

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS-SÉTIF (ALGÉRIE)

MÉMOIRE

Présenté à la Faculté des Sciences
Département de Physique

Pour l'Obtention du Diplôme de

MAGISTER

Option : Sismologie

Développement d'une méthode numérique
apte à simuler efficacement
la propagation d'une rupture sismique de type « pulse »

OUALID BOULHAIA

Soutenu publiquement le : 15/12/2007
Devant la commission d'examen :

Dr. MUSTAPHA MAAMACHE	Président	Professeur Université Ferhat Abbas Sétif
Dr. ALAIN COCHARD	Rapporteur	Maître de conférences Université Louis Pasteur Strasbourg
Dr. MICHEL GRANET	Examineur	Professeur Université Louis Pasteur Strasbourg
Dr. ABDELKADER BOURZAMI	Examineur	Maître de conférences Université Ferhat Abbas Sétif
Dr. FETHI SEMMANE	Examineur	Maître de recherche CRAAG Alger

*« Quand la Terre sera secouée de son séisme,
Quand la Terre rejettera ses fardeaux,
Quand l'homme dira : "– Qu'arrive-t-il à la Terre ?"
Ce jour là, elle livrera ses secrets. »
(Coran, La secousse (Az-Zalalah), 1-4)*

Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une collaboration entre l'Université Louis Pasteur de Strasbourg (ULP) et l'Université Ferhat Abbas de Sétif (UFAS), avec la participation de l'École et observatoire des Sciences de la Terre de Strasbourg (EOST). Il correspond à un travail de recherche en vue d'obtenir un diplôme de Magister en Sismologie.

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur MICHEL GRANET Vice-Président « Recherche et Formation Doctorale » de l'ULP et Directeur de l'EOST pour cette collaboration et pour l'accueil chaleureux qui m'a été réservé au sein de cette grande école, mais aussi pour toutes les aides administratives qui m'ont été prodiguées, aides qui ont grandement facilité mon séjour et bien mieux assuré mon intégration à toute l'équipe de recherche.

Je remercie vivement Messieurs MUSTAPHA MAAMACHE, HACEN HACHEMI et HALIM HAROUN (mes chers professeurs et responsables à l'UFAS) pour avoir su initier et développer cette collaboration stratégique dans le domaine combien utile pour le développement de mon pays qu'est la Sismologie. Et de nouveau un grand merci à Monsieur MUSTAPHA MAAMACHE d'avoir accepté de présider le jury de ce mémoire.

Je remercie aussi chacun des membres de ce jury, pour avoir accompli en un temps record la tâche combien pénible de lecture de ce manuscrit.

Puis-je saisir cette heureuse occasion pour exprimer toute ma gratitude à ALAIN COCHARD qui a dirigé ce mémoire avec enthousiasme, mais surtout pour la confiance qu'il m'a accordée, et pour son aide précieuse pendant la correction de ce manuscrit qu'il a menée avec beaucoup d'esprit critique. Je ne saurais oublier, tout au long de cette expédition qui était la nôtre, son optimisme contagieux, sa gentillesse profonde, ses conseils avisés et son soutien continu durant ce séjour scientifique et culturel mémorable à jamais. Alain m'a aussi fait découvrir le logiciel \LaTeX ; quel bonheur après tant de souffrances avec Microsoft Word. Alain mon Grand frère, **Thank you !!! Choukran Djazilan ya Akhi!!!!!!**

Je tiens aussi à remercier Messieurs RENAUD TOUSSAINT et JEAN SCHMITTBUHL qui ont été d'une aide remarquable grâce aux discussions et aux idées précieuses développées pendant l'exposé que j'ai eu l'honneur de leur présenter.

Aux doctorants et post-docs, mes soeurs DELPHINE FITZENZ, MÉLANIE GROB et AMÉLIE NEUVILLE, je souhaite aussi vous dire un grand merci pour vos encouragements et appuis multiples. À vous tous, mes nouveaux amis : je vous attends dans mon pays pour une hospitalité algérienne selon votre plus proche convenance, soit à l'occasion de vos missions de travail, ou juste pour des vacances qui vous permettront de profiter d'un soleil radieux et d'un paysage chaleureux.

Un mot du fond du cœur à mon professeur ABDELKADER BOURZAMI pour avoir sacrifié ses veillées de Ramadan à Strasbourg, et pour m'avoir m'aidé à améliorer le texte de ce mémoire de recherche.

Je rends enfin hommage à tous mes maîtres et professeurs, du primaire à l'université. À toutes celles et ceux qui m'ont donné le goût des études et en particulier pour les Mathématiques, je leur dis du fond de mon cœur un grand merci, et pour preuve que leurs efforts n'ont pas été vains, je leur dédie ce travail de recherche en espérant leur offrir bien plus à l'avenir ; InChaa Allah.

Mes remerciements vont également à tous mes camarades et collègues du Département de physique de l'UFAS qui ont contribué à créer une ambiance studieuse, cordiale et fraternelle où le travail d'études et de recherches devient une partie de plaisir pour relever les défis du développement.

À mes parents, qui sont la graine de mon existence, j'exprime toute ma gratitude et ma reconnaissance pour leurs encouragements et leurs sacrifices, surtout ma mère qui m'a toujours soutenu par la pensée et ses prières quotidiennes. Bien sûr un grand merci à toute ma famille et mes amis, AMINE, HICHEM, KHAYREDDINE... surtout mon jeune frère ISSAM et mes sœurs. Toujours aussi près malgré l'éloignement géographique, toujours donnant un sens à ma vie, un soutien moral qui m'a permis de commencer à écrire ma propre histoire, à tous et toutes, je vous remercie pour votre confiance, votre soutien et je ne sais comment vous manifester toute la reconnaissance je vous dois.

Enfin à toi ma fiancée, pour ton réconfort, ta compréhension, ton soutien moral surtout, dans les moments difficiles durant ce long séjour loin de toi, merci infiniment de m'avoir poussé et encouragé à aller au delà de mes capacités et surtout d'avoir été présente à chaque fois que j'ai eu besoin de toi. Je peux te confirmer que le plus dur est passé et que bientôt nous pourrons faire la fête au plaisir de tout ceux qui nous aiment et qui attendent beaucoup de nous.

Strasbourg, novembre 2007

Table des matières

Remerciements

Introduction générale	1
1 Concepts théoriques fondamentaux	3
1.1 Modélisation de la propagation de la rupture sismique	3
1.1.1 La modélisation dynamique	3
1.1.2 La modélisation cinématique	4
1.2 Modèle de « pulse » et modèle de « crack »	4
1.2.1 Concept de « pulse »	4
1.3 Les modèles d’aspérités et de barrières	5
1.4 Mécanique de la rupture dynamique	6
1.4.1 Dynamique macroscopique	6
1.4.2 Frottement	8
1.4.3 Rupture spontanée	9
1.4.4 Quelques propriétés de la rupture dynamique	10
1.5 Méthodes numériques existantes	10
1.5.1 Méthode par différences finies	10
1.5.2 Méthodes d’équation intégrales aux frontières	11
1.5.3 Méthodes d’éléments finis	12
1.5.4 Méthodes d’éléments spectraux	12
2 Sismologie en mécanique des milieux continus	13
2.1 Définition d’une rupture antiplane à 2D	13
2.2 Équation de propagation	15
2.3 La problématique	16
2.4 Méthode d’équations intégrales aux frontières	17
2.5 La transformée mixte Laplace-Fourier	19
3 Simulation numérique d’un séisme	21
3.1 Discrétisation de l’équation intégrale	21
3.2 Solution numérique de l’équation intégrale	24
3.2.1 Exemple 1 : rupture sans propagation	25

3.2.2	Exemple 2 : rupture d'aspérités	27
3.2.3	Exemple 3 : propagation d'une impulsion de glissement (« pulse »)	28
4	Amélioration des méthodes numériques	33
4.1	Les méthodes d'équation intégrales aux frontières (BIEM)	33
4.2	L'algorithme FFT pour la convolution	34
4.3	Troncature de l'intégrale de convolution	35
4.3.1	Extraction du terme statique	35
4.3.2	Extraction du terme statique <i>retardé</i>	42
4.3.3	Comparaison des deux méthodes de troncature	45
4.4	Application au cas d'un pulse	45
	Conclusion générale	51
	A Fonction de Green	53
	B Méthode de Cagniard-de Hoop	55
	C Discrétisation du terme statique	59

Introduction générale

Au sein des sciences de la Terre, la sismologie est la discipline qui étudie les séismes (origine, propagation, conséquences, prévision, etc.) et, de manière plus générale, toute vibration naturelle ou artificielle de l'écorce terrestre.

La majorité des séismes survient le long des frontières des plaques tectoniques, le long de surfaces de discontinuité dans les roches appelées failles. Ces roches, trop rigides pour se déformer tranquillement comme les fluides, résistent au chargement tectonique pendant une durée de temps variant de quelques années à plusieurs milliers d'années, accumulent de l'énergie élastique, puis la cèdent en des endroits plus fragiles. De petites fractures se forment au sein de ces zones de faiblesse, se rejoignent, et c'est la rupture à grande échelle. Les deux blocs de part et d'autre de cette cassure, ou faille, se déplacent tangentiellement l'un par rapport à l'autre, pour libérer le trop plein d'énergie élastique emmagasinée. Ces phénomènes (rupture, frottement rugueux sur le plan de faille) s'accompagnent de l'émission d'ondes mécaniques, de chaleur, etc. C'est le déclenchement d'un séisme, ou tremblement de Terre.

Nous allons nous focaliser sur l'aspect rupture. C'est grâce au développement de modèles numériques permettant la simulation de la rupture dynamique de séismes, que les sismologues ont énormément appris sur la physique de la source sismique au cours des trente dernières années. Il a été montré que les hétérogénéités dans l'état de contrainte initial, mais aussi dans les propriétés élastiques du milieu près de la source, contribuent énormément à la complexité de la rupture sismique [Campillo et Madariaga, 2001]. La loi constitutive de frottement entre les deux blocs de la faille, qui contrôle la relaxation des contraintes associée à la rupture, joue également un rôle important. Pourtant, malgré le grand nombre de données sismologiques de haute résolution déjà obtenues, il est encore difficile de déterminer tous ces paramètres dans le contexte d'un séisme réel.

La modélisation de la propagation d'une rupture dynamique pour un séisme peut faire appel à des méthodes numériques très variées (par exemple, différences finies, méthodes intégrales aux frontières, méthodes d'éléments finis, méthodes d'éléments spectraux). Toutes ces techniques de calcul ont pour point commun la description des corps considérés à l'aide de la théorie de l'élasticité dont les fondements ont été établis par Cauchy et Poisson au début du *XIX^e* siècle. Les variables sont les déplacements et les contraintes. Les failles, qu'elles soient antiplanes, planes ou tridimensionnelles, sont décrites d'une manière dynamique : la chute de contrainte sur la zone faillée et un critère de rupture au front.

Depuis le début des années 1970, avec l'avènement des techniques informatiques et l'augmentation spectaculaire des capacités de calculateurs performants, tant du point de vue de leur

capacité mémoire que de la vitesse d'exécution, des outils numériques sophistiqués ont vu le jour.

Mais la difficulté physique majeure se situe au niveau de la représentation de la source qu'est la faille. Cette dernière est modélisée sur plusieurs cellules numériques. La solution obtenue est d'autant plus précise que le nombre de ces cellules est grand, c'est-à-dire dépend du pas d'espace choisi, ce qui se révèle contraignant lorsqu'il s'agit de la simulation d'un domaine géologique. Le traitement d'un problème de propagation issu d'une grande rupture utilise un espace mémoire énorme et sa résolution se fait en un temps de calcul très long.

Le but de ce mémoire est avant tout d'ordre méthodologique. Il s'agit de présenter une méthode de modélisation numérique pour la propagation de la rupture dynamique d'un séisme.

Après une introduction générale, le mémoire se compose de quatre chapitres :

Le premier chapitre englobe la description des concepts théoriques de base qui interviennent dans les problèmes de la source sismique. On trouvera des notions indispensables sur la source sismique, ainsi qu'un exposé des différents modèles de source sismique actuellement utilisés. Nous passerons également en revue les différentes techniques de modélisation numérique ordinairement utilisées pour résoudre les problèmes de la propagation dynamique d'une rupture sismique en rappelant sommairement leurs principales caractéristiques ainsi que leurs principales limitations.

Dans le deuxième chapitre, nous avons cherché à utiliser une technique classique de modélisation, fondée sur la méthode des équations intégrales aux frontières et la mécanique des milieux continus, pour étudier la propagation de la rupture sur une faille antiplan (mode III).

Le troisième chapitre est consacré à la méthode de calcul utilisée pour les simulations numériques et à la présentation de quelques tests et exemples de calculs.

Une procédure numérique efficace et rigoureuse est présentée dans le chapitre quatre.

Nous terminons notre mémoire par une conclusion générale.

Chapitre 1

Concepts théoriques fondamentaux

La source sismique n'est pas, dans sa majeure partie, observable. Seuls ses effets le sont. Les quelques observations disponibles nous montrent une complexité sur plusieurs ordres de grandeur (1 à 10^6 m) [Aki et Richards, 2002]. La modélisation d'un tel objet est donc difficile, d'une part parce que notre référence n'est pas la cause mais ses effets, et d'autre part parce que les dimensions de l'objet nécessitent un calcul fastidieux et coûteux.

1.1 Modélisation de la propagation de la rupture sismique

La recherche porte actuellement sur l'étude de l'histoire de la rupture sismique et sur le mécanisme de sélection de la vitesse de rupture. Deux types de modélisations peuvent être employés :

- la simulation dynamique,
- la description cinématique.

1.1.1 La modélisation dynamique

Les modèles dynamiques consistent à simuler la propagation de la rupture à partir des conditions initiales et de lois physiques. Les conditions initiales, les contraintes, sont supposées être connues a priori. Les caractéristiques de la faille, par exemple les lois de frottement, sont en général basées sur des expérimentations de laboratoire. Ces études dynamiques ont été initiées par Kostrov [1966] puis développées entre autres par Madariaga [1976] et Das et Aki [1977b].

Actuellement, les modèles dynamiques permettent d'étudier l'influence de la loi de friction sur le glissement [Pisarenko et Mora, 1994], la phase d'initiation [Favreau et al., 1999], l'arrêt de la rupture [Cochard et Madariaga, 1994] ou encore les interactions entre failles [Voisin, 2001].

Ces modèles dynamiques reposent sur des conditions initiales dont les connaissances sont très limitées. Il est en effet difficile de connaître les contraintes initiales et les propriétés de la faille en chaque point avant le séisme. Au fur et à mesure de leur avancée, les modèles dynamiques fournissent des précisions sur le comportement macroscopique des failles et tiennent de plus en plus compte de l'hétérogénéité préexistante [Olsen et al., 1997].

1.1.2 La modélisation cinématique

Aujourd'hui, de nombreuses études de la cinématique des séismes ont été réalisées. Contrairement à l'approche dynamique, la description cinématique ne repose pas sur des lois physiques. La rupture et son évolution, c'est-à-dire l'histoire du glissement en chaque point, et la géométrie de la faille, sont décrites à l'aide d'un nombre réduits de paramètres. Des sismogrammes synthétiques sont produits à partir de cette histoire de glissement imposée. La comparaison des sismogrammes synthétiques avec les sismogrammes observés permet, à l'aide de méthodes d'inversion, de déterminer ces paramètres pour un séisme donné.

L'approche cinématique présente l'avantage de décrire le processus de manière simple, avec un nombre limité de paramètres.

Les deux approches sont complémentaires. En effet, les modèles cinématiques utilisés pour décrire la rupture de séismes bien instrumentés permettent de faire des hypothèses quant au développement dynamique de la rupture. D'un autre côté, les modes de propagation prévus par la dynamique (fracture, dislocation...) doivent faire évoluer la paramétrisation des modèles cinématiques [Heaton, 1990].

Les paramètres mis en jeu peuvent être :

- l'azimut et le pendage de la faille,
- la taille de la zone de rupture : sa longueur L et sa largeur W , ou bien son rayon R dans le cas d'une faille circulaire,
- l'amplitude du glissement et sa distribution sur la faille,
- la vitesse de la rupture et ses variations,
- la durée locale du glissement.

Dans le modèle de Haskell [1964], par exemple, le glissement est homogène et le front de rupture se propage à une vitesse constante sur une faille rectangulaire.

1.2 Modèle de « pulse » et modèle de « crack »

La figure (1.1) présente ces deux types de modèles :

- Dans le modèle de crack, la durée du glissement ou un point de la faille est longue ; (temps de montée important) le glissement nécessite l'arrivée d'une phase d'arrêt pour être stoppé. Cette phase est due à la rétro-propagation d'une onde à partir des bords de la faille.
- Dans le modèle de pulse, le temps de mise en place est court, le rayonnement de la source est quasi impulsif et l'arrêt du glissement s'opère automatiquement (auto-cicatrisation) après le passage du front de rupture. Cette hypothèse correspond à une phase contrôlée localement appelée phase de cicatrisation (healing phase).

Ce type de modèle est largement utilisé pour les inversions.

1.2.1 Concept de « pulse »

Les informations obtenues par les modèles cinématiques ont permis de mettre en évidence que la durée du glissement en un point donné de la faille était court devant la durée totale du

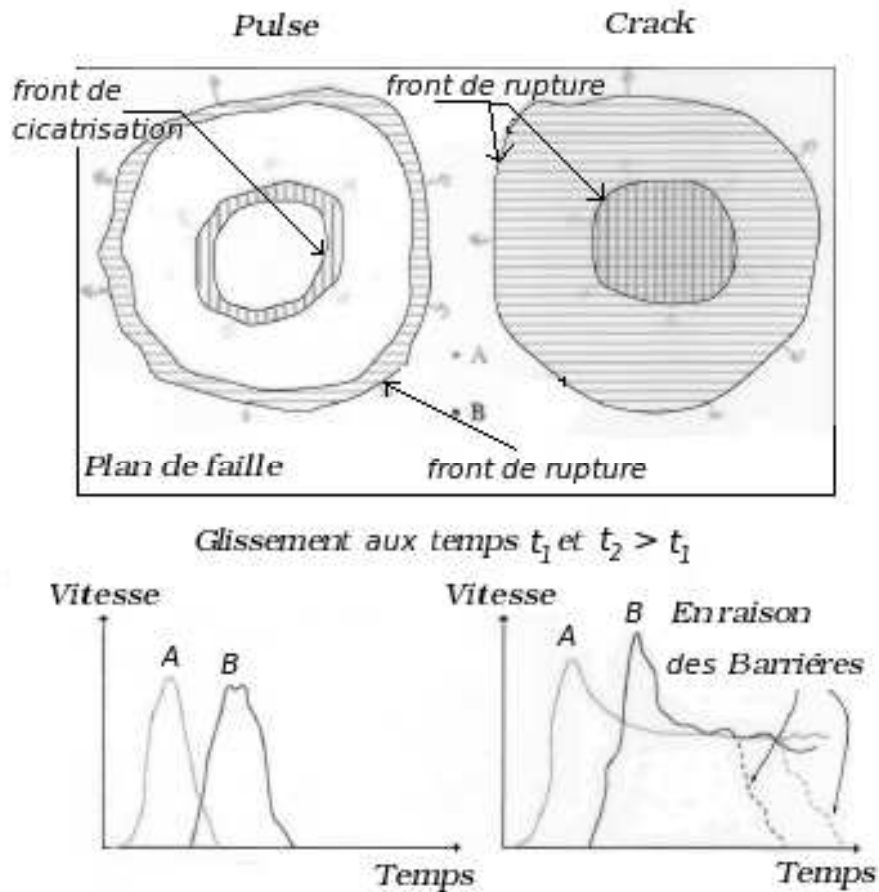


FIG. 1.1 – Modèle de pulse et de crack.

séisme [10 %, Heaton, 1990]. À la suite de ces résultats, Heaton [1990] a proposé le modèle de « self-healing pulse of slip », dans lequel le glissement se produit dans une zone étroite (pulse) qui se déplace sur le plan de faille. L'arrêt du glissement en un point donné étant causé par « l'auto-cicatrisation » (self-healing) de faille. Heaton suggère que ce phénomène de cicatrisation pourrait être dû à une dépendance en vitesse du frottement : augmentation du coefficient de frottement quand la vitesse de glissement diminue. Dans ce modèle, la résistance au déplacement sur la faille est élevée partout sauf dans la zone qui glisse (le pulse). Pour Heaton, cette zone à faible résistance au déplacement pourrait être liée à des ondes compressives qui auraient tendance à diminuer la contrainte normale [Heaton, 1990].

1.3 Les modèles d'aspérités et de barrières

Pour tenter d'expliquer certains sismogrammes, Das et Aki [1977b] ont proposé le modèle à barrières. Selon ce modèle, les failles sont composées de segments, sur lesquels le glissement

intervient, séparés entre eux par d'autres segments plus résistants à la rupture (les barrières) sur lesquels le glissement est empêché, tout au moins pour un tremblement de terre donné. Si la contrainte initiale est uniforme, la rupture se développe alors sur ces zones de faible résistance en contournant ou en sautant les barrières. La contrainte finale est alors très hétérogène car de très fortes contraintes se sont accumulées sur les bords des barrières [Scholz, 2002].

Un autre modèle, complémentaire de celui des barrières, a été proposé par Kanamori et Stewart [1978] et Madariaga [1979] : le modèle des aspérités. Selon ce modèle, l'essentiel du glissement pendant le tremblement de Terre intervient au contraire sur des zones de plus forte résistance (les aspérités) séparées par des zones de plus faible résistance sur lesquelles le glissement entre les tremblements de Terre intervient de façon asismique.

En outre, pendant le tremblement de Terre, la rupture sur les aspérités se propage sur les zones extérieures, qui supportent ainsi une petite partie du glissement. Ce terme a été introduit par analogie avec le terme d'aspérité utilisé pour la friction et qui désigne les zones de contact entre deux surfaces [Scholz, 2002].

Le modèle d'aspérités suppose qu'un glissement (asismique ou non) s'est déjà produit sur la majorité de la faille, sauf en quelques zones de plus haute résistance (qui étaient donc jusque-là des barrières). La contrainte initiale est donc très hétérogène. Lorsque cette contrainte finit par arriver au seuil de ces zones de forte résistance, se déclenche un séisme engageant presque uniquement ces « aspérités ». Cela résulte en une uniformisation de la contrainte finale (figure 1.2).

1.4 Mécanique de la rupture dynamique

1.4.1 Dynamique macroscopique

Un séisme n'est que l'instabilité d'un système physique le long d'une zone de faiblesse (i.e. une faille géologique). Lorsque les frottements (i.e. les tractions T) sur le plan de faille subissent des variations pendant le glissement, une telle instabilité peut éventuellement se produire. Durant cette instabilité, une relaxation rapide des contraintes a donc lieu, accompagnée d'un glissement soudain. Après la relaxation, une période de stabilité existe, pendant laquelle la faille subit un nouveau chargement de contraintes avant d'expérimenter une nouvelle instabilité. Ce mécanisme cyclique, où le frottement joue un rôle fondamental, est connu sous le nom de *stick slip*.

La condition d'instabilité d'une faille peut être facilement illustrée si l'on considère l'exemple dessiné à gauche sur la figure 1.3. Un bloc posé sur une surface (S), est tiré par l'intermédiaire d'un ressort de raideur K . La constante K représente les propriétés élastiques du milieu où se trouve la faille et F la force de frottement donnée par les tractions sur S . La force normale N est égale au poids du bloc. L'évolution de F en fonction du déplacement du bloc est schématisée à droite de la figure 1.3. Si cette évolution est telle que sa variation par rapport au déplacement (i.e. glissement, ΔU) est supérieure à celle de la force opposée par le ressort (droite de pente K), c'est-à-dire,

$$\left\| \frac{\partial F}{\partial \Delta U} \right\| > K, \quad (1.1)$$

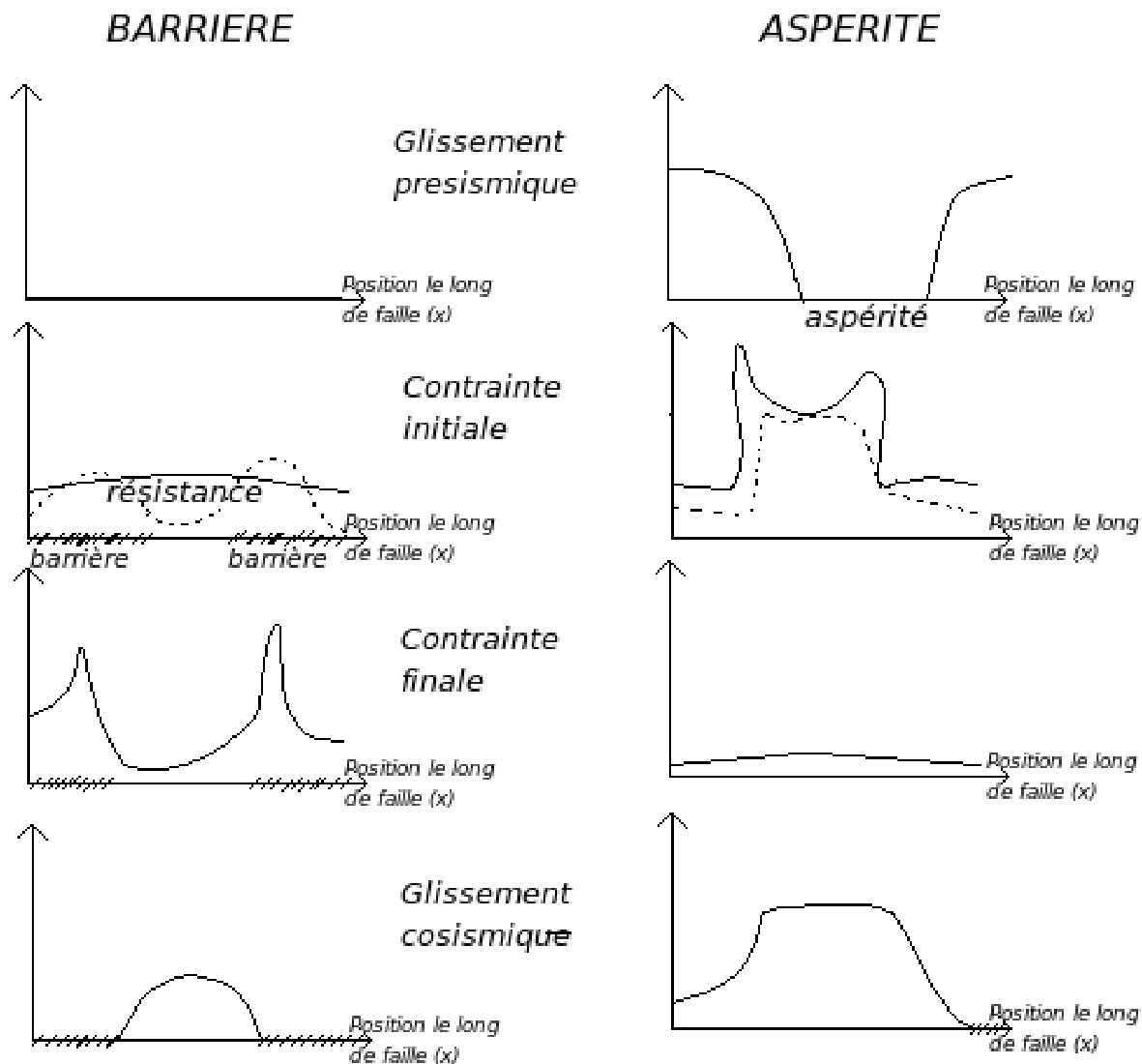


FIG. 1.2 – Deux modèles standards de rupture : barrières et aspérités

alors une instabilité aura lieu puisque, étant différent de zéro, le bilan des forces provoque une accélération du bloc (épisode entre les points A et B). Le bloc retrouvera son état statique lorsqu'une accélération de signe opposée sera présente (épisode entre B et C). Par conséquent, la condition d'instabilité de l'équation (1.1) dépend à la fois du frottement sur la surface S et des propriétés élastiques de l'environnement (i.e. le ressort) qu'exerce une charge sur le bloc (i.e. sur la faille). En réalité, les frottements F sur S sont reliés à N à travers un coefficient (μ) dit de friction. Ce coefficient dépend de plusieurs variables comme le temps, le glissement, sa dérivée temporelle ou bien des variables d'état. Les frottements évoluent sur les failles, permettant aux séismes de se produire dans des conditions diverses.

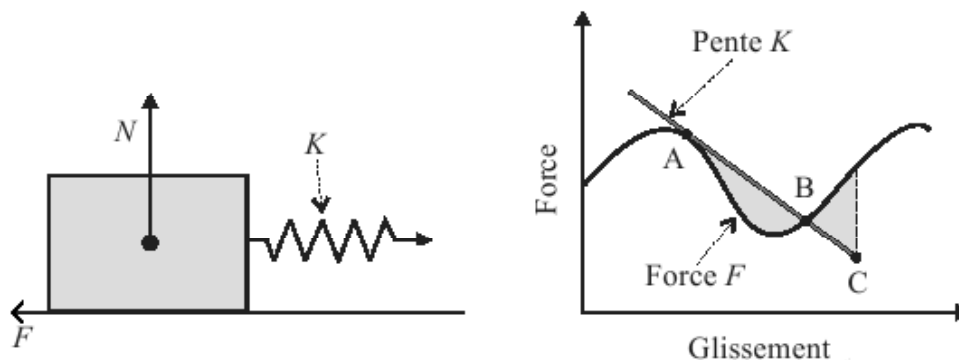


FIG. 1.3 – Conditions d'instabilité dynamique d'un bloc soumis à la force d'un ressort de raideur K . Phase d'accélération du bloc entre les points A et B [Scholz, 2002].

1.4.2 Frottement

Comme évoqué ci-dessus, l'hypothèse la plus fondamentale de la modélisation dynamique des séismes est que les tractions à l'intérieur de la zone rompue de la faille sont reliées à la contrainte normale par l'intermédiaire d'une loi constitutive de frottement. Ceci signifie que, pendant la rupture, l'évolution des tractions sur le plan de faille dépend directement de cette loi de frottement. Par conséquent, l'histoire de la rupture est déterminée principalement par trois paramètres physiques : l'état de contrainte initiale sur la faille, la loi de frottement sur la surface cassée et les propriétés physiques du milieu en dehors de cette surface.

1.4.2.1 Initiation

Le mécanisme de *stick slip* est basé sur le critère de Coulomb qui établit que le mouvement sur le plan de faille commence lorsque le rapport entre les contraintes cisailantes τ et normales σ à la faille est égal au coefficient de frottement statique (μ_s) :

$$\tau = \mu_s \sigma . \quad (1.2)$$

Cette condition n'est pas stationnaire puisque μ_s augmente doucement avec le temps de contact entre les deux parois de la faille. Une fois vérifié le critère de Coulomb, la contrainte τ reste proportionnelle à la contrainte σ via un coefficient de frottement dynamique. Or, pendant l'initiation du glissement sur la faille, μ_s évolue vers une valeur dynamique inférieure μ_d . Si l'on suppose σ constant, ceci implique que τ évolue de la même façon. Cette situation, où la force de frottement chute avec μ , peut produire une instabilité du même type que celle décrite dans la section précédente (voir figure 1.3), donnant lieu à une propagation rapide du glissement sur la faille.

Puisque le frottement est l'ingrédient principal pendant cette phase initiale de la rupture, de nombreux travaux ont été consacrés à l'étude et la compréhension de son influence [Dieterich, 1992; Voisin, 2001; Favreau et al., 2002].

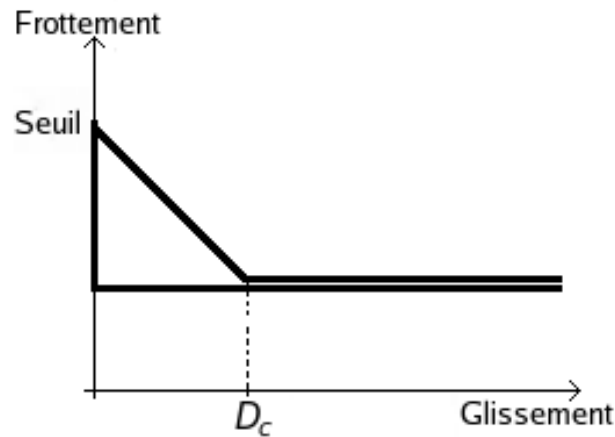


FIG. 1.4 – Le frottement est en fonction décroissante du glissement.

1.4.2.2 Phase instable et lois de frottement

De la même façon que pendant l'initiation de la rupture, l'évolution du frottement dans la phase instable joue aussi un rôle primordial. De nombreuses expériences de laboratoire ont permis de caractériser précisément le frottement entre deux blocs glissant l'un contre l'autre. Des relations constitutives ont été ainsi obtenues, permettant de décrire le mouvement des blocs en fonction des tractions exercées sur la surface de contact. Deux types complémentaires de lois de frottement très utilisées en sismologie sont :

- les lois d'adoucissement de la traction en fonction du glissement « *slip-weakening* » introduites en sismologie par Ida [1972] (Figure 1.4),
- les lois dites de « *rate and state* » introduites par Dieterich [1979] où le frottement est fonction à la fois de la vitesse de glissement et de variables d'état telles que le temps de contact entre deux aspérités, la pression, la température...

Par exemple, la loi d'adoucissement donnée par Ida [1972], est écrite sous la forme linéaire suivante :

$$T(D) = \begin{cases} T_u(1 - \frac{D}{D_c}) + T_r & \text{pour } D < D_c \\ T_r & \text{pour } D > D_c \end{cases}, \quad (1.3)$$

où T est la contrainte, D le glissement, T_r la contrainte résiduelle agissant sur la faille pour des grands glissements. Le glissement est nul jusqu'à ce que la contrainte atteigne une valeur maximale T_u . D_c est la distance caractéristique de glissement, cette distance définit le glissement minimum au dessus duquel la rupture devient complètement instable [Madariaga et al., 2001].

Du point de vue de la dynamique de la rupture, ces deux lois donnent des résultats tout à fait comparables.

1.4.3 Rupture spontanée

Le mouvement rapide des particules dans le voisinage des extrémités de la surface de rupture contribue à l'excitation de hautes fréquences dans le champ d'onde radié. Pourtant, le mécanisme

concerné dans ce processus reste un problème ouvert. Les hautes fréquences sont générées par des changements de la vitesse de rupture, de l'initiation jusqu'à l'arrêt, provoqués par des variations abruptes des propriétés du milieu ou des paramètres constitutifs de frottement [J.-P. Ampuero, 2002].

1.4.4 Quelques propriétés de la rupture dynamique

Comme nous venons de voir, un séisme se produit quand l'état de contrainte sur une faille préexistante a atteint un état critique par rapport à la loi de frottement sur la faille. Les paramètres de contrôle de la rupture sont :

- les vitesses de propagation des ondes sismiques,
- les constantes élastiques (λ et μ),
- la contrainte initiale T_0 sur la faille,
- la loi de frottement.

Parmi ces paramètres, la vitesse des ondes et les paramètres élastiques ne varient guère pendant le séisme. La propagation de la rupture est donc entièrement contrôlée par la contrainte initiale et la loi de frottement. La contrainte initiale sur la faille est due à la somme des contraintes accumulées lentement à cause des déformations de la lithosphère terrestre (la tectonique) et aux contraintes résiduelles des précédents séismes (héritage sismique).

1.5 Méthodes numériques existantes

De tout le cycle sismique, la phase la mieux observée est la propagation de la rupture. Elle fait donc l'objet d'un grand nombre de modélisations numériques, beaucoup plus que l'initiation.

Deux familles de méthodes numériques sont couramment utilisées pour traiter la propagation dynamique de la rupture : les méthodes par différences finies (MDF) et les méthodes intégrales aux frontières (Boundary Integral Equation Method (BIEM)). Parmi ces dernières nous pouvons distinguer les méthodes en espace-temps des méthodes spectrales. Des méthodes moins répandues en sismologie sont les méthodes d'éléments finis.

Chaque méthode possède ses avantages propres et ses inconvénients. La méthode de choix dépend du problème particulier à traiter et de la capacité informatique disponible. Cette section est dédiée à une revue de ces méthodes.

1.5.1 Méthode par différences finies

Les différences finies ont été introduites pour la rupture sismique par les travaux de Madariaga [1976] et Andrews [1976]. Les MDF sont utilisées couramment par de nombreuses équipes [par ex. : Mikumo et Miyatake, 1995; Harris et Day, 1993; Nielsen et al., 1995].

La rupture 3D est résolue avec une grille décalée en espace et en temps par Virieux et Madariaga [1982], avec une loi de frottement de coulomb, et par Day [1982] avec un schéma de différences finies plus classique et une loi de frottement dépendant du glissement. Madariaga et al. [1998] reprennent la grille décalée en espace et en temps avec un schéma du quatrième

ordre en espace et une loi de frottement dépendant du glissement mais, les glissements et les contraintes sur la faille étant décalés, la précision du schéma ne peut pas dépasser le premier ordre près de la faille : le schéma donne une épaisseur à la faille qui dépend de la discrétisation.

Ionescu et Campillo [1999] utilisent pour le mode III (antiplan) une formulation en vitesse-contrainte sur une grille non décalée. Favreau et al. [2002] ont généralisé ce schéma pour l'initiation de la rupture 3D. Le cas bi-matériaux est étudié par Andrews et Ben-Zion [1997] en mode plan. Andrews [1999] discute de l'équivalence de l'introduction de la faille avec une discontinuité de déplacement sur une grille décalée. Parmi les avantages des MDF nous signalerons la simplicité de leur implémentation, la possibilité d'introduire des comportements non linéaires dans le volume et des structures typiques de la zone de faille.

Les différences finies permettent un ordre élevé, mais les méthodes les plus précises sont les méthodes intégrales. La connaissance des fonctions de Green en chaque point de la frontière permet de résoudre le problème en ne discrétisant que celle-ci.

1.5.2 Méthodes d'équation intégrales aux frontières

Quand la fonction de Green du milieu est connue, la dimensionnalité du problème de rupture peut être réduite à une résolution sur les degrés de liberté de la faille en utilisant les théorèmes de représentation. Tel est le fondement des méthodes intégrales de frontière.

Les premières formulations exprimaient les glissements en fonction des tractions sur la faille via un noyau élastodynamique, non local en espace et en temps [Das et Aki, 1977a; Das et Kostrov, 1988]. Ces formulations ont été par exemple appliquées à l'étude de la rupture 3D dans un champ de précontraintes très hétérogène. Des comparaisons entre cette méthode et les MDF sont présentées par Lapusta et al. [2005]. Une formulation différente, exprimant les tractions en fonction des glissements, a été développée par Koller et al. [1992]; Cochard et Madariaga [1994]; Fukuyama et Madariaga [1998]. La difficulté majeure dans le développement de cette formulation a été la régularisation des hyper-singularités du noyau. Cette méthode a été utilisée par exemple à l'échelle du cycle par Cochard et Madariaga [1996] et pour des problèmes où la géométrie de la faille est complexe par Aochi et Fukuyama [2002]. Une troisième formulation introduite par Geubelle et Rice [1995]; Perrin et al. [1995]; Cochard et Rice [2000]; Lapusta et al. [2000] travaille avec une représentation spectrale du noyau élastodynamique, dans le domaine du nombre d'onde spatial. Parmi les atouts des méthodes intégrales nous pouvons signaler : leur faible dimensionnalité spatiale puisque la résolution ne porte que sur les degrés de liberté de la faille ; l'accès aux variables de glissement et de traction sur le même noeud, c'est-à-dire la possibilité de représenter une faille d'épaisseur nulle ; la flexibilité géométrique dans le maillage de la faille qui peut être courbe ou branchée ; l'absence d'inertie des éléments de discrétisation de la faille, qui existe artificiellement pour les MDF. Parmi les inconvénients nous trouvons : la limitation à des milieux de propagation de géométrie et comportement simples, de fonction de Green connue ; la nécessité de mailler la surface libre quand des arguments de symétrie ne sont pas disponibles. La première limitation est majeure si nous nous intéressons aux effets de la structure de la zone de faille sur la rupture et si dans le futur nous envisageons de prendre en compte l'atténuation et des non-linéarités du comportement dans le volume au voisinage de la faille, du type endommagement et plasticité [Lapusta et al., 2005]. Des modèles réalistes de séismes ont toute-

fois été réalisés par Aochi et Fukuyama [2002]; Madariaga et al. [2001]; Campillo et Madariaga [2001].

1.5.3 Méthodes d'éléments finis

La méthode d'éléments finis a été moins utilisée jusqu'à présent en sismologie de la source [Oglesby et al., 2000], parce qu'elle est moins aisée à implémenter, en particulier si l'on veut un schéma d'ordre élevé. Avec un ordre faible, dès lors que des ondes se propagent dans le modèle, on est alors confronté à des problèmes de dissipation numérique dès que la taille du maillage excède une fraction de longueur d'onde. Néanmoins, les éléments finis gagnent petit à petit en popularité dans le milieu de la modélisation de la source sismique, parce qu'ils permettent de modéliser des géométries complexes. La courbure des failles peut être approchée de façon aussi précise qu'avec les méthodes intégrales. Oglesby et al. [2000] modélisent la rupture sur des failles hétérogènes et planes par segment. Des modèles réalistes de tremblements de Terre connus ont été proposés, par exemple par Oglesby et Day [2001].

1.5.4 Méthodes d'éléments spectraux

Une classe particulière d'éléments finis, appelés éléments spectraux a été développée par Komatitsch et Vilotte [1998], Komatitsch et Tromp [2002] pour la propagation d'onde 3D en élastodynamique. Ces éléments finis d'ordre élevé ont été étudiés en particulier pour réduire les coûts de calcul ainsi que la dispersion numérique. Depuis, Ampuero [2002] a implémenté les conditions de contact et de frottement pour modéliser la rupture sur des failles de géométrie complexe.

Chapitre 2

Sismologie en mécanique des milieux continus

Les lois qui gouvernent la propagation des ondes sismiques à l'intérieur de notre planète sont en général bien comprises. Ces ondes sont fondamentalement contrôlées d'une part par des relations linéaires entre les contraintes et les déformations du milieu, et d'autre part par l'équation newtonienne du mouvement, reliant les accélérations du milieu au gradient des contraintes. Cependant, l'observation de failles exposées à la surface de la Terre montre que les déformations et les structures géologiques associées aux failles ne sont pas en accord avec les lois physiques mentionnées [Brac, 2003]. D'autres relations constitutives contrôlent le rapport entre déformations et contraintes au voisinage des failles. Un autre paramètre physique qui détermine également la rupture des séismes est la condition en contrainte le long de la faille avant l'initiation de la rupture.

Finalement, un séisme n'est que la libération brutale de l'énergie mécanique accumulée par le milieu, qui se manifeste sous la forme de déformations produites au préalable, induites par ces contraintes préexistantes. Globalement, cet état initial de contraintes est le résultat de la superposition d'une charge due au régime tectonique régional et d'un champ résiduel généralement plus hétérogène, associé à la sismicité antérieure dans le milieu environnant.

2.1 Définition d'une rupture antiplane à 2D

Bien que la dynamique de la rupture des séismes soit un phénomène particulièrement complexe, la théorie de la fracturation des roches peut servir de base pour comprendre la nature des champs élastiques lors de l'occurrence d'un séisme.

L'espace est rapporté à un repère cartésien (x, y, z) . Considérons une zone de rupture sismique (Γ) se produisant dans un milieu homogène. Le champ de déformation associé à la rupture du milieu peut être vu comme la combinaison linéaire des trois modes principaux de déformation présentés sur la figure 2.1 :

- mode I ou mode d'ouverture : la formation de la faille engendre deux lèvres,

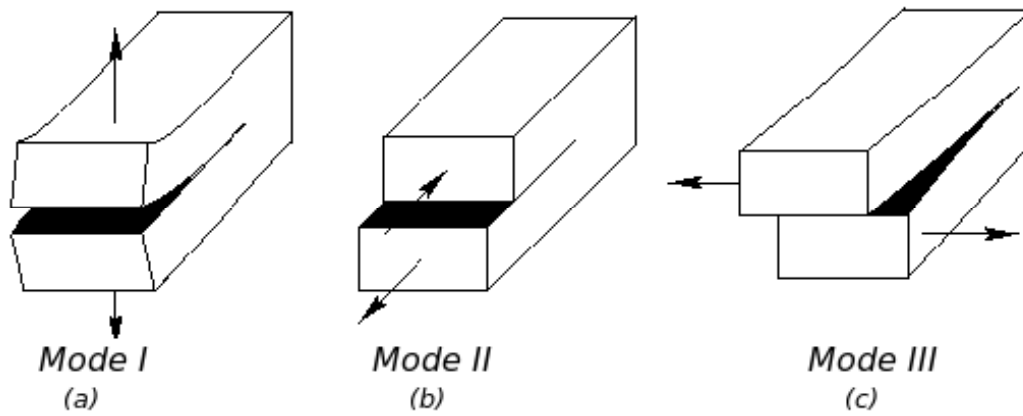


FIG. 2.1 – Modes principaux de déformation associés à la fracturation d'un milieu.

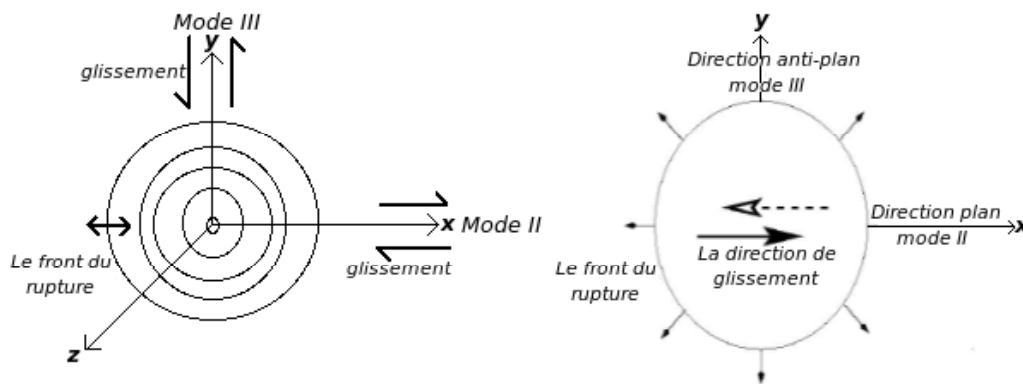


FIG. 2.2 – Rupture en 3D.

- mode II ou mode plan : les deux lèvres glissent l'une par rapport à l'autre, perpendiculairement au front de rupture.
- mode III ou mode antiplan : les deux lèvres glissent également l'une par rapport à l'autre mais parallèlement au front.

Étant donné qu'à l'intérieur de la Terre ce sont les contraintes de confinement qui conditionnent l'état pré-sismique des failles, dans l'espace à trois dimensions seuls les modes II et III peuvent se produire simultanément, c'est-à-dire les deux modes associés aux déformations en cisaillement, sans ouverture des parois internes des fractures. La représentation de la propagation de la rupture à divers instants est schématisée sur la figure (2.2).

Le plan (xy) est le plan de glissement (plan de faille), le déplacement parallèle à la direction (x) engendre le mode II et toutes les particules effectuent un mouvement parallèle à x . Les déplacements parallèles à y engendrent le mode III, où toutes les particules effectuent un mouvement dans la direction y .

Nous avons étudié la propagation d'une rupture en mode III. C'est donc un modèle bi-dimensionnel (2D), simplifié par rapport à la réalité. Dans le plan de faille (xy) , le mode III,

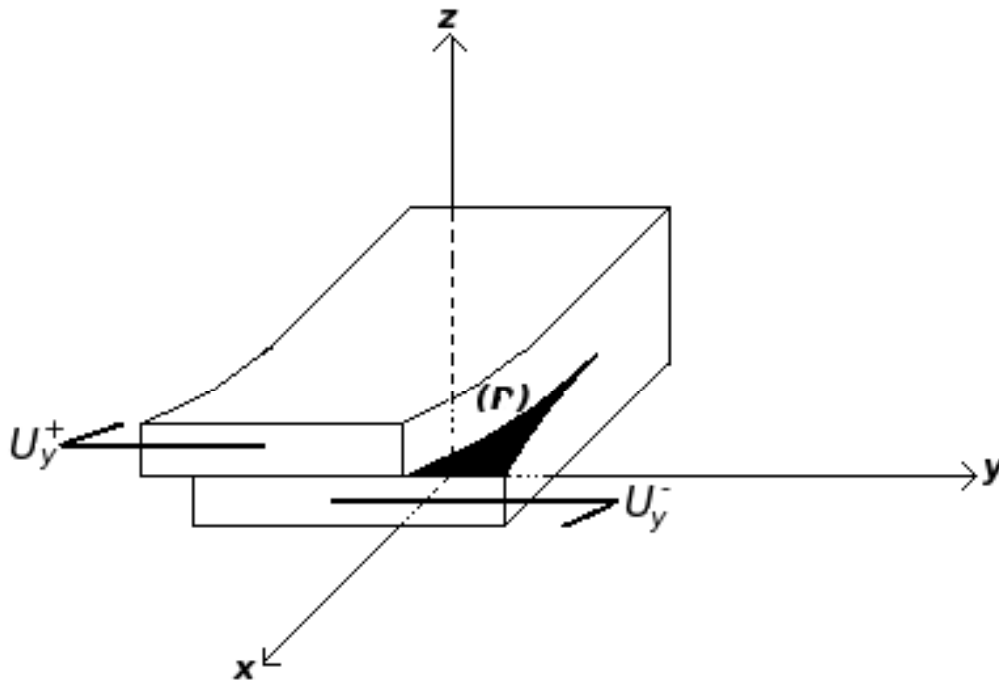


FIG. 2.3 – La géométrie d'une rupture en mode antiplane.

est invariant suivant la direction y (figure 2.3).

2.2 Équation de propagation

La source d'un séisme est considérée comme la propagation d'une rupture spontanée le long d'un ou plusieurs segments de faille au sein d'un milieu élastique linéaire. Le problème dynamique consiste à trouver des solutions de l'équation de l'élastodynamique.

On désigne par $U(x, y, z, t)$ le champ de déplacement d'une particule située autour d'un point $M(x, y, z)$ à l'instant t . Comme nous nous intéressons au mode III, avec l'invariance selon y , le problème se réduit à l'étude des déplacements parallèles à y , à 2D. Le vecteur déplacement, ou champ élastodynamique, sera noté : $U_y(x, z, t) = U(x, z, t)$.

Les contraintes σ_{ij} où $(i, j) = (x, y, z)$, qui engendrent la propagation en mode III, se réduisent uniquement à deux cisaillements :

- σ_{yx} : cisaillement qui s'applique sur la face yz dans la direction y ,
- σ_{yz} : cisaillement qui s'applique sur le plan de faille xy dans la direction y .

Les autres contraintes sont nulles. L'application de la loi fondamentale de la dynamique, en

négligeant les forces de volume, conduit à :

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \text{div} \sigma \quad (2.1)$$

où ρ est la masse volumique (densité de la roche) et σ le tenseur des contraintes.

En supposant le milieu linéaire, homogène et isotrope, la contrainte est liée à la déformation

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.2)$$

par la loi de Hooke

$$\sigma_{ij} = \lambda(\varepsilon_{ii})I + 2\mu\varepsilon_{ij}, \quad (2.3)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé.

La substitution de σ_{ij} dans l'équation précédente conduit à l'équation de propagation d'une onde libre :

$$\nabla^2 U - \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0, \quad (2.4)$$

où $\beta = \sqrt{\mu/\rho}$ est la vitesse de propagation des ondes S.

2.3 La problématique

Les détails des calculs montrent que la composante de la traction dans la direction (y) est :

$$T(x, y, t) = T(x, t) = \sigma_{yz} \cdot n_z. \quad (2.5)$$

Pour la solution de ce problème, nous supposons que sur le plan de faille la traction $T(x, t)$ est connue :

$$\sigma_{yz} = -T(x, t). \quad (2.6)$$

Notez que le signe moins apparaît ici parce que pour la moitié supérieure de l'espace ($z > 0$) la normale sortante pointe vers le bas.

On définit par ΔU le déplacement relatif d'une particule de la section supérieure par rapport à la section inférieure par :

$$\Delta U = U(x, 0^+, t) - U(x, 0^-, t) \quad (2.7)$$

qui doit être nul ($\Delta U = 0$) hors de la zone de rupture (Γ). On définit également le changement de traction par :

$$T(x, t) = T^{\text{abs}} - T^0 \quad (2.8)$$

où T^0 est la traction initiale et T^{abs} la traction absolue qui résulte des frottements.

Le problème à résoudre est de trouver $\Delta U(x, t)$ connaissant T^0 et T^{abs} . Comme les conditions aux frontières le montrent, le changement de traction doit vérifier l'équation (2.6) où σ_{yz} est liée au déplacement $U(x, t)$ qui vérifie l'équation de propagation (2.4), où le déplacement relatif (ΔU) doit être nul hors de la zone de rupture (Γ).

2.4 Méthode d'équations intégrales aux frontières

Pour résoudre ce problème, nous allons utiliser la méthode d'équations intégrales aux frontières (BIEM), qui a été largement utilisée pour examiner la propagation spontanée d'une rupture dans les milieux élastiques [e.x., Das, 1980; Andrews, 1985; Das et Kostrov, 1988; Cochard et Madariaga, 1994; Perrin et al., 1995; Geubelle et Rice, 1995; Ben-Zion et Rice, 1997; Fukuyama et Madariaga, 1998; Aochi et al., 2002; Lapusta et al., 2000; Tada et Madariaga, 2001].

L'idée principale de cette méthode est d'exprimer la réponse élastodynamique des milieux élastiques environnants en termes de relation intégrale entre des discontinuités de déplacement et des tractions le long de la zone de rupture (Γ). Ces relations impliquent des convolutions dans l'espace et le temps des discontinuités de déplacement ou de traction et de leurs histoires.

Elle consiste à déterminer la fonction de Green caractérisant le milieu de rupture. La réponse $U(x, t)$ sera donnée par le produit de convolution de la fonction de Green et de l'excitation qui est la traction. Cette méthode (BIEM) est très efficace pour de tels problèmes et montre une bonne convergence avec l'augmentation de la discrétisation numérique.

Dans ce contexte, le déplacement $U(x, z, t)$ se déduit en appliquant la théorie de représentation de Betti, pour une contrainte appliquée au point (ξ, z, t) [Aki et Richards, 2002] :

$$U(x, z, t) = \int_{\Gamma} \int_0^t \Delta U(\xi, \tau) \Sigma(x, z, \xi, t - \tau) d\tau d\xi, \quad (2.9)$$

où $\Sigma = \mu \partial G / \partial z$ est l'élément (yz) du tenseur des contraintes associé à la fonction de Green à 2D

$$G(x, z, \xi, t) = \frac{1}{2\pi\mu} \frac{H(t - \frac{r}{\beta})}{\sqrt{t^2 - \frac{r^2}{\beta^2}}}, \quad (2.10)$$

où μ est le coefficient de Lamé, ou rigidité de milieu, la fonction de Heaviside étant notée $H(\cdot)$, et $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + z^2}$.

On peut écrire aussi le changement de traction

$$T(x, t) = -\sigma_{yz}(x, z, t) = -\mu \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.11)$$

et l'on obtient

$$T(x, t) = -\mu^2 \int_{\Gamma} \int_0^t \Delta U(\xi, \tau) \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} G(x - \xi, z, t - \tau) \right]_{z=0} d\tau d\xi. \quad (2.12)$$

En substituant la fonction de Green, on aboutit à

$$T(x, t) = \frac{-\mu}{2\pi\beta^2} \int_{\Gamma} \int_0^{\tau_m} \frac{\Delta U}{[(t - \tau)^2 - \frac{(x - \xi)^2}{\beta^2}]^{3/2}} d\tau d\xi, \quad (2.13)$$

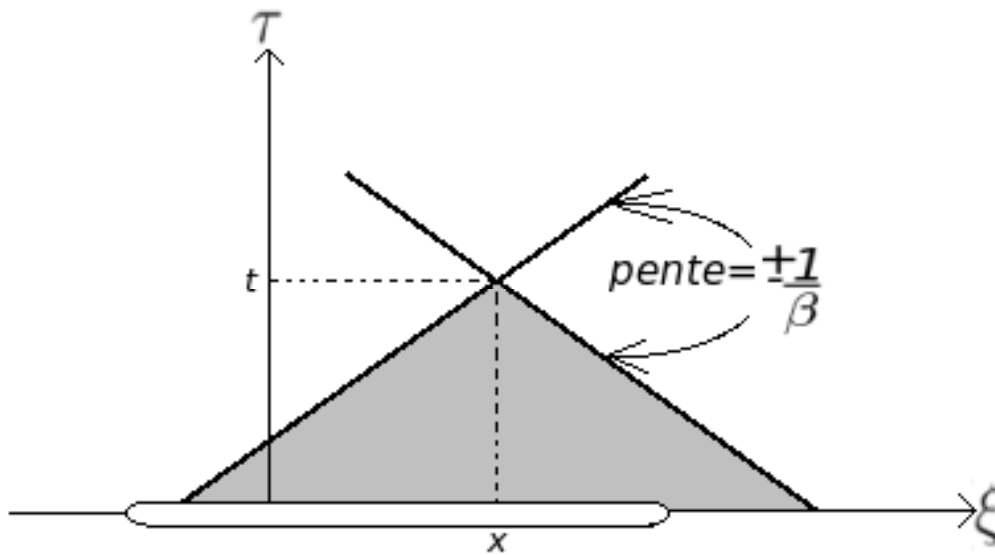


FIG. 2.4 – Domaine d'intégration de l'équation intégrale : un point (x, t) peut recevoir les informations de tous les points situés à l'intérieur du cône de causalité défini par la vitesse des ondes $S(\beta)$.

$$\text{où } \tau_m = \max\left(0, t - \frac{|x - \xi|}{\beta}\right)$$

Malheureusement, cette équation intégrale ne peut pas être utilisée telle quelle dans des études analytiques ou numériques en raison de la présence des hyper-singularités près du point source, quand $\xi = x$ et $\tau = t$.

Pour obtenir une équation intégrale appropriée, nous utilisons la méthode générale proposée par Koller et al. [1992]. Supposons que le déplacement (ΔU) et sa dérivée par rapport à x , ($\partial \Delta U / \partial x$, la densité de dislocation) sont continus, nous pouvons alors transformer (2.13) en une équation intégrale régularisée avec un noyau intégrable :

$$T(x, t) = -\frac{\mu}{2\pi} \int_{\Gamma} \int_0^{\tau_m} \left[\frac{t - \tau}{x - \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \Delta \dot{U}(\xi, \tau) + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \Delta \dot{U}(\xi, \tau) \Psi(t - \tau; x - \xi) \right] d\tau d\xi, \quad (2.14)$$

où $\Psi(t; x) = \sqrt{t^2 - x^2/\beta^2}$, $\tau_m = \max(0, t - |x - \xi|/\beta)$ et $\Delta \dot{U}$ est la vitesse de glissement.

Le domaine d'intégration de cette équation est schématisé sur la figure (2.4). Cette forme de l'équation intégrale est particulièrement utile pour fonder des problèmes de frontière.

2.5 La transformée mixte Laplace-Fourier de l'équation intégrale

Nous remarquons que la traction donnée par l'équation (2.12) est un produit de convolution :

$$T(x, t) = -\mu^2 \Delta U(x, t) * \frac{\partial^2}{\partial z^2} G(x, t) . \quad (2.15)$$

En désignant respectivement par p et s les variable conjuguées de x et t , la transformée de Laplace double par rapport à x et à t conduit à :

$$\tilde{T}(p, s) = -\mu^2 \Delta \tilde{U}(p, s) * \tilde{T}L\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} G(x, t)\right]_{z=0} . \quad (2.16)$$

Cependant, l'utilisation de la transformation double de Laplace conduit à un travail fastidieux. Nous avons alors préféré conserver l'utilisation de la transformée de Laplace pour la variable temps, et utiliser la transformée de Fourier pour la variable espace. On cherche à déterminer la fonction de Green dans le domaine Laplace-Fourier (p, s) ; les calculs aboutissent à (voir Annexe 1) :

$$\tilde{G}(p, z, s) = \frac{1}{2\mu s q} e^{-s q z} . \quad (2.17)$$

où $q = \sqrt{p^2/s^2 + 1/\beta^2}$, est défini pour avoir une partie réelle positive. En faisant tendre vers z vers zéro dans la dérivée seconde, on obtient :

$$\tilde{T}L\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} G(x, t)\right]_{z=0} = \frac{1}{2\mu} s q . \quad (2.18)$$

La transformée mixte Laplace-Fourier de la traction est :

$$\tilde{T}(p, s) = \frac{-\mu}{2} \Delta \tilde{U}(p, s) s q . \quad (2.19)$$

On peut déduire la transformée mixte inverse de cette expression sans aucun problème. Mais nous ne voudrions pas exprimer le résultat des termes de l'équation (2.13), parce que nous savons déjà que nous obtiendrons l'équation intégrale avec sa singularité très forte. Nous nous sommes basés sur l'équation intégrale (2.14) proposée par Koller et al. [1992], où la vitesse de glissement et sa dérivée première dans l'espace x , est présentée sur cette équation. Nous réécrivons l'expression (2.19) :

$$\tilde{T}(p, s) = \frac{-\mu}{2\beta} s \Delta \tilde{U}(p, s) - \frac{\mu}{2} (-i s p \Delta \tilde{U}(p, s)) \left(\frac{1/\beta - q}{i p} \right) , \quad (2.20)$$

où la transformée inverse de la fonction $\left(\frac{1/\beta - q}{i p} \right)$ est calculée à l'aide de la méthode de Cagniard-De Hoop (voir Annexe 2), pour obtenir :

$$T(x, t) = \frac{-\mu}{2\beta} \Delta \dot{U}(x, t) - \frac{\mu}{2\pi} \int_{\Gamma} \int_0^{\tau_m} N^{\text{Tot}}(x - \zeta, t - \tau) \frac{\partial}{\partial \zeta} \Delta \dot{U}(\zeta, \tau) d\tau \zeta , \quad (2.21)$$

où $N^{\text{Tot}}(x, t) = \sqrt{t^2 - x^2/\beta^2}/tx$, $\tau_m = \max(0, t - \frac{|x - \xi|}{\beta})$, et $\Delta\dot{U}(x, t)$ est la vitesse de glissement.

L'équation (2.21) [Cochard et Madariaga, 1994] est l'équation intégrale qui relie la traction à la vitesse de glissement $\Delta\dot{U}$ pour une rupture en mode III. Cette équation intégrale est régulière partout sauf près de $\xi = x$, où elle doit être interprétée dans le sens habituel d'une valeur principale de Cauchy.

Le premier terme dans l'équation (2.21) est le changement instantané de traction produit par un changement de vitesse de glissement. Si la vitesse de glissement $\Delta\dot{U}$ est indépendant de la position x on obtient :

$$T(x, t) = \frac{-\mu}{2\beta} \Delta\dot{U}(x, t) . \quad (2.22)$$

Le deuxième terme dans l'équation (2.21) est l'effet de la diffraction des ondes par la distribution de dislocations sur la faille.

Chapitre 3

Simulation numérique d'un séisme

Dans ce chapitre, nous montrons comment les équations établies dans le chapitre précédent, peuvent être discrétisées et résolues par une méthode numérique.

Nous avons établi au chapitre précédent une équation intégrale donnant la traction $T(x, t)$ en fonction de la vitesse de déplacement et de sa dérivée première dans l'espace. Cependant, cette intégrale est impossible à résoudre analytiquement dans le cas général.

Nous allons nous focaliser sur la méthode numérique utilisée de façon privilégiée dans ce travail pour simuler la propagation dynamique d'une rupture en mode III. Nous allons résoudre l'équation intégrale sur une grille à deux dimensions. Nous considérons pour cela le système rectangulaire représenté sur la figure 3.1.

3.1 Discrétisation de l'équation intégrale

Pour les simulations numériques nous discrétisons l'équation intégrale. On utilise alors une méthode analytique pour remplacer la somme continue sur l'espace et le temps, par deux sommes discrètes par rapport aux variables espace et temps.

Le contour d'intégration (ou zone de rupture Γ) doit être subdivisé en segments de longueur Δx , alors que l'intervalle $[0, t]$ doit être subdivisé en segments de durée Δt . Les deux subdivisions seront liées par

$$\Delta x = \frac{1}{h} \beta \Delta t \quad (3.1)$$

où h est un paramètre sans dimension dont la variation résulte en des subdivisions plus ou moins fines. La stabilité de notre arrangement numérique dépend du choix du paramètre de grille h , qui a été étudié par beaucoup d'auteurs précédents [Tada et Madariaga, 2001].

Discutons des conséquences du choix de ce paramètre : il n'est pas concevable de prendre h plus grand que 1, car après une itération les ondes de vitesse β parcourront une distance supérieure au pas de la grille Δx . Par ailleurs, la méthode des différences finies impose $h \leq 1/\sqrt{2}$. Nous avons alors choisi une valeur encore plus petite ($h = 1/2$), une valeur suggérée par d'autres auteurs [Koller et al., 1992; Cochard et Madariaga, 1994].

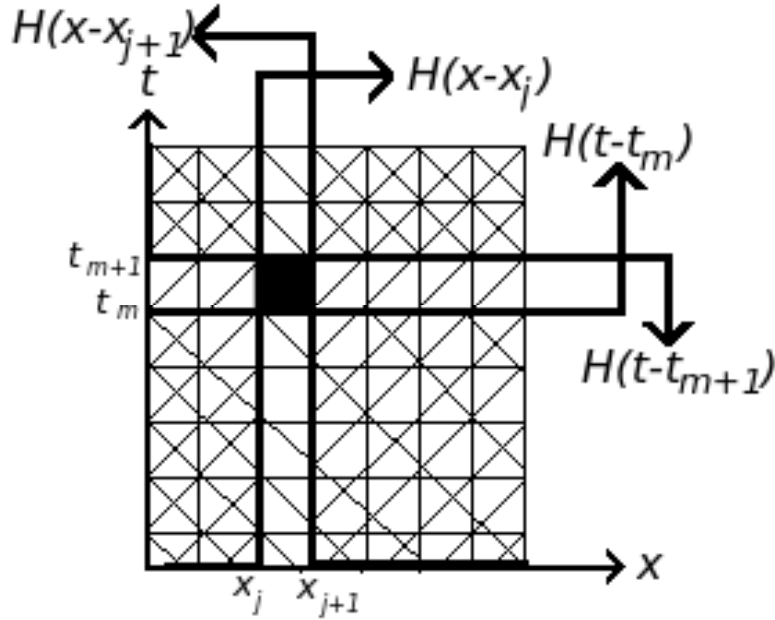


FIG. 3.1 – Définition de la subdivision espace-temps à l'aide de la fonction de Heaviside.

Du fait de la discrétisation de l'espace et du temps, la vitesse de glissement doit également être discrétisée de façon qu'elle présente des variations par saut. Elle est ici supposée constante sur chaque intervalle $[x_j, x_{j+1}]$ et $[t_m, t_{m+1}]$, centrés respectivement sur x_j et t_m :

$$\Delta \dot{U}(x, t) = \sum_{j,m} D_{j,m} d(x, t, x_j, t_m) . \quad (3.2)$$

$D_{j,m}$ est la vitesse discrétisée, d est une distribution continue par morceau, définie par

$$d(x, t, x_j, t_m) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x_j \leq x < x_{j+1} \text{ et } t_j \leq t < t_{j+1} , \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.3)$$

Cette expression peut être exprimée de la fonction Heaviside $H(\cdot)$:

$$d(x, t, x_j, t_m) = H(x - x_j)H(t - t_m) - H(x - x_{j+1})H(t - t_m) - \\ H(x - x_j)H(t - t_{m+1}) + H(x - x_{j+1})H(t - t_{m+1}) . \quad (3.4)$$

ce qui délimite un carré comme représenté sur la figure (3.1), où doit être évaluée la vitesse de glissement.

En introduisant l'expression de la vitesse discrétisée dans l'équation intégrale (1.20), on obtient l'équation

$$T(x, t) = \frac{-\mu}{2\beta} [D(x, t) + \sum_{j,m} D(x_j, t_m) N^{\text{Tot}}(x, t, x_j, t_m)] , \quad (3.5)$$

où N^{Tot} est le noyau élastodynamique de l'intégrale de convolution, qui ne dépend que des propriétés du milieu. L'expression de N^{Tot} est définie par

$$N^{\text{Tot}}(x, t, x_j, t_m) = I(x - x_j, t - t_m) - I(x - x_{j+1}, t - t_m) - I(x - x_j, t - t_{m+1}) + I(x - x_{j+1}, t - t_{m+1}) \quad (3.6)$$

où $I(x, t)$ est l'intégrale double de l'équation (1.20) en remplaçant la vitesse $\Delta \dot{U}$ par $H(\tau)H(\xi)$ et sa dérive spatiale par $H(\tau)\delta(\xi)$. On aboutit à l'expression :

$$I(x, t) = \frac{1}{\pi} H\left(t - \frac{|x|}{\beta}\right) \left[\frac{\sqrt{1 - (x/\beta t)^2}}{x/\beta t} + \arccos[\text{sign}(x)] - \arccos\left[\frac{x}{\beta t}\right] \right]. \quad (3.7)$$

L'équation (3.5) est alors ramenée à un problème discret par collocation. L'équation a une série de noeuds situés à l'intérieur de chaque élément de frontière, ces points de collocation étant définis par les coordonnées d'espace-temps (x, t) écrites sous la forme :

$$\begin{cases} x = i \Delta x + e_x \Delta x \\ t = n \Delta t + e_t \Delta t \end{cases} \quad (3.8)$$

pour assurer l'incrémentation des variables x et t . i, n éteent des nombres naturels.

Les deux derniers termes dans l'expression (3.8), ont été ajoutés respectivement pour éviter les problèmes d'indétermination et la stabilité de notre arrangement numérique BIEM, dans l'évaluation de l'intégrale espace-temps, en choisissant $(e_x, e_t) \in [0, 1]$.

En injectant l'expression (3.8) de x et t dans l'expression (3.6) du noyau élastodynamique N^{Tot} , on déduit :

$$N^{\text{Tot}}(x, t, x_j, t_m) = N^{\text{Tot}}(x - x_j, t - t_m) = N_{i-j, n-m}^{\text{Tot}}. \quad (3.9)$$

Finalement, l'équation (3.5) devient un système linéaire d'équations écrit sous cette forme simple :

$$T_{i,n} = \frac{-\mu}{2\beta} [D_{i,n} + \sum_j \sum_{m \leq n-1} D_{j,m} N_{i-j, n-m}^{\text{Tot}}]. \quad (3.10)$$

Sur la figure (3.2) nous avons représenté le noyau élastodynamique à trois dimensions $(i, n, T_{i,n})$. Dans tous les calculs, nous avons posé $e_x = 1/2$, ce qui est requis pour des raisons de symétrie et $e_t = 1$, choisi car il fournit les résultats les plus stables, et, comme indiqué précédemment, $h = 1/2$.

Cette figure représente la réponse du milieu, en l'occurrence la traction du milieu $(T_{i,n})$, en un point (i, n) de l'espace-temps, pour une excitation impulsionnelle de la vitesse à l'origine $(0, 0)$. Nous distinguons un profil d'onde progressant devant une traction statique appliquée sur la ligne $(x = 0)$, pris comme origine.

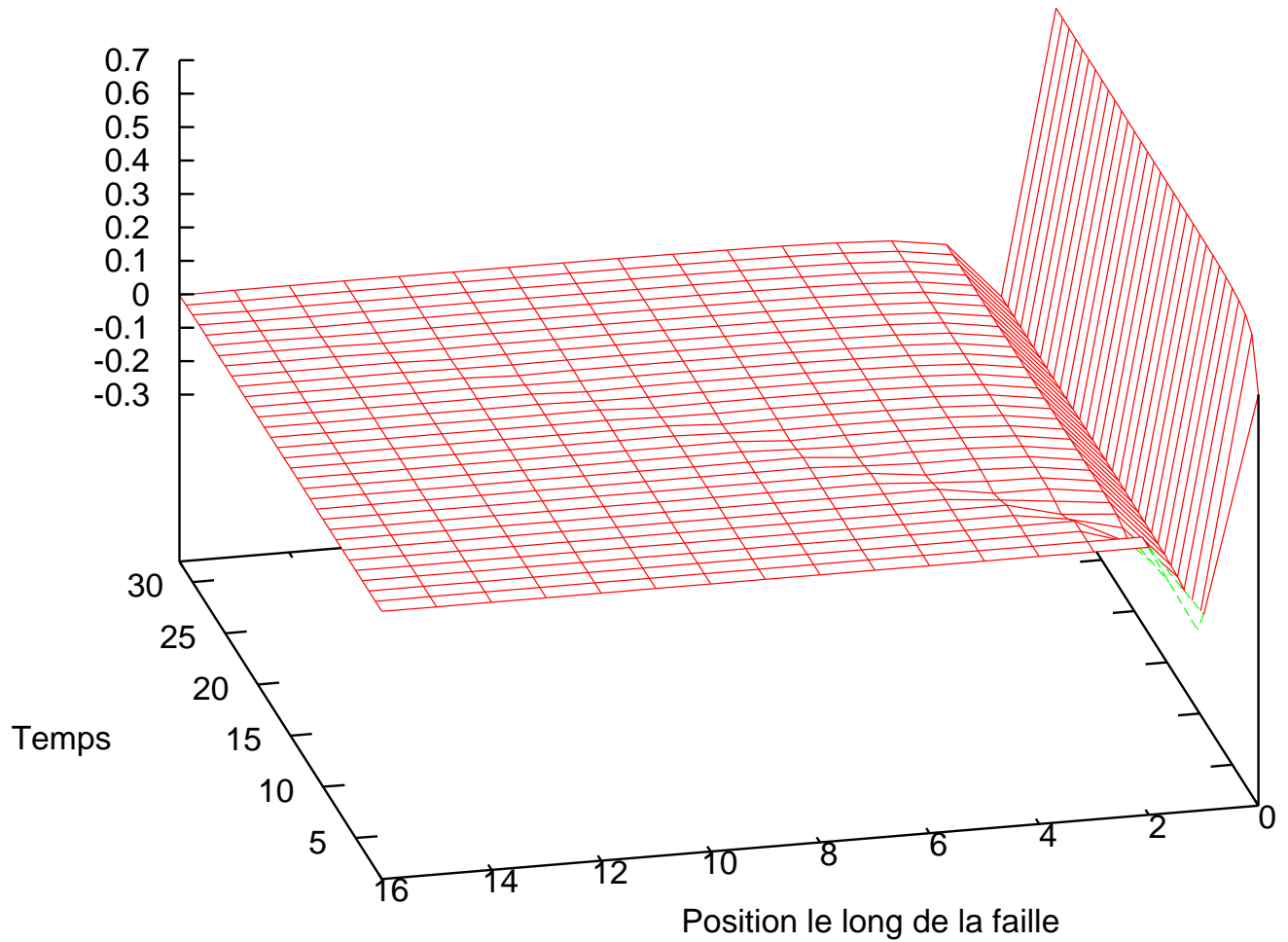


FIG. 3.2 – Noyau de l'équation intégrale.

3.2 Solution numérique de l'équation intégrale aux frontières

Rappelons qu'un point de l'espace-temps est repéré par les indices (i, n) . Pour résoudre l'équation intégrale (3.10) on la réécrit comme suit :

$$D_{i,n} = \frac{2\beta}{\mu} T_{i,n} - \sum_j \sum_{m \leq n-1} D_{j,m} N_{i-j,n-m}^{\text{Tot}}. \quad (3.11)$$

Il faut distinguer les éléments glissants (i.e. en mouvement) de la frontière (Γ) et les éléments

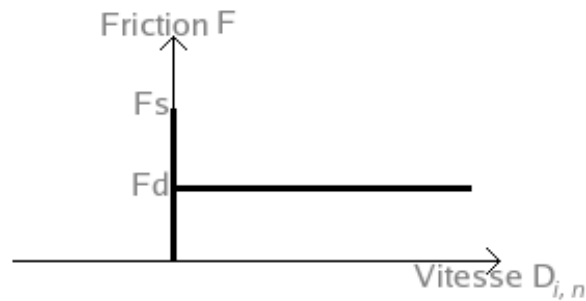


FIG. 3.3 – Loi de frottement indépendant de la vitesse de glissement.

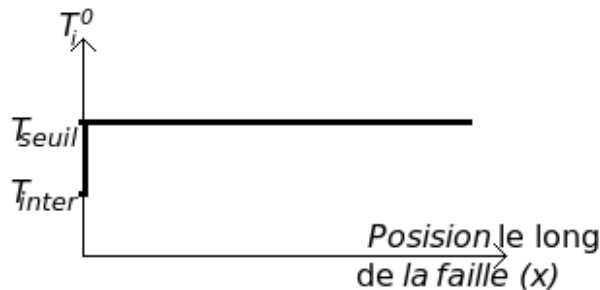


FIG. 3.4 – Chargement tectonique homogène.

à l'équilibre non encore atteints par le front de rupture. Pour les éléments glissants, on calcule la vitesse de glissement, alors que pour les éléments immobiles, on calculera la traction

$$T_{i,n} = T_{i,n}^{\text{abs}} - T_i^0, \quad (3.12)$$

où T_i^0 est la traction initiale (ou chargement tectonique) appliquée sur la faille, et $T_{i,n}^{\text{abs}}$ est l'excitation qui obéit à la loi des frottement (chapitre I) existant entre les deux lèvres de la faille.

Pour tester notre calcul, nous avons pris comme premier exemple une loi de frottement avec une variation temporelle abrupte, indépendante de la vitesse (figure 3.3). Cette description de frottement veut dire que si la concentration de contrainte dépasse un certain niveau seuil F_s au front de rupture elle provoque une chute brutale à un frottement dynamique F_d .

3.2.1 Exemple 1 : rupture sans propagation

Dans un premier exemple, nous considérons un segment de faille avec une précontrainte uniformément égale au seuil de rupture (figure 3.4), donc initialement instable. Ce segment casse donc instantanément à $t = 0$.

La figure 3.5 représente l'évolution du profil de la vitesse de glissement $\Delta \dot{U}$, en fonction de l'espace x et du temps t , d'une telle faille instantanée discrétisée par 1024 éléments, soumis à une rupture antiplane. La solution est obtenue numériquement par la méthode d'équations intégrales aux frontières.

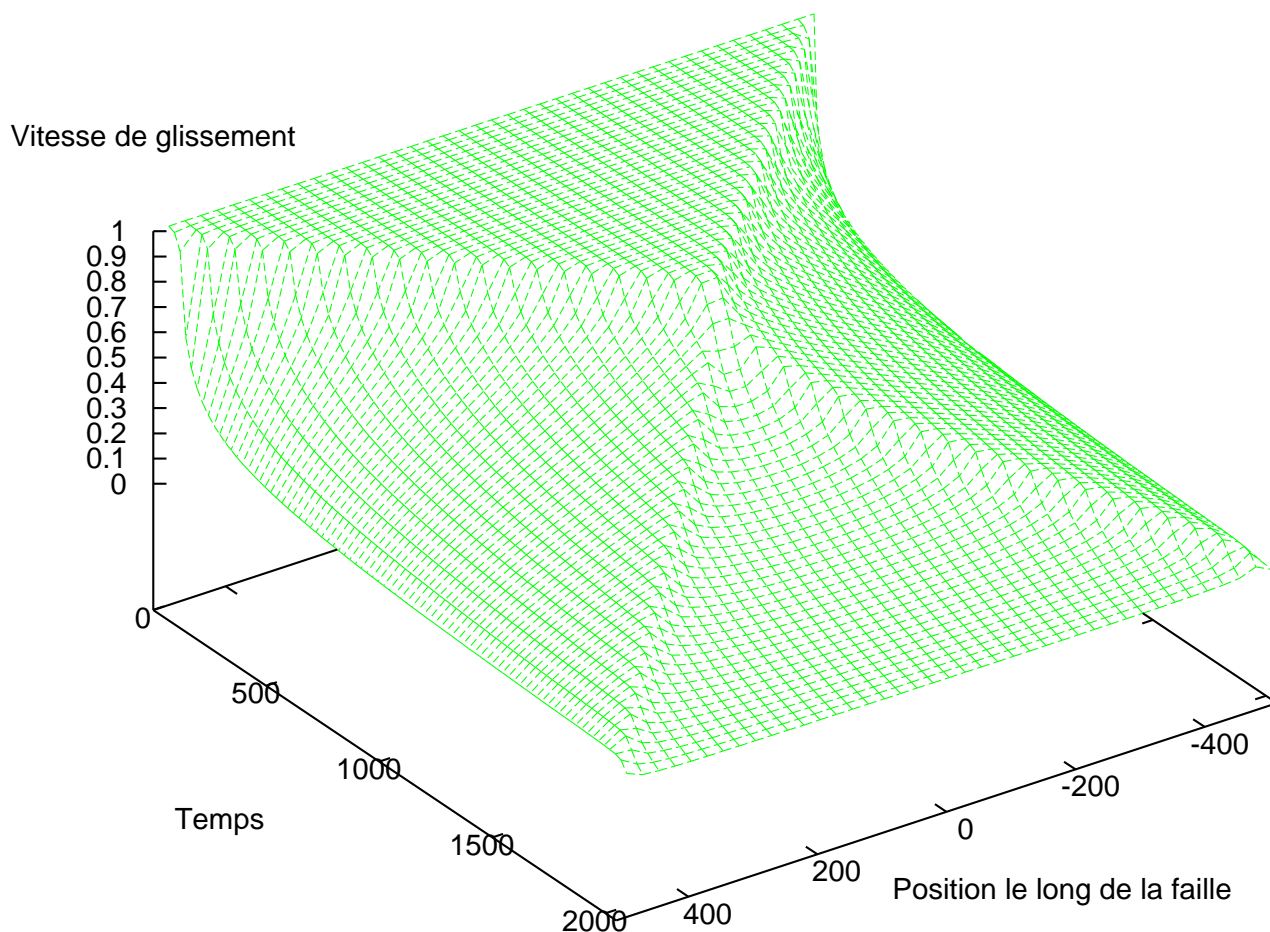
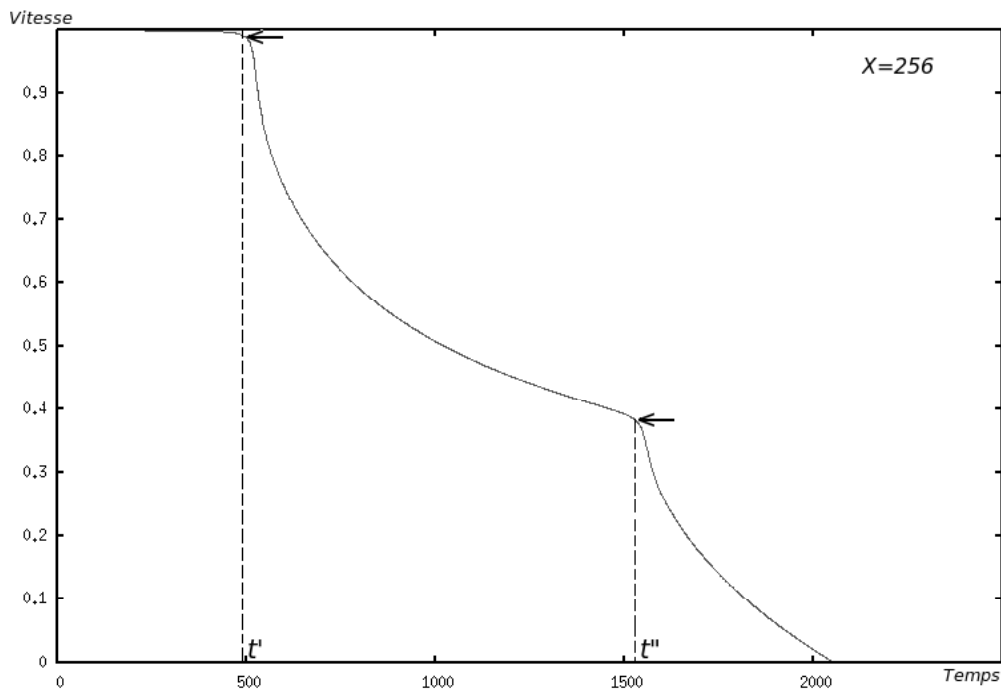


FIG. 3.5 – Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une rupture antiplan, d'une faille instantanée discrétisée par 1024 éléments.

Nous avons représenté sur la figure 3.6 la solution numérique pour le 256^{ème} élément. Les flèches indiquent les temps d'arrivée des phases arrêtant la rupture, venant de l'un ou l'autre bord de la faille.

Le premier pulse d'arrêt (point t'), correspondant à l'onde S diffractée sur le bord de la faille le plus proche, provoquant une première chute de vitesse. Le deuxième pulse d'arrêt arrive de l'autre bord à t'' et permet d'arrêter complètement le mouvement.

FIG. 3.6 – Solution pour le 256^{ème} élément.

3.2.2 Exemple 2 : rupture d'aspérités

Dans un deuxième exemple nous étudions la dynamique de la rupture le long de surfaces de faille avec une précontrainte hétérogène, qui est décrite par une distribution d'aspérités (figure 3.7) :

- (3.7)(a) représente une seule aspérité. Une longueur donnée de l'axe de faille (x) est au seuil de rupture et la traction à l'extérieur est égale à zéro.
- (3.7)(b) représente deux aspérités : la première est au seuil de rupture et la deuxième est presque au seuil (85%), donc prête à casser.

Pour les simulations présentées sur les figures (3.8) et (3.10), l'aspérité de la figure (3.7)(a) est modélisée par 30 éléments tandis que les aspérités de la figure (3.7)(b) sont de 30 et 15 éléments, séparées par 30 éléments.

Si la vitesse d'un point antérieur ($i, n - 1$) est nulle ($D_{i,n-1} = 0$) et que la traction absolue $T_{i,n}^{\text{abs}}$ au point considéré (i, n) est inférieure à la traction seuil, alors le point (i, n) reste à immobile.

Si la vitesse d'un point antérieur ($i, n - 1$) est non nulle ($D_{i,n-1} \neq 0$) ou si $D_{i,n-1} = 0$ mais que la traction $T_{i,n}^{\text{abs}}$ devient supérieure à la traction seuil, alors le point (i, n) se met en mouvement et la traction $T_{i,n}^{\text{abs}}$ chute à la valeur dynamique.

La figure 3.8 représente l'évolution de la vitesse de glissement le long d'une faille discrétisée par 1024 éléments, pour le modèle à une seule aspérité. Le seuil de rupture est supposé uniforme le long de la section du plan de faille que l'on permet de casser. À l'extérieur de cette section, le

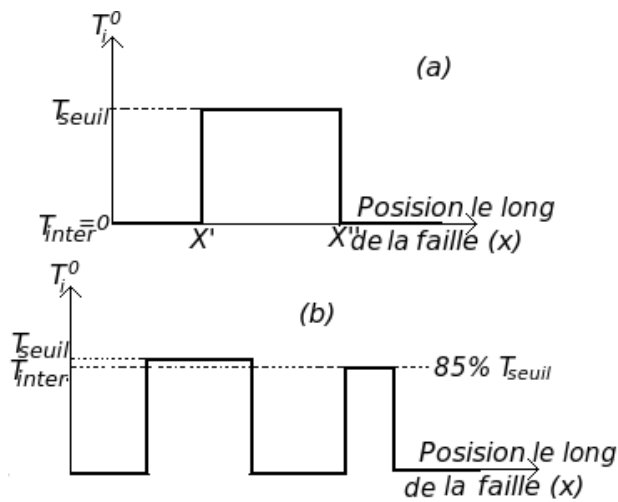


FIG. 3.7 – Les états initiaux de traction (T_i^0) pour les simulations numériques. (a) Une aspérité. (b) Deux aspérités. (T_i^0) à l'extérieur des aspérités est 0.

seuil est supposé infini, représentant une barrière incassable. Une concentration de la traction se développe près des bords de la rupture (front de rupture) jusqu'à ce que le seuil soit atteint. Cette rupture commence à grandir et se propage avec une vitesse inférieure à la vitesse des ondes S (figure 3.9).

Le front de rupture sépare une zone intacte en avant du front d'une zone en glissement déjà balayée par le front. L'arrêt de la rupture se produit lorsque cette dernière crée en avant du front de rupture une contrainte inférieure à la contrainte seuil locale, que ce soit en pénétrant dans une zone plus résistante c'est-à-dire de plus fort seuil de contrainte, ou dans une zone de plus faible contrainte initiale.

La figure 3.10 représente la solution numérique de l'évolution de la vitesse de glissement, $\Delta \dot{U}$, en fonction de l'espace (x) et du temps (t), pour le modèle à deux aspérités schématisé sur la figure (3.7)(b).

La première aspérité, au seuil de rupture casse au temps 0 et la deuxième, qui est presque au seuil de rupture, est déclenchée par l'arrivée du front de rupture produit par la première.

3.2.3 Exemple 3 : propagation d'une impulsion de glissement (« pulse »)

Comme indiqué dans le chapitre I (paragraphe 1.2), Cochard et Madariaga [1994] montrent que lorsque le frottement est défini par une loi pour laquelle le frottement décroît lorsque la vitesse de glissement augmente, la propagation de la rupture s'effectue sous forme d'une impulsion de glissement auto-cicatrisante (« pulse ») : elle est, en général, beaucoup plus courte que la durée totale de la rupture. Dans un troisième exemple nous imposons la vitesse de rupture V_{rup} constante pour générer un modèle dynamique avec une propagation cinématique. Dans la simulation numérique présentée sur la figure (3.11), nous avons posé $V_{rup} = \beta/2$.

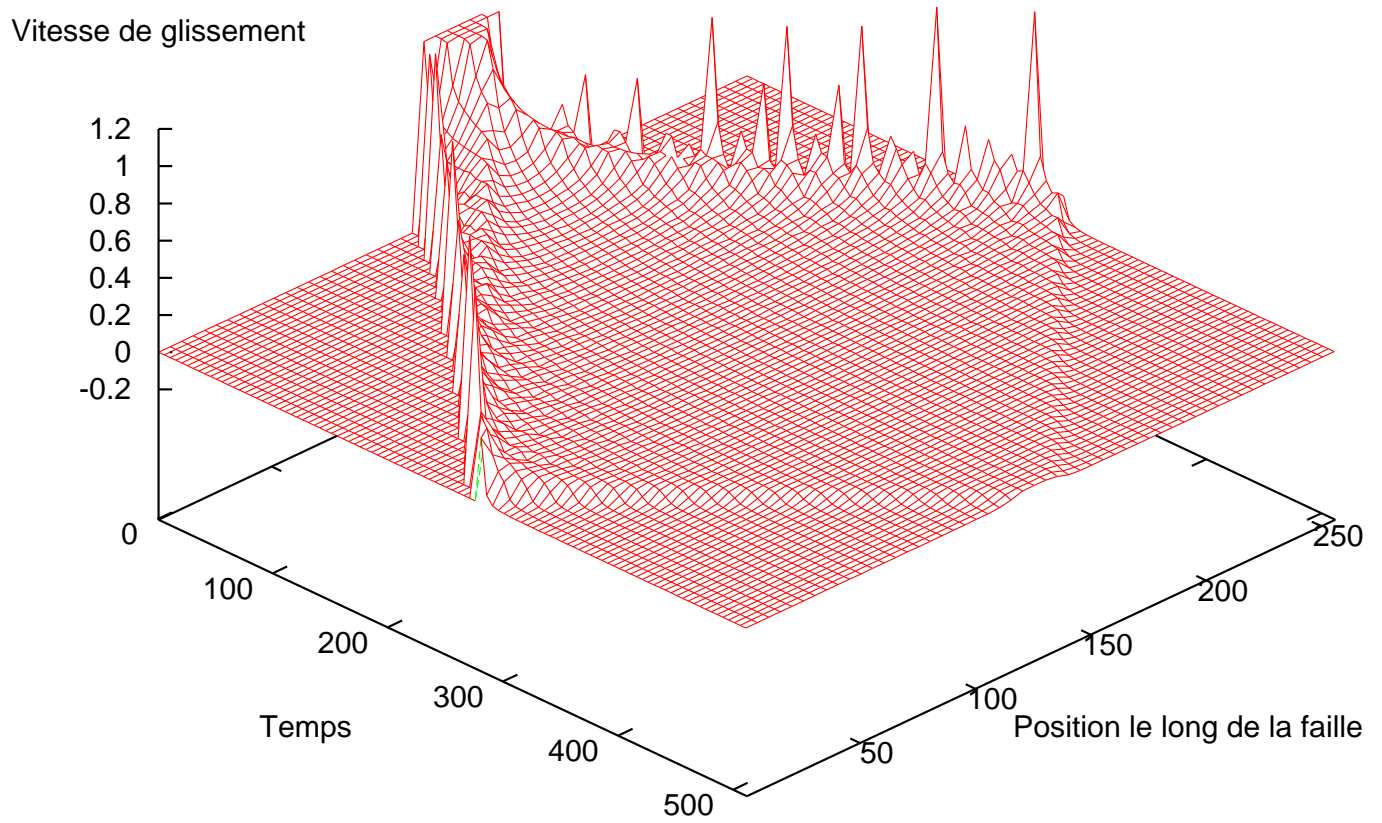


FIG. 3.8 – La vitesse de glissement pour le modèle d'un seul aspérité.

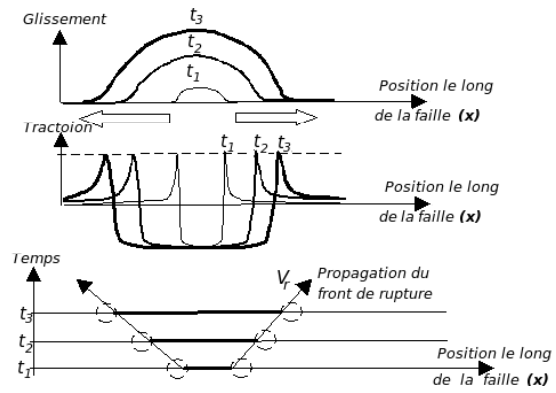


FIG. 3.9 – Propagation du front de rupture.

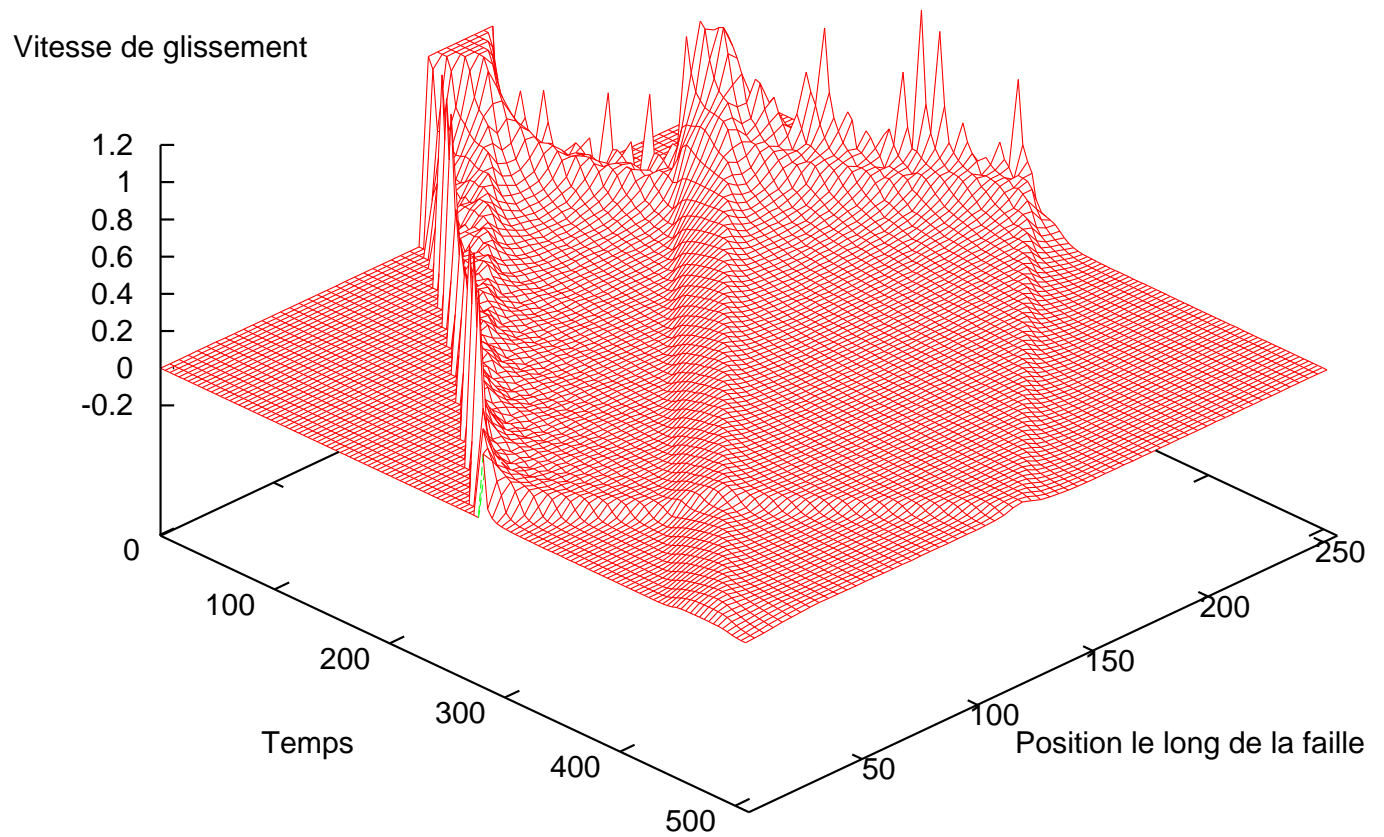


FIG. 3.10 – La vitesse de glissement pour le modèle à deux aspérités.

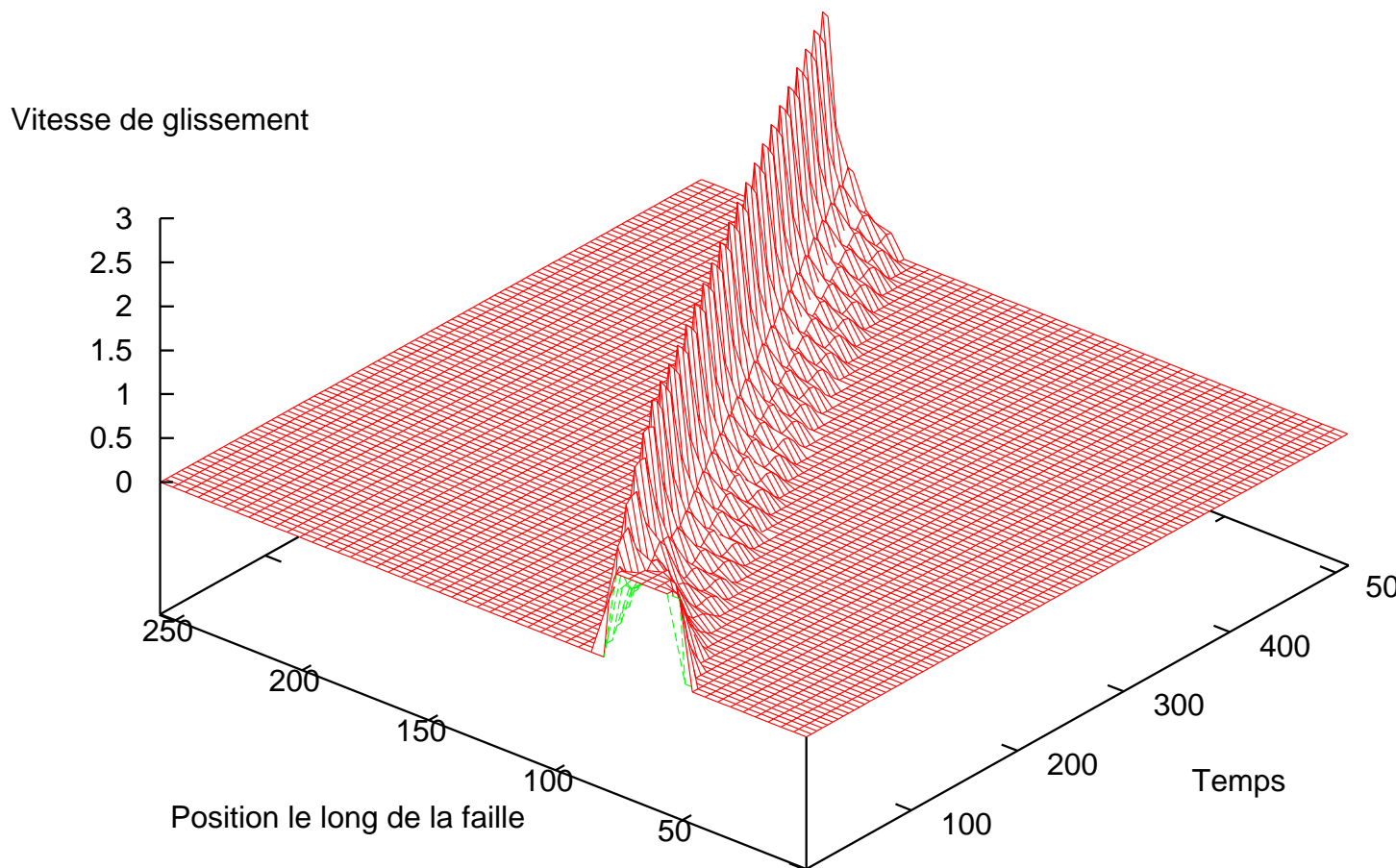


FIG. 3.11 – La vitesse de glissement pour un modèle dynamique mais avec propagation cinématique.

Chapitre 4

Amélioration des méthodes numériques

La modélisation numérique est un outil indispensable en sismologie pour comprendre et interpréter la propagation d'une rupture dynamique, pour remonter aux propriétés physiques des sources sismiques et des structures géologiques, grâce à l'élaboration de nouvelles méthodes numériques et à la rapidité croissante des ordinateurs.

Parmi ces méthodes, les différences finies règnent en maître sur cette discipline grâce à la facilité de leur implantation sur machine ainsi que l'ordre élevé du schéma numérique. Ces méthodes sont malheureusement assez limitées dès qu'il s'agit de simuler des topographies complexes.

D'autres méthodes, comme les éléments finis, et particulièrement leur formulation spectrale, ainsi que les méthodes d'intégrales de frontière, fournissent des résultats assez précis, mais se heurtent aux problèmes majeurs que sont, respectivement, l'inversion de matrices de grandes dimension et la détermination de la fonction de Green.

Les méthodes numériques utilisées pour la simulation des ruptures sismiques définissent une grille numérique qui englobe toute la portion de faille sur laquelle la rupture a lieu. Ce genre de modélisation de la propagation d'une rupture sismique demande des ressources de calcul importantes du fait de la grande taille des grilles. Par exemple, le calcul des grandeurs élastodynamiques pour un domaine géologique comportant une faille de 10 km de longueur nécessite un maillage de l'espace temps qui comprend au moins 50 milliards de cellules (points).

Le traitement d'un problème de propagation issu d'une grande rupture utilise donc un espace mémoire et un temps de calcul assez long.

4.1 Les méthodes d'équation intégrales aux frontières (BIEM)

La faille est divisée en éléments de surface discrets (segments) de longueur Δx , alors que le temps doit être subdivisé en segments de durée Δt . L'influence de chaque élément de faille sur un autre est calculée par la convolution de son histoire de vitesse de glissement avec la fonction de Green reliant les deux éléments.

Un avantage de cette méthode est qu'elle ne souffre pas de la dispersion numérique due aux haute fréquences comme les différences finies. Mais il y a d'autres types d'instabilités numé-

riques inhérentes à la méthode.

Un désavantage est quelle est très lourde à gérer pour des cas de failles non coplanaires, Un autre problème est que plus le temps passe, plus la convolution en temps est longue, et les éléments de faille interagissant tous deux à deux, le nombre d'opérations pour I éléments et N itérations est de $N^2 I^2$, ce qui gonfle rapidement le calcul.

Nous devons donc améliorer notre méthode numérique afin de réduire le temps de calcul et l'allocation de l'espace mémoire ; nous présentons une procédure numérique efficace et rigoureuse.

4.2 L'algorithme FFT pour la convolution

Dans le système linéaire d'équations (3.11), il faut calculer la somme sur l'espace (indice j) et le temps (indice m) :

$$S_{i,n} = \sum_j \sum_{m \leq n-1} D_{j,m} N_{i-j,n-m}^{\text{Tot}} . \quad (4.1)$$

On peut réécrire ce terme comme une convolution spatiale :

$$S_{i,n} = \sum_{m \leq n-1} [D_{i,m} * N_{i,n-m}^{\text{Tot}}] . \quad (4.2)$$

En appliquant les transformées de Fourier (TF), il vient :

$$S_{i,n} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \sum_{m \leq n-1} [\mathcal{F}(D_{i,m}) \cdot \mathcal{F}(N_{i,n-m}^{\text{Tot}})] \right\} . \quad (4.3)$$

Pour se faire une idée de la durée nécessaire pour effectuer un tel calcul basée sur les TF, nous donnons l'estimation suivante :

- un calcul de TF discrète d'un vecteur de dimensions I , repose sur un produit matriciel de I^2 opérations.
- le temps mis par un ordinateur ayant une vitesse de 10^9 opération par seconde, serait de 1 ms dans le cas $I = 1024$, de 15 min pour une grille $I * I$ et des dizaines d'années pour un réseau ($I * I * I$).
- l'application de l'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT) réduit considérablement le nombre d'opérations à effectuer, soit $I \log_2 I$ au lieu de I^2 opérations.
- dans les exemples sus-cités, les temps nécessaires pour effectuer I^2 , I^4 , I^6 opérations seront réduits respectivement à 10 μ s, 20 ms, 30 s.

En effet, pour l'évaluation de la somme $S_{i,n}$ au pas du temps n , on applique une FFT sur un tableau unidimensionnel de longueur $2I$, avec $I \Delta x$ la taille de la faille discrète et le facteur de 2 prend en compte le remplissage par des zéros (zero padding). Multiplication et une addition le long de la dimension de temps ($N - 1$) sur un tableau 2D de taille $N \times 2I$; et enfin une FFT inverse sur un tableau de taille $2I$. Il n'y a pas de limite supérieure à la taille, à part les limitations liées à l'allocation dynamique de la mémoire utilisée.

Pour l'évaluation de la somme $S_{i,n}$ correspondant à une faille discrétisée en I éléments d'espace, et N éléments de temps, le nombre d'opérations par un calcul basé sur la FFT est :

$$2IN[\alpha \log_2 I + \frac{N-1}{2}], \quad (4.4)$$

où α est une constante de proportionnalité caractéristique de l'algorithme de la FFT.

Par contre, la convolution en temps se calcule directement par l'addition explicite. Le calcul de la convolution temporelle par FFT ne serait pas efficace parce que nous avons besoin du résultat de la convolution en temps seulement au pas de temps actuel n .

4.3 Troncature de l'intégrale de convolution

La méthodologie illustrée ici s'applique au cas d'une rupture antiplane, bi-dimensionnelle et utilise une méthode de résolution fondée sur les équations intégrales aux frontières. Le changement de traction $T(x, t)$ sur le plan de faille est exprimé comme une intégrale de convolution double dans l'espace et le temps entre les deux ingrédients principaux que sont la vitesse de glissement antérieure $\Delta \dot{U}(x, t)$ et un noyau élastodynamique $N^{\text{Tot}}(x, t)$, de nouveau représenté sur la figure (4.1).

Ce noyau représente la variation de la contrainte sur la faille dû à une variation de vitesse sur la cellule de taille $\Delta x \times \Delta t$ située en $x = 0$ et $t = 0$. On perçoit la propagation d'une onde à la vitesse β , mais la contribution majeure est localisée en $x \neq 0$ et tend vers une valeur constante quand t augmente. C'est la contribution statique, qui s'applique aussi pour $x = 0$, et s'établit après le passage de l'onde. Ce terme statique, coupe du noyau élastodynamique total pour $t = +\infty$, est représenté sur la figure (4.2).

Bien que les ondes dynamiques s'atténuent très rapidement (comme on le voit sur la figure 4.1), la présence de ce terme statique oblige à évaluer l'intégrale sur le temps depuis le temps initial. Si l'on néglige le passé lointain (plus lointain que deux fois le temps mis par l'onde S pour traverser la faille), on obtient l'évaluation totalement fautive représentée sur la figure (4.3).

Comme le nombre d'opérations impliquées croît en N^2 pour une taille de faille fixée, il est impossible de simuler des évolutions de longue durée (NB : l'évaluation de la convolution en temps est la part essentielle du temps informatique. Elle peut prendre 99% du temps informatique global.)

Heureusement, la troncature de cette intégrale de convolution en temps est possible car on peut « extraire » le terme statique.

4.3.1 Extraction du terme statique

Dans l'approximation 2D, une relation bien connue entre la traction statique et le glissement est donnée par :

$$T(x, t) = -\frac{\mu}{2\pi\alpha} PV \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x-\xi} \frac{\partial \Delta U(\xi, t)}{\partial \xi} d\xi. \quad (4.5)$$

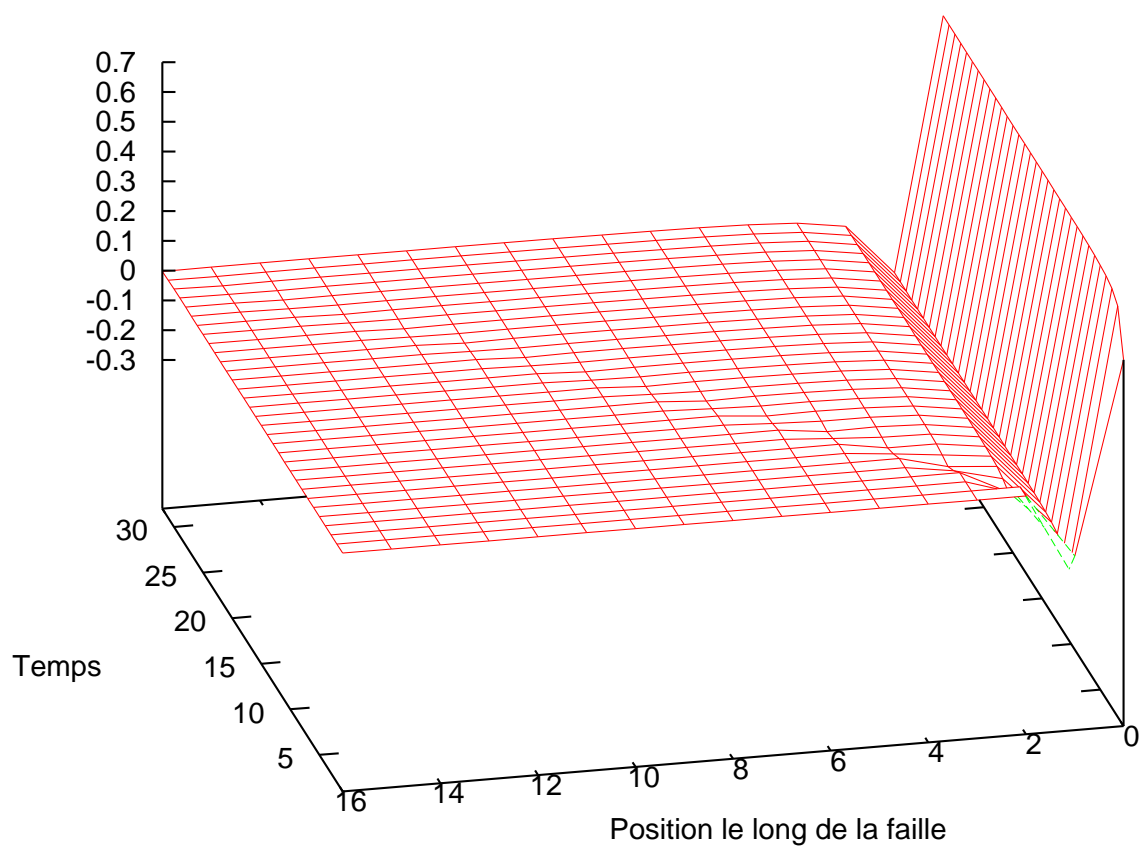


FIG. 4.1 – Noyau élastodynamique total.

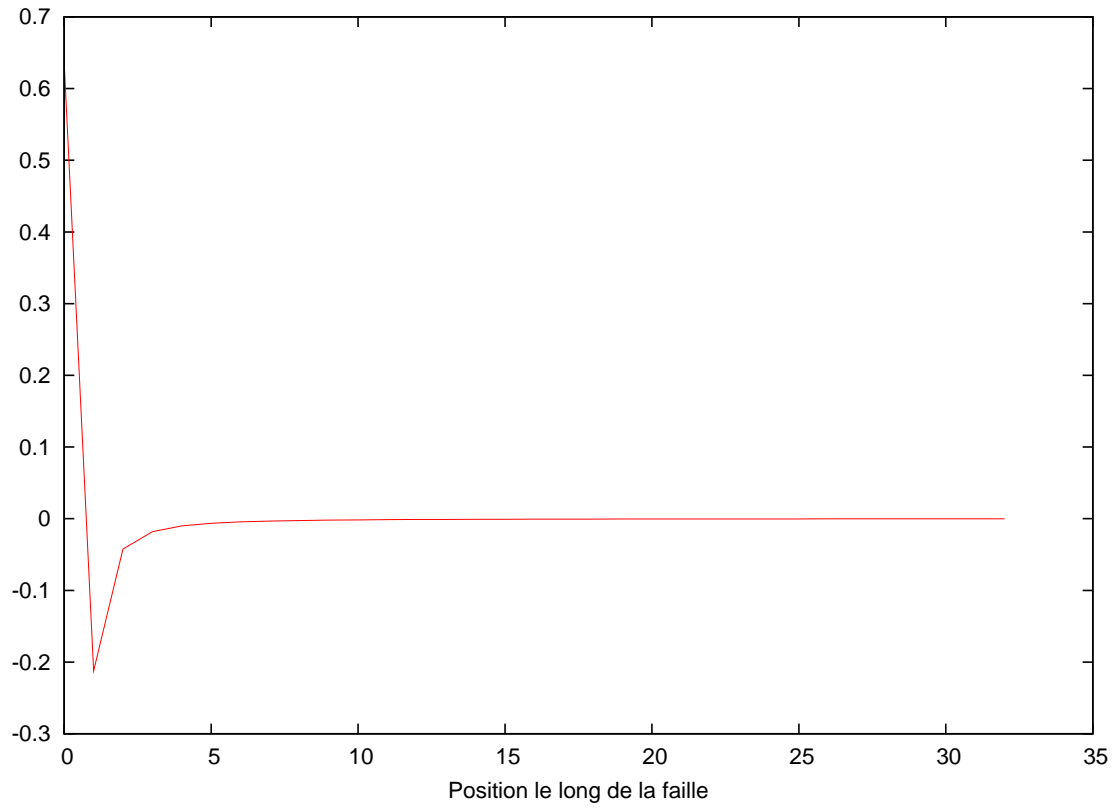


FIG. 4.2 – Noyau statique.

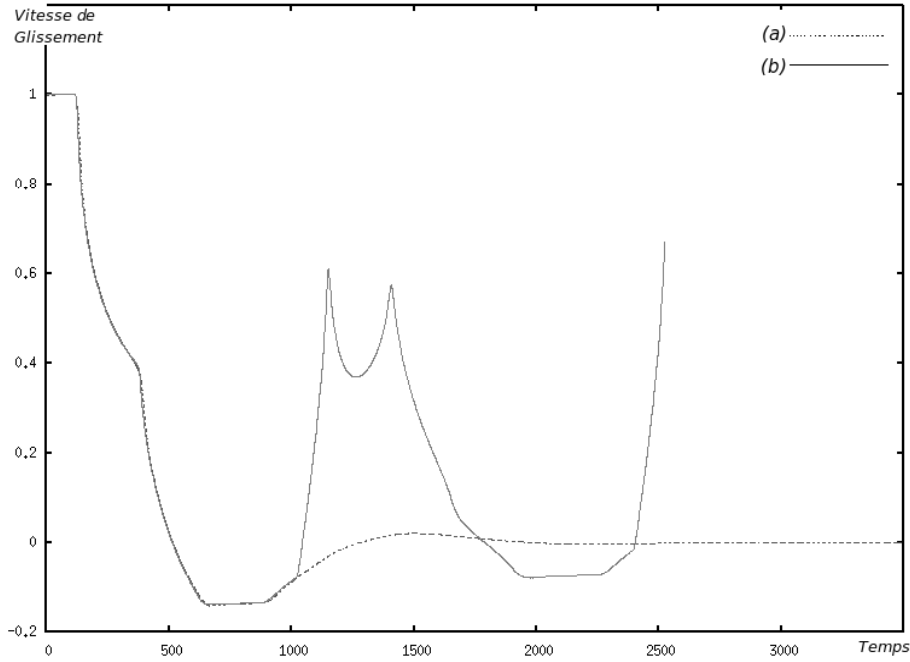


FIG. 4.3 – Solution numérique pour le 64^{ème} élément d’une faille instantanée discrétisée sur 256 éléments. (a) Solution complète. (b) Solution où les contributions du passé lointain sont négligées : on ne peut pas faire cette approximation.

Cette équation est la solution statique, quand ΔU ne dépend pas du temps. Ici PV indique la valeur principale, $\alpha = 1$ pour le mode III et $\alpha = 1 - \nu$ pour les modes I et II, ν étant le coefficient de Poisson. En ajoutant et soustrayant ce terme statique dans l’expression (2.21), la traction $T(x, t)$ peut s’écrire

$$T(x, t) = \frac{-\mu}{2\beta} \Delta \dot{U}(x, t) - \frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} N^{\text{Sta}}(x - \zeta) \frac{\partial \Delta U(\zeta, t)}{\partial \zeta} d\zeta - \frac{\mu}{2\pi} \int_{\Gamma} \int_0^t N^{\text{Dyn}}(x - \zeta, t - \tau) \frac{\partial}{\partial \zeta} \Delta \dot{U}(\zeta, \tau) d\tau d\zeta, \quad (4.6)$$

où $N^{\text{Sta}}(x) = 1/x$ définit le noyau statique, $\Delta U(x)$ est le glissement à la frontière (Γ), $N^{\text{Dyn}}(x, t) = (\sqrt{t^2 - x^2/\beta^2} - t)/(tx)$ est le noyau dynamique et $\Delta \dot{U}(x, t)$ est la vitesse de glissement. La discrétisation du terme dynamique s’effectue, comme décrit dans le chapitre III, en temps et en espace. La discrétisation du terme statique est effectuée de façon analogue et est détaillée dans l’annexe 3. L’équation intégrale donnant la traction (4.6) devient le système linéaire d’équations :

$$D_{i,n} = \frac{2\beta}{\mu} [T_i^0 - T_{i,n}^{\text{abs}}] - \sum_j S_j N_{i-j}^{\text{Sta}} - \sum_j \sum_{m \leq n-1} D_{j,m} N_{i-j,n-m}^{\text{Dyn}}. \quad (4.7)$$

Le noyau dynamique est représenté sur la figure (4.4). On constate cette fois que

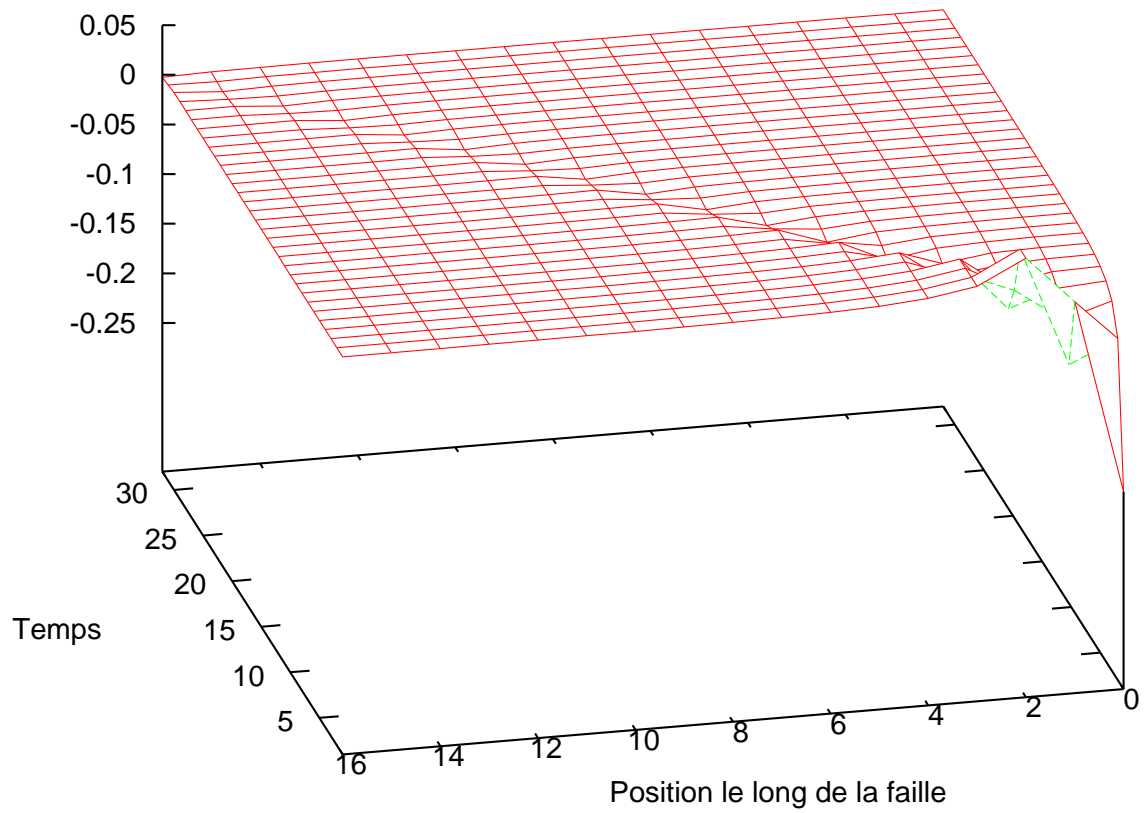


FIG. 4.4 – Noyau dynamique.

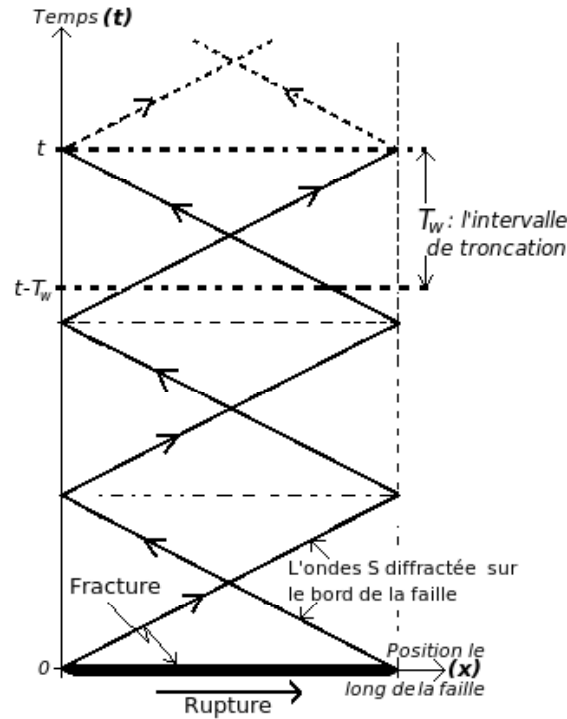


FIG. 4.5 – Schéma de la propagation du front de rupture le long d'un plan où une fracture se propage dans la direction x .

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N^{\text{Dyn}}(x, t) = 0 \quad \forall x. \quad (4.8)$$

Il en résulte que si la durée de la simulation du problème physique est beaucoup plus longue que le temps exigé pour que les ondes élastiques S traversent le domaine spatial (plan de faille) du système, il n'est pas nécessaire de tenir compte de l'influence de tous les états antérieurs de la réponse élastodynamique sur l'état actuel (voire la figure 4.5). Cela correspond à tronquer l'intégrale de convolution en temps, l'intégration \int_0^t dans l'équation (4.6) devenant $\int_{t-T_w}^t$ et la somme $\sum_{m \leq n-1}$ dans 4.7 devenant $\sum_{n-T_w \leq m \leq n-1}$.

Sur la figure 4.6 nous avons représenté l'évaluation de la solution numérique pour le 64^{ème} élément d'une faille instantanée discrétisée sur 256 éléments en fonction de différentes fenêtres de troncature. Si nous tronquons les calculs de la somme sur le temps à un intervalle de temps de longueur T_w égal à trois fois le temps mis par l'onde S pour traverser la faille, nous trouvons une bonne approximation de la vitesse de glissement. Cette méthode a été introduite dans une formulation spectrale par Perrin et al. [1995] et détaillée par Lapusta et al. [2000]. Nous l'avons ainsi explicitée pour la formulation spatio-temporelle utilisée ici.

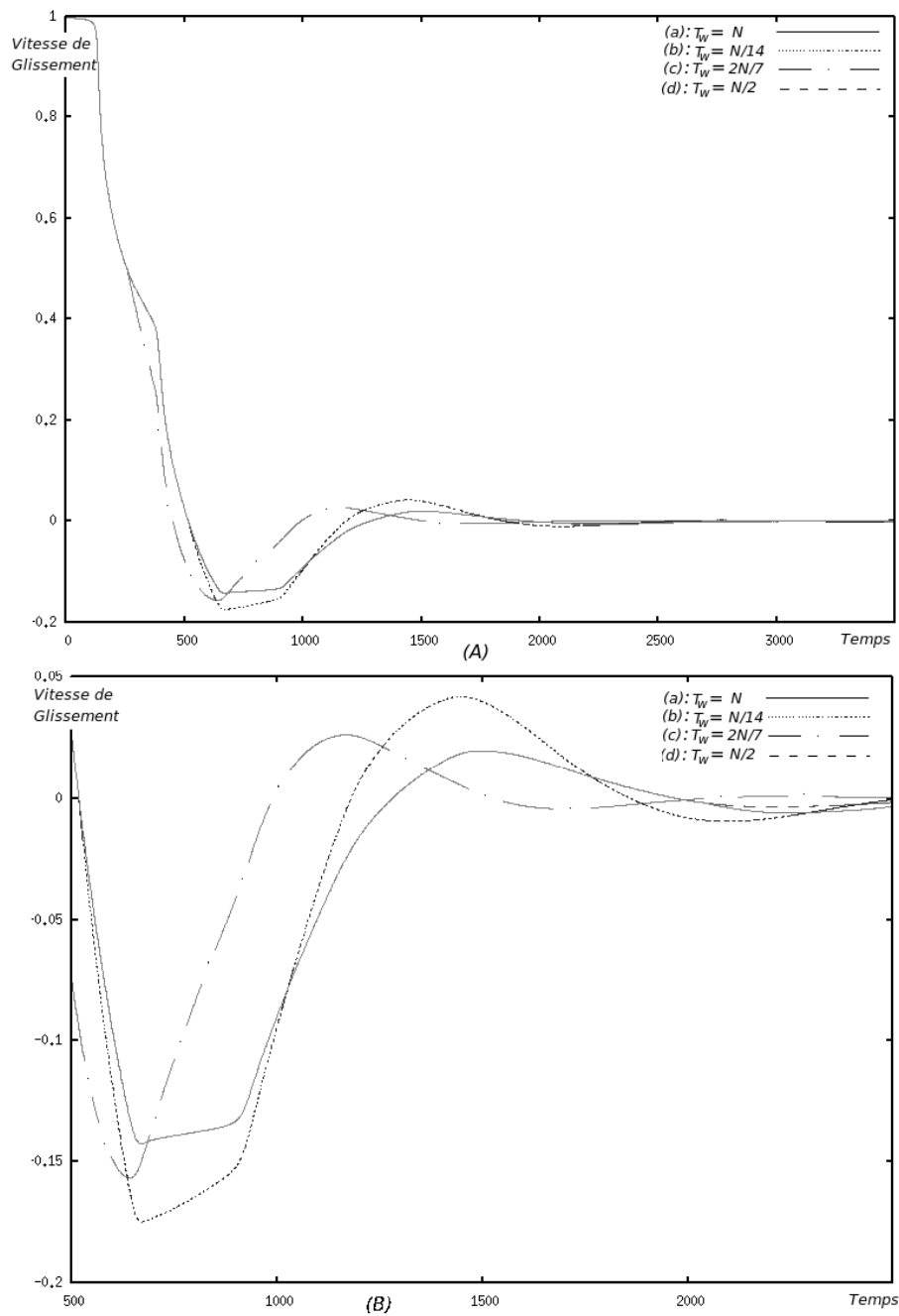


FIG. 4.6 – Évaluation de la solution numérique pour le 64^{ème} élément d'une faille instantanée discrétisée sur 256 éléments en fonction de la taille de la fenêtre de troncature. En haut : toute la durée ; en bas : zoom.

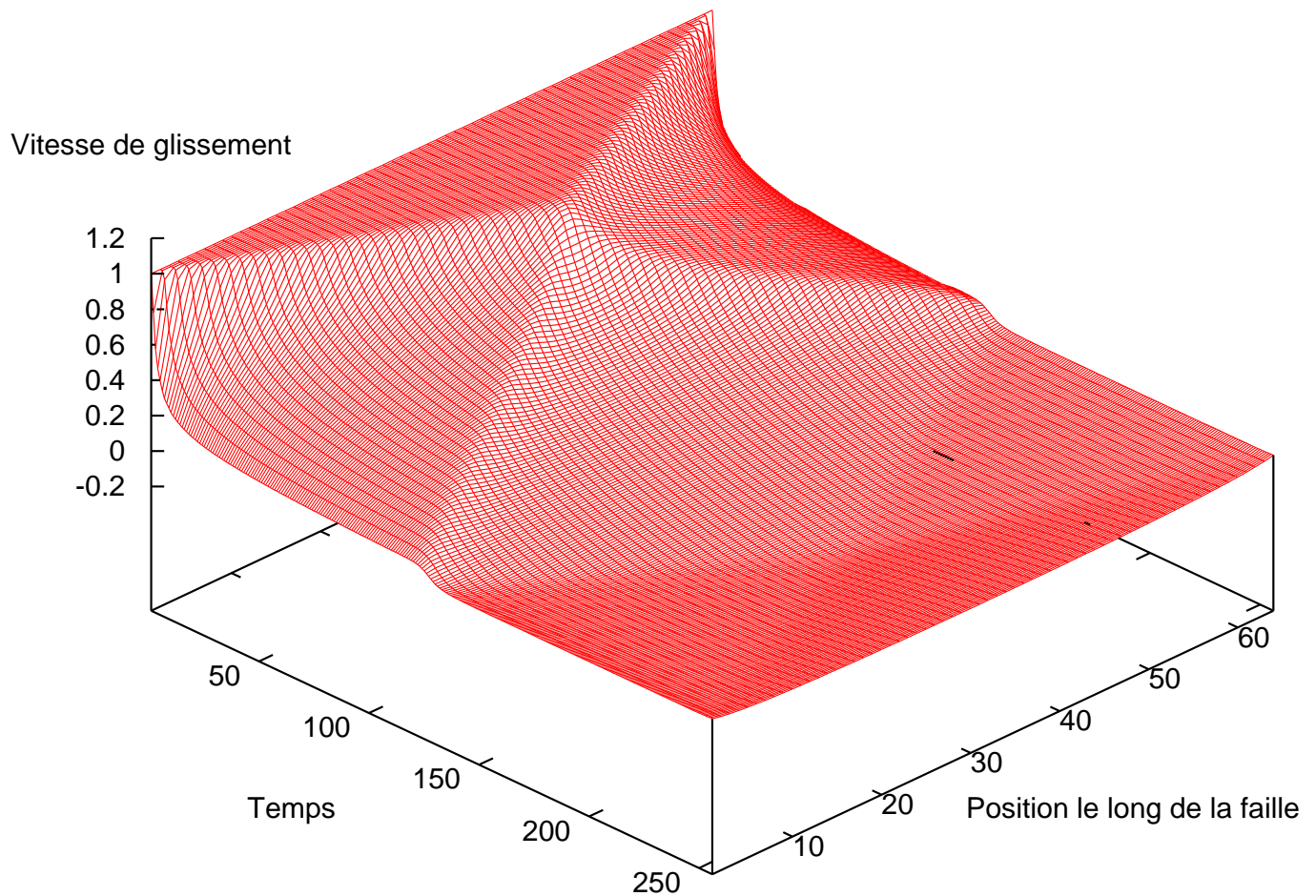


FIG. 4.7 – Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une faille qui casse instantanément (solution complète).

4.3.2 Extraction du terme statique *retardé*

Avec le terme statique discuté ci-dessus, l'effet d'une variation de glissement en un point de la faille est ressentie instantanément partout ailleurs (comme si la vitesse des ondes était infinie).

Sur la figure 4.7 est représentée de nouveau l'évaluation de la vitesse pour une faille qui casse instantanément sur toute sa longueur à $t = 0$. Par contraste, la figure 4.8 représente la même faille sous l'influence du terme statique seul : la vitesse chute immédiatement en tout point. Mais on

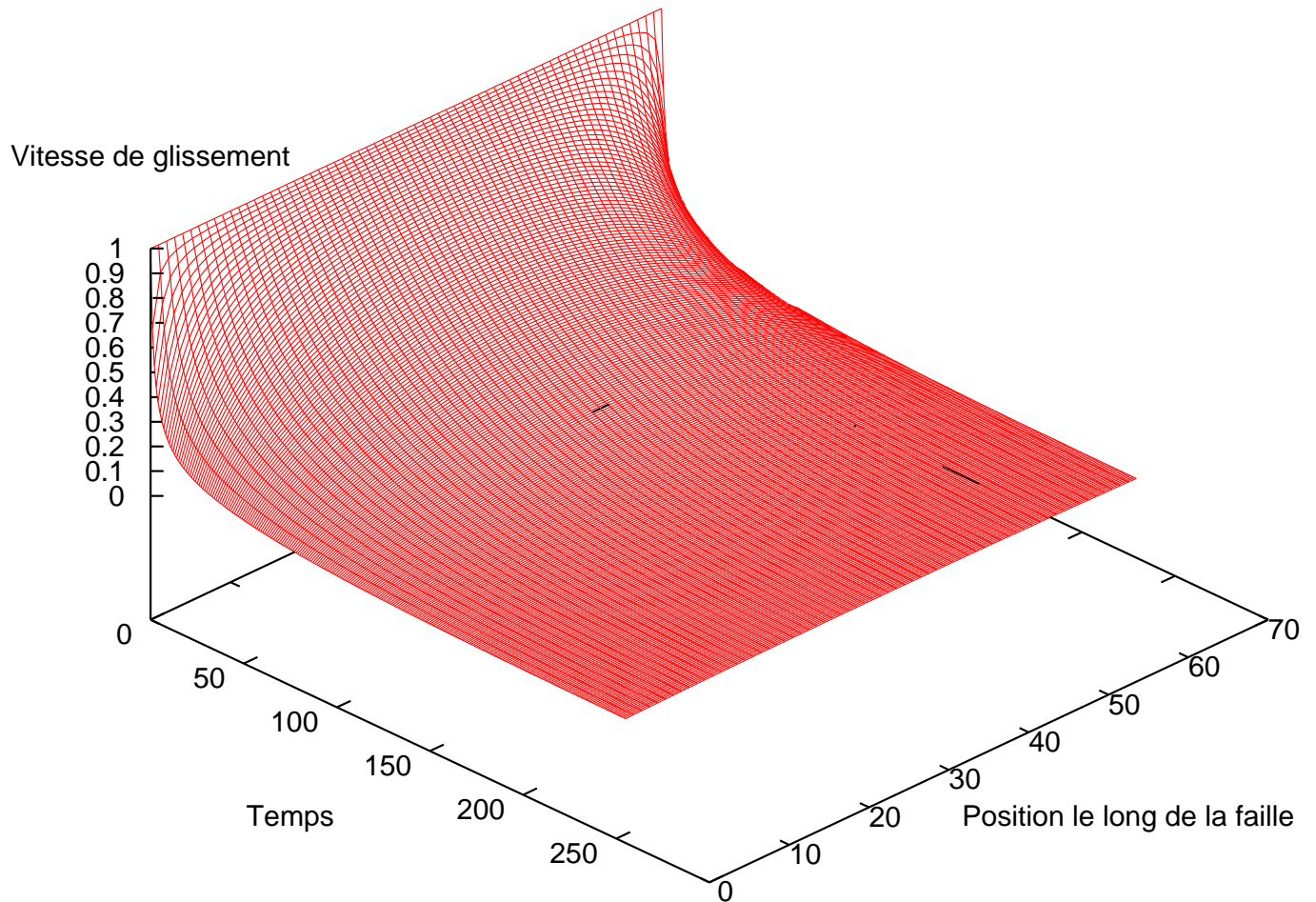


FIG. 4.8 – Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une faille qui casse instantanément sous l'influence du terme statique.

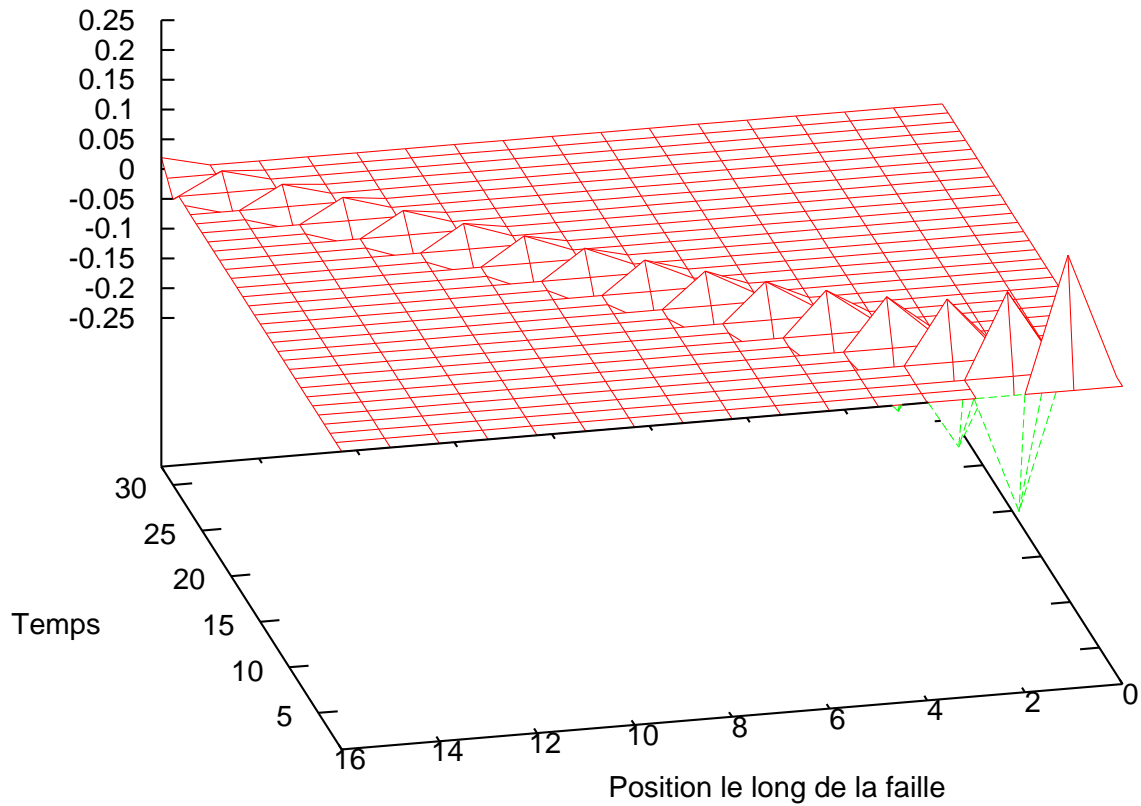


FIG. 4.9 – Le nouveau noyau statique.

peut en fait tenir compte d'une vitesse de propagation finie en incluant un retard dans le terme statique :

$$T(x, t) = -\frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x - \xi} \frac{\partial \Delta U(\xi, t - |x - \xi|/\beta)}{\partial \xi} d\xi . \quad (4.9)$$

Le noyau statique correspondant est représenté sur la figure 4.9. Comme il est différent de zéro uniquement sur les caractéristiques du cône, le calcul peut s'effectuer en I^2 opérations.

L'évolution de la faille instantanée correspondante est représentée sur la figure 4.10. On remarque la très grande similitude à la solution complète par rapport à celle utilisant le terme sta-

tique classique. Cette propriété suggère d'effectuer l'extraction de ce nouveau terme statique de la solution complète et permet d'envisager une troncature plus importante, ce qui va être vérifié ci-après. De la même façon, on a donc

$$T(x, t) = \frac{-\mu}{2\beta} \Delta \dot{U}(x, t) - \frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} N^{\text{Sta}'}(x - \xi) \frac{\partial \Delta U(\xi, t - \frac{|x-\xi|}{\beta})}{\partial \xi} d\xi - \frac{\mu}{2\pi} \int_{\Gamma} \int_0^{\tau_m} N^{\text{Dyn}'}(x - \xi, t - \tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \Delta \dot{U}(\xi, \tau) d\tau d\xi, \quad (4.10)$$

où $N^{\text{Sta}'}(x, t)$ définit le nouveau noyau statique, $\Delta U(x)$ est le glissement antiplan à la frontière (Γ), $\tau_m = \max(0, t - |x - \xi|/\beta)$, $N^{\text{Dyn}'}(x, t)$ est le nouveau noyau dynamique et $\Delta \dot{U}(x, t)$ est la vitesse de glissement. Le nouveau terme dynamique est représenté sur la figure 4.11.

4.3.3 Comparaison des deux méthodes de troncature

Nous allons maintenant calculer l'erreur par rapport à la solution complète (sans troncature) en fonction de la taille T_w^n de la fenêtre de troncature, et ce pour les deux méthodes décrites ci-dessus. Le critère d'erreur utilisé est :

$$\text{Erreur}(T_w) = \frac{\sum_n |V_n^{\text{complet}} - V_n^{\text{tronc}}(T_w^n)|}{N}, \quad (4.11)$$

où ici T_w^n est normalisé par la taille de la faille : $T_w^n = 1$ correspond au temps mis par l'onde pour traverser la faille. Les résultats sont présentés sur la figure 4.12. On constate que, pour une même erreur, la méthode introduite ici permet de tronquer davantage l'intégration en temps. Par exemple, une fenêtre de $T_w^n = 3$, avec la méthode classique – valeur typique utilisée –, conduit à une erreur qui est obtenue avec $T_w^{n'} \approx 1.2$ avec la nouvelle méthode. Pour évaluer le gain en temps de calcul, il faut estimer le nombre d'opérations avec chaque méthode. Le nombre d'opérations pour chaque méthode est :

- ancienne méthode (avec terme statique classique) : $N \cdot [I \log I \times T_w + \underbrace{2I \log(2I)}_{\text{terme statique}}]$,
- nouvelle (terme statique avec un potentiel retardé) : $N \cdot [I \log I \times T_w' + \underbrace{I^2}_{\text{terme statique}}]$.

Pour I grand, comme T_w ou $T_w' \approx I$, l'évaluation du terme statique est négligeable devant le terme dynamique quelle que soit la méthode. Le gain en temps permis par la nouvelle méthode est donc environ de T_w/T_w' , soit environ 2.5 pour l'exemple ci-dessus.

4.4 Application au cas d'un pulse

L'idée principale est de réduire le temps de calcul en ne tenant compte que de la partie de la faille en mouvement. Nous nous proposons maintenant de calculer la vitesse de glissement $D_{i,n}$ en faisant la sommation seulement à l'intérieur du cône de convolution où le noyau est différent de zéro (figure 4.13).

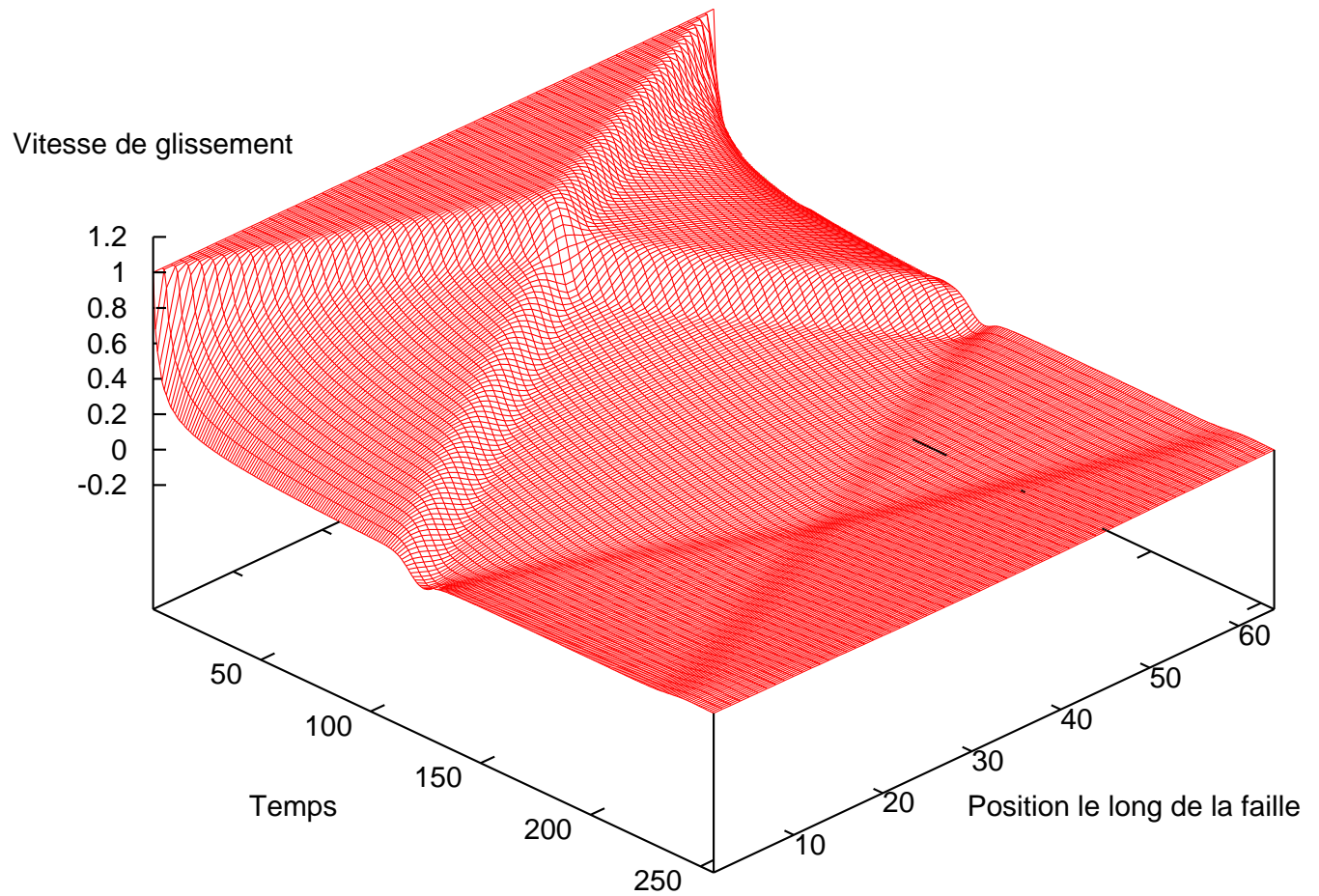


FIG. 4.10 – Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une faille qui casse instantanément sous l'influence du nouveau terme statique (retardé).

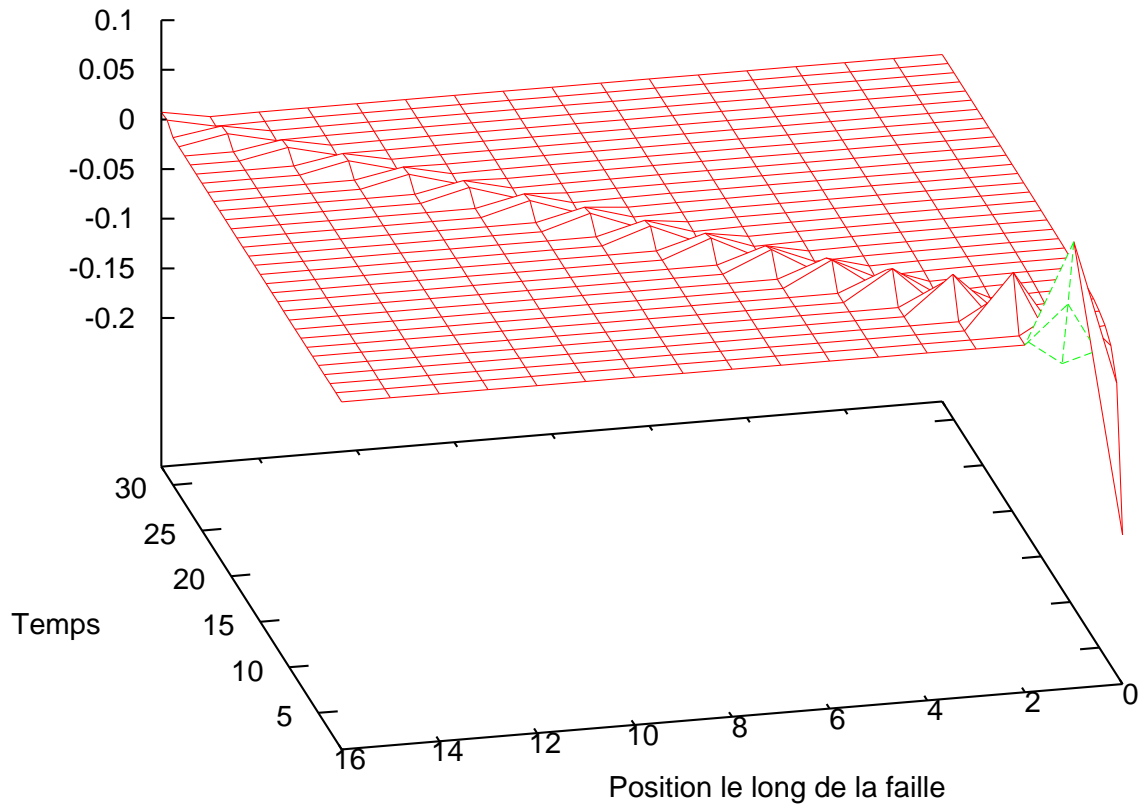


FIG. 4.11 – Nouveau noyau dynamique.

Dans le cas d'une impulsion de glissement auto-cicatrisante (pulse) comme nous l'avons définie dans les paragraphes précédents, la vitesse de glissement est différente de zéro entre le front de cicatrisation et le front de rupture (voir figure 4.13). La méthode actuelle utilisée pour calculer la vitesse de glissement d'un pulse est de tenir compte de toute l'histoire des vitesses pour la grille numérique complète qui englobe la portion de la faille.

Avec l'ancienne méthode de troncature (avec le terme statique classique), il n'est pas possible de limiter la convolution au cône de causalité car le noyau dynamique est différent de zéro partout (voir figure 4.4).

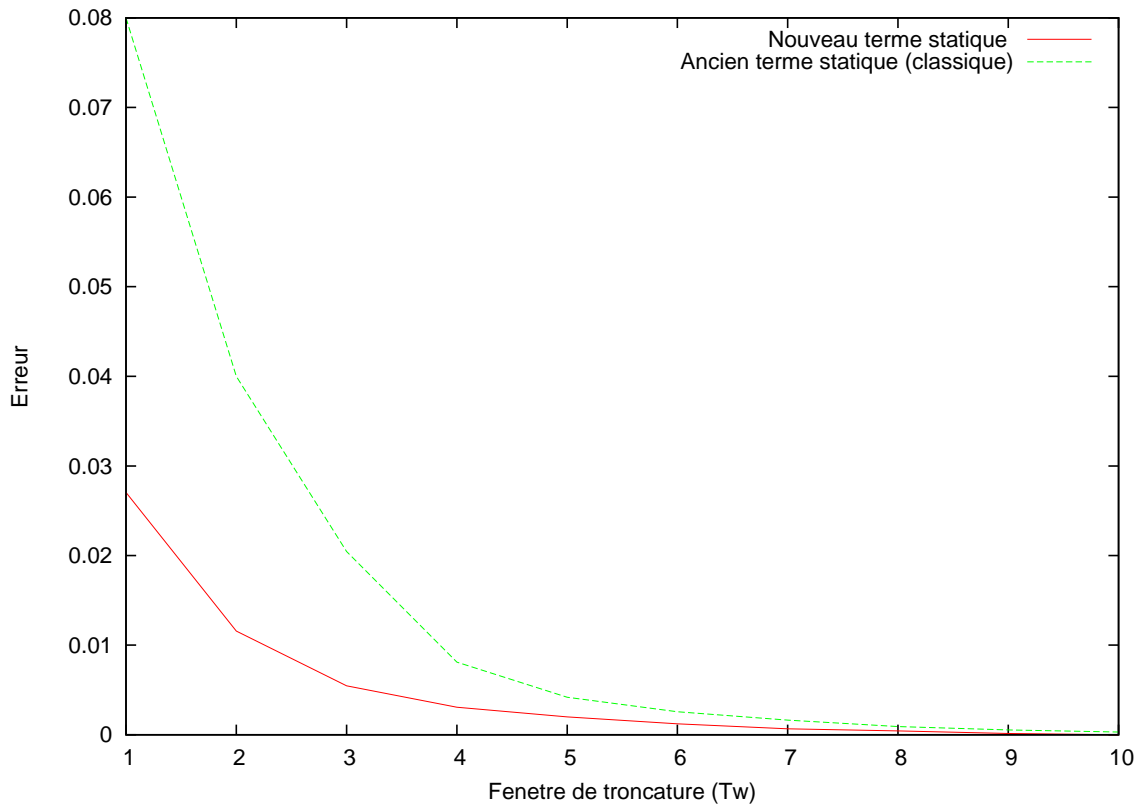


FIG. 4.12 – Comparaison de l’erreur par rapport à la solution complète (sans troncature) en fonction de la taille T_w^n de la fenêtre de troncature, et ce pour les deux méthodes : avec le terme statique classique et avec le terme statique retardé.

Avec notre nouvelle méthode de troncature, cela devient possible car le nouveau noyau dynamique est bien nul hors du cône (voir figure 4.11).

Dans le cas d’un pulse, la fenêtre de troncature peut être prise aussi petite que la taille du pulse comme on peut le voir sur la figure 4.14 où nous comparons la solution obtenue avec différentes fenêtres de troncature à la solution complète.

Ces deux propriétés vont permettre une diminution du nombre d’opérations lorsque la taille

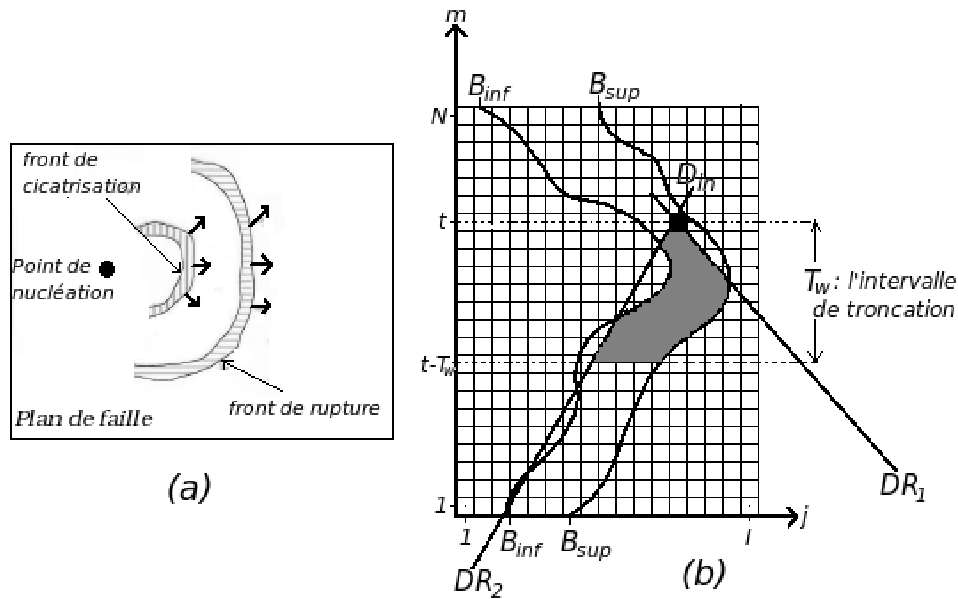


FIG. 4.13 – (a) Visualisation de front du cicatrisation et du front de rupture correspondant respectivement à la forme des frontières (ou bords) inférieure B_{inf} et supérieure B_{sup} du pulse. (b) L'intersection des domaines délimités par, la fenêtre de troncature, le cône de convolution, et le domaine entre les deux bords du pulse.

du pulse est suffisamment petite.

Malheureusement, nous n'avons pas (encore) trouvé de moyen de bénéficier du passage dans le domaine spectral pour le calcul de la convolution spatiale.

Nous devons donc comparer le nombre d'opérations à faire pour l'ancienne méthode, avec calcul de la convolution dans le domaine spectral, à celui à faire pour la nouvelle méthode, avec calcul direct de la convolution.

Supposons pour cela que le pulse est de taille $L = I/\alpha$ (où I est la taille totale de la faille). Pour l'ancienne méthode, à chaque pas de temps n , il faut effectuer $\mathcal{O}(I \times T_w)$ opérations ; donc pour le temps total N : $\mathcal{O}(I \times T_w \times N)$ (en négligeant le calcul du terme statique). Pour la nouvelle méthode, les deux expressions deviennent, respectivement, $\mathcal{O}(L \times T_w^2)$ et $\mathcal{O}(N \times L \times T_w^2)$. En substituant L par I/α et T_w par L , le nombre total d'opérations est donc de $\mathcal{O}(NI^2/\alpha)$ pour l'ancienne méthode et de $\mathcal{O}(NI^3/\alpha^3)$ pour la nouvelle. On constate donc que notre méthode devient avantageuse lorsque $I/\alpha^2 < 1$, soit lorsque $\alpha > \sqrt{I}$.

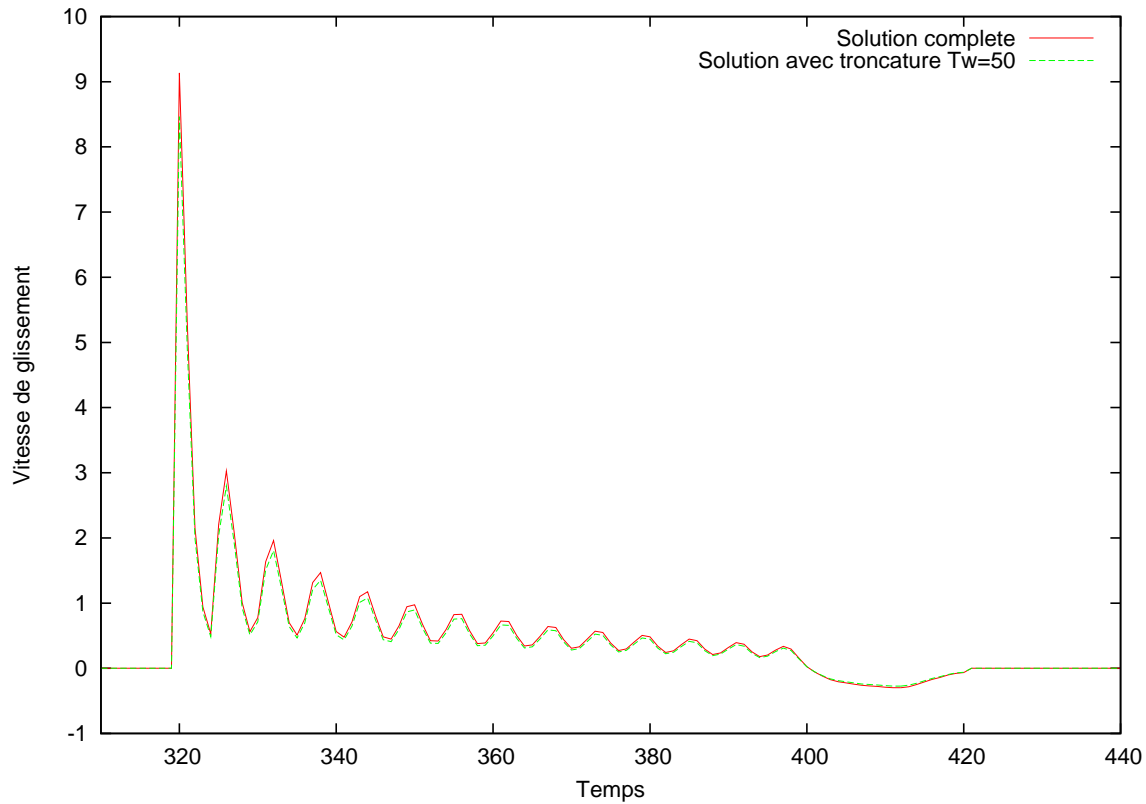


FIG. 4.14 – Comparaison de la solution complète à la solution avec troncature pour un pulse. La faille est discrétisée avec 128 éléments, le pulse se propage avec une vitesse imposée (égale à la moitié de celle des ondes S). Sa largeur est $L = 25$ éléments. Il traverse toute la faille. La vitesse du point 115 est représenté (près du bord d'arrivée). La fenêtre de troncature est $T_w = 50$, de l'ordre de la taille du pulse ($L/h = 50$, avec $h = 1/2$), donc proportionnellement beaucoup plus petite que les tailles utilisées auparavant.

Conclusion générale

Un tremblement de terre est dû à la propagation rapide d'un épisode de glissement le long d'une faille à l'intérieur de la partie fragile de la croûte. L'étude de la rupture sismique nécessite l'utilisation de simulations numériques. Beaucoup de ces techniques ont été développées et exploitées depuis un quart de siècle. Nous avons perfectionné une méthode numérique fondée sur une méthode d'équation intégrales aux frontières, elle-même dérivée du théorème de représentation. Elle consiste à prendre en compte la réponse élastodynamique du milieu élastique environnant en termes de relations intégrales entre les discontinuités de déplacement et les tractions le long de la zone de rupture.

Le but de notre travail est avant tout d'ordre méthodologique. Il s'agit de présenter et d'améliorer une méthode de modélisation numérique pour la propagation d'une rupture dynamique d'un séisme. Pour cela, un important travail bibliographique était nécessaire pour découvrir les concepts théoriques de base qui interviennent dans les problèmes de la mécanique et de la modélisation de la rupture dynamique. Cela fait l'objet de la première partie de ce mémoire.

Nous avons étudié la propagation d'une rupture en mode antiplan (mode III). C'est un modèle bi-dimensionnel très simplifié par rapport à la réalité. Néanmoins, il est étudié rigoureusement dans le cadre de la mécanique des milieux continus et fait donc clairement ressortir les phénomènes physique fondamentaux.

Nous avons présenté une méthode numérique pour la résolution de ce problème fondée sur une méthode d'équations intégrales aux frontières. Selon la méthode utilisée, la contrainte sur le plan de faille est exprimée comme une intégrale de convolution double dans l'espace et le temps entre les deux ingrédients principaux que sont les vitesses de glissement antérieurs et un noyau élastodynamique. Nous résolvons ce problème dont les conditions aux limites sont caractérisées par la chute des contraintes cisailantes associées à la dislocation tangentielle sur la faille. Pour déterminer lorsqu'un élément de la faille rompt, nous comparons à chaque instant le module des tractions cisailantes en ce point à la valeur de la contrainte seuil. L'élément rompt au moment où la contrainte cisailante devient supérieure ou égale à cette valeur.

Le traitement d'un problème de propagation sur une grande faille utilise une grande quantité de mémoire et un temps de calcul très long. Car il faut tenir compte de tout le passé. Cela interdit les grandes durées de simulation (par exemple pour l'étude du cycle sismique), car le temps de calcul croît comme N^2 (où N est le temps de la simulation). Bien que les ondes sismiques s'atténuent assez rapidement, on ne peut néanmoins pas ignorer le passé lointain en raison de la présence de la contribution statique. Mais on peut calculer séparément cette contribution statique et alors ignorer le passé au delà d'un certain temps en arrière. Cette technique existait déjà et

nous l'avons adapté à notre formulation. Puis nous avons développé une technique analogue, mais qui utilise une contribution statique qui se transmet à une vitesse finie (un potentiel retardé, en quelque sorte), au lieu d'une transmission instantannée comme c'est le cas pour la contribution statique habituelle. On peut alors ne prendre en compte qu'un passé encore plus récent. Le gain en temps de calcul en résultant est d'environ un facteur 2.5 pour les cas que nous avons testés.

En outre, les caractéristiques du noyau dynamique de cette nouvelle formulation – nul en dehors du cône de causalité – permettent d'envisager une utilisation avantageuse de cette technique dans le cas des séismes pour lesquels la durée du glissement en chaque point est petite (impulsion auto-cicatrisante de glissement, ou « pulse »). En effet, on peut alors ne considérer pour la sommation que la partie de la faille en mouvement à un instant donné, dont la taille est petite devant la taille de la faille pour ces impulsions.

Annexe A

Fonction de Green dans le domaine Fourier-Laplace

L'espace est rapporté à un repère cartésien (x, y, z) . Nous considérons une zone de rupture sismique (Γ) antiplane, bi-dimensionnelle, se produisant dans un milieu élastique homogène linéaire et isotrope. L'équation de propagation d'une onde libre établie dans le chapitre II s'écrit sous cette forme :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}U(x, z, t) = \beta^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}U(x, z, t) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}U(x, z, t) \right]. \quad (\text{A.1})$$

C'est une équation aux dérivées partielles, où β représente la vitesse de propagation des ondes. Il est bien connu que la solution fondamentale d'un problème de propagation d'onde à 2D $U(x, z, t)$, peut être obtenue en convoluant la fonction de Green $G(x, t)$ avec l'excitation du milieu qui est la traction $T(x, t)$:

$$U(x, z, t) = G(x, z, t) * T(x, z, t). \quad (\text{A.2})$$

La fonction de Green $G(x, z, t, \xi, \tau)$ caractérisant le système est le déplacement au point x de l'espace à l'instant t , dû à l'application d'une force f impulsive spatio-temporelle le long de l'axe y au point ξ de l'espace à l'instant τ , où $f = \frac{1}{\mu}\delta(\xi)\delta(z)\delta(\tau)$, c'est-à-dire la solution de l'équation (A.1) :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}G(x, z, t) = \beta^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}G(x, z, t) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}G(x, z, t) \right] + \frac{1}{\mu}\delta(x)\delta(z)\delta(t). \quad (\text{A.3})$$

On transforme l'équation aux dérivées partielles (A.3) vérifiée par $G(x, z, t)$ en une équation différentielles à coefficient constants. Pour cela on applique successivement à G :

- la transformation de Laplace en temps (s est la variable duale de t) :

$$\tilde{G}(x, z, s) = \int_0^{+\infty} G(x, z, t)e^{-st} dt, \quad (\text{A.4})$$

$$\text{où } \partial_t G(x, z, t) \xrightarrow{TL} s\tilde{G}(x, z, s);$$

– la transformation de Fourier suivant la variable d'espace x (p est la variable duale de x) :

$$\tilde{G}(p, z, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}(x, z, s) e^{ipx} dx, \quad (\text{A.5})$$

où $\partial_x G(x, z, t) \xrightarrow{TF} -ip\tilde{G}(p, z, t)$.

Cela nous permet d'obtenir l'équation différentielle ordinaire en z :

$$\frac{\partial^2 \tilde{G}}{\partial z^2} - n^2 \tilde{G} = -\frac{1}{\mu} \delta(z), \quad \text{où } n^2 = \left(p^2 + \frac{s^2}{\beta^2}\right). \quad (\text{A.6})$$

La solution de cette équation différentielle est

à $z = 0$ on a $\frac{\partial^2 \tilde{G}}{\partial z^2} = n^2 \tilde{G}$, avec les solutions :

$\tilde{G}(p, z, s) = ae^{nz} + be^{-nz}$ (on fait de fixer le choix de racine par $n > 0$)

Considérant séparément les deux régions $z \leq 0$, où \tilde{G} est convergence lorsque $z = 0$, nous voyons que pour $a = 0$ pour $z > 0$ et $b = 0$ pour $z < 0$. Mais (A.6) implique que \tilde{G} est continu à travers $z = 0$; nous trouvons finalement :

$$\tilde{G}(p, z, s) = \frac{1}{2\mu s q} e^{-sq|z|}, \quad (\text{A.7})$$

où $q = \sqrt{\frac{p^2}{s^2} + \frac{1}{\beta^2}}$.

Annexe B

Méthode de Cagniard-de Hoop

Nous illustrons dans cette section le principe de la méthode de Cagniard-de Hoop exposé au chapitre II. La transformée mixte Fourier-Laplace de la traction $T(p, s)$ en fonction du déplacement $\Delta U(p, s)$ s'écrit comme suit :

$$\tilde{T}(p, s) = \frac{-\mu}{2\beta} s \Delta \tilde{U}(p, s) - \frac{\mu}{2} (-isp \Delta \tilde{U}(p, s)) \left(\frac{1/\beta - q}{ip} \right), \quad (\text{B.1})$$

où $q = \sqrt{p^2/s^2 + 1/\beta^2}$.

Pour déduire la transformée mixte inverse, c'est-à-dire la traction dans l'espace-temps, commençons par écrire quelques propriétés des transformées Fourier-Laplace dont nous avons besoin dans la suite,

– dérivée en temps :

$$s \Delta \tilde{U}(x, s) \xrightarrow{TL^{-1}} \partial_t \Delta U(x, t),$$

– dérivée en espace :

$$-ip \Delta \tilde{U}(p, t) \xrightarrow{TF^{-1}} \partial_x \Delta U(x, t),$$

– convolution espace-temps :

$$\Delta U(p, s) \cdot N^{\text{Tot}}(p, s) \xrightarrow{TF^{-1}TL^{-1}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^t N^{\text{Tot}}(x - \xi, t - \tau) \Delta U(\xi, \tau) d\tau d\xi.$$

Si l'on pose $N^{\text{Tot}}(p, s) = \frac{1/\beta - q}{ip}$, la nouvelle expression pour l'équation intégrale aux frontières (B.1) dans le domaine physique devient :

$$T(x, t) = \frac{-\mu}{2\beta} \Delta \dot{U}(x, t) - \frac{\mu}{2\pi} \int_{\Gamma} \int_0^t N^{\text{Tot}}(x - \xi, t - \tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \Delta \dot{U}(\xi, \tau) d\tau d\xi, \quad (\text{B.2})$$

le seul problème étant alors calculer la transformée Fourier-Laplace inverse de \tilde{N}^{Tot} ; l'application de la méthode de Cagniard de Hoop permet de résoudre ce problème.

On applique la transformée inverse de Fourier en x à \tilde{N}^{Tot} , pour obtenir :

$$\tilde{N}^{\text{Tot}}(x, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 - \sqrt{1 + \left(\frac{\beta p}{s}\right)^2}}{ip\beta} e^{-ipx} dp, \quad (\text{B.3})$$

soit, en posant $p = sk/\beta$,

$$\tilde{N}^{\text{Tot}}(x, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 - \sqrt{1 + k^2}}{ik\beta} e^{-\frac{s}{\beta}(ikx)} dk. \quad (\text{B.4})$$

Ce changement de variable nous permet de faire apparaître la variable de Laplace, s , en facteur dans l'exponentielle, le principe de la méthode de Cagniard-de Hoop consistant justement à transformer l'intégrale précédente en une transformée de Laplace. Pour cela nous allons chercher un chemin Υ dans le plan complexe, tel que, pour tout k de Υ , $ikx = \beta t$ avec $t \in \mathcal{R}^+$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} \equiv \int_{\Upsilon}$.

On montre sur la figure (B.1) le contour d'intégration dans le plan complexe. On peut alors écrire l'intégrale (B.4) sous cette forme :

$$\tilde{N}^{\text{Tot}}(x, s) = \frac{1}{2\pi} 2 \left[\int_{1/\beta}^{+\infty} \left\| \frac{\sqrt{1 + k^2}}{ik\beta} \right\| e^{-\frac{s}{\beta}(ikx)} dk \right]. \quad (\text{B.5})$$

Finalement, en utilisant le changement de variable $k = \beta t/ix$, nous aboutissons à

$$\tilde{N}^{\text{Tot}}(x, s) = \frac{1}{\pi} \int_{1/\beta}^{+\infty} \frac{\sqrt{t^2 - \frac{x^2}{\beta^2}}}{tx} e^{-st} dt, \quad (\text{B.6})$$

et on obtient :

$$N^{\text{Tot}}(x, t) = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{t^2 - \frac{x^2}{\beta^2}}}{tx} H\left(t - \frac{|x|}{\beta}\right). \quad (\text{B.7})$$

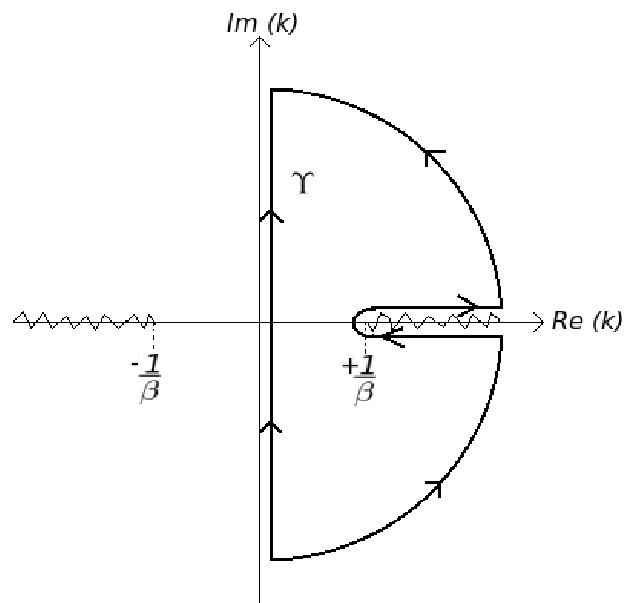


FIG. B.1 – Contour d'intégration

Annexe C

Discrétisation du terme statique

Elle concerne uniquement la discrétisation de l'espace. Nous considérons le glissement antiplan $\Delta u(x)$ à la frontière (Γ) d'un milieu élastique en 2D. Un vecteur de dimension I dans l'espace sera utilisé. Pour assurer l'incrément de la variable x nous l'avons écrite sous la forme :

$$x_i = (i + e_x)\Delta x \text{ pour } i \in \{1, \dots, N\}. \quad (\text{C.1})$$

Le glissement est supposé constant par morceau sur les intervalles centrés sur les points respectifs x_i :

$$\Delta u(x) = S_j \text{ si } x_j \leq x < x_{j+1} \text{ soit } \Delta u(x) = \sum_j S_j [H(x - x_j) - H(x - x_{j+1})]. \quad (\text{C.2})$$

où S_j est le glissement discrétisé, et $H(\cdot)$ est la fonction Heaviside. La version discrète du terme d'interaction statique est donc :

$$\{N^{\text{Sta}} * \Delta U\}(x_i) = -\frac{\mu}{2\beta} \sum_j S_j N_{i-j}^{\text{Sta}}. \quad (\text{C.3})$$

Le noyau statique discret, pour $i \in \{1, \dots, N\}$, est donné par :

$$N_i^{\text{Sta}} = \frac{h}{\pi} \left[\frac{1}{i} - \frac{1}{i-1} \right], \quad (\text{C.4})$$

où $h = \beta \Delta t / \Delta x = 1/2$, comme indiqué précédemment.

Pour le nouveau terme statique (terme statique avec un potentiel retardé)

$$T(x, t) = -\frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x - \xi} \frac{\partial \Delta U(\xi, t - |x - \xi|/\beta)}{\partial \xi} d\xi, \quad (\text{C.5})$$

le glissement doit également être discrétisé de façon qu'il présente des variations par saut, c'est-à-dire,

$$\Delta U(x, t, x_j, t_m) = S[H(x - x_j)H(t - t_m) - H(x - x_{j+1})H(t - t_m) - H(x - x_j)H(t - t_{m+1}) + H(x - x_{j+1})H(t - t_{m+1})], \quad (\text{C.6})$$

où S est le glissement discrétisé.

Bibliographie

- K. Aki et P. G. Richards. *Quantitative Seismology*. W. H. Freeman and Company, 2002.
- J.-P. Ampuero. *Etude physique et numérique de la nucléation des séismes*. PhD thesis, Paris, 2002.
- D. J. Andrews. Rupture propagation with finite stress in antiplane strain. *J. Geophys. Res.*, 81 : 3575–3582, 1976.
- D. J. Andrews. Dynamic plane-strain shear rupture with a slip-weakening friction law calculated by a boundary integral method. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 75 :1–21, 1985.
- D. J. Andrews. Test of two methods for faulting in finite-difference calculations. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 89 :931–937, 1999.
- D. J. Andrews et Y. Ben-Zion. Wrinkle-like slip pulse on a fault between different materials. *J. Geophys. Res.*, 102 :553–571, 1997.
- H. Aochi et E. Fukuyama. Three-dimensional nonplanar simulation of the 1992 Landers earthquake. *J. Geophys. Res.*, 2002.
- H. Aochi, R. Madariaga, et E. Fukuyama. Effect of normal stress during rupture propagation along nonplanar faults. *J. Geophys. Res.*, 2002.
- Y. Ben-Zion et J. R. Rice. Dynamic simulations of slip on a smooth fault in an elastic solid. *J. Geophys. Res.*, 102 :17,771–17,784, 1997.
- J. Brac. *Propagation d'ondes acoustiques et élastique*. Ed. Lavoisi, 2003.
- M. Campillo et R. Madariaga. Processus de rupture dynamique d'un grand séisme et loi de friction sur les failles. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 333 :531–544, 2001.
- A. Cochard et R. Madariaga. Dynamic faulting under rate-dependent friction. *Pure Appl. Geophys.*, 142 :419–445, 1994.
- A. Cochard et R. Madariaga. Complexity of seismicity due to highly rate dependent friction. *J. Geophys. Res.*, 101 :25,321–25,336, 1996.

- A. Cochard et J. R. Rice. Fault rupture between dissimilar materials : Ill-posedness, regularization, and slip-pulse response. *J. Geophys. Res.*, 105 :25,891–25,907, 2000.
- S. Das. A numerical method for determination of source time functions for general three-dimensional rupture propagation. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 62 :591–604, 1980.
- S. Das et K. Aki. A numerical study of two-dimensional spontaneous rupture propagation. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 50 :643–668, 1977a.
- S. Das et K. Aki. Fault plane with barriers : A versatile earthquake model. *J. Geophys. Res.*, 82 :5658–5670, 1977b.
- S. Das et B. K. Kostrov. An investigation of the complexity of the earthquake source time function using dynamic faulting models. *J. Geophys. Res.*, 93 :8035–8050, 1988.
- S. M. Day. Three-dimensional finite difference simulation of fault dynamics : Rectangular faults with fixed rupture velocity. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72 :705–727, 1982.
- J. H. Dieterich. Modeling of rock friction 1. Experimental results and constitutive equations. *J. Geophys. Res.*, 84 :2161–2168, 1979.
- J. H. Dieterich. Earthquake nucleation on faults with rate- and state-dependent strength. *Tectonophysics*, 211 :115–134, 1992.
- P. Favreau, I. R. Ionescu, et M. Campillo. On the dynamic sliding with rate and state dependent friction laws. *Geophys. J. Int.*, 1999.
- P. Favreau, M. Campillo, et I. R. Ionescu. Initiation of shear instability in three-dimensional elastodynamics. *J. Geophys. Res.*, 2002.
- E. Fukuyama et R. Madariaga. Rupture dynamics of a planar fault in a 3D elastic medium : rate- and slip-weakening friction. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 88 :1–17, 1998.
- P. H. Geubelle et J. R. Rice. A spectral method for three-dimensional elastodynamic fracture problems. *J. Mech. Phys. Solids*, 43 :1791–1824, 1995.
- R. A. Harris et S. M. Day. Dynamics of fault interaction : Parallel strike-slip faults. *J. Geophys. Res.*, 98 :4461–4472, 1993.
- N. A. Haskell. Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54 :1811–1841, 1964.
- T. H. Heaton. Evidence for and implications of self-healing pulses of slip in earthquake rupture. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 64 :1–20, 1990.
- Y. Ida. Cohesive force across the tip of a longitudinal-shear crack and Griffith's specific surface energy. *J. Geophys. Res.*, 77 :3796–3805, 1972.

- I. Ionescu et M. Campillo. Influence of the shape of the friction law and fault finiteness on the duration of initiation. *J. Geophys. Res.*, 104 :3013–3024, 1999.
- Vilotte Sechma J.-P. Ampuero. Nucleation of rupture under slip dependent friction law : simple models of fault zone. *J. Geophys. Res.*, 107(B12) :10.1029/2001JB000452, 2002.
- H. Kanamori et G. S. Stewart. Seismological aspects of the Guatemala earthquake of February 4, 1976. *J. Geophys. Res.*, 83 :3427–3434, 1978.
- M. G. Koller, M. Bonnet, et R. Madariaga. Modelling of dynamical crack propagation using time-domain boundary integral equations. *Wave Motion*, 16 :339–366, 1992.
- D. Komatitsch et J. Tromp. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation, Part I : Validation. *Geophys. J. Int.*, 149 :390–412, 2002.
- D. Komatitsch et J. P. Vilotte. The spectral element method : an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 88 :368–392, 1998.
- B. V. Kostrov. Unsteady propagation of longitudinal shear cracks. *J. Appl. Math. Mech.*, 30 : 1241–1248, 1966.
- N. Lapusta, J. R. Rice, Y. Ben-Zion, et G. Zheng. Elastodynamics analysis for slow tectonic loading with spontaneous rupture episodes on faults with rate- and state-dependent friction. *J. Geophys. Res.*, in press, 2000.
- N. Lapusta, S. M. Day, A. Dalguer, et Y. Liu. Comparison of finite difference and boundary integral solutions to three-dimensional spontaneous rupture. *J. Geophys. Res.*, 110 : 1029/2005JB003813, 2005.
- R. Madariaga. Dynamics of an expanding circular crack. *bssa*, 66 :639–666, 1976.
- R. Madariaga. On the relation between seismic moment and stress drop in the presence of stress and strength heterogeneity. *J. Geophys. Res.*, 84 :2243–2250, 1979.
- R. Madariaga, K. Olsen, et R. Archuleta. Modeling dynamic rupture in a 3D earthquake fault model. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 1998.
- R. Madariaga, S. Peyrat, et K. B. Olsen. Dynamique de la rupture du tremblements de terre de Landers, californie, du 28 juin 1992. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 329 :1–15, 2001.
- T. Mikumo et T. Miyatake. Heterogeneous distribution of dynamic stress drop and relative fault strength recovered from the results of waveform inversion : the 1984 Morgan Hill, California, earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 85 :178–193, 1995.
- S. Nielsen, L. Knopoff, et A. Tarantola. Model of earthquake recurrence : Role of elastic wave radiation, relaxation of friction and inhomogeneity. *J. Geophys. Res.*, 100 :12,423–12,430, 1995.

- D. D. Oglesby et S. Day. The effect of fault geometry on the 1999 chi-chi (taiwan) earthquake. *J. Geophys. Res.*, 28 :1831–1834, 2001.
- D. D. Oglesby, R. J. Archuleta, et S. B. Nielsen. Dynamics of dip faulting : exploration in tow dimensions. *J. Geophys. Res.*, 105 :13643–13653, 2000.
- K. B. Olsen, R. Madariaga, et R. J. Archuleta. Three-dimensional dynamic simulation of the 1992 Landers earthquake. *Science*, 278 :834–838, 1997.
- G. Perrin, J. R. Rice, et G. Zheng. Self-healing slip pulse on a frictional surface. *J. Mech. Phys. Solids*, 43 :1461–1495, 1995.
- D. Pisarenko et P. Mora. Velocity weakening in a dynamical model of friction. *Pure Appl. Geophys.*, 142 :447–466, 1994.
- C. H. Scholz. *The mechanics of earthquakes and faulting*. Cambridge University Press, 2002.
- T. Tada et R. Madariaga. Dynamic modelling og the flat 2-d crack by a semi-analytic biem scheme. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 50 :227–251, 2001.
- J. Virieux et R. Madariaga. Dynamic faulting studied by a finite difference method. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72 :345–369, 1982.
- M. Campillo Favreau I. R. Ionescu Voisin. On the effective friction law of a heterogeneous fault. *J. Geophys. Res.*, 106 :16,307–16,322, 2001.

Table des figures

1.1	Modèle de pulse et de crack.	5
1.2	Deux modèles standards de rupture : barrières et aspérités	7
1.3	Conditions d'instabilité dynamique...	8
1.4	Le frottement est en fonction décroissante du glissement.	9
2.1	Modes principaux de déformation associés à la fracturation d'un milieu.	14
2.2	Rupture en 3D.	14
2.3	La géométrie d'une rupture en mode antiplane.	15
2.4	Domaine d'intégration de l'équation intégrale...	18
3.1	Définition de la subdivision espace-temps à l'aide de la fonction de Heaviside.	22
3.2	Noyau de l'équation intégrale.	24
3.3	Loi de frottement indépendant de la vitesse de glissement.	25
3.4	Chargement tectonique homogène.	25
3.5	Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une rupture antiplan, d'une faille instantanée discrétisée par 1024 éléments.	26
3.6	Solution pour le 256 ^{ème} élément.	27
3.7	Les états initiaux de traction (T_i^0) pour les simulations numériques. (a) Une aspérité. (b) Deux aspérités. (T_i^0) à l'extérieur des aspérités est 0.	28
3.8	La vitesse de glissement pour le modèle d'un seul aspérité.	29
3.9	Propagation du front de rupture.	30
3.10	La vitesse de glissement pour le modèle à deux aspérités.	31
3.11	La vitesse de glissement pour un modèle dynamique mais avec propagation cinématique.	32
4.1	Noyau élastodynamique total.	36
4.2	Noyau statique.	37
4.3	Solution numérique pour le 64 ^{ème} élément d'une faille instantanée discrétisée sur 256 éléments.	38
4.4	Noyau dynamique.	39
4.5	Schéma de la propagation du front de rupture le long d'un plan où une fracture se propage dans la direction x	40

4.6	Évaluation de la solution numérique pour le 64 ^{ème} élément d'une faille instantanée discrétisée sur 256 éléments en fonction de la taille de la fenêtre de troncature. En haut : toute la durée ; en bas : zoom.	41
4.7	Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une faille qui casse instantanément (solution complète).	42
4.8	Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une faille qui casse instantanément sous l'influence du terme statique.	43
4.9	Le nouveau noyau statique.	44
4.10	Évolution du profil de la vitesse de glissement pour une faille qui casse instantanément sous l'influence du nouveau terme statique (retardé).	46
4.11	Nouveau noyau dynamique.	47
4.12	Comparaison de l'erreur par...	48
4.13	(a) Visualisation de front de cicatrisation et du front de rupture correspondant respectivement à la forme des frontières (ou bords) inférieure B_{inf} et supérieure B_{sup} du pulse. (b) L'intersection des domaines délimités par, la fenêtre de troncature, le cône de convolution, et le domaine entre les deux bords du pulse.	49
4.14	Comparaison de la solution complète à la solution avec troncature pour un pulse. La faille est discrétisée avec 128 éléments, le pulse se propage avec une vitesse imposée (égale à la moitié de celle des ondes S). Sa largeur est $L = 25$ éléments. Il traverse toute la faille. La vitesse du point 115 est représenté (près du bord d'arrivée). La fenêtre de troncature est $T_w = 50$, de l'ordre de la taille du pulse ($L/h = 50$, avec $h = 1/2$), donc proportionnellement beaucoup plus petite que les tailles utilisées auparavant.	50
B.1	Contour d'intégration	57

قمنا بدراسة تقنية رقمية لمحاكاة الإهتزازات الأرضية و التي تحصل إما نتيجة الحركة التكتونية للأرض و هو التشقق أو الحركة الفجائية خلال صدع موجود لصفحة من صفائح القارات أو خلال تفرعاتها. تعتمد هذه التقنية على طريقة التكامل فقط على حدود التشققات، و ذلك بالإعتماد على نظرية التمثيل بتداخل الإحتكاك أو الإجهاد الناتج عن حركة الصفائح و كل سيناريو الإنزلاقات بواسطة تكامل ثنائي للمتغيرين الزمن و الفضاء. قدمنا خوارزم يسمح بالمعالجة الجدية لسناريو التشوه طويل المدى لتصدعات سريعة في نموذج للانتشار الديناميكي للتمزق. الهدف من هذا الخوارزمي هو معالجة التكامل الثنائي خلال فترات زمنية مختزلة من الحلقة الزلزالية. و لكي يتحقق ذلك قمنا بفصل الجزء الساكن عن الجزء الديناميكي المكونان لنواة التكامل الثنائي. طبقنا تقنييه جديدة تعتمد على تعديل الجزء الساكن المكون لنواة التكامل الثنائي، حصلنا على نتائج مماثلة و لا تكلف الكثير من الزمن. إن مميزات الجزء الديناميكي و الجزء الساكن في العلاقة المستعملة تسمح بإستعمال ناجح لهذه التقنية في حالة الزلزال الناتج عن قوة على شكل نبضة قصيرة في الزمن.

Abstract : We have studied a numerical technique for simulating earthquakes, based on a boundary integral element method. In such a method, the stress at position on the fault is expressed as a space-time convolution over the *whole* slip history on the fault. In its basic formulation, the time convolution prohibits long simulations. The removal of the static stress contribution allows to truncate this convolution, though. We have applied a similar technique to extract the *retarded* static term, in which the static stress contribution is transferred at a finite velocity (that of the seismic wave in the medium), which is a much better approximation of the full elastodynamic solution. The resulting computational gain is typically of about a factor 2-3 for the tested cases. In addition, the features of the static and dynamic parts of our formulation are very promising for a specific application of this technique to earthquakes for which the duration of slip at each fault point is short (self-healing slip pulse).