

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique



Université Ferhat ABBAS SETIF  
Faculté des sciences de l'ingénieur



Département d'optique et de mécanique de précision

## THÈSE DE DOCTORAT D'ETAT

---

Présentée

Par

**KESKES BOUALEM**

OPTION : Optique et Mécanique de Précision

---

## COMPORTEMENT EN FATIGUE DES COMPOSITES TYPE SANDWICH EN NIDS D'ABEILLES

---

Soutenue le **Décembre 2007**, devant le jury composé de :

<b>R. ZEGADI</b>	Pr. Université de Sétif	<b>Président</b>
<b>N. BOUAOUADJA</b>	Pr. Université de Sétif	<b>Rapporteur</b>
<b>Z.AZARI</b>	Pr. Université Picardie Jules Vernes Amiens, France	<b>Examineur</b>
<b>R.LOUAHDI</b>	Pr. Université de Sétif	<b>Examineur</b>
<b>Y. BENARIOUA</b>	MC. Université de M'sila	<b>Examineur</b>

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire de Fiabilité Mécanique, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz sous la responsabilité de monsieur Z. AZARI, Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne (Amiens), et le laboratoire des sciences de matériaux du Département d'Optique et Mécanique de Précision, Université de Sétif sous la direction du Professeur N.BOUAOUADJA.

Ma gratitude et ma profonde reconnaissance s'adressent tout d'abord à Z. AZARI qui a accepté de m'accueillir chaleureusement dans son laboratoire et d'avoir pris la charge de diriger ma thèse durant mon séjour. Il a su orienté ce travail au moyen de nombreuses discussions que nous avons eues, tout en me laissant une complète autonomie.

Mes remerciements s'adressent également à monsieur N.BOUAOUADJA pour son soutien, et ses encouragements pour finaliser cette thèse. Je voudrais lui exprimer ma sympathie et ma reconnaissance pour la confiance et la grande liberté qu'il m'a accordé au cours de son encadrement à ma thèse.

Je remercie Monsieur R. ZEGADI, Professeur à l'Université de Sétif, pour son soutien et sa participation pour présider le jury de cette thèse.

Je remercie Messieurs R. LOUAHDI Professeur à l'Université de Sétif et Y. BENARIOUA Maître de Conférence à l'Université de M'sila pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'accepter de participer à mon jury.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur le Docteur J. Gilgert, responsable du laboratoire des essais de fatigue à l'ENIM et P. Frères, Directeur technique, d'Euro-composites pour leur aide et leur disponibilité.

Que tous mes collègues et amis du Laboratoire (Hmida abbadi, Koustawa, Mustapha, Akram) trouvent ici l'expression des mes remerciements, aussi bien pour l'ambiance sympathique dans laquelle s'est déroulée mon séjour au laboratoire LFM.

Je saisis cette occasion pour remercier très chaleureusement le Docteur P. Jodin, le technicien du laboratoire S.Bakowski et Ahmed du bureau d'accueil du MIM pour leur marques de sympathie et leur aide qu'ils m'ont portés tout au long de ma formation.

Enfin, je remercie les membres de ma famille (Chahrazed, Brahim, wafa, Mohamed yacine, Asma Djamila) pour leur soutien, sans quoi ce travail n'aurait pu voir le jour.

## **Résumé :**

Le principal objectif de l'utilisation des panneaux sandwichs est d'augmenter le rapport rigidité/poids en remplissant le coeur de la structure avec des matériaux plus légers, comme les "**nids d'abeilles**" (NIDA).

Dans cette thèse, des essais statiques de flexion trois points et quatre points ont été effectués sur deux structures sandwichs en nids d'abeilles : aluminium-aluminium et aluminium-fibres aramide (Nomex). Des courbes charge-flèche et les modes de rupture observés pour différentes densités de l'âme et distance entre appuis de l'essai de flexion trois points ont été présentés. Les résultats de la modélisation de l'essai de flexion quatre points au cas statique et de l'homogénéisation du nida ont été vérifiés avec les résultats expérimentaux.

Le comportement en fatigue des deux types sandwichs a été expérimentalement étudié avec des essais de flexion quatre points à différents niveaux de charge ( $r$ ) ou de contrainte cyclique. Les courbes de fatigue S-N (contrainte appliquée, déplacement en fonction du nombre de cycles) ont été tracées. Les modes de rupture et d'endommagements en fatigue obtenus ont été observés et analysés

La modélisation de l'endommagement en fatigue, basée sur les approches de dégradation de rigidité de l'âme a été proposée et vérifiée expérimentalement pour les sandwichs aluminium-nomex. Deux modèles d'endommagements cumulatifs non linéaires pour prédire la durée de vie en fatigue à travers le module de cisaillement en fatigue de l'âme du sandwich, ont été appliqués.

**Mots Clef :** Flexion, Panneau Sandwich, Âme en Nid d'abeilles, Nomex, Fatigue, Modèle d'endommagement.

<b>Introduction Générale</b> .....	5
<b>Chapitre I : Partie Bibliographique</b>	
<b>I.1 Généralité sur les sandwichs</b> .....	6
I.1.1. Historique du concept sandwich.....	7
I.1.2 Qu'est ce qu'un sandwich .....	8
I.1.3. Matériaux des peaux .....	8
I.1.4. Matériaux de l'âme .....	8
I.1.5. Qu'est ce que le nid d'abeilles.....	9
I.1.6. Sandwichs à structure ondulée et gaufrée.....	11
I.1.7. Classement des sandwichs .....	11
I.1.8. L'adhésif .....	12
I.1.9. Procédé d'élaboration des nids d'abeilles.....	13
I.1.10. Modes d'assemblages des sandwichs en nids d'abeilles.....	14
I.1.11. Les différents défauts de fabrication des sandwichs en nids d'abeilles .....	15
I.1.12. Avantages et désavantages des sandwichs en nids d'abeilles.....	17
I.1.13. Applications des sandwichs en nids d'abeilles. ....	19
I.1.14. Travaux de recherche sur les matériaux et structures sandwichs.....	20
<b>I.2. Mode d'endommagements et ruine des structures sandwichs</b> .....	22
I.2.1. Flambement généralisé des peaux .....	22
I.2.2. Flambement généralisé des peaux « crimping ».....	22
I.2.3. Flambement localisé « wrinkling » ou « dimpling ».....	23
I.2.4. Rupture des peaux en traction ou en compression .....	24
I.2.5. Mode de rupture par indentation localisée.....	24
I.2.6. Rupture de l'âme en cisaillement .....	25
I.2.7. Dégradation de l'adhésif .....	25
<b>I.3. Mécanique des sandwichs</b> .....	26
I.3.1. Théorie adaptée aux poutres sandwichs .....	26
I.3.1.1. Sollicitation d'une poutre sandwich en flexion.....	26
<b>I.4. Comportement des sandwichs en flexion trois points</b> .....	31
I.4.1. Introduction.....	31
I.4.2. Contraintes de traction ou de compression dans les deux peaux et de l'âme .....	32
I.4.3. Contraintes de cisaillement dans le cœur du sandwich.....	33
I.4.4. Déformation en flexion et en cisaillement.....	34
I.4.5. Méthode de détermination du module de cisaillement G équivalent de l'âme .....	35
<b>I.5. Comportement des sandwichs en flexion quatre points</b> .....	36
I.5.1. Introduction.....	36
I.5.2. Condition expérimentale d'essai .....	37
I.5.3. Contraintes et déformation dans le sandwich chargé en flexion quatre points.....	37
<b>I.6. Les méthodes d'essais et normes</b> ...	39
<b>I.7. Comportement en fatigue et modèles d'endommagement</b> .....	40
I.7.1. Introduction.....	40
I.7.2. Etude expérimentale de l'essai de fatigue .....	40
I.7.3- Mode opératoire de l'essai de fatigue.....	41
I.7.4 Mécanique de l'endommagement.....	42
I.7.5. Aspects phénoménologiques de l'endommagement.....	43
I.7.5.1 Concept de la contrainte effective.....	43
I.7.6. Mesures indirecte et directe de l'endommagement.....	44
I.7.6.1. Mesure basée sur la variation du module d'élasticité .....	44
I.7.6.2. Mesure basée de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores.....	46
I.7.6.3. Mesure basée sur la variation de la densité .....	46

I.7.6.4. Mesure basée sur l'émission acoustique .....	46
I.7.6.5. Mesures directes de l'endommagement .....	47
I.7.6.6. Mesure basée sur la variation de la flèche d'une poutre chargée en flexion.....	47
I.7.7. Lois d'endommagement de fatigue .....	48
<b>I.7.8. Approche de dégradation de rigidité en cisaillement .....</b>	<b>53</b>
I.7.8.1. Introduction.....	53
I.7.8.2. Concept du module de fatigue .....	53
I.7.8.3. Equation de la dégradation.....	53
I.7.8.4. Equation Contrainte-Nombre de Cycles .....	54
I.7.8.5. Equation d'endommagement cumulatif .....	55
I.7.8.6. Conclusion .....	56

## **Chapitre II : Comportement statique des sandwichs sous sollicitation en flexion trois points et quatre points**

<b>II.1. Introduction .....</b>	<b>58</b>
II.1.1.2. Matériaux .....	59
II.1.1.3. Méthode expérimentale.....	61
<b>II.2. Résultats obtenus des essais statiques de flexion trois points et discussion .....</b>	<b>64</b>
II.2.1 Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion trois points .....	64
du sandwich Alu-Alu	
II.2.1.1. Module de cisaillement $G_{\text{éq}}$ pour le sandwich Alu-Alu.....	70
II.2.2 Analyse des résultats obtenus des essais de flexion trois points sur le composite.....	71
sandwich Alu-Alu	
II.2.3. Mode de rupture statique du sandwich alu-alu sollicité en flexion trois points.....	72
II.2.4. Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion trois points .....	78
du sandwich Alu-Nomex	
II.2.4.1. Module de cisaillement $G_{\text{éq}}$ pour le sandwich Alu-nomex .....	86
II.2.4.2 Analyse des résultats obtenus des essais de flexion trois points sur le composite.....	87
sandwich Alu-Nomex	
II.2.4.3. Mode de rupture statique du sandwich alu-Nomex sollicité en flexion trois points..	88
II.2.5. Conclusion.....	93
<b>II.3. Résultats obtenus des essais statiques de flexion quatre points et discussion.....</b>	<b>94</b>
II.3.1. Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion quatre points et discussion....	94
du sandwich Alu-Alu	
II.3.2 Analyse des résultats obtenus des essais de flexion quatre points sur le composite.....	97
sandwich Alu-Alu	
II.3.3. Mode de rupture statique du sandwich Alu-Alu sollicité en flexion quatre points .....	98
II.3.4. Analyse des résultats obtenus des essais de flexion quatre points sur le composite.....	99
sandwich Alu-Nomex	
II.3.5. Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion quatre points du sandwich...100	
Alu-Nomex	
II.3.6. Mode de rupture statique du sandwich Alu-Nomex sollicité en flexion quatre points105	
II.3.7. Conclusion.....	107

## **Chapitre III : Homogénéisation et Modélisation Numérique en flexion**

III.1. Introduction .....	109
III.2. Homogénéisation du nid d'abeilles .....	110
III.2.1. Géométrie et notations .....	111
III.2.2. Modèles analytiques .....	112
III.2.2.1. Propriétés dans le plan $(X_1, X_2)$ .....	112
III.2.2.1.1. Constantes de force $K_i$ .....	109
III.2.2.1.2. Modèle de Gibson .....	112

III.2.2.1.3. Modèle de Masters .....	114
III.2.2.2. Propriétés hors du plan ( $X_1, X_2$ ).....	115
III.2.2.2.1. Détermination du module $E_3$ .....	115
III. 2.2.2.2. Détermination des coefficients de Poisson.....	116
III. 2.2.2.3. Détermination des modules de cisaillement transverse $G_{13}, G_{23}$ . ....	116
III. 2.2.2.4. Modèle de Grédiac pour le calcul du module $G_{13}$ . ....	118
III.2.2.3. Application des modèles analytiques au nida en aluminium ECM55-9,6 .....	121
III.3. Homogénéisation numérique.....	121
III.3.1. Application de l'homogénéisation numérique au nida en aluminium ECM55-9,6... ..	121
III.3.1.1. Procédure d'homogénéisation du nida .....	115
III.3.1.2. Résultats de l'homogénéisation des constantes de l'ingénieur .....	121
III.4. Modélisation des panneaux sandwichs en flexion .....	130
III.4.1 Introduction .....	130
III.4.2. Modélisation numérique en flexion.....	131
III.4.2.1 Résultats de la modélisation .....	131
III.5. Conclusion .....	131

#### **Chapitre IV : Comportement en fatigue des Composites sandwichs sous Sollicitation de flexion**

IV.1. Introduction.....	136
IV.2. Matériaux et Technique expérimentale.....	130
IV.3. Résultats des essais de fatigue et discussions .....	140
IV.3.1 Résultats des essais de fatigue de la peau en aluminium du sandwich.....	140
IV.3.2. Résultats des essais de fatigue des panneaux sandwichs Alu-Alu sans défauts .....	141
IV.3.2.1 Analyse des résultats obtenus des essais de fatigue en flexion sur les sandwichs..	145
Aluminium-Aluminium	
IV.3.3 Mode de rupture en fatigue du sandwich alu-alu sans défaut .....	146
IV.3.4.Résultats des essais de fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex sans défauts..	148
IV.3.4.1.Analyse des résultats obtenus des essais de fatigue en flexion sur les sandwichs .	157
Aluminium-Nomex	
IV 3.5.Mode de rupture en fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex sans défauts .....	158
IV.3.5.1. Mode de rupture en fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex de densité 48..	158
IV.3.5.2. Mode de rupture en fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex de densité 144. .	160
IV.3.5. Résultats des essais de fatigue des panneaux sandwichs avec défauts et discussion .....	164
IV.3.5.1 Introduction.....	164
IV.3.5.2 Résultats des essais de fatigue des sandwichs avec défauts « trou - indentation » .....	165
IV.3.5.3. Analyse des résultats obtenus des essais de fatigue sandwichs avec défauts .....	170
IV.3.6. Conclusion .....	172

#### **Chapitre V : Modélisation de Comportement en Fatigue des sandwichs Alu-Nomex**

V. Introduction .....	174
V.1. Evolution en fatigue de la flèche et de la rigidité des sandwichs .....	175
V.2. Application des modèles d'endommagements cumulatifs .....	178
V.2.1. Détermination expérimentale du module de fatigue en cisaillement .....	178
V.2.2. Initiation de l'endommagement par fatigue .....	178
V.2.3. Détermination des paramètres du modèle de dégradation en fatigue.....	181
V.2.4. Comparaison entre la durée de vie expérimentale et calculée.....	184
V.2.5. Représentation des courbes d'endommagement D .....	185
V.3.Conclusion.....	187

**Conclusion générale** ..... 188

**Références** ..... 190

**Annexe** ..... 195

## Introduction générale

Le défi de concevoir une structure aussi légère que cela puisse être possible sans sacrifier la résistance est fondamental dans beaucoup d'applications d'ingénierie et principalement dans l'industrie aéronautique. Inévitablement, cette exigence impose la nécessité de stabiliser et renforcer les surfaces minces pour leurs permettre de supporter des efforts souvent complexes et combinés. Pour évaluer une nouvelle structure, le concepteur doit prendre en compte un certain nombre de considérations importantes. La nouvelle structure doit être, économique à construire et à faire fonctionner, fiable et confortable. Il existe évidemment plusieurs façons de satisfaire à ces exigences et le matériau de construction joue là un rôle prépondérant.

Les plaques ou structures sandwichs sont utilisées dans beaucoup de domaines, en particulier l'aéronautique. Le principal objectif est d'augmenter le rapport rigidité/poids en remplissant le coeur de la structure avec des matériaux plus légers, comme les "**nids d'abeilles**" (NIDA). Traditionnellement en aéronautique, les NIDA sont associés à des alliages d'aluminium, mais on utilise aussi des composites à fibres de carbone ou des polymères selon les besoins. La raison la plus commune et essentielle pour l'utilisation des matériaux sandwichs est le gain de poids. Mais il existe d'autres raisons: coût, stabilité, sûreté, résistance au choc, durée de vie, propriétés à la fatigue, dégradation à l'environnement, bruit, isolation thermique, plus grande capacité de charge, maintenance réduite et facilité de réparation, et capacités d'atténuation des vibrations. Le sandwich a aussi démontré sa capacité à absorber et à résister aux impacts importants. Un tel matériau composite est donc constitué de deux peaux qui supportent l'essentiel du chargement mécanique imposé et d'une âme dont la fonction est de transmettre par cisaillement le chargement mécanique entre les deux peaux.

Les performances mécaniques d'un matériau composite sandwich dépendent des propriétés mécaniques de peaux, de celles de l'âme, ainsi que de la liaison entre les peaux et l'âme. Plusieurs travaux de recherche ont été faites et se poursuivent sur les matériaux sandwichs dans le but de maîtriser et de connaître leurs comportements dans des conditions de service bien spécifiques. Dans cet optique que s'insère le présent projet de thèse.

Dans cette thèse, nous avons étudié le comportement en flexion trois points et quatre points sous chargement statique de deux types de composites sandwichs en nids d'abeilles: aluminium-aluminium et aluminium-Nomex (fibres aramides). Des résultats expérimentaux du comportement en fatigue des structures sandwichs et de l'endommagement seront présentés et analysés. Les codes de calcul éléments finis **ANSYS 11** et **Castem 2007** ont été utilisés pour l'homogénéisation de la structure de l'âme en nid d'abeilles et la modélisation numérique de la flexion statique. Le manuscrit se décompose en en cinq chapitres :

Le chapitre I est consacré à l'historique du concept sandwich, à des généralités sur les structures sandwichs, à la présentation succincte de la théorie des poutres adaptée aux poutres sandwichs, à la description des modes de dégradation et de ruine des matériaux sandwichs. Dans ce chapitre, un aperçu sera donnée quant aux méthodes expérimentales utilisées (flexion trois et quatre points) pour la caractérisation des structures composites sandwichs. Une large partie de ce chapitre sera consacré à l'étude bibliographique des aspects liés à la fatigue et l'endommagement.

Le chapitre II est dédié entièrement à l'étude expérimentale du comportement statique en flexion trois points et quatre points de deux matériaux sandwichs (Aluminium/Aluminium et Aluminium-Nomex). Il sera présenté l'analyse des observations des modes de rupture pour les différentes densités de l'âme et pour les deux types sandwichs (alu - alu, alu-Nomex).

Dans le chapitre III, la théorie de l'homogénéisation, appliquée aux matériaux composites périodiques, a été adaptée dans le sens de la théorie des plaques et coques hétérogènes. Une approche numérique (en utilisant le code de calcul Ansys) pour l'homogénéisation du nid d'abeilles "nida" a été développée et utilisée. Les résultats issus de la modélisation numérique de la structure sandwich en nids d'abeilles seront comparés avec les résultats expérimentaux de l'essai statique en flexion quatre points.

Le chapitre IV est consacré au comportement en fatigue de deux types de structures sandwichs (alu-alu, alu-nomex) sans défauts et avec défauts. Les courbes de fatigues seront présentées dans ce chapitre ainsi que l'évolution de la dégradation en fonction du nombre de cycles et les modes de rupture.

Enfin, dans le dernier chapitre V, des modèles d'endommagement utilisant les approches de dégradation de rigidité sont proposés pour prédire la durée de vie en fatigue à travers le module de cisaillement en fatigue de l'âme pour les structures sandwichs Alu-Nomex.

# **CHAPITRE 1**

## **PARTIE BIBLIOGRAPHIQUE**

## **I.1. GENERALITES SUR LES COMPOSITES SANDWICHES**

### **I.1.1. Historique du concept sandwich [1, 2, 3, 4, 5].**

Le concept sandwich est très répandu dans la nature. Les branches d'un arbre ou les os d'un squelette sont certainement de bons exemples. Ces structures répondent, naturellement, à un principe d'optimisation structurelle : usage minimum de matière pour des performances maximales. Historiquement, l'utilisation du concept de la construction type sandwich revient à Fairbairn en Angleterre en 1849. En 1924, Von T. Karman et P. Stock ont breveté un avion planeur avec un fuselage en sandwich. En suivant son prédécesseur Von Karman, Mautner a conçu un avion ayant des éléments sandwichs dans la structure des ailes. Toujours en Angleterre, la construction du sandwich a été utilisée pour première fois dans la conception du bombardier de nuit « Mousquito » durant la seconde guerre mondiale. En 1943, Wright et Patterson ont conçu et ont fabriqué le fuselage du BT-15 en sandwich. Ils ont utilisé du polyester renforcé de fibre de verre comme matériau pour les faces associées à un coeur en nids d'abeilles. Le sandwich avec une combinaison métal-bois a été utilisé pour la première fois dans les panneaux du plus vieux Fokker: le F27. Dans cette configuration, les éléments en sandwich avaient un coeur en balsa et des faces en aluminium. L'usage du matériau sandwich dans le projet Apollo, qui a débarqué avec succès sur la lune en 1969, a montré et mis au jour les grandes possibilités offertes par les structures sandwichs dans le champ d'aérospatiale. Avec l'aide de cette technologie nouvelle, il a été possible de construire la capsule Apollo légère et capable de supporter les accélérations importantes subies par la structure pendant la phase de lancement. Les applications des composites pour des grandes structures comme celle de l'Airbus a commencé par la conception du A310. Ce dernier est le premier avion de la flotte à s'être équipé d'un gouvernail en sandwich avec un coeur en nid d'abeilles. En 1992, Bitzer a donné une excellente vue d'ensemble des matériaux en nids d'abeilles et leurs applications. Bitzer affirme que les matériaux sandwichs avec des coeurs en nids d'abeilles sont utilisés dans au moins un avion à moteur sur deux et que l'utilisation des matériaux sandwichs qui était seulement de 8% de la surface mouillée du Boeing 707 est passé aujourd'hui à 46% dans la conception du Boeing 757/767.

La marine Nationale des Etats Unis utilise des panneaux sandwichs dans la construction de cloisons et hangars d'hélicoptère pour réduire le poids au dessus de la ligne de flottaison. La marine Royale suédoise est la première à avoir utilisé le concept sandwich et continue à utiliser les sandwichs dans la conception de l'ensemble des ces bateaux. De la même façon, la Marine Royale australienne utilise des matériaux composites en sandwich avec un coeur en mousse à haute performance dans la construction des ses chasseurs côtiers. Depuis 1980, les matériaux sandwichs sont utilisés dans les wagons de trains et dans les structures des locomotives comme la XPT en Australie, les locomotives ETR 500 en Italie, le TGV français et la locomotive 2000 en suisse. Le critère de conception majeur est la résistance à pression subie pendant la traversée de deux trains de grande vitesse dans un tunnel. Au Japon, les nouveaux trains Nozomi 500 utilisent un sandwich avec un coeur en nids d'abeille comme structure porteuse. En 1995, Starlinger et Reif ont rapporté cette construction du sandwich est maintenant utilisée dans les autobus. En Europe, COBRAE (Composite Bridge Alliance Europe) a été fondée pour mener et encourager la construction de ponts en matériaux

composites dans l'Union européenne. Un autre usage majeur des matériaux composites sandwichs, pendant la dernière décennie, est les éoliennes.

### I.1.2- Qu'est ce que qu'un Sandwich ?

Un matériau sandwich est constitué de trois couches (Fig. 1) :

- deux peaux fines ou semelles.
- une âme ou cœur.

Les trois parties du sandwich sont liées par un film d'adhésif, la liaison entre deux couches successives est appelée l'interface. Ces couches peuvent être de nature différentes, d'où la complexité de ces structures à cause de grands nombres des matériaux susceptibles d'être employés [4], [6].

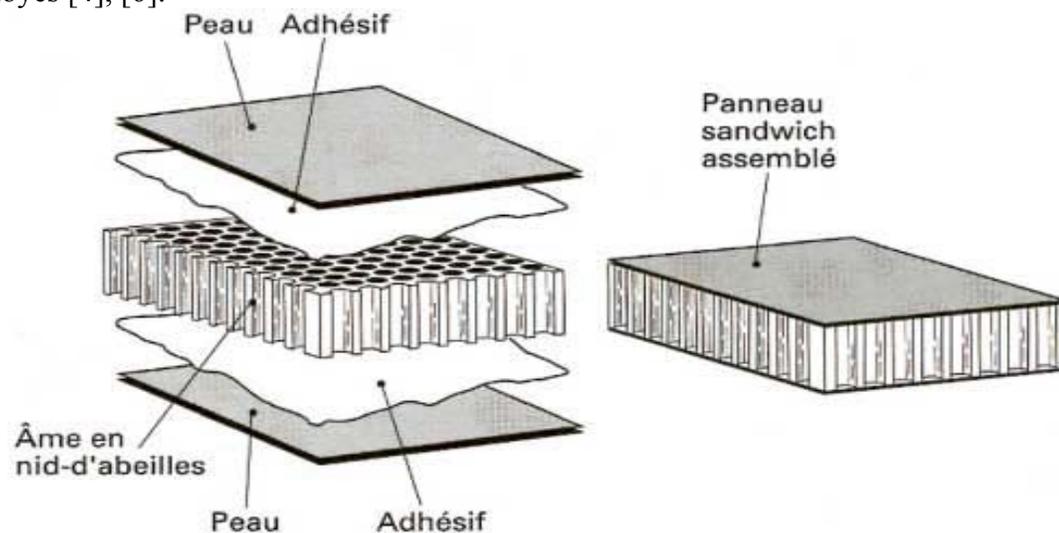


Fig. 1 : Éléments constitutifs d'un panneau sandwich en nida

### I.1.3. Matériaux des peaux

Les matériaux des peaux peuvent être réalisés en éléments très divers :

- des feuilles en alliages légers (Aluminium),
- des composites stratifiés (verre, carbone, kevlar)

Ils possèdent un haut module d'élasticité, une grande résistance et une faible épaisseur, comparé à celle de l'âme. Le rôle principal des peaux est de supporter les contraintes planes pour éviter une indentation localisée (concentration des contraintes) [5].

### I.1.4. Matériaux de l'âme

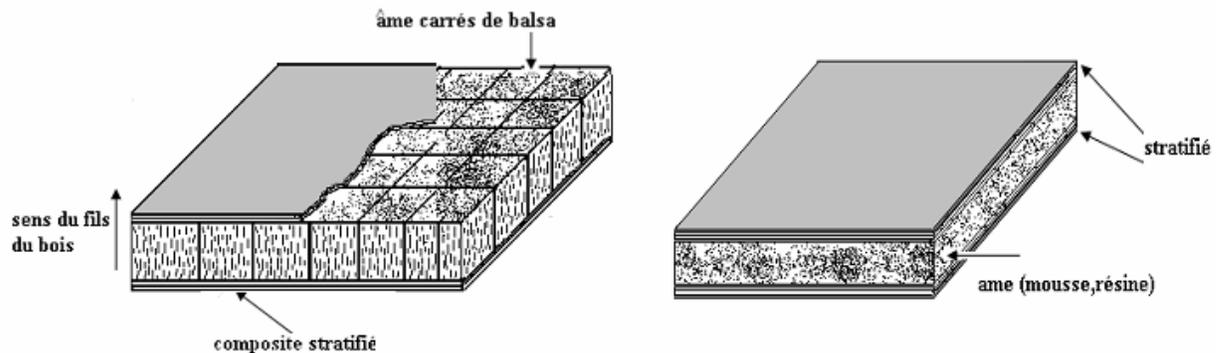
Cette âme, qui sépare les peaux en gardant leur distance relative constante, permet d'augmenter notablement le moment d'inertie de la structure, et donc sa rigidité tout en conservant une masse spécifique minimale. Le sandwich est destiné à résister au flambement

et à d'éventuelles contrainte de poinçonnement. Dans ces conditions, l'âme doit posséder une bonne résistance à la compression et au cisaillement.

Les matériaux de l'âme, les plus utilisées se présentent principalement sous deux formes (Fig.2) [6] :

➤ âme pleine, parmi lesquelles on retrouve :

- Le balsa ou bois cellulaire,
- Diverses mousses cellulaires,
- Des résines chargées de micro sphères de verres appelés mousses syntactiques,



**Fig. 2** : Matériaux sandwichs à âmes pleines

➤ âme creuses, essentiellement en nid d'abeilles et profilés :

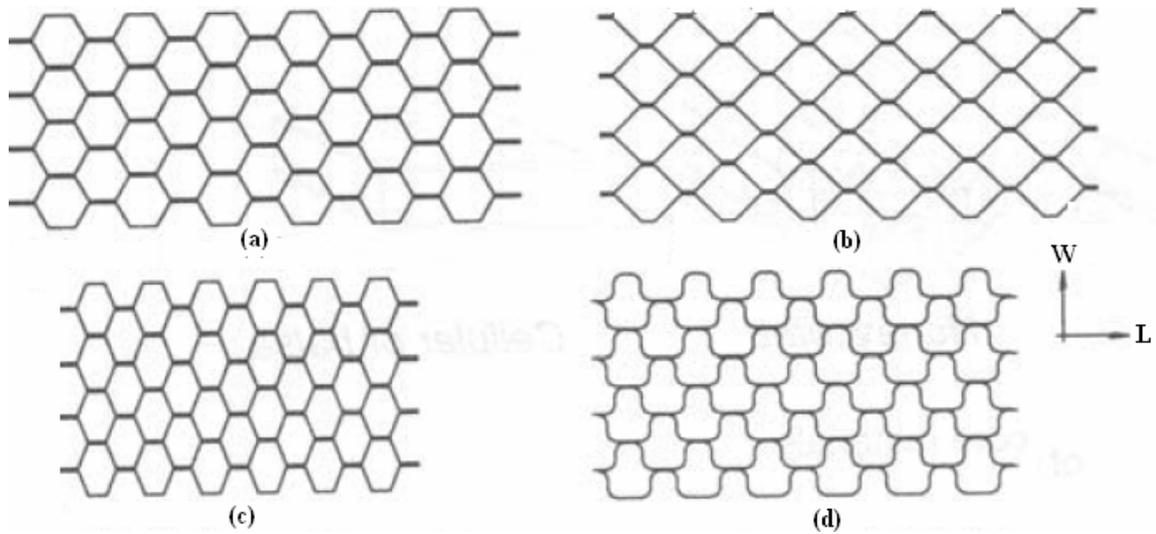
- Des maillages métalliques légers,
- Du papier kraft (enduit ou non de résine phénolique),
- Du papier polyamide, type papier Nomex (fibres aramide).

### I.1.5. Qu'est ce que le nid d'abeilles ?

Les structures légères en nid d'abeilles ont été largement développées à partir d'une variété de matériaux, tels que l'aluminium, le caoutchouc, le papier ou le Kevlar [6].

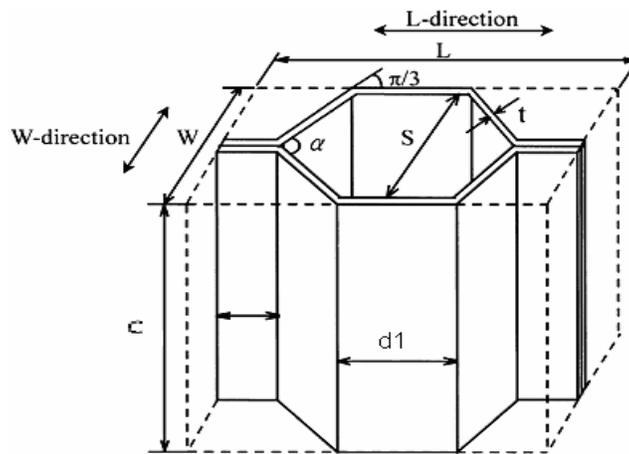
Un équilibre pratique entre la force, la rigidité et le poids, est réalisé avec ce type de matériaux cellulaires à cellule ouverte en lui conférant la possibilité d'une grande variété de choix pour des applications diverses et avancées. En plus de leur propre importance en tant que matériaux structuraux, les nids d'abeilles ont été intensivement étudiés pour leurs propriétés mécaniques car ils fournissent l'exemple typique et le plus simple d'un matériau cellulaire.

Les différentes configurations cellulaires généralement utilisées pour l'âme du nid d'abeille sont (Fig. 3) : hexagonal (a), carré (b), hexagonal sur allongé (c), le coeur fléchée (d).



**Fig. 3 :** Différentes configurations cellulaires de l’âme du Nid d’abeilles

La configuration cellulaire en nid d'abeilles la plus couramment utilisée est le nid d'abeilles hexagonal régulier standard montré par la figure (4). C’est ce type d’âme que nous avons utilisé au cours de notre étude.



**Fig. 4 :** Cellule en nid d’abeille hexagonal régulière

La cellule en nid d’abeille (fig.4) peut être caractérisé par un angle de cellule et quatre paramètres définis à partir des caractéristiques données dans le tableau 1.

Paramètres	Definition
$\alpha$	Angle de la cellule
$s$	Diamètre de la cellule
$d_1$	Longueur de la paroi centrale
$a$	Longueur de la paroi inclinée
$t$	Epaisseur de la paroi inclinée
$c$	Hauteur du nid d’abeilles

**Tableau1 :** Caractéristiques géométriques de cellule du nid d’abeille

On peut définir un repère orthonormé ( $W, L, M$ ) tel que la direction  $L$  corresponde à ruban, la direction  $W$  au sens expansion et  $M$  à la direction des alvéoles (fig.5). La direction  $M$  est confondue avec la direction  $X$ .

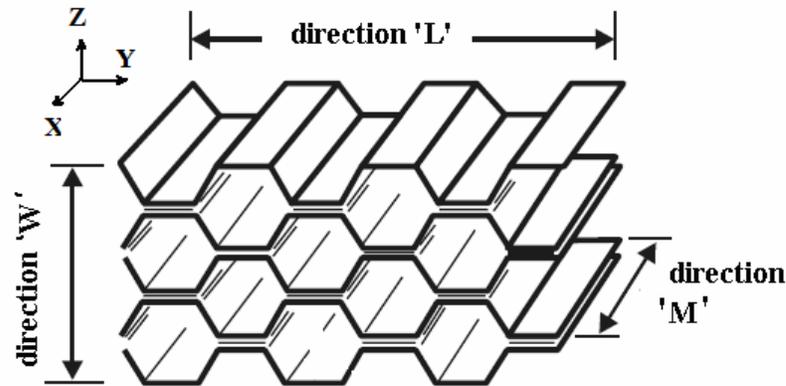


Fig.5 : Les repères orthonormés ( $W, L, M$ ) de l'âme en nid d'abeille

### I.1.6. Sandwiches à structure ondulée et gaufrée

L'usage de structures ondulées tend de plus à se développer. Dans ce cas, les alvéoles sont disposées dans l'épaisseur du sandwich, les parois des ondulations assurant l'espacement entre les peaux (Fig. 6) [2].

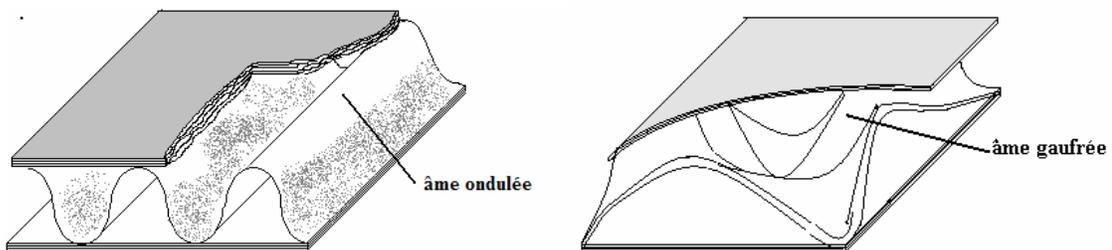


Fig. 6 : Sandwiches à âme ondulée et gaufrée

### I.1.7. Classement des sandwichs

Du fait de la fabrication des sandwichs, les propriétés mécaniques sont adaptées en faisant varier la nature des peaux (identique au non), de l'âme et de l'épaisseur de chacun des phases. En règle général, les peaux ont la même épaisseur  $t_f$ , et le rapport  $t_f/t_c$  ( $t_c$  étant l'épaisseur de l'âme) est compris entre 0.1 et 0.01. D'après Allen (1969) [7], les sandwichs sont classer en trois catégories selon la valeur du rapport  $d/t_f$  tel que  $d$  : distance entre les axes neutres des peaux (fig7):

- pour un rapport  $d/t_f$  supérieur à 100, on parle de sandwichs très fines.

- pour un rapport  $d/t_f$  compris entre 5.77 et 100, le sandwich est considéré comme ayant de peaux fines. Dans le cas où  $d/t$  est inférieur à 5.7, le sandwich est dit à peaux épaisses.

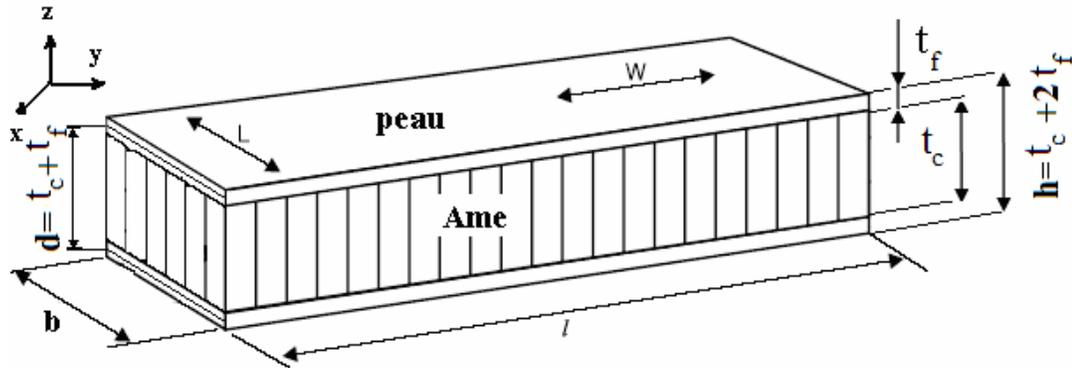


Fig.7 : Caractéristique géométriques d'un panneau sandwich

### I.1.8. L'adhésif

L'adhésif est un composant important dans un sandwich permettant un bon assemblage de la structure et une bonne transmission des contraintes d'un milieu à l'autre. Sa principale caractéristique est la résistance au cisaillement. La liaison âme / peaux est de deux types, la première est le collage direct de la résine pour les balsa ou mousse / polyesters, la deuxième est le collage par un film de colle pour les composite métal/nid d'abeille. Dans le cas de peaux en composite, l'insertion de cette troisième phase peut être évité par l'utilisation d'une résine auto-adhésive.

Le tableau (2) donne quelques types d'adhésifs [7].

Types d'adhésifs	
Époxydes	Nitrite phénolique
Époxy- polyamide	Polyuréthanes un ou deux composants
Époxy-phénolique	Acryliques réticulables
Époxy-polysulfure	Cyanoacrylates
Époxy flexibilisés	Polyimides
Époxy-nylon	Polybenzimidazole
Époxy en films monocomposants	Plastisols PVC

Tableau 2 : Quelques types d'adhésifs

### I.1.9. Procédé d'élaboration des nids d'abeilles

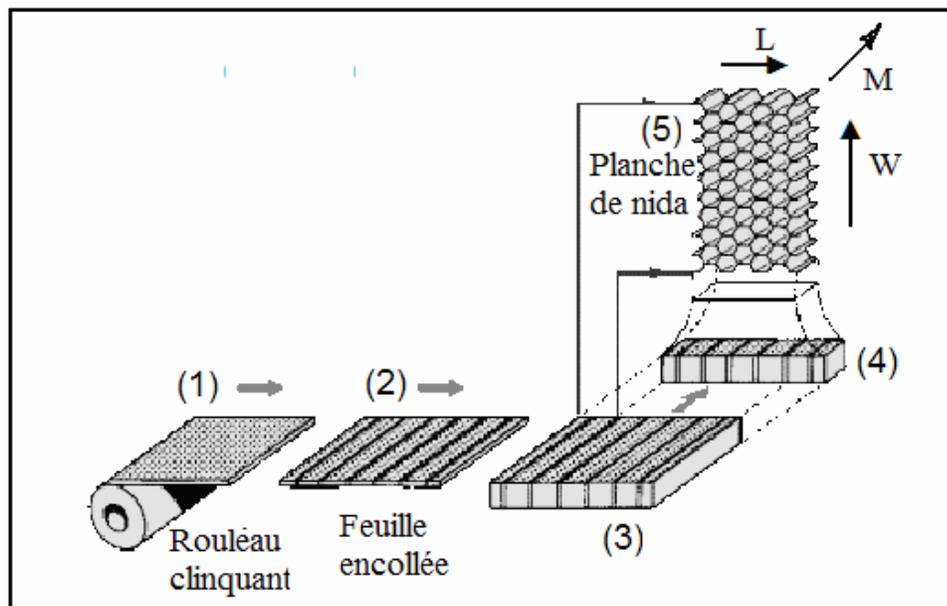
Pour un sandwich dont le cœur est en nid d'abeilles, la technique d'obtention des cellules hexagonales régulières se fait selon trois méthodes de fabrication [6] :

1. La méthode dite d'expansion est celle que l'on utilise pour fabriquer la plupart des nids d'abeilles destinés à entrer dans la construction des structures en sandwich. Elle permet de produire des panneaux de très grandes dimensions, mais d'épaisseur maximale limitée.

Les cellules sont obtenues à partir des feuilles minces ou clinquants (1) d'une épaisseur de quelques dizaines de micromètres. Le feillard (1) est imprimé avec de la colle (2), coupé en feuilles et empilé (3). Cette pile est mise sous pression et sous température, puis elle est coupée en tranches suivant l'épaisseur désirée (4). Elle est ensuite étirée jusqu'à obtention d'une structure à cellules hexagonales (5). Les paramètres principaux du nid d'abeille sont la taille de la cellule, l'épaisseur de la paroi et l'angle entre les parois adjacentes, qui peut être facilement contrôlé par le déplacement de la machine dans le processus d'étirage (Fig.8a).

2. Méthode dite de pré-ondulation consiste à superposer et à coller des feuilles de clinquant ou de plastique, préalablement ondulées. Ce qui a pour avantage d'autoriser des épaisseurs beaucoup plus grandes et permet de fabriquer des panneaux ayant une densité très élevée (Fig.8b)

3. Méthode dite par extrusion est utilisée pour les « nida » en polymères, voire parfois par collage d'éléments tubulaires.



(a)- Méthode par expansion

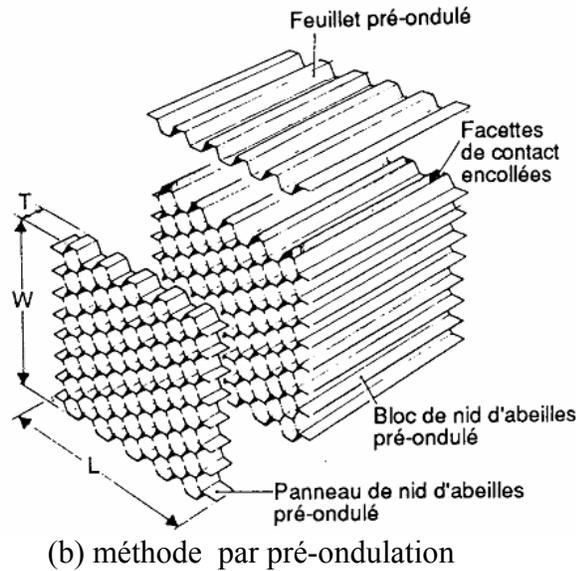


Fig. 8 : Procédé d’élaboration du nid d’abeille « nida »

**I.1.10. Modes d’assemblages des sandwiches en nid d’abeilles**

Les méthodes de base d'assemblages du Sandwich en Nid d'abeille peuvent être le collage, le soudage ou le brasage.

**a) Collage à la presse** : est généralement utilisée pour la production des panneaux plats. Cette méthode est convenable pour les peaux métalliques. L'ensemble âme peaux est lié par une couche adhésive avec l'application d'une pression et température bien déterminée (Fig.9),[6].

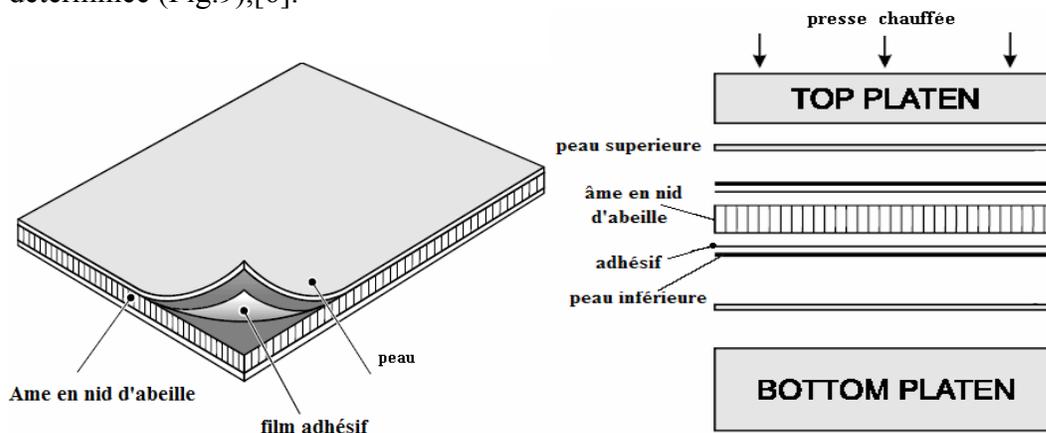
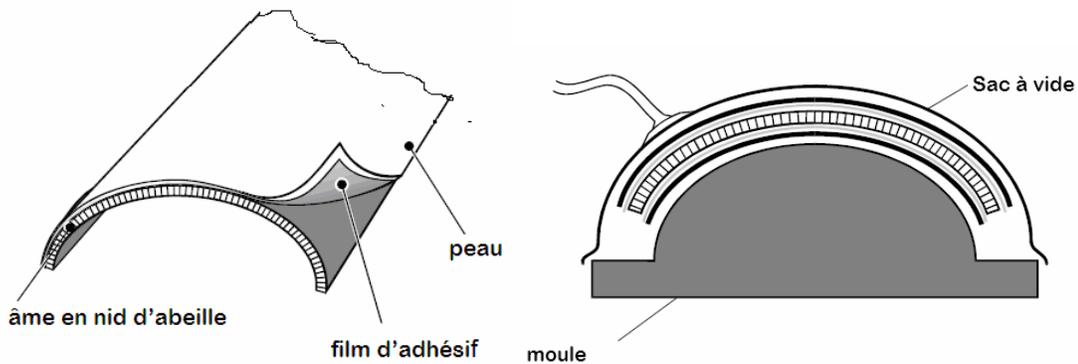


Fig. 9 : collage à la presse du sandwich

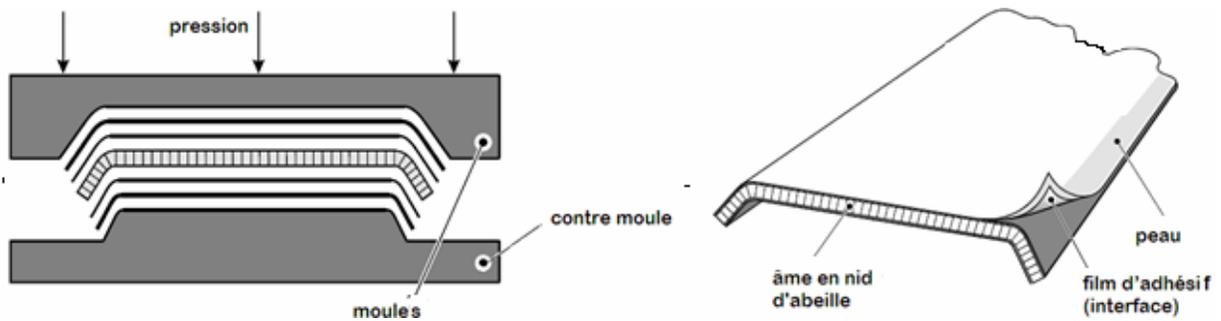
**b) La mise en oeuvre en Sac à vide :**

Usagé pour les panneaux de la forme courbée et les formes complexes, la cuisson des sandwiches est réalisée avec une température limitée pendant certain temps avec un vide dans le sac (fig.10) [7].



**Fig. 10 :** Mise en oeuvre en Sac à vide des panneaux sandwichs courbés

c) **Par moulage :** L’objectif de cette méthode est de réaliser des articles de la production avec hauts niveaux de tolérance et de finition de la surface. La pièce est pressée entre un moule et un contre moule par l’intermédiaire d’une presse , La chaleur et la pression dans ce cas sont appliquées selon une variété de méthode au cours le cycle de traitement. Les méthodes typiques sont l'usage d'outils chauffés avec la pression mécanique externe (Fig. 11)[6].

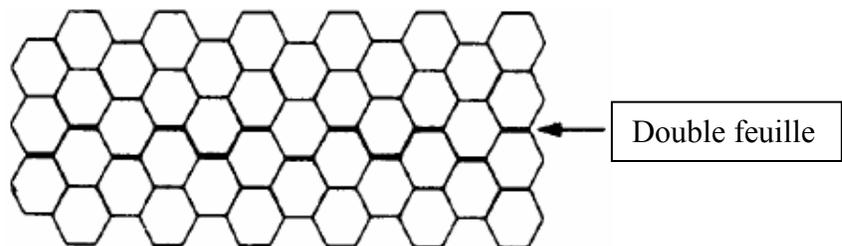


**Fig. 11 :** Assemblage du sandwich par moulage

### I.1.11. Différents défauts de fabrication des sandwichs en nid d’abeilles

#### a) *Les Doubles feuilles :*

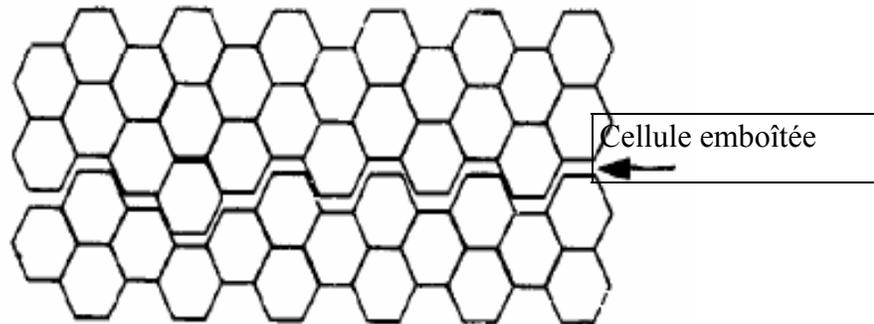
Le papier d'aluminium double est un défaut industriel du coeur qui se produit seulement pendant la fabrication du HOBE (Nid d'abeille Avant Expansion). Le papier d'aluminium Double est détecté seulement après que le coeur soit étendu (Fig.12) [6].



**Fig.12 :** défaut de fabrication « double feuille »

**b) Cellules emboîtées :**

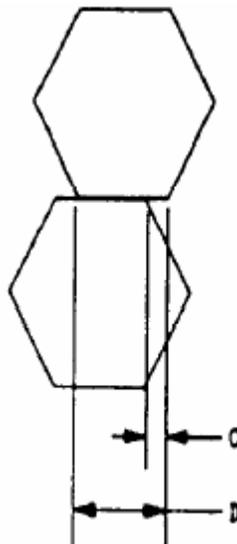
Une cellule emboîtée (Fig. 13) est un défaut industriel du cœur. Elle est causée par les noeuds qui ne sont pas alignés [3].



**Fig.13** : Défaut industriel du cœur « cellule emboîtée »

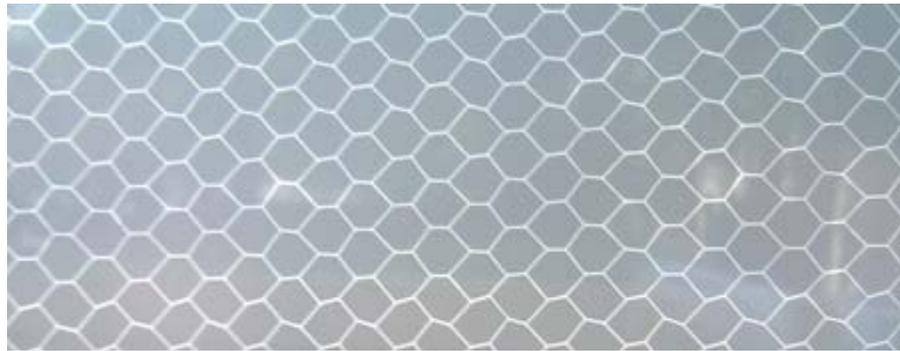
**c) Noeuds mal- accordés**

Le défaut de non alignement des cellules est un défaut de fabrication. Il est défini par le rapport C/D (Fig. 14) [3].



**Fig. 14** : Défaut de non alignement des cellules du sandwich

La figure (15) illustre des radiographies faites sur nos plaques sandwiches avec âme en aluminium de densité  $55$  et  $82 \text{ kg/m}^3$ . Ces clichés montrent des défauts de non alignement des cellules de l'âme.

(a) Densité 55 kg/m<sup>3</sup>(b) Densité 82 kg/m<sup>3</sup>

**Fig. 15** : Clichés de radiographie montrant des défauts de non alignement des cellules de l'âme

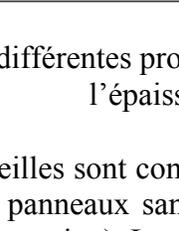
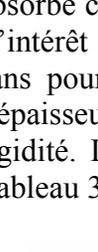
### **I.1.12. Avantages et désavantages des sandwichs en nid d'abeilles**

Les matériaux sandwichs présentent plusieurs avantages telles que la résistance à la flexion élevée, faible masse volumique, grande rigidité, résistance au flambage élevée, résistance considérable à la fatigue, absorption d'énergie mécanique des chocs, liberté de forme, maintenance réduite, faible coût d'utilisation, bonne isolation thermique, bonne isolation acoustique, etc.

Certain sandwichs sont résistants au feu ou auto extinctive où ils ont une résistance à la dégradation due à l'humidité et la corrosion. Ces avantages sont liés directement à la géométrie des sandwichs : une âme légère et résistante au cisaillement, deux peaux fines sont résistantes à la traction /compression, un grand moment d'inertie.

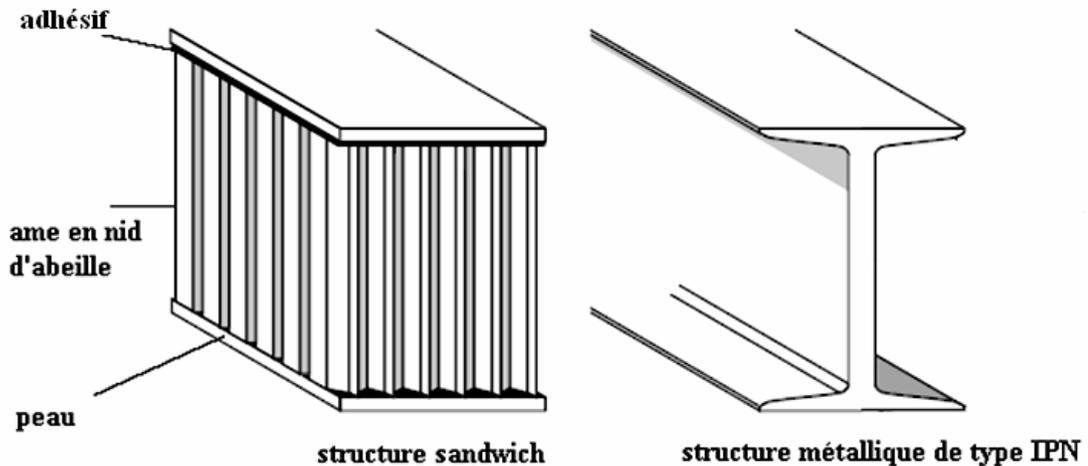
Les panneaux sandwichs sont utilisés pour apporter une grande rigidité en flexion et au flambement, tout en conservant un faible poids.

Le tableau (3) présente une comparaison des propriétés relatives : rigidité, résistance et la masse en fonction de l'épaisseur du sandwich [6].

	plaque monolithique	plaque sandwichs	
			
rigidité relative	1.0	7.0	37.0
résistance relative	1.0	3.5	9.2
masse relative	1.0	1.03	1.06

**Tableau 3 :** Les différentes propriétés des sandwichs en fonction de l'épaisseur de l'âme

Des constructions en nid d'abeilles sont comparables à ceux de structures Métalliques de type IPN (Fig.16). Les peaux des panneaux sandwich correspondent aux brides, qui prennent la charge de flexion (traction et pression). Le noyau de nid d'abeille correspond à la traverse, qui absorbe comme une âme les efforts de cisaillement et évite quasiment la flexion des couches. L'intérêt du sandwich est double : il permet une augmentation de la rigidité de la structure sans pour autant augmenter de façon significative la masse. En effet, l'augmentation de l'épaisseur d'une poutre conduit à l'augmentation de son moment quadratique et par suite sa rigidité. La preuve est fournie par les notions élémentaires de la résistance des matériaux (tableau 3).



**Fig. 16 :** Comparaison des sandwichs en nid d'abeilles avec ceux de structures métalliques

Les désavantages des sandwichs sont dus qu'ils sont des nouveaux matériaux, on a besoin de faire des études de leur comportement à long terme, de définir de procédures d'essais mécaniques et de contrôles non destructifs, et de standardiser des méthodes de production.

### **I.1.13. Application des sandwichs en nid d'abeilles**

L'usage de structures du sandwich continue à augmenter rapidement pour diverses applications qui vont des satellites, avion, bateaux, automobiles, voitures sur rail, éoliennes et construction de pont pour ne mentionner que quelques-unes. Les performances des structures sandwichs comme matériau sont en constante évolution avec à chaque fois de nouvelles fonctionnalités, comme l'amortissement des vibrations et des bruits, haute résistance au feu et aux environnements agressifs, etc. Un autre défi à relever pour une utilisation plus large des composites de type sandwich est de comprendre comment les endommagements existant influencent le comportement des différentes parties de la structure en service.

Dans le domaine militaire les raisons du choix de concept sandwich ne sont pas différentes de celles de son utilisation civile. C'est à dire, un faible poids combiné à une résistance élevée aux importantes charges de flambage, une grande résistance aux sollicitations dynamiques et aux chocs lourds associés aux détonations. Les exigences concernant les chocs, selon les standards militaires, semblent être les plus difficiles à satisfaire à la fois pour la conception de la structure que pour le matériau lui-même. De ce fait, le matériau sandwich semble être une bonne solution, pas seulement parce que ce matériau est capable d'absorber une grande quantité d'énergie de déformation avec un comportement élastique, mais aussi parce qu'avec un choix approprié du matériau de l'âme on peut obtenir une grande valeur rigidité à la structure.

Une large gamme, de structures composites sandwichs, est utilisée dans les applications des avions. Les exemples typiques sont les doublures du ventre et du bord arrière, les capots du moteur et les portes du train d'atterrissage. Les exigences de conception pour un composite sandwich dans l'aviation commerciale sont très diverses. Les peaux doivent résister à une grande gamme de températures opérationnelles et à de fortes charges aérodynamiques. Les surfaces sont exposées aux impacts dus aux chocs d'oiseau, aux grêlés et aux frottements causés par la pluie et la poussière. Les dégâts d'un objet étranger ou causé par des débris de piste durant l'envol sont une menace caractéristique pour toutes les surfaces de la partie inférieure de l'avion. Les panneaux dans le compartiment passager doivent supporter des charges transversales et discrètes causées par les passagers.

Ces divers exemples soulignent la diversité et la complexité des exigences opérationnelles et d'environnement pour les différentes applications du matériau sandwich. Les Structures sandwich ont d'excellentes capacités d'amortissements et d'absorption d'énergie qui peuvent être atteint par un design approprié.

L'application des structures sandwichs dans aviation commerciale est restreinte actuellement aux structures secondaires c'est à dire non porteuse. Pour une application plus répandue et plus large du sandwich dans les structures primaires ou fondamentales, plusieurs défis doivent être relevés.

Récemment l'utilisation des sandwichs dans les secteurs de transports a été notamment augmentée. Dans le secteur d'automobile les sandwichs sont généralisés chez certains grands constructeurs (Volvo, Mercedes) dans la fabrication des coffres et hayons.

La construction navale et maritime a connu largement les sandwichs dans les bateaux de loisirs (coques pont), dans les grands bateaux (YS2000) et dans les transporteurs rapides. De nombreuses possibilités d'utilisation des sandwichs dans les matériels ferroviaires comme le montre le projet de Bombardier-ANF pour la réalisation des wagons en structure sandwichs.

Cette vue d'ensemble souligne les grandes évolutions présentes et futures des possibilités multiples offertes pour une intégration utile et plus large des structures sandwichs. Grâce de leurs propriétés inhérentes et qualités avancées, les structures sandwich représentent un composite ayant toutes les caractéristiques du matériau sophistiqué et ayant de grandes potentialités

#### **1.1.14. Travaux de recherche sur les matériaux et structures sandwichs [1, 3, 4, 5, 9]**

Le premier papier de recherche sur les matériaux ou structures sandwichs a été écrit par Marguerre en Allemagne en 1944 sur le comportement des panneaux en sandwich soumis aux charges de compression dans le plan. En 1948, Nicolas J. Hoff a publié les équations différentielles et les conditions aux limites pour une plaque sandwich cintrée. Il a utilisé le principe de déplacements virtuels, mais avait uniquement étudié le problème du flambage. Dans la même année, Libove et Batdorf ont publié une théorie simple pour l'analyse du comportement en flexion des plaques du sandwich. En 1949, Flugge a publié un papier sur l'optimisation structurelle de panneaux du sandwich dans lequel il a présenté la solution de plusieurs problèmes et situations. Dans tous les développements précités les matériaux étaient isotropes. En 1951, Bijlaard a étudié l'optimisation des structures sandwichs pour le recherche du ratio optimale entre l'épaisseur du coeur et l'épaisseur des faces, pour une épaisseur totale donné. C'est en cette période, que les publications sur les sandwichs ont commencé à émaner du Laboratoire des Produits Forestier Américain (USFPL) rattaché à l'Université de Wisconsin. Comme son nom l'indique, ils ont été associés avec l'usage de produits en bois. Cependant, leurs nombreuses publications sur les méthodes d'analyses des structures sandwichs en bois étaient applicables aux-mêmes structures faites de matériaux composites. Leurs travaux ont dominé les méthodes d'analyse des structures sandwichs pendant presque une décennie. A l'USFPL, Kuenzi et Ericksen étaient les principaux auteurs prolifiques de ces travaux. Ainsi, une grande partie du catalogue militaire américain sur les structures sandwich, s'appuie sur les résultats et publications de cette institution. Ce document militaire est devenu un standard d'usage pour l'industrie. En 1957, Kaechele a publié un rapport de l'USFPL sur la conception optimale des panneaux sandwich. En 1960, la Bruyère a publié un papier sur une extension des théories existantes pour les plaques sandwichs soumises à une compression dans le plan. En 1966, Plantema [8], a publié le premier livre sur les structures du sandwich, suivi par un autre livre sur les structures du sandwich par H.G. Allen en Angleterre en 1969 [3]. Ces livres sont restés les "bibles" pour les structures du sandwich jusqu'à la moitié des années 90. Le plus grand de cet effort de recherche était dirigé vers le développement de

méthodes pour l'optimisation du poids de la structure sandwich. Beaucoup de ces méthodes ont été publiées plus tard par Vinson.

Dans les années soixante-dix une grande activité scientifique a commencé en Suède sur l'usage des composites sandwichs pour les coques des bateaux. C'était pour une grande partie sous la direction de Karl-Axel Olsson de l'Institut Royal de Technologie (KTH) de Stockholm. Il a mené cette activité à KTH en collaboration avec la Marine nationale Royale suédoise et les constructeurs de navires suédois. Cet effort de recherche a concerné l'analyse, l'optimisation, des tests sur des modèles réduits, des essais à échelle réelle pour les explosions sous-marines et en plein l'air, etc. Ils étaient capables de montrer qu'une coque en composite sandwich, correctement conçue, peut structurellement remplacer une structure en coque d'acier. En 1989, Ha a publié une vue d'ensemble sur l'analyse par éléments finis appliqués aux composites sandwichs. Ce papier est souvent cité et même encore en 2006. En 1991, Bert a publié un travail sur l'analyse des plaques sandwich, pendant qu'en 1996, un autre article sur les structures sandwich est réalisé par Noor, Burton et Bert ou ils ont fourni plus de 800 références, discuté et 559 références comme une sorte de bibliographie supplémentaire. En 1995, une monographie par Zenkert avait permis d'enrichir le contenu du livre de Plantema et Allen. Zenkert a suivi ceci par un manuel scolaire sur sandwich en 1996. En 1999, un autre manuel du sandwich a été publié par Vinson. Aujourd'hui, il y a seulement quatre livres sur les structures du sandwich: Plantema, Allen, Zenkert et Vinson [1, 3, 4, 5, 9].

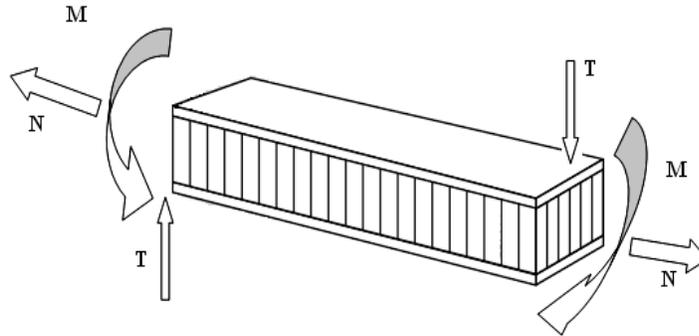
Nous avons donné une brève vue d'ensemble des applications passées et présentes du sandwich. Plusieurs activités de recherche dans le domaine de sandwich pour son utilisation comme structure porteuse dans l'industrie aéronautique sont en cours. Pour cela le sandwich doit relever des défis majeurs liés au comportement en fatigue de ce type de structures, aux méthodes de simulation, outils et modèles numériques pour la modélisation du sandwich, à la détection des endommagements en service, à la conception, à la fabrication, à la réparation et à l'introduction de nouvelles fonctionnalités.

## **I.2. Mode d'endommagement et de ruine des structures sandwichs**

Les modes d'endommagement et ruine des structures sandwichs ont été étudiés par plusieurs chercheurs dans le domaine [11, 12, 13, 14]. A. Petras et al [10, 11] ont montré que le processus des modes d'endommagements lors du chargement en flexion trois points, dépend de la charge, du rapport de la longueur entre appuis et de l'épaisseur des peaux et de la densité du coeur. Triantafillou et Gibson [12] répertorient les différents modes de dégradations d'un sandwich soumis à la flexion. Ils existent sept modes principaux de dégradation :

- rupture des peaux en traction ou en compression,
- flambement de la peau en compression ou "Wrinkling",
- flambement des cellules du l'âme,
- rupture de l'âme en cisaillement,
- rupture de l'âme en traction ou en compression
- indentation du coeur et de la peau au point d'application de la charge centrale.
- rupture de l'interface âme/peau

Dans cette partie, nous décrivons les modes de ruptures des structures sandwichs soumises aux sollicitations données par la figure (17).



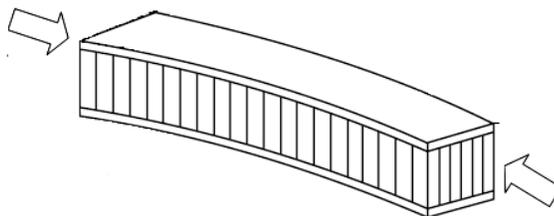
**Fig. 17** : Différentes sollicitations (M, N, T) appliquées sur un sandwich

### I.2.1. Flambement généralisé des peaux

Une poutre sandwich soumise à de la compression, debout peut céder sous l'effet des conditions d'instabilité (Fig. 11). Le flambement généralisé peut aussi survenir quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures aux résistances à la rupture. La charge, causant le flambement du sandwich, dépend des paramètres tels que les dimension dans le plans de la poutre et les conditions aux limites, qui ne peuvent être modifiées que partiellement lors de la conception.

D'autres grandeurs, également importantes dans la définition de la charge de flambement, dépendent directement du type de sandwich, exemple la rigidité de flexion du sandwich, l'épaisseur des peaux, les propriétés élastiques des peaux, l'épaisseur de l'âme, ou le module de cisaillement de l'âme.

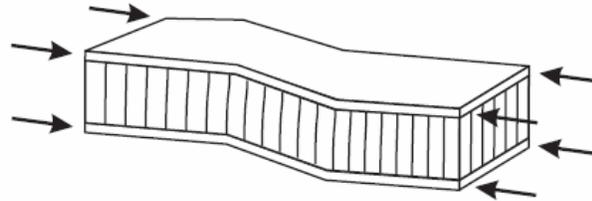
Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, augmenter l'épaisseur des peaux, et l'épaisseur de l'âme, ou encore utiliser pour l'âme un matériaux de module de cisaillement plus élevé.



**Fig. 18** : Mode de ruine par « flambement généralisé » des peaux du sandwich

### I.2.2 – Flambement généralisé des peaux « crimping »

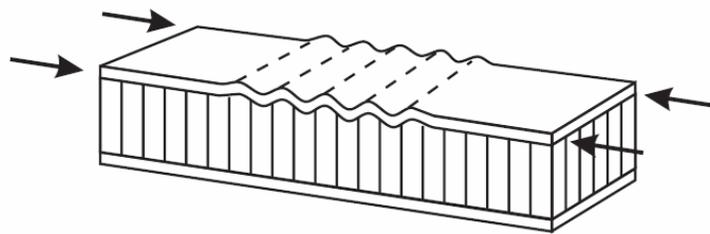
Si le rapport longueur sur épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme (fig.19). Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux, mais augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement dans l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme de module de cisaillement plus élevé.



**Fig. 19** : Mode de ruine par flambement généralisé « general buckling » de l'âme du sandwich

### I.2.3- Flambement localisé « wrinkling » ou « dimpling »

Les peaux considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. C'est l'âme qui empêche leur flambement. Cependant si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement. Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » se produit (fig.20) [15].

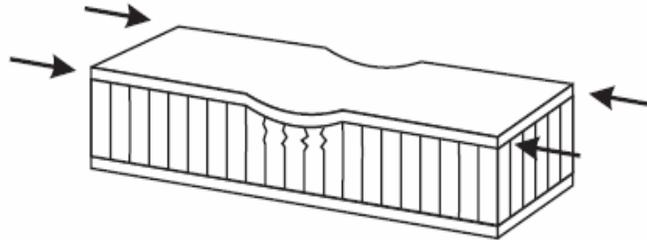


**Fig. 20** : Mode rupture par flambement localisé « wrinkling »

Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes, qui ne dépendent ni de la géométrie de la structure ni des conditions aux limites. Par contre, il est influencée par les modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme.

Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux un matériau de module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme un matériau présentant des propriétés élastique plus élevées.

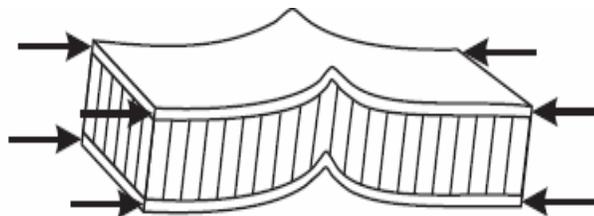
Dans le cas d'une âme en nid d'abeille, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes (fig.21), appelée « dimpling » [16].



**Fig. 21** : Mode rupture par flambement localisé « dimpling ».

#### I.2.4. Rupture des peaux en traction ou en compression

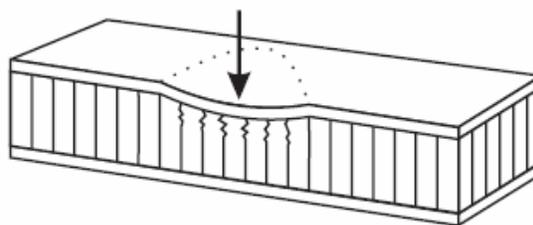
Il s'agit du cas où les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles pour matériaux constituant les peaux (Fig. 22). Ce phénomène peut être évité en utilisant un matériau dont les contraintes à rupture sont plus élevées, ou en augmentant l'épaisseur des peaux, ce qui réduit les contraintes appliquées, ou en augmentant l'épaisseur de l'âme, ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux.



**Fig. 22** : Mode de dégradation par rupture des peaux du sandwich

#### I.2.5. Mode de rupture par indentation localisée

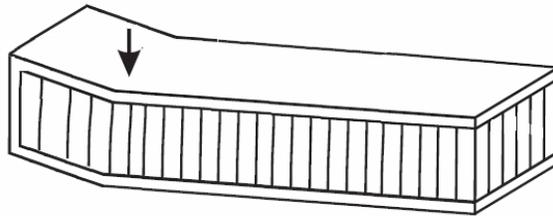
L'indentation local est un mode localisé de rupture due à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique (fig.23) [17].



**Fig. 23** : Mode de rupture par indentation localisée

### I.2.6. Rupture de l'âme en cisaillement

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a rupture de l'âme (fig.24). Dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau pour l'âme possédant une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur, n'aura aucun effet.



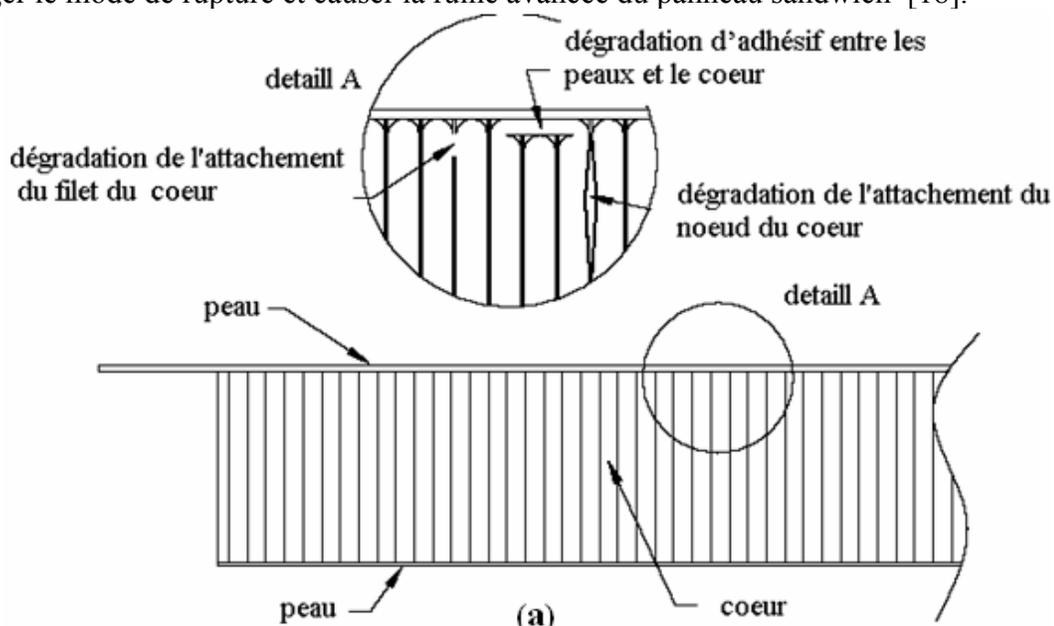
**Fig. 24** : Mode de rupture par cisaillement de l'âme

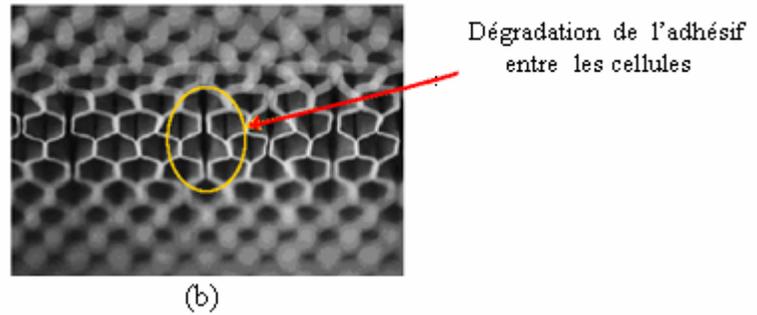
### I.2.7. Dégradation de l'adhésif

La dégradation de l'adhésif entre les peaux et l'âme s'effectue généralement selon trois types :

- dégradation d'adhésif entre les peaux et l'âme,
- dégradation de l'attachement des cellules de l'âme,
- dégradation de l'attachement du noeud des cellules de l'âme.

La figure (25) illustre les types de dégradations citées ci-dessus. L'exposition à l'humidité provoque des dégradations remarquables de la résistance de l'adhésif du sandwich qui peut changer le mode de rupture et causer la ruine avancée du panneau sandwich [18].





**Fig. 25** : Types dégradation de l'adhésif (a), (b) d'un panneau sandwich [18].

Les panneaux sandwichs sont correctement conçus à résister à tous les types de dégradation pendant le service. La dégradation de l'adhésif provoque plusieurs mécanismes d'endommagement tel que : le flambage généralisé « crimpling », et le flambage localisé des peaux « wrinkling ».

La dégradation des attaches du nœud des cellules du sandwich diminue la rigidité en cisaillement du coeur et provoquant donc, une diminution de la résistance au flambage généralisée « crimpling », et au flambage « buckling - wrinkling » des peaux du panneau du sandwich. Aussi, elle peut réduire la stabilité au flambage général « general buckling stability » [19].

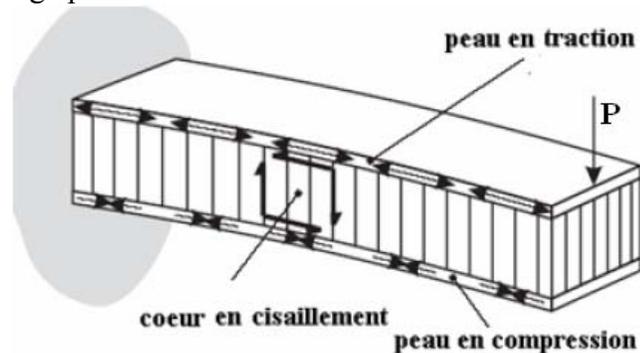
### I.3. MECANIQUE DES SANDWICHES

#### I.3.1. Théorie adaptée aux poutres sandwichs

##### I.3.1.1 Sollicitation d'une poutre sandwich en flexion

Les structures sandwichs sont généralement sollicitées en flexion (trois points ou quatre points). Afin d'optimiser les caractéristiques des matériaux de l'âme et de la peau pour une application donnée, il convient de connaître leur comportement pour ces deux types de sollicitation.

Considérons une poutre encastree avec une charge appliquée à la fin libre (Fig.26). La charge appliquée crée un moment de flexion qui est au maximum à l'encastrement, et une force de cisaillement sur la longueur de la poutre. Dans un panneau sandwich, ces forces créent une tension dans la peau supérieure et une compression dans la peau inférieure. Le coeur espace entre les peaux est chargé par des contraintes de cisaillement.



**Fig. 26** : Panneau sandwich chargé en flexion

La théorie des poutres simples est adaptée au poutre sandwich avec quelques modification [3, 4]. L'utilisation de cette théorie permet de trouver une méthode simple pour la détermination des caractéristiques mécaniques principale de la structure sandwich : la rigidité en flexion, la rigidité en cisaillement, les contraintes planes dans les peaux et la contrainte de cisaillement dans l'âme.

Dans le cas général, la répartition des chargements dans une structure sandwich, est décrite sur la figure (27). Pour simplifier l'étude, la poutre sandwich sera soumise à un moment de flexion  $M_x$ , un effort normal  $N_x$  et une force transversale  $T_z$ .

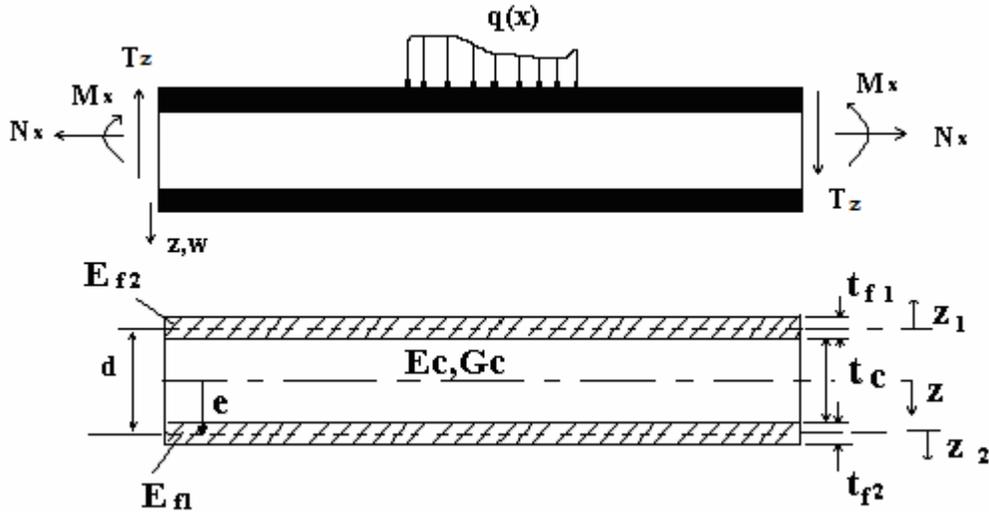


Fig. 27 : Répartition des chargements dans une poutre sandwich dans le plan

Les indices « c » et « f » correspondent respectivement aux caractéristiques de l'âme (cœur) et des peaux (faces)

### 1-Déformation longitudinale du sandwich $\epsilon_x$

Supposons d'abord que la poutre est seulement soumise à un moment de flexion  $M_x$ . La déformation longitudinale à un distance  $z$  par rapport à l'axe neutre du sandwich, est donnée par :

$$\epsilon_x = \frac{M_x z}{D} \tag{1}$$

$D$  désigne la rigidité en flexion du sandwich

### 2 – Rigidité en flexion du sandwich $D$ du sandwich

La caractéristique principale d'un matériau sandwich est sa rigidité en flexion  $D$ , donnée par [5] et [9]:

$$D = \int E z^2 dz = \frac{E_{f1} b t_{f1}^3}{12} + \frac{E_{f2} b t_{f2}^3}{12} + \frac{E_c b t_c^3}{12} + E_{f1} b t_{f1} (d - e)^2 + E_{f2} b t_{f2} e^2 + E_c b t_c \left( \frac{t_c + t_{f2}}{2} - e \right)^2 \tag{2}$$

où  $E_f$ ,  $E_c$ ,  $t_c$  et  $t_f$ , sont respectivement les modules d'Young en contrainte plane et les épaisseurs des peaux et du cœur.  $d$  est la distance séparant les plans moyens des peaux, et  $b$  largeur du panneau sandwich (fig.27).

Dans le cas d'un sandwich à peaux fines, les deux premiers termes du second membre peuvent être négligés, et même le troisième et le sixième terme pour une âme à module d'élasticité faible. Pour un sandwich symétrique (même épaisseur et matériau) dont les deux conditions citées sont satisfaites, l'équation (2) devient, [3, 4, 5] :

$$D = \frac{E_f b t_f^3}{6} + \frac{E_f b d^2}{2} + \frac{E_c b t_c^3}{12} \quad (3)$$

Le premier terme du second membre correspond à la rigidité des peaux par rapport à leur propre axe neutre. Le deuxième terme représente la contribution à la rigidité en flexion de ces mêmes peaux par rapport à l'axe neutre (au centre du cœur pour un sandwich symétrique) du sandwich. Le dernier terme est la rigidité apportée par le cœur par rapport à son axe neutre [5] [9].

$$\text{- si } \left( \frac{d}{t_f} \right)^2 \geq 100 \quad \text{on néglige le premier terme} \quad (4)$$

$$\text{- si } \left( \frac{6E_f t d^2}{G_c t_f^3} \right) \geq 100 \quad \text{on néglige le troisième terme} \quad (5)$$

Alors le calcul de la rigidité en flexion est souvent limité à :

$$D = \frac{E_f b d^2}{2} \quad (6)$$

### 3- Contraintes de traction et de compression dans les peaux du sandwich

Pour un sandwich symétrique (même peau pour un module d'élasticité élevé et faible épaisseur), la position de l'axe neutre est au milieu du cœur. Les contraintes de traction ou de compression dans les peaux peuvent être calculées en utilisant l'équation (1) :

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = E \frac{M_x z}{D} \quad (7)$$

La contrainte dans la peau supérieure est donnée par :

$$\sigma_1 = \sigma_x = E_1 \frac{M_x (d - e)}{D} \approx - \frac{M_x}{t_f b d} \quad (8)$$

La contrainte dans la peaux inférieure est donnée par :

$$\sigma_2 = \frac{M_x e}{D} E_2 \approx + \frac{M_x}{t_f b d} \quad (9)$$

#### 4- Contraintes de cisaillement dans les peaux et l'âme du sandwich

La contrainte de cisaillement est calculée en utilisant une définition plus générale de l'équation d'équilibre :

$$\sigma_{ij,j} = 0 \rightarrow \frac{d\sigma}{dx} + \frac{\tau_{xz}}{dz} = 0 \rightarrow \tau_{xz}(z) = \int_z^{(d+t/2)} \frac{d\sigma_x}{d_x} dz \quad (10)$$

Sachant que pour  $\tau_{xz}$  est égale à zéro pour  $z = \frac{d+t_f}{2}$ . En utilisant  $\frac{dM_x}{dx} = T_x$ , l'équation

(10) devient :

$$\tau = \frac{T_x}{D} \int_z^{(d+t/2)} E z dz = \frac{T_x B(z)}{D} \quad (11)$$

Avec B(z) est le moment surfacique d'ordre 1, calculé par :

$$B(z) = \int_z^{(d+t/2)} E z dz \quad (12)$$

Les contraintes de cisaillement [3, 4, 5] dans les peaux et l'âme sont calculées par :

- Dans la peau supérieure pour :  $-d + e - \frac{t_{f1}}{2} \leq z \leq -d + e + \frac{t_{f1}}{2}$

$$\tau_1(z) = \frac{T_x E_1}{D 2} \left[ \left( d - e + \frac{t_{f1}}{2} \right)^2 - z^2 \right] \quad (12a)$$

- Dans la peau inférieure pour :  $e - \frac{t_{f2}}{2} \leq z \leq e + \frac{t_{f2}}{2}$

$$\tau_2(z) = \frac{T_x E_2}{D 2} \left[ \left( d - e + \frac{t_{f2}}{2} \right)^2 - z^2 \right] \quad (12b)$$

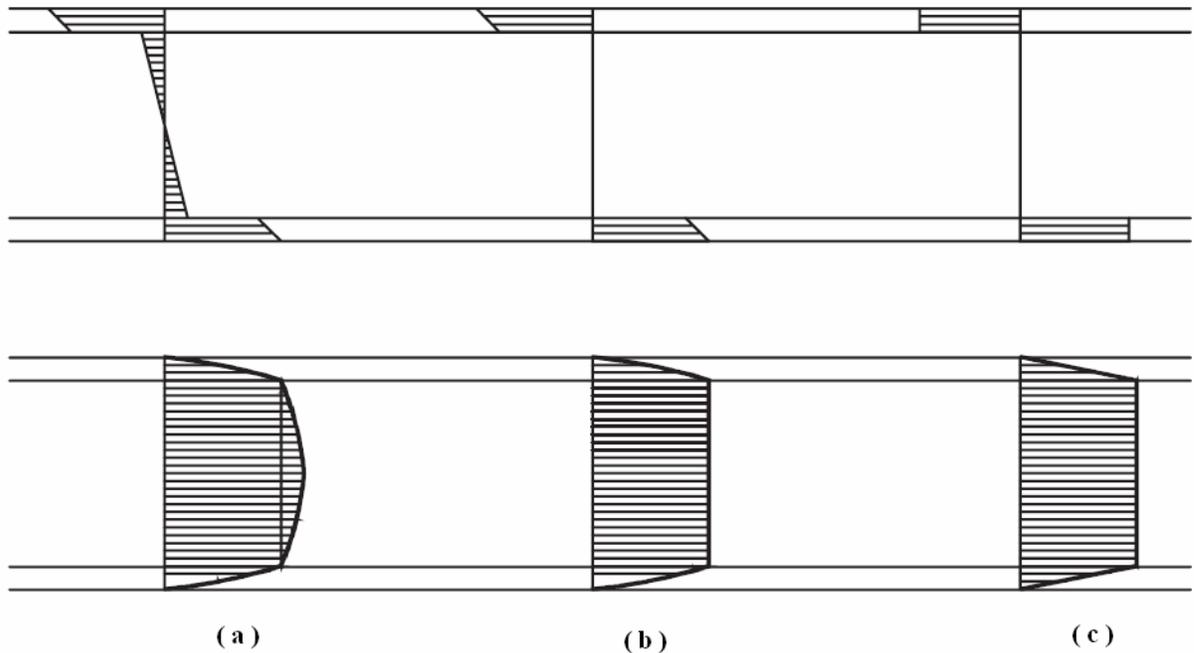
Dans l'âme pour  $-d + e - \frac{t_{f1}}{2} \leq z \leq 0$

$$\tau_c(z) = \frac{T_z}{D} \left[ E_1 t_{f1} (d - e) + \frac{E_c}{2} \left\{ \left( d - e - \frac{t_{f1}}{2} \right)^2 - z^2 \right\} \right] \quad (12c)$$

Dans l'âme pour  $0 \leq z \leq e - \frac{t_{f2}}{2}$

$$\tau_c(z) = \frac{T_z}{D} \left[ E_2 t_{f2} (d - e) + \frac{E_c}{2} \left\{ \left( d - e - \frac{t_{f2}}{2} \right)^2 - z^2 \right\} \right] \quad (12d)$$

Les distributions de la contrainte normale dans les peaux et du cisaillement dans l'âme sont illustrées par la figure 28 (a). Si  $E_c \ll E_f$  et  $t_f \ll t_c$ , les distributions de contrainte s'approchent de la forme idéale, montrées respectivement par les figures 5 (b) et 5 (c) [53].



**Fig. 28 :** Distributions de contrainte normale et du cisaillement dues à la flexion : (a),  $E_c \ll E_f$  (b), et  $E_c \ll E_f$  et  $t_f \ll t_c$  (c).

Pour un sandwich symétrique de même peau fine avec  $E_{f1} = E_{f2}$ ,  $t_{f1} = t_{f2}$ ,  $e = d/2$  et une âme de faible module d'élasticité, la contrainte de cisaillement reste constante [5, 9] dans l'âme et s'écrit :

$$\tau_c = \frac{T_z}{bd} \quad (13)$$

La faible densité du matériau sandwich composant le noyau et une contrainte de cisaillement plus ou moins constante dans la section transversale, fait que, dans toute analyse mécanique de ce type de structure, la prise en compte des déformations de cisaillement est primordiale.

On peut admettre que la déformation est composée d'une contribution classique due à la flexion, notée  $w_f$ , et d'une autre due au cisaillement notée  $w_c$ .

Pour une poutre sandwich de peaux fines, l'analyse mécanique est plus simple, et on peut définir la courbure totale comme étant la contribution d'une flexion et d'un cisaillement :

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M_x}{D} + \frac{1}{S} \frac{dT_z}{dx} \quad (14)$$

La rigidité en cisaillement  $S$  est donnée par la relation :

$$S = \frac{Gd^2}{k} \quad (15)$$

Avec :

$G$  : le module de cisaillement du cœur

$h$  : la hauteur de la poutre

$k$  : un facteur de cisaillement égal 1,2 pour une section transversale rectangulaire homogène.

Pour un sandwich de peaux fine  $t_f < t_c$  et de cœur de faible module élastique  $E_c < E_f$ , cette rigidité est donnée par :

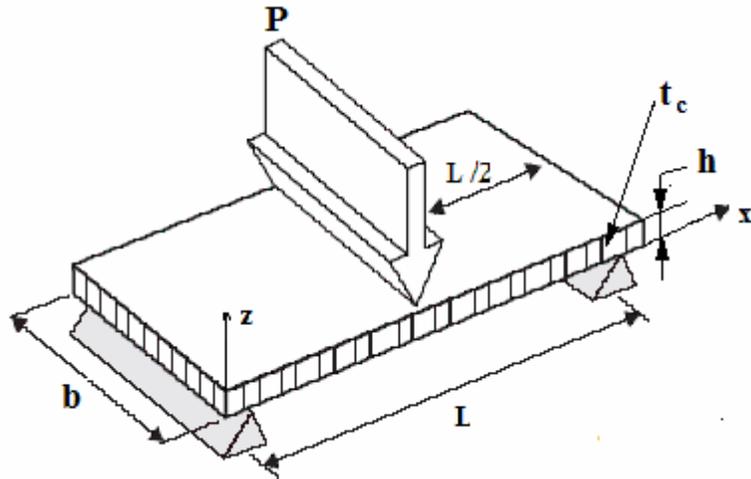
$$S = \frac{G_c b d^2}{t_c} \quad (16)$$

## I.4. COMPORTEMENT DES SANDWICHES EN FLEXION TROIS POINTS

### I.4.1. Introduction

Les essais de flexion jouent un rôle beaucoup plus important dans les matériaux composites stratifiés et sandwichs que dans les métaux. L'essai de flexion est préférable à l'essai de traction. Il est beaucoup moins sensible aux amorces de ruptures provoquées par l'usinage des éprouvettes [9]. L'essai de flexion trois points offre la possibilité d'étudier le comportement d'un matériau, soit en flexion (privilégiant une rupture par contrainte normale  $\sigma_x$  due au moment de flexion  $M_x$ , avec  $T_{xz}$  presque négligeable) ou en cisaillement (privilégiant une rupture par contrainte de cisaillement  $\tau$  due à l'effort  $T_{xz}$ ). Ceci est réalisé par l'adoption des conditions d'appuis fixées par la norme des rapports  $L/h$  [16, 20, 21].

Ici nous aborderons le cas de la flexion 3 points car le dispositif expérimental utilisé et les essais effectués dans le cadre de notre étude reposent sur cette sollicitation (fig.29).



**Fig. 29** : Principe de l’essai de flexion trois points sur un sandwich

Dans le cas d’un chargement central d’une poutre (fig.3), le moment fléchissant vaut :

$$M = \frac{Px}{2} \quad \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad \text{et} \quad M = \frac{P(L-x)}{2} \quad \text{pour } \frac{L}{2} \leq x \leq L ; \quad (17)$$

P étant la charge appliquée, et x la distance par rapport à l’origine.

**I.4.2. Contraintes de traction ou de compression dans les deux peaux et de l’âme du sandwich**

Les contraintes de traction ou de compression dans les deux peaux d’après l’équation (8) et (9), sont :

$$\sigma_p = \pm \frac{M_x}{t_f db} \quad (18)$$

Le maximum étant obtenu pour  $x = \frac{L}{2}$  et  $z = \pm \left( \frac{t_c}{2} + t_f \right)$ , ce qui donne:

$$\sigma_{p,max} = \pm \frac{PL}{4t_f db} \quad (19)$$

Pour l’âme nous obtenons pour  $x = \frac{L}{2}$  et  $z = \pm \left( \frac{t_c}{2} \right)$  :

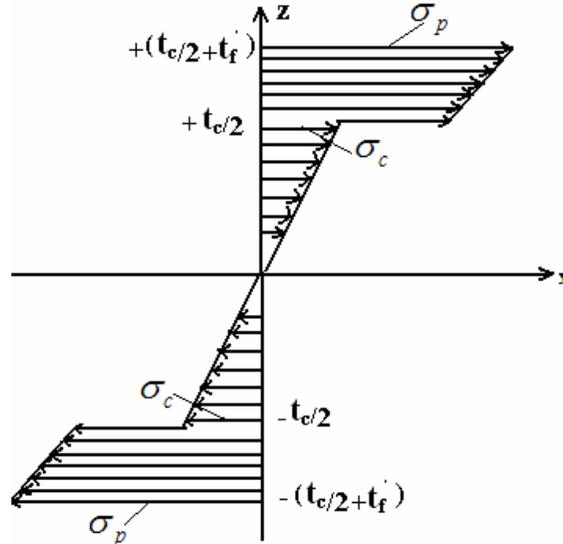
$$\sigma_c = \frac{2M_x}{E_f b t_f d} E_c \quad (20)$$

Les contraintes planes maximales dans l’âme sont :

$$\sigma_c = \frac{PL}{2b t_f d} \frac{E_c}{E_f} \quad (21)$$

Pour une âme de faible module d'élasticité  $E_c \ll E_f$ , les contraintes planes dans le cœur sont presque négligeables devant celles des peaux.

La figure (30) montre la répartition des contraintes planes dans une poutre sandwich soumise à une flexion 3 points



**Fig. 30** : Répartition des contraintes de flexion planes dans le cœur et les peaux du sandwich

### I.4.3 Contraintes de cisaillement dans le cœur du sandwich

Les contraintes de cisaillement dans la poutre soumise à la flexion trois points, d'après les équations (12a), (12b), (13) et pour un sandwich symétrique de peaux fines  $t_f \ll t_c$  et de cœur de faible module élastique  $E_c \ll E_f$  (Fig.28) sont données par :

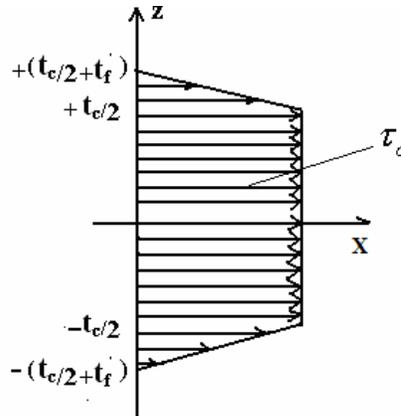
- Le maximum de  $\tau$  dans l'âme est obtenu pour  $z = \pm t_c / 2$

$$\tau_{c,ma} = \pm \frac{P}{4D} (E_f t_f d) \tag{22}$$

Précédemment nous avons vu que l'expression de la rigidité en flexion D pouvait être réduite au second membre de son expression globale, ce qui nous donne pour la contrainte maximal de cisaillement dans l'âme :

$$\tau_{c,max} = \frac{P}{2bd} \tag{23}$$

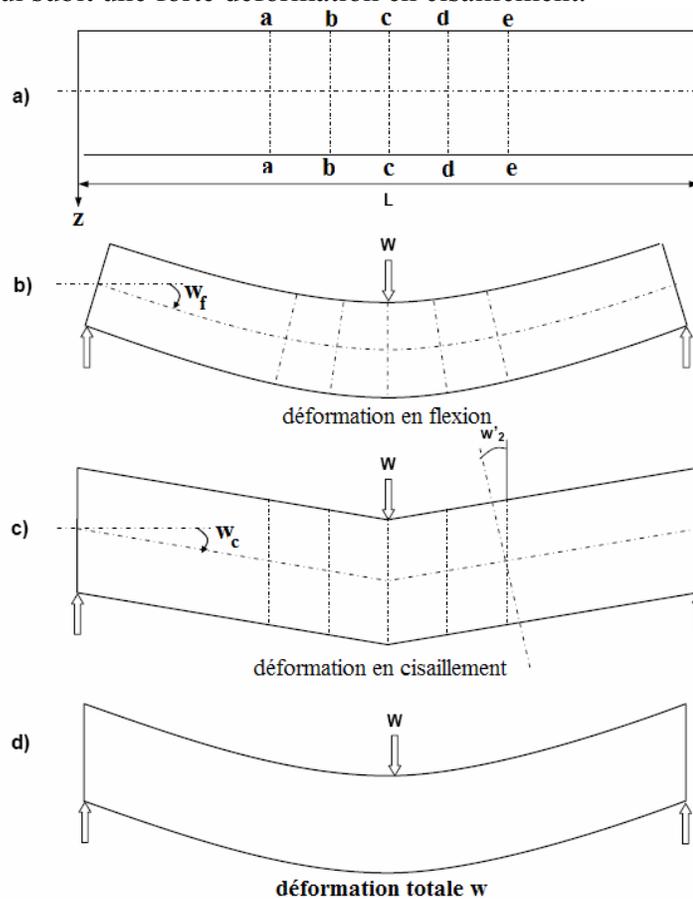
Nous constatons que la répartition de  $\tau_{c,max}$  est constante dans l'épaisseur de l'âme (Fig.31).



**Fig. 31** : Répartition des contraintes de cisaillement dans le cœur et les peaux du sandwich

**I.4.4. Déformation en flexion et en cisaillement**

Si on observe une portion de la poutre soumise à la flexion (Fig. 32), nous constatons que les points a, b, c et d, qui étaient alignés avant le chargement (Fig.32a) ne le restent pas : les sections droites des peaux, par rapport à leur propre axe neutre restent droites, ce qui n'est pas le cas pour l'âme, qui subit une forte déformation en cisaillement.



**Fig. 32** : Déformée d'une poutre en flexion et en cisaillement.

L'équation de la flèche  $w$  pour une poutre sandwich au point de chargement est la somme d'une contribution classique due à la flexion,  $w_f$ , et d'une autre, au cisaillement de l'âme  $w_c$ .

Elle est donnée par l'expression:  $w = w_f + w_c$  (24)

$$\text{avec : } w_f = \frac{PL^3}{48D} \quad \text{et} \quad w_c = \frac{PL}{4S}, \quad (25) \text{ et } (26)$$

$$\text{D'où la flèche totale est : } w = w_f + w_c = \frac{PL^3}{48D} + \frac{PL}{4S} \quad (27)$$

#### I.4.5. Méthode de détermination du module de cisaillement $G$ équivalent de l'âme du sandwich

La méthode graphique pour l'évaluation du module de cisaillement équivalent  $G_{\text{éq}}$  du matériau de l'âme du sandwich par des essais de flexion trois points est décrite comme suit [54] :

L'équation de la flèche  $w$  (27) pour une poutre sandwich au point de chargement est :

$$w = w_f + w_c = \frac{PL^3}{48D} + \frac{PL}{4S}, \quad \text{avec : } A = \frac{bd^2}{t_c}$$

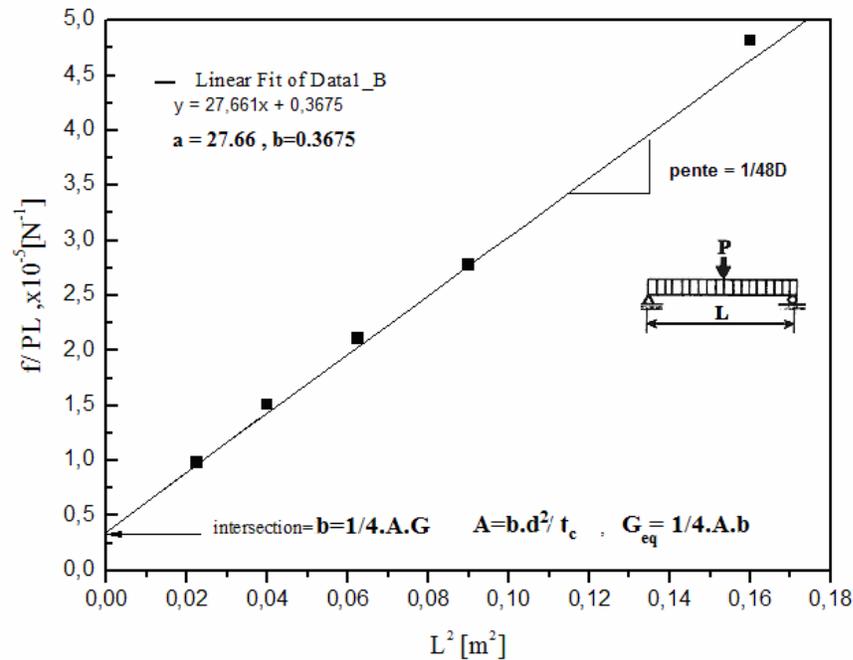
On constate que la relation de la flèche  $w$ , d'une éprouvette sandwich de longueur  $L$ , est liée à la charge appliquée  $P$ , et à la rigidité en flexion  $D$  de la poutre.

La relation (27) s'écrit sous la forme suivante :  $y = aL^2 + b$

$$\text{On a : } \frac{w}{PL} = \frac{L^2}{48D} + \frac{1}{4AG} \quad (28)$$

$$\text{Avec : } y = \left(\frac{\Delta w}{\Delta P}\right) \frac{1}{L}, \quad a = \frac{1}{48D} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{4AG}$$

Pour déterminer les paramètres (a) et (c), on effectue des essais de flexion trois points sur plusieurs éprouvettes, à différentes distances entre appuis  $L$  ( $L_1, L_2, L_3, \dots$ ). Les points de (y) calculés à partir de l'inverse la pente ( $P/w$ ) des courbes d'essai sont tracés en fonction de  $L^2$ . Ensuite après le lissage de la courbe tracée, on détermine les paramètres (a) et (b) d'après la figure (33). Enfin, Le module de cisaillement  $G_{\text{éq}}$  est calculé d'après la relation du paramètre (b). Un exemple est illustré par le graphe, figure (33).



**Fig. 33** : Méthode graphique pour l'évaluation du module de cisaillement  $G_{eq}$  [54] de l'âme du sandwich

## I.5. COMPORTEMENT DES SANDWICHS EN FLEXION QUATRE POINTS

### I.5.1. Introduction

L'essai de flexion 4 points est un essai fondamental. L'intérêt premier, à travers l'utilisation de ce type d'essai, réside dans le fait que dans la région externe aux points d'applications des charges, l'effort tranchant ou transversal est constant et est égal à  $P$ . Ce qui veut dire en d'autre terme et avec des considération de géométrie et de matériaux, que le cisaillement est approximativement constant sur une bonne partie de la poutre. Entre les points d'applications des charges, sur une longueur  $L_1$ , le moment de flexion est constant et égal à  $P(L_2 - L_1)/2$ , (Fig. 35).

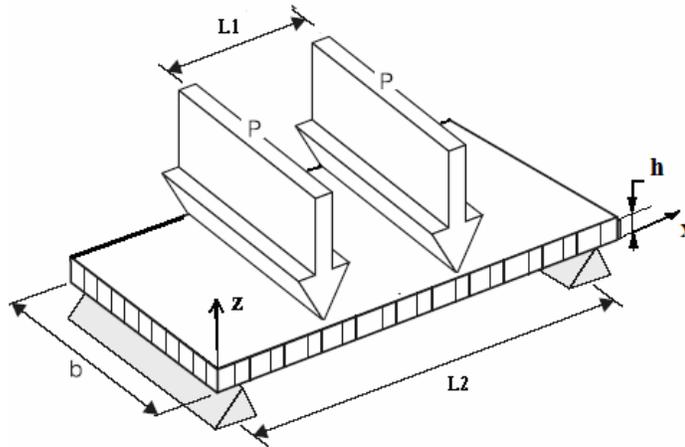
L'essai statique en flexion 4 points a prouvé une efficacité remarquable dans l'étude de la rupture par cisaillement du sandwich. L'extension de cet essai en fatigue a été proposé et utilisée avec succès dans l'ensemble des travaux effectués [22, 23, 24, 72].

L'avantage inhérent du test de flexion 4 points est qu'il n'y a pas de large concentration de contrainte aux points d'application de la charge (entre appuis intérieurs).

Ici nous aborderons le cas de la flexion quatre points car les essais effectués (statique et fatigue) dans le cadre de notre étude reposent sur cette sollicitation (Fig.34).

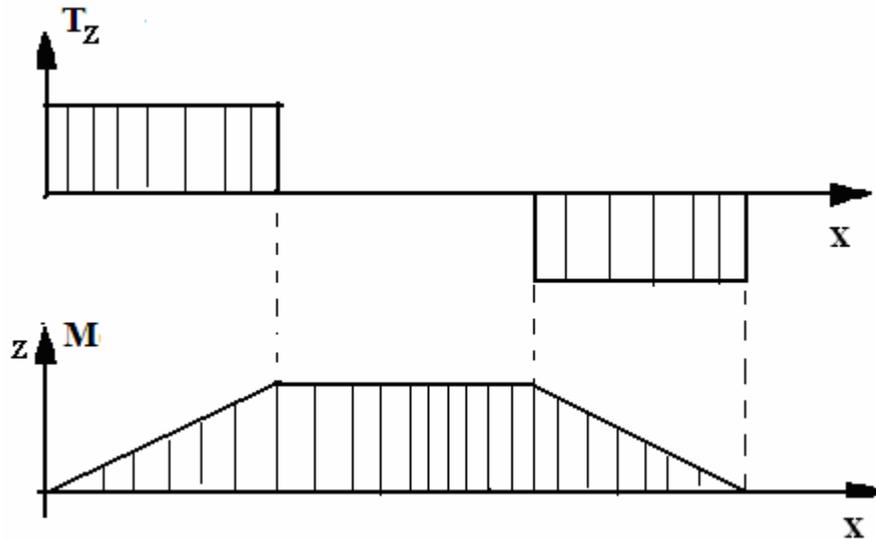
Les diagrammes du moment fléchissant et de l'effort tranchant, Figure (35), où l'effort tranchant reste constant, entre le support fixe (appui extérieur) et l'appui de charge (appui intérieur), le moment de flexion décroît du maximum jusqu'à zéro.

Cet essai offre, au milieu de la section du sandwich, un moment de flexion maximal constant et une force transversale nulle.



**Fig. 34** : Principe de l'essai de flexion 4 points sur un sandwich

La figure (35) illustre les diagrammes de l'effort tranchant et du moment de flexion suivant la longueur  $L_2$



**Fig. 35** : Diagramme de l'effort tranchant  $T_z(x)$  et du moment de flexion  $M(x)$

### I.5.2. Condition expérimentale d'essai

La condition expérimentale pour l'obtention d'une rupture par cisaillement dans le cœur du sandwich, est exprimée par :

$$P_{rup,peau} = \frac{2t_f b d \sigma_{f \max}}{(L_2 - L_1)} > P_{rup,coeur} = \tau_{c, \max} b d \quad (29)$$

D'où la condition est :

$$L_2 - L_1 < \frac{2t_f \cdot \sigma_{f,\max}}{\tau_{c,\max}}$$

### I.5.3. Contraintes et déformation dans le sandwich chargé en flexion 4 points

Les relations permettant de calculer les contraintes et les déformations du sandwich, d'après les équations (8),(9) et (13) sont :

#### 1) Contraintes dans le sandwich :

- Dans les peaux : 
$$\sigma_{p,\max} = \frac{P_{\max}(L_2 - L_1)}{2t_f b d} \quad (30)$$

- Dans l'âme 
$$\tau_{c,\max} = \frac{P}{b d} \quad (31)$$

#### 2) Rigidité en flexion :

$$D \approx \frac{E_f b t_f d^2}{2} \quad \Leftrightarrow D = EI \quad (32)$$

Avec :  $I$  le moment d'inertie des peaux égal à : 
$$I = 2 \cdot \frac{h^3 - t_c^3}{12} b \quad (33)$$

#### 3) Rigidité en cisaillement :

$$S = \frac{G_c b d^2}{t_c} \quad (34)$$

#### 4) Les déformations en flexion dans le sandwich

- Le déplacement  $w$ , au point de chargement ( $L_2 / 2$ ) [22], est :

$$w = \frac{P}{b} \left( \frac{11L_2^3}{768D} + \frac{L_2}{8S} \right) \quad (35)$$

- Le déplacement  $w$  au point de chargement  $L_2 - L_1 / 2$  [9] est :

$$w \left( \frac{L_2 - L_1}{2} \right) = \frac{P(L_2 - L_1)^2 (L_2 + 2L_1)}{24D} + \frac{P(L_2 - L_1)}{2S} \quad (36)$$

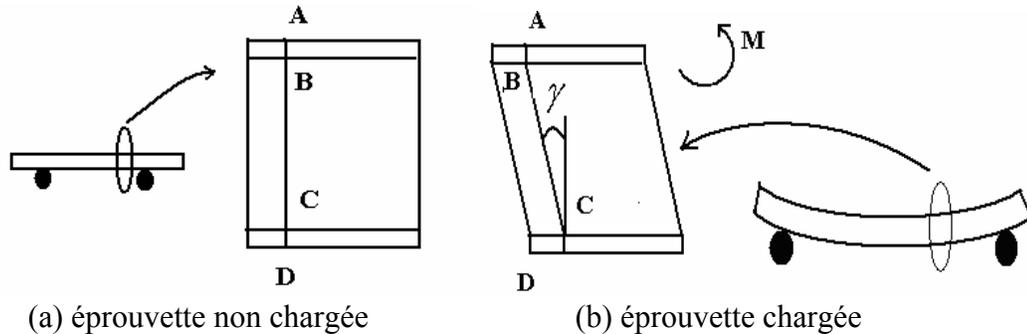
- La déformation en flexion des peaux  $\varepsilon_p$  [1] est :

$$\varepsilon_p = \frac{P(L_2 - L_1)h}{4D} \quad (37)$$

Avec :  $h = t_f + t_c$

- déformation en cisaillement  $\gamma_c$  de l'âme (Fig.36) [22] est :

$$\gamma_{c \max} = \frac{P_{\max}}{G_c b d} \quad (38)$$



**Fig. 36** : Déformation en cisaillement  $\gamma$  dans l'âme

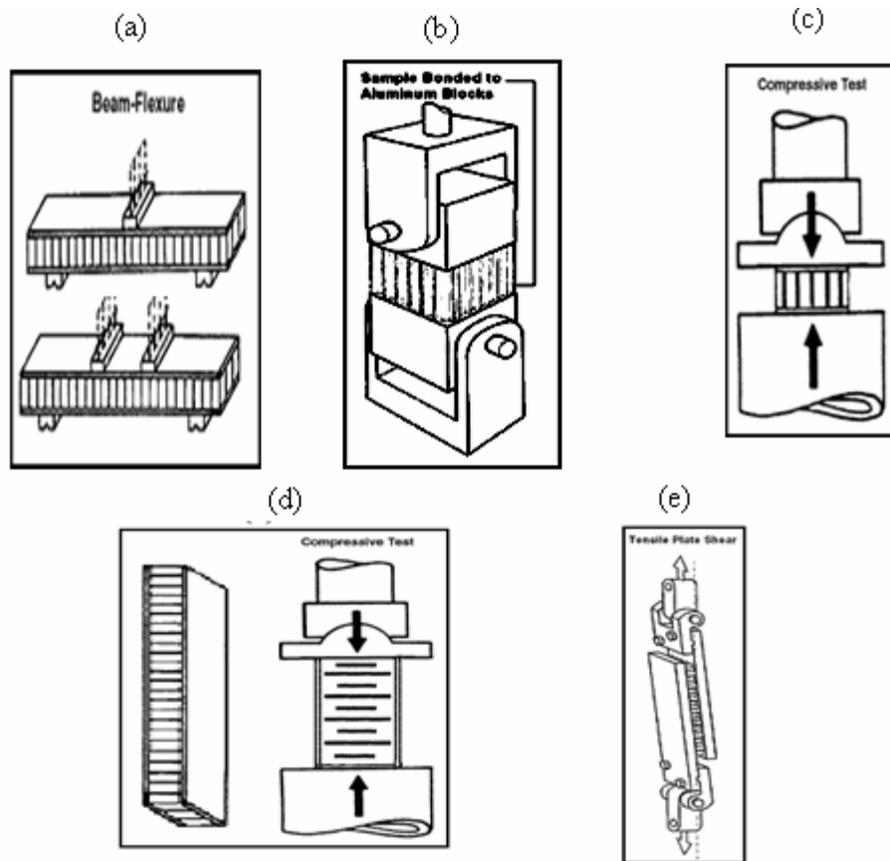
## I.6. LES METHODES D'ESSAIS ET NORMES

Afin d'évaluer les performances structurelles des panneaux sandwichs, différents tests mécaniques doivent permettre de démontrer la conformité des ces derniers aux différents spécifications demandées. La recherche des normes permet de faire un état de l'art des méthodes d'essais existantes sur les panneaux sandwichs, de préciser les modes opératoires, les dimensions des éprouvettes et l'exploitation des résultats.

On dénombre plusieurs normes telles que les normes CEN, les normes AFNOR, les normes ASTM [26, 27, 28], les normes militaires MIL-STD-401 DIN 53291 [18], etc.

Les différentes méthodes d'essais les plus utilisés pour les composites sandwichs en nids abeilles, en mousse et les constructions en composites stratifiées selon les normes ASTM sont schématisées par la figure (37) [26, 27].

- Test de flexion 3 et 4 points, ASTM C-393 : (Fig. 36 a)
- Test de traction à plat, ASTM C-297 : (Fig. 36 b)
- Test de compression à plat, ASTM C-365 : (Fig. 36 c)
- Test de compression debout, ASTM C-364 : (Fig. 36 d)
- Test de cisaillement, ASTM C-273 : (Fig. 36 e)



**Fig. 37** : Différentes méthodes d'essais de Caractérisation des sandwichs

## I.7. COMPORTEMENT EN FATIGUE ET MODELES D'ENDOMMAGEMENT

### I.7.1. Introduction

La plupart des structures industrielles sont soumises à des chargements mécaniques ou environnementaux qui varient dans le temps au cours de leur période de fonctionnement. Depuis plus d'un siècle, le phénomène de fatigue ait fait l'objet d'un grand nombre d'études.

Dans la majorité des cas, la demande industrielle se bornait à connaître la durée de vie des structures sous des spectres de sollicitations (sinusoïde, triangle, carré, etc.) et des conditions expérimentales spécifiques.

La finalité de ces recherches s'exprimait en termes de rupture dans le cas des chargements statiques ou de nombres de cycles à rupture lorsqu'il s'agissait de sollicitation de fatigue.

Les études de fatigue de matériaux tournent généralement autour de trois idées essentielles :

- Analyser et comprendre le comportement sous un chargement cyclique constitué en général de sollicitations simples.
- Dégager les bases physiques et mécaniques du processus de dégradation.
- Donner aux concepteurs des bureaux d'études des modèles permettant d'évaluer une durée d'utilisation en service.

En effet, la fatigue se caractérise par la modification progressive des propriétés mécaniques d'un matériau consécutivement à l'application cyclique d'efforts ou de déformations qui peuvent entraîner la rupture. Le phénomène de fatigue conduit à des ruines de structure sous chargement plus faible que la limite de rupture sous chargement monotone. C'est avec l'introduction de la mécanique de l'endommagement dans les années 60 que les chercheurs s'appliquèrent à modéliser les comportements sous sollicitation quasi statiques ou cycliques de matériaux [28].

### I.7.2. Etude expérimentale de l'essai de fatigue

Les structures sont souvent soumises à des sollicitations variables dans le temps à des fréquences déterminées. Pour caractériser le matériau en fatigue, nous soumettons la structure à des sollicitations imposées. La forme du cycle est définie par le rapport  $R$  du chargement. Ce dernier est exprimé en fonction du chargement maximal et du minimal imposé à la structure. Suivant le mode de pilotage ce rapport peut être exprimé en déplacement (flèche de déformation) ou en effort (contrainte) (Fig.38).

Les machines électrohydrauliques asservies (large gamme de fréquences et de formes des cycles de charge) sont les plus utilisées pour les essais de fatigue.

Le rapport  $R$  est égal :  $R = \frac{P_{\min}}{P_{\max}}$  ou  $R = \frac{d_{\min}}{d_{\max}}$  (39)

Le phénomène de fatigue se caractérise par la charge appliquée. Cette charge est définie par l'amplitude maximale atteinte au cours d'un cycle ( $P_{\max}$ ), par le rapport du chargement  $R$ , par la valeur moyenne de la contrainte  $P_{\text{moy}} = \left| \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} \right|$ , et la composante alternative (cyclique)

$\Delta P_a = \left| \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} \right|$ . Selon les valeurs alternatives de  $\Delta P_a$  et  $P_{\text{moy}}$ , on distingue :

- $R = -1$ ,  $P_{\text{moy}}=0$  correspond à essai sous sollicitation alternée symétrique (Fig.38a).
- $-1 < R < 0$ ,  $0 < P_{\text{moy}} < \Delta P_a$  correspond à essai sous sollicitation alternée dissymétrique (Fig.38 b).
- $R = 0$ ,  $P_{\text{moy}} = \Delta P_a$ ,  $P_{\min}=0$  correspond à essai sous sollicitation répétée (Fig.38c).
- $0 < R < 1$ ,  $P_{\text{moy}} > \Delta P_a$  correspond à essai sous sollicitation ondulée en traction ou en compression (Fig.38d)

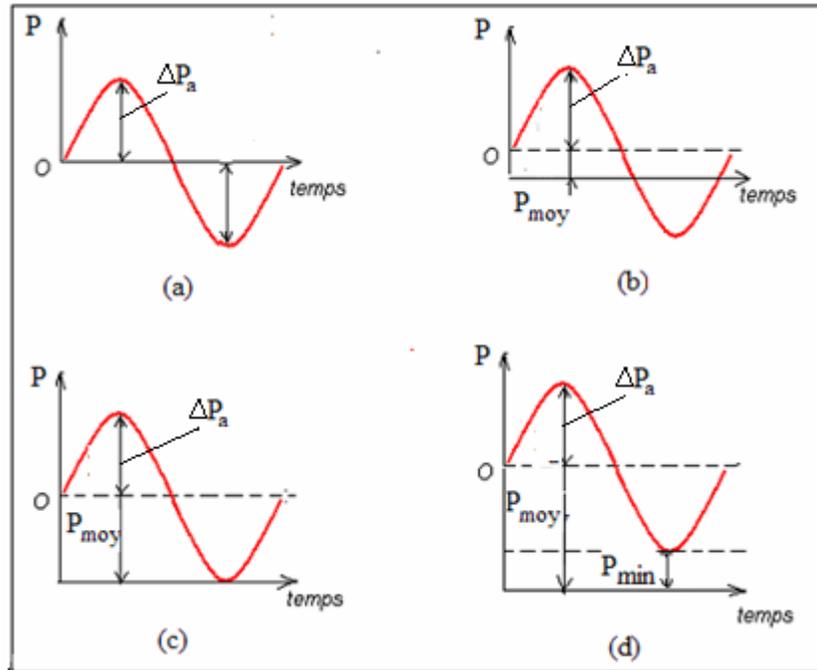


Fig. 38 : Caractéristiques des cycles de chargement

### I.7.3. Mode opératoire de l'essai de fatigue

L'essai de fatigue le plus simple consiste à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts périodiques, d'amplitude maximale et de fréquence constantes, et à noter le nombre de cycles  $N_R$  au bout duquel la rupture se produit. On reporte ce nombre  $N_R$ , en général sur une échelle logarithmique, en fonction de la contrainte maximale des cycles. À chaque éprouvette correspond un point du plan  $(\Delta\sigma, N_R)$  et, à partir d'un lot d'éprouvettes soumises à des contraintes maximales différentes, on obtient une courbe qui a l'allure de celle représentée sur la figure (39).

Sur cette courbe, connue sous les noms de **courbe de Wöhler** et **courbe S-N** (Stress-Number of cycles), on peut distinguer en général trois domaines [28, 29] :

- zone de fatigue plastique oligocyclique, sous forte contrainte ; la rupture survient après un très petit nombre d'alternances et est précédée d'une déformation plastique notable ;
- zone de fatigue ou d'endurance limitée, où la rupture est atteinte après un nombre limité de cycles, nombre qui croît quand la contrainte décroît ;
- zone d'endurance illimitée ou zone de sécurité, sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas avant un nombre  $N$  donné de cycles :  $10^7$ ,  $3 \times 10^7$  et même  $10^8$  ou  $10^9$ , supérieur à la durée de vie envisagée pour la pièce.

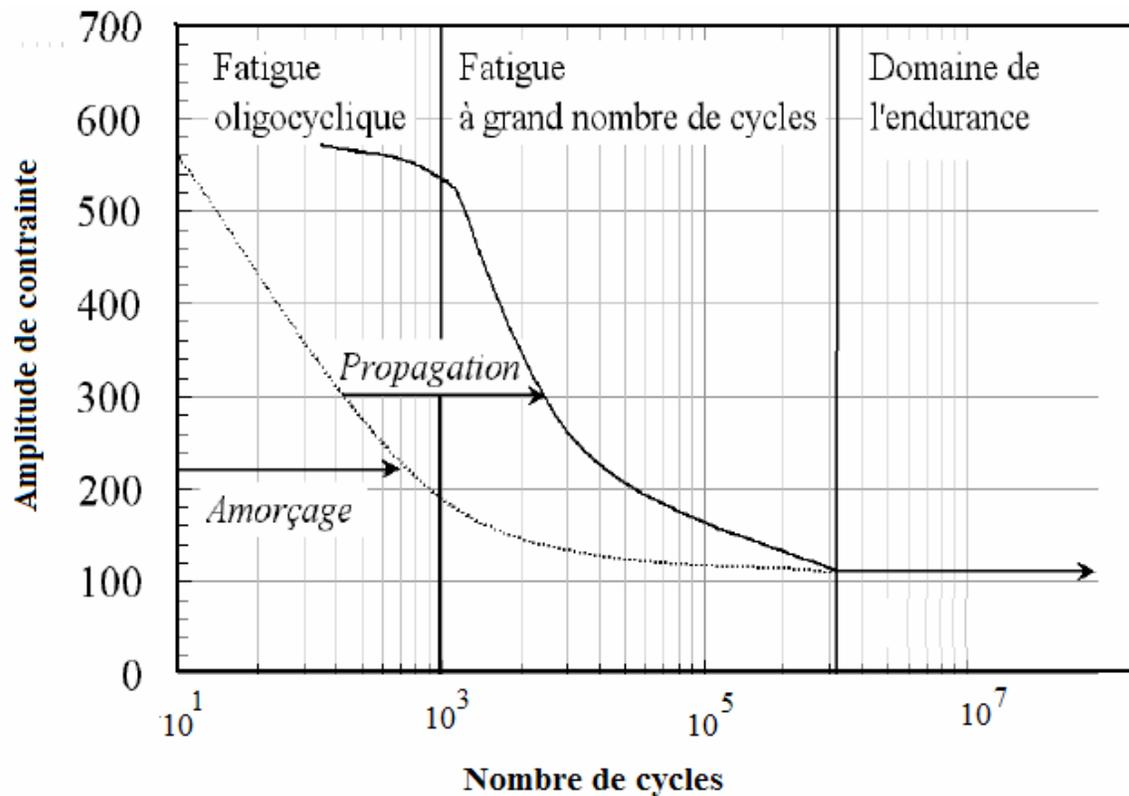


Fig. 39 : Diagramme d'endurance et courbe de Wöhler

#### I.7.4. Mécanique de l'endommagement

La mécanique de l'endommagement est l'étude, au travers de variables mécaniques, des mécanismes mis en jeu dans de l'endommagement d'un matériau soumis à un chargement cyclique. On peut décrire d'une manière générale l'évolution de l'endommagement en trois phases [40] :

- une première phase d'initiation (naissance de microdommages)
- une seconde phase plus longue de croissance régulière et lente de dommages, (développement progressif des micro-dommages)
- une troisième phase caractérisée par une baisse rapide de la rigidité conduisant finalement à la rupture (macro-dommage)

La première approche sur la notion de l'endommagement remonte à 1958 où Kachanov [30] puis Rabotnov en 1968 [31] ont introduit la notion de contrainte effective et une loi d'évolution d'une variable endommagement. Elle est représentée par une variable scalaire  $D$ . Cette notion a été reprise dans les années 1970 [30, 31, 32, 33, 34, 35], et étendue au cas de la rupture ductile et de la rupture par fatigue. La variable  $D$  traduit l'état de dégradation des propriétés macroscopique (niveau d'endommagement) au sein du matériau.

### I.7.5. Aspects phénoménologiques de l'endommagement

La propriété dont la détérioration sert d'indicateur de l'endommagement est appelée paramètre d'endommagement. De nombreuses propriétés peuvent être utilisées comme paramètre d'endommagement que ce soit des propriétés microstructurales, physiques ou mécaniques.

La théorie de Kachanov [30] considère que la perte de rigidité du matériau est le paramètre d'endommagement. Le même aspect particulier de l'endommagement a été repris par Lemaître et Chaboche [34].

L'endommagement représenté par le paramètre  $D$  a le sens physique d'un affaiblissement de section ou de volume résistant par développement de microfissures et microvides [34]. Un endommagement est dit isotrope si l'orientation des microfissures et défauts est distribuée uniformément dans toutes les directions. Dans ce cas, la valeur de la variable d'endommagement ne dépend pas de l'orientation.

$$D = \frac{S_0 - S_D}{S_0} \quad (40)$$

Avec :  $S_D$  : Surface endommagée,  
 $S_0$  : Surface initiale.

#### I.7.5.1 Concept de la contrainte effective

L'application de la relation (40) pose une très grande difficulté pratique par la mesure de la variation de surface. Pour palier cette difficulté, J.Lemaître a développé une méthode qui consiste à mesurer l'endommagement en supposant que les matériaux endommagés se comportent de façon élastique.

La notion de contrainte effective indique la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement aux efforts, à savoir  $(S_0 - S_D)$ .

$$\tilde{S} = S_0 - S_D = S_0(1 - D)$$

D'où l'expression de la contrainte effective :  $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D}$  (41)

Avec :  $\sigma$  : Contrainte macroscopique usuelle,  
 $\tilde{\sigma}$  : Contrainte effective.

L'utilisation de la notion de contrainte effective repose sur l'hypothèse suivante : les relations de comportement du matériau endommagé s'écrivent sous la même forme que les matériaux vierges, en remplaçant seulement les contraintes par les contraintes effectives. La loi d'élasticité linéaire unidimensionnelle d'un matériau endommagé s'écrit :

$$\varepsilon_e = \frac{\tilde{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{E_0(1-D)} \quad (42)$$

Le module d'élasticité du matériau endommagé est défini :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_e} = E_0(1-D) \quad (43)$$

Par l'équation (43), le paramètre d'endommagement est :  $D = 1 - \frac{E}{E_0}$

Le paramètre d'endommagement varie de 0 à 1 :

- $D=0$  pour matériau vierge
- $0 < D < 1$  durant le processus d'endommagement
- $D=1$  pour la rupture totale

L'endommagement est donc couplé, dans cette approche, à la perte de rigidité du matériau.

### I.7.6. Mesures indirecte et directe de l'endommagement

De nombreuses propriétés mécaniques ont été utilisées pour mesurer l'évolution de l'endommagement au cours d'un chargement statique ou cyclique :

- Le module d'élasticité,
- La densité,
- La ductilité en compression,
- La dureté,
- La limite d'endurance en fatigue,
- L'énergie dissipée dans la boucle d'hystérésis, etc.

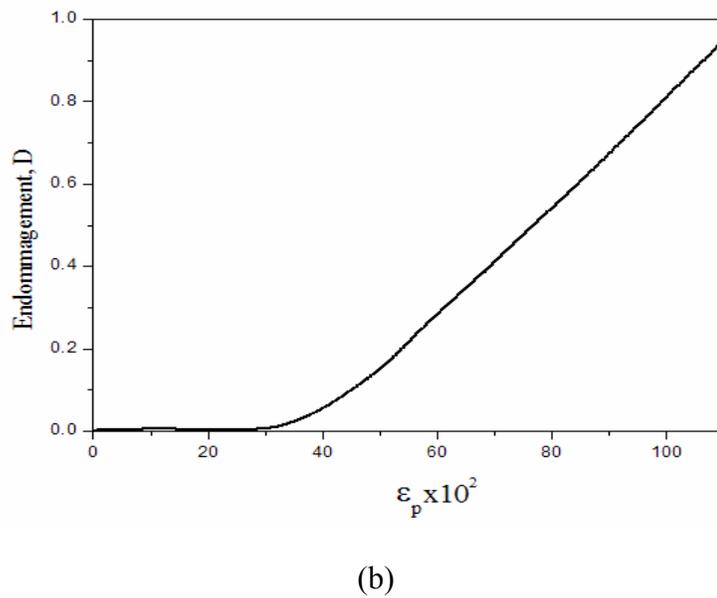
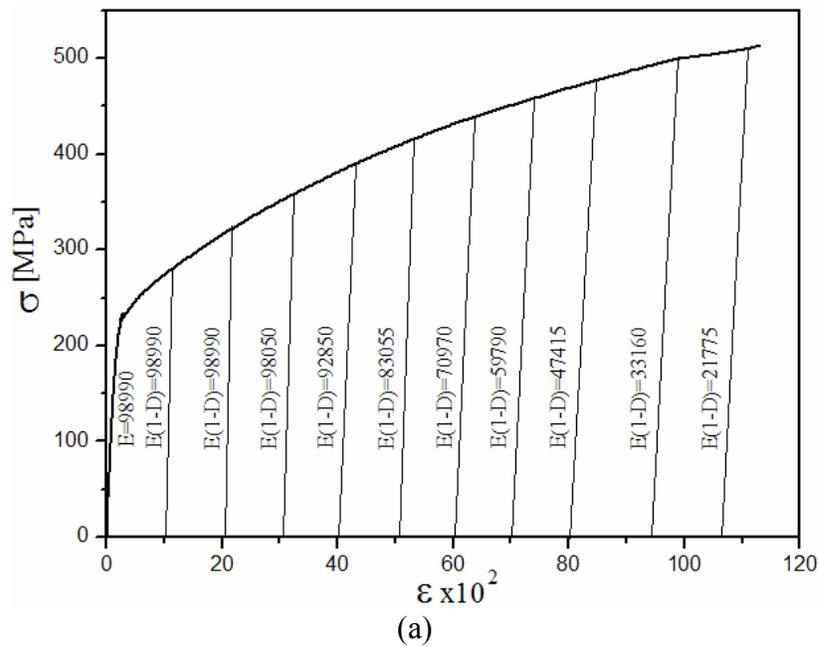
Certains paramètres mettent en évidence l'évolution de l'endommagement en début de vie, d'autres en fin de vie. De façon générale, la loi d'évolution de l'endommagement dépend du paramètre indicateur utilisé.

#### I.7.6.1. Mesure basée sur la variation du module d'élasticité

La méthode est indirecte et repose sur l'influence de l'endommagement sur l'élasticité à travers l'état de couplage déformation - endommagement. Ce dernier permet de quantifier la variable d'endommagement en utilisant la variation du module de Young. L'expression de l'endommagement à partir de cette variation est [35] :

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (44)$$

$\tilde{E}$ , représentant le module d'élasticité du matériau endommagé, est mesuré lors des déchargements à partir des courbes  $\sigma = f(\varepsilon)$ . Un exemple sur la Figure (40 a et b) montre une courbe d'essai en traction et l'évolution du paramètre d'endommagement D.



**Fig. 40** : Mesure de l'endommagement ductile du Cuivre en traction [35]

**I.7.6.2. Mesure basée sur de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores**

En dynamique et en propagation d'ondes ultrasonores, pour des fréquences dépassant 200 kHz, la vitesse d'onde longitudinale  $v_L$  et la vitesse transversale  $v_T$  dans un cylindre élastique isotrope sont :

$$v_L^2 = \frac{E}{\rho} \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad , \quad v_T^2 = \frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1 + \nu)} \quad (45)$$

Sachant que :  $\rho$  - densité volumique,  $E$  : module d'Young et  $\nu$  : coefficient de poisson.

La mesure de la vitesse d'onde longitudinale d'un matériau endommagé donne :

$$\tilde{v}_L^2 = \frac{\tilde{E}}{\tilde{\rho}} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (46)$$

$\tilde{E}$  et  $\tilde{\rho}$ , représentent respectivement le module d'élasticité et la densité volumique du matériau endommagé

Pour des dommages mettant en jeu principalement des microfissures et de petits micro-défauts  $\left(\frac{\tilde{\rho}}{\rho} \cong 1\right)$ , l'endommagement s'exprime :

$$D \cong 1 - \frac{\tilde{v}_L^2}{v_L^2} \quad (47)$$

### I.7.6.3. Mesure basée sur la variation de la densité

Cette méthode est utilisée dans le cas d'un endommagement ductile, où les défauts sont considérés de forme sphérique. Cela induit que le volume augmente avec les dommages. La diminution de la densité correspondante est mesurée par des appareils utilisant le principe d'Archimède [35].

### I.7.6.4. Mesure basée sur l'émission acoustique

L'endommagement peut être mesuré par l'utilisation de la technique d'émission acoustique et cela grâce à un capteur piézo-électrique mis sur le matériau pour « écouter » et comptabiliser les bruits relatifs aux dommages produit par l'amorçage des fissures [36, 37].

$$D = \frac{C_i}{C_t} \quad (48)$$

$C_i$  : comptage cumulé durant l'essai à un instant  $t$ ,

$C_t$  : comptage cumulé total lors de l'essai.

### I.7.6.5. Mesures directes de l'endommagement

#### a) Mesure des surfaces fissurées

La mesure directe consiste à évaluer la totalité des surfaces fissurées  $S_D$  se trouvant dans la surface  $S$ . L'observation est réalisée sur un faciès de rupture à l'aide d'un microscope optique, et l'évaluation des surfaces fissurées déterminées de façon approximative. Les microfissures n'étant pas réparties de manière homogène, le plan d'observation peut ne pas contenir de micro-défaut ou seulement des lignes représentant l'intersection des microfissures avec le

plan d'observation. L'endommagement peut être déterminé en supposant que les microfissures sont de forme carrée [38] :

$$D \cong \frac{\sum a_i^2}{S} \quad (49)$$

$a_i$  : longueurs des fissures (supposées de surfaces carrées).

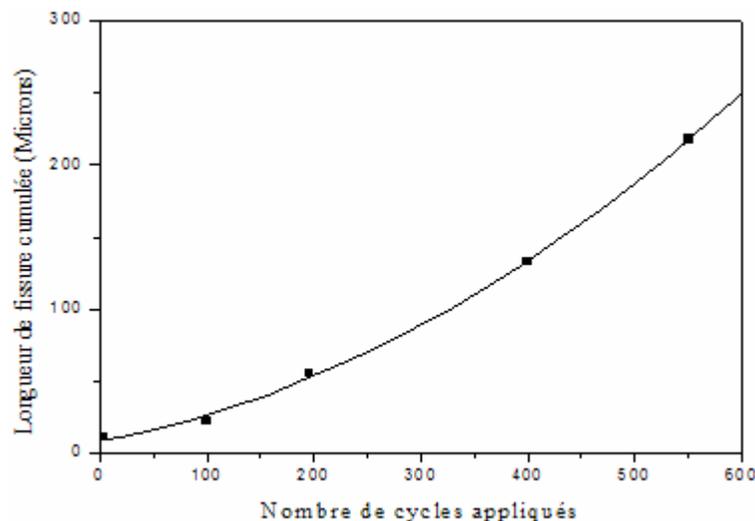
#### b) Mesure de la longueur cumulée des microfissures

Le processus de fatigue s'accompagne très rapidement de la création de nombreuses microfissures en surfaces. Au cours de la durée de vie du matériau, le nombre et la longueur des microfissures augmentent durant la période appelée stade I.

Lorsque la plus grande des microfissures dépasse une certaine taille, de l'ordre de quelques distances intergranulaires, elle continue de s'accroître seule en prenant la totalité de l'énergie élastique stockée pour sa propagation, c'est le stade II du phénomène de fatigue. La Figure 41 est reportée la longueur de fissure  $L_c$  cumulée en fonction du nombre de cycles appliqué. Dans ce cas l'endommagement est défini par :

$$D = \frac{L_{c,i}}{L_{c,r}} \quad (50)$$

Où  $L_{c,i}$  est la longueur cumulée des microfissures au  $i^{\text{ème}}$  cycle;  $L_{c,r}$ , est celle de la rupture finale.



**Fig. 41** : Evolution de la longueur cumulée de microfissures de fatigue en fonction du nombre de cycles appliqués.

#### I.7.6.6. Mesure basée sur la variation de la flèche d'une poutre chargée en flexion

La mesure de l'endommagement d'une poutre en bois, soumise à la flexion en fluage, en introduisant dans l'expression du paramètre de dommage la flèche de la poutre, Kirsh [39] a montré que :

$$D = \frac{f_i - f_0}{f_r - f_0} \quad (51)$$

$f_i$  : Flèche à l'instant  $t_i$ ,

$f_r$  : Flèche à la rupture,

$f_0$  : Flèche à l'instant  $t=0$ .

### I.7.7. Lois d'endommagement de fatigue

Les lois d'évolution de l'endommagement en fonction de la durée de vie sont diverses et peuvent être classées en lois linéaires et non-linéaires :

➤ **Loi linéaire de Miner** [40]

Cette loi d'évolution est la plus utilisée, bien que l'évolution de l'endommagement soit rarement linéaire. La Figure 42 présente deux types d'évolution de l'endommagement en fonction de la fraction de vie, l'un linéaire et l'autre non.

$$dD = C_1 \cdot dN \quad (52)$$

Avec comme conditions aux limites :  $D=0$  pour  $N=0$  et  $D=1$  pour  $N= N_R$ .

La constante  $C_1$  vaut :

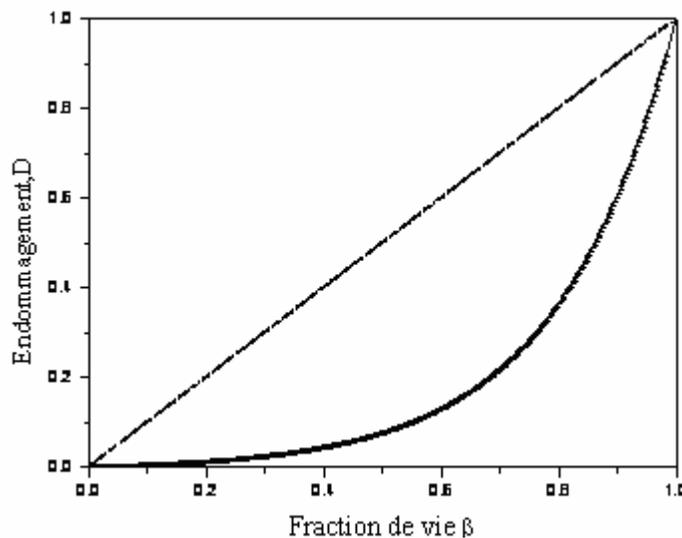
$$C_1 = \frac{1}{N_R} \quad (53)$$

$N_R$  est le nombre de cycles à rupture.

L'endommagement  $D$  s'écrit :

$$D_i = \frac{N_i}{N_R} = \beta \quad (54)$$

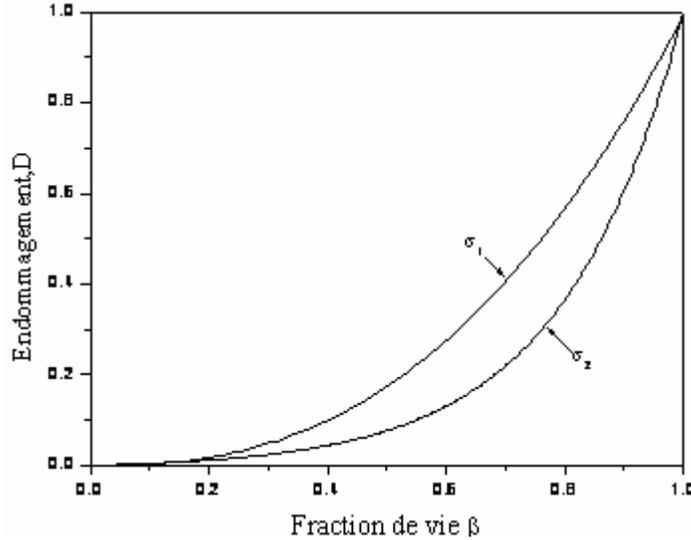
Avec  $\beta$  : durée de vie.



**Fig. 42** : Evolution linéaire et non linéaire de l'endommagement en fonction de la fraction de vie.

➤ **Loi de Corten Dolan** [41]

Cette loi d'évolution de l'endommagement est non linéaire.  $D$  est une fonction puissance de la fraction de vie (Fig. 43). L'exposant de cette fraction dépend du matériau utilisé et du niveau de chargement.



**Fig. 43** : Evolution de l'endommagement non linéaire de Corten Dolan Pour deux niveaux de contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

L'évolution non linéaire de l'endommagement est une fonction puissance du nombre de cycles appliqués  $N$  :

$$D = C_2 \cdot N^a \tag{55}$$

$a$  et  $C_2$  sont des constantes.  $C_2$  dépend du niveau de contrainte.

➤ **Modèle de Chaboche** [34, 35]

Ce modèle, plus élaboré, rend compte de l'effet de cumulation non linéaire de l'endommagement et suppose que l'on peut écrire la relation intégrée  $\frac{\partial D}{\partial N}$  en fonction de l'amplitude de la contrainte effective :

$$\Delta \tilde{\sigma} = \frac{\sigma_M - \sigma_m}{1 - D}, \text{ et de la contrainte moyenne : } \frac{\bar{\sigma}}{1 - D} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_M + \sigma_m}{1 - D}$$

$$\frac{\partial D}{\partial N} = \left(1 - (1 - D)^{\delta+1}\right)^{\alpha(\sigma_M, \bar{\sigma})} \left(\frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})(1 - D)}\right)^{\delta} \tag{56}$$

L'exposant  $\alpha$  dépend du chargement  $(\sigma_M, \sigma)$ ,  $\delta$  une constante du matériau,  $\sigma_M$  et  $\bar{\sigma}$  respectivement la contrainte maximale et la contrainte moyenne et  $M(\bar{\sigma})$  une fonction de la contrainte moyenne.

Soit le changement de variable suivant :

$$u = (1 - D)^{1+\delta} \Rightarrow du = -(1 + \delta)(1 - D)^\delta .dD$$

$$-\frac{du}{1 + \delta} = (1 - u)^\alpha \left( \frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})} \right)^\delta .N, \quad \text{d'où : } N = \left( \frac{(1 - u)^{1-\alpha}}{(1 - \alpha)(1 + \delta)} \right) \left( \frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})} \right)^{-\delta}$$

$$N = \left( \frac{(1 - (1 - D)^{1+\delta})^{1-\alpha}}{(1 - \alpha)(1 + \delta)} \right) \left( \frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})} \right)^{-\delta} \quad (57)$$

Sachant que pour  $N=N_R$  ;  $D=1$  :

$$N_R = \left( \frac{1}{(1 - \alpha)(1 + \delta)} \right) \left( \frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})} \right)^{-\delta} \quad (58)$$

En faisant le rapport des équations (57) et (58), on obtient l'expression de l'endommagement en fonction de la fraction de vie  $\beta = \frac{N}{N_R}$

$$D = 1 - \left[ 1 - \beta^{\left( \frac{1}{1-\alpha} \right)} \right]^{\frac{1}{1-\delta}} \quad (59)$$

$\delta$  est une constante du matériau et  $\alpha$  un exposant qui dépend de l'amplitude de la charge appliquée. Ces deux constantes sont déterminées à partir des données expérimentales (courbe de Wöhler).

➤ **Modèle de Lemaitre-Plumtree** [35]

Similaire au modèle de Chaboche, ce modèle fait état d'un seul paramètre qui dépend de l'amplitude des charges appliquées. La forme différentielle de l'équation d'endommagement est celle de Kachanov [30] modifiée, pour tenir compte de la cumulation non linéaire de l'endommagement.

L'endommagement par fatigue est donnée par :

$$D = 1 - \left[ 1 - \beta^{\left( \frac{1}{1+\delta} \right)} \right] \quad (60)$$

➤ **Loi d'évolution de l'endommagement en « S » Mankowsky** [42]

Dans certain cas, la loi d'évolution de l'endommagement se présente sous la forme d'une courbe en "S" caractérisée par la relation non linéaire de Mankowsky [20] :

$$D = a \cdot \frac{t^b}{1 - t^c} \quad (61)$$

$D$  : Paramètre d'endommagement,

$$t = \frac{t_i}{t_R} = \left( \frac{\text{temps à un instant } i}{\text{temps à rupture}} \right) \text{ étant le temps normalisé,}$$

a, b et c les paramètres du matériau.

Cette évolution a été établie par Dinkel et al. [43], (Fig 44).

Il est clair que la variable d'endommagement D tend vers l'infini pour un temps normalisé t égal à l'unité :

$$\lim_{t \rightarrow 1} D = \infty \tag{62}$$

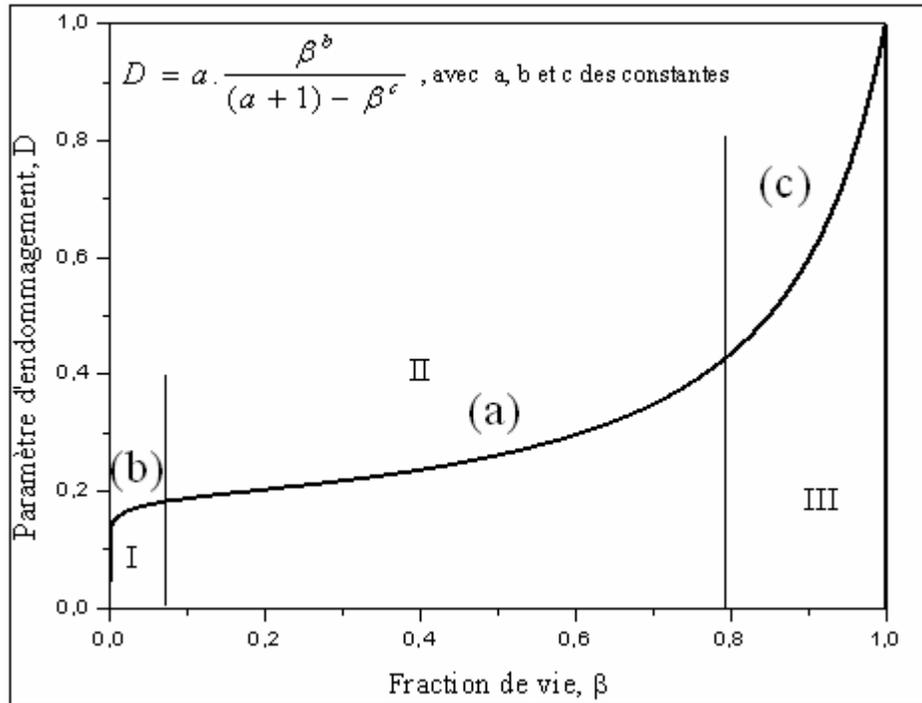
Afin de retrouver les conditions aux limites de la variable d'endommagement, une modification au niveau du dénominateur de la relation non-linéaire de Mankowsky a été adoptée par Azouaoui et al. [44].

$$\lim_{t \rightarrow 0} D = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{t \rightarrow 1} D = 1 \tag{63}$$

Ce qui donne la relation finale suivante :

$$D = a \cdot \frac{t^b}{(a+1) - t^c} \tag{64}$$

Les paramètres a, b et c contrôlent respectivement le niveau de la seconde zone de la courbe d'endommagement (Figure 43), la pente de la première zone et le début de la troisième zone.



**Fig. 44** : Evolution en "S" de l'endommagement en fonction de la fraction de vie.

## I.7.8. Approche de dégradation de rigidité en cisaillement

### I.7.8.1. Introduction

L'endommagement par fatigue des composites, y compris les sandwichs, a été souvent modélisé par les approches de la résistance résiduelle ou celles de la dégradation de rigidité. La résistance résiduelle est déterminée à partir d'un essai statique sur une éprouvette cyclée. Cependant une série d'essais sera nécessaire pour tracer une seule courbe de cette résistance résiduelle. Les approches de dégradation de rigidité ont l'avantage de permettre la mesure de la rigidité effective durant le cyclage, sans détruire l'échantillon, de telle sorte qu'une courbe de dégradation de rigidité peut être obtenue à partir d'un seul essai.

La rigidité peut être définie de plusieurs manières [45, 46, 47, 48, 49, 50]. Elle est prise comme le terme représentant le module de dégradation de rigidité en fatigue  $G(N)$ , qui peut être mesuré à partir de la portion linéaire de la courbe (contrainte /déformation) pour différents cycles [45], (Fig. 44). Yang et al [46] ont supposé que la vitesse de dégradation est une fonction puissance du nombre de cycle  $N$ .

### I.7.8.2. Concept du module de fatigue

Dans cette approche, la réduction de la rigidité est supposée être proportionnelle à la progression de la flèche mesurée en fonction du nombre de cycles. Dans notre étude, l'approche basée sur le concept de module de fatigue proposé par Hwang et Han [45] sera utilisée. Cela est applicable dans le cas où la rupture du matériau est dominée par le cisaillement du cœur.

Le terme "module de fatigue" est le rapport entre la contrainte appliquée et la déformation résultante pour un nombre de cycle donné, (Fig. 45). Lorsque le nombre de cycle augmente, pour une contrainte de cisaillement appliquée  $\tau_a$ , la résultante de la déformation par cisaillement à un  $n$  cycles devient plus grande jusqu'à ce qu'elle atteigne une rupture par déformation de cisaillement. Il est supposé que le critère de déformation est valable quand la déformation en fatigue, dépendant du cycle, est égale à la déformation de rupture en statique c.à.d  $\gamma(N_R) = \gamma_u$ . Le module de fatigue  $G_f(N, r)$ , pour un rapport de charge  $r$  et un nombre de cycles  $n$ , peut être exprimé par :

$$G_f(N, r) = \frac{\tau_a}{\gamma(N)} \quad (65)$$

Ainsi la connaissance de la courbe contrainte/déformation pour chaque nombre de cycles n'est pas exigée, la mesure du module de fatigue peut être directement effectuée par la connaissance de l'historique de la déformation pour un matériau donné.

### I.7.8.3. Equation de la dégradation

La vitesse de décroissance du module de fatigue proposé par Hwang et Han [45] peut être liée à une fonction puissance empirique de la forme  $AN^C$ . La relation théorique de la réduction du module de fatigue peut être exprimée par :

$$G_f(N) = G_0 - AN^c \tag{66}$$

Où  $G_f(N)$  et  $G_0$  sont respectivement le module de fatigue transitoire et le module statique instantané. A et c sont des constantes du matériau déterminées expérimentalement.

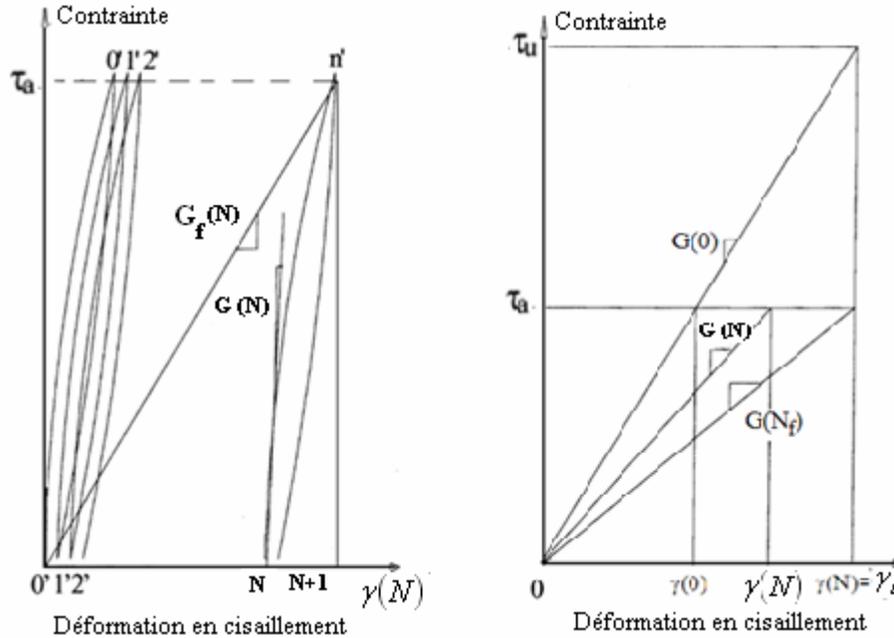


Fig. 45 : Concept de module de fatigue [48].

Le processus de fatigue consiste en une phase d'initiation suivie par une phase de progression de l'endommagement. Le nombre de cycles N, définissant l'initiation de l'endommagement par fatigue, est donné par  $N_{if}$ . Le modèle utilisé sera modifié pour être applicable dans le domaine correspondant à  $N \geq N_{if}$ . L'équation (66) a été modifiée par l'utilisation d'une fonction exponentielle de la forme  $Ae^{nc}$  [52] :

$$G_f(N) = G_0 \quad \text{pour} \quad N \leq N_{if}$$

$$G_f(N) = G_0 - Ae^{(N-N_{if})c} \quad \text{pour} \quad N \geq N_{if} \tag{67}$$

#### I.7.8.4. Equation Contrainte/Nombre de Cycles

La courbe non linéaire (Contrainte-Nombre de Cycles) peut être obtenue à partir de l'équation de dégradation non linéaire du module de fatigue du cœur (éq. 67). En supposant la déformation de cisaillement cyclique à la rupture égale à la déformation de cisaillement statique maximale ( $\gamma_f(N_R) = \gamma_u$ ), le module de fatigue à la rupture devient  $G_f(N_R) = \frac{\tau_a}{\gamma_u}$ . Cela

suppose que la courbe contrainte /déformation soit linéaire. Le rapport de charge appliqué ( $r = \frac{\tau_a}{\tau_u}$ ) s'écrit :

$$\frac{G_f(N_R)}{G_0} = \frac{\tau_a}{\gamma_n} \times \frac{\gamma_u}{\tau_u} = \frac{\tau_a}{\tau_u} = r \quad (68)$$

$r$  est le rapport entre la contrainte appliquée et la contrainte statique à rupture :  $r = \frac{\tau_a}{\tau_u}$ .

En remplaçant  $N$  par  $N_R$  dans l'expression de  $G_f(N)$  (éq. 67), l'équation (75) devient :

$$N_R = N_{if} + \frac{\ln[B(1-r)]}{C}$$

Avec :  $B = \frac{G_0}{A}$  (69)

L'équation (69) peut être utilisée pour prédire le nombre de cycles à la rupture pour différents niveaux de contrainte appliquée.

### I.7.8.5. Equation d'endommagement cumulatif

Les lois d'évolution de l'endommagement en fonction de la durée de vie sont diverses et peuvent être classées en lois linéaires et non-linéaires. Il a été supposé [48] que l'endommagement est initié à  $N = N_{if}$ . Pour  $N = N_R$  l'endommagement  $D$  est égal à 1.

Pour de tous les modèles d'endommagement cumulatifs, il est supposé que :

$$\begin{aligned} D(N) &= 0 && \text{pour } N \leq N_{if} \\ 0 \leq D(N) &\leq 1 && \text{pour } N_{if} \leq N \leq N_R \end{aligned} \quad (70)$$

#### Modèle I [48]

Ce modèle basé sur l'endommagement cumulatif linéaire, est proposé par Miner [40]. L'état de l'endommagement équivalent à un nombre de cycle  $n$  donné est le rapport du nombre de cycle actuel par le nombre de cycle provoquant la rupture par fatigue. Dans ce cas, le modèle d'endommagement produit après initiation de l'endommagement s'écrit :

$$D(n) = \frac{(N - N_{if})}{(N_R - N_{if})} \quad \text{pour } N \geq N_{if} \quad (71)$$

#### Modèle II [48]

La fonction d'endommagement  $D$  est définie à partir du module de cisaillement en fatigue :

$$D(N) = \frac{G_0 - G_f(N)}{G_0 - G_f(N_R)} \quad (72)$$

$G_0$  : Module en cisaillement statique,

$G_f(N)$  : Module de fatigue transitoire,

$G_f(N_R)$  : Module de fatigue à la rupture.

En utilisant l'équation (74), l'expression (79) devient :

$$D(n) = \frac{e^{(N-N_{if})C}}{e^{(N_R-N_{if})C}} \quad \text{pour } N \geq N_{if} \quad (73)$$

Modèle III [48] :

Ce modèle est défini en s'appuyant sur l'évolution de la déformation en cisaillement du cœur. La fonction de l'endommagement D est donnée par :

$$D(n) = \frac{\gamma(N) - \gamma(0)}{\gamma(N_R) - \gamma(0)} \quad (74)$$

En utilisant l'équation (67) et la relation contrainte-déformation dérivée de la Figure (43), la fonction de l'endommagement devient :

$$D(N) = \left[ \frac{r}{1-r} \right] \left[ \frac{e^{(N-N_{if})C}}{B - e^{(N-N_{if})C}} \right] \quad \text{pour } N \geq N_{if} \quad (75)$$

Modèle IV [44] : dans ce cas, l'endommagement apparaît après initiation de fissure :

$$D(N) = \frac{k\beta^l}{(k+1) - \beta^m} \quad \text{pour } N \geq N_{if} \quad (76)$$

$\beta = \frac{N - N_{if}}{N_f - N_{if}}$  ; l, k et m sont des constantes du matériau.

### **I.7.8.6. Conclusion**

Les sandwichs à âme nid d'abeilles sont de nouveaux matériaux particulièrement utilisés dans le domaine de l'aéronautique et de l'aérospatial. Leurs avantages résident principalement dans la forte rigidité en flexion, l'excellente résistance à la fatigue, la résistance au feu, l'isolation thermique et le faible poids. Le seul problème est leur mode de rupture ou de ruines qui reste imprévisible.

Il est donc nécessaire de connaître leur comportement en statique et en fatigue afin d'exploiter entièrement toutes leurs possibilités. Le comportement en fatigue de ces matériaux reste peu étudié.

La recherche bibliographique concernant les sandwichs en nids d'abeille, nous a permis de montrer que les modèles d'endommagement appliqués sont basés essentiellement sur la dégradation de la rigidité. Le modèle choisi dépend fortement du mode de rupture observé lors des essais de fatigue. Dans le cas où la rupture est due à un cisaillement de l'âme, l'endommagement est basé sur le module de cisaillement en fatigue G. Si la rupture est due à une fissuration par contrainte traction/compression des peaux, l'endommagement est basé sur le module d'élasticité longitudinale de fatigue E.

## **CHAPITRE II**

### **Comportement statique des sandwichs “en nids d'abeilles” sous sollicitations en flexion trois points et quatre points**

## II. Comportement statique des sandwichs sous sollicitation en flexion trois points et quatre points

### II.1. INTRODUCTION

La conception optimale d'une structure composite type sandwich nécessite une détermination précise des propriétés mécaniques du matériau. Les structures sandwich sont généralement chargées en flexion (traction-compression) ou en flambement. Les essais de flexion (essai de flexion trois points ou quatre points) sont largement utilisés pour la caractérisation du comportement et de l'endommagement, notamment les composites sandwichs [4, 53]. Pour une application donnée, il est convenable de connaître le comportement mécanique de l'âme et des peaux pour les différents types de sollicitations.

Dans le cas de la flexion 3-points d'une poutre, la relation exprimant, dans le domaine élastique, la charge exercée en fonction de la flèche au centre est donnée par la relation (27, Chap.1). Cette relation introduit le coefficient de cisaillement (1) fonction d'une part du rapport  $E_x / G_{xz}$  des modules de flexion et de cisaillement et d'autre part de l'élanement  $L / h$  de la poutre. Pour des distances entre appuis élevées, telles que:

$$\frac{E_x}{G_{xz}} \left( \frac{h}{L} \right)^2 < 1 \quad (1)$$

la poutre est sollicitée en flexion simple et la flèche ne dépend que du module de flexion. Elle est exprimée par:

$$w_f = \frac{P}{4E_x b} \left( \frac{L}{h} \right)^3 \quad (2)$$

Pour de faible distance entre appuis, telle que:

$$\frac{E_x}{G_{xz}} \left( \frac{h}{L} \right)^2 > 1 \quad (3)$$

La poutre est sollicitée en cisaillement transverse et la flèche ne dépend que du module de cisaillement. Elle est exprimée par:

$$w_f = \frac{P}{4G_{xz} b} \left( \frac{L}{h} \right) \quad (4)$$

Pour les distances intermédiaires entre appuis, la poutre est sollicitée en flexion avec cisaillement transverse. Par ailleurs, les essais de flexion 3-points entre appuis rapprochés font apparaître des phénomènes de l'indentation et de cisaillement de l'âme au voisinage des appuis et de la charge localisée au centre. L'essai de flexion 3-points a ainsi été choisi de manière à pouvoir mettre en évidence et analyser ces divers phénomènes.

Au cours de cette étude, nous nous intéressons à la caractérisation en statique des panneaux en structure sandwich à âme nids d'abeilles sous chargement de flexion trois et quatre points, ainsi qu'à l'étude de l'influence de l'effet de la densité de l'âme et de la variation de la distance entre les appuis fixes de l'essai.

Les résultats obtenus des propriétés mécaniques effectives (rigidité, contrainte, flèche) et des modes de rupture des structures sandwichs (aluminium-aluminium et aluminium-Nomex) à

âmes en nids d'abeilles, sollicitées par des essais en flexion trois points et quatre points, sont présentées dans ce chapitre.

### II.1.1. Matériaux

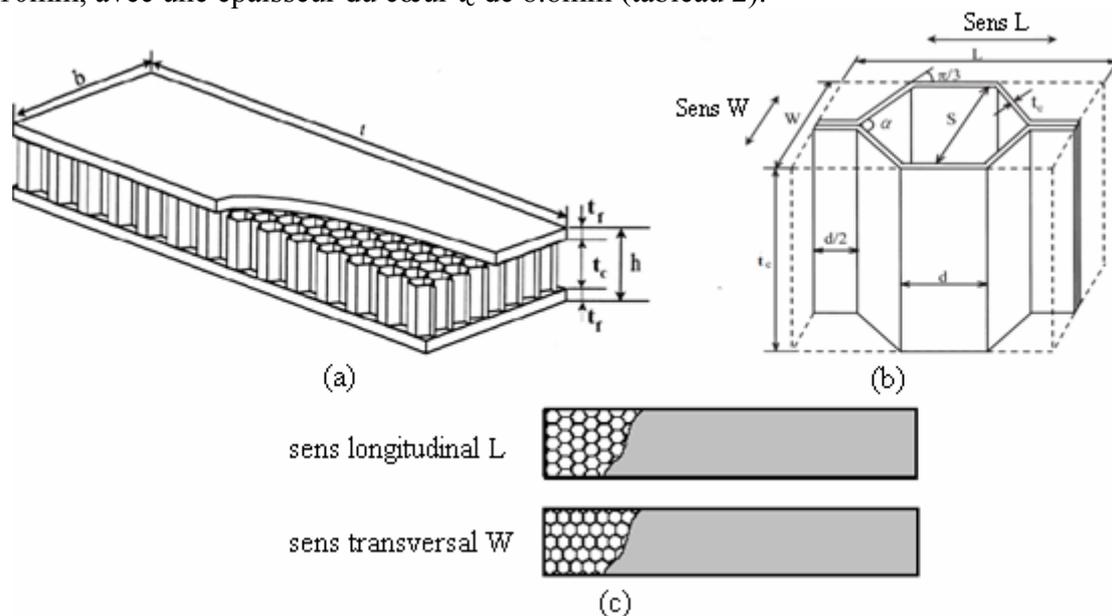
Les deux types de matériaux sandwichs à âme nids d'abeilles en aluminium- aluminium (alu-alu , ECM-Fs276 ,Fs274 ,Fs272 ,Fs270) et en aluminium-fibres d'aramides (alu-Nomex , ECA -Fs262,Fs264 ,Fs266 ,Fs268), utilisés dans cette étude (Fig.1) sont fournis par Euro-Composites et destiné à l'industrie aéronautique [55]. La structure des deux types de sandwich est constituée d'alvéoles bidimensionnelles placées dans le plan de sandwich dont les peaux sont en Aluminium (AlMg3) .Les âmes en nids d'abeilles, de différentes densités, sont soit en aluminium ( $29 - 41-55-82$  et  $130 \text{ kg/m}^3$ ) ou en fibres aramide ( $48 -80-128$  et  $144 \text{ kg/m}^3$ ). Les éprouvettes destinées à l'essai de flexion trois points (fig.3a) ont été découpées à l'aide d'une tronçonneuse à disque à partir des plaques sandwichs de  $50\text{cm} \times 25\text{cm}$  dans le sens longitudinal (L) des cellules de l'âme (fig.1 b) selon la norme ASTM C393-62 [26].

Les dimensions des éprouvettes et les propriétés mécaniques du sandwich sont illustrées par les tableaux (1, 2, 3 et 4).

Les éprouvettes utilisées pour l'essai de flexion trois points ont des longueurs variables (450, 350, 300, 250, 200, 150, 120, 100mm), une largeur  $b$  de 40mm et une épaisseur  $h$  de 10mm. L'épaisseur du cœur  $t_c$  est de 8.8mm (tableau 1).

Pour l'essai de flexion quatre points, les éprouvettes, de différentes densités ont deux configurations (L et W). Dans le cas de la configuration longitudinale des cellules du nida type L, les cellules sont dirigées dans le sens de la longueur ; par contre dans le cas de la configuration transversale type W, les cellules sont orientées dans le sens de la largeur (Fig.1).

Les éprouvettes ont une longueur  $L$  de 500mm, une largeur  $b$  de 250mm et une épaisseur  $h$  de 10mm, avec une épaisseur du cœur  $t_c$  de 8.8mm (tableau 2).



**Fig.1** : Géométrie de l'éprouvette (a) avec la configuration L et W des cellules du panneau sandwich à nid d'abeilles (b ,c).

l (mm)	b [mm]	h [mm]	t <sub>c</sub> [mm]	t <sub>r</sub> [mm]	d= t <sub>c</sub> +t <sub>r</sub> [mm]	L(entre appuis) [mm]
450 à 150	40	10	8,80	0,60	9,40	400 à 100

Tableau 1 : Dimensions des éprouvettes pour l'essai de flexion trois points

l (mm)	b [mm]	h [mm]	t <sub>c</sub> [mm]	t <sub>r</sub> [mm]	d= t <sub>c</sub> +t <sub>r</sub> [mm]	L(entre ppuis) [mm]
500	250	10	8,80	0,60	9,40	420

**Tableau 2** : Dimensions des éprouvettes pour l'essai de flexion quatre points

Matériaux : Aluminium – Aluminium	Densités de l'âme [kg/m <sup>3</sup> ]				
	29	41	55	82	130
Ame ECM	Fs276	Fs274	Fs272	Fs270	Fs268
Taille de la cellule [mm]	19,2	9,6	9,6	6,4	3,2
Epaisseur de parois de cellules [µm]	80	60	80	80	60
Résistance au cisaillement (direction L) [MPa]	0,66	1,13	1,48	2,4	5,47
Module de cisaillement (direction L) [MPa]	201	227	253	430	523
Résistance au cisaillement (direction W) [MPa]	0,32	0,60	0,88	1,4	3,36
Module de cisaillement (direction W) [MPa]	54	98	170	220	311
Résistance à la compression [MPa]	0,69	1,73	2,75	4,5	11,55

**Tableau 3** : Propriétés mécaniques des âmes en aluminium [55].

Matériaux : Aluminium –fibres aramide (Nomex)	Âme ECA en Nomex			
Densités de l'âme [kg/m <sup>3</sup> ]	48	80	128	144
Ame ECA	Fs276	Fs274	Fs272	Fs270
Taille de la cellule [mm]	19,2	9,6	9,6	6,4
Epaisseur des parois des cellules [µm]	51	76	76	76
Résistance au cisaillement (direction L) [MPa]	1,32	2,35	3,40	3,5 0
Module de cisaillement (direction L) [MPa]	48	80	128	128
Résistance au cisaillement (direction W) [MPa]	0,72	1,25	2,05	2,20
Module de cisaillement (direction W) [MPa]	30	48	87	94
Résistance à la compression [MPa]	21		2,75	4,5

**Tableau 4** : Propriétés mécaniques des âmes en fibres aramides (Nomex) [55].

Module de Young [MPa]	Résistance à la rupture [MPa]	Résistance à la traction [MPa]	Elongation à rupture (%)
70000	268	367	13

Tableau 5 : Propriétés mécaniques des peaux [55].

Masse volumique de fusion [g/cm <sup>3</sup> ]	Intervalle de fusion [°C]	Coefficient de poisson	Conductivité thermique [W/m°C]
2,73	640-655	0,33	180

Tableau 6 : Propriétés physiques d'aluminium [55].

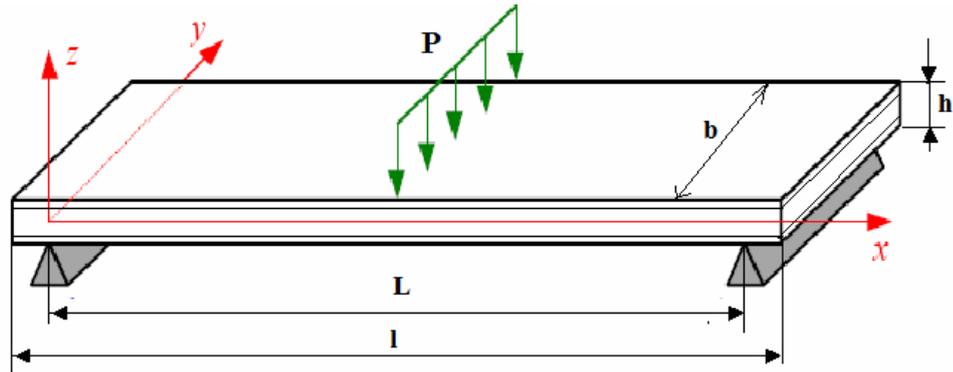
### II.1.2. Méthode expérimentale

Les essais statiques de flexion trois points ont été effectués, selon la norme ASTM C393-62, avec une vitesse de chargement 2mm/min, sur une machine de type INSTRON modèle 4302 (Fig. 2). Cette machine est constituée d'un bâti supportant une traverse mobile sur laquelle est montée une cellule de charge de **10kN**. L'ensemble est piloté par un ordinateur qui commande les déplacements de la traverse mobile et acquiert les valeurs charge/flèche. Les essais ont été réalisés au sein du Laboratoire de Fiabilité Mécanique (**LFM**) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz (**ENIM**).

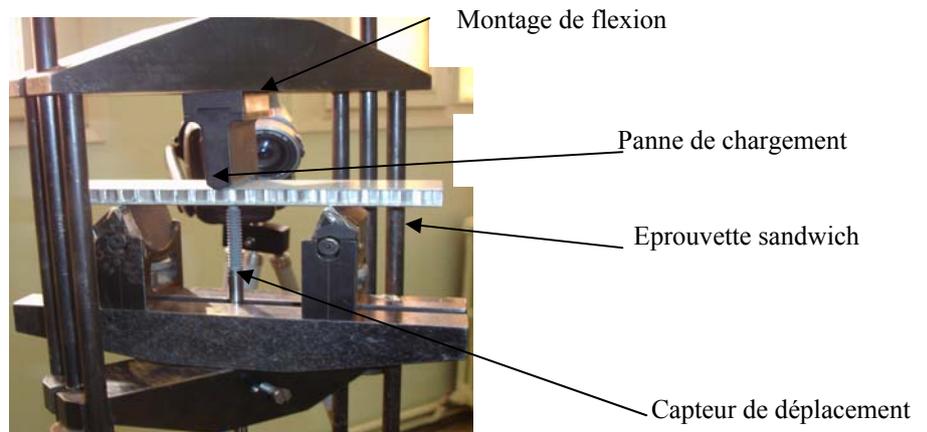
L'essai de flexion trois points consiste à solliciter une éprouvette de section rectangulaire reposant sur deux appuis à écartement réglable (Fig.3). Trois éprouvettes ont été testées, pour chaque distance entre appuis L qui sont : 400,300, 250, 200,150,120,100 mm (Fig.3 ,4)



Fig. 2 : Machine INSTRON modèle 4302



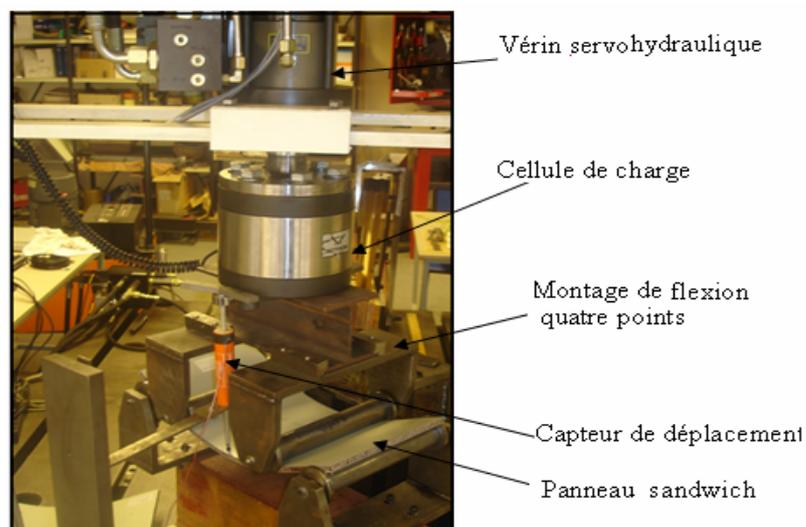
**Fig. 3** : Poutre sandwich chargée en flexion 3 points



**Fig.4** : Montage expérimental d'essai de flexion 3 points

Les essais de flexion quatre points ont été réalisés sur une machine de type INSTRON modèle 8800 (Fig. 5), avec une vitesse de chargement de 2mm/min. Cette machine est constituée d'un vérin servo-hydraulique de capacité  $\pm 100\text{kN}$ . Un ordinateur connecté à la machine permet de contrôler la valeur de la charge appliquée ou de la flèche et l'acquisition des résultats d'essai.

Les essais ont été effectués selon les normes militaires **MIL-STD-i401 DIN 53291** [18]. Cette norme est utilisée par notre fournisseur « Euro-Composites » des plaques en panneaux sandwichs.



**Fig. 5** : Montage d'essai de flexion quatre points

La norme de l'essai de flexion quatre points définit les conditions suivantes : si  $L$  est la longueur entre les appuis fixes, la norme implique une distance entre les appuis d'application de la charge égale à  $L/2$  et une distance entre l'appui fixe et l'appui de chargement égale à  $L/4$  (Fig. 6).

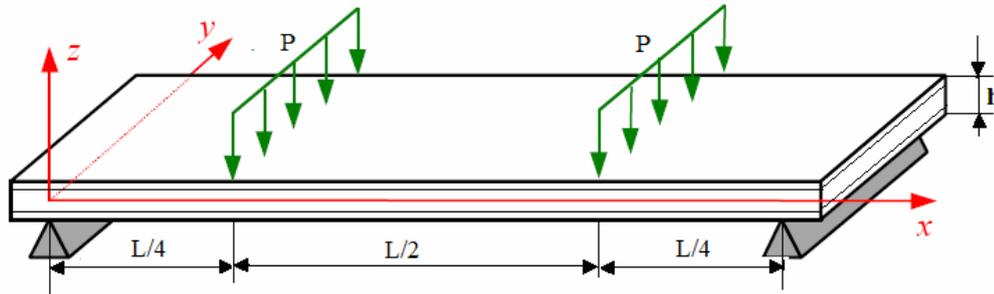


Fig. 6 : Poutre sandwich sollicitée en flexion quatre points

## II.2 Résultats obtenus des essais statiques de flexion trois points

### II.2.1 Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion trois points du sandwich Alu-Alu

Les figures 7, 8 et 9 représentent les courbes d'évolution de la charge en fonction de la flèche pour différentes distances entre appuis (300, 200 et 100 mm), et densités du cœur du sandwich (29, 41, 55, 82, 130  $\text{kg/m}^3$ ). Les figures 10 à 14 présentent les courbes d'essais pour les différentes densités du cœur avec la variation de la distance entre appuis. Les figures 13 à 18 montrent l'effet respectivement de la densité de l'âme et de la distance entre appuis sur la charge maximale, la rigidité en flexion et la flèche à rupture. La détermination du module de cisaillement équivalent du sandwich, en fonction de la densité de l'âme, est illustrée par la figure (21 et 22).

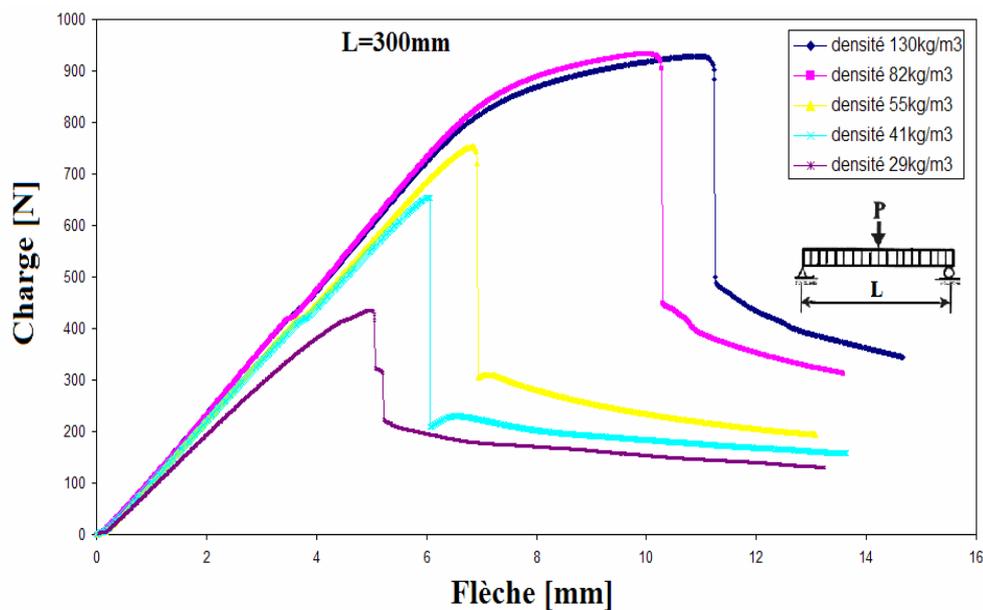


Fig. 7 : Courbe d'essais de flexion trois points, pour différentes densités de l'âme ( $L=300\text{mm}$ )

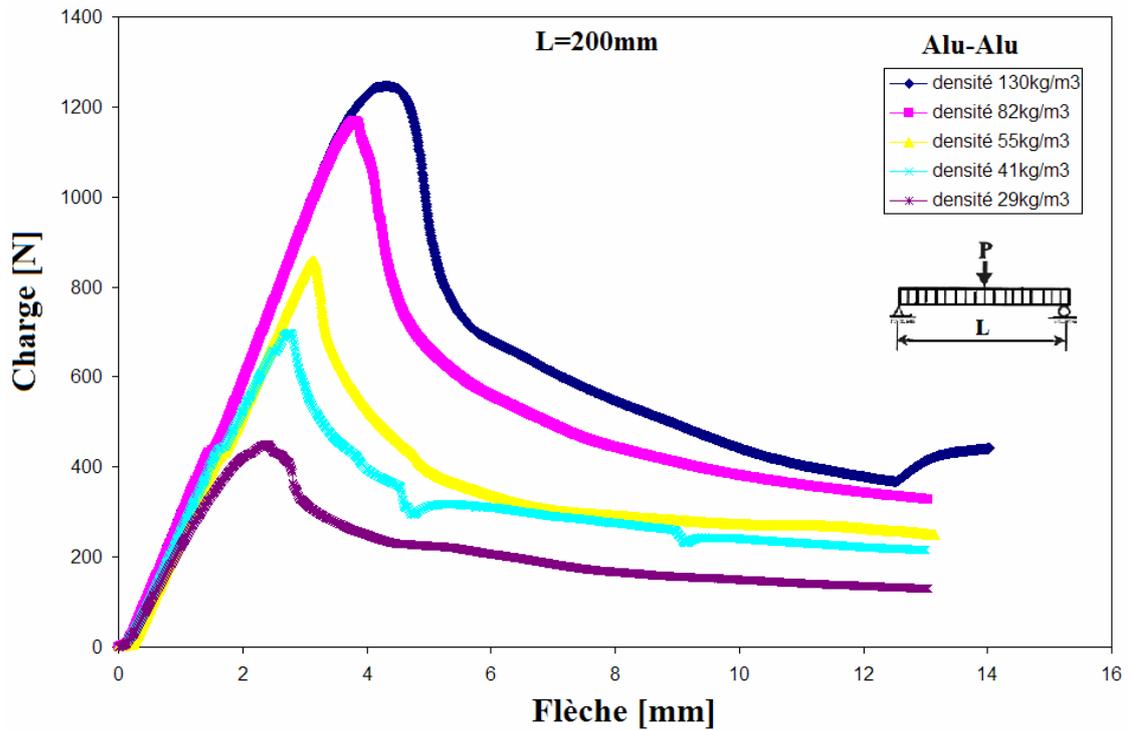


Fig.8 : Courbe d'essais de flexion trois points, pour différentes densités de l'âme (L=200mm).

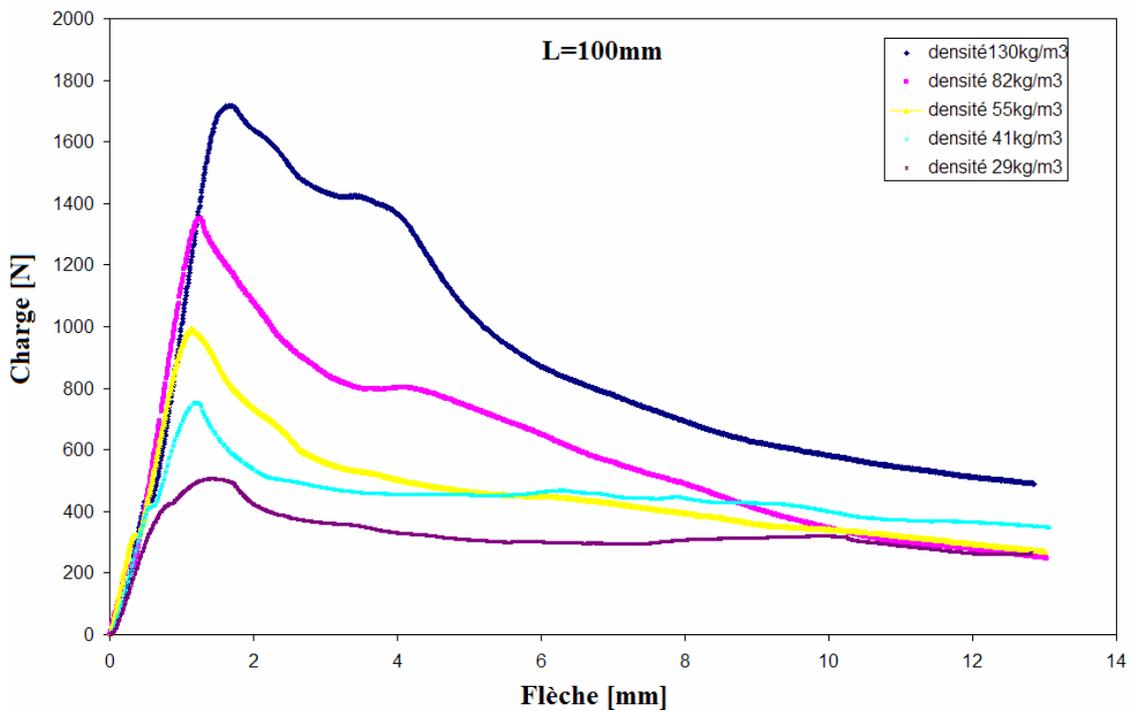
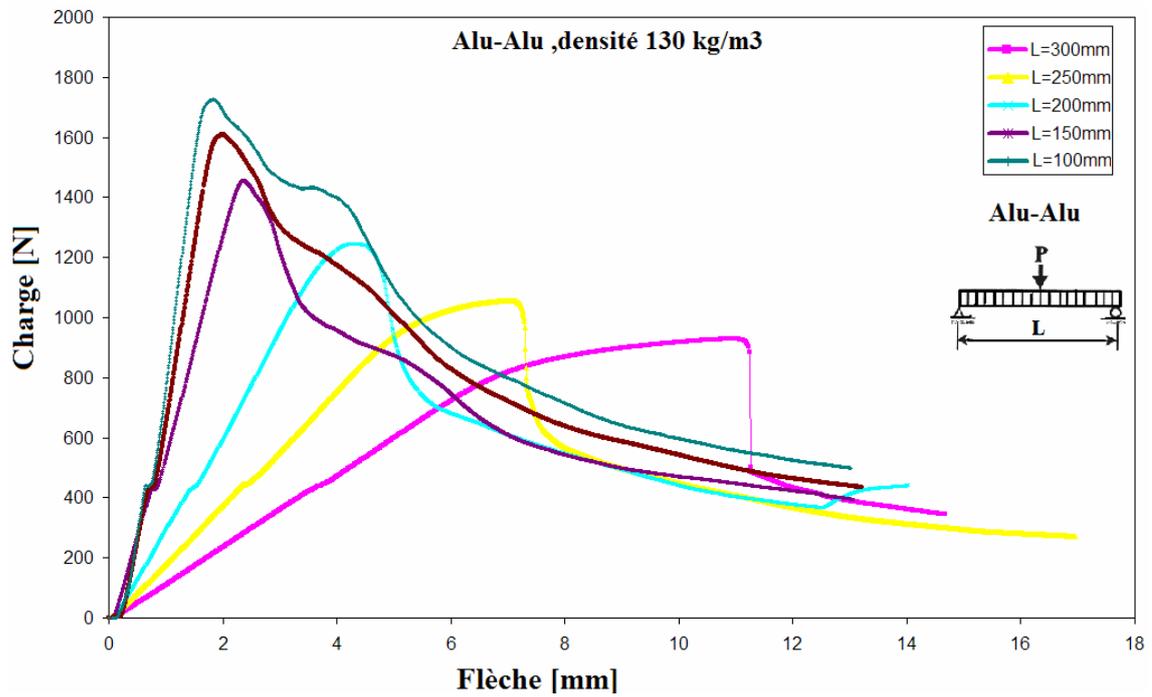
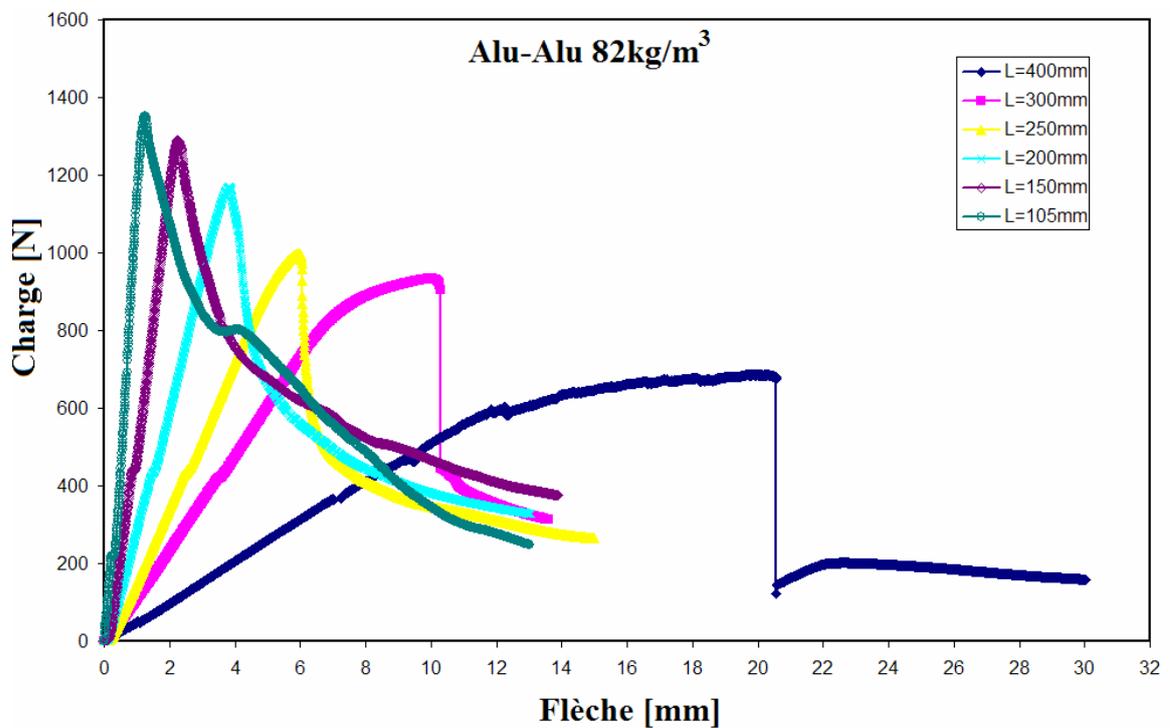


Fig.9 : Courbe d'essais de flexion trois points, pour différentes densités de l'âme (L=100mm).



**Fig.10** : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 130kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distances de L



**Fig. 11** : Courbe d'essais charge/f Courbe d'essais charge-flèche de la densité 82kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distances de L

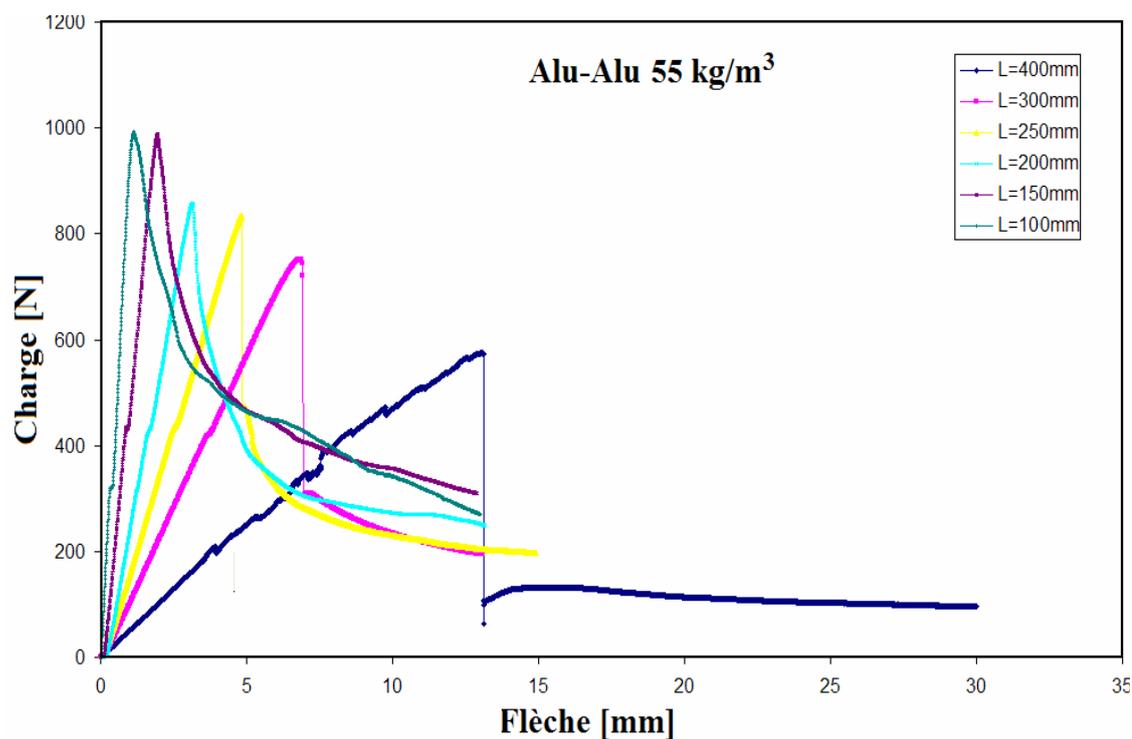


Fig. 12 : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 55 kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distances de L

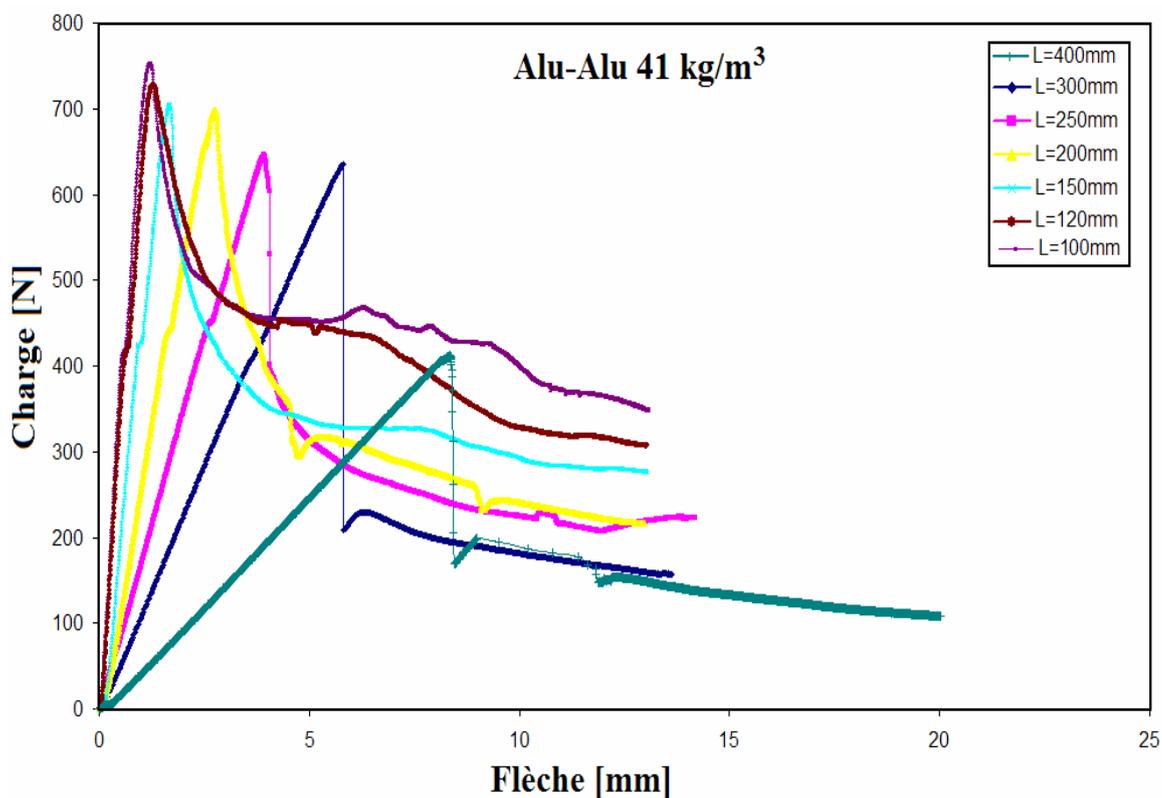


Fig.13 : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 41kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distances de L

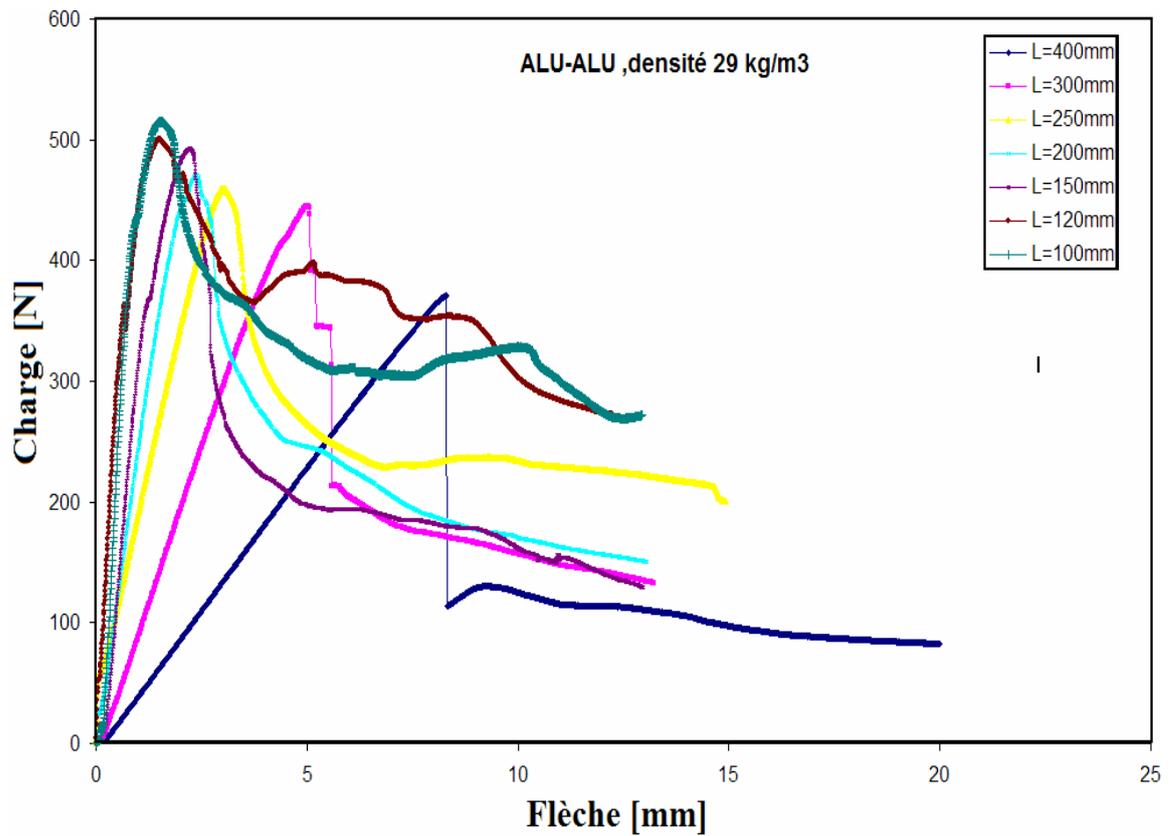


Fig.14 : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 29 kg/m3 de l'âme, pour différentes distances de L

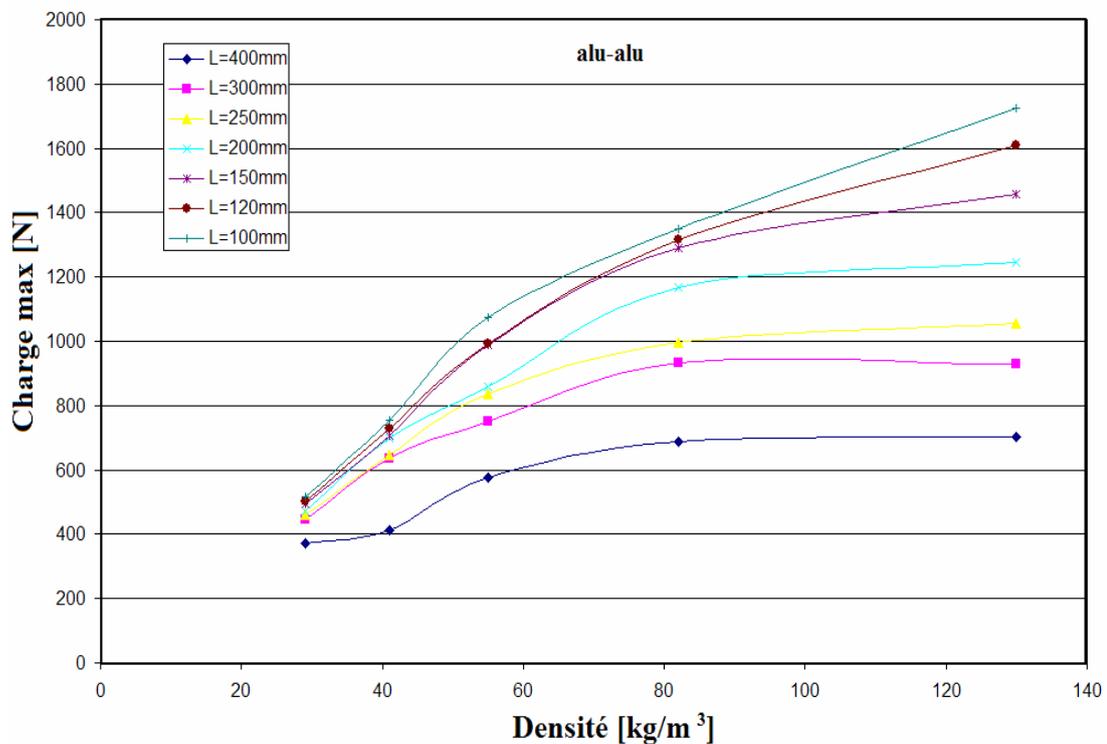


Fig.15 : Effet de la distance entre appuis sur l'évolution de la charge maximale en fonction de la densité de l'âme du sandwich

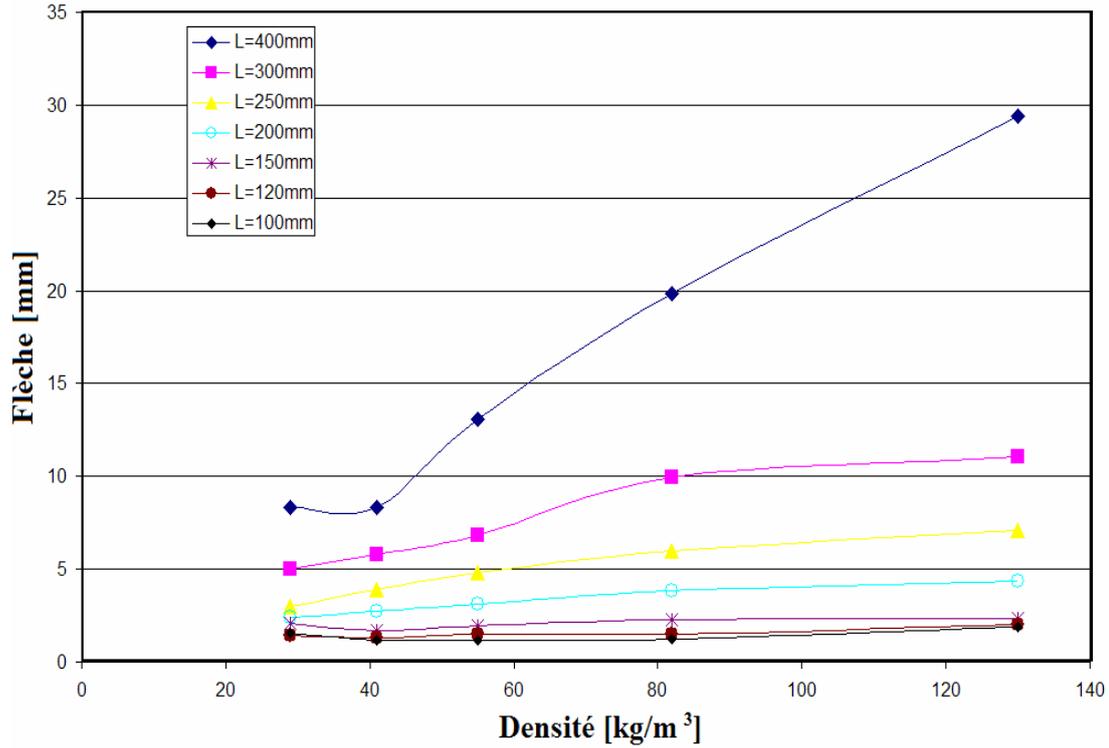


Fig.16 : Effet de la distance entre appuis sur l'évolution de la flèche à la rupture en fonction de la densité de l'âme

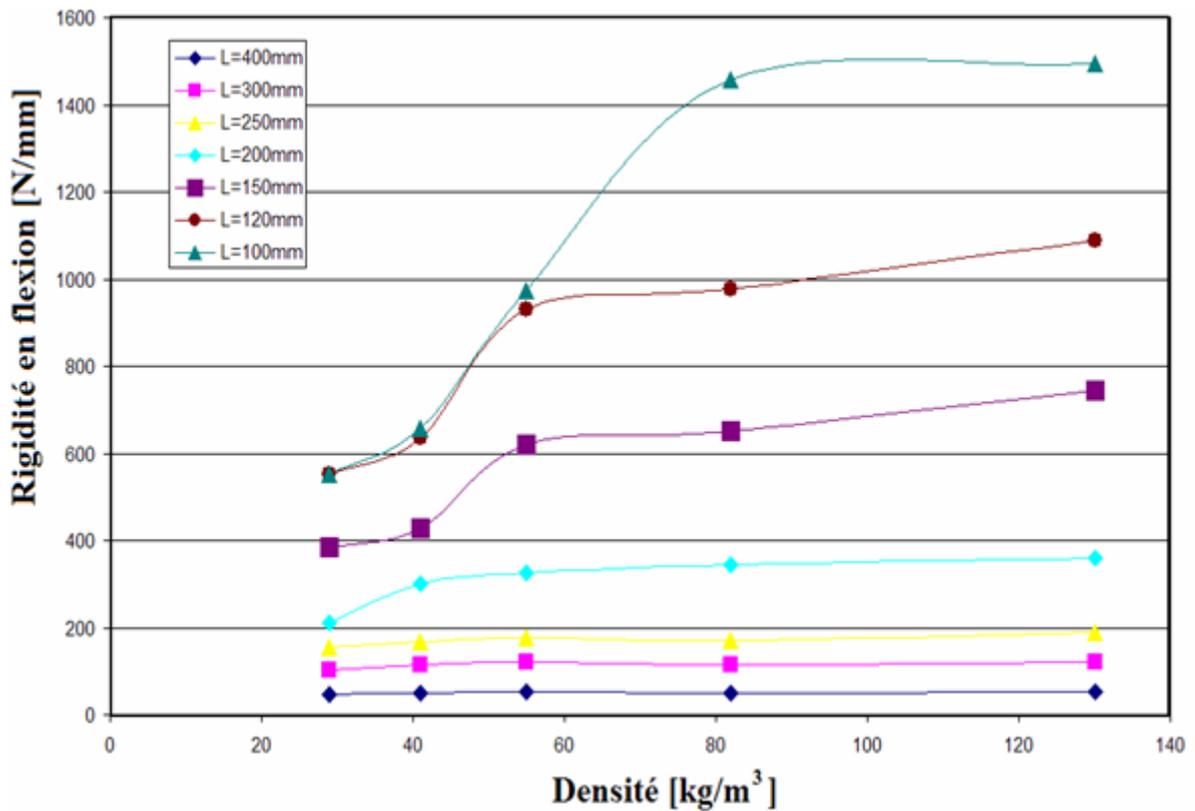


Fig. 17 : Evolution de la rigidité en flexion en fonction de la densité de l'âme du sandwich, pour différentes distances entre appuis.

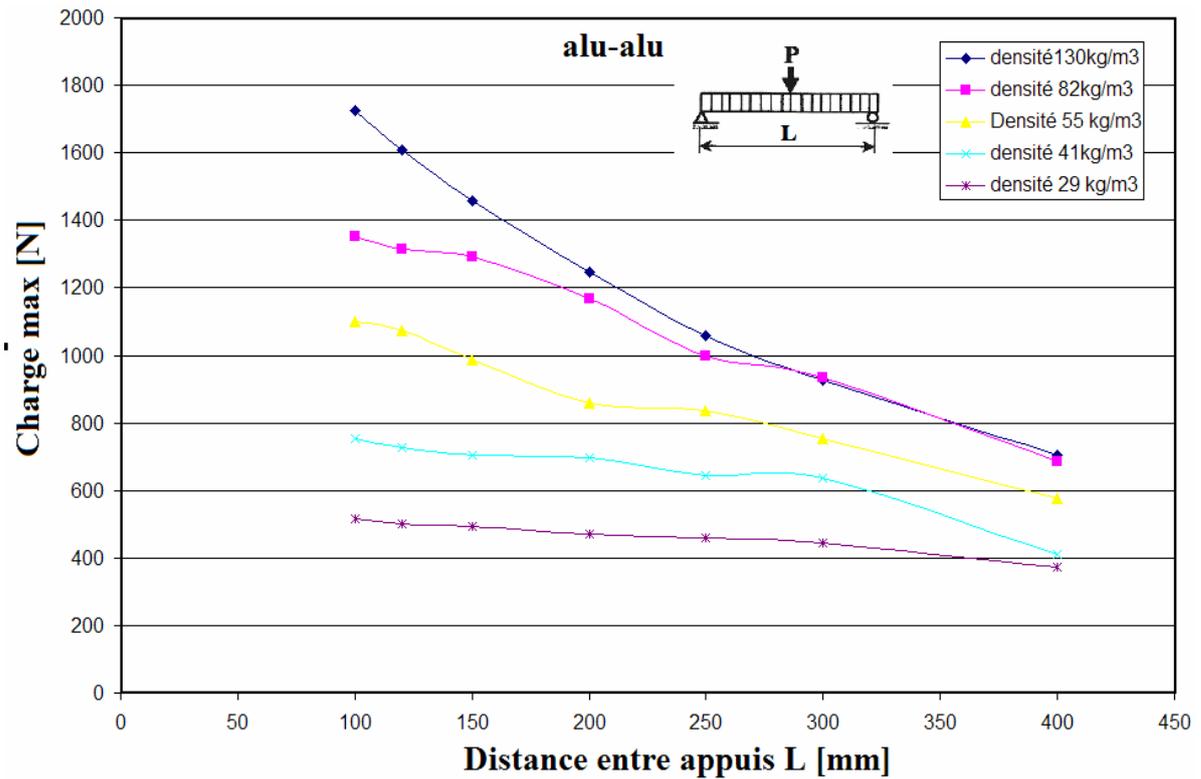


Fig.18 : Influence de la densité de l'âme sur la charge maximale en fonction de la distance entre appuis L

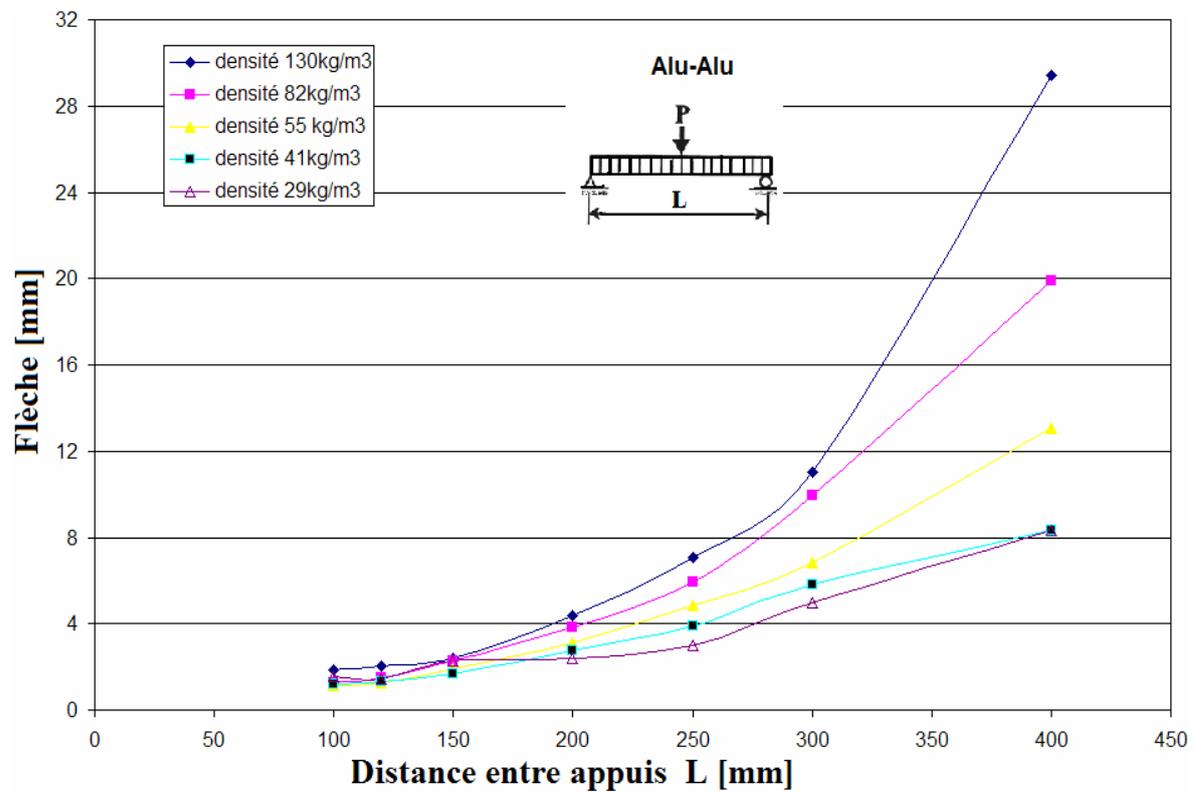
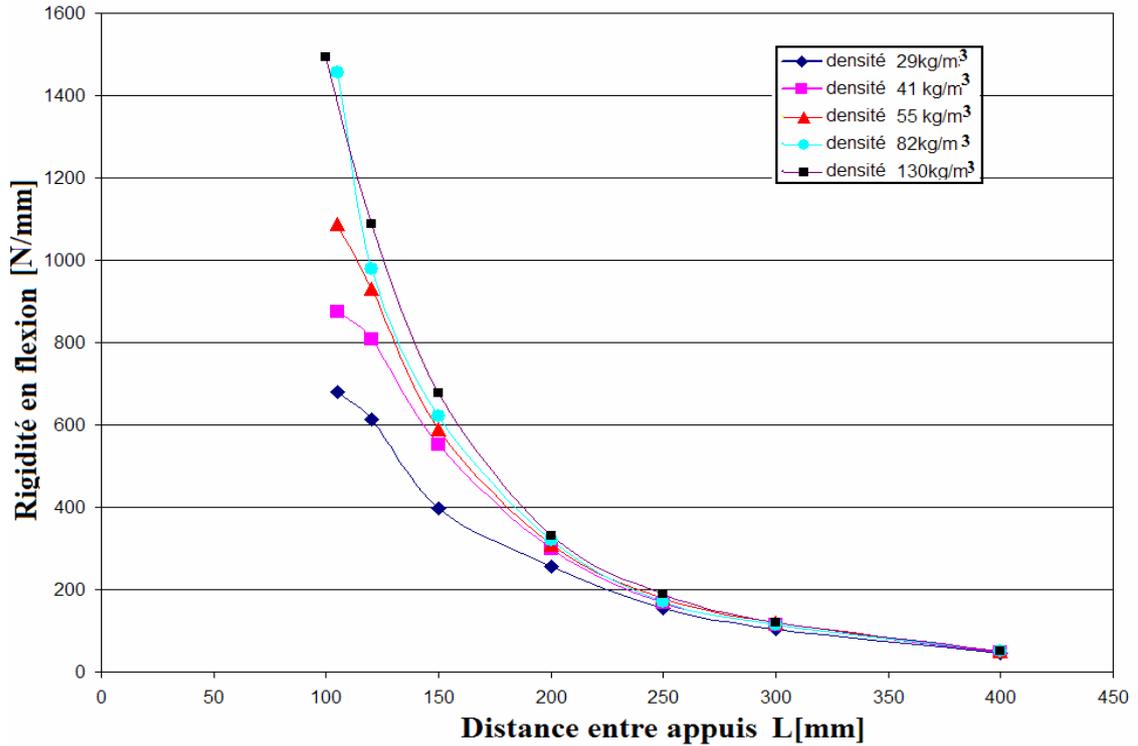


Fig.19 : Influence de la densité de l'âme sur la flèche à la rupture en fonction de la distance entre appuis L



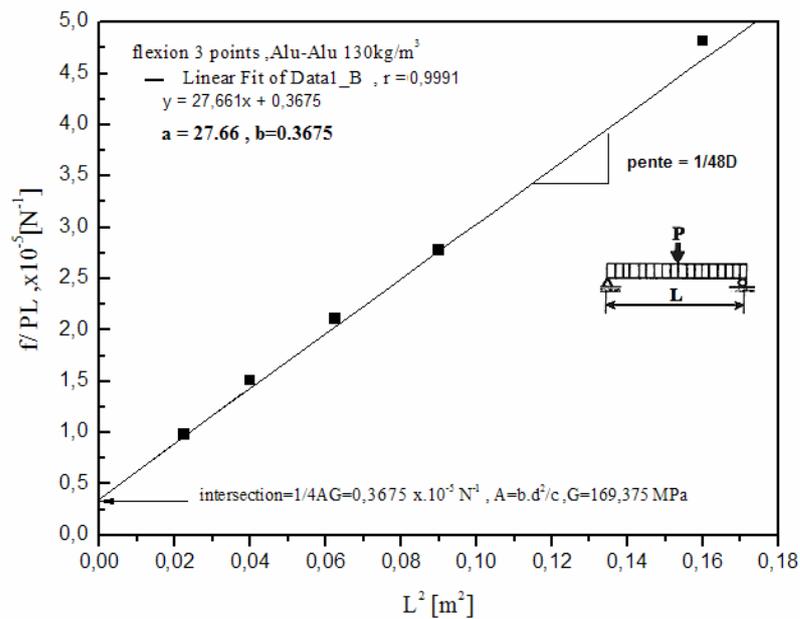
**Fig.20** : Effet de la densité sur la rigidité en flexion du sandwich en fonction de la distance entre appuis

**II.2.1.1. Module de cisaillement  $G_{\text{éq}}$  pour le sandwich Alu-Alu**

Le module de cisaillement équivalent  $G_{\text{éq}}$  du matériau du cœur du sandwich est déterminé à l'aide des essais de flexion trois points [54].

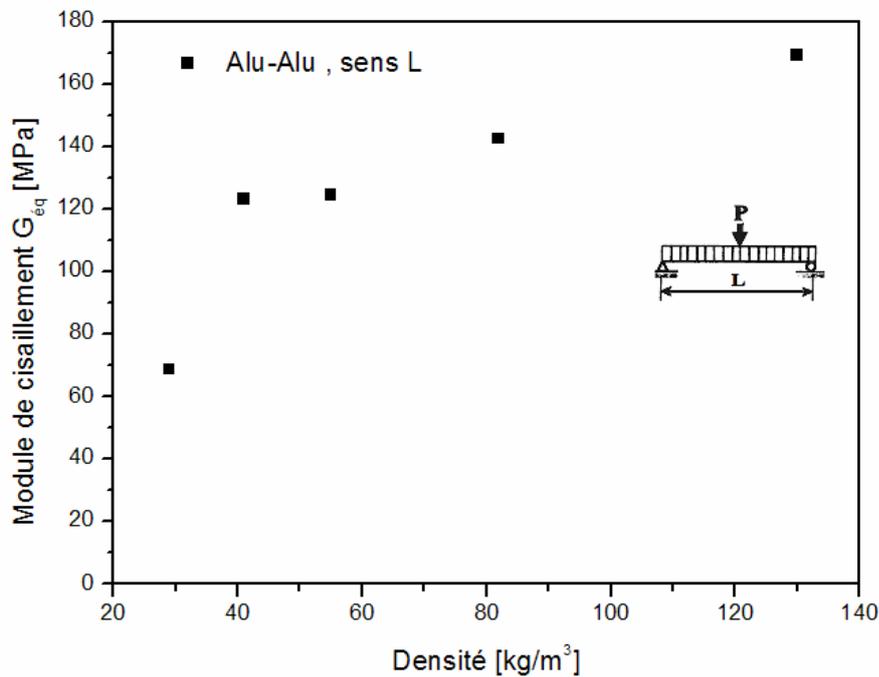
On a effectué des essais de flexion 3 points sur plusieurs éprouvettes à différentes distances entre appuis L variant de 400, 300, 250, 200, 150mm.

Un exemple pour la détermination du module de cisaillement équivalent par la méthode graphique est illustré par le graphe de la figure (21).



**Fig. 21** : Méthode graphique pour l'évaluation du module de cisaillement  $G_{\text{éq}}$  [54].

La figure 22 montre la variation du module de cisaillement équivalent de l'âme en aluminium en fonction de la densité des cellules de l'âme dans la configuration L.



**Fig. 22** : Evolution du module de cisaillement équivalent en fonction de la densité de l'âme

## II.2.2. Analyse des résultats obtenus des essais de flexion trois points sur le composite sandwich Alu-Alu

L'analyse des résultats expérimentaux, de flexion trois points, a permis d'étudier le comportement en flexion sous chargement statique des sandwichs, en fonction de leurs densités et la distance entre appuis.

On constate que pour toutes les densités des éprouvettes sandwichs testées, avec les distances entre appuis 400 et 300 mm montrent un comportement fragile pour les densités 29, 41, 55  $\text{kg/m}^3$  et ductile pour les densités 82 et 130  $\text{kg/m}^3$  (Fig.7 et 8). Ceci peut être expliqué par les courbes d'essai montrant un comportement (charge-flèche) linéaire élastique pour les densités 29, 41, et 55  $\text{kg/m}^3$  jusqu'à la charge maximale, ensuite une chute de la charge brusque dû au mode de dégradation par indentation (Fig.24). Pour les densités 82 et 130  $\text{kg/m}^3$ , on remarque un comportement avec une phase linéaire élastique, une phase non linéaire due à la plastification des peaux du sandwich, suivi par une chute brusque de charge.

Les allures des courbes d'essai charge-flèche montrent un comportement (domaine plastique) différent, soit en fonction de la densité ou la variation de la distance entre appuis (Fig.9, 10 et 11). Ceci peut être expliqué par l'influence de la taille des cellules de l'âme et l'influence de l'effet de cisaillement (Fig.10 à 14) dans le mode dégradation (chute de charge) causant ruine du matériau.

Pour la rigidité en flexion du sandwich, la charge maximale et le module de cisaillement équivalent augmentent avec la densité des cellules de l'âme en nids d'abeilles. Cette

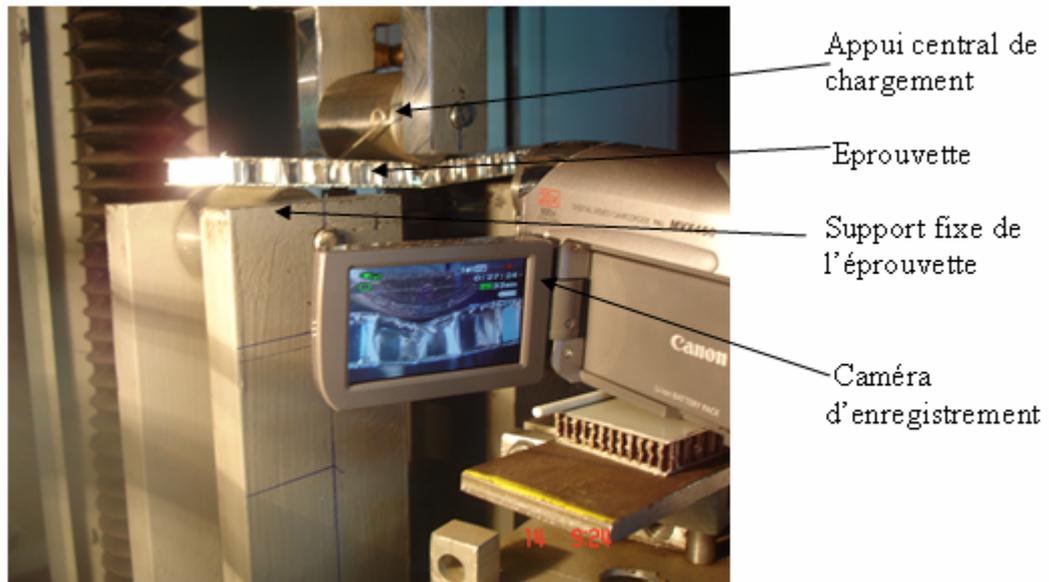
augmentation se stabilise pour les grandes densités et distance entre appuis (fig.10 et 12). Cependant la rigidité croit quand la distance entre appuis diminue (Fig.17).

L'évolution de la flèche à la rupture augmente quand la distance entre appuis est très grande, c'est-à-dire que les peaux travaillent en flexion pure et l'influence du cisaillement est négligeable. Par contre, pour les faibles distances entre appuis, on remarque de très faibles valeurs de la flèche (Fig.16 et 19), c'est-à-dire que l'âme est chargée par le cisaillement et l'influence de la flexion est négligeable. La prédominance de l'effet du cisaillement est la cause principale de l'indentation de la peau et de l'âme, en plus de la concentration de contrainte au point d'application de la charge.

La profondeur de l'indentation est importante pour les petites distances d'appui (appui court) à cause de la forte domination de l'effort tranchant par rapport à la flexion dans la rupture du sandwich.

### II.2.3 Mode de rupture statique du sandwich alu-alu sollicité en flexion trois points

L'enregistrement vidéo par camera CCD et photographique au cours des essais, et l'analyse des observations microscopiques des éprouvettes rompues, à l'aide du microscope optique de sur le panneau sandwich en nid d'abeille, nous a permis de mettre en évidence plusieurs mécanismes de rupture (Fig.23).



**Fig.23** : Montage d'essai et enregistrement vidéo des modes de rupture du sandwich



**Fig.24** : Microscope optique pour l'observation des structures sandwichs

Les photos (1 à 10), figure (25), montrent la chronologie de la dégradation du matériau, lors de l'essai de flexion trois points pour le sandwich de densité  $55 \text{ kg/m}^3$  de direction L.



1- Eprouvette avant chargement



2-Debut du flambement des cellules

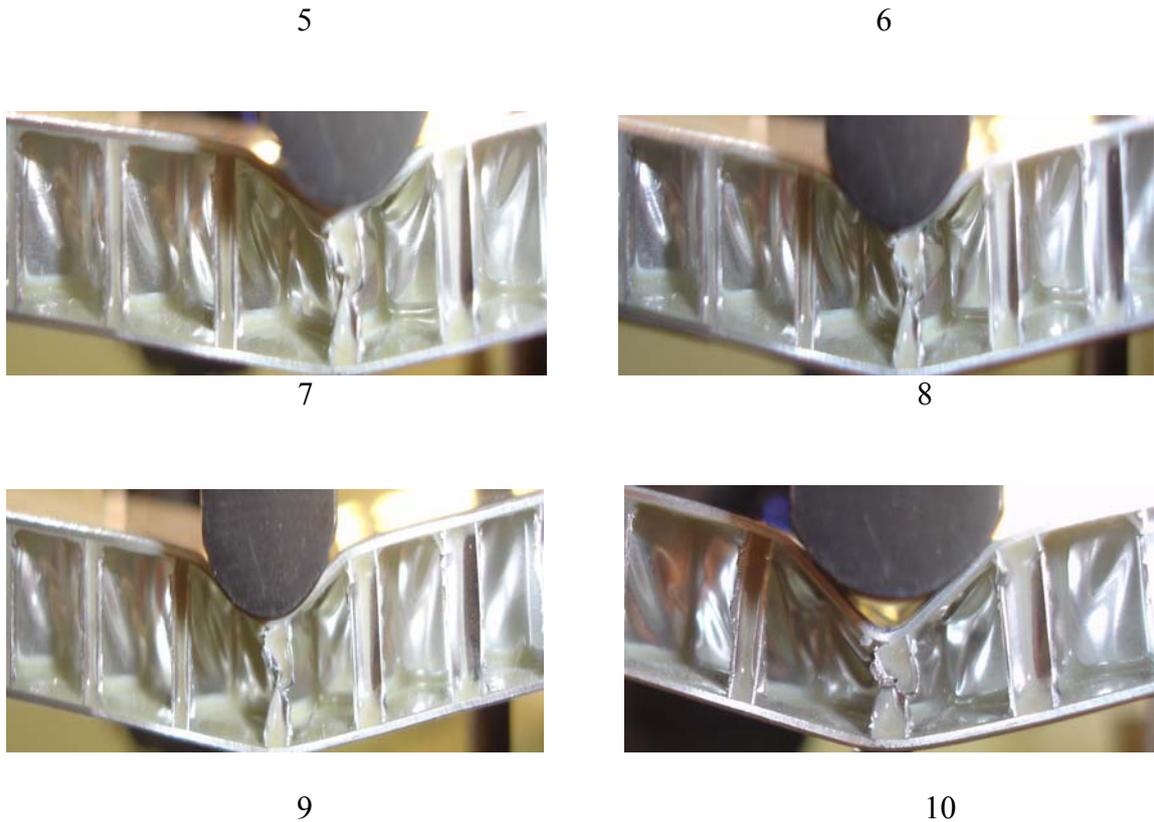


3



4





**Fig. 25 :** Chronologie du processus d'endommagement du sandwich alu-alu au cours de l'essai de flexion trois points

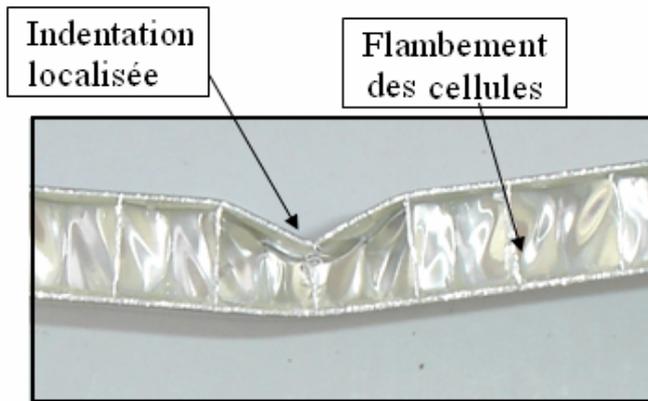
Les principaux modes d'endommagements du sandwich pour toutes les densités testés sont :

- flambement des parois cellules (Fig.26 et 27)
- flambement concentré des cellules
- Indentation localisée au point d'application de la charge
- Déformation plastique des peaux

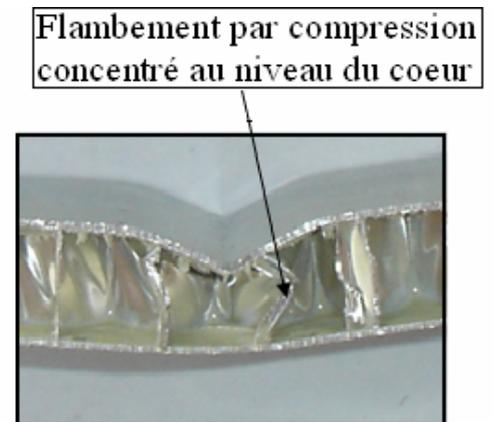
La rupture du sandwich de configuration L est effectuée au début par flambement des parois des cellules, par cisaillement du cœur, suivie d'une indentation localisée (poinçonnement) à l'endroit du contact de l'appui de chargement avec la peau supérieure du sandwich (Fig.25).

Le mode de rupture par « indentation localisé est dû à la compression au niveau de la peau supérieure du sandwich et au flambement par compression concentré au niveau de l'âme (Fig.25) appelé « Concentrated core compression buckling »[7] et [10].

Toutes les éprouvettes sandwich rompues, testées pour différentes distances entre appuis, ont montrées un mode de rupture par indentation au point d'application de la charge (Fig.28 à 33). Ce mode de rupture provoque dans les peaux un affaissement du matériau, conduisant à l'écrasement localisé des parois des cellules et la ruine totale du sandwich.

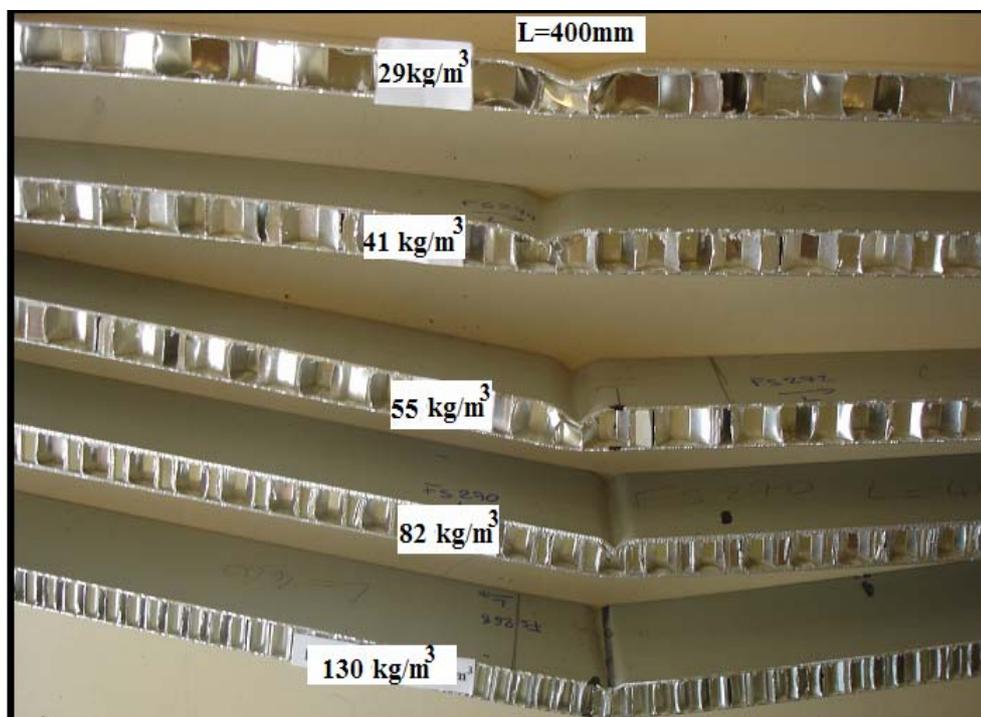


**Fig. 26** : Mode de rupture par indentation localisée au point de chargement

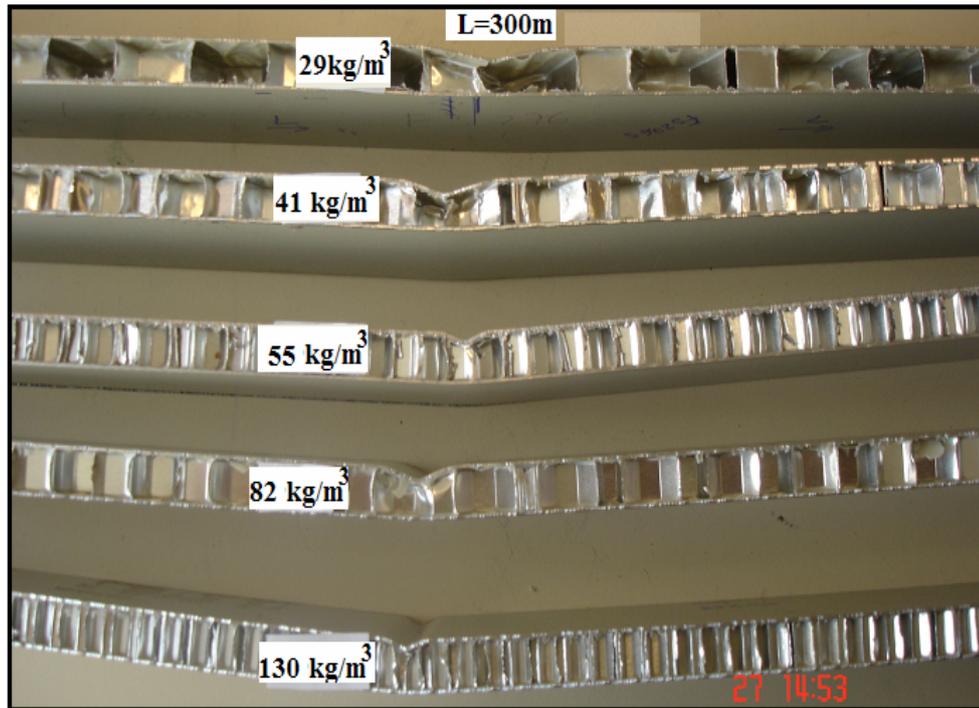


**Fig. 27** : Flambement par compression concentré au niveau du cœur

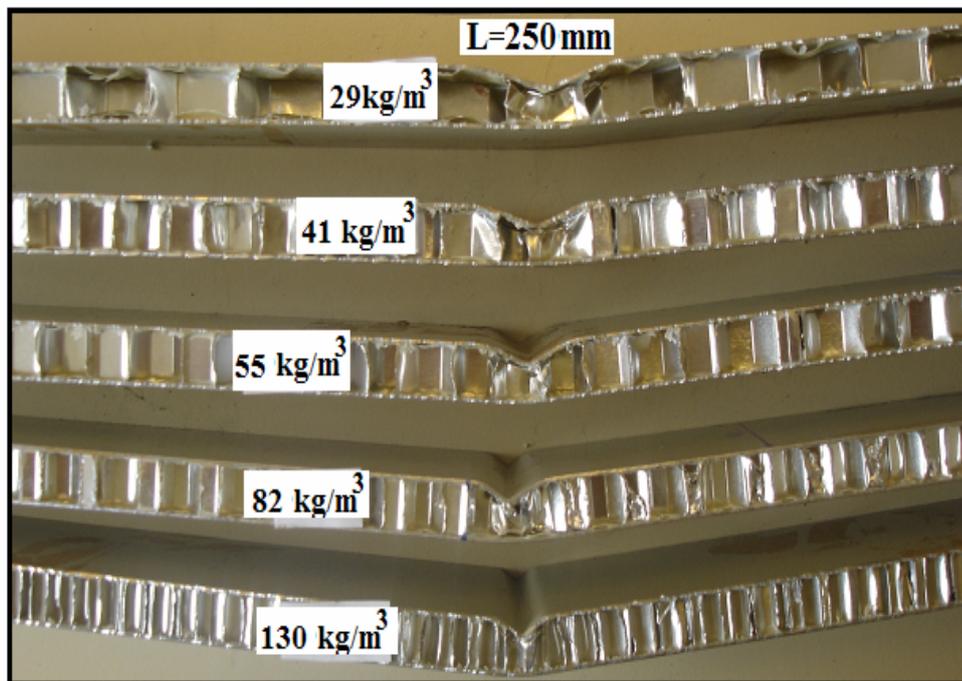
Les figures (28 à 33) montrent les photos des éprouvettes rompues pour différentes densités et distances d'appuis.



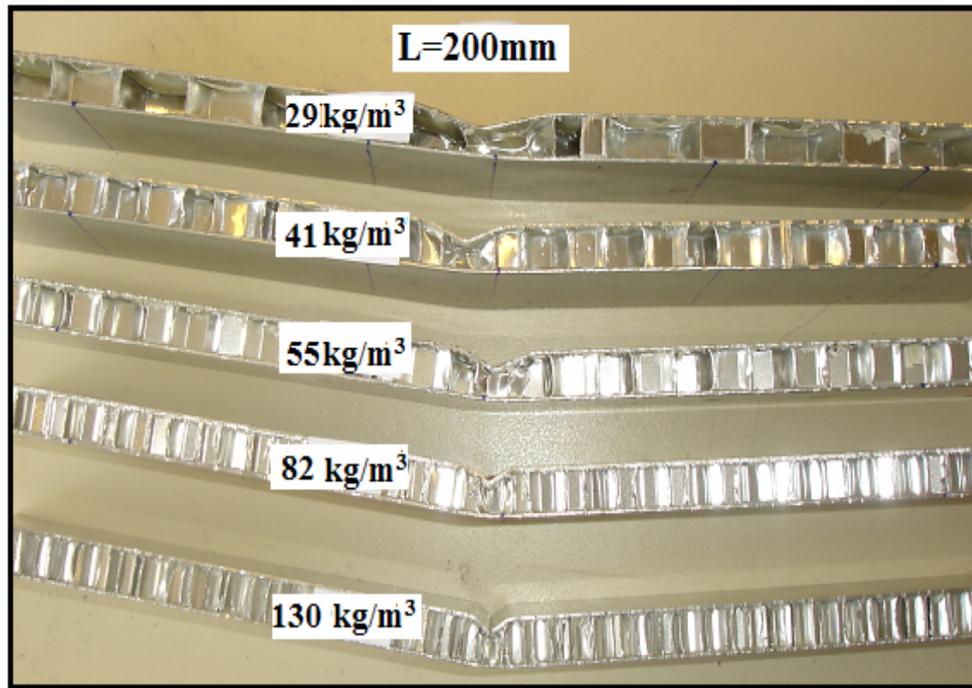
**Fig. 28** : Mode de rupture des éprouvettes testées en flexion trois points pour les différentes densités de l'âme du sandwich



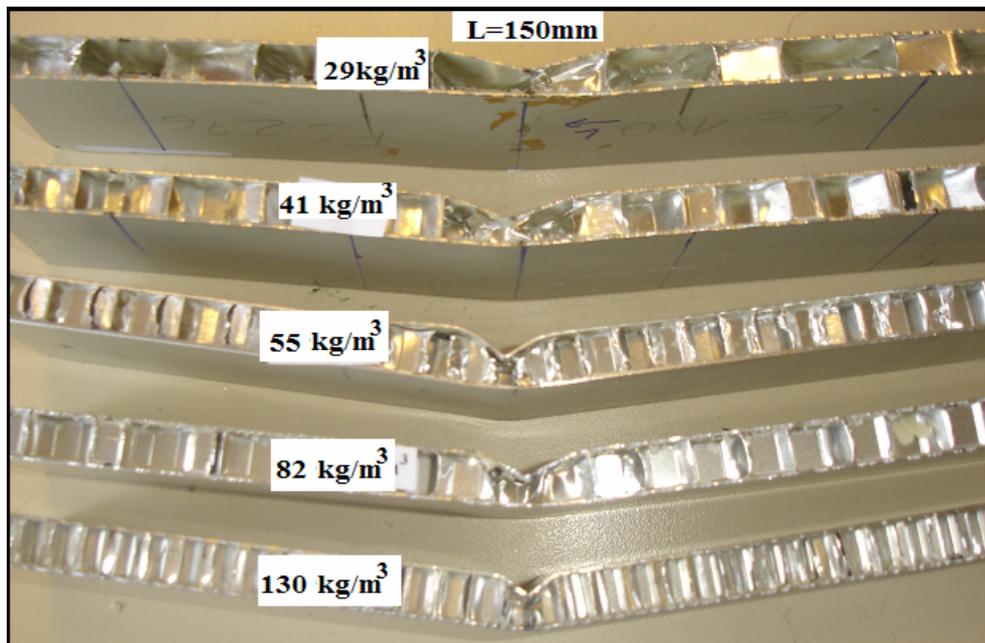
**Fig. 29** : Mode de rupture par indentation des éprouvettes testées en flexion trois points, pour différentes densités de l'âme du sandwich



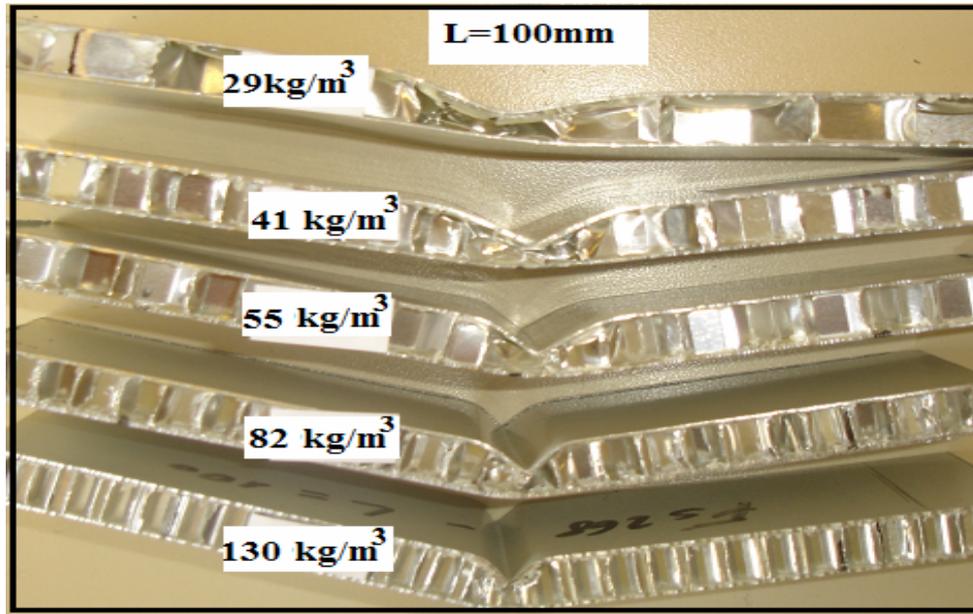
**Fig. 30** : Mode de rupture des éprouvettes testées en flexion trois points, pour différentes densités de l'âme du sandwich



**Fig. 31** : Mode de rupture des éprouvettes testées en flexion trois points, pour différentes densités de l'âme du sandwich



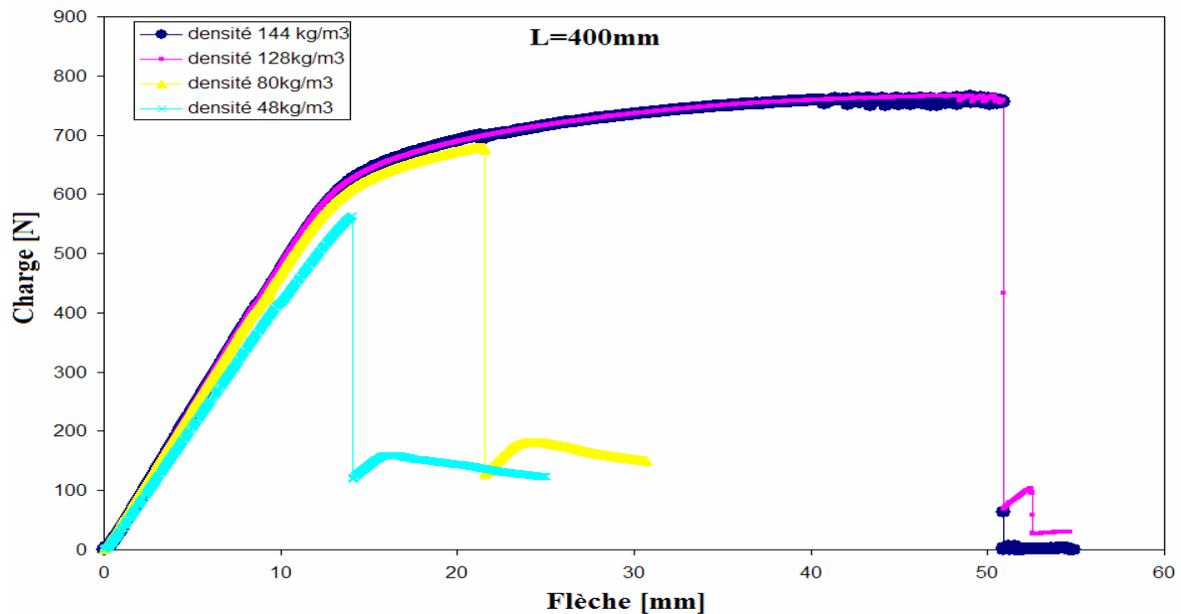
**Fig. 32** : Mode de rupture des éprouvettes testées en flexion trois points ayant différentes densités de l'âme du sandwich



**Fig. 33** : Mode de rupture des éprouvettes testées en flexion trois points, pour différentes densités de l'âme du sandwich

#### II.2.4. Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion trois points du sandwich Alu-Nomex

Les figures (34-40) représentent les courbes d'évolution de la charge en fonction de la flèche, pour différentes distances entre appuis, et densités du cœur du sandwich (48, 80, 128 et 144  $\text{kg/m}^3$ ). Les figures (40-43) présentent les courbes d'essais pour différentes densités du cœur, avec une variation de la distance entre appuis. Les figures (44-50) montrent l'effet de la densité de l'âme et l'effet de la distance entre appuis sur la charge maximale, et la rigidité en flexion. La détermination et la variation du module de cisaillement équivalent pour différentes densités de l'âme du sandwich, sont illustrées par les figures (51 -52).



**Fig. 34** : Courbe d'essai de flexion trois points (charge-flèche), pour différentes densités de l'âme avec  $L=400\text{mm}$

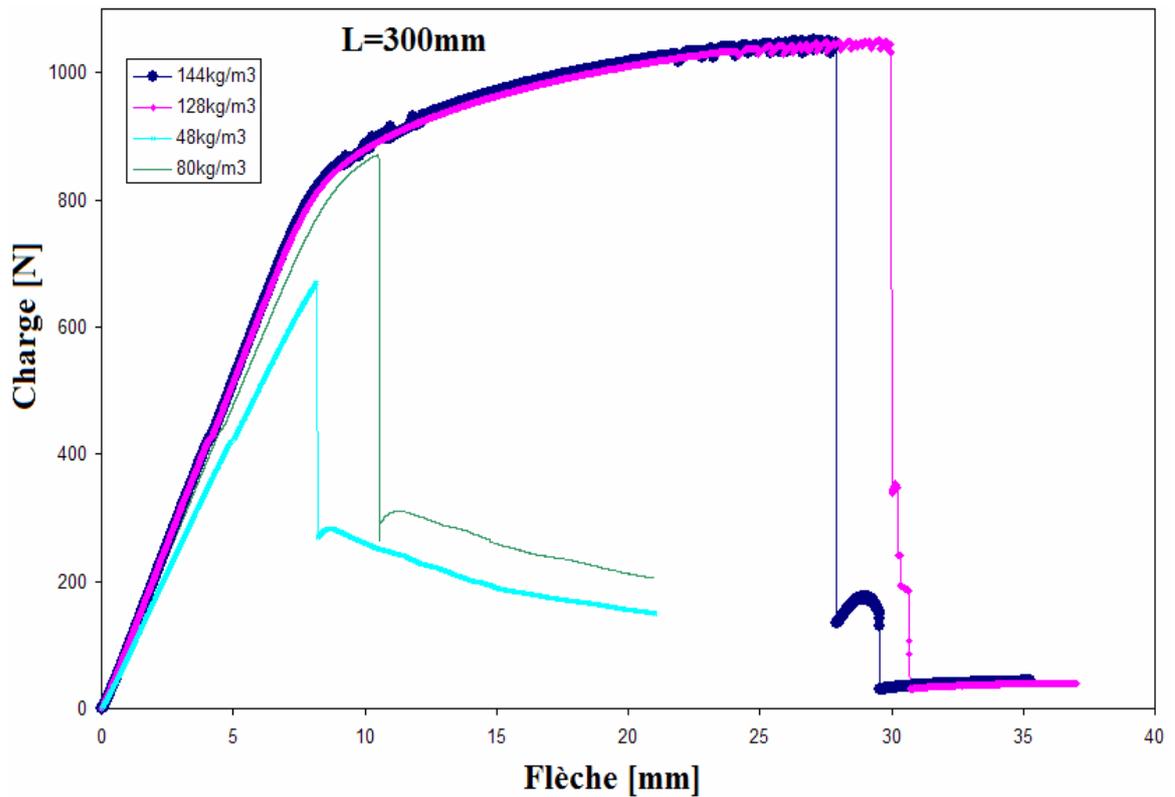


Fig. 35 : Courbe d'essai de flexion trois points (charge-flèche), pour différentes densités de l'âme avec  $L=300\text{mm}$

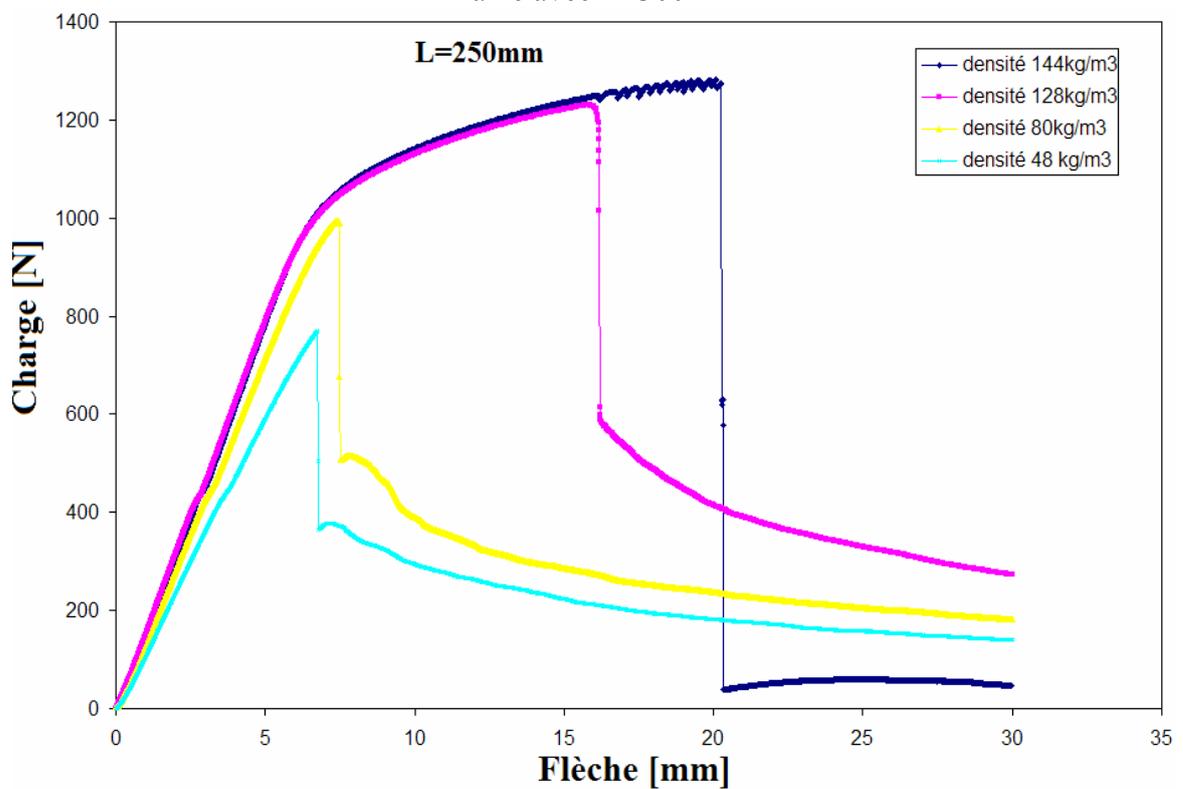
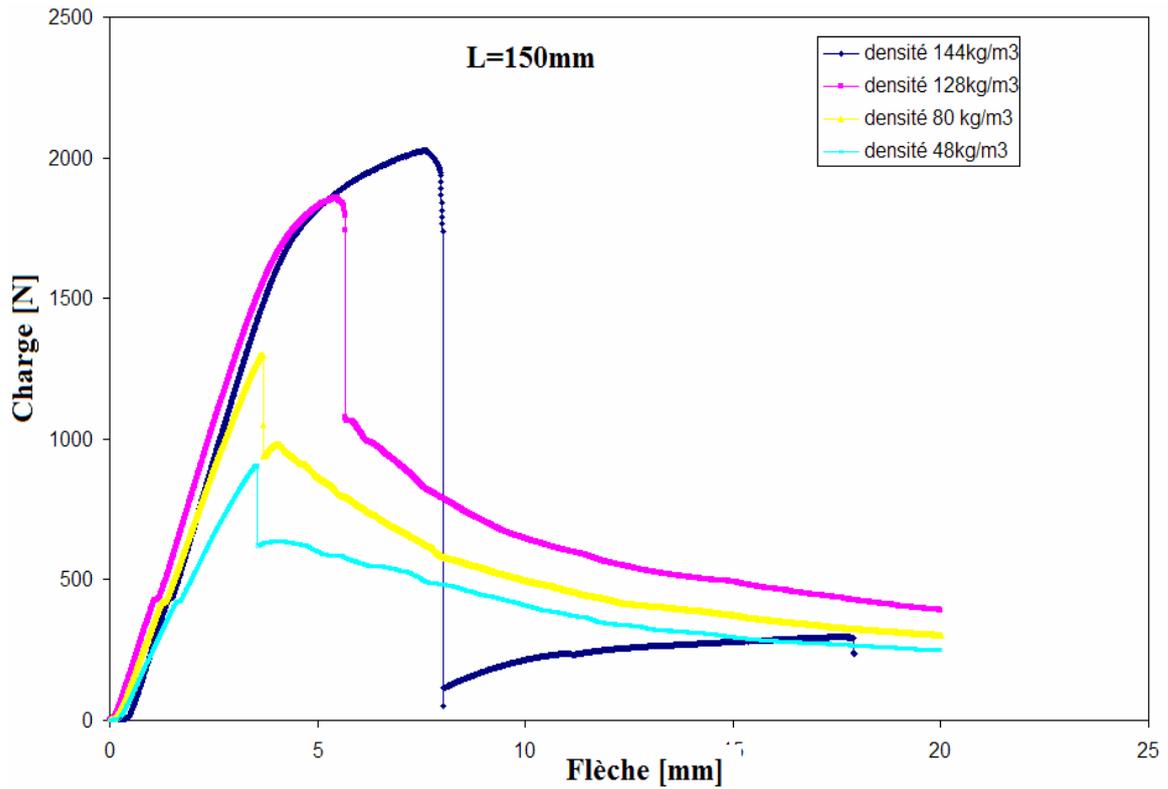
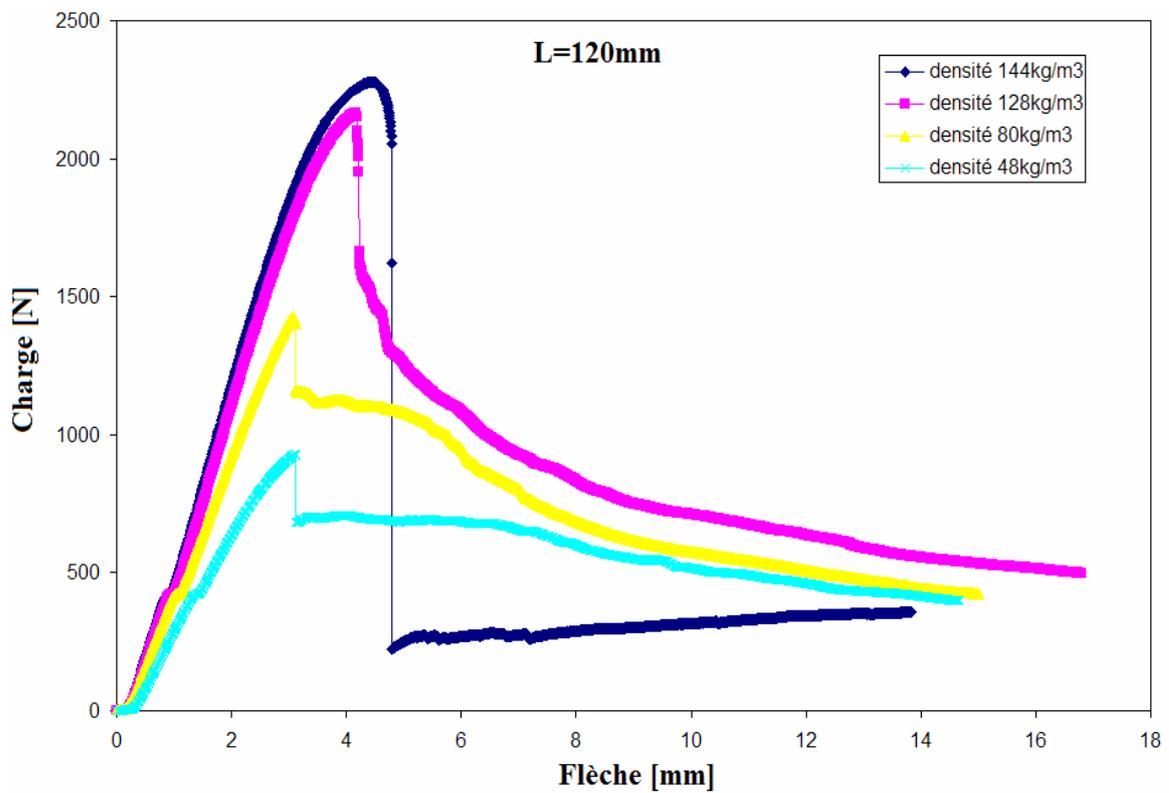


Fig. 36 : Courbe d'essai de flexion trois points (charge-flèche), pour différentes densités de l'âme avec  $L=250\text{mm}$



**Fig. 37** : Courbe d'essai de flexion trois points (charge-flèche), pour différentes densités de l'âme avec  $L=150\text{mm}$



**Fig.38** : Courbe d'essai de flexion trois points (charge-flèche), pour différentes densités de l'âme avec  $L=120\text{mm}$

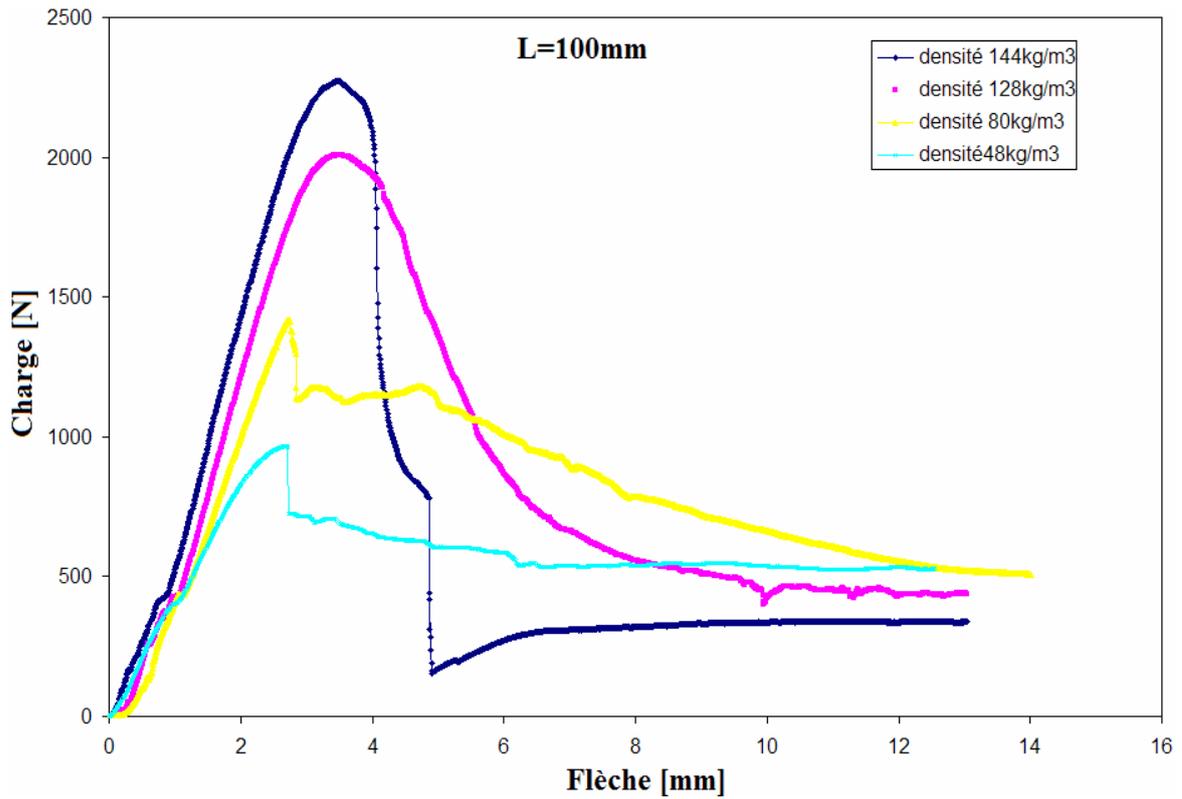


Fig. 39 : Courbe d'essai de flexion trois points (charge-flèche), pour différentes densités de l'âme avec  $L=100\text{mm}$

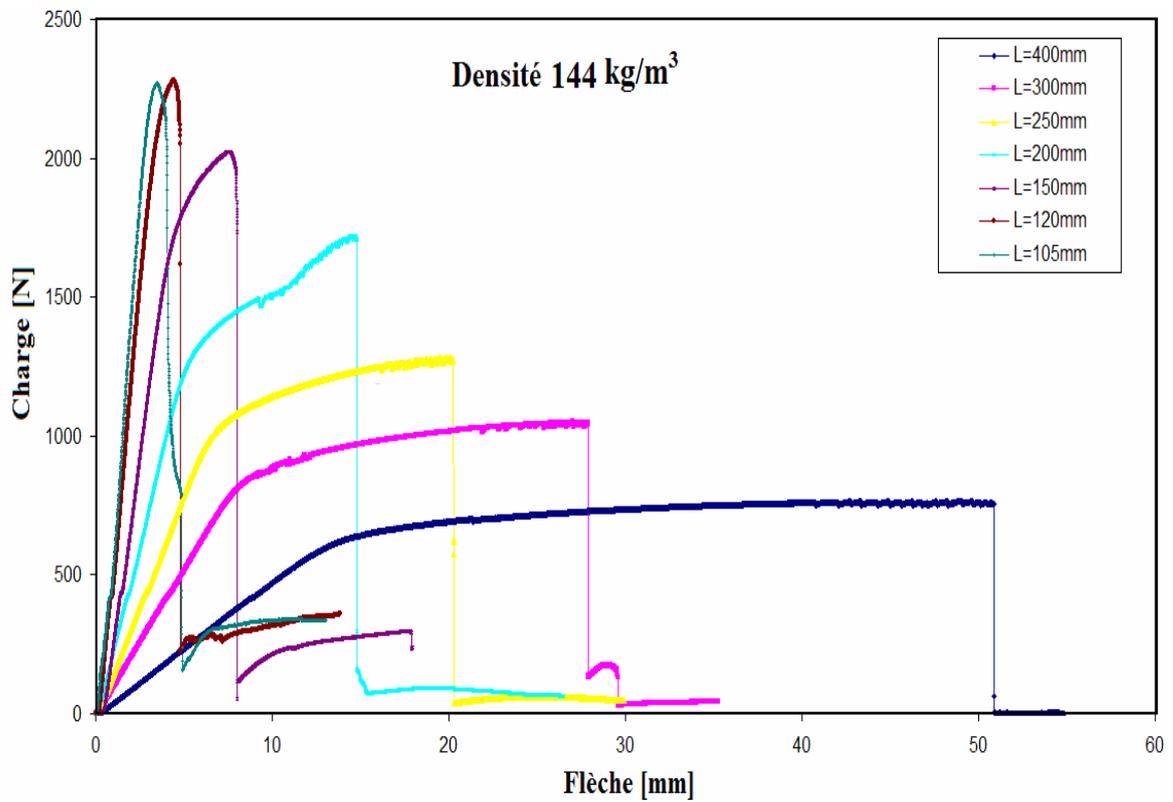
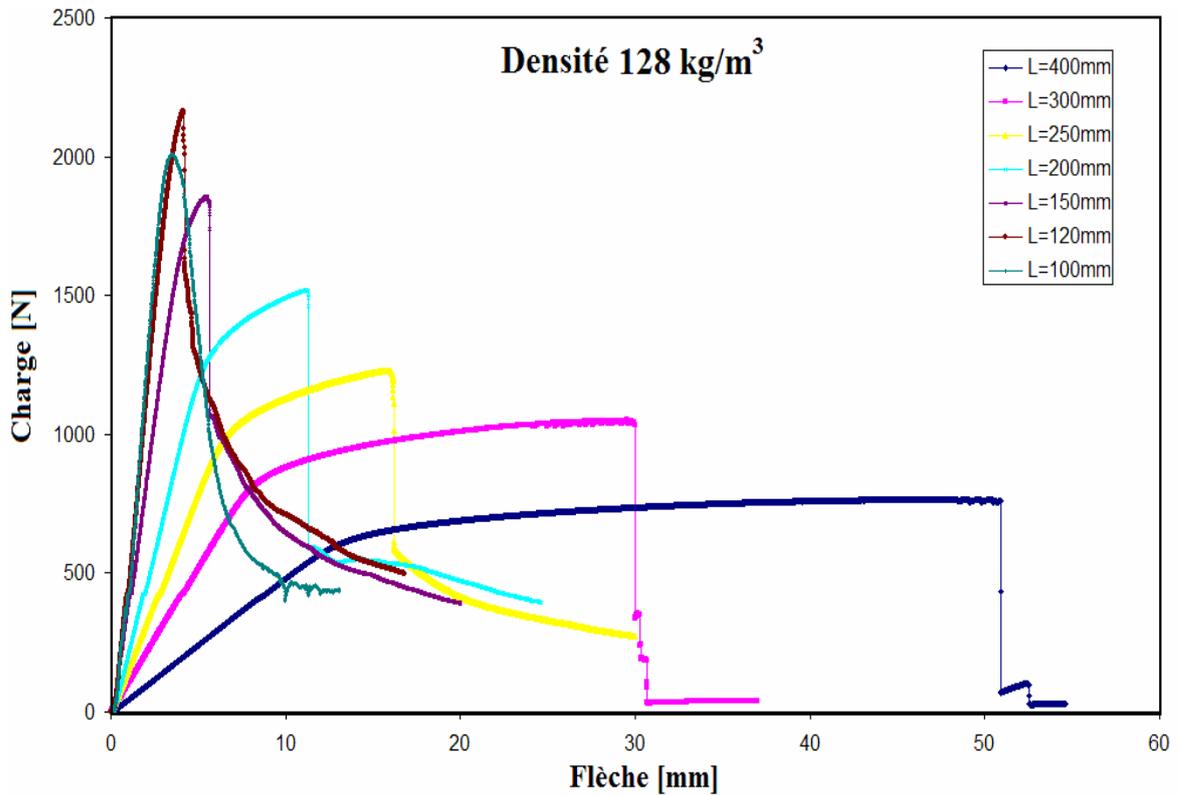
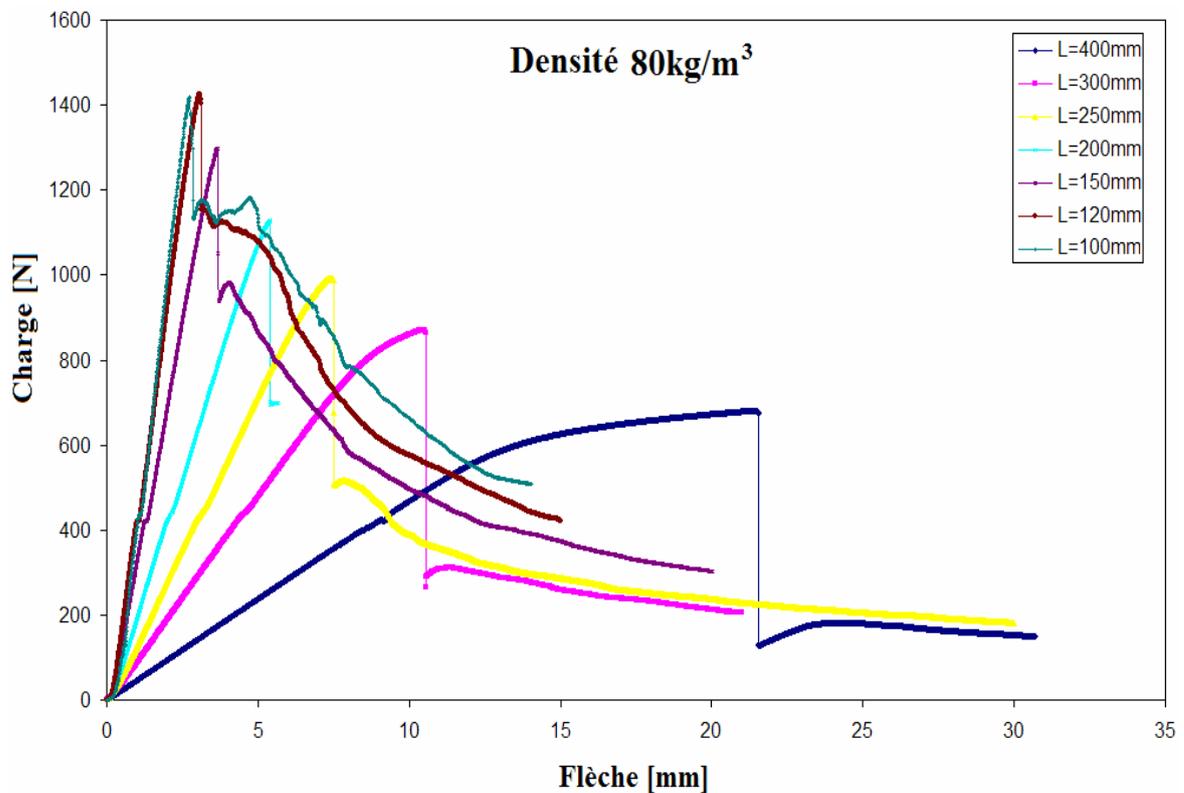


Fig. 40 : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 144kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distance de L



**Fig. 41** : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 128kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distance de L



**Fig. 42** : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 80kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distance de L

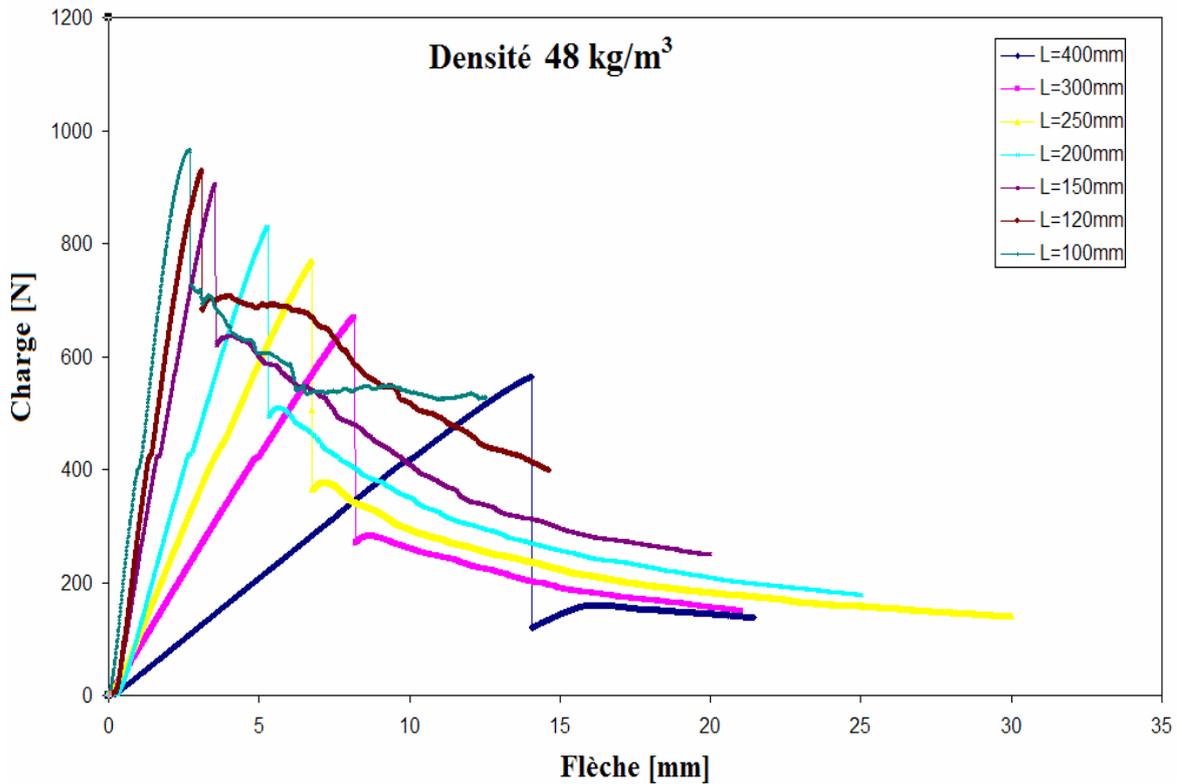


Fig. 43 : Courbe d'essais charge-flèche de la densité 48kg/m<sup>3</sup> de l'âme, pour différentes distance de L

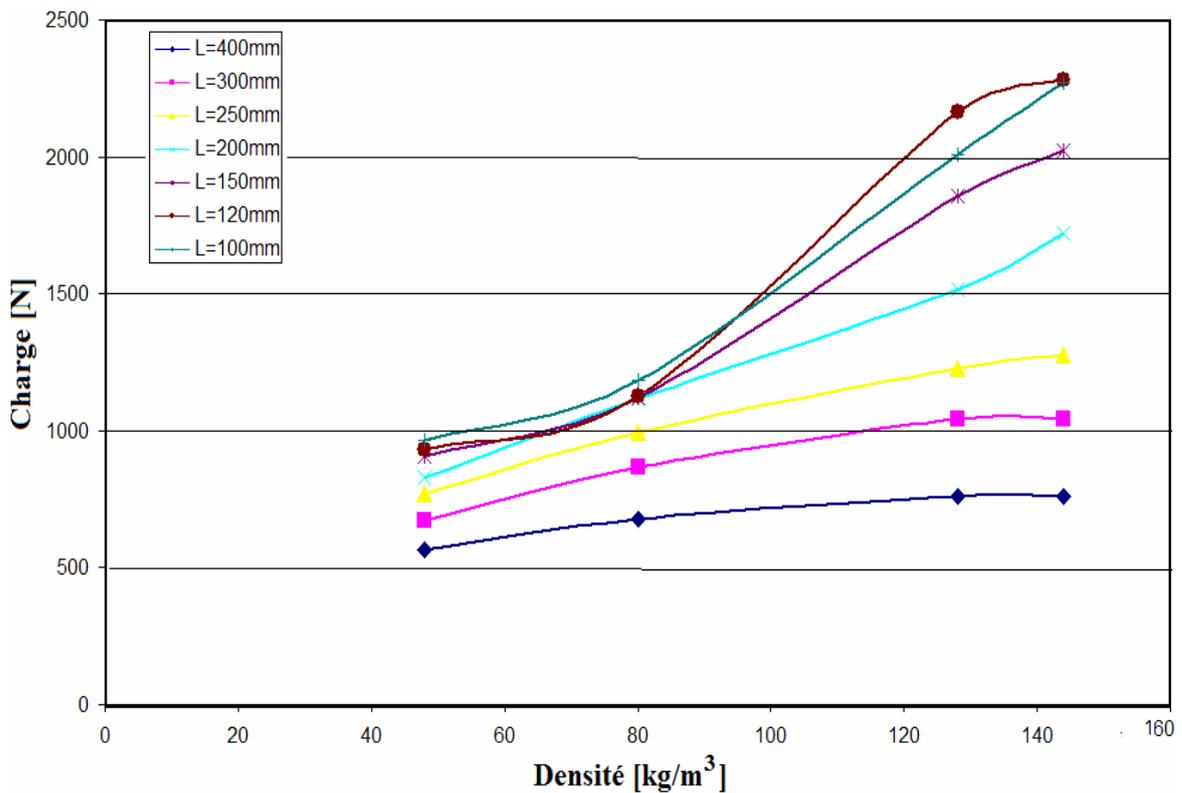


Fig. 44 : Effet de la variation de la distance entre appuis sur l'évolution de la charge maximale en fonction de la densité de l'âme du sandwich

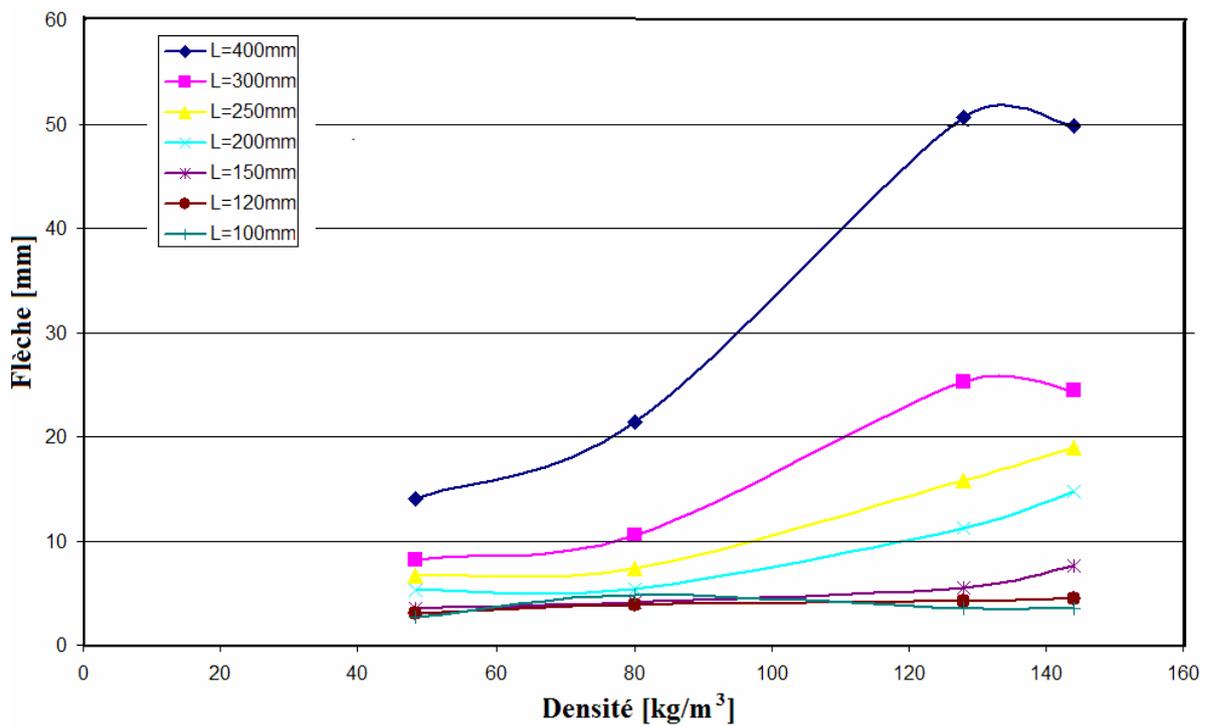


Fig.45 : Effet de la variation de la distance entre appuis sur de la flèche à la rupture en fonction de la densité de l'âme du sandwich

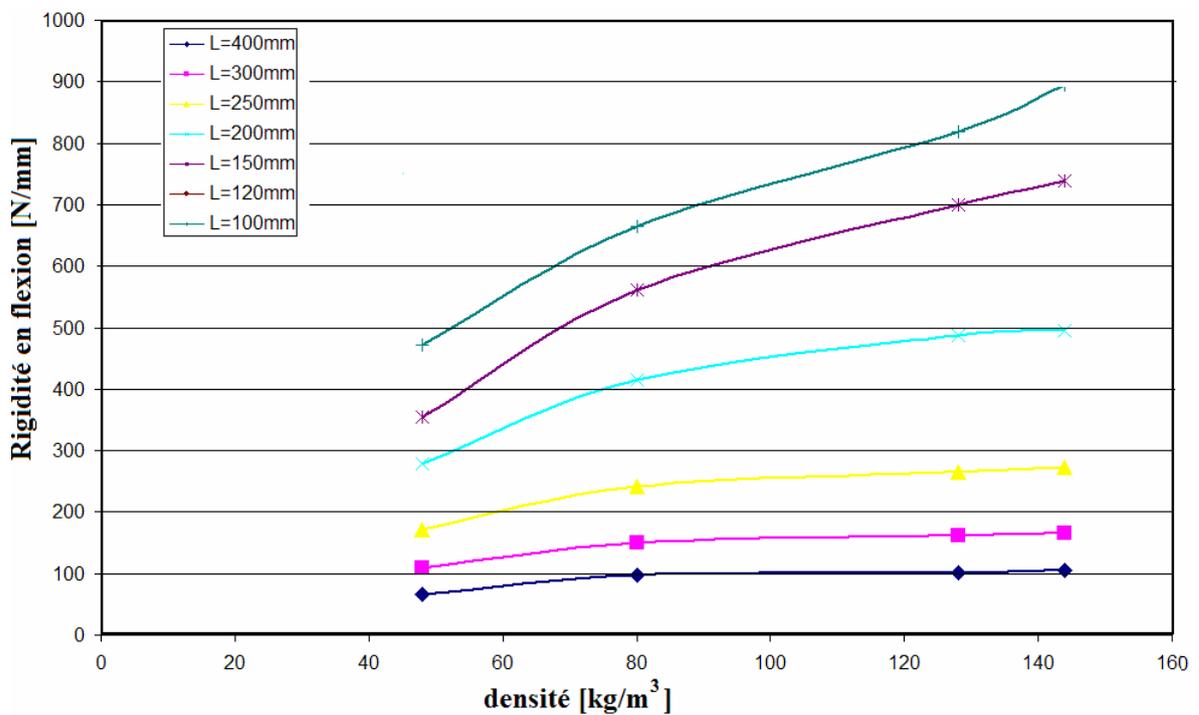


Fig. 46 : Effet de la variation de la distance entre appuis sur la rigidité en flexion du sandwich en fonction de la densité

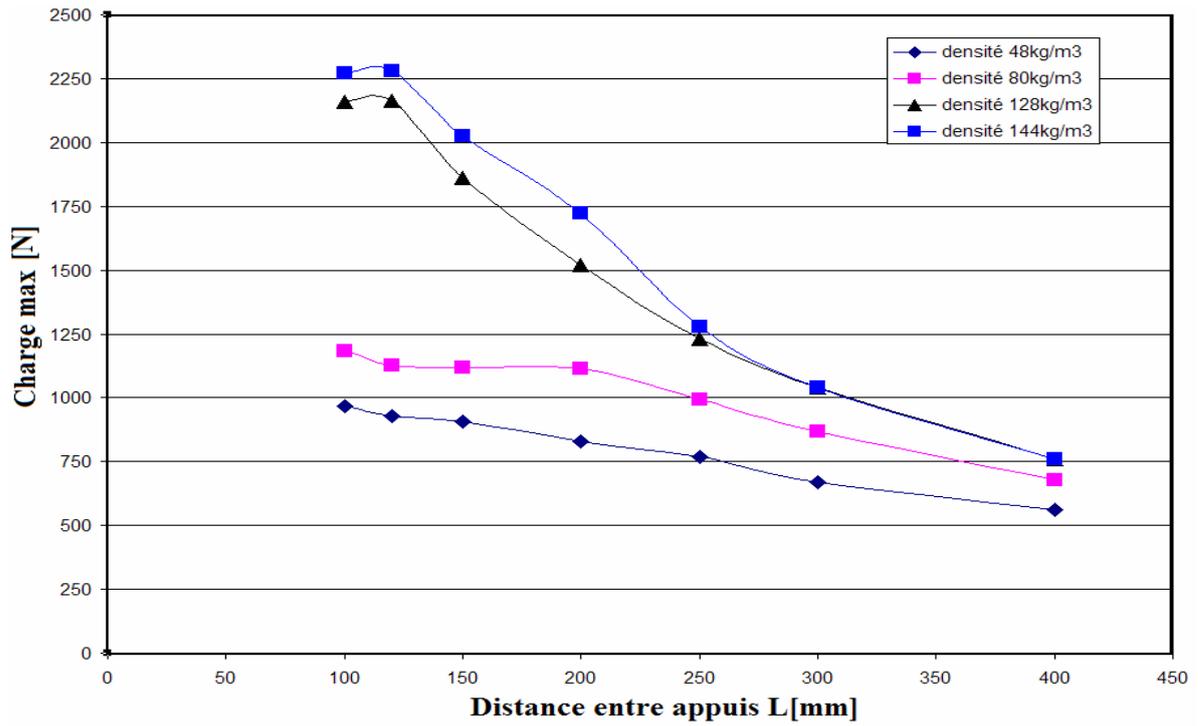


Fig. 47 : Influence de la densité de l'âme sur la charge maximale en fonction de la distance entre appuis L

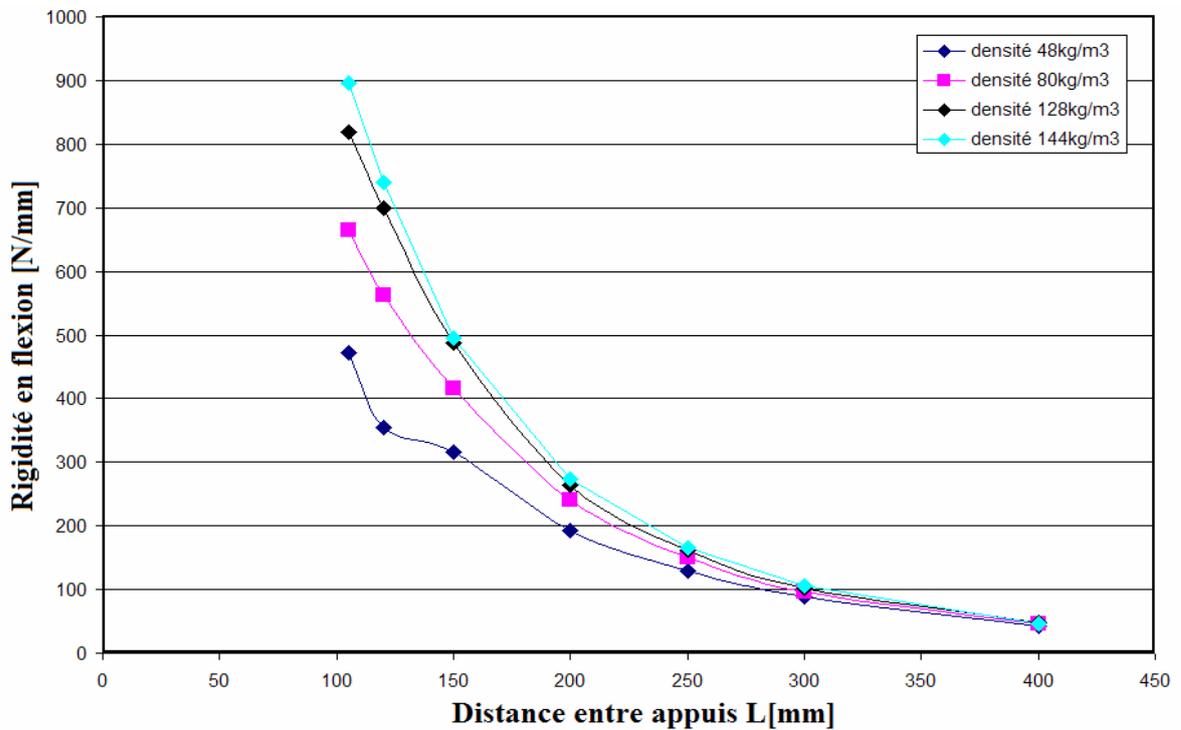


Fig. 48 : Effet de la densité sur la rigidité en flexion du sandwich en fonction de la distance entre appuis

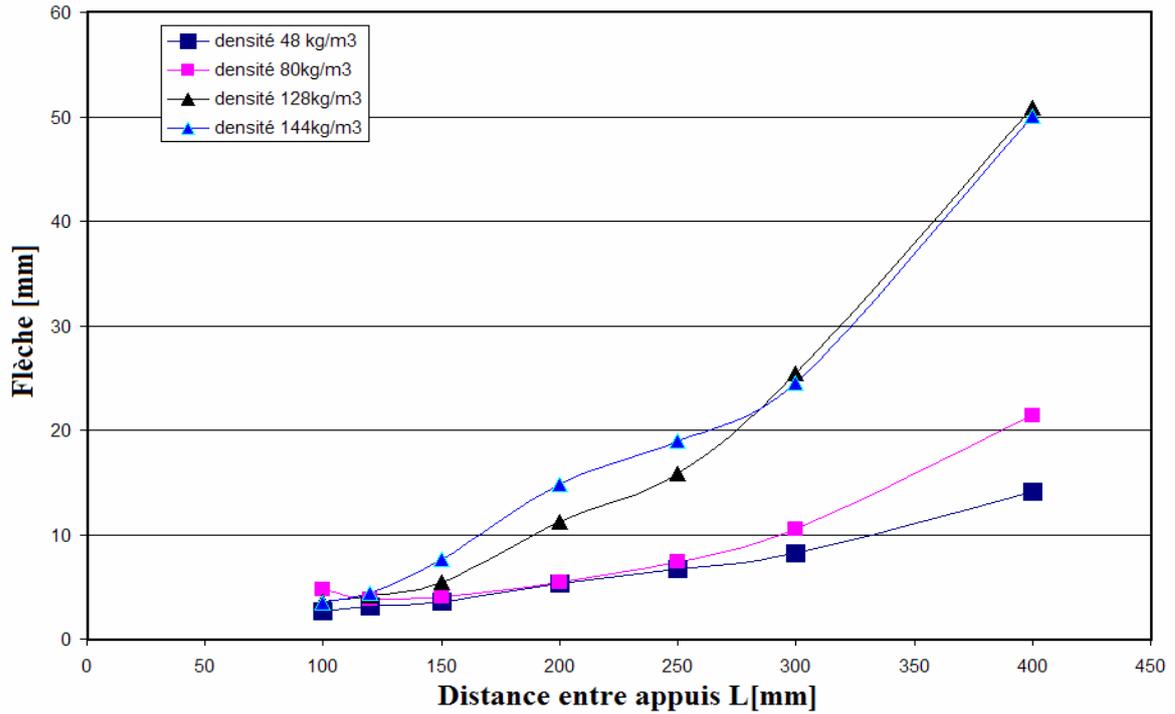


Fig. 49 : Influence de la densité de l'âme sur la flèche à la rupture en fonction de la distance entre appuis L

II.2.4.1. Module de cisaillement  $G_{\text{éq}}$  pour le sandwich Alu-nomex

La figure (50) montre la méthode de détermination du module de cisaillement équivalent  $G_{\text{éq}}$  du matériau de l'âme du sandwich alu-nomex (densité 144 kg/m<sup>3</sup>), à partir de l'essai de flexion trois points [54].

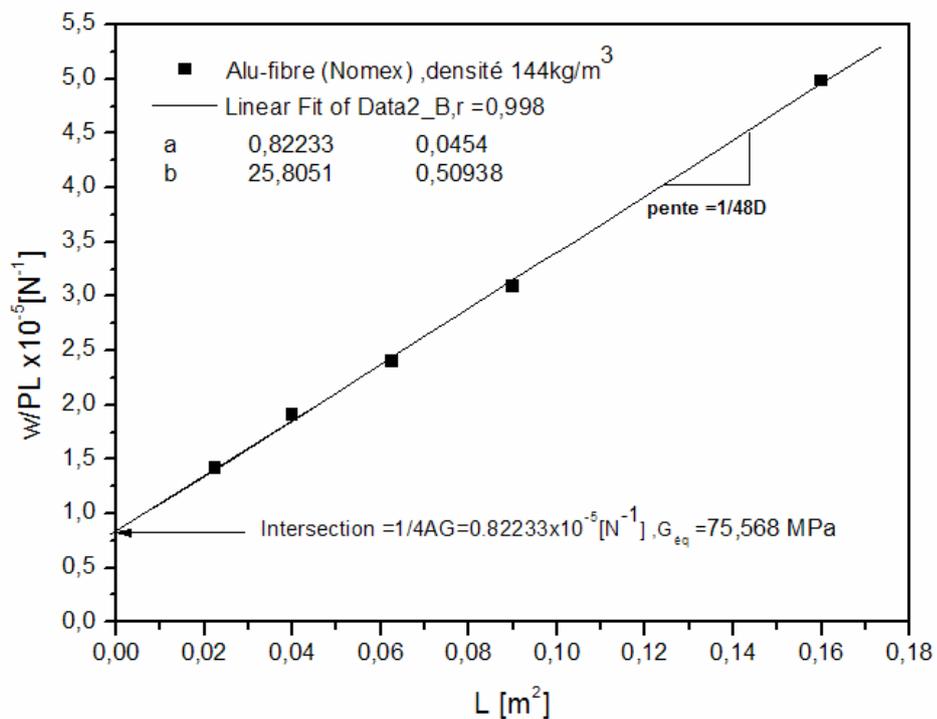
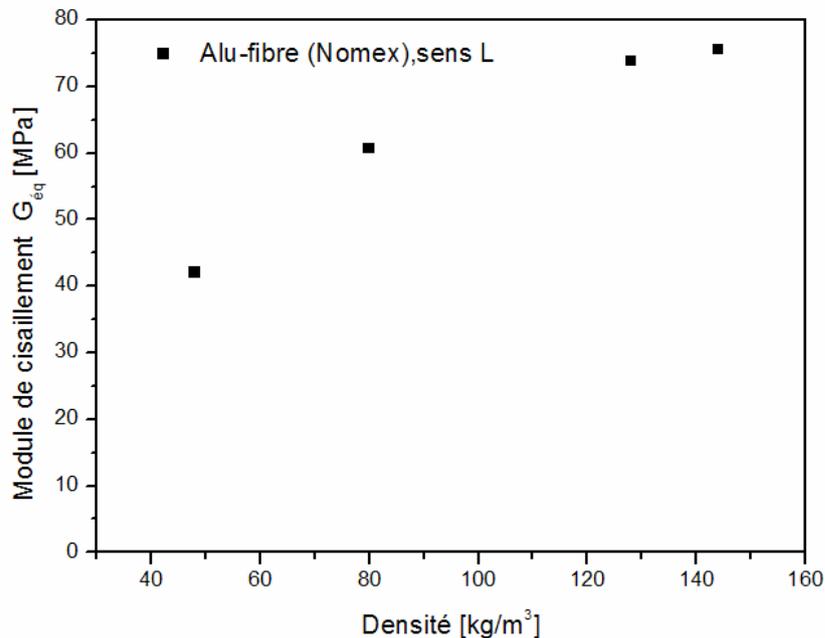


Fig. 50 : Méthode de détermination du module de cisaillement  $G_{\text{éq}}$  [54].

La figure (51) illustre la variation du module de cisaillement de l'âme Nomex en fonction de la densité des cellules de l'âme suivant la direction L.



**Fig. 51** : Effet de la densité de l'âme en nids d'abeilles sur l'évolution du module de cisaillement équivalent de l'âme du sandwich

#### II.2.4.2 Analyse des résultats obtenus des essais de flexion trois points sur le composite sandwich Alu-Nomex

L'analyse des résultats expérimentaux, de flexion trois points, a permis d'étudier le comportement sous chargement statique des sandwichs alu-fibres en fonction de la densité de l'âme, et pour différentes distance entre appuis des éprouvettes.

Les éprouvettes sandwichs de densité 48 kg/m<sup>3</sup> pour les distances de L= 400 et 300mm présentent un comportement élastique linéaire fragile, par contre les autres densités ont un comportement très ductile (fig.34 - 36). La valeur de la flèche, pour la densité 144kg/m<sup>3</sup>, est d'environ 3.5 fois plus grand que celle de la densité 48kg/m<sup>3</sup>.

On constate que pour les distances d'appuis L=120mm et L=100mm un changement remarquable dans les allures de l'évolution charge-flèche par rapport aux autres distances L (Fig.38 et 39).

L'endommagement jusqu'à la rupture complète des sandwichs est observé dans les courbes d'essais par des chutes brusques de charge (Fig.34 à 43). Pour les densités élevée 144 et 128kg/m<sup>3</sup>, et pour L=400 et 300mm, on constate des chutes très rapides de la charge maximale jusqu'à zéro indiquant la ruine totale du sandwich (par fissuration de la peau inférieure), (Fig.51-53).

Pour les densités 48 et 80kg/m<sup>3</sup>, la chute de la charge est assez élevée due au mode de dégradation du sandwich par indentation de la peau /âme, au point d'application de la charge (Fig.51- 53).

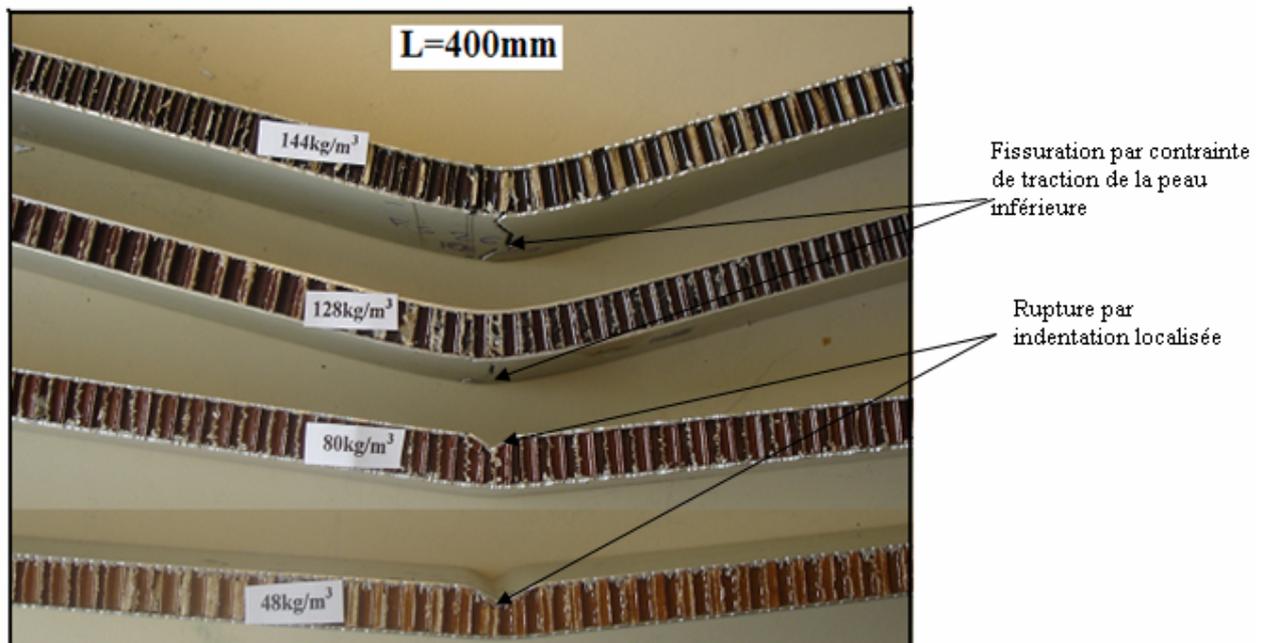
La rigidité en flexion, la charge maximale, la flèche et le module de cisaillement équivalent du sandwich augmentent avec la densité des cellules de l'âme en nids d'abeilles. Cette augmentation se stabilise pour les grandes distances entre appuis (Fig.47 et 48). Cependant la rigidité et la charge maximale croient quand la distance entre appuis diminue (Fig.47 et 48). L'évolution de la flèche à la rupture augmente avec de la distance entre appuis (Fig. 49).

Une méthode graphique basée sur l'équation de la flèche (Allen)[16], pour la détermination du module de cisaillement équivalent de l'âme, a été appliquée en utilisant l'essai de flexion trois points (Fig.50). La figure (51) montre que le module de cisaillement équivalent  $G_{\text{éq}}$  augmente avec la densité de l'âme

### II.2.4.3. Mode de rupture statique du sandwich alu-Nomex sollicité en flexion trois points

L'enregistrement vidéo et photographique au cours des essais, et l'analyse des observations microscopiques et macroscopiques des éprouvettes rompus montrent que la rupture dépend fortement de la densité et du type de l'âme du sandwich ainsi que des conditions d'appuis de l'éprouvette (appui long, appui court).

Les figures 52 à 58 montrent les différents modes de rupture du sandwich pour différentes densités de l'âme et distances d'appuis L.



**Fig.52** : Mode de rupture des éprouvettes, pour différentes densités testées en flexion trois points (L=400mm).

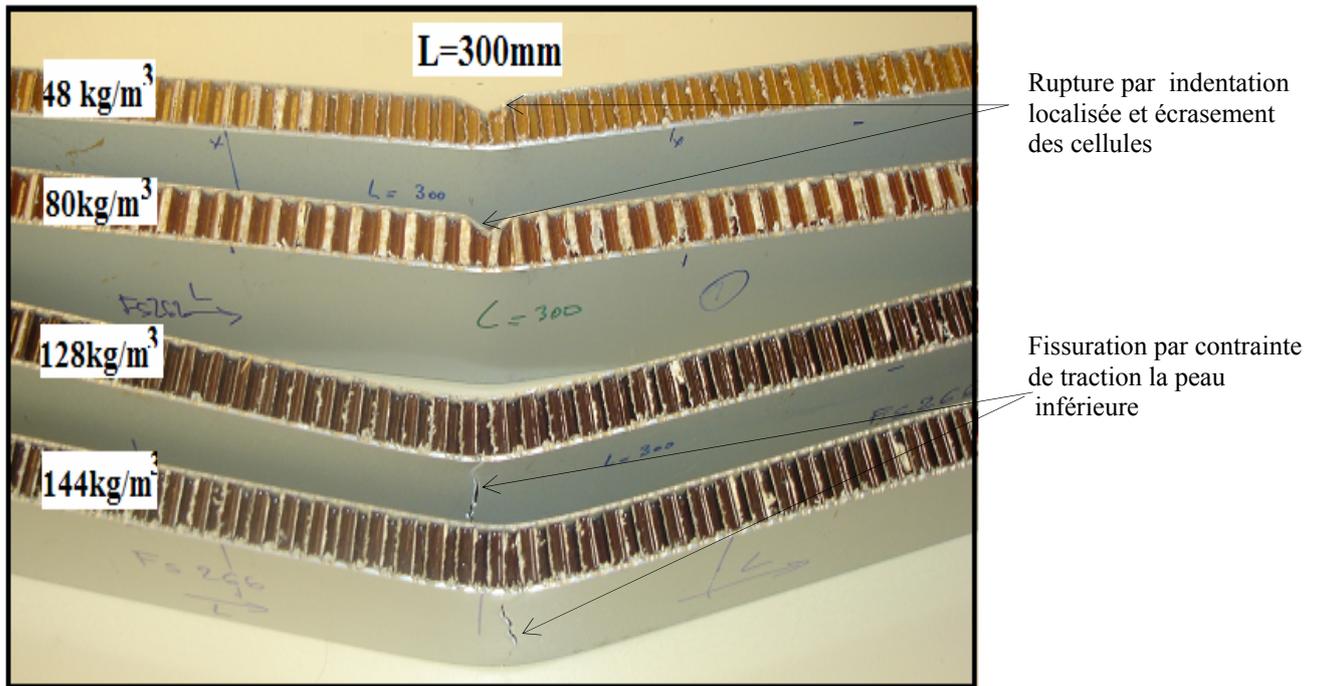


Fig. 53 : Mode de rupture des éprouvettes, pour différentes densités testées en flexion trois points (L=300mm).

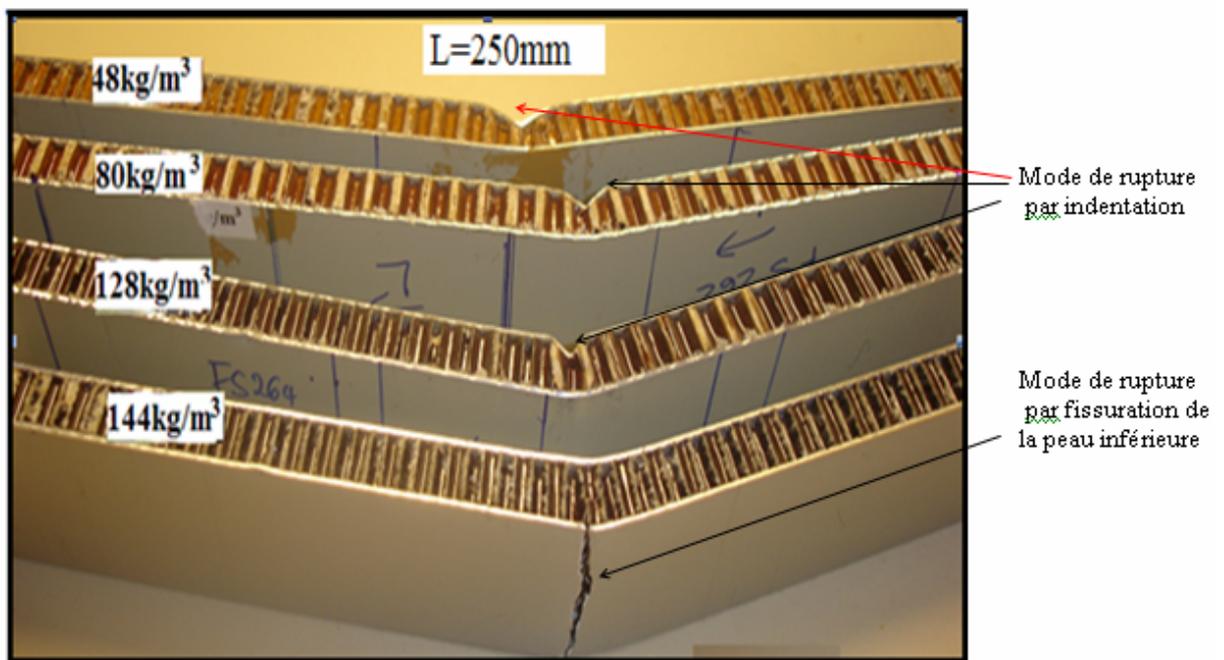
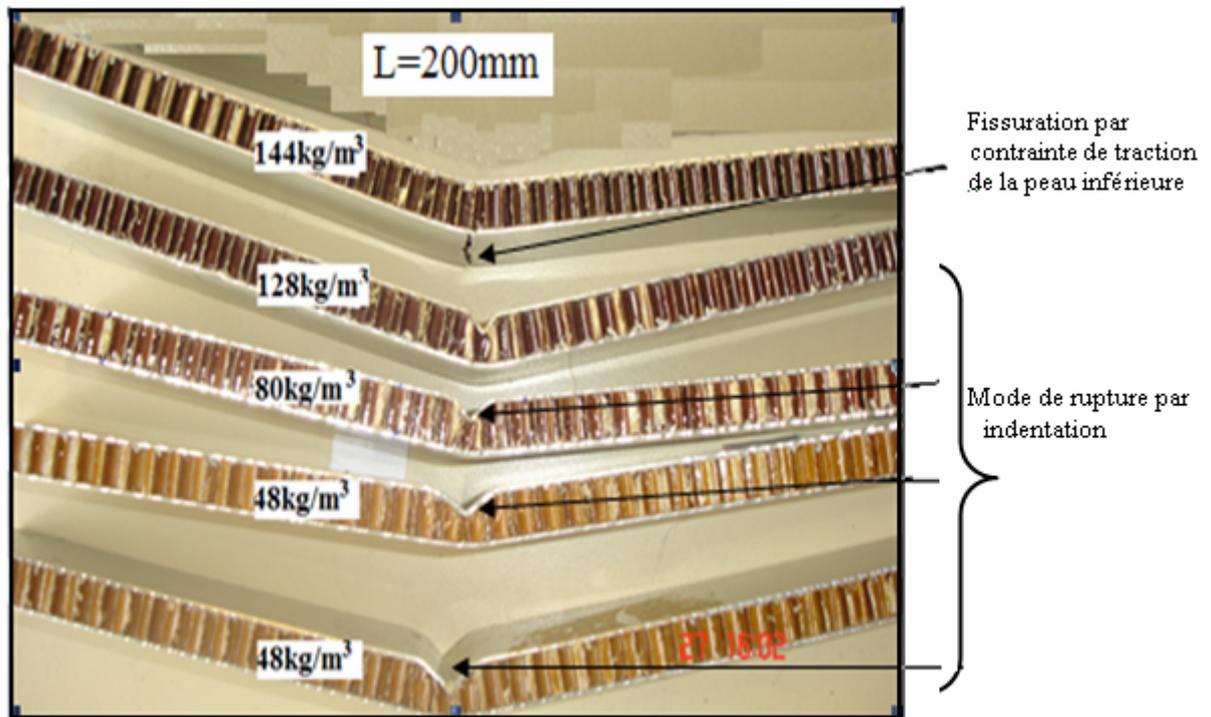
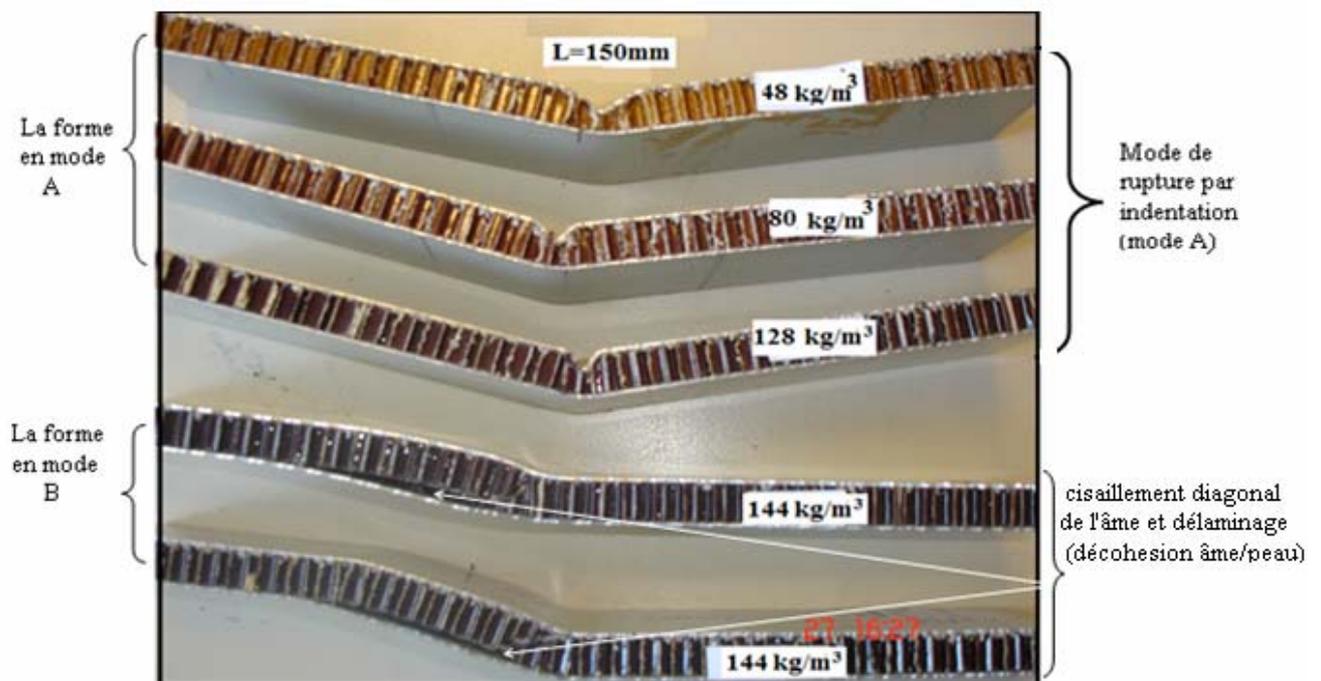


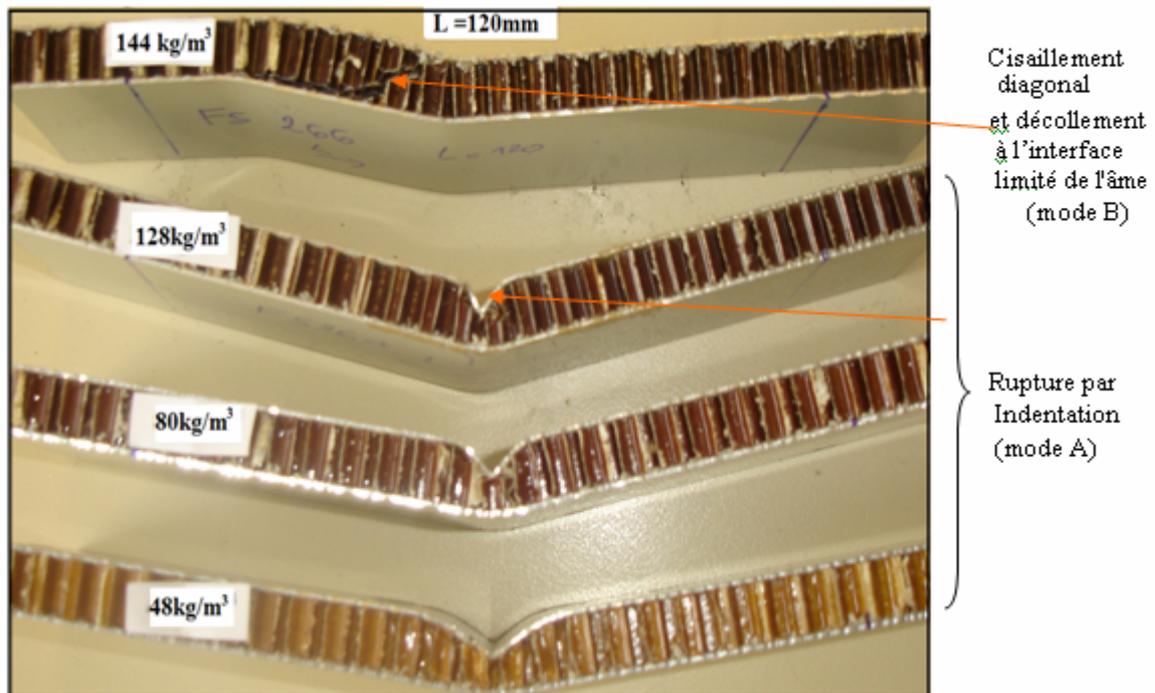
Fig. 54 : Mode de rupture des éprouvettes, pour différentes densités testées en flexion trois points (L=250mm).



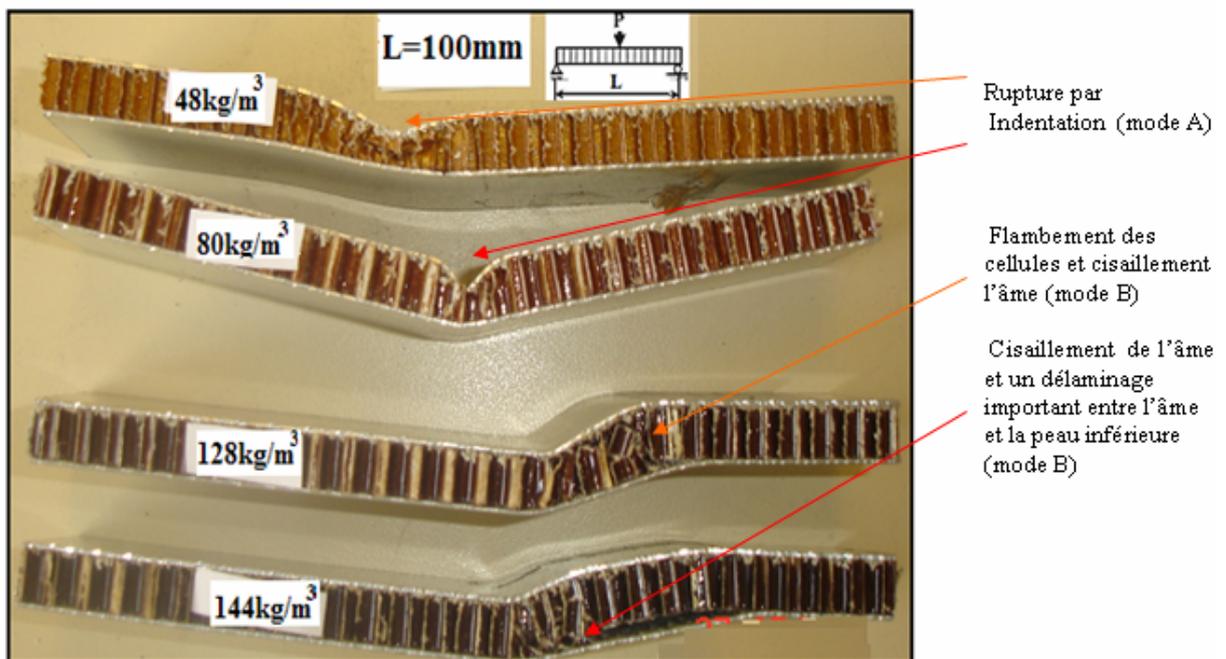
**Fig.55** : Mode de rupture des éprouvettes, pour différentes densités testées en flexion trois points (L=200mm).



**Fig.56** : Mode de rupture des éprouvettes, pour différentes densités testées en flexion trois points (L=150mm)



**Fig .57 :** Mode de rupture A et B des éprouvettes en sandwich Alu-Nomex, pour différentes densités testées en flexion 3 points ( $L= 120\text{mm}$ ).



**Fig. 58 :** Mode de rupture des éprouvettes en sandwich Alu-Nomex, pour différentes densités testées en flexion 3 points pour  $L= 100\text{mm}$

Nous avons constaté que les densités  $48$  et  $80\text{kg/m}^3$ , avec les conditions d'appui  $L$  variant de  $400\text{mm}$  à  $100\text{mm}$ , le mode de rupture est caractérisé par une déformation plastique en compression /traction des peaux ensuite par un flambement des cellules accompagné par une indentation au point d'application de la charge.

L'observation de toutes les éprouvettes rompues montre la forte domination du mode de rupture par indentation. Cette dernière est assez large pour la densité  $48\text{kg/m}^3$  que pour la densité  $80\text{kg/m}^3$  (fig.52 à 58).

Par contre, pour les densités  $128$  et  $144\text{kg/m}^3$ , avec les conditions d'appuis variant entre  $400$  et  $300$ , le mode de rupture s'est produit par une grande déformation plastique en traction de la peau inférieure se terminant par une fissuration (fig.52 et 55).

On a observé que pour la densité  $128\text{kg/m}^3$ , avec les conditions d'appuis variant de  $250$  à  $120\text{mm}$ , une modification du mode rupture, de la fissuration et déformation plastique de la peau inférieure au mode de rupture par indentation (fig.54 à 57).

A partir de la distance entre appuis  $200\text{mm}$ , le comportement du sandwich (alu-fibres)  $144\text{kg/m}^3$  et les modes de ruptures sont remarquablement différents et très critiques.

On a obtenu des modes de rupture par cisaillement diagonal (écrasement par flambement et cisaillement des cellules) de l'âme et par un décollement important des cellules avec la peau inférieure (fig. 56, 57 et 58).

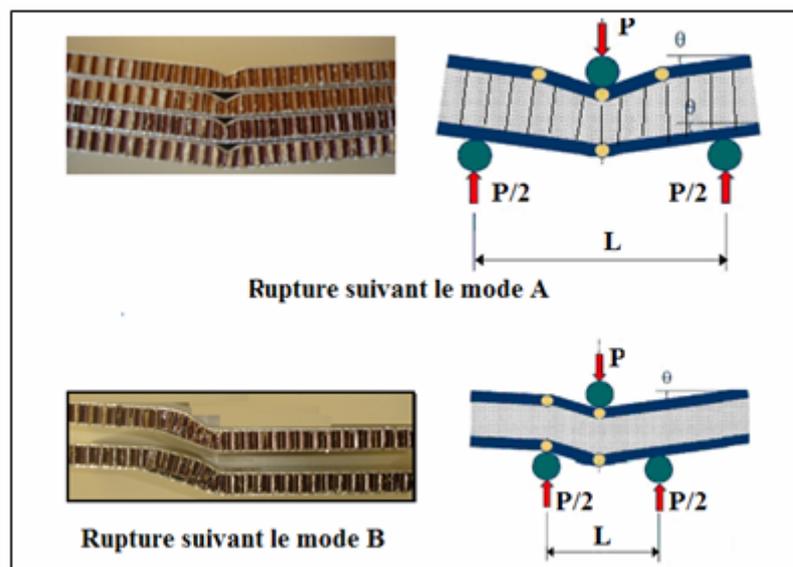
Pour la condition d'appui  $L=100\text{mm}$ , les contraintes de cisaillement sont très privilégiées par rapport à celle de flexion. Ceci est montré par le mode de rupture obtenue par la figure (58) qui s'est effectué par délaminage entre la peau et l'âme et par cisaillement de l'âme (densité  $128$  et  $144\text{kg/m}^3$ ).

La figure (58) montre clairement deux formes distinctes d'éprouvettes rompues :

la forme « mode A » correspond aux éprouvettes endommagées par indentation (Fig. 57)

- la forme « mode B » correspond aux éprouvettes endommagées par cisaillement et décollement des cellules de la peau

Le schéma (fig.59) explique le mode A et le mode B des éprouvettes rompues.



**Fig.59** : Forme en mode A et B des éprouvettes rompues montrant l'effet du cisaillement

Alors, la condition expérimentale de l'essai de flexion trois points favorisant le mode de rupture par cisaillement de l'âme et par décohésion de l'interface âme/peau est obtenue avec  $L=100\text{mm}$ . Cette dernière peut être utilisée dans l'essai de flexion trois points pour évaluer la résistance de l'adhésion âme/peau.

## II.2.5 Conclusion

Nous avons réalisés des essais statiques en flexion trois points sur deux types de composites sandwichs, en variant la densité l'âme et la distance entre points d'appuis fixes. Les résultats obtenus des essais de flexion trois points et les analyses des modes de rupture observés, nous ont permis de constater que :

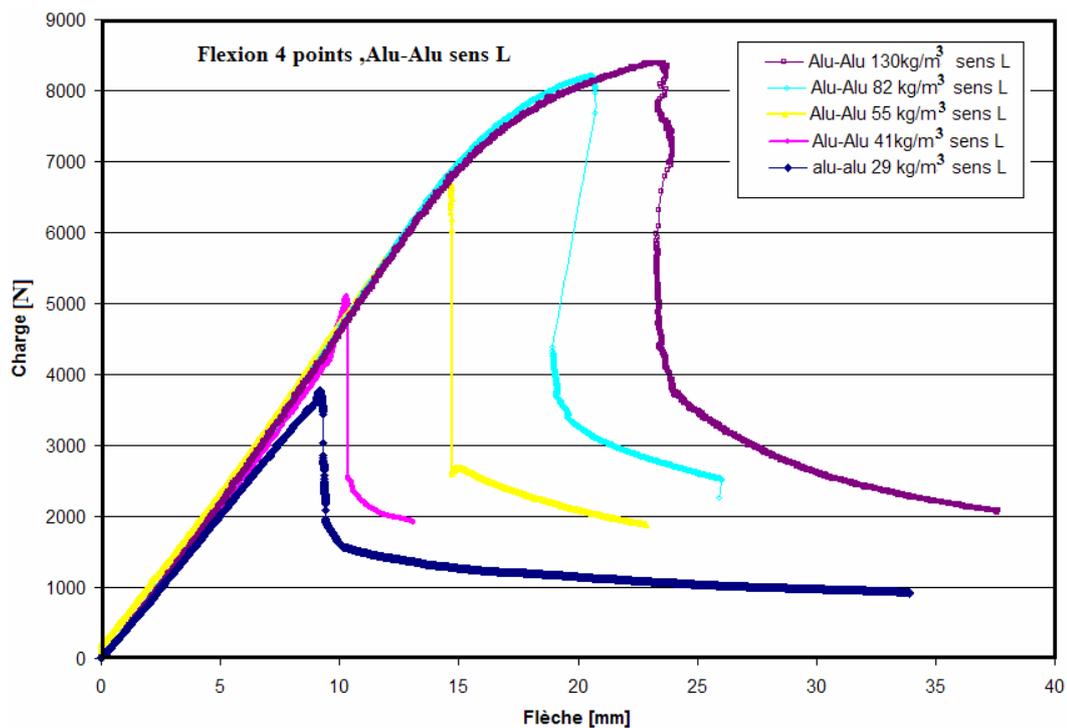
- Le sandwich alu-alu dans la condition d'essai de flexion pure présente un comportement fragile pour les faibles densités de l'âme ( $29$  à  $55 \text{ kg/m}^3$ ) et ductile pour les densités élevées ( $82$  et  $130 \text{ kg/m}^3$ ).
- Le domaine plastique (charge-flèche) du comportement mécanique des sandwichs (alu-alu) varie en fonction de la densité de l'âme et de la distance entre appuis.
- La rigidité en flexion, la charge maximale et le module de cisaillement équivalent des deux types de sandwichs (alu-alu, alu-nomex) croient avec l'augmentation de la densité des cellules de l'âme en nids d'abeilles.
- la rigidité et la charge maximale augmentent quand la distance entre appuis diminue pour les deux types de sandwichs (alu-alu, alu-nomex)
- la flèche à la rupture augmente quand la distance entre appuis est très grande
- L'indentation des sandwichs (alu-alu) est représentée dans les courbes d'essai, par la chute brusque de la charge. Elle est causée essentiellement par la concentration de contrainte de l'appui centrale de chargement et la prédominance de l'effet du cisaillement dû à la variation de la distance entre appuis
- La rupture du sandwich (alu-alu) en fonction de la densité de l'âme, et pour différentes distance entre appuis des éprouvettes se caractérise par :
  - flambement des parois des cellules de l'âme en nids d'abeilles du sandwich,
  - indentation localisée de la peau supérieure au point de chargement,
  - déformation plastique des peaux
- ✓ Le sandwich alu-nomex, dans la condition d'essai de flexion pure ( $L= 400$  et  $300 \text{ mm}$ ) présente un comportement élastique linéaire fragile, pour les faibles densités de l'âme et un comportement très ductile pour les densités supérieures à  $48 \text{ kg/m}^3$ .
- ✓ Un changement remarquable du comportement des sandwichs (alu-nomex) observé dans les allures des courbes (charge-flèche) dû à la variation de la densité de l'âme et de la distance entre appuis.
- ✓ Les modes de rupture du sandwich alu-nomex dépendent de la densité de l'âme et des conditions d'appui de l'essai de flexion trois points.
- ✓ Deux formes d'éprouvettes rompues en fonction de la densité de l'âme et de la distance entre appuis : mode A et mode B ;la forme de mode A correspond aux éprouvettes endommagées par indentation et la forme « mode B » correspond aux éprouvettes endommagées par cisaillement de l'âme et par délaminage (décohésion entre l'âme et la peau).
- ✓ la condition expérimentale d'essai de flexion trois points favorisant le mode de rupture par cisaillement de l'âme et par cisaillement interlaminaire âme/peau, pour le cas du sandwich aluminium-nomex est obtenue avec  $L=100\text{mm}$ .

- ✓ L'effet de l'indentation (mode A) peut être affaibli par l'augmentation de la densité de l'âme pour le cas du sandwich alu-nomex.

### II.3. Résultats obtenus des essais statiques de flexion quatre points

#### II.3.1. Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion quatre points du sandwich Alu-Alu

Les figures 60-61 donnent l'évolution de la charge appliquée en fonction de la flèche prise au milieu de la poutre, pour différentes densités de l'âme du sandwich en aluminium-aluminium (alu-alu : 29, 41, 55, 82, 130 kg/m<sup>3</sup>) et pour les deux configurations L et W. La Figure 59 montre l'effet de l'orientation des cellules de l'âme du sandwich sur la charge maximale et la flèche correspondante. Les figures 62 – 64 illustrent l'influence de la densité et l'orientation des cellules en nids d'abeilles de l'âme de sandwich (longitudinale L et transversale W) sur la charge maximale, la rigidité en flexion et la flèche à rupture.



**Fig. 60** : Courbe d'essai de flexion quatre points (charge/flèche) du sandwich alu-alu dans la configuration L pour différentes densités de l'âme

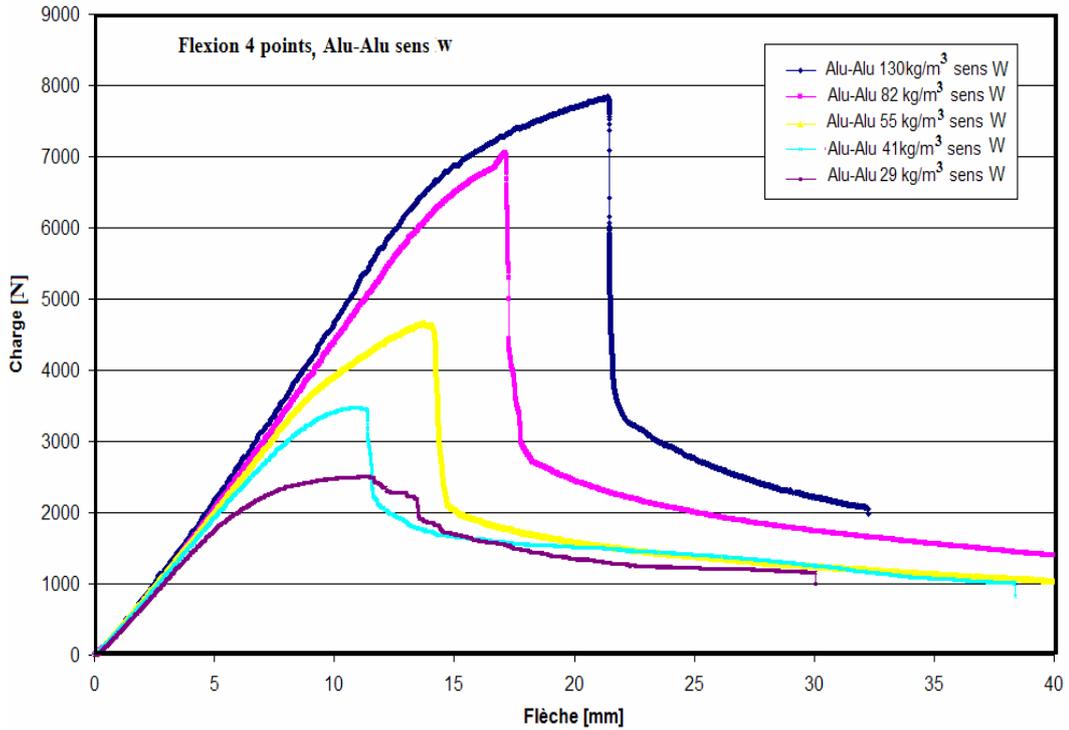


Fig. 61 : Courbe d'essai de flexion quatre points (charge/flèche) du sandwich alu-alu dans la configuration L pour différentes densités de l'âme

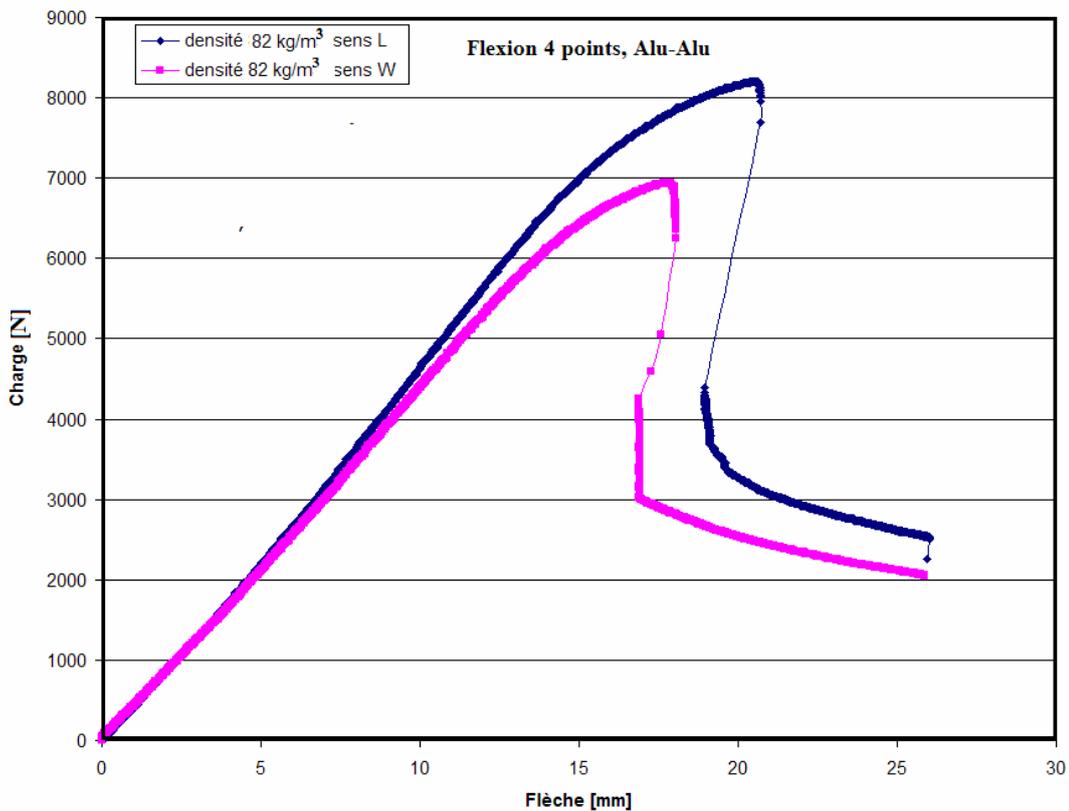


Fig. 62 : Effet du sens d'orientation des cellules de l'âme sur la charge maximale à rupture et la flèche pour le sandwich Alu-Alu

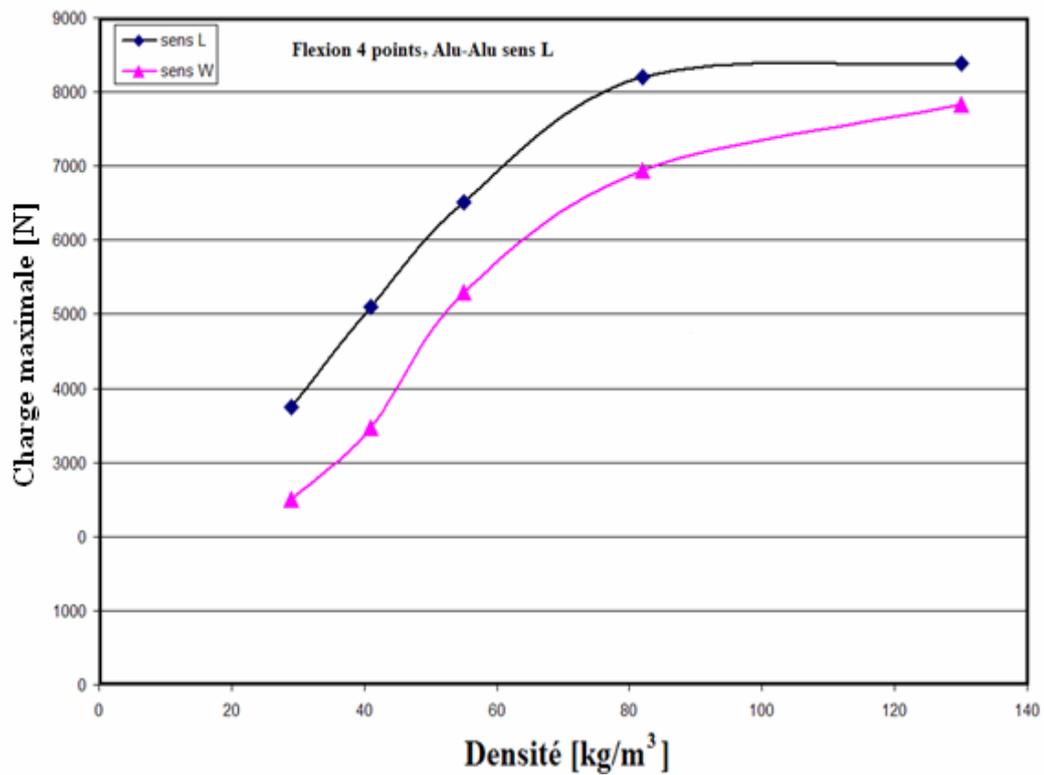


Fig. 63 : Variation de la charge maximale en fonction de la densité pour les deux configurations L et W du sandwich Alu-Alu

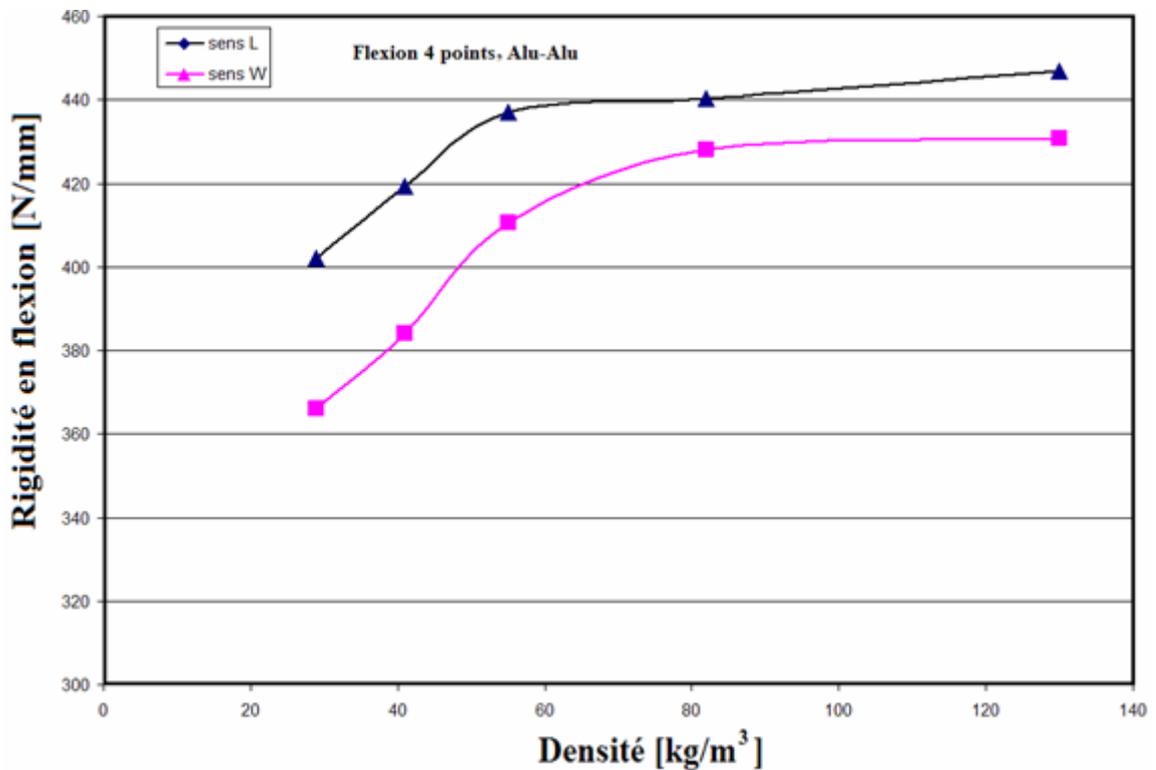
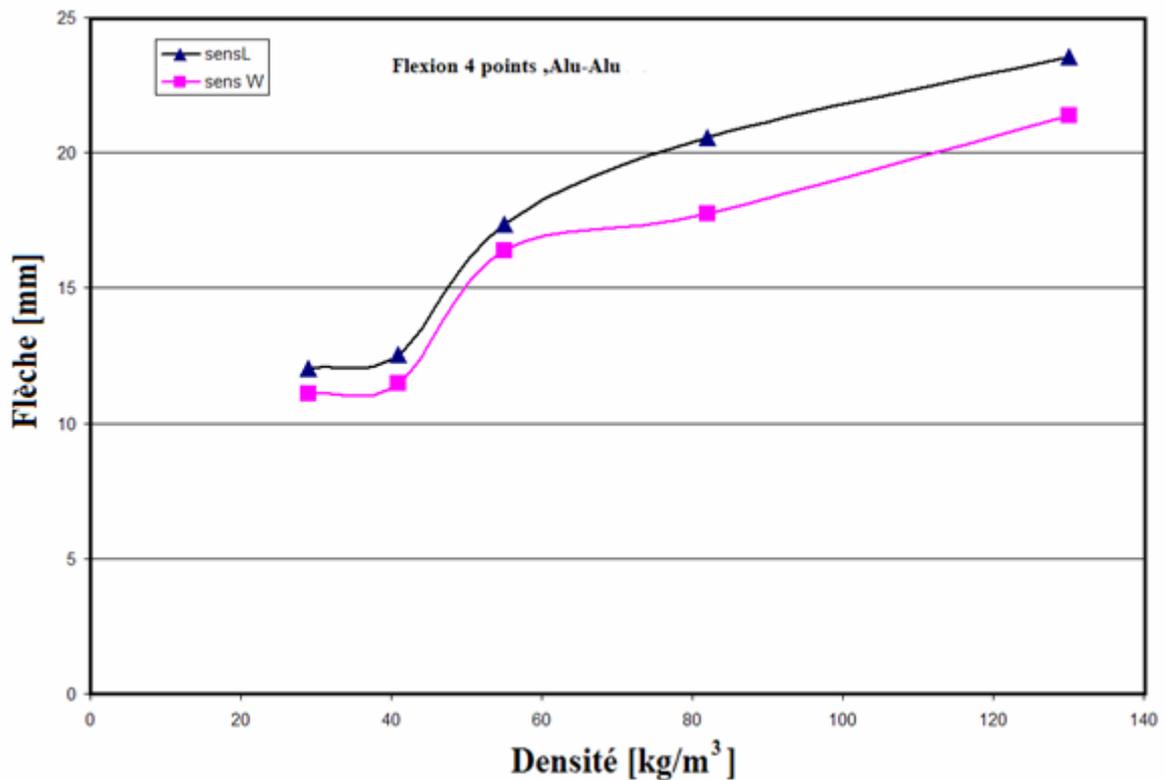


Fig. 64 : Evolution de la rigidité en flexion en fonction de la densité pour les deux configurations L et W du sandwich Alu-Alu



**Fig. 65** : Variation de la flèche en fonction de la densité pour les deux configurations L et W du sandwich Alu-Alu

### II.3.2. Analyse des résultats obtenus des essais de flexion quatre points sur le composite sandwich Alu-Alu

L'analyse des résultats expérimentaux, de flexion quatre points, a permis de caractériser sous chargement statique le comportement en flexion des deux types sandwichs à âme en nids d'abeilles aluminium-aluminium (alu-alu), en fonction de leur densité et la configuration de leurs cellules.

On constate pour la configuration (L) des cellules de l'âme des plaques sandwichs testées, montrent un comportement fragile pour les densités 29, 41, 55 kg/m<sup>3</sup> et ductile pour les densités 82, 130 kg/m<sup>3</sup> (fig.57). Par contre dans la configuration (W), les plaques sandwichs sont plus ductiles pour les différentes densités de l'âme par rapport à la configuration L.

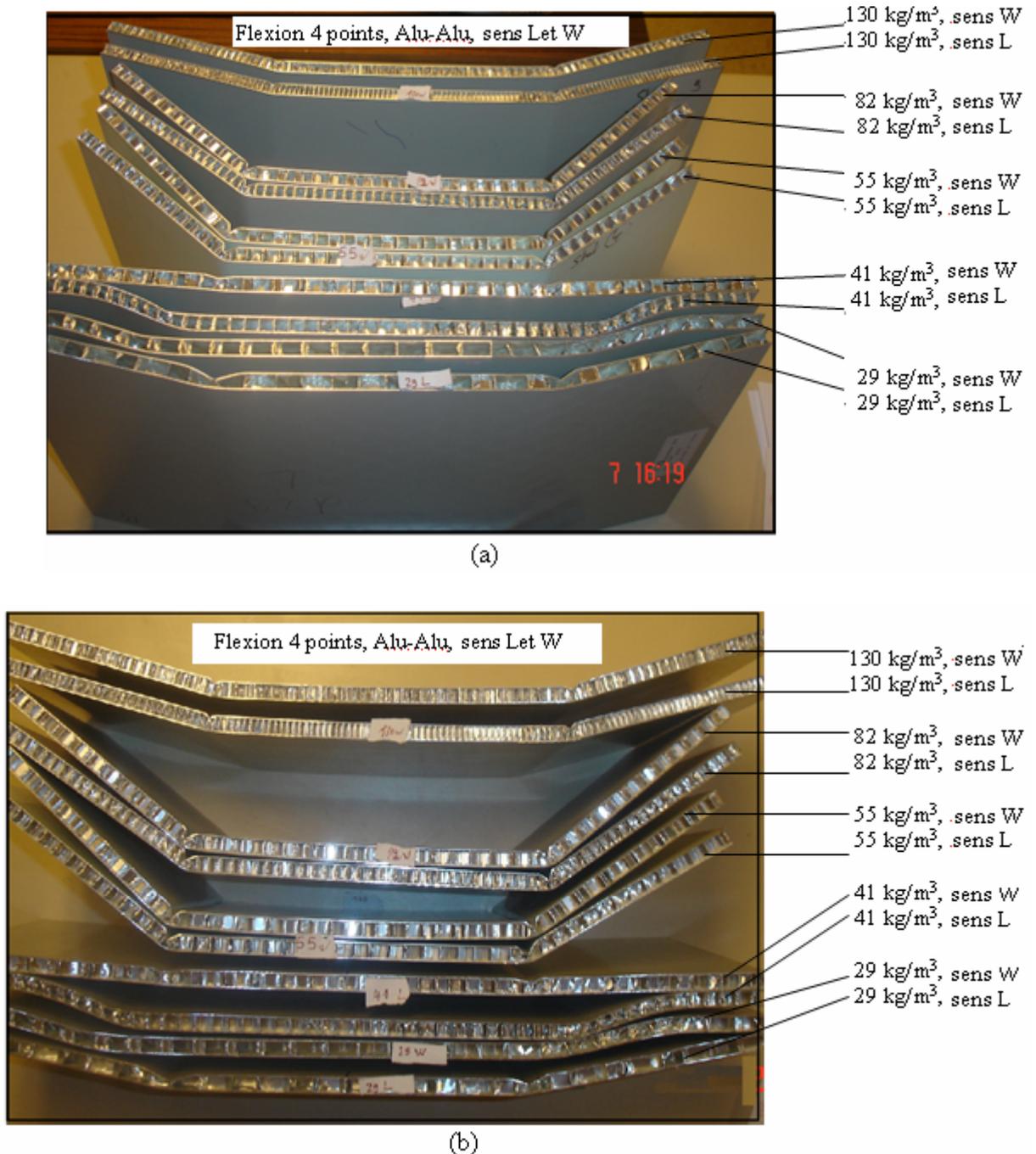
La rigidité en flexion du sandwich, la charge maximale et la flèche à rupture augmentent avec la densité des cellules de l'âme en nids d'abeilles (fig.60 et 62). Cette augmentation se stabilise pour les grandes densités c'est-à-dire à partir de la densité 82 kg/m<sup>3</sup>. Elle est plus élevée dans la configuration (L) que dans la configuration (W).

Les chutes brusques de la charge observées dans toutes les courbes d'essai charge-flèche sont dues au mode de rupture par indentation de la peau inférieure au point d'application de la charge.

### II.3.3. Mode de rupture statique du sandwich Alu-Alu sollicité en flexion quatre points

L'analyse des observations des éprouvettes rompues, à l'aide du microscope optique, montre que les modes de rupture du sandwich aluminium-aluminium dépendent fortement du type de l'âme, du sens d'orientation des cellules de nids d'abeilles et de la densité de l'âme.

La figure (63) montre les photos des plaques rompues de différentes densités testées en flexion quatre points.



**Fig. 63** : Photos des plaques sandwichs Alu-Alu rompues de différentes densités de l'âme (a) et (b)

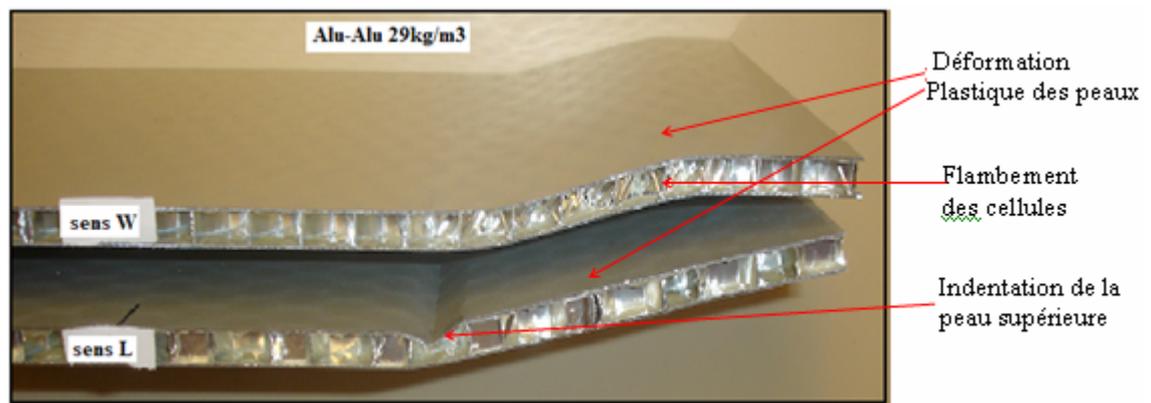
On constate que la rupture dans le cas des sandwichs aluminium–aluminium est localisée seulement entre les appuis de charge et les appuis fixes (Fig.63).

Les modes de rupture des sandwichs pour les densités 29, 41, 55  $\text{kg/m}^3$ , de configuration W des cellules de l'âme se caractérisent par (Fig. 64, 65):

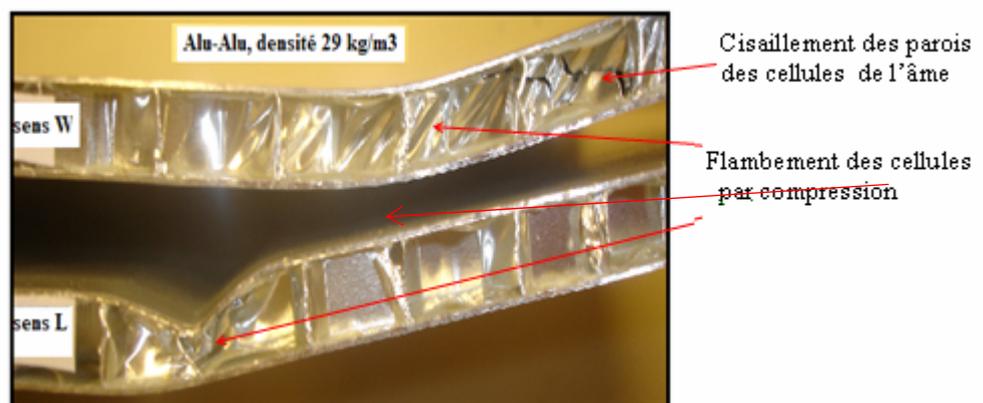
- flambement de parois des cellules de l'âme en nids d'abeilles entre l'appui fixe et de l'appui de chargement,
- déformation plastique des peaux de sandwich.

Par contre, la rupture des sandwichs de densités 82, 130  $\text{kg/m}^3$ , de configuration W des cellules de l'âme est due à une indentation de la peau supérieure au voisinage de l'application de la charge de flexion et à la déformation plastique importante des peaux (inférieure et supérieure) (Fig.65).

Dans le cas de configuration L des cellules de l'âme, la rupture des sandwichs de densités 29, 41, 55, 82, 130  $\text{kg/m}^3$  est effectuée par indentation de la peau supérieure et par déformation plastique des peaux (Fig.66).

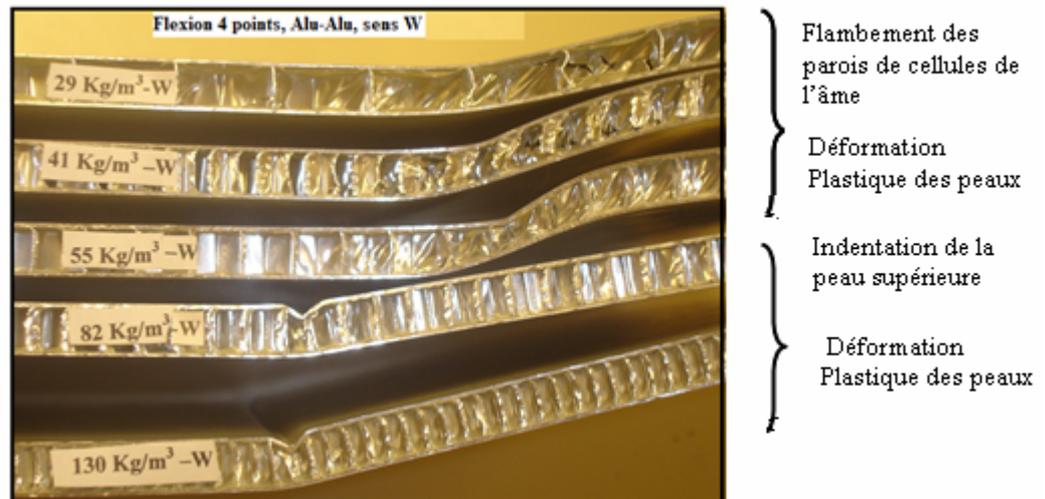


(a)

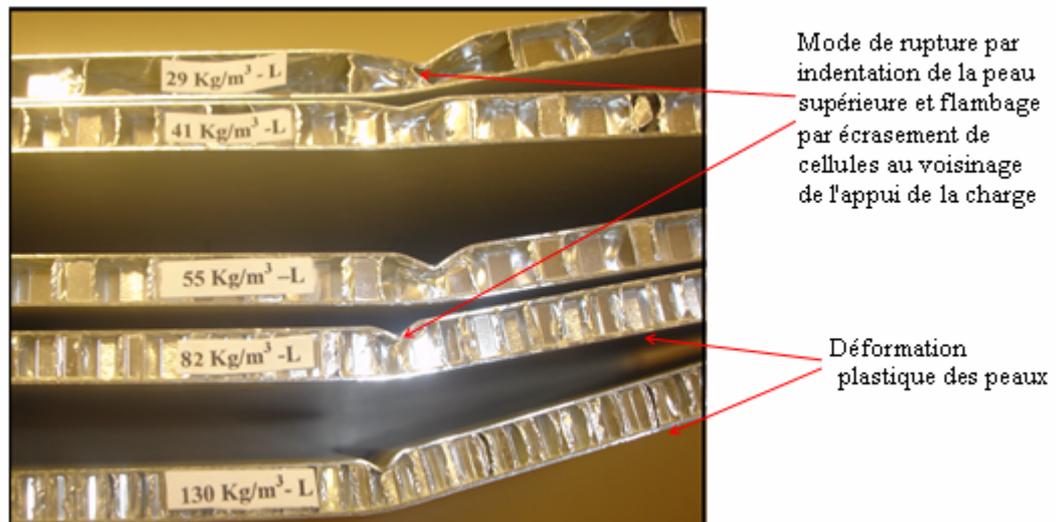


(b)

**Fig. 64** : Mode de rupture de plaques sandwichs Alu-Alu, de densité  $29\text{kg/m}^3$  pour les deux configurations L et W (a),(b)



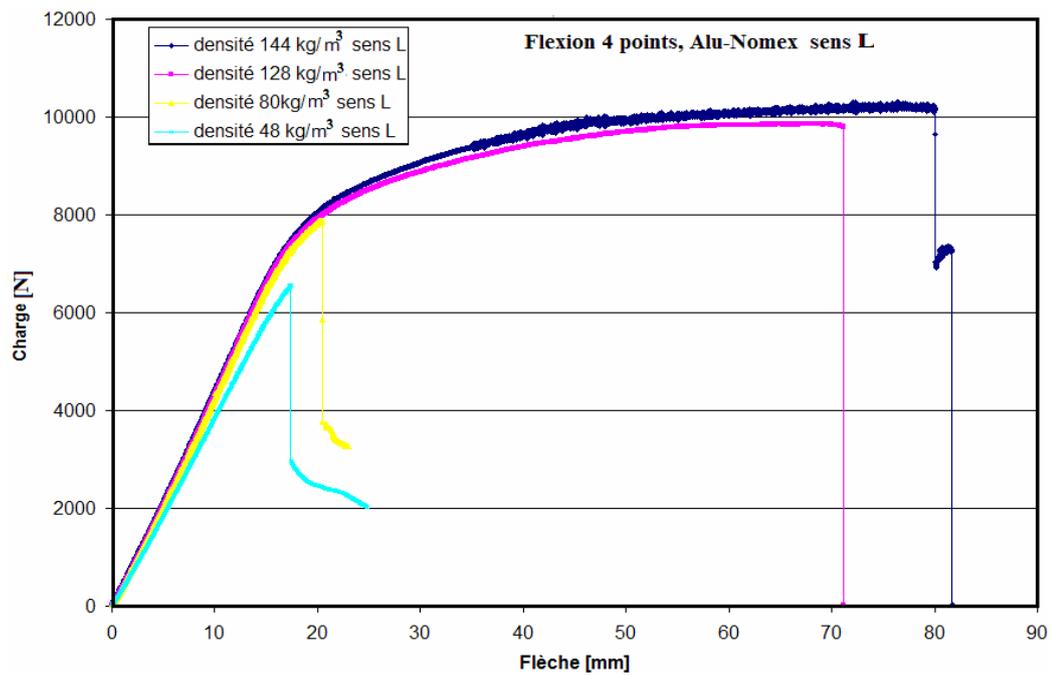
**Fig. 65** : Mode de rupture de plaques sandwichs Alu-Alu, de différentes densités pour la configuration W



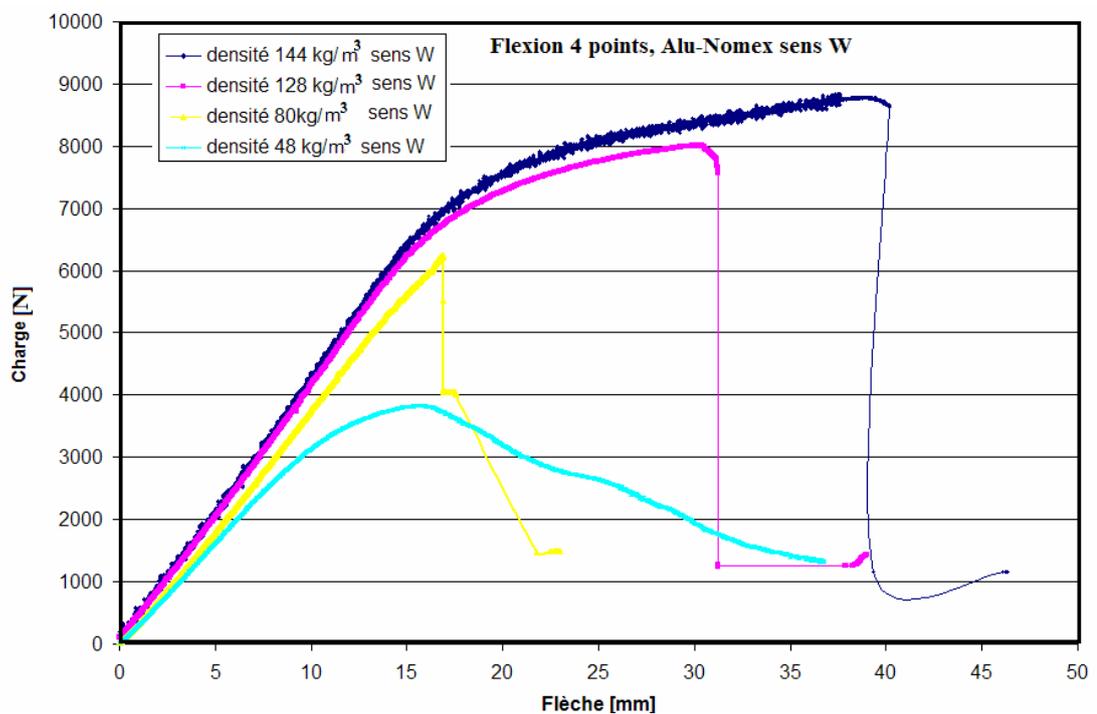
**Fig. 66** : Mode de rupture de plaques sandwichs Alu-Alu, de différentes densités pour la configuration L

### II.3.4. Résultats expérimentaux des essais statiques de flexion quatre points du sandwich Alu-Nomex

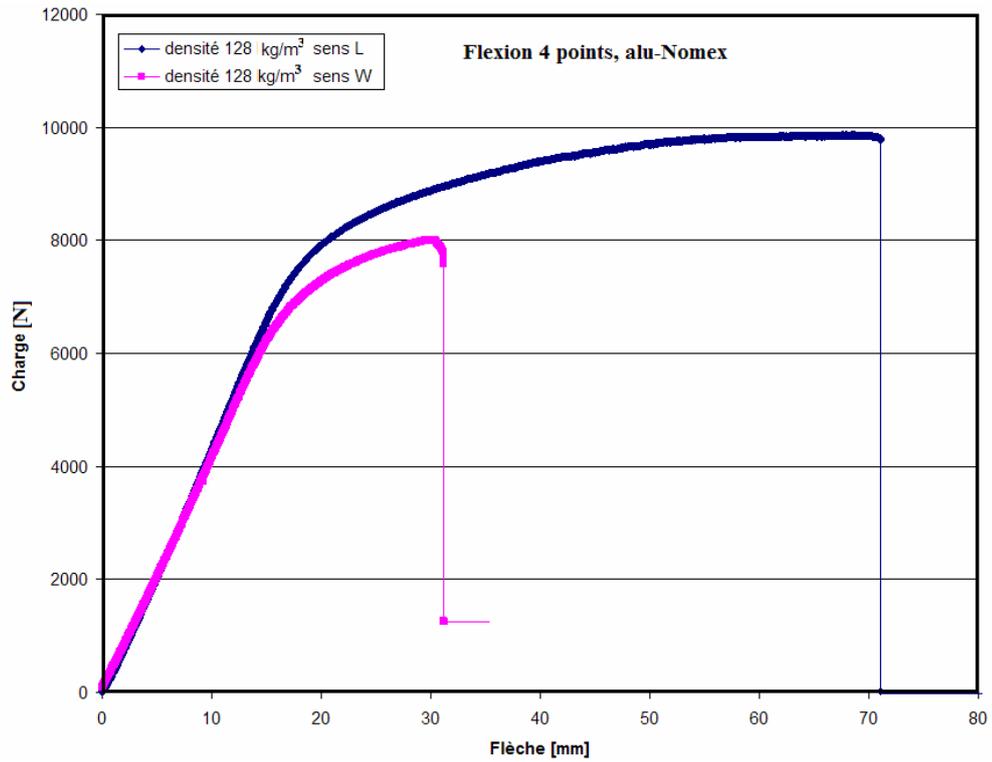
Les figures (66, 67) donnent l'évolution de la charge appliquée en fonction de la flèche prise au milieu de la poutre, pour différentes densités de l'âme du sandwich en aluminium-Nomex (48, 80, 128, 144 kg/m<sup>3</sup>) et pour les deux configurations L et W. La figure (68) montre l'effet de l'orientation des cellules de l'âme du sandwich sur la charge maximale et la flèche correspondante. Les figures 69 –71 illustrent l'influence de la densité et l'orientation des cellules en nids d'abeilles du cœur de sandwich (longitudinale L et transversale W) sur la charge maximale, la rigidité en flexion et la flèche à rupture. La comparaison de l'évolution de la charge/flèche entre les deux types de sandwichs aluminium-aluminium et aluminium-Nomex (fibre aramides) pour les deux configurations L et W.



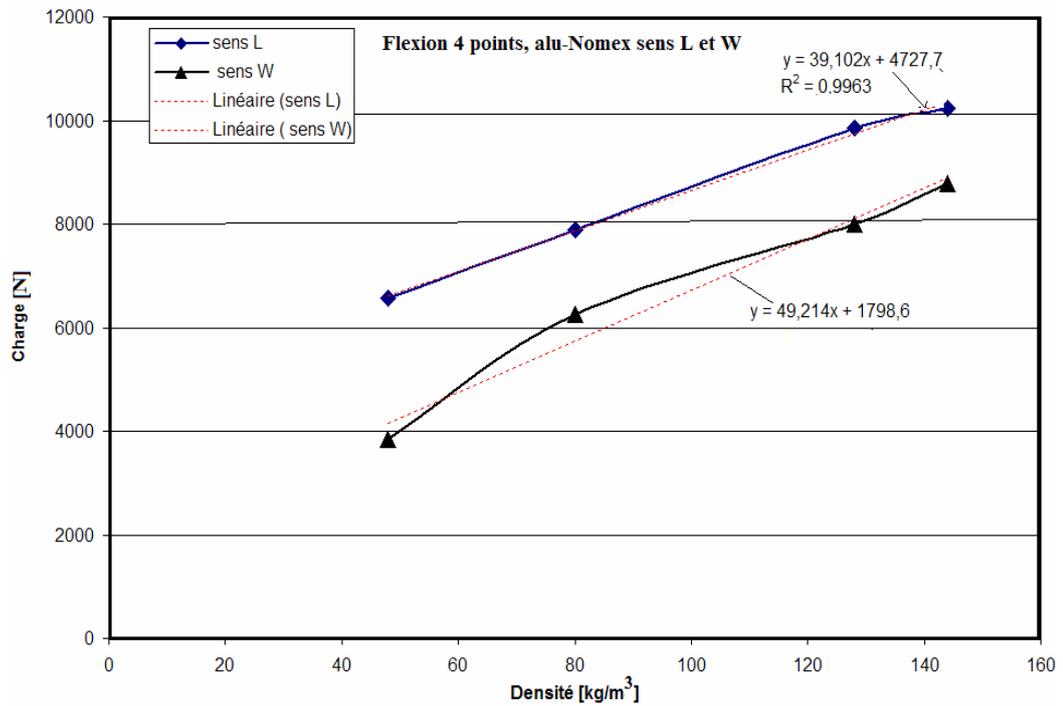
**Fig. 67** : Courbe d'essai de flexion quatre points (charge/flèche) du sandwich Alu-Nomex dans la configuration L, pour différentes densités de l'âme



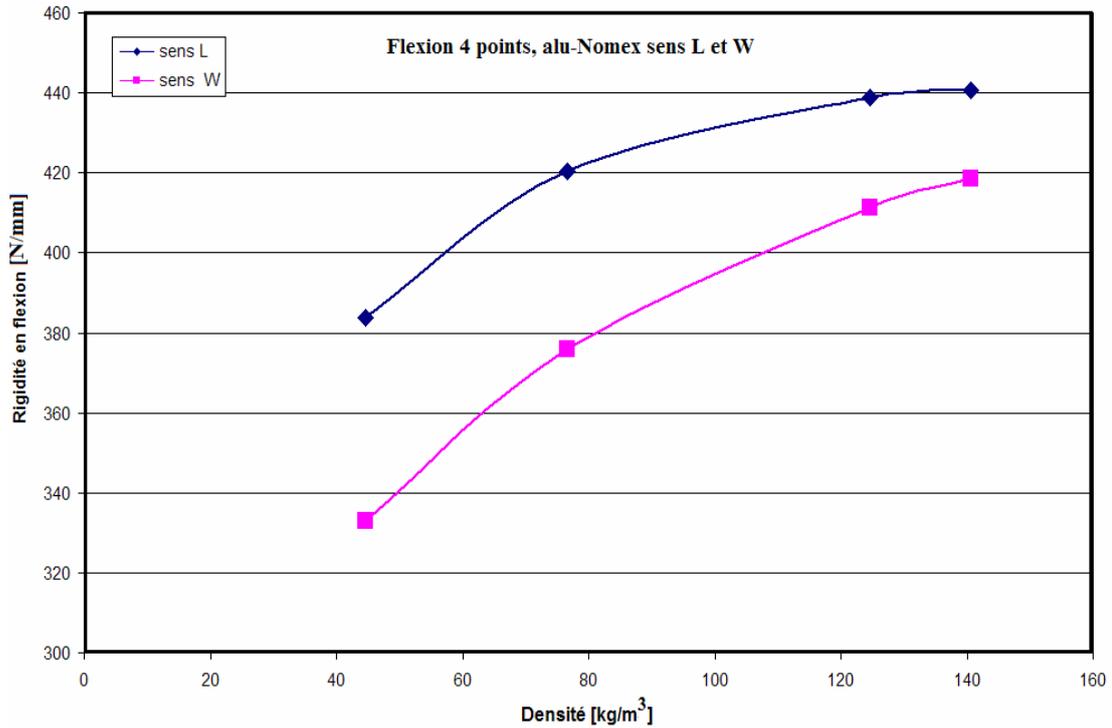
**Fig.68** : Courbe d'essai de flexion quatre points (charge/flèche) du sandwich Alu-Nomex de la configuration W pour différentes densités de l'âme



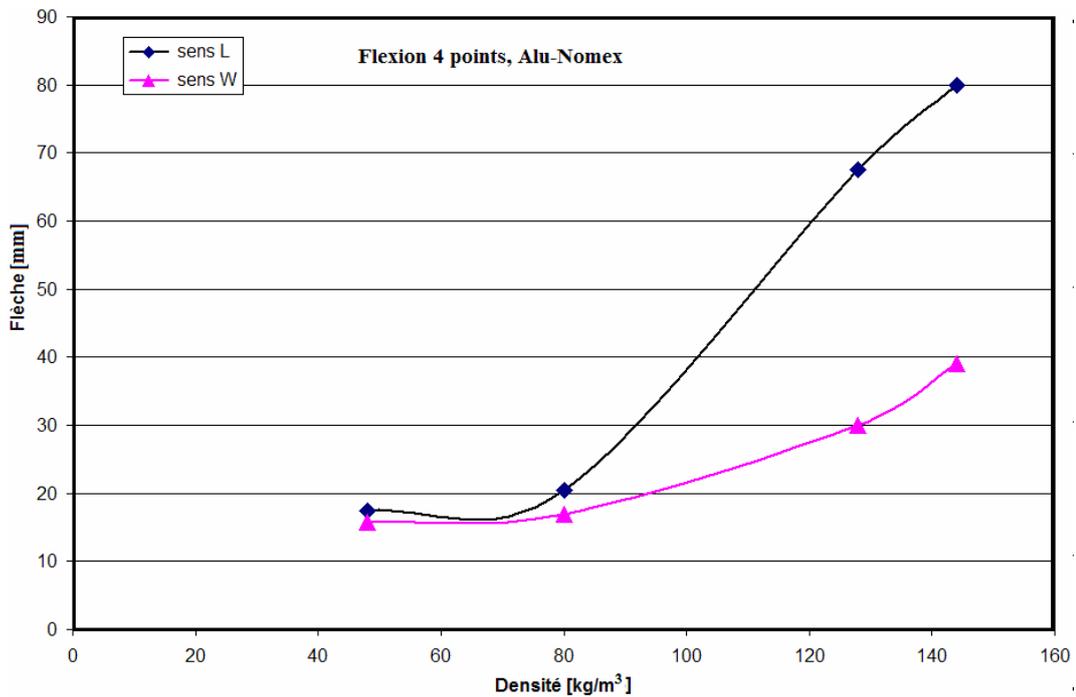
**Fig. 69** : Effet du sens d'orientation des cellules de l'âme sur la charge maximale à rupture pour le sandwich Alu-Nomex



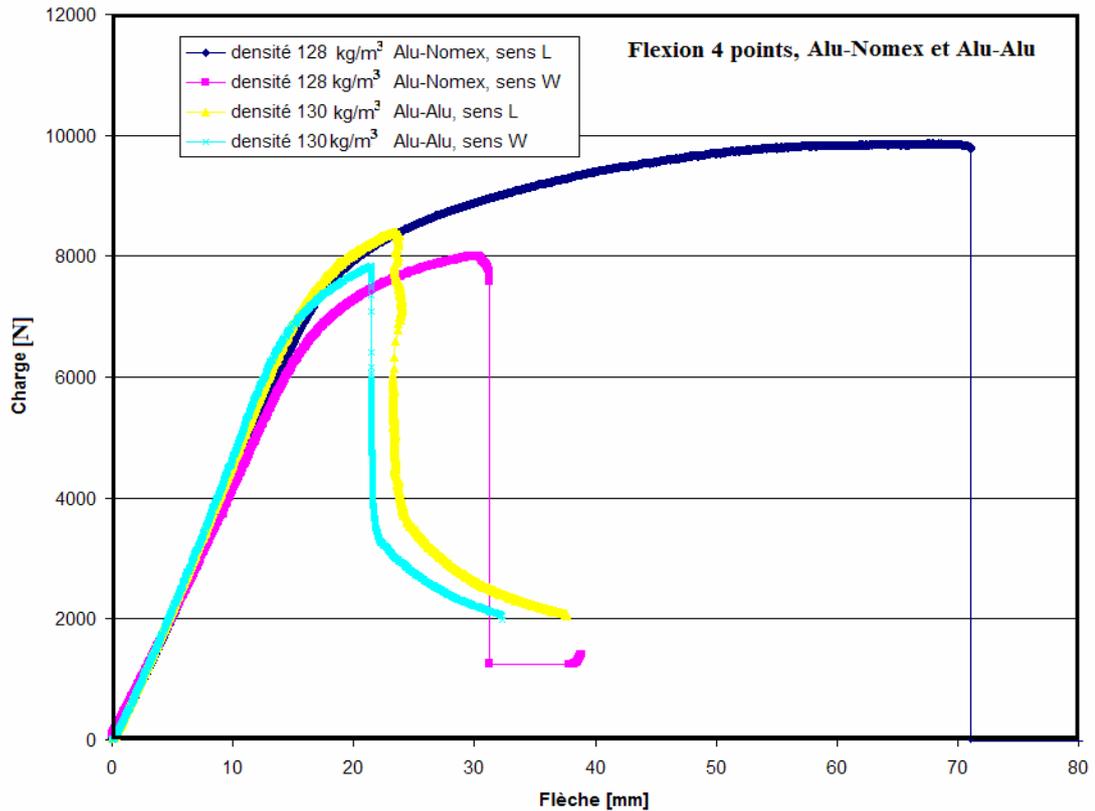
**Fig. 70** : Variation de la charge maximale en fonction de la densité pour les deux configurations L et W du sandwich Alu-Nomex



**Fig. 71** : Variation de la rigidité en flexion en fonction de la densité pour les deux configurations L et W du sandwich Alu-Nomex



**Fig. 72** : Variation de la flèche en fonction de la densité pour les deux configurations L et W du sandwich Alu-Nomex



**Fig.73** : Comparaison de l'évolution charge /flèche entre les deux types de sandwichs Alu-Nomex et Alu-Alu pour les configurations L et W

### II.3.5. Analyse des résultats obtenus des essais de flexion quatre points sur le composite sandwich Alu-Nomex

L'analyse des résultats expérimentaux, de flexion quatre points, a permis de cerner le comportement sous chargement statique des sandwichs à âme en nids d'abeilles en aluminium- Nomex (fibres aramides), en fonction de leur densité et la direction de leurs cellules.

On remarque que pour la configuration (L) des cellules de l'âme, les plaques sandwichs testées montrent un comportement très ductile pour les densités 128 et 144 kg/m<sup>3</sup>, présentant un rapport de la flèche d'environ quatre fois par rapport au densité 48 et 80 kg/ m<sup>3</sup> (fig.67).

Les figures 67 et 72 montrent que pour les densités élevées (128 et 144 kg/m<sup>3</sup>), la flèche dans le sens L est plus grande d'environ deux fois par rapport au sens W (fig.68 et 72).

La rigidité en flexion du sandwich, la charge maximale et la flèche à rupture croient avec la l'augmentation de la densité des cellules de l'âme en nids d'abeilles (fig.69 et 72). Les plaques sandwichs sont plus résistantes dans la configuration (L) que dans la configuration (W).

Les chutes brusques de la charge remarquées dans les courbes d'essai charge/flèche pour les densités (128 et 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W et sens L), sont dues à plusieurs modes de rupture tels que: indentation et flambement de la peau supérieure au point d'application de la charge, le cisaillement des cellules de l'âme, décohésion des cellules de la peau inférieure et la fissuration de la peau inférieure. Tandis que ces chutes de charge pour les densités (48, 80 kg/m<sup>3</sup>, sens W et sens L) sont causées principalement par une indentation de la peau

supérieure au point d'application de la charge. Les figures 64, 70 et 73 montrent que les plaques sandwichs Alu-Nomex sont plus résistantes et plus ductiles que les plaques sandwichs Alu-Alu.

### II.3.6. Mode de rupture statique du sandwich Alu-Nomex sollicité en flexion quatre points

L'analyse des observations des éprouvettes rompues, à l'aide du microscope optique, montre que la rupture du sandwich aluminium-Nomex dépend fortement du type de d'âme et du sens d'orientation des cellules de nids d'abeilles.

Le mode de rupture observé dans le cas du sandwich, de densité  $48 \text{ kg/m}^3$ , de sens W (Fig. 74 et 75), se caractérise par :

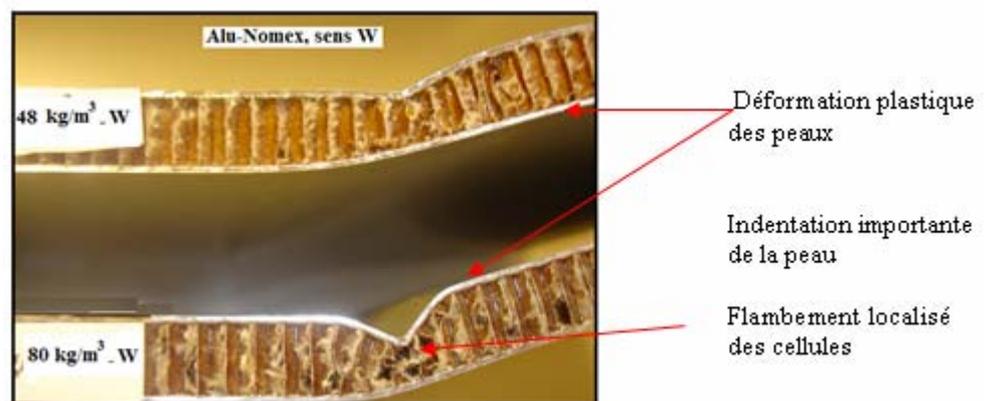
- flambement relativement faible des cellules du cœur en nids d'abeilles au voisinage de l'application de la charge,
- légère indentation de la peau supérieure au voisinage de l'appui de la charge,
- déformation plastique des peaux de sandwich.

Par contre, la rupture des sandwichs de densité  $48 \text{ kg/m}^3$ , de sens L (Fig.76), est due à une indentation plus importante de la peaux que celle observée dans la direction W, tandis que le flambement des cellules et la déformation plastique des peaux sont moins importants que celles dans la direction W.



**Fig .74** : Mode de rupture de plaques sandwichs Alu-Nomex, de densité  $48 \text{ kg/m}^3$  pour les deux configuration L et W (a),(b)

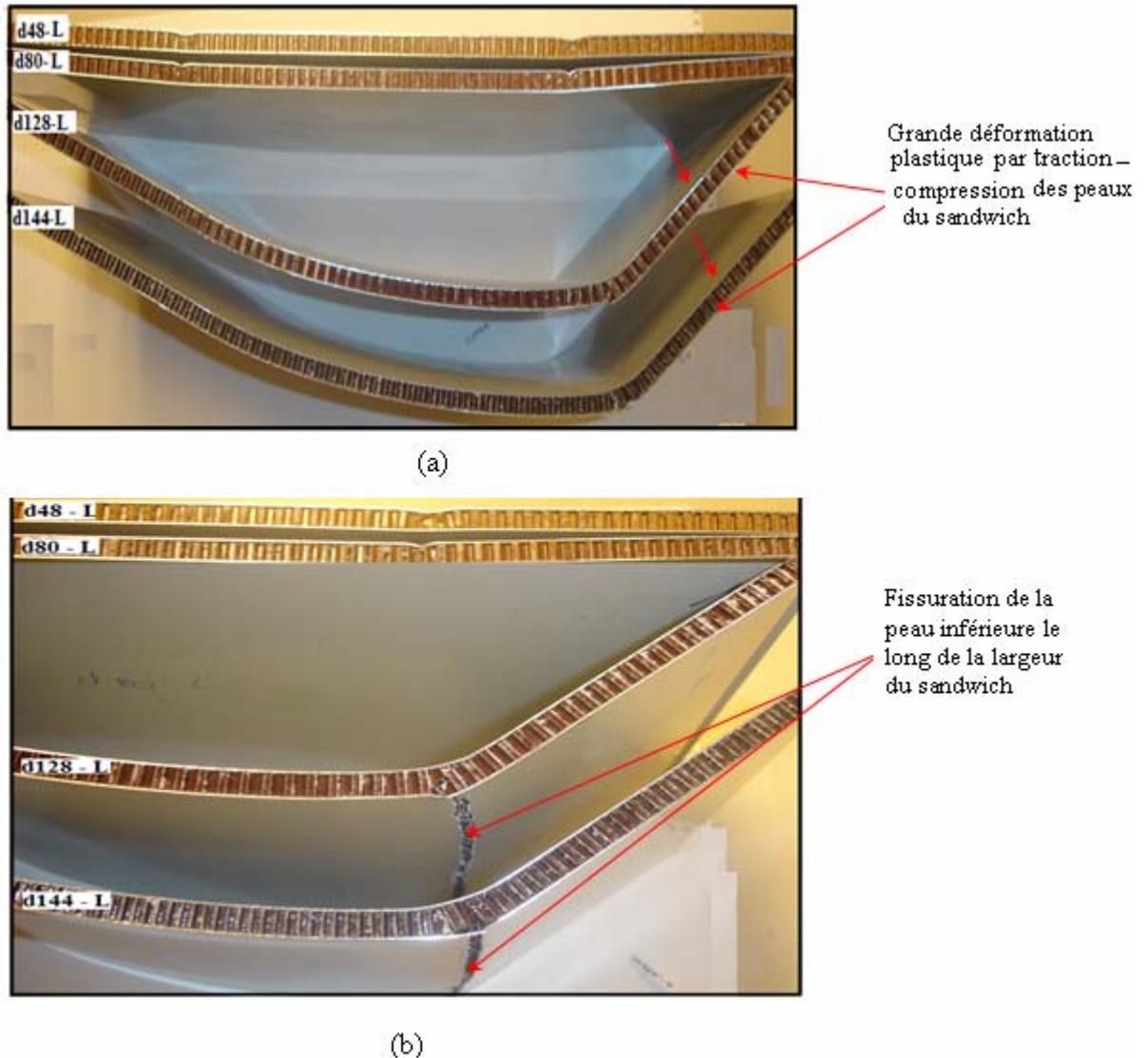
Pour la densité  $80 \text{ kg/m}^3$  de sens W et L, la rupture des sandwichs est due à une importante dégradation causée par indentation de la peau supérieure, par flambement localisé des cellules au voisinage de l'application de la charge et par déformation plastique des peaux que celle illustrée dans le cas des sandwichs de densité  $48 \text{ kg/m}^3$  par les figures (75 et 76).



**Fig. 75** : Mode de rupture de plaques sandwichs Alu-Nomex, de densité  $48 \text{ kg/m}^3$  et  $80 \text{ kg/m}^3$  pour la configuration W

Le mode de rupture des sandwichs de densité  $128 \text{ kg/m}^3$  de sens W, est effectuée essentiellement par une assez grande déformation plastique (traction/compression) des peaux en la comparant avec les sandwichs de densité  $80 \text{ kg/m}^3$  de sens W.

Par contre, pour les densités  $128$  et  $144 \text{ kg/m}^3$ , de configuration L, le mode de rupture s'est produit par une grande déformation plastique en traction de la peau inférieure se terminant par une fissuration suivant la largeur de la plaque sandwich (Fig.76 a et b).



**Fig.76** : Mode de rupture de plaques sandwichs Alu-Nomex, de différentes densités pour la configuration L

Pour la configuration W des cellules de densité  $144 \text{ kg/m}^3$ , le mode de rupture se caractérise :

- assez grande déformation plastique des peaux du sandwich en la comparant à celle dans la direction L,
- flambement localisé très important de la peau inférieure au voisinage de l'application de la charge provoquant un délaminage limité entre l'âme et la peau inférieure et un cisaillement de l'âme (Fig.77 et 78).

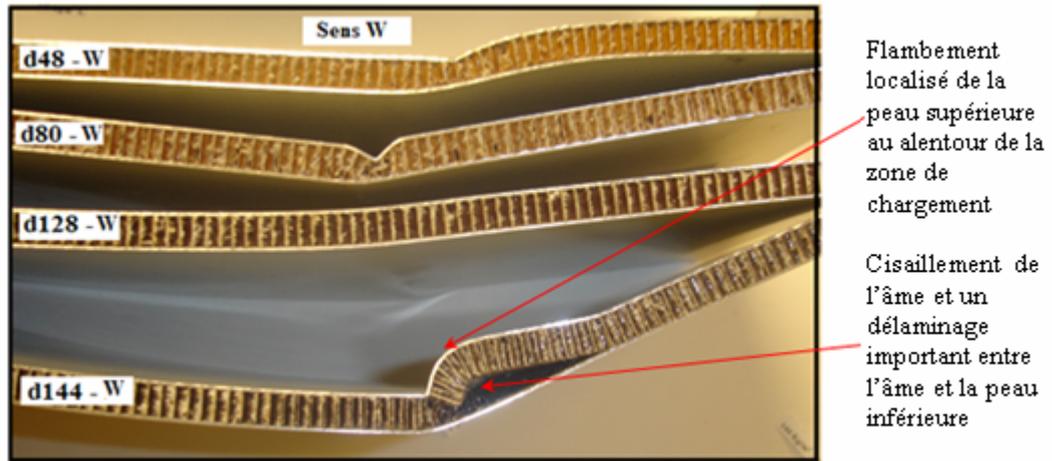


Fig. 77 : Mode de rupture de plaques sandwichs Alu-Nomex, de différentes densités pour la configuration W

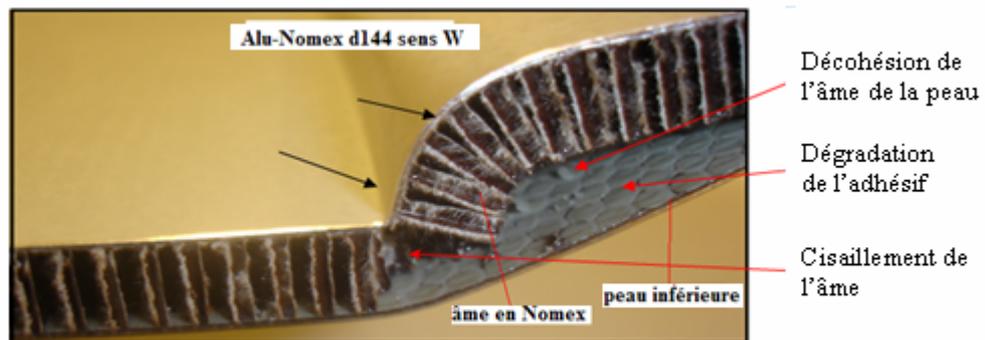


Fig. 78 : Mode de rupture par décohesion âme/peau de plaque sandwich Alu-Nomex, de densité 144 kg/m<sup>3</sup> et de configuration W

### II.3.7. CONCLUSION

Les analyses des résultats expérimentaux, de flexion quatre points, et des modes de rupture ont permis de caractériser sous chargement statique le comportement en flexion des deux types sandwichs à âme en nids d'abeilles (alu-alu et alu-nomex), en fonction de la densité et la configuration des cellules en nids d'abeilles (L et W) de l'âme. Les constatations qu'on peut tirer de ces résultats sont :

#### 1- Cas du sandwich aluminium-aluminium

- La rigidité et la charge maximale à rupture en flexion du sandwich (alu-alu) croissent avec l'augmentation de la densité des cellules. Elles sont plus élevées dans la configuration (L) des cellules que dans la configuration (W).
- Le sandwich (alu-alu) montre un comportement fragile pour les faibles densités (29, 41, 55 kg/m<sup>3</sup>) et ductile pour les grandes densités de l'âme.
- Les chutes brusques de la charge observées dans les courbes d'essai charge-flèche, des sandwichs (alu-alu), à différentes densités de l'âme sont dues au mode de rupture par indentation de la peau inférieure au point d'application de la charge.

- L'endommagement des sandwichs alu-alu, pour différentes densités de l'âme est localisé entre les appuis fixes et les appuis de chargements.
- Les modes de rupture pour les faibles densités et pour le sens W des cellules de l'âme du sandwich (alu-alu), se caractérisent par : - flambement de parois des cellules de l'âme en nids d'abeilles, - déformation plastique des peaux de sandwich. Par contre pour les densités élevées de l'âme, la rupture est essentiellement due à une indentation de la peau supérieure et à la déformation plastique importante des peaux.
- Pour la configuration L, le mode de rupture pour toutes les densités de l'âme est effectué par indentation de la peau supérieure et par déformation plastique des peaux.

## 2- Cas du sandwich aluminium-nomex

- ✓ La résistance et la rigidité en flexion dépendent fortement de la densité de l'âme et de la configuration (L et W) des cellules.
- ✓ Les plaques sandwichs en alu-nomex montrent un comportement très ductile pour les densités 128 et 144 kg/m<sup>3</sup>, présentant un rapport de la flèche de déformation d'environ quatre fois par rapport au densité 48 et 80 kg/m<sup>3</sup>. Elles sont plus ductiles que celles en alu-alu.
- ✓ La rigidité en flexion, la charge maximale et la flèche à rupture du sandwich (alu-nomex) croient avec la l'augmentation de la densité des cellules de l'âme en nids.
- ✓ Les plaques sandwichs (alu-nomex) sont plus résistantes dans la configuration (L) que dans la configuration (W) des cellules.
- ✓ Les chutes brusques de la charge constatées dans les courbes d'essai charge/flèche, pour (128 et 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L), sont dues à la fissuration de la peau inférieure. Par contre, pour les densités (128 et 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W), ces chutes de charge sont dues à plusieurs modes de rupture : indentation et flambement de la peau supérieure au point d'application de la charge, cisaillement des cellules de l'âme, décohésion des cellules de la peau inférieure.

Les modes de rupture pour le sandwich aluminium-Nomex dépendent fortement du type d'âme et du sens d'orientation des cellules de nids d'abeilles.

- ✓ A faible densité (48 et 80 kg/m<sup>3</sup>) de l'âme, le mode de rupture se caractérise par :
  - flambement relativement faible des cellules du cœur en nids d'abeilles au voisinage de l'application de la charge,
  - indentation de la peau supérieure au voisinage de l'appui de la charge,
  - déformation plastique des peaux de sandwich.
- ✓ Pour les densités élevées de l'âme (128 et 144 kg/m<sup>3</sup>), de configuration L, le mode de rupture est due essentiellement à une grande déformation plastique en traction de la peau inférieure se terminant par une fissuration suivant la largeur de la plaque sandwich. Cependant pour la configuration W, le mode de rupture est caractérisé par :
  - Assez grande déformation plastique des peaux du sandwich en la comparant à celle dans la direction L,
  - flambement localisé très important de la peau inférieure au voisinage de l'application de la charge
  - délaminage limité entre l'âme et la peau inférieure et cisaillement de l'âme

## **Chapitre III**

# **Homogénéisation et Modélisation numérique en flexion**

### III.1. Introduction

La connaissance du comportement mécanique des âmes, en particulier en cisaillement, est évidemment indispensable lors de la phase de conception des structures sandwichs en nids d'abeilles. L'objectif principal de ce chapitre est de modéliser le comportement mécanique dans le domaine élastique d'un panneau sandwich soumis à la flexion statique quatre points. Cette modélisation passe par l'homogénéisation de l'âme en nid d'abeilles. Dans cette partie, le nida est homogénéisé indépendamment des peaux, en remplaçant le nida de géométrie complexe par un matériau homogène de propriétés mécaniques équivalentes, aussi bien dans les modèles numériques que dans les modèles analytiques. Le nid d'abeilles est assimilable à un matériau orthotrope. Son homogénéisation permet la détermination des neuf constantes élastiques de l'ingénieur (trois modules d'élasticité  $E$ , trois modules d'élasticité de cisaillement  $G$  et trois coefficients de Poisson), pour prédire le comportement élastique du panneau sandwich.

Les panneaux sandwichs étudiés ont une âme en nid d'abeilles (Nida) en Aluminium. Les peaux sont également en Aluminium: Aluminium/Aluminium/Aluminium. Les panneaux ont une densité de  $55\text{kg/m}^3$ . Ils ont deux configurations : configuration L (les cellules sont dirigées dans le sens de la longueur) et la configuration W (les cellules sont dirigées dans le sens de la largeur). La modélisation du comportement en flexion du sandwich sera validée par des résultats expérimentaux issus des essais de flexion statique quatre points réalisées sur les panneaux Alu-Alu de densité de l'âme  $55\text{ kg/m}^3$ , (chapitre II).

### III.2. Homogénéisation du nid d'abeilles

Le concept d'homogénéisation consiste à remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes. Ces propriétés peuvent être utilisées dans des modèles de calculs ou les effets locaux, phénomènes qui interviennent à l'échelle microstructurale, peuvent être négligés. Les procédures d'homogénéisation peuvent être appliquées pour déterminer une large gamme de propriétés physiques qui peuvent être mécaniques, électriques, acoustiques, thermiques et autres. Dans sa forme la plus élémentaire, une procédure d'homogénéisation consiste en une série de simulations réalisées avec des codes et logiciels de calculs ( Mathematica, ANSYS, Abaqus, Castem, etc.) sur le plus petit volume élémentaire représentatif (VER), et d'un modèle mathématique permettant la détermination des propriétés du matériau homogène équivalent.

Pour caractériser le nida assimilé à un matériau orthotrope, il faut déterminer ses 9 constantes élastiques indépendantes que sont :

- les modules d'élasticité  $E_1, E_2, E_3$ ,
- les coefficients de Poisson  $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ ,
- les modules de cisaillement  $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ .

Les calculs d'homogénéisation du nida s'appuient sur sa structure répétitive. La caractérisation peut se faire grâce à la modélisation analytique et numérique.

La modélisation **analytique** s'appuie sur des modèles mathématiques en faisant des hypothèses simplificatrices. Elle permet cependant de décrire le comportement élastique du nida et de montrer le rôle puis l'influence des paramètres géométriques ( $a, b, h, t, \theta$ ), figure 1 et tableau 1.

La modélisation **numérique** utilise la démarche de calcul par éléments finis (**E.F**) ; elle est définie par les étapes suivantes :

- Identification du Volume Élémentaire Représentatif (VER),
- Réduction du VER en tenant compte des symétries,
- Maillage du VER en utilisant des types et des nombres d'éléments judicieusement choisis,
- Application des conditions limites en termes de déplacements et d'efforts,
- Résolution des équations d'équilibre :  $[K]\{U\}=\{F\}$

avec  $[K]$  la matrice de rigidité(assemblée),  $\{U\}$  le vecteur déplacement,  $\{F\}$  le vecteur force,

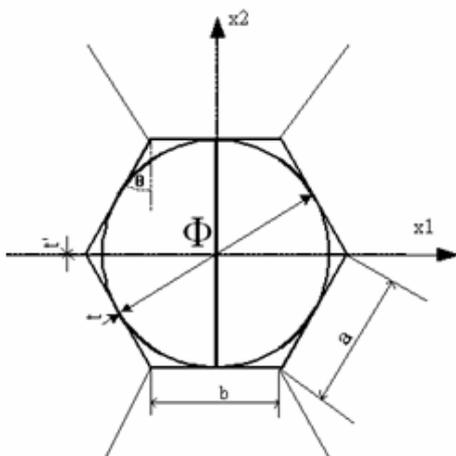
- Traitement des résultats obtenus.

Le VER représente comme étant la cellule unitaire (avec ses plaques de couverture) et le reste de la structure est modélisé à travers l'adoption de conditions aux limites appropriées. Le chargement sur la cellule doit être considéré de manière à ce que tous les modes de déformation en question soient pris en compte. Des restrictions sur le chargement doivent être appliquées de manière à ce que les deux faces opposées de la cellule se déforment de la même manière, et que le vecteur de traction agissant sur les faces opposées du VER soit le même en module et direction mais de sens opposé.

La première restriction est une condition aux limites périodiques garantissant la continuité d'une cellule par rapport à une cellule voisine, alors que la deuxième condition assure le respect de l'équilibre entre les cellules.

### III.2.1. Géométrie et notations

Un nida montré par la figure (1) peut être caractérisé par les paramètres du tableau 1.



**Fig. 1** : Géométrie d'une cellule nida, vue de dessus.

Paramètres	Définition
$\theta$	Angle de cellule
$\phi$	Diamètre de cellule
$b$	Longueur d'une paroi centrale
$a$	Longueur d'une paroi inclinée
$t'$	Épaisseur d'une paroi centrale
$t$	Épaisseur d'une paroi inclinée
$h$	Hauteur du nid d'abeilles

**Tableau 1** : Paramètres caractérisant un nid d'abeilles.

Les différents modules élastiques sont calculés dans le repère  $(x_1, x_2, x_3)$  de la cellule où  $x_3$  désigne le troisième axe perpendiculaire au plan  $(x_1, x_2)$ . Les propriétés élastiques seront définies dans le plan  $(x_1, x_2)$  puis en dehors de ce plan.

### III.2.2. Modèles analytiques

#### III.2.2.1 Propriétés dans le plan $(x_1, x_2)$

Les différents modèles analytiques s'appuient sur les théories d'élasticité avec des hypothèses sur les mécanismes de déformation des parois des cellules. Lorsqu'ils sont chargés dans le plan, les nidas peuvent se déformer **par flexion et étirement** des parois des cellules et aussi par **pivotement** des parois à leur jonction.

Plusieurs chercheurs ont formulé des modèles mathématiques basés sur l'un ou deux de ces mécanismes. Gibson [57, 58] a modélisé les modules dans le plan en supposant que les parois de cellule fléchissent comme des poutres. Certains chercheurs comme Nkansah [59], ont montré que les modèles basés uniquement sur la flexion surestimaient les valeurs des modules élastiques par rapport à celles prévues par la modélisation moléculaire. Pour améliorer les modèles de Gibson, Masters et Evans[60] ont intégré dans leurs études les effets d'**étirement** et de **pivotement** des parois de cellules. Pour une présentation unifiée, les modèles de Gibson et de Masters seront présentés en termes de constantes de force  $K_i$  définies ci-après.

##### III.2.2.1.1. Constantes de force $K_i$

Elles permettent de relier le déplacement  $\delta$  des parois de cellules à la force  $F$  appliquée. Pour les trois mécanismes,  $K_i$  est définie par la relation générale :

$$F = K_i \cdot \delta \quad (1)$$

$K_i$  contient des détails sur les propriétés mécaniques du matériau des parois et de la structure du réseau constitué par les cellules. Dans la suite, il est supposé que les constantes élastiques du matériau des parois de cellule sont connues ;  $E_0$  est le module de Young,  $G_0$  le module en cisaillement et  $\nu_0$  le coefficient de Poisson.

##### ✓ Expression de $K_i$ dans le cas de la flexion : $K_f$

La paroi de cellule de longueur  $a$  en flexion est assimilée à une poutre en porte à faux encastrée à une extrémité et chargée à l'autre (Fig.2). La déflexion de l'extrémité chargée due à la flexion est donnée par :

$$\delta = \frac{Ma^2}{12E_0 I_3}, \quad (2)$$

Où  $M$  est le moment de flexion appliqué =  $F \cdot a$ ,  $I_3$  est le moment quadratique suivant  $x_3$  du clinquant égale à  $ht^3/12$ .

En comparant avec l'expression (1) on obtient :

$$K_f = E_0 h \left( \frac{t}{a} \right)^3. \quad (3)$$

✓ **Expression de  $K_i$  dans le cas de l'étirement :  $K_e$**

L'extension du clinquant de longueur  $a$ , due à la force axiale  $F$  est :

$$\delta = \frac{Fa}{htE_0} \quad (4)$$

En comparant avec (1), on a :

$$K_e = E_0 h \left( \frac{t}{a} \right). \quad (5)$$

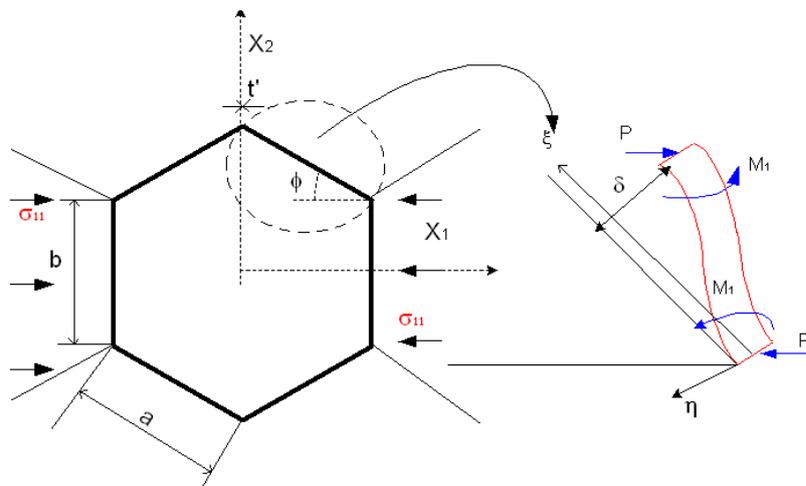
✓ **Expression de  $K_i$  dans le cas du pivotement :  $K_p$**

Le mécanisme par lequel le pivotement apparaît peut être envisagé par l'un des deux processus suivants : le cisaillement global ou la flexion locale. Le premier est irréaliste pour des macro-réseaux comme les nidas [60]. Pour le second mode plus important,  $K_p$  est [60] :

$$K_p = \frac{E_0 ht^3}{6a^2 l}, \quad (6)$$

où  $l \cong a/10$  (résultat expérimental) est la longueur axiale de la partie courbée du clinquant lors de la rotation.

Ceci conduit à une présentation des principaux résultats des modules dans le plan obtenus par Gibson [57] et Masters [60].



**Fig. 2** : Déformation des parois de cellule en flexion.

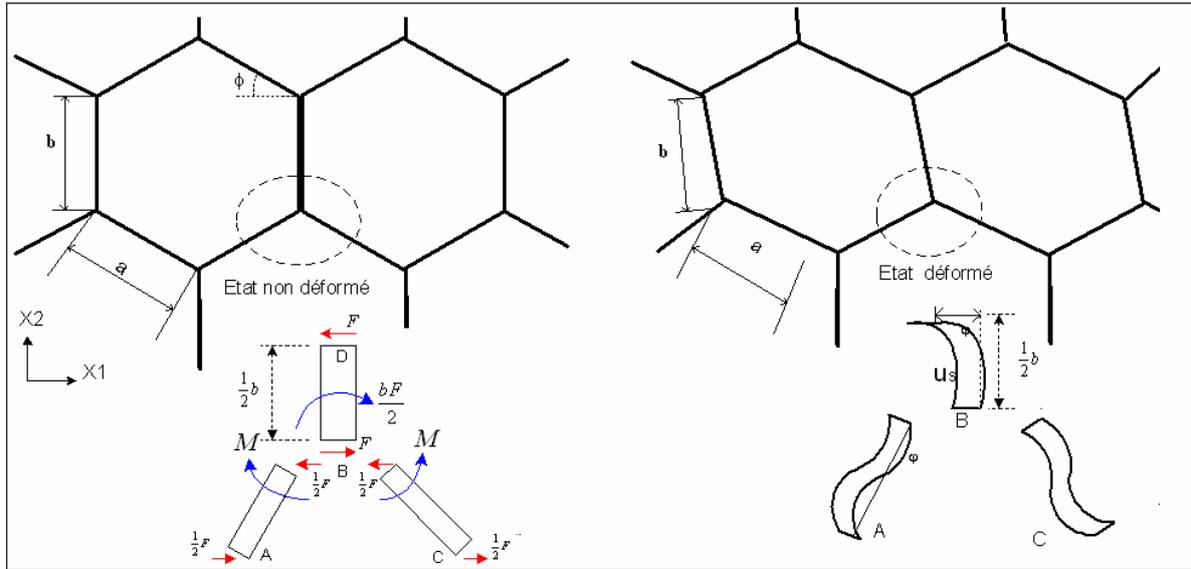


Fig. 3 : Déformation des parois de cellule en flexion.

III.2.2.1.2. Modèle de Gibson

En considérant la configuration géométrique et le système de coordonnées de la figure 3, Gibson et al [57] ont supposé que la déformation apparaît par la flexion des parois de cellules sous une charge externe appliquée. Traitant les parois comme des poutres et en utilisant des outils mécaniques simples, ils ont pu établir les équations suivantes pour les propriétés élastiques des nidas, exprimées ici en fonction de  $K_f$ :

$$E_1 = \frac{K_f(b/a + \sin\theta)}{h(\cos\theta)^3}, \tag{7}$$

$$E_2 = \frac{K_f \cos\theta}{h(b/a + \sin\theta)(\sin\theta)^2}, \tag{8}$$

$$v_{12} = \frac{\sin\theta(b/a + \sin\theta)}{(\cos\theta)^2}, \tag{9}$$

$$G_{12} = \frac{K_f(b/a + \sin\theta)}{h(b/a)^2(1 + 2b/a)\cos\theta}. \tag{10}$$

Le module de cisaillement  $G_{12}$  se calcule en considérant que les points A, B, C n'ont pas de mouvements relatifs dans le cas d'un état de cisaillement sur le nida. La symétrie aboutit que la déviation est uniquement due à la flexion et à la rotation du clinquant autour de B (Fig.3).

III.2.2.1.3. Modèle de Masters

En considérant les trois mécanismes de déformation des parois (**flexion, étirement et pivotement**) Masters et Evans [60] ont établi un modèle général. Le modèle d'**étirement** suppose que les parois se déforment par étirement suivant leurs axes sans variation d'angle. Par contre le modèle de **pivotement** suppose que les parois se déforment uniquement par les

variations de l'angle de cellule. En combinant les trois hypothèses, des relations ont été établies [57] :

$$E_1 = \frac{1}{\frac{h \cos \theta}{(b/a + \sin \theta)} \left[ \frac{(\cos \theta)^2}{K_f} + \frac{(\cos \theta)^2}{K_p} + \frac{(2b/a + (\sin \theta)^2)}{K_e} \right]}, \quad (11)$$

$$E_2 = \frac{1}{h(b/a + \sin \theta) \left[ \frac{(\sin \theta)^2}{K_f \cos \theta} + \frac{(\sin \theta)^2}{K_p \cos \theta} + \frac{\cos \theta}{K_e} \right]}, \quad (12)$$

$$v_{12} = \sin \theta (b/a + \sin \theta) \left[ \frac{\frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_p} - \frac{1}{K_e}}{\frac{(\cos \theta)^2}{K_f} + \frac{(\cos \theta)^2}{K_p} + \frac{(2b/a + (\sin \theta)^2)}{K_e}} \right], \quad (13)$$

$$G_{12} = \frac{1}{\left\{ \frac{h}{K_f} \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 \frac{(a+2b) \cos \theta}{(b+a \sin \theta)} \right] + \frac{1}{K_p} \left[ \frac{b \cos \theta (Cb^2 + 2a^2)}{Ca(b+a \sin \theta)} \right] + \frac{h(a(\cos \theta)^2 + (b+a \sin \theta) \sin \theta)}{K_e} \left[ \frac{\cos \theta}{(b+a \sin \theta)} + \frac{\sin \theta}{a \cos \theta} \right] \right\}}, \quad (14)$$

Où  $C = (a/b)^2$ .

### III.2.2.2. Propriétés hors du plan ( $x_1, x_2$ )

Ces propriétés sont intéressantes et jouent un rôle important dans les caractéristiques mécaniques des panneaux sandwichs une fois le nida et les peaux assemblées. Les cinq constantes ( $E_3, v_{13}, v_{23}, G_{13}, G_{23}$ ) sont nécessaires pour décrire les déformations hors du plan.

#### III.2.2.2.1. Détermination du module $E_3$

Ce module est donné par la relation suivante [61] :

$$E_3 = E_0 \frac{\text{Section de la cellule}}{2 \cdot \text{Surface hexagone}} ; \text{ section de la cellule} = 4at + 2bt,$$

$$\text{surface hexagone} = 2a \cos \theta \cdot b + 2a \cos \theta \cdot a \cdot \sin \theta,$$

$$E_3 = E_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{b/a + 2}{2(b/a + \sin \theta) \cos \theta} \quad (15)$$

### III.2.2.2.2. Détermination des coefficients de Poisson

Les coefficients  $\nu_{31}$  et  $\nu_{32}$  sont supposés égaux à  $\nu_0$  coefficient de Poisson du matériau constituant les parois de cellules [58] (cas de la traction suivant l'axe  $x_3$ ) :

$$\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_0 . \quad (16)$$

Grâce à la relation de réciprocité,  $\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j}$ , on en déduit :

$$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31} \text{ et } \nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32} \quad (17)$$

### III.2.2.2.3. Détermination des modules de cisaillement transverse $G_{13}$ , $G_{23}$

Le comportement du nid d'abeilles au cisaillement transverse dépend de deux modules  $G_{13}$  et  $G_{23}$ . Les peaux supérieure et inférieure du panneau sont soumises à un déplacement dans une direction quelconque perpendiculaire à  $X_3$  avec un champ de cisaillement fortement hétérogène au sein de la paroi. Les sections supérieure et inférieure de chaque paroi ont tendance à tourner et que ce mouvement est contrarié par la présence des peaux. Le modèle proposé par Gibson ne permet pas de déterminer les valeurs de ces modules de cisaillement. La tâche est plus difficile pour ces modules car la distribution des contraintes est plus compliquée. En utilisant les théorèmes énergétique Kelsey [62] puis Gibson [57] ont proposé des bornes pour les modules de cisaillement transverse. Les bornes sont identiques dans le plan  $(x_2, x_3)$ , en revanche elles sont distinctes dans le plan  $(x_1, x_3)$ . La tâche pour déterminer les modules de cisaillement est difficile, la distribution des contraintes est complexe dans ce cas de Figure. Les faces sur lesquelles on applique un cisaillement ne sont plus planes après déformation. On peut cependant utiliser des méthodes énergétiques pour borner ces modules. Cette approche initiée par Kelsey [62] s'est développée avec les approches micro-macro.

Rappelons les théorèmes des bornes :

- Borne Supérieure : Pour déterminer la borne supérieure, on utilise le principe du travail maximal. Il indique que l'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de déplacement virtuel compatible avec les conditions aux limites est supérieure à l'énergie utilisée par le champ de déplacement réel.
- Borne Inférieure : L'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de contraintes statiquement admissible (continu et vérifiant les conditions de bords) est inférieure à l'énergie de déformation obtenue par un champ de contraintes réelles.

Le principe des bornes est basé sur le concept de l'énergie minimale

- ✓ **Théorème de la borne supérieure**

Ce théorème stipule que l'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de déplacement virtuel, compatible avec les conditions limites, est supérieure à l'énergie utilisée par le champ de déplacement réel.

$$\frac{1}{2}G_{j3}\cdot\gamma_{j3}^2\cdot V\leq\frac{1}{2}\sum_i G_0\cdot\gamma_i^2\cdot V_i, \quad j = 1,2 \quad i : \text{nombre de paroi} \quad (18)$$

Dans cette étude le volume  $V = S\cdot h$  et  $V_i = S_i\cdot h$ ,

avec :  $S$  : surface en projection sur le plan( $x_1, x_2$ ) de l'hexagone,

$S_i$  : surface en projection sur le plan( $x_1, x_2$ ) de la paroi  $i$ .

#### ✓ Théorème de la borne inférieure

La théorie indique que parmi les champs de contraintes compatibles avec les conditions limites et l'équilibre en chaque point, l'énergie de déformation minimale est produit par le champ réel des contraintes :

$$\frac{1}{2}\frac{\tau_{j3}^2}{G_{j3}}\cdot V\leq\frac{1}{2}\sum_i \frac{\tau_i^2}{G_0}\cdot V_i, \quad j = 1, 2. \quad (19)$$

Ces deux théorèmes ont permis d'obtenir les formulations suivantes :

$$G_{23}=G_0\left(\frac{t}{a}\right)\frac{\cos\theta}{b/a+\sin\theta}, \quad (20)$$

$$G_0\left(\frac{t}{a}\right)\frac{b/a+\sin\theta}{(1+2b/a)\cos\theta}\leq G_{13}\leq G_0\left(\frac{t}{a}\right)\frac{b/a+2(\sin\theta)^2}{2(b/a+\sin\theta)\cos\theta}. \quad (21)$$

$G_0$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.

#### ✓ Remarques

Le cas le plus courant correspond à des nidas fabriqués à partir de feuilles de métal découpées, embouties et collées les unes sur les autres. On a dans ce cas  $t'=2t$ , et les relations qui changent sont les suivantes :

$I_3$  : moment quadratique du clinquant central avec  $I_3=h(2t)^3/12$ ,

Section de la cellule est égale à  $= 4at+4bt$ , (Fig.4)

$$G_{12}=\frac{K_f(b/a+\sin\theta)}{h(b/a)^2(1+b/(4a))\cos\theta}, \quad (\text{modèle de Gibson}) \quad (22)$$

$$G_{12} = \frac{1}{\left\{ \frac{h}{K_f} \left[ \frac{b^2(a+b/4)\cos\theta}{a(b+asin\theta)} \right] + \frac{1}{K_p} \left[ \frac{b\cos\theta(Cb^2+2a^2)}{Ca(b+asin\theta)} \right] + \frac{h(a(\cos\theta)^2+(b+asin\theta)\sin\theta)}{K_e} \left[ \frac{\cos\theta}{(b+asin\theta)} + \frac{\sin\theta}{acos\theta} \right] \right\}} \quad (\text{modèle de Masters}) \quad (23)$$

$$E_3 = E_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{b/a+1}{(b/a+\sin\theta)\cos\theta} \quad (24)$$

$$G_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{b/a+\sin\theta}{(1+b/a)\cos\theta} \leq G_{13} \leq G_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{b/a+(\sin\theta)^2}{(b/a+\sin\theta)\cos\theta} \quad (25)$$

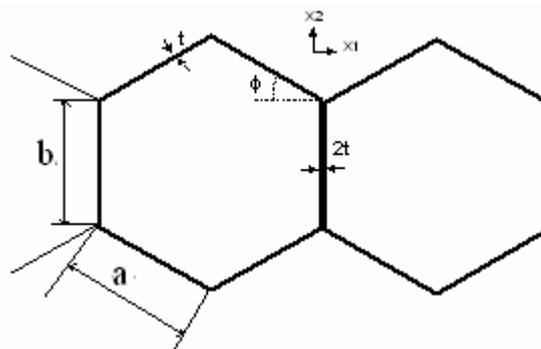
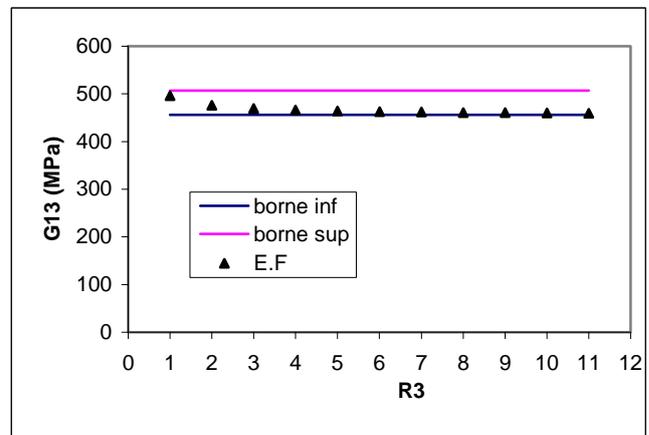
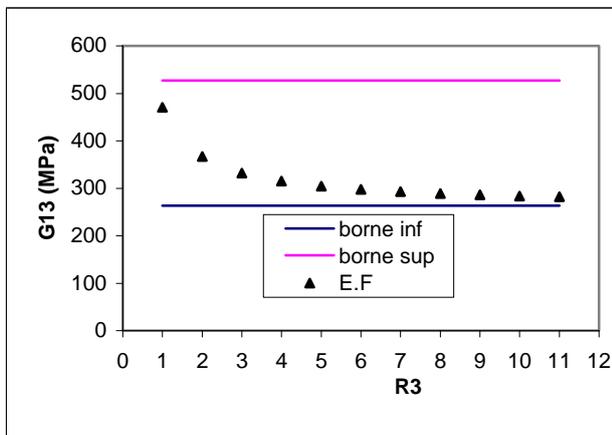


Fig. 4 : Section de cellules nida

III.2.2.2.4. Modèle de Grédiac pour le calcul du module  $G_{13}$

L'analyse par éléments finis (E.F) a été abordée par M.Grédiac [63]. L'auteur y présente la démarche à suivre pour déterminer le module de cisaillement élastique homogénéisé  $G_{13}$ . Il s'est inspiré du modèle de Gibson[Gibson, 1988] en prenant en compte la double épaisseur des clinquants centraux.

Il définit alors le nida par quatre grandeurs sans dimension :  $R_1=t/b$ ,  $R_2=a/b$ ,  $R_3=h/a$  et  $R_4=t'/t$ . La figure 5 présente les valeurs de  $G_{13}$  en fonction de  $R_3$  pour deux valeurs d'angle  $\theta$ .



**Fig. 5:**  $G_{13}$  en fonction de  $R_3$  respectivement pour  $\theta=0^\circ$  (gauche) et  $\theta=30^\circ$  (droite).

On peut remarquer que la borne inférieure est une bonne approximation pour des valeurs de  $R_3$  assez grandes, et un écart maximal entre les bornes pour  $\theta=0^\circ$  existe.

Le lissage de la courbe permet d'obtenir la relation empirique suivante pour calculer  $G_{13}$ , en fonction de  $R_3$  :

$$G_{13} = G_{13}^{\text{mini}} + \frac{k}{R_3} \left( G_{13}^{\text{maxi}} - G_{13}^{\text{mini}} \right) \quad \text{où } k=0.787 \text{ (selon Grédiac)} \quad (26)$$

Il est à noter que la recherche de précision sur les modules élastiques homogénéisés (surtout  $G_{13}$ ) a motivé plusieurs chercheurs. Considérant que les modèles mathématiques (Gibson et Masters) présentés plus haut ont été établis sur la base des structures cellulaires pures et que l'effet des peaux n'a pas été pris en compte, Grédiac [63], Shi et Tong [61], Becker [65], Xu et Qiao [66], puis Chen et Davalos [67] ont introduit cet effet dans leurs études. Les équations analytiques développées dans ces études sont généralement implicites ou lourdes à manipuler. Récemment Chen et Davalos [68] ont pu caractériser les modules élastiques du nida et la distribution du champ des contraintes en considérant les effets de peaux. A priori leur formulation analytique semble valider la formulation empirique de M. Grédiac [63], présentée par la relation (26). Les courbes (Fig.6) représentent l'évolution de  $G_{13}$  en fonction de  $R_3$  pour  $k=0.787$  et  $k=1$ . La figure 7 montre que l'erreur en fonction de la grandeur  $R_3$  pour  $\theta=0^\circ$  est inférieure à 2% pour les valeurs de  $R_3 \geq 10$ .

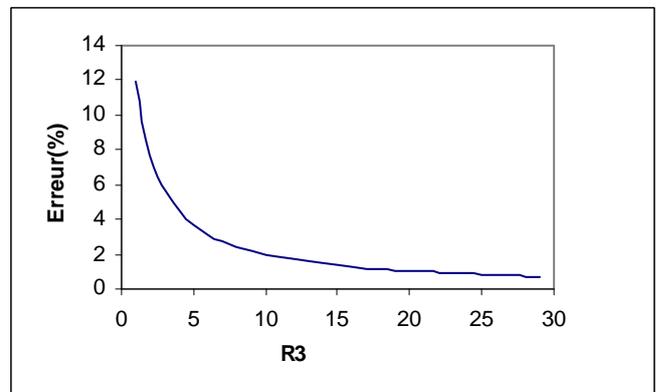
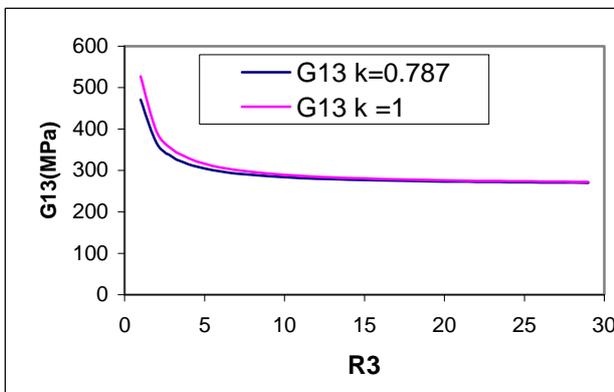


Fig.6 : Evolution de  $G_{13}$  en fonction de  $R_3$  pour  $k=0.787$  et  $k=1$  avec  $\theta=0^\circ$ . Fig.7 : Erreur relative en fonction de  $R_3$  pour  $\theta=0^\circ$ .

La figure 8 regroupe les approches analytiques utilisées pour l'homogénéisation de l'âme en nid d'abeilles(Nida).

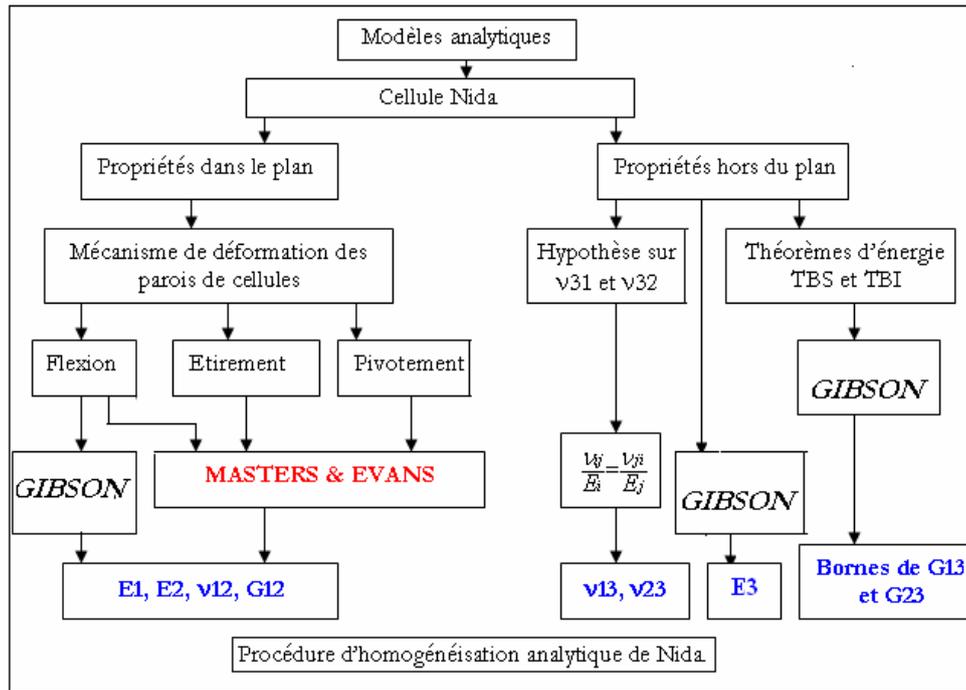


Fig. 8 : Modèles pour l'homogénéisation analytique du Nida

Gibson	Masters&Evans
$E_1 = \frac{K_f(b/a + \sin \theta)}{h(\cos \theta)^3}$	$E_1 = \frac{1}{\frac{h \cos \theta}{(b/a + \sin \theta)} \left[ \frac{(\cos \theta)^2}{K_f} + \frac{(\cos \theta)^2}{K_p} + \frac{(2b/a + (\sin \theta)^2)}{K_e} \right]}$
$E_2 = \frac{K_f \cos \theta}{h(b/a + \sin \theta)(\sin \theta)^2}$	$E_2 = \frac{1}{h(b/a + \sin \theta) \left[ \frac{(\sin \theta)^2}{K_f \cos \theta} + \frac{(\sin \theta)^2}{K_p \cos \theta} + \frac{\cos \theta}{K_e} \right]}$
$E_3 = E_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{b/a + 2}{2b/a + \sin \theta \cos \theta}$	-
$\nu_{12} = \frac{\sin \theta (b/a + \sin \theta)}{(\cos \theta)^2}$	$\nu_{12} = \sin \theta (b/a + \sin \theta) \left[ \frac{\frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_p} - \frac{1}{K_e}}{\frac{(\cos \theta)^2}{K_f} + \frac{(\cos \theta)^2}{K_p} + \frac{(2b/a + (\sin \theta)^2)}{K_e}} \right]$
$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_0$	-
$\nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_0$	-
$G_{12} = \frac{K_f(b/a + \sin \theta)}{h(b/a)^2(1 + 2b/a) \cos \theta}$	$G_{12} =$
$G_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{b/a + \sin \theta}{1 + 2b/a \cos \theta} \leq G_{13} \leq G_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{b/a + 2(\sin \theta)^2}{2b/a + \sin \theta \cos \theta}$	-
$G_{23} = G_0 \left( \frac{t}{a} \right) \frac{\cos \theta}{b/a + \sin \theta}$	-
$G_{12} = \frac{1}{\left\{ \frac{h}{K_f} \left[ \frac{b^2(a + 2b \cos \theta)}{a(b + \sin \theta)} \right] + \frac{1}{K_p} \left[ \frac{b \cos \theta (Cb + 2a^2)}{Cab + \sin \theta} \right] + \frac{h[a(\cos \theta)^2 + b + \sin \theta \sin \theta]}{K_e} \left[ \frac{\cos \theta}{(b + \sin \theta)} + \frac{\sin \theta}{a \cos \theta} \right] \right\}}$	

Tableau 2 : Modules élastiques homogénéisés selon Gibson et Masters&Evans.

Le tableau 2 donne une récapitulation des expressions analytiques des modules élastiques homogénéisés selon les auteurs Gibson et Masters&Evans.

### III.2.2.3 Application des modèles analytique au Nida en aluminium ECM 9,6-55

Le Nida est en aluminium 3003 HI 9 de densité  $55 \text{ kg/m}^3$  et de propriétés mécaniques :  $E_0=69000\text{MPa}$ ,  $G_0=25940\text{MPa}$  et  $\nu_0=0.33$ .

Les paramètres géométriques d'une cellule nida (tableau 1) sont :

$$\phi=9.6\text{mm}, t=76\mu\text{m}, a=b=\phi/\sqrt{3}=5.543\text{mm}, h=8.8\text{mm}, \theta=30^\circ \text{ et } R_3=1.588.$$

Le tableau 3 donne le résultat des modules élastiques homogénéisés.

Modèles Modules	Gibson	Masters	Kelsey (Sup.)	Kelsey (Inf.)	Grédiac k=0.787	Grédiac k=1
$E_1(\text{MPa})$	0.3948	0.293329	-	-	-	-
$E_2(\text{MPa})$	0.3948	0.293329	-	-	-	-
$E_3(\text{MPa})$	1 078,1	-	-	-	-	-
$\nu_{12}$	1	0.999463	-	-	-	-
$\nu_{13}$	0,00012	-	-	-	-	-
$\nu_{23}$	0,00012	-	-	-	-	-
$G_{12}(\text{MPa})$	0.0987	0.153571	-	-	-	-
$G_{23}(\text{MPa})$	205.358	-	205.358	205.358	-	-
$G_{13}(\text{MPa})$		-	342.264	308.038	325.003	329.595

**Tableau 3** : Modules élastiques homogénéisés du nida ECM 9.6-55.

### III.3. Homogénéisation numérique

Les modèles utilisés sont guidés par les études et les simulations effectuées par de nombreuses équipes de recherches [68], [63]. Le modèle de Nida comprend 40 cellules maillées avec des éléments plaques à 4 nœuds et 6 degrés de liberté. Chaque clinquant contient 48 éléments : 12 suivant la hauteur ( $L_z$ ) et 4 suivant la longueur ( $L_x$ ). Pour calculer les différents modules, un déplacement est imposé à la face du Volume Élémentaire Représentatif (VER) dans une direction donnée, la face opposée étant fixe. Les symétries sont prises en compte au niveau des conditions aux limites. Le nid d'abeilles est assimilé à un matériau orthotrope de part ses propriétés directionnelles et ses plans de symétries. L'objectif essentiel de l'homogénéisation numérique, appliquée à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif du nids d'abeilles est la détermination des propriétés élastiques et de comparer ces résultats aux résultats analytiques. Le schéma d'homogénéisation numérique du Nida est présenté par l'organigramme (Fig.9).

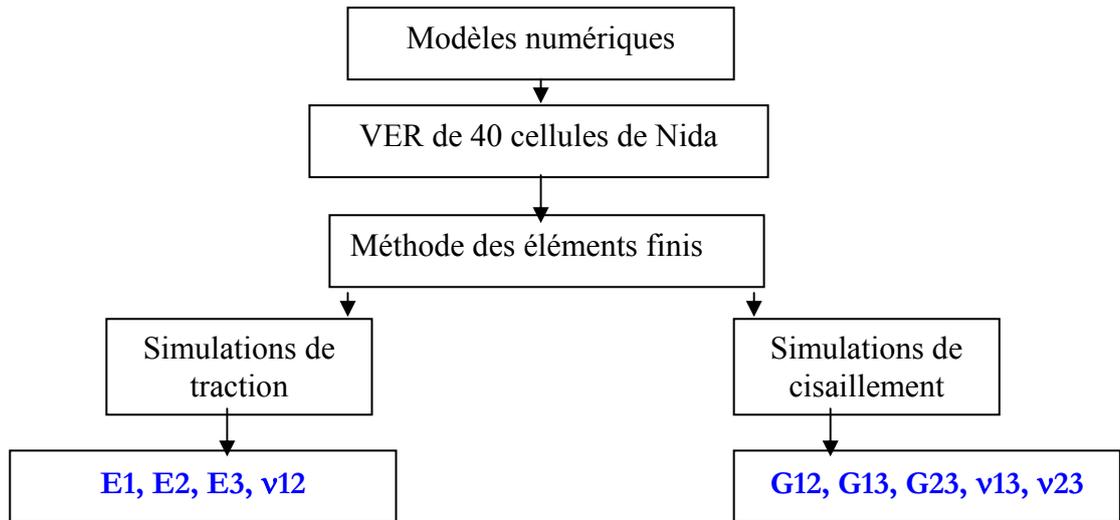


Fig. 9 : Schéma d'homogénéisation numérique du Nida.

### III.3.1. Application de l'homogénéisation numérique pour le nida ECM 9,6-55

La structure nida à étudier est un panneau de nids d'abeilles en aluminium 3003 HI 9 de taille de cellule de 9,6mm et de densité de  $55\text{kg/m}^3$ . Elle est formée des hexagones réguliers dont les dimensions (tableau 1) et les caractéristiques mécaniques sont :

$$E_0=69000 \text{ Mpa}, \nu=0.33, G_0=25940 \text{ MPa.},$$

$$t=76\mu\text{m}, a = b = \phi / \sqrt{3} = 5.543\text{mm}, h=8.8\text{mm}, \theta=30^\circ$$

Le choix de V.E.R est dicté par le souci de comparaison et de vérification de nos résultats avec d'autres équipes de recherche. Les longueurs  $L_x$ ,  $L_y$  et  $L_z$  du volume élémentaire représentatif présentées dans la figure 10 sont :

$$L_x = 77,595\text{mm}, L_y = 43,199\text{mm}, L_z = 8,80\text{mm}$$

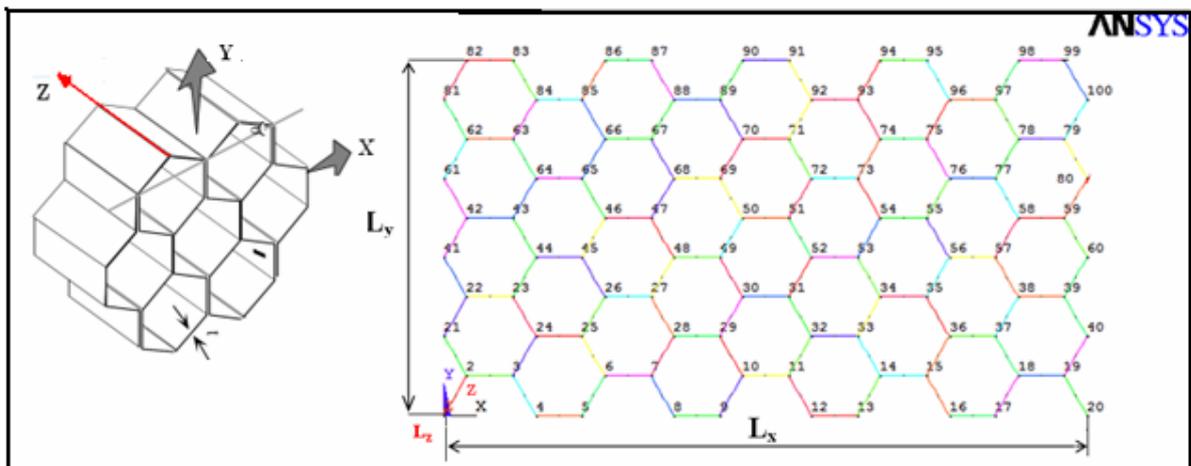
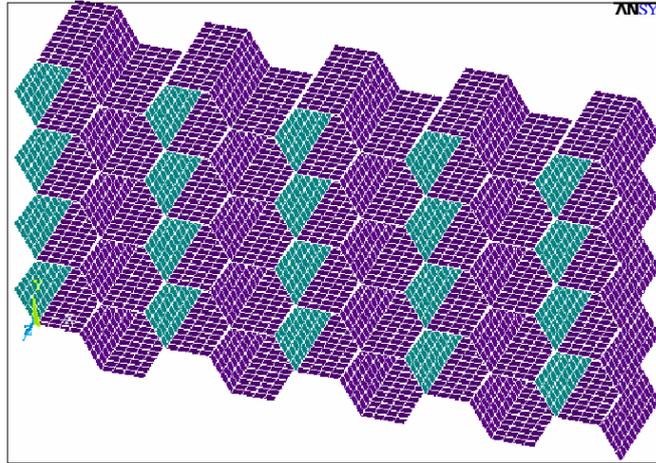


Fig. 10 : V.E.R du Nida utilisé

### III.3.1.1. Procédure d'homogénéisation du nida

Les simulations sont réalisées sur le code de calcul ANSYS 10. Le maillage du V.E.R, (composé de 40 cellules) est effectué avec des éléments coques à 4 nœuds à 6 degrés de libertés par nœud (Shell 63). Il a l'avantage de ne pas alourdir le calcul en gardant une bonne précision des résultats. Le maillage utilisé en 3D est illustré sur la figure 11. Le maillage compte 6480 éléments et 6565 nœuds (Fig.10).



**Fig. 10** : maillage utilisé en 3D pour le V.E.R de nida

Neuf simulations sont nécessaires pour déterminer les neuf constantes (Fig.11 et 12) :

- Trois simulations de traction suivant une direction  $i$  ( $i = x, y, z$ ) permettent de déterminer les 3 modules  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  et les 6 coefficients de Poisson.
- Six simulations de cisaillement suivant les plans  $xy$ ,  $yz$ ,  $xz$  (2 simulations par plan) permettent de déterminer les 6 coefficients de cisaillement

Les relations de comportement en traction sont ceux de l'élasticité linéaire uniaxiale, avec des transformations simples :  $\sigma_i = E_i \varepsilon_i$ ,  $\sigma_i = \frac{F_i}{S_i}$  (27)

Avec  $F_i$  la force de liaison du VER suivant la direction  $i$  (déduite à partir du déplacement  $\delta U_i$  imposé) et  $S_i$  est la surface perpendiculaire au déplacement imposé. On appliquant un déplacement  $\delta U_i$  de 1 mm, le code de calcul par éléments finis ANSYS utilisé, nous permet de déterminer les efforts  $F_i$ , donc le calcul de  $E_i$ .

Les déformations  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_j$  sont :  $\varepsilon_i = \frac{\delta U_i}{l_i}$  et  $\varepsilon_j = \frac{\delta U_j}{l_j}$  (28)

Par la suite, les coefficients de Poisson sont déterminés à l'aide de la relation suivante :

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i}, \quad i \neq j, \quad \text{avec } i, j = x, y, z. \quad (29)$$

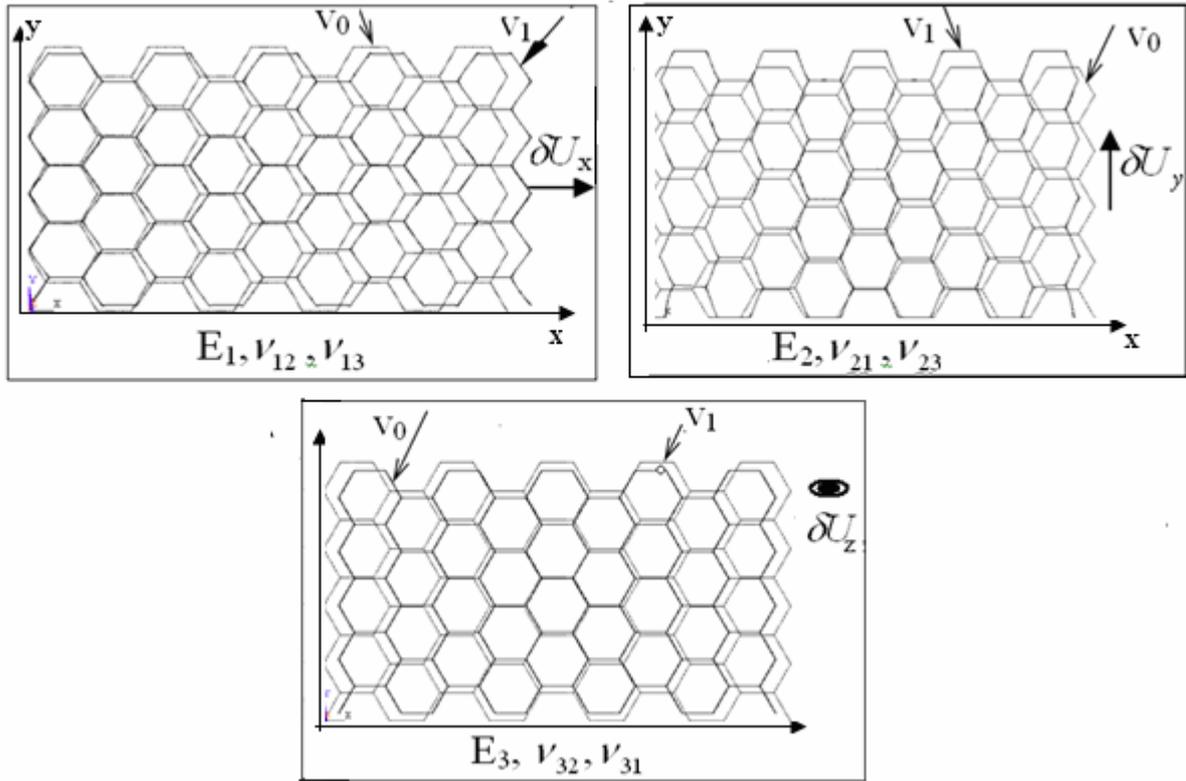


Fig. 11 : V.E.R non déformé ( $V_0$ ) et déformé ( $V_1$ ) après simulation en traction pour les trois directions.

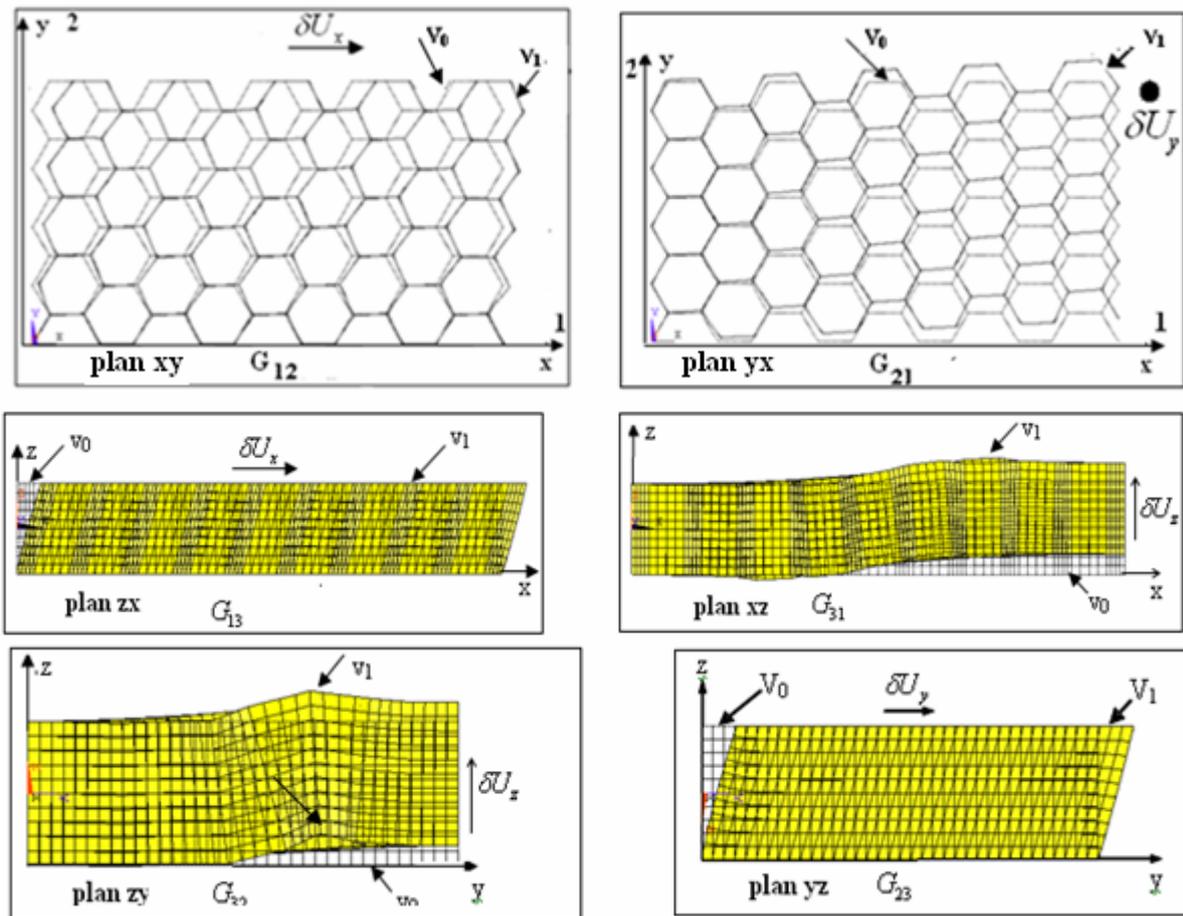


Fig. 12 : V.E.R non déformé ( $V_0$ ) et déformé ( $V_1$ ) après simulation en cisaillement

### III.3.1.2. Résultats de l'homogénéisation des constantes de l'ingénieurs

#### III.3.1.2.1 Constantes d'élasticités en traction du nida

Les trois simulations de traction, montrées par la figure 11, suivant les directions  $(x, y, z)$  permettent de déterminer les trois modules  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  et les 6 coefficients de Poisson. Les tableaux 5, 7, 9 donnent les résultats issus de la simulation des modules d'élasticité en traction, respectivement suivant les trois directions  $x, y, z$ .

Les conditions aux limites sont choisies de telle façon à s'approcher du modèle réel et éviter l'obtention des erreurs des calculs. Une seconde simulation du déplacement selon X, est effectuée pour améliorer les résultats en supposant que tous les points des surfaces latérales ont le même déplacement  $U_y$  (Couplage des bords libres). Le tableau 4 regroupe les conditions aux limites appliquées dans le cas de la traction suivant X, qui sont :

Conditions aux limites	
X = 0	$U_x = 0$ mm
X = $L_x$	$U_x = 1$ mm
Y = $L_y/2$	$U_y = 0$ mm
Z = $L_z/2$	$U_z = 0$ mm

**Tableau 4 : Conditions aux limites dans le cas de la traction suivant X.**

	t (mm)	Sans couplage	Avec couplage
	0.075		
	$\delta l_x$ (mm)	1	1
	$\delta l_y$ (mm)	0,58572	0,51925
	$\delta l_z$ (mm)	$0,3456 \cdot 10^{-4}$	$0,1256 \cdot 10^{-4}$
	$\epsilon_x$	0,012887	0,012887
	$\epsilon_y$	0,013558	0,012019
	$\epsilon_z$	$0,039279 \cdot 10^{-4}$	$0,014278 \cdot 10^{-4}$
	$F_x$ (N)	1.7511	1,9001
	$\sigma_x$ (MPa)	0,00046	0,004997
ANSYS	$E_x$ (MPa)	0,3574	0,38782
	$\nu_{xy}$	1	0,9327
	$\nu_{xz}$	$3,0479 \cdot 10^{-4}$	$1,1079 \cdot 10^{-4}$
Gibson	$E_x$ (MPa)	0.3948	0,3949
	$\nu_{xy}$	1	1
	$\nu_{xz}$	$1,2085 \cdot 10^{-4}$	$1,2085 \cdot 10^{-4}$
Erreur %	$E_x$	9,47	1,7
Erreur %	$\nu_{xy}$	$\approx 0$	6,7

**Tableau 5 : Résultats de la traction suivant X**

La détermination du module d'élasticité suivant (Y) est effectuée en imposant un déplacement de 1 mm suivant la direction (Y). Les conditions aux limites sont illustrées par le tableau 6.

Conditions aux limites	
Y=0	$U_y=0$ mm
Y= $L_y$	$U_y=1$ mm
X= $L_x/2$	$U_x=0$ mm
Z= $L_z/2$	$U_z=0$ mm

**Tableau 6 : Conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Y.**

Une seconde simulation du déplacement selon Y est effectuée pour améliorer les résultats en supposant que tous les points des surfaces latérales ont le même déplacement  $U_y$  (Couplage des bords libres).

	t (mm)	Sans couplage	Avec couplage
	0,075		
	$\delta l_x$ (mm)	2,4446	1,921
	$\delta l_y$ (mm)	1	1
	$\delta l_z$ (mm)	$0,5919 \cdot 10^{-4}$	$0,25872 \cdot 10^{-4}$
	$\epsilon_x$	0,03150	0,024783
	$\epsilon_y$	0,023148	0,023148
	$\epsilon_z$	$0,067265 \cdot 10^{-4}$	$0,00294 \cdot 10^{-4}$
	$F_y$ (N)	6,9040	12,848
	$\sigma_y$ (MPa)	0,01011	0,09643
ANSYS	$E_y$ (MPa)	0,4367	0,4166
	$\nu_{yx}$	$\approx 1$	$\approx 1,07$
	$\nu_{yz}$	0,00029	0,000127
Gibson	$E_y$ (MPa)	0,3948	0,3948
	$\nu_{yx}$	1	1
	$\nu_{yz}$	0,0002905	0,0002905
Erreur %	$E_y$	9,61	5,23
Erreur %	$\nu_{yx}$	$\approx 0$	$\approx 0$

**Tableau 7 :** Résultats de la traction suivant Y

La détermination du module d'élasticité suivant Z est effectuée en imposant un déplacement de 0.1 mm suivant la direction Z. Les conditions aux limites sont données par le tableau 8.

Conditions aux limites	
Z=0	$U_z=0$ mm
Z= $l_z$	$U_z=0.1$ mm
X= $l_x/2$	$U_x=0$ mm
Y= $l_y/2$	$U_y=0$ mm

**Tableau 8 :** Conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Z.

Une seconde simulation du déplacement suivant Z est effectuée pour améliorer les résultats, en supposant que tous les points des surfaces latérales ont le même déplacement (Couplage des bords libres).

	t (mm)	Sans couplage	Avec couplage
	0,075		
	$\delta l_x$ (mm)	0.29098	0.29098
	$\delta l_y$ (mm)	0.11620	0.11620
	$\delta l_z$ (mm)	0.1	0.1
	$\epsilon_x$	0.00375	0.00375
	$\epsilon_y$	0.00375	0.00375
	$\epsilon_z$	0.01136	0.01136
	$F_z$ (N)	44001	44001
	$\sigma_z$ (MPa)	13,1265	13,126
ANSYS	$E_z$ (MPa)	1155,501	1155,501
	$\nu_{zx}$	0.33	0.33
	$\nu_{yz}$	0.33	0.33
Gibson	$E_z$ (MPa)	1 078,1	1 078,1
	$\nu_{zx}$	0.33	0.33
	$\nu_{yz}$	0.33	0.33
Erreur %	$E_z$	6.69	6.69
Erreur %	$\nu_{zx}$	0	0

**Tableau 9 :** Résultats de la traction suivant Z.

Nous pouvons remarquer que les simulations suivant l'axe X et Y (tableau 7 et 9, les erreurs pour les modules  $E_x$  et  $E_y$  sont plus importantes, soit 9,50% environ par rapport au modèle de Gibson. Tandis que, les erreurs de  $E_z$  sont moins importantes que celles des modules  $E_x$  et  $E_y$ . Les résultats de la simulation sont proches de ceux obtenus du modèle de Gibson. On ne remarque aucune différence au niveau des coefficients de Poisson. Le champ de déplacement est homogène dans le plan (x, y).

### III.3.1.2.1 Constantes d'élasticités en cisaillement du nida

De même, la détermination des modules de cisaillements  $G_{ij}$  nécessite l'utilisation des lois du comportement élastique. Des simulations de cisaillement sont indispensables à la détermination de  $G_{ij}$ , en bloquant les déplacements d'une face et en appliquant un déplacement de cisaillement sur la face opposée (Fig.12). La loi du comportement dans le cas d'une sollicitation de cisaillement est :

$$G_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad i \neq j \quad \text{et} \quad i, j = x, y, z \quad (30)$$

La contrainte de cisaillement est :  $\tau_{ij} = \frac{F_i}{S_{ik}}$ ,  $i \neq j \neq k$ .  $S_{ik} = l_i \cdot l_k$  (31)

La déformation de cisaillement est :  $\gamma_{ij} \approx \tan \gamma_{ij} = \frac{\delta U_i}{l_j}$ , (12)

Les tableaux 11, 13, 15, 17, 19, 21 donnent les résultats des modules d'élasticité en cisaillement, respectivement suivant les plans XY, YX, XZ, ZX, YZ, ZY.

$F_i$  est calculée par la simulation par éléments finis avec ANSYS. La détermination du module de cisaillement  $G_{xy}$  est effectuée en imposant un déplacement de 0.1 mm suivant la direction X. Les conditions aux limites sont les suivantes (Tableau 10) :

Conditions aux limites	
Y=0	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm
Y=l <sub>y</sub>	U <sub>x</sub> =0.1 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm

**Tableau 10** : Conditions aux limites pour déterminer  $G_{xy}$

t (mm) = 8.8		
$\delta l_x$ (mm)		0.1
$\gamma_{xy}$		0,0023148
$F_x$ (N)		0,16285
	$\tau_{xy}$ (MPa)	0,00023849
ANSYS	$G_{xy}$ (MPa)	0,10302
Gibson	$G_{xy}$ (MPa)	0.0987
Erreur %	$G_{xy}$	4,19

**Tableau 11** : Résultats du cisaillement dans le plan (XY).

La détermination du module de cisaillement  $G_{yx}$  est effectuée en imposant un déplacement de 0.1 mm suivant la direction Y. Les conditions aux limites sont les suivantes (tableau 12) :

Conditions aux limites	
X=0	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm
X=l <sub>x</sub>	U <sub>x</sub> =0mm U <sub>y</sub> =0.1 mm U <sub>z</sub> =0 mm

**Tableau 12** : Conditions aux limites pour déterminer  $G_{yx}$ .

t (mm) = 8.8		
$\delta l_y$ (mm)	0.1	
$\gamma_{yx}$	0,001288	
F <sub>y</sub> (N)	0,04074	
	$\tau_{yx}$ (MPa)	1,0716.10 <sup>-04</sup>
ANSYS	$G_{yx}$ (MPa)	0,08320

**Tableau 13** : Résultats du cisaillement dans le plan (YX).

Dans le cas du module  $G_{yx}$ , Gibson ne donne pas de valeur comparative. Ce module est très faible et donc peu important.

La détermination du module de cisaillement  $G_{xz}$  est effectuée en imposant un déplacement de 0.1 mm suivant la direction X. Les conditions aux limites sont les suivantes (tableau 14) :

Conditions aux limites	
Z=haut	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm
Z=-haut	U <sub>x</sub> =0.1 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm

**Tableau 14** : Conditions aux limites pour déterminer  $G_{xz}$

t (mm) = 8.8		
$\delta l_x$ (mm)	0.1	
$\gamma_{xz}$	0.0113636	
F <sub>x</sub> (N)	8062,7	
	$\tau_{xz}$ (MPa)	2,4053
ANSYS	$G_{xz}$ (MPa)	319,666
Gibson (Grédiac)	$G_{xz \text{ mini}}$	308.3941
	$G_{xz \text{ maxi}}$	342.6601

**Tableau 15** : Résultats du cisaillement dans le plan (XZ).

La détermination du module de cisaillement  $G_{zx}$  est effectuée en imposant un déplacement de 0.1 mm suivant la direction Z. Les conditions aux limites sont les suivantes (tableau 16) :

Conditions aux limites	
X=0	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm
X=1 <sub>x</sub>	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0.1 mm

**Tableau 16** : Conditions aux limites pour déterminer  $G_{zx}$

t (mm) 8.8		
$\delta l_z$ (mm)	0.1	
$\gamma_{zx}$	0.001288	
F <sub>z</sub> (N)	0,091448	
	$\tau_{zx}$ (MPa)	0.000240
ANSYS	$G_{zx}$ (MPa)	0,18675

**Tableau 17** : Résultats du cisaillement dans le plan (ZX).

Dans le cas du module  $G_{zx}$ , Gibson ne donne pas de valeur comparative, parce que il est très faible.

La détermination du module de cisaillement  $G_{yz}$  est effectuée en imposant un déplacement de 0.1 mm suivant la direction Y. Les conditions aux limites sont les suivantes (tableau 18) :

Conditions aux limites	
Z= haut	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm
Z= -haut	U <sub>x</sub> =0mm U <sub>y</sub> =0.1 mm U <sub>z</sub> =0 mm

**Tableau 18** : Conditions aux limites pour déterminer le module de cisaillement  $G_{yz}$ .

	$\delta l_y$ (mm)	0.1
	$\gamma_{yz}$	0.0113636
	F <sub>y</sub> (N)	8014
	$\sigma_{yz}$ (Mpa)	2.39076
ANSYS	$G_{yz}$ (Mpa)	210.3879
Gibson	$G_{yz}$ (Mpa)	205.5961
Erreur %	$G_{yz}$	2.27

**Tableau 19** : Résultats du cisaillement dans le plan (YZ).

Les résultats entre Gibson et Ansys sont très proches car l'écart est d'environ 2,27%. Ce module est également important dans le comportement des structures sandwichs.

La détermination du module de cisaillement  $G_{zy}$  est effectuée en imposant un déplacement de 0.1 mm suivant la direction Z. Les conditions aux limites sont les suivantes (tableau 20) :

Conditions aux limites	
Y=0	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0 mm
Y=l <sub>y</sub>	U <sub>x</sub> =0 mm U <sub>y</sub> =0 mm U <sub>z</sub> =0.1 mm

**Tableau 20** : Conditions aux limites pour déterminer  $G_{zy}$ .

t (mm)	8.8	
$\delta l_z$ (mm)	0.1	
$\gamma_{zy}$	0.003472	
F <sub>z</sub> (N)	36.570	
	$\sigma_{zy}$ (MPa)	0.08033
ANSYS	$G_{zy}$ (MPa)	23.138

**Tableau 21** : Résultats du cisaillement dans le plan (ZY).

Le module de cisaillement  $G_{zy}$  est très inférieur aux modules  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$ , environ neuf fois plus petit que  $G_{yz}$  et treize fois inférieur à  $G_{xz}$ . Ce module n'a pas une grande importance dans le comportement des structures sandwichs.

### III.4. Modélisation des panneaux sandwichs en flexion

#### III.4.1. Introduction

L'utilisation des composites dans des structures à haute tenue mécanique (avionique, spatial, freinage) nécessite la maîtrise du champ de contraintes. Le dimensionnement des pièces composites multicouches comportant des singularités, qui sont le siège d'état de contraintes complexes, constitue un des soucis majeurs des industriels.

Plusieurs travaux ont été effectués sur les plaques, les poutres et les coques par divers auteurs. Les premières théories furent celles de type Kirchhoff-Love [69]. Ces théories qualifiées de premier ordre (en raison de leur dépendance linéaire suivant la surface moyenne) sont des théories de flexion applicables essentiellement à des structures minces, pour lesquelles les effets de flexion (correspondant aux rotations des fibres autour des tangentes à la surface de référence) prédominent par rapport à ceux dus au cisaillement. Des théories applicables à des structures épaisses ou non envisagées par Reissner [70], permettent d'assurer la continuité du cisaillement transverse à la traversée des interfaces. Touratier [71] propose une nouvelle approche dont le but est de mettre en place une théorie simple mais raffinée permettant la prise en compte du cisaillement transverse, pour des structures composites multicouches, épaisses ou non. La nouveauté par rapport aux approches antérieures réside dans l'introduction d'une fonction sinusoïdale pour représenter la part due au cisaillement dans le champ de déplacements.

### III.4.2 Modélisation numérique en flexion d'un panneau sandwich

La modélisation numérique d'un panneau sandwich en flexion quatre points est effectuée en 3D sur un élément cubique à huit nœuds et six degrés de liberté. Pour des raisons de symétrie, le modèle de base est constitué d'un quart de la plaque (Fig.12). Les conditions aux limites appliquées sont : au niveau de l'appui, fixation de la translation  $U_z$ , au niveau de la symétrie sur la face 1, fixation de la translation  $U_x$  et des rotations  $\theta_y$  et  $\theta_z$ , puis sur la face 2, fixation de la translation  $U_y$  et des rotations  $\theta_x$  et  $\theta_z$ .

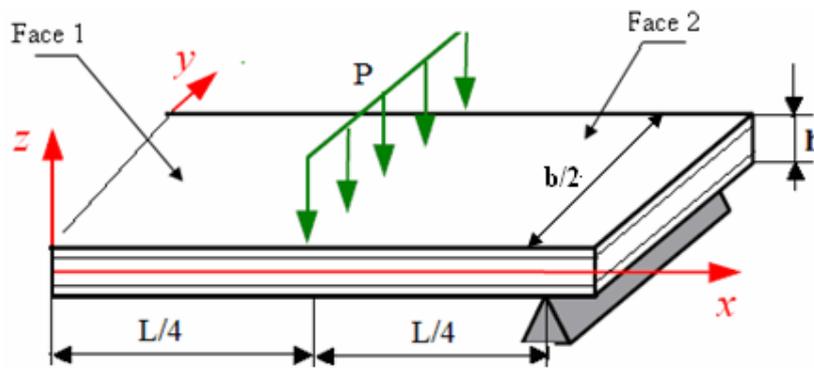


Figure 12 : Modélisation numérique d'un quart de plaque par Castem 2006.

Les peaux de la plaque sandwich sont constituées en aluminium AlMg3 (5754), de caractéristiques mécaniques :  $E_0 = 69000$  MPa,  $G_0 = 25940$  MPa et  $\gamma_0 = 0.33$ .

L'âme en nid d'abeilles est en aluminium 3003 HI 9 de densité  $55 \text{ kg/m}^3$ , dont les propriétés mécaniques homogénéisées sont :  $E_1 = 0.3948$  MPa,  $E_2 = 0.3948$  MPa,  $E_3 = 1078,1$  MPa,  $\gamma_{12} = 1$ ,  $\gamma_{23} = \gamma_{13} = 0,00012$ ,  $G_{12} = 0.0987$  MPa,  $G_{23} = 205,596$  MPa et  $G_{13} = 319,666$  MPa. Les dimensions de l'éprouvette sont :  $L = 420 \text{ mm}$ ,  $b = 250 \text{ mm}$  et  $h = 10 \text{ mm}$ .

La convergence du maillage est acquise à 9000 éléments répartis en 50 élément suivant X, 12 éléments dans l'épaisseur de l'âme, 3 éléments dans l'épaisseur de chaque peau et 10 éléments suivant Y. Le programme de Castem élaboré pour la simulation numérique se trouve en annexe 3.

#### II.4.2.1. Résultats de la modélisation numérique

La figure 13 montre les positions de la plaque avant et après déformation en flexion, réalisées par le code Castem.

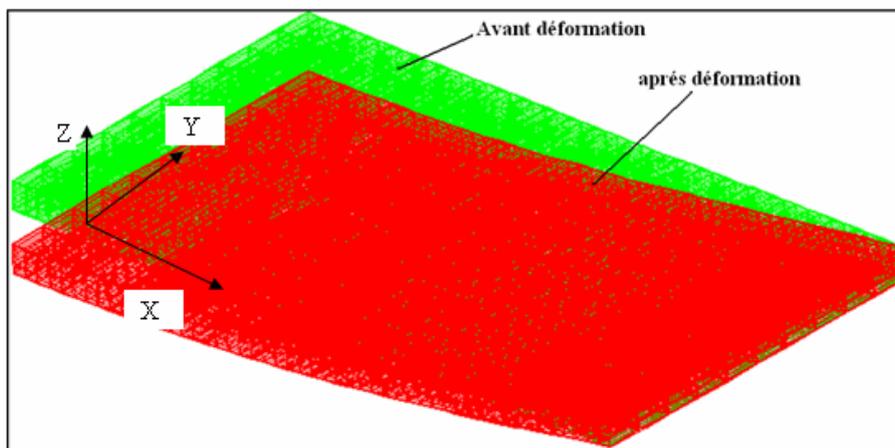
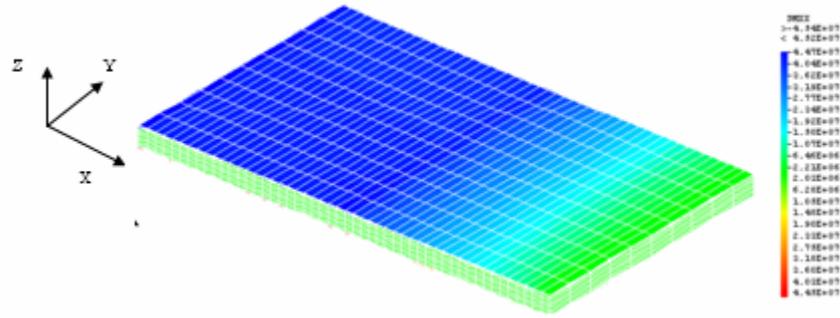
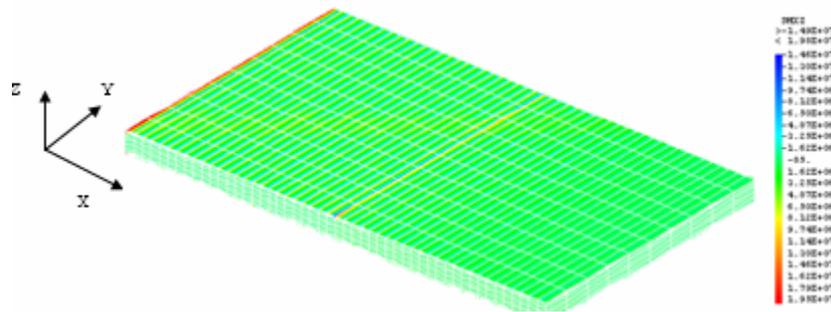


Fig. 13 : Position de la plaque sandwich avant et après déformation de flexion.

Les figures 14 et 15 représentent la distribution du champs de contrainte de flexion  $\sigma_{xx}$  et de cisaillement  $\tau_{xz}$  le long de la longueur de la plaque (  $L/4$ ).



**Fig. 14** : Distribution du champ de contraintes de flexion de la plaque sandwich  $\sigma_{11}$  en [Pa].



**Fig. 15** : Distribution du champ de contraintes de cisaillement de la plaque sandwich  $\tau_{13}$  [Pa].

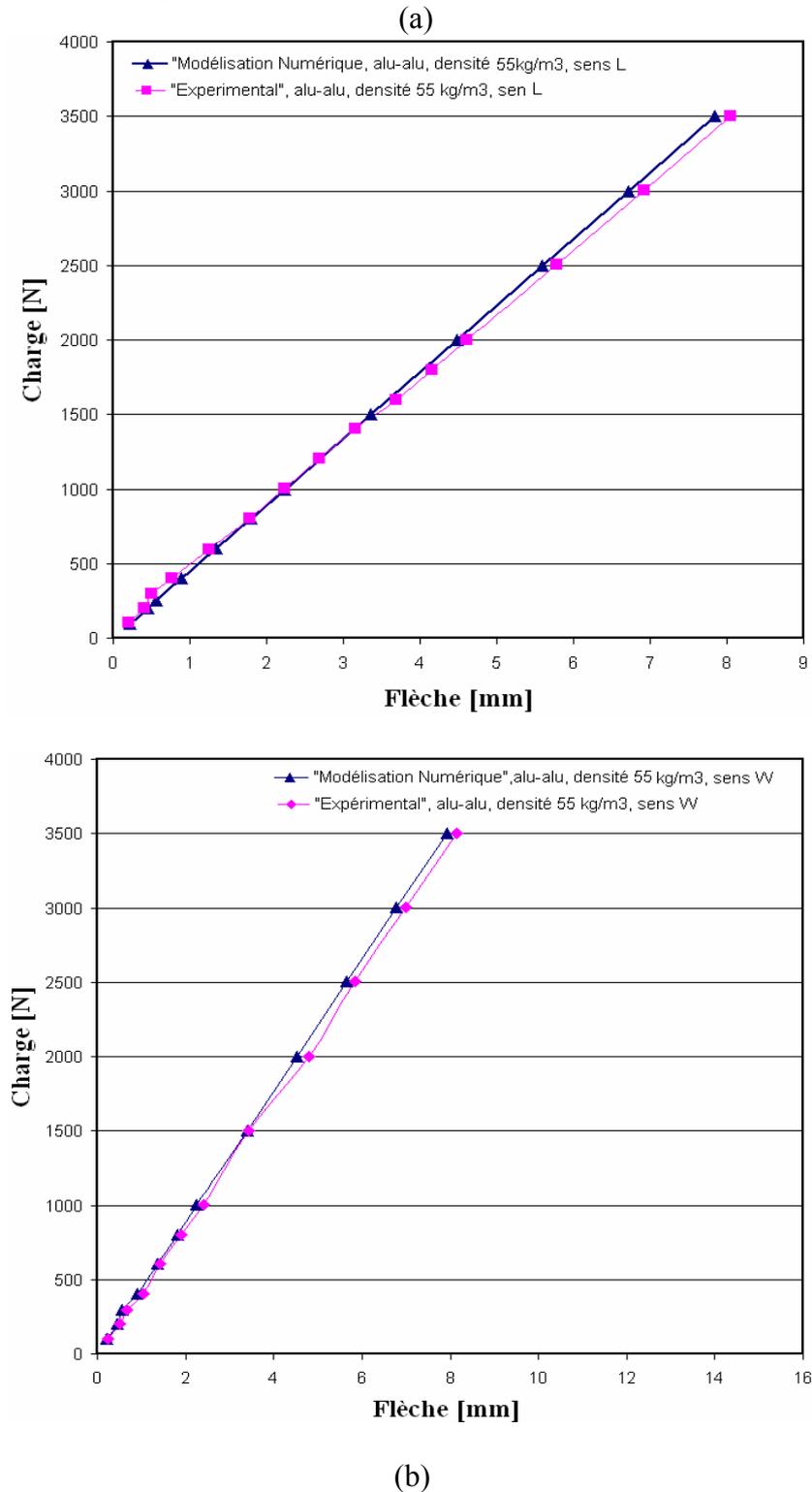
Les résultats de la flèche et des contraintes  $\sigma_{xx}$  et  $\tau_{xz}$  obtenus avec la simulation numérique à l'aide du code Castem sont regroupés dans le tableaux 22, pour le sandwich (Al- Al), de taille de cellules 9,6mm et de densité 55kg/m<sup>3</sup> pour les deux sens (L et W).

Alu-Alu 9.6-55						
U3 (a/2, 0, h/2), $\sigma_{11}$ (3a/4, 0, 0), $\tau_{13}$ (3a/4, -b/2, hc/2)						
Configuration L				Configuration W		
Charge(N)	W[mm]	$\sigma_{11}$ [Mpa]	$\tau_{13}$ [Mpa]	W[mm]	$\sigma_{11}$ [Mpa]	$\tau_{13}$ [Mpa]
100	-0.224009	-4.48302	0.565729	-0.226423	-4.4888	0.721673
200	-0.448019	-8.96603	1.13146	-0.452846	-8.97759	1.44335
250	-0.560023	-11.2075	1.41432	-0.566057	-11.222	1.80418
400	-0.896037	-17.9321	2.26292	-0.905691	-17.9552	2.88669
600	-1.34406	-26.8981	3.39438	-1.35854	-26.9328	4.33004
800	-1.79207	-35.8641	4.52583	-1.81138	-35.9104	5.77338
1000	-2.24009	-44.8302	5.65729	-2.26423	-44.888	7.21673
1500	-3.36014	-67.2453	8.48594	-3.39634	-67.332	10.8251
2000	-4.48019	-89.6603	11.3146	-4.52846	-89.7759	14.4335
2500	-5.60023	-112.075	14.1432	-5.66057	-112.22	18.0418
3000	-6.72028	-134.491	16.9719	-6.79268	-134.664	21.6502
3500	-7.84033	-156.906	19.8005	-7.9248	-157.108	25.2586

**Tableau 12** : Résultats de la simulation numérique pour le sandwich Alu-Alu 9.6-55.

➤ *Comparaison des flèches théoriques et expérimentales*

Les figures 16a et 16b montrent une comparaison entre les résultats expérimentaux de la flèche-charge (domaine élastique linéaire) et les résultats issus de la simulation numérique, pour le panneau sandwich Alu-Alu 9,6-55. Les courbes (flèche-charge) déduites de la modélisation pour les deux configurations des cellules (L et W) coïncident bien avec la résultats expérimentaux (Fig16).



**Fig.16** : Comparaison des résultats de la modélisation et de l'expérimental (charge/flèche) pour Alu-Alu, 55 kg/m<sup>3</sup>, sens L et W (a), (b)).

### III.5. Conclusion

Les matériaux à base de nid d'abeilles sont de nos jours très demandés particulièrement dans le domaine de l'aéronautique et de la construction navale. Il est nécessaire de bien connaître leurs caractéristiques mécaniques pour exploiter entièrement toutes leurs possibilités.

Le nida est considéré comme un matériau orthotrope. Du fait de sa géométrie bien spécifique, il est assez difficile de caractériser son comportement mécanique. Cette étude a permis en utilisant les modélisations analytiques (modèle de Gibson) et numériques en parallèles, la détermination des neuf constantes d'élasticités du matériau du nida. Le modèle comprenant 40 cellules paraît satisfaire la résolution des modules d'élasticité et des coefficients de Poisson. Il fonctionne bien pour le cas de charge axiale du type traction-compression. Par contre, il ne permet pas une évaluation du module de cisaillement  $G_{xz}$ . Le modèle de Grédiac est fait pour simuler le cisaillement, qui devient intéressant.

Dans ce chapitre, le modèle de calcul des modules élastiques homogénéisés des nidas a été présenté. La comparaison des résultats du modèle de Gibson avec ceux obtenus par simulation numérique a permis de mieux cerner les valeurs des modules d'ingénieurs. La simulation de en traction des modules  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  a été menée en deux étapes (avec et sans couplage des nœuds). On remarque que pour le module  $E_x$ , l'écart entre les résultats des deux modèles est d'environ 9,47%. Quand aux coefficients de Poisson, l'écart est relativement très faible. Pour la condition aux limites (Couplage des bords libres), l'écart des résultats entre la simulation numérique et le modèle de Gibson pour le module  $E_x$  a fortement diminué et l'erreur n'est plus que de 1,7%. De même pour  $E_y$ , l'erreur passe de 9,6% à 5,23% (sans et avec couplage des nœuds) par rapport au modèle de Gibson. Pour le module  $E_z$ , l'erreur est plus importante, à savoir 6,69% environ pour les deux étapes (avec et sans couplage des nœuds).

En ce qui concerne le module  $G_{xy}$ , l'erreur est assez importante, et est de l'ordre de 4,19%. Par contre dans le cas du module  $G_{yx}$ , Gibson ne donne aucune valeur comparative. La caractérisation du module de cisaillement  $G_{xz}$  est fondamentale dans la mécanique des sandwichs, car le module  $G_{xz}$  exprime la rigidité au cisaillement de l'âme et de la structure sandwich. Les résultats, entre Gibson et Ansys dans le calcul de  $G_{yz}$ , sont très proches et l'écart est d'environ 2,27%. Ce module est également important dans le comportement des structures sandwichs.

L'application de la modélisation numérique montre que des résultats identiques de la loi de comportement global d'une structure sandwich peuvent être obtenus à partir de différentes hypothèses du comportement local des constituants (âme-peaux). Les résultats reportés dans le tableau 12 issus de la simulation numérique de l'essai de flexion quatre points, ont été déduits en introduisant dans la modélisation les caractéristiques mécaniques de l'âme déterminées par la procédure de l'homogénéisation du nida. Les résultats expérimentaux obtenus de la flèche dans la partie linéaire sont en bon accord avec les résultats déduits de la modélisation par le code de Castem.

## **Chapitre IV**

### **Comportement en fatigue des Composites sandwichs à Âmes en Nids d'abeilles Sous Sollicitation de flexion**

## IV. Comportement en fatigue des Composites sandwichs à Âmes en nids d'abeilles Sous Sollicitation de flexion

### IV.1. INTRODUCTION

L'application des structures sandwichs dans les domaines de l'aéronautique, de la marine ou ferroviaires nécessite une connaissance de leur comportement en fatigue et de leur durabilité. Les structures sandwichs sont souvent soumises à des chargements répétés et variables avec le temps. A titre d'exemples on cite :

- répercussion du mouvement des vagues sur les coques des bateaux
- vibrations des ailes des avions à la rencontre d'un trou d'air dans l'espace

C'est à partir de cela que les études de fatigue sur les plaques sandwichs ont commencé.

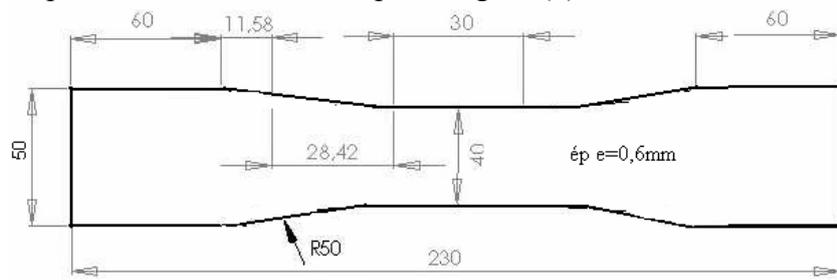
Sur le plan expérimental, il est toujours moins coûteux de faire un essai de fatigue en flexion qu'en traction. Autant de raisons qui justifient l'intérêt que l'on porte à la fatigue en flexion [22].

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le comportement en fatigue et l'endommagement sous chargement de flexion quatre points, des deux types de matériaux sandwichs différenciés par le type d'âme (aluminium-aluminium et aluminium-Nomex). Afin, de pouvoir relier le comportement en fatigue de la peau seule avec celle des structures sandwichs, des essais de fatigue en traction sur la peau seule ont été réalisés.

### IV.2. Matériaux et Technique expérimentale

#### a) peau de sandwich

La peau est l'élément essentiel de la plaque sandwich qui subit totalement l'effort de flexion. Elle est constituée d'aluminium AlMg3 (3003H19), dont les propriétés mécaniques sont données par le tableau 5 et 2 (chapitre II). Afin de caractériser les peaux des structures sandwich en nids d'abeilles en fatigue, des éprouvettes en aluminium ont été découpées dans le sens de laminage à partir d'une tôle utilisée dans la réalisation de ces peaux (fig. 1). Les dimensions des éprouvettes sont illustrées par la figure (1).



**Fig.1** : Forme et dimensions des éprouvettes de la peau de sandwich

Les éprouvettes de fatigue caractérisant la peau sont soumises à des essais de fatigue traction - traction. Les essais sont réalisés à une fréquence de 20 Hz sur un banc hydraulique d'essai en fatigue SCHENCK de capacité de charge de 10 kN (Fig.2).



**Fig. 2** : Banc d'essais de fatigue traction-traction "SCHENK "

### b) Structures sandwichs

Deux types de structures sandwichs (sans défaut et avec défaut) de différentes densités et configurations ont été utilisés pour l'étude du comportement en fatigue. Les âmes en nids d'abeilles du panneau sandwich sont soit en aluminium de densité:  $82 \text{ kg/m}^3$ , soit en nomex de densités:  $48 \text{ kg/m}^3$  et  $144 \text{ kg/m}^3$  (Tab.1). Les peaux sont toutes en aluminium (Tab.3, chapII).

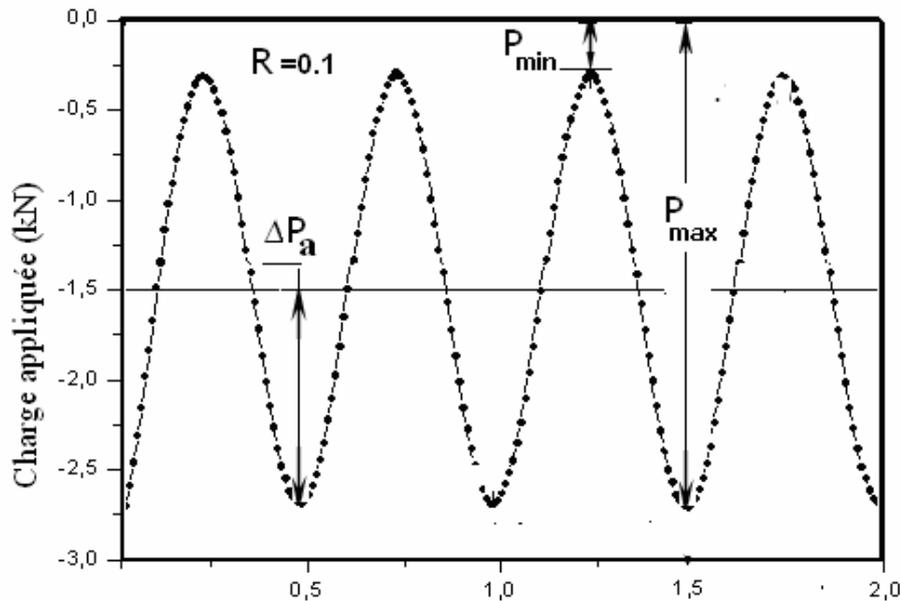
Matériaux de l'âme	Aluminium/Nomex		Aluminium/Aluminium
	48	144	82
Densité [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	48	144	82
Âme	ECA	ECA	ECM
Taille de la cellule [MPa]	3,2	3,2	6,4
Résistance au cisaillement (direction L) [MPa]	1,32	3,5	2,4
Module de cisaillement (direction L) [MPa]	48	128	430
Résistance au cisaillement (direction W) [MPa]	0,72	2.20	1,4
Module de cisaillement (direction W) [MPa]	30	94	220
Résistance à la compression [MPa]	2.1	15.2	4,5

**Tableau 1** : Propriétés mécaniques des âmes des panneaux sandwichs testés[22]

La norme de l'essai de fatigue de flexion quatre points et les dimensions des éprouvettes testées en fatigue sont identiques à celles utilisées en statique.

Les essais de flexion quatre points sont réalisés au sein du Laboratoire de Fiabilité Mécanique (LFM) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz (ENIM).

Les éprouvettes sont sollicitées en flexion 4-points sur une machine hydraulique universelle composée d'un vérin type INSTRON, munie d'une cellule de charge de  $\pm 100\text{kN}$  pour la mesure de la force et d'un capteur LVDT pour l'étalonnage de la mesure du déplacement. Ces essais sont menés à charge contrôlée, la charge moyenne  $P_{\text{moy}}$  est maintenue constante égale à 50 % de la charge à la rupture en statique  $P_{\text{rup}}$ . La forme du signal de chargement est sinusoïdale à amplitude constante, de rapport de charge  $R$  ( $R = P_{\text{max}} / P_{\text{min}}$ ) égal à 0,1, et d'une fréquence de 2 Hz (Fig.3). Les essais sont effectués à la température ambiante du laboratoire.



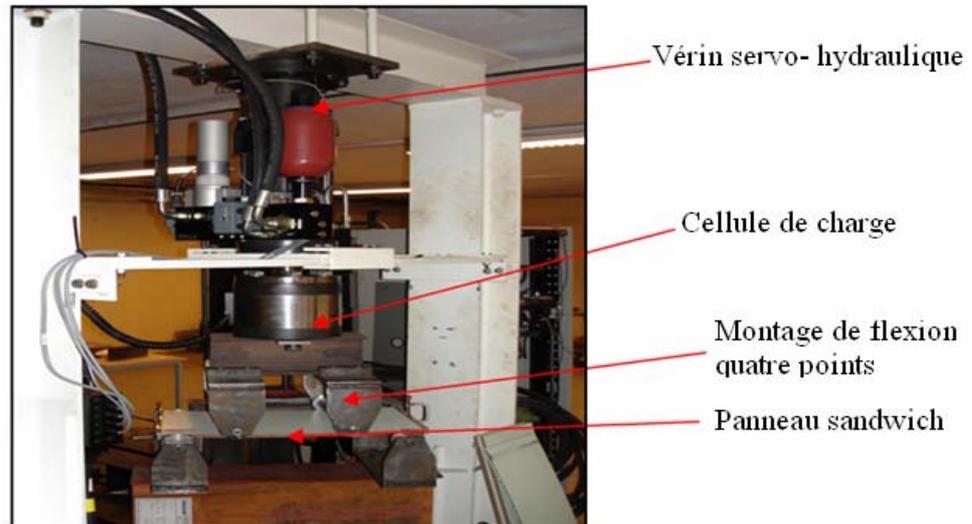
**Fig. 3** : Caractéristique du cycle de chargement en flexion

La machine de fatigue (Fig.4) est pilotée par ordinateur avec le logiciel LABTRONIC 8800 développé par INSTRON. Lors des essais de fatigue, les valeurs mini et maxi du déplacement du vérin ou de la flèche de l'éprouvette ( $d_{\text{max}}$ ,  $d_{\text{min}}$ ) et de la charge sont enregistrées pour chaque cycle. Le fichier créé est sauvegardé sous forme texte (txt) pour être relu et dépouillé à l'aide d'un programme développé sous MATLAB, v14 . Les essais sont conduits à rupture de l'éprouvette. Elle est définie par une augmentation durant le cyclage de la flèche de l'éprouvette de deux fois l'amplitude du déplacement du vérin mesurée à 500 cycles. La consigne d'arrêt est donc déterminée pour chaque niveau de chargement par la relation:

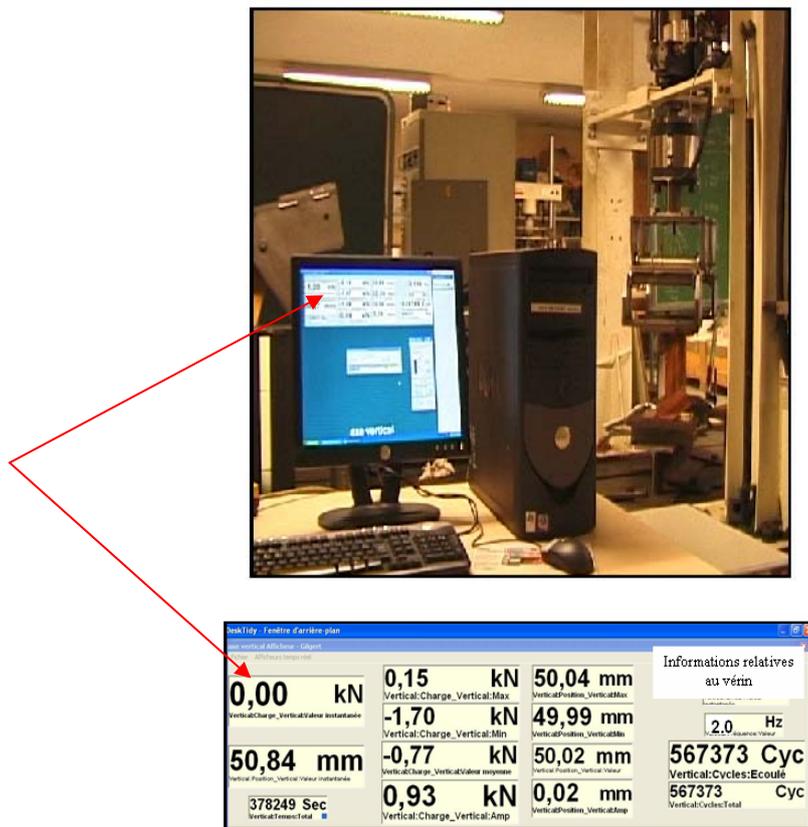
$$d_{\text{arrêt}} = d_{\text{maxi à 500cycles}} + \Delta d_{500cycles}$$

$d_{\text{arrêt}}$  étant le déplacement du vérin définissant l'arrêt de l'essai,  $d_{\text{maxi à 500cycles}}$  le déplacement maximum après 500 cycles et  $\Delta d_{500cycles}$  la variation de déplacement du vérin après 500cycles.

Plusieurs niveaux de chargement ( $r = \Delta P_{\text{app}} / P_{\text{rup}}$ ) de 90%, 85%, 80%, 75%, 70%, 65%, 60% de  $P_{\text{rup}}$  ont été considérés pour tracer les courbes de perte de rigidité et pour construire les diagrammes d'endurances (courbes de Wöhler), où  $\Delta P_a$  est la charge maximum appliquée en fatigue et  $P_{\text{rup}}$  est la charge à la rupture (maximale) en statique. Pour chaque niveau de chargement appliqué, on obtient le nombre de cycles  $N_R$  à la rupture du sandwich.



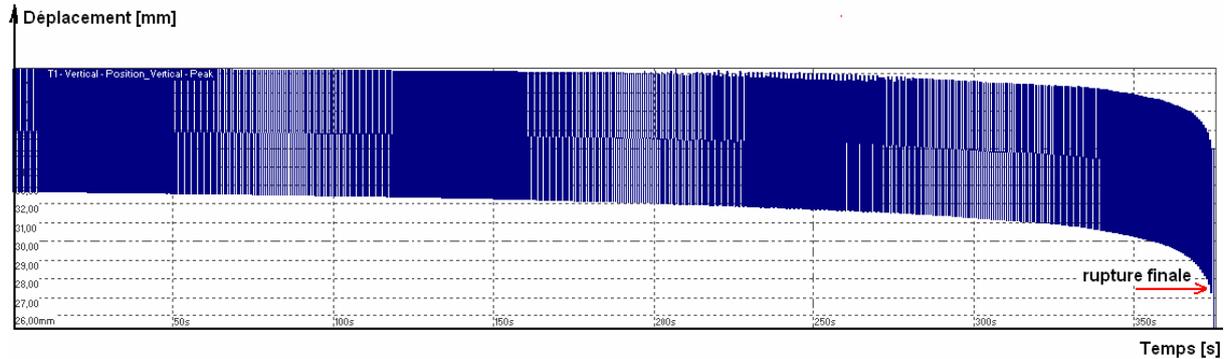
(a) Machine d'essai de fatigue de type Instron



(b)

Fig. 4 : Machine pilotée par ordinateur montrant toute les caractéristiques de l'essai de fatigue (a),(b).

La figure (4) montre l'affichage des caractéristiques de l'essai de fatigue observé à l'écran d'un ordinateur connecté à la machine ( $P_{max}$ ,  $P_{min}$ ,  $P_{moy}$ ,  $\Delta P_a$ ,  $d_{max}$ ,  $d_{min}$ , la fréquence, le nombre de cycle en cours) ainsi que les informations des positions relatives au vérin de sollicitation. Les valeurs du déplacement maxi et mini ( $d_{max}$ ,  $d_{min}$ ) en fonction du nombre de cycle (Fig.5) sont enregistrées au cours de l'essai.



**Fig. 5 :** Evolution du déplacement (maxi et mini) de la plaque sandwich en fonction du temps au cours de l'essai de fatigue

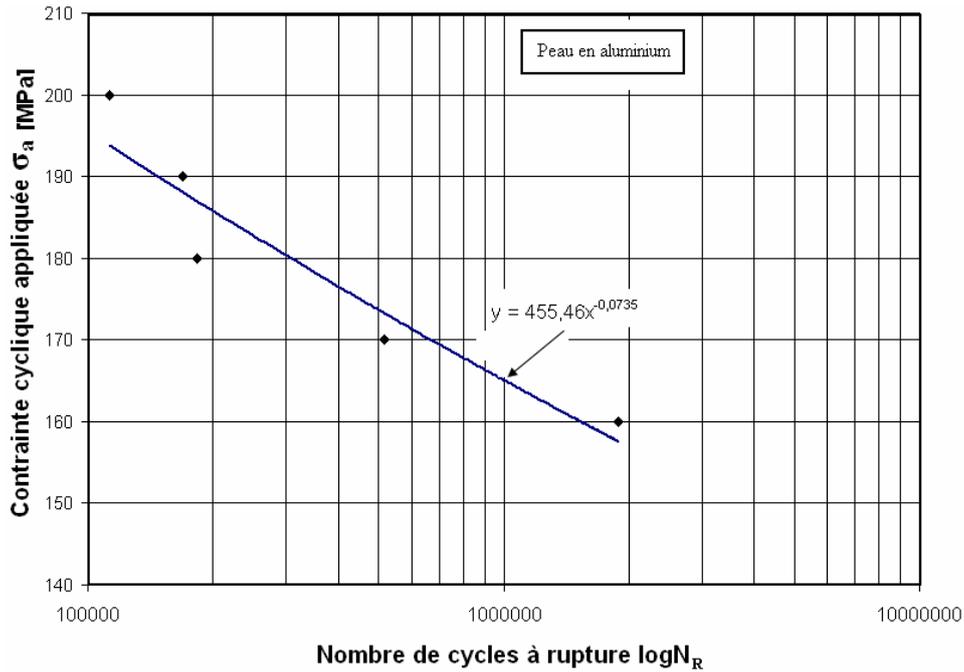
### IV.3. Résultats des essais de fatigue et discussions

#### IV.3.1. Résultats des essais de fatigue de la peau en aluminium du sandwich

Le tableau (2) donne la durée de vie représentée par le nombre de cycles à rupture en fonction de la contrainte appliquée (amplitude de cycle de chargement  $\sigma_a$  ou  $\Delta\sigma$ ). La courbe caractérisant le comportement en fatigue de la peau est illustrée par la figure (6). Les essais de fatigue des plaques sandwich ont été réalisés pour une plage variant de 10000 à 5000000 cycles. Ceci correspond à une plage de contraintes variant entre 160 et 200 MPa.

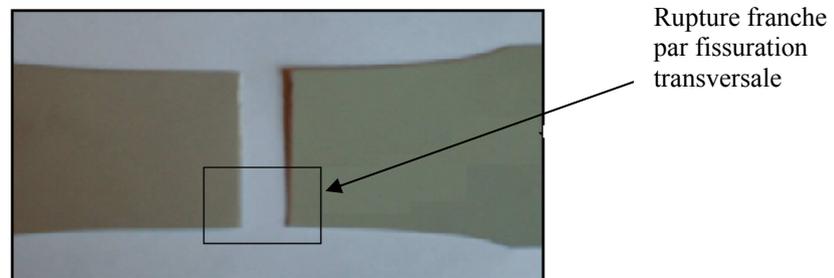
Eprouvettes	Contrainte cyclique $\Delta\sigma$ [MPa]	Nombre de cycle à Rupture $N_R$	observation
1	200	112663	Fissuration transversale au milieu de l'éprouvette ( $L_0$ )
2	190	168942	oui
3	180	183160	oui
4	170	516751	oui
5	160	1883977	oui

**Tableau 2 :** Résultat obtenus de l'essai de fatigue de la peau en aluminium



**Fig. 6** : Courbe de fatigue de la peau en aluminium

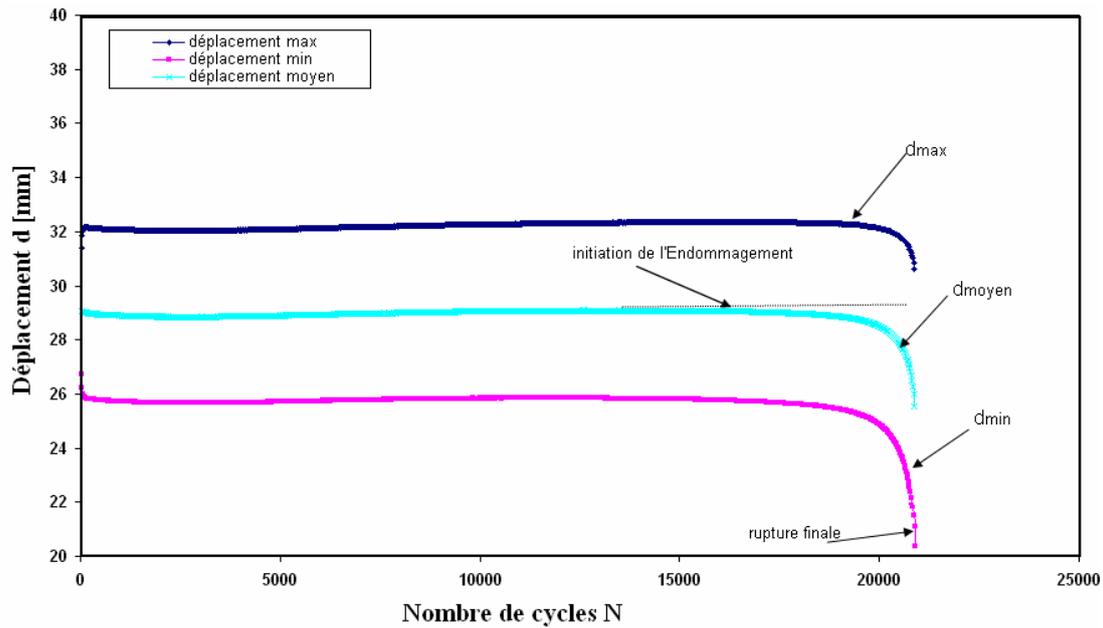
La rupture des éprouvettes en aluminium (Fig.7) a toujours lieu au milieu de l'éprouvette. On remarque une rupture franche sur un des deux côtés, puis un déchirement sur le reste de la largeur.



**Fig. 7** : Mode de rupture en fatigue de l'éprouvette de la peau

#### IV.3.2. Résultats des essais de fatigue des panneaux sandwichs Alu-Alu sans défauts

La figure (8) donne un résultat typique des essais de fatigue. Elle représente l'évolution des déplacements (flèche)  $d_{\max}$ ,  $d_{\text{moyen}}$  et  $d_{\min}$  en fonction du nombre de cycles en fatigue.



**Fig. 8** : Evolution des déplacements en fonction du nombre de cycles en fatigue

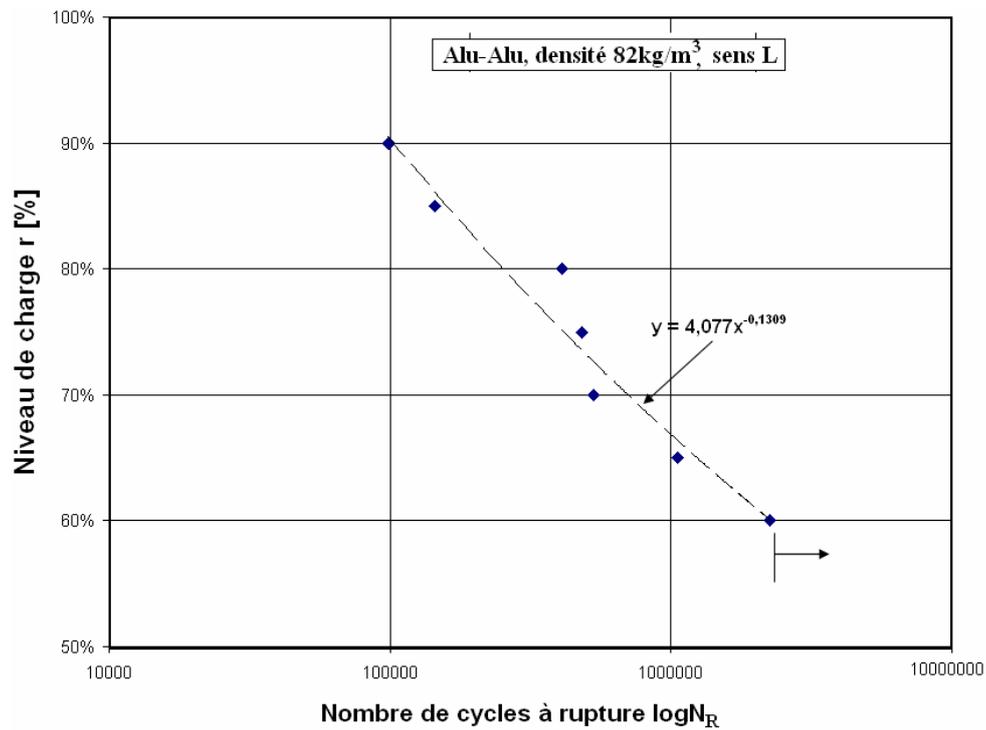
Les tableaux (3, 4) représentent les valeurs du nombre de cycles à rupture  $N_R$ , obtenues pour chaque niveau de charge appliquée  $r$ , sur les sandwichs testés aluminium/aluminium (densité  $82 \text{ kg/m}^3$ ) dans les deux configurations L et W.

Les courbes de fatigue montrant l'évolution du niveau de charge  $r$  en fonction du nombre de cycle à rupture,  $N_R$  sont illustrées sur les figures (9 et 10) pour les panneaux sandwichs alu-alu testés sans défauts. La comparaison entre les courbes de fatigue du sandwich aluminium – aluminium de densité  $82 \text{ kg/m}^3$  pour les deux directions (L et W) et la peau est donnée par les figures (11 et 12).

➤ **Aluminium/Aluminium, densité  $82 \text{ Kg/m}^3$ , sens L**

Type de sandwich	Sens des cellules	Niveau de Charge $r$ en [%]	Nombre de cycles à rupture ( $N_R$ )	Observations
Alu-Alu	L	90	99029	Fissuration de la peau inférieure de sandwich sollicitée en traction
Alu-Alu	L	90	98374	oui
Alu-Alu	L	85	144699	oui
Alu-Alu	L	80	409688	oui
Alu-Alu	L	70	481709	oui
Alu/Alu	L	70	532127	oui
Alu-Alu	L	65	1051955	oui
Alu-Alu	L	60	2254779	Pas de rupture

**Tableau 3** : Résultats obtenus des essais de fatigue, Alu-Alu, sens L.



**Fig. 9** : Courbe de fatigue Alu-Alu, densité 82 kg/m<sup>3</sup>, sens L.

➤ **Aluminium-Aluminium, densité 82 Kg/m<sup>3</sup>, sens W**

Type de sandwich	Sens des cellules	Niveau de charge $r$ en [%]	Nombre de cycles	Observations
Alu-Alu	W	90	17356	Fissuration de la peau inférieure de sandwich chargée en traction
Alu-Alu	W	90	21785	oui
Alu-Alu	W	85	45428	oui
Alu-Alu	W	80	109076	oui
Alu-Alu	W	75	235152	oui
Alu-Alu	W	75	127200	oui
Alu/Alu	W	70	1868752	oui
Alu-Alu	W	70	899817	oui
Alu-Alu	W	70	205499	oui
Alu-Alu	W	70	244869	oui
Alu-Alu	W	60	3569203	Non rompue

**Tableau 4** : Résultats obtenus des essais de fatigue, Alu-Alu, sens W.

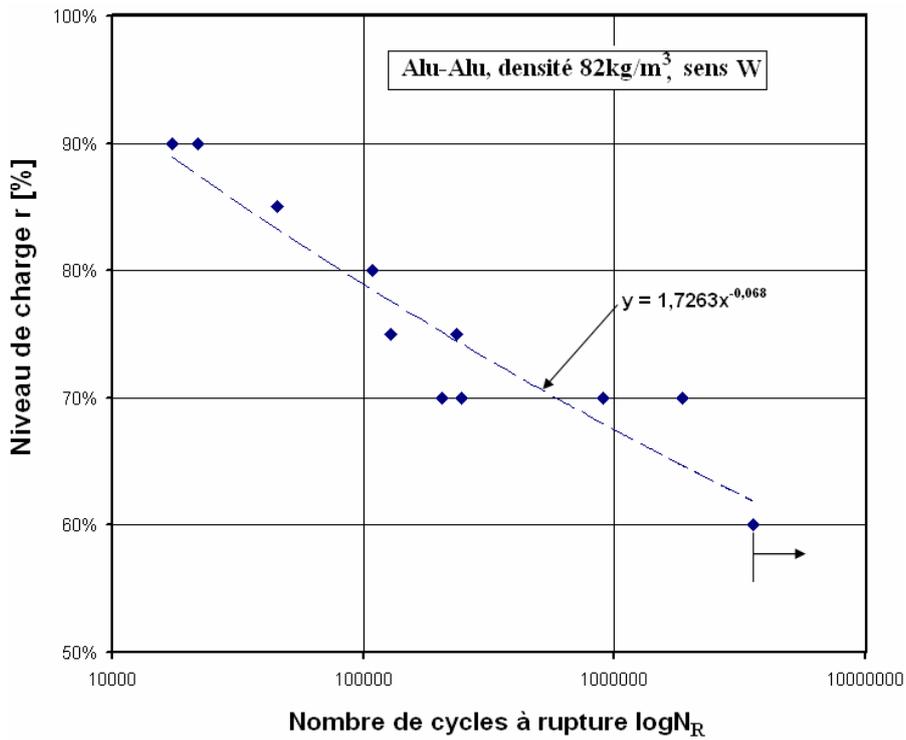


Fig. 10 : Courbe de fatigue Alu-Alu, densité 82 kg/m<sup>3</sup>, sens W.

- Comparaison entre les courbes de fatigue des deux direction L et W pour le sandwich Alu-Alu

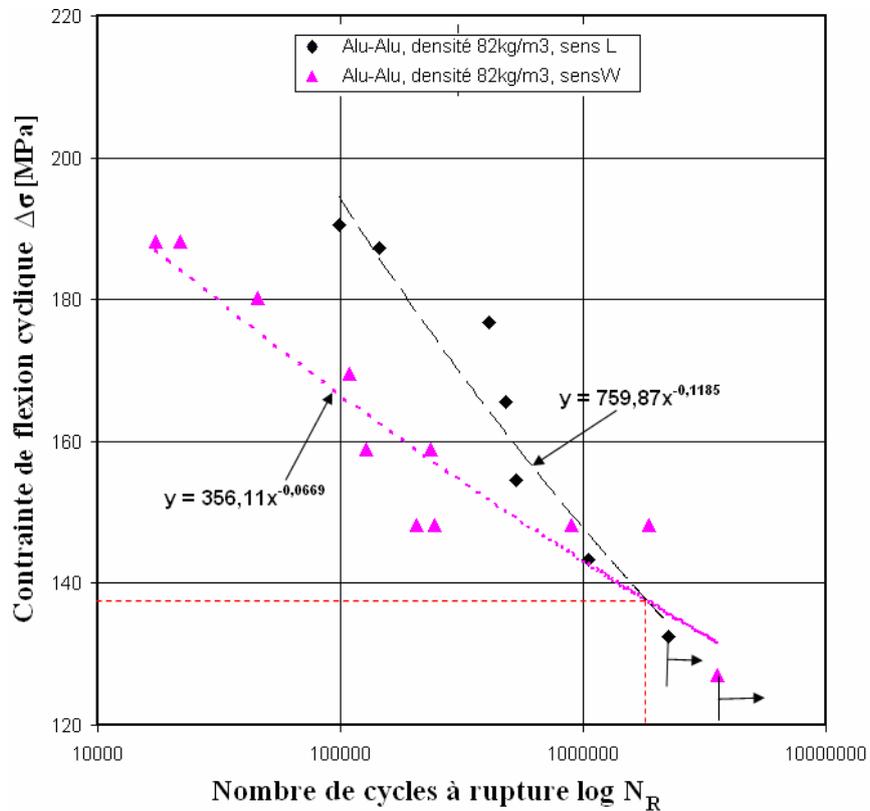


Fig. 11 : Courbe de fatigue Alu-Alu, densité 82 kg/m<sup>3</sup>, direction L et W.

- Comparaison entre les courbes de fatigue de la peau et du sandwich Alu-Alu, pour deux direction L et W.

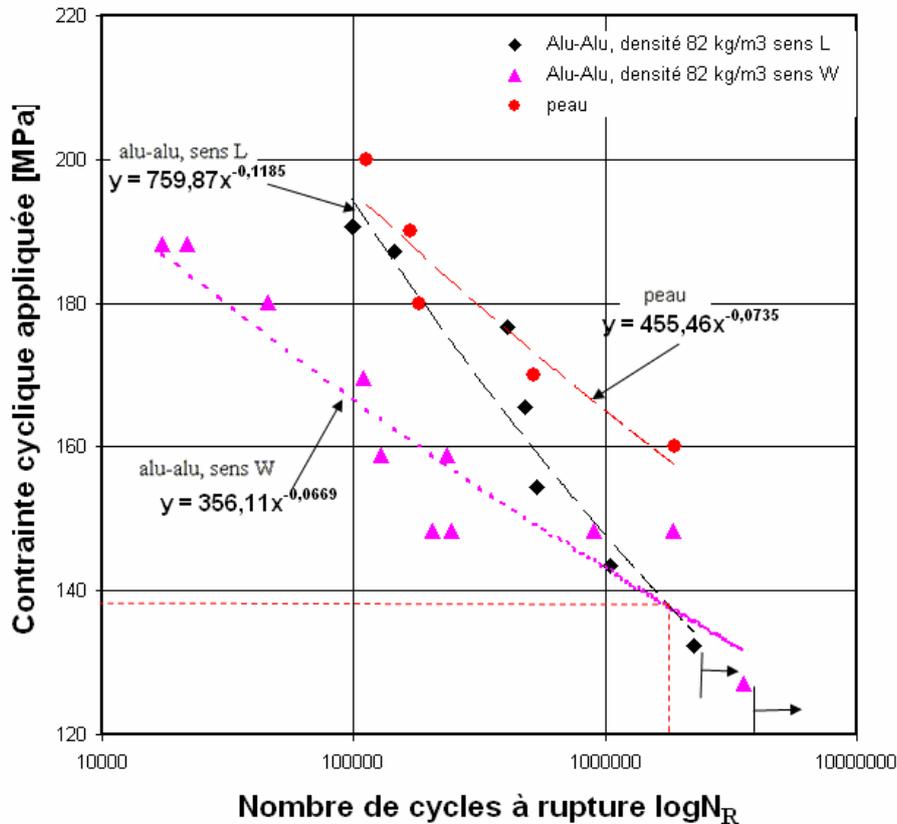


Fig. 12 : Courbes de fatigue Alu-Alu, densité 82 kg/m<sup>3</sup>, direction L et W et de la peau.

#### IV.3.2.1. Analyse des résultats obtenus des essais de fatigue en flexion sur les sandwichs Aluminium-Aluminium

Les résultats des essais réalisés sur les sandwichs aluminium-aluminium de densité 82 kg/m<sup>3</sup> montrent que les performances du sandwich en fatigue dans la configuration L sont supérieures à celle dans la configuration W (Fig. 11). Nous avons constaté un croisement des deux de courbe de fatigue (L et W) au environ de 140MPa de la contrainte cyclique appliquée ( $\sigma_a$ ). A partir de cette contrainte correspondante approximativement à un niveau de 63% de la contrainte maximale statique, on remarque que la durée de vie du sandwich dans la configuration W devient plus importante que celle dans la configuration L. L'ensemble des résultats montrent que pour le niveau de chargement voisin de celui de la rupture en statique, la rupture est obtenue pour de faible nombre de cycles, par contre pour des faibles niveaux de chargement, la rupture est obtenue pour des nombres de cycles élevés (Fig. 9 et 10). La figure (12) illustre que la durée de vie de la peau en aluminium est plus importante que celle du sandwich alu-alu pour les deux directions. Ce qui confirme alors que le comportement et la résistance en fatigue du sandwich dépend essentiellement du comportement en fatigue des peaux. La limite d'endurance des matériaux sandwichs alu-alu pour les deux directions est identique et correspond à 60% de la contrainte maximale statique. L'endommagement des éprouvettes testées se localise entre les appuis fixes et les appuis de chargement. Le mode de ruine des plaques étudiées pour les deux directions est effectué par fissuration transversale (en traction) limitée suivant la largeur de la peau inférieure du sandwich (Fig. 16).

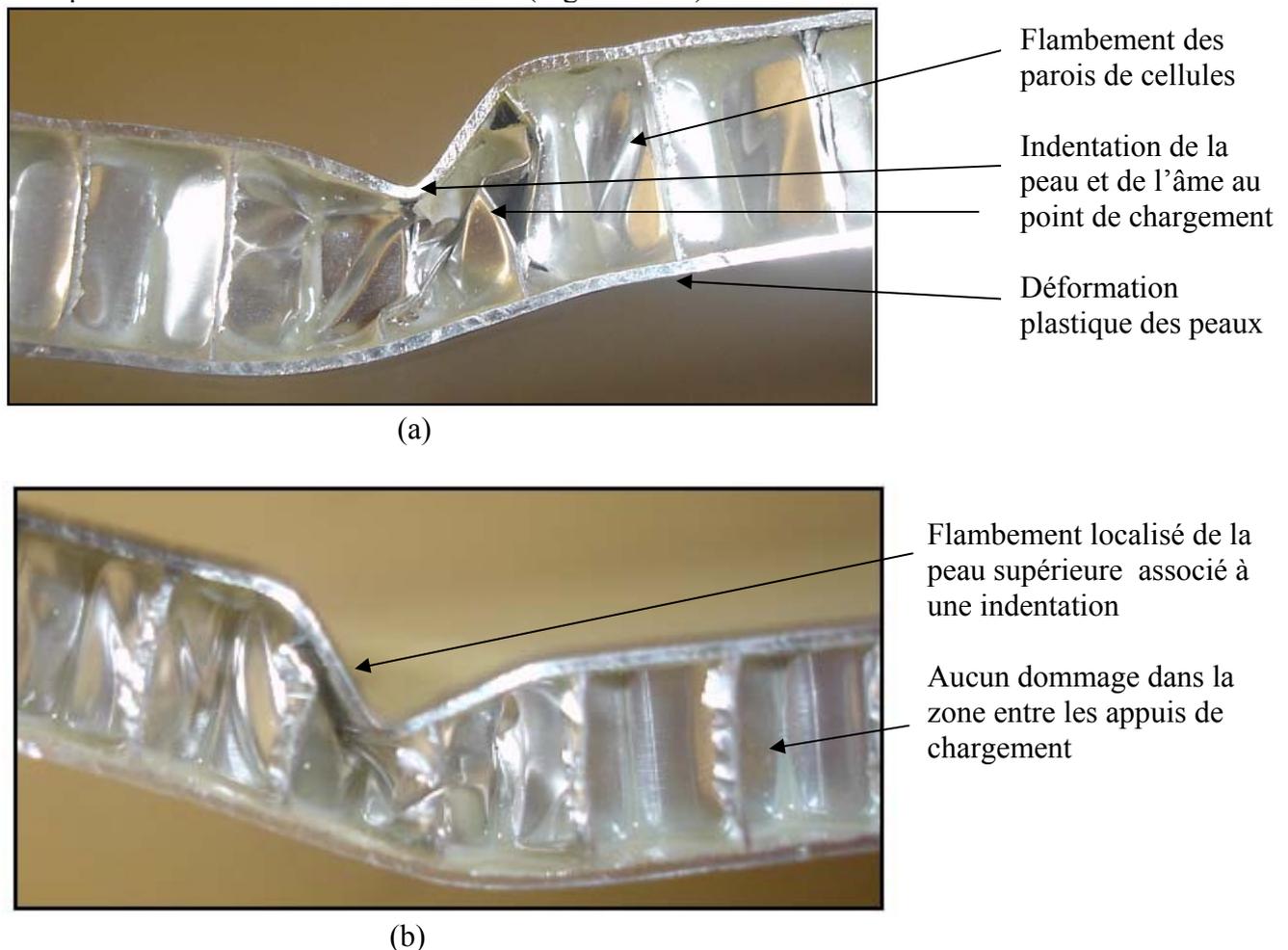
### IV.3.3. Mode de rupture en fatigue du sandwich alu-alu sans défaut

L'analyse des observations des éprouvettes durant et après les essais de fatigue, à l'aide d'une caméra numérique CCD et d'un microscope optique, montrent que la rupture du sandwich dépend fortement de la résistance des peaux en traction/compression, et du type d'âme et du sens d'orientation des cellules. Les différents modes observés se localisent entre les supports fixes et les appuis de chargement.

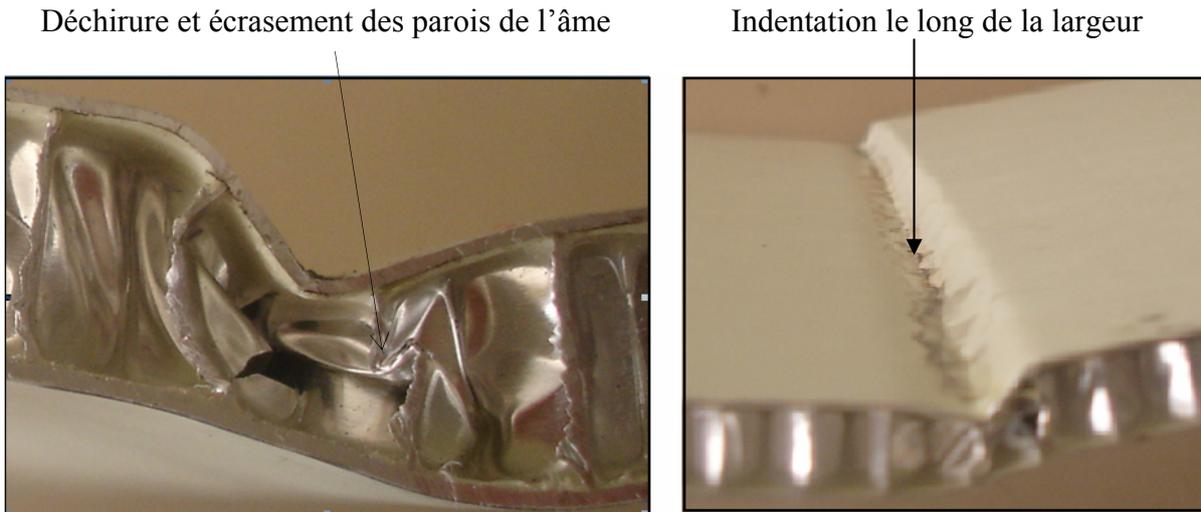
Plusieurs modes d'endommagements peuvent être recensés :

- flambement de parois des cellules de l'âme en nids d'abeilles entre l'appui fixe et de l'appui de chargement (Fig. 13)
- Indentation de la peau supérieure et de l'âme au point d'application de la charge (Fig. 13 et 14)
- déformation plastique des peaux de sandwich
- Flambement localisé de la peau supérieure
- Fissuration de la peau inférieure soumise à la traction

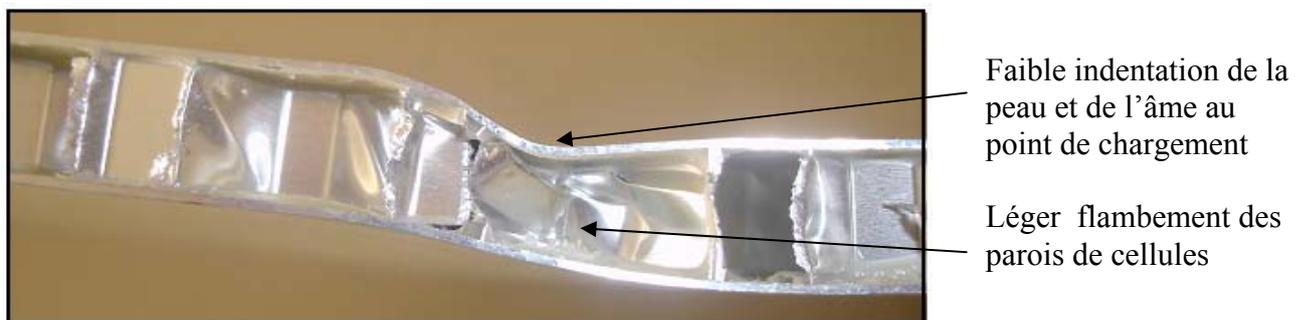
On a constaté que l'endommagement des sandwichs dans le sens W est plus important que celle dans le sens L (Fig. 15). Par contre, la rupture finale pour la plupart des sandwichs testés, pour les deux configurations L et W des cellules de l'âme est effectuée par fissuration de la peau inférieure soumise à la traction (Fig. 16 et 17).



**Fig.13** : Modes de rupture en fatigue pour le sandwich alu-alu, sens W,  $r=75\%$

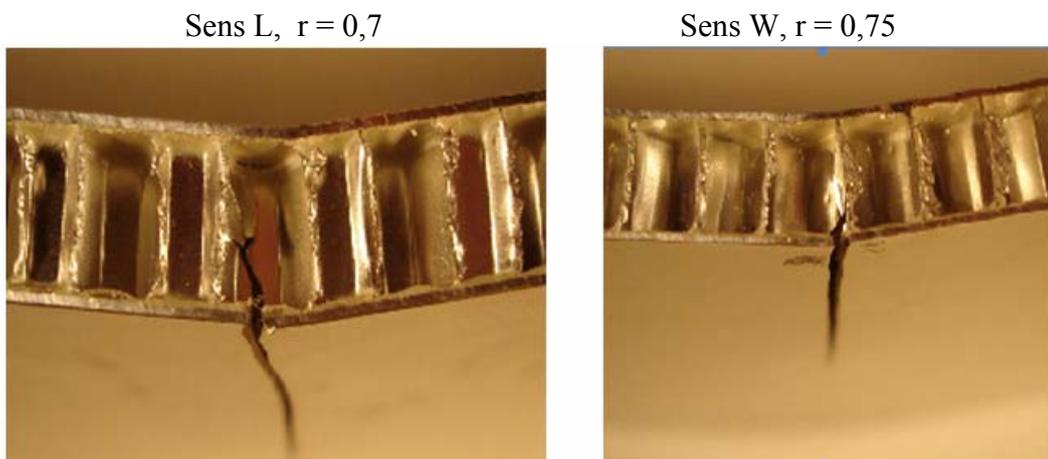


**Fig. 14** : Mode de rupture par indentation provoquant un flambement par compression concentrée de l'âme (déchirure des parois des cellules), sens W,  $r=0,7$

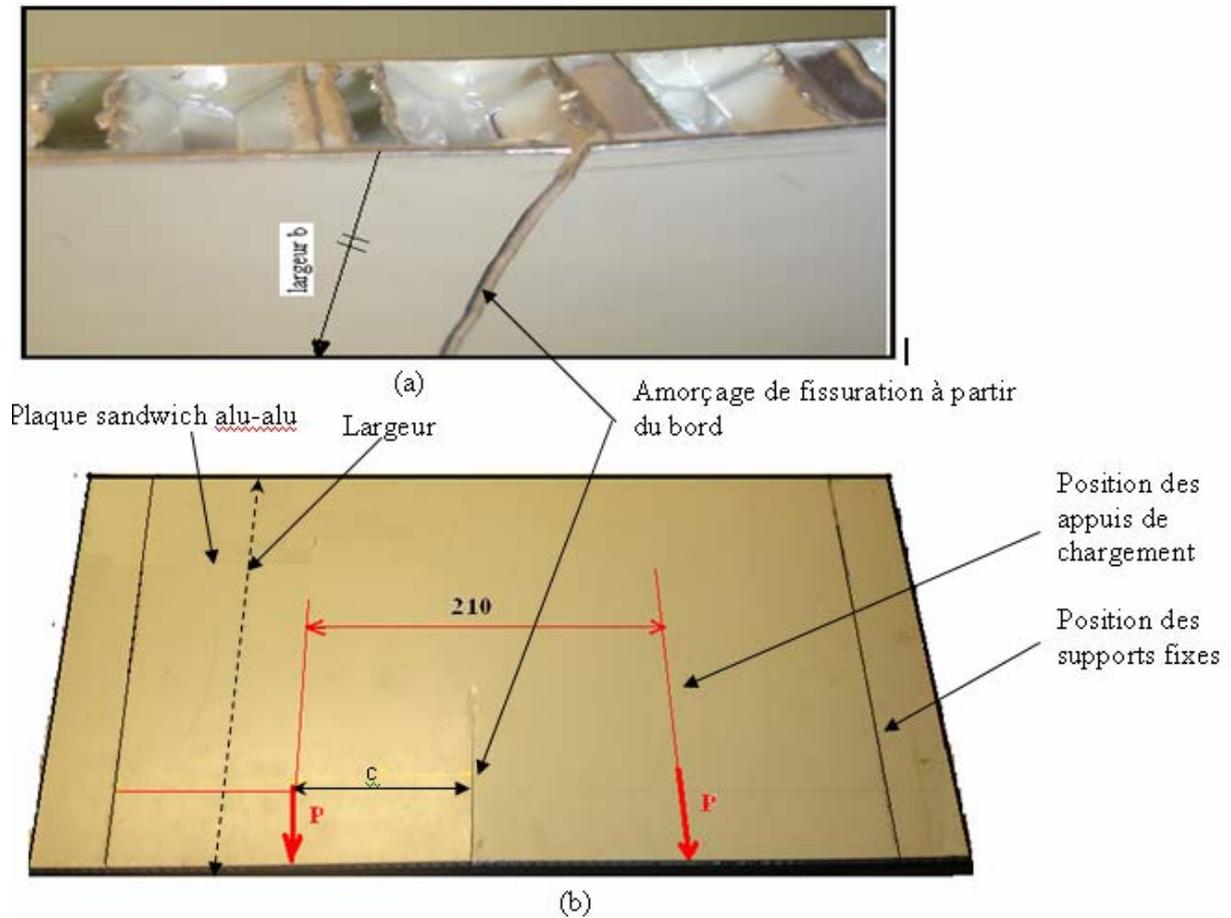


**Fig. 15** : Mode de rupture en fatigue pour le sandwich alu-alu, sens L,  $r=80\%$

➤ **Mode de rupture complète par fissuration de la peau inférieure**



**Fig. 16** : Mode de rupture finale par fissuration de la peau inférieure, pour les deux configurations Let W.



**Fig. 17** : Mode de rupture finale par fissuration de la peau inférieure montrant la position de la fissure, pour  $r=75\%$ , sens W

Nous avons remarqués que ce mode de ruine totale des plaques sandwichs testées en fatigue est identique pour tous les niveaux de chargement appliqués. La position de l'initiation et de la propagation de la fissure le long de la largeur se trouve entre les appuis de chargement (Fig. 17), c'est-à-dire dans la zone de la flexion pure (moment de flexion constant et effort tranchant nul). La taille de la fissure varie en fonction du niveau de chargement appliqué, entre 50 à 105 mm pour le direction W, et entre 66 à 130 mm pour la direction L des cellules de l'âme du sandwich.

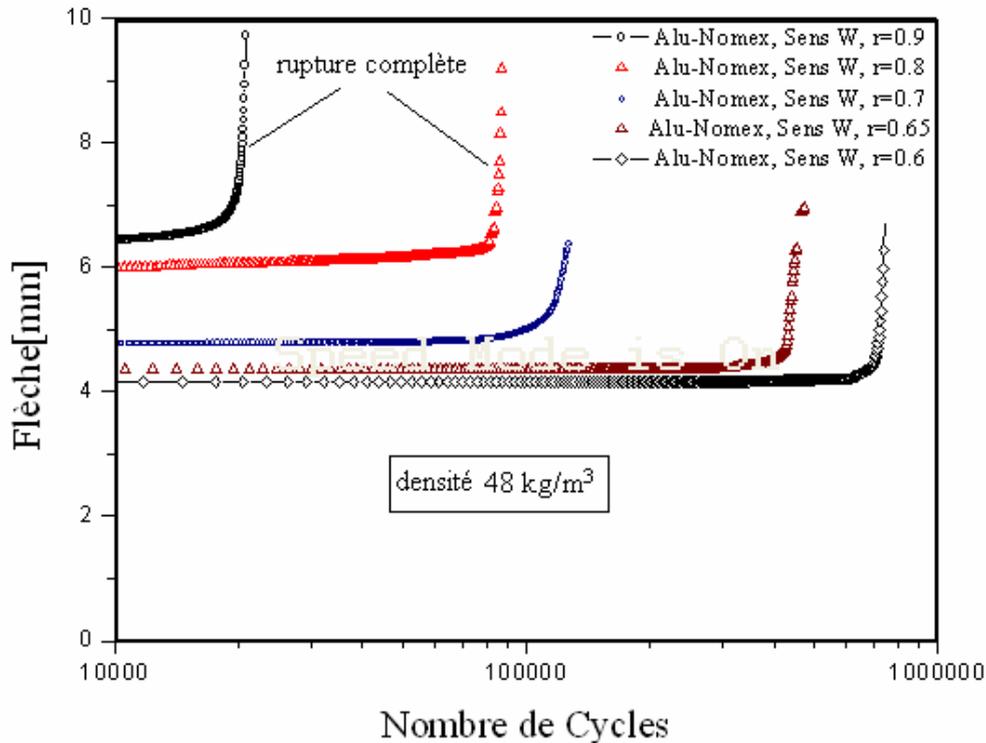
#### IV.3.4. Résultats des essais de fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex sans défauts

Au cours des essais de fatigue, l'évolution de la flèche de déformation maximale en fonction du nombre de cycles  $N$  a été enregistrée. La figure (18) montre l'évolution de la flèche maximale en fonction du nombre de cycles, pour différents niveaux de charge ou de contrainte ( $r$ ).

Les tableaux (5 - 8)) représentent les valeurs du nombre de cycles à rupture  $N_R$ , obtenues pour chaque niveau de charge appliqué ( $r$ ), sur les sandwichs testés aluminium-nomex de densités 48 et 144  $\text{kg/m}^3$ , pour les deux configurations L et W.

Les courbes de fatigue montrant l'évolution du niveau de charge  $r$  ( $\Delta P_{\text{appl}}/P_{\text{max, sta}}$ ) en fonction du nombre de cycle à rupture,  $N_R$  sont illustrées sur les figures (19, 20, 22, 23) pour les panneaux sandwichs alu-nomex à différentes densités de l'âme. La comparaison entre les courbes de fatigue des deux configuration (L et W) du sandwich aluminium – nomex pour les densité 48 et 144  $\text{kg/m}^3$  et de la peau est donnée par les figures (21, 24, 25).

L'effet de la densité de l'âme ( 48  $\text{kg/m}^3$  et 144  $\text{kg/m}^3$ ) sur le comportement en fatigue, pour les sandwichs alu-nomex, sens L et sens W est représenté par les figures (26 et 27). La figure (28) montre l'évolution de la longueur de la fissure dans la peau inférieure mesurée après de l'essai de fatigue, en fonction de la contrainte cyclique appliquée.



**Fig. 18 :** Evolution de la flèche maximale en fonction du nombre de cycles, pour différents niveaux de charge

➤ **Aluminium-nomex (fibres aramide), densité 48  $\text{Kg/m}^3$ , sens L**

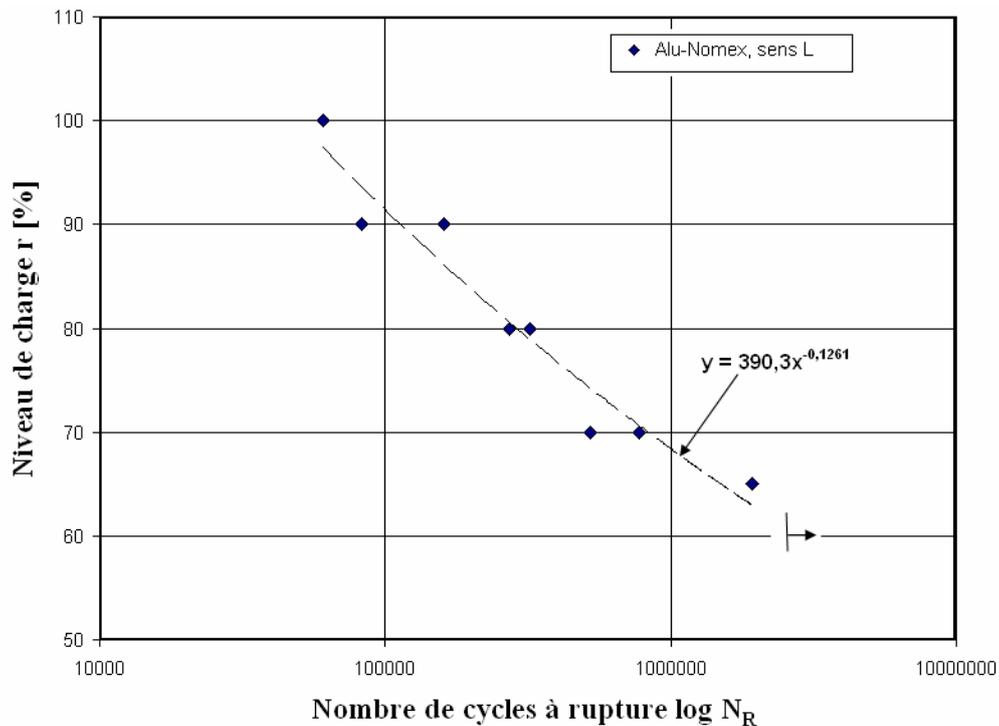
Type de Sandwich	Sens des cellules	Niveau de charge $r$ [%]	Nombre de cycles	Observations
Alu-Nomex	L	100	60552	fissuration de l'âme (par cisaillement)
Alu-Nomex	L	90	161294	oui
Alu-Nomex	L	90	82721	oui
Alu-Nomex	L	80	322178	oui
Alu-Nomex	L	80	271532	oui
Alu-Nomex	L	70	770972	oui
Alu-Nomex	L	70	521976	oui
Alu-Nomex	L	65	1923234	oui

**Tableau 5 :** Résultats des essais de fatigue du sandwich Alu-Nomex, sens L.

➤ Aluminium-Nomex, densité 48 Kg/m<sup>3</sup>, sens W

Type de sandwich	Sens des cellules	Niveau de charge r [%]	Nombre de cycles	Observations
Alu-Nomex	W	100	2538	Fissuration par cisaillement du coeur
Alu-Nomex	W	100	2833	oui
Alu-Nomex	W	100	3775	oui
Alu-Nomex	W	90	8415	
Alu-Nomex	W	90	11624	oui
Alu-Nomex	W	90	11903	oui
Alu-Nomex	W	90	12544	oui
Alu-Nomex	W	90	20896	oui
Alu-Nomex	W	80	24950	oui
Alu-Nomex	W	80	34060	oui
Alu-Nomex	W	80	58445	oui
Alu-Nomex	W	80	79725	oui
Alu-Nomex	W	80	92783	oui
Alu-Nomex	W	70	113314	oui
Alu-Nomex	W	70	126748	oui
Alu-Nomex	W	70	270958	oui
Alu-Nomex	W	70	309669	oui
Alu-Nomex	W	65	475039	oui
Alu-Nomex	W	60	661130	oui
Alu-Nomex	W	60	690715	oui

Tableau 6 : Résultats des essais de fatigue de Alu-nomex, sens W.

Fig. 19 : Courbe de fatigue Alu-nomex, densité 48 kg/m<sup>3</sup>, sens L

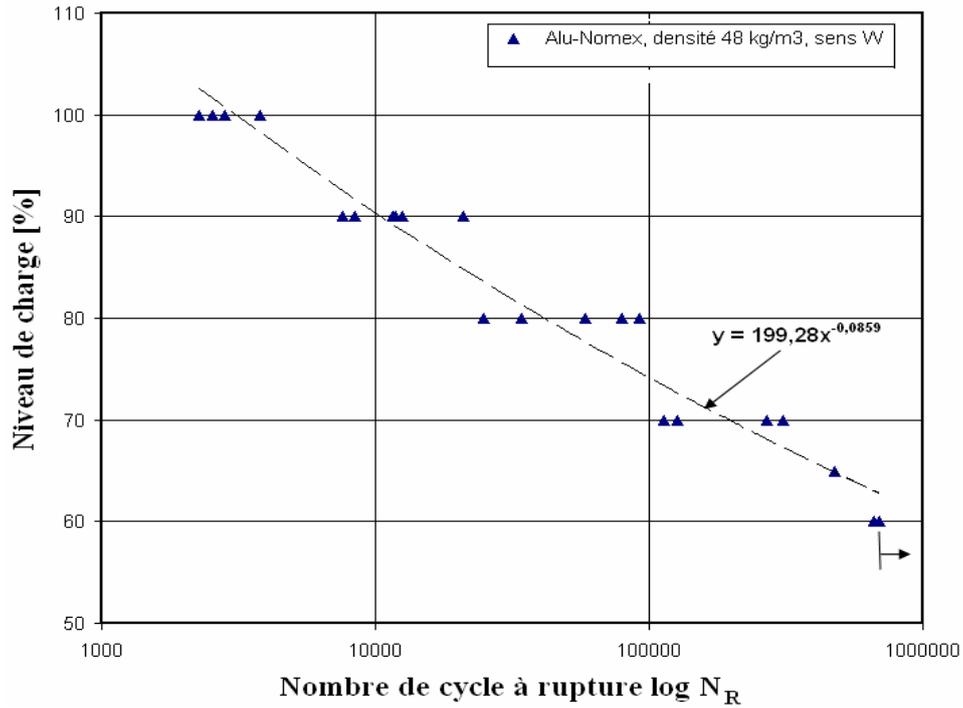


Fig. 20 : Courbe de fatigue Alu-Nomex, densité 48 kg/m<sup>3</sup>, sens W.

- Comparaison entre les courbes de fatigue des deux direction L et W pour le sandwich alu-nomex.

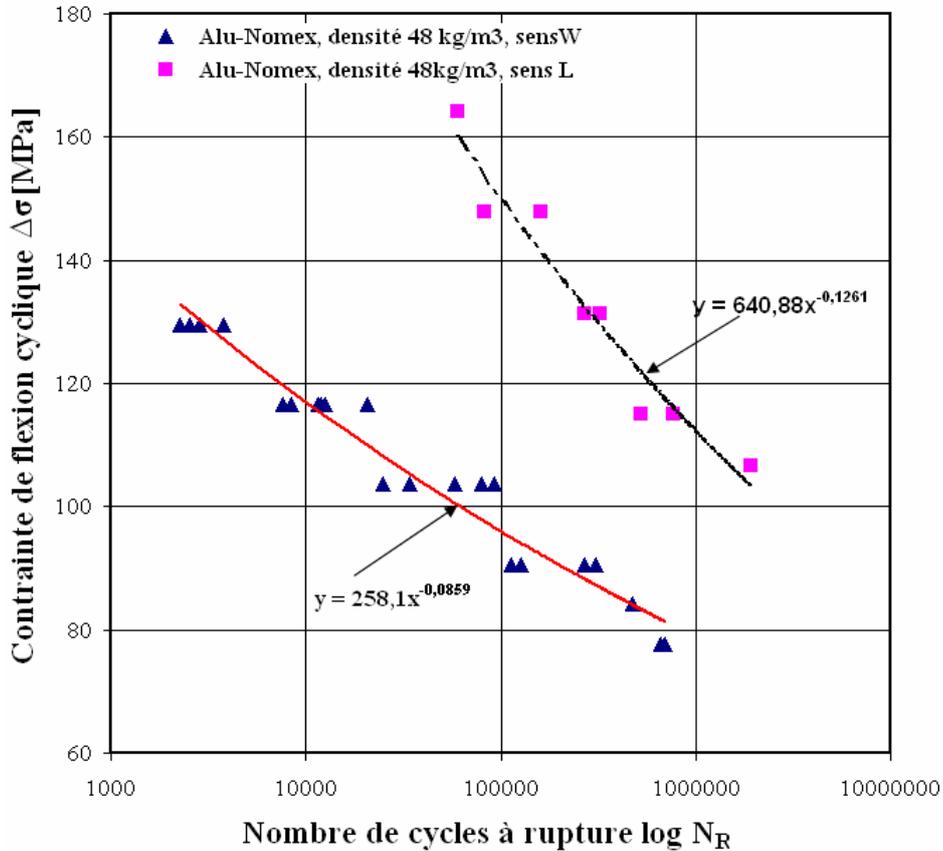


Fig. 21 : Courbes de fatigue Alu-Nomex, densité 48 kg/m<sup>3</sup>, sens L et W.

➤ **Aluminium-nomex (fibres aramide), densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L**

Type de sandwich	Direction	Densité 144 kg/m <sup>3</sup>	Niveau de charge r	Nombre de cycles N <sub>R</sub>	Observation
Alu-nomex	L	144 kg/m <sup>3</sup>	100%	10456	rupture par déformation plastique des peaux
Alu-nomex	L	144 kg/m <sup>3</sup>	95%	73 172	Fissuration de la peau inférieure
Alu-nomex	L	144 kg/m <sup>3</sup>	90%	74769	oui
Alu-Fibre	L	144 kg/m <sup>3</sup>	90%	92 213	oui
Alu-Fibre	L	144 kg/m <sup>3</sup>	90%	82 736	oui
Alu-Fibre	L	144 kg/m <sup>3</sup>	85%	137 794	oui
Alu-Fibre	L	144 kg/m <sup>3</sup>	80%	244 391	oui
Alu-nomex	L	144 kg/m <sup>3</sup>	80%	192 449	oui
Alu-Fibre	L	144 kg/m <sup>3</sup>	75%	747 510	oui
Alu-nomex	L	144 kg/m <sup>3</sup>	70%	465762	oui
Alu-nomex	L	144 kg/m <sup>3</sup>	65%	4 006 638	Non rompue

**Tableau 6** : Résultats des essais de fatigue de Alu-nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L.➤ **Aluminium-nomex (fibres aramide), densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W**

Type de sandwich	Direction	Densité 144 kg/m <sup>3</sup>	Niveau de charge r	Nombre de cycles N <sub>R</sub>	Observation
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	100%	6605	Cisaillement de l'âme + indentation au point de chargement
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	95%	7 737	Identique
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	95%	13 764	Identique
Alu-Fibre	W	144 kg/m <sup>3</sup>	90%	21 419	Identique
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	90%	16 123	Identique
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	85%	65 399	Identique
Alu-Fibre	W	144 kg/m <sup>3</sup>	80%	159 028	Identique
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	80%	152 556	Identique
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	75%	188 702	Identique
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	70%	263 278	Identique
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	66%	863 514	Déformation plastique des peaux, associée à un cisaillement de l'âme
Alu-nomex	W	144 kg/m <sup>3</sup>	60%	2 761 758	identique

**Tableau 7** : Résultats des essais de fatigue de Alu-nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W.

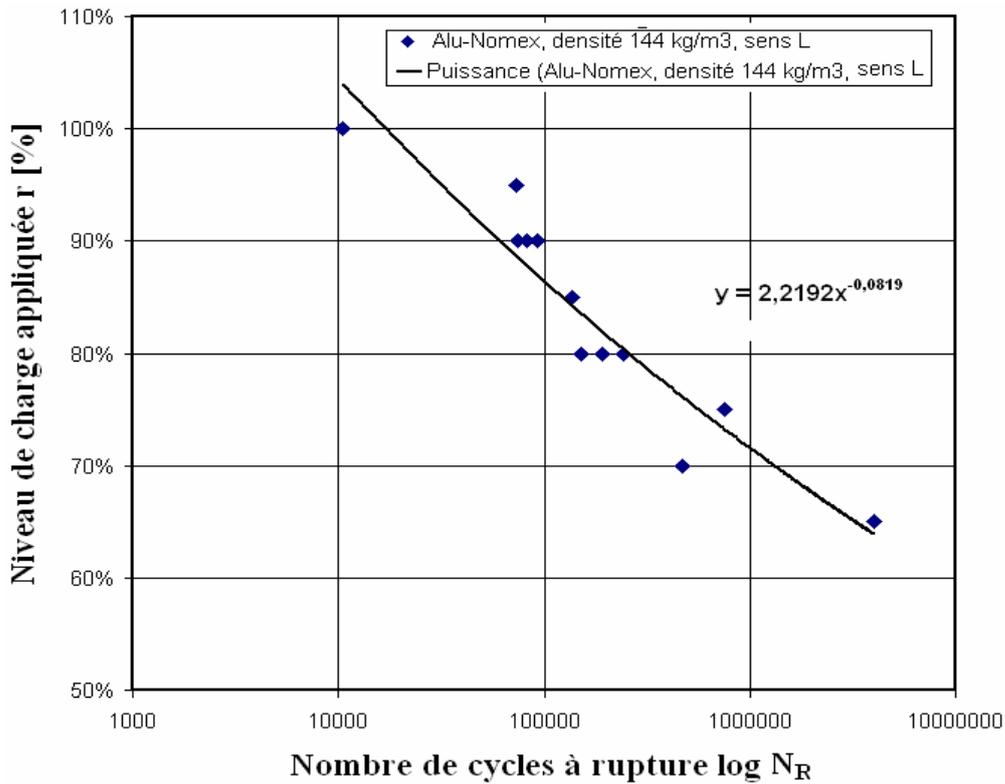


Fig. 22 : Courbe de fatigue Alu-Nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L.

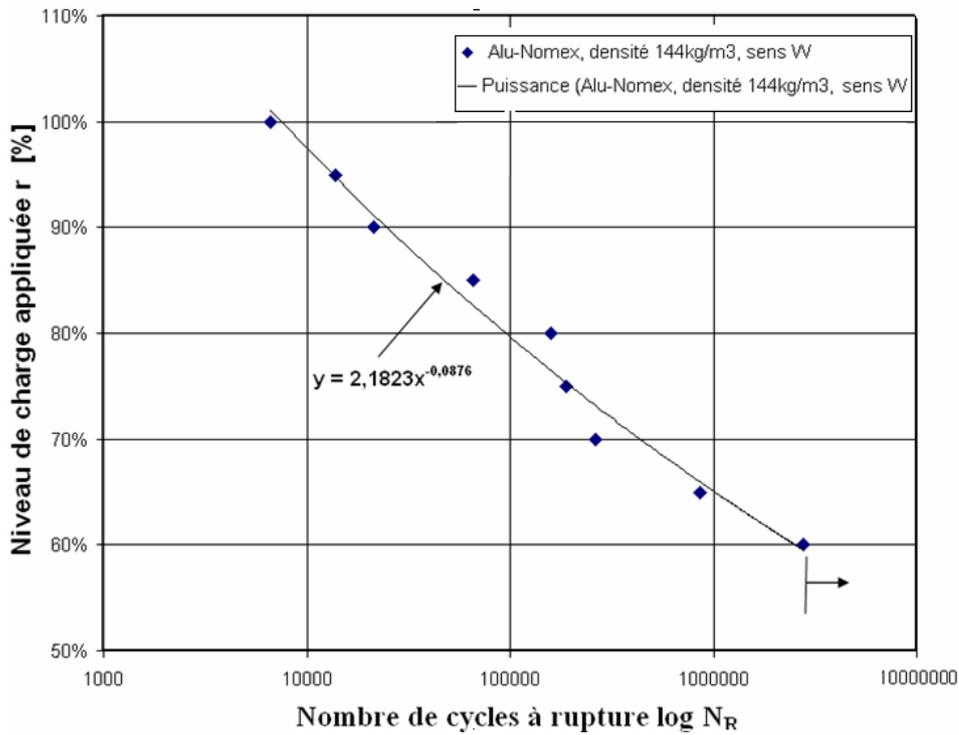


Fig. 23 : Courbe de fatigue Alu-Nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W.

Les tableaux comportant les valeurs de la charge, de la contrainte cyclique appliquée au cours de l'essai de fatigue et le nombre de cycles correspondant, se trouvent en annexe I.

➤ Comparaison entre les courbes de fatigue des deux direction L et W pour le sandwich Alu-Nomex

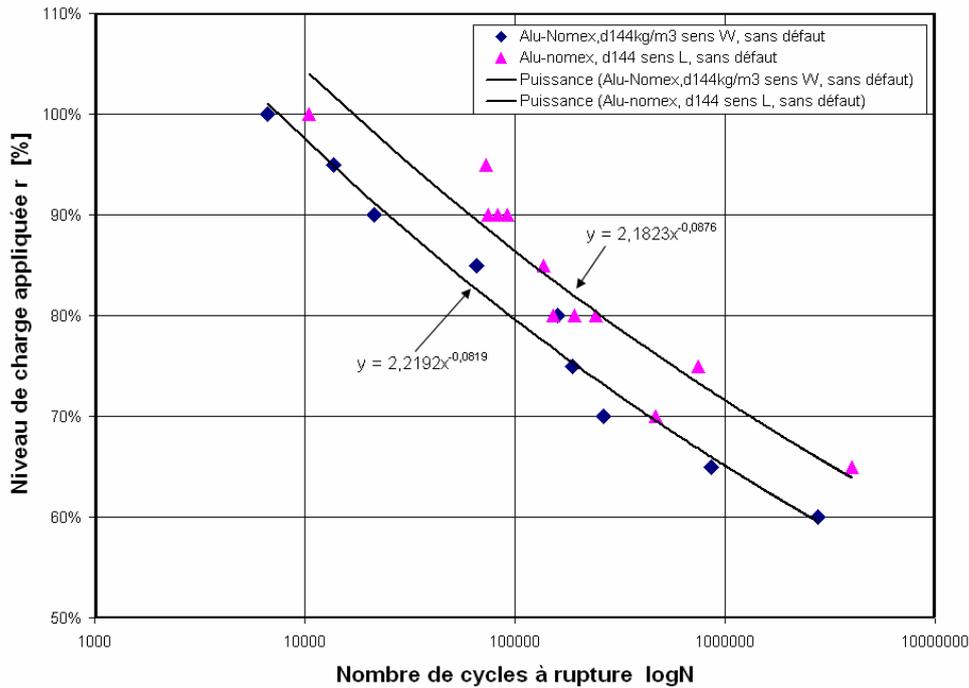


Fig. 24 : Courbes de fatigue du sandwich Alu-Nomex sans défaut, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L et W

➤ Comparaison entre les courbes de fatigue de la peau et du sandwich Alu-Nomex, de densité 144 kg/m<sup>3</sup>, pour deux direction L et W .

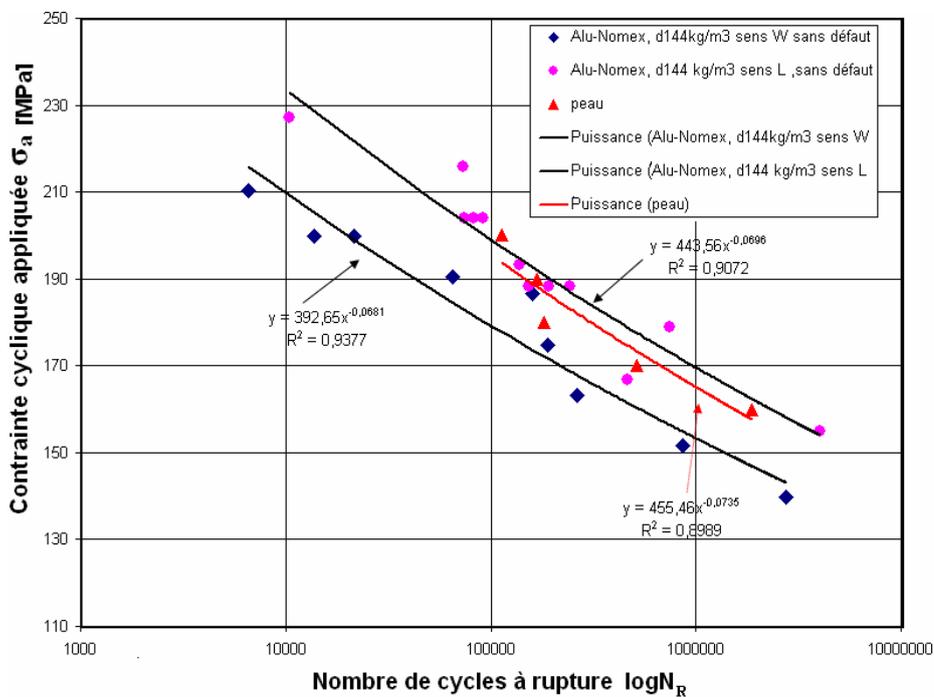


Fig. 25 : Courbe de fatigue du sandwich Alu-Nomex sans défaut, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L et W, et de la peau

- Comparaison entre les courbes de fatigue des deux densités de l'âme 48 et 144 kg/m<sup>3</sup>, des deux direction L et W, pour le sandwich Alu-Nomex.

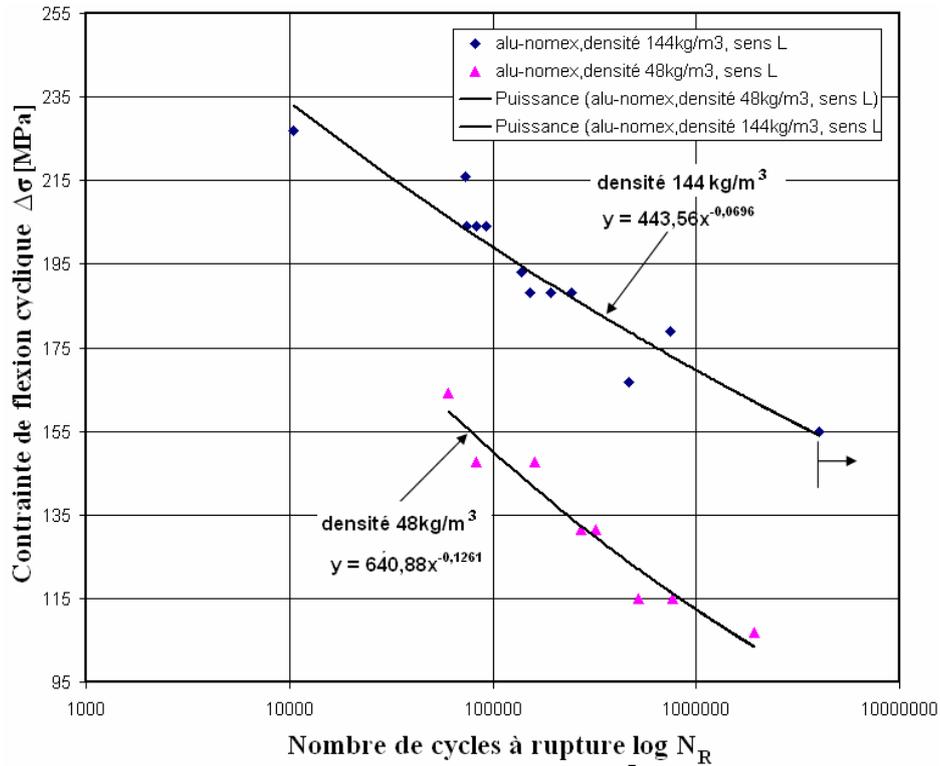


Fig. 26 : Effet de la densité de l'âme sur le comportement en fatigue, pour le sandwich alu-nomex, sens L

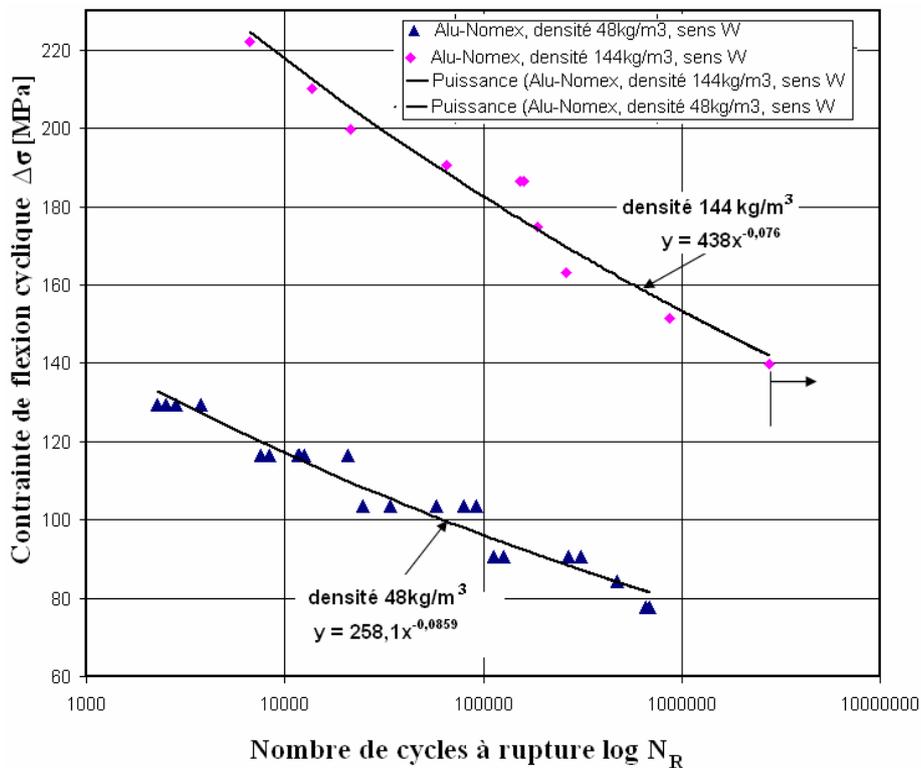
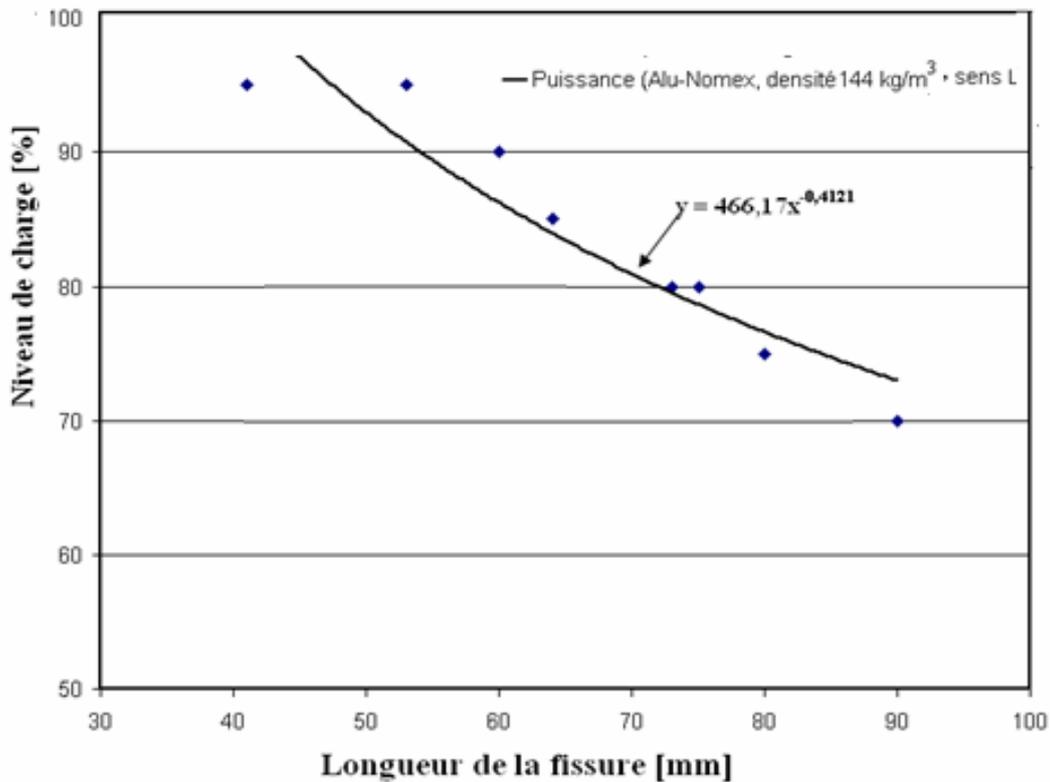


Fig. 27 : Effet de la densité de l'âme sur le comportement en fatigue, pour le sandwich alu-nomex, sens W

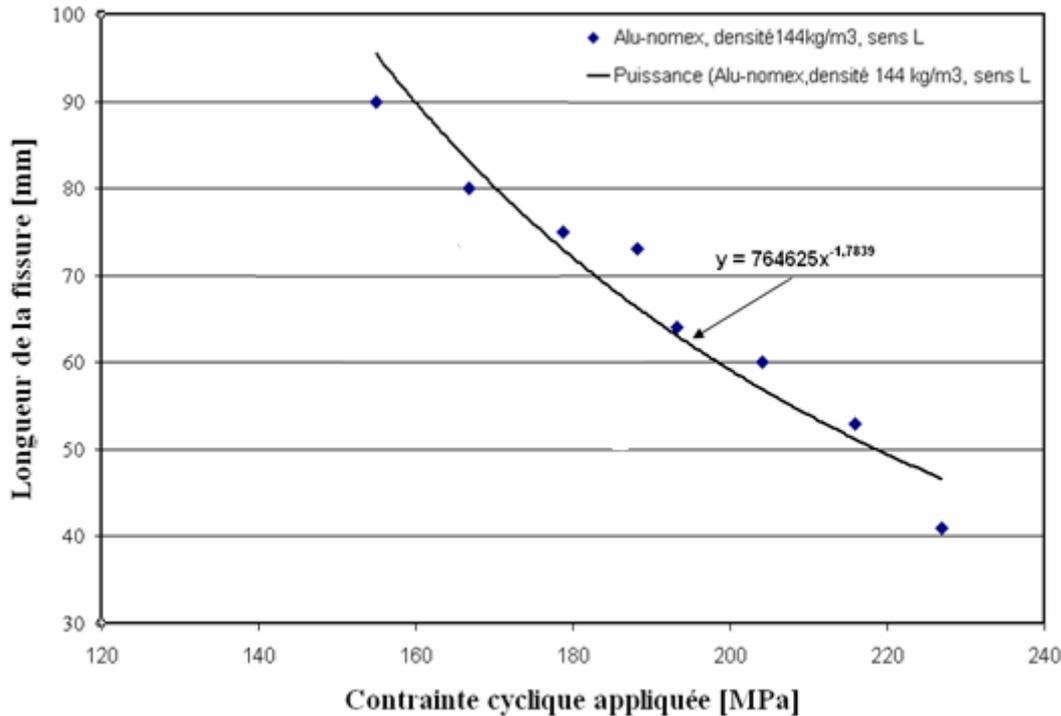
## ➤ Longueur des fissures par fatigue de sandwich (Alu-Nomex), direction L

Eprouvette	Sens d'orientation	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]	Charge appliquée [%]	Nombre Cycles à rupture	Mode rupture	Longueur fissure [mm]	Position/bord « C » [mm]
80/81	L	144	70	465762	Fissuration-peau	90	34
129		144	75	747510	Fissuration-peau	80	71
111	L	144	80	192449	Fissuration-peau	75	94
134	L	144	80	244391	Fissuration-peau	73	86
109	L	144	85	317394	Fissuration-peau	64	12
110	L	144	90	74769	Fissuration-peau	60	90
126	L	144	95	73172	Fissuration-peau	53	130
120		144	95	103873	Fissuration-peau	41	89

**Tableau 9** : Longueur des fissures transverses de la peau inférieure du sandwich alu-nomex , pour le sens L



**Fig. 28** : Evolution de la fissure en fonction du niveau de charge ( r ) du sandwich alu-nomex, pour la configuration L.



**Fig. 29** : Evolution de la fissure en fonction de la contrainte cyclique appliquée du sandwich alu-nomex, pour la configuration L.

#### IV.3.4.1 Analyse des résultats obtenus des essais de fatigue en flexion sur les sandwichs Alu-Nomex

Nous avons réalisé des essais de fatigue en flexion quatre points sur le sandwich aluminium-nomex, en variant la densité de 48 à 144 kg/m<sup>3</sup> et le sens d'orientation des cellules de l'âme du sandwich (L et W). Nous avons reporté sur les figures(19–26) avec échelle semi logarithmique, l'évolution du niveau de charge et de contrainte cyclique appliquée ( $r = P_{app}/P_{sta,max}$  et  $\Delta\sigma$ ) en fonction du nombre de cycles. L'analyse des résultats obtenus, montre une grande dispersion de la durée de vie (tableau 4 – 7).

Les résultats des essais sur les sandwichs alu- nomex de densité 48 et 144 kg/m<sup>3</sup> montrent que les performances du sandwich en fatigue dans la configuration L sont nettement supérieures à celle dans la configuration W (Fig.21). On constate pour le sandwich de densité 48 kg/m<sup>3</sup> que l'écart de la durée de vie entre les deux configurations est plus important pour les contraintes cycliques appliquées élevées. Par contre, pour la densité 144 kg/m<sup>3</sup>, on remarque un parallélisme des courbes de fatigue (sens L et W), avec un écart constant (Fig.24). La figure (25) montre la comparaison des courbes de fatigue du sandwich alu-nomex, de densité 144 kg/m<sup>3</sup> et celle de la peau. On constate que la durée de vie de la peau est très proche que celle du sandwich pour le sens L. Ce qui a été confirmé et vérifié par le mode de rupture obtenu pour la plupart des niveaux de charge appliqués (fissuration de la peau, Tableau 6). C'est à dire pour la densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L, le comportement en flexion et les performances en fatigue du sandwich alu-nomex dépendent de celles des peaux.

La limite d'endurance des matériaux sandwichs alu-nomex pour les deux directions correspond à 60% de la contrainte maximale statique ( $r = 0,6$ ).

L'influence de l'effet de la densité de l'âme sur le comportement en fatigue du sandwich, a été vérifiée par la comparaison des courbes de fatigue obtenues avec les densités de l'âme 48 et 144 kg/m<sup>3</sup>, pour les deux configurations (L et W). Les figures (26 et 27) montrent que la durée de vie du sandwich 144 kg/m<sup>3</sup>, est très largement supérieure à celle de la densité 48 kg/m<sup>3</sup>. Cela signifie que les sandwichs constitués d'âmes de densités élevées (144 kg/m<sup>3</sup>) possèdent une bonne résistance à la fatigue en flexion quatre points.

Le tableau (9) illustre le mode de rupture par fissuration transversale de la peau inférieure pour les différentes éprouvettes de densité 144 kg/m<sup>3</sup>, la longueur de la fissure, la position d'amorçage de la fissure désignée par « c » (position à partir de l'appui de charge, Figure 17). Nous avons constaté que cette fissure est localisée entre les appuis de charge, c'est dans la zone de l'éprouvette soumise à la flexion pure (traction). Les figures 28 et 29 montre que la fissure augmente avec les faibles contraintes cycliques et niveau de charge r, car le mode de rupture dominant dans le cas de configuration L est la fissuration de la peau inférieure.

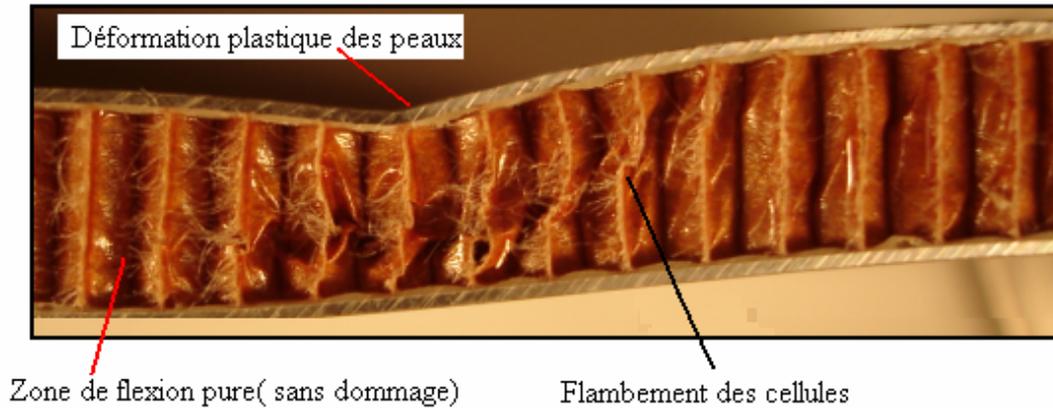
L'endommagement des éprouvettes testées se localise entre les appuis fixes et les appuis de chargement. Cependant, Le mode de ruine effectué par fissuration transversale en traction de la peau inférieure du sandwich est localisé entre les appuis de chargement (Fig. 15). Dans le cas du sandwich (Alu- Nomex) de densité 48 kg/m<sup>3</sup> où les cellules sont orientées suivant W, l'endommagement se traduit par des fissures diagonales traversant l'âme du sandwich. Par contre dans le cas où les cellules sont orientées suivant L, les fissures se propagent horizontalement dans l'âme. La rupture des sandwichs (Alu-Nomex) de densité 144 kg/m<sup>3</sup> dans les deux directions (L et W), se manifeste par plusieurs modes de ruptures complexes : fissuration de peau subissant la traction, indentation et flambement de peau, décohésion âme/peau proche de l'appui de charge, propagation des fissurations par cisaillement de l'âme, etc.

### **IV.3.5. Mode de rupture en fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex sans défauts**

L'analyse des observations des éprouvettes rompues par fatigue, à l'aide du microscope optique, permet de montrer que la rupture des deux sandwichs dépend fortement de la densité d'âme du sandwich, du sens d'orientation des cellules et de la résistance des peaux.

#### **IV.3.5.1. Mode de rupture en fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex de densité 48 kg/m<sup>3</sup>**

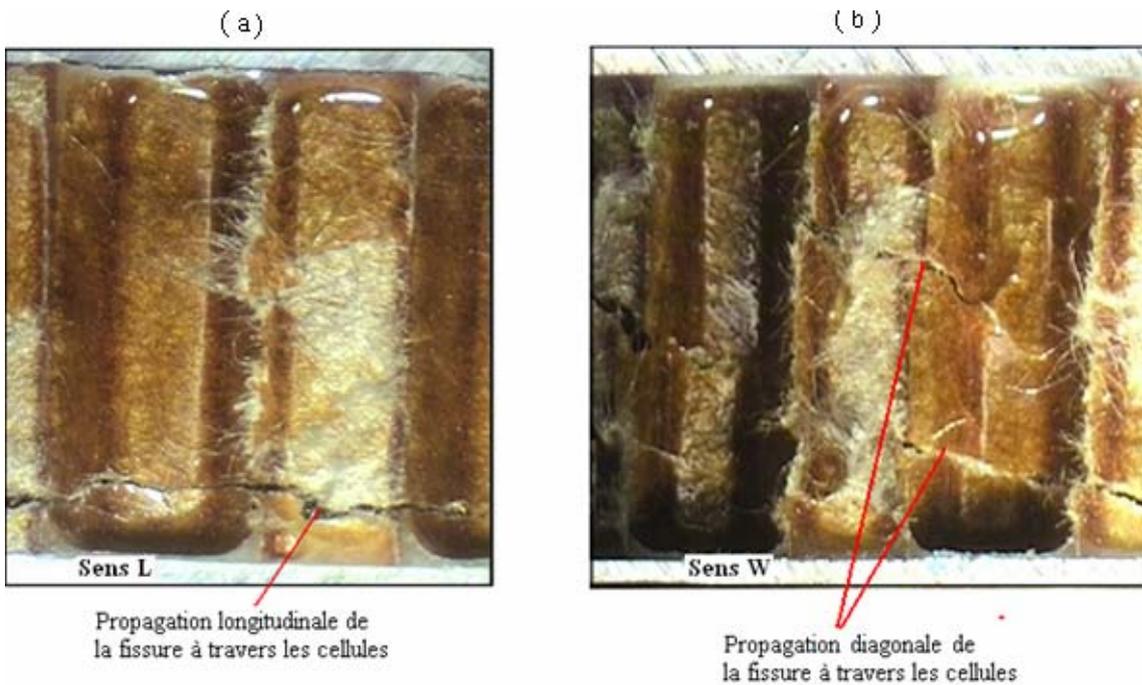
Pour sandwich Aluminium-Nomex, de densité 48 kg/m<sup>3</sup> dont les cellules sont orientées dans les sens L et W, la rupture complète est obtenue essentiellement par cisaillement de l'âme (Fig.32). On a observé dès les premiers cycles un flambement) des cellules (Fig. 30), ensuite l'initiation de quelques fissures dans l'âme dans la zone entre l'appui fixe et l'appui de charge (Fig.31). La croissance et la propagation de ces fissures mènent à la rupture finale de la structure sandwich. La localisation et la taille de ces fissures dépendent fortement de la charge appliquée. Dans le cas du sens W, les fissures se propagent diagonalement traversant les cellules de l'âme du sandwich (Fig.31 et 32b). Par contre dans le cas où les cellules sont orientées suivant L, les fissures se propagent horizontalement dans l'âme (Fig.32a et 32c). L'endommagement par cisaillement de l'âme dans le sens W des cellules de l'âme est plus important que dans le sens L.

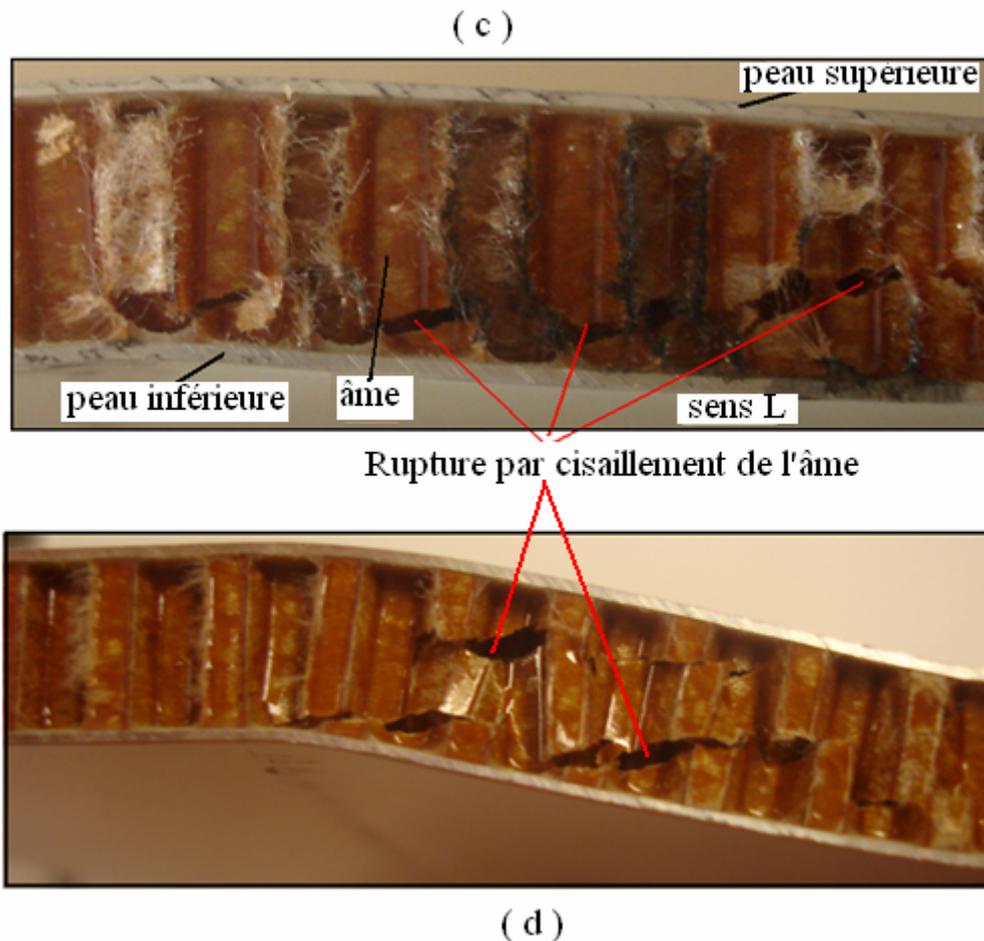


**Fig.30** : Flambement des parois des cellules de l'âme dans la zone entre l'appui fixe et l'appui de charge, sens W,  $r=0.9$



**Fig. 31** : Formation des fissures par cisaillement dans les cellules de l'âme de densité  $48 \text{ kg/m}^3$ , sens W





**Fig. 32** : Mode de rupture finale par cisaillement de l'âme du sandwich (Alu-Nomex), de densité 48 kg/m<sup>3</sup>, pour les deux sens (L et W).

#### IV.3.5.2 Mode de rupture en fatigue des panneaux sandwichs Alu-Nomex de densité 144 kg/m<sup>3</sup>

Pour sandwich Aluminium-Nomex, de densité 144 kg/m<sup>3</sup> dont les cellules sont orientées dans le sens W, la rupture pour les différents niveaux de charge  $r$  (60% à 100%) est obtenue par plusieurs modes simultanés d'endommagements : indentation et flambement de peau supérieure, poinçonnement de l'âme, décohésion âme/peau et cisaillement de l'âme au voisinage de l'appui de charge (Fig.33). Cependant, la ruine totale des sandwichs de sens W est due principalement à la décohésion (délaminage) entre l'âme et la peau inférieure (Fig.33 et 34) et par cisaillement de l'âme entre l'appui fixe et l'appui de charge (Fig.35). Pour les faibles niveaux de chargement ( $r=60\%$  et  $65\%$ ), la croissance de l'endommagement en fonction du nombre de cycle au cours de la fatigue est gouvernée par la croissance des fissures à travers les cellules de l'âme (Fig.34). Dans quelques cas, une fissuration par traction de la peau inférieure a été observée pour le sens W. Par contre, pour le sens L des cellules, la rupture complète pour tous les niveaux de charge appliqués est obtenue essentiellement par fissuration de la peau inférieure subissant la déformation par traction entre les appuis de chargement (Fig.35 et 36). La figure (36) montre le mode de rupture par déformation plastique des peaux pour le niveau  $r=100\%$  (charge appliquée cyclique  $\Delta P_{app}$  égale à charge maximale statique  $P_{max stat}$ ).

Le tableau (10) résume les modes de rupture observés dans les structures alu-nomex testées en fatigue pour différents niveaux de charge.

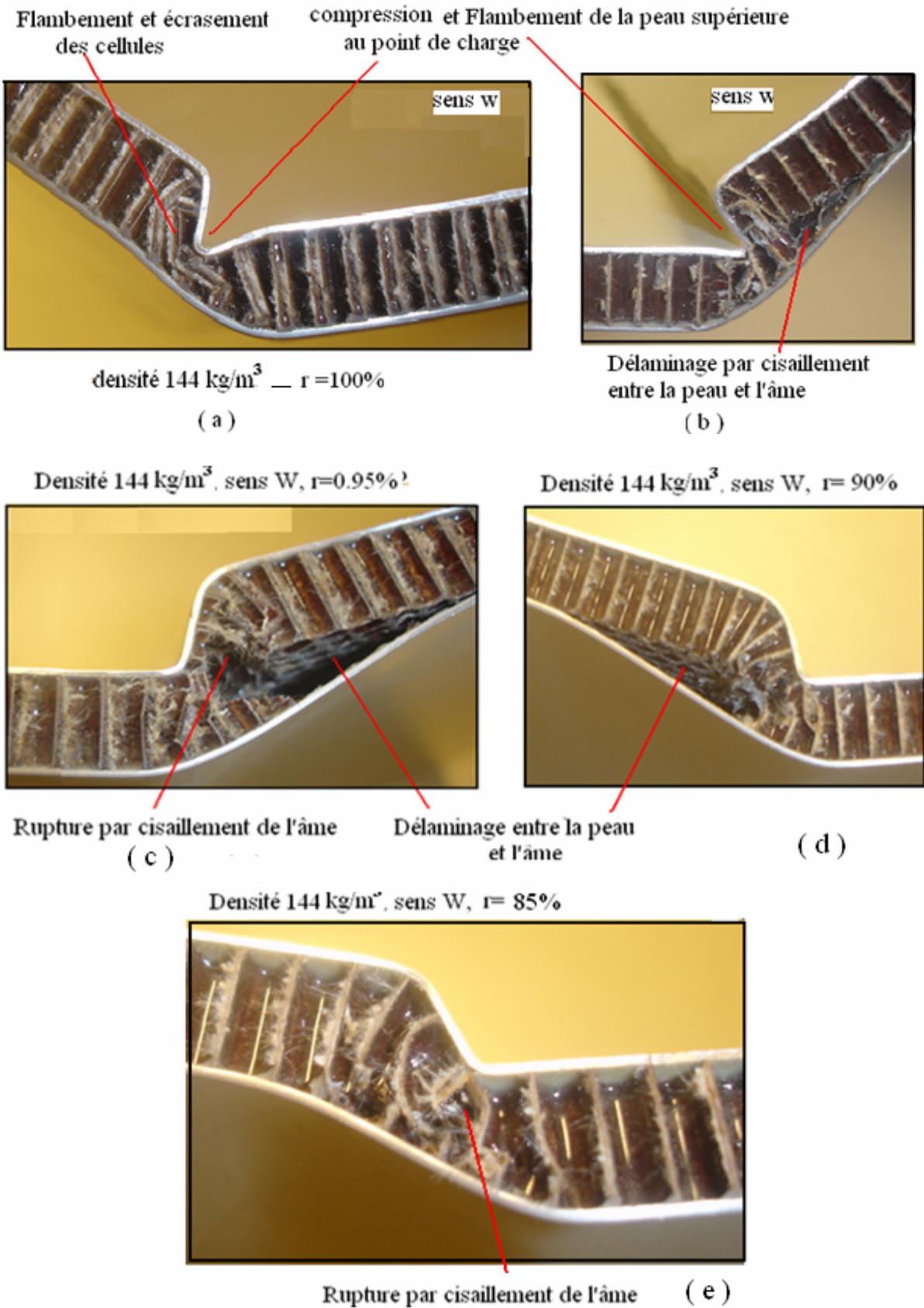
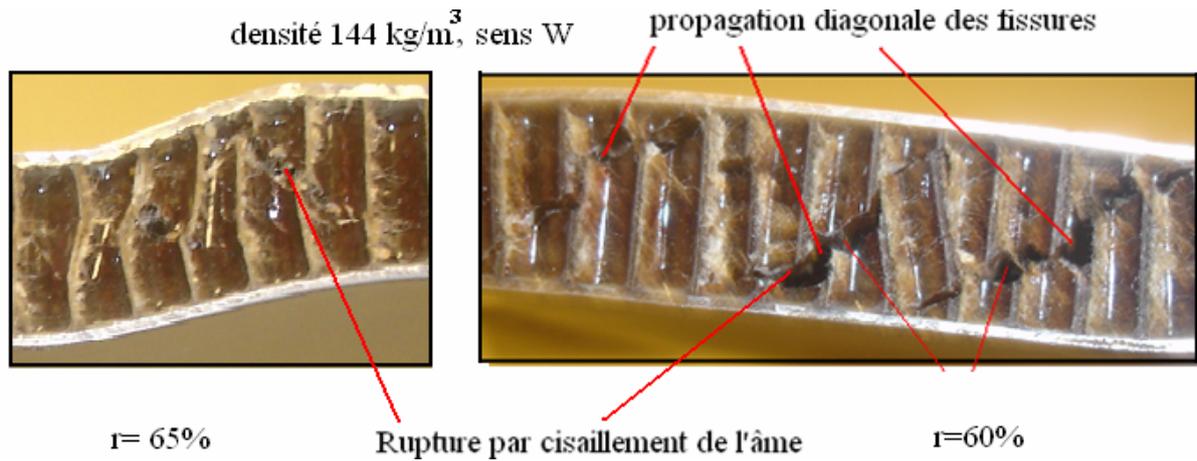
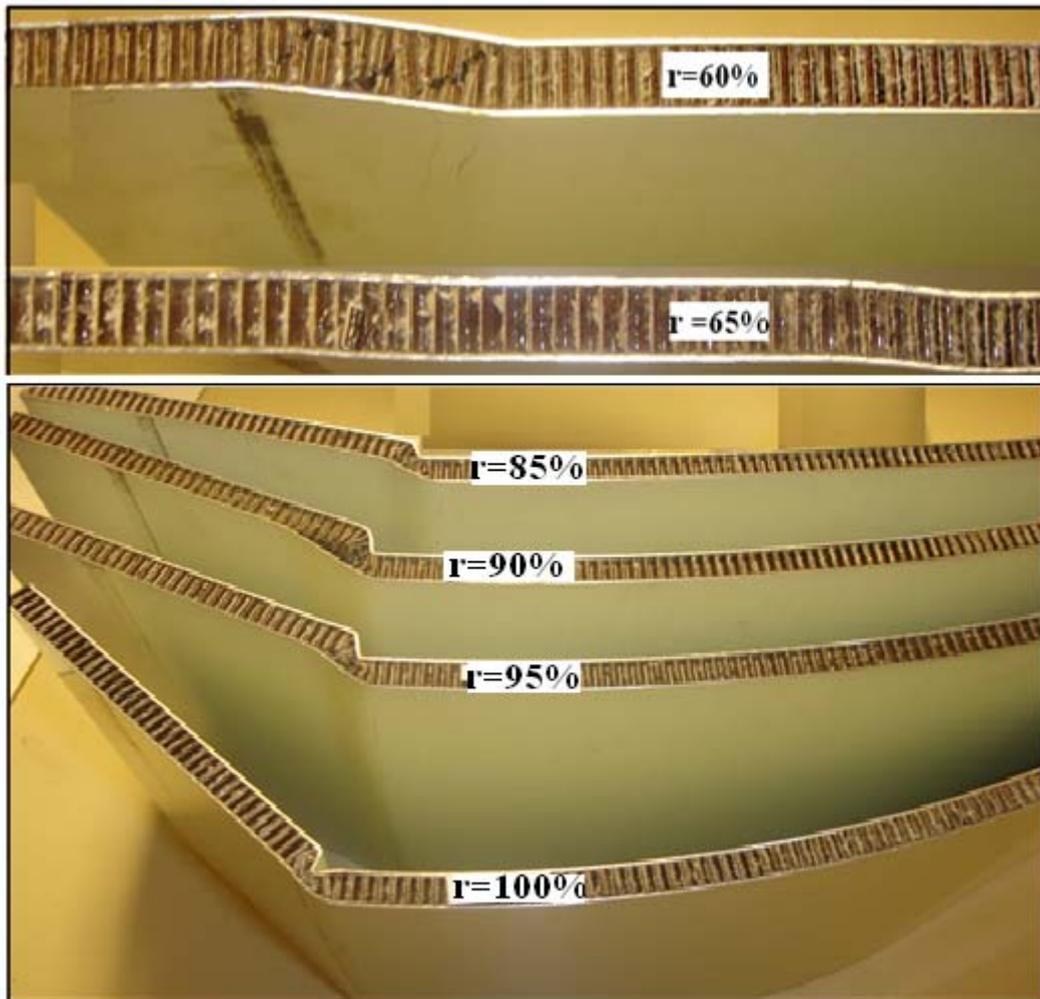


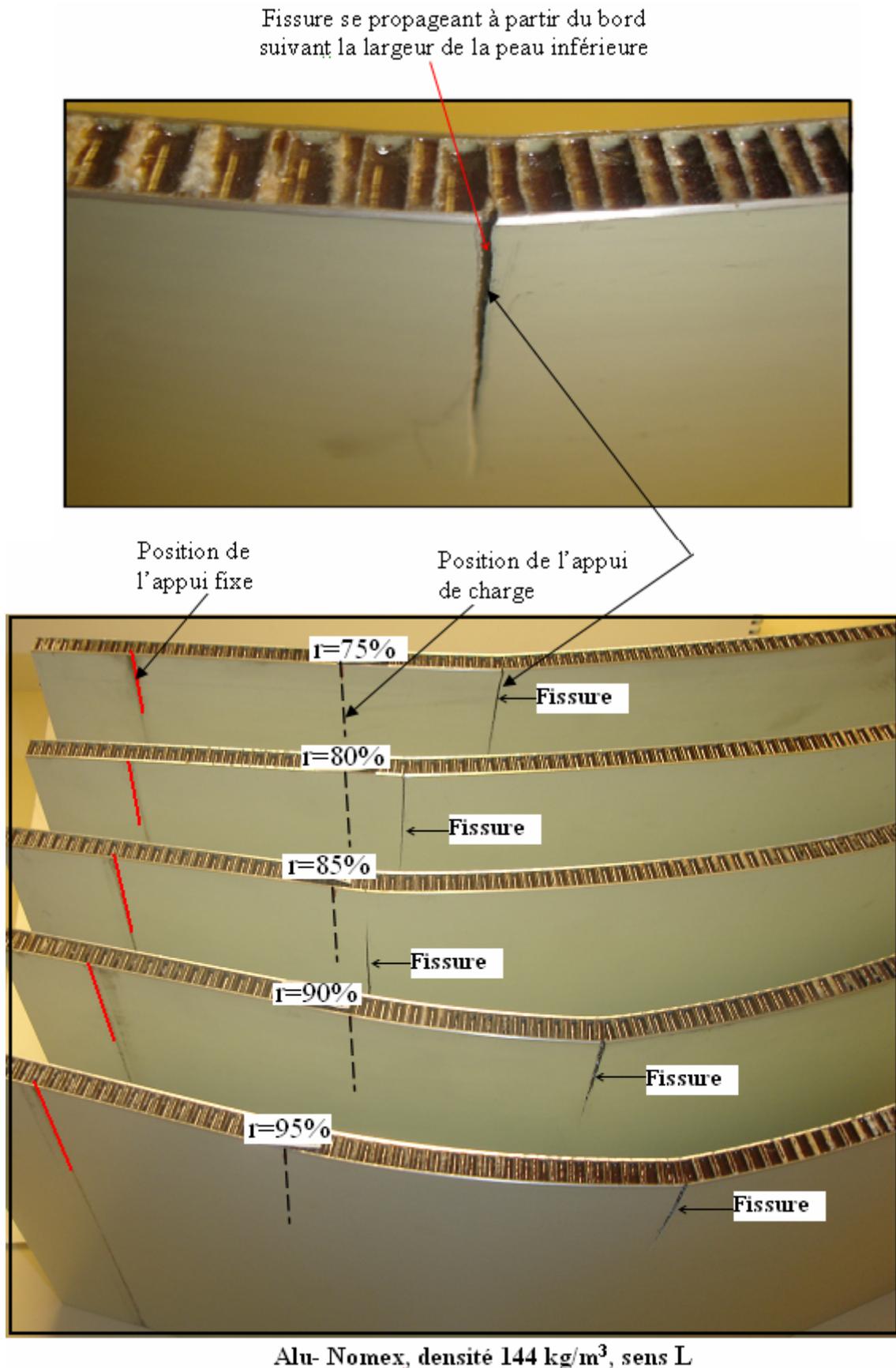
Fig. 33 : Mode de rupture finale en fatigue des sandwichs alu-nomex , sens W, pour différents niveaux de charge r



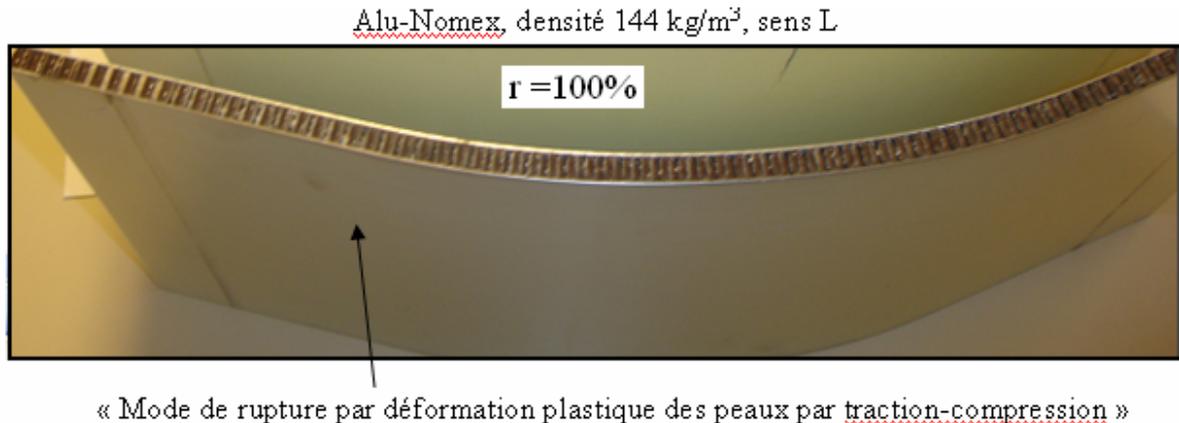
**Fig. 34** : Mode de rupture par cisaillement de l'âme (fissuration diagonale des cellules)



**Fig. 35** : Formes des éprouvettes rompues par fatigue, de densité  $144 \text{ kg/m}^3$ , sens W



**Fig. 36** : Mode de rupture par fissuration de la peau inférieure du sandwich de densité  $144 \text{ kg/m}^3$ , sens L pour les différents niveaux de charge



**Fig. 37** : Mode de rupture par déformation plastique des peaux pour  $r = 100\%$

Matériau	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]	Direction	Mode de rupture complète		
			Fissuration de la peau Inférieure par traction	Cisaillement de l'âme	Délaminage par cisaillement
Aluminium-nomex	48	L		Oui	
		W		Oui	
Aluminium-nomex	144	L	Oui		
		W		Oui	oui

**Tableau 10** : Modes de rupture observés en fatigue pour les sandwichs alu-nomex.

### IV.3.5. Résultats des essais de fatigue des panneaux sandwichs avec défauts et discussion

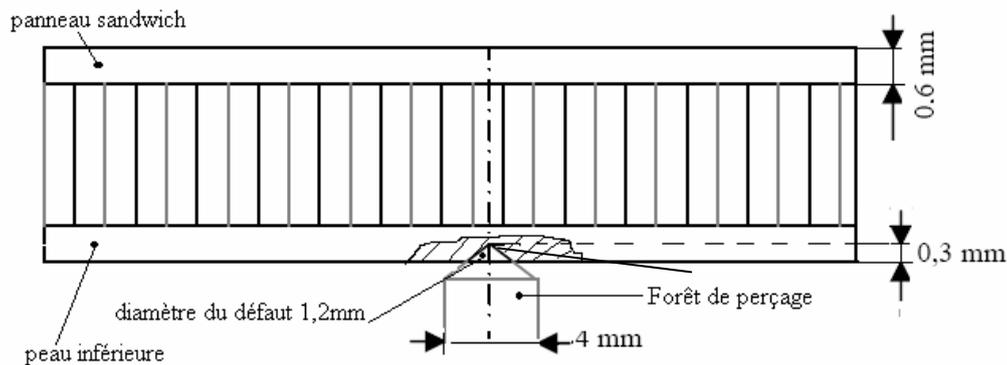
#### IV.3.5.1. Introduction

Les structures sandwich en nids d'abeilles, dans le domaine aéronautique par exemple, peuvent être soumises à des impacts (d'oiseau, caillou, poussière, ... etc.). Dans ce cas, il est nécessaire d'avoir des informations sur l'influence du défaut sur le comportement en fatigue de la structure sandwich en nid d'abeilles.

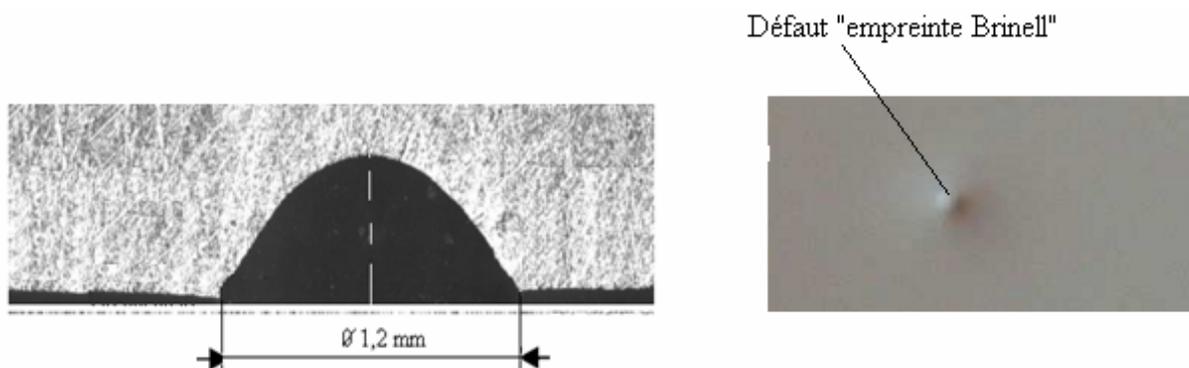
A cet effet, des essais de fatigue ont été effectués sur deux types sandwichs (alu-alu, 82 kg/m<sup>3</sup> et alu-nomex, 144 kg/m<sup>3</sup>) dont le but de déterminer l'influence du défaut et de sa géométrie sur la durée de vie d'une plaque sandwich.

Nous avons considérés deux défauts qui sont :

- Trou non débouchant de 1,2 mm de diamètre et 0,3 mm à 0,4mm de profondeur (Fig.38 et 39),
- Défaut sous forme d'une indentation hémisphérique réalisée au centre de l'éprouvette à l'aide d'un essai de dureté Brinell avec une bille de 2,5mm et une charge 625N. En effet, cette forme de défaut est la plus proche d'un impact réel et sa reproductibilité est facile (Fig.39).



**Fig. 38** : Schéma et dimension du défaut « trou non débouchant »réalisé dans la peau inférieure du sandwich



**Fig. 39** : Forme réelle du défaut “trou non débouchant“    **Fig. 18** : Défaut “empreinte Brinell“

#### IV.3.5.2 Résultats obtenus des essais de fatigue sandwichs avec les défauts « trou- indentation »

Les tableaux (11, 12, 13) représentent les valeurs du nombre de cycles à rupture  $N_R$ , obtenues des essais de fatigue pour chaque niveau de charge appliquée  $r$ , sur les deux types de sandwichs (alu-alu, alu-nomex), avec de deux types de défauts (trou non débouchant, indentation Brinell).

Sens	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]	Niveau de charge [%]	Défaut h [mm]	N <sub>R</sub> (cycles) avec défaut	N <sub>R</sub> (cycles) sans défaut	Mode de rupture « fissuration dans le défaut (trou) »
L	82	60	0.3	612038	1051950	non
L	82	65	0.3	465762	1051955	oui
L	82	70	0.3	304862	532127	oui
L	82	70	0.5	17465	532127	oui
L	82	80	0.3	71249	409688	oui
W	82	60	0.3	1237234	Non rompue	non
W	82	70	0.3	122142	235152	oui
W	82	70	0.3	99193	235152	oui
W	82	80	0.3	82412	109076	oui

**Tableau 11** : Résultats obtenus des essais de fatigue, des sandwichs Alu-Alu avec défaut (trou), sens L et W.

➤ **Défaut « Indentation Brinell » dans les sandwichs Alu-Alu**

Sens	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]	Niveau de charge [%]	N <sub>R</sub> (cycles) avec défaut	Mode de rupture : fissuration	
				dans le défaut	à coté du défaut
L	82	65	1031796	non rompue	non
L	82	75%	225783	oui	non
L	82	75%	500364	non	à 50 mm du bord
L	82	80%	367786	non	identique
W	82	90	63776	non	non

**Tableau 12** : Résultats obtenus des essais de fatigue, des sandwichs Alu-Alu avec défaut Brinell, sens L et W.

➤ **Défaut « Indentation Brinell » dans les sandwichs Alu-Nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>**

Sens	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]	Niveau de charge [%]	N <sub>R</sub> (cycles) avec défaut	N <sub>R</sub> (cycles) sans défaut	Mode de rupture : fissuration	
					dans le défaut	à coté du défaut
L	144	70	496293	465762	oui	à 50 mm du bord
L	144	75	287686	747510	oui	oui
L	144	85	141833	317394	non	oui
L	144	80	121282	192449	non	oui
L	144	80	110093	244391	non	oui
L	144	90	78641	82736	non	oui
L	144	95	70619	73172	non	oui
W	144	75	130642	188702	oui	non
W	144	80	65472	152556	non	à 10 mm du défaut

**Tableau 13** : Résultats obtenus des essais de fatigue, des sandwichs Alu-Nomex avec défaut « Indentation Brinell »,

Nous avons constaté que la rupture en fatigue pour les deux types de sandwichs avec les deux types de défauts n'a pas toujours eu lieu au niveau du défaut (tableaux 11, 12, 13). En effet, dans certains cas, elle se produit dans le défaut (Fig. 40) et dans d'autres cas à côté du défaut (Fig.41). Les tableaux (11-13) donnent les modes de rupture obtenus en fatigue pour les différents niveaux de charge, le nombre de cycles à rupture pour les sandwichs testés avec et sans défauts.

Nous avons comparé et tracé les résultats de la durée de vie  $N_R$  en fonction du niveau de charge pour les sandwichs avec défauts dont la fissuration a eu lieu au niveau du défaut, avec les sandwichs sans défauts. Le nombre de points ( $N_R$  avec mode de rupture dans le défaut) n'étant pas suffisant, les courbes de fatigue pour le défaut « indentation Brinell » n'ont pas pu être tracés. Ces derniers sont représentés dans les courbes de fatigue sans défauts sous forme de nuages de points. Les figures (40a et 40b) représentent les courbes de fatigue pour les sandwichs alu-alu, sans et avec défaut (trou non débouchant). Les courbes de fatigue pour le cas du défaut « indentation Brinell » sont illustrées par les figures (41 et 42).

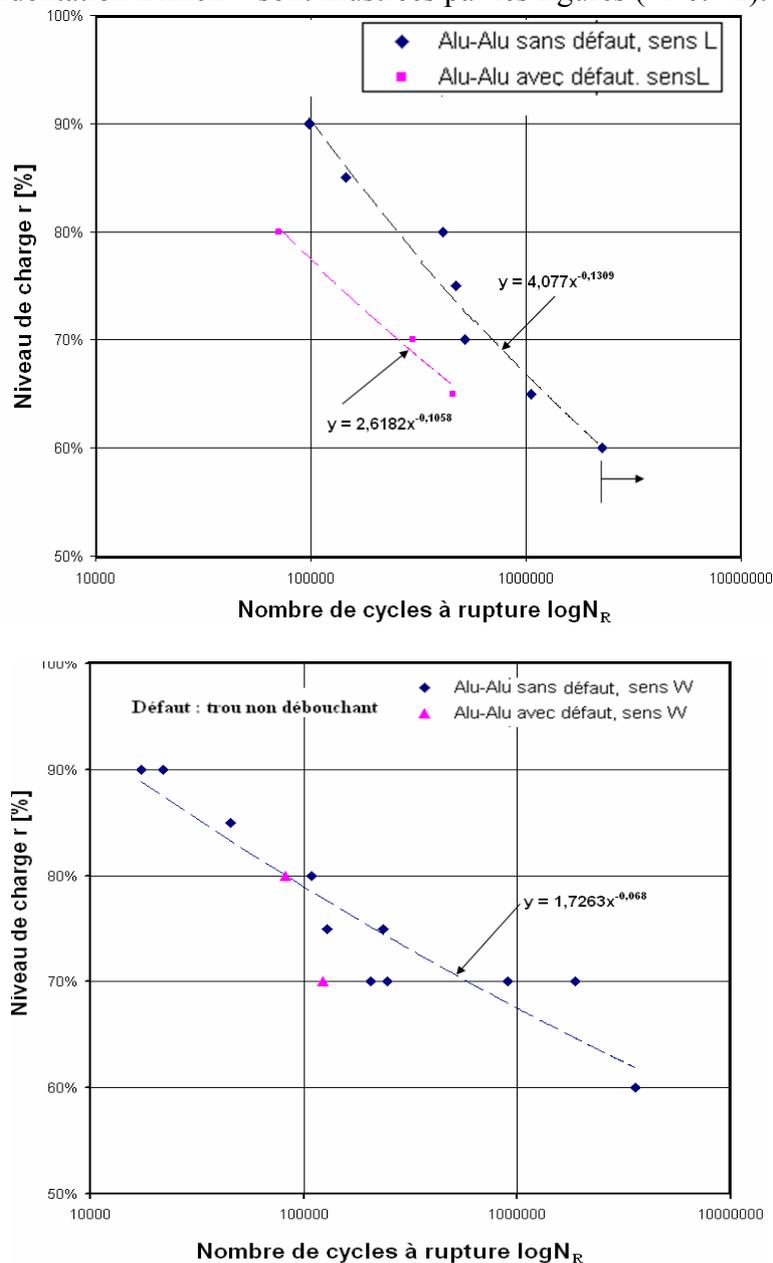


Fig. 40 : Courbes de fatigue pour alu-alu, sans et avec défaut ( trou non débouchant)

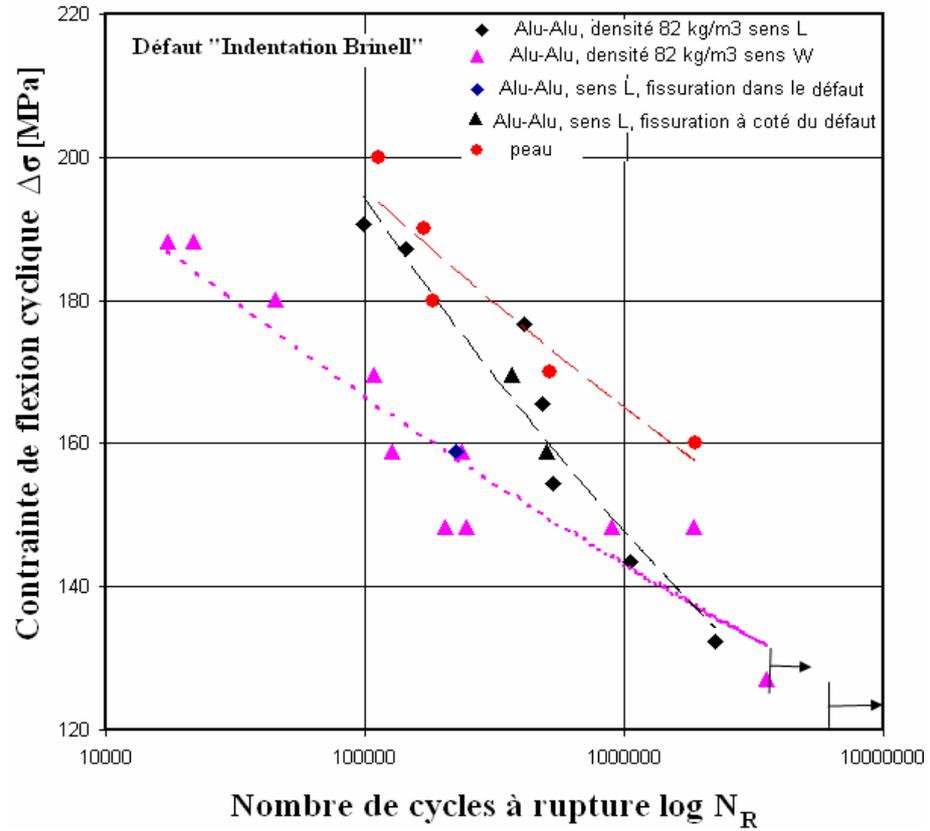


Fig. 41 : Courbes de fatigue pour alu-alu, sans et avec défaut ( indentation Brinell)

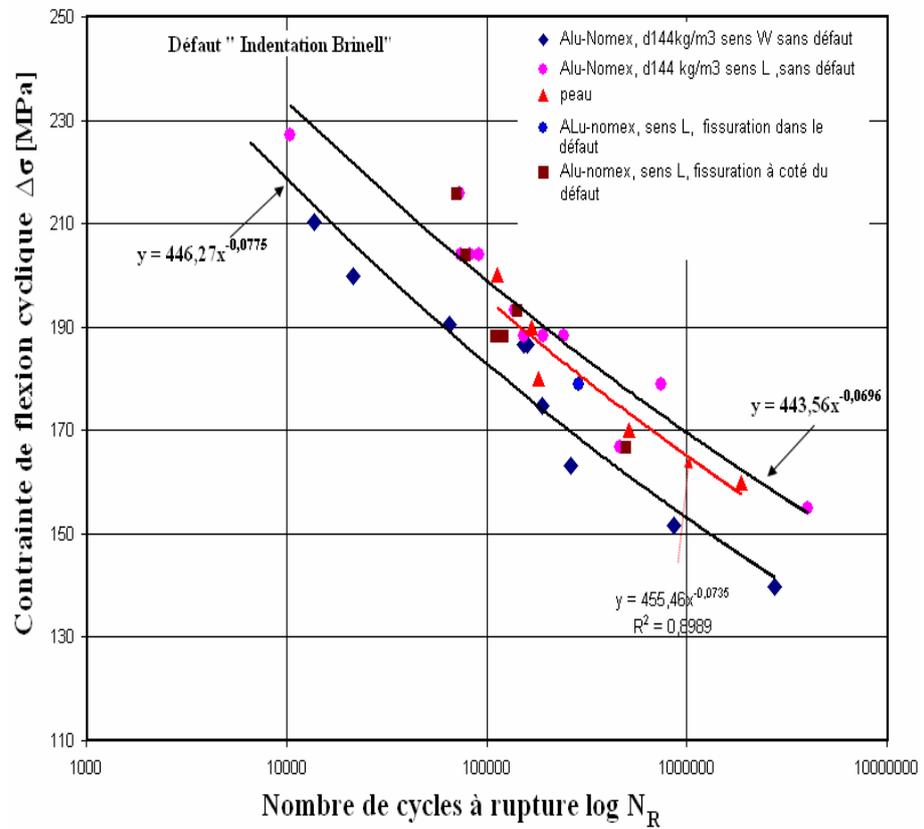
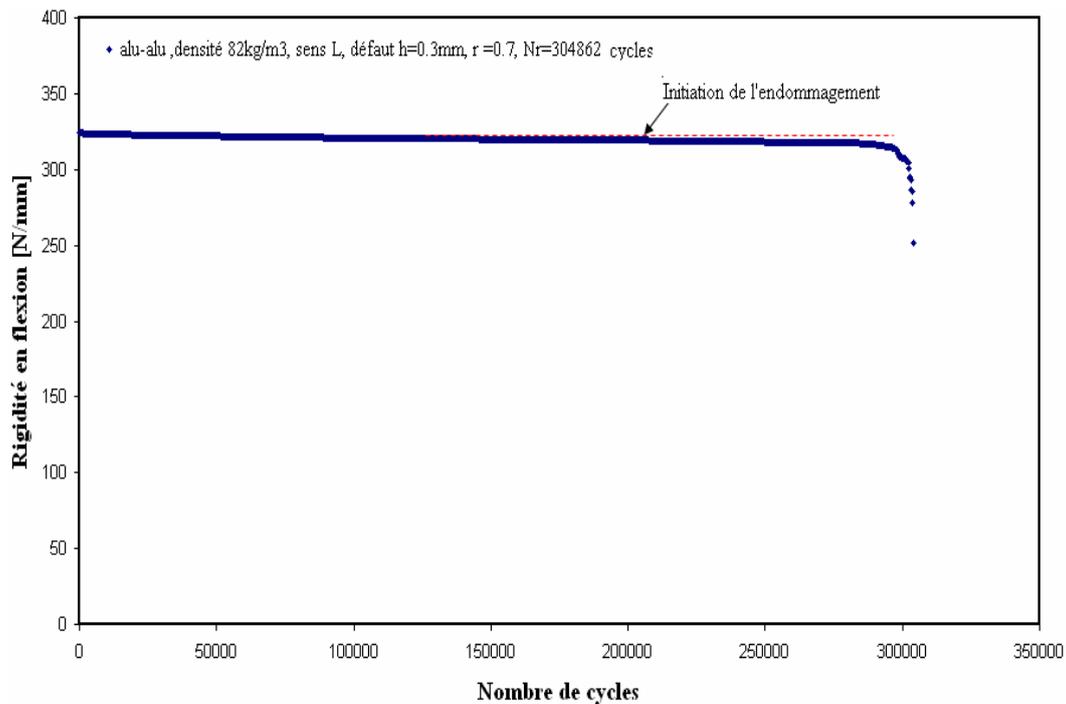
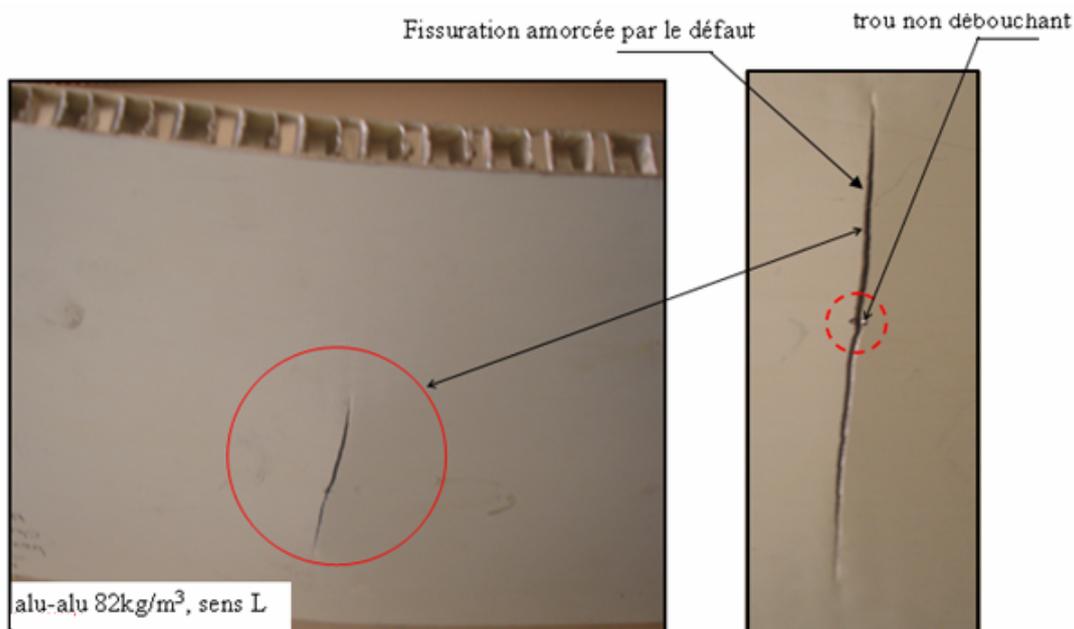


Fig. 42 : Courbes de fatigue pour alu-nomex , sans et avec défaut ( indentation Brinell)

La figure 43 montre un résultat typique de l'évolution de la dégradation de la rigidité en flexion en fonction du nombre de cycles, pour différents niveaux de charge. Elle représente la diminution de la rigidité jusqu'à la rupture se déroulant en trois phases : dans un premier temps se manifeste une diminution brutale dès les premiers cycles ; la diminution devient très lente correspondant à la quasi-totalité de la durée de vie de l'éprouvette, enfin dans la troisième phase qui est très courte, où la perte de rigidité s'accélère très rapidement jusqu'à la rupture complète du sandwich. Dans le cas de la figure 43, la rupture du sandwich (alu-alu) a eu lieu au niveau du défaut, comme montré par la figure 44.

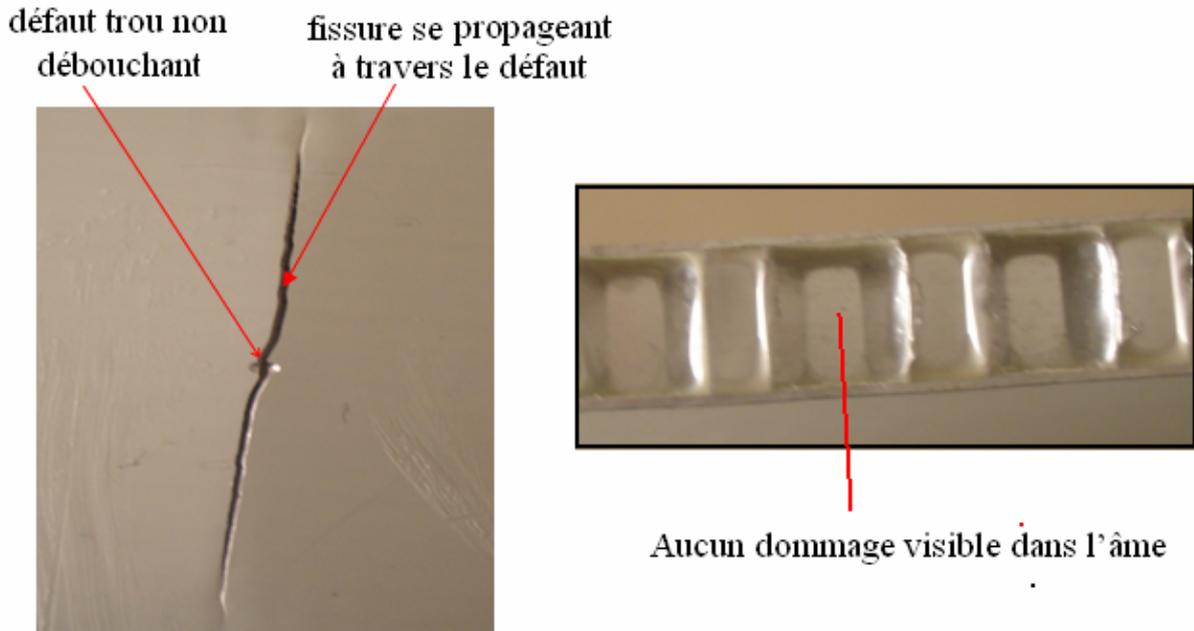


**Fig. 43** : Evolution de la rigidité en flexion en fonction du nombre de cycle pour le sandwich alu-alu avec défaut



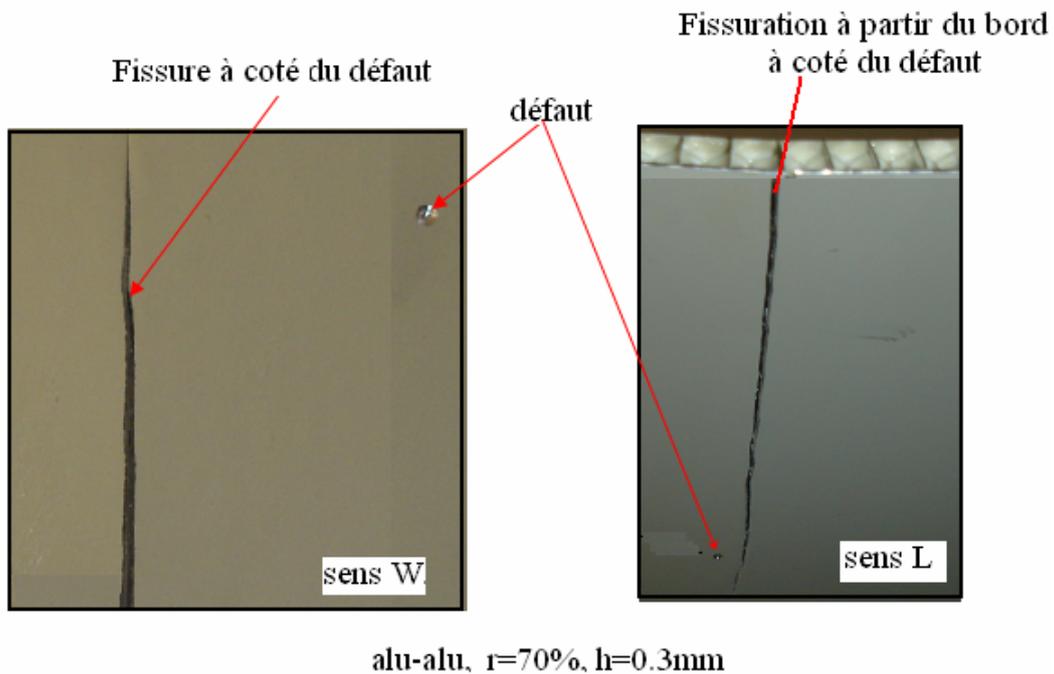
Profondeur du défaut  $h = 0.3\text{mm}$ ,  $r = 70\%$ ,  $N_R = 304862$  cycles

**Fig. 44** : Mode de rupture par fissuration amorcée par le défaut pour  $h=0,3$  mm



Profondeur  $h=0,5\text{mm}$ ,  $r = 70\%$ ,  $N_R=17465$  cycles

**Fig. 45** : Mode de rupture par fissuration amorcée par le défaut pour  $h=0,5$  mm et aucun dommage dans les cellules de l'âme



alu-alu,  $r=70\%$ ,  $h=0.3\text{mm}$

**Fig. 46** : Mode de rupture par fissuration à coté du défaut

#### IV.3.5.3. Analyse des résultats obtenus des essais de fatigue sandwichs avec défauts

Malgré le faible nombre de points expérimentaux des essais ou la rupture est localisé dans le défaut, les résultats obtenus sur les plaques sandwichs avec et sans défauts ( tableaux 11 et 13, Fig.40) montrent l'influence du défaut (trou) sur la durée de vie.

**➤ Défaut : trou non débouchant**

Pour le cas du sandwich alu-alu, sens L, avec défaut (trou), on constate que la présence d'un défaut de surface sur les plaques fait diminuer considérablement sa durée de vie. De plus, plus la charge est élevée, plus la différence de durée de vie entre les plaques sans défaut et les plaques avec défaut est importante (Fig.40). De même, on a vérifié l'influence de la dimension du défaut sur la durée de vie par un essai de fatigue pour un même niveau de charge. On a varié la profondeur  $h$  du trou de 0,3mm à 0,5mm, la durée de vie  $N_R$  a diminué de 304862 à 174676 cycles. Les figures (44 - 46) montrent les modes de rupture par fissuration : dans le défaut et à coté du défaut.

**➤ Défaut : indentation brinell**

On remarque ici pour la plupart des essais, la rupture des sandwichs (alu-alu, alu-nomex) s'est déroulé en dehors du défaut. On constate l'absence totale d'influence du défaut sur la rupture en fatigue des plaques des deux types sandwichs (Fig.45). Les points expérimentaux ( $N_R$ ) obtenus pour les deux types de sandwichs avec défaut appartiennent aux nuages de points des courbes de fatigue des sandwichs sans défauts. En effet, la fissuration ayant lieu sur le bord de l'éprouvette ou à coté du défaut, c'est à dire le défaut n'a aucune influence sur la durée de vie. Ces points font donc partis de la courbe sans défaut (Fig. 41 et 42).

Nous confirmons donc que les défauts choisis sont de petites tailles et ne sont pas assez significatifs pour provoquer systématiquement la rupture au niveau du défaut.

**IV.3.6. Conclusion**

Nous avons réalisé des essais de fatigue en flexion quatre points sur deux types de matériaux sandwichs avec et sans défaut, en variant la densité et le sens d'orientation des cellules en nids d'abeilles (L et W).

Les résultats des essais de fatigue nous ont permis de constater que :

- La durée de vie dans le sens L du sandwich (Aluminium/ Aluminium) est plus importante que celle dans la direction W, pour les chargements élevés allant approximativement jusqu'à 63% de la contrainte maximale statique
- L'endommagement des sandwichs alu-alu dans le sens W est plus important que celle dans le sens L
- la rupture finale pour la plupart des sandwichs testés, pour les deux configurations L et W des cellules de l'âme est effectuée par fissuration de la peau inférieure soumise à la traction.
- Le mode de rupture par fissuration de la peau inférieure est localisé dans la zone de la flexion pure (entre les appuis de chargement).
- la durée de vie de la peau seule en aluminium est plus importante que celle du sandwich alu-alu pour les deux directions.
- La limite d'endurance des matériaux sandwichs alu-alu pour les deux directions est identique et correspond à 60% de la contrainte maximale statique.
- Les performances en fatigue du sandwich Alu-Nomex (fibres aramide), de densité 48 kg/m<sup>3</sup>, dans le sens L, sont nettement supérieures que celle dans la direction W, à taux de charge constant
- Les allures des courbes de fatigue (sens L et W), pour la densité 144 kg/m<sup>3</sup>, présentent un parallélisme avec un écart constant

- le comportement en flexion et les performances en fatigue du sandwich alu-nomex (densité  $144 \text{ kg/m}^3$ ) sont très proches de celles des peaux.
- la durée de vie dans le sens L du sandwich Alu-Nomex, de densité  $144 \text{ kg/m}^3$ , est supérieure à celle dans la direction W avec un écart constant, pour tous les niveaux de chargements appliqués
- La limite d'endurance des matériaux sandwichs alu-nomex pour les deux directions est correspond à 60% de la contrainte maximale statique
- Les sandwichs constitués d'âmes de densités élevées ( $144 \text{ kg/m}^3$ ) possèdent une bonne résistance à la fatigue en flexion quatre points que celle de densité  $48 \text{ kg/m}^3$
- L'augmentation de la densité de l'âme dans le cas de sandwich (alu-nomex) fait augmenter la durée de vie de la structure sandwich
- L'endommagement pour le sandwich (Alu- nomex), de densité  $48 \text{ kg/m}^3$  et de sens W se manifeste par des fissures diagonales traversant les cellules de l'âme du sandwich. Par contre, pour le sens L, les fissures se développent et se propagent horizontalement dans l'âme.
- La rupture complète en fatigue des sandwichs (Alu- nomex), de densité  $48 \text{ kg/m}^3$  est due essentiellement par cisaillement de l'âme.
- La rupture complète en fatigue des sandwichs (Alu-Nomex) de densité  $144 \text{ kg/m}^3$  dans la direction (L) est obtenue essentiellement par fissuration de la peau inférieure subissant la déformation par traction entre les appuis de chargement.
- la ruine totale des sandwichs (Alu-Nomex) de densité  $144 \text{ kg/m}^3$  dans la direction W est due principalement à la décohésion (délaminage) entre l'âme et la peau inférieure et par cisaillement de l'âme entre l'appui fixe et l'appui de charge.
- La rupture en fatigue pour les deux types de sandwiches avec les deux types de défauts n'a pas toujours eu lieu au niveau du défaut.
- La présence d'un défaut « cas du trou » de surface sur les plaques (alu-alu) fait diminuer considérablement la durée de vie.
- L'absence totale d'influence du défaut « cas de l'indentation Brinell » sur le comportement et la rupture en fatigue des plaques des deux types sandwiches (alu-alu, alu-nomex).
- Les dimensions des défauts choisis ne sont donc pas assez significatives pour provoquer systématiquement la rupture au niveau du défaut.

Les courbes des essais de fatigue se caractérisent par une dispersion des valeurs de la durée de vie, pour un rapport de charge  $r$ . D'une manière générale, cette dispersion est principalement liée à la nature hétérogène du sandwich. En outre, les éprouvettes n'ont pas toujours des caractéristiques comparables : fraction volumique de l'âme, distribution des défauts, résistance à la rupture en statique des peaux, etc. La rupture en fatigue dépend d'une série de processus aléatoires dont la conjugaison se traduit par une dispersion dans les résultats de durée de vie, entre les éprouvettes soumises à un même niveau de chargement  $r$  et sollicitées dans les mêmes conditions.

La caractérisation d'un défaut dans une structure en nids d'abeilles est primordiale pour pouvoir apprécier correctement son comportement en fatigue. Nous avons constaté dans la recherche bibliographique que très peu de travaux traitent de la fatigue des structures sandwich en nids d'abeilles en présence d'un défaut [73].

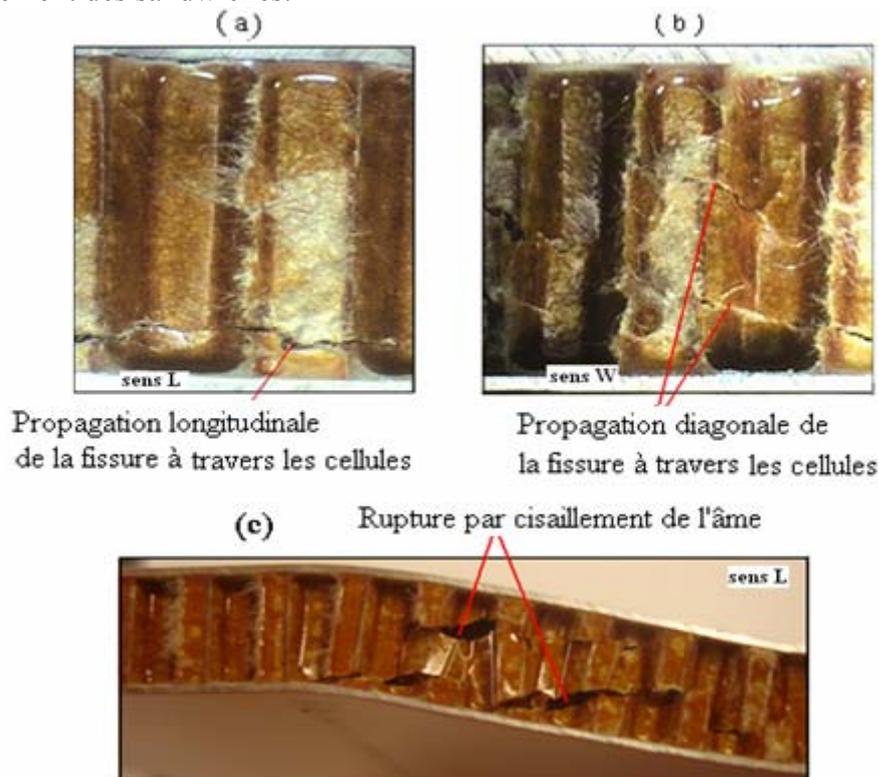
## **Chapitre V**

### **Modélisation du comportement en fatigue sous solicitation en flexion des Sandwiches à âme Nids d'abeilles**

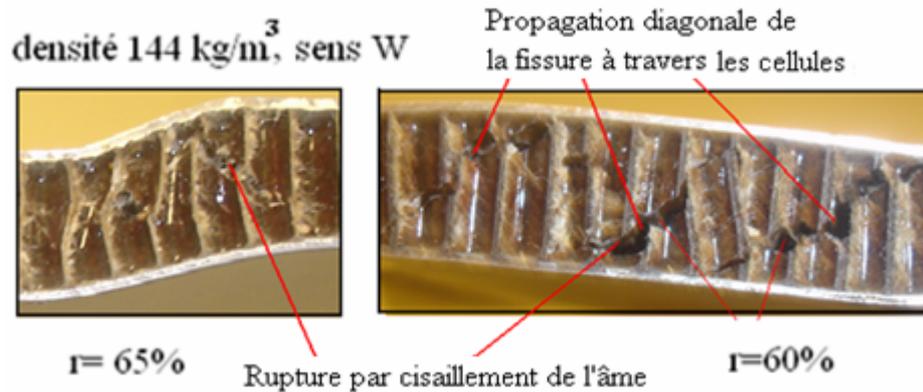
## V. Introduction

L'endommagement dans un matériau est défini comme étant un ensemble de changements microstructuraux qui occasionnent sa détérioration irréversible sous l'effet d'un chargement cyclique. Dans le cas des composites sandwichs (alu-nomex), l'endommagement est caractérisé par des dégradations irréversibles (Fig.1-2.) [72]. En effet, la détérioration s'opère dès les premiers cycles de chargement en fatigue, et augmente progressivement jusqu'à la rupture complète. La modélisation de l'endommagement par fatigue des composites sandwichs, a été souvent effectuée par des approches de la résistance résiduelle ou de la perte de rigidité [46, 47, 48, 48, 49, 50]. La résistance résiduelle est déterminée à partir d'un essai statique sur une éprouvette soumise auparavant à certain nombre de cycles de chargement. Cependant une série d'essais cycliques sur la même éprouvette seront nécessaires pour déterminer une seule courbe de cette résistance résiduelle. Les approches de dégradation de rigidité ont l'avantage de mesurer la rigidité effective durant le cyclage, sans détruire l'échantillon. La courbe de dégradation de rigidité peut être obtenue à partir d'un seul essai. Le chapitre I (I.1.7.8) décrit les différents modèles de l'endommagement cumulatif en fonction de la durée de vie.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'évolution de la dégradation de la rigidité en fonction du nombre de cycles. Nous avons appliquée des modèles basés sur le module de fatigue en cisaillement  $G$ , pour le cas des sandwichs alu-nomex de densité  $48 \text{ kg/m}^3$  et  $144 \text{ kg/m}^3$ , (sens W) car le mode de rupture dominant est dû à un cisaillement de l'âme (Fig. 1 et 2). De même, nous avons déterminé le paramètre d'endommagement  $D$  en fonction de la durée de vie, avec les trois modèles (chapI.1.7.8), en se basant sur le module de cisaillement en fatigue  $G$  ( $N$ ). La réduction de la rigidité au cours du cyclage est utilisée pour caractériser l'état d'endommagement des sandwichs.



**Fig. 1** : Mode d'endommagement dû à un cisaillement de l'âme pour le sandwich Aluminium-nomex, densité  $48 \text{ kg/m}^3$

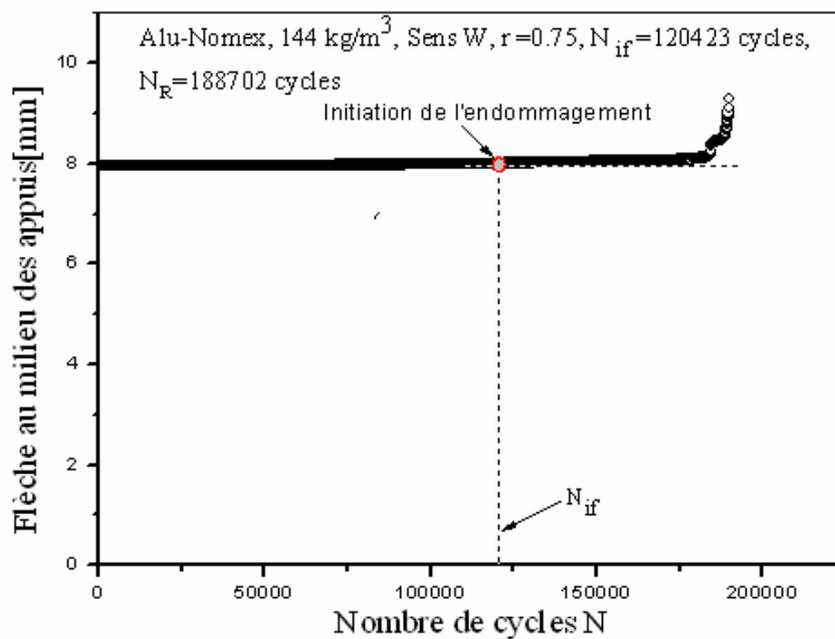


**Fig. 2 :** Mode d'endommagement dû à un cisaillement de l'âme pour le sandwich Aluminium-nomex, densité  $144 \text{ kg/m}^3$ , sens W

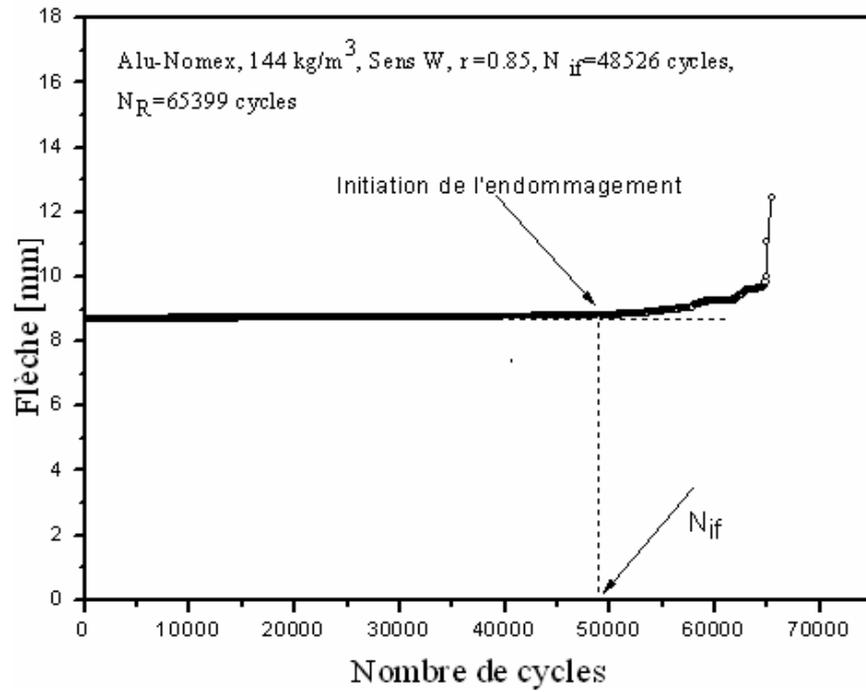
### V.1. Evolution en fatigue de la flèche et de la rigidité en flexion

Au cours des essais de fatigue, l'évolution de la flèche en fonction du nombre de cycles  $N$  a été enregistrée. Les figures 3 et 4 montrent un résultat typique des essais de fatigue pour les sandwichs alu-nomex (densités :  $48 \text{ kg/m}^3$ ,  $144 \text{ kg/m}^3$ ). Elles représentent l'évolution du déplacement maximum en fonction du nombre de cycles. Un exemple type de l'évolution de la rigidité en flexion exprimée par le rapport de la charge /la flèche cyclique mesurée en fonction du nombre de cycles est montrée par les figures 5 et 6. On constate que la dégradation de la rigidité du panneau sandwich (alu-nomex) se déroule en trois phases (Fig.5 et 6) :

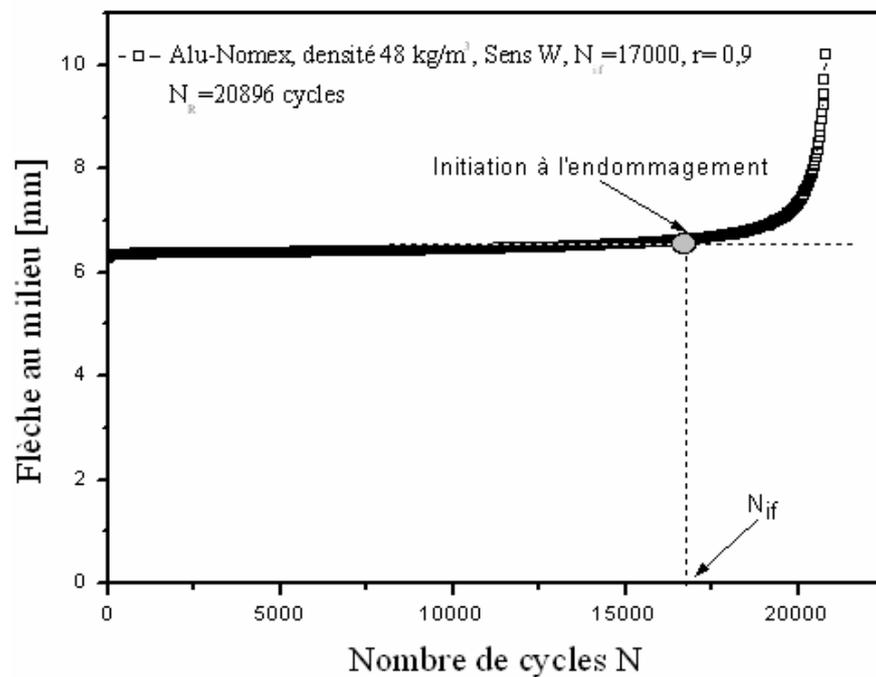
- La première phase se manifeste par une diminution brutale de la rigidité dès les premiers cycles.
- La seconde phase montre une évolution très lente (presque constante), correspondant à la quasi-totalité de la durée de vie de l'éprouvette.
- La troisième phase très courte, où la perte de rigidité s'accélère rapidement jusqu'à la rupture complète de l'éprouvette.



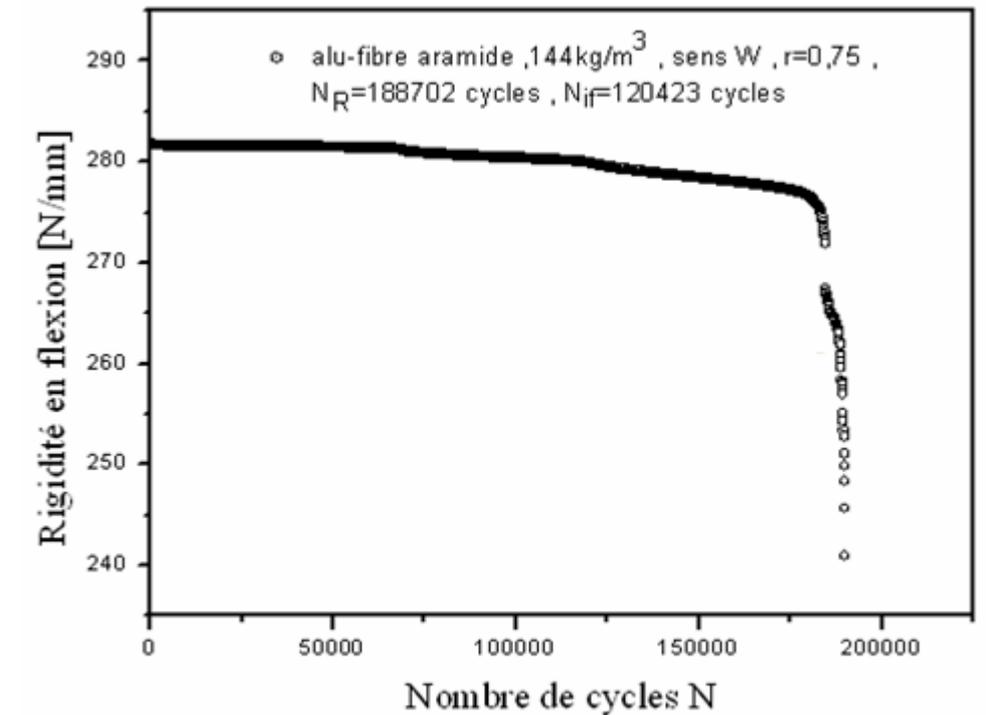
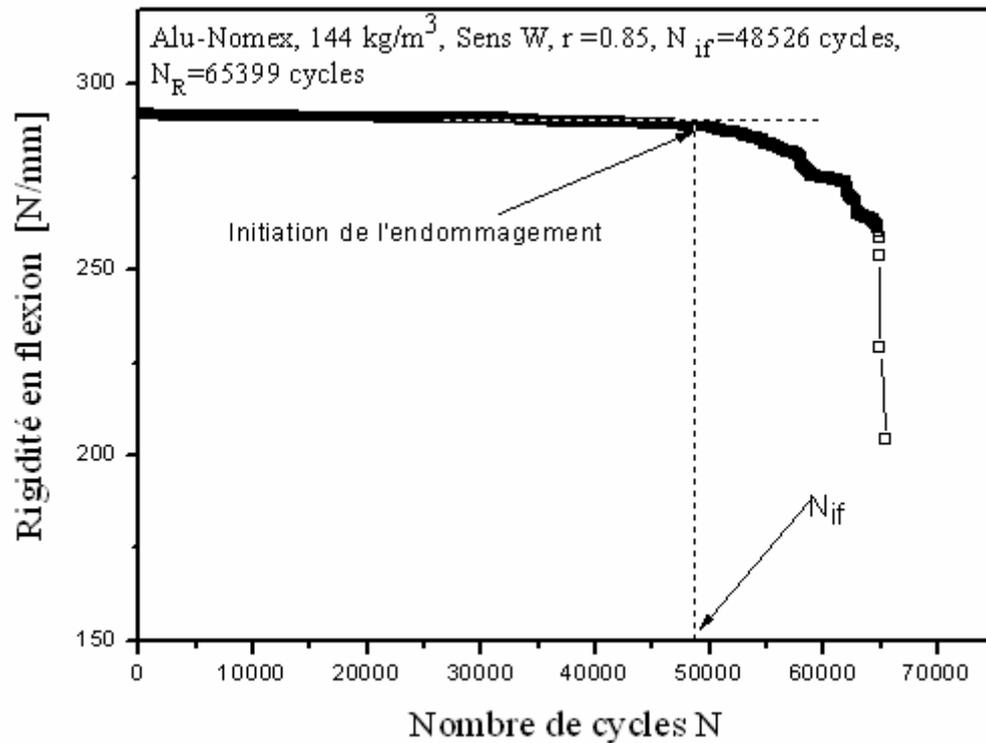
(a) Niveau de chargement  $r=0,75$



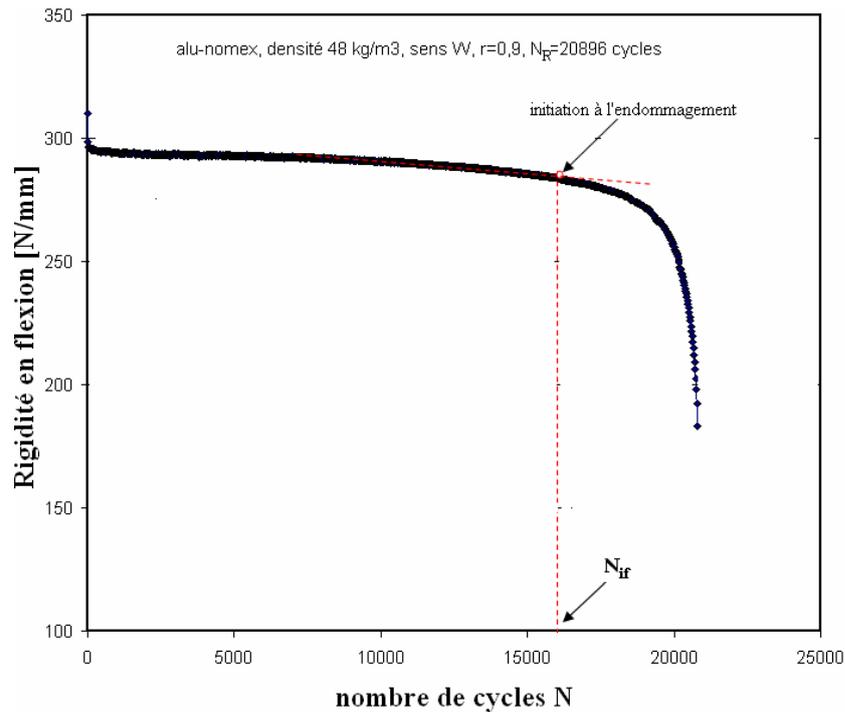
**Fig. 3 :** Evolution de la flèche en fonction du nombre de cycle pour le sandwich alu-nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup> (r=0,75, r=0.85).



**Fig. 4 :** Evolution de la flèche en fatigue en fonction du nombre de cycle pour le sandwich alu-nomex, densité 48 kg/m<sup>3</sup>.

(a) Niveau de chargement  $r=0,75$ (b) Niveau de chargement  $r=0,85$ 

**Fig. 5** : Dégradation de la rigidité en flexion en fonction du nombre de cycle pour le sandwich alu-nomex, densité  $144 \text{ kg/m}^3$  ( $r=0,75$ ,  $r=0,85$ )



**Fig. 6 :** Dégradation de la rigidité en flexion en fonction du nombre de cycle pour le sandwich alu-nomex, densité 48 kg/m<sup>3</sup>, sens W.

## V.2. Application des modèles d'endommagement

### V.2.1. Nombre de cycles à l'initiation de l'endommagement par fatigue

Le nombre de cycles à l'initiation ( $N_{if}$ ) de la fissure par fatigue est déterminé à partir des courbes d'évolution de la flèche cyclique en fonction du nombre de cycles (Fig. 3 et 4). L'initiation de la fissure ou de l'endommagement, pour un nombre de cycle  $N_{if}$  est observée dans la courbe (flèche- N cycles), au moment de la variation brutale de la flèche (troisième phase), proche de la rupture finale du matériau (Fig. 3 et 4). Le tableau 1 donne les valeurs du nombre de cycles à l'initiation de la fissure par fatigue, pour différents niveaux de charge. La comparaison entre le nombre de cycles à l'initiation et celle de la rupture en fonction du niveau de charge est illustrée par la figure 11. L'analyse des résultats expérimentaux de ( $N_{if}$ ) et de ( $N_R$ ) a montré que pour les niveaux de charges élevés, allant de 80% jusqu'à 100% de la charge maximale à rupture, le nombre de cycles à l'initiation de la fissure par fatigue, exprimé par un pourcentage de la durée de vie totale ( $N_R$ ), est très élevé par rapport aux faibles niveaux de charges. Dans le cas où la charge appliquée dépasse 80% de la charge statique maximale à rupture, l'initiation de la fissure par fatigue se produit pour un pourcentage supérieur à 77% de la durée vie totale ; alors que pour les faibles niveaux de charge, allant de 60% jusqu'à 70% de la charge maximale à rupture, l'initiation de la fissure par fatigue se produit pour un faible pourcentage de la durée de vie totale, fréquemment de l'ordre de 67%.

### V.2.2. Détermination expérimentale du module de fatigue en cisaillement

Pour comparer le modèle de dégradation de la rigidité et les données expérimentales, il est nécessaire de convertir la réponse totale de la flèche cyclique en terme de la variation de rigidité. Ainsi, la dégradation en fatigue de la plaque sandwich testée, ou le cisaillement de

l'âme est le mode de rupture complète du sandwich, peut être traitée uniquement par la variation du module de cisaillement de l'âme  $G$  en fonction du nombre de cycles, en supposant l'absence d'effet d'interaction peaux-âme. La théorie classique linéaire des poutres introduisant la flèche de cisaillement dans la flèche totale ( $w$ ) est utilisée pour calculer la flèche statique [53]. L'équation de la flèche  $w$  pour une poutre sandwich au point de chargement de flexion quatre points (Fig.6) est la somme d'une contribution classique due à la flexion,  $w_f$ , et d'une autre, au cisaillement de l'âme  $w_c$  (voir chap.I.5). Cependant, le module de fatigue en cisaillement  $G$  est calculé par les relations (2 et 3), à l'aide de la composante de la flèche due uniquement au cisaillement de l'âme.

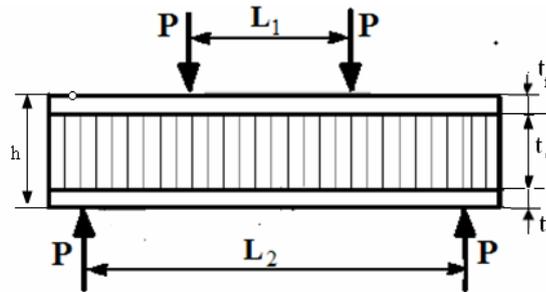


Fig. 6 : Principe de la sollicitation en de flexion quatre points

L'expression de la flèche totale est donnée par l'expression:  $W = W_f + W_c$  (1)

Où : -  $w_{cis}(N)$  est égale à :  $w_{cis}(N) = \frac{PL_2}{8AG_{eq}}$ , avec :  $P$  charge appliquée,  $A = bd^2/t_c \approx bt_c$

-  $w_{flex}$  est égale à :  $w_{fl} = \frac{PL_2^3}{96(EI)_{eq}}$ ,

Avec :  $I$  est le moment d'inertie des peaux égal à :  $I = 2 \cdot \frac{h^3 - t_c^3}{12} b$ ,  $E$  est le module d'élasticité des peaux.

La flèche en cisaillement  $w_{cis}$ , en fonction du nombre de cycle est calculée après soustraction de la flèche de flexion  $w_{flex}$  statique. Elle vaut :

$$w_{cis}(N) = w(N) - w_{flex} \quad (2)$$

D'où le module de cisaillement en fatigue  $G_c(N)$  est obtenu par :

$$G_{cis}(N) = \frac{PL_2}{8bt_c w_{cis}} \quad (3)$$

Des exemples de courbe d'évolution du module de dégradation en fatigue déterminé par la relation (3) de  $G_{cis}$ , pour les densités de l'âme 144 et 48 kg/m<sup>3</sup>, sont représentés par les figures 7 et 8. Ces courbes montrent, dans un premier temps, que le module de cisaillement en fatigue varie très lentement jusqu'à l'initiation de l'endommagement par fatigue (zone I). On remarque que la variation de  $G$  dans la zone I du sandwich de densité 144 kg/m<sup>3</sup> est plus importante que celle du sandwich de densité 48 kg/m<sup>3</sup> (presque constante et égale au module statique). Dans un

deuxième temps (zone II), l'évolution du module de cisaillement s'accélère rapidement jusqu'à la rupture finale, correspondant à une chute brusque de  $G$ .

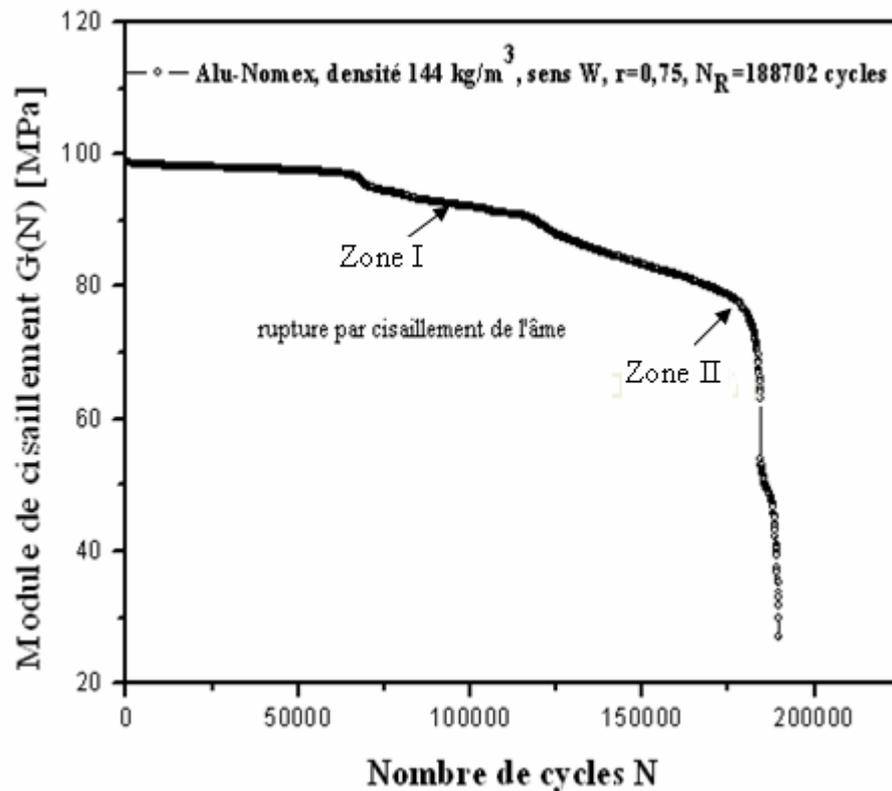


Fig. 7 : Variation du module de cisaillement en fonction de  $N$ , pour le sandwich Alu-nomex (densité 144 kg/m<sup>3</sup>).

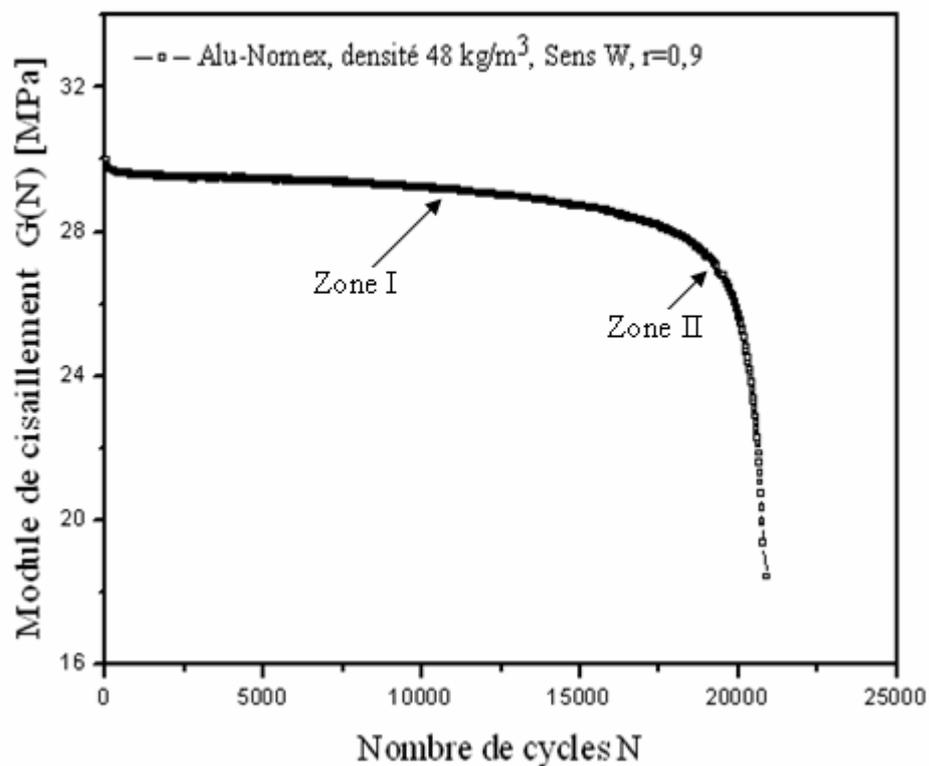


Fig. 8 : Variation du module de cisaillement en fonction de  $N$ , pour le sandwich Alu-nomex (densité 48 kg/m<sup>3</sup>).

### V.2.3. Détermination des paramètres du modèle de dégradation en fatigue

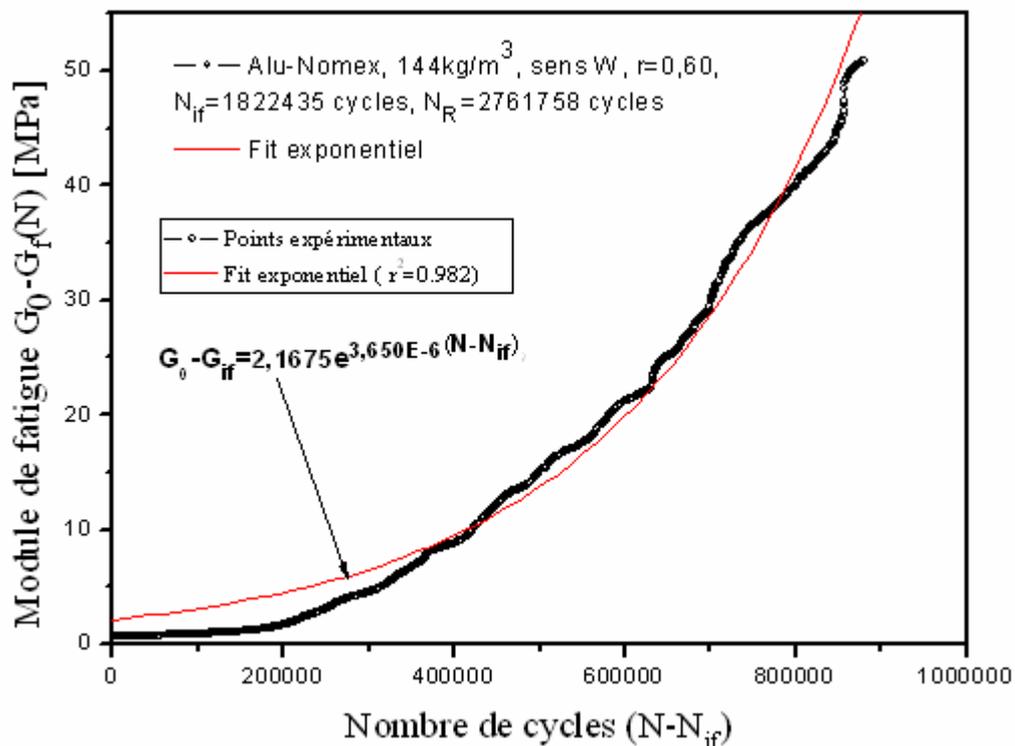
Les paramètres A et C du modèle de dégradation de rigidité (éq.67, chap I.7.8) sont déterminés à partir des courbes expérimentales du module de dégradation (Fig.7 et 8). L'endommagement par fatigue est supposé uniquement après l'initiation de fissures dans l'âme (Fig.1 et 2). L'équation exponentielle de dégradation de rigidité en cisaillement (67) devient (4) :

$$G_f(N) = G_0 - Ae^{(N-N_{if})C} \quad \text{pour } N \geq N_{if}$$

$$G_0 - G_{if}(N - N_{if}) = Ae^{(N-N_{if})C} \quad (4)$$

Cette dernière (4) est utilisée, pour le lissage des courbes du module de fatigue ( $G_0-G_{if}$ ) en fonction du nombre de cycles ( $N-N_{if}$ ). Elle permet la détermination des paramètres A, B et C du modèle de dégradation de rigidité par cisaillement de l'âme.

Des exemples de courbes d'évolution du module de dégradation  $G_0-G_{if}(N)$  en fonction du nombre de cycles après initiation ( $N-N_{if}$ ), pour les sandwichs alu-nomex avec des densités de l'âme 144 et 48 kg/m<sup>3</sup> et de sens W sont illustrés par les figures 8 et 9 (a), (b).



(a)

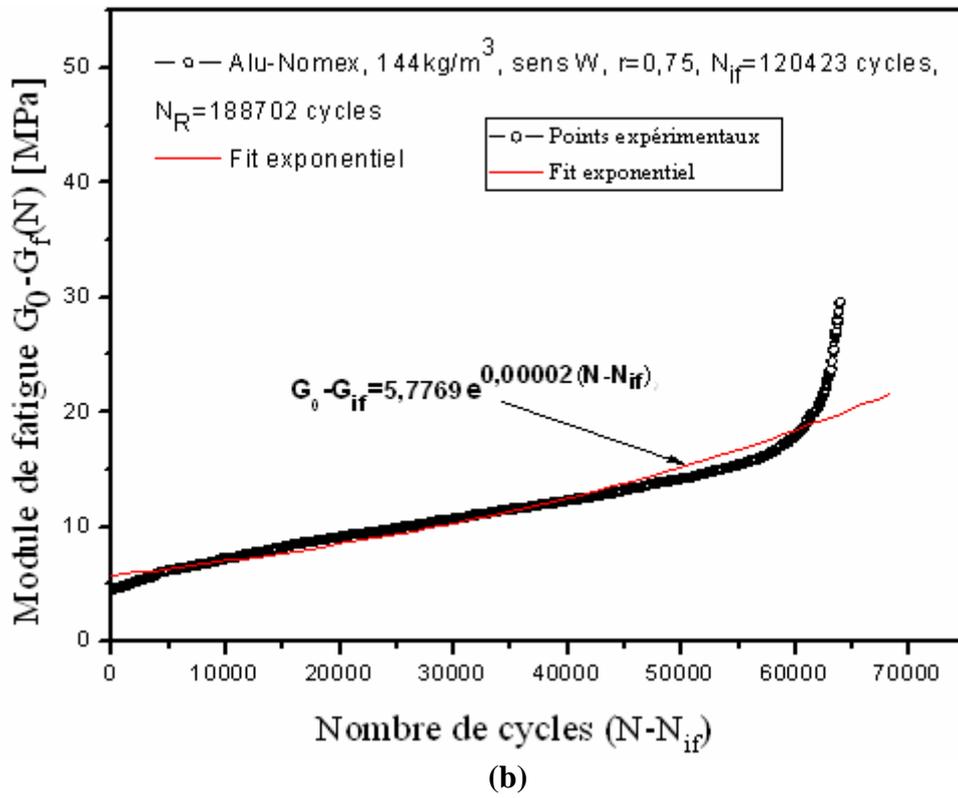
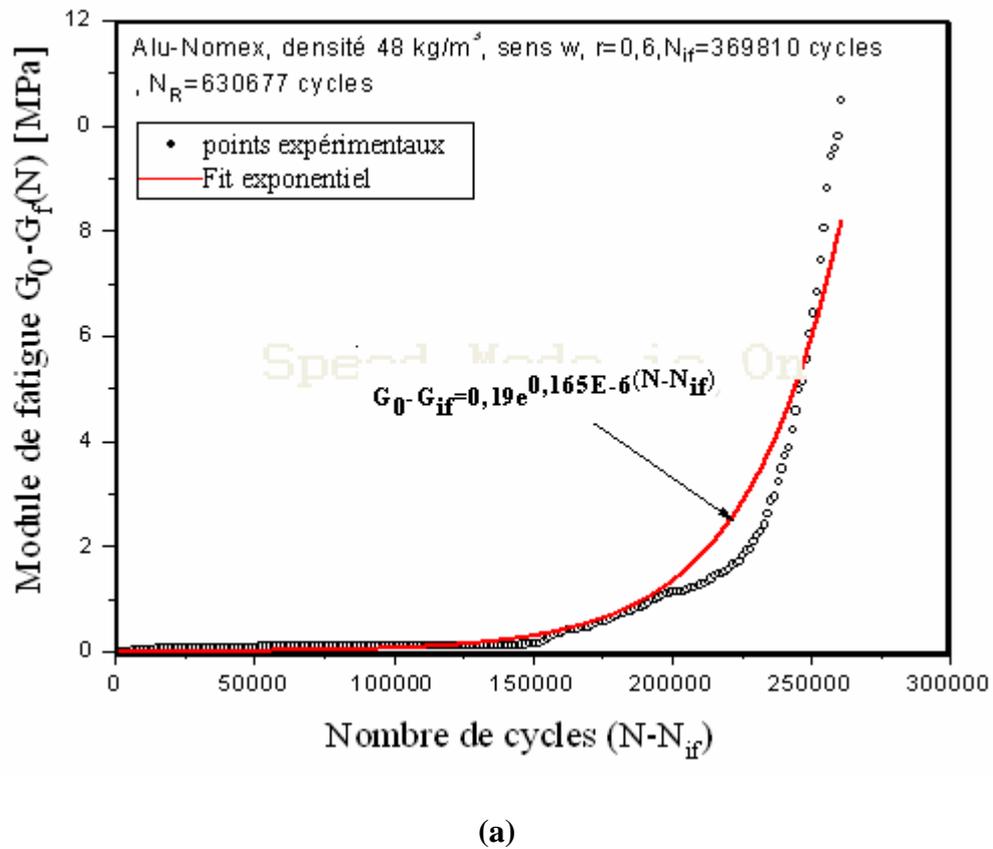
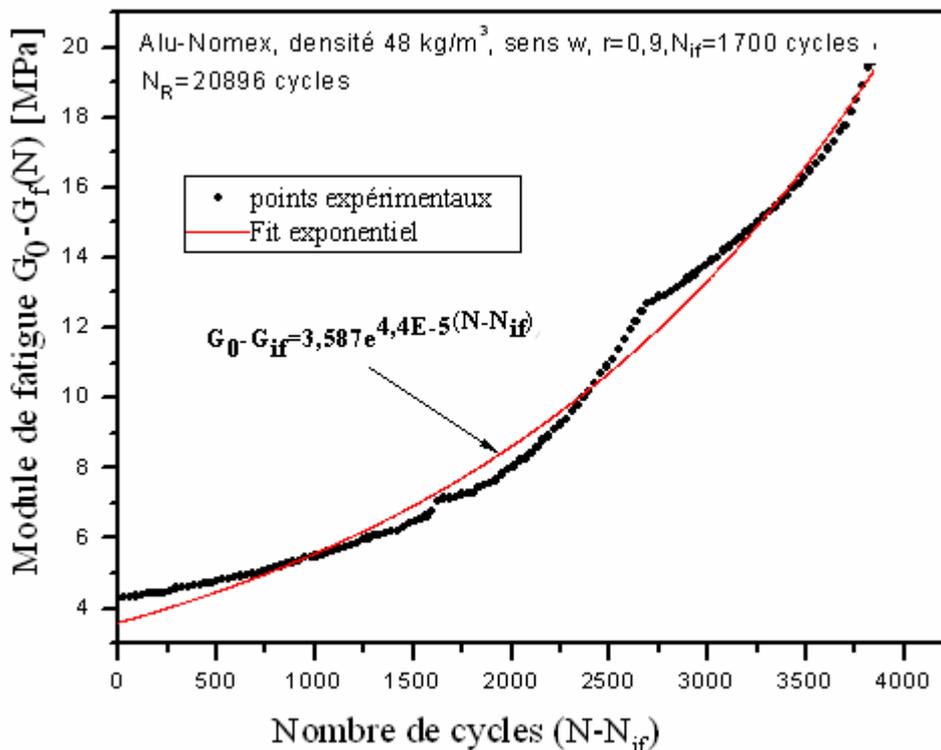


Fig. 9 : Courbes d'évolution du module de dégradation [ $G_0 - G_{if}(N)$ ] et du lissage appliqué, pour les sandwichs de densité 144 kg/m<sup>3</sup>, (a) et (b)





(b)

Fig.10 : Courbes d'évolution du module de dégradation  $G_0-G_{if}(N)$  et de la fonction du lissage appliqué, pour les sandwichs de densités  $48 \text{ kg/m}^3$ , (a) et (b)

Sandwich Densité $14 \text{ kg/m}^3$	Rapport de charge r	Nb de cycle rupture	Nb de cycle l'initiation	A	C	B
Alu-nomex	1	6605	6605	-	-	-
Alu-nomex	0,95	7 737	5566	4,23	0,68E-04	22,22
Alu-nomex	0,95	13 764	11230	4,05	0,53E-04	21,50
Alu-nomex	0,90	21 419	15286	3,80	2,01 E-04	24,73
Alu-nomex	0,90	16 123	11855	3,67	1,8E-04	25,61
Alu-nomex	0,85	65 399	49960	3,57	0,56E-04	26,33
Alu-nomex	0,80	159 028	124031	3,20	3,2E-05	29,37
Alu-nomex	0,80	152 556	113820	3,08	2,95E-05	30,5
Alu-nomex	0,75	188 702	120423	5,77	2,0E-05	16,27
Alu-nomex	0,70	263 278	186771	2,95	2,68E-5	31,86
Alu-nomex	0,66	863 514	645663	2,65	1,3 E-5	35,47
Alu-nomex	0,60	2 761 758	1822435	2,167	3,65E-06	43,378

Tableau 1 : Valeurs des paramètres du modèle de dégradation de la rigidité en fatigue.

Les valeurs du tableau 1 montrent que le paramètre A, déterminant de la valeur de  $G_0-G_{if}(N)$  à l'initiation de l'endommagement, croit avec le niveau de charge (r). Cependant, le paramètre C détermine la vitesse de l'endommagement, il augmente aussi avec le niveau de charge (Fig. 9 et 10). Pour  $r=0$ , les deux paramètres A et C tendent vers zéro, c'est à dire  $G_{if}(N=0)=G_0$ , dans

ce cas on n'observe aucun endommagement apparent dû au cisaillement de l'âme.. Tandis que pour  $r=1$ , les valeurs de A et C sont très importantes, ce qui explique une dégradation importante causant la ruine totale du matériau, qui se manifeste par la propagation des fissures macroscopiques entre les cellules de l'âme du sandwich (Fig1 et 2).

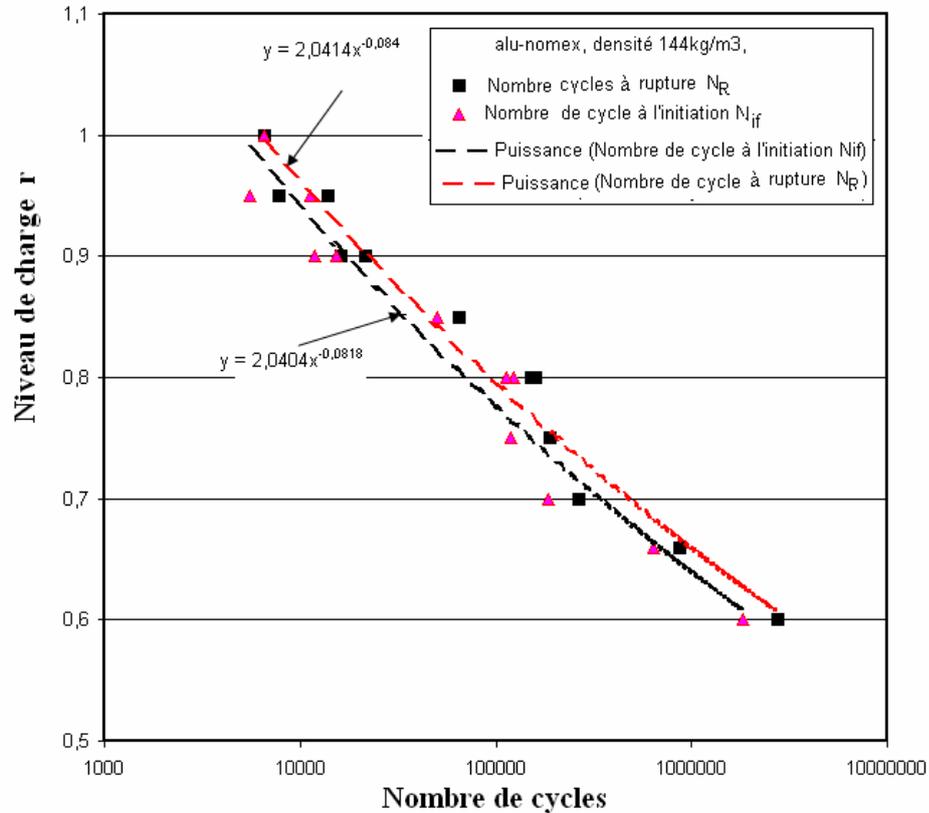


Figure 11 : Comparaison des courbes de fatigue du niveau de charge en fonction du nombre de cycles à l'initiation  $N_{if}$  et à la rupture  $N_R$ , densité  $144 \text{ kg/m}^3$ , sens W.

#### V.2.4. Comparaison entre la durée de vie expérimentale et calculée

L'équation (I.7.8.4 chapI) permettant de prédire la durée de vie pour différents niveaux de chargement ( $r$ ) a été utilisée pour le calcul du nombre de cycles à rupture (5) :

$$N_f = N_{if} + \frac{\ln[B(1-r)]}{C} \quad (5)$$

Les tableaux 2 et 3 donnent les valeurs du nombre de cycles à rupture expérimental et calculé par la relation (5).

Sandwich de densité 144 kg/m <sup>3</sup>	Niveau de charge r	Nombre de cycles expérimentaux		Nombre de cycles calculés	Erreur (%)
		N <sub>if</sub> (initiation)	N <sub>R</sub> (rupture)		
Alu-nom		6605	6605	-	-
Alu-nom	0,9	5566	7 737	7114	9,19
Alu-nom	0,8	11230	13 764	12594	9,14
Alu-nom	0,8	15286	21 419	17668	13,4
Alu-nom	0,7	11855	16 123	17079	5,6
Alu-nom	0,7	49960	65 399	74488	12,2
Alu-nom	0,7	124031	159 028	179343	11,32
Alu-nom	0,65	113820	152 556	175118	12,88
Alu-nom	0,65	120423	188 702	190574	1,02
Alu-nom	0,6	186771	263 278	275671	4,49
Alu-nom	0,6	645663	863 514	837195	3,04
Alu-nom	0,6	1822435	2 761 758	2604260	5,70

**Tableau 2 :** Comparaison des durées de vie expérimentale et calculée pour le sandwich alu-nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W.

Sandwich de densité 48 kg/m <sup>3</sup>	Niveau de charge r	Nombre de cycles expérimentaux		Nombre de cycles calculés N <sub>R</sub>	Erreur (%)
		N <sub>if</sub> (initiation)	N <sub>R</sub> (rupture)		
Alu-nom	0,9	5705	7588	6270	17
Alu-nom	0,9	5378	8415	7064	16
Alu-nom	0,8	17088	24950	21290	14,67
Alu-nom	0,8	17836	34060	36622	7
Alu-nom	0,7	72980	126444	114618	9,35
Alu-nom	0,7	103490	113314	140466	19
Alu-nom	0,65	313655	473928	456598	3,65
Alu-nom	0,6	369810	630630	628912	0,27
Alu-nom	0,6	424711	741234	725455	2,24

**Tableau 3 :** Comparaison des durées de vie expérimentale et calculée pour le sandwich alu-nomex, densité 48 kg/m<sup>3</sup>, sens W.

Les tableaux 2 et 3 montrent que le nombre de cycles calculé pour les sandwichs de densités 144 et 48 kg/m<sup>3</sup> est proche de la valeur expérimentale. L'erreur entre les nombres cycles calculés et expérimentaux est variable entre 19% et 0,27%.

### V.2.5. Représentation des courbes d'endommagement D

Les trois courbes des modèles d'endommagement cumulatif, déterminé à partir des équations, (70, 71 et 72, chap.I.7.8.5) pour les densité 144 et 48 kg/m<sup>3</sup> de l'âme du sandwich alu-nomex sont représentées sur les figures 12 - 13. On peut observer que le premier modèle de Miner est linéaire, par contre les deux autres modèles (II et III) sont non linéaires. Les courbes d'évolution des modèles non linéaires avec le nombre de cycles font apparaître trois zones distinctes.

- La première zone, présente un palier presque horizontal, où l'endommagement est très faible.
- Dans la deuxième zone, à partir de 30% du nombre de cycles total, on observe une augmentation lente de l'endommagement.

- Dans la troisième zone, et à partir au environ de 63% du nombre de cycles total, l'endommagement augmente d'une manière exponentielle jusqu'à la rupture finale de l'éprouvette.

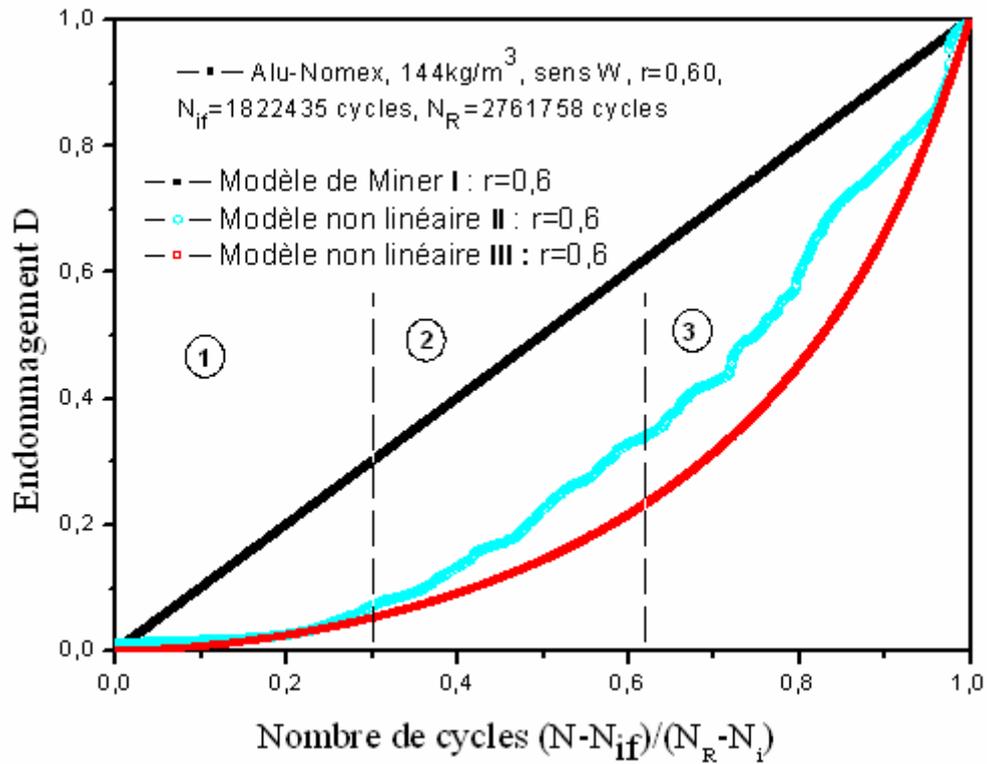


Fig. 12 : Modèles d'endommagement cumulatifs pour le sandwich alu-nomex, de densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W (r = 0,6).

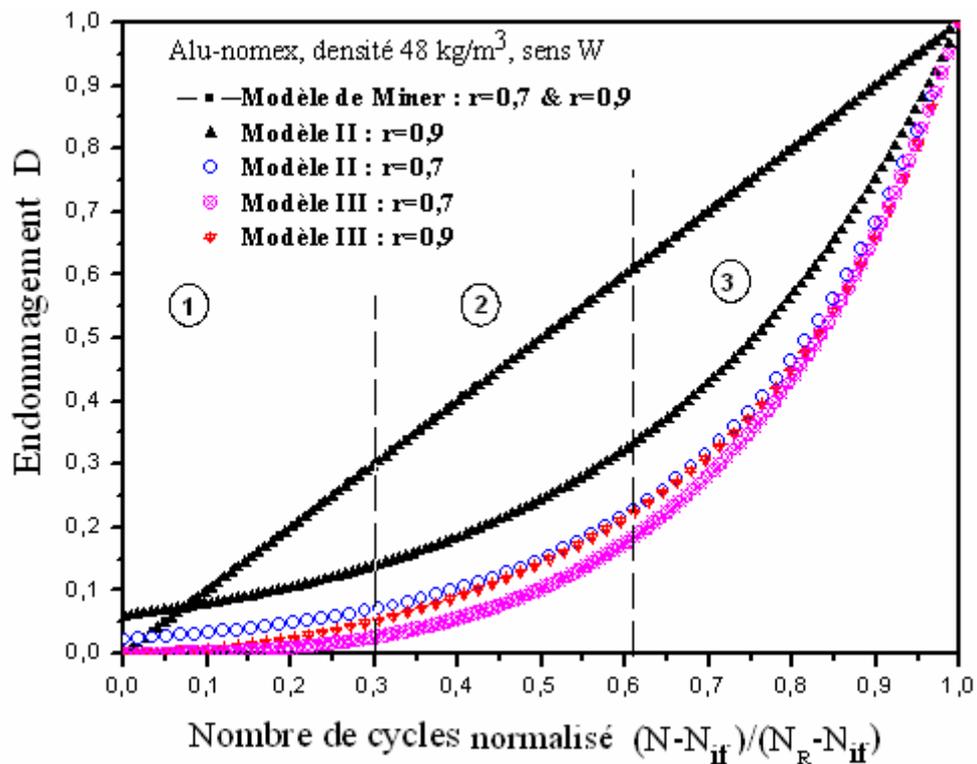


Fig. 13 : Modèles d'endommagement cumulatif pour le sandwich alu-nomex, de densité 48 kg/m<sup>3</sup>, sens W (r=0,9 et r=0,7).

### V.3.Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la dégradation de la rigidité des composites sandwichs, en utilisant le module de cisaillement en fatigue  $G$  comme paramètre essentiel pour définir l'endommagement  $D$ . La méthode appliquée est basée sur la composante de la flèche due au cisaillement.

L'évolution de la dégradation de la rigidité en cisaillement ( $G$ ) en fonction du nombre de cycles, pour les deux densités de l'âme ( $144, 48 \text{ kg/m}^3$ ) a mis en évidence deux zones :

- Une première zone où le module de cisaillement reste constant pour la quasi-totalité de la durée de vie jusqu'à l'initiation de l'endommagement par fatigue ;
- Une deuxième région très courte, où le module de cisaillement chute rapidement jusqu'à la rupture complète.

L'évolution de la dégradation du module de cisaillement [ $G_0 - G_f(N)$ ] après l'initiation de l'endommagement en fonction du nombre de cycles ( $N - N_{if}$ ) obéit à une loi exponentielle dans le cas où les cellules sont orientées dans la direction  $W$ . Cette loi est du type :

$$G_0 - G_{if}(N - N_{if}) = Ae^{(N - N_{if})C}$$

On a constaté pour différentes densités de l'âme des sandwichs testés, que les paramètres  $A$  et  $C$  augmentent avec le niveau de chargement appliqué au cours de l'essai de fatigue.

L'évolution des trois courbes des modèles d'endommagement cumulatif ont été représentées et analysées.

Les courbes d'évolution de l'endommagement  $D$  établies par les modèles cumulatifs non linéaires en fonction du nombre de cycles normalisés font apparaître trois zones distinctes :

- La première zone, présente un palier, où l'endommagement est très faible.
- Dans la deuxième zone, à partir de 30% du nombre de cycles total, on observe une augmentation lente de l'endommagement.
- Dans la troisième zone, et à partir de 63% du nombre de cycles total, l'endommagement augmente d'une manière exponentielle jusqu'à la rupture finale de l'éprouvette.

## Conclusion générale

La connaissance des propriétés mécaniques est la première étape dans la maîtrise du comportement des matériaux sandwichs. L'objectif du travail était d'étudier et d'analyser le comportement en statique et en fatigue de deux types de panneaux sandwichs à âme en nids d'abeilles (Aluminium-Aluminium et Aluminium-nomex) en variant la densité et le sens de configuration des cellules de l'âme et la distance entre appuis (cas des essais de flexion trois points).

Pour mener cette étude, nous avons choisi d'analyser le comportement des matériaux dans le cas où ils sont soumis à une flexion trois points et quatre points, de manière à pouvoir considérer, en fonction de la distance entre appuis, les diverses conditions auxquelles une structure peut être soumise: flexion simple, flexion avec cisaillement transverse, influence de la charge localisée.

L'analyse des résultats expérimentaux de flexion trois points, a permis d'étudier le comportement sous chargement statique des sandwichs (alu-alu, alu-nomex) en fonction de la densité de l'âme, et pour différentes distance entre appuis des éprouvettes. Elle a montré l'importance des phénomènes de l'indentation (poinçonnement) au voisinage de l'application de charge (appui central) et du cisaillement dans la rupture des deux types de sandwichs.

Les résultats obtenus, nous ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- Les sandwichs (alu-alu et alu-nomex) présentent un comportement mécanique fragile pour les faibles densités et ductile pour les grandes densités de l'âme.
- La rigidité en flexion et en cisaillement équivalente pour les deux types de sandwichs croient avec l'augmentation de la densité des cellules de l'âme en nids d'abeilles.
- Les chutes brusques de charge observées dans les courbes d'essais sont causées essentiellement par l'indentation provoquée par l'appui centrale de chargement et par la prédominance de l'effet du cisaillement dû à la variation de la distance entre appuis.
- Des changement remarquable du comportement des sandwichs observé dans les allures des courbes (charge-flèche) qui sont dus à l'effet de la densité de l'âme et à l'effet de la variation de la distance entre appuis.
- La rupture du sandwich alu-alu en fonction de la densité de l'âme, et pour différentes distance entre appuis des éprouvettes se caractérise par : flambement des parois des cellules de l'âme en nids d'abeilles, indentation localisée de la peau supérieure au point de chargement, et déformation plastique des peaux.
- Les modes de rupture du sandwich alu-nomex dépendent de la densité de l'âme et des conditions d'appui de l'essai de flexion trois points. Deux formes d'éprouvettes rompues en fonction de la densité de l'âme et de la distance entre appuis ont été constatée : mode A et mode B ; la forme de mode A correspond aux éprouvettes endommagées par indentation et la forme « mode B » correspond aux éprouvettes endommagées par cisaillement de l'âme et par délaminage (décohésion entre l'âme et la peau).
- La condition expérimentale d'essai de flexion trois points favorisant le mode de rupture par cisaillement de l'âme et par cisaillement interlaminaire âme/peau, pour le cas du sandwich aluminium-nomex est obtenue avec  $L=100\text{mm}$ .
- L'effet de l'indentation (mode A) peut être affaiblit par l'augmentation de la densité de l'âme pour le cas du sandwich alu-nomex.

Les résultats expérimentaux des essais de flexion quatre points, ont permis d'étudier le comportement en chargement statique des sandwichs (alu-alu, alu-nomex) en fonction de la densité de l'âme, et de la direction des cellules de l'âme (L et W) :

- La résistance et la rigidité en flexion dépendent fortement de la densité de l'âme et de la configuration (L et W) des cellules. Elles sont plus grandes dans la configuration (L) des cellules que dans la configuration (W) pour les deux types de panneaux sandwichs.
- Les plaques sandwichs en aluminium-nomex montrent un comportement plus ductile que celle des sandwichs en aluminium-aluminium.

Les modes d'endommagement des sandwichs alu-alu, pour différentes densités de l'âme sont localisés entre les appuis fixes et les appuis de chargements. Ils dépendent fortement de la densité et du sens d'orientation des cellules de l'âme.

Les essais statiques de flexion confirment l'avantage du choix combiné de deux paramètres de la structure sandwich: - Directions L des cellules, - Grande densité de l'âme.

Nous avons développé une méthode d'homogénéisation numérique qui a permis la détermination de la matrice de rigidité tridimensionnelle du nida d'abeilles à structure hexagonale utilisé dans les panneaux sandwichs étudiés. Un bon accord entre les résultats expérimentaux et les résultats déduits de la modélisation du comportement élastique en flexion quatre points.

Les conclusions qu'on peut tirer de l'étude du comportement en fatigue sur les deux types de matériaux sandwichs avec et sans défaut, en variant la densité et le sens d'orientation des cellules en nids d'abeilles (L et W) sont :

- La durée de vie d'une éprouvette (iniciation, endommagement progressif) dépend étroitement du niveau de contrainte appliqué ( $r$ ) et du rapport ( $R$ ).
- Les performances en fatigue des sandwichs (alu-alu, alu-nomex) dans le sens L, sont nettement supérieures que celles dans la direction W, à taux de charge constant.
- La durée de vie de la structure sandwich croît avec la densité de l'âme (nomex).
- Le comportement en flexion et la résistance en fatigue des sandwichs dépendent essentiellement de celles des peaux.
- La présence d'un défaut de surface sur les plaques (alu-alu) fait diminuer considérablement la durée de vie.
- Les modes de rupture complète dominant pour les deux types de sandwichs sont le cisaillement de l'âme (fissuration diagonale et longitudinale, délaminage) et la fissuration par traction de la peau inférieure

Ces essais de fatigue montrent que le choix de la direction L est primordial quel que soit le type du matériau, et prouve qu'une utilisation dans le domaine d'endurance avantage les plaques sandwichs à âme en fibres d'aramide (nomex).

Dans ce travail, nous avons en outre examiné l'évolution de l'endommagement avec le module de cisaillement  $G$ . Cette loi d'évolution obéit à une loi exponentielle de type de  $G_0 - G_f(N) = Ae^{(N-N_f)C}$ .

### **Perspectives**

Les perspectives à envisager pour ce travail de recherche, nous suggérons :

- L'étude de l'influence de la forme et de la taille d'un défaut de type rayure sur le comportement en fatigue
- L'étude de l'effet de l'indentation dans les structures sandwichs à âme en nids d'abeilles par une modélisation adéquate.

## Références

- [1] Jack R. Vinson, (2005). “Sandwich structure :Past,Present, and Future ” (2005).Advancing with sandwich structures and materials, Proceeding of the 7<sup>th</sup> International conference on sandwich structures, Aalborg University, Danemark.
- [2] BERTHELOT, J.-M. (1999). Composite Materials. Mechanical Behaviour and Structural Analysis, SPRINGER-VERLAG, New York, Paris.
- [3] Allen G “Analysis and design of Structural Sandwich Panel” (1969). Pergamon Press Oxford.
- [4] Zenkert D. (1995) “An introduction to sandwich construction”, EMAS ltd. UK.
- [5] Zenkert D. (1997) “The Handbook of Sandwich Construction”. Emas Publishing, UK, 1997.
- [6] René PINZELLI “Fibres aramides pour matériaux composites ”,Techniques de l’Ingénieur, traité Plastiques et Composites, A3895
- [7] Daniel and Abot, (2000). Fabrication, testing and analysis of composite sandwich beams. Compos. Sci. Technol. 60 (2000), pp. 2455–2463.
- [8] Vinson, J.R. (1999). The Behavior of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials, Technomic Pub. Co., Lancaster, PA.
- [9] Plantema, “Sandwich Construction”,(1996). John Wiley and sons, New York,
- [10] A. Petras and M. P. F. Sutcliffe, (1999).”Failure mode maps for honeycomb sandwich panels” Composite ,v.44 , (1999) , pp 237-252.
- [11] Petras, M.P.F. Sutcliffe, “Indentation failure analysis of sandwich beams”, Composite Structures, v. 50, (2000) ,pp. 311-318
- [12]Triantafillou T.C. and Gibson L.J. “Failure mode maps for foam core sandwich beams” Materials Science and Engineering, Vol. 95, (1987), pp 37-53.
- [13]. Steeves, C.A. and Fleck, N.A. (2004). Collapse Mechanisms of Sandwich Beams with Composite Faces and a Foam Core, Loaded in Three-point Bending. Part I: Analytical Models and Minimum Weight Design, International Journal of Mechanical Sciences, 46(4): 561–583.
- [14]. Steeves, C.A. and Fleck, N.A. (2004). Collapse Mechanisms of Sandwich Beams with Composite Faces and a Foam Core, Loaded in Three-point Bending., International Journal of Mechanical Sciences, 46(4): 585–608.
- [15] Konsta-Gdoutos, M.S., Konsta and Gdoutos, E.E. (2005). Load and Geometry Effect on the Failure of Sandwich Structures, In: Proc. Society for Experimental Mechanics Conference on Experimental and Applied Mechanics, Portland, Oregon, Paper No. 34
- [16] V.crupi,R.Montanini (2005). “Aluminium foam sandwiches collapse modes under static and dynamic three point bending “International Journal of Impact Engineering, pp1-12

- [17] Lee, S.M. and Tsotsis, T.K. (2000). Indentation Failure Behavior of Honeycomb Sandwich Panels, *Composites Science and Technology*, 60(8): 1147–1159.
- [18] Military standardization “Handbook manufacture and inspection of adhesive bonded aluminium honeycomb sandwich assemblies for aircraft”, 30 September 1994 MIL –HDBK-349
- [19] H. Chen, R. Bai, (2002) “Postbuckling behavior of face/core debonded composite sandwich plate considering matrix crack and contact effect”, *Compos Struct* 57 1, 305–313
- [20] Craig A. Steeves, Norman A. Fleck, (2004). “ Collapse mechanisms of sandwich beams with composite faces and a foam core, loaded in three-point bending. Part I: analytical models and minimum weight design“. *International Journal of Mechanical Sciences* 46 (2004) 561–583
- [21] Steeves CA, Fleck NA. (2004). “Collapse mechanisms of sandwich beams with composite faces and a foam core, loaded in three-point bending. Part II: experimental investigation and numerical modelling. “ *International Journal of Mechanical Sciences*.
- [22] Magnus Burman, (1998). “Fatigue Crack Initiation and propagation in sandwich structure the handbook of sandwich construction” Thesis N° 98- 29 ISSN 0280-4646, department of aeronautics division of lightweight structures, Stockholm Sweden
- [23] Echtermeyer AT, Buene L, McGeorge D, Sund OE.(1991) “Four point bend testing of GRP sandwich beams” – Part 1. *Der Norske veritas* VR-91-P0013.
- [24] Kapil Mohana, Yip Tick Hona, Sridhar Idapalapatib, Hong Pheow Seowa, (2005). “Failure of sandwich beams consisting of alumina face sheet and aluminum foam core in bending“ *Materials Science and Engineering: A* , Volume 409, Issues 1-2 , 2005, pp 292-301.
- [25] Feinchtinger, K.A.(1988). “Test methods and performance of structural core materials –I. Static properties”, *Proc. 4<sup>th</sup> Annual ASM Int./Eng. Soc. Of Detroit, Advancing composite conference, Detroit, Sept. 1988.*
- [26] ASTM Standard, C393-62. “Standard Test Methods for the Flexural Properties of Flat Sandwich Constructions”. *Annual Book of Standards, Section 15, ASTM, 1999.*
- [27] ASTM Standard, C273-94. “Standard Test Methods for the shear Properties of core Sandwich Constructions”. *Annual Book of Standards, Section 15, ASTM, 1999.*
- [28] J.-M. Berthelot, (1999). “Matériaux Composites, Comportement mécanique et analyse des structures”, *Technique&Documentation, 3<sup>ième</sup> édition,*
- [29] G. Zhou, M. Hill, J. Loughlan and N. Hookham, (2006). “Damage Characteristics of Composite Honeycomb Sandwich Panels in Bending under Quasi-static Loading” *Journal of Sandwich Structures and Materials*; 8; pp 55.
- [30] L. M. Kachanov,(1958) “Time of the Rupture Process under Creep Condition”, *Izvestiya Akademii nauk SSR Otd Tekh. Nauk*, no. 8, p. 26-31.
- [31] Y. N. Rabotnov, (1969). “Creep Rupture”, *Proc. XII Int. Cong. Appl. Mech., Stanford, 1968, Ed. Springer 1969.*

- [32] J.Hult, (1979). “Continuum Damage Mechanics, Capabilities, Limitation and Promises”, *Mechanisms of Deformation and Fracture*, Pergamon, Oxford, p.233-347.
- [33] D. Krajcinovic,(1984). “Continuum Damage Mechanics”, *Applied Mechanic Review*, 37 (1), p.1-6,
- [34] J. Lemaître and J. L. Chaboche, 2002 “*Mécanique des Matériaux Solides*“, Dunod (3<sup>ème</sup> édition) Bordas, Paris.
- [35] J. Lemaître, (1996).“A Course on Damage Mechanics”,Springer Verlag (2<sup>ème</sup> édition), New York,.
- [36] *Nondestructive Testing Handbook*, (1987).Volume 5, Acoustic Emission, Testing, American Society for NDT 5asnt).
- [37] Prosser W, (1996). “Advanced AE techniques in composite materials research”, *Journal of Acoustic Emission* 14, pp 1–11
- [38] Reifsnider, K.L., Schulte, K. and Duke, J.C. (1983). Long Term Behavior of Composite Materials, In: *Long Term Behavior of Composites*, ASTM STP, 813: 136–159.
- [39] Kirsh X, (2001) Thèse de doctorat ,Université de Metz, France
- [40] M. Miner,(1945) “Cumulative Damage in Fatigue”, *J. of Applied Mechanics Part A*, p. 159-164.
- [41] H. T. Corten and T. J. Dolan, (1956).“Cumulative fatigue damage“, *Proc. Int. Conf. On fatigue of metals Tust. Of Mech. Eng, ASTM*, p. 235-246,
- [42] V. A. Mankowsky, “Non-Linear Parametric Creep Function”, *Mech. Composite Mater*,no. 4, pp. 579-584, 1982.
- [43] O.Dinkel, P.Jodin and G.Pluvinage, (1977). “Modelization of the damage and failure of finger joint”, *Damage and failure of interfaces*, Rossmanith (ed.) Balkema, Rotterdam, p. 459-464, 1977.
- [44] K. Azouaoui, (1998) “Etude de l'Endommagement de Plaques Composites en Verre/Epoxy Soumise à la fatigue par Chocs“, Thèse de Doctorat, Université USTHB, Algérie.
- [[45] W. Hwang and K. S. Han, (1986). “Fatigue of Composites Fatigue Modulus Concept and Life Prediction”, *J. of Composites Materials*, Vol. 20, p. 155-165,
- [46] J. N. Yang, D. L. Jones, S. H. Yang and A. Meskini, “A stiffness Degradation Model for Graphite/Epoxy Laminate”, *J. of Composite Materials*, Vol. 24, p. 753-769, 1990.
- [47] Brian Hayman, (2007). “Approaches to Damage Assessment and Damage Tolerance for FRP Sandwich Structures“*Journal of Sandwich Structures and Materials* ; 9; 571
- [48] S. D. Clark, R. A. Shenoi and H. G. Allen, “Modelling the Fatigue Behaviour of Sandwich Beams Under Monotic, 2-Steps and Block-Loading Regimes“, *J. of Composites Science and Technology*, Vol. 59, p. 471-486, 1999.
- [49] C. Kyle Berkowitz and W. Steven Johnson (2005)“Fracture and Fatigue Tests and Analysis of Composite Sandwich Structure“*Journal of Composite Materials* 2005, Vol. 39, No.16
- [50] G. Belingardi, P. Martella, L. Peroni , (2007).« Fatigue analysis of honeycomb-composite sandwich beams” *Composites: Part A* 38, pp1183–1191

- [51] Nitin Sharma, Ronald F. Gibson and Emmanuel O.Ayorinde, (2006) “Fatigue of Foam and Honeycomb Core Composite Sandwich Structures:A Tutorial”. *Journal of Sandwich Structures and Materials*; 8; 263
- [52] Clark, S.D., Shenoi, R.A. and Allen, H.G. (1999). Modeling the Fatigue Behavior of Sandwich Beams under Monotonic, 2-step and Block Loading Regimes, *Composite Science and Technology*, 59(4): 471–486.
- [53] Rickard Juntikka and Stefan Hallstrom, (2007) ” Shear Characterization of Sandwich Core Materials Using Four-point Bending *Journal of Sandwich Structures and Materials* ; 9; 67
- [54]Md.Akil Hazizan, W.J. Cantwell, (2003).”The low velocity impact response of an aluminium honeycomb sandwich structure” *Composites: P art B* 679-687
- [56] ECA-Honeycomb Data Sheet, EuroComposites S.A., P. B. 95 Zone Industrielle, L-6401 Echternach, Luxembourg
- [57] L.J. Gibson, M.F. Ashby, G.S. Schajer, C.I. Roberston, (1982).”The mechanics of two dimensional cellular materials”, *Proc. R. Soc. Lond.*, **A382**, 25.
- [58] L.J. Gibson, M.F. Ashby, (1988). “Cellular Solids : structure and properties”, Pergamon Press, London, 69-119.
- [59] M.A. Nkansah, K.E. Evans, I.J.Hutchinson, (1994) “Modelling the mechanical properties of an auxetic-molecular network”, *Model. Simul. Mater. Sci. Engng*, **2**, 337.
- [60] I.G. Masters, K.E.Evans, (1996). “Models for the elastic deformation of honeycombs”, *Composite Structures*, **35**, 403-422.
- [61] L. Al Bachi, (2002). “Modélisation numérique et expérimentale du comportement des matériaux sandwichés appliqués à l’aéronautique”, Thèse de l’ENI de Tarbes.
- [62] S.Kelsey, R.Gellatly, B.K.Clark, (1958). “The shear modulus of foil honeycomb core”, *Aircraft Engineering*, 249-302.
- [63] M.Grédiac, (1993). “A finite element study of the transverse shear in honeycomb cores”, *International Journal of Solids and Structures*, **30** (13), 1777-1788.
- [64], G. Shi, P. Tong, “Equivalent transverse shear stiffness of honeycomb cores”, *International Journal of Solids and Structures*, **32**(10), 1383-1393.
- [65] W. Becker, (1998) ”The in-plane stiffness of honeycomb core including the thickness effect”, *Archives of Applied Mechanics*, **68**, 334-341.
- [66] F.X. Xu, P. Qiao, (2002) “Homogenized elastic properties of honeycomb sandwich with skin effect”, *International Journal of Solids and Structures*, **39**,
- [67] A. Chen, J.F. Davalos, (2003) “Bending strength of honeycomb FRP sandwich beams with sinusoidal core geometry”, In: *Proceedings of the Fourth Canadian-International Composites Conference, CANCOM* , Ottawa, Canada, August 19-22.
- [68] C.C. Chamis, R. A. Aiello, L.N. Murthy, (1988) “Fiber composite sandwich thermostructural behavior : Computational simulation”, *Journal of composite technology & research*, vol. **10**, pp. 93-99.

- [69] A. E. H. Love, (1927). "Treatise on the mathematical theory for elasticity(4<sup>th</sup> Edn)", Dover, New York..
- [70], E. Reissner, (1945) "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plate", J. Appl., Mech., **12**, 69-77.
- [71] M. Touratier, (1989) "Un modèle simple et efficace en mécanique des structures composites", C.R. Acad. Sci. Paris, t.309, série II, 933-938.
- [72] Boualem Keskes, A. Abbadi, Z. Azari and N. Bouaouadja (2007)." Static and Fatigue Characterization of Nomex Honeycomb Sandwich Panels" International Review of Mechanical Engineering (I.R.E.M.E.), Vol..4, N°1.pp390-396.
- [73] Boualem Keskes, A. Abbadi, Z. Azari, J.Gilgert and N. Bouaouadja (2007) "A FATIGUE CHARACTERIZATION OF HONEYCOMB SANDWICH PANELS WITH A DEFECT" Materials and technology 41 (2007) 4, 157–161 157 ( ISSN 1580-294).

## **Annexe**

**Annexe I.** Tableaux de valeurs des charges et de contraintes appliquées au cours de l'essai de fatigue

Type de sandwich	<b>Aluminium-Nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens L</b>			
Pourcentage de charge	Famp (kN)	ΔF (kN)	N <sub>R</sub> (cycles)	Δσ (MPa)
65%	1,989	3,978	1525566	154,9
65%	1,989	3,978	4006638	154,9
70%	2,142	4,284	185748	166,8
75%	2,295	4,59	747510	178,8
80%	2,448	4,896	115052	188,2
80%	2,448	4,896	192449	188,2
80%	2,448	4,896	152556	188,2
80%	2,448	4,896	244391	188,2
85%	2,601	5,202	317394	193,2
85%	2,601	5,202	137794	193,2
90%	2,754	5,508	74769	204,1
90%	2,754	5,508	82736	204,1
90%	2,754	5,508	92213	204,1
95%	2,907	5,814	196900	215,9
95%	2,907	5,814	103873	215,9
95%	2,907	5,814	73172	215,9
95%	2,907	5,814	10456	215,9
100%	3,060	6,12	71 585	227
Type de sandwich	<b>Aluminium-Nomex, densité 144 kg/m<sup>3</sup>, sens W</b>			
Pourcentage de charge	Famp (kN)	ΔF (kN)	N <sub>R</sub> (cycles)	Δσ (MPa)
60%	1,796	3,592	2761758	139,8
65%	1,945	3,89	863514	151,5
70%	2,095	4,19	263278	163,2
75%	2,244	4,488	188702	174,8
80%	2,394	4,788	159028	186,5
85%	2,544	5,088	65399	190,5
90%	2,693	5,386	16123	199,8
90%	2,693	5,386	21419	199,8
95%	2,843	5,686	7737	210,2
95%	2,843	5,686	13764	210,2
100%	2,993	5,986	19392	222,2
100%	2,993	5,986	6605	222,2
100%	2,993	5,986	44	222,2

## Annexe 2 : Développements sur Ansys.

Pour valider les résultats obtenus avec la méthode analytique, on a effectué une simulation numérique avec le logiciel ANSYS. Afin de faciliter la simulation, des programmes ANSYS ont été développés.

```

FINISH
/CLEAR
! ** Données mécanique et de maillage de la structure ** !
*AFUN,DEG
RT=0.076
E0=68940
nomb=5                ! nombre de cellules
ray=3.2               ! longueur de cote
ang=60                ! angle de calcul (structure hexagonale)
haut=8.8/2            ! epaisseur du nid d'abeille
long=ray*(2*nomb*(1+cos(ang))-1)    !longueur de la plaque
lar=ray*sin(ang)*(2*nomb-1)
/prep7
/TITLE, Honeycomb mechanical properties
ET,1,SHELL63 !element shell 63
R,1,RT, , , , ,
mp,ex ,1,68940
mp,nuxy,1,0.312
*AFUN,DEG
!creation de points cle constituant la structure
*do,j,1,nomb
  k,1+4*(j-1),2*ray*(1+cos(ang))*(j-1),0,0 ! ang in deg
  k,2+4*(j-1),ray*cos(ang)+2*ray*(1+cos(ang))*(j-1),ray*sin(ang),0
  k,3+4*(j-1),ray*cos(ang)+ray+2*ray*(1+cos(ang))*(j-1),ray*sin(ang),0
  k,4+4*(j-1),2*ray*cos(ang)+ray+2*ray*(1+cos(ang))*(j-1),0,0
*enddo
KSEL,S,KP,,1,4*nomb
KGEN,nomb,1,4*nomb,1,0,2*ray*sin(ang),0,,0
!creation de lignes principales
*do,j,1,(nomb)
  *do,i,4*nomb*j-(4*nomb-1),4*nomb*j-1
  l,i,i+1
  *enddo
  *enddo
!creation de lignes secondaires
*do,j,1,(nomb*(nomb-1))
  l,2+4*(j-1),2+4*(j-1)+4*nomb-1
  l,2+4*(j-1)+1,2+4*(j-1)+4*nomb+2
*enddo
!creation de points cle et lignes pour extrusion horizontale
*do,j,1,(nomb)
  k,4*nomb*(nomb+1)+j,0,(2*j-2)*ray*sin(ang),haut
  l,4*nomb*j-(4*nomb-1),4*nomb*(nomb+1)+j
*enddo
!creation de points cle et lignes pour extrusion verticale
*do,i,1,nomb-1
  *do,j,1,nomb
  k,4*nomb*(nomb+1)+(nomb+1)+2*(j-1)+2*nomb*(i-1)+1,ray*cos(ang)+2*ray*(1+cos(ang))*(j-1),ray*sin(ang)+(2*i-2)*ray*sin(ang),haut

```

```

k,4*nomb*(nomb+1)+(nomb+1)+2*(j-1)+2*nomb*(i-1)+2,ray*cos(ang)+ray+2*ray*(1+cos(ang))*(j-
1),ray*sin(ang)+(2*i-2)*ray*sin(ang),haut
1,2+4*(j-1)+4*nomb*(i-1),4*nomb*(nomb+1)+(nomb+1)+2*(j-1)+2*nomb*(i-1)+1
1,3+4*(j-1)+4*nomb*(i-1),4*nomb*(nomb+1)+(nomb+1)+2*(j-1)+2*nomb*(i-1)+2
*enddo
*enddo
!extrusion verticale
*do,j,1,2*nomb*(nomb-1)
ADRAG,(4*nomb-1)*(nomb)+j ,,,,,,(4*(nomb-1)-1)*(nomb+1)+2*nomb*nomb+j
*enddo
!extrusion horizontale
*do,j,1,(nomb)
LSEL,S,LINE,,4*nomb*j-(4*nomb-2)-j,4*nomb*j-j
ADRAG,all,,,,,(4*nomb-1)*(nomb+1)+2*nomb*nomb+j
*enddo
!maillage
!Cette partie traite du maillage de la structure en nidab.
!cohesion
ASEL,all
AGLUE,all
ARSYM,Z,all, , , ,0,0
ASEL,all
AGLUE,all
ASEL,all
ESIZE,ray/4
AMESH,all

```

### Annexe 3 : Modélisation dans Castem 2006

#### TEST DE FLEXION 4 POINTS SUR DES PANNEAUX SANDWICHES A NIDA

OPTION DIME 3 ELEM CUB8 OPTION TRID;

\* DONNEES DE BASE

\*-----Géométrie

a=0.420/2;

b=0.250/2;

hc=0.0088;

hp=0.0006;

\*-----Propriétés mécaniques

\*-----Peaux

nup=0.33;

yop=6.9E10;

\*-----Coeur

yoc1=0.832E6;

yoc2=0.832E6;

yoc3=2156.25E6;

nuc12=0.99;

nuc23=0.000204;

nuc13=0.000204;

gc12=0.50E6;  
gc23=303.98E6;  
gc13=472.72E6;

\*-----Charge  
charge=-1000;

\*MAILLAGE  
\*-----Points

p1=0 0 0;  
p2=a 0 0;  
p3=a b 0;  
p4=0 b 0;

vect1=0 0 hp;  
vect2=0 0 hc;  
vect3=a\*0.25 0. 0.;  
vect4=-1\*a\*0.25 0. 0.;  
n=25;  
dx=2\*n;  
n1=n+1;  
dy=10;  
n2=dy+1;  
dzc=12;  
dzp=3;

p5=p1 PLUS vect1;  
p6=p2 PLUS vect1;  
p7=p3 PLUS vect1;  
p8=p4 PLUS vect1;

p9=p5 PLUS vect2;  
p10=p6 PLUS vect2;  
p11=p7 PLUS vect2;  
p12=p8 PLUS vect2;

p13=p9 PLUS vect1;  
p14=p10 PLUS vect1;  
p15=p11 PLUS vect1;  
p16=p12 PLUS vect1;

\*-----Lignes  
l1=D dx p1 p2;  
l2=D dy p2 p3;  
l3=D dx p3 p4;  
l4=D dy p4 p1;

l5=D dx p5 p6;  
l6=D dy p6 p7;

l7=D dx p7 p8;  
l8=D dy p8 p5;

l9=D dx p9 p10;  
l10=D dy p10 p11;  
l11=D dx p11 p12;  
l12=D dy p12 p9;

l13=D dx p13 p14;  
l14=D dy p14 p15;  
l15=D dx p15 p16;  
l16=D dy p16 p13;

\*-----Ligne de chargement

pc1=l13 POIN n1;  
pc2= l15 POIN n1;  
lc=D dy pc1 pc2;

\*---Surfaces de conditions limites

lf1= D dzc (l13 POIN 1) (l1 POIN 1) ;  
l4i= D dy (l4 POIN n2) (l4 POIN 1);  
lf2= D dzc (l4i POIN n2) (l16 POIN 1);  
face1=Dall l4i lf2 l16 lf1;

l3i=D dx (l4 POIN 1) (l2 POIN n2);  
lf3=D dzc (l2 POIN n2) (l14 POIN n2);  
lf4=D dzc p16 p4;  
face2=Dall l3i lf3 l15 lf4;

\*-----Surfaces

s1= Dall l1 l2 l3 l4;  
s2= Dall l5 l6 l7 l8;  
s3= Dall l9 l10 l11 l12;  
s4= Dall l13 l14 l15 l16;  
st= s1 et s2 et s3 et s4 ;

\*-----Volumes

v1=s1 VOLU s2 (dzp) ;  
v2=s2 VOLU s3 (dzc) ;  
v3=s3 VOLU s4 (dzp);  
vt=v1 ET v2 ET v3 ;  
TRACE vt ;

ELIM (vt et face1 et face2 et lc et s1 et s2 et s3 ) 0.0001;  
ELIM(v1 et v2 et v3) 0.0001;

\*MODELES DES MATERIAUX

\*-----Peaux

mod1=MODE v1 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;  
mat1=MATER mod1 YOUNG yop NU nup;

```
mod2=MODE v3 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;  
mat2=MATER mod2 YOUNG yop NU nup ;
```

```
*-----Coeur  
mod3=MODE v2 MECANIQUE ELASTIQUE ORTHOTROPE;  
mat3=MATER mod3 DIRECTION (1 0 0) (0 1 0) PARA  
YG1 yoc1 YG2 yoc2 YG3 yoc3  
NU12 nuc12 NU23 nuc23 NU13 nuc13  
G12 gc12 G23 gc23 G13 gc13;
```

```
modt=mod1 ET mod2 ET mod3;  
mattot=mat1 ET mat2 ET mat3;
```

```
*CONDITIONS LIMITES  
cl1=BLOQ UZ l2;  
cl2=BLOQ UX RY RZ face1;  
cl3=BLOQ UY RX RZ face2;  
clt=cl1 ET cl2 ET cl3;
```

```
*CHARGEMENT LINEIQUE  
nbnolc=NBNO lc;  
f5=charge*0.25;  
f6=f5/(nbnolc);  
for1=0. 0. f6;  
I=1;  
NBI=nbnolc-1;  
chrg=FORC for1 (lc POIN 1);  
REPETER BLOC1 NBI;  
cha1=FORC for1 (lc POIN I);  
cha2=FORC for1 (lc POIN (I+1));  
chrg=chrg ET cha1 ET cha2;  
I=I+1;  
FIN BLOC1;
```

```
*MATRICE DE RIGIDITE  
rig1=RIGI modt mattot;  
rig1=rig1 ET clt;
```

```
*RESOLUTION DU PLOBLEME
```

```
* DEPLACEMENTS
```

```
depl=RESO rig1 chrg;  
w=EXCO depl Uz ;  
wmax=MAXI (ABS w);  
LIST wmax;
```

```
*DEFORMEE
```

```
defor0=DEFO vt depl 0. VERT;  
defor1= DEFO vt depl ROUGE;
```

TITRE 'DEFORMEE SOUS CHAGEMENT';  
TRAC (defor0 ET defor1);

\*DEFORMATIONS

eps1=EPSI modt mattot depl;  
eps1xx=EXCO EPXX eps1;  
eps1yy=EXCO EPYY eps1;  
eps1zz=EXCO EPZZ eps1;  
TITRE 'déformation suivant x';  
TRACE modt eps1xx;

\*CONTRAINTES

sig1=SIGMA modt mattot depl;  
sig1xx=EXCO SMXX sig1;  
sig1yy=EXCO SMYY sig1;  
sig1xy=EXCO SMXY sig1;  
sig1zz=EXCO SMZZ sig1;  
sig1xz=EXCO SMXZ sig1;  
sig1yz=EXCO SMYZ sig1;

TITRE 'contraintes suivant x';  
TRACE modt sig1xx ;

TITRE 'contraintes suivant y';  
TRACE modt sig1yy ;

TITRE 'contraintes de cisaillement xy';  
TRACE modt sig1xy ;

TITRE 'contraintes de cisaillement xz';  
TRACE modt sig1xz ;

TITRE 'contraintes de cisaillement yz';  
TRACE modt sig1yz ;

\*RESULTATS

evoUZ= EVOL ROUGE CHPO depl UZ l3;  
DESS evoUZ;  
LIST evoUZ;

\*Ecriture dans un fichier \*EXCEL  
@EXCEL1 evoUZ fichier1;

## ملخص:

الهدف الأساسي من استعمال لوحات السندوتش هو زيادة النسبة جساءة/وزن بتعبئة قلب البنية بمواد أخف مثل عش النحلة' (النيدا).

في هذه الأطروحة ، أجريت اختبارات ساكنة للانحناء ثلاث نقاط و أربع نقاط على اثنان بنيات سندوتش بمواد اللب مختلفة بشكل "عش النحل" : ألمنيوم- ألمنيوم و ألنيوم- ألياف أراميد (نوماكس). تم تمثيل منحنيات قوة- تشوه الانحناء و أنماط الانكسار الملاحظة بالنسبة لمختلف كثافات لب السندوتش و الأبعاد بين الركائز. فحصت نتيجة نموذج لاختبار للانحناء أربع نقاط في الحالة الساكنة و نتيجة مجانسة لب (النيدا) مع النتائج التجريبية.

درس تجريبيا سلوك التصرف اتجاه التعب لاثنان من نوعي السندوتش عن طريق اختبارات انحناء أربع نقاط من أجل مختلف مستويات القوة أو الإجهاد الدوري . رسمت منحنيات التعب (الإجهاد المطبق ، الانتقال بدلالة عدد التكريرات و عينت أنماط الانكسار الملاحظة بالنسبة لمختلف كثافات لب السندوتش.

أن نموذج جية الإلتلاف في التعب و المرتكز على تقريبات انهيار جساءة لب السندوتش تم اقتراحه و إثباته تجريبيا على السندوتش ألومنيوم- نوماكس . كما طبق انموذج جين غير خطية للإلتلافات التراكمية من أجل تكمن مدة الحياة في التعب من خلال مقياس القص اللب السندوتش.

الكلمات المفتاحية : الانحناء، لوحات السندوتش، لب على شكل عش النحل ، نوماكس ، تعب

## ABSTRACT:

The main objective of the use of the sandwich panels is to increase the stiffness ratio/weight by filling the heart of the structure with lighter materials, like "the Honeycomb" (NIDA).

In this thesis, static three-point and four points bending tests were carried out of two different materials of honeycomb core sandwich structures: aluminum-aluminum and aluminum-fibers aramid (Nomex). Curves load-deflection and the collapse modes observed for core various densities and on the support span distance of three points bending test were presented. The numerical of the homogenization of the honeycomb core sandwich structure and experimental result was checked.

The fatigue behaviour of the two sandwiches types was experimentally investigated through four-point bending tests at different load levels by varying the levels of loading (r) or cyclic stress. The fatigue curves S-N (stress, applied load, displacement according to the number of cycles) were plotted. Failure and damage modes for fatigue studies are observed and discussed.

The modelling of the damage in fatigue, based on the approaches of core stiffness degradation was proposed and checked in experiments for the sandwiches aluminum-nomex. Two models of nonlinear cumulative damages to predict the fatigue life through the shear modulus stiffness in fatigue of the core sandwich were applied.

**Words Key:** Bending, Sandwich, Honeycombs, Nomex, Fatigue, Failure modes, Damage Model