

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Ferhat Abbas–SETIF
UFAS (ALGERIE)

Mémoire
Présenté à la Faculté des Sciences
Département de Physique

Pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER
Option : Génie Nucléaire

Par

TITOUCHE Widad

THEME

**Etude des interférences entre les barres
de contrôle dans un réacteur de recherche**

Soutenu Publiquement le .../.../.....
Devant la commission d'examen :

Président :	M.MAAMACHE	Professeur	Université Ferhat Abbas- Sétif
Rapporteur :	A.BOUCENNA	Professeur	Université Ferhat Abbas- Sétif
Examineur :	A. BELAFRITES	Maître de conférences	Université A/Hak Ben Hammouda- Jijel
Examineur :	Z. IDIRI	Maître de Recherches	Centre de Recherches Nucléaires D'Alger
Invité :	A. NEDJAR	Chargé de Recherches	Centre de Recherches Nucléaires de Draria

Résumé

Dans le présent travail nous nous proposons de déterminer le phénomène d'interférence des barres de contrôle du réacteur NUR. Pour cela nous avons évalué les efficacités des différentes barres de contrôle du réacteur. Du fait que celles-ci sont essentiellement composées de matériaux très absorbants de neutrons, l'utilisation de la théorie de la diffusion pour la détermination des efficacités des barres de contrôle demeure impossible. Ainsi, nous avons déterminé ces grandeurs physiques en utilisant la méthode des coefficients de blackness. Celle-ci a la spécificité de rendre le calcul de diffusion possible moyennant la détermination des paramètres de diffusion effectifs caractérisant le milieu absorbant.

La méthodologie adoptée et les résultats obtenus pour le calcul des efficacités des barres de contrôle ainsi que le degré des interférences entre ces barres sont présentées. Ces résultats ont fait l'objet d'une validation expérimentale suivis par un calcul utilisant la méthode de Monté Carlo.

Abstract

In the present work we wish to determine the control rod interference of the NUR research reactor. To do so, we have first evaluated the control rods worth. Since the control rods contain a strong absorbing material, the use of the diffusion theory is not possible. To overcome this, we have used the blackness theory which makes possible the use of the diffusion theory by introducing effective diffusion parameters.

The adopted methodology is presented both with the results to determine the control rod worth and the interference between them. The obtained results have been validated by comparison with the experimental values and simulations by the Monte Carlo method.

*A la mémoire
de mon père*

Sommaire

Résumé	1
Remerciements	2
Sommaire	3
Légende des figures et tableaux	5
Introduction	8
Chapitre I Les barres de contrôle	10
I-1 Introduction	10
I-2 Types de barres de contrôle	11
I-3 Conception des barres de contrôle	11
I-4 Méthodes utilisées pour le calcul des barres de contrôle	11
I-5 Le facteur de multiplication	12
I-6 La réactivité	13
Chapitre II Equation de transport de Boltzmann	15
II-1 Dérivation et approximation de l'équation de transport de Boltzmann	15
Chapitre III Théorie des coefficients de blackness et paramètres de diffusion effectifs	31
III-1 Introduction	31
III-2 Les coefficients de blackness	32
III-3 Les paramètres de diffusion dans le milieu absorbant	36
III-4 Détermination des conditions aux limites α	38
Chapitre IV Introduction au code WIMS/D4	43
IV-1 Introduction	43
IV-2 Bibliothèque du code WIMS	44
IV-3 Les étapes de calculs dans WIMS/D4	45
IV-4 Préparation de l'input du code WIMS/D4	50
Chapitre V Introduction au code CITATION	54
V-1 Fondements théoriques	54
V-2 Description du code CITATION	57
V-3 Structure du fichier input	57
V-4 Utilisation d'interfaçage	58
Chapitre VI Introduction au code MCNP	59
VI-1 Historique	59
VI-2 Codes de simulation Monté Carlo	59
VI-3 Principes généraux du code MCNP	59

VI-4 Calcul de criticité	63
Chapitre VII Méthodologie de calcul des paramètres physiques	64
VII-1 Introduction	64
VII-2 Généralités	65
VII-3 Application au réacteur NUR	67
VII-4 Calcul des coefficients de blackness et des paramètres de diffusion effectifs	78
VII-5 Calcul de l'efficacité des barres de contrôle	81
VII-6 Calcul des interférences entre les barres de contrôle	83
VII-7 Calcul de l'efficacité des barres de contrôle par le code MCNP	85
Chapitre VIII Résultats et discussion	89
VIII-1 Résultats des calculs par CITATION	89
VIII-2 Résultats des calculs par MCNP	102
VIII-3 Discussion	106
Conclusion	109
Annexes A	110
Annexes B	113
Annexes C	116
Bibliographie	121

Légendes

Légende des figures:

Figure II-1	Elément de surface orienté
Figure II-2	Coordonnées cartésiennes et polaires du vecteur Ω
Figure II-3	Continuité du flux sur l'interface
Figure II-4	Frontière extrapolée
Figure III-1	Méthodologie de calcul dans la théorie des blackness
Figure III-2	Géométrie plaque pour la théorie des blackness
Figure III-3	Plaque de contrôle
Figure IV-1	Structure d'une cellule équivalente
Figure IV-2	Méthodologie de calcul dans le code WIMS/D4
Figure IV-3	Les séquences de calcul dans le code WIMS/D4
Figure V-1	Cellule Ω_i
Figure VI-1:	Schématisation du fichier input du code MCNP
Figure VII-1	La cellule dans un réseau régulier
Figure VII-2	Configuration du cœur du réacteur NUR
Figure VII-3	L'élément combustible
Figure VII-4	L'élément de contrôle
Figure VII-5	Cellule combustible équivalente
Figure VII-6	Cellule de contrôle équivalente
Figure VII-7	Cellule réflecteur équivalente
Figure VII-8	Les paramètres α et β en fonction de $\Sigma_a \tau$ pour la zone Ag-In-Cd de la barre de contrôle
Figure VII-9	Variation du flux
Figure VIII-1:	Distribution du flux thermique dans le cœur, B1 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion.
Figure VIII-2:	Distribution du flux thermique dans le cœur, B2 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion.
Figure VIII-3:	Distribution du flux thermique dans le cœur, B3 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion.
Figure VIII-4:	Distribution du flux thermique dans le cœur, B4 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion.
Figure VIII-5:	Distribution du flux thermique dans le cœur, B5 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion.
Figure VIII-6:	Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B1
Figure VIII-7:	Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B2
Figure VIII-8:	Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B3
Figure VIII-9:	Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B4
Figure VIII-10:	Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B5

Légende des tableaux:

Tableau VII-1:	Découpage énergétique des 5 groupes considérés
Tableau VII-2:	Description des différents plans Z du cœur du réacteur NUR
Tableau VII-3:	Illustration de quelques sections dans le code CITATION
Tableau VII-4:	Illustration de la section 008 dans le code CITATION
Tableau VII-5:	Valeurs de Σ_a et τ
Tableau VII-6:	Valeurs des coefficients α et β
Tableau VII-7:	Anciennes valeurs des paramètres de diffusion
Tableau VII-8:	Nouvelles valeurs des paramètres de diffusion
Tableau VIII-1	Côtes critiques des cinq barres de contrôles
Tableau VIII-2:	Valeurs expérimentales et calculées des efficacités des barres de contrôle par application de la théorie de la diffusion classique
Tableau VIII-3:	Valeurs expérimentales et calculées par correction α des efficacités des barres de contrôle
Tableau VIII-4:	Valeurs expérimentales et calculées par correction D_{eff} et $\Sigma_{a,\text{eff}}$ des efficacités des barres de contrôle
Tableau VIII-5:	Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par la théorie de la diffusion classique.
Tableau VIII-6:	Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par la correction α .
Tableau VIII-7:	Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par la théorie des coefficients de blackness (correction D_{eff} et $\Sigma_{a,\text{eff}}$).
Tableau VIII-8 :	Côtes critiques des cinq barres de contrôles
Tableau VIII-9 :	Efficacités des barres de contrôle
Tableau VIII-10:	Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par MCNP
Tableau VIII-11:	Comparaison des valeurs des efficacités des barres de contrôle
Tableau VIII-12:	Comparaison des valeurs d'interférences entre les barres de contrôle

Lexique

k : Le facteur de multiplication

k_{eff} : Le facteur de multiplication effectif

k_{∞} : Le facteur de multiplication infini

ρ : La réactivité

ε : L'efficacité

$\Psi(r, \Omega, E, t)$: Le flux angulaire

r : Point de l'espace où se trouve le neutron

E : L'énergie du neutron

Ω : La direction vers laquelle se dirige le neutron

$\phi(r, t)$: Le flux scalaire

Σ_x : La section efficace macroscopique de la réaction x

$j(r, \Omega, E, t)$: La densité de courant angulaire

ν : Nombre de neutrons de fission

χ : Spectre de fission

Q : La source de neutron

Y_{lm} : Les Harmoniques sphériques

P_l : Les polynômes de Legendre

P_n : approximation par les polynômes de Legendre

α : Coefficient de blackness

β : Coefficient de blackness

E_{n+2} : Les fonctions exponentielles intégrales

τ : Épaisseur d'une barre de contrôle en géométrie plaque

D : Le coefficient de diffusion

D_{eff} : Le coefficient de diffusion effectif

$\Sigma_{a,\text{eff}}$: La section efficace d'absorption effective

$B1$: La barre de contrôle N°1

$B2$: La barre de contrôle N°2

$B3$: La barre de contrôle N°3

$B4$: La barre de contrôle N°4

$B5$: La barre de contrôle N°5

Introduction

Le but des calculs physiques de réacteurs nucléaires est de déterminer la distribution du flux dans le cœur ainsi que les marges d'antiréactivité requises pour son contrôle. Cette distribution est obtenue en résolvant l'équation de transport de Boltzmann. La résolution analytique de cette équation, qui décrit la migration des neutrons sous l'influence des interactions avec le milieu matériel, est impossible étant donné la complexité de la géométrie du cœur et des constantes qui décrivent les interactions des neutrons avec la matière. Pour cela, un certain nombre d'approximations constituent les principaux outils utilisés dans le calcul des réacteurs nucléaires. La démarche, dans ces calculs, consiste à partager le calcul en deux parties, ce qui permet de traiter indépendamment les deux niveaux d'hétérogénéité: le premier aspect comporte une modélisation détaillée des milieux physiques à un nombre élevé de groupes d'énergie, mais à une région restreinte en espace, c'est ce qu'on appelle *le calcul de cellule* et qui est traité par des *codes de calcul de cellule*. Le second aspect nécessite une description détaillée du système dans son ensemble qui peut être simplifiée en ce qui concerne le nombre de groupe d'énergie, cette description est du domaine du *calcul global* moyennant les *codes de calcul de cœur*.

Ces codes sont donc conçus pour le calcul du facteur de multiplication effectif du milieu (k_{eff}) et de la distribution du flux neutronique dans le cœur du réacteur. Ils se distinguent les uns des autres par le nombre maximum de groupes d'énergies qu'on peut traiter, la géométrie traitée (une, deux ou trois dimensions) et la méthode numérique utilisée pour la discrétisation des équations. Le choix de la méthode d'approximation et de discrétisation de l'équation de transport est un facteur déterminant pour la précision et le coût des calculs, généralement l'approximation la plus utilisée est celle de la diffusion multigroupe qui permet d'obtenir l'équation de diffusion.

Il est clair que le réacteur nucléaire est constitué de plusieurs parties qui assurent son fonctionnement dans des conditions sûres. Nous allons nous intéresser particulièrement au système de contrôle. Ce dispositif inclut des barres de contrôle qui sont constituées de matériaux très absorbants de neutrons thermiques. Elles constituent un système essentiel dans l'exploitation du réacteur aussi bien en fonctionnement normal qu'en cas d'urgence. En fonctionnement normal, le système assure la régulation de la réaction en chaîne. En cas d'urgence, il permet l'arrêt immédiat de la réaction en chaîne. Afin d'assurer le contrôle du réacteur les barres de contrôle doivent être calibrées en efficacité. Le calcul de cette grandeur physique constitue une partie importante dans la conception du réacteur. Sachant que les variations du flux thermique à proximité des barres de contrôle sont très grandes, l'application de la loi de Fick ne devient plus valide et par conséquent l'utilisation de l'équation de diffusion pour la détermination des efficacités des barres de contrôle n'est plus possible, c'est pourquoi on a

souvent recours à des méthodes spéciales. Dans ce cas, la théorie des "blackness coefficients" est la plus utilisée. Historiquement, cette méthode a joué un rôle important dans la modélisation et le suivi de fonctionnement du cœur d'un réacteur nucléaire. Elle permet de déterminer les paramètres de diffusion effectifs qui caractérisent le milieu absorbant, ce qui rend l'utilisation de l'équation de la diffusion possible.

Dans cette optique, nous allons utiliser cette théorie afin de déterminer les efficacités des barres de contrôles du réacteur de recherche NUR. D'autre part, des mesures de calibration expérimentales effectuées sur le système des barres de contrôle ont montré l'existence d'un phénomène d'interférence entre ces barres. Dans le cadre de ce travail on se propose de montrer par le calcul théorique un tel phénomène.

Cette thèse est organisée en 8 chapitres. Le premier constitue un bref parcours dans le domaine du contrôle d'un réacteur nucléaire. Au chapitre 2 nous résumons les étapes permettant d'obtenir les équations de diffusion multigroupe à partir de l'équation de transport de Boltzmann. Dans le chapitre 3 nous passons en revue la théorie des coefficients de blackness et son application au cas d'une barre de contrôle de type plaque. Dans les chapitres 4, 5 et 6 nous donnons un bref aperçu sur les codes déterministes et probabilistes utilisés dans ce travail à savoir : WIMS/D4, CITATION et MCNP. Dans le chapitre 7 nous présentons la méthodologie adoptée pour déterminer les efficacités des barres de contrôle et leurs interférences. Le chapitre 8 résume les résultats de ce calcul.

Chapitre I

Les barres de contrôle

I-1 Introduction [1, 2]

Afin de maintenir un réacteur critique, il est nécessaire de compenser les changements qui sont dus à l'évolution du combustible, à la production d'isotopes, aux changements de températures et autres phénomènes physiques. Dans la plus part des réacteurs ceci est assuré par les barres de contrôle.

Au début de l'industrie nucléaire, les réacteurs étaient contrôlés par très peu de barres. Celles-ci avaient une forme cylindrique et composées d'un puissant absorbant de neutrons thermiques, principalement le Cadmium ($\sigma_a = 2450b$). Leur diamètre était considérablement supérieur au libre parcours moyen d'absorption des neutrons thermiques. De telles barres sont dites "noires". Aujourd'hui ce type de barres n'est plus aussi fréquemment utilisé et ceci pour plusieurs raisons: entre autres elles perturbent le flux à leur voisinage; ce qui entraîne une perturbation des distributions de puissance et de température qui est un phénomène indésirable pour la sûreté d'un réacteur nucléaire.

Actuellement, les barres sont utilisées en nombre plus grand, elles sont plus fines et moins absorbantes. Ces barres ci sont constituées de Hafnium ($\sigma_a = 105b$) ou bien d'acier contenant de petites quantités de bore, elles sont dites "grises".

Quand une barre de contrôle est retirée d'un réacteur à modérateur solide, la région qu'elle occupait reste vide, par contre si le modérateur est liquide, la région est occupée par le liquide modérateur. Dans l'un et l'autre cas, le fait de substituer une région fortement absorbante par du vide ou une région faiblement absorbante a pour conséquence de provoquer une forte augmentation du flux dans cette région. Pour y remédier la barre de contrôle est munie d'une extension faite d'un matériau moyennement absorbant ou de combustible. Dans ce cas, le combustible est introduit dans le cœur en même temps que la barre en est extraite.

I-2 Types de barres de contrôle

Dans les réacteurs nucléaires modernes, les barres de contrôle sont conçues pour assurer trois fonctions, ce qui conduit à trois types de barres de contrôle:

- ✓ **Les barres de compensation**: permettent le contrôle de l'apparition des produits de fissions fortement absorbant et les effets de la consommation et de la production des isotopes fissiles.
- ✓ **Barres de régulation** : permettent le réglage fin ou grossier du niveau de puissance du réacteur.
- ✓ **Barres de sécurité** : permettent une absorption totale de tous les neutrons susceptibles de faire des réactions nucléaires. Elles sont normalement en dehors du réacteur pendant son fonctionnement mais prêtes à y être introduites très rapidement et automatiquement en cas d'un quelconque incident.

I-3 Conception des barres de contrôle [2]

La partie absorbante de la barre de contrôle est constituée du matériau absorbant entouré d'une gaine afin d'empêcher le contact entre le liquide de refroidissement et l'absorbant. Cette gaine sert également de protection pour la barre durant ses mouvements. En générale, l'espace dans lequel la barre de contrôle peut se mouvoir est un tube ou un guide qui devient une partie à prendre en considération dans les calculs physiques du cœur. La géométrie de la barre et les matériaux qui la composent sont les deux éléments majeurs qui ont un impact sur le choix des méthodes de calcul.

I-4 Méthode utilisée pour le calcul des barres de contrôle [2]

Le principal but du calcul physique du cœur est la détermination de la distribution du flux et le facteur de multiplication dans le cœur en géométrie hétérogène. Or la présence des barres de contrôle dans le cœur entraîne une forte perturbation du flux à leur proximité, par conséquent l'utilisation de l'approximation de la diffusion pour la détermination de ces paramètres physiques n'est plus valable. Afin de remédier à ce problème, nous sommes amenés à utiliser la théorie des blackness ("blackness theory"). Celle ci permet de déterminer des paramètres de diffusion équivalents pour une géométrie plaque à une dimension qui sont représentatifs de l'élément absorbant.

I-5 Le facteur de multiplication. [1]

L'énergie nucléaire est réalisée à partir de la réaction en chaîne des neutrons. Dans ce processus, le neutron émis par fission induit une autre fission qui va à son tour donner naissance à d'autres neutrons. Ces derniers provoqueront à leur tour d'autres fissions et ainsi de suite. Une telle réaction en chaîne peut être décrite quantitativement en terme de **facteur de multiplication**, noté **k**.

Il est défini comme étant le rapport entre le nombre de neutrons d'une génération sur le nombre de neutrons de la génération précédente:

$$k = \frac{N_2}{N_1} \quad (I.1)$$

où

N_1 nombre de neutrons de fission de la première génération;

N_2 nombre de neutrons de fission de la deuxième génération.

Si le nombre de neutrons dans la génération N_2 est égal au nombre de neutrons dans la génération précédente N_1 , alors **k = 1**, et la réaction en chaîne est **critique**.

Si le nombre de neutrons dans la génération N_2 est supérieur au nombre de neutrons dans la génération précédente N_1 , alors **k > 1**, et la réaction en chaîne est **sur critique**

Si le nombre de neutrons dans la génération N_2 est inférieur au nombre de neutrons dans la génération précédente N_1 , alors **k < 1**, et la réaction en chaîne est **sous critique**

Tel que cité dans le paragraphe I-2, les réacteurs nucléaires contiennent des systèmes qui permettent le contrôle de la réaction en chaîne. Ce contrôle s'effectue en variant la valeur du facteur de multiplication k , grâce aux barres de régulation. Afin d'augmenter la puissance du réacteur, on doit donner à k une valeur supérieure à 1 de sorte que le réacteur devienne sur critique. Une fois la puissance désirée atteinte, on réduit la valeur de k à l'unité (=1) pour maintenir cette puissance, le réacteur est dans ce cas dans un état critique. Enfin, si on veut réduire la puissance ou arrêter le réacteur on doit diminuer la valeur de k de sorte qu'il soit dans un état sous- critique.

Le facteur de multiplication effectif

Le facteur de multiplication effectif caractérise un milieu fini, il est donné par:

$$k_{\text{eff}} = k_{\infty} P_{\text{FNL}} P_{\text{TNL}} \quad (I-2)$$

où

k_{∞} est le facteur de multiplication pour un milieu infini,

P_{FNL} est la probabilité de non fuite des neutrons rapides,

P_{TNL} est la probabilité de non fuite des neutrons thermiques.

I - 6 La réactivité

1 Définition [3]

Le facteur de multiplication n'est pas le seul paramètre qui caractérise le degré de criticité du cœur d'un réacteur. Une autre quantité, appelée *la réactivité* (ρ) est également de mise. Elle mesure l'écart par rapport à 1 de k_{eff} et est définie par la relation suivante :

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \quad (I.3)$$

$\rho = 0$	Alors	$k_{eff}=1$	le réacteur est critique
$\rho > 0$	Alors	$k_{eff}>1$	le réacteur est sur critique
$\rho < 0$	Alors	$k_{eff}<1$	le réacteur est sous critique

La réactivité, exprimée en dollars (\$), est définie par:

$$\$ = \frac{\rho}{\beta} \quad (I.4)$$

où β est la fraction de neutrons retardés.

2 Principaux paramètres pouvant modifier la réactivité [4]

Au cours du fonctionnement d'un réacteur nucléaire, plusieurs actions ou phénomènes peuvent modifier la réactivité :

- **Usure du combustible :**

C'est un effet constant dont l'influence sur la réactivité s'effectue dans des temps relativement longs. Il consiste principalement en la destruction de noyaux d'U235 par la réaction nucléaire de fission induite par les neutrons.

- **Empoisonnement par les produits de fission :**

La fission d'un noyau d'U235 le scinde en deux fragments (produits de fission) parmi lesquels certains possèdent des sections efficaces d'absorptions neutroniques très élevées :

C'est le cas plus particulièrement du Xénon 135 et du Samarium 149. La présence de ce type d'isotopes dans le cœur d'un réacteur contribue significativement à baisser le facteur de multiplication. Leur effet sur la réactivité est relativement rapide, ce qui leur confère une certaine importance dans le contrôle des réacteurs.

- **Mouvement des barres de contrôle:**

Le matériau constitutif des barres étant fortement absorbant il faut alors s'attendre à ce que leur introduction ou leur extraction, partielle ou totale, diminue ou augmente l'absorption des neutrons, provoquant par conséquent la diminution ou l'augmentation de la réactivité du cœur.

3 Efficacité des barres de contrôle

L'efficacité de l'élément de contrôle est déterminée soit par un calcul théorique moyennant les codes de calculs neutroniques soit par une calibration expérimentale. Celle-ci permet à l'opérateur d'estimer la réactivité induite par le mouvement des barres de contrôle.

- **Détermination théorique de l'efficacité des barres de contrôles**

Pour déterminer l'efficacité d'une barre de contrôle nous effectuons deux types de calcul de cœur:

- Un calcul de cœur avec la barre de contrôle extraite.
- Un calcul de cœur avec la barre de contrôle complètement insérée.

Dans ce calcul il s'agit de déterminer le facteur de multiplication effectif du cœur.

L'efficacité ε de la barre est obtenue par la formule:

$$\varepsilon = \frac{1}{k_{\text{eff}_0}} - \frac{1}{k_{\text{eff}}} \quad (\text{I.5})$$

où

k_{eff_0} est le facteur de multiplication effectif dans le cas de la barre extraite,

k_{eff} est le facteur de multiplication effectif dans le cas de la barre insérée.

- **Détermination expérimentale de l'efficacité des barres de contrôle**

Plusieurs méthodes de calibration expérimentale des barres de contrôle permettent la détermination de leur efficacité. Parmi ces méthodes il y a la méthode de "chute des barres", d'"inter calibration" etc. La méthode de chute des barres est une méthode rapide qui consiste à arrêter brusquement le réacteur par chute de la barre à calibrer et suivre la décroissance du flux neutronique (voir annexe).

Chapitre II

Equation de transport de Boltzmann.

II-1- Dérivation et approximation de l'équation de transport de Boltzmann.

II-1-1 Introduction [5]

Le comportement d'un réacteur nucléaire est régi par la distribution spatiale et énergétique du neutron dans le système. De ce fait l'un des problèmes majeurs en théorie des réacteurs est la prédiction de ces distributions. Celle-ci peut être réalisée en résolvant l'équation de transport des neutrons souvent appelée l'équation de Boltzmann.

L'équation de transport de Boltzmann régissant le flux de neutrons dans un milieu matériel est obtenue en traitant la population neutronique comme un fluide de particules en interaction avec les noyaux constitutifs du milieu [1, 6,7].

II-1-2 Equation de transport de Boltzmann

L'équations de transport de Boltzmann régissent la répartition du flux de neutrons dans l'espace des phases défini par les coordonnées de position \mathbf{r} , l'énergie cinétique $E = \frac{1}{2} mV^2$ et le vecteur unité Ω dans la direction de propagation ($\mathbf{V} = V\Omega$). L'équation établit le bilan instantané du nombre de neutrons dans la cellule $drd\Omega dE$, résultat de la compétition entre les mécanismes de production et de disparition des neutrons. La valeur moyenne de la densité $N(\mathbf{r}, \Omega, E, t)$ est la grandeur qui sert à exprimer ce bilan de réactions. En pratique, on utilise le flux angulaire Ψ , défini par:

$$\Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) = VN(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.1})$$

Expression dans laquelle $\Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) dE d\Omega$ est le nombre moyen des neutrons d'énergie cinétique dans l'intervalle dE autour de E , se propageant dans l'angle solide $d\Omega$ autour de Ω , et qui, à l'instant t , traversent l'unité de surface perpendiculaire à Ω . En intégrant successivement sur toutes les directions de propagation et sur l'énergie on définit:

$$\phi(\mathbf{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.2})$$

et

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} dE \int_{4\pi} d\Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.3})$$

où $\phi(\mathbf{r}, t)$ est le flux scalaire (neutrons/cm². sec), grandeur positive. Si Σ_x est la section efficace macroscopique de l'interaction x , alors le produit $\Sigma_x(\mathbf{r}, E)\Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t)d\mathbf{r}d\Omega dE$ représente le taux d'interaction dans l'espace des phases.

Sous sa forme integro-differencielle, l'équation de transport s'écrit:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) + \Omega \cdot \nabla \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) = \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega', E' \rightarrow E, \Omega) \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) + q(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.4})$$

où

- $\Sigma_t(\mathbf{r}, E)$ est la section efficace macroscopique total: c'est la probabilité par unité de longueur qu'un neutron subisse une interaction qui le fasse disparaître de la cellule $d\mathbf{r} d\Omega dE$ soit par absorption, soit par transfert vers une autre cellule,

$$\Sigma_t(\mathbf{r}, E) = \Sigma_a(\mathbf{r}, E) + \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}, \Omega, E \rightarrow E', \Omega') \quad (\text{II.5})$$

- $\Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega', E' \rightarrow E, \Omega)$ est la section efficace macroscopique de transfert: c'est la probabilité par unité de longueur qu'un neutron d'énergie dans l'intervalle dE' autour de E' , se propageant dans l'angle solide $d\Omega'$ autour de Ω' subissent une collision de diffusion (élastique ou inélastique) qui le transfère vers l'intervalle dE autour de E , et dans l'angle solide $d\Omega$ autour de Ω .
- $q(\mathbf{r}, \Omega, E, t)$ est la densité d'émission de neutrons par la source.

Les sections efficaces macroscopiques ont pour dimension $[L]^{-1}$ et s'expriment habituellement en cm^{-1} . Les termes $\Sigma_t \Psi$ et $\Omega \cdot \nabla \Psi$ du membre de gauche de (II.4) ont trait aux disparitions des neutrons de la cellule $d\mathbf{r}d\Omega dE$ au point (\mathbf{r}, Ω, E) par collision et par fuite, $\Omega \cdot \nabla$ étant l'opérateur de transport spatial hors du volume $d\mathbf{r}$. Les deux termes du membre de droite présentent les conditions positives au bilan de la cellule par diffusion à partir de cellules voisines et par les sources de neutrons (fissions et autres).

Pour mieux décrire le transport spatial de neutrons suivant des directions particulières, on introduit le *vecteur densité de courant angulaire* défini en tout point de l'espace des phases par:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(\mathbf{r}, \Omega, E, t) &= \Omega v N(\mathbf{r}, \Omega, E, t), \\ &= \Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

La résultante vectorielle des vecteurs (II.6) sur toutes les directions de propagation est, par définition, le courant de neutrons \mathbf{J} :

$$J(\mathbf{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega \mathbf{j}(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.7})$$

Soit $dS = dS \mathbf{n}$ un élément de surface "orienté" par le vecteur unité \mathbf{n} (Fig.II-1). En intégrant la projection $\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}$ sur toutes les directions Ω , on obtient *le courant net* de neutrons au point \mathbf{r} traversant, par unité de surface et de temps, l'élément de surface orientée:

$$\begin{aligned} J_n &= \int_{4\pi} d\Omega \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \\ &= \int_{4\pi} d\Omega \mathbf{n} \cdot \Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Notons par J_n^+ le courant de particules se déplaçant dans le sens "positif" défini par \mathbf{n} et par J_n^- celui de neutrons allant dans le sens négatif. Le bilan ci-dessus peut aussi s'écrire:

$$J_n(\mathbf{r}, E, t) = J_n^+(\mathbf{r}, E, t) - J_n^-(\mathbf{r}, E, t) \quad (\text{II.9})$$

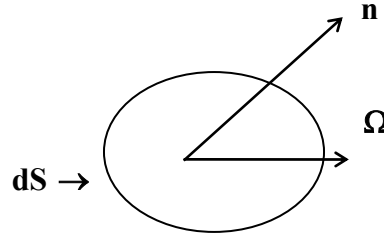


Fig.II-1: Élément de surface orientée

où:

$$J_n^\pm(\mathbf{r}, E, t) = \int_{\substack{n \cdot \Omega > 0 \\ n \cdot \Omega < 0}} d\Omega |\mathbf{n} \cdot \Omega| \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t). \quad (\text{II.10})$$

L'apparition des neutrons dans la cellule est régie par le terme source q ainsi que par le terme intégral qui décrit le transfert vers (\mathbf{r}, Ω, E) dans $d\mathbf{r} d\Omega dE$ de neutrons ayant subi une collision dans $d\mathbf{r}' d\Omega' dE'$ en $(\mathbf{r}', \Omega', E')$. Une hypothèse admise dans toutes les applications pratiques consiste à dire que le milieu matériel n'admet pas de directions "privilegiées". Ceci implique que la section efficace de diffusion d'un neutron ne dépend pas séparément de Ω et Ω' mais plutôt du produit scalaire

$$\mu_0 = \Omega \cdot \Omega', \quad -1 \leq \mu_0 \leq 1 \quad (\text{II.11})$$

D'où l'écriture:

$$\Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega', E' \rightarrow E, \Omega) = \Sigma_s(\mathbf{r}; E' \rightarrow E, \mu_0) \quad (\text{II.12})$$

On considère deux classes différentes de problèmes selon la nature des sources de neutrons. Si le milieu est multiplicateur, c'est à dire contient des noyaux fissiles tels que U^{233} , U^{235} ou Pu^{239} dont la fission à l'énergie E' fournit en moyenne $\nu(E')$ neutrons dont le spectre est $\chi(E)$, alors le terme source est lié au flux angulaire Ψ par la relation:

$$q = q_f(r, \Omega, E) = \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu(E') \Sigma_f(r, E') \Psi(r, \Omega', E') \quad (II.13)$$

avec

$$\int_0^\infty dE' \chi(E') = 1 \quad (II.14)$$

$\Sigma_f(r, E')$ est la section efficace macroscopique de fission. Si le milieu étudié ne contient pas de noyaux fissiles mais contient néanmoins une source extérieur de neutrons, alors $q(r, \Omega, E, t)$ ne dépend que des variables indépendantes.

En régime stationnaire, on a $\frac{\partial}{\partial t} \Psi = 0$ et le problème défini par (II.4) et (II.13) est un problème homogène. En règle générale, un tel problème n'admet pas de solution autre que la solution triviale $\Psi(r, \Omega, E) = 0$ sauf si certaines conditions, appelées conditions de criticité, sont réalisées. A cet effet on introduit *une valeur propre, le facteur de multiplication effectif*, k_{eff} , du milieu et le problème (II.4) et (II.13) s'écrit:

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla + \Sigma_t(r, E)) \Psi(r, \Omega, E) &= \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(r; E' \rightarrow E, \mu_0) \Psi(r, \Omega', E') \\ &+ \frac{\chi(E)}{4\pi} \frac{1}{k_{\text{eff}}} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu(E') \Sigma_f(r, E') \Psi(r, \Omega', E') \end{aligned} \quad (II.15)$$

La criticité du réacteur ($k_{\text{eff}} = 1$) signifie le maintien de la réaction en chaîne en régime stationnaire. La résolution du problème (II.15) consiste à chercher sa valeur maximale à laquelle est associée une distribution non négative du flux angulaire $\Psi(r, \Omega, E)$.

II-1-3 Conditions aux limites

Un réacteur nucléaire est un milieu composite constitué d'une juxtaposition de régions dont les propriétés physiques (i.e. les sections efficaces) peuvent être très différentes. En règle générale, les propriétés physiques du milieu sont constantes par région. Aux interfaces entre différentes régions les sections efficaces sont donc discontinues et il est nécessaire d'en tenir compte dans la résolution de l'équation de transport. Il faut, en outre, spécifier les conditions aux limites sur la frontière extérieure.

3.1 Continuité aux interfaces

Dans la mesure où il n'y a ni sources ni absorbants superficiels, la conservation du nombre de particules au passage à travers une interface entre deux régions aux propriétés différentes impose la continuité du flux angulaire:

$$\Psi_1(r_s, \Omega, E) = \Psi_2(r_s, \Omega, E), \quad r_s \in \Gamma_{12} \quad \text{et} \quad \forall(\Omega, E), \quad (\text{II.16})$$

où Ψ_1 et Ψ_2 sont les flux angulaires dans les régions voisines 1 et 2 ayant l'interface commune Γ_{12} .

3.2 Conditions aux limites de vide

Pour un milieu multiplicateur formant un domaine convexe, la condition aux limites de vide impose qu'aucun neutron en provenance de l'extérieur ne puisse y pénétrer et qu'aucun neutron échappé du milieu ne puisse y revenir. Mathématiquement cela se traduit par:

$$\Psi(r_s, \Omega, E) = 0 \quad \forall \Omega : \Omega \cdot n_s < 0, \quad r_s \in \Gamma \quad (\text{II.17})$$

où Γ est la frontière extérieure.

II-1-4 Approximations de l'équation de transport

4.1 Nécessité d'approximations

Hormis quelques cas simples et peu réalistes, il n'est pas possible de résoudre analytiquement l'équation de transport. On a recourt systématiquement soit à des méthodes numériques pour discrétiser l'équation de transport, soit à des approximations de cette dernière faisant l'objet d'un traitement numérique ultérieur. Le but est d'obtenir un système d'équations algébriques susceptible d'être résolu à un coût raisonnable sur ordinateur.

La discrétisation de la variable *énergie* fait l'objet de la *théorie multigroupe* qui consiste à répartir la population neutronique en un ensemble discret de "groupe" d'énergie définissant une partition adéquate du domaine spectral.

Deux approches sont répandues pour le traitement de la variable angulaire. La première consiste à discrétiser cette variable sur un ensemble de directions Ω_n , $n=1, \dots, N$. Cette méthode, appelée *méthode S_n* , conduit à une résolution directe de l'équation de transport. L'autre approche consiste à dériver une approximation de l'équation de transport dont la variable angulaire est absente. Pour ce faire on développe le flux en harmoniques sphériques de Ω . L'*approximation P_1* liée à un développement linéaire du flux angulaire en Ω est le point de départ pour la dérivation formelle des équations du *modèle de diffusion*.

4.2 Modèle multigroupe

Soit $\{E_G, E_{G-1}, \dots, E_g, \dots, E_1, E_0\}$ une partition du domaine $[0, E_{\max}]$ de l'énergie en G groupes $[E_g, E_{g-1}]$ numérotés dans le sens des énergies décroissantes. Partons de l'équation de transport stationnaire (II.16) avec source extérieure:

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla + \Sigma_t(r, E))\Psi(r, \Omega, E) &= \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(r; E' \rightarrow E, \mu_0) \Psi(r, \Omega', E') \\ &+ \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu \Sigma_f(r, E') \Psi(r, \Omega', E') + q^{\text{ext}}(r, \Omega, E) \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Le but est d'obtenir une approximation de l'équation (II.18) en termes de flux angulaire de groupe

$$\Psi_g(r, \Omega) = \int_g dE \Psi(r, \Omega, E) \quad g=1, \dots, G \quad (\text{II.19})$$

avec la notation

$$\int_g dE \dots = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \dots \quad (\text{II.20})$$

L'intégrale sur l'énergie s'écrit alors comme la somme des contributions de tous les groupes

$$\int_0^\infty dE' \dots \cong \int_0^{E_{\max}} dE' \dots = \sum_{g'=1}^G \int_{g'} dE' \dots \quad (\text{II.21})$$

Faisons l'hypothèse simplificatrice de flux:

$$\Psi(r, \Omega, E) \cong f(E) \Psi_g(r, \Omega) \quad E_g < E \leq E_{g-1} \quad (\text{II.22})$$

où la fonction poids spectrale $f(E)$ est normalisée à l'unité,

$$\int_g dE f(E) = 1 \quad (\text{II.23})$$

En introduisant (II.22) dans (II.18), et en intégrant cette dernière sur (E_g, E_{g-1}) on obtient,

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla + \Sigma_{tg}(r)) \Psi_g(r, \Omega) &= \sum_{g'=1}^G \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_{sg' \rightarrow g}(r, \mu_0) \Psi_{g'}(r, \Omega') \\ &+ \frac{\chi_g}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \int_{4\pi} d\Omega' \nu \Sigma_{g'f}(r) \Psi_{g'}(r, \Omega') + q_g^{\text{ext}}(r, \Omega) \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Avec les sections efficaces de groupe

$$\Sigma_{tg}(\mathbf{r}) = \int_g dE f(E) \Sigma_t(\mathbf{r}, E)$$

$$v \Sigma_{fg}(\mathbf{r}) = \int_g dE f(E) v \Sigma_f(\mathbf{r}, E) \quad (\text{II.25})$$

$$\Sigma_{sg \rightarrow g}(\mathbf{r}, \mu_0) = \int_g dE \int_{g'} dE' f(E') \Sigma_s(\mathbf{r}; E' \rightarrow E, \mu_0)$$

et la fraction du spectre de neutrons de fission dans le groupe g ,

$$\chi_g = \int_g dE \chi(E) \quad (\text{II.26})$$

ainsi que la source extérieure de groupe

$$q_g^{\text{ext}} = \int_g dE q^{\text{ext}}(\mathbf{r}, \Omega, E) \quad (\text{II.27})$$

L'équation (II.24) est la forme conventionnelle des équations de transport multigroupe.

4.3 Approximation P_1 et théorie de diffusion

Pour alléger les écritures, nous considérons comme point de départ l'équation de transport stationnaire monoénergétique obtenue après intégration de l'équation (II.15) sur la variable E :

$$(\Omega \nabla + \Sigma_t(\mathbf{r})) \Psi(\mathbf{r}, \Omega) = \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}, \mu_0) \Psi(\mathbf{r}, \Omega') + Q(\mathbf{r}, \Omega), \quad (\text{II.28}).$$

Les développements du flux angulaire et de la source en séries d'harmoniques sphériques s'écrivent:

$$\Psi(\mathbf{r}, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \phi_{lm}(\mathbf{r}) Y_{lm}(\Omega), \quad (\text{II.29})$$

$$Q(\mathbf{r}, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} q_{lm}(\mathbf{r}) Y_{lm}(\Omega). \quad (\text{II.30})$$

où

$$\phi_{lm}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} d\Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega) Y_{lm}^*(\Omega), \quad (\text{II.31})$$

$$q_{lm}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} d\Omega Q(\mathbf{r}, \Omega) Y_{lm}^*(\Omega). \quad (\text{II.32})$$

L'élément d'angle solide $d\Omega$ est égal à:

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi = d\mu d\varphi, \quad -1 \leq \mu \leq +1, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (\text{II.33})$$

où

$$\mu = \cos \theta$$

est le cosinus directeur du vecteur Ω par rapport à l'axe Oz d'un système cartésien Oxyz. Les harmoniques sphériques normalisées sont données par:

$$Y_{lm}(\Omega) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\mu) e^{im\phi} \quad (\text{II.34})$$

où $P_l^m(\mu)$ est le polynôme de Legendre associé;

$$P_l^m(\mu) = (1-\mu^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{d\mu^m} P_l(\mu). \quad (\text{II.35})$$

La section efficace de transfert, $\Sigma_s(r, \mu_0)$, est à son tour développée en séries de polynômes de Legendre:

$$\Sigma_s(r, \mu_0) = \sum_{l'=0}^{\infty} \frac{2l'+1}{4\pi} \Sigma_{sl'}(r) P_{l'}(\mu_0), \quad (\text{II.36})$$

avec

$$\Sigma_{sk}(r) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_s(r, \mu_0) P_k(\mu_0). \quad (\text{II.37})$$

En utilisant le théorème d'addition des harmoniques sphériques

$$P_k(\mu_0) = \frac{4\pi}{2k+1} \sum_{n=-k}^{+k} Y_{kn}(\Omega) Y_{kn}^*(\Omega'), \quad (\text{II.38})$$

ainsi que leur relation d'orthogonalité

$$\int_{4\pi} d\Omega Y_{kn}(\Omega) Y_{lm}^*(\Omega) = \delta_{kl} \delta_{nm}, \quad (\text{II.39})$$

on réduit le terme de transfert (II.36) à

$$\Sigma_s(r, \mu_0) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \Sigma_{sl}(r) \phi_{lm}(r) Y_{lm}(\Omega), \quad (\text{II.40})$$

et (II.28) devient:

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} Y_{lm}(\Omega) [\Omega \cdot \nabla + \Sigma_t] \phi_{lm}(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} [\Sigma_{sl}(r) \phi_{lm}(r) + q_{lm}(r)] Y_{lm}(\Omega). \quad (\text{II.41})$$

En géométrie cartésienne tridimensionnelle (Fig.II-2), l'opérateur de transport $\Omega \cdot \nabla$ s'écrit:

$$\Omega \cdot \nabla = \Omega_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_z \frac{\partial}{\partial z},$$

avec

$$\Omega_i = \Omega \cdot e_i,$$

(II.42)

où e_i est le vecteur unité suivant l'axe $i \equiv (x, y, z)$.

On considère le cas simple d'une géométrie plane unidimensionnelle en la variable x .

L'opérateur de transport se réduit à:

$$\Omega \cdot \nabla = \mu \frac{d}{dx} \quad (II.43)$$

où $\mu = \Omega_x$.

La symétrie axiale du problème implique que pour $m = 0$, les harmoniques sphériques se réduisent à des polynômes de Legendre

$$Y_{10}(\Omega) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(\mu) \quad (II.44)$$

et

$$\phi_{10}(\Omega) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \int d\Omega P_l(\mu) \Psi(x, \Omega) \quad (II.45)$$

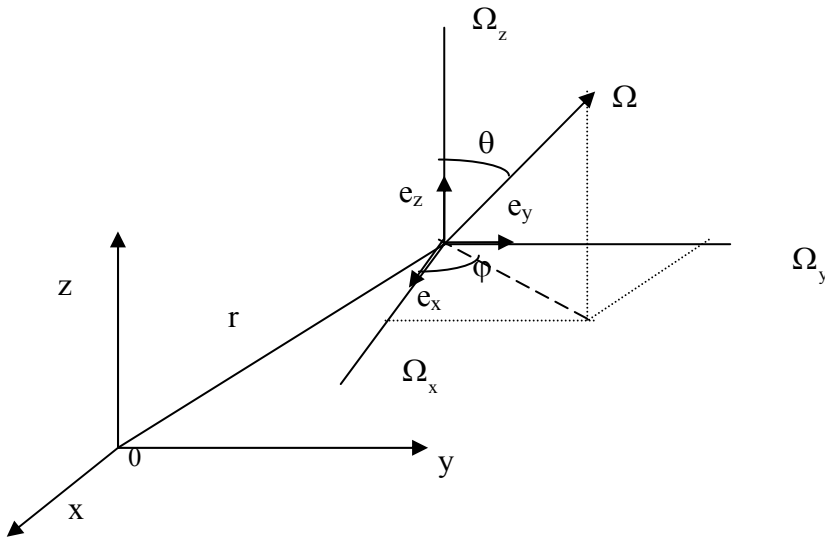


Fig.II-2 : Coordonnées cartésiennes et polaires du vecteur unité Ω

Définissons les moyennes du flux angulaire et de la source par rapport à l'angle azimutal ϕ

$$\Psi(x, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \Psi(x, \Omega), \quad (II.46)$$

$$Q(x, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi Q(x, \Omega). \quad (\text{II.47})$$

Normalisons les moments de Legendre de telle sorte que:

$$\Psi(x, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mu) \phi_l(x), \quad (\text{II.48})$$

$$Q(x, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mu) q_l(x). \quad (\text{II.49})$$

En inversant ces relations on a les moments:

$$\phi_l(x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu P_l(\mu) \Psi(x, \mu), \quad (\text{II.50})$$

$$q_l(x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu P_l(\mu) Q(x, \mu). \quad (\text{II.51})$$

L'équation de transport (II.28) devient alors:

$$\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left\{ \mu P_l(\mu) \frac{d}{dx} \phi_l(x) + [\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_l}(x)] \phi_l(x) P_l(\mu) - q_l(\mu) P_l(\mu) \right\} = 0 \quad (\text{II.52})$$

Le terme $\mu P_l(\mu)$ est ensuite développé grâce à la relation de récurrence des polynômes de Legendre:

$$(2l+1) \mu P_l(\mu) = l P_l(\mu) + (l+1) P_{l+1}(\mu). \quad (\text{II.53})$$

En multipliant (II.52) par $P_k(\mu)$ et en intégrant sur $-1 \leq \mu \leq 1$, il vient finalement:

$$l \frac{d}{dx} \phi_{l-1}(x) + (l+1) \frac{d}{dx} \phi_{l+1}(x) = -(2l+1) [\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_l}(x)] \phi_l(x) + (2l+1) q_l(x), \quad (\text{II.54})$$

$$l = 0, 1, \dots, \infty$$

Les équations (II.54) forment un système infini d'équations différentielles couplées.

Ces équations forment *l'approximation P_N* . En particulier, on a pour $N=1$, approximation P_1 , un système de deux équations différentielles du premier ordre couplées:

$$\frac{d}{dx} \phi_1(x) + [\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_0}(x)] \phi_0(x) = q_0(x), \quad (\text{II.55})$$

$$\frac{d}{dx} \phi_0(x) + 3[\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_1}(x)] \phi_1(x) = q_1(x), \quad (\text{II.56})$$

Les moments du flux $\phi_0(x)$ et $\phi_1(x)$ intervenant dans ces équations ont un sens physique précis.

On a en effet:

$$\phi_0(x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu \Psi(x, \mu) = \int d\Omega \Psi(x, \Omega); \quad (\text{II.57})$$

$$\phi_1(x) = \int d\Omega \Omega_x \Psi(x, \Omega) = \int d\Omega e_x \cdot \Omega \Psi(x, \Omega) = j(x, \Omega) \cdot e_x. \quad (\text{II.58})$$

$\phi_0(x)$ n'est rien d'autre que le flux scalaire et $\phi_1(x)$ est le courant net suivant l'axe Ox au point d'abscisse x. L'approximation P₁ du flux angulaire est donnée donc par:

$$\Psi(x, \mu) = \frac{1}{4\pi} [\phi(x) + 3\mu J(x)], \quad (\text{II.59})$$

Avec les notations

$$\begin{aligned} \phi_0(x) &\equiv \phi(x) \\ \phi_1(x) &\equiv J(x) = J(x) \cdot e_x \end{aligned} \quad (\text{II.60})$$

Par ailleurs Σ_{s1} , le moment du premier ordre de la section efficace de transfert, peut s'exprimer en fonction de la valeur moyenne du cosinus de l'angle de déviation μ_0 . On a en effet:

$$\overline{\mu_0} \equiv \frac{\int_{-1}^1 d\mu_0 \mu_0 \Sigma_s(x, \mu_0)}{\int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_s(x, \mu_0)} = \frac{\Sigma_{s1}(x)}{\Sigma_{s0}(x)} \quad (\text{II.61})$$

En notant $\Sigma_{s0}(x)$ par $\Sigma_s(x)$, on peut alors écrire:

$$\Sigma_{s1}(x) = \overline{\mu_0} \Sigma_s(x) \quad (\text{II.62})$$

et les équations de l'approximation P₁ s'écrivent encore:

$$\frac{d}{dx} J(x) \cdot e_x + [\Sigma_t(x) - \Sigma_s(x)] \phi(x) = q_0(x), \quad (\text{II.63})$$

$$\frac{d}{dx} \phi(x) + 3[\Sigma_t(x) - \overline{\mu_0} \Sigma_s(x)] J(x) \cdot e_x = q_1(x), \quad (\text{II.64})$$

Si Q est une source isotrope, on a alors $q_1(x)=0$ et l'équation (II.64) peut s'écrire sous la forme:

$$J(x) = -D(x) \frac{d}{dx} \phi(x), \quad (\text{II.65})$$

avec
$$D(x) = \frac{1}{3[\Sigma_t(x) - \overline{\mu_0} \Sigma_s(x)]}. \quad (\text{II.66})$$

L'expression (II.65) est *la loi de Fick*. D(x) est *le coefficient de diffusion*. Il a les dimensions d'une longueur. On définit aussi *la section efficace de transport*

$$\Sigma_{tr}(x) = \Sigma_t(x) - \overline{\mu_0} \Sigma_s(x) \quad (\text{II.67})$$

dont l'inverse est *le libre parcours moyen de transport* λ_{tr} . Le coefficient de diffusion s'écrit alors:

$$D(x) = \frac{1}{3\Sigma_{tr}(x)} \quad (II.68)$$

En éliminant le courant $J(x)$ dans l'équation (II.63) grâce à la loi de Fick, on obtient *l'équation stationnaire mono-énergétique de la théorie de diffusion*:

$$-\frac{d}{dx}\left(D(x)\frac{d}{dx}\right)\phi(x) + \Sigma_a(x)\phi(x) = q(x) \quad (II.69)$$

avec $\Sigma_a(x) = \Sigma_t(x) - \Sigma_s(x)$. (II.70)

Les équations (II.59), (II.65) et (II.69) s'étendent à des géométries multidimensionnelles et quelconques. Elles s'écrivent respectivement:

$$\Psi(r, \Omega) = \frac{1}{4\pi} [\phi(r) + 3\Omega J(r)] \quad (II.71)$$

$$J(r) = -D(r)\nabla\phi(r), \quad (II.72)$$

et $-\nabla \cdot (D(r)\nabla)\phi(r) + \Sigma_a(r)\phi(r) = q(r)$ (II.73)

De même, en prenant comme point de départ les équations multigroupes de transport, et en suivant une procédure similaire à celle utilisée, on aboutit aux *équations multigroupes de la théorie de diffusion* de neutrons:

$$-\nabla \cdot D_g(r)\nabla\phi_g(r) + \Sigma_{R,g}(r)\phi_g(r) = q_g(r) + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g \\ g=1 \dots G}}^G \Sigma_{sg' \rightarrow g}\phi_{g'}(r), g = 1, \dots, G, \quad (II.74)$$

avec $D_g(r) = \frac{1}{3\Sigma_{r,g}(r)}$ (II.75)

et $\Sigma_{r,g}(r)$ la section efficace de "removal" définie par:

$$\Sigma_{R,g}(r) = \Sigma_{t,g}(r) - \Sigma_{s,g \rightarrow g}(r) \quad (II.76)$$

Dans la plupart des problèmes utilisant un petit nombre de groupes, le découpage du domaine d'énergie est fait de manière à supprimer toute possibilité d'"up-scattering", c'est-à-dire, d'une remontée de neutron d'un groupe d'énergie plus basse vers celui d'énergie plus élevée. Puisque les groupes sont numérotés dans le sens des énergies décroissantes cela implique que:

$$\Sigma_{s,g' \rightarrow g} = 0 \quad \text{pour } g' > g \quad (II.77)$$

Pour un problème de criticité en k_{eff} , les équations multigroupes de la théorie de diffusion en géométrie quelconque s'écrivent alors:

$$-\nabla \cdot D_g(r)\nabla\phi_g(r) + \Sigma_{R,g}(r)\phi_g(r) = Q_g(r) \quad (II.78)$$

avec la source donnée par:

$$Q_g(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi_g \sum_{g'=1}^G v \Sigma_{fg'}(\mathbf{r}) \phi_{g'}(\mathbf{r}) + \sum_{g'=1}^G \Sigma_{sgg'}(\mathbf{r}) \phi_{g'}(\mathbf{r}) + \quad (\text{II.79})$$

où $\Sigma_{s,g' \rightarrow g}$ est notée $\Sigma_{s,gg'}$

Nous allons clore cette section par une brève discussion sur la validité de la théorie de diffusion en tant qu'approximation de l'équation de transport. Deux hypothèses sous-tendent ce modèle, à savoir: l'approximation linéaire en Ω du flux angulaire (II.71) ainsi que la loi de Fick (II.73). L'approximation linéaire du flux est inexacte dans les cas suivants:

1. aux voisinages des frontières ainsi que dans des zones où les propriétés de matériaux changent de façon drastique sur des distances comparables au libre parcours moyen;
2. aux voisinages des sources localisées;
3. dans des milieux fortement absorbants.

Le modèle de diffusion sera donc théoriquement valable loin des frontières et pour des régions homogènes. Quant à la loi de Fick, elle n'est théoriquement valable que pour une diffusion isotrope.

4.4 Courants partiels en théorie de diffusion

Les courants partiels du groupe g sont définis par:

$$J_{n,g}^{\pm}(\mathbf{r}_s) = \int_{n_s \cdot \Omega < 0} d\Omega |n_s \cdot \Omega| \Psi_g(\mathbf{r}_s, \Omega) \quad (\text{II.80})$$

En y introduisant l'approximation P_1 du flux angulaire de groupe, on obtient (en omettant l'indice de groupe):

$$\begin{aligned} J_{n,g}^{\pm}(\mathbf{r}_s) &= \frac{1}{4\pi} \int_{n_s \cdot 2\pi} d\Omega |n_s \cdot \Omega| (\phi(\mathbf{r}) + 3\Omega \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r})), \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 d\mu \mu (\phi(\mathbf{r}) \pm 3\mu \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r})), \\ &= \frac{1}{2} \phi(\mathbf{r}) \int_0^1 d\mu \mu \pm \frac{3}{2} \mathbf{J}(\mathbf{r}) \int_0^1 d\mu \mu^2, \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

avec :

$$\mu \equiv \Omega \cdot n$$

D'où:

$$J_n^{\pm}(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{4} \phi(\mathbf{r}_s) \pm \frac{1}{2} \mathbf{J}(\mathbf{r}_s) \quad (\text{II.82})$$

En utilisant la loi de Fick, l'expression ci-dessus devient:

$$J_n^{\pm}(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{4} \phi(\mathbf{r}_s) \pm \frac{1}{2} D(\mathbf{r}_s) \frac{\partial}{\partial n} \phi(\mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r}_s}, \quad (\text{II.83})$$

La combinaison des courants partiels J_n^+ et J_n^- donne:

$$\phi(\mathbf{r}_s) = 2[J_n^+(\mathbf{r}_s) + J_n^-(\mathbf{r}_s)] \quad (\text{II.84})$$

et

$$J(\mathbf{r}_s) = 2[J_n^+(\mathbf{r}_s) - J_n^-(\mathbf{r}_s)] \quad (\text{II.85})$$

4.5 Conditions aux limites associées aux équations de diffusion

1. Condition de continuité aux interfaces

La continuité du flux aux interfaces de deux régions (II.16) est remplacée en théorie de diffusion par deux conditions intégrales obtenues en exigeant la continuité de deux moments intervenant dans l'approximation P_1 du flux angulaire, à savoir, $\phi(\mathbf{r})$ et $J(\mathbf{r})$:

$$\phi_1(\mathbf{r}_s) = \phi_2(\mathbf{r}_s), \quad \mathbf{r}_s \in \Gamma_{12} \quad (\text{II.86})$$

et

$$D_1 \frac{\partial}{\partial n} \phi_1(\mathbf{r}_s) = D_2 \frac{\partial}{\partial n} \phi_2(\mathbf{r}_s), \quad \mathbf{r}_s \in \Gamma_{12} \quad (\text{II.87})$$

Au passage de l'interface entre deux milieux aux propriétés neutroniques différentes, i.e. $D_1 \neq D_2$, on a la continuité du flux (fig.II-3).

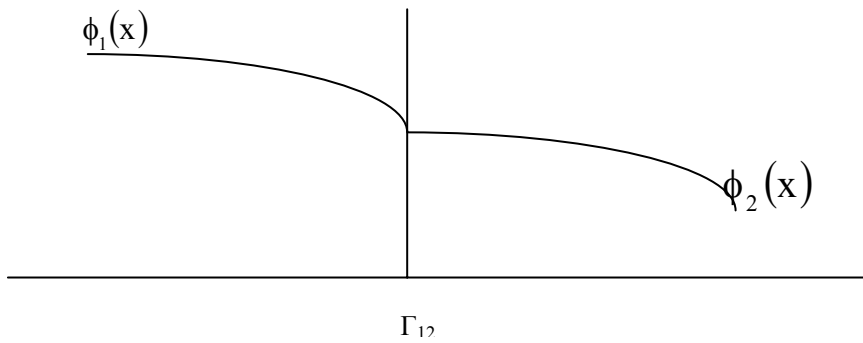


Fig. II-3: Continuité du flux sur l'interface

2. Condition aux limites de vide

La condition aux limites de vide (II.17) est approchée en requérant que le courant partiel entrant s'annule sur la frontière extérieure:

$$J_n^-(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{4}\phi(\mathbf{r}_s) + \frac{1}{2}D(\mathbf{r}_s)\frac{\partial}{\partial n}\phi(\mathbf{r})_{\mathbf{r}_s} = 0, \quad \mathbf{r}_s \in \Gamma_e \quad (\text{II.88})$$

En géométrie plane unidimensionnelle, l'expression ci-dessus s'écrit:

$$J_n^-(r_s) = \frac{1}{4}\phi(x_s) + \frac{1}{2}D(x_s)\frac{\partial}{\partial n}\phi(x)|_{r_s} = 0, \quad r_s \in \Gamma_e \quad (\text{II.89})$$

D'où

$$\frac{1}{\phi(x_s)}\frac{d\phi(x)}{dn}\Big|_{x_s} = -\frac{1}{d}, \quad (\text{II.90})$$

Avec $d=2D$

La fig.II-4 montre que si, à partir de la frontière en x_s , on extrapole le flux suivant sa tangente dont la pente vaut:

$$\tan(\theta) = \left| \phi'(x_s) \right|$$

Le flux extrapolé va s'annulé en un point d'abscisse \tilde{x}_s tel que: $\tilde{x}_s = x_s + d$ (II.91)

Il s'avère commode de remplacer la frontière réel en x_s par une frontière extrapolée en \tilde{x}_s et d'imposer sur cette dernière la condition aux limites de Dirichlet:

$$\phi(\tilde{x}_s) = 0 \quad (\text{II.92})$$

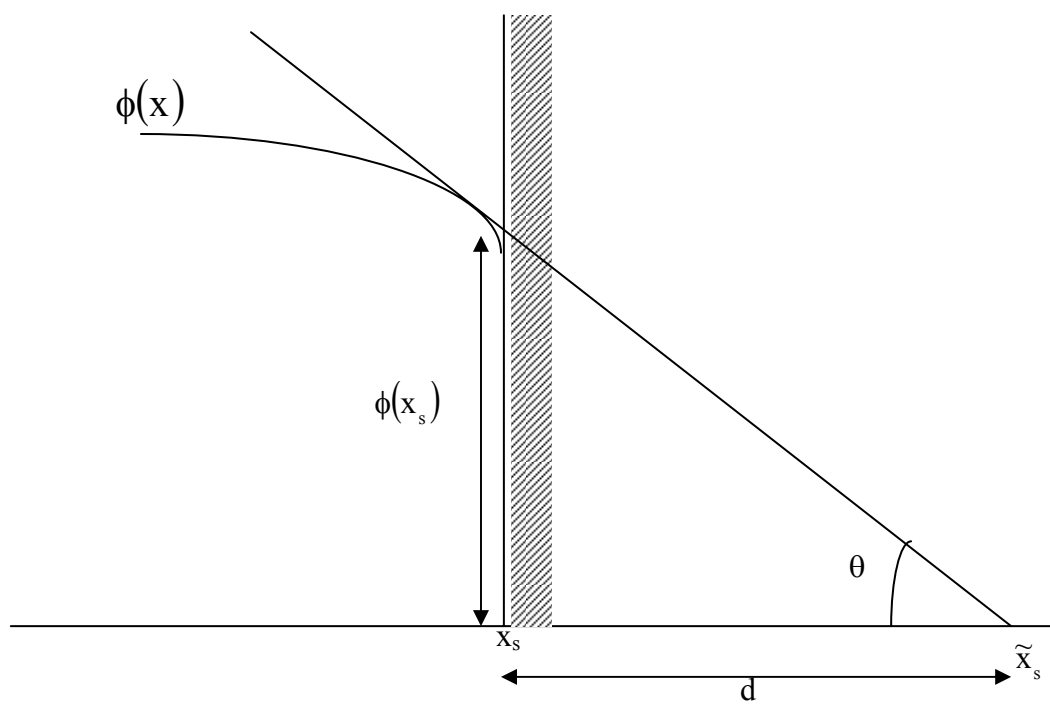
En utilisant la relation (II.68) on obtient:

$$d = \frac{2}{3}\lambda_{tr} \quad (\text{II.93})$$

Une valeur beaucoup plus précise donnée par la théorie du transport est:

$$d = 0.7104\lambda_{tr} \quad (\text{II.94})$$

La condition aux limites définie par les relations (II.92)-(II.94) est strictement valable pour une géométrie plane.

**Fig.II-4** : Frontière extrapolée

Chapitre II

Equation de transport de Boltzmann.

II-1- Dérivation et approximation de l'équation de transport de Boltzmann.

II-1-1 Introduction [5]

Le comportement d'un réacteur nucléaire est régi par la distribution spatiale et énergétique du neutron dans le système. De ce fait l'un des problèmes majeurs en théorie des réacteurs est la prédiction de ces distributions. Celle-ci peut être réalisée en résolvant l'équation de transport des neutrons souvent appelée l'équation de Boltzmann.

L'équation de transport de Boltzmann régissant le flux de neutrons dans un milieu matériel est obtenue en traitant la population neutronique comme un fluide de particules en interaction avec les noyaux constitutifs du milieu [1, 6,7].

II-1-2 Equation de transport de Boltzmann

L'équations de transport de Boltzmann régissent la répartition du flux de neutrons dans l'espace des phases défini par les coordonnées de position \mathbf{r} , l'énergie cinétique $E = \frac{1}{2} mV^2$ et le vecteur unité Ω dans la direction de propagation ($\mathbf{V} = V\Omega$). L'équation établit le bilan instantané du nombre de neutrons dans la cellule $drd\Omega dE$, résultat de la compétition entre les mécanismes de production et de disparition des neutrons. La valeur moyenne de la densité $N(\mathbf{r}, \Omega, E, t)$ est la grandeur qui sert à exprimer ce bilan de réactions. En pratique, on utilise le flux angulaire Ψ , défini par:

$$\Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) = VN(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.1})$$

Expression dans laquelle $\Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) dE d\Omega$ est le nombre moyen des neutrons d'énergie cinétique dans l'intervalle dE autour de E , se propageant dans l'angle solide $d\Omega$ autour de Ω , et qui, à l'instant t , traversent l'unité de surface perpendiculaire à Ω . En intégrant successivement sur toutes les directions de propagation et sur l'énergie on définit:

$$\phi(\mathbf{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.2})$$

et

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} dE \int_{4\pi} d\Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.3})$$

où $\phi(\mathbf{r}, t)$ est le flux scalaire (neutrons/cm². sec), grandeur positive. Si Σ_x est la section efficace macroscopique de l'interaction x , alors le produit $\Sigma_x(\mathbf{r}, E)\Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t)d\mathbf{r}d\Omega dE$ représente le taux d'interaction dans l'espace des phases.

Sous sa forme integro-differencielle, l'équation de transport s'écrit:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) + \Omega \cdot \nabla \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) = \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega', E' \rightarrow E, \Omega) \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) + q(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.4})$$

où

- $\Sigma_t(\mathbf{r}, E)$ est la section efficace macroscopique total: c'est la probabilité par unité de longueur qu'un neutron subisse une interaction qui le fasse disparaître de la cellule $d\mathbf{r} d\Omega dE$ soit par absorption, soit par transfert vers une autre cellule,

$$\Sigma_t(\mathbf{r}, E) = \Sigma_a(\mathbf{r}, E) + \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}, \Omega, E \rightarrow E', \Omega') \quad (\text{II.5})$$

- $\Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega', E' \rightarrow E, \Omega)$ est la section efficace macroscopique de transfert: c'est la probabilité par unité de longueur qu'un neutron d'énergie dans l'intervalle dE' autour de E' , se propageant dans l'angle solide $d\Omega'$ autour de Ω' subissent une collision de diffusion (élastique ou inélastique) qui le transfère vers l'intervalle dE autour de E , et dans l'angle solide $d\Omega$ autour de Ω .
- $q(\mathbf{r}, \Omega, E, t)$ est la densité d'émission de neutrons par la source.

Les sections efficaces macroscopiques ont pour dimension $[L]^{-1}$ et s'expriment habituellement en cm^{-1} . Les termes $\Sigma_t \Psi$ et $\Omega \cdot \nabla \Psi$ du membre de gauche de (II.4) ont trait aux disparitions des neutrons de la cellule $d\mathbf{r}d\Omega dE$ au point (\mathbf{r}, Ω, E) par collision et par fuite, $\Omega \cdot \nabla$ étant l'opérateur de transport spatial hors du volume $d\mathbf{r}$. Les deux termes du membre de droite présentent les conditions positives au bilan de la cellule par diffusion à partir de cellules voisines et par les sources de neutrons (fissions et autres).

Pour mieux décrire le transport spatial de neutrons suivant des directions particulières, on introduit le *vecteur densité de courant angulaire* défini en tout point de l'espace des phases par:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(\mathbf{r}, \Omega, E, t) &= \Omega v N(\mathbf{r}, \Omega, E, t), \\ &= \Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

La résultante vectorielle des vecteurs (II.6) sur toutes les directions de propagation est, par définition, le courant de neutrons \mathbf{J} :

$$J(\mathbf{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega \mathbf{j}(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (\text{II.7})$$

Soit $dS = dS \mathbf{n}$ un élément de surface "orienté" par le vecteur unité \mathbf{n} (Fig.II-1). En intégrant la projection $\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}$ sur toutes les directions Ω , on obtient *le courant net* de neutrons au point \mathbf{r} traversant, par unité de surface et de temps, l'élément de surface orientée:

$$\begin{aligned} J_n &= \int_{4\pi} d\Omega \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \\ &= \int_{4\pi} d\Omega \mathbf{n} \cdot \Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Notons par J_n^+ le courant de particules se déplaçant dans le sens "positif" défini par \mathbf{n} et par J_n^- celui de neutrons allant dans le sens négatif. Le bilan ci-dessus peut aussi s'écrire:

$$J_n(\mathbf{r}, E, t) = J_n^+(\mathbf{r}, E, t) - J_n^-(\mathbf{r}, E, t) \quad (\text{II.9})$$

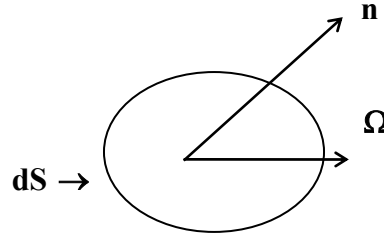


Fig.II-1: Élément de surface orientée

où:

$$J_n^\pm(\mathbf{r}, E, t) = \int_{\substack{n \cdot \Omega > 0 \\ n \cdot \Omega < 0}} d\Omega |\mathbf{n} \cdot \Omega| \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t). \quad (\text{II.10})$$

L'apparition des neutrons dans la cellule est régie par le terme source q ainsi que par le terme intégral qui décrit le transfert vers (\mathbf{r}, Ω, E) dans $d\mathbf{r} d\Omega dE$ de neutrons ayant subi une collision dans $d\mathbf{r}' d\Omega' dE'$ en $(\mathbf{r}', \Omega', E')$. Une hypothèse admise dans toutes les applications pratiques consiste à dire que le milieu matériel n'admet pas de directions "privilegiées". Ceci implique que la section efficace de diffusion d'un neutron ne dépend pas séparément de Ω et Ω' mais plutôt du produit scalaire

$$\mu_0 = \Omega \cdot \Omega', \quad -1 \leq \mu_0 \leq 1 \quad (\text{II.11})$$

D'où l'écriture:

$$\Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega', E' \rightarrow E, \Omega) = \Sigma_s(\mathbf{r}; E' \rightarrow E, \mu_0) \quad (\text{II.12})$$

On considère deux classes différentes de problèmes selon la nature des sources de neutrons. Si le milieu est multiplicateur, c'est à dire contient des noyaux fissiles tels que U^{233} , U^{235} ou Pu^{239} dont la fission à l'énergie E' fournit en moyenne $\nu(E')$ neutrons dont le spectre est $\chi(E)$, alors le terme source est lié au flux angulaire Ψ par la relation:

$$q = q_f(r, \Omega, E) = \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu(E') \Sigma_f(r, E') \Psi(r, \Omega', E') \quad (II.13)$$

avec

$$\int_0^\infty dE' \chi(E') = 1 \quad (II.14)$$

$\Sigma_f(r, E')$ est la section efficace macroscopique de fission. Si le milieu étudié ne contient pas de noyaux fissiles mais contient néanmoins une source extérieur de neutrons, alors $q(r, \Omega, E, t)$ ne dépend que des variables indépendantes.

En régime stationnaire, on a $\frac{\partial}{\partial t} \Psi = 0$ et le problème défini par (II.4) et (II.13) est un problème homogène. En règle générale, un tel problème n'admet pas de solution autre que la solution triviale $\Psi(r, \Omega, E) = 0$ sauf si certaines conditions, appelées conditions de criticité, sont réalisées. A cet effet on introduit *une valeur propre, le facteur de multiplication effectif*, k_{eff} , du milieu et le problème (II.4) et (II.13) s'écrit:

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla + \Sigma_t(r, E)) \Psi(r, \Omega, E) &= \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(r; E' \rightarrow E, \mu_0) \Psi(r, \Omega', E') \\ &+ \frac{\chi(E)}{4\pi} \frac{1}{k_{\text{eff}}} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu(E') \Sigma_f(r, E') \Psi(r, \Omega', E') \end{aligned} \quad (II.15)$$

La criticité du réacteur ($k_{\text{eff}} = 1$) signifie le maintien de la réaction en chaîne en régime stationnaire. La résolution du problème (II.15) consiste à chercher sa valeur maximale à laquelle est associée une distribution non négative du flux angulaire $\Psi(r, \Omega, E)$.

II-1-3 Conditions aux limites

Un réacteur nucléaire est un milieu composite constitué d'une juxtaposition de régions dont les propriétés physiques (i.e. les sections efficaces) peuvent être très différentes. En règle générale, les propriétés physiques du milieu sont constantes par région. Aux interfaces entre différentes régions les sections efficaces sont donc discontinues et il est nécessaire d'en tenir compte dans la résolution de l'équation de transport. Il faut, en outre, spécifier les conditions aux limites sur la frontière extérieure.

3.1 Continuité aux interfaces

Dans la mesure où il n'y a ni sources ni absorbants superficiels, la conservation du nombre de particules au passage à travers une interface entre deux régions aux propriétés différentes impose la continuité du flux angulaire:

$$\Psi_1(r_s, \Omega, E) = \Psi_2(r_s, \Omega, E), \quad r_s \in \Gamma_{12} \quad \text{et} \quad \forall (\Omega, E), \quad (\text{II.16})$$

où Ψ_1 et Ψ_2 sont les flux angulaires dans les régions voisines 1 et 2 ayant l'interface commune Γ_{12} .

3.2 Conditions aux limites de vide

Pour un milieu multiplicateur formant un domaine convexe, la condition aux limites de vide impose qu'aucun neutron en provenance de l'extérieur ne puisse y pénétrer et qu'aucun neutron échappé du milieu ne puisse y revenir. Mathématiquement cela se traduit par:

$$\Psi(r_s, \Omega, E) = 0 \quad \forall \Omega : \Omega \cdot n_s < 0, \quad r_s \in \Gamma \quad (\text{II.17})$$

où Γ est la frontière extérieure.

II-1-4 Approximations de l'équation de transport

4.1 Nécessité d'approximations

Hormis quelques cas simples et peu réalistes, il n'est pas possible de résoudre analytiquement l'équation de transport. On a recourt systématiquement soit à des méthodes numériques pour discrétiser l'équation de transport, soit à des approximations de cette dernière faisant l'objet d'un traitement numérique ultérieur. Le but est d'obtenir un système d'équations algébriques susceptible d'être résolu à un coût raisonnable sur ordinateur.

La discrétisation de la variable *énergie* fait l'objet de la *théorie multigroupe* qui consiste à répartir la population neutronique en un ensemble discret de "groupe" d'énergie définissant une partition adéquate du domaine spectral.

Deux approches sont répandues pour le traitement de la variable angulaire. La première consiste à discrétiser cette variable sur un ensemble de directions Ω_n , $n=1, \dots, N$. Cette méthode, appelée *méthode S_n* , conduit à une résolution directe de l'équation de transport. L'autre approche consiste à dériver une approximation de l'équation de transport dont la variable angulaire est absente. Pour ce faire on développe le flux en harmoniques sphériques de Ω . L'*approximation P_1* liée à un développement linéaire du flux angulaire en Ω est le point de départ pour la dérivation formelle des équations du *modèle de diffusion*.

4.2 Modèle multigroupe

Soit $\{E_G, E_{G-1}, \dots, E_g, \dots, E_1, E_0\}$ une partition du domaine $[0, E_{\max}]$ de l'énergie en G groupes $[E_g, E_{g-1}]$ numérotés dans le sens des énergies décroissantes. Partons de l'équation de transport stationnaire (II.16) avec source extérieure:

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla + \Sigma_t(r, E))\Psi(r, \Omega, E) &= \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(r; E' \rightarrow E, \mu_0) \Psi(r, \Omega', E') \\ &+ \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu \Sigma_f(r, E') \Psi(r, \Omega', E') + q^{\text{ext}}(r, \Omega, E) \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Le but est d'obtenir une approximation de l'équation (II.18) en termes de flux angulaire de groupe

$$\Psi_g(r, \Omega) = \int_g dE \Psi(r, \Omega, E) \quad g=1, \dots, G \quad (\text{II.19})$$

avec la notation

$$\int_g dE \dots = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \dots \quad (\text{II.20})$$

L'intégrale sur l'énergie s'écrit alors comme la somme des contributions de tous les groupes

$$\int_0^\infty dE' \dots \cong \int_0^{E_{\max}} dE' \dots = \sum_{g'=1}^G \int_{g'} dE' \dots \quad (\text{II.21})$$

Faisons l'hypothèse simplificatrice de flux:

$$\Psi(r, \Omega, E) \cong f(E) \Psi_g(r, \Omega) \quad E_g < E \leq E_{g-1} \quad (\text{II.22})$$

où la fonction poids spectrale $f(E)$ est normalisée à l'unité,

$$\int_g dE f(E) = 1 \quad (\text{II.23})$$

En introduisant (II.22) dans (II.18), et en intégrant cette dernière sur (E_g, E_{g-1}) on obtient,

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla + \Sigma_{tg}(r)) \Psi_g(r, \Omega) &= \sum_{g'=1}^G \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_{sg' \rightarrow g}(r, \mu_0) \Psi_{g'}(r, \Omega') \\ &+ \frac{\chi_g}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \int_{4\pi} d\Omega' \nu \Sigma_{g'f}(r) \Psi_{g'}(r, \Omega') + q_g^{\text{ext}}(r, \Omega) \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Avec les sections efficaces de groupe

$$\Sigma_{tg}(\mathbf{r}) = \int_g dE f(E) \Sigma_t(\mathbf{r}, E)$$

$$v \Sigma_{fg}(\mathbf{r}) = \int_g dE f(E) v \Sigma_f(\mathbf{r}, E) \quad (\text{II.25})$$

$$\Sigma_{sg \rightarrow g}(\mathbf{r}, \mu_0) = \int_g dE \int_{g'} dE' f(E') \Sigma_s(\mathbf{r}; E' \rightarrow E, \mu_0)$$

et la fraction du spectre de neutrons de fission dans le groupe g ,

$$\chi_g = \int_g dE \chi(E) \quad (\text{II.26})$$

ainsi que la source extérieure de groupe

$$q_g^{\text{ext}} = \int_g dE q^{\text{ext}}(\mathbf{r}, \Omega, E) \quad (\text{II.27})$$

L'équation (II.24) est la forme conventionnelle des équations de transport multigroupe.

4.3 Approximation P_1 et théorie de diffusion

Pour alléger les écritures, nous considérons comme point de départ l'équation de transport stationnaire monoénergétique obtenue après intégration de l'équation (II.15) sur la variable E :

$$(\Omega \nabla + \Sigma_t(\mathbf{r})) \Psi(\mathbf{r}, \Omega) = \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}, \mu_0) \Psi(\mathbf{r}, \Omega') + Q(\mathbf{r}, \Omega), \quad (\text{II.28}).$$

Les développements du flux angulaire et de la source en séries d'harmoniques sphériques s'écrivent:

$$\Psi(\mathbf{r}, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \phi_{lm}(\mathbf{r}) Y_{lm}(\Omega), \quad (\text{II.29})$$

$$Q(\mathbf{r}, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} q_{lm}(\mathbf{r}) Y_{lm}(\Omega). \quad (\text{II.30})$$

où

$$\phi_{lm}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} d\Omega \Psi(\mathbf{r}, \Omega) Y_{lm}^*(\Omega), \quad (\text{II.31})$$

$$q_{lm}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} d\Omega Q(\mathbf{r}, \Omega) Y_{lm}^*(\Omega). \quad (\text{II.32})$$

L'élément d'angle solide $d\Omega$ est égal à:

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi = d\mu d\varphi, \quad -1 \leq \mu \leq +1, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (\text{II.33})$$

où

$$\mu = \cos \theta$$

est le cosinus directeur du vecteur Ω par rapport à l'axe Oz d'un système cartésien Oxyz. Les harmoniques sphériques normalisées sont données par:

$$Y_{lm}(\Omega) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\mu) e^{im\phi} \quad (\text{II.34})$$

où $P_l^m(\mu)$ est le polynôme de Legendre associé;

$$P_l^m(\mu) = (1-\mu^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{d\mu^m} P_l(\mu). \quad (\text{II.35})$$

La section efficace de transfert, $\Sigma_s(r, \mu_0)$, est à son tour développée en séries de polynômes de Legendre:

$$\Sigma_s(r, \mu_0) = \sum_{l'=0}^{\infty} \frac{2l'+1}{4\pi} \Sigma_{sl'}(r) P_{l'}(\mu_0), \quad (\text{II.36})$$

avec

$$\Sigma_{sk}(r) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_s(r, \mu_0) P_k(\mu_0). \quad (\text{II.37})$$

En utilisant le théorème d'addition des harmoniques sphériques

$$P_k(\mu_0) = \frac{4\pi}{2k+1} \sum_{n=-k}^{+k} Y_{kn}(\Omega) Y_{kn}^*(\Omega'), \quad (\text{II.38})$$

ainsi que leur relation d'orthogonalité

$$\int_{4\pi} d\Omega Y_{kn}(\Omega) Y_{lm}^*(\Omega) = \delta_{kl} \delta_{nm}, \quad (\text{II.39})$$

on réduit le terme de transfert (II.36) à

$$\Sigma_s(r, \mu_0) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \Sigma_{sl}(r) \phi_{lm}(r) Y_{lm}(\Omega), \quad (\text{II.40})$$

et (II.28) devient:

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} Y_{lm}(\Omega) [\Omega \cdot \nabla + \Sigma_t] \phi_{lm}(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} [\Sigma_{sl}(r) \phi_{lm}(r) + q_{lm}(r)] Y_{lm}(\Omega). \quad (\text{II.41})$$

En géométrie cartésienne tridimensionnelle (Fig.II-2), l'opérateur de transport $\Omega \cdot \nabla$ s'écrit:

$$\Omega \cdot \nabla = \Omega_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_z \frac{\partial}{\partial z},$$

avec

$$\Omega_i = \Omega \cdot e_i,$$

(II.42)

où e_i est le vecteur unité suivant l'axe $i \equiv (x, y, z)$.

On considère le cas simple d'une géométrie plane unidimensionnelle en la variable x .

L'opérateur de transport se réduit à:

$$\Omega \cdot \nabla = \mu \frac{d}{dx} \quad (II.43)$$

où $\mu = \Omega_x$.

La symétrie axiale du problème implique que pour $m = 0$, les harmoniques sphériques se réduisent à des polynômes de Legendre

$$Y_{10}(\Omega) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(\mu) \quad (II.44)$$

et

$$\phi_{10}(\Omega) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \int d\Omega P_l(\mu) \Psi(x, \Omega) \quad (II.45)$$

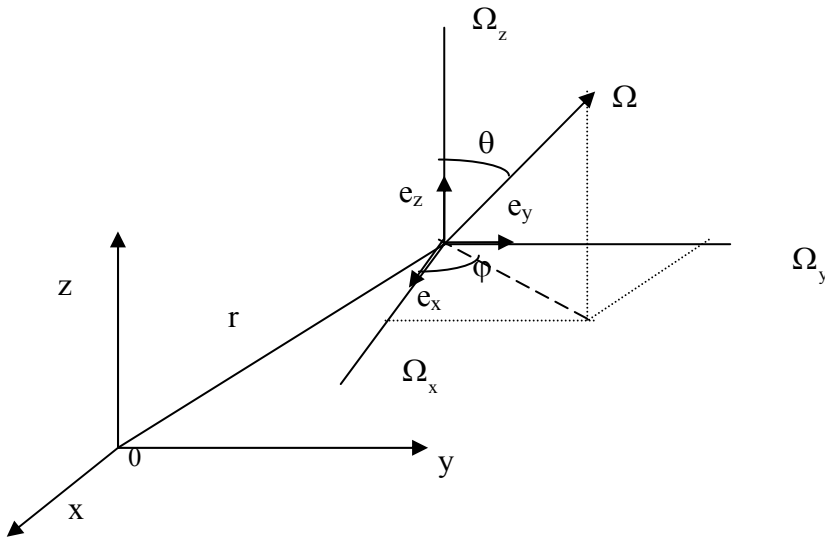


Fig.II-2 : Coordonnées cartésiennes et polaires du vecteur unité Ω

Définissons les moyennes du flux angulaire et de la source par rapport à l'angle azimutal ϕ

$$\Psi(x, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \Psi(x, \Omega), \quad (II.46)$$

$$Q(x, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi Q(x, \Omega). \quad (\text{II.47})$$

Normalisons les moments de Legendre de telle sorte que:

$$\Psi(x, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mu) \phi_l(x), \quad (\text{II.48})$$

$$Q(x, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mu) q_l(x). \quad (\text{II.49})$$

En inversant ces relations on a les moments:

$$\phi_l(x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu P_l(\mu) \Psi(x, \mu), \quad (\text{II.50})$$

$$q_l(x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu P_l(\mu) Q(x, \mu). \quad (\text{II.51})$$

L'équation de transport (II.28) devient alors:

$$\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left\{ \mu P_l(\mu) \frac{d}{dx} \phi_l(x) + [\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_l}(x)] \phi_l(x) P_l(\mu) - q_l(\mu) P_l(\mu) \right\} = 0 \quad (\text{II.52})$$

Le terme $\mu P_l(\mu)$ est ensuite développé grâce à la relation de récurrence des polynômes de Legendre:

$$(2l+1) \mu P_l(\mu) = l P_l(\mu) + (l+1) P_{l+1}(\mu). \quad (\text{II.53})$$

En multipliant (II.52) par $P_k(\mu)$ et en intégrant sur $-1 \leq \mu \leq 1$, il vient finalement:

$$l \frac{d}{dx} \phi_{l-1}(x) + (l+1) \frac{d}{dx} \phi_{l+1}(x) = -(2l+1) [\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_l}(x)] \phi_l(x) + (2l+1) q_l(x), \quad (\text{II.54})$$

$$l = 0, 1, \dots, \infty$$

Les équations (II.54) forment un système infini d'équations différentielles couplées.

Ces équations forment *l'approximation P_N* . En particulier, on a pour $N=1$, approximation P_1 , un système de deux équations différentielles du premier ordre couplées:

$$\frac{d}{dx} \phi_1(x) + [\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_0}(x)] \phi_0(x) = q_0(x), \quad (\text{II.55})$$

$$\frac{d}{dx} \phi_0(x) + 3[\Sigma_t(x) - \Sigma_{s_1}(x)] \phi_1(x) = q_1(x), \quad (\text{II.56})$$

Les moments du flux $\phi_0(x)$ et $\phi_1(x)$ intervenant dans ces équations ont un sens physique précis.

On a en effet:

$$\phi_0(x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu \Psi(x, \mu) = \int d\Omega \Psi(x, \Omega); \quad (\text{II.57})$$

$$\phi_1(x) = \int d\Omega \Omega_x \Psi(x, \Omega) = \int d\Omega e_x \cdot \Omega \Psi(x, \Omega) = j(x, \Omega) \cdot e_x. \quad (\text{II.58})$$

$\phi_0(x)$ n'est rien d'autre que le flux scalaire et $\phi_1(x)$ est le courant net suivant l'axe Ox au point d'abscisse x. L'approximation P₁ du flux angulaire est donnée donc par:

$$\Psi(x, \mu) = \frac{1}{4\pi} [\phi(x) + 3\mu J(x)], \quad (\text{II.59})$$

Avec les notations

$$\begin{aligned} \phi_0(x) &\equiv \phi(x) \\ \phi_1(x) &\equiv J(x) = J(x) \cdot e_x \end{aligned} \quad (\text{II.60})$$

Par ailleurs Σ_{s1} , le moment du premier ordre de la section efficace de transfert, peut s'exprimer en fonction de la valeur moyenne du cosinus de l'angle de déviation μ_0 . On a en effet:

$$\overline{\mu_0} \equiv \frac{\int_{-1}^1 d\mu_0 \mu_0 \Sigma_s(x, \mu_0)}{\int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_s(x, \mu_0)} = \frac{\Sigma_{s1}(x)}{\Sigma_{s0}(x)} \quad (\text{II.61})$$

En notant $\Sigma_{s0}(x)$ par $\Sigma_s(x)$, on peut alors écrire:

$$\Sigma_{s1}(x) = \overline{\mu_0} \Sigma_s(x) \quad (\text{II.62})$$

et les équations de l'approximation P₁ s'écrivent encore:

$$\frac{d}{dx} J(x) \cdot e_x + [\Sigma_t(x) - \Sigma_s(x)] \phi(x) = q_0(x), \quad (\text{II.63})$$

$$\frac{d}{dx} \phi(x) + 3[\Sigma_t(x) - \overline{\mu_0} \Sigma_s(x)] J(x) \cdot e_x = q_1(x), \quad (\text{II.64})$$

Si Q est une source isotrope, on a alors $q_1(x)=0$ et l'équation (II.64) peut s'écrire sous la forme:

$$J(x) = -D(x) \frac{d}{dx} \phi(x), \quad (\text{II.65})$$

avec
$$D(x) = \frac{1}{3[\Sigma_t(x) - \overline{\mu_0} \Sigma_s(x)]}. \quad (\text{II.66})$$

L'expression (II.65) est *la loi de Fick*. D(x) est *le coefficient de diffusion*. Il a les dimensions d'une longueur. On définit aussi *la section efficace de transport*

$$\Sigma_{tr}(x) = \Sigma_t(x) - \overline{\mu_0} \Sigma_s(x) \quad (\text{II.67})$$

dont l'inverse est *le libre parcours moyen de transport* λ_{tr} . Le coefficient de diffusion s'écrit alors:

$$D(x) = \frac{1}{3\Sigma_{tr}(x)} \quad (II.68)$$

En éliminant le courant $J(x)$ dans l'équation (II.63) grâce à la loi de Fick, on obtient *l'équation stationnaire mono-énergétique de la théorie de diffusion*:

$$-\frac{d}{dx}(D(x)\frac{d}{dx})\phi(x) + \Sigma_a(x)\phi(x) = q(x) \quad (II.69)$$

avec $\Sigma_a(x) = \Sigma_t(x) - \Sigma_s(x)$. (II.70)

Les équations (II.59), (II.65) et (II.69) s'étendent à des géométries multidimensionnelles et quelconques. Elles s'écrivent respectivement:

$$\Psi(r, \Omega) = \frac{1}{4\pi} [\phi(r) + 3\Omega J(r)] \quad (II.71)$$

$$J(r) = -D(r)\nabla\phi(r), \quad (II.72)$$

et $-\nabla \cdot (D(r)\nabla)\phi(r) + \Sigma_a(r)\phi(r) = q(r)$ (II.73)

De même, en prenant comme point de départ les équations multigroupes de transport, et en suivant une procédure similaire à celle utilisée, on aboutit aux *équations multigroupes de la théorie de diffusion* de neutrons:

$$-\nabla \cdot D_g(r)\nabla\phi_g(r) + \Sigma_{R,g}(r)\phi_g(r) = q_g(r) + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g \\ g=1 \dots G}}^G \Sigma_{sg' \rightarrow g}\phi_{g'}(r), g = 1, \dots, G, \quad (II.74)$$

avec $D_g(r) = \frac{1}{3\Sigma_{r,g}(r)}$ (II.75)

et $\Sigma_{r,g}(r)$ la section efficace de "removal" définie par:

$$\Sigma_{R,g}(r) = \Sigma_{t,g}(r) - \Sigma_{s,g \rightarrow g}(r) \quad (II.76)$$

Dans la plupart des problèmes utilisant un petit nombre de groupes, le découpage du domaine d'énergie est fait de manière à supprimer toute possibilité d'"up-scattering", c'est-à-dire, d'une remontée de neutron d'un groupe d'énergie plus basse vers celui d'énergie plus élevée. Puisque les groupes sont numérotés dans le sens des énergies décroissantes cela implique que:

$$\Sigma_{s,g' \rightarrow g} = 0 \quad \text{pour } g' > g \quad (II.77)$$

Pour un problème de criticité en k_{eff} , les équations multigroupes de la théorie de diffusion en géométrie quelconque s'écrivent alors:

$$-\nabla \cdot D_g(r)\nabla\phi_g(r) + \Sigma_{R,g}(r)\phi_g(r) = Q_g(r) \quad (II.78)$$

avec la source donnée par:

$$Q_g(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi_g \sum_{g'=1}^G v \Sigma_{fg'}(\mathbf{r}) \phi_{g'}(\mathbf{r}) + \sum_{g'=1}^G \Sigma_{sgg'}(\mathbf{r}) \phi_{g'}(\mathbf{r}) + \quad (\text{II.79})$$

où $\Sigma_{s,g' \rightarrow g}$ est notée $\Sigma_{s,gg'}$

Nous allons clore cette section par une brève discussion sur la validité de la théorie de diffusion en tant qu'approximation de l'équation de transport. Deux hypothèses sous-tendent ce modèle, à savoir: l'approximation linéaire en Ω du flux angulaire (II.71) ainsi que la loi de Fick (II.73). L'approximation linéaire du flux est inexacte dans les cas suivants:

1. aux voisinages des frontières ainsi que dans des zones où les propriétés de matériaux changent de façon drastique sur des distances comparables au libre parcours moyen;
2. aux voisinages des sources localisées;
3. dans des milieux fortement absorbants.

Le modèle de diffusion sera donc théoriquement valable loin des frontières et pour des régions homogènes. Quant à la loi de Fick, elle n'est théoriquement valable que pour une diffusion isotrope.

4.4 Courants partiels en théorie de diffusion

Les courants partiels du groupe g sont définis par:

$$J_{n,g}^{\pm}(\mathbf{r}_s) = \int_{n_s \cdot \Omega < 0} d\Omega |n_s \cdot \Omega| \Psi_g(\mathbf{r}_s, \Omega) \quad (\text{II.80})$$

En y introduisant l'approximation P_1 du flux angulaire de groupe, on obtient (en omettant l'indice de groupe):

$$\begin{aligned} J_{n,g}^{\pm}(\mathbf{r}_s) &= \frac{1}{4\pi} \int_{n_s \cdot 2\pi} d\Omega |n_s \cdot \Omega| (\phi(\mathbf{r}) + 3\Omega \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r})), \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 d\mu \mu (\phi(\mathbf{r}) \pm 3\mu \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r})), \\ &= \frac{1}{2} \phi(\mathbf{r}) \int_0^1 d\mu \mu \pm \frac{3}{2} \mathbf{J}(\mathbf{r}) \int_0^1 d\mu \mu^2, \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

avec :

$$\mu \equiv \Omega \cdot n$$

D'où:

$$J_n^{\pm}(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{4} \phi(\mathbf{r}_s) \pm \frac{1}{2} \mathbf{J}(\mathbf{r}_s) \quad (\text{II.82})$$

En utilisant la loi de Fick, l'expression ci-dessus devient:

$$J_n^{\pm}(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{4} \phi(\mathbf{r}_s) \pm \frac{1}{2} D(\mathbf{r}_s) \frac{\partial}{\partial n} \phi(\mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r}_s}, \quad (\text{II.83})$$

La combinaison des courants partiels J_n^+ et J_n^- donne:

$$\phi(\mathbf{r}_s) = 2[J_n^+(\mathbf{r}_s) + J_n^-(\mathbf{r}_s)] \quad (\text{II.84})$$

et

$$J(\mathbf{r}_s) = 2[J_n^+(\mathbf{r}_s) - J_n^-(\mathbf{r}_s)] \quad (\text{II.85})$$

4.5 Conditions aux limites associées aux équations de diffusion

1. Condition de continuité aux interfaces

La continuité du flux aux interfaces de deux régions (II.16) est remplacée en théorie de diffusion par deux conditions intégrales obtenues en exigeant la continuité de deux moments intervenant dans l'approximation P_1 du flux angulaire, à savoir, $\phi(\mathbf{r})$ et $J(\mathbf{r})$:

$$\phi_1(\mathbf{r}_s) = \phi_2(\mathbf{r}_s), \quad \mathbf{r}_s \in \Gamma_{12} \quad (\text{II.86})$$

et

$$D_1 \frac{\partial}{\partial n} \phi_1(\mathbf{r}_s) = D_2 \frac{\partial}{\partial n} \phi_2(\mathbf{r}_s), \quad \mathbf{r}_s \in \Gamma_{12} \quad (\text{II.87})$$

Au passage de l'interface entre deux milieux aux propriétés neutroniques différentes, i.e. $D_1 \neq D_2$, on a la continuité du flux (fig.II-3).

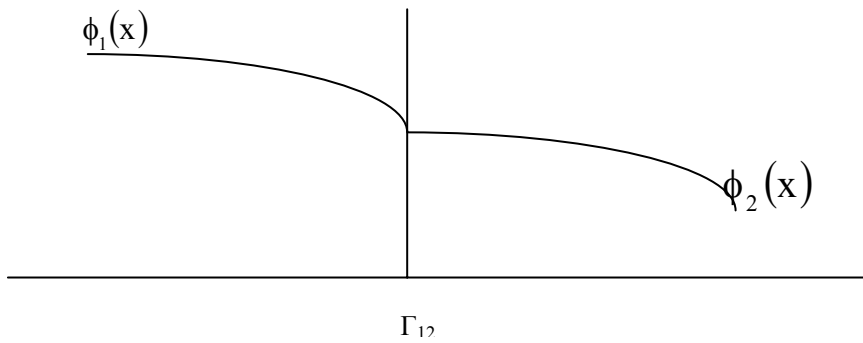


Fig. II-3: Continuité du flux sur l'interface

2. Condition aux limites de vide

La condition aux limites de vide (II.17) est approchée en requérant que le courant partiel entrant s'annule sur la frontière extérieure:

$$J_n^-(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{4}\phi(\mathbf{r}_s) + \frac{1}{2}D(\mathbf{r}_s)\frac{\partial}{\partial n}\phi(\mathbf{r})_{\mathbf{r}_s} = 0, \quad \mathbf{r}_s \in \Gamma_e \quad (\text{II.88})$$

En géométrie plane unidimensionnelle, l'expression ci-dessus s'écrit:

$$J_n^-(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{4}\phi(x_s) + \frac{1}{2}D(x_s)\frac{\partial}{\partial n}\phi(x)|_{\mathbf{r}_s} = 0, \quad \mathbf{r}_s \in \Gamma_e \quad (\text{II.89})$$

D'où

$$\frac{1}{\phi(x_s)}\frac{d\phi(x)}{dn}\Big|_{x_s} = -\frac{1}{d}, \quad (\text{II.90})$$

Avec $d=2D$

La fig.II-4 montre que si, à partir de la frontière en x_s , on extrapole le flux suivant sa tangente dont la pente vaut:

$$\tan(\theta) = \left| \phi'(x_s) \right|$$

Le flux extrapolé va s'annulé en un point d'abscisse \tilde{x}_s tel que: $\tilde{x}_s = x_s + d$ (II.91)

Il s'avère commode de remplacer la frontière réel en x_s par une frontière extrapolée en \tilde{x}_s et d'imposer sur cette dernière la condition aux limites de Dirichlet:

$$\phi(\tilde{x}_s) = 0 \quad (\text{II.92})$$

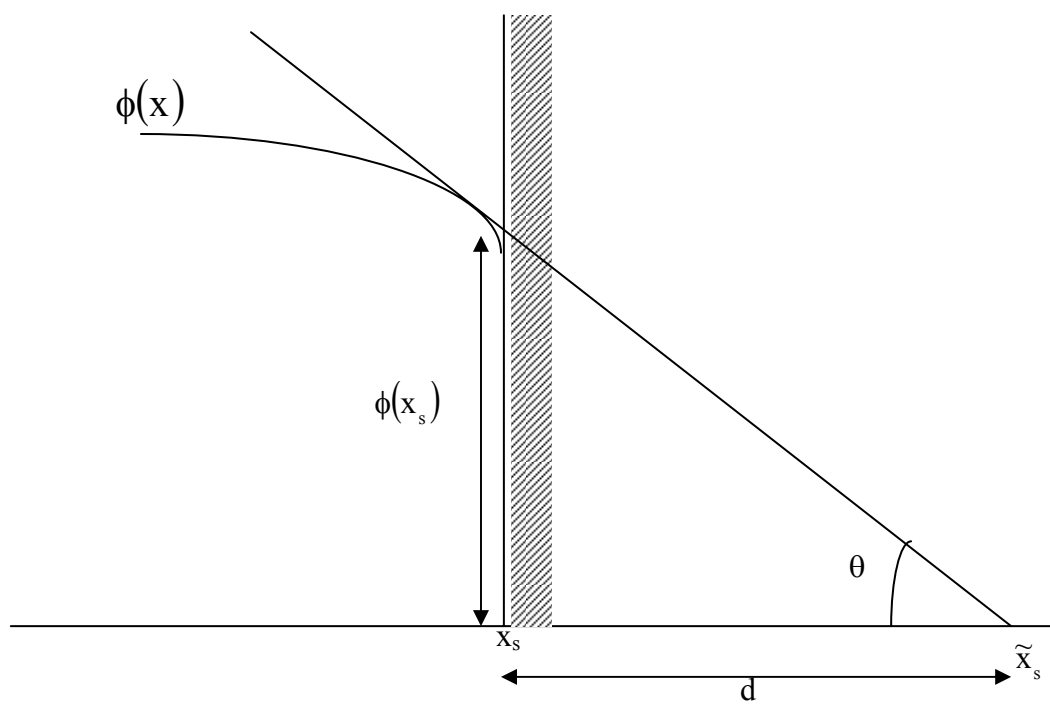
En utilisant la relation (II.68) on obtient:

$$d = \frac{2}{3}\lambda_{tr} \quad (\text{II.93})$$

Une valeur beaucoup plus précise donnée par la théorie du transport est:

$$d = 0.7104\lambda_{tr} \quad (\text{II.94})$$

La condition aux limites définie par les relations (II.92)-(II.94) est strictement valable pour une géométrie plane.

**Fig.II-4** : Frontière extrapolée

Chapitre III

Théorie des coefficients de Blackness et Paramètres de diffusions effectifs

III- 1- Introduction [2]

Historiquement la théorie des "blackness coefficients" a joué un rôle important dans les procédures de conception et de suivie de fonctionnement du cœur d'un réacteur qui sont basées sur l'approximation de la diffusion. La théorie des blackness fourni des paramètres de diffusion effectifs D_{eff} et $\Sigma_{a,\text{eff}}$, qui caractérisent le milieu absorbant, pour une géométrie plaque à une dimension seulement. Elle permet également de déterminer des conditions aux limites à la surface du milieu absorbant. L'équation de diffusion utilise alors ces conditions sans avoir besoin de calculer le flux à l'intérieur du milieu absorbant.

Pour déterminer les paramètres de diffusion effectifs de la théorie des blackness, nous ferons les hypothèses suivantes [2,8]:

1. La barre de contrôle doit être uniforme et de dimensions latérales infinies (plaque de longueur et largeur très grandes par rapport à son épaisseur),
2. Pas de sources de neutrons dans la barre de contrôle, dues à la fission ou la diffusion,
3. Dans l'application stricte de la théorie des blackness, on suppose une géométrie plaque à une dimension.
4. La théorie de la diffusion est applicable à toutes les régions du réacteur excepté pour la plaque absorbante, le flux $\psi(x,\mu,E)$ a la forme de l'approximation P_1 à l'extérieur de la plaque absorbante.
5. la densité de courant net $J(x, E)$ est continue à la surface de la plaque.

Nous présentons dans la Fig.III-1 la méthodologie de la théorie des blackness.

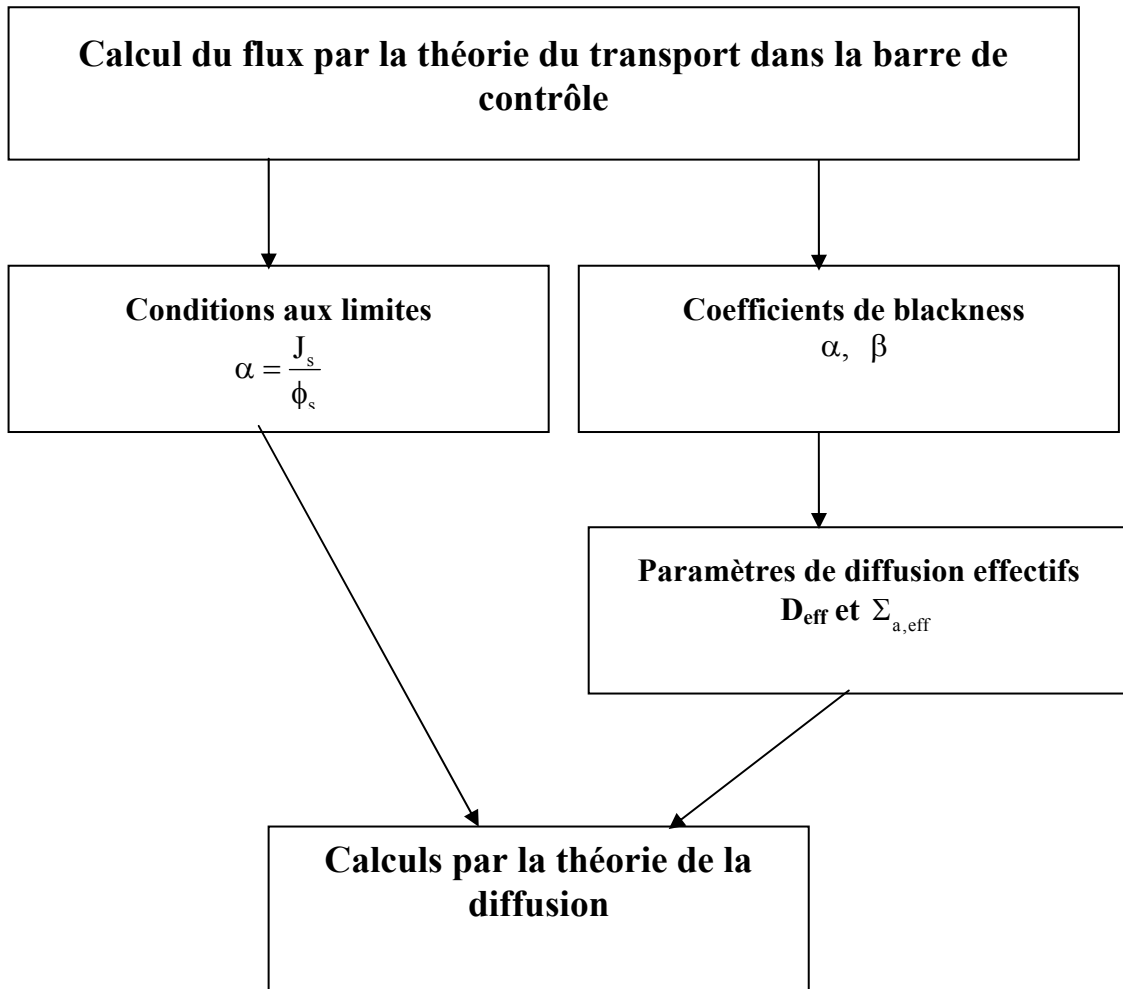


Fig.III-1 : Méthodologie de calcul dans la théorie des blackness

III-2- Les coefficients de blackness

Nous allons dans ce qui suit illustrer et détailler les deux procédures de la théorie des blackness. La première consiste à calculer les coefficients de blackness α et β , et la deuxième revient à déterminer les conditions aux limites α à la surface de la barre de contrôle.

III-2-1- Définition des coefficients α et β :

Le but de la théorie des "blackness" est donc de trouver D et Σ_a qui caractérisent le milieu absorbant. On définit alors deux coefficients α et β qui traduisent un rapport courant/flux (fig.III-2) définis par [8]:

$$\alpha = \frac{J_l + J_r}{\phi_l + \phi_r}, \quad \beta = \frac{J_l - J_r}{\phi_l - \phi_r} \quad (\text{III.1})$$

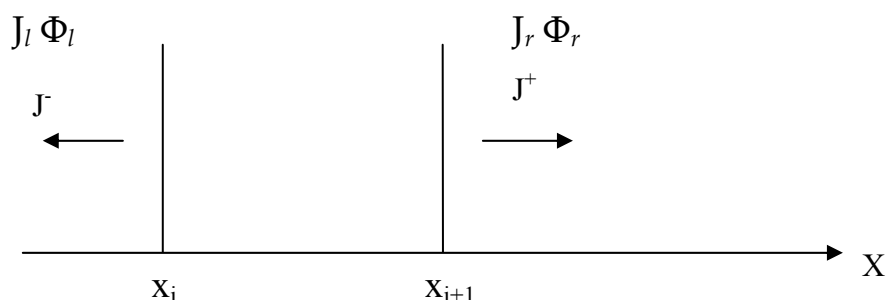


Fig.III-2 : Géométrie plaque pour la théorie des blackness

où J et ϕ sont respectivement le courant net et le flux de neutrons sur la surface de la plaque absorbantes, x_i et x_{i+1} sont les coordonnées des surfaces de la plaque. Ces coefficients forment une paire de conditions aux limites internes de la barre absorbante et sont évalués à partir d'un calcul de transport. Les paramètres de diffusion effectifs du milieu absorbant sont alors fonction de ces coefficients.

II-2-2- Détermination des coefficients α et β [3,8]

Pour la détermination des expressions des deux coefficients α et β nous considérons une plaque absorbante uniforme et sans source de neutrons. L'équation de transport de neutron pour une plaque est définie par:

$$\mu \frac{\partial}{\partial x} \Psi(x, \mu, E) + \Sigma_a(E) \Psi(x, \mu, E) = 0 \quad (\text{III.2})$$

On défini alors:

$$\Psi^+(\mu) = \Psi(x_{i+1}, \mu, E), \quad (III.3)$$

$$\Psi^-(\mu) = \Psi(x_i, \mu, E),$$

La solution de l'équation de transport (III-2) est donnée par:

$$\Psi^+(\mu) = \Psi^-(\mu) \exp\left[-\frac{2\Sigma_a \tau}{\mu}\right] \quad (0 < \mu \leq 1) \quad (III.4)$$

$$\Psi^-(\mu) = \Psi^+(\mu) \exp\left[\frac{2\Sigma_a \tau}{\mu}\right] \quad (-1 < \mu \leq 0)$$

où μ est le cosinus de l'angle formé par la direction du neutron et l'axe des x ,
et τ est l'épaisseur de la plaque.

De plus, en appliquant l'hypothèse 4 citée plus haut nous avons:

$$\Psi^-(\mu) = \phi^- + 3\mu J^- \quad \text{pour } 0 < \mu \leq 1, \quad (III.5)$$

$$\Psi^+(\mu) = \phi^+ + 3\mu J^+ \quad \text{pour } -1 < \mu \leq 0,$$

La continuité des courants nets à la surface de la plaque nous permet d'écrire:

$$J^- = \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} \mu \Psi^-(\mu) \quad (III.6)$$

$$J^+ = \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} \mu \Psi^+(\mu)$$

En utilisant les équations (III-3) et (III-4) on obtient:

$$\begin{aligned} J^- &= \int_{-1}^0 \frac{d\mu}{2} \mu \left[\Psi^+(\mu) \exp\left(\frac{2\Sigma_a \tau}{\mu}\right) \right] + \int_0^1 \frac{d\mu}{2} \mu (\phi^- + 3\mu J^-) \\ &= \int_{-1}^0 \frac{d\mu}{2} \mu (\phi^+ + 3\mu J^+) \exp\left(\frac{2\Sigma_a \tau}{\mu}\right) + \int_0^1 \frac{d\mu}{2} \mu (\phi^- + 3\mu J^-) \end{aligned} \quad (III.7)$$

et

$$\begin{aligned}
 J^+ &= \int_{-1}^0 \frac{d\mu}{2} \mu \left[\Psi^-(\mu) \exp\left(-\frac{2\Sigma_a \tau}{\mu}\right) \right] + \int_0^1 \frac{d\mu}{2} \mu (\phi^+ + 3\mu J^+) \\
 &= \int_{-1}^0 \frac{d\mu}{2} \mu (\phi^+ + 3\mu J^+) + \int_0^1 \frac{d\mu}{2} \mu (\phi^- + 3\mu J^-) \exp\left(-\frac{2\Sigma_a \tau}{\mu}\right)
 \end{aligned}
 \tag{III.8}$$

Soit les fonctions exponentielles intégrales définies par:

$$E_{n+2}(z) = \int_0^1 \mu^n \exp\left(-\frac{z}{\mu}\right) d\mu
 \tag{III.9}$$

Les équations (III-7) et (III-8) peuvent être exprimés en termes de ces intégrales:

$$\begin{aligned}
 \frac{J^-}{2} &= \frac{\phi^-}{4} - \frac{1}{2} E_3(2\Sigma_a \tau) \phi^+ + \frac{3}{2} E_4(2\Sigma_a \tau) J^+ \\
 -\frac{J^+}{2} &= \frac{\phi^+}{4} - \frac{1}{2} E_3(2\Sigma_a \tau) \phi^- - \frac{3}{2} E_4(2\Sigma_a \tau) J^-
 \end{aligned}
 \tag{III.10}$$

En sommant et soustrayant ces deux équations nous obtenons l'expression des coefficients de blackness définis par:

$$\frac{j^- - j^+}{\phi^- + \phi^+} = \frac{1 - 2E_3(2\Sigma_a \tau)}{2[1 + 3E_4(2\Sigma_a \tau)]} \equiv \alpha,
 \tag{III.11}$$

$$\frac{j^- + j^+}{\phi^- - \phi^+} = \frac{1 + 2E_3(2\Sigma_a \tau)}{2[1 - 3E_4(2\Sigma_a \tau)]} \equiv \beta$$

À partir de ces équations il est intéressant de noter que les coefficients α et β dépendent seulement des propriétés de l'élément absorbant.

Pour un élément absorbant parfait, c'est-à-dire noir, ($\Sigma_a \rightarrow \infty$) les eqs. (III.11) sont réduites à $\alpha=\beta=1/2$, vu que $E_3(x) \rightarrow 0$ [1]. Toutefois, de meilleurs résultats, lorsque $\Sigma_s = 0$, peuvent être obtenus en multipliant les eqs (III.11) par 0.4692/0.5 et ceci nous conduit à l'approximation dite "Dirty Blackness". Les coefficients de blackness sont alors donnés par:

$$\alpha = 0.4692 \frac{1 - 2E_3(2\Sigma_a \tau)}{[1 + 3E_4(2\Sigma_a \tau)]},
 \tag{III.11 bis}$$

$$\beta = 0.4692 \frac{1 + 2E_3(2\Sigma_a \tau)}{[1 - 3E_4(2\Sigma_a \tau)]}$$

III-3- Les paramètres de diffusion effectifs dans le milieu absorbant

Considérons une barre de contrôle en géométrie plaque d'épaisseur τ et partagée en plusieurs mailles. Nous devons en premier exprimer le flux à la surface de la plaque ϕ_l en termes de flux au centre de la maille ϕ_1 (fig.III-3) [8]:

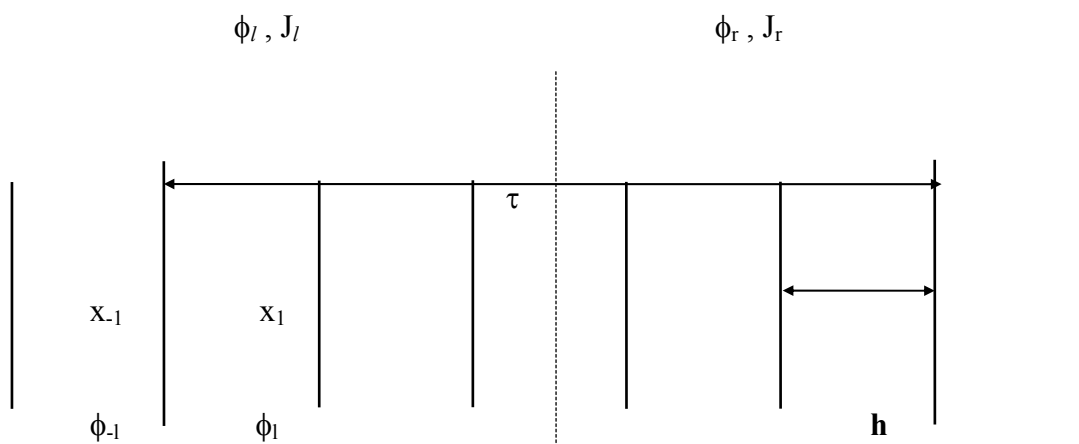


Fig.III-3 : Plaque de contrôle

On suppose que le flux varie linéairement à partir de l'extrémité jusqu'au centre de la cellule, il en découle:

$$\phi_1 = \phi_l + \frac{h}{2} \phi_l' = \phi_l - \frac{h}{2D} J_l \quad (\text{III.12})$$

$$\phi_{-1} = \phi_l - \frac{h}{2} \phi_l' = \phi_l + \frac{h}{2D} J_l \quad (\text{III.13})$$

où h est la largeur de la maille. D'où:

$$\phi_l = \frac{1}{2}(\phi_{-1} + \phi_1) \quad (\text{III.14})$$

$$J_l = \frac{D}{h}(\phi_{-1} - \phi_1) \quad (\text{III.15})$$

Considérons les deux cas suivant:

1er cas:

$J_l = J_r$ et $\phi_l = \phi_r$, l'équation du coefficients de blackness α est donnée par:

$$\alpha = \frac{J_1 + J_r}{\phi_1 + \phi_r} = \frac{J_1}{\phi_1} = \frac{2D}{h} \frac{(\phi_{-1} - \phi_1)}{(\phi_{-1} + \phi_1)} \quad (\text{III.16})$$

où

$$\begin{aligned} \phi_1 &= C \cosh kx_1 = C \cosh \frac{k}{2}(\tau - h) \\ \phi_{-1} &= C \cosh kx_{-1} = C \cosh \frac{k}{2}(\tau + h) \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Après quelques manipulations l'expression de α devient:

$$\alpha = \frac{\frac{2D}{h} \left[\sinh\left(\frac{k\tau}{2}\right) \sinh\left(\frac{kh}{2}\right) \right]}{\left[\cosh\left(\frac{k\tau}{2}\right) \cosh\left(\frac{kh}{2}\right) \right]} \quad (\text{III.18})$$

2 ème cas

$J_l = -J_r$ et $\phi_l = -\phi_r$, l'équation du coefficients de blackness β est donnée par:

$$\beta = \frac{J_1 - J_r}{\phi_1 - \phi_r} = \frac{J_1}{\phi_1} = \frac{2D}{h} \frac{(\phi_{-1} - \phi_1)}{(\phi_{-1} + \phi_1)} \quad (\text{III.19})$$

où

$$\begin{aligned} \phi_1 &= A \sinh kx_1 = A \sinh \frac{k}{2}(\tau - h) \\ \phi_{-1} &= A \sinh kx_{-1} = A \sinh \frac{k}{2}(\tau + h) \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

L'expression de β se réduit à:

$$\beta = \frac{\frac{2D}{h} \left[\cosh\left(\frac{k\tau}{2}\right) \sinh\left(\frac{kh}{2}\right) \right]}{\left[\sinh\left(\frac{k\tau}{2}\right) \cosh\left(\frac{kh}{2}\right) \right]} \quad (\text{III.21})$$

d'où:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\tanh\left(\frac{k\tau}{2}\right)}{\coth\left(\frac{k\tau}{2}\right)} = \tanh^2\left(\frac{k\tau}{2}\right) \quad (\text{III.22})$$

Cette équation permet d'obtenir k en fonction de α et β , elle peut être écrite sous une forme plus simple en utilisant l'identité:

$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1+x}{1-x} \right] \quad (\text{III.23})$$

L'expression de k devient alors:

$$k = \frac{1}{\tau} \ln \left[\frac{\beta^{1/2} + \alpha^{1/2}}{\beta^{1/2} - \alpha^{1/2}} \right] \quad (\text{III.24})$$

Quelques manipulations des équations précédentes conduisent à:

$$D = \frac{h}{2} (\alpha + \beta) \frac{\tanh k\tau}{\sinh kh} \left[\frac{1}{2} (1 + \cosh kh) \right] \quad (\text{III.25})$$

$$\Sigma_a = \frac{2D}{h^2} [\cosh kh - 1] \quad (\text{III.26})$$

Les équations (III.24-III.26) permettent la détermination des paramètres de diffusion effectifs en fonction des coefficients α et β . Ces équations sont applicables dans le cas où le code de diffusion détermine les flux au centre de la maille comme c'est le cas du code CITATION.

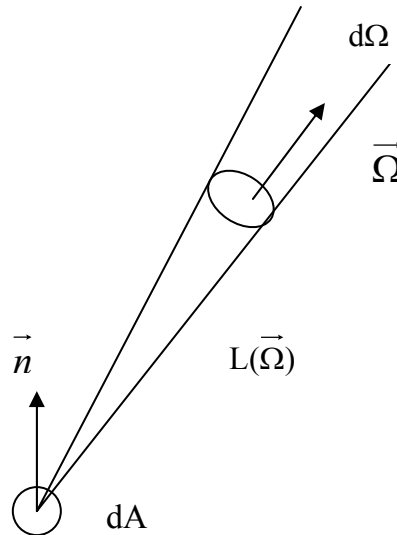
III-4- Détermination des conditions aux limites α

Le rapport α , tel que présenté dans la fig. III-1, représente les conditions aux limites qui seront utilisées pour la résolution de l'équation de la diffusion à la limite de la barre de contrôle. Dans ce cas l'élément absorbant est considéré comme une région externe au cœur.

En considérant les mêmes hypothèses de la théorie des blackness, nous supposons que l'équation de la diffusion est valable juste à l'extérieur de la surface de la barre de contrôle.

Considérons un corps purement absorbant, avec une distribution de courant angulaire $\vec{J}(\vec{\Omega})$ sur sa surface [4,7].

Soit $L(\vec{\Omega})$, la longueur de la corde dans la direction $(\vec{\Omega})$ tracée à partir d'un point à l'intérieur de l'élément d'aire dA tel que schématisé si après



Le nombre de neutrons capturés chaque seconde par le corps dans un cône $d\Omega$ autour de $(\vec{\Omega})$ dû au courant entrant dans dA est:

$$(1 - e^{-\Sigma L(\vec{\Omega})}) \vec{J}(\vec{\Omega}) \cdot \vec{n} \, d\Omega \, dA \quad (\text{III.27})$$

où:

$(1 - e^{-\Sigma L(\vec{\Omega})})$ Représente la probabilité pour qu'un neutron soit capturé dans le milieu,
 Σ est la section efficace d'absorption,
 \vec{n} est la normale à la surface dA vers l'intérieur.

Sur l'interface barre absorbante-réacteur on applique la condition aux limites (II.90),

$$\frac{1}{\phi} \left. \frac{d\phi}{dn} \right|_{\text{surface}} = \frac{-1}{d} \quad (\text{III.28})$$

Dans ce cas le coefficient $\alpha = \frac{J_s}{\phi_s}$ s'écrit:

$$\alpha = \frac{D}{d} \quad (\text{III.29})$$

Le taux net de capture pour les neutrons traversant $d\vec{A}$ vers l'intérieur étant égale à l'intégrale de l'équation (III.27), les conditions de conservation des neutrons requièrent que ce taux soit égal au courant net entrant dans dA .

$$\vec{j} \cdot \vec{n} \, dA = (1 - e^{-\Sigma L(\vec{\Omega})}) \vec{j}(\vec{\Omega}) \cdot \vec{n} \, d\Omega \, dA = \frac{D}{d} \vec{n} \cdot \Psi \, dA \quad (\text{III.30})$$

En appliquant les équations de l'approximation P1 (cf. chap. II), (III.30) devient:

$$\vec{J} \cdot \vec{n} = \frac{\phi}{4\pi} \int_{2\pi} (1 - e^{-\Sigma L(\vec{\Omega})}) (1 + 3 \vec{\Omega} \cdot \vec{n} \frac{D}{d}) \vec{\Omega} \cdot \vec{n} \, d\Omega \, dA = \frac{D}{d} \phi \quad (\text{III-31})$$

Sachant que:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{2\pi} \vec{\Omega} \cdot \vec{n} \, d\Omega = \frac{1}{4} \quad (\text{III-32})$$

et

$$\frac{1}{4\pi} \int_{2\pi} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n})^2 \, d\Omega = \frac{1}{6} \quad (\text{III-33})$$

L'équation (III-31) devient:

$$\frac{1}{4} (1 - p_0) + \frac{D}{2d} (1 - p_1) = \frac{D}{d} \quad (\text{III-34})$$

Avec:

$$p_0 = \frac{1}{\pi} \int_{2\pi} e^{-\Sigma L(\vec{\Omega})} \vec{\Omega} \cdot \vec{n} \, d\Omega \quad (\text{III-35})$$

et:

$$p_1 = \frac{3}{2\pi} \int_{2\pi} e^{-\Sigma L(\vec{\Omega})} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n})^2 \, d\Omega \quad (\text{III-36})$$

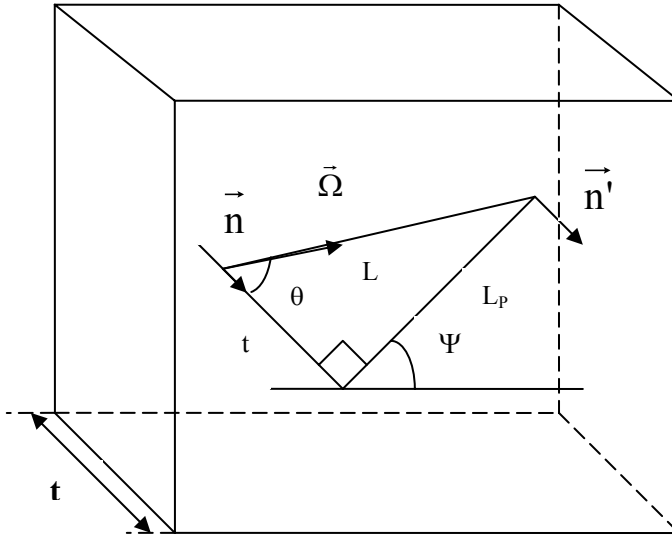
p_0 et p_1 représentent les probabilités de fuite d'ordre zéro et un respectivement.

L'équation (III-34) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{D}{d} = 0.5 \frac{1 - p_0}{1 + p_1} \quad (\text{III-37})$$

III- 4-1 Détermination des probabilités de fuite p_0 et p_1 pour des absorbants type plaque:

Soit une plaque ayant une épaisseur t très petite devant sa longueur et sa largeur. On se réfère à la figure ci-dessous



θ et Ψ correspondent respectivement à l'angle entre la corde L et la normale \vec{n} à la plaque et à l'angle entre la projection L_p (de la corde) et la direction \vec{n}

D'après ce schéma nous avons:

$$L = \frac{t}{\cos \theta} \quad (\text{III.38})$$

$$L_p = L \sin \theta = t \tan \theta \quad (\text{III.39})$$

$$\vec{\Omega} \vec{n} = \vec{\Omega} \vec{n}' = \cos \theta \quad (\text{III.40})$$

et

$$d\Omega = \frac{\vec{\Omega} \vec{n}' dA'}{L^2} \quad (\text{III.41})$$

avec:

$$dA' = L_p d\Psi dL_p \quad (\text{III.42})$$

ou aussi :

$$dA' = t^2 \frac{\sin \theta d\theta}{\cos^3 \theta} d\Psi \quad (\text{III.43})$$

En introduisant ces équations dans (III-35) et (III-36) on aboutit à :

$$p_0(\tau) = \frac{1}{\Pi} \int_{\Psi=0}^{2\Pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} e^{-\frac{\tau}{\cos\theta}} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\Psi \quad (\text{III-44})$$

et

$$p_1(\tau) = \frac{3}{2} \int_{\Psi=0}^{2\Pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} e^{-\frac{\tau}{\cos\theta}} \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta \, d\Psi \quad (\text{III-45})$$

avec:

$\tau = \Sigma t$ le nombre de libres parcours moyens ou épaisseur optique

Utilisant le changement de variable $x = \cos\theta$ dans les équations (III-44) et (III-45) on obtient :

$$p_0(\tau) = 2 \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{x}} x \, dx = 2 E_3(\tau) \quad (\text{III-46})$$

$$p_1(\tau) = 3 \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{x}} x^2 \, dx = 3 E_4(\tau) \quad (\text{III-47})$$

où

E_3 et E_4 sont les exponentielles intégrales d'ordre 3 et 4.

Finalement l'expression du rapport D/d pour une barre de contrôle type plaque s'écrit sous la forme :

$$\frac{D}{d} = \alpha = 0.5 \frac{1 - 2E_3(\tau)}{1 + 3E_4(\tau)} \quad (\text{III-48})$$

Chapitre IV

Introduction au code WIMS/D4

IV-1-Introduction

Le calcul de cellule constitue une partie importante dans la conception des réacteurs nucléaires. Ce calcul est réalisé moyennant des outils appelés codes de calcul de cellule, ces codes présentent des particularités qui tiennent de la sophistication des modèles physiques et du type de données à fournir aux codes en aval. Toute fois, tous ont des caractéristiques communes, à savoir:

- Ils utilisent une quantité extrêmement importante de données de bases (sections efficaces de tous les isotopes intervenant dans la composition du milieu, concentration isotopiques, géométrie détaillée, etc.);
- Ils font appel à un ensemble d'approximations et de modélisations physiques qui s'appuient sur un processus de calcul numérique;
- Ils gèrent des masses énormes d'informations non seulement pendant l'exécution du calcul proprement dit, mais aussi en sortie quand il s'agit de mettre en forme les données à transmettre aux codes de cœur.

Il existe une grande variété de codes de calcul de cellule et dans le cadre de ce travail nous nous intéressons au code WIMS qui est très performant et très utilisé par les neutroniciens.

Winfrith Improved Multigroup Scheme (WIMS) est un code de calcul de cellule qui a été développé dans les années soixante. Il permet de déterminer les paramètres de cellules à quelques groupes d'énergies et pour cela il résout l'équation de transport multigroupes.

Le code inclut une grande classe de méthodes et modèles développés pour le calcul physique de réacteur. Dans les modèles géométriques nous avons la géométrie sphérique, des géométries de combustible de type plaque ou crayon. Le code utilise également plusieurs méthodes numériques : la méthode Carlson- Sn (discrétisation de la variable angulaire Ω sur un ensemble de directions $\Omega_n, n = 1, \dots, N$), la méthode de probabilité de collision, la méthode de l'approximation Pn, la méthode de la théorie de diffusion et les méthodes B-1 et ABH qui combinent les méthodes des probabilités de collision avec les méthodes de la théorie de diffusion.

De plus le code WIMS permet le calcul du facteur de multiplication infini ou effectif, des distributions de flux et de taux de réaction. Pour cela il résout l'équation de transport neutronique moyennant les approximations suivantes [9]:

→ La discrétisation de l'énergie: les sections efficaces sont des fonctions complexes de l'énergie, il est alors nécessaire de les discrétiser en un certain nombre d'intervalle, dans ce cas l'énergie est découpée en 69 groupes.

→ La simplification de la géométrie : les problèmes à 3 dimensions sont approximés par des modèles à 2 et 1 dimension.

Le code WIMS a deux principaux domaines d'applications:

- Etudes de criticité: WIMS peut être utilisé comme moyen rapide de surveillance pour la détermination d'un ensemble de conditions; tel que la densité de l'eau, l'effet de température, etc.
- Conception de réacteur: Le code WIMS est utilisé pour le calcul des distributions de flux et pour l'évaluation des effets du burnup sur la réactivité afin de générer des bibliothèques de sections efficaces destinées aux codes de calcul global.

IV-2- Bibliothèque du code WIMS/D4 [9,10]

Le code WIMS utilise une bibliothèque à 69 groupes d'énergies, avec 14 groupes rapides, 13 groupes de résonance et 42 groupes thermiques. Les groupes rapides couvrent une bande d'énergie allant de 10MeV à 9.118KeV, les groupes de résonances vont de 9.118KeV à 4eV et les 42 groupes thermiques s'étalent de 4eV à 0eV.

La bibliothèque contient un grand nombre d'isotopes qui sont particulièrement utilisés dans les réacteurs nucléaires. Dans les régions thermiques la matrice de scattering est donnée pour tous les isotopes à différentes températures. Pour les importants modérateurs à savoir, Hydrogène, Deutérium, Oxygène et Carbone (H, D, O, C),la bibliothèque du code contient une tabulation explicite de la matrice P1 d'où un traitement exacte de l'anisotropie.

Les produits de fission et les données pour le burnup sont également inclus dans cette bibliothèque.

Format de la bibliothèque.

La bibliothèque du code WIMS/D4 est présentée sous le format suivant:

- ◆ Une liste des indentificateurs des isotopes;
- ◆ Les limites des groupes;
- ◆ Spectre de fission pour tous les groupes épithermiques
- ◆ Données de burnup

- ◆ Données de sections efficaces
- ◆ Tables de résonances pour chaque groupe de résonance, chaque absorbant résonant et un ensemble d'intégrales de résonances.
- ◆ Une matrice P1 de scattering pour chacun des 4 isotopes H, D, O, C dans cet ordre.

IV-3- Les étapes de calculs dans WIMS/D4 [9,10]

WIMS/D4 suit 4 étapes pour la détermination des sections efficaces macroscopiques à quelques groupes d'énergie, à savoir :

- 1- Calcul de spectre et collapsing des données,
- 2- Calcul de transport,
- 3- Calcul des fuites,
- 4- Détermination des taux de réactions.

VI-3.1 Calcul de spectre et collapsing des données

3.1.1 La cellule équivalente

C'est une cellule simplifiée qui représente les caractéristiques du milieu étudié. Elle est défini par:

- Une géométrie cylindrique (pour des crayons combustible) ou plaque (éléments combustible plaque) à trois régions qui sont : le combustible au centre (index +1) entouré par la gaine (index +2), le réfrigérant (index+3) et éventuellement le modérateur (index +4) fig.IV-1.
- La composition de chacune des régions de cette cellule est définie par la carte MATERIAL.
- Le rayon de chaque région est défini par les cartes SLAB (pour la géométrie plaque), ANNULUS et RODSUB (pour la géométrie cylindrique).

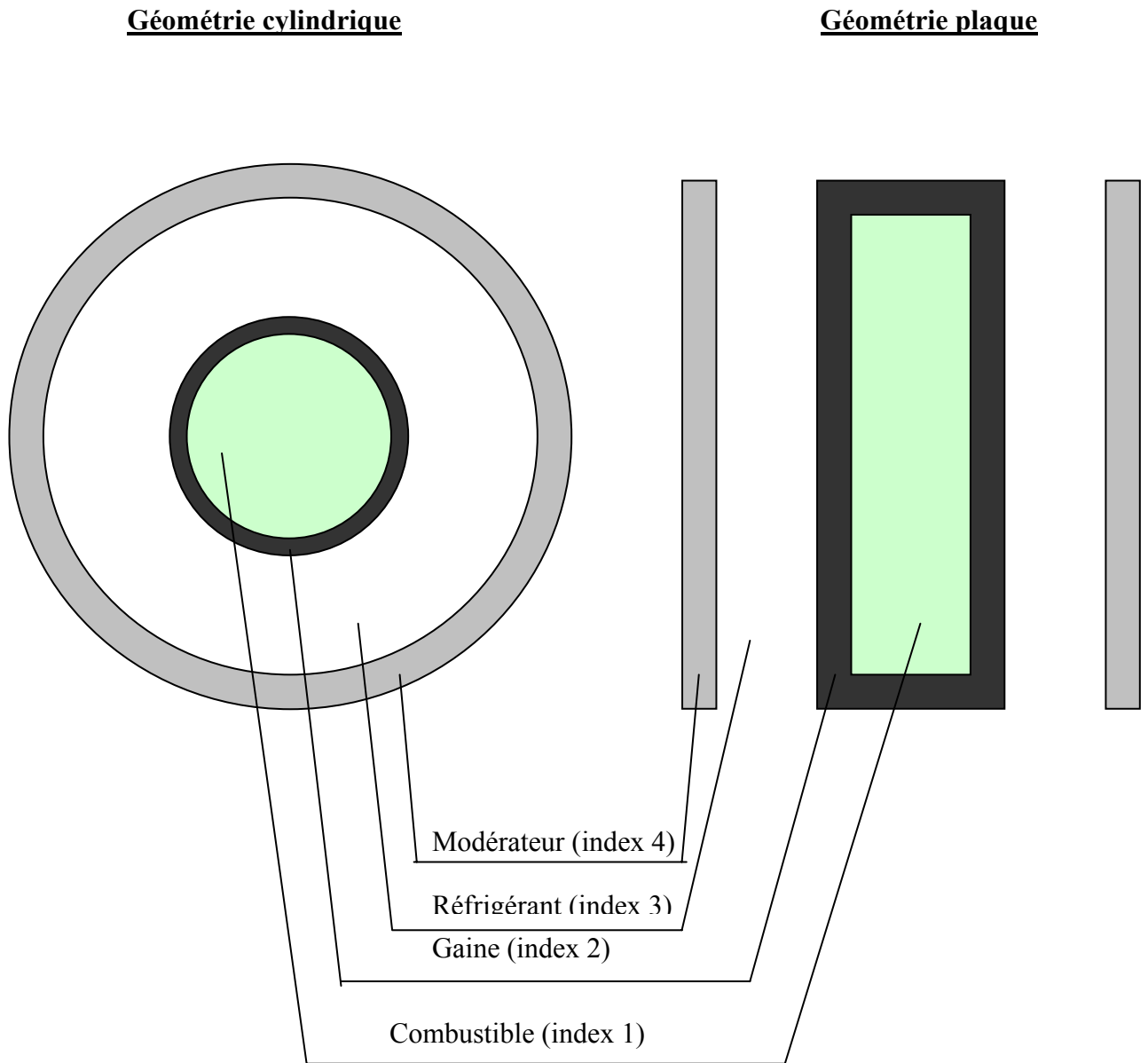


Fig.IV-1 : Structure d'une cellule équivalente

3.1.2 Le traitement des résonances [9, 10,11]

Le traitement des résonances a une importance cruciale sur la qualité des sections efficaces, par conséquent, sur les résultats fournis par le code. WIMS utilise l'approximation de Cohen-Goldstein pour le traitement des résonances, et les intégrales de résonance sont tabulées dans le code, celles-ci sont calculées à partir de la relation:

$$IR = \int_{\Delta E} \frac{\sigma_p^M + \lambda \sigma_p^A}{(\sigma_p^M + \sigma_{ao}) + (\sigma_p^A + \sigma_{so})} \sigma_{ao} \frac{dE}{E} \quad (IV-1)$$

où:

σ_p^x est la section efficace potentielle, (A: absorption résonante, M: mélange combustible-modérateur)

σ_{xO} est la section efficace de type x pour le mélange combustible-modérateur, (a: absorption, s: scattering)

λ la constante de Cohen-Goldstein

3.1.3 Détermination du spectre multigroupe

La détermination du flux multigroupe dans les différentes régions de la cellule équivalente est basée sur la méthode SPECTROX qui résout l'équation de transport intégrale par les probabilités de collisions:

$$\begin{aligned} \Sigma_i^g V_i \phi_i^g &= \sum_{j=1}^{n+1} P_{ij}^g (V_j \Sigma_{sj}^{gg} \phi_j^g + S_j^g) \\ S_j^g &= \sum_{h \neq g} \Sigma_{sj}^{hg} \phi_j^h + \chi^g \frac{(\nu \Sigma)_j^h}{k} \phi_j^h \quad g = 1, 69 \end{aligned} \quad (IV.2)$$

où Σ_i , ϕ_i , S_i sont la section efficace total, le flux moyen et la source moyenne dans la région i pour le groupe g, respectivement. V_i est le volume de la région i. P_{ij} est la probabilité pour que le neutron qui est né dans la région i subisse une collision dans la région j, Σ_{sj} est la section efficace de diffusion du groupe h au groupe g, $(\nu \Sigma)_j^h$ le rendement de fission du groupe h et χ^g la fraction du spectre de fission dans le groupe g. k est le facteur de multiplication du système. Ce système d'équation est résolu explicitement pour les régions du combustible et du réfrigérant. La région du modérateur est traitée par une approximation basée sur la théorie de la diffusion.

3.1.4 Condensation énergétique

Le flux multigroupe ϕ_i obtenu dans l'étape précédente sera utilisé pour faire le collapsing des sections efficaces à quelques groupes d'énergie, tel que spécifié dans la carte FEWGROUPE.

Pour un matériau d'index i, le collapsing pour les NG groupes sera effectué comme suit:

(1) - Pour l'absorption, les captures et la fission:

$$\begin{aligned} \Sigma_{xi} &= \sum_{g \in G} \Sigma_{xi}^g \phi_i^g / \phi_i^G \\ \text{où} & \\ \phi_i^G &= \sum_{g \in G} \phi_i^g, G = 1, NG. \end{aligned} \quad (IV.3)$$

(2) - Pour le transfert d'un groupe H vers un groupe G:

$$\Sigma_{si} = \sum_{f \in H} \sum_{g \in G} \Sigma_{si}^{hg} \frac{\phi_i^h}{\phi_i^H}$$

où Σ_{si}^{hg} est la section efficace de scattering du groupe h au groupe g.

(3) - section efficace de self-scatter avec correction du transport:

$$\Sigma_{si}^{GG} = \Sigma_{tr,i}^G - \Sigma_{ai}^G - \sum_{H \neq G} \Sigma_{si}^{GH} \quad (IV.4)$$

où Σ_{ai}^G est la section efficace d'absorption dans le groupe G et $\Sigma_{tr,i}^G$ est la section efficace total avec correction du transport dans le groupe G qui est donnée par:

$$\Sigma_{tr,i}^G = \Sigma_{ai}^G + \frac{\phi_i^G}{\sum_{g \in G} \frac{\phi_i^g}{\Sigma_{tr,i}^g - \Sigma_{ai}^g}} \quad (IV.5)$$

VI-3.2 Calcul de transport [9,10]

L'équation de transport des neutrons est résolue moyennant les données de géométrie dans la structure à quelques groupes d'énergie, tel que spécifié par l'utilisateur dans l'input du code.

Les coefficients de l'équation de transport sont les sections efficaces macroscopiques de groupe résultant de l'étape précédente. Le traitement de la variable espace et la méthode numérique à utiliser pour trouver la solution peuvent être fixé par l'utilisateur.

3.2.1 Les modèles géométriques

Pour le traitement de la variable espace plusieurs modèles géométriques sont disponibles dans le code WIMSD/4:

- (1) - le modèle homogène
- (2) - le modèle "pin cell"
- (3) - le modèle "cluster-smearred-annuli"
- (4) - le modèle "cluster-PIJ "
- (5) - le modèle "pin cell-PRIZE"
- (6) - le modèle "multicell"

3.2.2 Les méthodes numériques

Pour le choix de la méthode numérique, le code WIMSD/4 présente deux alternatives:

- (1) - DSN, qui résout l'équation de transport différentiel par la méthode Carlson-Sn dans la géométrie plaque ou cylindrique, infinie.
- (2) - PERSEUS, qui résout l'équation de transport intégrale, utilisant l'approche des probabilités de collisions.

VI-3.3 Calcul des fuites [10]

L'effet des fuites sur le spectre et les sections efficaces homogénéisés est important, particulièrement dans un réacteur de petite taille. Les résultats du calcul de transport correspondent à un milieu infini où les effets dus aux fuites sont négligés. Par conséquent il est nécessaire d'en tenir compte et cela en introduisant des corrections.

Dans le code WIMS/D4 la correction des fuites est introduite soit par l'approximation de diffusion soit par l'approximation B-1.

L'utilisation de l'approximation de la diffusion revient à résoudre l'équation multigroupes:

$$\left(\Sigma^g - \Sigma_{s0}^{gg} + D_r^g B_r^2 + D_z^g B_z^2 \right) \phi^g = \sum_{h \neq g} \Sigma_{s0}^{hg} \phi^h + S_f^h \quad (IV.6)$$

Où:

Σ^g et Σ_{s0}^{gg} sont les sections efficaces corrigées totale et de scattering respectivement,

D_r et D_z sont les coefficients de diffusion radial et axial,

B_r et B_z sont les termes fuite (buckling),

Σ_{s0}^{hg} sont les éléments de la matrice de scattering P_0 ,

S_f est la source de fission.

L'utilisation de l'approximation B-1 revient à résoudre l'équation multigroupe:

$$\left(\Sigma^g - \Sigma_{s0}^{gg} + \frac{B^2}{3\alpha_g \Sigma^g - \Sigma_{s1}^{gg}} \right) \phi^g = \sum_{h \neq g} \Sigma_{s0}^{hg} \phi^h + S_f^h - \frac{|B|}{3\alpha_g \Sigma^g - \Sigma_{s1}^{gg}} \sum_{h \neq g} \Sigma_{s1}^{hg} J^h \quad (IV.7)$$

$$J^g = \frac{\sum_{s0} \Sigma_{s0}^{hg} J^h + \frac{B^2}{|B|} \phi^g}{3\alpha_g \Sigma^g - \Sigma_{s1}^{gg}} \quad (IV.8)$$

Où J est le courant dans le groupe g ,

Σ_{s0}^{hg} et Σ_{s1}^{hg} sont les éléments des matrice de scattering P_0 et P_1

B^2 est le buckling total,

Le paramètre α_g est donné par:

$$\alpha_g = \left(\frac{B}{\Sigma^g}\right)^2 \frac{\arctg \frac{B}{\Sigma^g}}{3\left(\frac{B}{\Sigma^g} - \arctg \frac{B}{\Sigma^g}\right)} \quad \text{pour } B > 0, \quad (\text{IV-9})$$

$$\alpha_g = \frac{|B|^2 \ln\left(\frac{\Sigma^g + |B|}{\Sigma^g - |B|}\right)}{(\Sigma^g)^2 \left\{ \ln\left(\frac{\Sigma^g + |B|}{\Sigma^g - |B|}\right) - \frac{2|B|}{\Sigma^g} \right\}} \quad \text{pour } B < 0 \text{ (c.a.d. un système où } k < 1) \quad (\text{IV-10})$$

VI-3.4 Les taux de réaction

Les taux de réactions sont déterminés pour chaque isotope du réacteur. Ils sont calculés lorsqu'on introduit les cartes NREACTION, REACTION et PARTITION dans les sections appropriées [10].

IV- 4- Préparation de l'input du code WIMS/D4

Les données introduites dans l'input doivent décrire:

- les modèles géométrique et numérique que l'on doit utiliser dans le calcul de transport,
- la cellule (dimensions et composition);
- la structure énergétique à adopter;
- le type de correction pour les fuites,
- les taux de réactions à déterminer,
- etc...

Le fichier input du code est présenté dans un format libre où chaque groupe de données est précédé par une carte [11].

VI-4-1 Groupes de données:

Le fichier input du code WIMS/D4 est partagé en trois groupes de données:

1. Prelude data
2. Main data
3. Edit data

VI-4-2 Cas simple d'input:

Le cas simple d'un input a la structure suivante :

Prelude	Prelude data cards
	.
	PREAOUT
	 INITIATE
	.
Main	Main data cards
	.
	BEGINC
	.
Edit	Edit data cards
	.
	BEGINC

VI-4-3 Cas d'un input composé:

Plusieurs calculs peuvent être effectués dans une seule exécution en gardant la même section Prelude. Afin d'exécuter un tel cas il suffit de rajouter les nouvelles données après la dernière carte BEGINC de l'input de base. Nous trouverons ainsi plusieurs cartes BEGINC dans le nouveau fichier input, comme c'est le cas dans les calculs de Burnup où il s'agit d'exécuter des étapes successives de burnup avec les mêmes paramètres mais commencent à chaque fois par la densité des isotopes calculée dans l'étape précédente.

Dans les organigrammes qui suivent (Figure IV-2 et IV-3) nous présenterons, respectivement, la méthodologie de calcul dans le code WIMS/D4 ainsi que ses séquences de calcul.

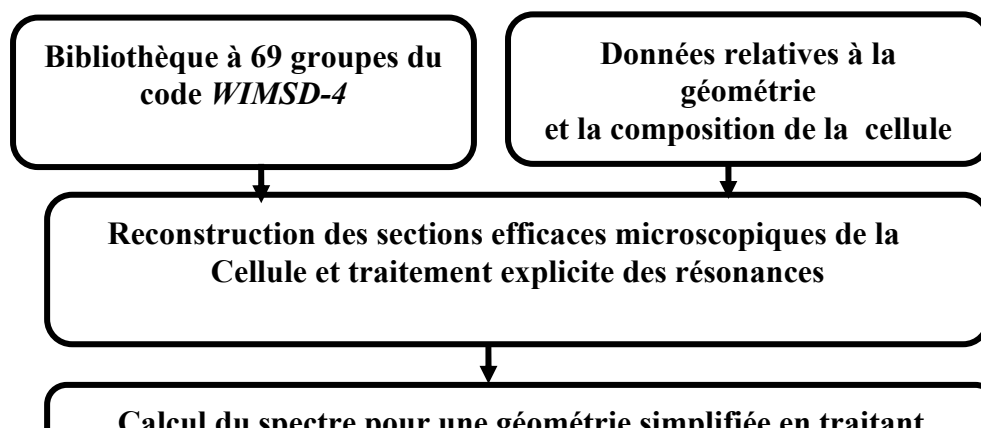


Fig.IV-2 : Méthodologie de calcul dans le code WIMS/D4

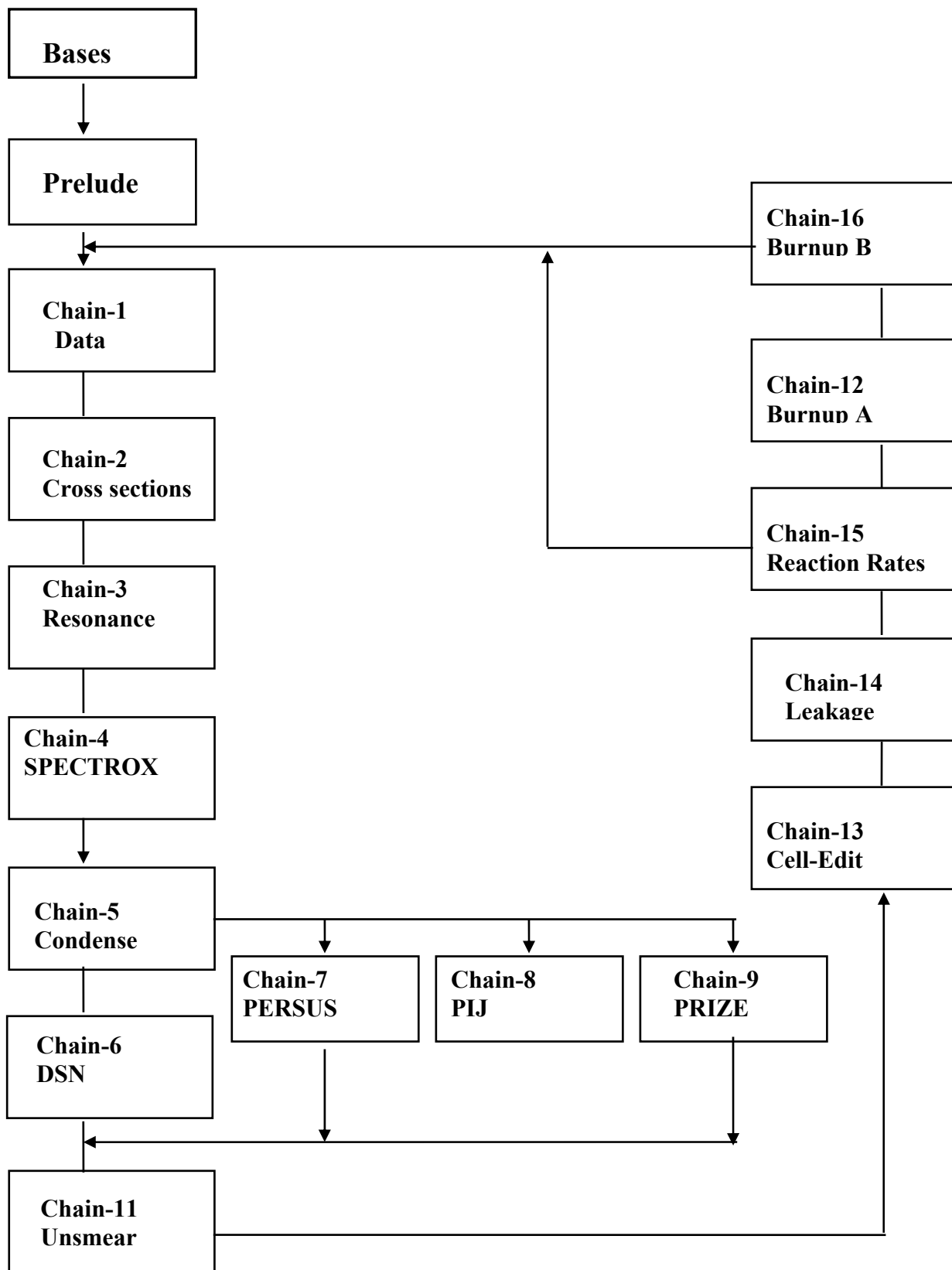


Fig.IV-3 : Les séquences de calcul dans le code WIMS/D4.

Chapitre V

Introduction au code CITATION

La détermination des paramètres physiques dans un réacteur nucléaire moyennant les méthodes analytiques est très difficile pour ne pas dire impossible. Nous sommes donc amenés à développer des moyens numériques tels que les codes pour effectuer ces calculs. CITATION est parmi les codes les plus utilisés dans les calculs de cœur, il résout l'équation de diffusion en utilisant la méthode des différences finies à une, deux ou trois dimensions.

V-1 Fondements théoriques

V-1-1- Méthode des différences finies

Dans une méthode de différences finies la fonction est représentée par ses valeurs en un ensemble de points choisis dans le domaine de définition, les opérations de dérivation étant approchées par des quotients de différences. En calcul des réacteurs, les équations discrètes sont habituellement obtenues à partir d'un bilan local [12]. Dans ce schéma on isole un domaine d'extension finie autour d'un point et, pour la cellule ainsi définie (fig.V-1), on écrit le bilan local en intégrant l'équation de diffusion. Après une intégration par parties, on introduit les formes discrètes pour approcher les fonctions ainsi que leurs dérivées.

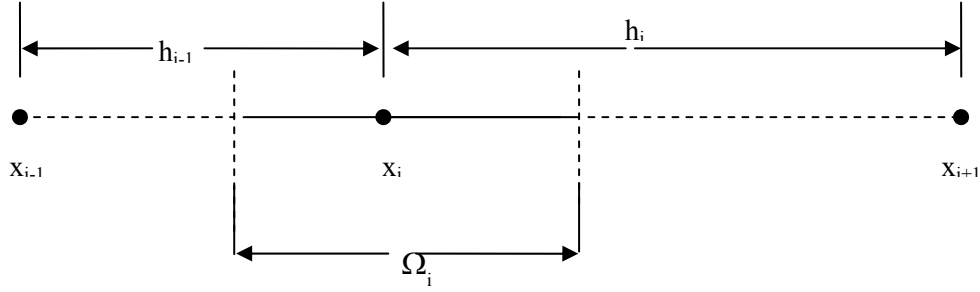
Afin d'illustrer cette technique, nous considérons l'équation du problème de diffusion monoénergétique indépendant du temps avec source extérieure en géométrie plane unidimensionnelle [5]:

$$-\frac{d}{dx}\left(D(x)\frac{d}{dx}\right)\phi(x) + \Sigma(x)\phi(x) = S(x), \quad (\text{V.1})$$

Avec les conditions aux limites:

$$\frac{d}{dn}\phi\Big|_{x_s} + \omega\phi(x_s) = 0, \quad \mathbf{x}_s \in \partial\Omega \quad (\text{V.2})$$

Soit $\{0=x_1 < x_2 < \dots < x_{N-1} < x_N=H\}$ une partition du domaine Ω en cellules $\Omega_i \equiv [x_i - h_{i-1}/2, x_i + h_i/2]$, les fonctions $D(x)$ et $\Sigma(x)$, sont définies constantes par morceaux. Pour une cellule Ω_i , $i=2, \dots, N-1$, le bilan global s'écrit:

Fig.V-1 : Cellule Ω_i

$$\int_{x_i - \frac{h_{i-1}}{2}}^{x_i} dx \left[-\frac{d}{dx} \left(D_{i-1} \frac{d}{dx} \right) \phi(x) + \Sigma_{i-1} \phi(x) \right] + \int_{x_i}^{x_i + \frac{h_i}{2}} dx \left[-\frac{d}{dx} \left(D_i \frac{d}{dx} \right) \phi(x) + \Sigma_i \phi(x) \right] = \int_{\Omega_i} dx S(x), \quad (\text{V.3})$$

Après une intégration par parties de l'opérateur de diffusion on obtient:

$$\begin{aligned} D_{i-1} \frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x_i - \frac{h_{i-1}}{2}} - D_{i-1} \frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x_i} \\ + D_i \frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x_i} - D_i \frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x_i + \frac{h_i}{2}} \\ + \frac{1}{2} (\Sigma_{i-1} h_{i-1} + \Sigma_i h_i) \bar{\phi} = \bar{S}_i \end{aligned} \quad (\text{V.4})$$

où $\bar{\phi}$ et \bar{S}_i désignent les valeurs moyennes respectives de $\phi(x)$ et de $S(x)$ sur la cellule Ω_i

$$\begin{aligned} \bar{\phi} &\cong \phi(x_i) \equiv \phi_i \\ \bar{S}_i &\cong S(x_i) \equiv S_i \end{aligned} \quad (\text{V.5})$$

La continuité du courant en toute interface physique, en particulier au point x_i , implique que:

$$-D_{i-1} \left. \frac{d\phi(x)}{dx} \right|_{x_i} + D_i \left. \frac{d\phi(x)}{dx} \right|_{x_i} = 0 \quad (\text{V.6})$$

En utilisant les quotients aux différences finies nous avons :

$$\left. \frac{d\phi(x)}{dx} \right|_{x_i - \frac{h_{i-1}}{2}} \cong \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{h_{i-1}} \quad (\text{V.7})$$

et

$$\left. \frac{d\phi(x)}{dx} \right|_{x_i + \frac{h_i}{2}} \cong \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{h_i} \quad (\text{V.8})$$

En tenant compte des expressions (V.5)- (V.8), on obtient les équations algébriques du schéma de différences finies à trois points:

$$a_{i,i-1} \phi_{i-1} + a_{i,i} \phi_i + a_{i,i+1} \phi_{i+1} = S_i \quad i=2, \dots, N-1 \quad (\text{V.9})$$

avec

$$\begin{aligned} a_{i,i-1} &= -\frac{D_{i-1}}{h_{i-1}}, \\ a_{i,i} &= \left(\frac{D_{i-1}}{h_{i-1}} + \frac{D_i}{h_i} \right) + \frac{1}{2} (\Sigma_{i-1} h_{i-1} + \Sigma_i h_i), \\ a_{i,i+1} &= -\frac{D_i}{h_i}, \quad i = 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (\text{V.10})$$

Les équations relatives à x_1 et x_N sur la frontière sont obtenues en considérant le bilan global sur les cellules $\Omega_1 = [x_1, x_1+h_1/2]$ et $\Omega_N = [x_N -h_N/2, x_N]$ respectivement.

Les dérivées de $\phi(x)$ aux points x_1 et x_N sont alors éliminées en faveur de ϕ_1 et ϕ_N grâce aux conditions aux limites (V.2). En utilisant les approximations (V.7) et (V.8), on aboutit aux équations discrètes

$$\begin{aligned} a_{1,1} \phi_1 + a_{1,2} \phi_2 &= S_1 \\ a_{N,N-1} \phi_{N-1} + a_{N,N} \phi_N &= S_N \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

avec

$$a_{i,i} = \frac{D_i}{h_i} + \frac{1}{2} h_i \Sigma_i + D_i \omega_i, \quad i = 1, N \quad (\text{V.12})$$

Le système global d'équations s'écrit finalement sous la forme matricielle

$$A\phi = S \quad (\text{V.13})$$

$$\begin{aligned} \text{où} \quad A &= (a_{i,i}) \\ \phi &= \text{col}(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N) \\ S &= \text{col}(S_1, S_2, \dots, S_N) \end{aligned} \quad (\text{V.14})$$

A est une matrice tri diagonal symétrique.

Ce schéma de discrétisation s'étend sans peine aux problèmes à deux ou trois dimensions.

V- 2 Descriptions du code CITATION

Le code **CITATION** [13], est un programme de calcul pour la résolution des équations de diffusion multigroupes à 1, 2 ou 3 dimensions. Il est destiné au calcul global du cœur des réacteurs nucléaires. Les géométries X-Y-Z, θ -r-z et hexagonal-z sont traités par le code. Le modèle neutronique du code CITATION est basé sur les hypothèses de l'approximation de diffusion multigroupe. Il résout le problème aux valeurs propres pour déterminer le facteur de multiplication effectif, il détermine aussi les concentrations des produits de fission présents dans le combustible. Plusieurs phénomènes physique sont étudiés par le code ce qui permet la détermination de plusieurs paramètres neutroniques indispensables dans le calcul des réacteurs nucléaires. Parmi ces calculs nous citons:

- Les calculs de burnup,
- Le calcul du buckling
- La gestion du combustible,

V- 3 Structure du fichier input

Le fichier input du code CITATION est partagé en plusieurs sections et chacune d'elles comporte des données spécifiques. Cette organisation nous permet d'entrer uniquement les sections nécessaires pour un calcul particulier.

Pour n'importe quel problème, les sections suivantes sont obligatoirement utilisées : tout d'abord deux cartes sont consacrées au titre du problème à l'entrée du fichier input puis les

sections 001, 003, 004, 005, 008, 012, et 020. Les autres sections sont introduites par option [13].

Le calcul commence par une description détaillée de la géométrie du réacteur avec précision du maillage (plus il est fin plus le calcul est précis mais plus long), puis l'affectation des différentes sections efficaces pour les différentes régions du cœur, et enfin le choix des options de résolution de l'équation de diffusion (nombre maximum d'itérations internes et externes, le type de géométrie, les conditions aux limites, etc.). La puissance du réacteur doit être mentionnée.

V- 4 Utilisation d'interfaçage

Il existe des codes d'interfaçage qui permettent de faire le lien entre différents codes. Dans notre cas nous avons utilisé ce genre de programmes pour la mise en forme de la bibliothèque générée par WIMS/D4 dans le format demandé par CITATION et sont introduites dans ce dernier. Parmi ces programmes il y a le POS WIMS et le HXS.

Le programme POS-WIMS : il sert à condenser et homogénéiser les sections efficaces macroscopiques générées par le code **WIMS/D-4**.

Le programme HXS : Handle Cross-Section, il permet le lien entre le calcul de cellule et le calcul global. En effet les sections efficaces issues du calcul par WIMS/D4 sont réorganisées par HXS dans le format exigé par CITATION et crée ainsi la bibliothèque du code [14].

Chapitre VI

Introduction au code MCNP

VI-1- Historique

La méthode de Monte Carlo peut être utilisée pour simuler des processus aléatoires tels que le mouvement thermique des particules ou pour obtenir une approximation d'une opération mathématique. Et ainsi, des résultats obtenus lors de ces simulations, on peut déduire les solutions des problèmes les plus complexes.

La méthode Monte Carlo doit son nom à Nicolas Métropolis et Stanislaw Ulam qui les premiers ont décrit l'utilisation de cette méthode dans le cadre de calculs liés au projet Manhattan de conception des premières bombes atomiques. Son appellation date des années 1944 et fait référence à la principauté de Monaco et à son casino, haut lieu de jeux de hasard [15].

VI-2- Codes de simulation Monte Carlo

Les codes Monte Carlo deviennent un outil essentiel en physique de l'interaction rayonnement matière. Ils permettent la détermination de grandeurs inaccessibles par l'expérience. Parmi ces codes on peut citer: GEANT, PENELOPE et MCNP.

Le code MCNP (Monte Carlo N-Particules) [16] est l'un des codes de calcul de transport de particules et d'interaction avec la matière les plus utilisés pour les calculs de modélisation. Ses domaines d'application sont variés, que ce soit la radioprotection, la dosimétrie, les calculs de réacteurs, l'imagerie médicale. Les calculs de simulation s'appuient sur le transport des neutrons, des photons et des électrons seuls ou combinés dans des configurations tridimensionnelles complexes composées des matériaux divers. Dans notre cas, nous nous sommes intéressés aux calculs de réacteurs pour la détermination du facteur de multiplication effectif.

VI-3- Principes généraux du code MCNP

Le code MCNP a été conçu initialement et développé pour des applications militaires aux Etats-Unis d'Amérique. Originellement le programme était conçu seulement pour les neutrons. On s'aperçut ensuite qu'il pouvait aussi être appliqué à d'autres particules, en y faisant quelques ajouts; ils furent fait dans les années cinquante. Le programme a ensuite été constamment amélioré et a été généralisé progressivement aux transports des électrons et des photons pour aboutir à celui que nous utilisons aujourd'hui. Actuellement ces trois particules peuvent être traitées individuellement ou en combinaison. Il intègre des énergies jusqu'à 1GeV

pour les électrons et les photons et jusqu'à 20MeV pour les neutrons [16]. Par les considérations ci-dessus, nous comprenons que le champ d'application de ce programme est très vaste et qu'il s'applique à d'innombrables problèmes de transport tridimensionnel neutronique et photonique basé sur la méthode probabiliste Monte Carlo.

Le principe de la méthode Monte Carlo est de simuler le transport individuel des neutrons, des photons et des électrons puis d'enregistrer leurs interactions dans le milieu étudié. La géométrie du problème est décrite sous forme de cellules adjacentes et homogènes délimités par des surfaces. L'historique de chaque particule est suivi depuis sa naissance dans la source, la fission, les réactions (n, 2n), etc., jusqu'à sa disparition par absorption ou par fuite du système, en passant par sa vie dans le milieu (diffusions et interactions avec les atomes du milieu). Une particule est définie par ses coordonnées, son vecteur de position et son énergie. Son interaction avec les atomes du milieu se traduit sous formes de probabilités discrètes ou de densité de probabilité à partir des sections efficaces totales, partielles ou différentielles des neutrons avec le milieu. La simulation avec le code MCNP requiert les données suivantes:

- la géométrie du système,
- la source neutronique,
- les sections efficaces d'interactions

Le code MCNP utilise des spectres énergétiques continus et discrets disponibles dans différentes bibliothèques de données nucléaires de bases. Pour son exécution, l'utilisateur doit définir un fichier d'entrée où sont spécifiés: la géométrie, les matériaux utilisés, la source d'irradiation et la réponse que lui même veut obtenir.

La structure générale du fichier d'entrée est la suivante:

- Titre du problème,
- Définition des cellules (contenant les surfaces et la spécification des matériaux),
- Ligne vide,
- Définition des surfaces,
- Ligne vide,
- Définition des données sur les matériaux,
- Définition de la réponse que l'on veut obtenir.

Le titre du problème est une ligne de huit caractères au maximum. Les données placées après la ligne vide finale ne sont pas lues par le programme. Il peut s'agir de versions différentes du problème traité, ou de commentaires supplémentaires. Il est possible également d'en ajouter à l'intérieur du problème même, soit en plaçant un « c » au début de la ligne pour mettre la ligne entière en commentaire, soit en plaçant un symbole « \$ » à la fin d'une ligne pour ne mettre que ce qui vient après en commentaire.

Le programme fonctionne de la manière suivante : après avoir défini une géométrie particulière, les positions des sources, ainsi que la composition de chacun des matériaux, le programme génère, lors de son exécution, une particule en une position aléatoire de la source et la suit ensuite jusqu'à sa « mort ». Cette dernière peut survenir par absorption, par fuite, par fission, etc.... suivant la nature de la particule en question. Les événements durant la durée de vie de la particule sont simulés séquentiellement. Pour générer un fichier d'entrées, il est nécessaire de définir les cellules, les surfaces, les matériaux et le type de réponses souhaitées.

VI-3-1 Définition des cellules [16]

La cellule est par définition l'intersection ou l'union de plusieurs surfaces. La cellule est étiquetée. Elle est définie par plusieurs paramètres, tels que le type de matériau qui la constitue, sa densité etc. La définition d'une cellule se présente comme suit :

Nc m d geom params

nc : est un nombre compris entre 1 et 99999 et définit le numéro de la cellule.

m : désigne la matière constituant la cellule *nc*. Si on choisit $m=0$, la cellule est déclarée vide ; si $m \neq 0$, ce paramètre indique le matériau constituant la cellule.

d : désigne la densité de la matière *m*. Si $d > 0$ cette densité est exprimée en 10^{24} atomes par cm^3 . Si $d < 0$ elle est exprimée en g par cm^3 .

geom : spécifie la géométrie de la cellule par les surfaces qui la délimitent. Il s'agit des numéros des surfaces, séparés par des opérateurs booléens pour exprimer la nature du lien entre ces surfaces.

VI-3-2 Définition des surfaces

Les surfaces sont définies comme suit :

j n a liste

j : est un nombre compris entre 1 et 99999 désignant le numéro de la surface,

n : représentent l'abréviation d'une surface reconnue par le programme. Par exemple P correspond à un plan, C correspond à un cylindre, etc.

a : sont les coefficients de l'équation de la surface.

VI-3-3 Définition de la source

MCNP comprend trois type de source: la source générale définie par la carte SDEF, la source de surface définie par la carte SSR et la source de criticité définie par la carte KCODE. Nous allons nous intéresser à la dernière source étant donné que nous traitons un problème de criticité. La carte KCODE apparaît sous le format :

KCODE nsrck rkk ikz kct

nsrck: donne le nombre de neutrons par cycle,

rkk : donne la valeur initiale de k_{eff} ,

ikz : donne nombre de cycles à ne pas prendre en considération dans le calcul final,

kct : donne le nombre total de cycles.

VI-3-4 Définition des matériaux

Les matériaux constituant la cellule sont définis par la carte :

Mm zaid1 fraction1 zaid2 fraction2...

m: est le numéro du matériau déjà défini dans la cellule,

zaid : Cette entrée se décompose en *ZZZAAA.nnx*, où *Z* est le numéro atomique de l'élément considéré, *A* sa masse atomique, *n* la bibliothèque des sections efficaces et *x* la classe de la donnée.

Fraction est la fraction atomique du constituant *m*, si ce nombre est négatif alors il représente la densité atomique.

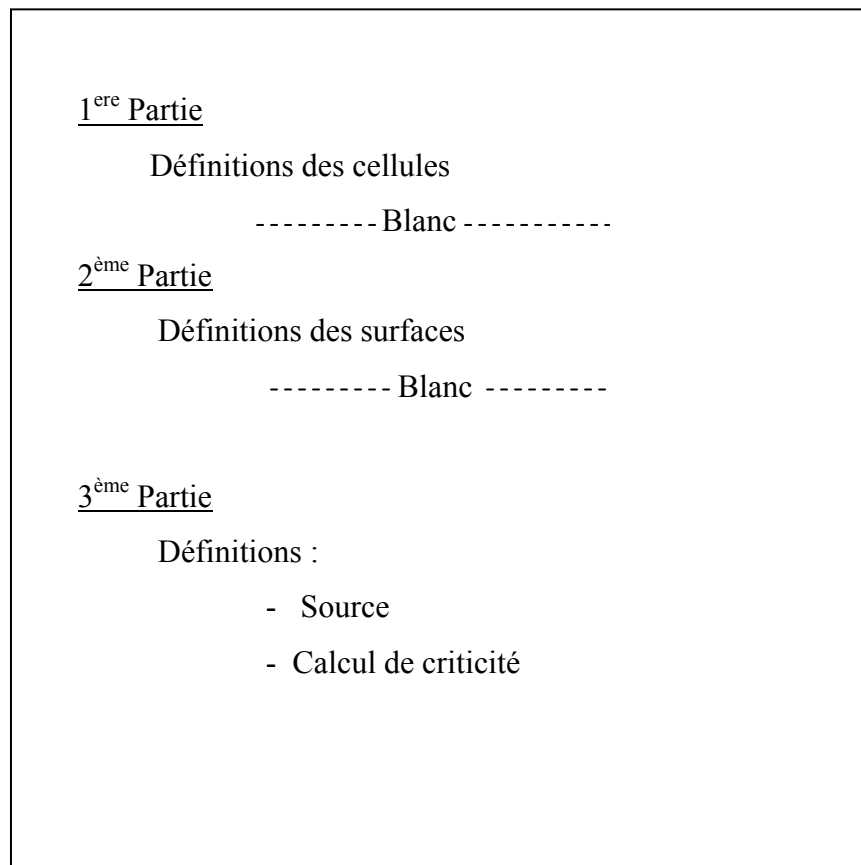


Fig. VI-1: Schématisation du fichier input du code MCNP

VI-4 Calculs de criticité [16,17]

En théorie des réacteurs, tel que présenté précédemment, k_{eff} est donné par le rapport du nombre de neutron entre deux générations successives, le neutron est décrit de sa naissance par fission à sa disparition par absorption ou fuite.

Dans le code MCNP, le calcul du facteur de multiplication est appelé cycle, et vue que la fission des neutrons se termine dans le cycle pour engendrer le prochain cycle, l'histoire d'un neutron se poursuit d'un cycle à l'autre.

L'erreur relative dans l'estimation du facteur de multiplication effectif, décroît toujours lorsque le nombre de cycles croit. Donc un grand nombre de cycle est conseillé. Le facteur de multiplication effectif du système est alors donné par:

$$\bar{k} = \frac{1}{G - D} \sum_{i=D+1}^G k_i \quad (\text{VI.1})$$

où

k_i est le facteur de multiplication effectif du i ème cycle,

G est le nombre de cycles,

D est le nombre des premiers cycles qui sont généralement supprimés parce que la source de neutron n'a pas convergé. Il est recommandé de prendre $G-D > 100$.

Ces paramètres sont introduits dans la carte KCODE afin de déterminer à la fin de tous les cycles le facteur de multiplication effectif du milieu étudié.

La distribution spatiale des neutrons de fission est introduite soit par la carte KSRC avec un ensemble de points (x, y, z) pour sa localisation, soit par la carte SDEF pour définir une distribution volumique uniforme.

Chapitre VII

Méthodologie de calcul des paramètres physiques

VII-1 Introduction

La méthodologie que nous avons adopté afin de déterminer les efficacités des barres de contrôle ainsi que leur interférences, est basée sur deux grands axes: dans le premier il s'agit de déterminer des paramètres physiques par un calcul déterministe qui revient à utiliser les méthodes classiques de calcul de conception à savoir le calcul de cellule et le calcul global, dans le second les mêmes paramètres sont déterminés par un calcul probabiliste utilisant la méthode de Monté Carlo.

Nous avons, dans ce travail, traité le problème du calcul des efficacités des barres de contrôle du réacteur de recherche NUR. Pour cela, nous avons modélisé le réacteur à trois dimensions par le code CITATION puis nous avons déterminé les efficacités des barres de contrôle d'une part en appliquant la théorie de la diffusion classique et d'autre part la théorie des coefficients de blackness. La deuxième étape du calcul consiste à modéliser le réacteur NUR par le code MCNP et de déterminer les efficacités des barres de contrôle par un calcul de criticité. Cette partie nous permettra de valider l'utilisation de la théorie des coefficients de blackness pour le calcul des efficacités des barres de contrôle.

VII-2 Généralités

VII-2-1 Calcul de cellule et sections efficaces macroscopiques [18]

1- Notion de cellule:

Considérons que le coeur d'un réacteur est constitué d'un réseau régulier, la maille élémentaire de ce réseau est appelée **cellule** elle se reproduit par déplacement voir fig.VII-1.

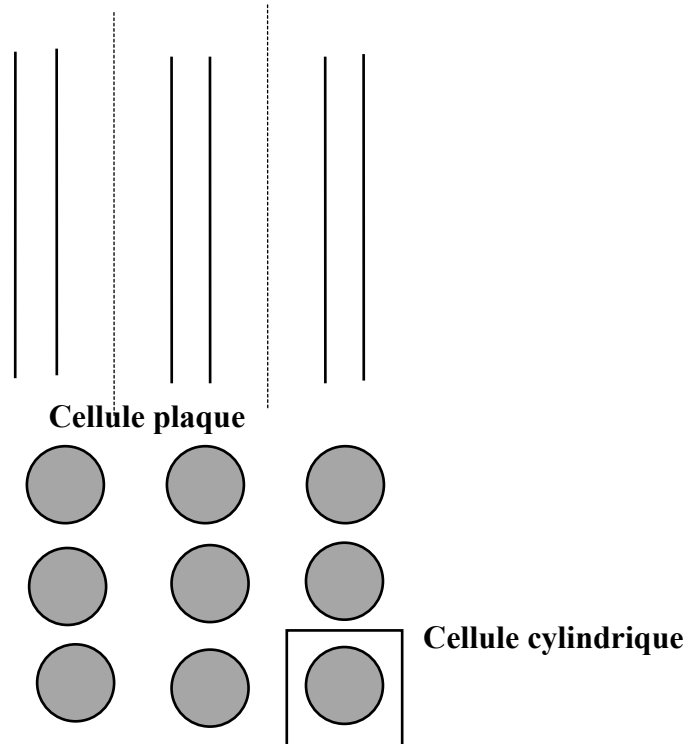
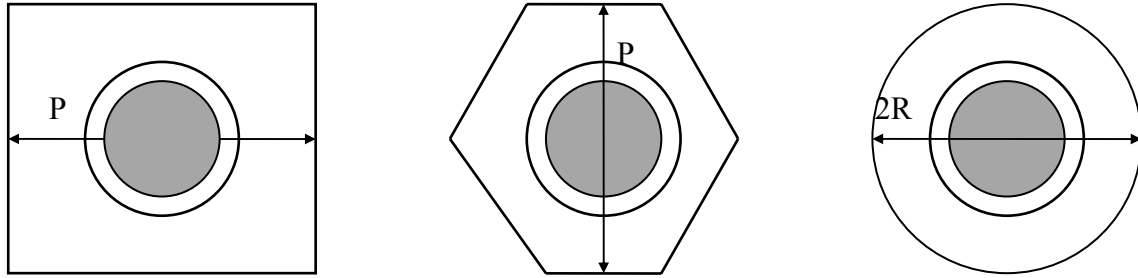


Fig. VII-1 La cellule dans un réseau régulier

Considérons des cellules à deux dimensions, ce qui est le cas très fréquemment. Elles sont généralement de forme carré ou hexagonale, cependant toute la partie centrale de la cellule (barreau combustible, gaine) est à symétrie de révolution, c'est pourquoi on fait très souvent l'hypothèse de cylindrisation : la cellule réelle est remplacée par une cellule cylindrique de même section (quantité de modérateur conservée ou conservation du rapport volume du fuel sur modérateur). A partir de cette conservation on peut déterminer le rayon de la nouvelle cellule cylindrique.



$$R = \frac{P}{\sqrt{\pi}} \quad \text{Pour le carre} \quad (\text{VII.1})$$

$$R = \frac{P}{(2\pi\sqrt{3})^{1/2}} \quad \text{Pour l'hexagone} \quad (\text{VII.2})$$

P étant le pas du réseau.

2- Le calcul de cellule:

Ce premier aspect du calcul comporte une modélisation très précise et détaillée des milieux physiques à un nombre élevé de groupes d'énergie, mais limité à une région restreinte en espace que l'on appelle *cellule*. Il s'agit de déterminer des quantités qui caractérisent le milieu étudié. Ces quantités appelées sections efficaces macroscopiques effectives à quelques groupes d'énergie sont générées à partir des flux réels de la cellule. Parmi ces grandeurs nous avons les sections efficaces de fission, d'absorption, totale et les coefficients de diffusion.

Le but du calcul local est de remplacer la cellule hétérogène réelle par un milieu homogène équivalent en conservant les taux de réaction. Ce calcul est traité par des codes de *calcul de cellule*, dont le rôle principal est celui de générer des sections efficaces pour le calcul de cœur.

VI-2-2 Le calcul global

A la suite du calcul de cellule vient le calcul global. Dans cette partie du calcul la géométrie complexe du cœur est introduite d'une manière détaillée, en tenant compte de la diversité des cellules dans le cœur (cellule combustible, cellule de contrôle etc.). L'équation de diffusion est alors résolue à 1, 2 ou 3 dimensions et les bibliothèques déterminées par le calcul de cellule sont alors utilisées afin de résoudre cette équation. Nous obtenons finalement le facteur de multiplication effectif du cœur et les distributions de flux et de puissance.

VII-3 Application au réacteur NUR

Le calcul des paramètres physiques du réacteur NUR se fera en deux étapes; la détermination des sections efficaces macroscopiques à 5 groupes d'énergies : les sections efficaces d'absorption, de scattering, de fission et le coefficient de diffusion, vient ensuite la détermination de la distribution de flux et le facteur de multiplication effectif k_{eff} pour différentes insertions des barres de contrôles afin d'évaluer leur efficacité.

VII-3-1- Description du cœur du réacteur NUR [19,20]

Le réacteur NUR est un MTR de type piscine modéré et refroidi à l'eau légère. Il utilise des plaques combustibles d' $\text{U}_3\text{O}_8\text{-Al}$ enrichi à 19.7%. Ces éléments sont fixés sur une grille rectangulaire qui permet leur arrangement en plusieurs configurations, utilisant l'eau légère et le graphite comme réflecteur.

Le réacteur NUR, dans sa configuration initiale (IV-N), compte seize (16) éléments combustibles dont cinq (05) éléments de contrôle, il présente une trappe latérale ayant les mêmes dimensions que l'élément combustible (Fig.VII-2).

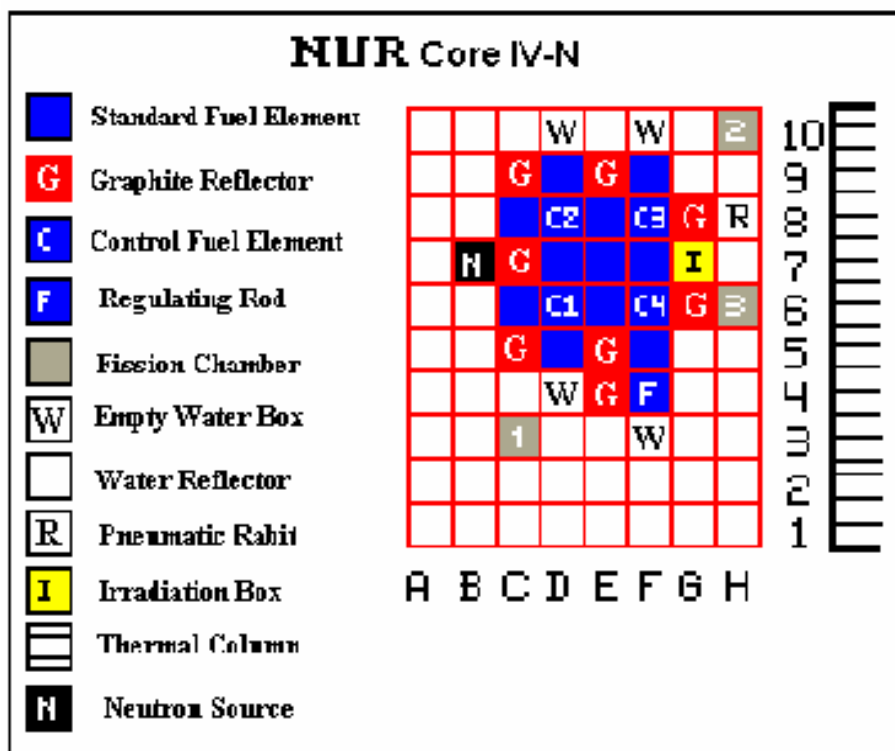


Fig.VII-2 : Configuration du cœur du réacteur NUR

a- Identification des régions du coeur:

- 1- L'élément combustible standard (SFE),
- 2- L'élément combustible de contrôle (CFE),
- 3- Le réflecteur en graphite (G),
- 4- Le canal en eau légère (W),
- 5- Le canal d'irradiation en graphite,
- 6- Le container de la source de neutrons (N),
- 7- Le container de la chambre à fission,
- 8- La colonne thermique,
- 9- Le réflecteur axial en eau légère,
- 10- La grille en SS,
- 11- Les différents réflecteurs en eau (W).

a-1 l'élément combustible

Un élément combustible standard (Fig. VII-3) contient 19 plaques combustibles. Le noyau combustible est composé d'une dispersion fine et homogène de particules d' U_3O_8 enrichie à 19.70% en U_{235} , dans une matrice continue d'aluminium. Les dimensions et les caractéristiques de cet élément sont:

Combustible: U_3O_8 dans une matrice d'aluminium, enrichi à 19.70%.

Gaine et matériaux de structure: aluminium.

Modérateur et réfrigérant: eau légère

Hauteur active	61.5cm
Epaisseur du "meat"	0.07cm
Epaisseur de la gaine	0.04cm
Largeur active	6.00cm
Largeur de l'élément combustible	7.60cm
Epaisseur de l'élément combustible	8.01cm
Epaisseur de la paroi	0.50cm
Distance entre plaques	0.27cm
Pas entre plaques	0.42cm
Nombre de plaques par assemblage	19

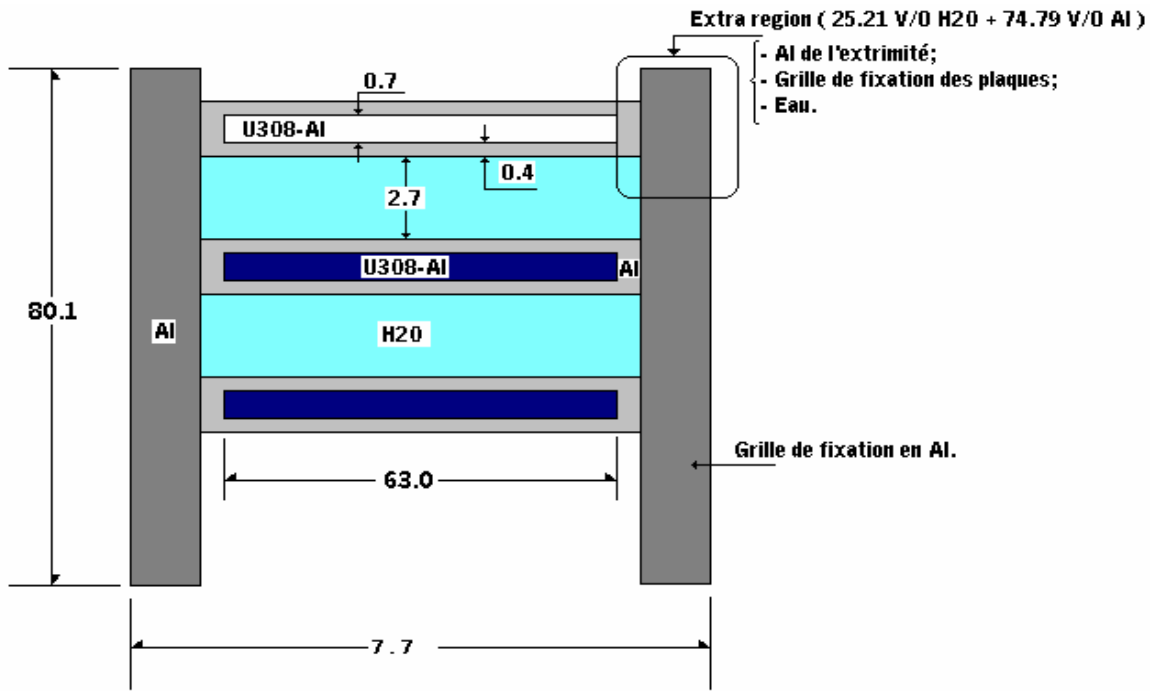


Fig. VII-3 : L'élément combustible

a-2 Élément de contrôle

Un élément de contrôle contient: 14 plaques combustibles ayant la même composition que celles des plaques combustibles standards et 2 plaques absorbantes composées de l'Ag-In-Cd.

Les caractéristiques de ces éléments sont:

- Nombre de plaques combustibles : 14
- Nombre de plaques absorbantes : 02
- Epaisseur des plaques de guidage : 0.12 cm
- Matériau des plaques de guidage : Aluminium (Al 6061)
- Gaine de la plaque absorbante : acier inoxydable (AISI 316L)
- Espace entre la gaine et la plaque absorbante : rempli à l'Hélium à la pression atmosphérique.
- Distance entre plaque de guidage et plaque de combustible : 0.2 cm
- Nombre de plaque de guidage : 04
- Matériau absorbant :
- Epaisseur de la plaque absorbante : 0.325 cm
- Largeur de la plaque absorbante : 6.2 cm
- Densité d'Ag-In-Cd : 10.189 g/cc

La fig. VII-4 suivante représente un quart (1/4) d'un élément de contrôle

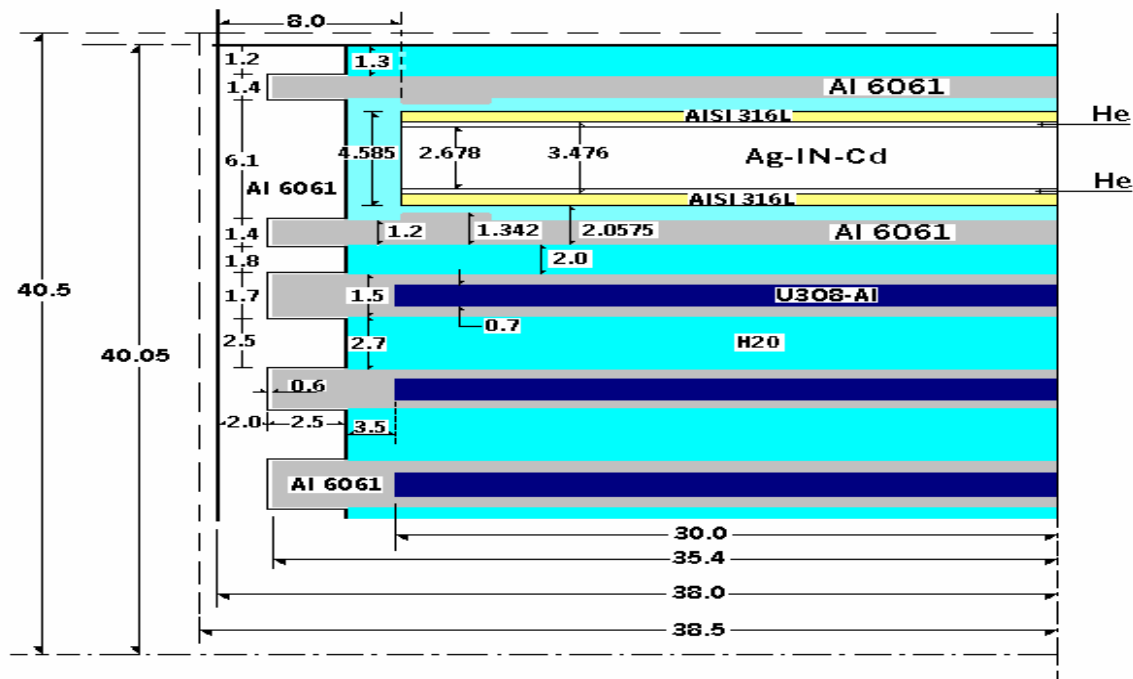


Fig. VII-4 : L'élément de contrôle

a-3 Les réflecteurs en graphite

Les réflecteurs en graphites consistent en des caissons ayant les mêmes dimensions extérieures que les éléments combustibles (7.7 x 8.01 cm) avec les caractéristiques suivantes:

Matériau: graphite

Nombre de blocs de graphite: 15

Densité: 1.7gr/cm³

Matériau du caisson: aluminium

Épaisseur de la paroi du caisson: 0.3cm

a-4 Réflecteur en Eau

En plus du réflecteur en graphite le coeur du réacteur est plongé dans de l'eau légère qui est utilisée comme réflecteur et modérateur. Ses caractéristiques sont:

Matériau : Eau légère (H₂O)

Densité : 1.0 g/cc

Composition : H : 0.1118%

O : 0.8882%

a-5 Boite d'irradiation

Pour permettre des irradiations des échantillons dans le coeur du réacteur, des cavités vides ont été aménagées. Elles se caractérisent par:

Matériau : H₂O et Aluminium

Composition : H₂O : 78.5 %

Al : 21.5 %

a-6 Boite à eau

La boite à eau a les mêmes caractéristiques que la boite d'irradiation

a-7 Colonne thermique

Cette cellule est constituée essentiellement de graphite et est tangentielle au coeur du réacteur.

a-8 Conteneur de la source de neutron

Cette cellule sert à loger la source de neutron pour amorcer la réaction en chaîne. Elle est constituée de:

Matériau : H₂O, Graphite et Aluminium

Composition : H₂O : 12.1 %

Al : 11.4 %

Graphite: 76.5 %

a-9 Conteneur de la chambre à fissions

Cette cellule abrite la chambre à fission pour la mesure du flux et est constituée de:

Matériau : H₂O et Aluminium

Composition : H₂O : 90.9 %

Al : 09.1 %

a-10 Bout des combustibles et des barres de contrôles.

Ces cellules sont constituées essentiellement d'Aluminium et d'eau.

Matériau : H₂O et Aluminium

Composition : H₂O : 96.6 %

Al : 03.4 %

a-11 Grille de fixation du cœur :

- Matériau : Aluminium
- Configuration de la grille : 8 (selon l'axe X) x 10 (selon l'axe Y)
- Dimensions : 7.7089 cm x 8.1 cm

VII-3-2 Bibliothèques multigroupe et calcul de cellule du réacteur NUR

Dans cette première étape de notre calcul nous avons identifié les différentes cellules du cœur du réacteur et généré les bibliothèques des sections efficaces macroscopiques à quelques groupes d'énergie. Le découpage énergétique utilisé est représenté dans le tableau 1 suivant:

N° du groupe	E.Max(Mev)	E.Min(Mev)	N°du groupe dans le code WIMS-D/4
1	10	0.821	5
2	0.821	5.530^E-03	15
3	5.530E-03	0.625^E-06	45
4	0.625E-06	0.080^E-06	57
5	0.080E-06	0.0	69

Tableau VII-1: Découpage énergétique des 5 groupes considérés

Le code WIMS/D-4 du package MTR_PC [14] a été utilisé pour la génération des bibliothèques de sections efficaces à 5 groupes d'énergies pour les différents types de cellules existantes dans le cœur du réacteur à savoir:

- Cellule Combustible,
- Cellule Barres de contrôles,
- Cellule Réflecteur en Graphite,
- Cellule Réflecteur en eau,
- Cellule Boite d'irradiation,
- Cellule Boite à eau,
- Cellule Colonne thermique,
- Cellule Contenaire de la source de neutron
- Contenaire de la chambre à fission

Le calcul de cellule est fait en géométrie plaque (slab), où nous devons respecter les volumes de chaque matériau présent dans la cellule, ce qui conduit à la cellule équivalente.

Chaque cellule a fait l'objet d'une étude d'optimisation des paramètres d'input à utiliser lors de la génération des données.

1- Cellule Combustible Normal:

L'élément combustible standard (SFE) a une géométrie plaque avec une épaisseur du combustible égale à 0.07 cm dans les 19 plaques, sa température à l'état froid est de 20° et la densité de l'eau est de 0.99835 g/cm³. La cellule équivalente est constituée de combustible, d'aluminium et d'eau légère. Voir Fig.VII-5

Le calcul de cellule est fait à 69 groupes d'énergie puis on procède au collapsing des sections efficaces à 5 groupes d'énergies.

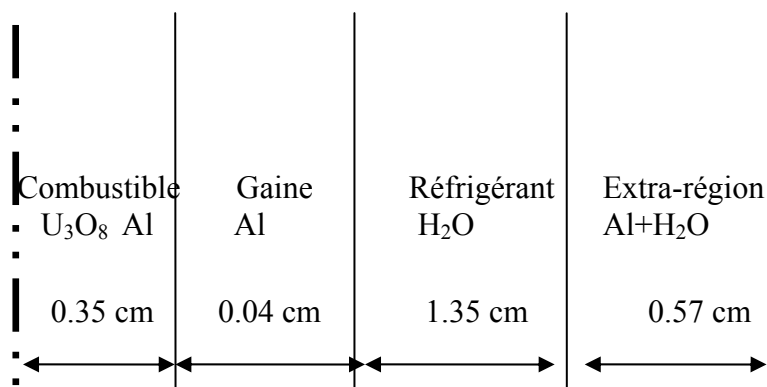


Fig. VII-5 : Cellule combustible équivalente

2- Barre de contrôle:

L'élément combustible de contrôle (CFE) a une géométrie plaque avec une épaisseur du combustible égale à 0.07 cm dans les 14 plaques, sa température à l'état froid est de 20° et la densité de l'eau est de 0.99835 g/cm³. Deux types de calculs ont été fait pour cette cellule, dans le premier cas, où on considère que la barre de contrôle est insérée dans le cœur du réacteur, les deux fourches absorbantes sont insérées, dans le deuxième cas, où la barre est extraite du cœur, on considère les deux fourches extraites. La cellule équivalente est constituée de plusieurs régions (voir fig.VI-6). Le calcul est fait à 69 groupes d'énergies, les constantes physiques obtenues sont alors collapsées à 5 groupes d'énergies.

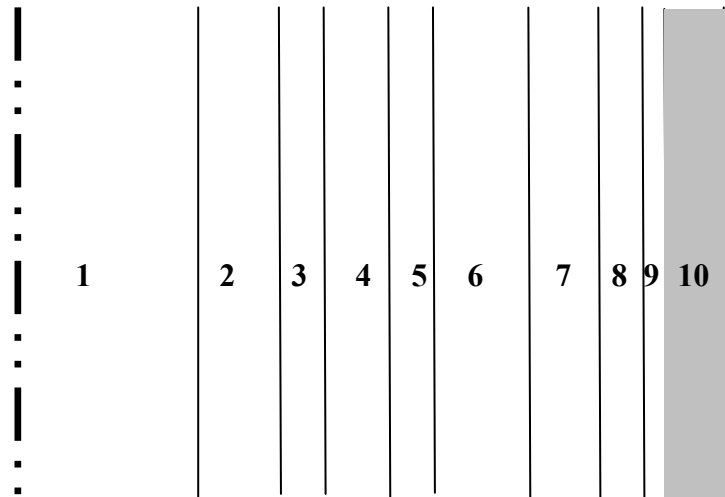


Fig.VII-6 : Cellule de contrôle équivalente

où

1 combustible homogène U_3O_8Al : 2.5cm,

2 réflecteur en H_2O : 0.1961cm,

3 gaine en Aluminium: 0.04cm,

4 meat0.07cm,

5 gaine en Aluminium: 0.04cm,

6 réflecteur en H_2O : 0.2582cm,

7 gaine en Aluminium: 0.1342cm,

8 stainless steel: 0.0546cm,

9 couche en gaz d'Hélium: 0.0268cm,

10 absorbant en Ag-In-Cd: 0.1344cm.

3- Réflecteur en eau:

La cellule équivalente du réflecteur en eau est composée de trois parties: zone combustible homogène de 16.0cm suivi d'une première zone d'eau de 32.0cm, puis d'une deuxième zone d'eau de 80.0cm. Le calcul est fait à 69 groupes d'énergies. L'homogénéisation et le collapsing des données sont faits dans la première zone en eau.

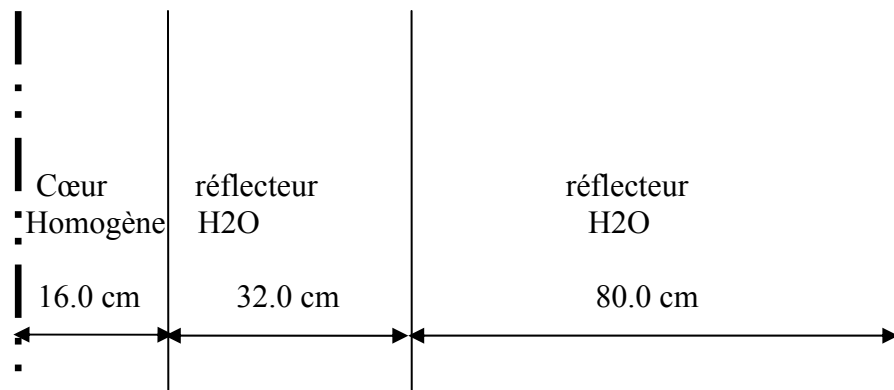


Fig. VI-7 : Cellule réflecteur équivalente

4- Réflecteur en graphite:

La cellule équivalente du réflecteur en graphite est composée de quatre parties: zone combustible homogène de 16.0cm suivi d'une zone de graphite de 8.0cm puis une première zone d'eau de 8.0cm, puis d'une deuxième zone d'eau de 48.0cm. L'homogénéisation et le collapsing des données sont faits dans la zone en graphite.

5- Boite d'irradiation:

La cellule équivalente de la boite d'irradiation est composée de quatre parties: zone combustible homogène de 16.0cm suivi d'une cavité vide de 8.0cm puis une première zone d'eau de 8.0cm, puis d'une deuxième zone d'eau de 8.0cm. L'homogénéisation et le collapsing des données sont faits dans la cavité vide.

6- Colonne thermique:

La cellule équivalente de la colonne thermique est composée de quatre parties: zone combustible homogène de 16.0cm suivi du premier réflecteur en eau de 8.0cm, puis du deuxième réflecteur en eau de 8.0cm et enfin la colonne thermique composée de graphite d'une densité de 1.7 g/cm^3 , et d'une épaisseur de 48 cm. L'homogénéisation et le collapsing des données sont faits dans la zone en graphite.

7- Contenaire de la source à neutron:

La cellule équivalente est composée de quatre parties: zone combustible homogène de 16.0cm suivi du contenaire de la source à fission de 8.0cm, puis des deux réflecteurs en eau de 8.0cm et 48 cm. L'homogénéisation et le collapsing des données sont faits dans la zone 2.

8- Contenaire de la chambre à fission:

La cellule équivalente est composée de quatre parties: zone combustible homogène de 16.0cm suivi du contenaire de la chambre à fission de 8.0cm, puis des deux réflecteurs en eau de 8.0cm et 48 cm. L'homogénéisation et le collapsing des données sont faits dans la zone 2.

VII-3-3 Modélisation à trois dimensions du cœur du réacteur NUR

Le cœur du réacteur NUR a fait l'objet d'une modélisation à trois dimensions dans la géométrie XYZ. Le cœur a été partagé en 9 plans suivant Z. En allant du bas vers le haut par rapport à Z, ces plans sont présentés dans le tableau qui suit:

N° du Plan Z	Description	Epaisseur en cm
1	Réflecteur en Eau	50 cm
2	Réflecteur en eau et colonne thermique	4.9 cm
3	Réflecteur en eau, Boites d'irradiation, Graphite et colonne thermique	4.0 cm
4	Réflecteur en eau, Boites d'irradiation, Graphite	2.0 cm
5	Modérateur en eau, Combustible, Chambre à fission, barres de contrôle, boites d'irradiation, réflecteur en graphite	61.5 cm
6	Réflecteur en eau, graphite, les bouts des combustibles et des barres de contrôles, boites d'irradiation et chambre à fission	2.0 cm
7	Réflecteur en eau, Boites d'irradiation, Graphite et barres de contrôles	3.5 cm
8	Réflecteur en eau, Boites d'irradiation et barres de contrôles	4.35 cm
9	Réflecteur en Eau	50 cm

TableauVII-2: Description des différents plans Z du cœur du réacteur NUR

Le cœur du réacteur a fait l'objet d'un calcul de diffusion à trois dimensions par le code CITATION. Nous avons pour cela préparé tous les paramètres nécessaires aux différentes sections du code. De plus, la bibliothèque à 5 groupes d'énergie générée par WIMS/D4 a été utilisée. Les deux tableaux qui suivent illustrent quelques parties de l'input du code CITATION. Dans le premier on présente les sections 001, 003 et 004 qui définissent différents paramètres tel que: le type de géométrie, les conditions aux limites, la description du maillage, etc. Dans le deuxième tableau on présente la section 008 relative à la bibliothèque utilisée dans le calcul.

```
NUR CORE-IV/3D*5G XYZ/FRESH NO XENON/ B2=100%
001
  0          0          1
1  1  1      1  1  1
003
  11          0 0 0 0 0      5
0.00001  0.00001
          1.0E+00      1.0
004
5  50.0 2  7.7089 5  7.7089 5  7.7089 5  7.7089 5  7.7089
5  7.7089 5  7.7089 5  7.7089 3  7.7089 10  80.0
```

Tableau VII-3: Illustration de quelques sections dans le code CITATION

```
^^ LIBRARY = URGN.BIB
^^ SECTION 8 GROUP FROM LIBRARY
^^ FUEL ELEMENT = 1 KEY = SFE-NXE DENSITY=0.377296
^^ MATERIAL = 2 KEY = CROD-BCBB
^^ MATERIAL = 3 KEY = H2O_REFL3
^^ MATERIAL = 4 KEY = GRAF-RN
^^ MATERIAL = 5 KEY = H2O-BOXC
^^ MATERIAL = 6 KEY = FS_CONT
^^ MATERIAL = 7 KEY = THERM_COL
^^ MATERIAL = 8 KEY = H2O_REFL2
^^ MATERIAL = 9 KEY = H2O_REFL1
^^ MATERIAL = 10 KEY = FC_CONT
^^ MATERIAL = 11 KEY = GRAF10
^^ MATERIAL = 12 KEY = AXREF1
^^ MATERIAL = 13 KEY = SS_REFL
^^ MATERIAL = 15 LIBRARY = ABSORBER.BIB KEY = ABSORBE4
^^ MATERIAL = 16 LIBRARY = ABSORBER.BIB KEY = SS-PLUG
^^ FISSION SPECTRUM FROM LIBRARY = URGN.BIB
```

Tableau VII-4: Illustration de la section 008 dans le code CITATION

VII-4 Calcul des coefficients de blackness et des paramètres de diffusion effectif

VII-4-1 Calcul des coefficients α et β

Les coefficients de blackness α et β sont calculés à partir des formules déjà définies dans le chapitre III, à savoir:

$$\alpha = 0.4692 \frac{1 - 2E_3(2\Sigma_a \tau)}{[1 + 3E_4(2\Sigma_a \tau)]}, \quad (\text{VII.3})$$

$$\beta = 0.4692 \frac{1 + 2E_3(2\Sigma_a \tau)}{[1 - 3E_4(2\Sigma_a \tau)]}$$

Pour se faire nous avons déterminé les exponentielles intégrales E_3 et E_4 [21], l'épaisseur τ de la partie absorbante de la barre de contrôle et les valeurs de la section efficace d'absorption Σ_a pour le réacteur de type MTR étudié sont données dans le tableau qui suit:

Groupe d'énergie	1	2	3	4	5
τ (cm)	1.0685	1.0685	1.0685	1.0685	1.0685
Σ_a (cm ⁻¹)	1.04760E-03	4.52830E-03	1.58130E-01	5.28020E-01	6.14370E-01

Tableau VII-5: Valeurs de Σ_a et τ

Les coefficients de blackness obtenus sont:

Groupe d'énergie	1	2	3	4	5
α	3.836E-4	1.705907E-3	0.060606783	0.176419892	0.183149374
β	6.5800	2.8757	1.7164	0.8269	0.5257

Tableau VII-6: Valeurs des coefficients α et β

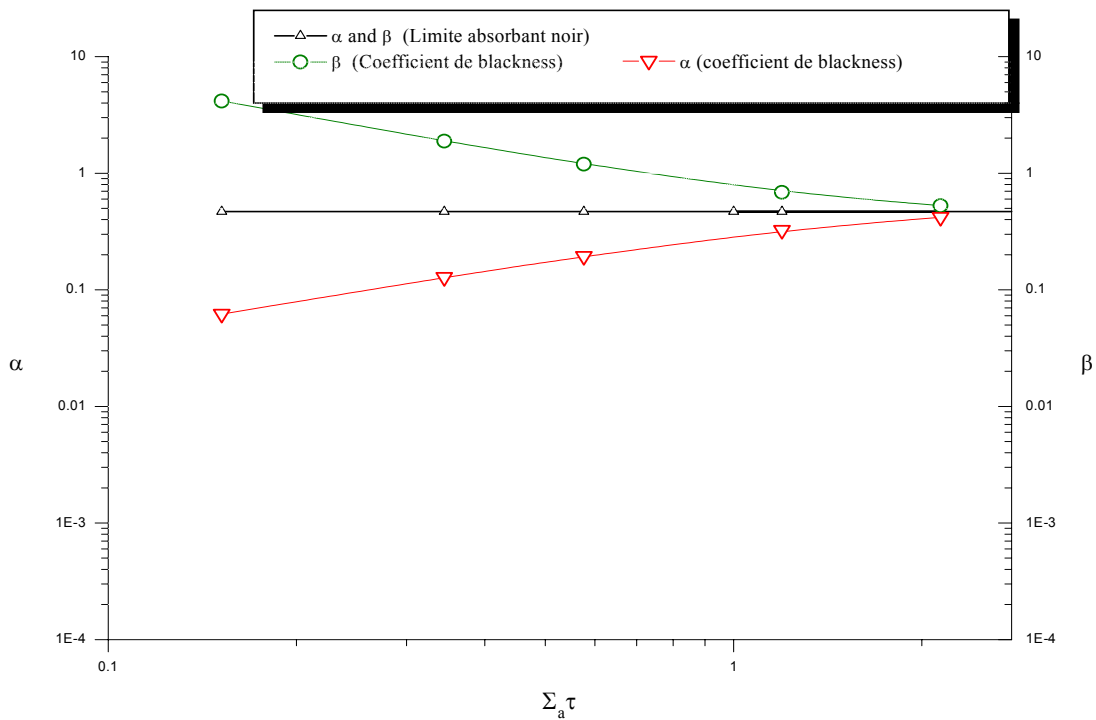


Fig.VII-8 Les paramètres α et β en fonction de $\Sigma_a \tau$ pour la zone Ag-In-Cd de la barre de contrôle

Il faut noter d'après ce graphe que pour un élément très absorbant ($\Sigma_a \gg \Sigma_s$) les valeurs de α et β tendent vers 0.4692 ce qui est prévisible.

VII- 4-2 Calcul des paramètres de diffusion effectif D et Σ_a

Le calcul des nouvelles valeurs des paramètres de diffusions effectif D et Σ_a , moyennant les coefficients de blackness α et β , se fait en utilisant les équations III-24, III-25 et III-26. Les nouvelles valeurs des paramètres de diffusion seront ensuite injectées dans le code de calcul de diffusion CITATION afin de déterminer l'efficacité des différentes barres de contrôles. Dans les tableaux qui suivent nous présentons les anciennes et les nouvelles valeurs de paramètres de diffusion D et Σ_a .

Groupe d'énergie	1	2	3	4	5
D	2.3448E+00	1.0355E+00	6.24340E-01	2.81740E-01	1.66190E-01
Σ_a	1.04760E-03	4.52830E-03	1.58130E-01	5.28020E-01	6.14370E-01

Tableau VII-7: Anciennes valeurs des paramètres de diffusion

Groupe d'énergie	1	2	3	4	5
D_{eff}	2.3448E+00	1.2857E+00	9.04770E-01	4.04110E-01	2.39890E-01
Σ_{aeff}	1.04760E-03	3.86105E-03	1.14980E-01	3.60990E-01	4.01390E-01

Tableau VII-8: Nouvelles valeurs des paramètres de diffusion

Nous remarquons bien que les valeurs commencent à s'éloigner à partir des groupes de neutrons épithermiques et thermique ce qui est explicable puisque la théorie des blackness concerne ces groupes, le problème ne se pose pas pour les groupes de neutrons rapides.

VII-5 Calcul de l'efficacité des barres de contrôle

Pour déterminer l'efficacité (en réactivité) d'une barre de contrôle deux types de calcul global du cœur du réacteur ont été faits:

Un calcul avec la barre extraite du cœur (ρ_{ext}),

Un calcul avec la barre complètement insérée dans le cœur (ρ_{in}).

Avec

$$\begin{aligned}\rho_{\text{ext}} &= \frac{k_{\text{eff}0} - 1}{k_{\text{eff}0}} \\ \rho_{\text{in}} &= \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}}\end{aligned}\tag{VII.4}$$

où

$k_{\text{eff}0}$ est le facteur de multiplication effectif pour une barre de contrôle extraite,

k_{eff} est le facteur de multiplication effectif pour une barre de contrôle complètement insérée.

L'efficacité des barres de contrôle est alors calculée par la relation:

$$\varepsilon = \rho_{\text{ext}} - \rho_{\text{in}}\tag{VII.5}$$

Les barres de contrôles qui ont fait l'objet de ce calcul sont: B1, B2, B3, B4, B5.

Le calcul des facteurs de multiplication effectif pour le cœur du réacteur, a été réalisé à cinq groupes d'énergies en utilisant le code CITATION. Trois cas de modélisation des éléments de contrôle ont été considérés:

1. Application directe de l'équation de diffusion à la région absorbante,
2. Application des conditions aux limites α , générées par la théorie des blackness, à la surface de la barre de contrôle,
3. Application des nouvelles valeurs de la section efficace d'absorption $\Sigma_{a,\text{eff}}$ et du coefficient de diffusion D_{eff} , générés à partir des coefficients de blackness.

1. Application directe de la théorie de diffusion :

Le calcul des efficacités des éléments de contrôle dans ce cas a été fait en utilisant le code de diffusion à trois dimensions CITATION. Nous avons inséré la bibliothèque de sections efficaces générée par WIMS/D4 sans modifier les valeurs de la section efficace d'absorption et de diffusion. Dans ce cas la théorie de la diffusion est appliquée directement sans tenir compte du fait que nous avons des éléments fortement absorbants.

2. Application des conditions aux limites α :

Dans ce cas il s'agit d'introduire les valeurs des conditions aux limites dans le code CITATION. Nous introduisons les valeurs de α pour les cinq groupes d'énergies utilisés. Dans ce cas le code tiendra compte d'une région externe au cœur et qui est constituée d'élément absorbant.

3. Application des coefficients de diffusion effectifs :

Dans cette partie du calcul nous introduisons les nouvelles valeurs du coefficient de diffusion et de la section efficace d'absorption dans le code CITATION. Il est à noter que l'injection de ces valeurs se fait manuellement.

VII-6 Calcul des interférences entre les barres de contrôle

Les mesures de calibrations effectués sur le système de barres de contrôle et de sécurité du réacteur nucléaire NUR montrent l'existence d'un phénomène important d'interférences entre les barres.

Les phénomènes d'interférences, appelé aussi phénomènes d'ombre et d'anti-ombre, apparaissent dès qu'il y a plus d'un absorbant dans le réacteur; ils s'expriment par le fait que l'efficacité de l'ensemble des absorbants diffère en moins (effet d'ombre) ou en plus (effet d'anti-ombre) de la somme des efficacités de chacun d'eux lorsqu'il est placé seul dans le réacteur. Un exemple simple permet d'en comprendre l'origine [22]. Plaçons une barre de contrôle dans le réacteur, le flux de ce dernier sera déformé comme le montre la figure VII-9.

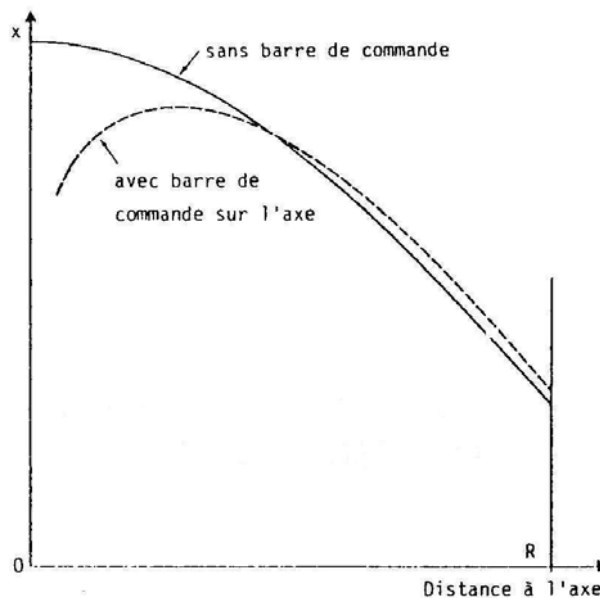


Fig. VII-9: Variation du flux

Si on place une deuxième barre dans une zone où le flux a déçu son efficacité sera moins grande que si elle avait été placée dans le réacteur initial (effet d'ombre); la conclusion est inverse si on la place dans une zone où le flux a crû (effet d'anti-ombre).

Dans ce travail nous avons estimé, par un calcul théorique, les interférences entre les différentes barres de contrôle du réacteur NUR.

VII-6-1 Méthode de calcul

Pour ce calcul nous avons utilisé le code CITATION où nous avons pris en compte les paramètres de diffusion modifiés par la théorie de blackness.

Dans cette étude nous avons considéré deux barres de contrôles, et ceci parce que très souvent le réacteur NUR fonctionne avec deux barres totalement extraites (barres de sécurité) et deux barres insérées (barres de contrôle), la barre de contrôle fin étant toujours insérée à environ 50%. Nous introduisons les deux barres dans le cœur du réacteur, puis on calcule le facteur de multiplication effectif du système, suivi du calcul de l'efficacité du couple de barres insérées simultanément.

Les valeurs du degré d'interférence en % ont été obtenues par la relation:

$$\text{Interférence (\%)} = \left| 100 \left(\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{i+j}} - 1 \right) \right| \quad (\text{VII.6})$$

Où ε_{ij} est l'anti réactivité des barres i et j insérées simultanément et ε_{i+j} est la somme de l'antiréactivité des barres i et j insérées séparément [4].

VII-7 Calcul de l'efficacité des barres de contrôle par le code

MCNP

La détermination de l'efficacité des barres de contrôle du réacteur NUR a été jusqu'à présent faite par des codes déterministiques. L'utilisation d'un code probabilistique tel que MCNP permet de valider les calculs déjà effectués. Nous présentons dans ce qui suit la méthodologie adoptée dans MCNP pour le calcul des efficacités des différentes barres de contrôle.

VII-7-1 Spécificités géométriques

Le calcul de l'efficacité des barres de contrôles revient à faire un calcul de criticité. Pour ce faire nous avons modélisé le réacteur NUR dans une géométrie à trois dimensions. Le cœur du réacteur a été partagé en plusieurs cellules qui décrivent les différentes parties du cœur, à savoir, le combustible, les barres de contrôle, le graphite, l'eau légère et la colonne thermique. Ces cellules sont délimitées par plus d'une centaine de surfaces, 22 surfaces planes perpendiculaires à l'axe z (PZ), 80 surfaces planes perpendiculaires à l'axe y (PY), 22 surfaces planes perpendiculaires à l'axe x (PX) et 12 surfaces cylindriques parallèle à l'axe z (C/Z).

Nous illustrons dans ce qui suit quelques parties de l'input concernant les cellules et les surfaces utilisées pour la modélisation du réacteur NUR

```

C  Cell Card*****
1  1 -4.802432 -1 +2 -3 +4 -5 +6          u=1  $ U3O8-Al Fuel
2  2 -2.70000 #1 -7 +8 -9 +10 -11 +12     u=1  $ Al clading (g/cc)
3  3 -0.99835 (+9:-10) -7 +8 -13 +14 -11 +12  u=1  $ H2O Moderator (g/cc)
4  0      +7:-8:+13:-14:+11:-12         u=1  $ Unit Cell ( fuel + clad + Modrator )
5  0      -15 +16 -17 +18  fill=1  lat=1  u=2  $ Cell filled 1-4
6  0      -21 +22 -23 +24 -19 +20 fill=2    u=3  $ 19 plates
7  3 -0.99835 (+21:-22) -23 +24 -25 +26 -19 +20  u=3  $ Small H2O inside
8  2 -2.70000 (+23:-24) -25 +26 -27 +28 -19 +20  u=3  $ Al grid

```

```

C ***** début control Rod #2 IN P% *****
161 0      -215 +216 -217 +218   fill=1 lat=1   u=13
          trcl=(0.0 -1.05 0.0)          $ Cell filled 1-4 with u=1
162 0      -245 +251 -23 +24 -19 +20 fill=13    u=14 $ 14 fuel plates
C  commentaire Control rod*****
163 3 -0.99835 (+245:-251) -23 +24 -260 +261 -976 +983   u=14 $ Inner small h2o
164 2 -2.70000 (+260:-261) -23 +24 -262 +263 -976 +983   u=14 $ Al Support Al-6061
165 2 -2.70000 (+276:-277) +24 -23 -278 +279 -976 +983   u=14 $ Al Support Al-6061
166 3 -0.99835 (+278:-279) +24 -23 -25 +26 -976 +983   u=14 $ Outer small h2o
167 2 -2.70000 (+23:-24) -25 +26 -27 +28 -976 +983   u=14 $ Al grid
168 3 -0.99835 +24 -23 -245 +251 +19 -976           u=14 $ top h2o on fuel
169 3 -0.99835 +24 -23 -245 +251 -20 +983           u=14 $ bottom h2o under fuel
170 3 -0.99835 (+262:-263) -276 +277 +24 -23 -2973 +983   u=14 $ bottom h2o under rod
171 3 -0.99835 (+262:-263) -276 +277 +24 -23 +2972 -976   u=14 $ top h2o on rod
172 4 -9.32000 (+268 -270 +4 -3 -2972 +2971):
          (-280 -4 -2972 +2971):
          (-281 +3 -2972 +2971)           u=14 $ Ag-In-Cd Control Rod north
173 4 -9.32000 (-269 +271 +4 -3 -2972 +2971):
          (-286 -4 -2972 +2971):
          (-287 +3 -2972 +2971)           u=14 $ Ag-In-Cd Control Rod south

```

```

c  Surface Card*****
999  pz +40.0117
998  pz +36.6
123  px +3.4508
124  px -3.4508
996  py +7.485
993  py +7.635
777  pz +33.0
776  pz -31.75
775  pz +34.00
977  c/x 3.78 39.21 0.65

```

VII-7-2 Spécificité des matériaux

Une fois que la géométrie du système est bien définie, nous avons identifié les matériaux qui constituent le cœur du réacteur. Dans le cas du réacteur NUR nous avons ainsi définis 7 matériaux :

- m1 représente le U_3O_8 -Al du combustible,
- m2 représente l'Al du gainage,
- m3 représente l' H_2O du modérateur,
- m4 représente l'Ag-In-Cd des barres de contrôle,
- m5 représente l'hélium,
- m6 représente l'acier inox,
- m7 représente le graphite.

Les matériaux sont définis comme suit dans l'input:

```
C      commentaire Data Card*****
imp:n 1 283r 0
m1  92235.50c -12.5378-02 92238.50c -49.7851-02 &
    13027.50c -26.5896-02 8016.50c -11.1789-02   $ Fuel U3O8-Al
m2  13027.50c -1.0                $ Clad Al
m3  8016.50c 0.33333 1001.50c 0.66666          $ Moderator H2O
mt3 lwtr.01t
m4  48000.50c -5.0-02 49000.60c -15.000-02 &
    47000.55c -80.000-02          $ Rod Absorber Ag-In-Cd
m5  2003.50c -1.0                $ He Gap
m6  26000.55c -1.0                $ Stainless steel (Fe)
m7  6000.50c -1.0                $ Graphite (c)
mt7 grph.01t
```

VII-7-3 Calcul de criticité et spécificité de la source

Nous avons utilisé la carte KCODE pour effectuer le calcul de k_{eff} . MCNP a été exécuté pour un nombre de 3000 histoires par cycle avec une valeur initiale de k_{eff} de 1.0. Les 10 premiers cycles sont ignorés et le nombre total de cycles est de 150. Dans les problèmes de calcul de criticité on utilise souvent la carte KSRC pour spécifier la distribution initiale de la source de fission. Nous avons alors identifié les coordonnées (X, Y, Z) des régions contenant la matière fissile dans le cœur du réacteur. Cette partie de l'input se présente comme suit:


```
kcode 3000 1.0 10 150
ksrc 0.5 0.02 0.0 15.4 0.02 0.0 -7.7 8.12 0.0 7.7 8.12 0.0 &
      23.1 8.12 0.0 &
      0.5 16.22 0.0 15.4 16.22 0.0 -7.7 24.32 0.0 7.7 24.32 0.0 &
      23.1 24.32 0.0 0.5 32.42 0.0 15.4 32.42 0.0
```

VII-7-4 Calcul des interférences

Nous avons déterminé le degré d'interférences entre les barres de contrôle en suivant la même méthodologie adoptée pour le calcul des efficacités des barres. Cette partie du calcul a son importance dans le sens où elle va permettre de valider les résultats issus du calcul par la théorie des coefficients de blackness.

Chapitre VIII

Résultats et discussion

VIII-1 Résultats des calculs par CITATION

VIII-1-1 Calcul des côtes critiques

Afin de valider la modélisation du réacteur étudié nous avons commencé par la détermination des côtes critiques. Il s'agit de déterminer les hauteurs d'insertion des barres de contrôles pour lesquelles le réacteur est dans un état critique, $k_{eff} = 1$. Un calcul à trois dimensions a été effectué moyennant CITATION, les résultats obtenus sont comparés aux valeurs expérimentales disponibles [23, 24].

Le tableau qui suit résume les résultats de ce calcul.

Insertion des barres de contrôles (%)					k_{eff}	
B1	B2	B3	B4	B5	Exp.	Calc.
72					1.0	1.000820
	75				1.0	1.001664
50	50			50	1.0	0.997467
			100	58	1.0	0.991621
		100		62	1.0	1.002484

Tableau VIII-1 Côtes critiques des cinq barres de contrôles

Nous remarquons d'après ce tableau que les résultats du calcul théorique des cotes critiques sont en adéquation avec les valeurs expérimentales disponibles.

VIII-1-2 Efficacité des barres de contrôle

Nous avons calculé l'efficacité des barres de contrôle en utilisant trois théories, à savoir:

- l'application directe de la théorie de la diffusion dans la région absorbante, (cf. chap. II)
- la barre de contrôle est considérée comme région externe au cœur ce qui conduit à l'utilisation de conditions aux limites appropriées sur l'interface barre cœur, (cf. chap. III)
- l'application des coefficients de blackness pour la détermination des paramètres de diffusion effectifs (cf. chap. III).

Les résultats des calculs ont été synthétisés et présentés dans les tableaux VIII-2 à VIII-4. Les valeurs expérimentales ont été également incluses dans les tableaux. On y trouve donc le facteur de multiplication effectif du milieu et les valeurs théoriques de l'efficacité des barres de contrôle B1, B2, B3, B4 et B5.

	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅
k_{eff}	0.985779	0.98959	1.00473	1.00113	1.033445
ρ (pcm)	-1444.9	-1050.8	467.9	106.7	3201.9
ρ (\$)	-1.76	-1.28	0.57	0.13	3.9
Efficacité ε (\$)	6.7	6.2	4.4	4.8	0.77
Efficacité ε (\$) par Rod drop	6.0	5.7	4.3	5.1	0.89

Tableau VIII-2: Valeurs expérimentales et calculées des efficacités des barres de contrôle par application de la théorie de la diffusion classique.

	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅
k_{eff}	0.996143	0.984842	1.001787	1.009222	1.03912
ρ (pcm)	-387.2	-1539.1	178.38	912.8	3764.7
ρ (\$)	-0.5	-1.9	0.2	1.1	4.5
Efficacité ε (\$)	5.5	6.8	4.7	3.8	0.4
Efficacité ε (\$) par Rod drop	6.0	5.7	4.3	5.1	0.89

Tableau VIII-3: Valeurs expérimentales et calculées par correction α des efficacités des barres de contrôle

	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅
k_{eff}	0.992657	0.995801	1.008751	1.005658	1.034045
ρ (pcm)	-738.9	-421.67	867.5	562.62	3292.41
ρ (\$)	-0.9	-0.5	1.05	0.68	4.01
Efficacité ε (\$)	5.9	5.5	3.9	4.3	0.98
Efficacité ε (\$) par Rod drop	6.0	5.7	4.3	5.1	0.89

Tableau VIII-4: Valeurs expérimentales et calculées par correction D_{eff} et $\Sigma_{a,\text{eff}}$ des efficacités des barres de contrôle

Tout d'abord, nous observons une grande différence entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées dans le tableau VIII-1 ce qui confirme l'inadéquation de l'utilisation directe de la théorie de la diffusion pour déterminer l'efficacité des barres de contrôle de NUR. Par contre, on remarque que les modélisations basées sur l'utilisation des coefficients de blackness α , D_{eff} et $\Sigma_{\text{a,eff}}$ conduisent, aux erreurs de mesures près, à des résultats très concordants avec ceux obtenus expérimentalement sauf pour le cas de la barre de contrôle fin B5. Pour celle-ci la différence observée est vraisemblablement attribuable, du moins en partie, à des effets d'interférence entre la barre de contrôle fin et la barre de compensation nécessaire au maintien du réacteur à l'état critique et ce durant toute la durée de la mesure.

L'écart calcul-mesure est plus particulièrement insignifiant dans le cas du calcul par la théorie de diffusion corrigée par les coefficients de diffusion effectifs D_{eff} et $\Sigma_{\text{a,eff}}$.

VIII-1-3 Calcul des interférences entre les barres de contrôle

Nous avons effectué le calcul des interférences entre les barres de contrôle par: L'approche classique basée sur la théorie de la diffusion et l'approche améliorée basée sur l'utilisation des coefficients de blackness α , D_{eff} et $\Sigma_{\text{a,eff}}$.

Les résultats obtenus sont résumés dans les tableaux VIII-5 à VIII-7 qui suivent. Dans la première colonne des tableaux nous avons identifié les barres de contrôle qui ont fait l'objet d'une étude d'interférence, dans la deuxième colonne figure l'efficacité des deux barres qui résulte de la somme de leurs efficacités, la 3ème colonne comporte la valeur de l'efficacité calculée pour les deux barres insérées en même temps et enfin les valeurs du degré d'interférence entre les barres sont reportées dans la dernière colonne de ces tableaux.

Barres	Efficacité sans interférence (\$)	Efficacité avec interférence (\$)	Interférence (%)
B1, B2	13.0	14.1	8.5
B1, B3	11.2	12.9	15.2
B1, B4	11.6	11.9	2.4
B1, B5	7.5	7.6	1.3
B2, B3	10.7	10.9	1.9
B2, B4	11.1	12.9	16.2
B2, B5	7.0	7.7	10.0
B3, B4	9.3	9.4	1.1
B3, B5	5.2	5.6	7.7
B4, B5	5.6	5.5	1.8

Tableau VIII-5: Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par la théorie de la diffusion classique.

Barres	Efficacité sans interférence (\$)	Efficacité avec interférence (\$)	Interférence (%)
B1, B2	12.3	11.7	5.2
B1, B3	10.2	10.1	0.9
B1, B4	9.3	9.0	3.2
B1, B5	5.9	5.5	6.8
B2, B3	11.5	11.1	3.7
B2, B4	10.6	15.1	42.2
B2, B5	8.0	7.2	11.1
B3, B4	8.5	11.9	40.7
B3, B5	5.1	5.6	9.8
B4, B5	4.2	4.9	6.0

Tableau VIII-6: Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par la correction α .

Barres	Efficacité sans interférence (\$)	Efficacité avec interférence (\$)	Interférence (%)
B1, B2	11.0	12.2	10.9
B1, B3	9.8	11.0	12.2
B1, B4	10.2	10.5	2.9
B1, B5	6.9	6.7	2.9
B2, B3	9.5	9.6	1.0
B2, B4	9.8	11.1	13.3
B2, B5	6.5	6.7	3.1
B3, B4	8.2	8.3	1.2
B3, B5	4.9	5.0	2.0
B4, B5	5.3	4.9	7.5

Tableau VIII-7: Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par la théorie des coefficients de blackness (correction D_{eff} et $\Sigma_{a,\text{eff}}$).

D'après ces tableaux on observe que le degré d'interférence est variable et qu'il varie entre -1.8% et 16.2% pour la modélisation par la théorie de diffusion classique, entre -6% et 42.2% pour la modélisation de la barre comme région externe au cœur et entre -7.5% et 13% pour la modélisation par la théorie des blackness.

VIII-1-4 Distribution des flux

Le but de tous les calculs neutroniques est de déterminer les distributions du flux dans le cœur du réacteur. Dans le cas de ce travail, nous avons considéré les deux types de calculs, à savoir le calcul par la théorie de diffusion classique et le calcul par la théorie des paramètres de diffusions effectifs, afin de déterminer les distributions du flux thermique du réacteur NUR et de voir les effets de corrections sur ces distributions.

Les figures VIII-1 à VIII-5 sont une cartographie du flux thermique dans le cœur du réacteur établie à partir du calcul par la théorie de la diffusion classique et corrigée. Les figures VIII-6 à VIII-10 représentent les distributions du flux thermiques pour les cinq barres de contrôles complètement insérées et tracée, également, à partir la théorie de la diffusion classique et corrigée.

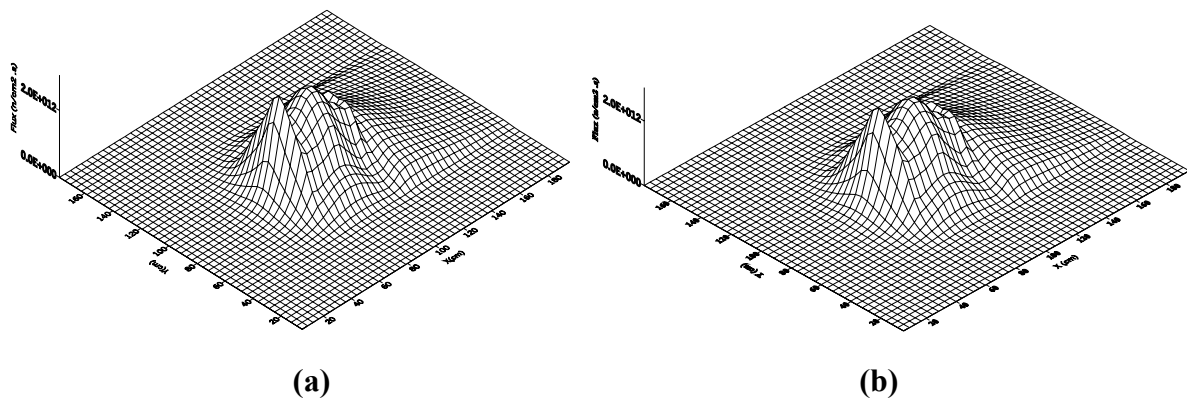


Fig.VIII-1: Distribution du flux thermique dans le cœur, B1 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion.

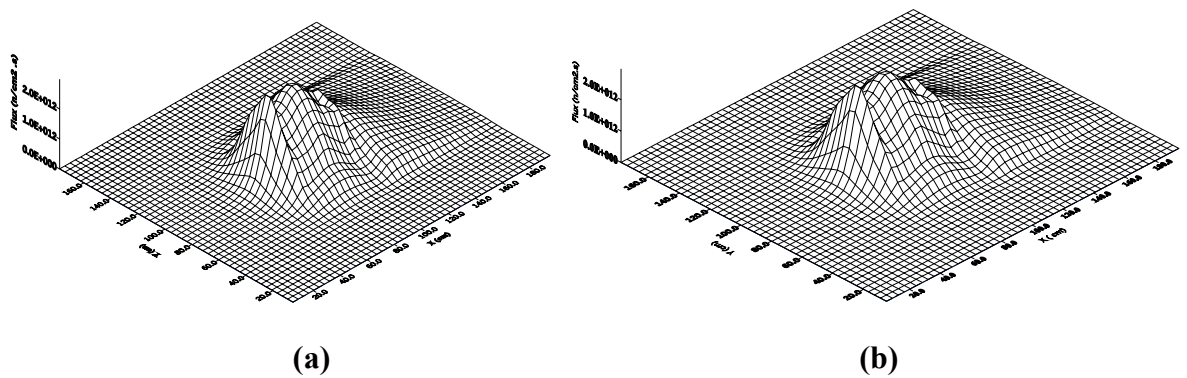


Fig.VIII-2: Distribution du flux thermique dans le cœur, B2 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion

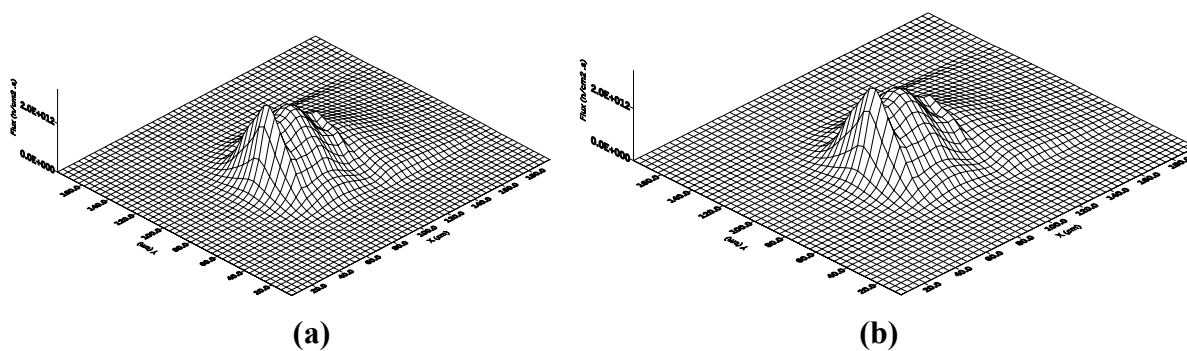


Fig.VIII-3: Distribution du flux thermique dans le cœur, B3 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion

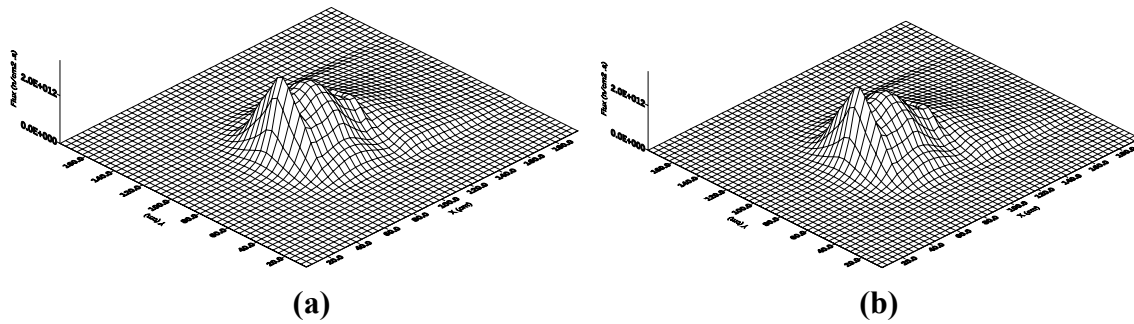


Fig.VIII-4: Distribution du flux thermique dans le cœur, B4 insérée à 100%:
(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion

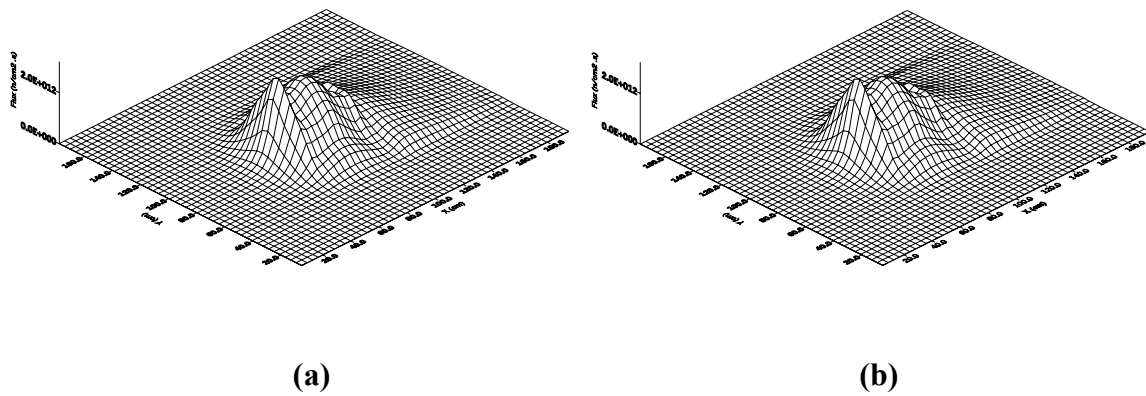


Fig.VIII-5: Distribution du flux thermique dans le cœur, B5 insérée à 100%:(a) application de la théorie des coefficients de blackness, (b) application de la théorie de la diffusion

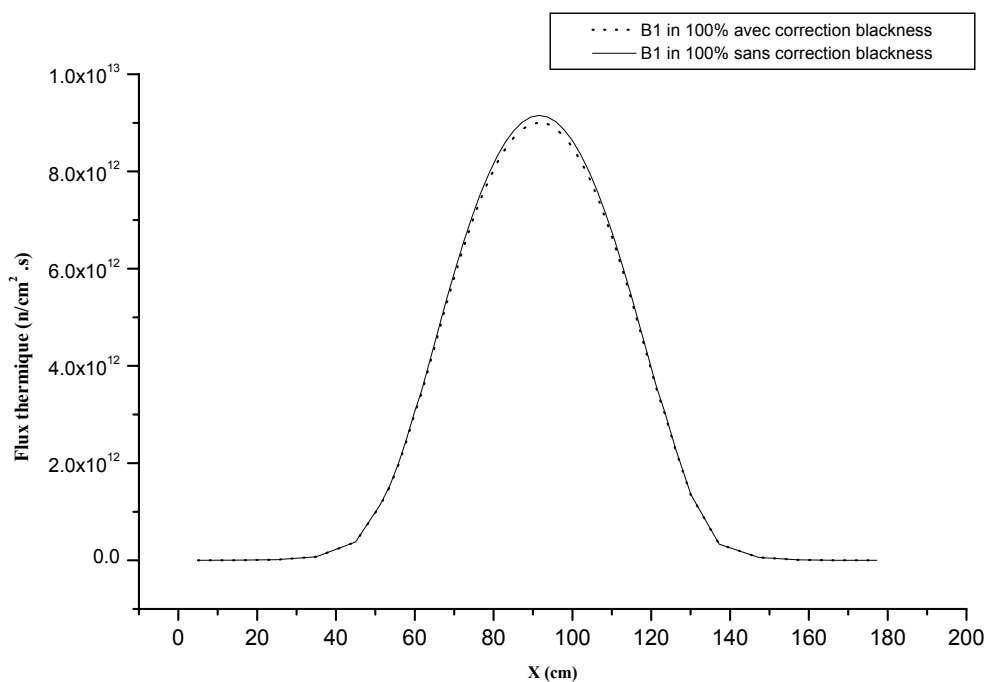


Fig. VIII-6: Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B1

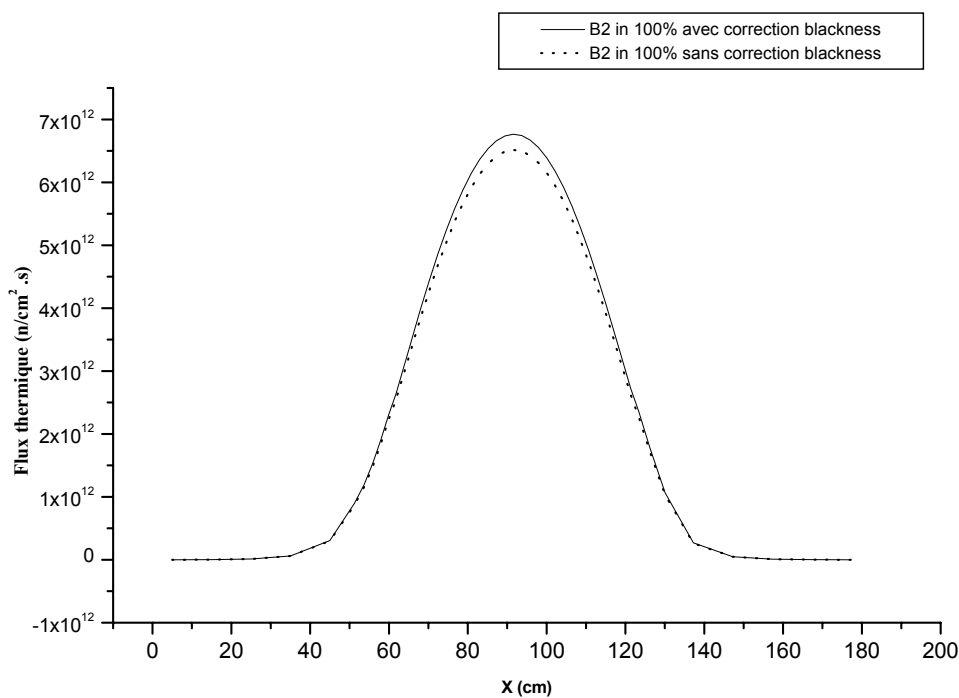


Fig. VIII-7 : Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B2

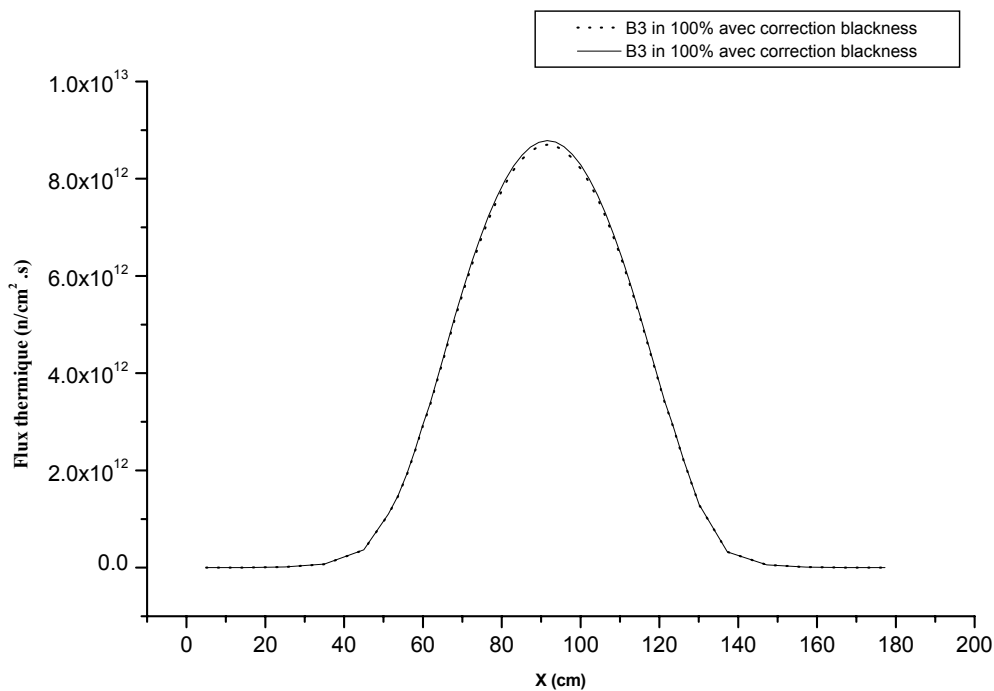


Fig. VIII-8 : Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B3

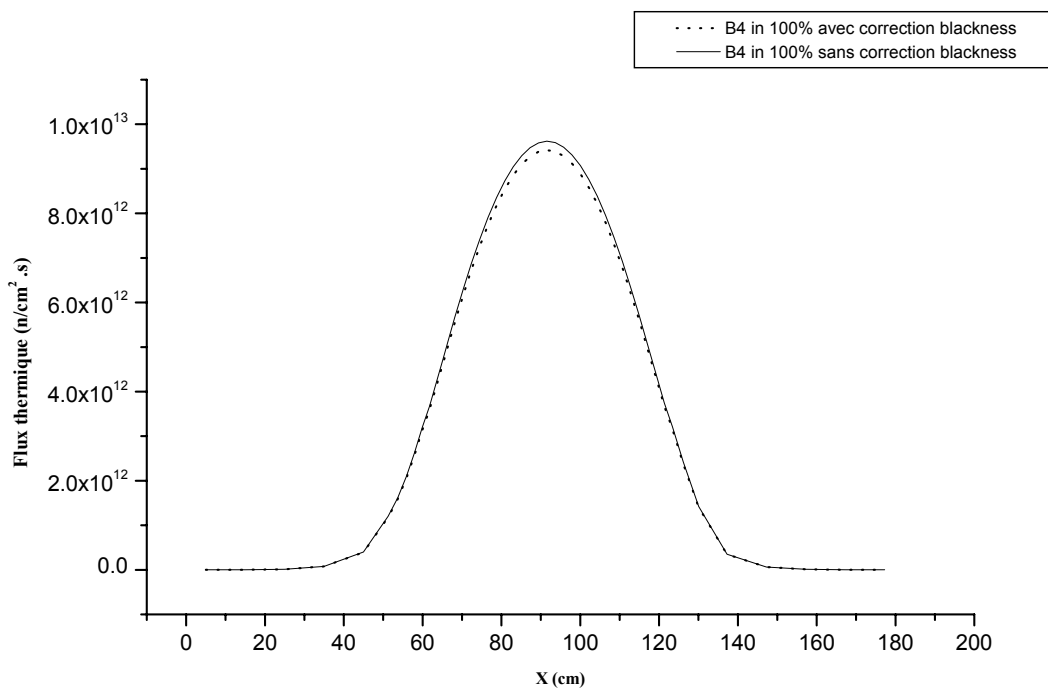


Fig.VIII-9: Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B4

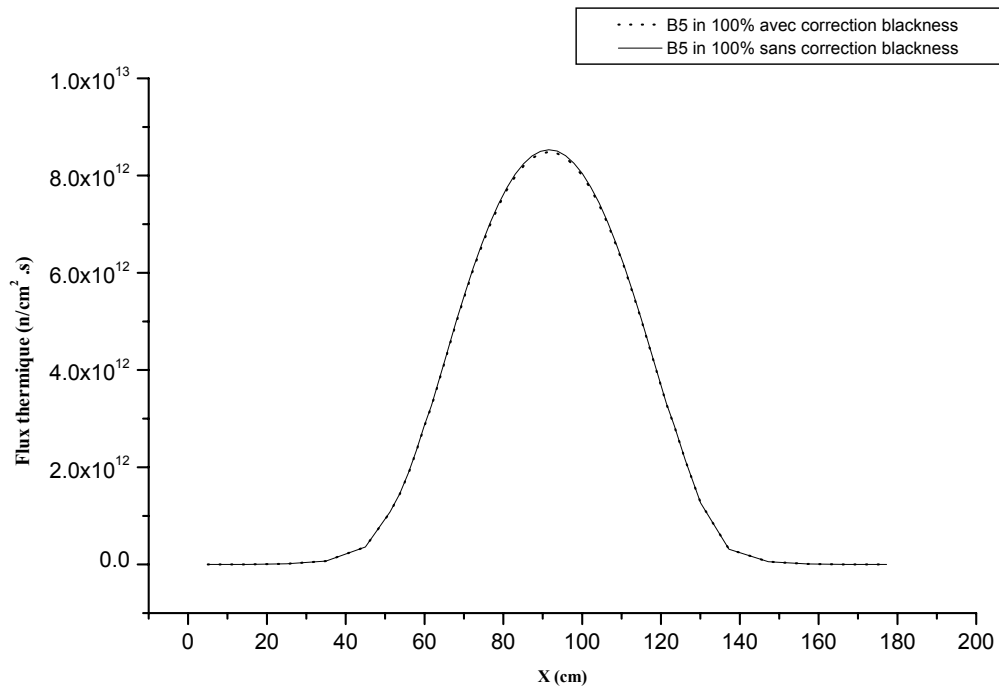


Fig.VIII-10: Distribution du flux thermique par un calcul avec et sans correction par coefficients de blackness: Barre de contrôle B5

Il apparaît clairement, à partir de ces figures qu'il y a une différence dans les distributions des flux lorsqu'on applique la correction par les coefficients de blackness. En effet le flux thermique, lorsqu'on applique la correction, est plus faible. Ceci peut être expliqué par le fait que l'application de la théorie des blackness permet l'obtention de sections efficace d'absorption plus représentatives du milieu absorbant, donc plus exactes. Par conséquent, l'absorption des neutrons thermiques est plus importante. Concernant la barre B5, nous remarquons que la différence des flux est négligeable. Ceci s'explique par le fait que cette barre a une faible efficacité, de plus elle est située loin du cœur du réacteur, donc le flux thermique n'est pas trop perturbé par la présence de cette barre.

VIII-2 Résultats des calculs par MCNP

VIII-2-1 Détermination des côtes critiques

Afin de valider la modélisation du réacteur étudié nous avons commencé par la détermination des côtes critiques. Il s'agit de faire un calcul de criticité. Nous modifions les hauteurs d'insertion des barres de contrôles jusqu'à ce que le réacteur soit critique, ces grandeurs sont les côtes critiques.

Dans le cas du réacteur NUR, les opérations effectuées afin de définir les côtes critiques ont aboutis aux résultats suivants [23, 24]:

B1 insérée à 72%

B2 insérée à 75%

B1, B2 et B5 insérées à 50%

B3 et B5 insérées à 100% et 62% respectivement

B4 et B5 insérées à 100% et 58% respectivement

Le calcul par MCNP des facteurs de multiplication pour chaque côte a donné les valeurs résumées dans le tableau VIII-8. Il est à noter que les calculs théoriques donnent d'autres valeurs de côtes critiques, tel que par exemple:

B1 et B5 insérées à 60% et 40% respectivement donne un facteur de multiplication effectif de 1.00036 ± 0.00160 ,

B1 et B3 insérées à 70% et 10% respectivement donne un facteur de multiplication effectif de 1.00012 ± 0.00131 ,

B1, B3 et B5 insérées à 40%, 60% et 50% respectivement donne un facteur de multiplication effectif de 0.999 ± 0.00124 .

Insertion des barres de contrôle (%)					k_{eff}	
B1	B2	B3	B4	B5	Exp.	Calc.
72					1.0	1.00035±0.00133
	75				1.0	1.00090±0.00128
50	50			50	1.0	0.99684±0.00129
		100		62	1.0	1.00380±0.00138
			100	58	1.0	1.00062±0.00126

Tableau VIII-8 : Côtes critiques des cinq barres de contrôles

Nous voyons bien que le calcul par MCNP a donné des valeurs du facteur de multiplication de l'ordre de 1. Les cotes critiques sont donc bien vérifiées ceci nous amène à dire que notre modélisation du réacteur est bien représentative.

A partir de cette validation de la modélisation et de l'input du code MCNP, nous pouvons maintenant entamer les calculs des efficacités des barres de contrôle.

VIII-2-2 Calcul de l'efficacité des barres de contrôle

Tel que présenté dans les chapitres précédents le calcul de l'efficacité des cinq barres de contrôles est fait par la modélisation de la barre insérée à 100%, puis complètement extraite.

Le calcul du facteur de multiplication du réacteur avec toutes les barres de contrôles extraites donne une valeur de $k_{\text{eff}} = 1.04183 \pm 0.00132$ ($\rho = 4.9$ \$).

Nous avons donc modélisé le cœur du réacteur avec une barre complètement insérée et les résultats obtenus sont présentés dans le tableau VIII-9 qui suit:

Barres de contrôles	B1	B2	B3	B4	B5
k_{eff}	0.9923 ± 0.00127	0.9928 ± 0.00134	1.0038 ± 0.00138	1.0053 ± 0.00134	1.0337 ± 0.00106
ρ (pcm)	-775.97	-725.22	378.56	527.20	3260.13
ρ (\$)	-0.94	-0.88	0.46	0.64	3.97
Efficacité ε (\$)	5.8	5.7	4.4	4.3	0.93
Efficacité ε (\$) par Rod drop	6.0	5.7	4.3	5.1	0.89

Tableau VIII-9 : Efficacités des barres de contrôle

VIII-2-3 Calcul des interférences entre les barres de contrôles

Afin de déterminer les effets d'interférences entre les différentes barres de contrôle, nous avons modélisé le cœur du réacteur avec deux barres complètement insérées. Rappelons que le choix de deux barres insérées est dû au fait que le réacteur NUR fonctionne généralement avec cette configuration.

En utilisant l'expression définie dans le chapitre VII pour le calcul des interférences nous aboutissons aux valeurs présentées dans le tableau VIII-10.

Barres	Efficacité sans interférence (\$)	Efficacité avec interférence (\$)	Interférence (%)
B1, B2	11.6	12.9	11.2
B1, B3	10.3	11.6	12.6
B1, B4	10.1	10.8	6.9
B1, B5	6.8	6.9	1.5
B2, B3	10.2	9.8	3.9
B2, B4	10.0	11.5	15.0
B2, B5	6.7	6.9	3.0
B3, B4	8.7	8.9	2.3
B3, B5	5.4	4.8	11.1
B4, B5	5.2	5.0	3.8

Tableau VIII-10: Valeurs des interférences entre les barres de contrôle calculées par MCNP

Nous remarquons d'après le tableau que les calculs par le code MCNP donnent des valeurs d'interférences variant entre 1.5% et 15.0%.

VIII-3 Discussion

Nous allons entamer cette discussion en dressant les tableaux comparatifs des résultats que nous avons obtenus par calcul moyennant les codes déterministes, WIMS et CITATION, et le code probabiliste MCNP. Il s'agit, dans le premier tableau de voir les efficacités des barres de contrôle déterminées par: la théorie de la diffusion classique, la méthode des conditions aux limites, la théorie des coefficients de blackness, par la méthode de Monté Carlo et enfin par calibration expérimentale. Dans le second tableau nous présentons les valeurs des interférences entre les barres de contrôles calculées par la théorie des coefficients de blackness et par la méthode de Monté Carlo.

	Efficacité ϵ (\$)	Efficacité ϵ (\$)	Efficacité ϵ (\$)	Efficacité ϵ (\$)	Efficacité ϵ (\$)
	Sans la théorie de diffusion classique	Par la théorie des conditions aux limites	Par la théorie des coeff. de blackness	Par MCNP	Par Rod drop
B1	6.7	5.5	5.9	5.8	6.0
B2	6.2	6.8	5.5	5.7	5.7
B3	4.4	4.7	3.9	4.4	4.3
B4	4.8	3.8	4.3	4.3	5.1
B5	0.8	0.4	0.9	0.9	0.89

Tableau VIII-11: Comparaison des valeurs des efficacités des barres de contrôle

Nous constatons d'après ce tableau que les valeurs des efficacités des barres de contrôle calculées par la méthodes de la théorie de diffusion corrigée par les coefficients de blackness ainsi que les valeurs issues du calcul par MCNP sont très proche des valeurs de la calibration expérimentale des barres.

En effet si nous désirons faire un calcul précis mais sans tenir compte du temps d'exécution, nous aurons à utiliser la méthode de Monte Carlo. Celle-ci est connue pour sa grande précision à tel point que dans certains cas ses résultats se confondent avec les valeurs expérimentales. C'est une méthode de simulation qui modélise fidèlement le cas étudié. Néanmoins, il est clair que ce choix entraîne une longue durée de calculs. Par contre si nous désirons faire un calcul rapide, comme c'est le cas des simulateurs, il est plus approprié d'utiliser la méthode de l'approximation de la diffusion corrigée par les coefficients de blackness. En effet nous perdons dans la précision des résultats mais nous gagnons en temps de calcul. En conclusion nous pouvons dire que le choix de la méthode repose sur deux critères:

la précision et la rapidité du calcul.

Dans ce qui suit nous avons dressé le tableau des valeurs d'interférences entre les barres de contrôle déterminées par la théorie de diffusion corrigée et par MCNP.

	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅
B₁	0	11.2	12.6	6.9	1.5
B₂	10.9	0	3.9	15.0	3.0
B₃	12.2	1.0	0	2.3	11.1
B₄	2.9	13.3	1.2	0	3.8
B₅	2.9	3.1	2.0	7.5	0

Tableau VIII-12: Comparaison des valeurs d'interférences entre les barres de contrôle

Val. Calculées par MCNP	Val. Calculées par Blackness theorie
----------------------------	---

Nous constatons d'après ce tableau que les valeurs des interférences que nous avons obtenues par la méthode de diffusion corrigée par les coefficients de blackness sont très proches de celles obtenues par MCNP. Nous constatons dans les deux cas que le degré d'interférences entre les barres proches l'une de l'autre est grand comme c'est le cas des barres B1 et B2. De plus les barres de contrôle qui ont une grande efficacité entraînent de fortes interférences, c'est le cas de la barre B1 et B3 où on constate que malgré leur éloignement nous avons 12.2% à 12.6% de degré interférences.

A partir de ces résultats nous pouvons dire que le degré d'interférences entre les éléments absorbants dépend principalement de deux paramètres: l'efficacité de la barre de contrôle et la distance entre les barres. Si la barre de contrôle possède une grande efficacité l'effet d'ombre qu'elle produit sur la deuxième barre est grand ce qui en découle un grand degré d'interférence, par contre si les barres de contrôle sont distantes l'une de l'autre l'effet d'ombre sera moindre et le degré d'interférence sera petit.

Conclusion

Dans ce travail, nous avons analysé le système des barres de contrôle du réacteur NUR en déterminant leurs efficacités et en étudiant le phénomène d'interférence qui y est relevé. L'approche classique basée sur la théorie de la diffusion et l'approche améliorée basée sur l'utilisation des coefficients de blackness ont été appliquées dans cette analyse.

Nous avons, en premier lieu, généré une bibliothèque de sections efficaces à cinq groupes d'énergies relative aux différentes parties du cœur du réacteur NUR et cela en utilisant le code de calcul de cellules WIMS/D4. Cette bibliothèque a été injectée dans le code de diffusion CITATION pour déterminer le facteur de multiplication effectif du milieu étudié et les distributions de flux. En second lieu, nous avons déterminé les efficacités des barres de contrôle en utilisant la théorie des coefficients de blackness. En effet, nous avons calculé les paramètres de diffusion effectifs D_{eff} et $\Sigma_{a,\text{eff}}$ qui caractérisent le milieu fortement absorbant des barres de contrôle. Par la suite, nous avons évalué le degré d'interférence entre ces barres. Les résultats des calculs ont fait l'objet d'une validation par la méthode de Monte Carlo en utilisant le code MCNP. La comparaison des valeurs des efficacités obtenues par ces deux méthodes (coefficients de blackness et Monte Carlo) avec les résultats expérimentaux a montré un parfait accord. Ceci nous permet de dire que les méthodes théoriques utilisées sont très fiables.

Quant au phénomène d'interférence entre les barres de contrôle nous pouvons dire que le degré d'interférence entre les éléments absorbants dépend principalement de l'efficacité des barres et de la distance entre elles. En d'autres termes, l'effet d'ombre d'une barre sur une autre est d'autant plus grand que l'efficacité de celle-ci est grande et il est moindre quand la distance entre les barres augmente.

D'autre part, nous pouvons dire que les théories que nous avons utilisées pour déterminer les efficacités des barres de contrôle sont très précises. Les critères qui permettent de départager ces deux méthodes, lorsque la problématique du choix est posée, sont de l'ordre temporel et de précision de calcul. En effet, la méthode de Monte Carlo est beaucoup plus précise mais nécessite beaucoup plus de temps. Par contre, la méthode de l'approximation de la diffusion est beaucoup plus économique en temps mais pauvre en précision.

Tous les résultats laborieusement obtenus dans le cadre de ce travail constitueront dans l'avenir une banque de données qui sera appelée à être renforcée pour servir dans la paramétrisation des interférences des barres de contrôle du réacteur NUR.

Annexe A

Caractéristiques du système de contrôle de la réactivité du réacteur Nur

Le système de contrôle de la réactivité dans un réacteur nucléaire permet de satisfaire les besoins suivants:

- La compensation de l'usure du combustible et des effets de température et des poisons.
- La variation de la puissance du réacteur et son pilotage
- Le contrôle de la distribution de puissance
- L'arrêt d'urgence du réacteur

En effet, afin qu'un réacteur nucléaire puisse fonctionner durant un cycle raisonnable il faut que la charge du cœur comporte un excès de réactivité permettant de compenser les effets de la consommation de la matière fissile dans le processus de la réaction en chaîne.

Cet excès de réactivité est équilibré en début de cycle par des barres absorbantes dites barres de compensation.

En plus de ces barres compensatrices, un réacteur doit disposer d'un système de barres dites de sécurité et ce pour provoquer en cas de nécessiter l'arrêt d'urgence (Scram) du réacteur.

Enfin pour assurer un pilotage fin du réacteur, on dispose d'une barre de réglage fin qui est généralement reliée à une chaîne de pilotage automatique qui maintient la puissance du réacteur au niveau de la puissance de consigne.

Système de contrôle de la réactivité du réacteur de recherche Nur:

Sa fonction est d'assurer, sous des conditions de sûreté, le démarrage, la mise en marche, le réglage et l'arrêt du réacteur NUR. Il inclut cinq barres de contrôle (CR1, CR2, CR3, CR4 et CR5). Les barres CR1, CR2, CR3, CR4 sont utilisées pour le réglage grossier de la réactivité (compensation) et l'arrêt d'urgence du réacteur (SCRAM). La barre CR5 est utilisée pour un réglage fin de la réactivité et pour le pilotage automatique du réacteur [20].

Pour obtenir le démarrage de la réaction en chaîne on procède à l'extraction (montée) des barres de contrôle du cœur.

Chaque barre de contrôle est constituée de deux plaques absorbantes sous forme de fourche (fig 1). Ces plaques sont en alliage d'Argent-Indium-Cadmium " Ag - In- Cd "; elles ont une composition de 80% en Argent, 15% en Indium et 5% en Cadmium et sont gainées dans de l'acier inox. Le vide résiduel entre l'alliage et la gaine d'acier inox est remplie d'Hélium.

Les barres sont animées d'un mouvement vertical ascendant ou descendant selon la nécessité de fonctionnement du réacteur et ce, grâce à un mécanisme d'entraînement spécial monté au dessus de la bouche de la piscine du réacteur. Ce mécanisme est commandé au moyen d'un moteur. La connexion entre la barre et l'extrémité inférieure du mécanisme se fait au moyen d'un tube en acier inox. Pour assurer la fonction d'arrêt d'urgence du réacteur un électroaimant est intercalé entre l'extrémité supérieure du tube et le mécanisme d'entraînement. En cas de signal de Scram, l'électroaimant est désexcité et la barre chute par gravité à l'intérieur du cœur sous l'effet son poids.

Logiques de sécurité

L'ensemble de logique du système de sécurité est composé de :

1. Logique de SCRAM
2. Logique de démarrage
3. Logique de marche

➤ Logique de " SCRAM "

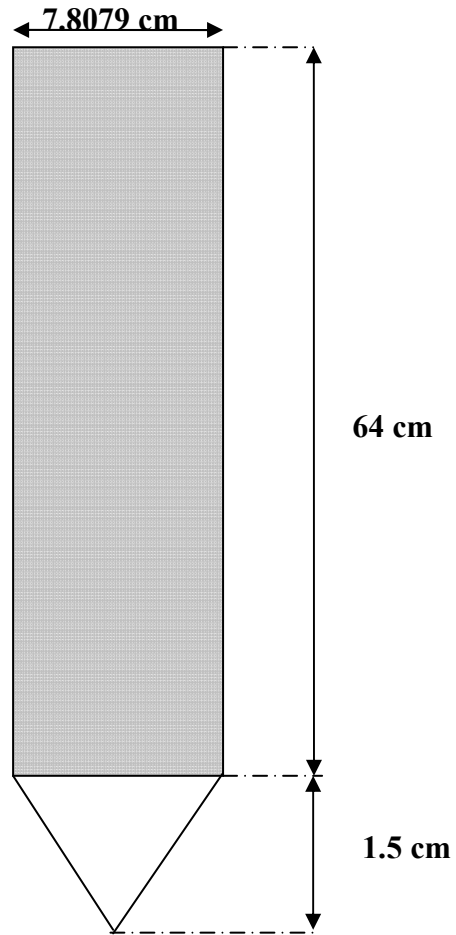
Elle a pour but la désexcitation des électro-aimants d'accouplement des barres occasionnant leur chute et l'arrêt rapide du réacteur.

➤ Logique de démarrage

Cette logique a pour rôle de vérifier, au commencement du fonctionnement du réacteur, qu'au moins 2 des 3 canaux linéaires de démarrage sont fonctionnels, que les chambres à fission soient situées à leur position inférieure et les barres de contrôle se trouvent complètement insérées. La logique permet, après obtention du signal de démarrage autorisé (AP), de modifier la position des chambres à fission et des barres.

➤ Logique de marche

Cette logique a pour objectif de donner origine au signal de « marche autorisée » (MP). Le signal MP est obtenu quand 2 des 3 canaux de la chaîne de marche travaillent.





-  **Elément absorbant AgInCd**
-  **SS.Acier inox**

Fig. 1 Fourche absorbante

Annexe B

Calibration des barres de contrôle par Rod Drop

Introduction

Afin de valider les résultats des calculs il y'a lieu de déterminer expérimentalement l'efficacité des barres de contrôle de NUR. La méthode de convergence, dite aussi méthode Rod Drop, est très utilisée dans sa variante 'intégrale' pour la détermination de l'efficacité des barres de contrôles dans les réacteurs de recherche.

C'est une méthode rapide qui consiste à arrêter brusquement le réacteur par chute de la barre à calibrer et suivre la décroissance du flux neutronique. [24]

Approche théorique

Dans l'hypothèse de l'indépendance des variables d'espace et d'énergie, le comportement cinétique du réacteur NUR peut être décrit par les équations de la cinétique ponctuelle suivantes: [1]

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} \approx \frac{k(1-\bar{\gamma}\beta)-1}{\ell} N + \sum_i \gamma_i \lambda_i C_i \\ \frac{dC_i}{dt} \approx \frac{k\beta_i}{\ell} N - \lambda_i C_i \end{cases} \quad i = 1 \text{ à } 6$$

où

N : Densité neutronique

k : Coefficient de multiplication effectif

ℓ : Temps de vie des neutrons prompts

λ_i : Constante de croissance des précurseurs de neutrons retardés du groupe i

C_i : Densité de précurseurs de neutrons retardés du groupe i

β_i : Fraction des neutrons retardés du groupe i

$\beta = \sum_i \beta_i$: fraction totale de neutrons retardés

γ_i : Efficacité (à produire des fissions) des neutrons retardés du groupe i comparés aux neutrons prompts

$\bar{\gamma} = \sum_i \frac{\gamma_i \beta_i}{\beta}$: l'efficacité moyenne des neutrons retardés

A partir de ces équations la réactivité ρ est déduite et prend la forme :

$$\rho = \frac{12.75N(0)}{\int_0^{\infty} N(t)dt}$$

La connaissance de $N(0)$ et de l'intégrale de $N(t)$ permettra de déterminer la réactivité ρ .

Approche expérimentale

Il s'agit de déterminer $N(0)$ et l'intégrale de $N(t)$. On fait une acquisition avant Rod Drop pour relever le niveau stable $N(0)$ et après Rod Drop pendant une durée dépendant de l'anti-réactivité injectée.

Matériel nécessaire

Dans cette expérience l'opérateur utilise :

- Une chaîne de démarrage du réacteur NUR
- Un chronomètre
- Un analyseur multicanaux en mode multi-échelles

L'expérience se fait dans la salle de contrôle. Le réacteur est initialement dans l'état critique avec la barre à calibrer en position haute et l'analyseur connecté au canal de démarrage.

Déroulement de l'expérience

- ✓ fixer le temps d'acquisition par canal à 0.1sec.
- ✓ enregistrer le niveau stable $N(0)$ pendant 15 seconds et donner l'ordre de Scram partiel de la barre à calibrer.
- ✓ A la fin de l'acquisition de N , on évalue $N(0)$ et l'intégrale de $N(t)$ et ce après avoir déduit la contribution du bruit de fond.
- ✓ On calcul la valeur en réactivité de la barre.

Les résultats de la calibration des barres de NUR sont les suivants

Barres	B1	B2	B3	B4	B5
Efficacité (\$)	6.0	5.7	4.3	5.1	0.89

Efficacité des barres de contrôle du réacteur NUR.

Annexe C

Bibliothèque générée par le code WIMS/D4

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
1	SFE-NXE	1	2.42264E+00	7.53483E-02	9.98820E-04	1.57563E-03	
		2	9.75100E-01	8.44180E-02	7.37199E-04	8.79652E-04	
		3	7.89079E-01	7.76173E-02	1.37107E-02	1.18723E-02	
		4	3.86597E-01	3.64032E-01	5.18209E-02	8.87053E-02	
		5	2.07185E-01	1.38322E-01	1.31050E-01	2.30154E-01	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
1	1		0.00000E+00	7.49343 ^E -02	4.13987E-04	0.00000E+00	0.00000E+00
	2		0.00000E+00	0.00000 ^E +00	8.44098E-02	7.61111E-06	5.81527E-07
	3		0.00000E+00	0.00000 ^E +00	0.00000E+00	7.15115E-02	6.10578E-03
	4		0.00000E+00	0.00000 ^E +00	9.75035E-04	0.00000E+00	3.63057E-01
	5		0.00000E+00	0.00000 ^E +00	0.00000E+00	1.38322E-01	0.00000E+00

Tableau 1- Cellule Combustible Normale

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
2	CROD-BCBB	1	2.38470E+00	8.37085E-02	3.91325E-04	0.00000E+00	
		2	9.27351E-01	1.00576E-01	5.62287E-05	0.00000E+00	
		3	7.75999E-01	9.08383E-02	1.01400E-03	0.00000E+00	
		4	3.59775E-01	4.35953E-01	8.43377E-03	0.00000E+00	
		5	1.96232E-01	1.49160E-01	2.01524E-02	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
2	1		0.00000E+00	8.32268E-02	4.81715E-04	0.00000E+00	0.00000E+00
	2		0.00000E+00	0.00000E+00	1.00566E-01	9.10563E-06	6.98142E-07
	3		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.36751E-02	7.16316E-03
	4		0.00000E+00	0.00000E+00	9.35572E-04	0.00000E+00	4.35017E-01
	5		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.49160E-01	0.00000E+00

Tableau 2- Cellule Combustible de contrôle, matériau absorbant extrait

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
15	absorbe4	1	2.34480E+00	8.37085E-02	1.04760E-03	0.00000E+00	
		2	1.03350E+00	1.00576E-01	4.52830E-03	0.00000E+00	
		3	6.24340E-01	9.08383E-02	1.58130E-01	0.00000E+00	
		4	2.81740E-01	4.35953E-01	5.28020E-01	0.00000E+00	
		5	1.66190E-01	1.49160E-01	6.14370E-01	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
15	1		0.00000E+00	6.45590E-02	3.17940E-04	0.00000E+00	0.00000E+00
	2		0.00000E+00	0.00000E+00	6.46030E-02	5.78470E-06	4.41370E-07
	3		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.85260E-02	3.33400E-03
	4		0.00000E+00	0.00000E+00	1.58510E-03	0.00000E+00	2.60150E-01
	5		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.29000E-01	0.00000E+00

Tableau 3- Cellule Combustible de contrôle, matériau absorbant inséré

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
3	H2O-REFLECT3	1	2.48500E+00	8.70920E-02	7.49226E-04	0.00000E+00	
		2	7.80596E-01	1.49692E-01	2.20303E-07	0.00000E+00	
		3	5.59160E-01	1.49671E-01	9.97101E-04	0.00000E+00	
		4	2.14877E-01	9.27600E-01	1.04904E-02	0.00000E+00	
		5	1.33621E-01	2.09469E-01	2.14861E-02	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
3	1		0.00000E+00	8.65466E-02	5.45362E-04	0.00000E+00	0.00000E+00
	2		0.00000E+00	0.00000E+00	1.49677E-01	1.36043E-05	1.04782E-06
	3		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.37891E-01	1.17805E-02
	4		0.00000E+00	0.00000E+00	1.19417E-04	0.00000E+00	9.27481E-01
	5		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.09469E-01	0.00000E+00

Tableau 4- Cellule réflecteur en Eau

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
4	GRAF-REFLECT	1	2.27472E+00	2.68380E-02	6.11510E-05	0.00000E+00	
		2	1.12779E+00	1.12106E-02	2.37973E-05	0.00000E+00	
		3	9.72985E-01	9.60709E-03	1.81305E-04	0.00000E+00	
		4	8.84178E-01	4.47825E-02	1.13641E-03	0.00000E+00	
		5	7.53967E-01	1.82998E-02	2.73176E-03	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
4	1		0.00000E+00	2.68082E-02	2.97605E-05	0.00000E+00	0.00000E+00
	2		0.00000E+00	0.00000E+00	1.12101E-02	4.90316E-07	3.70208E-08
	3		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.22893E-03	3.78157E-04
	4		0.00000E+00	0.00000E+00	5.66822E-04	0.00000E+00	4.42157E-02
	5		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.82998E-02	0.00000E+00

Tableau 5- Cellule Réflecteur en Graphite

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
11	H2O-BOXC	1	2.35344E+00	9.47882E-02	4.66337E-04	0.00000E+00	
		2	8.31626E-01	1.34491E-01	2.51677E-05	0.00000E+00	
		3	6.35388E-01	1.30391E-01	1.04720E-03	0.00000E+00	
		4	2.62748E-01	7.09932E-01	9.71131E-03	0.00000E+00	
		5	1.54942E-01	1.82191E-01	2.09983E-02	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
11	1		0.00000E+00	9.42156E-02	5.72594E-04	0.00000E+00	0.00000E+00
	2		0.00000E+00	0.00000E+00	1.34478E-01	1.22471E-05	9.49903E-07
	3		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.20137E-01	1.02538E-02
	4		0.00000E+00	0.00000E+00	4.64717E-04	0.00000E+00	7.09467E-01
	5		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.82191E-01	0.00000E+00

Tableau 6- Boite d'irradiation

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
5	H2O-BOX	1	2.35344E+00	9.47882E-02	4.66337E-04	0.00000E+00	
		2	8.31626E-01	1.34491E-01	2.51677E-05	0.00000E+00	
		3	6.35388E-01	1.30391E-01	1.04720E-03	0.00000E+00	
		4	2.62748E-01	7.09932E-01	9.71131E-03	0.00000E+00	
		5	1.54942E-01	1.82191E-01	2.09983E-02	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
5	1		0.00000E+00	9.42156E-02	5.72594E-04	0.00000E+00	0.00000E+00
			0.00000E+00	0.00000E+00	1.34478E-01	1.22471E-05	9.49903E-07
			0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.20137E-01	1.02538E-02
			0.00000E+00	0.00000E+00	4.64717E-04	0.00000E+00	7.09467E-01
			0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.82191E-01	0.00000E+00

Tableau 7- Boite d'irradiation en Eau

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
7	THERMAL . CLMN	1	2.23953E+00	2.05460E-02	9.10542E-06	0.00000E+00	
		2	1.05189E+00	1.01483E-02	4.31969E-09	0.00000E+00	
		3	8.80561E-01	6.99530E-03	1.28641E-05	0.00000E+00	
		4	8.58869E-01	4.48395E-02	1.37894E-04	0.00000E+00	
		5	8.10581E-01	1.03124E-02	2.81036E-04	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
7	1		0.00000E+00	2.05460E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
			0.00000E+00	0.00000E+00	1.01483E-02	0.00000E+00	0.00000E+00
			0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.99387E-03	1.42857E-06
			0.00000E+00	0.00000E+00	3.57550E-05	0.00000E+00	4.48037E-02
			0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.03124E-02	0.00000E+00

Tableau 8- Cellule Colonne thermique

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
6	FIS . SRC . CONT	1	2.25089E+00	3.39449E-02	8.13596E-05	0.00000E+00	
		2	1.07417E+00	2.45447E-02	2.03709E-05	0.00000E+00	
		3	8.98105E-01	2.13665E-02	2.86387E-04	0.00000E+00	
		4	6.99667E-01	1.13764E-01	2.08062E-03	0.00000E+00	
		5	5.27647E-01	3.44012E-02	4.72281E-03	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
6	1		0.00000E+00	3.38564E-02	8.85370E-05	0.00000E+00	0.00000E+00
			0.00000E+00	0.00000E+00	2.45429E-02	1.69994E-06	1.29043E-07
			0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00696E-02	1.29694E-03
			0.00000E+00	0.00000E+00	4.33275E-04	0.00000E+00	1.13331E-01
			0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.44012E-02	0.00000E+00

Tableau 9- Cellule Contenaire de la Source de Neutron

ZONE	NAME	GRP	D	SIGR	SIGA	NUSIGF	
10	FIS.CHBR.CNT	1	2.32788E+00	1.00161E-01	4.57973E-04	0.00000E+00	
		2	8.15925E-01	1.39913E-01	1.60934E-05	0.00000E+00	
		3	6.10655E-01	1.33985E-01	1.02955E-03	0.00000E+00	
		4	2.53213E-01	7.32343E-01	9.57678E-03	0.00000E+00	
		5	1.48188E-01	1.91130E-01	2.08498E-02	0.00000E+00	
MATRICE DE SCATERING							
ZONE	GRP	TO GRP	1	2	3	4	5
10	1		0.00000E+00	9.95515E-02	6.09565E-04	0.00000E+00	0.00000E+00
	2		0.00000E+00	0.00000E+00	1.39899E-01	1.27371E-05	9.86550E-07
	3		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.23440E-01	1.05452E-02
	4		0.00000E+00	0.00000E+00	5.31004E-04	0.00000E+00	7.31812E-01
	5		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.91130E-01	0.00000E+00

Tableau 10- Cellule Contenaire Chambre à Fission

Description des mots clés de la bibliothèque utilisée par le code CITATION

Item	keys	Description
1	AXREF1	AL+H2O AXIAL REFLECTOR
2	ABSORB4	CONTROL ROD ABSORBER IN
3	CROD-BCBB	CONTROL ROD ABSORBER OUT
4	FC_CONT	FISSION CHAMBER CONTAINER
5	FS_CONT	FISSION SOURCE CONTAINER
6	GRAF-RN	GRAPHITE REFLECTOR
7	H2O_REFL1	WATER REFLECTOR 1
8	H2O_REFL2	WATER REFLECTOR 2
9	H2O_REFL3	WATER REFLECTOR 3
10	H2O-BOXC	H2O EMPTY BOX
11	SFE-NXE	FUEL
12	SS_REFL	SS LOWER GRID REFLECTOR
13	THERM_COL	THERMAL COLUMN

Références

- [1]. John R. Lamarsh, *Introduction to Nuclear Reactor Theory*, Addison-Wesley, New York, 1972.
- [2]. Y. Ronen, *CRC Handbook of Nuclear Reactor Calculations*, Vol. III, CRC Press, 1986.
- [3]. Allan F. Henry, *Nuclear Reactor Analysis*, MIT Press, Cambridge, 1975.
- [4]. N. Santouh, S. Elamri, *Etude du système de contrôle de la réactivité du réacteur NUR*, faculté de physique USTHB, 2004.
- [5]. M. M. Malambu, *Contribution aux Méthodes Nodales pour les Equations de Diffusion Multigroupe de Neutrons*, thèse de Doctorat, 1994.
- [6]. G. I. Bell and S. Glasston, *Nuclear reactor theory*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1970.
- [7]. J. J. Deuderstadt and L. J. Hamilton, *Nuclear reactor analysis*, Wiley, New York, 1976.
- [8]. M. M. Bretsher, *Blackness Coefficients, effective diffusion parameters and control rod worths for thermal reactor*, ANL/RERTR/TM-5, 1984.
- [9]. Askew et al, *General Description of the Lattice Code WIMS*, J. Brit.Nucl.Eng.Soc. 5, October, 1966.
- [10]. B. Meftah, *Practice in Research Reactor Cell Calculation: Introduction to the WIMSD-4 Code*, Regional workshop on neutronics and shielding calculations for research reactors, 19 june-7july, Accra, 1995.
- [11]. T. Kulikowska, *Lattice Cell Calculations, Slowing Down Theory, Research Reactor Core Calculations: The WIMS Computer Code*, Workshop on nuclear reactors, 11 april-13 may, Trieste, 1994.
- [12]. S. Nakamura, *Computational Methods in Engineering and Science with Application to Fluid Dynamics and Nuclear Systems*, Wiley, New York, 1977.
- [13]. Fowler et al, *CITATION, A Nuclear Reactor Core Analysis Code*, ORNL-TM-2496, 1972.
- [14]. MTR_PC v2.6 package, IAEA-1356.
- [15]. D. Mouhssine, *Etude d'une Nouvelle Génération de Dosimètres basés sur les Détecteurs Photostimulables Type BafBr(Eu)*, Thèse de doctorat IReS 05-007 N° d'ordre 4742, Univ. Louis Pasteur Strasbourg, Décembre 2004.
- [16]. J. F. Briesmeister, "*MCNP-A General Monte Carlo N-Particle Transport Code*", LA-12625-M, version 4B manuel, March 1997.

- [17]. T. Goorley, "*Criticality Calculations with MCNP5: A Primer*", LA-UR-04-0294, Los Alamos national Lab.
- [18]. W. Titouche, rapport interne, CDSE, 1997.
- [19]. T. Zidi et al, *Augmentation de la puissance du Réacteur Nur: Calcul physique*, rapport interne CRND, Mai 2002.
- [20]. Rapport Préliminaire de sûreté, Chapitre 4: *Le Réacteur*, INVAP, Juin 1987.
- [21]. R.J.J. Stamm'ler, M. J. Abbate, *Methods of Steady-state, Reactor Physics in Nuclear Design*, Academic Press, 1983.
- [22]. J. Bussac, P. Reuss, *Traité de Neutronique*, Hermann, Paris 1985.
- [23]. B. Meftah et al, *Neutron Flux Optimisation in Irradiation Channels at NUR Research Reactor*, Annals of Nuclear Energy 33, 1164-1175.
- [24]. B. Saichi, *Paramètres Expérimentaux*, recueil des actes des journées d'études N°3 du projet augmentation de la puissance NUR, Vol. 2 CRND, Mars 2002.