivalentes :*

$$Q - XP^{-1}X > 0, P > 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{bmatrix} Q & X^T \\ X & P \end{bmatrix} > 0 \quad (\text{B.3})$$

Dans certains cas particuliers de ces inégalités nonlinéaires convexes certaines propriétés permettent d'introduire des variables supplémentaires à rechercher. Ces propriétés sont présentées sur les deux inégalités  $A^T P A - A < 0$ ,  $P > 0$  et  $A^T P + P A + Q < 0$ . Pour la première on a le lemme suivant :

**Lemme B.2.2.** *Soient  $A$ ,  $G$ ,  $L$ ,  $P$  et  $Q$  des matrices de taille appropriée. Les propriétés suivantes sont équivalentes :*

$$A^T P A - Q < 0, P > 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{bmatrix} -Q & A^T P \\ P A & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\exists G, \begin{bmatrix} -Q & A^T G \\ G^T A & -G - G^T + P \end{bmatrix} < 0, P > 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\exists G, L \begin{bmatrix} -Q + A^T L^T + L A & -L + A^T G \\ -L^T + G^T A & -G - G^T + P \end{bmatrix} < 0, P > 0 \quad (\text{B.7})$$

Pour la seconde inégalité, on a le résultat suivant :

**Lemme B.2.3.** *Soient  $A$ ,  $G$ ,  $L$ ,  $P$  et  $Q$  des matrices de taille appropriée. Les propriétés suivantes sont équivalentes :*

$$A^T P + P A + Q < 0, P > 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\exists G, L \begin{bmatrix} A^T L^T + L A + Q & P - L + A^T G \\ P - L^T + G^T A & -G - G^T \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{B.9})$$

Le lemme nommé S-procédure permet de vérifier une condition inégalité quadratique sous contraintes inégalités quadratiques. Quand elles sont strictes, on peut écrire le lemme suivant :

**Lemme B.2.4.** *S-procédure ([El Ghaoui 1997b]) : Soient des matrices  $T_i = T_i^T$ ,  $i = \{1, \dots, p\}$ . Les deux expressions suivantes sont équivalentes :*

$$\zeta^T T_0 \zeta > 0 \forall \zeta \neq 0 : \zeta^T T_i \zeta > 0, \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (\text{B.10})$$

$$\exists \tau_1, \dots, \tau_p \geq 0 : T_0 - \sum_{i=1}^p \tau_i T_i > 0 \quad (\text{B.11})$$

Dans de nombreux problèmes de commande on peut être amené à obtenir des contraintes LMI par élimination de variables. Dans ce cas on obtient un problème de faisabilité de taille réduite. Pour ce faire, on utilise les deux versions du lemme de Finsler.



**Lemme B.2.5.** *Finsler 1 ([Robert 1997]) : Soient un vecteur  $x \in \mathfrak{R}^n$ , et des matrices  $Q = Q^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  et  $R \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  telle que  $\text{rang}(R) < n$ .  $R_\perp$  représente le complément orthogonal de  $R$ . Les quatre expressions suivantes sont équivalentes :*

$$x^T Q x < 0, \forall x \in \{x \in \mathfrak{R}^n \setminus x \neq 0 \mid R x = 0\} \quad (\text{B.12})$$

$$R_\perp^T Q R_\perp < 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\exists \sigma \in \mathfrak{R}, Q - \sigma R R^T < 0 \quad (\text{B.14})$$

$$\exists X \in \mathfrak{R}^{n \times n}, Q + X R + R^T X^T < 0 \quad (\text{B.15})$$

**Lemme B.2.6.** *Finsler 2 ([Robert 1997]) : Soient un vecteur  $x \in \mathfrak{R}^n$ , et des matrices  $Q = Q^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $R \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  et  $S \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  telle que  $\text{rang}(R) < n$  et  $\text{rang}(S) < n$ .  $R_\perp$  et  $S_\perp$  représentent les compléments orthogonal de  $R$  et  $S$ . Les quatre expressions suivantes sont équivalentes :*

$$x^T Q x < 0, \forall x \neq 0, R x = 0, S x = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$R_\perp^T Q R_\perp < 0, S_\perp^T Q S_\perp < 0 \quad (\text{B.17})$$

$$\exists \sigma \in \mathfrak{R}, Q - \sigma R R^T < 0, Q - \sigma S S^T < 0 \quad (\text{B.18})$$

$$\exists X \in \mathfrak{R}^{n \times n}, Q + S X R + R^T X^T S < 0 \quad (\text{B.19})$$

Enfin les lemmes suivants seront utiles :

**Lemme B.2.7.** *(Congruence) : Soit deux matrices  $P$  et  $Q$ , si  $P$  est définie positive et si  $Q$  est de rang plein en colonne alors la quantité  $Q P Q^T$  est définie positive.*

**Lemme B.2.8.** *(Congruence : cas particulier) : Soit deux matrices carrées  $P$  et  $Q$ , si  $Q$  est de rang plein alors  $P$  est définie positive si et seulement si la quantité  $Q P Q^T$  est définie positive.*

**Lemme B.2.9.** *Soit  $X$  et  $Y$  deux matrices aux tailles appropriées. L'inégalité suivante est toujours vraie pour toute matrice  $Q = Q^T > 0$  :*

$$X Y^T + Y X^T \leq X Q X^T + Y Q^{-1} Y^T \quad (\text{B.20})$$

**Lemme B.2.10.** *Soient  $X$  et  $Y$  deux matrices aux tailles appropriées. un scalaire  $\varepsilon > 0$  et une matrice  $S = S^T > 0$ , alors les propriétés suivantes sont vérifiées :*

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y \quad (\text{B.21})$$

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T S^{-1} X + Y^T S Y \quad (\text{B.22})$$



# Bibliographie

- [Abdelsalam 2011] Ahmed K Abdelsalam, Ahmed M Massoud, Shehab Ahmed et Prasad N Enjeti. *High-performance adaptive perturb and observe MPPT technique for photovoltaic-based microgrids*. IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 26, no. 4, pages 1010–1021, 2011. (Cité en page 46.)
- [Abid 2014] Hafedh Abid, Ahmed Toumi et Mohamed Chaabane. *MPPT Algorithm for Photovoltaic Panel Based on Augmented Takagi-Sugeno Fuzzy Model*. ISRN Renewable Energy, vol. 2014, 2014. (Cité en page 48.)
- [Abid 2015] Hafedh Abid, Ines Zaidi, Ahmed Toumi et Mohamed Chaabane. *T-S Fuzzy Algorithm for Photovoltaic Panel*. International Journal of Fuzzy Systems, vol. 17, no. 2, pages 215–223, 2015. (Cité en page 48.)
- [Abido 2015] MA Abido, M Sheraz Khalid et Muhammed Y Worku. *An efficient ANFIS-based pi controller for maximum power point tracking of PV systems*. Arabian Journal for Science and Engineering, vol. 40, no. 9, pages 2641–2651, 2015. (Cité en page 48.)
- [Abu-Rub 2013] Haitham Abu-Rub, Atif Iqbal, Sk Moin Ahmed, Fang Z Peng, Yuan Li et Ge Baoming. *Quasi-Z-source inverter-based photovoltaic generation system with maximum power tracking control using ANFIS*. IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 4, no. 1, pages 11–20, 2013. (Cité en page 48.)
- [Afghoul 2013] Hamza Afghoul, Fateh Krim et Djamel Chikouche. *Increase the photovoltaic conversion efficiency using Neuro-fuzzy control applied to MPPT*. In Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC), 2013 International, pages 348–353. IEEE, 2013. (Cité en page 48.)
- [Akhenak 2004] Abdelkader Akhenak, Mohammed Chadli, José Ragot et Didier Maquin. *Design of robust observer for uncertain Takagi-Sugeno models*. In Fuzzy Systems, 2004. Proceedings. 2004 IEEE International Conference on, volume 3, pages 1327–1330. IEEE, 2004. (Cité en pages 87, 89 et 90.)
- [Ali 2014] Ahmed Ali, Ali N Hasan et Tshilidzi Marwala. *Perturb and observe based on fuzzy logic controller maximum power point tracking (MPPT)*. In Renewable Energy Research and Application (ICRERA), 2014 International Conference on, pages 406–411. IEEE, 2014. (Cité en page 47.)
- [Arroyo 2006] Enrique L Carrillo Arroyo. *Modeling and simulation of permanent magnet synchronous motor drive system*. PhD thesis, University Of Puerto Rico Mayagüez Campus, 2006. (Cité en pages 71 et 72.)
- [Aubrun 1993] C Aubrun, D Sauter, H Noura et M Robert. *Fault diagnosis and reconfiguration of systems using fuzzy logic : application to a thermal plant*. International journal of systems science, vol. 24, no. 10, pages 1945–1954, 1993. (Cité en page 3.)

- [Austin 2011] Reg Austin. Unmanned aircraft systems : Uavs design, development and deployment, volume 54. John Wiley & Sons, 2011. (Cité en page 32.)
- [Bahari 2016] Mohammad Iman Bahari, Pouya Tarassodi, Yousef Mazaheri Naeini, Ali Kalantari Khalilabad et Paimaneh Shirazi. *Modeling and simulation of hill climbing MPPT algorithm for photovoltaic application*. In Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), 2016 International Symposium on, pages 1041–1044. IEEE, 2016. (Cité en page 47.)
- [Ballouti 2014] A Ballouti, F Djahli, A Bendjadou, N Belhaouchet et A Benhamadouche. *MPPT system for photovoltaic module connected to battery adapted for unstable atmospheric conditions using VHDL-AMS*. Arabian Journal for Science and Engineering, vol. 39, no. 3, pages 2021–2031, 2014. (Cité en page 49.)
- [Banks 1986] Stephen Paul Banks. *Stabilizability of finite-and infinite-dimensional bilinear systems*. IMA Journal of Mathematical Control and Information, vol. 3, no. 4, pages 255–271, 1986. (Cité en page 5.)
- [Basseville 2003] Michele Basseville. *Model-based statistical signal processing and decision theoretic approaches to monitoring*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 36, no. 5, pages 1–12, 2003. (Cité en page 8.)
- [Bayod-R jula 2014]  ngel-Antonio Bayod-R jula et José-Antonio Cebollero-Abi n. *A novel MPPT method for PV systems with irradiance measurement*. Solar Energy, vol. 109, pages 95–104, 2014. (Cité en page 56.)
- [Begovich 1999] O Begovich, EN Sánchez et M Maldonado. *Real-Time nonlinear system regulation via TS fuzzy control*. In Fuzzy Information Processing Society, 1999. NAFIPS. 18th International Conference of the North American, pages 645–649. IEEE, 1999. (Cité en page 6.)
- [BELFARHI 2012] Nedjoua BELFARHI. *conception d’un outil d’aide a la détection et diagnostic des défaillances dans un système de production*. PhD thesis, Université de Batna 2, 2012. (Cité en page 8.)
- [Belkaid 2016] Abdelhakim Belkaid, Ilhami Colak et Korhan Kayisli. *Implementation of a modified P and O-MPPT algorithm adapted for varying solar radiation conditions*. Electrical Engineering, pages 1–8, 2016. (Cité en page 47.)
- [Besançon 2003] Gildas Besançon. *High-gain observation with disturbance attenuation and application to robust fault detection*. Automatica, vol. 39, no. 6, pages 1095–1102, 2003. (Cité en page 10.)
- [Bezzaoucha 2013a] Souad Bezzaoucha. *Commande tolérante aux défauts de systèmes non linéaires représentés par des modeles de Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2013. (Cité en pages 4 et 7.)
- [Bezzaoucha 2013b] Souad Bezzaoucha. *Commande tolérante aux défauts de systèmes non linéaires représentés par des modeles de Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2013. (Cité en page 4.)
- [Bimal 2002] K Bimal. *Bose*. Modern power electronics and AC drives, 2002. (Cité en pages 71 et 72.)

- [bin Omar 2014] Ahmad Maliki bin Omar, Hedzlin binti Zainuddin *et al.* *Modeling and Simulation of Grid Inverter in Grid-Connected Photovoltaic System*. International Journal of Renewable Energy Research (IJRER), vol. 4, no. 4, pages 949–957, 2014. (Cité en page 57.)
- [Blange 2015] Radak Blange, Chitralkha Mahanta et Anup Kumar Gogoi. *MPPT of solar photovoltaic cell using perturb and observe and fuzzy logic controller algorithm for buck-boost DC-DC converter*. In Energy, Power and Environment : Towards Sustainable Growth (ICEPE), 2015 International Conference on, pages 1–5. IEEE, 2015. (Cité en page 47.)
- [Blanke 2006] Mogens Blanke, Michel Kinnaert, Jan Lunze, Marcel Staroswiecki et J Schröder. *Diagnosis and fault-tolerant control*, volume 691. Springer, 2006. (Cité en page 8.)
- [Boyd 1994] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron et Venkataramanan Balakrishnan. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM, 1994. (Cité en pages 6, 18 et 102.)
- [Cao 2003] Yong-Yan Cao et Zongli Lin. *Robust stability analysis and fuzzy-scheduling control for nonlinear systems subject to actuator saturation*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 11, no. 1, pages 57–67, 2003. (Cité en page 6.)
- [Čelikovský 1993] S Čelikovský. *On the stabilization of the homogeneous bilinear systems*. Systems & control letters, vol. 21, no. 6, pages 503–510, 1993. (Cité en page 5.)
- [Chabour 1993] R Chabour, G Sallet et Jean-Claude Vivalda. *Stabilization of nonlinear systems : A bilinear approach*. Mathematics of Control, Signals, and Systems (MCSS), vol. 6, no. 3, pages 224–246, 1993. (Cité en page 5.)
- [Chadli 2002a] Mohammed Chadli. *Stabilité et commande de systèmes décrits par des multimodèles*. PhD thesis, Vandoeuvre-les-Nancy, INPL, 2002. (Cité en pages 24, 99 et 102.)
- [Chadli 2002b] Mohammed Chadli, Didier Maquin et Jos Ragot. *Observer-based controller for Takagi-Sugeno models*. In Systems, Man and Cybernetics, 2002 IEEE International Conference on, volume 5, pages 6–pp. IEEE, 2002. (Cité en page 26.)
- [Chang 1997] Shao-Kung Chang, Wen-Tong You et Pau-Lo Hsu. *Design of general structured observers for linear systems with unknown inputs*. Journal of the Franklin Institute, vol. 334, no. 2, pages 213–232, 1997. (Cité en page 9.)
- [Chen 1999] Bor-Sen Chen, Chung-Shi Tseng et Huey-Jian Uang. *Robustness design of nonlinear dynamic systems via fuzzy linear control*. IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 7, no. 5, pages 571–585, 1999. (Cité en page 66.)
- [Chen 2000] Bor-Sen Chen, Chung-Shi Tseng et Huey-Jian Uang. *Mixed  $H_2/H_\infty$  fuzzy output feedback control design for nonlinear dynamic systems : an LMI approach*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 8, no. 3, pages 249–265, 2000. (Cité en page 69.)

- [Chen 2006] Weitian Chen et Mehrdad Saif. *Unknown input observer design for a class of nonlinear systems : an LMI approach*. In American Control Conference, 2006, pages 5–pp. IEEE, 2006. (Cité en page 9.)
- [Chen 2007] Weitian Chen et Mehrdad Saif. *Design of a TS based fuzzy nonlinear unknown input observer with fault diagnosis applications*. In American Control Conference, 2007. ACC'07, pages 2545–2550. IEEE, 2007. (Cité en page 9.)
- [Chiu 2011] Chian-Song Chiu et Ya-Lun Ouyang. *Robust maximum power tracking control of uncertain photovoltaic systems : A unified TS fuzzy model-based approach*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 19, no. 6, pages 1516–1526, 2011. (Cité en page 6.)
- [Choi 2012] Han Ho Choi, Nga Thi-Tuy Vu et Jin-Woo Jung. *Design and implementation of a Takagi–Sugeno fuzzy speed regulator for a permanent magnet synchronous motor*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, no. 8, pages 3069–3077, 2012. (Cité en page 69.)
- [Cossutta 2015] Pablo Cossutta, Miguel Pablo Aguirre, Andrés Cao, Santiago Raffo et María Inés Valla. *Single-stage fuel cell to grid interface with multilevel current-source inverters*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 8, pages 5256–5264, 2015. (Cité en page 46.)
- [Darouach 1994] Mohamed Darouach, Michel Zasadzinski et Shi Jie Xu. *Full-order observers for linear systems with unknown inputs*. IEEE transactions on automatic control, vol. 39, no. 3, pages 606–609, 1994. (Cité en page 9.)
- [de Oliveira 1999] Maurício C de Oliveira, Jacques Bernussou et José C Geromel. *A new discrete-time robust stability condition*. Systems & control letters, vol. 37, no. 4, pages 261–265, 1999. (Cité en page 9.)
- [Ebenbauer 2006] Christian Ebenbauer et Frank Allgöwer. *Analysis and design of polynomial control systems using dissipation inequalities and sum of squares*. Computers & chemical engineering, vol. 30, no. 10, pages 1590–1602, 2006. (Cité en page 4.)
- [Edwards 1994] Christopher Edwards et Sarah K Spurgeon. *On the development of discontinuous observers*. International Journal of control, vol. 59, no. 5, pages 1211–1229, 1994. (Cité en page 88.)
- [Edwards 2000] Christopher Edwards, Sarah K Spurgeon et Ron J Patton. *Sliding mode observers for fault detection and isolation*. Automatica, vol. 36, no. 4, pages 541–553, 2000. (Cité en pages 88 et 90.)
- [El Ghaoui 1997a] L El Ghaoui. *Approche lmi pour la commande : une introduction*. Ecole dâété dâAutomatique de Grenoble, identification et commande robustes : approche LMI, 1997. (Cité en page 22.)
- [El Ghaoui 1997b] L El Ghaoui. *LMI approach for control : an introduction*. Control summer school Grenoble, robust identification and control : LMI approach, 1997. (Cité en pages 103 et 104.)

- [El-Sousy 2010] Fayez FM El-Sousy. *Hybrid  $H_\infty$ -Based Wavelet-Neural-Network Tracking Control for Permanent-Magnet Synchronous Motor Servo Drives*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 9, pages 3157–3166, 2010. (Cité en page 69.)
- [Elbaset 2016] Adel A Elbaset, Hamdi Ali, Montaser Abd-El Sattar et Mahmoud Khaled. *Implementation of a modified perturb and observe maximum power point tracking algorithm for photovoltaic system using an embedded micro-controller*. IET Renewable Power Generation, vol. 10, no. 4, pages 551–560, 2016. (Cité en page 47.)
- [Eryurek 1995] Evren Eryurek et Belle R Upadhyaya. *An integrated fault tolerant control and diagnostics system for nuclear power plants*. In proceedings of the Topical Meeting on Computer Based Human Support Systems : Technology, Methods and Future, pages 267–274, 1995. (Cité en page 3.)
- [Ezzat 2011] Marwa Ezzat. *Commande non linéaire sans capteur de la machine synchrone   aimants permanents*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes (ECN)(ECN)(ECN)(ECN), 2011. (Cité en pages 70 et 72.)
- [Fantoni 2002] Isabelle Fantoni, Rogelio Lozano et Pedro Castillo. *A simple stabilization algorithm for the PVTOL aircraft*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 35, no. 1, pages 7–11, 2002. (Cité en page 32.)
- [Feng 1997] Gang Feng, Shu-Guang Cao, Neville W Rees et Chu Kwong Chak. *Design of fuzzy control systems with guaranteed stability*. Fuzzy sets and systems, vol. 85, no. 1, pages 1–10, 1997. (Cité en pages 23 et 24.)
- [Feng 2002] Gang Feng. *An approach to adaptive control of fuzzy dynamic systems*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 10, no. 2, pages 268–275, 2002. (Cité en page 5.)
- [Gahinet 1995] P Gahinet, A Nemirovski, AJ Laub et M Chilali. *LMI control toolbox-for use with Matlab, Natick, MA : The MATH Works*, 1995. (Cité en pages 22 et 103.)
- [Gasso 1999] K Gasso, G Mourot, A Boukhriss et J Ragot. *Optimisation de la structure d’un modèle de Takagi-Sugeno*. Actes des rencontres francophones LFA 99, Valenciennes, pages 233–240, 1999. (Cité en page 15.)
- [Gasso 2000] Komi Gasso. *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle*. PhD thesis, 2000. (Cité en page 15.)
- [Hamdi 2009] Habib Hamdi, Mickael Rodrigues, Chokri Mechmeche, Didier Theilliol et N Benhadj Braiek. *State estimation for polytopic LPV descriptor systems : application to fault diagnosis*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 42, no. 8, pages 438–443, 2009. (Cité en page 9.)
- [Hammoudi 2014] Mohamed Yacine Hammoudi, Abdelkarim Allag, Mohamed Becherif, Mohamed Benbouzid et Hamza Alloui. *Observer design for induction motor : an approach based on the mean value theorem*. Frontiers in Energy, vol. 8, no. 4, pages 426–433, 2014. (Cité en page 9.)

- [HAMMOUDI 2015] Mohamed Yacine HAMMOUDI. *Contribution à la commande et à l'observation dans l'association convertisseurs machine*. PhD thesis, Université Mohamed Khider-Biskra, 2015. (Cité en pages 7, 9, 15 et 16.)
- [He 2008] Jing He, Jing Qiu, Changfan Zhang et Cheng Luo. *Robust fault detection using sliding mode and adaptive observers for uncertain nonlinear systems*. Dyn. Continuous. Discrete and Impulsive Syst. Ser. B : App. & Algorithms, vol. 15, no. 5, pages 709–718, 2008. (Cité en page 4.)
- [Henry 1999] David Henry. *Diagnostic et contrôle de cohérence des systèmes multi-variables incertains*. PhD thesis, 1999. (Cité en page 4.)
- [Hetel 2007] Laurentiu Hetel. *Stabilité et commande robuste des systèmes à commutation*. PhD thesis, TU Eindhoven, 2007. (Cité en page 102.)
- [Hicham 2012] KHEBBACHE Hicham. *Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires application : Système uav de type quadrirotor*. PhD thesis, Université Ferhat Abbas de Sétif 1, 2012. (Cité en page 32.)
- [Hou 1992] Müller Hou et PC Muller. *Design of observers for linear systems with unknown inputs*. IEEE Transactions on automatic control, vol. 37, no. 6, pages 871–875, 1992. (Cité en page 9.)
- [Ichalal 2008] Dalil Ichalal, Benoît Marx, José Ragot et Didier Maquin. *Design of Observers for Takagi-Sugeno Systems with Immeasurable Premise Variables : an  $\hat{a} 2$  Approach*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 41, no. 2, pages 2768–2773, 2008. (Cité en page 24.)
- [Ichalal 2011] Dalil Ichalal, Hichem Arioui et Said Mammar. *Observer design for two-wheeled vehicle : A takagi-sugeno approach with unmeasurable premise variables*. In Control & Automation (MED), 2011 19th Mediterranean Conference on, pages 934–939. IEEE, 2011. (Cité en page 9.)
- [Ichalal 2012] Dalil Ichalal, Benoît Marx, Didier Maquin et José Ragot. *Observer design and fault tolerant control of takagi-sugeno nonlinear systems with unmeasurable premise variables*, 2012. (Cité en page 9.)
- [Isermann 1997] Rolf Isermann. *Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods an introduction*. Control engineering practice, vol. 5, no. 5, pages 639–652, 1997. (Cité en page 7.)
- [Ishaque 2012] Kashif Ishaque, Zainal Salam, Muhammad Amjad et Saad Mekhilef. *An improved particle swarm optimization (PSO)-based MPPT for PV with reduced steady-state oscillation*. IEEE transactions on Power Electronics, vol. 27, no. 8, pages 3627–3638, 2012. (Cité en page 47.)
- [Isidori 2013] Alberto Isidori. Nonlinear control systems. Springer Science & Business Media, 2013. (Cité en page 100.)
- [Jiang 2004] Bin Jiang, Marcel Staroswiecki et Vincent Cocquempot. *Fault estimation in nonlinear uncertain systems using robust/sliding-mode observers*. IEE Proceedings-Control Theory and Applications, vol. 151, no. 1, pages 29–37, 2004. (Cité en page 9.)



- [Johansen 1999] Tor Arne Johansen, Bjarne A Fosset *al.* *Multiple model approaches to modelling and control*. International journal of control, vol. 72, no. 7-8, pages 575–575, 1999. (Cité en page 15.)
- [Jung 2010] J-W Jung, TH Kim et HH Choi. *Speed control of a permanent magnet synchronous motor with a torque observer : a fuzzy approach*. IET control theory & applications, vol. 4, no. 12, pages 2971–2981, 2010. (Cité en pages 6 et 69.)
- [Kamal 2013] Elkhatib Kamal, Abdel Aitouche et Oena Kuzmych. *Robust fuzzy controller for photovoltaic maximum power point tracking*. In Control & Automation (MED), 2013 21st Mediterranean Conference on, pages 1304–1309. IEEE, 2013. (Cité en page 6.)
- [Kamal 2014] Elkhatib Kamal et Abdel Aitouche. *Design of maximum power fuzzy controller for PV systems based on the LMI-based stability*. In Intelligent Systems in Technical and Medical Diagnostics, pages 77–88. Springer, 2014. (Cité en page 48.)
- [Kaprielian 1992] S Kaprielian et J Turi. *An observer for a nonlinear descriptor system*. In Decision and Control, 1992., Proceedings of the 31st IEEE Conference on, pages 975–976. IEEE, 1992. (Cité en page 9.)
- [Kawamoto 1992] Shunji Kawamoto, Kensho Tada, Atsushi Ishigame et Tsuneo Taniguchi. *An approach to stability analysis of second order fuzzy systems*. In Fuzzy Systems, 1992., IEEE International Conference on, pages 1427–1434. IEEE, 1992. (Cité en page 16.)
- [Kazraji 2015] Saeed Masoumi Kazraji et Mohammad Bagher Bannae Sharifian. *Direct thrust force and flux control of a PM-linear synchronous motor using fuzzy sliding-mode observer*. Advances in Electrical and Electronic Engineering, vol. 13, no. 1, page 1, 2015. (Cité en page 69.)
- [Khalil 1996] Hassan K Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, New Jersey, 1996. (Cité en page 99.)
- [Khiar 2007] Djamel Khiar, Jimmy Lauber, Thierry Floquet, Guillaume Colin, Thierry Marie Guerra et Yann Chamaillard. *Robust Takagi–Sugeno fuzzy control of a spark ignition engine*. Control Engineering Practice, vol. 15, no. 12, pages 1446–1456, 2007. (Cité en pages 65 et 69.)
- [Kiupel 1997] N Kiupel et PM Frank. *A fuzzy FDI decision making system for the support of the human operator*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 30, no. 18, pages 721–726, 1997. (Cité en page 8.)
- [Kj er 2012] S ren B ekh j Kj er. *Evaluation of the hill climbing and the incremental conductance maximum power point trackers for photovoltaic power systems*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 27, no. 4, pages 922–929, 2012. (Cité en page 47.)
- [K oppen-Seliger 1996] B K oppen-Seliger et PM Frank. *Neural networks in model-based fault diagnosis*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 29, no. 1, pages 6389–6394, 1996. (Cité en page 8.)

- [Korba 2003] Petr Korba, Robert Babuska, Henk B Verbruggen et Paul M Frank. *Fuzzy gain scheduling : controller and observer design based on Lyapunov method and convex optimization*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 11, no. 3, pages 285–298, 2003. (Cité en page 6.)
- [Kudva 1980] P Kudva, N Viswanadham et A Ramakrishna. *Observers for linear systems with unknown inputs*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 25, no. 1, pages 113–115, 1980. (Cité en page 88.)
- [Kwong 1995] Waihon A Kwong, Kevin M Passino, Eric G Laukonen et Stephen Yurkovich. *Expert supervision of fuzzy learning systems for fault tolerant aircraft control*. Proceedings of the IEEE, vol. 83, no. 3, pages 466–483, 1995. (Cité en page 3.)
- [Lee 2001] Ho Jae Lee, Jin Bae Park et Guanrong Chen. *Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties*. IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 9, no. 2, pages 369–379, 2001. (Cité en pages 6 et 28.)
- [Lee 2006] Ho Jae Lee, Jin Bae Park et Young Hoon Joo. *Robust load-frequency control for uncertain nonlinear power systems : A fuzzy logic approach*. Information Sciences, vol. 176, no. 23, pages 3520–3537, 2006. (Cité en page 28.)
- [Lian 2006] K-Y Lian et J-J Liou. *Output tracking control for fuzzy systems via output feedback design*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 14, no. 5, pages 628–639, 2006. (Cité en pages 6, 44 et 87.)
- [Lian 2007] Kuang-Yow Lian, Che-Hsueh Chiang et Hui-Wen Tu. *LMI-based sensorless control of permanent-magnet synchronous motors*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 54, no. 5, pages 2769–2778, 2007. (Cité en pages 6 et 69.)
- [Lin 2008] C-K Lin, T-H Liu et S-H Yang. *Nonlinear position controller design with input–output linearisation technique for an interior permanent magnet synchronous motor control system*. IET Power Electronics, vol. 1, no. 1, pages 14–26, 2008. (Cité en page 69.)
- [Lipo 1996] Thomas A Lipo. Vector control and dynamics of ac drives, volume 41. Oxford university press, 1996. (Cité en page 72.)
- [Liu 2010] T-H Liu, H-T Pu et C-K Lin. *Implementation of an adaptive position control system of a permanent-magnet synchronous motor and its application*. IET electric power applications, vol. 4, no. 2, pages 121–130, 2010. (Cité en page 69.)
- [Liu 2014] Chun-Liang Liu, Jing-Hsiao Chen, Yi-Hua Liu et Zong-Zhen Yang. *An asymmetrical fuzzy-logic-control-based MPPT algorithm for photovoltaic systems*. Energies, vol. 7, no. 4, pages 2177–2193, 2014. (Cité en page 47.)
- [Lo 2004] Ji-Chang Lo et Min-Long Lin. *Robust  $H_\infty$  nonlinear modeling and control via uncertain fuzzy systems*. Fuzzy sets and systems, vol. 143, no. 2, pages 189–209, 2004. (Cité en page 28.)

- [Ma 1998] Xiao-Jun Ma, Zeng-Qi Sun et Yan-Yan He. *Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer*. IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 6, no. 1, pages 41–51, 1998. (Cité en pages 15, 23, 24 et 25.)
- [Maamoun 2013] A Maamoun, YM Alsayed et A Shaltout. *Fuzzy logic based speed controller for permanent-magnet synchronous motor drive*. In Mechatronics and Automation (ICMA), 2013 IEEE International Conference on, pages 1518–1522. IEEE, 2013. (Cité en page 69.)
- [Manamanni 2007] Nouredine Manamanni, Badr Mansouri, Abdelaziz Hamzaoui et Janan Zaytoon. *Relaxed conditions in tracking control design for a TS fuzzy model*. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, vol. 18, no. 2, pages 185–210, 2007. (Cité en page 6.)
- [Mansouri 2005] Badr Mansouri. *Contribution à la synthèse de lois de commandes en poursuite de trajectoire pour les systèmes flous de type Takagi Sugeno incertains*. PhD thesis, Reims, 2005. (Cité en pages 6, 28 et 42.)
- [Maquin 1997] Didier Maquin. *Diagnostic à base de modèles des systèmes technologiques*. Memoire d’Habilitation a Diriger des Recherches. Institut National Polytechnique de Lorraine, 1997. (Cité en page 8.)
- [Masoum 2002] Mohammad AS Masoum, Hooman Dehbonei et Ewald F Fuchs. *Theoretical and experimental analyses of photovoltaic systems with voltage and current-based maximum power-point tracking*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 17, no. 4, pages 514–522, 2002. (Cité en page 47.)
- [Meghni 2016] Billel Meghni, Djalel Dib, Ahmad Taher Azar et Abdallah Saadoun. *Effective supervisory controller to extend optimal energy management in hybrid wind turbine under energy and reliability constraints*. International Journal of Dynamics and Control, pages 1–15, 2016. (Cité en page 46.)
- [Mellit 2008] Adel Mellit et Soteris A Kalogirou. *Artificial intelligence techniques for photovoltaic applications : A review*. Progress in energy and combustion science, vol. 34, no. 5, pages 574–632, 2008. (Cité en page 47.)
- [Methnani 2012] Salowa Methnani. *Diagnostic, reconstruction et identification des défauts capteurs et actionneurs : application aux stations d’épurations des eaux usées*. PhD thesis, Université de Toulon, 2012. (Cité en page 8.)
- [Mlaki  2016] Dragan Mlaki  et Srete Nikolovski. *ANFIS as a method for determining MPPT in the photovoltaic system simulated in MATLAB/Simulink*. In Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO), 2016 39th International Convention on, pages 1082–1086. IEEE, 2016. (Cité en page 48.)
- [Mobarakeh 2001] Babak Nahid Mobarakeh. *Commande vectorielle sans capteur mécanique des machines synchrones   aimants : Méthodes, Convergence, Robustesse, Identification  en ligne des paramètres*. These de Doctorat de Institut National Polytechnique de Lorraine, vol. 65, 2001. (Cité en pages 72 et 74.)

- [Mohammadpour 2012] Javad Mohammadpour et Carsten W Scherer. Control of linear parameter varying systems with applications. Springer Science & Business Media, 2012. (Cité en page 4.)
- [Mokhtari 2007] Aïmed Mokhtari. *Diagnostic des systèmes hybrides : développement d'une méthode associant la détection par classification et la simulation dynamique*. PhD thesis, INSA de Toulouse, 2007. (Cité en page 8.)
- [Morère 2001] Yann Morère. *Mise en œuvre de loi de commandes pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. PhD thesis, 2001. (Cité en page 16.)
- [Nuninger 1997] Walter Nuninger. *stratégie de diagnostic robuste à l'aide de la redondance analytique*. PhD thesis, éditeur inconnu, 1997. (Cité en page 8.)
- [Ohtake 2003] Hiroshi Ohtake, Kazuo Tanaka et Hua O Wang. *Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept*. Integrated Computer-Aided Engineering, vol. 10, no. 4, pages 333–341, 2003. (Cité en page 51.)
- [Oudghiri 2008] Mohammed Oudghiri. *Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile*. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, 2008. (Cité en pages 4 et 15.)
- [Ounnas 2013] Djamel Ounnas, Salah Chenikher et Tarek Bouktir. *Tracking control for permanent magnet synchronous machine based on Takagi-Sugeno fuzzy models*. In Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), 2013 8th International Conference and Exhibition on, pages 1–5. IEEE, 2013. (Cité en page 69.)
- [Ounnas 2015] Djamel Ounnas, Messaoud Ramdani, Salah Chenikher et Tarek Bouktir. *A Combined Methodology of  $H_\infty$  Fuzzy Tracking Control and Virtual Reference Model for a PMSM*. Advances in Electrical and Electronic Engineering, vol. 13, no. 3, page 212, 2015. (Cité en pages 57, 65 et 66.)
- [Ounnas 2016] Djamel Ounnas, Mesouad Ramdani, Salah Chenikher et Tarek Bouktir. *Optimal Reference Model Based Fuzzy Tracking Control for Wind Energy Conversion System*. International Journal of Renewable Energy Research (IJRER), vol. 6, no. 3, pages 1129–1136, 2016. (Cité en pages 44, 69 et 87.)
- [Ounnas 2017] D Ounnas, M Ramdani, S Chenikher et T Bouktir. *An Efficient Maximum Power Point Tracking Controller for Photovoltaic Systems Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models*. Arabian Journal for Science and Engineering, pages 1–12, 2017. (Cité en pages 6 et 49.)
- [Pagès 2003] Olivier Pagès, Ahmed El Hajjaji et Raúl Ordóñez.  *$H_\infty$  tracking for fuzzy systems with an application to four wheel steering of vehicles*. In Systems, Man and Cybernetics, 2003. IEEE International Conference on, volume 5, pages 4364–4369. IEEE, 2003. (Cité en page 42.)
- [Patil 2015] Manoj Patil et Amruta Deshpande. *Design and simulation of Perturb and Observe Maximum Power Point Tracking using MATLAB/Simulink*. In Industrial Instrumentation and Control (ICIC), 2015 International Conference on, pages 1345–1349. IEEE, 2015. (Cité en page 46.)

- [Pertew 2005] AM Pertew, HJ Marquez et Q Zhao. *Design of unknown input observers for Lipschitz nonlinear systems*. In American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005, pages 4198–4203. IEEE, 2005. (Cité en page 9.)
- [Phanomchoeng 2011] Gridsada Phanomchoeng, Rajesh Rajamani et Damrongrit Piyabongkarn. *Nonlinear observer for bounded Jacobian systems, with applications to automotive slip angle estimation*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 56, no. 5, pages 1163–1170, 2011. (Cité en page 9.)
- [Rahim 2014] AHMA Rahim et MH Khan. *A Swarm-Based Adaptive Neural Network SMES Control for a Permanent Magnet Wind Generator*. Arabian Journal for Science and Engineering, vol. 11, no. 39, pages 7957–7965, 2014. (Cité en page 46.)
- [Robert 1997] E Skelton Robert, Tetsuya IWasaki et Eg Dimitri. *A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design*, 1997. (Cité en page 105.)
- [Rodrigues 2005] Mickaël Rodrigues. *Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires*. PhD thesis, Université Henri Poincaré-Nancy I, 2005. (Cité en pages 3 et 4.)
- [Safari 2011] Azadeh Safari et Saad Mekhilef. *Simulation and hardware implementation of incremental conductance MPPT with direct control method using cuk converter*. IEEE transactions on industrial electronics, vol. 58, no. 4, pages 1154–1161, 2011. (Cité en page 46.)
- [Sename 2012] Olivier Sename et Luc Dugard. *Quelques développements sur le contrôle de la dynamique de véhicule : une approche LPV du problème*. In Septième Conférence Internationale Francophone d’Automatique (CIFA 2012), pages Paper–WeAM3T3, 2012. (Cité en page 4.)
- [Sera 2013] Dezso Sera, Laszlo Mathe, Tamas Kerekes, Sergiu Viorel Spataru et Remus Teodorescu. *On the perturb-and-observe and incremental conductance MPPT methods for PV systems*. IEEE journal of photovoltaics, vol. 3, no. 3, pages 1070–1078, 2013. (Cité en page 47.)
- [Singh 2016] Shakti Singh et Subhash Chandra Kaushik. *Optimal sizing of grid integrated hybrid PV-biomass energy system using artificial bee colony algorithm*. IET Renewable Power Generation, vol. 10, no. 5, pages 642–650, 2016. (Cité en page 46.)
- [Staroswiecki 2001] Marcel Staroswiecki et Anne-Lise Gehin. *From control to supervision*. Annual Reviews in Control, vol. 25, pages 1–11, 2001. (Cité en page 8.)
- [Stevens 2015] Brian L Stevens, Frank L Lewis et Eric N Johnson. *Aircraft control and simulation : dynamics, controls design, and autonomous systems*. John Wiley & Sons, 2015. (Cité en page 32.)
- [Takagi 1985] Tomohiro Takagi et Sugeno Michio. *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control*. IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, no. 1, pages 116–132, 1985. (Cité en page 5.)

- [Tanaka 1992] Kazuo Tanaka et Michio Sugeno. *Stability analysis and design of fuzzy control systems*. Fuzzy sets and systems, vol. 45, no. 2, pages 135–156, 1992. (Cité en pages 5, 6 et 103.)
- [Tanaka 1994] Kazuo Tanaka et Manabu Sano. *A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer*. IEEE Transactions on Fuzzy systems, vol. 2, no. 2, pages 119–134, 1994. (Cité en pages 23 et 24.)
- [Tanaka 1996] Kazuo Tanaka, Takayuki Ikeda et Hua O Wang. *Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stabilizability,  $H/\text{sup}/\text{spl infn}/\text{control theory}$ , and linear matrix inequalities*. IEEE Transactions on Fuzzy systems, vol. 4, no. 1, pages 1–13, 1996. (Cité en page 6.)
- [Tanaka 1998] Kazuo Tanaka, Takayuki Ikeda et Hua O Wang. *Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and LMI-based designs*. IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 6, no. 2, pages 250–265, 1998. (Cité en pages 21, 23, 24, 26 et 101.)
- [Tanaka 2001a] K Tanaka et HO Wang. *Fuzzy control systems design and analysis : a linear matrix inequality approach, 2001*, 2001. (Cité en pages 5, 15, 16, 20 et 48.)
- [Tanaka 2001b] Kazuo Tanaka, Tsuyoshi Hori et Hua O Wang. *New parallel distributed compensation using time derivative of membership functions : a fuzzy Lyapunov approach*. In Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on, volume 4, pages 3942–3947. IEEE, 2001. (Cité en page 6.)
- [Taniguchi 1999] Tadanari Taniguchi, Kazuo Tanaka, Kazuo Yamafuji et Hua O Wang. *Nonlinear model following control via Takagi-Sugeno fuzzy model*. In American Control Conference, 1999. Proceedings of the 1999, volume 3, pages 1837–1841. IEEE, 1999. (Cité en page 6.)
- [Tayebi 2004] A Tayebi et S McGilvray. *Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot*. In Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on, volume 2, pages 1216–1221. Ieee, 2004. (Cité en page 32.)
- [Tayebi 2006] Abdelhamid Tayebi et Stephen McGilvray. *Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft*. IEEE Transactions on control systems technology, vol. 14, no. 3, pages 562–571, 2006. (Cité en page 32.)
- [Tipler 2007] Paul A Tipler et Gene Mosca. *Physics for scientists and engineers*. Macmillan, 2007. (Cité en page 46.)
- [Tong 2002] Shaocheng Tong et Han-Hiong Li. *Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties*. Fuzzy sets and systems, vol. 131, no. 2, pages 165–184, 2002. (Cité en pages 27 et 28.)
- [Torres 2016] Fernando Torres, Abdelhamid Rabhi, David Lara, Gerardo Romero et Claude Pégard. *Fuzzy state feedback for attitude stabilization of quadrotor*.

- International Journal of Advanced Robotic Systems, vol. 13, no. 1, page 2, 2016. (Cité en page 32.)
- [Toulotte 2008] P-F Toulotte, Sebastien Delprat, T-M Guerra et J Boonaert. *Vehicle spacing control using robust fuzzy control with pole placement in LMI region*. Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 21, no. 5, pages 756–768, 2008. (Cité en page 69.)
- [Tseng 2000] Chung-Shi Tseng et Bor-Sen Chen. *Fuzzy tracking control design for nonlinear discrete-time dynamic systems via TS fuzzy model*. In Fuzzy Systems, 2000. FUZZ IEEE 2000. The Ninth IEEE International Conference on, volume 1, pages 405–410. IEEE, 2000. (Cité en page 6.)
- [Tseng 2001] Chung-Shi Tseng, Bor-Sen Chen et Huey-Jian Uang. *Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via TS fuzzy model*. IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 9, no. 3, pages 381–392, 2001. (Cité en pages 6 et 42.)
- [Tseng 2006] Chung-Shi Tseng. *Model reference output feedback fuzzy tracking control design for nonlinear discrete-time systems with time-delay*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 14, no. 1, pages 58–70, 2006. (Cité en page 6.)
- [Uang 2004] Huey-Jian Uang et GS Huang. *A robust fuzzy model following observer-based control design for nonlinear system*. In Control Applications, 2004. Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on, volume 1, pages 171–176. IEEE, 2004. (Cité en pages 42 et 66.)
- [Underwood 2010] Samuel J Underwood et Iqbal Husain. *Online parameter estimation and adaptive control of permanent-magnet synchronous machines*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 7, pages 2435–2443, 2010. (Cité en page 71.)
- [Utkin 1981] Vadim Ivanovich Utkin. *Principles of identification using sliding regimes*. In Soviet Physics Doklady, volume 26, page 271, 1981. (Cité en page 88.)
- [Valavanis 2008] Kimon P Valavanis. *Advances in unmanned aerial vehicles : state of the art and the road to autonomy*, volume 33. Springer Science & Business Media, 2008. (Cité en page 32.)
- [Vermeiren 1998] Laurent Vermeiren. *Proposition de lois de commande pour la stabilisation de modèles flous*. PhD thesis, 1998. (Cité en pages 23 et 24.)
- [Villalva 2009] Marcelo Gradella Villalva, Jonas Rafael Gazoli et Ernesto Ruppert Filho. *Comprehensive approach to modeling and simulation of photovoltaic arrays*. IEEE Transactions on power electronics, vol. 24, no. 5, pages 1198–1208, 2009. (Cité en page 49.)
- [Vincheh 2014] Mahdi Rajabi Vincheh, Abbas Kargar et Gholamreza Arab Markadeh. *A hybrid control method for maximum power point tracking (MPPT) in photovoltaic systems*. Arabian Journal for Science and Engineering, vol. 39, no. 6, pages 4715–4725, 2014. (Cité en pages 46 et 47.)

- [Walcott 1986] BL Walcott et SH Zak. *Observation of dynamical systems in the presence of bounded nonlinearities/uncertainties*. In Decision and Control, 1986 25th IEEE Conference on, volume 25, pages 961–966. IEEE, 1986. (Cité en page 87.)
- [Walcott 1987] B Walcott et S Zak. *State observation of nonlinear uncertain dynamical systems*. IEEE Transactions on automatic control, vol. 32, no. 2, pages 166–170, 1987. (Cité en pages 83 et 88.)
- [Wang 1996] Hua O Wang, Kazuo Tanaka et Michael F Griffin. *An approach to fuzzy control of nonlinear systems : Stability and design issues*. IEEE transactions on fuzzy systems, vol. 4, no. 1, pages 14–23, 1996. (Cité en pages 5 et 6.)
- [Wiley ] J Wiley. *Modeling and high-performance control of electrical machines*. (Cité en page 72.)
- [Worku 2014] Muhammed Y Worku et MA Abido. *Real-time implementation of grid-connected PV system with decoupled PQ controllers*. In Control and Automation (MED), 2014 22nd Mediterranean Conference of, pages 841–846. IEEE, 2014. (Cité en page 46.)
- [Wu 2000] HS Wu. *Robust tracking and model following control with zero tracking error for uncertain dynamical systems*. Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 107, no. 1, pages 169–182, 2000. (Cité en pages 42 et 43.)
- [Xu 2004] Aiping Xu et Qinghua Zhang. *Nonlinear system fault diagnosis based on adaptive estimation*. Automatica, vol. 40, no. 7, pages 1181–1193, 2004. (Cité en page 10.)
- [Yahia 2012] Kourid Yahia. *Génération des résidus par les outils de l'intelligence artificielle pour le diagnostic des systèmes complexes*. PhD thesis, Université Badji Mokhtar de Annaba, 2012. (Cité en page 8.)
- [Yan 2008] Xing-Gang Yan et Christopher Edwards. *Robust sliding mode observer-based actuator fault detection and isolation for a class of nonlinear systems*. International Journal of Systems Science, vol. 39, no. 4, pages 349–359, 2008. (Cité en page 9.)
- [Yoneyama 2009] Jun Yoneyama. *Output feedback control for fuzzy systems with immeasurable premise variables*. In Fuzzy Systems, 2009. FUZZ-IEEE 2009. IEEE International Conference on, pages 802–807. IEEE, 2009. (Cité en page 24.)
- [Zainuri 2013] Muhammad Ammirul Atiqi Mohd Zainuri, Mohd Amran Mohd Radzi, Azura Che Soh et Nasrudin Abd Rahim. *Development of adaptive perturb and observe-fuzzy control maximum power point tracking for photovoltaic boost dc-dc converter*. IET Renewable Power Generation, vol. 8, no. 2, pages 183–194, 2013. (Cité en page 47.)
- [Zhang 2006] Jian Zhang, Minrui Fei, Taicheng Yang et Yuemei Tan. *Robust fuzzy tracking control of nonlinear systems with uncertainty via TS fuzzy model*. Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, pages 188–198, 2006. (Cité en page 69.)



- [Zhang 2016] Shun Zhang, Tiechao Wang, Chengdong Li, Jianhong Zhang et Yan Wang. *Maximum power point tracking control of solar power generation systems based on type-2 fuzzy logic*. In Intelligent Control and Automation (WCICA), 2016 12th World Congress on, pages 770–774. IEEE, 2016. (Cité en page 48.)
- [Zhao 1995] Jun Zhao. *System modeling, identification and control using fuzzy logic*. PhD thesis, Ph. D. thesis, CESAME, UCL, Belgium, 1995. (Cité en page 5.)
- [Zheng 2002] Feng Zheng, Qing-Guo Wang et Tong Heng Lee. *Output tracking control of MIMO fuzzy nonlinear systems using variable structure control approach*. IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 10, no. 6, pages 686–697, 2002. (Cité en page 65.)
- [Zolghadri 1996] Ali Zolghadri. *An algorithm for real-time failure detection in Kalman filters*. IEEE transactions on automatic control, vol. 41, no. 10, pages 1537–1539, 1996. (Cité en pages 8 et 10.)

---

**الملخص:** تعالج هذه الأطروحة موضوع التحكم في فئة من النظم الغير الخطية باستعمال النماذج الضبابية من نوع Takagi-Sugeno (T-S). تقدم أولا النتائج الأكثر شيوعا لتحليل النماذج الضبابية T-S وكيفية الحصول عليها. كما تقدم النتائج الرئيسية المتعلقة بمشكلة استقرار النماذج الضبابية T-S بمبدأ التحكم الغامض المسمى PDC (Parallel Distributed Compensation). لدراسة شروط استقرار النماذج الضبابية T-S نعمل أساسا على التوابع التربيعية لياپونوف (Lyapunov) ومن ثم نقوم بكتابة هذه الشروط على شكل متراجحات ذات المصفوفات الخطية (LMIs : linear matrix inequalities). وتستند قوانين التحكم المقترحة في هذه الأطروحة إلى ثلاث تقنيات وهي : مفهوم المتغيرات المطلوبة (VDVs : virtual desired variables)، معيار الأداء  $H^\infty$  و تخمين الاضطرابات باستخدام ملاحظ غامض.

**الكلمات المفتاحية :** النماذج الضبابية من نوع Takagi-Sugeno (T-S)، المتراجحات ذات المصفوفات الخطية، الملاحظ الغامض.

---

## Résumé:

Les travaux de cette thèse, portent sur la commande tolérante aux défauts (perturbations) d'une classe de systèmes non linéaires décrits par des modèles flous de Takagi--Sugeno (T--S). En premier lieu, nous présentons les résultats les plus couramment utilisés pour l'analyse des modèles flous T--S et leurs structures ainsi que la façon de leur obtention. Nous présentons également les principaux résultats concernant le problème de la stabilisation des modèles T--S par le principe de commande flou nommé PDC (Parallel Distributed Compensation). Les conditions de la stabilité des modèles flous T-S sont étudiées en se basant sur l'approche quadratique de Lyapunov et elles sont décrites sous forme d'inégalités linéaires matricielles (LMIs). Ensuite, nous étudions le problème de la commande robuste (suivi de trajectoire) d'une classe de systèmes non linéaires. Les lois de commande développées dans cette thèse tournent autour de trois techniques, à savoir: Le concept des variables virtuelles désirées (VDVs), le critère de performance  $H^\infty$  et l'estimation des perturbations du système par un observateur flou.

**Mots clés :** Modèles flous de type Takagi-Sugeno, inégalité matricielle linéaire (LMIs), système non linéaire, observateur flou.

---

## Abstract:

The work of this thesis deals with the fault (disturbance) tolerant control of a class of nonlinear systems described by Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy models. We present firstly the most commonly used results for the analysis of T-S fuzzy models and how to obtain them. We also present the main results concerning the stabilization problem of T--S models by a fuzzy control principle called PDC (Parallel Distributed Compensation). The stability conditions of the T--S fuzzy models are studied based on the Lyapunov quadratic approach and are written in linear matrix inequalities (LMIs). The control laws developed in this thesis are based on three techniques: The concept of virtual desired variables (VDVs), the  $H^\infty$  performance criterion and the estimation of the perturbations using a fuzzy observer.

**Keywords:** T--S fuzzy models, non linear system, LMIs, fuzzy observer.

---