

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة فرحات عباس - سطيف
Université Ferhat Abbas - Sétif

THÈSE

Présentée à la Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Electrotechnique
Pour l'obtention du Diplôme de

Doctorat d'état

En **Electrotechnique**
Option : **Réseaux électriques**

Par

Hamouda Abdellatif

THÈME

**Contribution à l'étude de l'optimisation de la
compensation de l'énergie réactive**

Soutenue le : 09-12-2007

devant le jury composé de :

Mr. Benmahammed	Khier	Prof. à l'Université de Sétif	Président
Mr. Zehar	Khaled	Prof. à l'Université de Sétif	Rapporteur
Mr. Mahmoudi	M ^{ed} Oul-hadj	Prof. à l'E.N.P. Alger	Examineur
Mr. Nezli	Lezhari	M.C. à l'E.N.P. Alger	Examineur
Mr. Gherbi	Ahmed	M.C. à l'Université de Sétif	Examineur

Résumé.

L'accroissement de la demande en énergie électrique et le libre marché des échanges d'électricité, ont poussé les organismes distributeurs à prêter une grande attention à la qualité et au coût de cette dernière, particulièrement dans les réseaux de distribution. Afin de réduire les pertes de puissance (estimées entre 10% et 25%) dues au transit de forts courants réactifs et améliorer le profil de la tension des lignes de distribution, le moyen le plus indiqué est le placement de batteries de condensateurs shunts. C'est d'ailleurs dans ce but que le présent sujet de thèse a été proposé. L'objectif qu'on s'est assigné est donc la détermination des puissances des batteries et leurs emplacements pour réduire au mieux les pertes de puissance, améliorer le profil de la tension et par là augmenter la capacité de transmission de ces lignes. Le problème est donc un problème d'optimisation avec ou sans contraintes. Deux voies ont été adoptées pour atteindre le but fixé. La première voie de solution choisie est analytique. Dans cette méthode, de nouveaux modèles donnant les réductions des pertes de puissance et d'énergie dues à une batterie donnée en fonction des puissances du restant des batteries ont été donnés. De plus, la méthode de détermination des tailles optimales des batteries que nous avons proposée est itérative et ne nécessite donc aucune inversion de matrices. Le second modèle quant à lui, il utilise des techniques heuristiques dont les principaux avantages sont la réduction du nombre de variables de contrôle et permet une simple modélisation mathématique du problème. Dans ce modèle, le choix des nœuds candidats pour recevoir les batteries dont les tailles optimales ont été préalablement calculées analytiquement, est fait de deux manières différentes. La première est basée sur la sensibilité des pertes de puissance totales de la ligne à la charge réactive d'un nœud donné. La seconde par contre utilise les index de stabilité de chacun des nœuds de la ligne. Mais avant toute chose et afin de pouvoir parler de la conduite rationnelle de la compensation de l'énergie réactive, on ne peut se passer du calcul de l'écoulement de charge. Dans ce but, deux méthodes non newtoniennes de calcul de l'écoulement de charge ont été proposées. Ces méthodes sont simples à comprendre et à mettre en œuvre. Dans ces dernières, la convergence du

problème est assurée avec un nombre d'itérations réduit et un temps de calcul relativement très court.

Si dans l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par méthode analytique, on n'a considéré que des lignes en échelle du fait de la complexité de la modélisation mathématique du problème lorsqu'il s'agit de lignes en antenne dans celle utilisant les techniques heuristiques, les lignes considérées sont soit en échelle soit avec ramifications. Les résultats auxquels nous avons abouti sont comparables à ceux donnés par d'autres auteurs voir meilleurs lorsque dans la méthode heuristique les nœuds candidats à recevoir les batteries de condensateurs shunts sont déterminés par les index de stabilité.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier le Professeur Khaled Zehar, directeur du laboratoire Q.U.E.R.E, qui m'a donné la possibilité de réaliser cette thèse de doctorat sous sa direction. Qu'il trouve ici le témoignage de ma reconnaissance pour la liberté et la confiance qu'il m'a accordées tout le long de ces nombreuses années que la réalisation de cette thèse a nécessitée.

Je remercie également le Professeur Khier Benmahammed du département d'électronique de l'université de Sétif pour avoir accepté de présider le jury de ma thèse. Que le Professeur Mohammed Oulhadj Mahmoudi de l'école nationale polytechnique d'Alger ainsi que le Dr Lazhari Nezli de l'école nationale polytechnique d'Alger et le Dr Ahmed Gherbi du département d'électrotechnique de l'université de Sétif soient remerciés pour avoir accepté d'être membre du jury de cette thèse.

Ma reconnaissance va aussi à Mr. Slimane Saouchi pour les conseils et l'aide qu'il m'a apportés lors de la réalisation des nombreux programmes informatiques.

Que madame Nadia Trifi, monsieur Mohamed Naguib Harmas et le Dr Rabah Mellah soient remerciés, les deux premiers pour leurs encouragements répétés pour que je finalise cette thèse et le dernier de m'avoir permis de rassembler les innombrables références bibliographiques.

Mes remerciements vont également aux Professeurs Seddik Bacha du laboratoire d'électrotechnique de Grenoble et Jean-claude Maun du laboratoire de génie électrique de l'université libre de Bruxelles pour les conseils qu'ils m'ont fournis durant mes stages au sein de leurs laboratoires respectifs.

Ma plus grande reconnaissance et ma gratitude vont à mes parents pour m'avoir offert la possibilité de faire mes études dans de meilleures conditions.

Enfin, mes remerciements vont à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de cette thèse.

Sommaire

Introduction Générale.	1
Chapitre 1 : Calcul de l'écoulement de charge.	6
1.1. Introduction.	7
1.2. Rappel sur la théorie des graphes.	10
1.2.1. Définitions et concepts de base.	10
1.2.1.1. Définition d'un graphe orienté.	10
1.2.1.2. Définition d'un graphe non orienté.	10
1.2.2. Matrices associées à un graphe.	11
1.2.2.1. Matrice d'incidence Sommets arcs.	11
1.2.2.2. Matrice d'incidence Sommets arêtes.	11
1.3. Numérotation des éléments d'une ligne radiale.	12
1.4. Détermination des nœuds après chaque branche.	13
1.4.1. Procédure de construction.	13
1.4.2. Algorithme de construction.	15
1.4.3. Algorithme de construction.	16
1.5. Modélisation de l'Écoulement de charge.	17
1.5.1. Modèle de charge.	17
1.5.2. Hypothèses.	18
1.5.3. Puissance de branche.	19
1.5.3.1. Premier modèle de calcul des puissances.	19
a- En fin de branche.	19
b- En début de branche.	20
c- Les pertes de puissance.	20
1.5.3.2. Deuxième modèle de calcul des puissances.	21
a- Branche terminale.	22
b- Branche non terminale.	22
1.5.4. Courant de branche.	23
1.5.5. Tension et phase à l'origine d'un nœud.	23

1.6. Test de convergence.	24
1.7. Stratégie de Solution.	25
1.8. Détermination des branches sortant d'un nœud non terminal.	26
1.9. Accélération de la vitesse de convergence.	27
1.10. Algorithmes de calcul.	28
1.10.1. Algorithme de calcul, premier modèle.	28
1.10.2. Algorithme de calcul, deuxième modèle.	29
1.11. Etude de cas.	30
1.12. Résultats.	32
1.13. Discussions des résultats.	35
1.14. Conclusion.	41
Chapitre 2 : Optimisation de la compensation de l'énergie réactive :	
Méthode analytique.	42
2.1. Introduction.	43
2.2. Uniformisation et normalisation d'une ligne.	46
2.2.1. Uniformisation d'une ligne.	47
2.2.2. Normalisation d'une ligne.	47
2.2.3. Normalisation de la résistance totale.	48
2.3. Charge réactive.	48
2.4. Facteur de charge réactive.	49
2.5. Normalisation de la distribution de charge.	50
2.6. Formulation du problème.	50
2.7. Modèles mathématiques de la ligne.	51
2.7.1. Modélisation de la charge.	52
2.7.2. Modélisation de la batterie.	52
2.7.3. Distribution du courant des batteries.	53
2.8. Fonction objectif.	53
2.9. Réduction des pertes de puissance et d'énergie.	54
2.9.1. Réduction des pertes de puissance.	54
2.9.2. Réduction des pertes d'énergie.	55

2.10. Calcul des réductions des pertes dues à une batterie.	56
2.10.1. Calcul des réductions des pertes de puissance.	57
2.10.2. Calcul de la réduction des pertes d'énergie.	57
2.10.3. Fonction retour économique.	58
2.11. Optimisation de la compensation de l'énergie réactive.	58
2.11.1. Stratégie de solution.	60
2.11.2. Optimisation des tailles des batteries.	60
2.11.2.1. Calcul du courant optimal due à une batterie.	60
2.11.2.2. Stratégie de solution.	61
2.11.2.3. Algorithme d'optimisation des tailles.	61
2.11.3. Optimisation des emplacements optimaux.	62
2.11.3.1. Calcul des emplacements optimaux.	62
2.11.3.2. Stratégie de solution.	63
2.11.3.3. Algorithme de détermination des emplacements.	63
2.11.4. Détermination des tailles et des emplacements optimaux.	64
2.12. Etude de cas.	65
2.13. Résultats et discussions.	67
2.14. Conclusion.	79

Chapitre 3 : Optimisation de la compensation de l'énergie réactive :

Méthode heuristique.	81
3.1. Introduction.	82
3.2. Formulation du problème.	86
3.3. Pertes de puissance en ligne.	88
3.4. Réductions des pertes de puissance.	88
3.5. Fonction objectif.	89
3.6. Optimisation des tailles des batteries.	90
3.7. Calcul des Tailles optimales des batteries.	91
3.8. Détermination des nœuds candidats.	93
3.8.1. Sensibilité d'un nœud.	93
3.8.2. Index de stabilité.	94

3.9. Méthodologie de Solution.	96
3.10. Algorithme de calcul.	98
3.11. Etude de cas.	99
3.12. Résultats et discussions.	101
3.13. Conclusion.	128
Conclusion générale.	130
Annexes.	133
Annexe.1	133
Annexe.2	136
Annexe.3	138
Annexe.4	144
Annexe.5	146
Annexe.6	147
Bibliographie.	147
Nomenclature	158

Introduction Générale.

La dérégulation du marché de l'électricité et le développement tant des zones industrielles que des zones d'habitat (rural ou urbain), ont contraint les distributeurs de l'énergie électrique à chercher des solutions leur permettant d'accroître la puissance disponible et la transmissibilité de leurs réseaux tout en continuant à fournir aux consommateurs une énergie sûre, de bonne qualité et ce au moindre coût. Les investissements dans la construction de nouvelles lignes et du fait de l'effort financier qu'elles nécessitent, ne viennent qu'en dernier ressort. Afin de rester compétitifs, les distributeurs d'énergie électrique sont alors contraints d'entreprendre des opérations d'amélioration des performances de leurs réseaux.

Si les premiers travaux et l'attention des spécialistes et des compagnies d'électricité se sont focalisés sur les réseaux de transport et de transmission, très peu d'intérêt a été accordé cependant aux réseaux de distribution. Pourtant, si on venait à comparer ces derniers aux premiers cités, on ne peut que constater les forts courants de branche qui caractérisent les lignes de distribution. Ces derniers, sont la cause de fortes chutes de tensions et de pertes de puissance non négligeables qu'il convient de mettre à profit afin d'augmenter la puissance disponible sur ces lignes et ainsi fournir aux abonnés une énergie électrique avec un profil de tension convenable.

Les réductions des chutes de tension et des pertes de puissance, ne peuvent cependant être entreprises que par la diminution du transit des fortes composantes réactives du courant de ligne. Dans ce but, un des plus indiqués moyens est la compensation de l'énergie réactive par batteries shunt qui d'ailleurs, est l'objet de la présente thèse. Néanmoins, il ne suffit pas de placer des batteries de condensateurs pour dire que le problème que posaient les forts courants réactifs est résolu. De même, si se fixer comme objectif un facteur de puissance global supérieur ou égal à 0.9 constitue une solution moyennement satisfaisante sur le plan purement électrique, il ne peut être admis comme une

solution acceptable sur le plan économique. En effet, une telle valeur du facteur de puissance nous pousse à nous poser un certain nombre de questions auxquelles il faudrait apporter des réponses. La première des questions qui nous vient à l'esprit est, quelle valeur choisir pour le facteur de puissance entre 0.9 et 1 ? La seconde qu'on pourrait se poser est, quelles sont les puissances des batteries de condensateurs qu'il faut choisir ? De plus, en supposant qu'on se soit fixé sur les puissances des batteries à mettre en ligne, à quels endroits va-t-on les placer ? Enfin quel va être le coût de l'opération de compensation et quels profits va-t-on en tirer ? Toutes ces questions nous recommandent donc à réfléchir à une stratégie de rationalisation de la compensation de l'énergie réactive où chacun des deux aspects électrique et économique du problème est pris en considération. C'est ce qui est connu comme étant l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive.

Par optimisation de la compensation de l'énergie réactive, il faut entendre le choix des puissances des batteries de condensateurs à installer sur les lignes de distribution d'énergie électrique, de leurs emplacements et même du temps durant lequel elles resteront en ligne s'il s'agit d'une compensation adaptative. Bien entendu, ces choix doivent être faits de sorte que l'on ait le moins de pertes de puissance en ligne et une amélioration du profil de la tension tout en ayant un retour économique positif. En d'autres termes, l'investissement consenti ne doit en aucune manière être supérieur aux dividendes tirés de l'opération de compensation de l'énergie réactive. Cette exigence peut être satisfaite si le problème est modélisé de sorte que dans la fonction objectif, soient inclus les aspects électrique et économique de la question. La fonction objectif ainsi constituée, est connue chez les spécialistes des réseaux électriques sous le vocable de fonction retour économique (economic return function) ou (saving function) sur laquelle on reviendra plus loin dans la présente thèse.

Le début des années 60 a connu l'intérêt des chercheurs pour les réseaux de distribution en général et la compensation de l'énergie réactive dans ces derniers en particulier. Le privilège revient à Neagle et Samson [1] et Cook [2]-[3] qui, les

premiers en 1956, 1959 et 1964 ont entamé l'étude analytique du problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive dans les réseaux de distribution. Viennent après, d'autres auteurs [4]-[7] qui se sont aussi intéressés à l'analyse analytique de la question. Ces premiers travaux ont été faits moyennant des hypothèses simplificatrices où la charge et la ligne ont été considérées comme étant uniformes. Cependant et du fait des restrictions émises, la solution apportée bien que pionnière, reste non réaliste. Il a donc fallu attendre le début des années 80 pour que Grainger [8]-[16] et Salama [17]-[18] relancent l'intérêt pour le problème en introduisant le concept de la ligne uniforme normalisée qui a permis de contourner les hypothèses simplificatrices et la généralisation des modèles mathématiques du problème au cas non uniforme. L'épineux problème de la compensation de l'énergie réactive a continué et continue toujours de susciter l'intérêt des spécialistes en réseaux électriques en atteste, les nombreux travaux qui ont vu le jour. Ces travaux vont des méthodes numériques [19]-[39] aux méthodes hybrides impliquant l'intelligence artificielle [40]-[57] en passant par les méthodes heuristiques [59]-[70]. Si dans la première catégorie de travaux, les puissances des batteries de condensateurs et leurs emplacements sont déterminés moyennant des méthodes numériques classiques, dans la seconde catégorie, de nouvelles méthodes d'optimisation ont pris le pas. Dans cette catégorie, nous citons les plus utilisées d'entre elles, il s'agit des algorithmes génétiques [40]-[50] et de la logique floue qui en général est combinée à d'autres méthodes [52]-[57] ou aux premiers cités. La troisième catégorie de solution quant à elle, a vu le jour dans un premier temps dans l'étude de la réduction des pertes dans les réseaux de distribution par reconfiguration de ces derniers. Ce n'est que par la suite qu'elle a été étendue à l'étude de la planification de l'énergie réactive. Elle s'appuie sur l'intuition et l'expérience.

Structurée autour de trois chapitres, la présente thèse aborde en premier lieu, l'étude de l'écoulement de charge dans les lignes de distribution dont la caractéristique première est d'avoir une configuration radiale avec ou sans ramification. Ce premier chapitre, sans lequel on ne saurait parler de la conduite

de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive, trouve sa justification dans la nécessaire détermination des courants de branche, des tensions aux différents nœuds et des pertes de puissance en ligne. D'ailleurs, la fonction objectif qu'on définira plus loin dans cette thèse, est liée à la tension et à la composante réactive du courant de branche. Vient ensuite, le second chapitre que nous consacrerons à l'étude de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par méthode analytique. Essentiellement, cette partie de la thèse sera consacrée à présenter une manière différente de définir la réduction des pertes de puissance en ligne et donc celle de l'énergie tout autant que le calcul des tailles optimales des batteries. Cette étude analytique de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive, obéit à la curiosité que les travaux de Grainger et son équipe [8]-[16] ont suscitée en nous. Ces auteurs, lors de la modélisation du dit problème ou plus particulièrement lors du calcul des réductions des pertes de puissance et d'énergie, ont considéré ces dernières comme étant Markovienne. Autrement, ils ont considéré que pour une batterie donnée, les réductions des pertes de puissance et d'énergie qui lui sont dues ne dépendent que de celles placées à son aval. Les puissances optimales ainsi obtenues, ne sont elles aussi dépendantes que de celles situées à leurs avals.

Bien que le concept de solution analytique de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive pourrait être étendu aux lignes de distribution avec ramifications, il reste cependant très complexe, difficile à mettre en œuvre et peut ne pas susciter l'intérêt des ingénieurs chargés de la gestion des réseaux de distribution de l'énergie électrique. Pour simplifier la démarche, répondre au problème que pose la circulation d'une forte composante réactive du courant de branche et donc intéresser les spécialistes de la distribution de l'énergie électrique, réfléchir à une autre voie de solution où les modèles mathématiques sont simples à comprendre et à mettre en œuvre, tout en gardant l'efficacité recherchée par l'application des batteries de condensateurs shunts, devient une nécessité impérative. C'est justement l'objet du troisième chapitre de cette thèse que nous consacrerons à la présentation de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par méthodes heuristiques. Le choix de cette technique dans la

conduite du contrôle du transit de l'énergie réactive se justifie par la simplicité de cette dernière, la qualité de la solution qu'elle offre et le temps mis pour arriver à cette fin. Enfin nous terminerons la présente thèse par une conclusion sur les méthodes utilisées, les résultats auxquels nous sommes arrivés et poser les questions qui serviront à ouvrir les voies des éventuelles perspectives de développement du présent travail.

Chapitre 1 :
Calcul de l'Écoulement de Charge

1.1. Introduction.

Comparés aux réseaux de transmission d'énergie électrique, les réseaux de distribution sont caractérisés par leurs configurations radiales et un rapport r/X élevé. Ces derniers caractères font que leurs matrices expressions sont mal conditionnées et rendent donc, la solution de l'écoulement de charge par les méthodes Newtoniennes ou leurs dérivées [74]-[78] impossible (divergences fréquentes de ces méthodes). Même si ces méthodes venaient à converger, la construction de la matrice de Jacobi prend un temps de calcul relativement long, ce qui ne permet pas leur utilisation en temps réel. De plus, dans l'étude de la rationalisation du transit de l'énergie réactive, le calcul de l'écoulement de charge étant répété plus d'une fois, il est utile voire nécessaire de réduire le temps de calcul du mieux que l'on peut. Afin de déterminer les puissances transitant dans ces lignes, leurs courants de branche et les tensions au niveau de leurs différents jeux de barres, la voie la plus indiquée pour ce type de ligne est l'application des lois régissant les circuits électriques. Ce type de méthodes est basé sur le balayage en montée (backward sweep) et le balayage en descente (forward sweep) de la ligne. Lors du balayage en montée, nous déterminerons les puissances actives et réactives s'écoulant dans chacune des branches, les puissances actives et réactives qui s'y perdent ainsi que les courants de branche. Le balayage en descente quant à lui permet le calcul de la tension et la phase à l'origine de chaque nœud en soustrayant à la tension du nœud prédécesseur la chute de tension dans la branche qui l'alimente.

Durant ces dernières années, nombreux travaux ont été menés pour résoudre le problème de l'écoulement de charge dans les lignes de distributions [79]-[95]. Toutes ces méthodes sont basées sur le balayage en montée et en descente de la ligne cependant, la méthodologie de résolution varie d'un auteur à un autre. Haque dans son article [79], a développé une méthode pour résoudre le problème dans les réseaux radiaux faiblement maillés. Dans son travail, il propose d'abord de rompre les mailles existantes afin de rendre la ligne de configuration radiale pour ensuite, déterminer les tensions et les phases à

l'origine des différents nœuds. Aux points de rupture, des nœuds morts sont créés. De ces derniers, s'écouleront alors des puissances actives et réactives négatives. La configuration radiale étant obtenue, le balayage en descente et en montée est appliqué pour déterminer les tensions aux nœuds et leurs phases à l'origine. La méthode étant itérative, lors de la première itération, Haque initialise les tensions de tous les nœuds à celle du nœud source prise comme origine des phases. Pour les réseaux avec des branches latérales, Haque ne donne aucune méthode pour déterminer de façon automatique les nœuds suivant chacune des branches. Ghosh [80] tout comme Nanda [81] et Aravindhbabu [82] proposent une méthode ne donnant que les modules des tensions aux jeux de barres en résolvant de simple équations algébriques. A la première itération, ils initialisent les tensions des différents nœuds à une valeur relative égale à 1 et les pertes de puissance en ligne sont considérées comme nulles. A la différence de la référence [82], une procédure d'identification des nœuds à la suite de chaque branche est donnée dans [80] et [81]. Mekhamer [83] et Afsari [84] ont utilisé les trois équations récurrentes développées par Baran [24]-[25] pour chaque branche. Les dits auteurs considèrent les branches latérales comme des charges concentrées sur la ligne principale. Une fois les tensions de la ligne principale calculées, ils calculent les tensions des nœuds des branches latérales connaissant la tension du premier nœud de chacune d'elles et ce moyennant les équations récurrentes données par [24]-[25]. La différence d'approche entre les deux auteurs se situe dans le choix du critère de convergence et celui des tensions initiales. Comme critère de convergence, Mekhamer [83] considère la différence entre les puissances active et réactive à la sortie du générateur calculées lors de deux itérations successives. Afsari [84] par contre, adopte la différence entre les tensions obtenues lors de deux itérations successives mais à la première itération, il évalue d'abord les tensions aux nœuds terminaux qu'il prend comme tensions initiales. Dans le même ordre d'idée, Mok [85] utilise la théorie des circuits maillés où les tensions aux différents nœuds sont initialisées à celle de la source. Après quoi, il détermine les courants des charges et donc les courants de branche. En seconde phase, la tension du nœud juste après le nœud source est calculée. Cette dernière est utilisée pour calculer celles de ses suivant et ainsi de

suite jusqu'au dernier nœud. Le critère de convergence adopté reste cependant, la différence entre les tensions obtenues lors de deux itérations successives. Rajan [88]-[89], utilise la méthode de balayage développée par Das [86]-[87]. Cette méthode basée sur la théorie des circuits électriques, est modifiée, pour incorporer différents modèles de charges. Dans sa méthode, l'auteur a développé un programme de détermination des nœuds après chaque branche et considère le critère de convergence adopté par [83]. Dans la méthode qu'il propose, basée elle aussi sur le balayage en montée et en descente de la ligne, Augugliaro [90], pour accélérer la convergence, choisit des valeurs pour les tensions initiales proches de leurs valeurs finales. Ainsi, il arrive à réduire le nombre d'itérations et par là le temps de calcul pour atteindre la solution. De plus, l'auteur en question détermine la topologie du réseau par une simple représentation matricielle fruit de la détermination de la matrice d'incidence branches à nœuds et dont les éléments génériques sont égaux à zéro et un. Ulas [91] dans son travail propose une méthode basée sur le principe de balayage en descente et en montée de la ligne. Lors du balayage en descente et partant du nœud générateur, la tension du nœud récepteur de chacune des branches est déterminé moyennant une équation polynomiale. Les tensions ainsi obtenues sont utilisées pour déterminer les courants dus aux charges et les courants de ligne et par là, de nouvelles tensions pour les nœuds (nœud générateur compris) sont déduites en balayant en montée la ligne.

La revue des différents travaux ayant traité le problème de l'écoulement de charge, appelle de notre part un certain nombre de remarques. En effet, les méthodes présentées bien que très efficaces et qu'elles soient à la base de ce que nous allons proposer comme méthodes de résolutions du problème de l'écoulement de charge dans les lignes de distribution, ne permettent, dans leur globalité, que la détermination des valeurs efficaces des tensions des nœuds et très peu d'entre elles donnent les phases à l'origine des tensions. Aussi et à la première itération, très peu d'entre elles considèrent les pertes de puissance active et réactive en ligne tout comme elles considèrent une tension initiale égale à celle existant au nœud générateur qui est prise comme origine des phases. De

plus, les méthodes de détermination des nœuds après chaque branche, là où elles existent [80]-[81] et [88]-[90], sont difficiles à mettre en œuvre ou bien nécessitent beaucoup d'opérations de test. De ce fait, deux méthodes de solution de l'écoulement de charge vont être présentées dans le présent chapitre. La différence entre ces deux dernières réside dans la manière de calculer les puissances transitant par les branches. Leurs principaux atouts sont la méthode de détermination des nœuds après chaque branche et l'accélération de la convergence en procédant à un choix judicieux des tensions initiales.

1.2. Rappel sur la théorie des graphes.

Le langage des graphes permet de représenter simplement la structure d'un grand nombre de situations. L'exemple le plus classique est la représentation d'un réseau électrique.

1.2.1. Définitions et concepts de base.

1.2.1.1. Définition d'un graphe orienté.

Un graphe orienté G , est un couple (X, U) où X est un ensemble fini d'éléments appelés sommets ou noeuds et U , est un ensemble de couple u ordonnés de sommets, d'éléments distincts de X appelés arcs. Si $u = (i, j)$ est un arc, « i » est l'extrémité initiale de u et « j » est l'extrémité terminale de u (voir Fig.1-a).

1.2.1.2. Définition d'un graphe non orienté.

Il arrive que dans certaines applications, l'orientation des graphes, c'est-à-dire la distinction entre l'extrémité initiale et l'extrémité finale ne soit pas essentielle. On s'intéresse simplement à l'existence ou à la non-existence d'un ou plusieurs arcs entre deux sommets sans en préciser l'ordre. Ce graphe est dit non

orienté si à tout couple ordonné (i, j) , on associe le couple non ordonné (i, j) appelé arête (voir Fig.1-b). L'arête est alors un arc sur lequel on a oublié l'orientation.

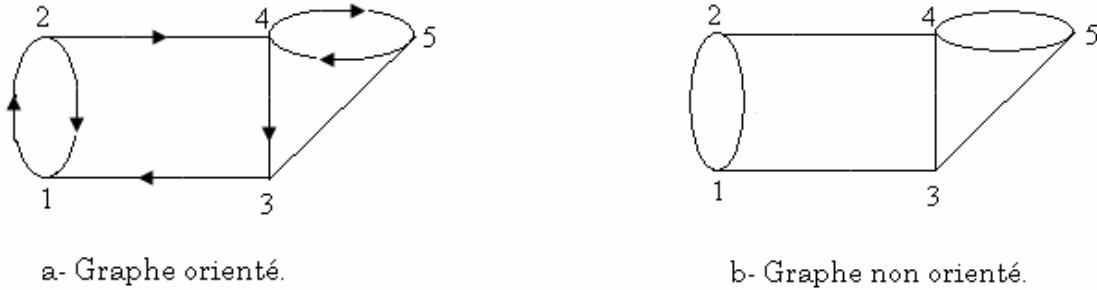


Fig.1 : Structure d'un graphe.

1.2.2. Matrices associées à un graphe.

Plusieurs matrices peuvent être associées à un graphe. Parmi ces matrices nous citons, la matrice d'incidence sommets arcs et la matrice d'incidence sommets arêtes.

1.2.2.1. Matrice d'incidence Sommets arcs.

La matrice d'incidence sommets arcs d'un graphe G est une matrice $A = (a_{iu})$, $i = 1, \dots, N$ et $u = 1, \dots, M$ à coefficients entiers égaux à 0, +1 ou -1 et où N est le nombre de sommets et M le nombre d'arcs. La matrice A est telle que chaque colonne correspond à un arc de G et chaque ligne à un sommet de G . Si $u = (i, j) \in U$, la colonne u a tous ses termes nuls sauf :

$$\begin{cases} a_{iu} = +1 \\ a_{ju} = -1 \end{cases}$$

1.2.2.2. Matrice d'incidence Sommets arêtes.

La matrice d'incidence sommets arêtes d'un graphe G est une matrice coefficients 0 et 1 où chaque colonne correspond à une arête $u = (i, j)$ de G et

chaque ligne « i » à un sommet « i » de G . Si $u = (i, j)$, la colonne u a tous ses termes nuls sauf :

$$\begin{cases} a_{iu} = 1 \\ a_{ju} = 1 \end{cases}$$

Remarque : Dans la suite de ce chapitre nous ne nous intéresserons qu'aux seules lignes de distribution caractérisées par leurs configurations radiales pouvant présenter ou non des ramifications.

1.3. Numérotation des éléments d'une ligne radiale.

Bien que non nécessaire pour l'exécution de la solution du problème d'écoulement de charge proposée, le schéma de numérotation des nœuds et des branches est très pratique et contribue à faciliter la reconnaissance de la configuration de la ligne [79], [81], [90], [91], [94]. Un exemple de ligne radiale avec ramification est proposé afin de rendre accessible la compréhension de la procédure de numérotation (voir Fig.2). La matrice de connectivité d'une telle ligne, nécessaire dans le processus d'automatisation de la détermination de toute configuration, est donnée par le tableau 1.1 qui suit. Pour une branche « i » donnée, $SE(i)$ est son nœud source et $RE(i)$, est son nœud récepteur.

branches	$SE(i)$	$RE(i)$
1	0	1
2	1	2
3	2	3
4	3	4
5	2	5
6	5	6
7	3	7
8	7	8

Tableau 1.1 : Matrice de connectivité de la ligne.

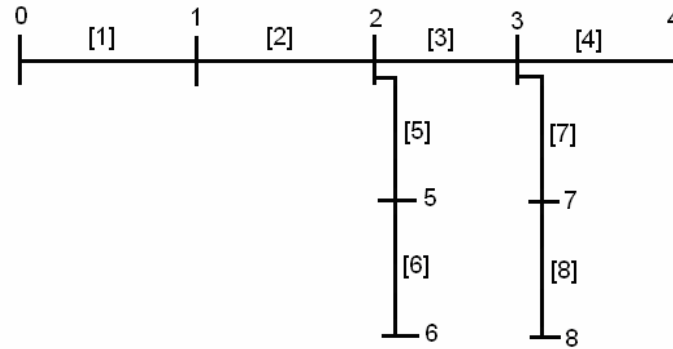


Fig.2 : Schéma de numérotation des nœuds et des branches.

Partant du nœud source qu'on note nœud zéro, on commence d'abord par numérotter les nœuds de la ligne principale. Au nœud juste après le nœud source, on donne le numéro 1 et ainsi de suite jusqu'au dernier nœud de la ligne principale (nœud 4). Après quoi, les nœuds de la ligne principale sont scrutés pour voir si des branches latérales en sortent. La ramification qui part du nœud le plus proche du nœud source est numérotée en premier. Ses nœuds, auront des numéros suivant celui du dernier nœud de la ligne principale (de 5 à 6 comme le montre la figure Fig.2). De la même manière, les nœuds de la branche latérale suivante (branche latérale sortant du nœud 3 de la figure Fig.2) sont numérotés à la suite du dernier nœud de la précédente branche latérale (nœuds 7 et 8 de la figure Fig.2) et ainsi de suite jusqu'à la dernière branche latérale de la ligne considérée. Quant aux branches, on leur attribuera les mêmes numéros que ceux de leurs nœuds récepteurs (voir Fig.2).

1.4. Détermination des nœuds après chaque branche.

1.4.1. Construction de la matrice d'incidence.

Pour déterminer les nœuds après chaque branche, on doit en premier construire la matrice d'incidence branches à nœuds. Dans cette matrice que nous notons « IM », les numéros des lignes sont les identificateurs des branches et ceux des colonnes, les identificateurs des nœuds. Les éléments de « IM » sont définis comme il suit [81], [90]:

$$IM(i, j) = \begin{cases} -1 & \text{si } j \text{ est le noeud source de la branche } i \\ +1 & \text{si } j \text{ est le noeud receveur de la branche } i \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Pour l'exemple de ligne précédemment donné (voir Fig.2), l'application de la règle ci-dessus énoncée, conduit à la matrice d'incidence suivante :

$$IM = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

De la matrice d'incidence ci-dessus donnée, on déduit la matrice d'incidence nœuds à branches « G » par simple inversion de « IM » [90]. Dans la matrice « G », les numéros des lignes sont les identificateurs des nœuds et ceux des colonnes, les identificateurs des branches. Pour l'exemple de la figure Fig.2, l'inversion de « IM » conduit à la matrice « G » suivante :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice d'incidence nœuds à branches précédemment juste au-dessus donnée, il est possible de déterminer tous les nœuds situés au-delà d'une branche

donnée. En effet, si on considère la colonne 3 c'est-à-dire la branche 3 de la ligne, les éléments génériques non nuls se trouvent sur les lignes 3, 4, 7 et 8. Donc, les nœuds qui suivent la dite branche sont ceux portant les numéros 3, 4, 7 et 8. Cependant, il y'a lieu de noter que pour une colonne (ou branche) donnée de la matrice « G », les éléments non nuls ne se suivent pas et qu'un ou plusieurs zéros peuvent venir s'y intercaler. Ce mode de présentation de la matrice d'incidence nœuds à branches, nous contraint donc, lors du calcul des puissances active et réactive s'écoulant dans une branche donnée, à parcourir toute la colonne qui lui est rattachée pour rechercher les nœuds qui la suivent. Ce qui est équivalent à faire une sommation sur l'ensemble des nœuds que comprend la ligne alors que seule une fraction de ces derniers suit la dite branche. De ce fait, des tests sont à prévoir afin de déterminer les éléments non nuls de la colonne et par là, les nœuds qui suivent une la dite branche. En conclusion, nous dirons que des tests et des opérations de calcul, desquels on pourrait se passer, sont présents si on venait à utiliser la matrice d'incidence nœuds à branches « G » d'où l'allongement du temps nécessaire pour atteindre la solution du problème de l'écoulement de charge.

1.4.2. Structure nouvelle de la matrice d'incidence.

Pour réduire le nombre d'opérations nécessaires pour la détermination des nœuds après chaque branche et limiter ainsi le calcul des puissances qui y transitent aux seuls nœuds qui les suivent, une nouvelle matrice d'incidence notée « BR » a été mise au point [94]. Dans cette dernière, les éléments non nuls sont rassemblés les uns à la suite des autres. Les numéros des lignes de la matrice « BR » sont les indicateurs des branches et les éléments non nuls $BR(i, j)$ pour « j » allant de 1 jusqu'au nombre total de nœuds après la branche « i » en question, sont les numéros des nœuds qui la suivent. Le nombre total de nœuds après chaque branche « i » noté « $M(i)$ », est alors égal au nombre d'éléments non nuls de cette dernière. Une valeur de « $M(i)$ » égale à un, signifie que la branche (ou nœud) est une branche (ou nœud) terminale (terminal). L'utilisation de « BR »

limite alors les calculs aux seuls éléments non nuls et le temps requis pour arriver à la solution du problème de l'écoulement de charge ne sera que réduit.

1.4.3. Algorithme de construction.

La construction de la matrice d'incidence nœuds à branches « BR » nécessite la connaissance du nombre total de nœuds « n » de la ligne aussi bien que sa matrice de connectivité c'est-à-dire, les ensembles des nœuds sources « SE » et récepteurs « RE ». Les ensembles « SE » et « RE » sont donc deux vecteurs à une dimension chacun. L'organigramme permettant la construction de la matrice « BR » et la déduction du nombre total de nœuds après chaque branche est donné en annexe (voir annexe 5).

Pour l'exemple de ligne précédemment donné (voir Fig.2), la construction de cette nouvelle matrice d'incidence nœuds à branche donne :

$$BR = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 0 \\ 3 & 4 & 7 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ainsi, à la suite de la branche 3 (ligne 3 de « BR ») par exemple, nous retrouvons les nœuds 3, 4, 7 et 8. Le nombre total de nœuds au-delà de la dite branche (3) est $M(3) = 4$.

1.5. Modélisation de l'Écoulement de charge.

L'écoulement de charge dans les lignes radiales ayant ou non des ramifications, peut être résolu itérativement moyennant deux ensembles d'équations récurrentes. Le premier ensemble d'équations, permet la détermination des puissances transitant dans chacune des branches de la ligne les pertes de puissance qui s'y produisent ainsi que les courants qui les traversent. Ces puissances et ces courants sont obtenus en balayant la ligne en montée (backward sweep). Le second ensemble d'équations, permet de déduire les tensions aux différents jeux de barres et leurs phases à l'origine en balayant la ligne en descente (forward sweep).

1.5.1. Modèle de charge.

Différents types de charges peuvent être rencontré sur un réseau de distribution. La vitesse de convergence de la méthode de calcul de l'écoulement de charge varie en fonction de la nature de ces charges. Les puissances actives et réactives de ces charges dépendent des tensions aux endroits de leurs branchements. Le modèle d'une charge placée à un nœud «*i*» quelconque peut être écrit sous la forme exponentielle suivante :

$$\begin{cases} P_i = P_0 \left(\frac{V_i}{V_0} \right)^\alpha \\ Q_i = Q_0 \left(\frac{V_i}{V_0} \right)^\alpha \end{cases} \quad (1.1)$$

Où :

- P_i et Q_i : sont respectivement les puissances active et réactive actuelles de la charge au nœud «*i*».
- P_0 et Q_0 : sont respectivement les puissances active et réactive nominales de la charge.
- V_i : est la tension actuelle aux bornes de la charge.

- V_0 : est la tension nominale de la ligne.
- α : est le coefficient de définition de la charge. Il peut prendre les valeurs zéro, un et deux. Si α est égal à zéro, la charge est dite de puissance constante. Si par contre α est égal à 1, la charge est dite à courant constant alors que α égal à 2, signifie que la charge est d'impédance constante.

Le modèle (1.1) peut aussi être écrit sous la forme rectangulaire suivante :

$$\begin{cases} P_i = P_0(\alpha_0 + \alpha_1 V_i + \alpha_2 V_i^2) \\ Q_i = Q_0(\beta_0 + \beta_1 V_i + \beta_2 V_i^2) \end{cases} \quad (1.2)$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \\ \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 = 1 \end{cases}$$

Modélisée sous cette forme, la charge est de puissance constante si $\alpha_0 = 1$, $\beta_0 = 1$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, $\beta_1 = 0$ et $\beta_2 = 0$. La charge est par contre dite à courant constant si α_1 et β_1 sont égaux à 1 alors que les autres coefficients sont nuls. Une charge d'impédance constante est équivalente quant à elle, à $\alpha_2 = 1$ et $\beta_2 = 1$ tandis que le restant des coefficients sont nuls.

1.5.2. Hypothèses.

Notre préoccupation dans le cadre de cette thèse étant les lignes de distribution équilibrées, on peut donc les représenter par leurs diagrammes unifilaires (Fig.2). De plus, les lignes de distribution étant de moyenne tension alors, les admittances shunts du schéma équivalent en π sont négligeables. Les charges sont considérées comme étant de puissances constantes alors $\alpha = 0$ ou encore, $\alpha_0 = 1$ et $\beta_0 = 1$.

1.5.3. Puissance dans une branche.

Deux modèles de calcul des puissances transitant par une branche donnée vont être présentés. A chacun de ces deux modèles, il correspondra une méthode de calcul de l'écoulement de charge. La différence entre les deux modèles, réside dans la méthode de calcul de la puissance à la fin de chacune des branches de la ligne. Si dans le premier modèle, les puissances à la fin d'une branche quelconque sont calculées en sommant les puissances des charges branchées aux nœuds situées au-delà de la dite branche et les pertes de puissance qui s'y produisent dans le second modèle, les puissances à la fin d'une branche quelconque sont calculées en tenant compte des puissances en début de branche déjà calculées pour les branches qui en sortent.

1.5.3.1. Premier modèle de calcul des puissances.

Compte tenu des hypothèses formulées (voir paragraphe 1.5.2) et au regard du schéma équivalent d'une branche (voir Fig.3), le transit de puissance dans une ligne peut être modélisé comme il suit :

a- En fin de branche.

Les puissances active et réactive à la fin d'une branche quelconque notée «*i*» sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_i = \sum_{k=BR(i,M(i))}^{BR(i,1)} P_{Lk} + \sum_{k=BR(i,M(i))}^{BR(i,2)} p_{loss_k} \\ Q_i = \sum_{k=BR(i,M(i))}^{BR(i,1)} Q_{Lk} + \sum_{k=BR(i,M(i))}^{BR(i,2)} q_{loos_k} - \sum_{k=BR(i,M(i))}^{BR(i,1)} Q_{ck} \end{array} \right. \quad (1.3)$$

Où :

- P_{Lk} et Q_{Lk} : sont respectivement la puissance active et réactive de la charge au nœud k .

- $ploss_k$ et $qloss_k$: sont respectivement les pertes de puissances active et réactive dans la $k^{ième}$ branche.

- Q_{ck} : est la puissance réactive injectée au nœud « k ».

- $M(i)$: nombre total de nœuds à la suite de la branche « i ».

- $BR(i, j)$; $1 \leq j \leq M(i)$: l'ensemble des nœuds après la branche « i ».

- $\sum_{k=BR(i, 1)}^{BR(i, 1)}$: est la somme sur tous les nœuds qui suivent la branche « i », nœud « i »

compris.

- $\sum_{k=BR(i, 2)}^{BR(i, 2)}$: est la somme sur tous les nœuds qui suivent la branche « i », nœud « i »

non compris.

b- En début de branche.

Les puissances active et réactive transitant par la branche « i » juste à la sortie de son nœud source sont :

$$\begin{cases} P1_i = P_i + ploss_i \\ Q1_i = Q_i + qloss_i \end{cases} \quad (1.4)$$

c- Les pertes de puissance.

Les pertes de puissance active et réactive dans la branche « i » sont données par :

$$\begin{cases} ploss_i = \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} r_i \\ qloss_i = \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} X_i \end{cases} \quad (1.5)$$

Où:

- r_i et X_i : sont la résistance et la réactance de la branche « i ».

- V_i : est la tension au nœud récepteur de la branche « i ».

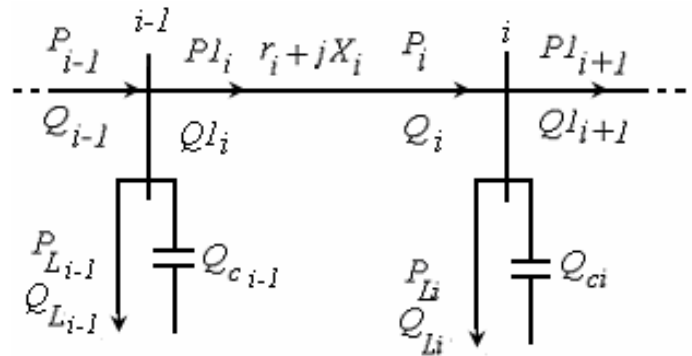


Fig.3 : Schéma équivalent d'une branche compensée.

1.5.3.2. Deuxième modèle de calcul des puissances.

Le second modèle de calcul des puissances actives et réactives transitant par une branche est proposé dans le but de réduire le temps de calcul de l'écoulement de charge. Si dans le premier modèle, les puissances actives et réactives sont obtenues pour une branche donnée, par sommation des puissances des charges aux nœuds qui la suivent dans le présent modèle, les puissances transitant par la dite branche sont calculées en tenant compte de celles déjà calculées pour les branches qui en sortent. Deux types de branches sont alors considérés. Il s'agit, des branches terminales et des branches non terminales (voir Fig.4). Dans une branche terminale, la puissance active en fin de branche est égale à celle de la charge branchée à son nœud récepteur. La puissance réactive quant à elle, elle est égale à celle de la charge de laquelle on soustraie celle injectée au dit nœud s'il y'a lieu (voir Fig.4-a). Dans une branche non terminale, les puissances active et réactive à sa fin dépendent de celles au début des branches qui en sortent (voir Fig.4-b).

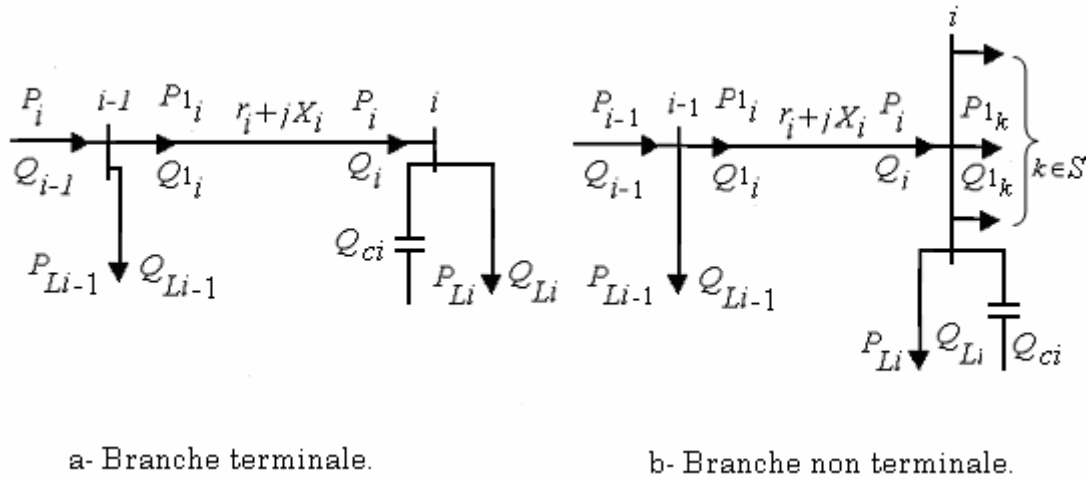


Fig.4 : Schéma équivalent d'une branche.

a- Branche terminale.

Si la branche considérée est une branche terminale (Fig.4- (a)) c'est-à-dire que le nombre total de nœuds qui suivent la branche en question est $M(i) = 1$ alors, les puissances active et réactive en fin de branche sont:

$$\begin{cases} P_i = P_{L_i} \\ Q_i = Q_{L_i} - Q_{c_i} \end{cases} \quad (1.6)$$

b- Branche non terminale.

Si par contre la branche est non terminale (Fig.4-b) c'est-à-dire $M(i) \neq 1$ alors, les puissances actives et réactives en fin de branche sont :

$$\begin{cases} P_i = \sum_{k \in S(i)} P_{1k} + P_{L_i} \\ Q_i = \sum_{k \in S(i)} Q_{1k} + Q_{L_i} - Q_{c_i} \end{cases} \quad (1.7)$$

Où :

- $S(i)$: est l'ensemble des branches sortant de la branche « i ».

Les puissances active et réactive au début de la branche « i » ainsi que les pertes de puissance active et réactive sont telles que donné par les expressions (1.4) et (1.5).

1.5.4. Courant de branche.

Le courant de branche est défini dans notre cas, comme étant égal à la valeur conjuguée du rapport de la puissance apparente en début de branche à la tension du nœud source de cette dernière. En fonction des puissances actives et réactives à cette extrémité de la branche « i », nous obtenons l'expression suivante pour le courant de branche:

$$\bar{F}_i = \frac{P1_i - jQ1_i}{\bar{V}_{i-1}^*} \quad (1.8)$$

La décomposition de l'expression (1.8) selon les axes d et q donne :

$$\begin{cases} F_{d_i} = \frac{P1_i \cos \varphi_{i-1} + Q1_i \sin \varphi_{i-1}}{V_{i-1}} \\ F_{q_i} = \frac{Q1_i \cos \varphi_{i-1} - P1_i \sin \varphi_{i-1}}{V_{i-1}} \end{cases} \quad (1.9)$$

Où :

- φ_{i-1} : est la phase à l'origine de la tension au nœud source de la branche « i ».

1.5.5. Tension et phase à l'origine d'un nœud.

Au regard du schéma de numérotation adopté et pour une branche donnée notée « i », l'expression complexe de la tension du nœud récepteur de cette dernière est [79], [80], [83] :

$$\bar{V}(RE(i)) = \bar{V}(SE(i)) - [r(RE(i)) + jX(RE(i))].[F_d(RE(i)) - jF_q(RE(i))]$$

Dont la décomposition selon les axes d et q donne :

$$\begin{cases} V_d(RE(i)) = V_d(SE(i)) - r(RE(i)) F_d(RE(i)) - X(RE(i)) F_q(RE(i)) \\ V_q(RE(i)) = V_q(SE(i)) - X(RE(i)) F_d(RE(i)) + r(RE(i)) F_q(RE(i)) \end{cases} \quad (1.10)$$

Sachant que le nœud source de la ligne (nœud zéro dans notre système de numération) est pris comme nœud de référence alors, les composantes d et q de la tension du nœud récepteur de la branche 1 de la ligne sont données par :

$$\begin{cases} V_d(RE(i)) = 1 - r(RE(i)) F_d(RE(i)) - X(RE(i)) F_q(RE(i)) \\ V_q(RE(i)) = -X(RE(i)) F_d(RE(i)) + r(RE(i)) F_q(RE(i)) \end{cases} \quad (1.11)$$

La valeur efficace de la tension du nœud receveur de la $i^{ème}$ branche et sa phase à l'origine sont alors obtenues par:

$$\begin{cases} V(RE(i)) = \sqrt{V_d^2(RE(i)) + V_q^2(RE(i))} \\ \varphi(RE(i)) = a \tan g \frac{V_q(RE(i))}{V_d(RE(i))} \end{cases} \quad (1.12)$$

1.6. Test de convergence.

Pour estimer la proximité entre deux vecteurs, on utilise la métrique de Minkovski qui possède les propriétés d'une distance. Cette métrique fournit un indice permettant l'appréciation de l'écart entre deux vecteurs \vec{X} et \vec{Y} . La métrique de Minkovski est définie par [104] :

$$d(X, Y) = \left[\sum_{j=1}^n |X_j - Y_j|^r \right]^{\frac{1}{r}} \quad \text{avec } r \geq 1 \quad (1.13)$$

Où : n est la dimension des vecteurs \vec{X} et \vec{Y} .

Les distances les plus fréquemment utilisées sont en fonction de la valeur de r :

- La distance euclidienne qui s'obtient pour une valeur de $r = 2$, est définie par :

$$d(X, Y) = \left[\sum_{j=1}^n |X_j - Y_j|^2 \right]^{1/2}$$

- La distance de Manhattan ou city-block obtenue pour $r=1$, s'exprime par :

$$d(X, Y) = \left[\sum_{j=1}^n |X_j - Y_j| \right]$$

- La distance du maximum où r tend vers l'infini, admet l'expression suivante :

$$d(X, Y) = \max_{1 \leq j \leq n} |X_j - Y_j| \quad (1.14)$$

Le test de convergence retenu pour le calcul de l'écoulement de charge est la distance du maximum (1.14). Les vecteurs \vec{X} et \vec{Y} sont respectivement les vecteurs tensions des différents jeux de barres de la ligne aux itérations k et $k - 1$.

1.7. Stratégie de Solution.

Pour résoudre le problème de l'écoulement de charge et du fait que les méthodes newtoniennes développées pour les réseaux de transmission s'adaptent mal aux réseaux de distribution (divergence dans la solution ou si convergence il y'a, le temps de calcul est long), les méthodes itératives, basées sur les lois des circuits électriques, sont plus efficaces et donc conseillées dans ce cas. Ces

méthodes s'appuient sur le balayage en montée et en descente de la ligne. Le nœud référence étant choisi (les lignes de distribution ayant un seul point d'alimentation il est alors considéré comme référence de calcul), on effectue un balayage en montée afin de calculer les puissances transitant par les différentes branches, les pertes de puissance qui s'y produisent ainsi que les courants de branche. Ensuite, un balayage en descente de la ligne est effectué afin de déduire les tensions aux différents nœuds et leurs phases à l'origine. Le processus de balayage en montée et en descente de la ligne n'est alors arrêté que si la tolérance fixée pour la convergence est réalisée. Ce test, est effectué sur le maximum de distance entre les vecteurs tensions de deux itérations successives et ce à la différence de [83], [88], [89] où le test de convergence est réalisé sur la différence des puissances active et réactive à la sortie de la source et de [80] où le test est pratiqué sur la différence entre la tension au nœud source spécifiée et celle calculée. Si ce maximum est inférieur ou égal à une certaine tolérance, la solution est dite atteinte. Ces méthodes donnent de bons résultats et la convergence, pour des conditions de charge pratiques, est assurée. Reste cependant, le problème de l'automatisation de la reconnaissance de la configuration de la ligne aussi bien que les voies et moyens d'accélérer la convergence. Si pour le premier modèle de calcul des puissances, une méthode de reconnaissance automatique de la configuration de la ligne a été donnée, une stratégie de détermination de l'ensemble « S » des branches sortant d'un nœud non terminal est à mettre au point. L'accélération de la convergence qui est une part essentielle dans toute solution du problème de l'écoulement de charge sera abordée et des améliorations apportées.

1.8. Détermination des branches sortant d'un nœud non terminal.

Basée sur la matrice d'incidence nœuds à branches « BR » et le nombre total de nœuds après chaque branche « M » définis au point 1.3.1, l'ensemble « S » des branches sortant d'un nœud donné est déterminé en suivant l'organigramme donné en annexe (voir annexe 6).

1.9. Accélération de la vitesse de convergence.

Habituellement à la première itération les tensions de tous les nœuds sont initialisées à celle existant au nœud de référence [79], [81], [83]-[87], [91] et [95]. Bien que ce choix conduit à des résultats très appréciables et un temps de calcul relativement faible, il est toujours utile voire bénéfique de chercher à améliorer la vitesse de convergence surtout, si le calcul de l'écoulement de charge est répété plusieurs fois ou si le but est son utilisation en temps réel.

La voie empruntée pour améliorer la vitesse de convergence, s'appuie sur les lois fondamentales des circuits électriques. Pour des charges de puissances constantes, le choix d'une forte valeur initiale de la tension induit un petit courant de branche et donc une chute de tension faible dans cette dernière. Comme le calcul de la tension d'un nœud successeur se fait par la soustraction à celle de son prédécesseur, de la chute de tension dans la branche qui les relie alors, la valeur calculée pour la tension sera loin de sa valeur réelle. Le nombre d'itération pour arriver à la solution sera donc allongé et par conséquent le temps de calcul. Pour remédier à ce phénomène et espérer ainsi réduire le nombre d'itérations, les puissances actives et réactives transitant par les différentes branches de la ligne et les pertes de puissance active et réactive dans chacune de ces branches qui, contrairement à [85], [88]-[89], sont introduites dès la première itération, sont calculées sur la base d'un choix judicieux des tensions initiales.

Pour réduire le nombre d'itérations, les puissances actives et réactives et les pertes de puissance de toute branche, au lieu d'être calculées sur la base d'une tension égale à celle existant au nœud de référence, sont déterminées moyennant la tension du nœud source de la branche en question. Explicitement, la procédure du choix des tensions initiales peut être décrite comme il suit :

Partant de la première branche, les tensions des nœuds situés au-delà de cette branche sont initialisées à celle de son nœud source et les puissances, les pertes de puissance et les courants de branche sont alors calculés sur la base de

cette tension. Ce n'est alors que l'on calcule la tension du noeud récepteur de la dite branche à laquelle sont de nouveau initialisées les tensions de ses noeuds suivants. Sur la base de cette nouvelle tension, les différentes puissances et les courants dans les branches qui sortent de ce noeud sont recalculés et les tensions de leurs noeuds récepteurs calculées à leur tour. Ce processus d'initialisation et de calcul des puissances actives et réactives (pertes de puissance comprises), des courants de branche et des tensions continu jusqu'à épuisement de tous les noeuds de la ligne pour enfin pouvoir dire qu'une itération est accomplie.

1.10. Algorithmes de calcul.

Compte tenu de la méthode d'accélération de la convergence précédemment exposée et selon que l'on désire utiliser la première ou la seconde méthode de calcul des puissances transitant par les branches, la solution de l'écoulement de charge dans les lignes de distribution par balayage en montée et en descente est exécuté en suivant les algorithmes ci-dessous donnés.

1.10.1. *Algorithme de calcul, premier modèle.*

Étape.1 : Lire les données de la ligne et la matrice de connectivité.

Étape.2 : Déterminer les noeuds après chaque branche (matrice BR et $M(i)$).

Étape.3 : Commencer à la branche 1.

Étape.4 : Initialiser toutes les tensions des noeuds situés au-delà de la branche en question à celle existant au niveau de son noeud source.

Étape.5 : Calculer alors les puissances actives et réactives selon (1.3), les pertes de puissances actives et réactives selon (1.5) ainsi que les puissances active et réactive au début de la branche selon (1.4) sur la base d'une tension égale à celle du noeud source de la branche et ce, en balayant la ligne en montée.

Etape.6 : Calculer le courant circulant dans la branche en question selon (1.9) et sur la base d'une tension égale à celle du nœud source de cette branche.

Etape.7 : Calculer la tension et la phase à l'origine selon (1.10) à (1.12) du ou des nœuds récepteurs de la branche en question en procédant à un balayage en descente de la ligne.

Etape.8 : Initialiser à la tension des nœuds qu'on vient juste de calculer, les tensions des nœuds qui les suivent.

Etape.9 : Si les tensions des nœuds récepteurs de toutes les branches ont été calculées, aller à l'Etape suivante sinon, aller à l'Etape.5.

Etape.10 : Si la tolérance fixée pour la convergence est atteinte, aller à l'Etape suivante sinon, aller à l'Etape.5 en partant de la branche 1.

Etape.11 : Ecrire les résultats.

1.10.2. Algorithme de calcul, deuxième modèle.

Etape.1 : Lire les données de la ligne et la matrice de connectivité.

Etape.2 : Déterminer les nœuds après chaque branche (matrice BR et $M(i)$).

Etape.3 : Commencer à la branche 1.

Etape.4 : Initialiser toutes les tensions des nœuds situés au-delà de la branche en question à celle existant au niveau de son nœud source.

Etape.5 : En balayant la ligne en montée, déterminer les branches terminales et calculer alors pour chacune d'entre elles, les puissances actives et réactives selon (1.6), les pertes de puissances actives et réactives selon (1.5) ainsi que les puissances active et réactive au début de la branche selon (1.4).

Etape.6 : Si la branche est non terminale, déterminer les branches qui en sortent et calculer les puissances actives et réactives selon (1.7), les pertes de

puissances actives et réactives selon (1.5) ainsi que les puissances active et réactive au début de la branche selon (1.4), en balayant la ligne en montée.

Étape.7 : Calculer le courant circulant dans la branche en question selon (1.9) et ce sur la base d'une tension égale à celle du nœud source de cette branche.

Étape.8 : Calculer la tension et la phase à l'origine selon (1.10) à (1.12) du nœud récepteur de la branche en question en procédant à un balayage en descente de la ligne.

Étape.9 : Initialiser à la tension du nœud qu'on vient juste de calculer, les tensions des nœuds qui le suivent.

Étape.10 : Si les tensions des nœuds récepteurs de toutes les branches ont été calculées, aller à l'Étape suivante sinon, aller à l'Étape.5.

Étape.11 : Si la tolérance fixée pour la convergence est atteinte, aller à l'Étape suivante sinon aller à l'Étape.5 en partant de la branche 1.

Étape.12 : Ecrire les résultats.

1.11. Etude de cas.

Afin d'appuyer le bien fondé des méthodes proposées, des programmes ont été mis au point sous environnement Matlab. Plusieurs lignes radiales avec et sans ramifications, ayant fait l'objet d'études par des auteurs qui se sont préoccupés du problème de l'écoulement de charge dans les réseaux de distribution, été considérées. La première ligne [83] est de moyenne tension, non homogène, sans ramifications et composée de neuf jeux de barres (voir Fig.5). La seconde non homogène [79], [88]-[89] est quant à elle, ramifiée, comprenant 33 jeux de barres et de tension égale à 12.66 kV (voir Fig.6). La troisième ligne non homogène aussi [79], [88]-[89], est de 69 jeux de barres avec ramifications de tension égale à 12.66 kV (voir Fig.7). Les données de ces trois lignes sont consignées respectivement dans les tableaux A.1, A.2 et A.3 donnés à l'annexe 1. A l'image de tous les auteurs ayant traité le problème de l'écoulement de charge,

les calculs sont faits en valeurs relatives et de ce fait, les tensions et les puissances apparentes de base sont respectivement de 23kV et 4186 kVA pour la première ligne, 12.66 kV et 2300 kVA pour la seconde et de 12.66 kV et 2667.8 kVA pour la troisième. Pour tester les performances et la robustesse des deux méthodes proposées, une évaluation de la vitesse de convergence en fonction du rapport de la résistance à la réactance de branche r/X et du taux de charge a été envisagée et ces derniers poussés à leurs limites. Comme tolérances pour la convergence, deux taux ont été pris à savoir, T.C = 10^{-4} et T.C = 10^{-7} .

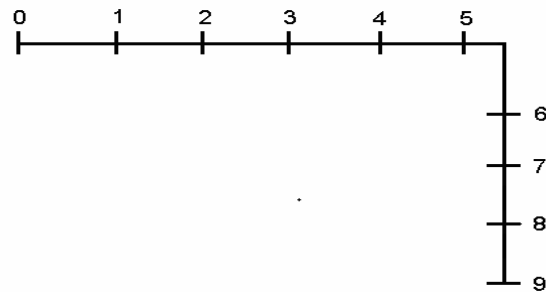


Fig.5 : Schéma unifilaire de la ligne de 9 jeux de barres.

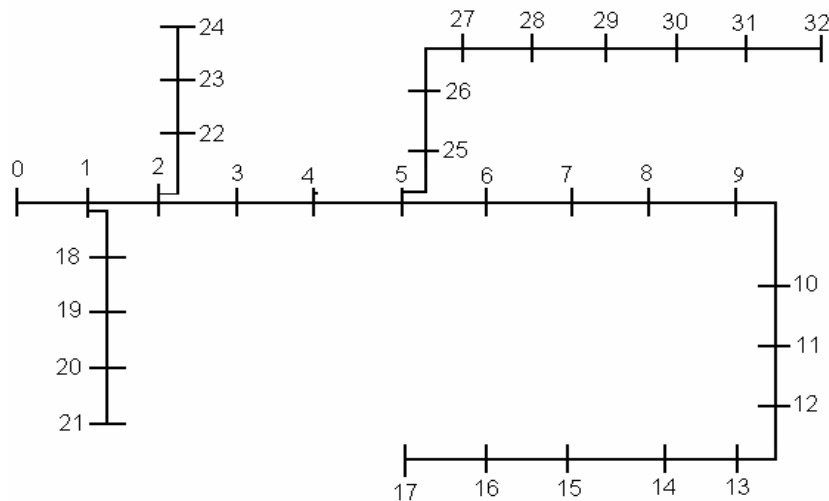


Fig.6 : Schéma unifilaire de la ligne de 33 jeux de barres.

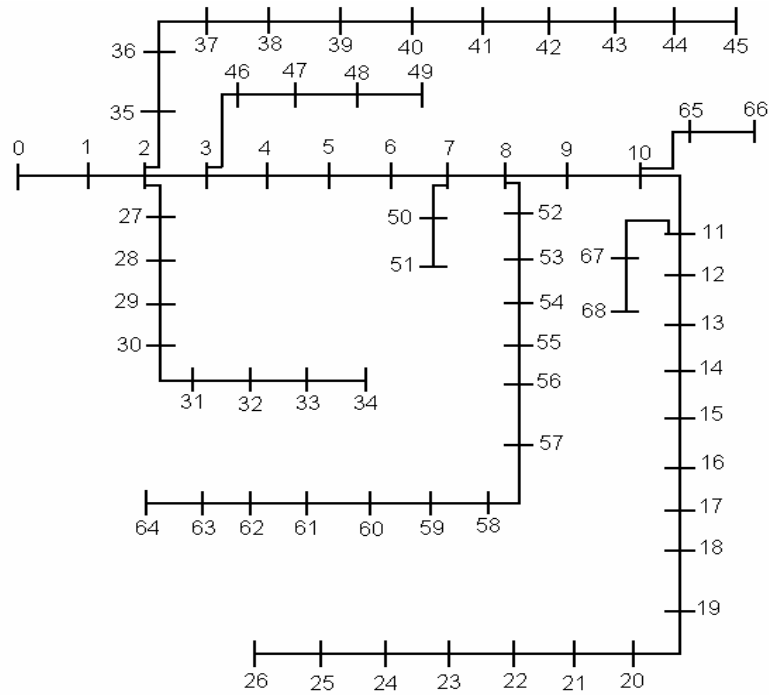


Fig.7 : Schéma unifilaire de la ligne de 69 jeux de barres.

1.12. Résultats.

L'exécution des programmes développés pour les deux modèles de solution du problème de l'écoulement de charge dans les lignes de distribution a conduit, pour chacun des exemples de lignes, aux résultats suivants :

Noeuds	T.C= 10^{-4}		T.C= 10^{-7}			
	V (p.u)	φ (rad)	V (p.u)	φ (rad)		
0	1.0000000	0.0000000	1.0000000	0.0000000	<u>Pertes actives</u> 845.41 kW	
1	0.9928755	-0.0091647	0.9928755	-0.0091647		
2	0.9824807	-0.0201590	0.9824807	-0.0201590		
3	0.9587309	-0.0387660	0.9587309	-0.0387660		
4	0.9434138	-0.0444126	0.9434138	-0.0444126		
5	0.9127350	-0.0632133	0.9127350	-0.0632133		
6	0.9027471	-0.0705221	0.9027471	-0.0705221		
7	0.8845442	-0.0790132	0.8845442	-0.0790132		<u>Pertes réactives.</u> 1030.32 kVAr
8	0.8542584	-0.0928567	0.8542584	-0.0928567		
9	0.8329818	-0.1032031	0.8329818	-0.1032031		
itérations	3		4			
Temps	0.063 s		0.078 s			

Tableau.2 : Ligne de 9 Jeux de barres ;
Résultats de l'écoulement de charge du modèle 1.

Noeuds	T.C= 10^{-4}		T.C= 10^{-7}		
	V (p.u)	φ (rad)	V (p.u)	φ (rad)	
0	1.0000000	0.0000000	1.0000000	0.0000000	<u>Pertes actives</u> 845.41 kW <u>Pertes réactives</u> 1030.32 kVAr
1	0.9928755	-0.0091647	0.9928755	-0.0091647	
2	0.9824807	-0.0201590	0.9824807	-0.0201590	
3	0.9587309	-0.0387660	0.9587309	-0.0387660	
4	0.9434138	-0.0444126	0.9434138	-0.0444126	
5	0.9127350	-0.0632133	0.9127350	-0.0632133	
6	0.9027471	-0.0705221	0.9027471	-0.0705221	
7	0.8845442	-0.0790132	0.8845442	-0.0790132	
8	0.8542584	-0.0928567	0.8542584	-0.0928567	
9	0.8329818	-0.1032031	0.8329818	-0.1032031	
itérations	3		4		
Temps	0.047 s		0.047 s		

Tableau.2 : Ligne de 9 Jeux de barres ;
Résultats de l'écoulement de charge du modèle 2.

Noeud	Modèle 1, T.C : 10^{-4} et 10^{-7}		Modèle 2, T.C : 10^{-4} et 10^{-7}		Nombre d'itérations :
	V (p.u)	φ (rad)	V (p.u)	φ (rad)	
0	1.0000000	0.0000000	1.0000000	0.0000000	Modèle 1 ; TC = 10^{-4}
1	0.9970323	0.0002527	0.9970323	0.0002527	2
2	0.9830015	0.0016655	0.9830015	0.0016655	Modèle 1 ; TC = 10^{-7}
3	0.9755502	0.0028044	0.9755502	0.0028044	3
4	0.9681782	0.0039618	0.9681782	0.0039618	
5	0.9498283	0.0023154	0.9498283	0.0023154	Modèle 2 ; TC = 10^{-4}
6	0.9463466	-0.0017006	0.9463466	-0.0017006	2
7	0.9415068	-0.0010725	0.9415068	-0.0010725	Modèle 1 ; TC = 10^{-7}
8	0.9352433	-0.0023477	0.9352433	-0.0023477	3
9	0.9294319	-0.0034387	0.9294319	-0.0034387	<u>Temps de calcul :</u>
10	0.9285722	-0.0033123	0.9285722	-0.0033123	
11	0.9270733	-0.0031119	0.9270732	-0.0031119	
12	0.9209627	-0.0047052	0.9209627	-0.0047052	Modèle 1 ; TC = 10^{-4} :
13	0.9186965	-0.0060779	0.9186965	-0.0060779	0.063 s
14	0.9172845	-0.0067353	0.9172845	-0.0067353	Modèle 1 ; TC = 10^{-7}
15	0.9159169	-0.0071410	0.9159169	-0.0071410	0.078 s

Tableau.3 : Ligne 33 jeux de barres ;
Résultats de l'écoulement de charge ; modèle 1 et modèle 2 (.../...).

(.../...)

Noeud	Modèle 1, T.C : 10^{-4} et 10^{-7}		Modèle 2, T.C : 10^{-4} et 10^{-7}		Temps de calcul :
	V (p.u)	ϕ (rad)	V (p.u)	ϕ (rad)	
16	0.9138902*	-0.0084890*	0.9138902*	-0.0084890*	Modèle 2 ; TC = 10^{-4} 0.062 s
17	0.9132833	-0.0086563	0.9132833	-0.0086563	
18	0.9964537	0.0000515	0.9964532	0.0000515	Modèle 2 ; TC = 10^{-7} 0.062 s
19	0.9928761	-0.0011176	0.9928756	-0.0011176	
20	0.9921715	-0.0014555	0.9921710	-0.0014555	<u>Pertes de Puissance :</u> Modèle 1 : Active : 201.49 kW Réactive : 134.44 kVAr Modèle2 : Active : 201.49 kW Réactive : 134.44 kVAr
21	0.9915341	-0.0018106	0.9915336	-0.0018106	
22	0.9794457	0.0011424	0.9794464	0.0011423	
23	0.9727761	-0.0004060	0.9727768	-0.0004060	
24	0.9694515	-0.0011686	0.9694522	-0.0011686	
25	0.9479429	0.0029963	0.9479451	0.0029959	
26	0.9453826	0.0039753	0.9453848	0.0039748	
27	0.9339567	0.0054227	0.9339589	0.0054223	
28	0.9257434	0.0067819	0.9257456	0.0067815	
29	0.9221872	0.0086182	0.9221894	0.0086178	
30	0.9180273	0.0071458	0.9180296	0.0071453	
31	0.9171121	0.0067438	0.9171144	0.0067434	
32	0.9168285	0.0066090	0.9168308	0.0066085	

Tableau.3 : Ligne 33 jeux de barres ;
Résultats de l'écoulement de charge ; modèle 1 et modèle 2.

Noeud	V (p.u)	ϕ (rad)	Noeud	V (p.u)	ϕ (rad)	Iter	Temps	Pertes Puis.
0	1.0000000	0.0000000	11	0.9683071	0.0053133			
1	0.9999665	-0.0000214	12	0.9653822	0.0061245			
2	0.9999331	-0.0000427	13	0.9624837	0.0069307			
3	0.9998400	-0.0001022	14	0.9596141	0.0077323			
4	0.9990257	-0.0003199	15	0.9590809	0.0078817			
5	0.9901476	0.0008694	16	0.9582004	0.0081286			
6	0.9809026	0.0021275	17	0.9581915	0.0081312			
7	0.9786958	0.0024289	18	0.9577265	0.0082800			
8	0.9775671	0.0025833	19	0.9574276	0.0083758			
9	0.9725690	0.0040630	20	0.9569454	0.0085306			
10	0.9714677	0.0043912	21	0.9569385	0.0085328			

Tableau.4: Ligne de 69 noeuds;
Solution de l'écoulement de charge, modèle 1, T.C = 10^{-4} (.../...).

(.../...)

Noeud	V (p.u)	φ (rad)	Noeud	V (p.u)	φ (rad)	Iter	Temps	Pertes Puis.
22	0.9568667	0.0085561	46	0.9997898	-0.0001339			
23	0.9567103	0.0086068	47	0.9985440	-0.0009163			
24	0.9565412	0.0086617	48	0.9946993	-0.0033441			
25	0.9564715	0.0086843	49	0.9941543	-0.0036898			
26	0.9564520	0.0086907	50	0.9786610	0.0024342			
27	0.9999259	-0.0000474	51	0.9786514	0.0024374			
28	0.9998542	-0.0000928	52	0.9747995	0.0029676			Active:
29	0.9997331	-0.0000556	53	0.9715737	0.0034165			223.44 kW
30	0.9997118	-0.0000491	54	0.9671223	0.0040400			
31	0.9996049	-0.0000163	55	0.9627732	0.0046522	2	0.094 s	
32	0.9993487	0.0000609	56	0.9403913	0.0115674			
33	0.9990132	0.0001631	57	0.9293487	0.0150996			Réactive:
34	0.9989458	0.0001816	58	0.9250745	0.0165118			101.43
35	0.9999193	-0.0000517	59	0.9200533	0.0183342			kVAr
36	0.9997475	-0.0001636	60	0.9126599	0.0195385			
37	0.9995890	-0.0002058	61	0.9123704	0.0195860			
38	0.9995432	-0.0002180	62	0.9119828	0.0196495			
39	0.9995410	-0.0002186	63	0.9100833	0.0199610			
40	0.9988433	-0.0004104	64	0.9095092	0.0200548			
41	0.9985509	-0.0004915	65	0.9714068	0.0044116			
42	0.9985123	-0.0005021	66	0.9714062	0.0044119			
43	0.9985040	-0.0005048	67	0.9679784	0.0054191			
44	0.9984054	-0.0005363	68	0.9679773	0.0054194			
45	0.9984050	-0.0005365						

Tableau.4: Ligne de 69 noeuds;
Solution de l'écoulement de charge, modèle 1, T.C = 10^{-4}

1.13. Discussions des résultats.

Les tableaux 2, 3 et 4 montrent respectivement, les résultats obtenus pour l'écoulement de charge des lignes de 9, 33 et 69 jeux de barres. Des tableaux 2 et

3, il ressort que les deux modèles de calcul des puissances s'écoulant dans une branche (paragraphe 1.4.2.1 et 1.4.2.2) conduisent aux mêmes valeurs des tensions et des phases à l'origine. Le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la solution est de 3 itérations pour la ligne de 9 nœuds lorsque le taux de convergence est égal à 10^{-4} et de 4 itérations lorsque ce dernier est de 10^{-7} . Pour la ligne de 33 nœuds, ces nombres d'itérations sont respectivement de 2 et 3. La différence entre les deux modèles de calcul réside dans le temps mis pour arriver à la solution. Il est plus court dans le second modèle. Ce temps est de 0.016 s moindre lors du calcul de l'écoulement de charge pour la ligne de 9 jeux de barres et de 0.015 s moindre dans le cas de la ligne de 33 jeux de barres. Les pertes de puissance active et réactive sont dans l'ordre de, 845.41 kW et 1030.42 kVAr pour la ligne de 9 jeux de barres, 201.49 kW et 134.44 kVAr pour celle de 33 nœuds et 223.44 kW et 101.43 kVAr pour celle de 69 nœuds.

Comparés aux résultats de certains auteurs ayant traité le problème de l'écoulement de charge dans les lignes de distribution et particulièrement ceux des références [79] et [89], les résultats obtenus pour chacune des deux lignes ramifiées considérées à savoir, 33 et 69 jeux de barres, sont identiques (voir Fig.8 et Fig.9). D'insignifiantes différences apparaissent cependant sur certaines valeurs des tensions et ne peuvent donc altérer les résultats. On ne peut d'ailleurs les constater, si on se réfère aux graphes des figures sus citées.

Différents ratios r/X ont été considérés afin de tester l'efficacité des deux méthodes présentées. Ces ratios vont du système de base à une valeur de 7 (voir Fig.10). La convergence est alors toujours assurée et l'évolution de la tension est conforme aux lois des circuits électriques. Plus grandes sont les résistances des branches, plus fortes sont les chutes de tension dans les branches et moindres sont les tensions aux nœuds. Au-delà d'un rapport r/X égal à 7, la méthode diverge et ce que les puissances soient calculées selon le premier ou le second modèle.

Les exemples de ligne considérés ont aussi été soumis à différents niveaux de charge. Ces taux de charge vont de la moitié de la charge du système de base à

1.5 fois (voir Fig.11). La convergence des deux méthodes de calcul de l'écoulement de charge est aussi assurée pour les niveaux de charge considérés. Pour une tolérance de 10^{-4} , la solution est atteinte au bout de deux itérations quel que soit le niveau de charge considéré. L'évolution des tensions aux nœuds est conforme aux lois des circuits électriques. A paramètres de ligne constant, la chute de tension augmente avec l'augmentation de la charge.

Afin d'étudier la sensibilité de la méthode de résolution de l'écoulement de charge que nous avons proposé, le ratio r/X et le niveau de charge ont été poussé à leurs limites. La figure Fig.12-a montre qu'au-delà d'un rapport r/X égale à 7.4, la méthode diverge. Par contre pour des ratios ayant des valeurs acceptables sur le plan pratique, la convergence est assurée et la méthode est très peu sensible à ce dernier. En fonction du niveau de charge (Fig.12-b), la divergence est plus rapide lorsque les puissances s'écoulant dans les branches sont calculées selon le premier modèle (charge égale à 4.15 fois la charge de base). La méthode ne commence à diverger qu'à partir d'une charge égale à 5.26 fois la charge de base lorsqu'il s'agit du second modèle. Cependant, pour des niveaux de charge allant jusqu'à deux fois la charge nominale, nous pouvons conclure que la méthode est insensible à la charge et ce quel que soit le modèle de calcul des puissances dans les branches.

La comparaison de la vitesse de convergence des méthodes proposées a été effectuée sur la base du nombre d'itérations nécessaires pour arriver à la solution. Le temps n'a pas été pris en considération et ce du fait que les plateformes de calcul ne sont pas les mêmes. Si pour la ligne de 9 nœuds, le nombre d'itérations est identique à celui de la méthode dans [81] (voir Fig.13-a), pour les lignes de 33 et 69 nœuds (Fig.13- b et c), deux itérations seulement sont nécessaires pour atteindre la solution par les méthodes proposées alors qu'il est de 3 et plus pour les méthodes dans [79], [92] et [93]. Ceci nous amène donc à conclure que la solution du problème de l'écoulement de charge proposée est plus rapide.

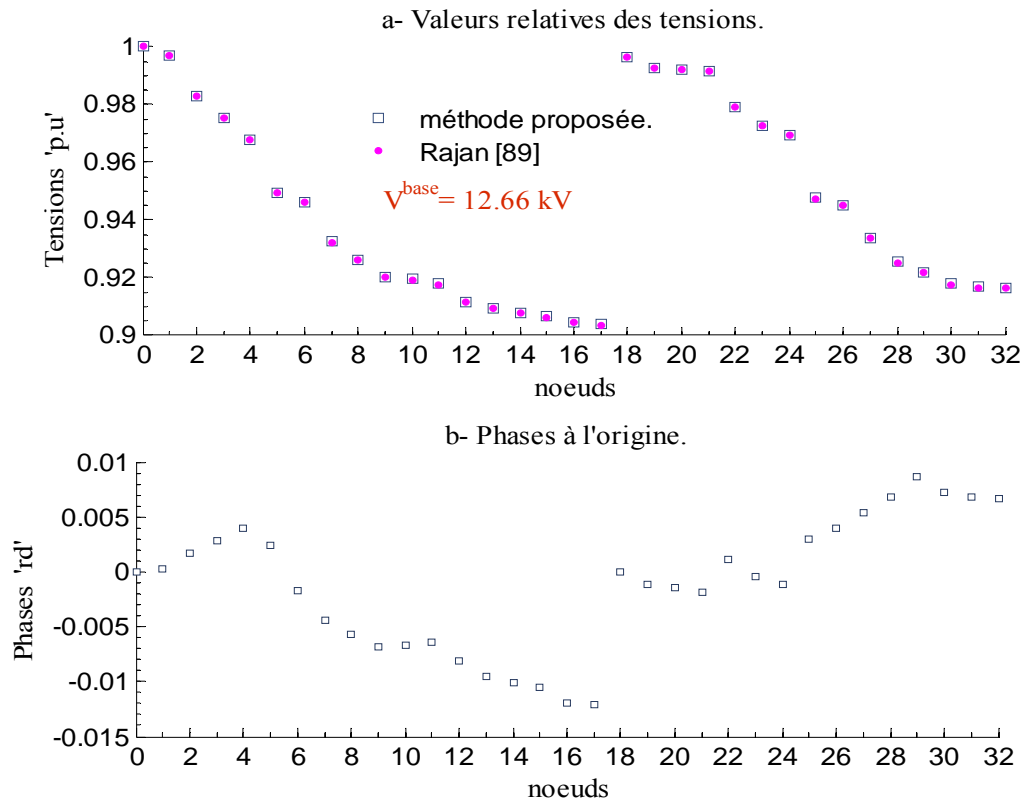


Fig.8 : Graphe comparatif des tensions et des phases à l'origine ; Ligne de 33 noeuds.

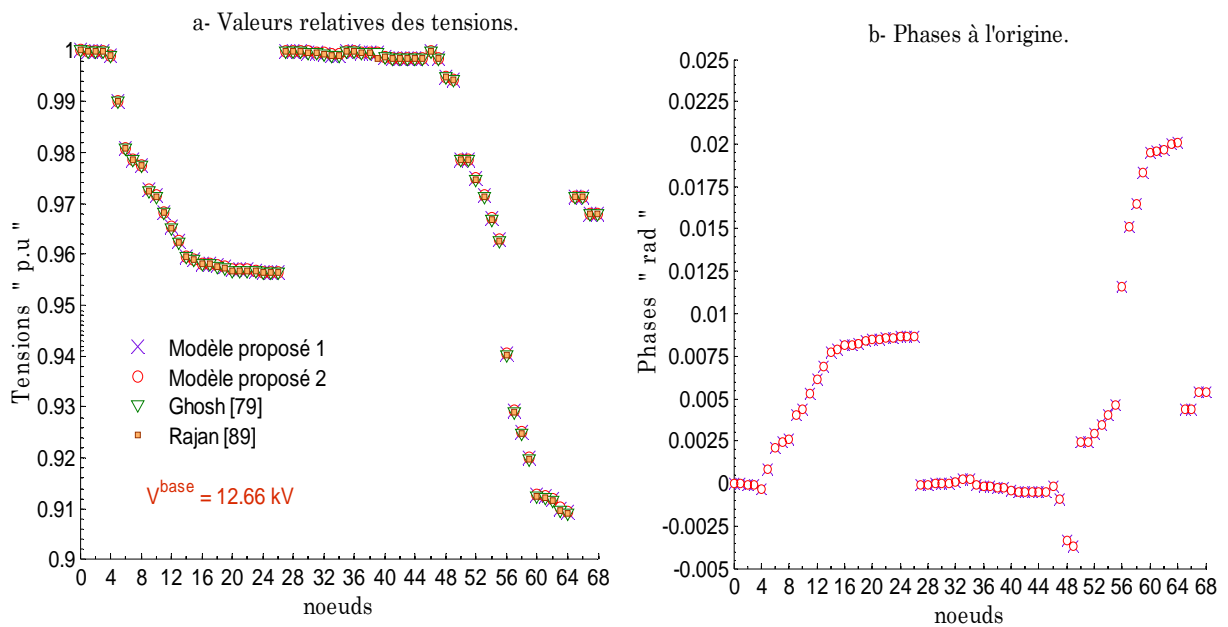


Fig.9 : Graphe comparatif des tensions et des phases à l'origine; Ligne de 69 noeuds.

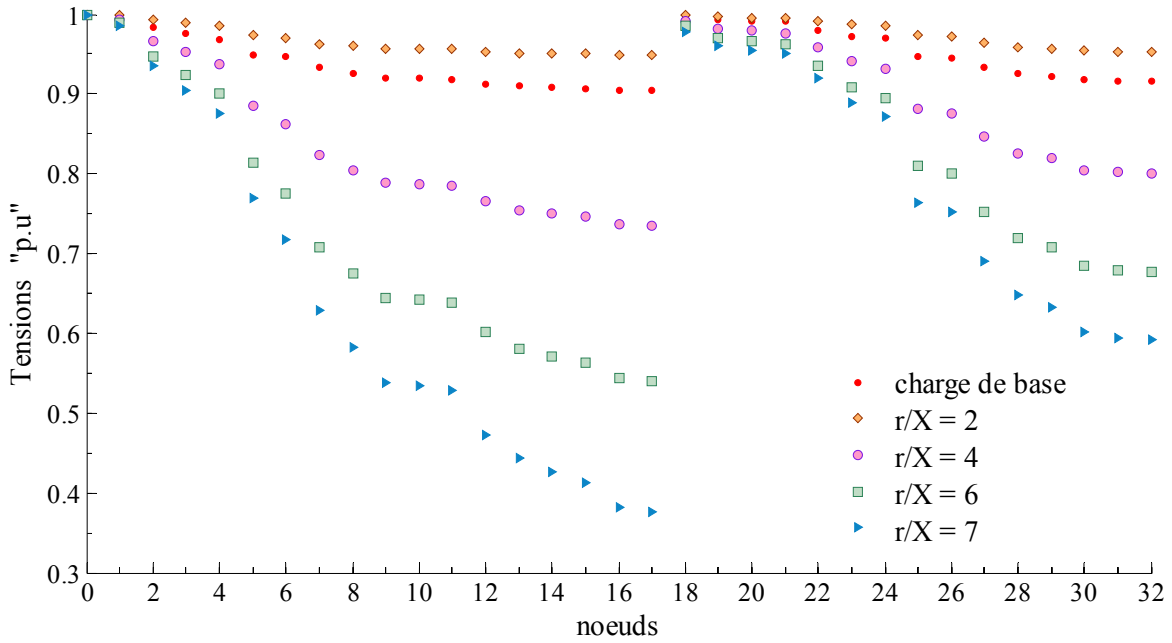


Fig.10 : Evolution de la tension en fonction du ratio r/X ;
Ligne de 33 noeuds.

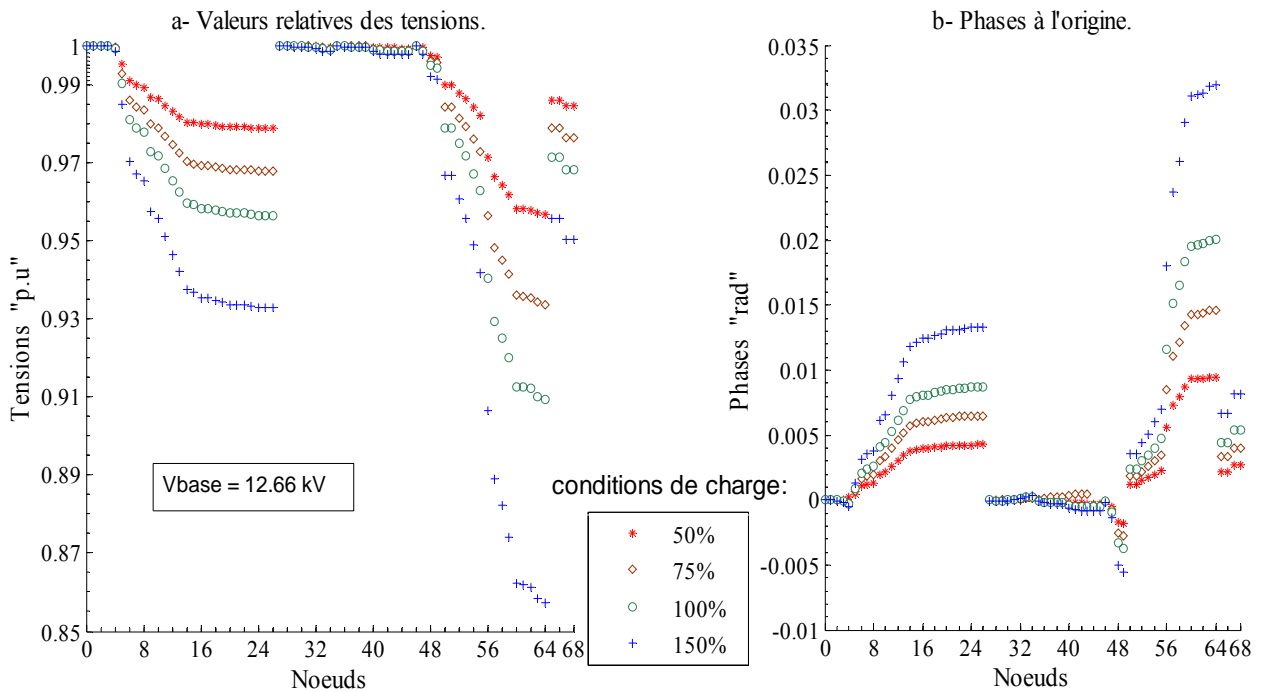


Fig.11 : Evolution de la tension et de la phase à l'origine en fonction du niveau de charge;
Ligne de 69 noeuds.

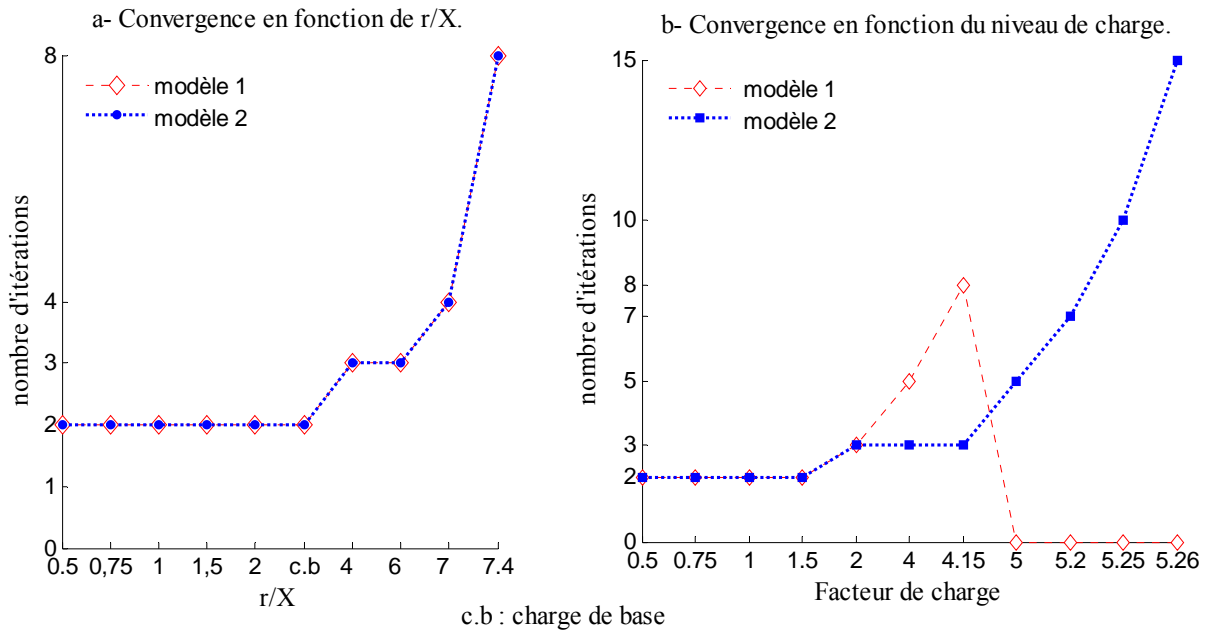


Fig.12 : Evolution de la convergence en fonction du ratio r/X et du niveau de charge;
Ligne de 33 noeuds.

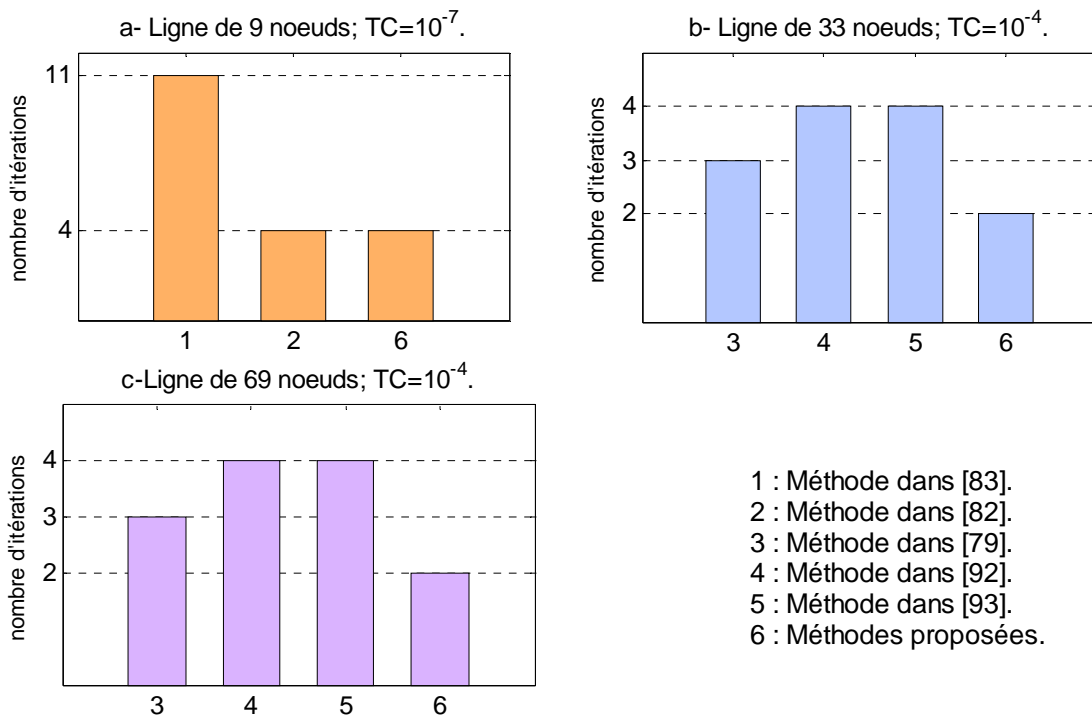


Fig.13 : Graphes comparatifs des vitesses de convergence.

1.14. Conclusion.

Deux méthodes de solution du problème de l'écoulement de charge ont été proposées. Ces méthodes sont simples à comprendre et à mettre en œuvre. Bien que globalement identiques, elles se distinguent l'une de l'autre par la manière dont sont calculées les puissances transitant par les branches. Les nœuds après chaque branche ou bien la configuration de la ligne sont déterminés automatiquement moyennant la construction de la matrice BR qui est facile à assimiler, à construire et à implémenter. Le mérite de cette dernière, réside dans le fait qu'elle réduit le nombre de tests et le nombre d'opérations en n'autorisant les calculs, pour une branche donnée, que sur les nœuds suivants de cette dernière. La vitesse de convergence est améliorée en procédant, lors d'une itération, à l'initialisation répétée des tensions des nœuds à celles de leurs nœuds sources qu'on vient juste de calculer. Cette vitesse se trouve aussi accrue en choisissant de calculer le courant dans une branche sur la base de la tension de son nœud source.

Les résultats auxquels ont conduit chacune des deux méthodes, sont comparables à ceux des nombreux auteurs ayant adopté les méthodes non newtoniennes pour résoudre le problème de l'écoulement de charge dans les lignes de distribution. Malgré le grand nombre de lignes résolues avec succès que les dits auteurs ont proposées, seul trois exemples de ces dernières ont été présentés dans cette thèse. Selon le ratio de convergence choisi et la ligne considérée, les méthodes que nous avons proposées convergent plus rapidement (nombre d'itérations moindre). Comparée au premier modèle, le temps mis pour arriver à la solution est plus court dans le second. En restant dans les limites pratiques de charge et du ratio r/X , nous pouvons dire que les deux méthodes proposées sont insensibles aux changements de la charge et du rapport de la résistance à la réactance de branche, ce qui atteste de leurs robustesses.

Chapitre 2 :
Optimisation de la Compensation de l'Énergie
Réactive : Méthode Analytique.

2.1. Introduction.

Le but recherché à travers l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive, est l'amélioration du plan de la tension, la réduction des pertes de puissance et par là, augmenter la capacité de transmission de puissance de la ligne. Mais, cette entreprise ne doit pas se faire à n'importe quel prix sinon, le schéma classique de compensation tel qu'appliqué par Sonelgaz et autre à savoir, un facteur de puissance supérieur ou égal à 0.9, suffirait à préserver la qualité de l'énergie électrique fournie aux abonnés. Certes, cette façon de concevoir la compensation donne des résultats satisfaisants sur le plan électrique néanmoins, une importante interrogation se pose. N'est il pas possible d'atteindre le but recherché par la réduction de la composante réactive du courant de ligne tout en veillant à ce que le coût de l'énergie fournie aux abonnés reste ou devienne compétitive. La réponse ne peut bien entendu qu'être positive si on arrive à bien définir une fonction objectif résumant le problème.

Un nombre non négligeable de travaux ont traité le problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive dans les lignes de distribution c'est-à-dire, déterminer les puissances ou tailles des batteries de condensateurs et leurs emplacements, de sorte qu'il y ait le moins de pertes de puissance et d'énergie en ligne. Tous les auteurs s'accordent pour adopter plus ou moins le même modèle de fonction objectif. La différence d'approche, en passant d'une étude à une autre, se situe au niveau de la méthode adoptée pour arriver à la solution recherchée. Les premières méthodes utilisées sont analytiques et ont fait l'objet d'un important nombre de publications [1]-[20]. Les pionniers dans le domaine sont Neagle et Samson [1], Cook [2]-[3], Schmill [4], Chang [5]-[6] et Bae [7], auxquels revient le mérite d'avoir abordé la question et posé les jalons de la rationalisation de la compensation de l'énergie réactive. Sur la base d'hypothèses simplificatrices non réalistes, ces derniers ont abouti à la fameuse règle des 2/3. Cette règle stipule qu'une batterie de condensateurs de puissance égale au 2/3 de la puissance réactive à la sortie de la source placée au 2/3 de la longueur totale de la ligne, produit le maximum de réduction des pertes de puissance. Dans le cas

d'une compensation par de multiples batteries, ces dernières sont alors d'égales puissances et placées selon la règle des $(2i/2n+1)$. En dépit des simplifications considérées concernant la ligne et la charge, cette règle continue à être appliquée pour compenser l'énergie réactive et à être citée dans les guides de certains constructeurs de compensateurs statiques. Pour améliorer les performances attendues de la compensation de l'énergie réactive, Grainger [8]-[16] ainsi que Salama [19]-[20] au début des années 80, ont remis au goût du jour l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive en introduisant le concept de la ligne uniforme normalisée par lequel, ils ont pu écarter les nombreuses simplifications faites par leurs prédécesseurs. Dans leurs études les auteurs sus cités ainsi que ceux des références [17]-[18] ont traité le problème de la compensation de l'énergie réactive par de multiples batteries. Après quoi, les dits auteurs dans leurs références [12], [15]-[16], ont introduit la compensation adaptative. Ils ont montré que l'application de la règle des 2/3 est obsolète et peut conduire à des coûts plus élevés que l'investissement consenti. Cependant, ces dernières méthodes analytiques ont pour inconvénient le fait de considérer les variables de contrôle, tailles et emplacements des batteries comme des variables continues tout comme ils ont considéré un prix unique du kVAr installé. Ainsi, les solutions optimales trouvées pour les puissances des batteries peuvent ne pas être réalisables au sens qu'elles ne sont pas disponibles sur le marché. Tout comme il arrive que les emplacements optimaux calculés pour les batteries considérées ne coïncident pas avec les jeux de barres de la ligne. Il devient donc nécessaire dans ce cas, de procéder à des ajustements des tailles et des emplacements afin d'écarter ces impossibilités. Ces corrections, faites par tâtonnement, allongent la durée des calculs, mènent à une baisse des dividendes attendus de l'opération de compensation et influencent le profil de la tension de la ligne.

Le développement des méthodes et des plateformes de calcul, a amené les chercheurs à s'intéresser de plus en plus à l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive. Ainsi, on a vu l'entrée des méthodes numériques dans l'analyse des réseaux électriques. Duran [21] a été le premier à utiliser l'approche de la

programmation dynamique. Dans sa formulation il ne considère que la réduction des pertes d'énergie et traite la variable taille de la batterie comme une variable discrète. Fawzi [22] a utilisé l'approche développée dans [19] mais avec une autre définition de la fonction objectif. Viennent ensuite, Ponnavaiko [23] avec la méthode des variations locales, Baran [24]-[25], Bladick [26], Quintana [27], Zhong [28] et Abril [29] qui ont utilisé la programmation quadratique. Nourreddine [30] a, dans son étude du problème, utilisé la programmation linéaire. El-kib [31] et Carlisle [32] se sont intéressés à la compensation adaptative. Baghzouz [33]-[34] quant à lui, a introduit les effets des harmoniques et des charges non linéaires alors que Su [35] a utilisé une méthode hybride utilisant des batteries de condensateurs shunts et la reconfiguration de la ligne. L'apparition des méthodes simulant le comportement des matériaux et le comportement humain, a intéressé les spécialistes dans l'analyse des réseaux électriques en général et l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive dans les réseaux de distribution en particulier. Ainsi, plusieurs travaux ont été consacrés au problème où l'on a vu l'entrée de méthodes telles que le recuit simulé, la recherche tabou, les algorithmes génétiques et la logique floue [40]-[57]. Cette dernière technique est en général combinée à une des autres méthodes d'optimisation.

Dans leur étude analytique de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive, Grainger et son équipe [8]-[16] ont, dans la définition des réductions des pertes de puissance et d'énergie dues à une batterie de condensateurs donnée, stipulé que ces dernières sont indépendantes des tailles des batteries situées à l'amont de celle en question. Dans leur schéma d'étude de la compensation et sans le dire de manière explicite, Grainger et son équipe considère que la fonction objectif est markovienne et c'est sur cette base là qu'ils procèdent au calcul des réductions des pertes. Ils aboutissent alors, à des expressions pour les réductions des pertes de puissance et d'énergie dues à une batterie « i » donnée où apparaît l'effet de la dite batterie, celui de celles situées à son aval mais point d'effet de celles situées en amont. De plus, pour déterminer les tailles optimales des batteries, la dérivée de la fonction objectif par rapport aux courants dus à ces

dernières, les amène à une forme matricielle dont la résolution donne les tailles optimales. Cette forme matricielle n'est néanmoins obtenue qu'à un prix de longs et contraignants calculs. Mais,, la formulation du problème et le schéma unifilaire de la ligne compensée qu'ils ont présentés, laisse penser qu'il en est autrement.

Ce constat, nous a donc amené à revenir sur le problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par méthode analytique et les expressions des réductions des pertes de puissance et d'énergie sont reconsidérées. Ainsi, les calculs sont refaits sur la base de la formulation du problème tel que posé par les dits auteurs tout en prenant en compte la totalité des batteries en ligne [58]. Globalement, l'étude analytique que nous allons présenter, suppose que la ligne est précompensée. Dès lors, le problème qui nous est posé est la détermination des tailles et des emplacements optimaux d'un nombre donné de batteries de condensateurs shunts se trouvant sur une ligne de distribution. Mais avant d'entrée dans le vif du sujet, il est utile voire nécessaire de revenir sur le concept de la ligne uniforme normalisée et de donner un certain nombre de définitions qui aideraient à comprendre les notations utilisées.

2.2. Uniformisation et normalisation d'une ligne.

Le concept de la ligne uniforme normalisée a été introduit par Grainger [8]-[16] et Salama [19]-[20] afin de contourner les hypothèses simplificatrices posées par leurs prédécesseurs et ainsi pouvoir modéliser le problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive. Ce concept est mené en deux phases. La première phase, est la phase d'uniformisation de la ligne où les différents tronçons de la ligne sont rendus d'égale résistance linéique. Cette phase est physiquement équivalente à un étirement des tronçons dont les sections sont plus grandes que la section de base choisie et une compression de ceux ayant des sections plus petites. La seconde phase quant à elle est une phase dite de normalisation c'est-à-dire, rendre toutes les grandeurs entrant dans la modélisation mathématique du problème sans dimensions. C'est le per-unit

ystème que les pays anglo-saxon utilisent dans l'analyse des réseaux électriques [100]-[102].

2.2.1. Uniformisation d'une ligne.

Soit une ligne non homogène de k sections de différentes résistances. Uniformiser cette ligne, revient à rendre les résistances de toutes les sections égales à celle de l'une d'entre elles, prise comme résistance unitaire de la ligne. Soit la résistance r_j de la $j^{\text{ième}}$ section cette résistance unitaire. Les longueurs des différents tronçons de la ligne sont alors modifiées de la manière suivante [9] :

$$L_{ui} = \frac{L_i r_i}{r_j} \quad i=1, 2, \dots, k \quad (2.1)$$

Où :

- L_i et r_i sont la longueur et la résistance de la $i^{\text{ième}}$ section et L_{ui} est la longueur uniforme équivalente de la $i^{\text{ième}}$ section.

2.2.2. Normalisation d'une ligne.

Normaliser une ligne revient à la rapporter à la longueur totale de la ligne uniforme. Cette opération a pour objet de rendre les différentes longueurs sans dimensions. Elle évite d'avoir dans les équations des paramètres avec dimensions qui peuvent être des sources d'erreurs. Il suffit pour cela de calculer la longueur totale (L_u) de la ligne uniforme (voir expression (2.2)) à la suite de quoi, on divisera les longueurs uniforme (L_{ui}) de chacune des sections par la longueur uniforme totale pour obtenir les longueurs uniformes normalisées des différents tronçons. La longueur totale de la ligne ainsi obtenue est égale à l'unité et sa résistance totale est donnée par l'expression (2.3). [9]

$$L_u = \frac{\sum_{i=1}^K L_i \cdot r_i}{r_j} \quad (2.2)$$

$$r = \sum_{i=1}^K L_i \cdot r_i \quad (2.3)$$

2.2.3. Normalisation de la résistance totale.

La normalisation de la résistance de la ligne est obtenue en la rapportant à une résistance de base calculée moyennant la tension (V_{base}) et la puissance de base (S_{base}). Si la tension de base est donnée en kV et la puissance de base en kVA alors, cette résistance est donnée par [7] :

$$R_B = \frac{10^3 V_{base}^2}{S_{base}} \quad (2.4)$$

La résistance normalisée est alors obtenue par [7] :

$$R = \frac{r}{R_B} \quad (2.5)$$

2.3. Charge réactive.

On appelle charge réactive circulant dans une ligne, une fonction du temps (temps de prélèvement des mesures) et de la distance (point où l'on effectue la mesure). Elle s'écrit comme il suit [8] :

$$I_s(x, t) = I_s(t) \cdot F_q(x) \quad (2.6)$$

Où :

- $F_q(x)$: est la distribution de charge réactive (ou distribution de courant réactif) normalisée, que nous définirons plus loin.

- $I_s(t)$: est le courant réactif en fonction du temps à la sortie de la sous-station.

$I_s(t)$, peut être représenté soit, par le profil de charge journalière en fonction du temps ou bien, par le profil de durée de fonctionnement en fonction du temps (voir Fig.14). Si le temps quotidien de mise en service des batteries est désiré, on utilise le profil de charge journalière dans la procédure d'optimisation. Si par contre on s'intéresse à la durée de mise en service des batteries, on utilise la courbe de durée de fonctionnement.

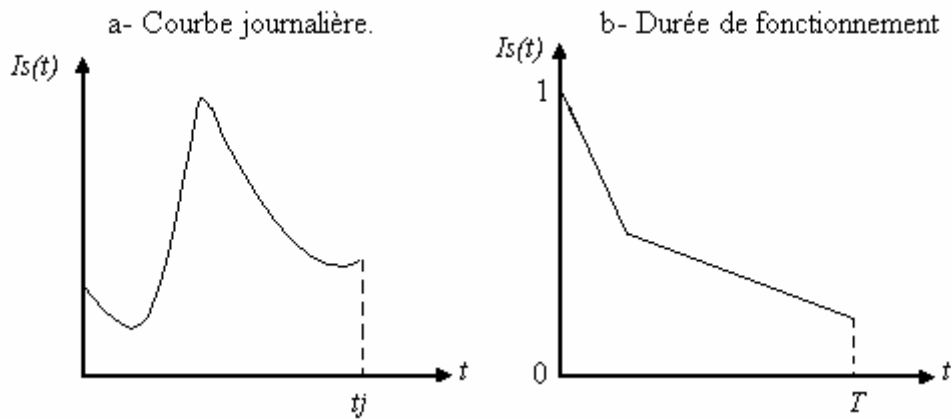


Fig.14 : Profil de la charge réactive en fonction du temps [9].

2.4. Facteur de charge réactive.

Le facteur de charge réactive noté (L_f) est sans dimension et est défini comme indiqué par (2.7) [11]. Il permet de connaître le taux de charge réactive à tout instant et par là éviter l'intégration continuelle de la fonction $I_s(t)$ à chaque fois qu'elle se présente dans les calculs.

$$L_f = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{I_s(t)}{I_s} dt \quad (2.7)$$

Où :

- T : est la durée de mise en service des batteries.

- I_s : est le pic de courant réactif à la sortie de la sous-station.

2.5. Normalisation de la distribution de charge.

Tout comme pour la ligne, une procédure de normalisation des charges est prévue afin de les rendre sans dimensions et donc simplifier leurs utilisations. Pour obtenir le courant en tout point de la ligne nous procédons comme il suit : soit x la distance relative mesurée en partant de la source jusqu'à un point donné de la ligne uniforme normalisée et soient $f_d(x)$ et $f_q(x)$ les valeurs relatives des composantes active et réactive du courant de la charge placée en ce point. Les valeurs relatives des composantes active et réactive du courant de branche en ce point est donnée par :

$$\begin{cases} F_d(x) = \sum_{x \leq \tau \leq 1} f_d(\tau) \\ F_q(x) = \sum_{x \leq \tau \leq 1} f_q(\tau) \end{cases} \quad (2.8)$$

Avec :

$$\begin{cases} f_d(\tau) = \frac{I_{Ld}(\tau)}{I_s} \\ f_q(\tau) = \frac{I_{Lq}(\tau)}{I_s} \end{cases} \quad (2.9)$$

Où :

- $I_{Ld}(\tau)$ est la composante active du courant absorbé par la charge au point τ .

- $I_{Lq}(\tau)$ est la composante réactive du courant absorbé par la charge au point τ .

2.6. Formulation du problème.

L'absence de compensation de l'énergie réactive ou plus exactement la circulation d'une forte composante réactive de courant de branche, engendre de multiples problèmes interdépendants. Parmi ces problèmes, nous citons les chutes de tension en ligne, les fortes pertes de puissance active et réactive et par

là, la diminution du transfert de puissance de la ligne et un mauvais profil de la tension. Un des plus indiqués moyens pour réduire ce phénomène est l'installation de batteries de condensateurs shunts sur ces lignes. Seulement, pour tirer le maximum de profits de l'opération de compensation de l'énergie réactive, sa conduite doit être rationnelle. Par rationalisation de la compensation de l'énergie réactive il faut entendre, l'installation de batteries de condensateurs shunts de puissances (ou tailles) et d'emplacements tels qu'il y ait le moins de pertes de puissance et d'énergie en ligne, une amélioration du profil de la tension et une correction du facteur de puissance de l'installation tout en veillant à ce que le coût des investissements consentis ne soit pas supérieur aux bénéfices tirés. Cette conception de la compensation de l'énergie réactive est possible à la condition de définir une fonction objectif qui tienne compte de l'aspect électrique de la question sans pour autant omettre le volet économique que la dérégulation du marché de l'électricité et tout ce qu'elle entraîne comme exigences impose. Mais, avant d'entrer dans le vif du sujet, il est nécessaire de fournir les modèles mathématiques du problème, charges et courants dus aux batteries compris.

2.7. Modèles mathématiques de la ligne.

L'étude de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par méthode analytique est faite, dans le cadre de cette thèse, pour des lignes de distribution équilibrées ne présentant aucune ramification. Une ligne en échelle sur laquelle n abonnés sont distribués comme indiqué par la figure ci-dessous donnée (Fig.15), est considérée.

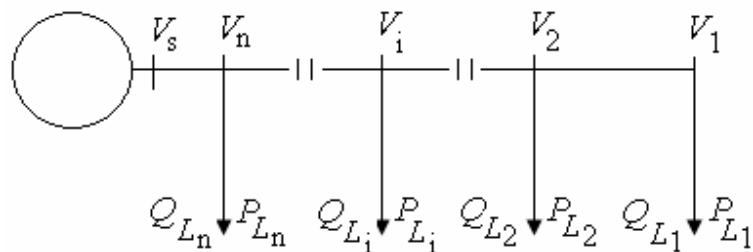


Fig.15 : Schéma unifilaire de la ligne radiale.

2.7.1. Modélisation de la charge.

Pour une charge placée au nœud « i », les composantes selon les axes d et q du courant de charge s'obtiennent par :

$$\begin{cases} I_{Ldi} = \frac{P_{Li} \cos \varphi_i + Q_{Li} \sin \varphi_i}{V_i} \\ I_{Lqi} = \frac{Q_{Li} \cos \varphi_i - P_{Li} \sin \varphi_i}{V_i} \end{cases} \quad (2.10)$$

Où :

- P_{Li} et Q_{Li} : sont respectivement la puissance active et réactive de la charge placée au nœud « i ».
- V_i et φ_i : sont respectivement la tension aux bornes de la charge au nœud « i » et sa phase à l'origine.

2.7.2. Modélisation de la batterie.

Le courant généré par une batterie de condensateurs shunt notée « k » placée en un point quelconque de la ligne, est donné par :

$$\bar{I}_{ck} = j \frac{Q_{ck}}{V_{ck} e^{-j\varphi_{ck}}} \quad (2.11)$$

Où :

- V_{ck} et φ_{ck} : sont respectivement la tension aux bornes de la batterie k et sa phase à l'origine.
- Q_{ck} : est la puissance réactive de la batterie k .

La décomposition de l'expression (2.11) selon les axes d et q conduit à :

$$\begin{cases} I_{cdk} = -\frac{Q_{ck}}{V_{ck}} \sin \varphi_{ck} \\ I_{cck} = \frac{Q_{ck}}{V_{ck}} \cos \varphi_{ck} \end{cases} \quad (2.12)$$

Remarque : Les batteries étant des sources d'énergie réactive et ne consomment qu'une très faible puissance active alors, seule la composante réactive du courant sera prise en considération dans la suite des calculs.

2.7.3. Distribution de courant des batteries.

La distribution de courant normalisée en un point « x » de la ligne dus aux batteries de condensateurs est obtenue en sommant les courants normalisés de celles situées au-delà du point considéré vers la fin de la ligne. Nous l'écrivons alors :

$$F_c(x) = \sum_{k=1}^i I_{c q k} \quad (2.13)$$

$I_{c q k}$: est dans ce cas, la valeur normalisée de la composante q du courant dû à la batterie k .

2.8. Fonction objectif.

Comme avancé au point 2.5, la fonction objectif, appelée aussi « *fonction retour économique* » ou « *réduction du coût* », sur laquelle plus ou moins tous les auteurs qui se sont intéressés au problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive s'accordent, est définie par [8]-[20] :

$$\Delta S = k_p \Delta P + k_e \Delta E - k_{cf} \sum_{k=1}^m Q_{ck} \quad (2.14)$$

Où :

- ΔP : est la réduction totale des pertes de puissance.
- ΔE : est la réduction totale des pertes d'énergie.

- Q_{ck} : est la puissance réactive de la $k^{ième}$ batterie installée sur la ligne.
- k_p : est le coût annuel du kW produit (\$/kW).
- k_e : est le coût annuel du kWh produit (\$/kWh).
- k_{cf} : est le coût annuel du kVar installé (\$/kVAr).
- m : est le nombre de batteries de condensateurs installées sur la ligne.

Dans notre modélisation du problème, cette réduction du coût est écrite sous la forme suivante :

$$\Delta S = 3 \sum_{i=1}^m \Delta S_i \quad (2.15)$$

ΔS_i est alors défini comme étant la réduction du coût due à la $i^{ième}$ batterie et s'écrit :

$$\Delta S_i = k_p \Delta P_i + k_e \Delta E_i - k_{cf} Q_{ci} \quad (2.16)$$

En fonction du courant généré par cette batterie, ΔS_i peut encore être écrite comme il suit :

$$\Delta S_i = k_p \Delta P_i + k_e \Delta E_i - k_{cf} \frac{V_{ci} I_{cqi}}{\cos \varphi_{ci}} \quad (2.17)$$

2.9. Réduction des pertes de puissance et d'énergie, définitions.

2.9.1. Réduction des pertes de puissance, définition.

La réduction totale des pertes de puissance en ligne est définie comme étant égale à la différence des pertes de puissance en ligne avant et après l'installation des batteries de condensateurs. Elle s'écrit :

$$\Delta P = P_{avant} - P_{après} \quad (2.18)$$

Où :

- P_{avant} : sont les pertes de puissance en ligne avant compensation.
- $P_{après}$: sont les pertes de puissance en ligne après compensation.

Pour une ligne triphasée équilibrée, l'expression (2.18) s'écrit moyennant les réductions des pertes de puissance dues à chacune des m batteries :

$$\Delta P = 3 \sum_{i=1}^m \Delta P_i \quad (2.19)$$

ΔP_i est alors la réduction des pertes de puissance due à la $i^{ième}$ batterie tout en tenant compte du restant des $(m-1)$ batteries. Elle peut à son tour, être définie comme étant la différence entre les pertes avant et après l'introduction de la batterie en question. On écrit alors :

$$\Delta P_i = P_{avant_i} - P_{après_i} \quad (2.20)$$

La réduction des pertes de puissance tout comme la réduction des pertes d'énergie d'ailleurs, ne dépendent que de la composante réactive du courant de ligne (voir annexe.2)

2.9.2. Réduction des pertes d'énergie, définition.

Les batteries de condensateurs étant de type fixe alors, la réduction totale des pertes d'énergie est définie comme étant égale à l'intégrale sur la durée de fonctionnement des batteries de la réduction des pertes de puissance. Elle est donnée par :

$$\Delta E = \int_0^T \Delta P dt \quad (2.21)$$

Où T est la durée de mise en service des batteries.

Pour une ligne triphasée équilibrée, on exprime la réduction totale des pertes d'énergie moyennant les réductions des pertes d'énergie dues à chacune des m batteries. Elle s'écrit alors :

$$\Delta E = 3 \sum_{i=1}^m \Delta E_i \quad (2.22)$$

La réduction des pertes d'énergie ΔE_i due à la $i^{\text{ème}}$ batterie et à l'image de ΔE , est donnée par :

$$\Delta E_i = \int_0^T \Delta P_i dt \quad (2.23)$$

2.10. Calcul des réductions des pertes dues à une batterie.

Lors de la compensation de l'énergie réactive, les réductions des pertes de puissance et d'énergie ne peuvent être réalisées que par injection de courant réactif dans la ligne. Elles dépendent alors de la composante réactive du courant de ligne, des courants générés par les batteries et des emplacements de ces dernières. Pour des convenances de calcul, ces réductions sont déterminées sur la base des notations montrées par la figure Fig.16 qui suit.

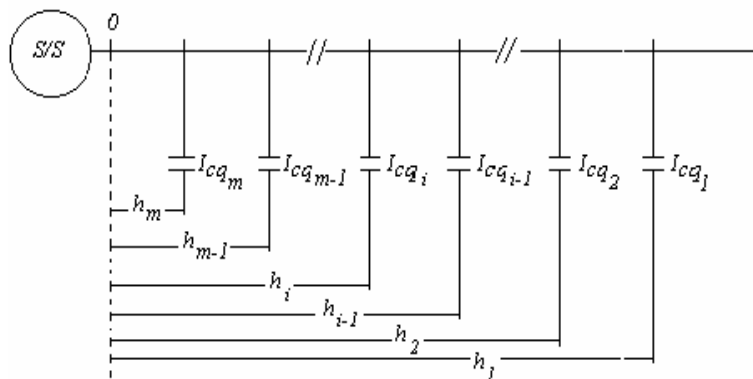


Fig.16 : Notations des emplacements et des courants dus aux batteries.

2.10.1. Calcul de la réduction des pertes de puissance.

La réduction des pertes de puissance due à une batterie quelconque notée « i » est donnée par (pour plus de détails sur le calcul de ΔP_i voir annexe.3) :

$$\Delta P_i = 2RI_{cqi} \int_0^{h_i} I_s(t)F_q(x)dx - 2RI_{cqi}h_i \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - 2RI_{cqi} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - Rh_i I_{cqi}^2 \quad (2.24)$$

Où :

- R : est la résistance linéique normalisée de la ligne uniforme normalisée.
- h_i : est l'emplacement uniforme normalisé de la $i^{ième}$ batterie.
- $I_s(t)$: est la variation du courant réactif à la sortie de la source sur un cycle de durée T .

Au pic de consommation l'expression (2.24) devient :

$$\Delta P_i = 2RI_{cqi} \int_0^{h_i} I_s F_q(x)dx - 2RI_{cqi}h_i \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - 2RI_{cqi} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - Rh_i I_{cqi}^2 \quad (2.25)$$

2.10.2. Calcul de la réduction des pertes d'énergie.

La réduction des pertes d'énergie due à une batterie « i » donnée étant égale à l'intégrale sur T de la réduction des pertes de puissance due à cette même batterie alors, le calcul de l'intégrale de l'expression (2.25) donne (voir annexe.3 pour plus de détails) :

$$\Delta E_i = 2RTL_f I_{cqi} \int_0^{h_i} I_s F_q(x)dx - 2RTI_{cqi}h_i \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - 2RTI_{cqi} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - RTh_i I_{cqi}^2 \quad (2.26)$$

Où :

- L_f : est le facteur de charge réactive.
- T : est la durée d'un cycle de charge.

Remarque : La compensation étant réalisée dans notre cas par des batteries fixes, la valeur relative de T est égale à 1.

2.10.3. Calcul de la fonction retour économique.

La substitution de ΔP_i et ΔE_i par leurs expressions respectives (2.25) et (2.26) dans (2.17) donne l'expression de la réduction du coût due à la $i^{\text{ième}}$ batterie.

$$\Delta S_i = 2 R I_{cqi} (k_p + k_e T L_f) \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - 2 R I_{cqi} h_i (k_p + k_e T) \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} -$$

$$2 R I_{cqi} (k_p + k_e T) \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - R h_i I_{cqi}^2 (k_p + k_e T) - k_{cf} \frac{V_{ci} I_{cqi}}{\cos \varphi_{ci}} \quad (2.27)$$

2.11. Optimisation de la compensation de l'énergie réactive.

Le problème de l'optimisation consiste à déterminer les composantes x et y de sorte que la fonction objectif $f(x, y)$ soit extrémale [96]-[97]. Ce problème d'optimisation peut être avec ou sans contraintes. Le type de contrainte et leur nombre dépendent du problème posé, de la faisabilité des solutions et des résultats auxquels on aspire. En général, le modèle mathématique de l'optimisation avec contraintes d'une fonction de deux variables est formulé de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max f(x, y) \text{ sujet à:} \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ y_{\min} \leq y \leq y_{\max} \\ g(x, y) > 0 \\ z(x, y) > 0 \end{array} \right. \quad (2.28)$$

Pour notre part et dans un souci de procéder à une étude comparative des résultats attendus à ceux d'auteurs ayant traité le problème analytiquement et justifié ainsi le bien-fondé de la formulation du problème tel que nous l'avions conçu, aucune contrainte ne sera imposée dans le présent chapitre. De plus et pour rester dans l'esprit du problème tel qu'il a été posé par les auteurs des références [8]-[16], les variables de contrôle seront considérées comme étant continues. Dès lors, le problème modélisé par l'équation (2.28) et du fait de l'absence de contraintes, revient donc à déterminer les variables x et y de sorte que la fonction objectif $f(x, y)$ soit extrémale. La fonction objectif dans notre cas étant la fonction retour économique alors, optimiser la compensation de l'énergie réactive revient à déterminer les puissances optimales des batteries de condensateurs et leurs emplacements de sorte que cette fonction soit maximale. Les puissances des batteries et leurs emplacements doivent donc satisfaire le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta S_i}{\partial I_{cqi}} = 0 \\ \frac{\partial \Delta S_i}{\partial h_i} = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

Pour être résolu, le problème sera scindé en deux sous problèmes [8]-[16] dont l'importance de chacun n'est pas à démontrer. En effet, il arrive pour une raison ou pour une autre, que l'on ne s'intéresse qu'à l'optimisation d'un seul des deux paramètres tailles ou emplacements des batteries. De ce fait, le premier sous problème qui peut être posé est la détermination des tailles optimales d'un nombre donné de batteries dont les emplacements sont spécifiés. C'est la solution de la première équation du système (2.29). Le second sous problème quant à lui consiste en la détermination des emplacements optimaux de chacune de ces batteries connaissant leurs tailles. C'est la solution de la seconde équation du système (2.29). La solution du problème globale c'est-à-dire, la détermination à la fois des tailles et des emplacements optimaux, se fera de manière itérative et ce afin de ne garder que la meilleure de toutes les solutions possibles. La solution

optimale est alors dite atteinte, si la valeur absolue de la différence entre la réduction du coût calculée lors de la détermination des emplacements optimaux et celle calculée lors de la détermination des tailles optimales est inférieure ou égale à une tolérance fixée au préalable. Cette différence entre les réductions des coûts est notée dans notre cas «DIFRCOUT».

2.11.1. Procédure de la solution globale.

Le but attendu de l'opération d'optimisation de la compensation de l'énergie réactive étant la détermination à la fois des tailles et des emplacements des batteries alors, le processus itératif débutera en partant d'une valeur arbitraire qu'on attribuera à chacun des emplacements des batteries considérées. De même, les réductions des coûts dues à chacun des deux paramètres sont initialisées à des valeurs arbitraires. Les emplacements étant maintenant connus, on déterminera la taille optimale de chacune des batteries considérées en résolvant la première équation du système (2.29). Les tailles ainsi obtenues, sont utilisées pour déterminer les emplacements optimaux moyennant la solution de la seconde équation du dit système. Le processus itératif ainsi engagé n'est s'arrêté que lorsque la tolérance fixée pour la convergence est atteinte.

2.11.2. Optimisation des tailles des batteries.

2.11.2.1. Calcul du courant optimal due à une batterie.

Le nombre de batteries étant fixé et les emplacements de chacune de ces batteries connus alors, les courants optimaux sont déterminés en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{\partial \Delta S_i}{\partial I_{cqi}} = 0 \quad (2.30)$$

Après la substitution à ΔS_i son expression donnée par (2.27) et le calcul de la dérivée nous obtenons :

$$I_{cqi} = A \frac{1}{h_i} \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \frac{1}{h_i} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - \frac{BV_{ci}}{h_i \cos \varphi_{ci}} \quad (2.31)$$

Où :

$$A = \frac{k_p + k_e^{TL} f}{k_p + k_e^T} \quad \text{et} \quad B = \frac{k_{cfi}}{2R(k_p + k_e^T)}$$

2.11.2.2. Stratégie de solution.

L'expression (2.31) donnant le courant optimal dû à une batterie donnée montre que ce dernier est une fonction des courants du restant des batteries qui sont en ligne, eux même inconnus. Pour déterminer donc le courant optimal dû à chacune des batteries, une approche itérative est adoptée. Commenant à la première batterie, on donne des valeurs arbitraires aux puissances des batteries de 2 à m desquelles sont déduits leurs courants. Après quoi, on calcul le courant optimal de la première batterie. Le courant ainsi calculé et ceux arbitraires des batteries 3 à m sont à leurs tour utilisés pour déterminer celui de la batterie 2 et ainsi de suite jusqu'à la dernière des m batteries considérées. Le nombre de solution étant dans ce cas infini alors, la procédure ci-dessus décrite est répétée jusqu'à la convergence de la méthode itérative proposée et pour laquelle une tolérance est préalablement fixée. Le test de convergence adopté, est la distance du maximum « DISTMAX » des vecteurs courants de deux itérations successives. Une fois les courants optimaux dus aux batteries déterminés, les puissances ou tailles des batteries sont déduites moyennant la seconde équation de l'expression (2.12).

2.11.2.3. Algorithme d'optimisation des tailles.

Pour déterminer les puissances optimales de chacune des « m » batteries placées en des points précis de la ligne, l'algorithme suivant est proposé.

Étape.1 : Lire les données de la ligne.

Étape.2 : Lire le nombre et les emplacements des batteries.

Étape.3 : Lire les Tailles arbitraires des batteries.

Étape.4 : Lire le taux de convergence.

Étape.5 : Uniformiser et normaliser la ligne et la charge.

Étape.6 : Uniformiser et normaliser les emplacements des batteries et leurs tailles.

Étape.7 : Exécuter l'écoulement de charge sans batteries.

Étape.8 : Calculer les courants dus aux batteries selon la seconde équation de l'expression (2.12).

Étape.9 : Initialiser le test de convergence.

Étape.10 : Tant que «DISTMAX» est supérieure au taux de convergence fixé faire :

Étape.10.1 : Mettre le compteur des batteries $k=1$.

Étape.10.2 : Tant que le nombre total des batteries n'est pas atteint faire :

Étape.10.2.1 : Exécuter l'écoulement de charge.

Étape.10.2.2 : Calculer le courant optimal de la batterie k selon l'expression (2.29).

Étape.10.3 : Fin tant que.

Étape.11 : Fin tant que

Étape.12 : Calculer les tailles optimales des batteries.

Étape.13 : Retourner aux grandeurs réelles.

Étape.14 : Lire les résultats.

2.11.3. Optimisation des emplacements optimaux.

2.11.3.1. Calcul des emplacements optimaux.

Pour des batteries de nombre et de tailles connus, les emplacements optimaux s'obtiennent par la résolution de la deuxième équation du système (2.29) c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \Delta S_i}{\partial h_i} = 0 \quad (2.32)$$

La solution de l'équation (2.32) conduit à :

$$F_q(h_i) = \frac{k_p + k_e T}{I_s (k_p + k_e T L_f)} \sum_{k=1}^{i-1} I_{c q k} + \frac{k_p + k_e T}{2I_s (k_p + k_e T L_f)} I_{c q i} \quad (2.33)$$

Connaissant la valeur relative normalisée du courant de branche au point h_i , on déduit l'emplacement h_i à partir du graphe de la fonction courant réactif normalisé. Bien entendu, les emplacements optimaux ne sont pas déterminés graphiquement mais, un programme est prévu à cet effet pour rendre leurs déductions automatiques.

2.11.3.2. Stratégie de solution.

Contrairement aux tailles optimales, l'expression (2.33) montre, que la fonction courant réactif normalisée pour un emplacement optimal h_i donné est indépendante des emplacements des autres batteries. Donc, la détermination des emplacements optimaux ne suit pas un processus itératif mais, à chaque batterie parmi les m installées dont les tailles sont données, correspond un emplacement optimal unique. Cependant, si processus itératif il y'a, il ne peut concerné que le réajustement des tensions et donc des courants dus aux batteries du fait des changements des emplacements. D'ailleurs, ces réajustements sont délibérément ignorés dans l'algorithme de calcul des emplacements optimaux et ce dans le but de montrer l'unicité de ces derniers pour des tailles données.

2.11.3.3. Algorithme de détermination des emplacements.

Tout comme pour les tailles optimales des batteries, la détermination des emplacements optimaux obéit à l'algorithme suivant :

Étape.1 : Lire les données de la ligne.

Étape.2 : Lire le nombre et les tailles des batteries.

Étape.3 : Lire le taux de convergence.

Étape.4 : Uniformiser et normaliser la ligne et la charge.

Étape.5 : Uniformiser et normaliser les emplacements des batteries et leurs tailles.

Étape.6 : Exécuter l'écoulement de charge.

Étape.7 : Calculer les courants dus aux batteries selon la seconde équation de l'expression (2.12).

Étape.8 : Mettre le compteur des batteries $k=1$.

Étape.9 : Tant que le nombre total des batteries n'est pas atteint ($k \leq m$) faire :

Étape.9.2.1 : Calculer l'emplacement optimal de la batterie k selon l'expression (2.33).

Étape.9.2.2 : Exécuter l'écoulement de charge.

Étape.9.2.2 : Actualiser les courants dus aux batteries selon la seconde équation de l'expression (2.12).

Étape.10 : Fin tant que.

Étape.11 : Retourner aux grandeurs réelles.

Étape.12 : Lire les résultats.

2.11.4. Détermination des tailles et des emplacements optimaux.

Comme avancé au paragraphe 2.11, la détermination des tailles et des emplacements optimaux en même temps se fera de manière itérative. Ce modèle itératif s'articule autour des deux sous problèmes décrit précédemment (paragraphe 2.11.2 et 2.11.3) à savoir l'optimisation des tailles et l'optimisation des emplacements. Des valeurs arbitraires sont alors assignées aux variables tailles et emplacements. La détermination des deux paramètres se fera donc en suivant l'algorithme ci-dessous donné :

Etape.1 : Lire les données de la ligne.

Etape.2 : Lire le nombre des batteries.

Etape.3 : Lire les tailles et les emplacements arbitraires des batteries.

Etape.4 : Lire les taux de convergence.

Etape.5 : Uniformiser et normaliser la ligne et la charge.

Etape.6 : Uniformiser et normaliser les emplacements des batteries et leurs tailles.

Etape.7 : Exécuter l'écoulement de charge.

Etape.8 : Calculer les courants dus aux batteries selon la seconde équation de l'expression (2.12).

Etape.9 : Initialiser la différence des coûts.

Etape.10 : Tant que «DIFRCOUT» est supérieure à la tolérance fixée faire :

Etape.10.1 : Initialiser le compteur des batteries à 1.

Etape.10.2 : Tant que le nombre total des batteries n'est pas atteint faire :

Etape.10.2.1 : Déterminer les emplacements des batteries selon (2.33).

Etape.10.3 : Fin tant que.

Etape.10.4 : Déterminer la réduction du coût qui en découle.

Etape.10.5 : Tant que « DISTMAX » est supérieure à la tolérance fixée faire :

Etape.10.5.1 : Mettre le compteur des batteries $k=1$.

Etape.10.5.2 : Tant que le nombre total des batteries n'est pas atteint ($k \leq m$) faire :

Etape.10.5.2.1 : Calculer les courants dus aux batteries selon (2.31).

Etape.10.5.3 : Fin tant que.

Etape.10.5.4 : Exécuter l'écoulement de charge.

Etape.10.6 : Fin tant que.

Etape.10.7 : Déterminer la réduction du coût qui en découle.

Etape.10.7 : Calculer « DIFRCOUT ».

Etape.11 : Fin tant que.

Etape.12 : Retourner aux grandeurs réelles.

Etape.13 : Lire les résultats.

2.12. Etude de cas.

Comme cas d'étude, la ligne de neuf jeux de barres, proposée par [8]-[16] et [67]-[68] a été considéré. Il s'agit d'une ligne de distribution non homogène, de cinq sections différentes et de tension égale à 23 kV. Les données de cette dernière sont consignées dans le tableau A.1 (voir annexe.1). Les paramètres de la fonction retour économique ΔS sont : $k_p=168$ \$/kW ; $k_e=0$ \$/kVAr et $k_{cft}=4.9$ \$/kVAr triphasé. Le coût du kWh a été pris égal à zéro dans le but de pouvoir comparer nos résultats à ceux des auteurs des références [11] et [67]-[68] où la réduction des pertes d'énergie n'a pas été considérée et compte tenu aussi du fait qu'on ne s'intéresse qu'à deux paramètres à savoir, les tailles et les emplacements des batteries. Les calculs étant faits en valeurs relatives alors, la tension et la puissance de base sont respectivement de 23 kV (tension à la sortie de la source) et 4186 kVA.

Les trois problèmes discutés précédemment ont été considérés. Le premier, porte sur l'optimisation des emplacements de trois batteries dont les puissances sont respectivement de : 300 kVAr, 900 kVAr et 1350 kVAr. Dans le second, nous traiterons le problème de l'optimisation des tailles de trois batteries dont les emplacements respectifs sont : 12.37 miles, 6.32 miles et 4.02 miles qui correspondent respectivement aux nœuds 8, 5 et 4 de la ligne. Le troisième problème quant à lui traite de l'optimisation à la fois des tailles et des emplacements de trois batteries de condensateurs. Comme valeurs arbitraires pour les tailles et les emplacements, nous avons considéré les valeurs suivantes : trois batteries de tailles égales à 300 kVAr, 600 kVAr et 900 kVAr placées respectivement à 11.37 miles, 7.32 miles et 4.02 miles.

Remarque : L'utilisation du dollar comme unité de monnaie et le mile comme celle de la longueur trouvent leurs justifications dans le fait que les études comparatives sont faites par rapport à des références bibliographiques les ayant adopté.

2.13. Résultats et discussions.

La solution du problème de l'optimisation des emplacements des trois batteries situe la première d'entre elles à 16.27 miles en partant de la source ce qui correspond au nœud 9 de la ligne, alors que la seconde est localisée à 8.87 miles ou le nœud 7 tandis que la troisième est à placer à 4.02 miles ou le nœud 4 (voir Fig.17). Le raccordement des batteries en question aux endroits indiqués conduit à une réduction des pertes de puissance totale de 107.72 kW. Cette dernière est à répartir entre l'effet de la baisse de la composante réactive du courant de branche F_q suite à l'application des batteries de condensateurs et celui de la baisse de la composante active F_d sous l'effet de l'amélioration du profil de la tension (voir Fig.18). La part revenant à F_q est de 75.74 kW celle de la composante active est de 31.99 kW (voir Fig.17). La réduction totale du coût de l'énergie produite est alors de 18096 \$ dont 12723 \$ dus au changement de la composante réactive et 5373 \$ dus à la baisse de la composante active (voir Fig.17). Les pertes de puissance active qui étaient de 845.41 kW passe alors à 737.69 kW soit une baisse de 12.51%. Sur le plan profil de la tension, suite à l'application des dites batteries aux emplacements optimaux calculés, on voit une nette amélioration de ce dernier soit une augmentation des tensions aux jeux de barres et une baisse de leurs phases à l'origine. Les tensions aux différents nœuds qui étaient avant compensation comprises entre 0.8314 et 0.9929 en valeurs relatives, passent à des valeurs que l'on situe entre 0.8651 et 0.9951 (voir Fig.19).

La solution du second problème à savoir la détermination des puissances ou tailles optimales de trois batteries sachant leurs emplacements nous a conduit, à une taille de 745.9 kVAr pour la batterie située à 16.27 miles de la source c'est-à-dire le nœud 9, une taille de 963.92 kVAr pour la batterie située au nœud 5 qui est à une distance de 6.32 miles de la source et enfin une taille de 990.37 kVAr pour celle placée au nœud 4 situé à 4.02 miles de la source (voir Fig.20). Les batteries sus indiquées, placées aux endroits fixés, conduisent non seulement

à une réduction de la composante réactive du courant de branche (F_q) mais aussi à une baisse de la composante active de ce dernier (F_d) et ce du fait de l'amélioration du profil de la tension (voir Fig.21). Sous les effets respectifs de la composante d et q, les pertes de puissance sont réduites de 78.12 kW et 34.28 soit un total de 112.40 kW. La réduction totale du coût de l'énergie produite est dans ce cas de 18882 \$ dont 13123 \$ sont dus à la réduction de la composante réactive du courant de branche et 5759 \$ dus à la composante active (voir Fig.20). Les pertes de puissance active qui étaient de 845.41 kW avant compensation ne sont plus que de 733.01 kW soit une baisse de 13.05 %. L'amélioration du profil de la tension suite à l'application des trois batteries de tailles optimales a ramené les tensions des nœuds à des valeurs comprises entre 0.8697 et 0.9952 (voir Fig.22).

Une analyse de la prépondérance des paramètres tailles des batteries et leurs emplacements montre, que les réductions des pertes de puissance et du coût sont plus sensibles aux tailles qu'aux emplacements. En effet, si dans la procédure d'optimisation des tailles, on donnait aux emplacements des valeurs égales à celles obtenues lors de l'optimisation des emplacements, les réductions totales des pertes de puissance et du coût seraient respectivement de 112.27 kW et 18859 \$. Les effets du changement de chacune des composantes d et q du courant de branche seraient respectivement 78.53 kW et 33.74 kW correspondant respectivement à des réductions du coût de 13192 \$ et 5667 \$. Les tensions aux nœuds de la ligne ainsi compensée, seraient comprises entre 0.8697 et 0.9952.

La solution du problème de l'optimisation à la fois des tailles et des emplacements de trois batteries en même temps donne, une première batterie de taille 604 kVAr à placer à 16.27 miles de la source nœuds le nœud 9, une deuxième de 1101.50 kVAr située à 6.32 miles de la source ce qui correspond au nœud 5 et enfin une troisième de puissance égale à 990.50 kVAr dont l'emplacement optimal est le nœud 4 distant de 4.02 miles de la source (voir Fig.23). La réduction des pertes de puissance active est de 113.57 kW. Cette réduction des pertes de puissance active est à répartir entre l'effet de la baisse des composantes active et réactive du courant de branche (voir Fig.24). La part

de la composante F_q est de 79.65 kW et celle de la composante F_d est de 33.92 kW. La réduction du coût de l'énergie produite est dans ce cas, de 19078 \$ dont 13379 \$ est la contribution de la composante F_q et 5699 \$ celle de la composante F_d (voir Fig.23). Après compensation, les valeurs des tensions des différents nœuds de la ligne prennent des valeurs comprises entre 0.8699 et 0.9952 (voir Fig.25).

Pour valider les modèles mathématiques proposés dans la solution analytique du problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive, une étude comparative des résultats obtenus, à ceux des références [11] et [67]-[68], a été faite. Comparés à la référence [11], les tailles optimales des batteries obtenues par notre approche, sont plus petites (voir Fig.26). Le total des kVAr installés est de 4495 kVAr dans le cas de [11] alors qu'il n'est que de 2696 kVAr dans notre cas. Rapportés à la demande totale en puissance réactive qui est de 4186 kVAr, ces totaux représentent respectivement 107.4 % et 64.41 %. Dans le cas de la référence [11], le ratio de compensation est presque égal au double de celui que nous avons trouvé. Cette différence dans les résultats trouve son explication dans la différence d'approche lors de la définition des réductions des pertes de puissance et d'énergie et du courant dû à une batterie. Dans leur définition de ces dernières, les auteurs des références [8]-[16] considèrent que dans la compensation de l'énergie réactive par plus d'une batterie, la réduction des pertes de puissance et donc d'énergie due à une batterie donnée, est indépendante des tailles de celles qui sont situées à son amont et ce contrairement à ce qui a été démontré dans notre cas (voir annexe.3). Cette différence de définition des réductions des pertes de puissance et d'énergie, a conduit à une différence dans les expressions de ces dernières. En effet, comparées aux expressions données par les références sus citées, dans les expressions (2.25) de ΔP_i et (2.26) de ΔE_i on voit apparaître en plus et

respectivement les termes $(-2RI_{cqi} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqi})$ et $(-2RTI_{cqi} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqi})$. Si ces

termes sont sans conséquences sur les emplacements optimaux des batteries

(voir expression 2.33), ils conduisent par contre, à des tailles plus petites dans notre cas (voir expression 2.31). De plus, un taux de compensation de 107.4% dans le cas de la référence [11], signifie que la totalité de la puissance réactive voire plus, est fournie par un apport externe. Par conséquent, le niveau de la tension atteint dans ce cas (tensions des nœuds après compensation comprises entre 0.87320 et 0.99666) n'a été possible qu'en forçant sur la compensation. Cependant sur le plan retour économique, il ne peut être meilleur que celui que nous avons trouvé (voir Fig.23) et ce du fait que l'investissement consenti est moindre dans notre cas.

Sur le plan réduction des pertes de puissance (voir Fig.27) et si on ne comptait que celle due à la composante réactive du courant de branche, celle-ci est plus petite dans notre cas (79.65 kW) en comparaison au résultat dans la référence [11] où cette réduction est de 111 kW. Cette différence égale à 31.75 kW peut s'expliquer par le terme négatif correspondant à la somme des courants dus aux batteries de « $i + 1$ » à « m » présent dans l'expression de ΔP_i (voir expression 2.25) et que les auteurs de la dite référence ont supposé sans effet sur la réduction des pertes. Au total, la réduction des pertes de puissance active est meilleure dans notre cas si on suppose qu'aucune amélioration de cette dernière sous l'effet de la baisse de la composante F_d , n'est constatée dans la référence [11].

Pour appuyer notre approche analytique, la comparaison de nos résultats a été faite avec ceux des références [67]-[68]. Pour cela et du fait que dans l'approche analytique, la variable de contrôle a été supposée continue et le prix du kVAr est unique quelle que soit la puissance de la batterie, un prix du kVAr égal à la moyenne des prix proposés par la référence [67] a été considéré. Si les emplacements optimaux restent identiques à ceux trouvés précédemment, les tailles optimales sont par contre égales à 601.7 kVAr, 1100.3 kVAr et 2147 kVAr placées respectivement aux nœuds 9, 5 et 4 (voir Fig.28). Le total des kVAr installés est alors de 3849 kVAr dans notre cas et 3750 kVAr dans le cas des références [67]-[68]. En pourcent, ces totaux représentent 91.9 % de la

demande totale en énergie réactive dans notre cas et 89.6 % dans le cas de [67]-[68] donc, à peu près identiques. La comparaison des réductions des pertes de puissance et du coût (voir Fig.29), si on venait à mettre de côté les contraintes imposées au problème et la multiplication des prix des batteries comme indiqué dans [67]-[68], montre qu'elles sont meilleures dans notre cas. Elles sont respectivement de 129.61 kW et 21775 \$ dans notre cas et de 94.3 kW et 15037 \$ dans le cas de [67]-[68]. Ces réductions sont donc de 35.31 kW et 6738 \$ plus élevées dans notre cas. De plus, l'installation des dites batteries aux emplacements indiqués, réduit les composantes d et q du courant de branche (voir Fig.24 bis) et améliore le profil de la tension (voir Fig.30). Les tensions des nœuds sont ramenées à des valeurs comprises entre 0.8774 et 0.9961.

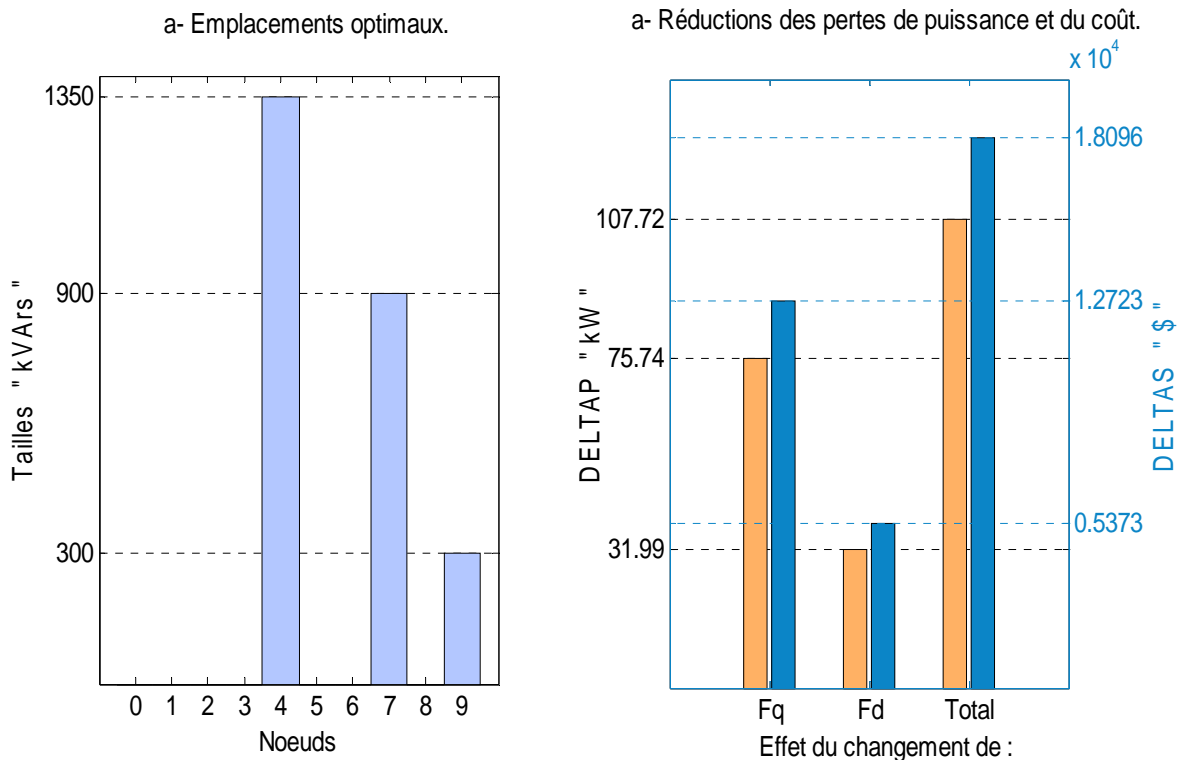


Fig.17 : Optimisation des emplacements ; cas de trois batteries, $k_{cf} = 1.63$ \$.

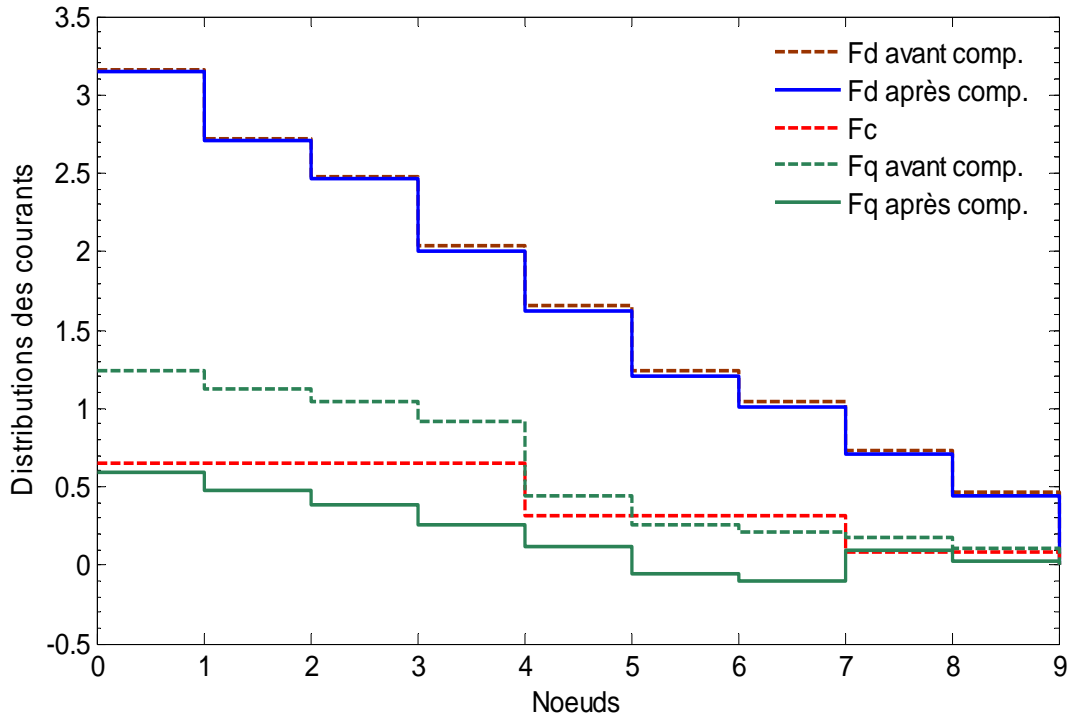


Fig.18 : Composantes d et q des courants de branche avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des emplacements, $k_{cf}=1.63$ \$.

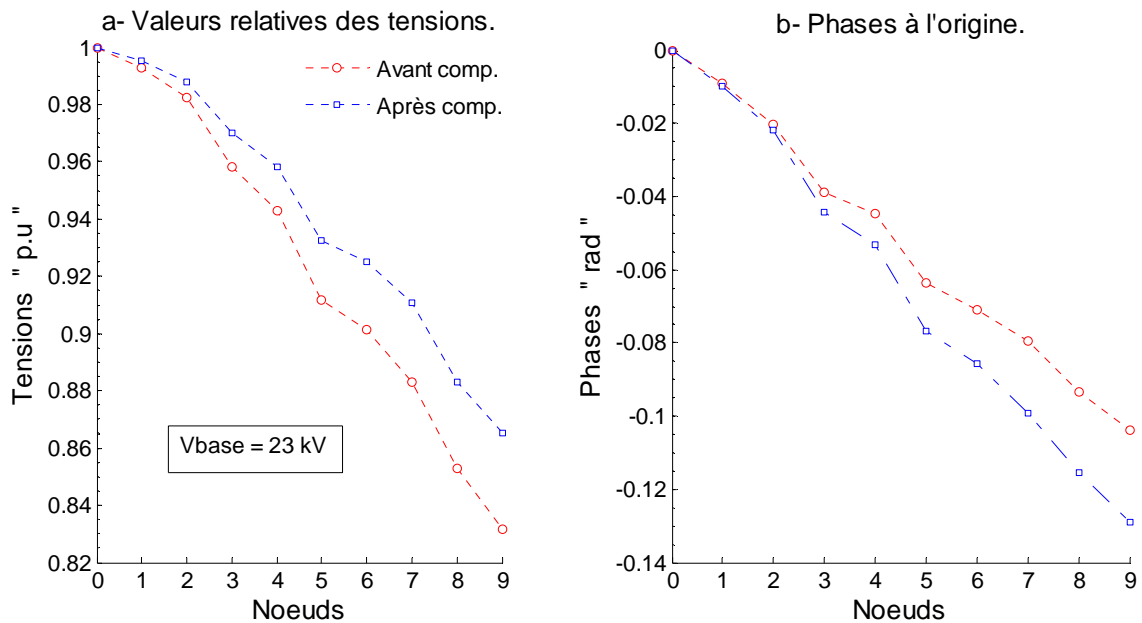


Fig.19 : Tensions et phases à l'origine avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des emplacements, $k_{cf}=1.63$ \$.

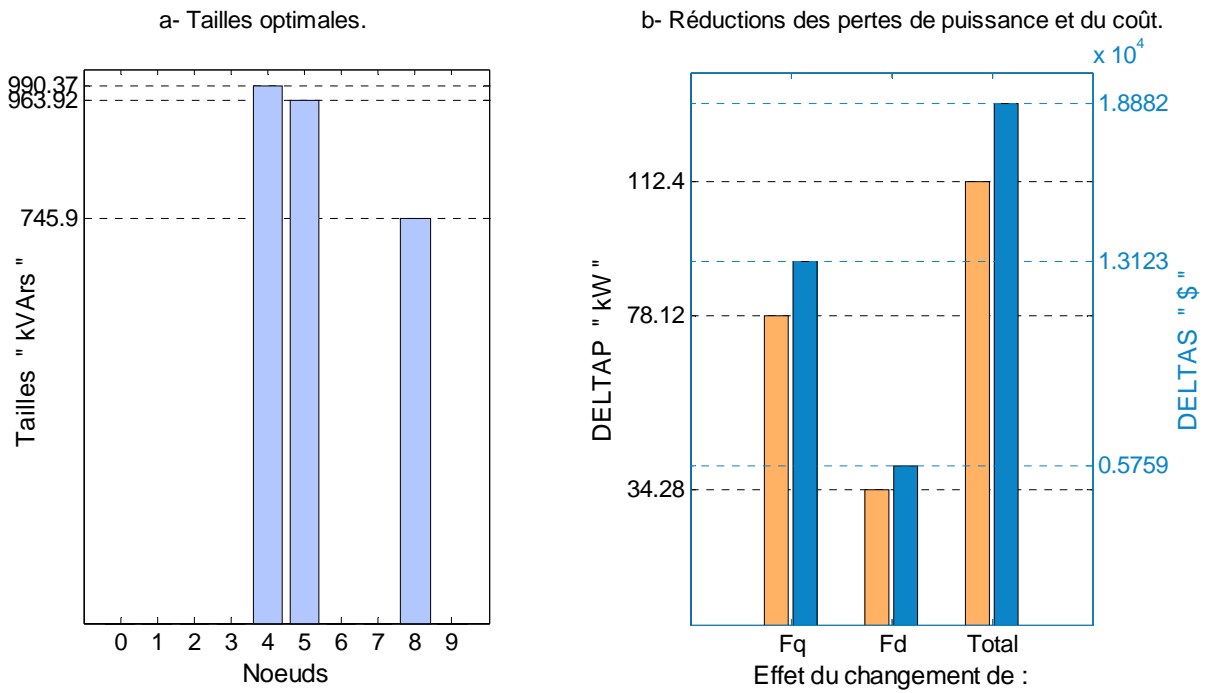


Fig.20 : Optimisation des tailles ; cas de trois batteries, $k_{cf}=1.63$ \$.

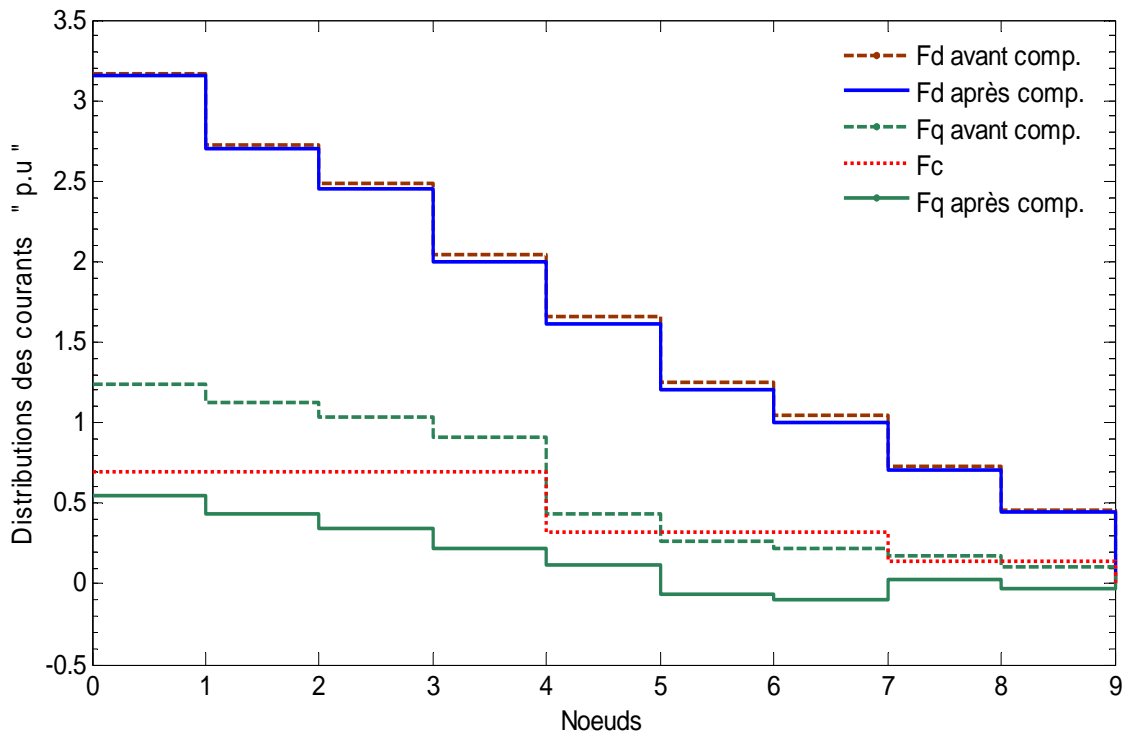


Fig.21 : Composantes d et q des courants de branche avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des tailles, $k_{cf}=1.63$ \$.

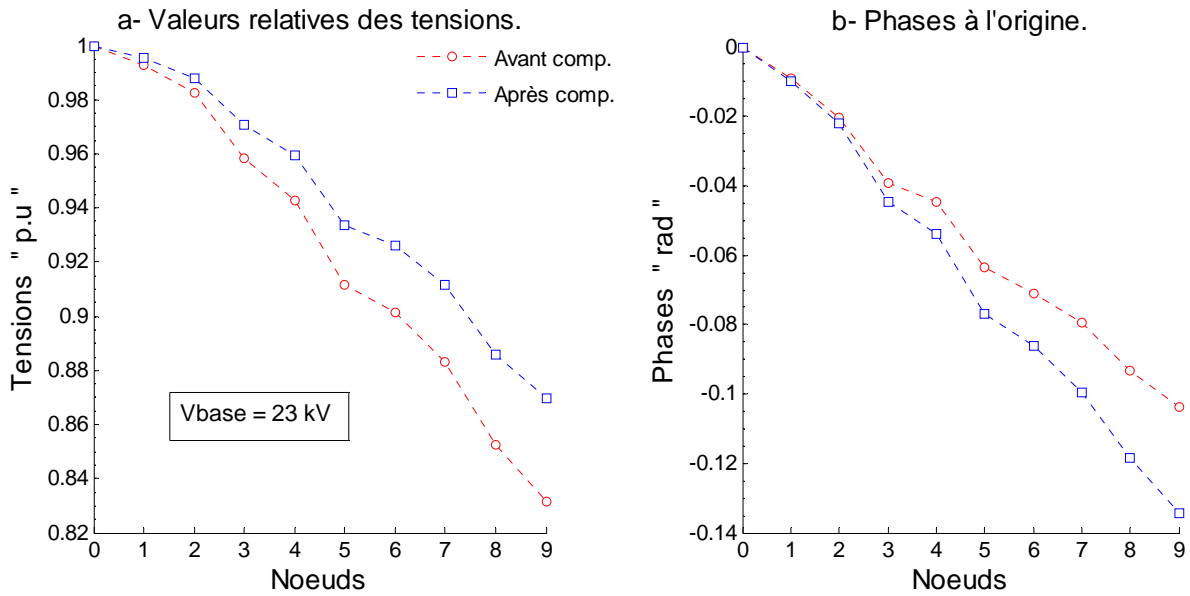


Fig.22 : Tensions et phases à l'origine avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des tailles, $k_{cf}=1.63$ \$.

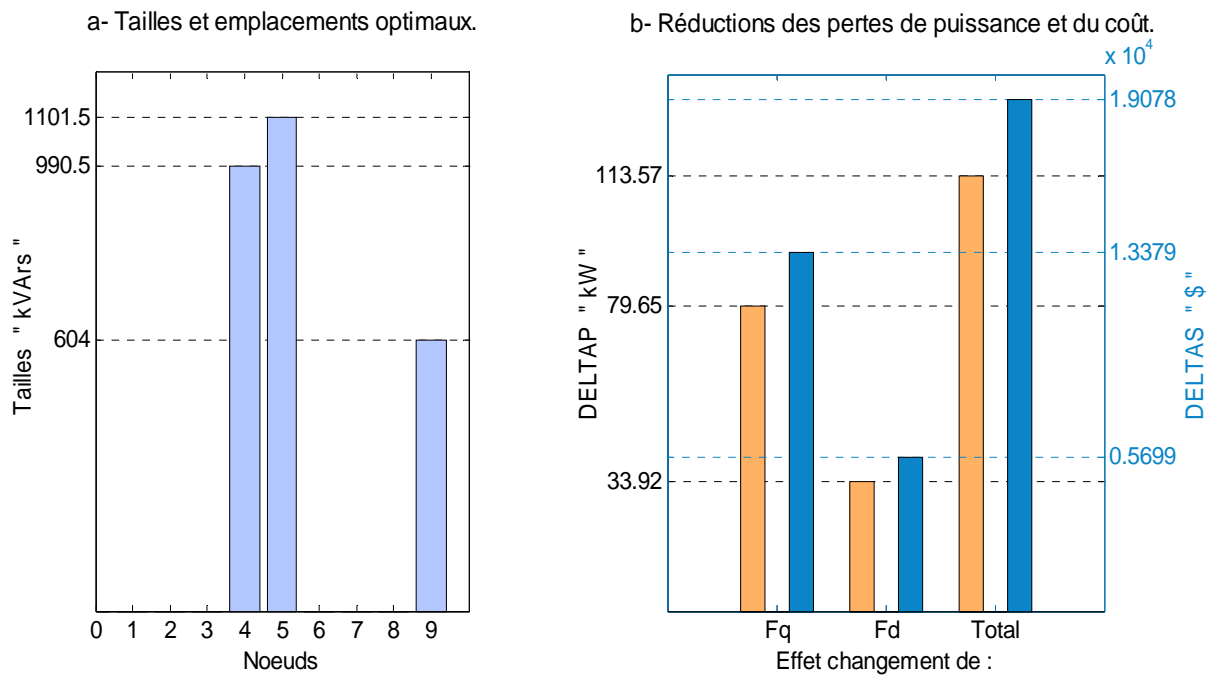


Fig.23 : Optimisation des tailles et des emplacements; Cas de trois batteries, $k_{cf}=1.63$ \$.

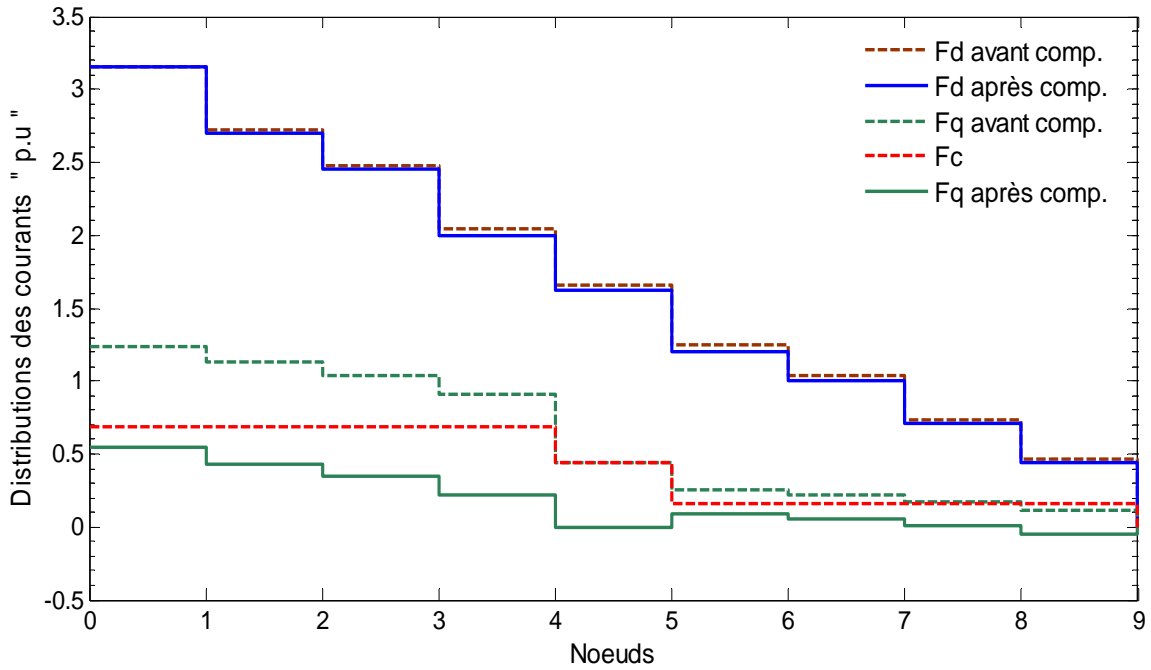


Fig.24 : Composantes d et q des courants de branche avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des tailles et des emplacements, $k_{cf}=1.63$ \$.

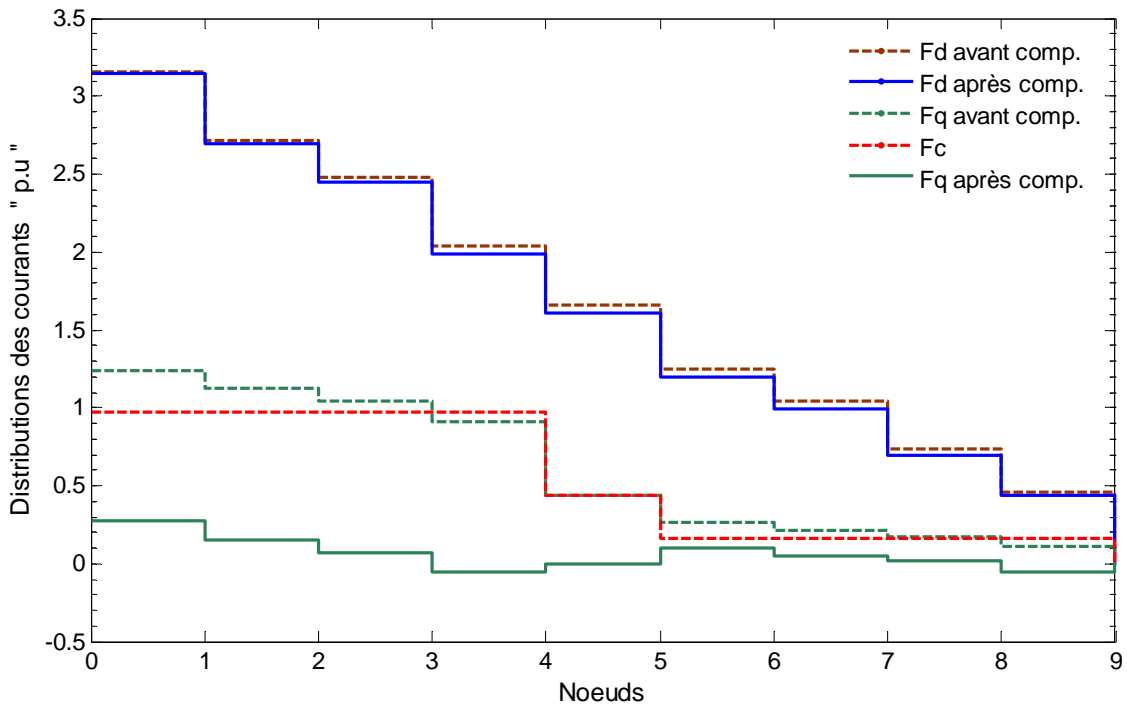


Fig.24 bis : Composantes d et q des courants de branche avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des tailles et des emplacements, k_{cf} non linéaire.

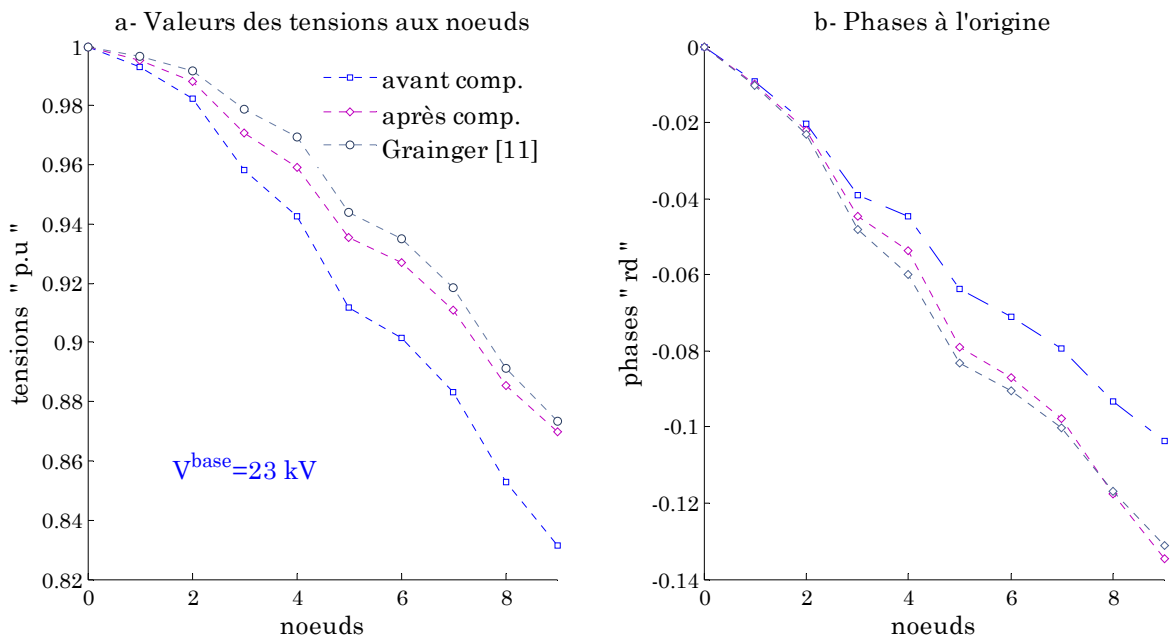


Fig.25 : Tensions et phases à l'origine avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des tailles et des emplacements, $k_{cf}=1.63 \text{ \$}$.

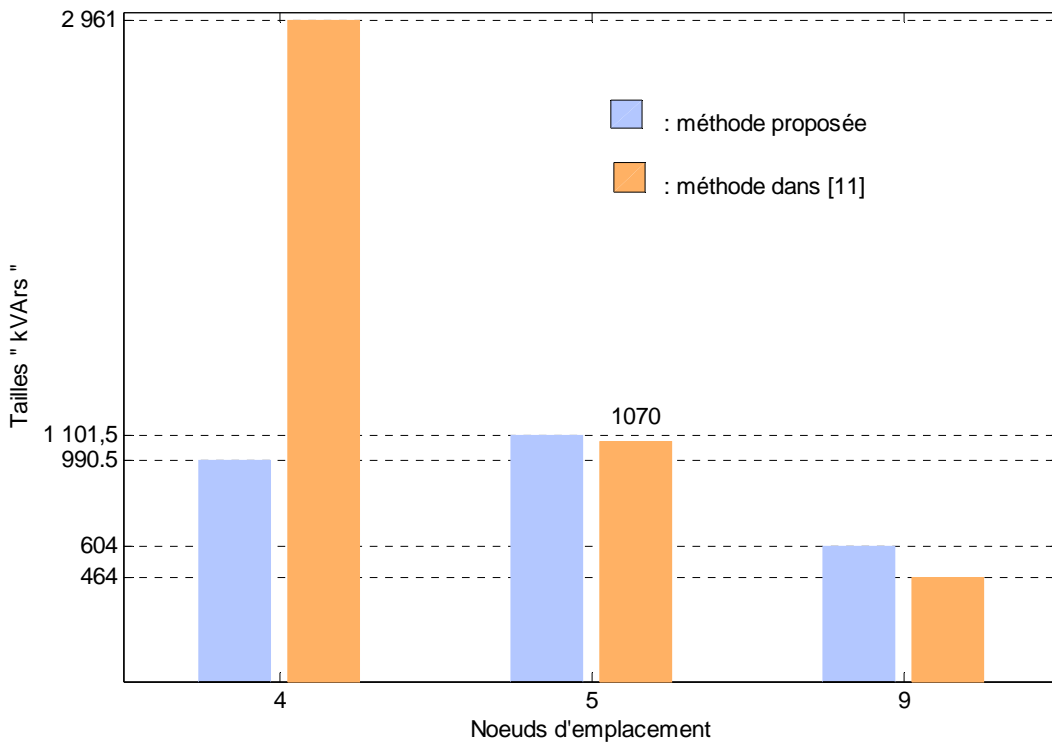


Fig.26 : Graphe comparatif des tailles et des emplacements ; Cas l'optimisation des tailles et des emplacements, $k_{cf}=1.63 \text{ \$}$.

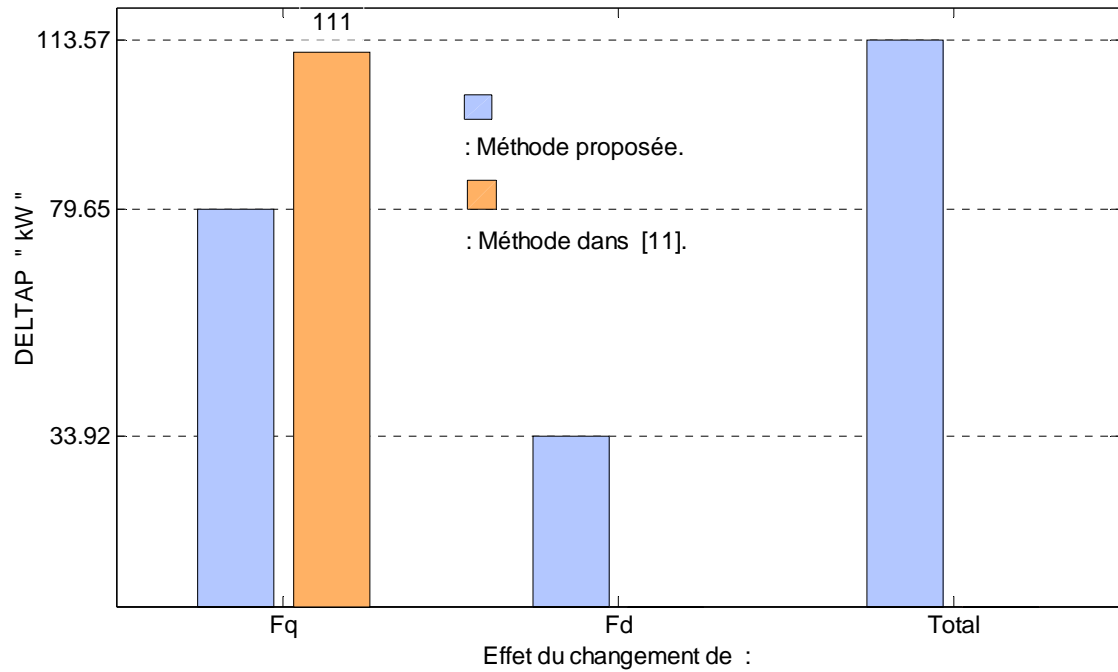


Fig.27 : Graphe comparatif des réductions des pertes de puissance ; Cas de l'optimisation des tailles et des emplacements, $k_{cf}=1.63$ \$.

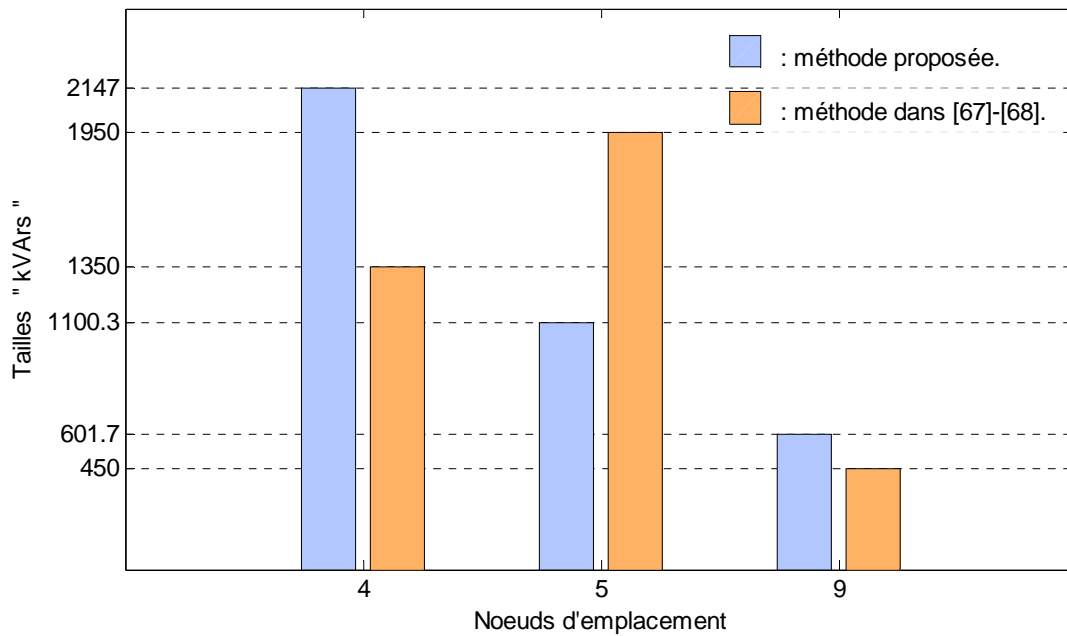


Fig.28 : Graphe comparatif des tailles et des emplacements ; Cas de l'optimisation des deux paramètres, k_{cf} non linéaire.

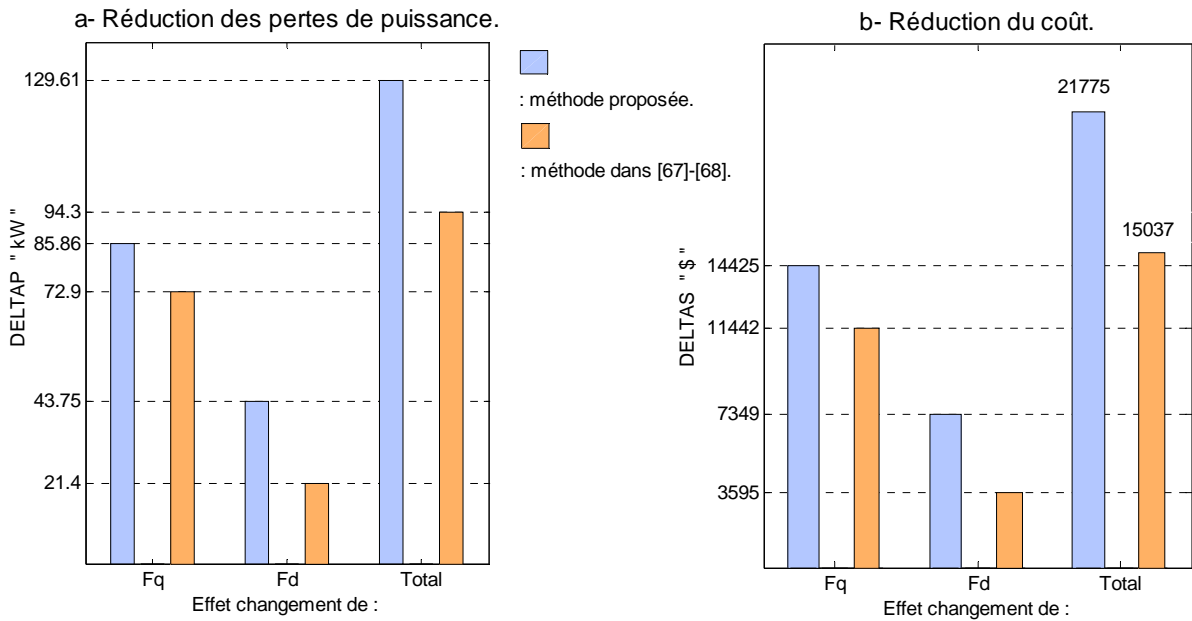


Fig.29 : Graphe comparatif des réductions des pertes de puissance et du coût : Cas de l'optimisation des tailles et des emplacements, k_{cf} non linéaire.

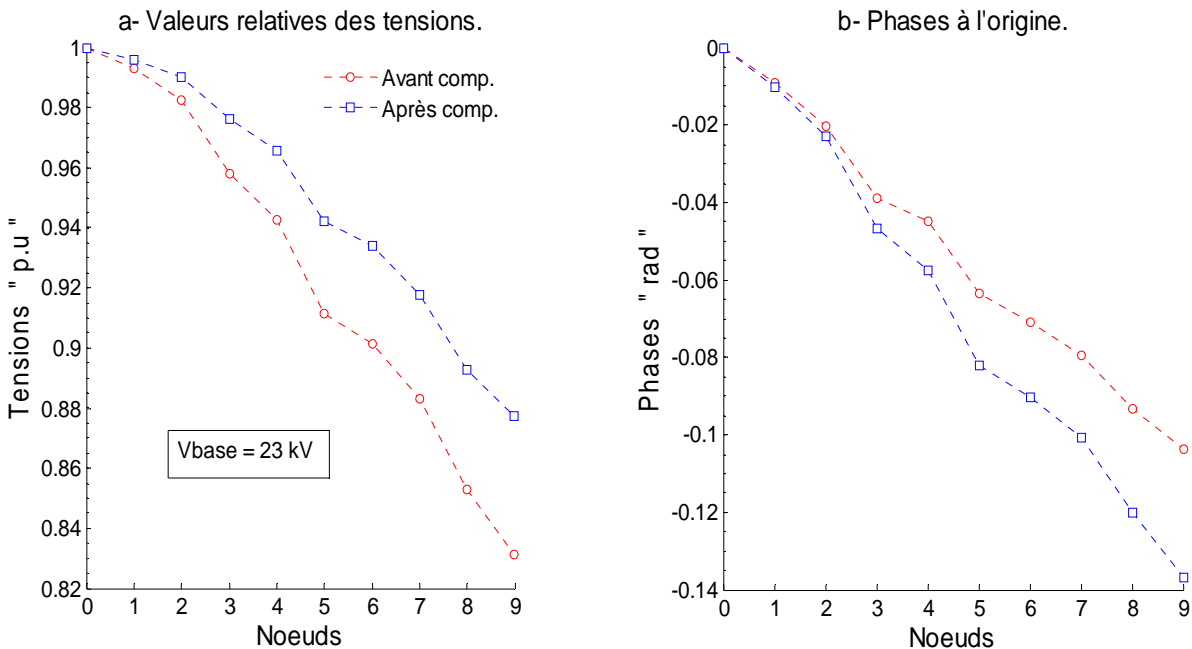


Fig.30 : Tensions et phases à l'origine avant et après compensation ; Cas de l'optimisation des tailles et des emplacements, k_{cf} non linéaire.

2.14 Conclusion.

Dans le présent chapitre, une autre formulation de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par méthode analytique a été présentée. Les tailles optimales des batteries sont déterminées de manière itérative et aucune inversion de matrices n'est alors nécessaire. Le processus itératif est enclenché en partant de valeurs arbitraires qu'on donne aux puissances des batteries à installer. L'application de cette méthode a été rendue possible, en définissant la fonction retour économique ou réduction du coût de l'énergie produite comme étant la somme des réductions du coût dues à chacune des batteries à mettre en ligne. De plus et contrairement à ce qui a été avancé dans les travaux présentés par Grainger et son équipe, il a été montré que les réductions des pertes de puissance et d'énergie, dues à une batterie donnée, dépendent des courants ou des puissances de toutes les batteries présentes en ligne et pas seulement de celles situées à son aval. En d'autres termes, cela veut dire que si le nombre de batteries en ligne est fixé au préalable, ce qui est d'ailleurs suggéré par le problème tel qu'il est posé par les dits auteurs, tout se passe à notre sens comme si la ligne est précompensée et donc la fonction objectif ne peut être considérée comme étant markovienne.

Les résultats obtenus suite à l'application de la stratégie proposée sont bien meilleurs que ceux donnés par les auteurs par rapport auxquels la comparaison a été faite. Néanmoins, Dans la solution du problème de l'optimisation des tailles et des emplacements des batteries, les variables tailles des batteries et leurs emplacements ont été considérées comme étant continues et le prix du kVAr installé constant. Alors qu'en pratique, les tailles et les emplacements sont discrets et le prix du kVAr varie en fonction de la puissance des batteries. De plus, la modélisation mathématique du problème, déjà complexe dans le cas de lignes radiales sans ramifications, pourrait le devenir plus dans le cas plus général de lignes en antenne. Aussi et face à une ligne avec des branches latérales, si notre préoccupation est la détermination des emplacements optimaux des batteries, il arrive qu'à un même emplacement optimal calculé,

correspondent deux endroits différents de la dite ligne, d'où le problème du choix de celui ciblé. Les différents inconvénients de la méthode analytique relevés plus haut nous poussent donc, à chercher une méthode plus simple à modéliser et s'appliquant tant aux lignes en échelle qu'aux lignes avec ramifications tout en ayant à l'esprit la non continuité des variables de contrôle et les contraintes que le problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive imposent. C'est l'objet du chapitre suivant dont le but est la présentation d'une voie de solution adaptée au problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive tout en tenant compte des contraintes qu'imposent la réalité du marché et le but auquel on aspire.

Chapitre 3 :
Optimisation de la Compensation de l'Énergie
Réactive : Méthode Heuristique.

3.1. Introduction.

Les réseaux de distribution étant caractérisés par une configuration en antenne et sont non uniformes, l'application des méthodes analytiques bien que possible, est complexe et conduit à des modèles mathématiques longs et difficiles à mettre en œuvre. Pour cela, nous préconisons comme voie de solution du problème de la circulation de forts courants réactifs, l'application des méthodes heuristiques. Les méthodes heuristiques sont des méthodes approximatives englobant un ensemble de connaissances sur la manière de résoudre des problèmes dans plusieurs domaines dont, la planification de l'énergie réactive dans les réseaux de distribution. Dans ce dernier domaine c'est-à-dire le placement des batteries de condensateurs, les techniques heuristiques sont pratiques, rapides et conduisent à une solution proche de la solution globale tout en réduisant l'espace de recherche. Ces techniques ont été introduites en premier dans l'étude de la réduction des pertes de puissance par reconfiguration de la topologie dans les réseaux de distribution [59]-[61]. Récemment, les chercheurs ont exploité l'idée heuristique pour l'appliquer au problème de contrôle et de planification du transit de l'énergie réactive dans les réseaux de distribution [62]-[70]. Abdel-salam et son équipe [62], propose une méthode heuristique où les nœuds dits sensibles sont déterminés en premier. Pour cela, les dits auteurs commencent par rechercher la branche de la ligne de plus grandes pertes de puissance. Une fois cette branche déterminée, ils recherchent parmi les charges ayant un effet sur les pertes de puissance dans cette dernière, celle de plus grande puissance réactive. Le nœud portant cette charge, est dit nœud le plus sensible. Il est alors choisi et une batterie de taille optimale, déterminée par différentiation de la fonction pertes totales de puissance dans la ligne par rapport au courant réactif de la charge, est placée au nœud sensible. Le retour économique ainsi réalisé, est calculé en tenant compte du coût de la batterie frais d'installation compris, du taux d'amortissement et de la durée de vie de la batterie. En général, les tailles optimales des batteries sont déterminées au pic de consommation mais, les auteurs sus cités, pour tenir compte des variations de la charge durant l'année, ont introduit le facteur de charge suggéré par la Windsor Utility Commission (WUC). Seulement, le choix du nœud sensible sur la

base des pertes de puissance dans les branches et le nœud portant la plus grande charge réactive peut ne pas s'avérer le meilleur choix de classification du fait que ces dernières dépendent du courant, des paramètres de la branche et la plus grande charge réactive n'est pas nécessairement la cause des grandes pertes de puissance dans la dite branche. De plus, les auteurs sus cités n'imposent aucune contrainte lors de la résolution du problème d'optimisation. Bala et son équipe [63] quant à eux, pour réduire le nombre de nœuds candidats à recevoir des batteries de condensateurs, calcul le facteur de sensibilité de chaque nœud de la ligne. Ce dernier donne la vitesse de changement des pertes de puissance active dans la ligne par rapport à la charge réactive au nœud en question. En fonction de leurs sensibilités, les nœuds sont classés dans un ordre décroissant. Le premier classé est considéré pour recevoir une batterie de condensateurs dont la taille optimale sera déterminée. Lors de la considération du nœud candidat suivant, aux nœuds ayant déjà reçu des batteries sont assignés des rangs élevés pour éviter qu'ils ne soient reconsidérés une seconde fois. Les tailles optimales des batteries dans ce cas, ne sont pas calculées sur la base d'un modèle mathématique mais, déterminés par applications successives de batteries standard et comparaison des retours économiques de chacune d'elles. La batterie qui produit le plus grand dividende est retenue comme étant la batterie de taille optimale. Chis et son équipe [64], dans leur approche et afin de réduire les nœuds candidats, commence par déterminer les nœuds sensibles. La sensibilité d'un nœud est déterminée sur la base de l'effet de la composante réactive du courant de la charge en ce point sur les pertes totales de puissance en ligne. Celui dont la contribution aux pertes est la plus grande est considéré comme étant le plus sensible. Une fois le nœud sensible déterminé, la taille optimale de la batterie à y placer est calculée analytiquement. Si la valeur trouvée pour cette dernière est commercialement non disponible, elle est remplacée par la plus proche batterie standard. Après quoi, l'écoulement de charge est exécuté afin de vérifier la non violation des contraintes sur la tension. Si violation il y a, la batterie en question est enlevée et le nœud sensible suivant est considéré. Le processus ainsi décrit, est répété tant que d'additionnels gains son réalisés. Haque [65], donne les expressions analytiques des tailles optimales des batteries dans le cas d'une

compensation au moyen d'une ou plusieurs batteries. Néanmoins, pour optimiser la compensation de l'énergie réactive, Haque dans sa méthode heuristique, procède à une installation graduelle des batteries. Au préalable, il donne de manière séquentielle les emplacements probables des batteries de condensateurs. Ces emplacements ou nœuds candidats, sont choisis et classés dans un ordre décroissant selon l'effet, sur la réduction des pertes de puissance, du placement d'une batterie de taille optimale agissant seule, préalablement calculée analytiquement. Sur le plus sensible d'entre eux (nœud de rang 1) est alors placée une batterie de puissance optimale. Vient ensuite le tour du second plus sensible nœud et ainsi de suite jusqu'à ce que la réduction des pertes de puissance devienne non significative. Dans son modèle, l'auteur considère la variable de contrôle taille d'une batterie comme une variable continue. Ce n'est qu'après avoir déterminé le nombre et les puissances optimales des batteries qu'il procède à leurs ajustements à des tailles standard. Aucune allusion au prix de revient de l'investissement réalisé suite au processus de compensation de l'énergie réactive n'est faite et ce vu le choix de la fonction objectif (réduction des pertes de puissance). De plus, dans la solution qu'il apporte pour réduire les effets de la circulation d'une forte composante réactive du courant de branche, aucune contrainte n'est imposée au problème. Haque [66], développe plus sa vision de l'augmentation de la capacité de transmission de puissance des lignes de distribution en combinant à la compensation de l'énergie réactive, la reconfiguration de ces dernières. Ce choix trouve son explication dans le fait que non seulement les pertes de puissance dépendent de la composante réactive du courant de branche mais aussi, de la composante active de ce dernier. Pour réduire les pertes de puissance dues à la composante active, l'auteur susmentionné, propose une reconfiguration de la topologie de la ligne pour soulager les branches fortement sollicitées. L'application des batteries de condensateurs quant à elle, réduit l'effet des fortes composantes réactives des courants de branche. Mekhamer et ses coauteurs [67]-[68], exploitent l'idée développée par Chis [64], qu'ils expliquent et appliquent pour ensuite, donner deux voies de solution. Dans la première méthode proposée, ils définissent comme fonction objectif, la fonction coût qui tient compte à la fois de la réduction des

perdes de puissance et du prix du kVAr installé. Aussi, ils considèrent les variables de contrôle comme des fonctions non continues. Les nœuds composant la ligne sont, pour les auteurs en question, tous candidats pour recevoir une batterie et ils calculent alors pour chacun d'eux pris seul, la taille optimale de la batterie qu'il pourrait recevoir et la réduction du coût qu'elle produit. Le nœud dont la batterie produit la plus grande réduction du coût est dit nœud le plus sensible. Il reçoit alors la plus proche batterie standard de la batterie optimale calculée. Une fois cette dernière installée, ils exécutent le load flow pour vérifier la non violation des contraintes imposées à la tension. Si violation il y a, la batterie est éliminée et le second nœud sensible est considéré. Le processus ci-dessus décrit est répété tant que la puissance calculée pour la batterie, la réduction du coût et la réduction des pertes de puissance correspondante sont positives. Dans la seconde approche développée, Mekhamer et ses coauteurs considèrent comme fonction objectif, la réduction des pertes de puissance. La stratégie de solution reste identique à celle déjà donnée avec cependant une procédure terminale dans laquelle il procède à des retouches des tailles des batteries afin d'éviter toute surcompensation et espérer ainsi améliorer les bénéfices tirés. Zeng et ses coauteurs [69], pour augmenter la transmission des lignes de distribution et améliorer le profil de la tension, proposent d'agir à la fois sur la composante active et réactive du courant de ligne. Pour réduire la composante réactive du courant, l'application de batteries shunts est préconisée. Les tailles optimales des batteries sont déterminées en utilisant les algorithmes génétiques. La réduction de l'effet de la composante active est réalisée moyennant la reconfiguration de la ligne. Cependant, dans leur travail, les auteurs sus cités ne donnent aucune indication sur la manière dont sont choisis les emplacements susceptibles de recevoir les batteries de condensateurs. Vibhute et son équipe [70], calculent l'expression analytique du courant optimal dû à une batterie moyennant la réduction des pertes de puissance dans la ligne. Il emprunte en cela le modèle développé par Haque [65]. La compensation est faite au moyen d'une seule batterie de condensateurs. Le nœud susceptible de recevoir la batterie en question est choisi sur la base de la réduction des pertes de puissance dans la ligne après installation de la batterie optimale. Le nœud qui

produit le plus de réduction des pertes de puissance est alors choisi et reçoit la batterie en question. Dans leur étude, les dits auteurs considèrent deux niveaux de charge. La ligne est considérée comme étant chargée pleinement pendant 6 heures et à demi pleine pendant 12 heures. Rien n'est dit cependant sur le reste du temps. Le retour économique total après optimisation de la compensation de l'énergie réactive est dans ce cas égal à la somme de ceux réalisés à chaque niveau de charge. Une question néanmoins se pose quant à l'efficacité du choix d'une compensation par une seule batterie de condensateurs.

Pour notre part, nous allons présenter dans le présent chapitre deux modèles heuristiques de conduite de la compensation de l'énergie réactive. Le premier modèle est emprunté à Mekhamer et ses coauteurs [67]-[68] mais avec des contraintes différentes. En effet, Mekhamer et son équipe pour maintenir la batterie optimale installée, vérifient si elle ne viole pas les limites imposées aux tensions des nœuds pour lesquelles ils autorisent une fluctuation de $\pm 5\%$ par rapport à la tension nominale de la ligne. Cette contrainte bien que raisonnable peut ne pas être applicable dans le cas de certaines lignes. En effet, dans le cas de l'exemple de ligne de 9 jeux de barres, même avec une fluctuation de $\pm 10\%$, les auteurs suscités n'auraient en aucun cas pu aboutir à une solution alors que c'est le contraire qui est avancé. Dans le second modèle qu'on présentera, les sensibilités des nœuds sont déterminées au moyen des index de stabilité de la tension. La recherche des variables de contrôle se limitera donc aux seules tailles optimales des batteries et leur nombre. Aucun modèle mathématique pour déterminer les emplacements optimaux n'est donc nécessaire.

3.2. Formulation du problème.

Comme avancé dans le précédent chapitre, la circulation d'un fort courant de branche induit des chutes de tensions, des pertes de puissance non négligeables et une dégradation du plan de la tension surtout dans les réseaux de distribution qui sont caractérisés par les forts courants qui y circulent. Cet état de fait nous contraint donc, à rechercher des solutions pour limiter ces phénomènes et espérer ainsi améliorer la qualité de l'énergie fournie aux

consommateurs et ce, à des coûts compétitifs. Un nombre non négligeable de méthodes aussi efficaces les unes que les autres ont été proposées. Dans la catégorie des techniques heuristiques on dénombre essentiellement deux stratégies de solution. La première voie de solution et du fait que les pertes de puissance en ligne dépendent des composantes active et réactive du courant de branche, préconise une action sur la première d'entre elles, qu'il s'agit de réduire au mieux que l'on peut. Dans ce cas de figure, il ne s'agit pas de procéder à un délestage des abonnés mais, à un soulagement des tronçons excessivement chargés en transférant certains abonnés, des régions les plus sollicitées vers celles qui le sont le moins. C'est la reconfiguration de la ligne. Dans la seconde stratégie de solution et qui l'objet de notre travail, l'action porte sur la composante réactive du courant de branche qu'il s'agit de réduire. Le plus indiqué des moyens pour réduire cette composante du courant est alors l'application de générateurs locaux de puissance réactive. Les plus utilisés de ces générateurs sont les batteries de condensateurs shunts. Le problème est donc de trouver le nombre de batteries à mettre en ligne, leurs puissances et les endroits où les placer. Bien entendu, l'opération de réduction du transit d'une forte composante réactive du courant de ligne ne doit pas être faite à n'importe quel prix et/ou au détriment de la qualité de l'énergie électrique. Aussi, les solutions possibles auxquelles on prétend pour le dit problème doivent être réalisable. Cette exigence, inscrit alors le problème de la compensation de l'énergie réactive dans la catégorie des problèmes d'optimisation avec contraintes. Comparer au problème posé dans l'étude analytique de la compensation de l'énergie réactive, le nombre de variables passe de deux à une et c'est là où réside l'un des avantages des techniques heuristiques. Le modèle mathématique général pour un tel problème peut donc être formulé comme il suit.

$$\left\{ \begin{array}{l} \max f(x) \quad \text{sujet à :} \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ g(x) \geq 0 \\ z(x) > 0 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

3.3. Pertes de puissance en ligne.

Les pertes de puissance dans une ligne de distribution composée de n branches sont données par :

$$P_{av} = \sum_{i=1}^n r_i F_i^2 \quad (3.2)$$

Où :

- r_i : est la résistance de la branche « i ».

- F_i : est le courant de ligne de la $i^{\text{ème}}$ branche.

La décomposition du courant de branche selon les axes d et q nous permet donc d'écrire les pertes de puissance comme il suit :

$$P_{avk} = \sum_{i=1}^n r_i F_{di}^2 + \sum_{i=1}^n r_i F_{qi}^2 \quad (3.3)$$

Le premier terme du second membre de l'égalité (3.3) correspond aux pertes de puissance dues à la composante active (F_d) du courant de branche. Ce dernier est en théorie invariable suite à l'application de batteries de condensateurs. Les éventuels changements qui peuvent apparaître dans cette fraction de puissance, sont le fruit du changement de la tension de la ligne suite à la compensation de l'énergie réactive. Le second terme quant à lui correspond aux pertes de puissance dues à la composante réactive (F_q) du courant de branche. C'est la partie des pertes de puissance sur laquelle on voudrait agir afin d'améliorer la qualité et la compétitivité de l'énergie électrique fournie aux consommateurs.

3.4. Réductions des pertes de puissance.

La réduction des pertes de puissance dans une ligne de distribution est par définition égale à la différence entre les pertes avant et après compensation. Dans les méthodes heuristiques, les batteries de condensateurs étant introduites

l'une à la suite de l'autre alors, le problème peut être traité comme un problème de compensation par une seule batterie shunt. Si les pertes de puissance dans le système original, c'est-à-dire avant compensation, ont été données précédemment (voir expression (3.3)), les pertes de puissance lorsqu'on branche une batterie sur un nœud donné de la ligne appelé nœud « k », sont données par :

$$P_{apk} = \sum_{i=1}^n r_i F_{di}^2 + \sum_{i=1}^k r_i (F_{qi} - I_{cqk})^2 + \sum_{i=k+1}^n r_i F_{qi}^2 \quad (3.4)$$

Où : I_{cqk} est la composante réactive du courant généré par la batterie placée au nœud « k ».

La réduction des pertes de puissance est alors donnée par :

$$\Delta P_k = 2I_{cqk} \sum_{i=1}^k r_i F_{qi} - I_{cqk}^2 \sum_{i=1}^k r_i \quad (3.5)$$

Remarque.

Il est à noter ici que comme composante réactive du courant de branche on a considéré le module de cette dernière.

3.5. Fonction objectif.

Le choix de la fonction objectif est dicté par le souci de pouvoir mener une étude comparative des résultats attendus à ceux des auteurs ayant traité le problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive [67]-[68]. La fonction objectif adoptée est donc la fonction réduction du coût qui, pour une batterie « k » donnée, est définie par [11], [67]-[68] :

$$\Delta S_k = k_p \Delta P_k - k_{ck} Q_{ck} \quad (3.6)$$

Où :

- k_p : est le prix de revient du kW produit (\$/kW).
- k_{ck} : est le prix annuelle du kVAr installé amortissement et durée de vie comprise.
- Q_{ck} : est la taille de la batterie installée au nœud « k ».

Nota. Il est à noter que sur le marché, les batteries sont disponibles en puissances limitées et à des prix variant d'une batterie à une autre. Par conséquent, la variable puissance d'une batterie est discrète ainsi que la fonction coût des batteries. Dans le processus d'optimisation de la compensation de l'énergie réactive, on doit donc tenir compte de la non continuité de la variable taille et du coût du kVAr.

En substituant à la réduction des pertes de puissance son expression donnée par (3.5) et en exprimant la puissance de la batterie en fonction du courant qu'elle génère, de la tension à ses bornes et de la phase à l'origine de cette dernière, nous obtenons pour la fonction réduction du coût l'expression suivante :

$$\Delta S_k = 2k_p I_{cqk} \sum_{i=1}^k r_i F_{qi} - k_p I_{cqk}^2 \sum_{i=1}^k r_i - k_{ck} \frac{V_{ck} I_{cqk}}{\cos \varphi_{ck}} \quad (3.7)$$

Pour l'ensemble des batteries qui seraient installées sur la ligne la réduction du coût globale est la somme des réductions individuelles.

$$\Delta S = \sum_{k=1}^m \Delta S_k \quad (3.8)$$

3.6. Optimisation des tailles des batteries.

Optimiser les tailles des batteries, revient à déterminer leurs puissances de sorte que la fonction retour économique soit maximale. Bien entendu, l'installation des batteries ne doit pas être faite à n'importe quel prix mais, il faut

veiller à ce que les puissances de ces dernières soient positives, que la taille de chacune des batteries soit inférieure à la puissance réactive maximale demandée et supérieure à la plus petite batterie standard disponible sur le marché, que la réduction des pertes de puissance et celle du coût soient positives et qu'il n'y ait pas de surcompensation. Le confinement des tensions aux différents nœuds de la ligne entre des valeurs limites et contrairement à [64], [67]-[68] ne sera pas considéré. En lieu et place de cette contrainte, nous avons considéré la contrainte de non présence de surcompensation qui revient à dire que la distribution du courant de branche ne doit en aucun cas être négative. La contrainte sur la tension, bien qu'elle se justifie sur le plan pratique, a été écartée et ce du fait que si on venait à l'introduire, on aboutirait à une impossible compensation des lignes considérées c'est-à-dire, qu'aucune batterie ne pourrait satisfaire la dite contrainte à savoir, un taux de fluctuation de $\pm 5 \%$. Globalement, le problème de détermination des tailles optimales des batteries peut être résumé dans le modèle mathématique suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \Delta S_k(I_{cjk}) \quad \text{sujet à :} \\ Q_{c \min} \leq Q_{ck} \leq Q_{c \max} \\ \Delta P_k(I_{cjk}) > 0 \\ \Delta S_k(I_{cjk}) > 0 \\ F_q(I_{cjk}) \geq 0 \end{array} \right. \quad (3.9)$$

3.7 Calcul des Tailles optimales des batteries.

La réduction du coût étant une fonction du courant généré par la batterie dont elle est la conséquence, c'est la valeur optimale de ce dernier qu'on déterminera en premier pour ensuite, en déduire la puissance de la batterie. Ce courant qui est tel que la fonction réduction du coût soit maximale, est obtenu en calculant la dérivée de l'expression (3.7) par rapport à I_{cjk} et qu'on égalisera à zéro. L'expression du courant ainsi déterminée est donnée par :

$$I_{cck} = \frac{2k_p \sum_{i=1}^k r_i F_{qi} - (k_{ck} V_{ck} / \cos \varphi_{ck})}{2k_p \sum_{i=1}^k r_i} \quad (3.10)$$

La puissance de la batterie générant ce courant est alors obtenue par :

$$Q_{ck} = \frac{V_{ck} I_{cck}}{\cos \varphi_{ck}} \quad (3.11)$$

La valeur maximale de la réduction du coût est donc :

$$\Delta S_{k \max} = \frac{\left[2k_p \sum_{i=1}^k r_i F_{qi} - (k_{ck} V_{ck} / \cos \varphi_{ck}) \right]^2}{4k_p \sum_{i=1}^k r_i} \quad (3.12)$$

La valeur de la réduction des pertes de puissance correspondante est dans ce cas :

$$\Delta P_{\Delta S_{k \max}} = \frac{4k_p^2 \left(\sum_{i=1}^k r_i F_{qi} \right)^2 - (k_{ck} V_{ck} / \cos \varphi_{ck})^2}{4k_p^2 \sum_{i=1}^k r_i} \quad (3.13)$$

L'analyse des expressions (3.12) et (3.13) montre que la réduction du coût est toujours positive alors que la réduction des pertes de puissance n'est positive que si $4k_p^2 \left(\sum_{i=1}^k r_i F_{qi} \right)^2$ est supérieur à $(k_{ck} V_{ck} / \cos \varphi_{ck})^2$. Ce constat nous permet donc de réduire le nombre de contraintes pour les ramener à trois. En d'autres termes, la vérification de la contrainte $\Delta S_k(I_{cck}) > 0$ n'est plus justifiée dans la mesure où cette quantité est toujours positive. Ainsi, le modèle mathématique du problème posé (voir expression 3.9) est ramené à :

$$\begin{cases} \max \Delta S_k(I_{cjk}) & \text{sujet à :} \\ Q_c \min \leq Q_{ck} \leq Q_c \max \\ \Delta P_k(I_{cjk}) > 0 \\ F_q(I_{cjk}) \geq 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

3.8. Détermination des nœuds candidats.

Les méthodes heuristiques étant basées sur l'intuition et la pratique et qualifiées de jouir de l'avantage d'un nombre de variables réduit alors, les emplacements des batteries et contrairement aux méthodes analytiques, sont exclus du processus d'optimisation. Ils sont désignés par jugement du facteur de sensibilité de chacun des nœuds du réseau de distribution étudié. Par sensibilité d'un nœud, il faut entendre soit, le poids de la charge réactive en ce point dans le total des pertes de puissance active de la ligne soit le niveau de la tension au nœud en question. Deux méthodes de détermination des sensibilités des nœuds vont être données. La première méthode, empruntée aux auteurs des références [62], [64] et [67]-[69], est basée sur le calcul, pour chacun des nœuds de la ligne pris un à un, de l'écart entre les pertes de puissance active avant et après le retrait de la charge réactive au nœud considéré. Le nœud le plus sensible est celui qui produit la plus grande réduction des pertes. La seconde méthode est quant à elle, basée sur l'index de stabilité de chaque nœud. Cet index permet de déterminer le nœud dont la tension est la plus susceptible de s'écrouler en premier.

3.8.1. Sensibilité d'un nœud.

La sensibilité d'un nœud « k » donné, est déterminée en calculant les pertes de puissance active de la ligne originale et celles de la ligne sans la charge réactive au nœud en question. Si les pertes de puissance de la ligne originale sont données par l'expression (3.3), celles de la ligne en supposant que la charge réactive au nœud k est nulle, sont données par :

$$P_{apk} = \sum_{i=1}^n r_i F_{ai}^2 + \sum_{i=1}^k r_i (F_{qi} - I_{Lqk})^2 + \sum_{i=k+1}^n r_i F_{qi}^2 \quad (3.15)$$

L'écart entre les pertes de puissance avec et sans cette charge réactive est alors :

$$\Delta P_k = 2I_{Lqk} \sum_{i=1}^k r_i F_{qi} - I_{Lqk}^2 \sum_{i=1}^k r_i \quad (3.16)$$

Le nœud le plus sensible est défini comme étant celui dont la charge réactive produit le plus fort écart « ΔP_k ». Une fois les sensibilités des nœuds déterminées, ils sont classés dans un ordre décroissant, en fonction des écarts des pertes de puissance qu'ils produisent. Le nœud de plus petit rang est dit le plus sensible. Le second plus sensible nœud est celui dont le rang est le suivant et ainsi de suite jusqu'au dernier nœud c'est-à-dire celui qui produit le plus faible écart. Dans le processus de compensation, le nœud de plus petit rang est celui qui reçoit en premier une batterie de condensateurs de taille optimale calculée selon (3.10) et (3.11). Vient ensuite le tour de celui de rang suivant et ainsi de suite jusqu'à ce que le placement de batteries n'a plus d'effet sur la réduction des pertes de puissance.

3.8.2. Index de stabilité.

L'index de stabilité est un indice qui permet d'identifier les nœuds qui sont au bord ou les plus proches de l'effondrement. Par effondrement, il faut entendre l'état où la tension d'un nœud devient nulle. De ce fait, les nœuds de plus faibles index de stabilité sont ceux qu'il faut renforcer en y injectant de la puissance réactive afin de réduire les courants réactifs qui circulent dans les branches qui les précèdent et ainsi, diminuer les chutes de tension dans ces dernières.

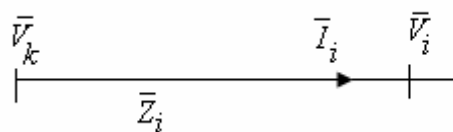


Fig.31 : Schéma unifilaire équivalent d'une branche.

Pour définir l'index de stabilité, considérons une branche notée « i » d'impédance \bar{Z}_i et dont les nœuds source et récepteur sont respectivement « k » et « i » (voir Fig.31). Les puissances active et réactive transitant par le nœud i sont notées P_i et Q_i . La valeur efficace de la tension au nœud receveur de la branche en question est (pour plus de détails voir annexe 4) :

$$V_i = \sqrt{B_i - A_i} \quad (3.17)$$

Où :

$$A_i = R_i P_i + X_i Q_i - \frac{V_k^2}{2} \quad (3.18)$$

Et

$$B_i = \sqrt{A_i^2 - Z_i^2 (P_i^2 + Q_i^2)} \quad (3.19)$$

L'équation (3.17) montre que la solution est faisable ou en d'autres termes, la tension existe si et seulement si :

$$B_i - A_i \geq 0 \quad (3.20)$$

L'inégalité (3.20) peut aussi être écrite de la manière suivante [96] :

$$(B_i - A_i)^2 \geq 0 \quad (3.21)$$

Qui après développement et transformation donne :

$$B_i^2 - A_i^2 \geq 2A_i(B_i - A_i) \quad (3.22)$$

Le premier membre de l'inégalité (3.22) peut être écrit en fonction de l'impédance de la ligne et des puissances active et réactive transitant par le nœud i comme il suit :

$$B_i^2 - A_i^2 = -Z_i^2 (P_i^2 + Q_i^2) \quad (3.23)$$

La substitution du premier membre de (3.22) par son expression (3.23) donne :

$$Z_i^2 (P_i^2 + Q_i^2) \leq -2A_i(B_i - A_i) \quad (3.24)$$

Or le terme $Z_i^2 (P_i^2 + Q_i^2)$ est toujours positif et $(B_i - A_i)$, pour que la tension puisse exister, est aussi supérieur à zéro. Alors, pour que l'expression (3.24) soit vérifiée, on doit nécessairement avoir :

$$A_i < 0 \quad (3.25)$$

Ou en remplaçant A_i par son expression (3.18) :

$$R_i P_i + X_i Q_i - \frac{V_k^2}{2} < 0 \quad (3.26)$$

Qu'on peut encore écrire sous la forme :

$$\frac{1}{2} V_k^2 - R_i P_i - X_i Q_i > 0 \quad (3.27)$$

L'index de stabilité du nœud «*i*» est alors défini comme étant égal à :

$$IS_i = \frac{1}{2} V_k^2 - R_i P_i - X_i Q_i \quad (3.28)$$

3.9. Méthodologie de Solution.

Contrairement à la méthode analytique vue au second chapitre de la présente thèse où le nombre de batteries à installer sur la ligne a été prédéfini, dans les techniques heuristiques, le nombre de batterie à installer est dicté par l'objectif que l'on s'assigne lors de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive. La fonction objectif est dans ce cas considérée comme étant

markovienne ou en d'autres termes, la fonction objectif pour une batterie donnée ne dépend que de celle antérieurement installées. Dans les méthodes heuristiques, chacun des nœuds de la ligne peut aspirer à recevoir une batterie de condensateurs. Pour recevoir une batterie, une certaine hiérarchie est à respecter. Cette hiérarchisation des nœuds candidats est déterminée par le calcul pour chacun d'eux soit, du poids de la charge réactive qui s'y trouve dans les pertes de puissance active de la ligne soit, de l'index de stabilité. En fonction de l'un ou l'autre des deux facteurs de sensibilité, les nœuds sont classés dans un ordre décroissant c'est-à-dire, du plus grand facteur de sensibilité au plus petit. Le nœud de plus faible rang reçoit alors, une batterie optimale dont la taille est calculée selon (3.10) et (3.11). Il est à noter ici que la taille optimale de la batterie est calculée dans un premier temps en prenant comme prix du kVAr, une moyenne des prix des batteries standard disponibles. Ce n'est qu'une fois que la plus proche batterie standard de celle calculée déterminée, que l'on ajuste les résultats moyennant le véritable prix du kVAr. Néanmoins, La batterie optimale ainsi déterminée, ne peut être acceptée comme solution faisable que si elle vérifie les contraintes imposées au problème. Pour être maintenue en ligne, la batterie doit :

- être de taille positive.
- Avoir une taille disponible sur le marché.
- Avoir une taille comprise entre la plus petite batterie standard et celle de plus grande taille standard qui au plus est égale au total de la demande en énergie réactive.
- Produire une réduction des pertes de puissance positive.
- Ne produire aucune surcompensation.

Si l'une quelconque des conditions ci-dessus énumérées n'est pas remplie, la batterie est écartée et le second plus sensible nœud est considéré. Après quoi, les sensibilités des nœuds sont recalculées et le nouveau nœud faible n'ayant jamais reçu de batterie est sollicité. Le processus ainsi décrit, est répété tant que l'on continue à tirer des bénéfices de l'opération d'installation des batteries.

3.10. Algorithme de calcul.

Pour déterminer les puissances optimales des batteries à placer sur une ligne de distribution, leurs emplacements et leur nombre, l'algorithme suivant est donné.

Étape.1 : Lire les données de la ligne.

Étape.2 : Exécuter l'écoulement de charge (load flow) de la ligne avant compensation afin de déterminer les pertes de puissance active, les distributions des composantes active et réactive du courant de branche ainsi que les tensions des différents nœuds de la ligne et leurs phases à l'origine.

Étape.3 : Initialiser la réduction du coût et la réduction des pertes de puissance.

Étape.4 : Tant que les réductions du coût et des pertes de puissance sont positives faire :

Étape.4.1 : Déterminer la sensibilité de chaque nœud selon (3.16) ou bien l'index de stabilité de chaque nœud selon (3.28).

Étape.4.2 : Ranger les nœuds dans l'ordre décroissant de leurs sensibilités (ou de leurs index de stabilité).

Étape.4.3 : Considérer le nœud de plus faible rang, l'écartier s'il a déjà reçu une batterie.

Étape.4.4 : Calculer la taille optimale à y placer ainsi que la réduction du coût et la réduction des pertes de puissance correspondantes.

Étape.4.5 : Exécuter le load flow pour mettre à jour les différentes grandeurs (tensions, composantes du courant de branche etc...)

Étape.4.6 : Réajuster la taille de la batterie et ce, suite au changement de la tension.

Étape.4.7 : Si la taille ainsi calculée est négative, inférieure à la plus petite batterie standard ou, supérieure au total de la demande en énergie réactive ou bien, si la réduction des pertes de puissance correspondante est négative alors :

Étape.4.7.1 : Retirer la batterie en question (mettre $Q_{cjk} = 0$).

Etape.4.7.2 : Redonner aux tensions et leurs phases à l'origine et aux composantes actives et réactives des courants de branche leurs valeurs d'avant l'application de la batterie en question.

Etape.4.8 : Sinon, prendre comme batterie optimale, celle standard de taille inférieure ou supérieure qui produit le plus de réduction du coût.

Etape.4.9 : Recalculer le load flow

Etape.4.10 : Recalculer les réductions des pertes de puissance et du coût correspondantes sur la base du prix réel du kVAr.

Etape.4.11 : Si la batterie standard ainsi obtenue produit une surcompensation :

Etape.4.11.1 : La remplacer par une batterie de taille standard immédiatement inférieure ne produisant pas de surcompensation.

Etape.4.11.2 : Vérifier si la batterie n'est pas inférieure à la plus petite batterie standard.

Etape.4.11.3 : Exécuter le load flow et recalculer les réductions du coût et des pertes de puissance.

Etape.4.11.4 : Vérifier si la nouvelle réduction des pertes n'est pas négative.

Etape.4.12 : Fin si.

Etape.4.13 : Aller à l'étape 4.1.

Etape.5 : Fin tant que.

Etape.6 : Ecrire les résultats.

3.11. Etude de cas.

Afin de tester le bon fonctionnement des programmes d'optimisation de la compensation de l'énergie réactive mis au point et valider les méthodes proposées trois exemples de lignes utilisés par la majorité des auteurs ayant traité le problème ont été considérés. Il s'agit des lignes, de 9 nœuds en échelle (voir Fig.5, chapitre 1), 33 nœuds ramifiée (voir Fig.6, chapitre 1) et 69 nœuds ramifiée (voir Fig.7, chapitre 1). Les données de ces lignes sont consignées respectivement dans les tableaux A.1, A.2 et A.3 donnés en annexe (voir annexe.1). Le prix de revient

du kW produit est $k_p = 168$ \$. Le problème étant étudié en considérant l'aspect économique du problème alors, le coût de l'investissement réalisé est à prendre en compte. De ce fait, il est utile voire nécessaire de savoir que les batteries ne sont disponibles qu'en nombre fini et que la valeur maximale de la batterie standard disponible est un multiple de la plus petite d'entre elles. Les tailles standards proposées sont tel que supposé par Mekhamer et ses coauteurs [67]-[68] et sont données par le Tableau 3.1 suivant.

Tailles (kVAr)	150	300	450	600	900	1200
Prix (\$)	750	975	1140	1320	1650	2040

Tableau.3.1 : Prix des batteries selon les tailles.

Selon l'exemple de ligne étudié, le nombre de choix possibles et le prix du kVAr à installer en considérant que la durée de vie d'une batterie est de dix années, sont consignés dans les tableaux 3.2, 3.3 et 3.4 ci-dessous donnés.

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8
tailles	150	300	450	600	750	900	1050	1200
Prix (\$/kVAr)	0.500	0.350	0.253	0.220	0.276	0.183	0.228	0.170
Nombre	9	10	11	12	13	14	15	16
tailles	1350	1500	1650	1800	1950	2100	2250	2400
Prix (\$/kVAr)	0.207	0.201	0.193	0.187	0.211	0.176	0.197	0.170
Nombre	17	18	19	20	21	22	23	24
tailles	2550	2700	2850	3000	3150	3300	3450	3600
Prix (\$/kVAr)	0.189	0.187	0.183	0.180	0.195	0.174	0.188	0.170
Nombre	25	26	27					
tailles	3750	3900	4050					
Prix (\$/kVAr)	0.183	0.182	0.179					

Tableau 3.2 : Batteries standards possibles pour la ligne de 9 nœuds.

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8
tailles	150	300	450	600	750	900	1050	1200
Prix (\$/kVAr)	0.500	0.350	0.253	0.220	0.276	0.183	0.228	0.170
Nombre	9	10	11	12	13	14	15	
tailles	1350	1500	1650	1800	1950	2100	2250	
Prix (\$/kVAr)	0.207	0.201	0.193	0.187	0.211	0.176	0.197	

Tableau 3.3 : Batteries standards possibles pour la ligne de 33 nœuds.

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9
tailles	150	300	450	600	750	900	1050	1200	1350
Prix(\$/kVAr)	0.500	0.350	0.253	0.220	0.276	0.183	0.228	0.170	0.207
Nombre	10	11	12	13	14	15	16	17	
tailles	1500	1650	1800	1950	2100	2250	2400	2550	
Prix(\$/kVAr)	0.201	0.193	0.187	0.211	0.176	0.197	0.170	0.189	

Tableau 3.4 : Batteries standards possibles pour la ligne de 69 nœuds.

Des tableaux 3.1, 3.2 et 3.3 précédemment donnés, il ressort que pour la ligne de 9 nœuds 27 choix de batteries sont possibles, pour celle de 33 nœuds on a 15 possibilités et pour la ligne de 69 nœuds, le nombre de choix possibles est de 17.

3.12. Résultats et discussions.

En l'absence de batteries de condensateurs shunts, l'exécution du programme réalisé pour le calcul de l'écoulement de charge a donné, pour la ligne de 9 jeux de barres, des pertes de puissance active égale à 845.41 kW dont 761.22 kW dus à la composante active du courant de branche et 84.19 kW dus à sa composante réactive (voir Fig.32-a, b et c). Les tensions aux différents nœuds de

cette ligne, nœud source non compris, sont en valeurs normalisées comprises entre 0.832982 et 0.992875 (voir Fig.33). Les distributions des composantes active et réactive du courant de branche sont telles qu'indiqué par les figures Fig.34 et Fig.38. En valeurs relatives et à la sortie de la source, elles sont respectivement égales à 3.159857 et 1.250330.

L'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par technique heuristique, en déterminant le rang de chacun des nœuds par la méthode de la sensibilité des pertes de puissance de la ligne aux puissances réactives des charges qui y sont placées a conduit, à la nécessité de placer dans l'ordre, trois batteries de condensateurs de tailles optimales égales à 1650 kVAr, 1950 kVAr et 450 kVAr aux nœuds 5, 4 et 3 (voir Fig.35). L'application aux emplacements indiqués de ces trois batteries, produit une amélioration des tensions des nœuds dont les valeurs après compensation sont comprises entre 0.865044 et 0.996181 (voir Fig.33). Les pertes de puissance active qui étaient de 845.41 kW sont réduites à 745.66 kW soit, une baisse totale de 99.75 kW. Cette baisse est d'une part, le résultat du changement de la composante réactive du courant de branche, suite à l'injection de puissance réactive aux nœuds 4, 5 et 3 et d'autre part, celui du changement de la composante active de ce même courant, sous l'effet de l'amélioration du profil de la tension (voir Fig.34). Les réductions des pertes de puissance active induites par la baisse des composantes active et réactive des courants de branche sont respectivement de 27.85 kW et 71.90 kW (voir Fig.35). La réduction totale du coût ainsi réalisée est de 16257 \$ dont 11579 \$ dus au changement de la composante réactive du courant de branche et 4678 \$ dus à la composante active de ce dernier.

L'analyse de l'effet de chacune des trois batteries sur la réduction des pertes de puissance montre, que la première batterie installée (1650 kVAr), ramène le total des pertes de puissance 845.41 kW à 781.25 kW soit une réduction de 64.16 kW ou 7.58 % (voir Fig.32-c). Sur ce taux de réduction, 79.15 % est le poids du changement de la composante réactive du courant de branche ce qui correspond, à une baisse des pertes de puissance égale à 50.78 kW. L'effet du changement de

la composante active y est pour 20.85 % soit 13.38 kW. Quant à la seconde batterie (1950 kVAr), elle fait passer le total des pertes de puissance active de 781.25 kW à 749.06 kW ce qui correspond, à une baisse des pertes de puissance égale à 32.19 kW soit un taux de 3.81 % (voir Fig.32-c). Sur ce total, 20.10 kW ou 62.44 % sont dues à la baisse de la composante réactive du courant de branche le reste, soit 12.09 kW ou 37.56 % est dû à celle de la composante active du dit courant. Si on ne regardait que les pertes de puissance dues à la composante réactive du courant de branche, la contribution à leur baisse de la seconde batterie est de 23.88 % (voir Fig.32-a). Sur celles dues à la composante active du courant de branche, la baisse de F_d sous l'effet de la seconde batterie, réduit les pertes de puissance qui lui sont dues de 1.59 % (voir Fig.32-b). La troisième batterie de taille égale à 450 kVAr placée au nœud 3, bien que de modeste contribution, fait chuter les pertes de puissance dues à F_q de 1.02 kW et celles dues à F_d de 2.38 kW soit un total de 3.4 kW ce qui correspond à un taux de réduction de 0.40%. En terme de coût, investissement compris, ce dernier taux représente un gain de 457.35 \$. Enfin, l'analyse des réductions des pertes de puissance dues à chacune des trois batteries installées montre que la plus grande part de réduction revient dans l'ordre, à la première puis la seconde batterie. Ensemble ces deux batteries, conduisent à une baisse de :

- 84.20 % ou 70.88 kW des pertes de puissance dues à la composante réactive du courant de branche.
- 3.37 % ou 25.47 kW des pertes de puissance dues à la composante active du courant de branche.

Au total, elles contribuent à une baisse des pertes de puissance égale à 96.35 kW soit un taux de 11.75 %. D'où l'intérêt de prendre toutes les précautions nécessaires dans le choix des tailles et des emplacements de ces dernières.

Si la technique heuristique venait à être appliquée moyennant les index de stabilité pour ranger les nœuds, six batteries de condensateurs de tailles optimales égales à 450 kVAr, 1950 kVAr, 750 kVAr, 300 kVAr, 300 kVAr et

300 kVAr installées respectivement aux nœuds 3, 4, 5, 6, 8 et 9 sont nécessaires pour compenser au mieux le transit de l'énergie réactive (voir Fig.36-a). L'application de ces dernières aux dits endroits entraîne, une baisse des composantes active et réactive du courant de branche (voir Fig.38), une amélioration du profil de la tension (voir Fig.33), une réduction des pertes de puissance active et celle du coût de l'énergie produite (voir Fig.36-b). Les tensions des différents nœuds de la ligne ainsi compensée, sont ramenées à des valeurs comprises entre 0.873691 et 0.996186 soit une amélioration par rapport à ceux que donne la première méthode proposée. La réduction totale des pertes de puissance est alors de 104.98 kW dont 83.23 kW sont dus à la baisse de la composante réactive du courant de branche et 21.75 kW suite à la baisse de la composante active de ce dernier (voir Fig. 37-b). La réduction du coût quant à elle, elle est de 17465 \$ dont, 13811 \$ dus à l'injection de puissance réactive aux lieux sus indiqués et 3653 \$ dus à l'amélioration du profil de la tension (voir Fig.3b-b). L'évolution des pertes au fur et à mesure de l'application des batteries (voir Fig.37) montre, que l'application d'une première batterie de 300 kVAr au nœud 9 fait chuter les pertes de puissance active dues à la composante réactive du courant de branche de 84.19 kW à 63.70 kW soit une baisse de 20.49 kW ou 24.34 %. La seconde batterie, de même taille que la première, installée au nœud 8 entraîne, un taux de réduction des pertes de puissance engendrées par la dite composante égale à 16.43 % (voir Fig.37-a). Ces deux batteries n'ont pratiquement aucun effet sur la réduction des pertes dues à la composante active du courant de branche (0.34 % pour la première et 0.31 % pour la seconde). Les batteries suivantes de tailles optimales égales à 300 kVAr 750 kVAr et 1950 kVAr placées respectivement aux nœuds 6, 5 et 4 font baisser dans l'ordre les pertes de puissance active dues à F_q de 9.9 kW, 17.81 kW et 20.19 kW soit 11.76%, 21.16 % et 23.98 %. La baisse des pertes de puissances dues au changement de la composante active, sous l'effet de ces dernières batteries, est plus importante. Les taux de réduction sont alors respectivement de 0.28 %, 0.64 % et 1.54 % (voir Fig.37-b). La dernière batterie de 450 kVAr installée au nœud 3, est pratiquement sans influence sur la réduction des pertes de puissance due à la composante F_q (1.01 kW ou 1.20 %) et réduit celles dues à la composante F_d de

2.3 kW soit 0.31 %. L'application de cette dernière batterie et du fait que son influence sur F_d est plus grande que sur F_q , ne peut donc se justifier que par le souci d'améliorer au mieux le profil de la tension et affiner la compensation de l'énergie réactive. D'ailleurs, si on venait à comparer les distributions des composantes actives et réactives du courant de branche (voir Fig.39) on remarquerait, que la composante réactive de ce dernier est plus petite lorsqu'on utilise les index de stabilité que quand on utilise les sensibilités. De même, une comparaison des profils des tensions obtenus en utilisant les sensibilités des nœuds et les index de stabilité montre, qu'il est meilleur dans le second cas cité (voir Fig.33). Enfin, contrairement à la méthode heuristique par sensibilités, dans la méthode heuristique par index de stabilité, il n'y a aucune prédominance d'une batterie sur une autre quant au taux de réduction des pertes de puissance. Globalement, chacune des batteries installées a son importance dans le processus de compensation de l'énergie réactive ou en d'autres termes, la quasi-totalité des batteries sont requises.

Pour s'assurer du bien fondé de la démarche heuristique que nous avons adoptée, une étude comparative des résultats obtenus pour la ligne de 9 nœuds à ceux des références [67]-[68] a été menée. Cette étude montre, une similitude sur le plan nombre de batteries et leurs emplacements entre d'une part la méthode que nous avons proposé en utilisant les sensibilités à ceux donnés par la méthode 1 des références [67]-[68] et d'autre part, entre la méthode proposée en utilisant les index de stabilité et la méthode 2 des références [67]-[68] (voir Fig.40). L'emplacement de la troisième batterie trouvée par la première méthode proposée à savoir, la méthode heuristique par sensibilités, est plus justifié que celui donné par la méthode 1 des références [67]-[68]. En effet, la lecture de la distribution de la composante réactive du courant de branche (voir Fig.39) nous laisse dire, que placer une telle batterie au nœud 9 conduirait sans aucun doute à une surcompensation dans les branches 4 et 5. De plus, une revue rapide des données de la ligne montre, la présence des plus grandes charges réactives aux nœuds 3, 4 et 5.

Sur le plan réductions des pertes de puissance et du coût (voir Fig.41), si les résultats obtenus par méthode heuristique et sensibilités sont comparables à ceux des références [67]-[68], ceux obtenus par la même technique mais par index de stabilité sont bien meilleurs (voir Fig.41). Le total de kVAr installés (voir Fig.42) dans le cas de la deuxième méthode proposée par les auteurs des références [67]-[68] est supérieur à la demande total en énergie réactive (4186 kVAr). Ce dernier résultat confirme d'ailleurs, nos craintes quant à une éventuelle surcompensation en plaçant la troisième et dernière batterie, au nœud 9 tel que préconisé par les dites références [67]-[68].

Une analyse de la faisabilité des contraintes imposées au problème dans les références [67]-[68] et essentiellement la contrainte sur la tension, nous laisse penser que la solution selon la formulation des dites références est impossible. En effet, si on s'en tient au fait que les fluctuations de tension autorisées telles que fixées par les références [67]-[68] sont de $\pm 5 \%$, on n'aurait jamais pu arriver à une solution du problème de détermination des tailles optimales des batteries et ce du fait qu'on égalisant à zéro les charges réactives aux différents nœuds de la ligne, la solution de l'écoulement de charge donnerait des tensions dont les valeurs sont comprises entre 0.874350 et 0.996645 et ne pourraient donc satisfaire la limite inférieure de fluctuation autorisée (voir Fig.33). C'est d'ailleurs la raison qui nous a poussé à considérer comme contrainte de remplacement la non présence de surcompensation c'est-à-dire, une distribution de la composante réactive du courant de branche supérieure ou égale à zéro.

La méthode proposée moyennant les index de stabilité mène donc, à de bien meilleurs réductions des pertes de puissance et du coût, un meilleur profil de la tension qui est d'ailleurs quasiment identique à celui trouvé pour des charges réactives nulles (voir Fig.33). Cependant, la simplicité de la configuration de cette première ligne test bien que qualifiée de très spéciale sur le plan charge, nous amène donc, à considérer des lignes de configurations plus complexes et proches de celles physiquement existantes c'est-à-dire, des lignes en antenne.

Pour le premier cas de lignes avec ramifications, la ligne de 33 nœuds présentant trois ramifications (voir Fig.6) a été considérée. L'exécution de l'écoulement de charge avant compensation pour cette ligne, a donné une tension comprise entre 0.913283 et 0.997032 (nœud source non compris) et un total des pertes de puissance de 201.49 kW dont 135.17 kW dus à la composante active du courant de branche et 66.32 kW à sa composante réactive. Sur les résultats de l'écoulement de charge, on note une différence par rapport à la référence [65]. Dans cette dernière, les pertes totales de puissance sont de 369.3 kW dont 75.4 kW sont dus à la composante réactive du courant de branche. Cette différence notable peut s'expliquer par le fait que dans la référence sus citée, la puissance active de charge totale est dite égale à 4715 kW alors qu'en réalité il n'est que de 3715 kW et ce, en s'en tenant aux données de la ligne fournies par la référence source [98]. Cet écart dans les données pourrait donc compliquer toute étude comparative des résultats.

L'optimisation de la compensation de l'énergie réactive par technique heuristique, en rangeant les nœuds en fonction de leurs sensibilités, mène, comme attendu, à une réduction à la fois des composantes active et réactive du courant de branche (voir Fig.43) et une amélioration du profil de la tension (voir Fig.44). En effet, les tensions des nœuds qui étaient comprises entre 0.9166829 et 0.997032 avant compensation ont, après le choix optimal des emplacements et des tailles des batteries, des valeurs comprises entre 0.929485 et 0.997700. Les tailles optimales obtenues pour les batteries sont de 750 kVAr, 750 kVAr, 150 kVAr, 300 kVAr et 150 kVAr placées respectivement et dans l'ordre aux nœuds 29, 5, 3, 22 et 23 (voir Fig.45). Les réductions totales des pertes de puissance et du coût sont respectivement de 66.73 kW et 10870 \$ (voir Fig.45). La part dans ces réductions, de la baisse de la composante réactive suite à l'application des batteries shunts ci-dessus données est de 60.61 kW ce qui correspond à une réduction du coût de 9842 \$. Celle de la composante active, du fait de l'amélioration du profil de la tension, est de 6.12 kW donc une réduction du coût de 1028 \$.

L'évolution de la réduction des pertes de puissance active (en kW et en pourcent) due à la baisse de la composante réactive du courant et celle du courant total est donnée par la figure Fig.46. Comme déjà avancé dans le cas de la ligne de 9 nœuds, il ressort que le gros de la réduction des pertes de puissance est réalisé par les deux premières batteries installées. A elles deux, elles réduisent les pertes de puissance dues à la composante réactive du courant de branche de 57.66 kW ce qui correspond à un taux de 86.94 %. Le restant des batteries y contribuent pour 4.47 % soit 2.95 kW. Sur le total des pertes de puissance, la contribution à la réduction de ces dernières, des deux premières batteries est de 63.40 kW qui représente un taux de 31.46 % sur un total de réduction égal à 66.73kW ou 33.11 %.

Si globalement, les effets de l'utilisation des techniques heuristiques par index de stabilité sont les mêmes que ceux obtenus par sensibilité, elles donnent cependant de bien meilleurs résultats. En effet, les tensions des nœuds dans ce cas passent à des valeurs comprises entre 0.944571 et 0.997615 (voir Fig.44) et les réductions totales des pertes de puissance et du coût sont respectivement de 69.64 kW et 11451 \$ (voir Fig.47). Le nombre de batteries nécessaire pour réduire de manière optimale les effets de la circulation d'un fort courant réactif est de sept. Leurs tailles optimales sont dans l'ordre, 750 kVAr, 300 kVAr et quatre fois 150 kVAr placées respectivement aux nœuds 29, 9, 27, 6, 5, 24 et 23 (voir Fig.47-a). Suite à l'application de ces batteries aux nœuds indiqués, les pertes de puissance active sont réduites de 69.64 kW dont 63.54 kW dus à la baisse de la composante réactive du courant de branche et 6.10 kW à celle de la composante active (voir Fig.47-b). Il s'ensuit alors, une réduction totale du coût de 11451 \$ à répartir entre l'effet de la baisse de F_q (10428 \$) et celui de F_d (1023 \$).

Si la méthode par index de stabilité donne de bien meilleurs réductions des pertes et du coût comparée à celle par sensibilité (voir Fig.49), ces dernières sont plus petites que celle obtenues par Haque [65]. En effet, le dit auteur donne une réduction totale des pertes de puissance de 84.2 kW soit un plus de 14.57 kW. Cependant, cette différence est à prendre avec réserve et ce du fait que d'une

part, la puissance active totale à la sortie de la source est considérée égale à 4715 kW alors qu'en réalité elle n'est que de 3175 kW et d'autre part, les tailles optimales des batteries (voir Fig.50) que le dit auteur a donné ne sont pas standards et donc non réalisable pratiquement (aucune contrainte quant à la faisabilité de la solution n'a été envisagée). De plus, dans sa formulation du problème, Haque a considéré comme fonction objectif, la réduction des pertes de puissance dans la ligne et aucune allusion n'a été faite quant au coût de chacune des batteries installées ainsi qu'aux phases initiales des tensions aux bornes des batteries. D'ailleurs, la fonction objectif considérée dans la référence [65] ne permet aucune comparaison des réductions des coûts.

Malgré le nombre de batteries nécessaires pour réduire de manière rationnelle le courant réactif circulant dans la ligne lors de l'utilisation de la méthode par index de stabilité (voir Fig. 50), le total de kVAr installés est plus petit dans cette dernière en comparaison de la méthode présentée dans la référence [65] et celle par sensibilité. Ce total est de 150 kVAr plus petit que celui donné par [65] et de 300 kVAr moindre que dans la méthode par sensibilités (voir Fig.51).

L'analyse de l'influence de chacune des batteries sur les réductions des pertes de puissance (voir Fig.52) montre, que la plus importante part de réduction des pertes de puissance est due à la première batterie. Cette dernière réduit les pertes de puissance de 49.31 kW soit un taux de 24.48 %. Sur ce total, 44.99 kW de réduction reviennent à la baisse de la composante réactive du courant de branche et 4.42 kW à celle de la composante active. La réduction des pertes totales de puissance due à la seconde batterie (300 kVAr) est de 10.46 kW soit un taux de 5.19 % ce qui correspond à peu près au cinquième de ce qui a été réalisé par la première batterie. Sur ce total, 9.56 kW sont dus à la baisse de F_q et 0.9 kW à celle de F_d . Le restant des batteries, au nombre de cinq de tailles égales à 150 kVAr chacune, réalisent ensemble, une réduction de 9.86 kW ou

4.89 % soit aussi, le cinquième de ce que l'application de la première batterie a donné.

La comparaison des distributions du courant de branche (voir Fig.53) ne conduit à aucune différence visible dans les distributions des composantes actives du courant de branche. Par contre, exception faite de la distribution en début de ligne (entre le nœud source et le nœud 5), la distribution de la composante réactive du courant de branche est nettement plus petite dans la méthode par index de stabilité que dans celle par sensibilités. Ce qui justifie d'ailleurs l'infériorité des pertes de puissance en ligne et un meilleur profil de la tension dans le premier cas cité.

Afin d'appuyer le bien fondé de la solution proposée, un troisième et dernier cas d'étude a été considéré. Il s'agit d'une ligne de distribution radiale de 69 nœuds et présentant sept branches latérales (voir Fig.7). La solution de l'écoulement de charge pour cette dernière et avant toute application de batteries de condensateurs a donné, un total de pertes de puissance active égal à 223.44 kW dont 151.91 kW sont dus à la composante active du courant de branche et 71.52 kW dus à la composante réactive de ce dernier. Ces pertes de puissance sont de 225 kW selon les références [25] et [69]. Les tensions aux différents nœuds de la ligne avant compensation sont comprises entre 0.909509 et 0.999966.

L'application de la méthode heuristique tout en rangeant les nœuds selon la sensibilité des pertes de puissance aux charges réactives de ces derniers mène, à de visibles baisses des distributions des composantes active et réactive du courant de branche (voir Fig.54). A la sortie de la source, les composantes active et réactive du courant de branche passent respectivement de 1.509515 et 1.048325 à 1.481080 et 0.361198. Le profil de la tension est amélioré et les tensions des différents nœuds de la ligne ont alors des valeurs comprises entre 0.930544 et 0.999980 (voir Fig.55). Le nombre de batteries nécessaire pour une compensation optimale de l'énergie réactive est de trois. Les tailles optimales de

ces batteries sont dans l'ordre 1050 kVAr placée au nœud 60, 150 kVAr au nœud 58 et 600 kVAr sur le nœud 8 (voir Fig.56-a). Ces dernières produisent une réduction totale des pertes de puissance égale à 74.96 kW dont 66.14 kW dus à la baisse de la composante réactive du courant de branche et 8.82 kW à la composante active. La réduction totale du coût est alors de 12419 \$ dont 10937 \$ sous l'effet de F_q et 1482 \$ sous celui de F_d (voir Fig.56-b).

L'analyse de l'effet sur les pertes de puissance de chacune des batteries installées (voir Fig.57) montre, une prépondérance de la première d'entre elles sur la réduction des pertes de puissance donc du coût. En effet, cette batterie de taille égale à 1050 kVAr placée au nœud 60 réduit les pertes totales de puissance de 68.96 kW soit un taux de réduction de 30.86 %. La part de la composante réactive du courant de branche est alors de 60.95 kW et celle de la composante active, est de 8.01 kW. Le total de réduction des pertes de puissance réalisé par les deux batteries restantes est de 6 kW dont 5.19 kW sont dus à la composante F_q et 0.81 kW à celle de la composante F_d . Sur un total de réduction égal 33.55 %, 30.86 % sont dus à la première batterie et 2.69 % aux deux batteries restantes (voir Fig.57-b).

L'application de la même technique avec cependant, le rangement des nœuds selon leurs index de stabilité ramène les tensions des différents nœuds de la ligne de leurs valeurs initiales avant compensation, à des valeurs comprises entre 0.930577 et 0.999979 (voir Fig.55). Les composantes active et réactive du courant de branche sont réduites mais dans de grandes proportions pour la seconde. Le courant réactif à la sortie de la source passe de 1.048325 à 0.416987 (voir Fig. 58). Le nombre de batteries requis pour une limitation rationnelle du transit de forts courants réactifs est alors de six. Les tailles et les emplacements respectifs de ces dernières sont 150 kVAr à placer au nœud 63, 900 kVAr au nœud 60 et quatre fois 150 kVAr à mettre respectivement sur les nœuds 58, 17, 11 et 10 (voir Fig.59). Les réductions des pertes de puissances et du coût sont au total égale respectivement à 78.53 kW et 13003 \$. La part de la composante F_q

est de 69.66 kW et 11513 \$ celle de la composante F_d est de 8.87 kW et 1490 \$ (voir Fig.59). Comparée à la méthode par sensibilité celle par index de stabilité, bien qu'elle nécessite plus de batteries, donne de bien meilleures réductions des pertes de puissance et du coût (voir Fig.60). Aussi et tout comme pour la ligne de 33 jeux de barres, la réduction de la composante réactive du courant de branche est globalement plus grande dans la méthode par index de stabilité que par sensibilité excepté en début de ligne où le phénomène observé est inverse (voir Fig.61) et qu'on pourrait expliquer par le total de kVAr installés qui est plus grand dans le dernier cité.

L'étude de l'effet de l'installation graduelle des batteries (voir Fig.62) montre, que la prépondérance dans la réduction des pertes de puissance revient à la seconde batterie installée. Ce taux de réduction est de 23.85 % soit 53.29 kW. La première batterie installée quant à elle, contribue à une réduction totale de la puissance de 15.98 kW soit un taux de réduction égal à 7.15 %. Le reste des batteries ne fait qu'améliorer la réduction des pertes. Groupées, ces dernières batteries réduisent les pertes de puissance de 9.26 kW soit 4.15 %. Le plus grand effet dans la réduction des pertes de puissance reste dû à la baisse de la composante réactive du courant de branche (voir Fig.61-a).

L'étude comparative des deux méthodes proposées, à celles données par les références [25] et [69] nous permet de dire, que sur le plan du profil de la tension nos résultats sont identiques à ceux donnés par la référence [69] où le minimum de tension est de 0.931 et meilleurs que ceux donnés par [25] où ce minimum est de 0.925. La réduction des pertes de puissance est dans le cas de [69] égale à 75.9 kW et celle donnée par [25] est de 67.5 kW. De ce fait, si la réduction des pertes de puissance obtenue par sensibilité (74.96 kW) est meilleure que celle dans [25] et comparable à celle dans [69], celle obtenue par index de stabilité (78.53 kW) les surpasse toutes d'où l'efficacité de cette dernière méthode.

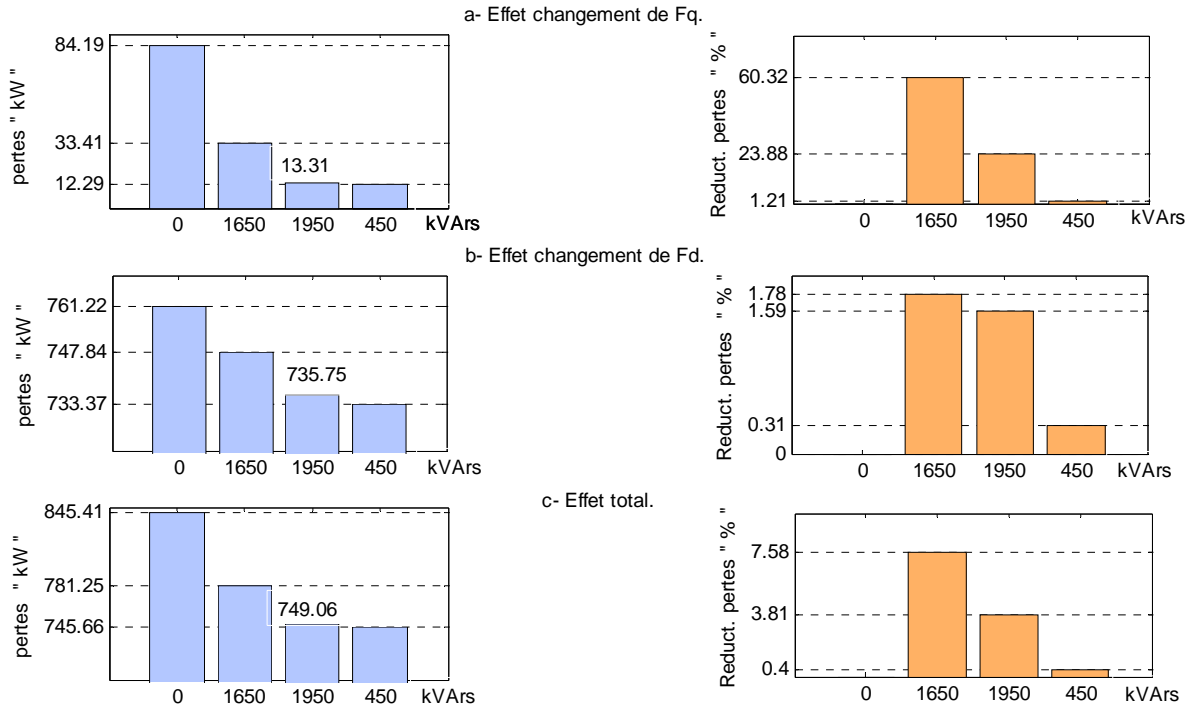


Fig.32 : Evolution des pertes au fur et à mesure de l'installation des batteries; Méthode heuristique par sensibilité, ligne de 9 nœuds.

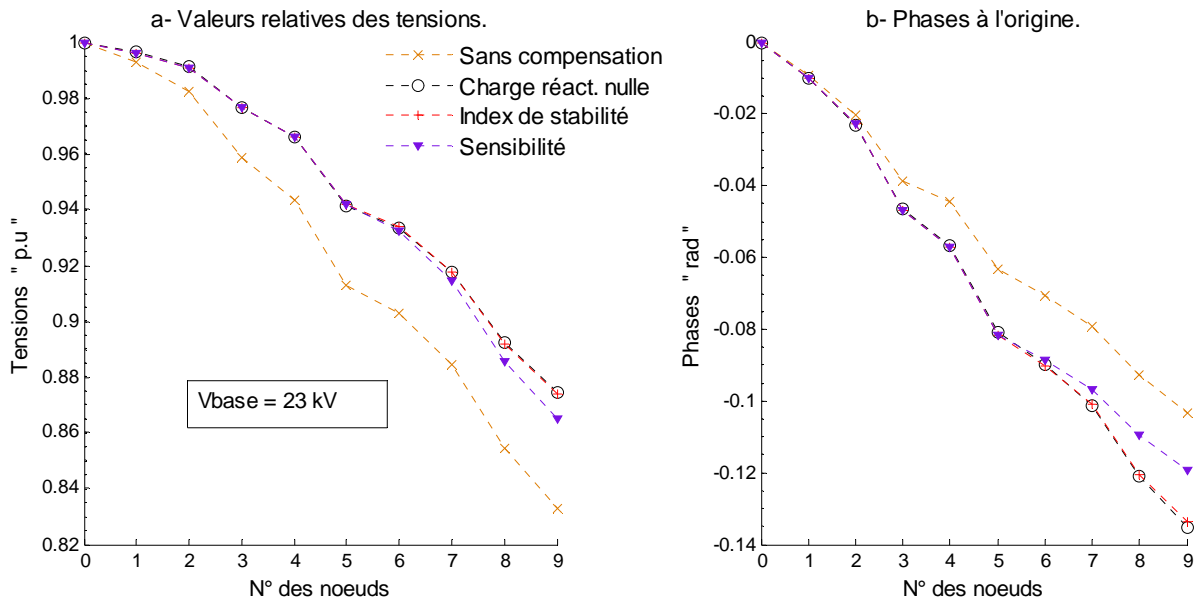


Fig.33 : Tensions et phases à l'origine avant et après compensation et pour une charge réactive nulle ; ligne de 9 nœuds.

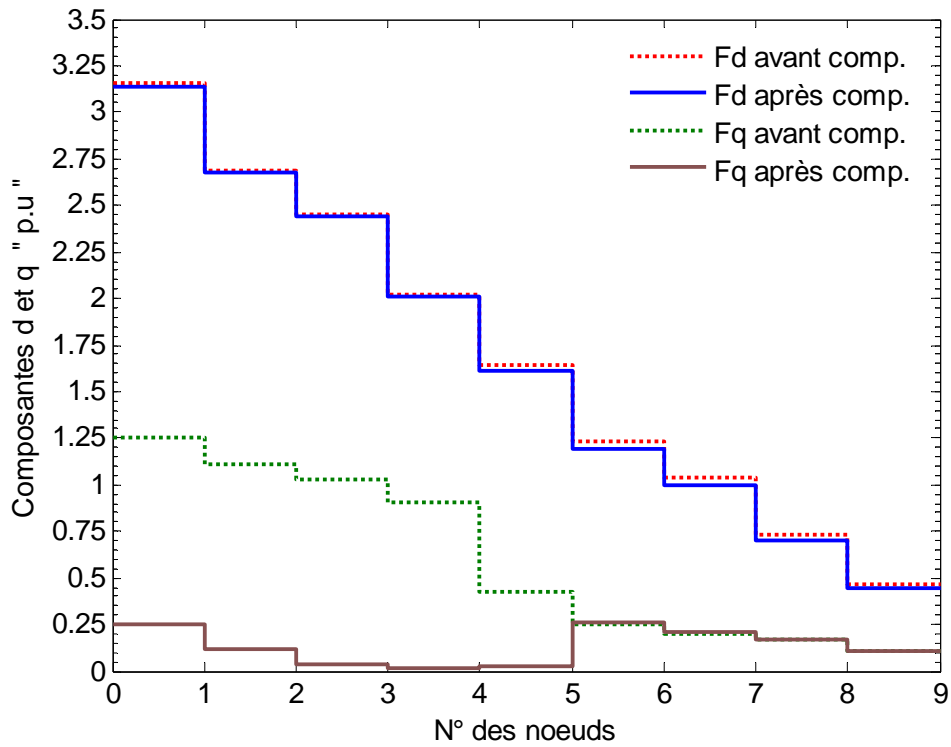


Fig.34 : Distribution des courants de branche avant et après compensation ; Méthode heuristique par sensibilité, ligne de 9 noeuds.

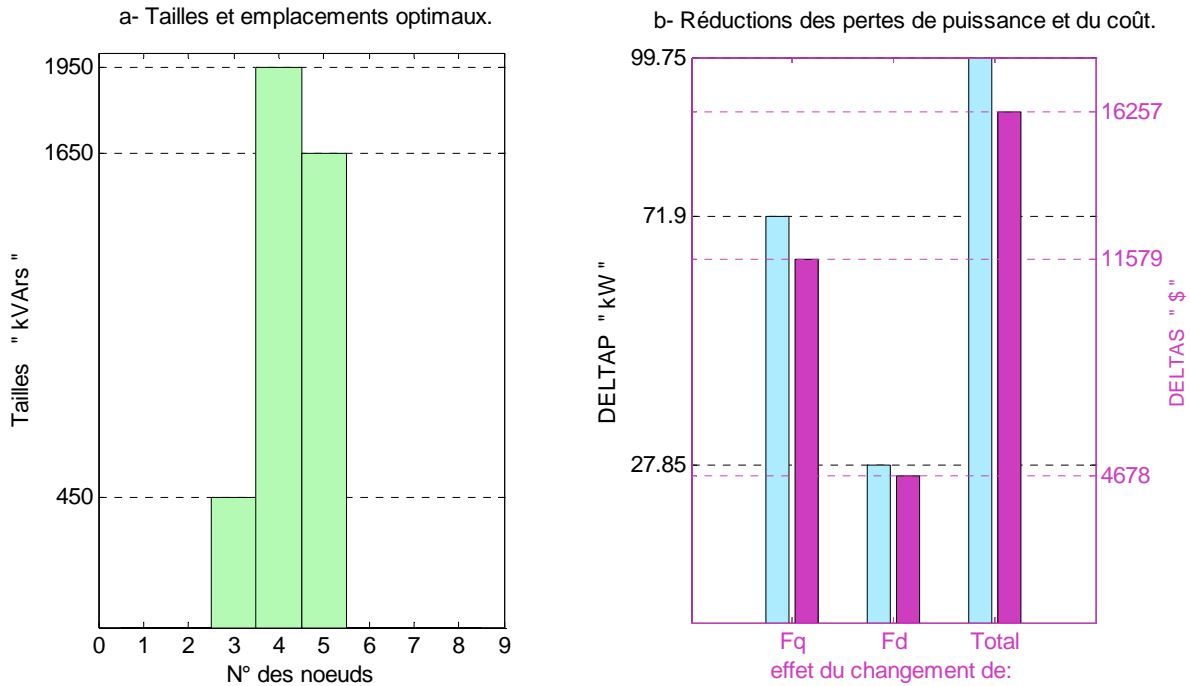


Fig.35 : Tailles et emplacements optimaux ; Méthode heuristique par sensibilité ; ligne de 9 noeuds.

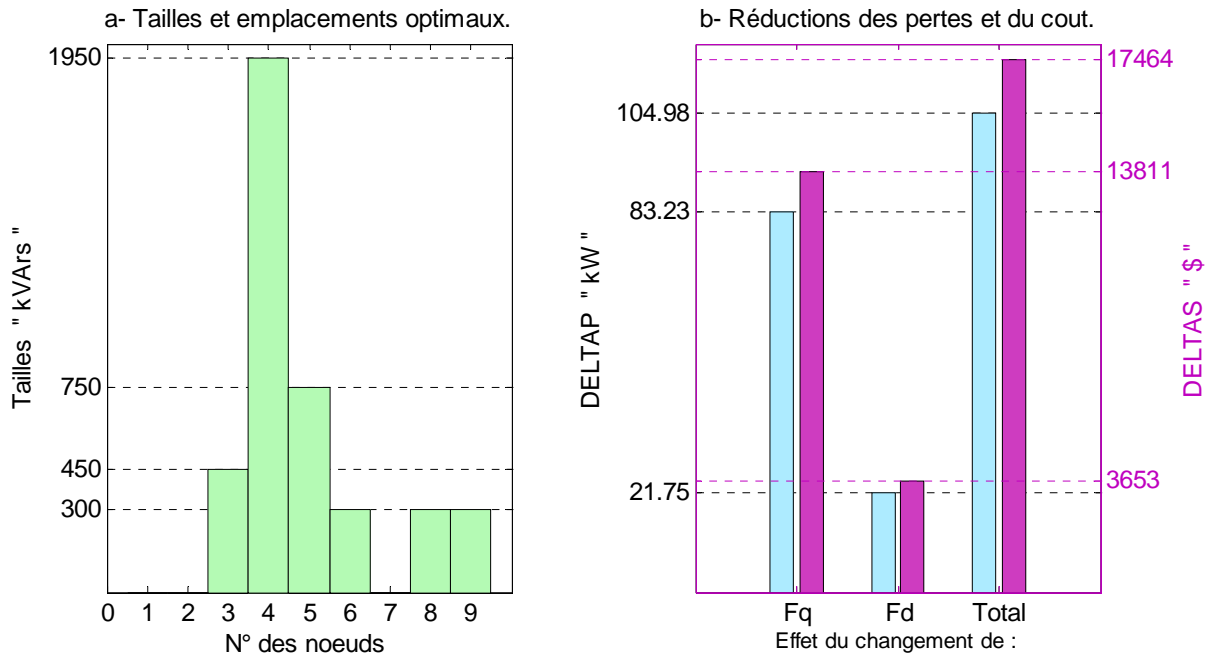


Fig.36 : Tailles et emplacements optimaux ;
Méthode heuristique par index de stabilité ; ligne de 9 noeuds.

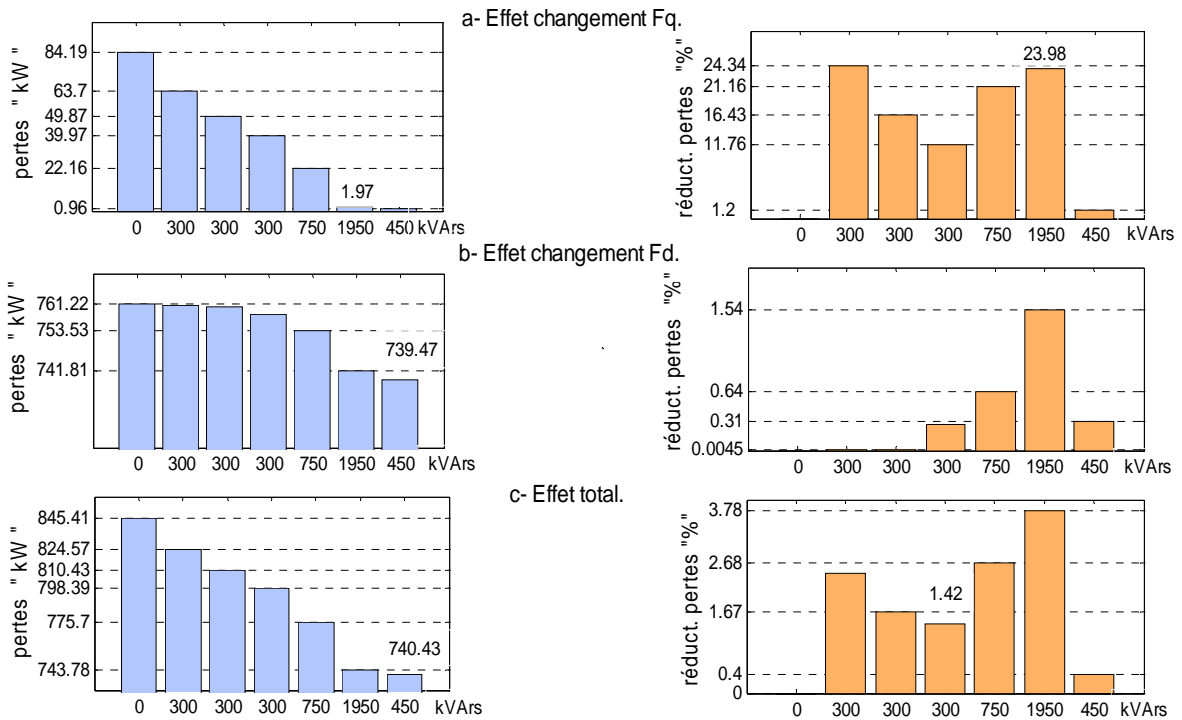


Fig.37 : Evolution des pertes de puissance au fur et à mesure de l'installation des batteries ; Méthode heuristique par index de stabilité, ligne de 9 noeuds.

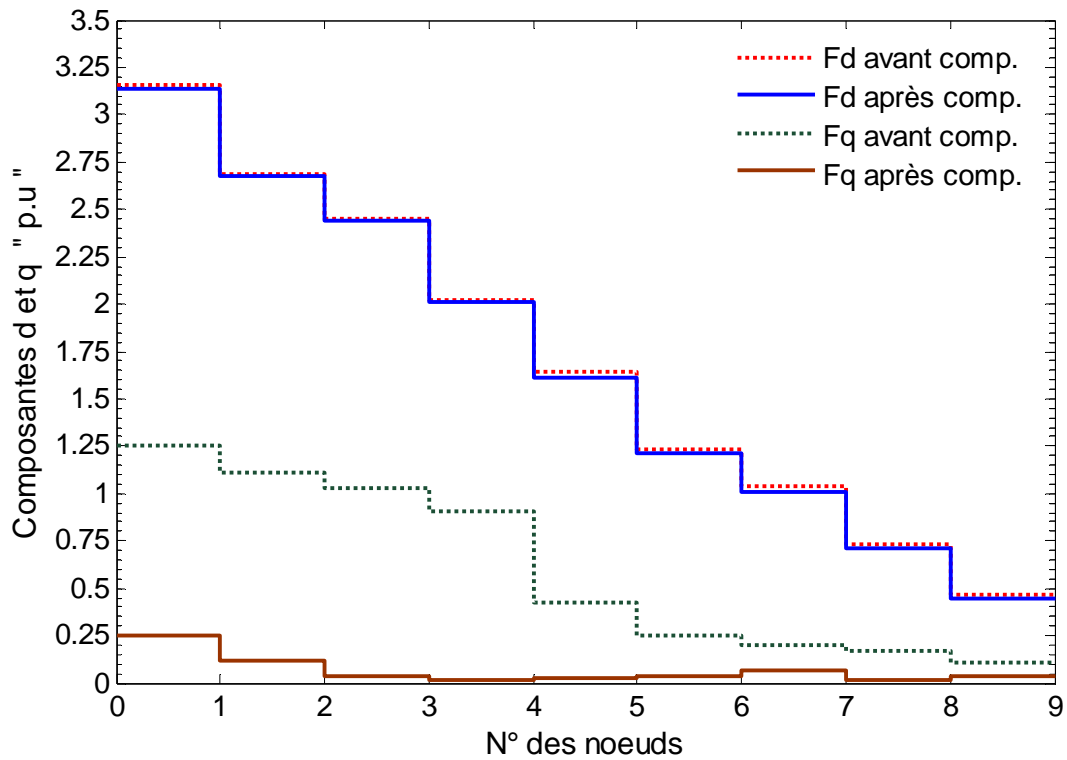


Fig.38 : Distribution des courants de branche avant et après compensation ; Méthode heuristique par index de stabilité, ligne de 9 nœuds.

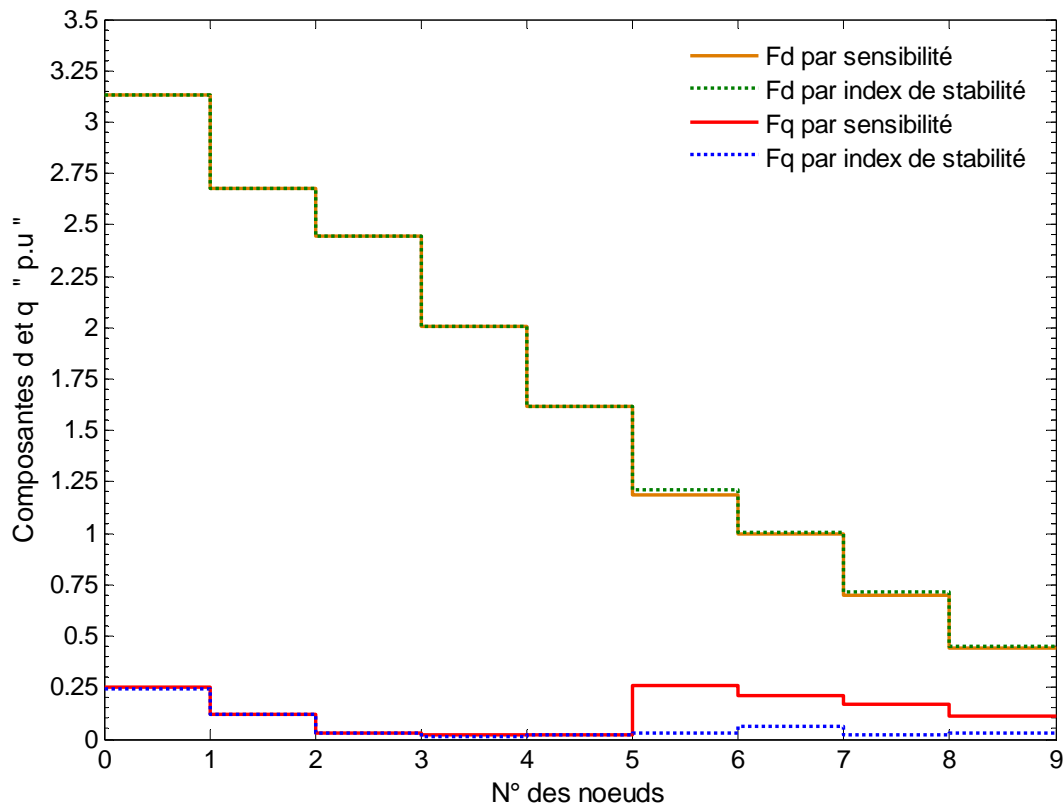


Fig.39 : Comparaison des composantes d et q du courant de branche obtenues par Sensibilité et index de stabilité ; ligne de 9 nœuds.

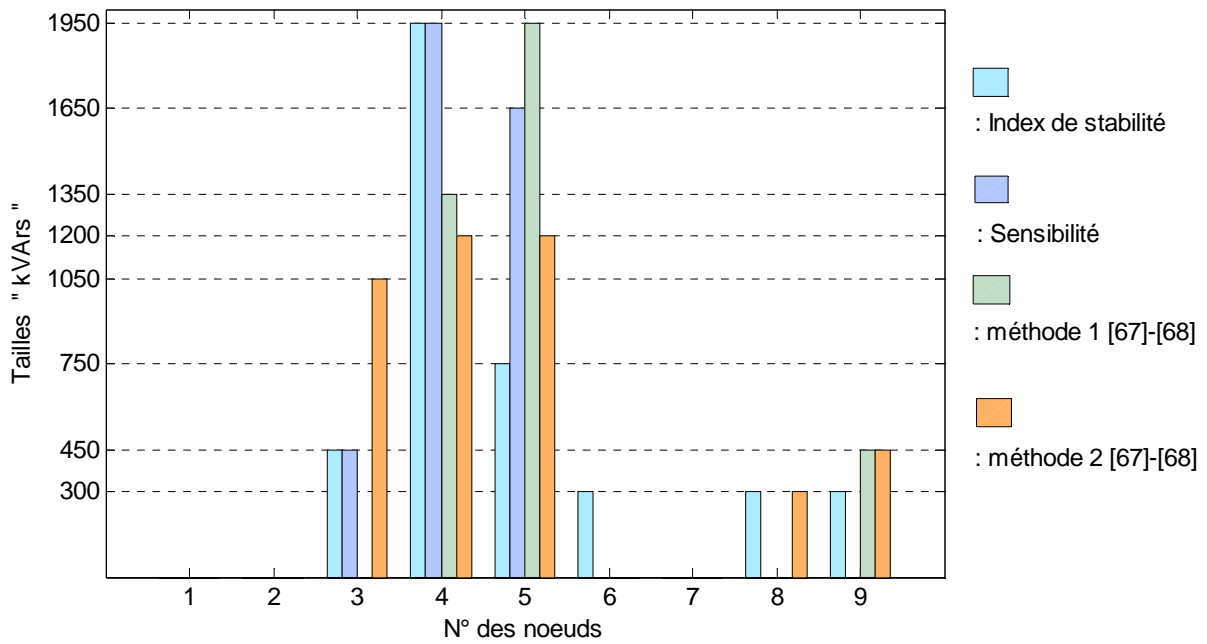


Fig.40 : Graphe comparatif des tailles et des emplacements optimaux ;
Ligne de 9 noeuds.

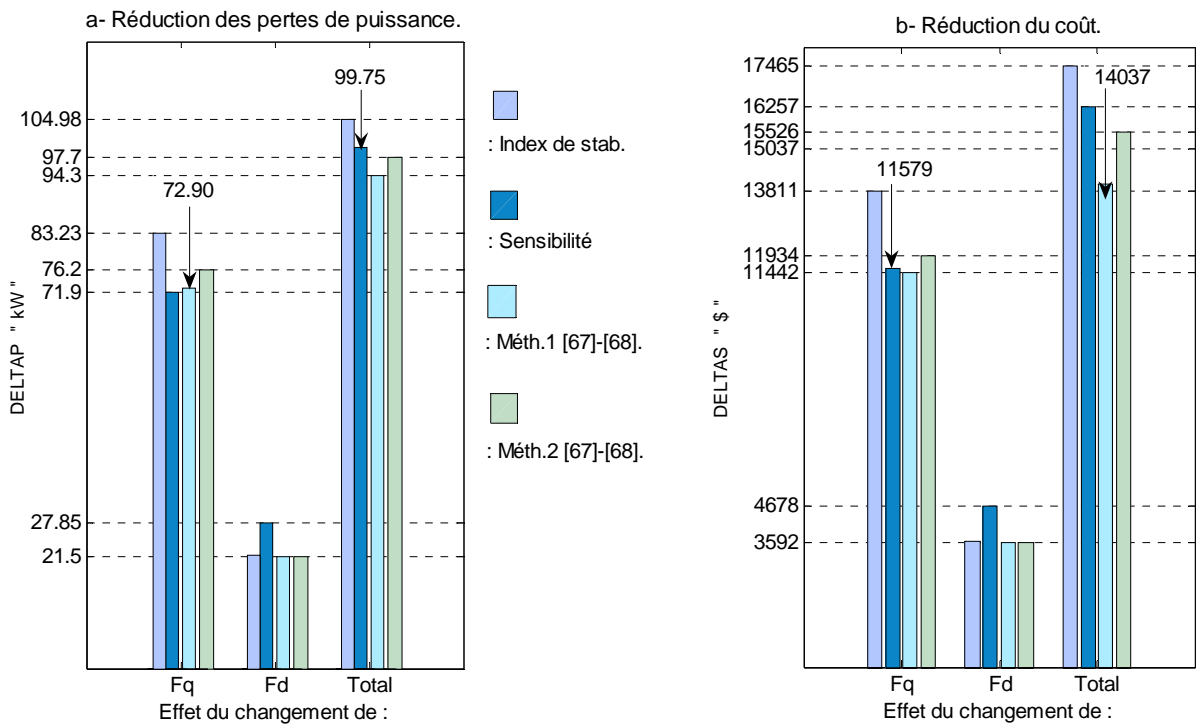


Fig.41 : Graphe comparatif des réductions des pertes de puissance et du coût ;
Ligne de 9 noeuds.

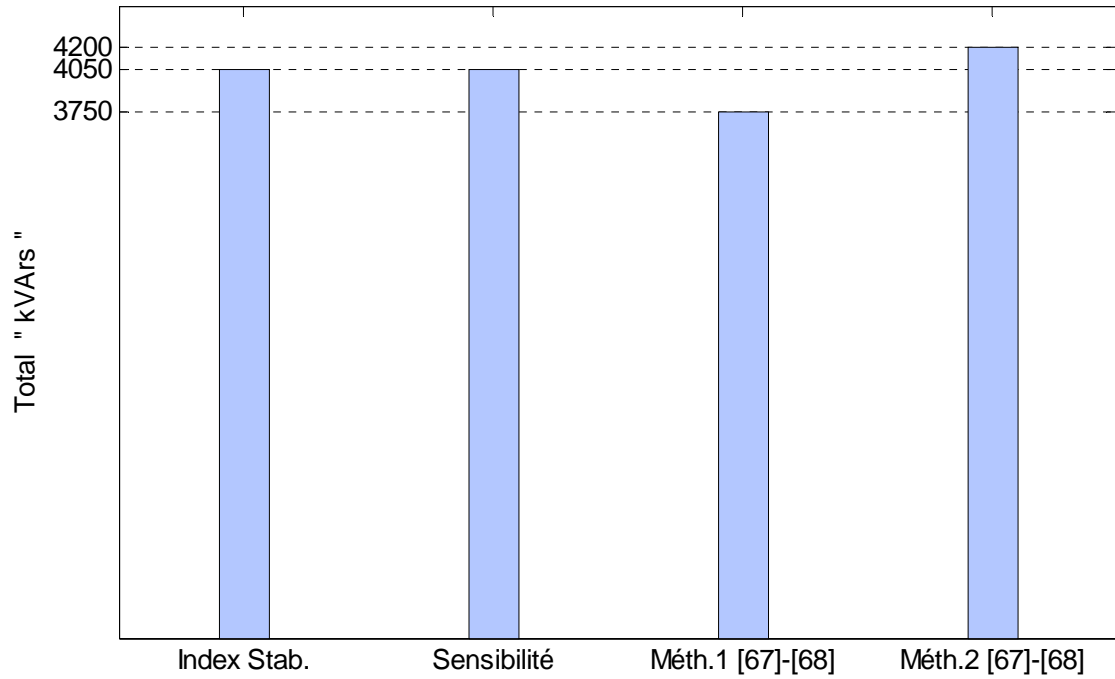


Fig.42 : Graphe comparatif des totaux de kVAr installés ;
Ligne de 9 nœuds.

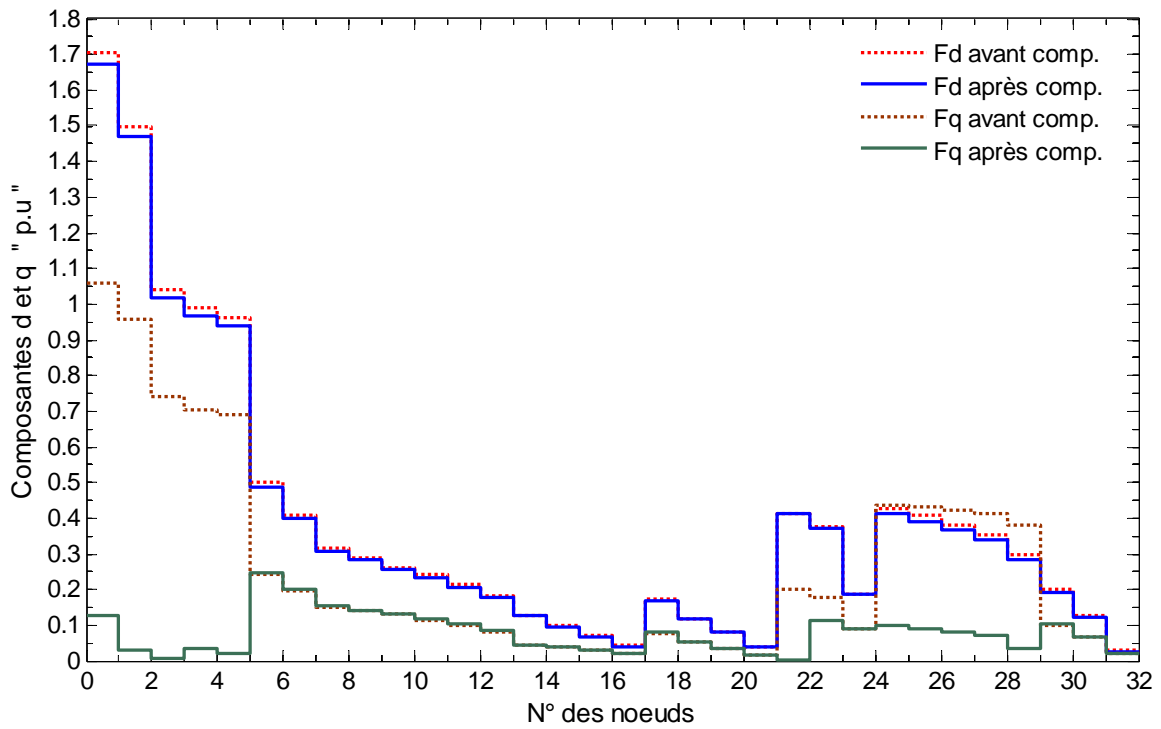


Fig.43 : Distribution des composantes d et q du courant de branche ;
Méthode heuristique par sensibilité, ligne de 33 nœuds.

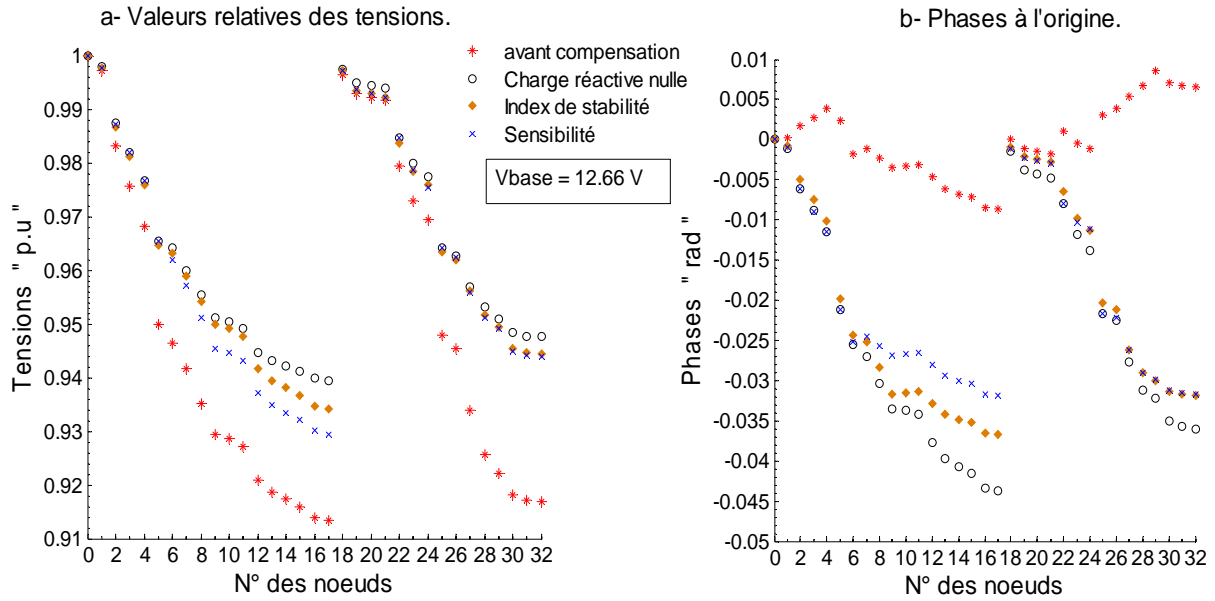


Fig.44 : Tensions et phases à l'origine avant et après compensation ; Méthode heuristique par sensibilité et index de stabilité et pour une charge réactive nulle ; ligne de 33 noeuds.

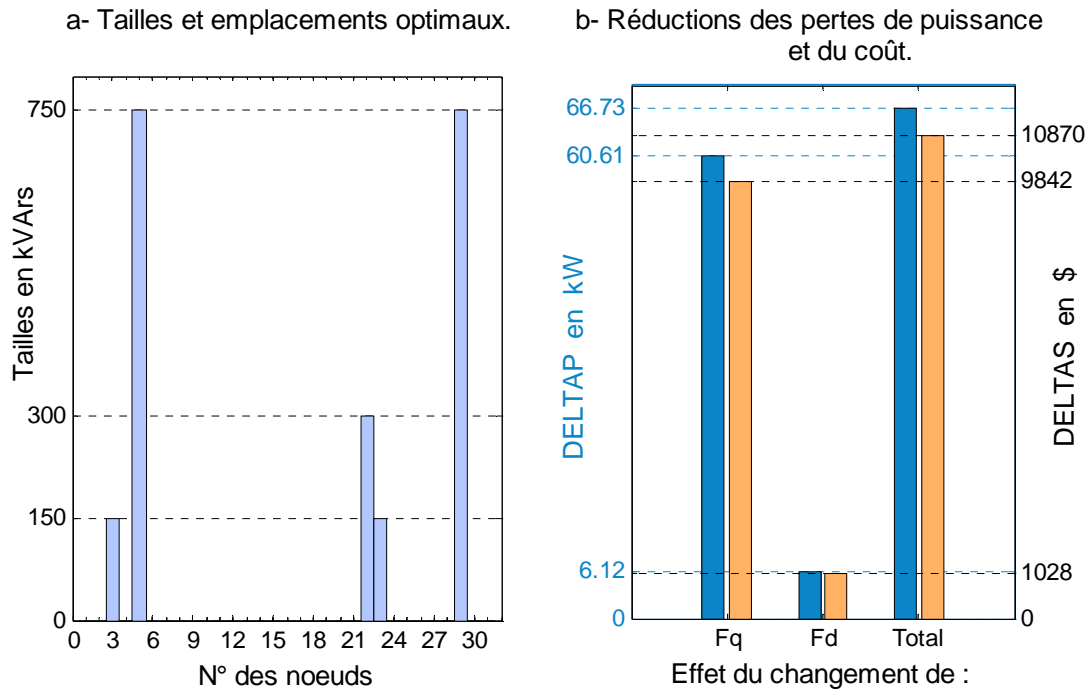


Fig.45 : Résultats de l'optimisation des tailles et des emplacements ; Méthode heuristique par sensibilité, ligne de 33 noeuds.

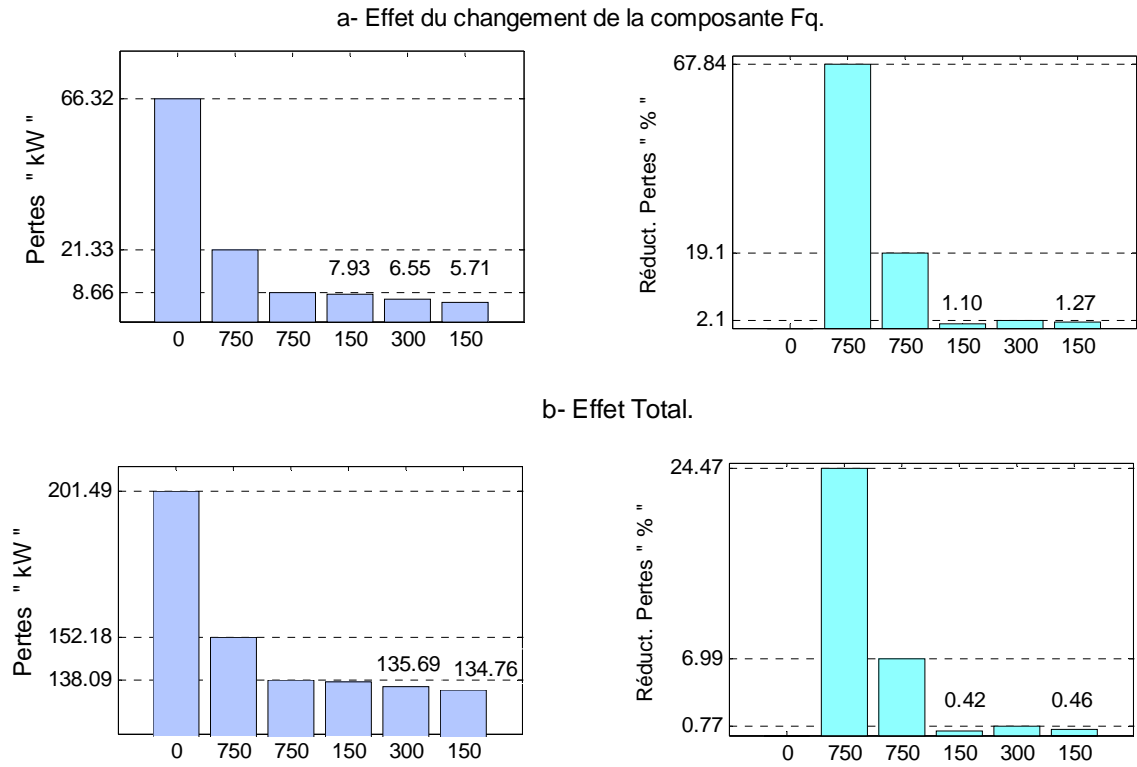


Fig.46 : Evolution des pertes de puissance au fur et à mesure de l'installation des batteries ; Méthode heuristique par sensibilité, ligne de 33 nœuds.

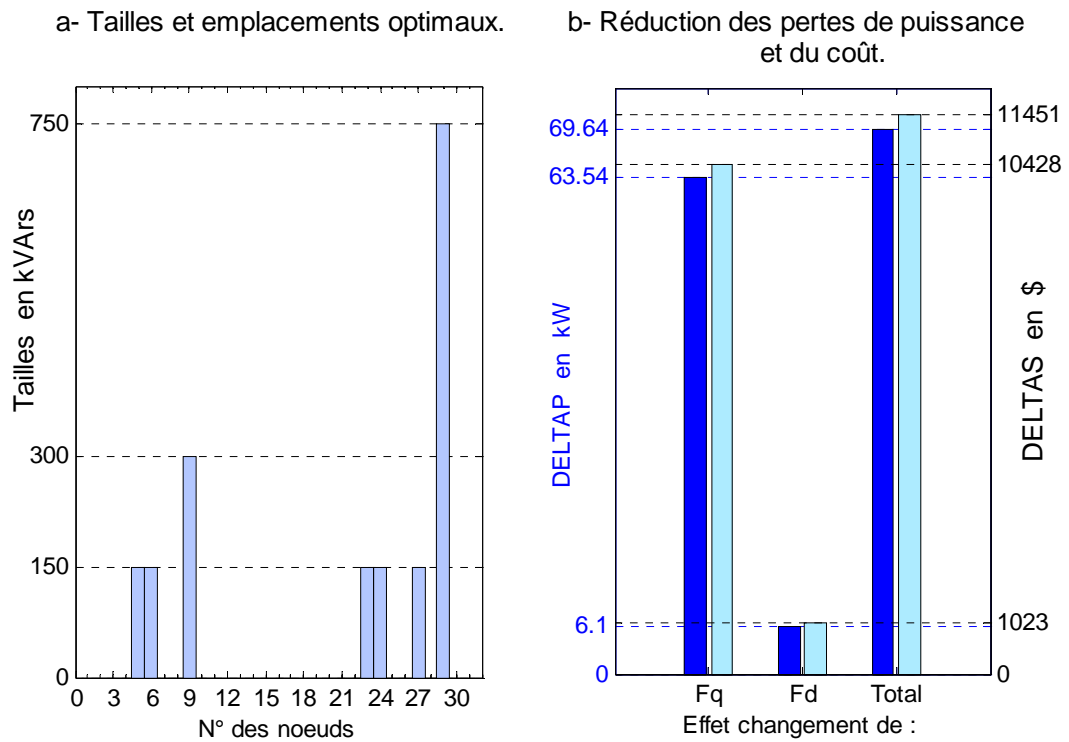


Fig.47 : Résultats de l'optimisation des tailles et des emplacements ; Méthode heuristique par index de stabilité ; ligne de 33 nœuds.

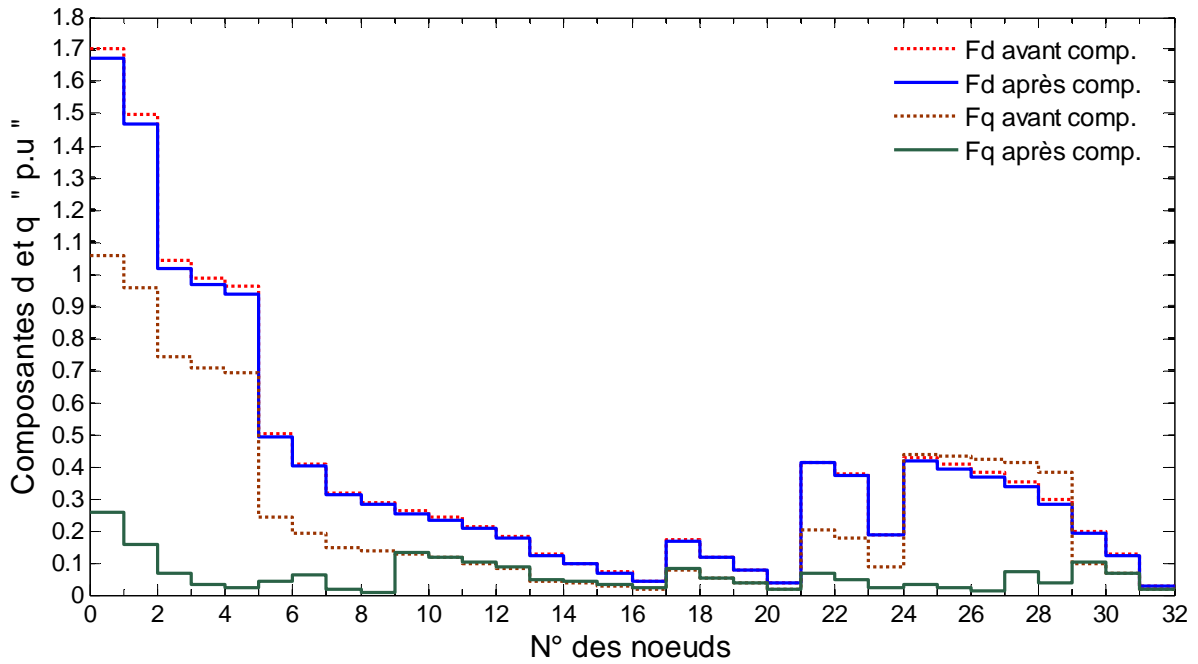


Fig.48 : Distribution des courants de branche avant et après compensation ; Méthode heuristique par index de stabilité, ligne de 33 nœuds.

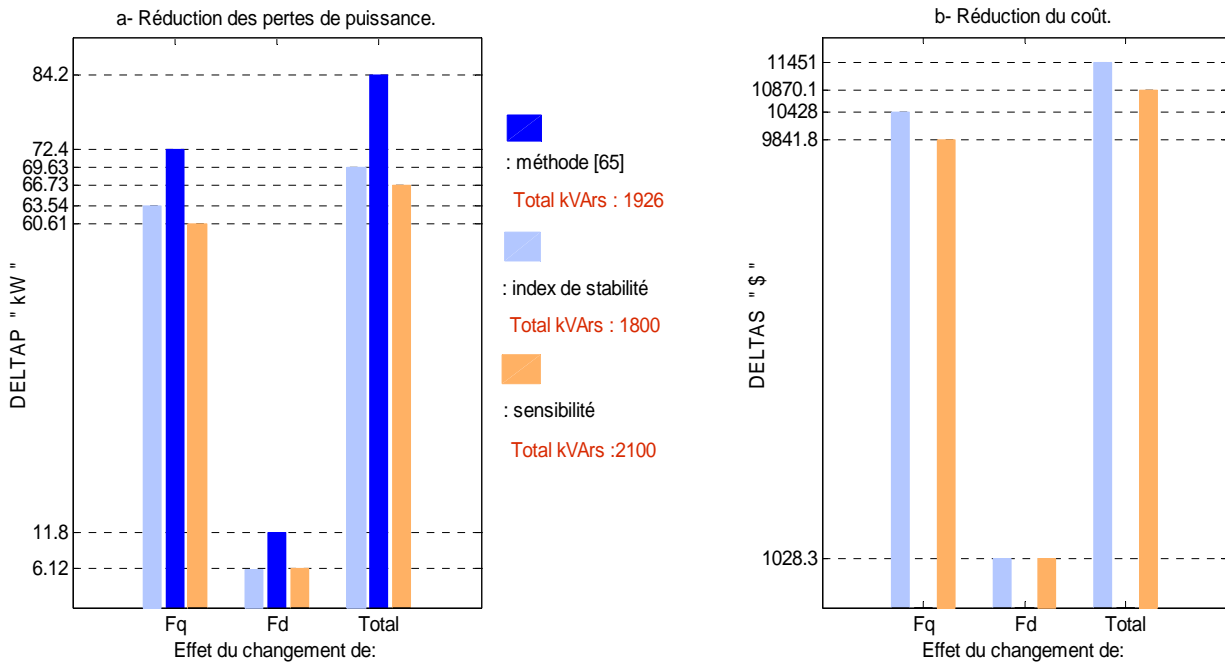


Fig.49 : Graphe comparatif des réductions des pertes de puissance et du coût ; Ligne de 33 nœuds.

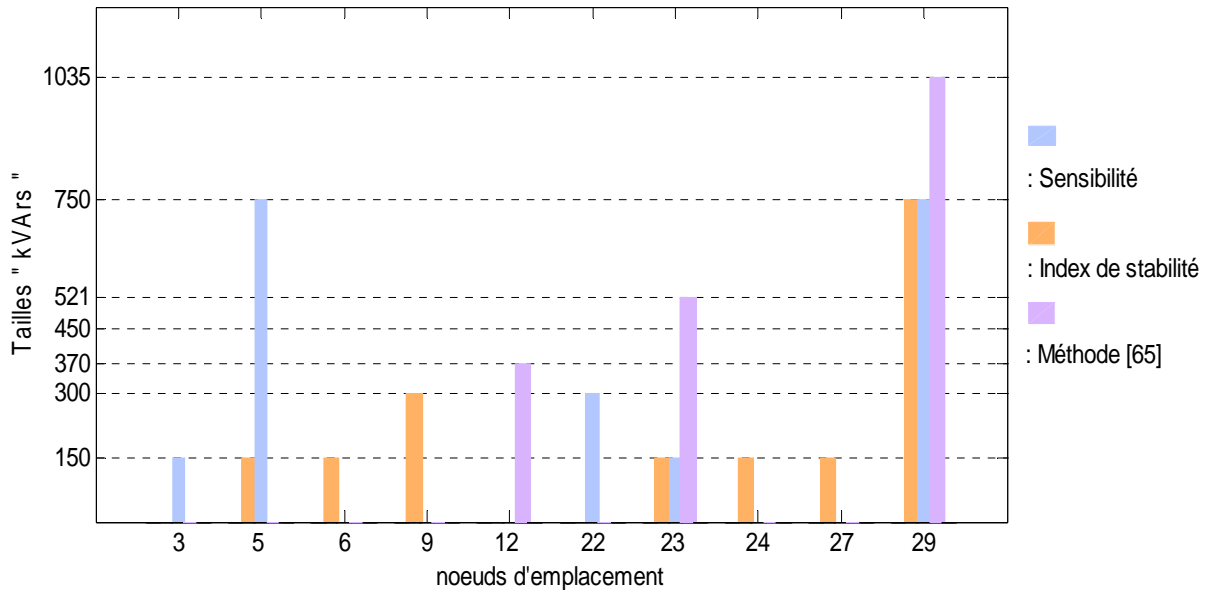


Fig.50 : Graphe comparatif des tailles et emplacements optimaux ;
Ligne de 33 noeuds.

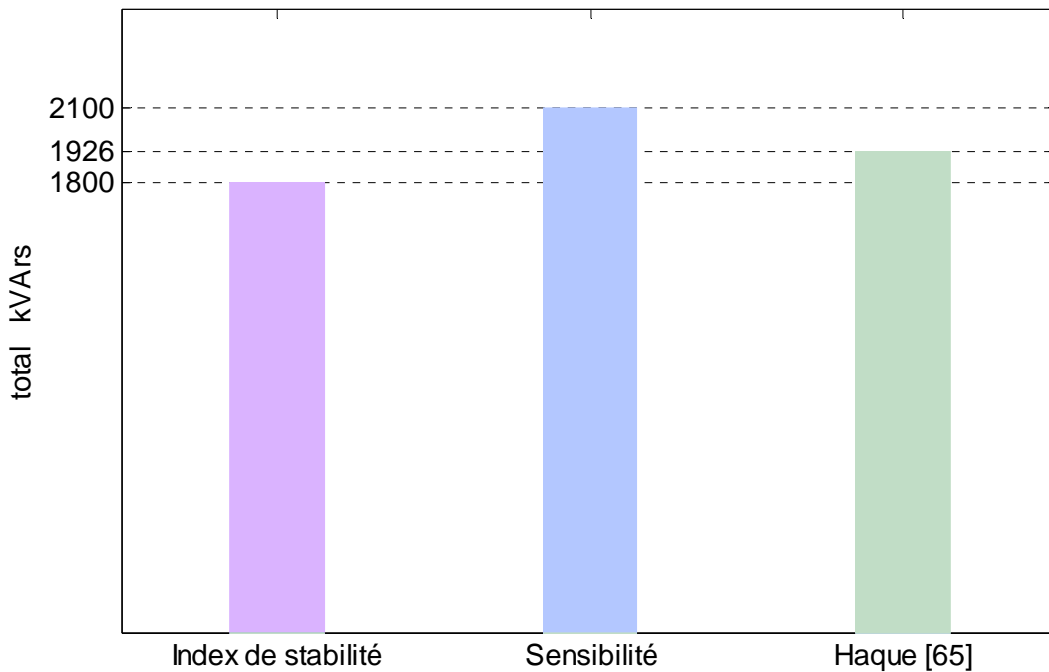


Fig.51 : Graphe comparatif des totaux de kVAr installés ; ligne de 33 noeuds.

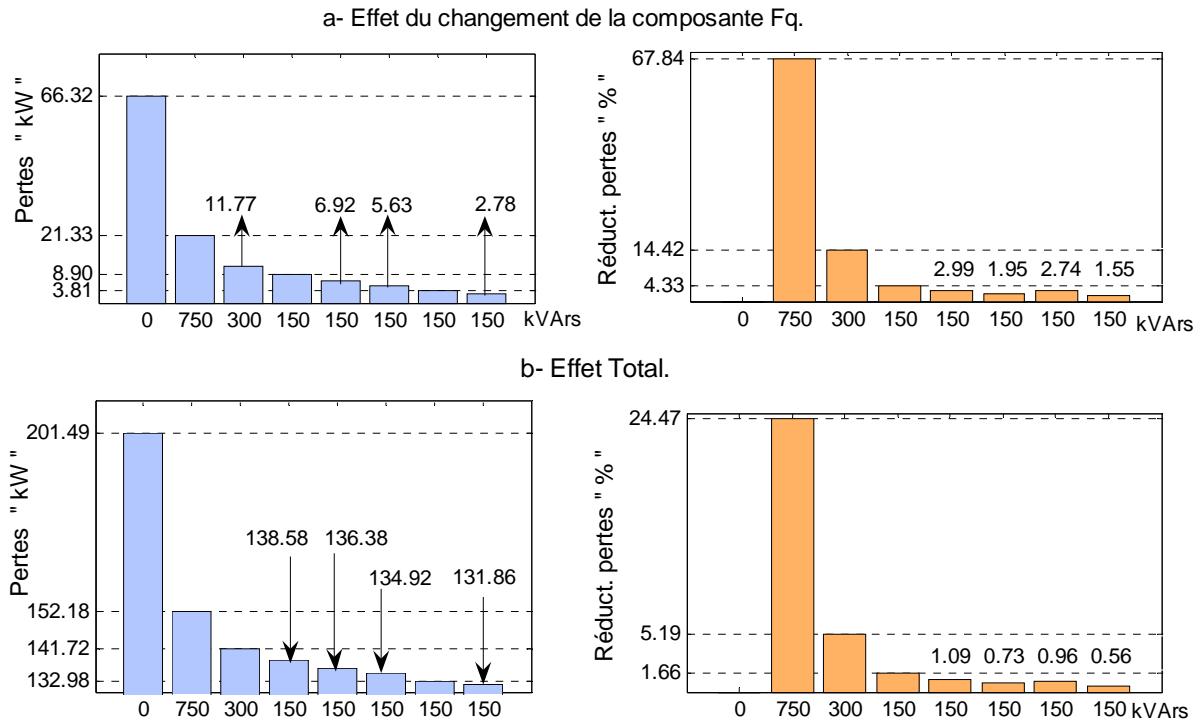


Fig.52 : Evolution des pertes de puissance au fur et à mesure de l'installation des batteries ; Méthode heuristique par index de stabilité, ligne de 33 nœuds.

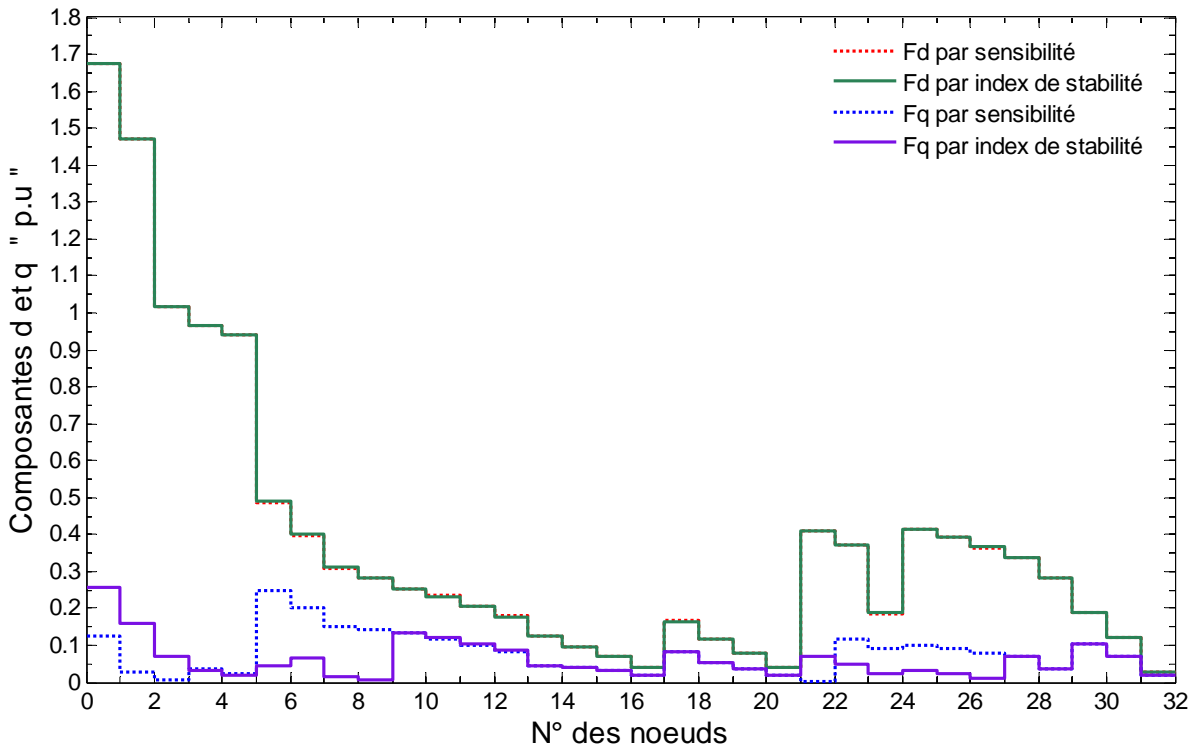


Fig.53 : Comparaison des distributions des courants de branche après compensation ; Obtenues par facteur de sensibilité et index de stabilité, ligne de 33 nœuds.

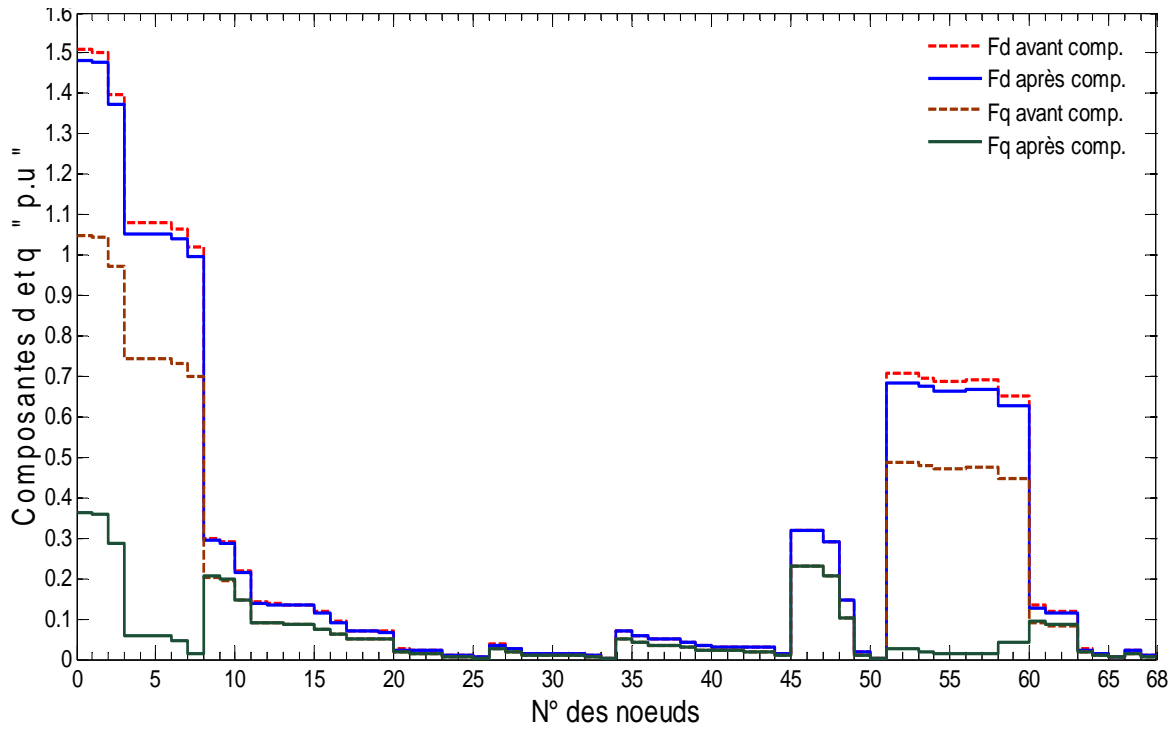


Fig.54 : Distribution des courants de branche avant et après compensation ; Méthode heuristique par facteur de sensibilité, ligne de 69 nœuds.

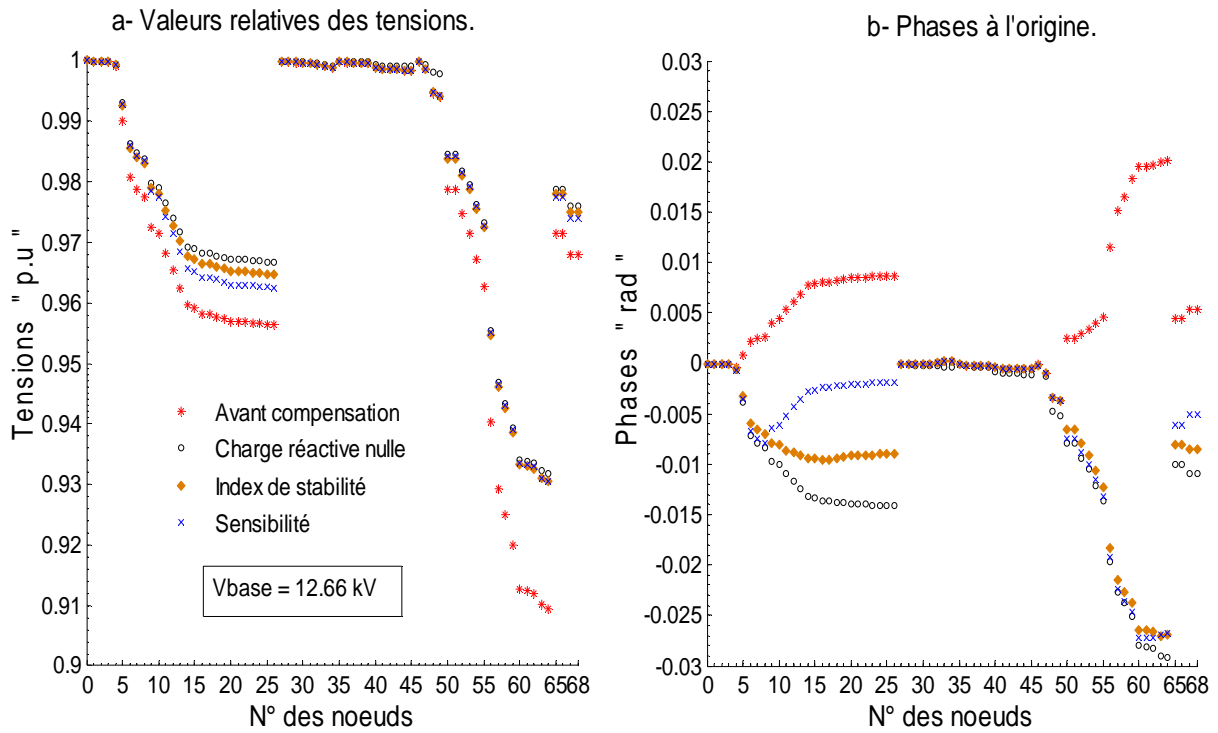


Fig.55 : Tensions et phases à l'origine avant et après compensation ; Méthode heuristique par sensibilité et index de stabilité et pour une charge réactive nulle ; ligne de 69 nœuds.

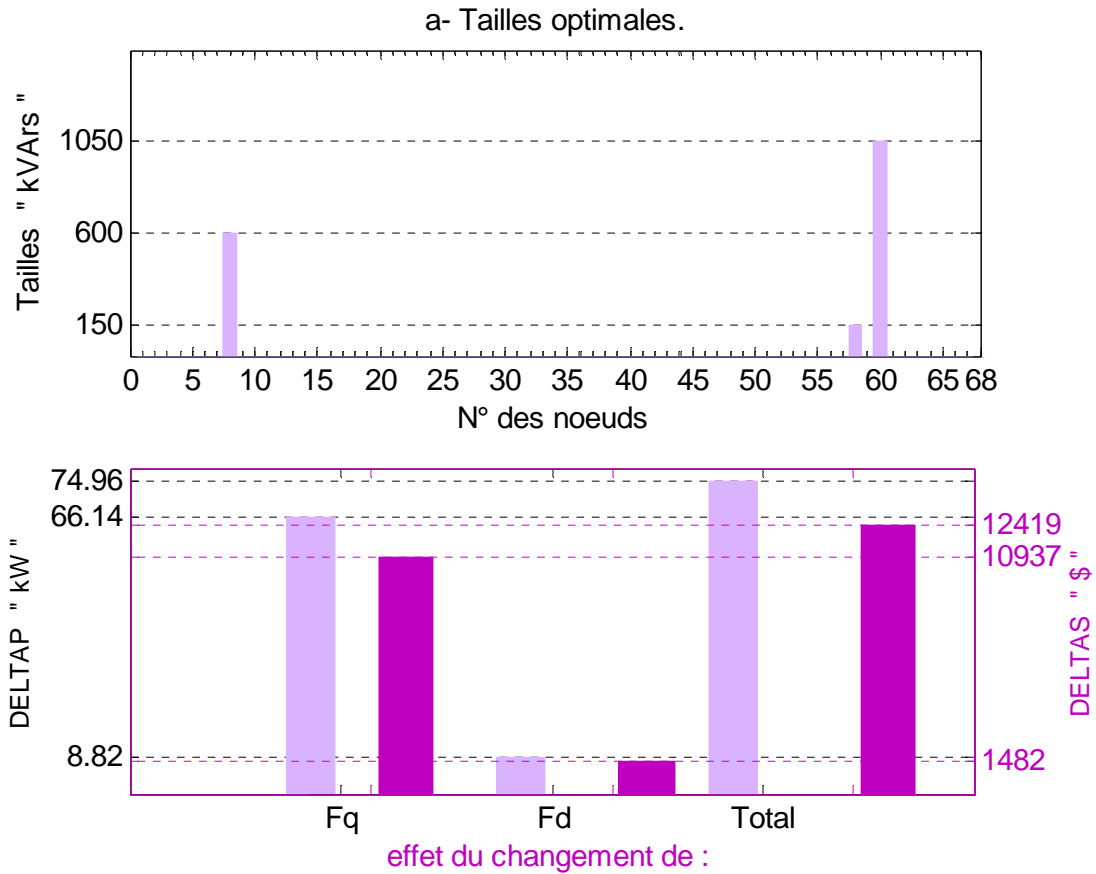


Fig.56 : Résultats de l'optimisation des tailles et des emplacements ; Méthode heuristique par sensibilité ; ligne de 69 nœuds.

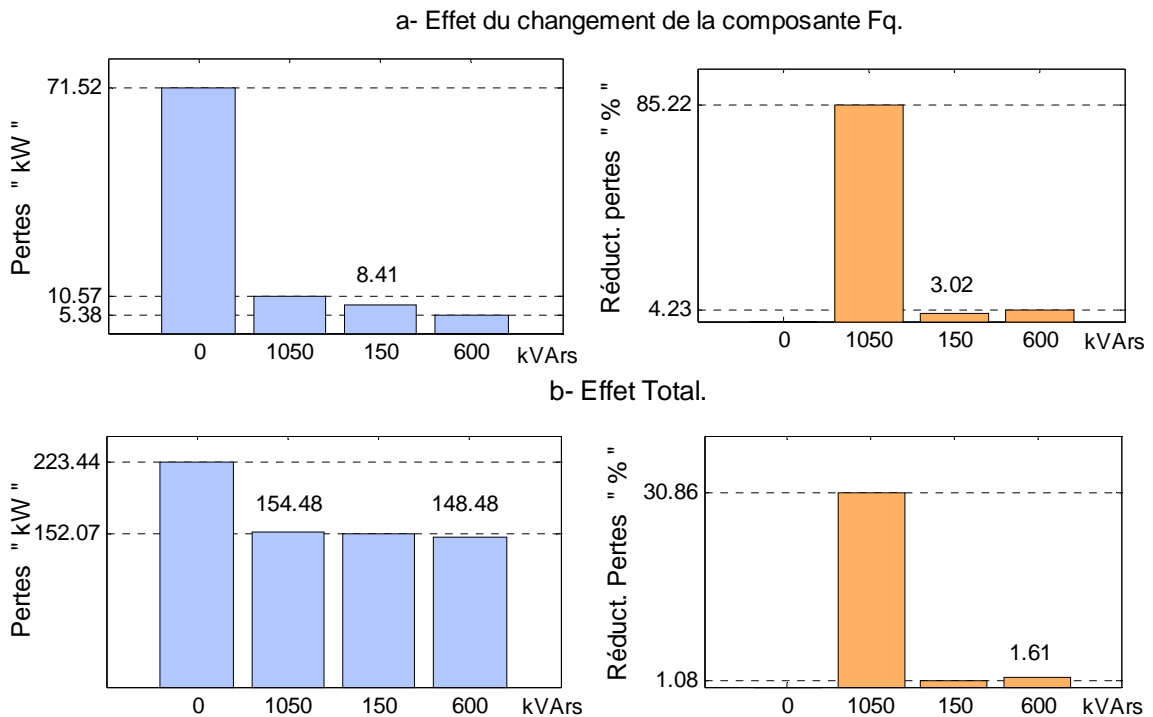


Fig.57 : Evolution des pertes de puissance au fur et à mesure de l'installation des batteries ; Méthode heuristique par sensibilité ; Ligne de 69 nœuds.

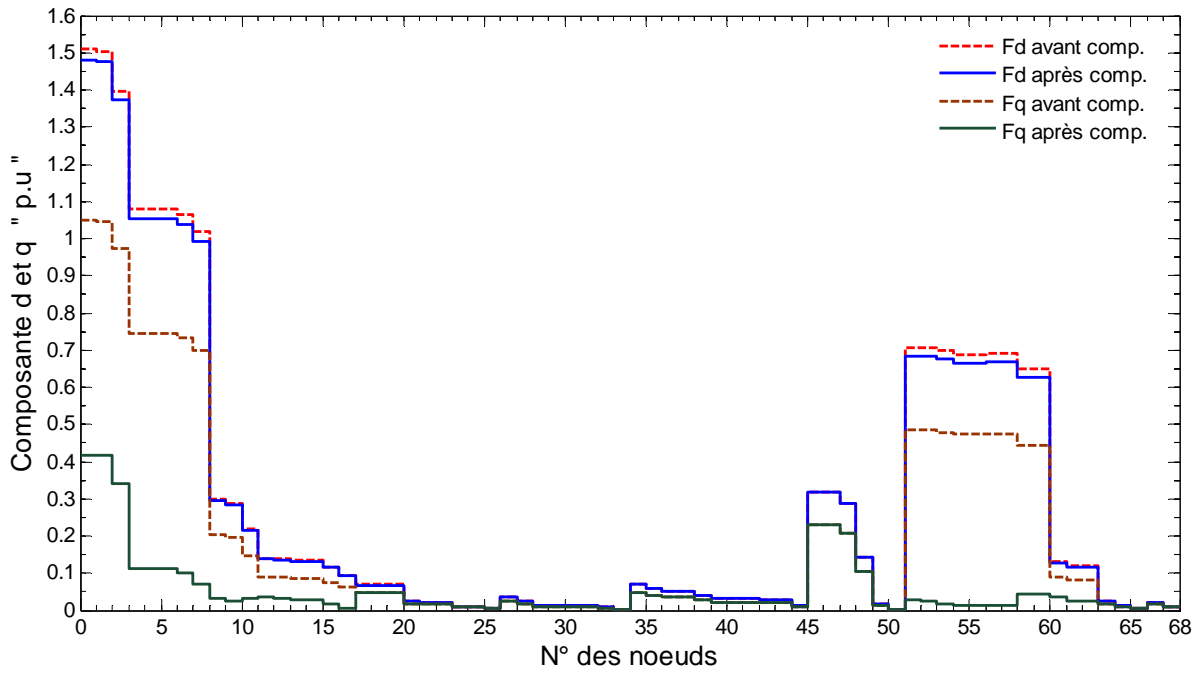


Fig.58 : Distribution des courants de branche avant et après compensation ; Méthode heuristique par index de stabilité, ligne de 69 nœuds.

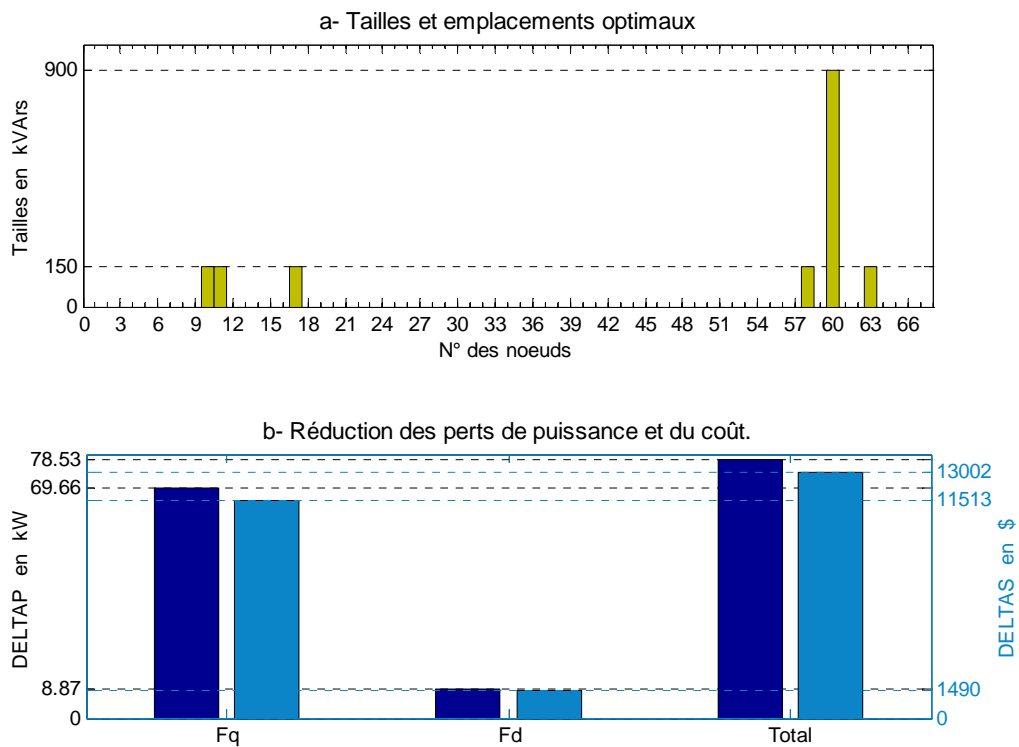


Fig.59 : Résultats de l'optimisation des tailles et des emplacements ; Méthode heuristique par index de stabilité ; ligne de 69 nœuds.

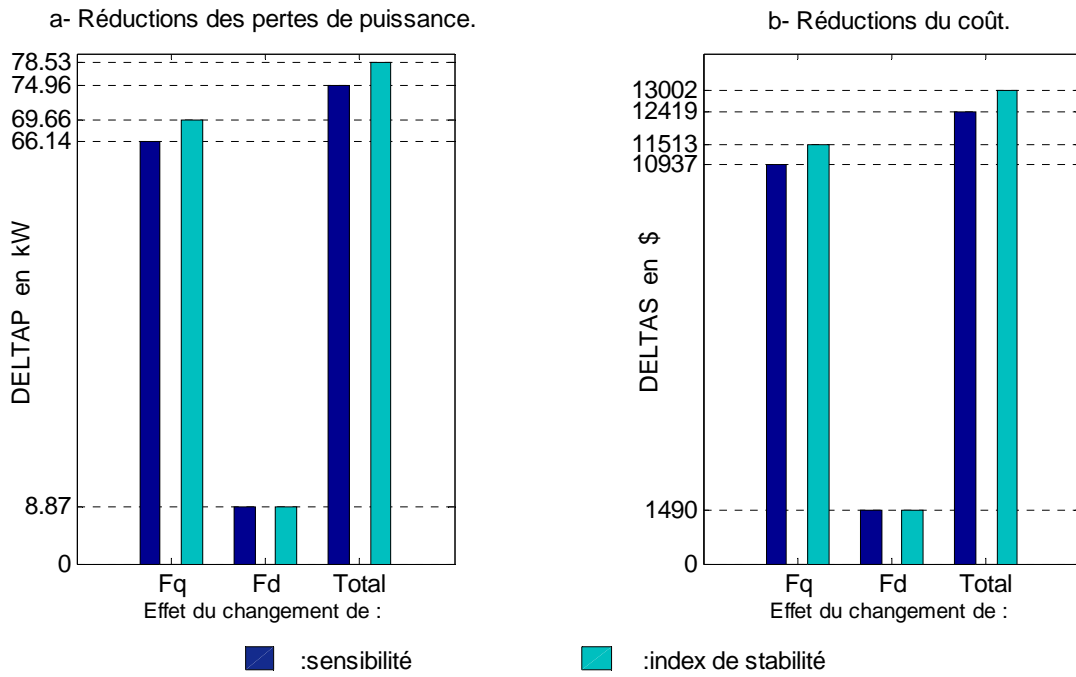


Fig.60 : Graphe comparatif des méthodes heuristiques par sensibilité et index de stabilité ; Ligne de 69 nœuds.

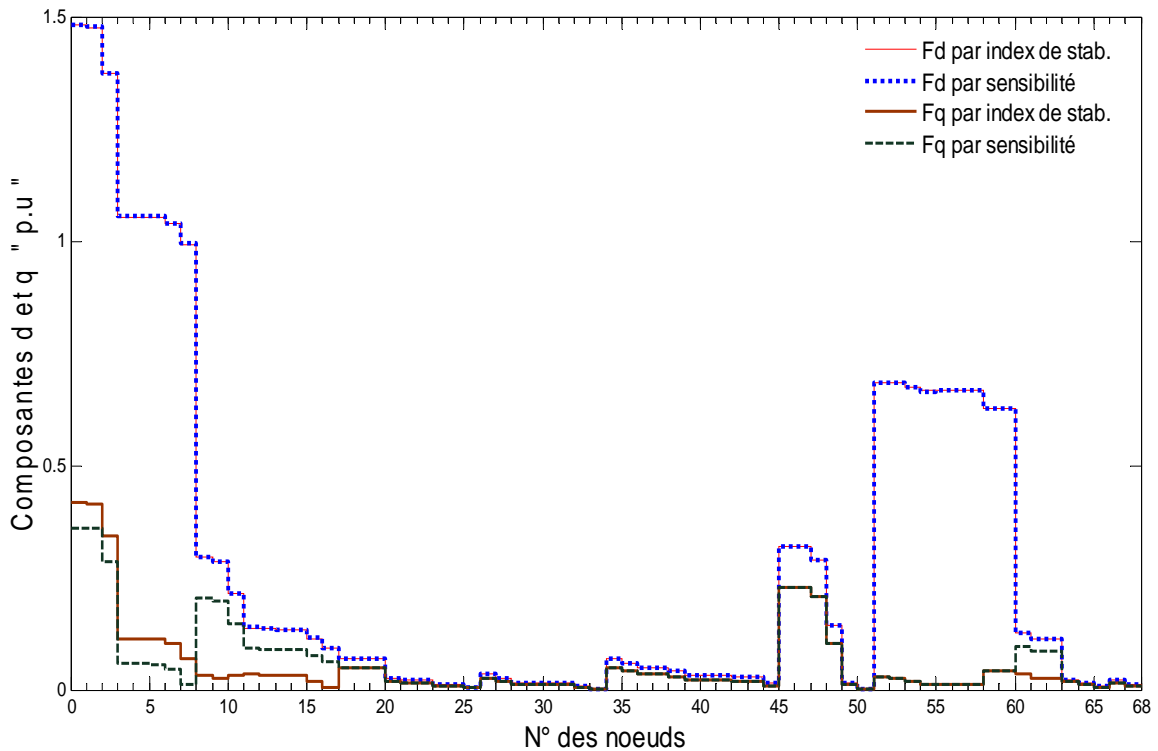


Fig.61 : Comparaison des composantes d et q du courant de branche obtenues par Sensibilité et index de stabilité ; ligne de 69 nœuds.

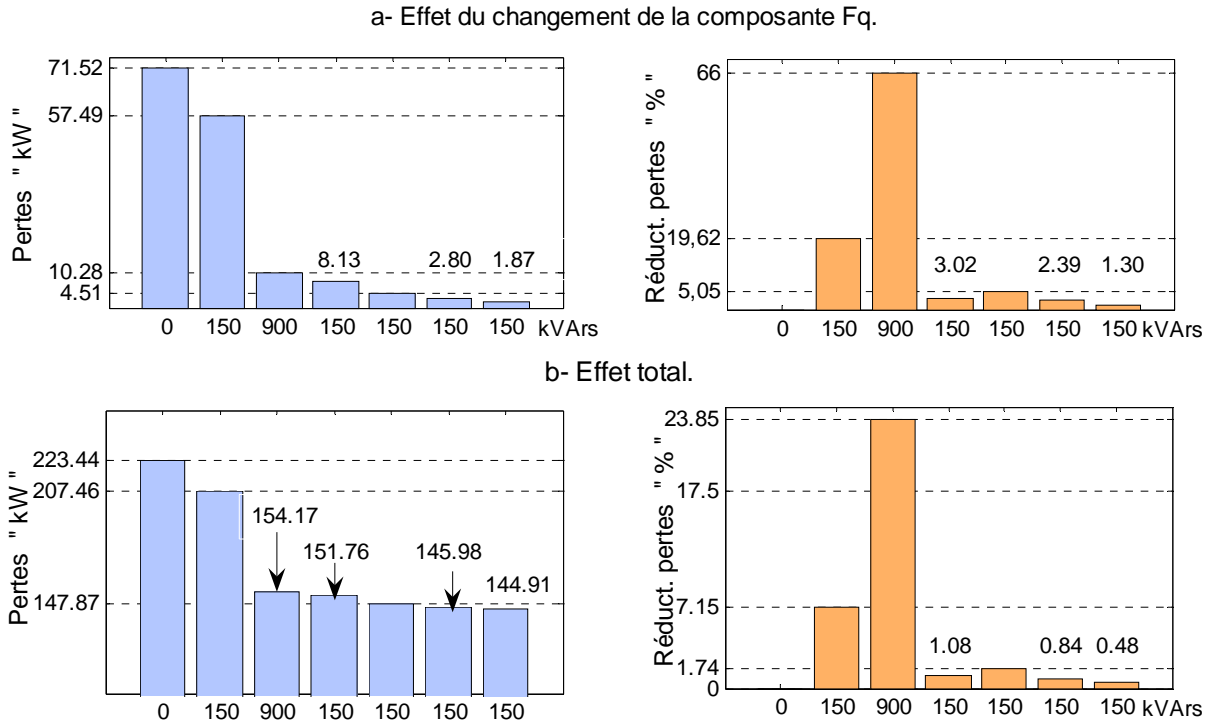


Fig.62 : Evolution des pertes de puissance au fur de l'installation des batteries ; Méthode heuristique par index de stabilité ; ligne de 69 nœuds.

3.13. Conclusion.

Deux méthodes de solution du problème du transit de fortes composantes réactives du courant de branche par méthodes heuristiques ont été présentées. La première méthode est basée sur les travaux présentés par les références [64]-[68] avec cependant, une modification des contraintes imposées au problème. Cette modification touche la contrainte sur la tension laquelle, peut être non réaliste et donc impossible à satisfaire si on imposait un taux de fluctuation de $\pm 5\%$. Bien sûr, ceci ne diminue en rien le bien-fondé de ce critère mais, pour les divers exemples de lignes considérés, l'annulation de toutes les charges réactives, ce qui est physiquement équivalent à une compensation locale de la totalité des puissances réactives demandées, a donné des tensions minimales de 0.874350 pour la ligne de 9 nœuds, 0.939405 pour la ligne de 33 nœuds et 0.931824 pour la ligne de 69 nœuds. Ces tensions, étant nettement plus petites que la limite inférieure fixée, indiquent l'impossible satisfaction de la contrainte sur la tension

si les charges réactives sont partiellement compensées. Comme contrainte de substitution, nous nous sommes fixé comme but, une absence de surcompensation et ce dans le but d'éviter des surtensions. Ce critère peut être traduit par l'exigence d'une composante réactive du courant de branche supérieure ou égale à zéro. Aucune limite inférieure n'est imposée à la tension du fait que, par essence, l'application des batteries de condensateurs a pour rôle de pousser cette dernière vers le haut. Les résultats relatifs au nombre de batteries et aux réductions des pertes de puissance et du coût auxquels cette première méthode a conduit, sont comparables à ceux donnés par les références ayant servi comme base de comparaison.

La seconde méthode, heuristique elle aussi, mais utilisant les index de stabilité pour classer l'ordre dans lequel les nœuds candidats recevront des batteries de tailles optimales, a conduit à de bien meilleurs résultats. Le total des kVAr installés est moindre et les réductions des pertes de puissance et du coût sont plus importantes comparés à ceux proposés par divers auteurs dont ceux des références [25] et [64]-[69]. Le profil de la tension est quasiment ramené à celui auquel on s'attendrait en l'absence de toute charge réactive. Reste cependant, la question du nombre de batteries relativement élevé et les éventuels problèmes de pollution harmonique qu'il pourrait poser. Néanmoins, on pourrait y remédier en écartant les batteries qui produisent un faible effet sur la réduction totale des pertes de puissance et donc du coût et ce, en s'en tenant au constat fait lors de l'analyse de l'évolution des pertes de puissance au fur et à mesure de l'installation des batteries. Pour cela, il suffit d'imposer une contrainte sur la réduction des pertes. En effet et exception faite de l'application de la méthode heuristique par index de stabilité à la ligne de 9 nœuds, considérée comme étant très particulière, pour le restant des lignes, à peu près 80 % de la réduction des pertes de puissance est réalisée par l'ensemble des deux premières batteries installées. Dès lors, si on se contentait de ces seuls 80 % de réduction des pertes de puissance, deux batteries seulement suffisent pour réaliser cet objectif. D'ailleurs, ce dernier constat appelle de notre part, une particulière attention dans le choix des emplacements et des tailles de ces premières batteries.

Conclusion générale.

Le travail présenté dans la présente thèse est une contribution à la solution du problème de la circulation des forts courants réactifs dans les réseaux de distribution équilibrés. La réduction de ces courants est envisagée moyennant l'installation de batteries de condensateurs shunts pour lesquelles il faut trouver les meilleurs nœuds de placement ainsi que les puissances optimales. Deux approches de solution ont été présentées. La première approche proposée est analytique et s'applique sans difficultés aux réseaux en échelle. Elle permet d'optimiser à la fois les puissances et les emplacements des batteries de condensateurs. Dans cette approche, nous avons développé des modèles mathématiques pour les réductions des pertes de puissance et d'énergie différent de ceux donnés par les auteurs ayant traité le sujet par des méthodes analytiques. Dans ces modèles, il a été montré que pour un nombre de batteries fixé au préalable, les dites réductions dépendent de toutes les batteries mises en ligne et non pas de celles situées en aval de la batterie pour laquelle on effectue les calculs seulement. Implicitement, on peut dire que la fonction objectif lorsque le nombre de batteries est fixé au départ ne peut être markovienne. De plus, comme voie de solution pour déterminer les tailles optimales des batteries une approche itérative est proposée ne nécessitant aucune inversion de matrices.

La seconde approche de solution proposée, s'applique avec une grande facilité tant aux lignes en échelle qu'à celles avec ramifications physiquement plus réalistes. Cette approche est basée sur les techniques heuristiques. Dans cette catégorie de solution, deux modèles ont été présentés. Dans le premier modèle, emprunté aux auteurs ayant traité le problème de l'optimisation de l'énergie réactive par méthodes heuristiques, une méthode heuristique modifiée a été donnée. A la contrainte imposée à la tension on a substitué une contrainte ne permettant aucune surcompensation de la ligne. Cette dernière impose une composante réactive du courant de branche supérieure ou égale à zéro et trouve sa justification dans l'impossible satisfaction de la contrainte sur la tension lorsque le taux de fluctuation autorisé est petit. Dans le second modèle, l'innovation réside dans la méthode de choix des nœuds candidats à recevoir les

batteries de condensateurs de puissances optimales. Le rangement des nœuds, dans l'ordre où ils vont recevoir les batteries, est fait moyennant les index de stabilité qui renseignent sur la proximité des tensions de ces derniers de l'effondrement.

Les solutions obtenues pour les différents types de lignes considérées sont comparables à ceux d'autres auteurs voir meilleures lorsqu'on utilise la méthode par index de stabilité. Les résultats trouvés nous ont amené à constater que la plus grande réduction des pertes de puissance est en général réalisée par les deux premières batteries installées d'où, les précautions à prendre dans le choix des emplacements et des tailles de ces dernières.

Le problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive ne pouvant être séparé de l'écoulement de charge, l'entreprise de développement de méthodes non newtoniennes, efficaces pour les lignes radiales avec ou sans ramifications, a été menée. Dans cet ordre, deux méthodes ont été données. Dans la première de ces deux méthodes et afin de réduire le temps de calcul et accélérer la convergence, une matrice traçant la configuration de la ligne et une base de choix des tensions initiales ont été introduites. Pour réduire encore le temps de calcul, la seconde méthode proposée prend en compte dans la détermination des puissances active et réactive s'écoulant dans une branche donnée, celles calculées pour les branches qui en sortent.

Enfin, pour clore la présente conclusion et espérer ainsi ouvrir des chantiers en perspective d'un éventuel développement du problème de la réduction du transit de forts courants de branche dans les lignes de distribution et améliorer ainsi leurs transmissions de puissance, plusieurs questions sont alors posées. La première des questions qui nous vient à l'esprit est, les charges d'une ligne étant aléatoires et changent d'un moment à l'autre de la journée, qu'en est il de la compensation de l'énergie réactive dans ce cas et comment l'entreprendre. La seconde question qu'on peut se poser, concerne la conduite de la compensation de l'énergie réactive dans le cas où la répartition de la charge n'est pas équilibrée

et/ou dans le cas où les charges sont de différents modèles. A ces différentes questions, des réponses devraient être apportées et donc des perspectives de développement du présent travail à entreprendre.

Annexes.

Annexe.1

Nœuds	Longueur (miles)	Sections		Résistance (Ω)	Réactance (Ω)	Nœuds	P_L (kW)	Q_L (kVAr)
0 à 1	0.63	4	Cu	0.1233	0.4127	1	1840	460
1 à 2	0.88	4	Cu	0.2467	0.6051	2	980	340
2 à 3	1.70	4	Cu	0.7463	1.2050	3	1790	446
3 à 4	0.81	2	Cu	0.6984	0.6084	4	1598	1840
4 à 5	2.30	2	Cu	1.9831	1.7276	5	1610	600
5 à 6	1.05	2	Cu	0.9053	0.7886	6	780	110
6 à 7	1.50	2/0	Cu	2.0552	1.1640	7	1150	60
7 à 8	3.50	336.4	Al	4.7954	2.7160	8	980	130
8 à 9	3.90	300	Cu	5.3434	3.0264	9	1640	200
Total							12368 kW	4186 kVar

Tableau A.1 : Données de la ligne de 9 jeux de barres [8]-[9].

Branches	Nœud source (SE)	Nœud Receveur (RE)	r (Ω)	X (Ω)	P_L (kW) à (RE)	Q_L (kVAr) à (RE)
1	0	1	0.0922	0.0470	100	60
2	1	2	0.4930	0.2511	90	40
3	2	3	0.3660	0.1864	120	80
4	3	4	0.3811	0.1941	60	30
5	4	5	0.8190	0.7070	60	20
6	5	6	0.1872	0.6188	200	100
7	6	7	0.7114	0.2351	200	100
8	7	8	1.0300	0.7400	60	20
9	8	9	1.0440	0.7400	60	20
10	9	10	0.1966	0.0650	45	30
11	10	11	0.3744	0.1238	60	35
12	11	12	1.4680	1.1550	60	35
13	12	13	0.5416	0.7129	120	80

Tableau A.2 : Données de la ligne de 33 jeux de barres (.../...)

Branches	SE (i)	RE (i)	r (Ω)	X (Ω)	P _L (kW) à (RE)	Q _L (kVAr) à (RE)
14	13	14	0.5910	0.5260	60	10
15	14	15	0.7463	0.5450	60	20
16	15	16	1.2890	1.7210	60	20
17	16	17	0.7320	0.5740	90	40
18	1	18	0.1640	0.1565	90	40
19	18	19	1.5042	1.3554	90	40
20	19	20	0.4095	0.4784	90	40
21	20	21	0.7089	0.9373	90	40
22	2	22	0.4512	0.3083	90	50
23	22	23	0.8980	0.7091	420	200
24	23	24	0.8960	0.7011	420	200
25	5	25	0.2030	0.1034	60	25
26	25	26	0.2842	0.1447	60	25
27	26	27	1.0590	0.9337	60	20
28	27	28	0.8042	0.7006	120	70
29	28	29	0.5075	0.2585	200	600
30	29	30	0.9744	0.9630	150	70
31	30	31	0.3105	0.3619	210	100
32	31	32	0.3410	0.5302	60	40
Total					3715	2300

Tableau A.2 : Données de la ligne de 33 jeux de barres [98].

Branches	SE (i)	RE (i)	r (Ω)	X (Ω)	P _L (kW) à (RE)	Q _L (kVAr) à (RE)
1	0	1	0.0005	0.0012	0.00	0.00
2	1	2	0.0005	0.0012	0.00	0.00
3	2	3	0.0015	0.0036	0.00	0.00
4	3	4	0.0251	0.0294	0.00	0.00
5	4	5	0.3660	0.1864	2.60	2.20
6	5	6	0.3811	0.1941	40.40	30.00
7	6	7	0.0922	0.0470	45.00	54.00
8	7	8	0.0493	0.0251	30.00	22.00
9	8	9	0.8190	0.2707	28.00	19.00
10	9	10	0.1872	0.0619	145.00	104.00

Tableau A.3 : Données de la ligne de 69 jeux de barres (.../...).

Branches	SE (i)	RE (i)	r (Ω)	X (Ω)	P _L (kW) à (RE)	Q _L (kVAr) à (RE)
11	10	11	0.7114	0.2351	145.00	104.00
12	11	12	1.0300	0.3400	8.00	5.00
13	12	13	1.0440	0.3450	8.00	5.50
14	13	14	1.0580	0.3496	0.00	0.00
15	14	15	0.1966	0.0650	45.50	30.00
16	15	16	0.3744	0.1238	60.00	35.00
17	16	17	0.0047	0.0016	60.00	35.00
18	17	18	0.3276	0.1083	0.00	0.00
19	18	19	0.2106	0.0690	1.00	0.60
20	19	20	0.3416	0.1129	114.00	81.00
21	20	21	0.0140	0.0046	5.00	3.50
22	21	22	0.1591	0.0526	0.00	0.00
23	22	23	0.3463	0.1145	28.00	20.00
24	23	24	0.7488	0.2475	0.00	0.00
25	24	25	0.3089	0.1021	14.00	10.00
26	25	26	0.1732	0.0572	14.00	10.00
27	2	27	0.0044	0.0108	26.00	18.60
28	27	28	0.0640	0.1565	26.00	18.60
29	28	29	0.3978	0.1315	0.00	0.00
30	29	30	0.0702	0.0232	0.00	0.00
31	30	31	0.3510	0.1160	0.00	0.00
32	31	32	0.8390	0.2816	14.00	10.00
33	32	33	1.7080	0.5646	9.50	14.00
34	33	34	1.4740	0.4873	6.00	4.00
35	2	35	0.0044	0.1080	26.00	18.55
36	35	36	0.0640	0.1565	26.00	18.55
37	36	37	0.1053	0.1230	0.00	0.00
38	37	38	0.0304	0.0355	24.00	17.00
39	38	39	0.0018	0.0021	24.00	17.00
40	39	40	0.7283	0.8509	1.20	1.00
41	40	41	0.3100	0.3623	0.00	0.00
42	41	42	0.0410	0.0478	6.00	4.30
43	42	43	0.0092	0.0116	0.00	0.00

Tableau A.3 : Données de la ligne de 69 jeux de barres (.../...).

Branches	SE (i)	RE (i)	r (Ω)	X (Ω)	P _L (kW) à (RE)	Q _L (kVAr) à (RE)
44	43	44	0.1089	0.1373	39.22	26.30
45	44	45	0.0009	0.0012	39.22	26.30
46	3	46	0.0034	0.0084	0.00	0.00
47	46	47	0.0851	0.2083	79.00	56.40
48	47	48	0.2898	0.7091	384.70	274.50
49	48	49	0.0822	0.2011	384.70	274.50
50	6	50	0.0928	0.0473	40.50	28.30
51	50	51	0.3319	0.1114	3.60	2.70
52	7	52	0.1740	0.0886	4.35	3.50
53	52	53	0.2030	0.1034	26.40	19.00
54	53	54	0.2842	0.1447	24.00	17.20
55	54	55	0.2813	0.1433	0.00	0.00
56	55	56	1.5900	0.5337	0.00	0.00
57	56	57	0.7837	0.2630	0.00	0.00
58	57	58	0.3042	0.1006	100.00	72.00
59	58	59	0.3861	0.1172	0.00	0.00
60	59	60	0.5075	0.2585	1244.00	888.00
61	60	61	0.0974	0.0496	32.00	23.00
62	61	62	0.1450	0.0738	0.00	0.00
63	62	63	0.7105	0.3619	227.00	162.00
64	63	64	1.0410	0.5302	59.00	42.00
65	9	65	0.2012	0.0611	18.00	13.00
66	65	66	0.0047	0.0014	18.00	13.00
67	10	67	0.7394	0.2444	28.00	20.00
68	67	68	0.0047	0.0016	28.00	20.00
Total					3802.2	2694.6

Tableau A.3 : Données de la ligne de 69 jeux de barres [25].

Annexe.2

Afin de montrer la non dépendance de la réduction des pertes de puissance et donc d'énergie de la composante active du courant, considérant une branche de résistance R au bout de laquelle est placée une charge.

Avant le placement de la batterie de condensateur (Fig.A.1.a), les pertes de puissance active sont données par :

$$P = R I^2$$

Qu'on peut aussi écrire :

$$P = R (I_a^2 + I_r^2)$$

Après le placement d'une batterie de condensateurs en parallèle sur la charge (voir Fig.A.1.b), ces pertes deviennent :

$$P_1 = R I_1^2$$

Qui s'écrit aussi :

$$P_1 = R (I_a^2 + (I_r - I_c)^2)$$

La réduction des pertes de puissance active qui est égale à la différence des pertes avant et après compensation est alors :

$$\Delta P = 2R I_r I_c - R I_c^2$$

Cette dernière expression montre clairement que la réduction des pertes de puissance est indépendante de la composante active du courant de branche.

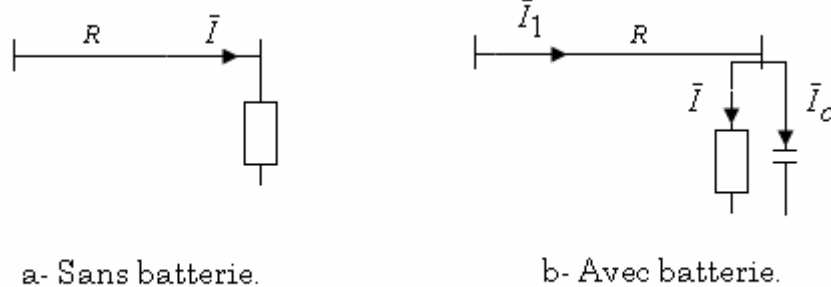


Fig.A.1 : Schéma équivalent d'une branche.

Annexe.3

Les puissances optimales des batteries de condensateurs étant dépendantes les unes des autres, leur détermination analytique exige un modèle mathématique dans lequel les liens entre ces différentes puissances ou les courants correspondants sont explicités. Ceci reste possible en définissant les réductions des pertes de puissance et d'énergie dues à chacune des batteries tout en tenant compte du fait que le restant des batteries sont toujours en ligne. Ainsi, pour un ensemble de m batteries (Fig.A.1), les réductions des pertes de puissance et d'énergie dues à une batterie donnée notée i , peuvent être écrites :

A-1 Réduction des pertes de Puissance.

La réduction des pertes de puissance étant par définition égale à la différence des pertes avant et après compensation, conduit alors à :

$$\Delta P_i = P_{bi} - P_{ai}$$

Où :

$-P_{bi}$ et P_{ai} : sont respectivement les pertes de puissance en ligne avant et après compensation.

Avant l'installation de la $i^{ème}$ batterie (Fig.A.2), Les pertes de puissance dans la ligne sont :

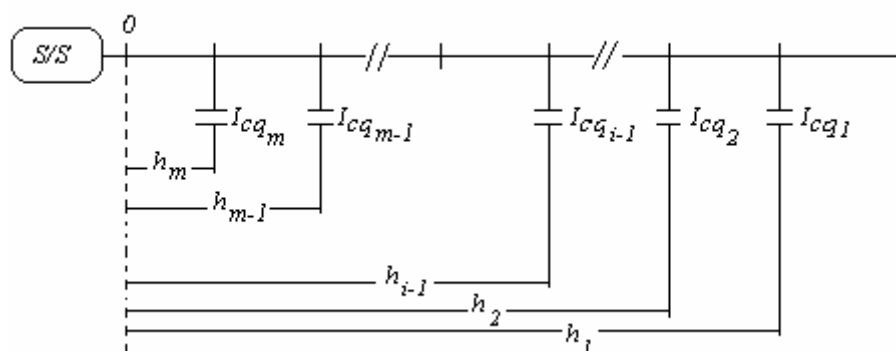


Fig.A.2 : Ligne compensée avant l'installation de la batterie «i».

$$P_{bi} = R \int_0^{h_m} (I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk})^2 dx + R \sum_{j=1}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} (I_s F_q(x) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk})^2 dx + R \int_{h_1}^1 (I_s F_q(x))^2 dx$$

Que nous pouvons écrire encore :

$$P_{bi} = R \int_0^{h_m} (I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk})^2 dx + R \sum_{j=1}^{i-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} (I_s F_q(x) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk})^2 dx +$$

$$R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} (I_s F_q(x) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk})^2 dx + R \int_{h_1}^1 (I_s F_q(x))^2 dx$$
(A1)

Les pertes de puissance en ligne après l'installation de la $i^{ième}$ batterie (Fig.A.3) sont données par :

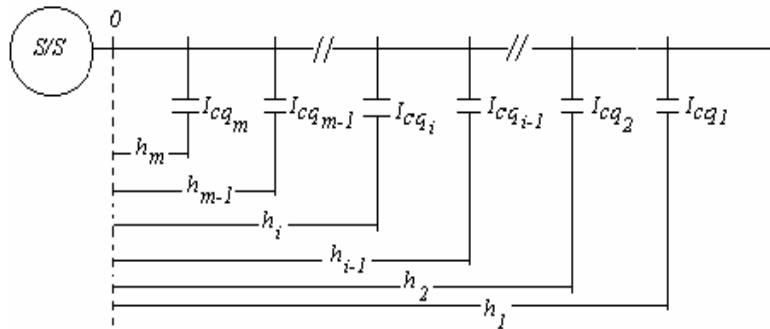


Fig.A.3 : Ligne compensée après l'installation de la batterie «i» [11].

$$P_{ai} = R \int_0^{h_m} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} - I_{cqi} \right)^2 dx + R \sum_{j=1}^{i-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^j I_{cqk} \right)^2 dx +$$

$$R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^j I_{cqk} \right)^2 dx + R \int_{h_1}^1 (I_s F_q(x))^2 dx$$

Qui près transformation donne :

$$\begin{aligned}
P_{ai} = & R \int_0^{h_m} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} \right)^2 dx - 2 R I_{cqi} \int_0^{h_m} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} \right) dx + \\
& R \int_0^{h_m} I_{cqi}^2 dx + R \sum_{j=1}^{i-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^j I_{cqk} \right)^2 dx + R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^j I_{cqk} \right)^2 dx + R \int_{h_1}^1 (I_s F_q(x))^2 dx
\end{aligned} \tag{A2}$$

La différence entre (A1) et (A2) après simplification des termes évidents donne :

$$\begin{aligned}
\Delta P_i = & R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk} \right)^2 dx - R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^j I_{cqk} \right)^2 dx + \\
& 2 R I_{cqi} \int_0^{h_m} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} \right) dx - R I_{cqi}^2 \int_0^{h_m} dx
\end{aligned}$$

Moyennant un certain nombre de transformations et de simplifications, l'expression ci-dessus donnée conduit à :

$$\begin{aligned}
\Delta P_i = & R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk} \right)^2 dx - R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^j I_{cqk} \right)^2 dx + \\
& 2 R I_{cqi} \int_0^{h_m} \left(I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} \right) dx - R I_{cqi}^2 \int_0^{h_m} dx
\end{aligned}$$

Dont le développement donne :

$$\begin{aligned}
\Delta P_i = & R \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \left[(I_s F_q(x))^2 - 2 I_s F_q(x) \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk} + \left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk} \right)^2 - (I_s F_q(x))^2 + \right. \\
& \left. 2 I_s F_q(x) \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk} - \left(\sum_{k=1}^j I_{cqk} \right)^2 \right] dx + 2 R I_{cqi} \int_0^{h_m} \left[I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \right. \\
& \left. \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} \right] dx - \int_0^{h_m} I_{cqi}^2 dx
\end{aligned}$$

Qu'on peut encore écrire :

$$\Delta P_i = 2RI_{cqi} \int_0^{h_m} [I_s F_q(x) - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \sum_{k=i+1}^m I_{cqk}] dx - R \int_0^{h_m} I_{cqi}^2 dx +$$

$$R \sum_{j=1}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} [(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk})^2 - (\sum_{k=1}^j I_{cqk})^2 + 2RI_s F_q(x) (\sum_{k=1}^j I_{cqk} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^j I_{cqk})] dx$$

Le réarrangement de cette dernière expression conduit à :

$$\Delta P_i = 2RI_{cqi} \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - \int_0^{h_i} I_{cqi}^2 dx - 2RI_{cqi} \int_0^{h_m} \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} dx -$$

$$2RI_{cqi} \int_0^{h_m} \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} dx - 2RI_{cqi} \sum_{j=i}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} dx - 2RI_{cqi} \sum_{j=i+1}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \sum_{k=i+1}^j I_{cqk} dx$$

Qui après développement et simplification donne :

$$\Delta P_i = 2RI_{cqi} \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - R \int_0^{h_i} I_{cqi}^2 dx - 2RI_{cqi} \int_0^{h_m} \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} dx - 2RI_{cqi} \int_0^{h_m} \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} dx -$$

$$2RI_{cqi} [\int_{h_{i+1}}^{h_i} \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} dx + \int_{h_{i+2}}^{h_{i+1}} (\sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} + \sum_{k=i+1}^{i+1} I_{cqk}) dx + \int_{h_{i+3}}^{h_{i+2}} (\sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} + \sum_{k=i+1}^{i+2} I_{cqk}) dx +$$

$$\dots + \int_{h_{n-2}}^{h_{n-3}} (\sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} + \sum_{k=i+1}^{n-3} I_{cqk}) dx + \int_{h_{n-1}}^{h_{n-2}} (\sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} + \sum_{k=i+1}^{n-2} I_{cqk}) dx +$$

$$\int_{h_n}^{h_{n-1}} (\sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} + \sum_{k=i+1}^{n-1} I_{cqk}) dx]$$

Qu'on peut encore écrire après simplification sous la forme :

$$\Delta P_i = 2RI_{cqi} \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - R h_i I_{cqi}^2 - 2RI_{cqi} \int_0^{h_m} \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} dx -$$

$$\left[2RI_{cqi} \int_0^{h_m} \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} dx + 2RI_{cqi} \sum_{j=i+1}^{m-1} \int_{h_{j+1}}^{h_j} \sum_{k=i+1}^j I_{cqk} dx \right] \quad (A3)$$

Le terme entre crochets de l'expression (A3) et qu'on note BT, peut être développé comme il suit :

$$\begin{aligned}
 BT = & 2RI_{cqi} [h_m I_{cqm} + h_m \sum_{k=i+1}^{m-1} I_{cqk} + h_{m-1} I_{cqm-1} + h_{m-1} \sum_{k=i+1}^{m-2} I_{cqk} + \dots + \\
 & h_{i+2} I_{cqi+1} + h_{i+1} I_{cqi+1} - h_m \sum_{k=i+1}^{m-1} I_{cqk} - h_{m-1} \sum_{k=i+1}^{m-2} I_{cqk} - \dots - h_{i+2} I_{cqi+1}]
 \end{aligned} \tag{A4}$$

(A4) après simplification devient :

$$BT = 2RI_{cqi} \sum_{k=i+1}^n h_k I_{cqk} \tag{A5}$$

Finalement, nous obtenons pour ΔP_i :

$$\Delta P_i = 2RI_{cqi} \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - 2RI_{cqi} h_i \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - 2RI_{cqi} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - R h_i I_{cqi}^2 \tag{A6}$$

A-1 Réduction des pertes d'énergie.

La réduction des pertes d'énergie due à la $i^{ième}$ batterie est obtenue en intégrant entre zéro et T l'expression (A6).

$$\Delta E_i = \int_0^T \Delta P_i dt$$

Le calcul de cette intégrale conduit à :

$$\Delta E_i = 2RTL_f I_{cqi} \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - RT h_i I_{cqi} \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - 2RTI_{cqi} \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - RT h_i I_{cqi}^2 \tag{A7}$$

A-3- Optimisation des tailles des batteries.

La taille optimale de la $i^{\text{ième}}$ batterie dont l'emplacement h_i est connu, est la solution de l'équation $\frac{\partial \Delta S_i}{\partial I_{cqi}} = 0$. Pour la déterminer, nous devons d'abord calculer

la fonction retour économique due à cette dernière et qui donne en substituant à ΔP_i et ΔE_i de l'expression (2.16) leurs expressions (A6) et (A7) :

$$\begin{aligned} \Delta S_i = & 2 R I_{cqi} (k_p + k_e T L_f) \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - 2 R I_{cqi} h_i (k_p + k_e T) \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \\ & 2 R I_{cqi} (k_p + k_e T) \sum_{k=i+1}^m h_k I_{cqk} - R h_i I_{cqi}^2 (k_p + k_e T) - k_{cf} \frac{V_{ci} I_{cqi}}{\cos \varphi_{ci}} \end{aligned} \quad (A8)$$

La dérivée de (A8) donne :

$$\begin{aligned} I_{cqi} = & \frac{k_p + k_e T L_f}{(k_p + k_e T) h_i} \int_0^{h_i} I_s F_q(x) dx - \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} - \\ & \frac{1}{h_i} \sum_{k=i+1}^m I_{cqk} - \frac{k_{cf} V_{ci}}{2R(k_p + k_e T) h_i \cos \varphi_{ci}} \end{aligned} \quad (A9)$$

Où :

$$\sum_{k=1}^{j-1} I_{cqk} = 0 \quad \text{pour } j = 1$$

Et :

$$\sum_{k=j+1}^n I_{cqk} = 0 \quad \text{pour } j = m$$

A-4- Optimisation des emplacements.

Pour déterminer l'emplacement optimal de la $i^{\text{ième}}$ batterie de taille donnée, on résout l'équation $\frac{\partial \Delta S_i}{\partial h_i} = 0$.

La solution de cette équation donne après réarrangement :

$$F_q(h_i) = \frac{2(k_p + k_e T)}{I_s(k_p + k_e T L_f)} \sum_{k=1}^{i-1} I_{cqk} + \frac{k_p + k_e T}{2I_s(k_p + k_e T L_f)} I_{cqi} \quad (\text{A10})$$

Annexe 4.

Le courant circulant dans une branche (voir Fig.A.4) est donné par :

$$\bar{I}_i = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{V}_i^*} \quad (\text{A11})$$

Qu'on peut encore écrire comme il suit :

$$\bar{I}_i = \frac{\bar{V}_k - \bar{V}_i}{\bar{Z}_i} \quad (\text{A12})$$

En substituant \bar{I}_i dans (A.11) par son expression (A.12), nous obtenons :

$$\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} = \frac{\bar{V}_k - \bar{V}_i}{\bar{Z}_i} \quad (\text{A13})$$

Le développement de (A13) conduit à :

$$R_i P_i - jR_i Q_i + jX_i P_i + X_i Q_i = V_k V_i [\cos(\varphi_k - \varphi_i) + j \sin(\varphi_k - \varphi_i)] - V_i^2$$

Qui en séparant la partie réelle de la partie imaginaire donne :

$$\begin{cases} R_i P_i + X_i Q_i + V_i^2 = V_i V_k \cos(\varphi_k - \varphi_i) \\ X_i P_i - R_i Q_i = V_i V_k \sin(\varphi_k - \varphi_i) \end{cases} \quad (\text{A14})$$

L'élevation au carré de chacune des équations de (A14) et leur sommation donne :

$$\left[(R_i P_i + X_i Q_i) + V_i^2 \right]^2 + [X_i P_i - R_i Q_i]^2 = V_i^2 V_k^2$$

Dont le développement donne :

$$V_i^4 + 2V_i^2 \left[(R_i P_i + X_i Q_i) - \frac{V_k^2}{2} \right] + (R_i P_i + X_i Q_i)^2 + (X_i P_i - R_i Q_i)^2 = 0$$

Qui après simplification conduit à :

$$V_i^4 + 2V_i^2 A_i + Z_i^2 (P_i^2 + Q_i^2) = 0 \quad (\text{A15})$$

Avec :

$$A_i = R_i P_i + X_i Q_i - \frac{V_k^2}{2}$$

Le discriminant de l'équation (A15) qu'on note B_i^2 est donné par :

$$B_i^2 = A_i^2 - Z_i^2 (P_i^2 + Q_i^2)$$

D'où la solution de l'équation (A15) :

$$V_i^2 = -A_i + B_i$$

Avec :

$$B_i = \sqrt{A_i^2 - Z_i^2 (P_i^2 + Q_i^2)}$$

La tension au nœud récepteur de la branche «i» est alors :

$$V_i = \sqrt{B_i - A_i} \tag{A16}$$

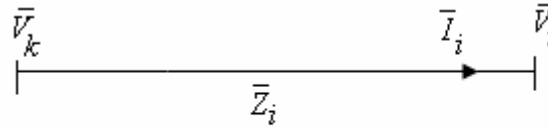
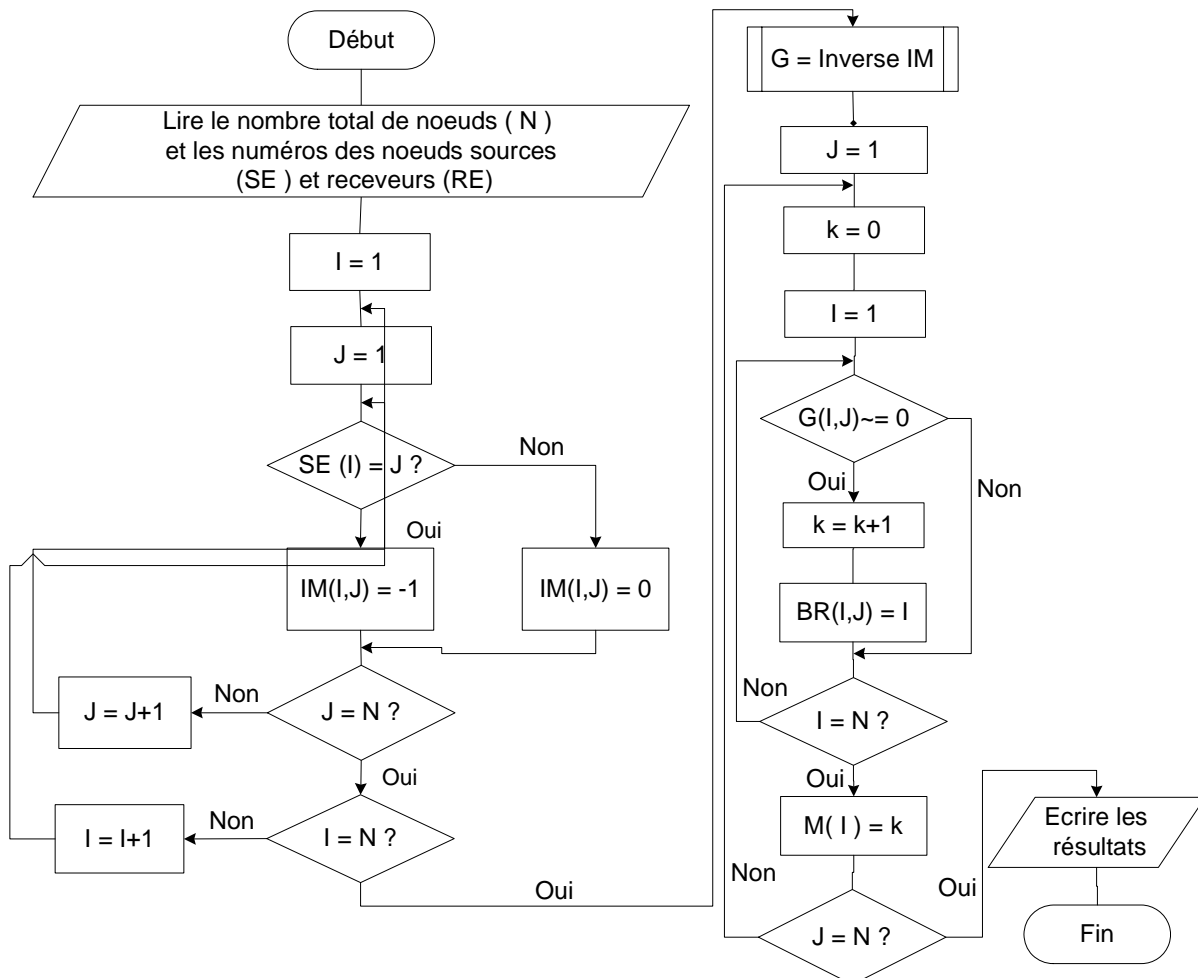


Fig.A.4 : Schéma unifilaire équivalent d'une branche.

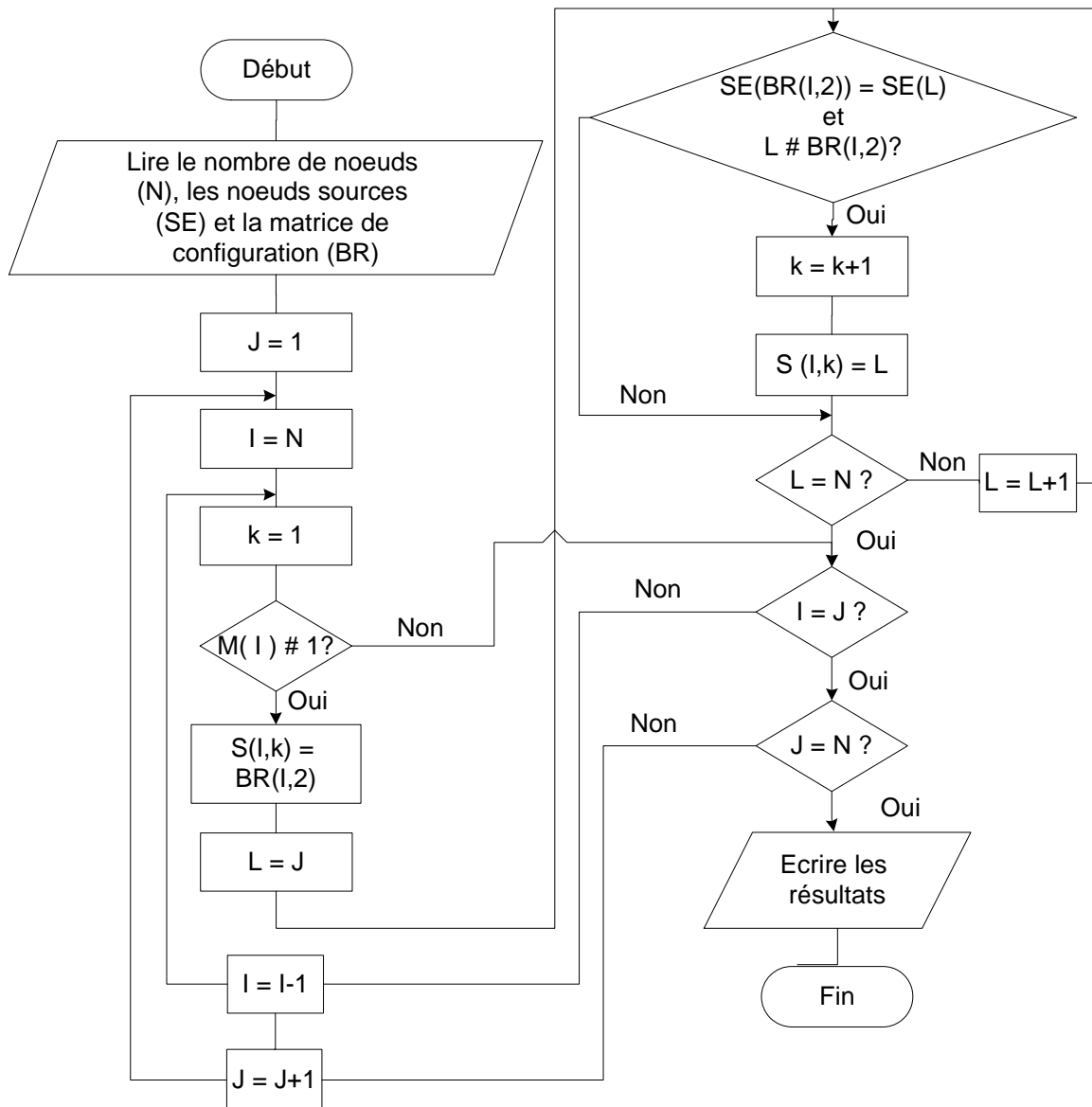
Annexe 5.

L'organigramme permettant de former la matrice «BR» expression de la configuration de toute ligne est le suivant :



Annexe 6.

L'organigramme permettant de déterminer les vecteurs donnant les branches sortant de chaque nœud est ci-dessous donné.



Bibliographie.

- 1- N.M. Neagle et D.R. Samson: "Loss reduction from capacitors installed on primary feeders." AIEE Trans., vol.75, Oct.1956, pp.950-959.
- 2- R.F. Cook: "Analysis of capacitor application as affected by load cycle." AIEE Trans., vol.78, Oct.1959, pp.950-957.
- 3- R.F. Cook: "Calculating loss reduction afforded by shunt capacitor application." IEEE Winter Power Meeting New York, Feb. 2- 7, pp.1227-1230.
- 4- J.V. Schmill: "Optimum size and location of shunt capacitors on distribution feeders." IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.84, n°9, Sept.1965, pp.825-832.
- 5- N.E. Chang: "Locating shunt capacitors on primary feeder for voltage control and loss reduction." IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.88, n°10, Oct.1969, pp.1574-1577.
- 6- N.E. Chang: "Generalized equations on loss reduction with shunt capacitor." IEEE Winter Power Meeting New York, Jan. 30 Feb. 4, 1972, pp.2189-2195.
- 7- Y.G. Bae: "Analytical method of capacitor allocation on distribution primary feeders." IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.97, n°11, Aug.1978, pp.1232-1238.
- 8- J.J. Grainger et al.: "Proper placement of capacitors for losses reduction on distribution primary feeders." Proceedings of the American Power Conference, vol.42, n°11, 1980, pp.593-603.
- 9- S.H. Lee et J.J. Grainger: "Optimum placement of fixed and switched capacitors on primary distribution feeders." IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.100, n°1, Jan.1981, pp.345-352.
- 10- J.J. Grainger and S.H. Lee: "Optimum size and location of shunt capacitors for reduction of losses on distribution feeders." IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol. 00, n°3, Mar.1981, pp.1105-1118.
- 11- J.J. Grainger and S.H. Lee: "Capacity release by shunt capacitors placement on distribution feeders: A new voltage-dependent model." IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.101, n°5, May.1982, pp.1236-1244.

- 12- J.J. Grainger et al: "Design of a real time switching control scheme for capacitive compensation of distribution feeders." IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.101, n°8, Aug.1982, pp.2420-2428.
- 13- J.J. Grainger et al.: "Optimal design and control scheme for continuous capacitive compensation of distribution feeders" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.102, n°10, Oct.1983, pp.3271-3278.
- 14- J.J. Grainger et al.: "Optimal voltage dependent continuous-time control of reactive power on primary feeders" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.103, n°9, Sept.1984, pp.2714-2722.
- 15- J.J. Grainger et al.: "Volt/Var control on distribution systems with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators. PartI: The overall problem" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.104, n°11, Nov.1985, pp.3278-3282.
- 16- J.J. Grainger et al.: "Volt/Var control on distribution systems with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators. PartII: The solution method" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.104, n°11, Nov.1985, pp.3284-3297.
- 17- A. Hamouda et K. Zehar: "Optimisation de la compensation de l'énergie reactive par batteries fixes" Proceedings of the conference on modelling and simulation of electrical systems, Guelma 07-08 November 1995, pp.001-007.
- 18- A. Hamouda et K. Zehar: "Analyse de la prépondérance des paramètres lors de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive" Journal of Technology, Actes de la 3^{ème} conférence maghrébine sur l'automatique, l'électrotechnique et l'électronique industrielle, COMAEI'98, Béjaia 08-09 Déc.1998, pp.279-282.
- 19- M.M.A Salama et al.: "Control of reactive power in distribution systems with an end-load and varying load conditions" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.104, n°4, Apr.1985, pp.941-947.
- 20- M.M.A Salama et al.: "Control of reactive power in distribution systems with an end-load and fixed load conditions" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.104, n°10, oct.1985, pp.2779-2788.

- 21- H. Duran: "Optimum number, location, and size of shunt capacitors in radial distribution feeders: A dynamic programming approach" IEEE Winter Power Meeting New York, Feb.3, 1967, pp.1769-1774.
- 22- T.H. Fawzi et al.: "New approach for the application of shunt capacitors to the primary distribution feeders" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.102, n°1, Jan.1983, pp.10-13.
- 23- M. Ponnaivaiko et al.: "Optimal choice of fixed and switched shunt capacitors on radial distributors by the method of local variations" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.102, n°6, June 1983, pp.1607-1615.
- 24- M.E. Baran and F. F. Wu: "Optimal capacitor placement on radial distribution systems" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.4, n°1, Jan.1989, pp.725-734.
- 25- M. E. Baran and F. F. Wu: "Optimal sizing of capacitors placed on radial distribution system" IEEE Trans. On Power Delivery, vol. 4, n°1, Jan 1989, pp.735-743.
- 26- R. Baldick and F.F. Wu: "Efficient integer optimization algorithms for optimal coordination of capacitors and regulators" IEEE Trans. On Power Systems, vol.5, n°3, Aug.1990, pp.805-812.
- 27- V.H. Quintana: "Reactive-power dispatch by successive quadratic programming" IEEE Energy and Conversion, Vol.4, n°3, Sept.1989, pp.425-435.
- 28- C. ZhongQin and C. Zhizhong: "Reactive power moment method for optimal compensation on radial distribution systems" Proceedings of the International Conference of Power Systems Technology POWERCON'98, 18-21Aug. 1998, pp.1435-1437.
- 29- I.P Abril and J.A.G. Quentero: "Var control by sequential quadratic programming" IEEE Trans. On Power Systems, vol.18, n°1, Feb.2003, pp.36-41.
- 30- A.H. Nouredine and A. Chandrasekaran: "Linear programming approach to loss minimisation and capacitor sizing and placement" Proceeding of the System theory, the 24th South-eastern Symposium and the 3rd annual Symposium on communications, Signal Processing Expert Systems, Marsh 1-3, 1992, pp.454-458.

- 31- A.A. El-Kib et al.: "Placement of fixed and/or non-simultaneously switched capacitors on unbalanced three-phase feeders involving laterals" IEEE Trans. On Power App. And Systems, vol.104, n°11, Nov.1985, pp.3298-3305.
- 32- J.C. Carlisle: "A graph search algorithm for optimal placement of fixed and switched capacitors on radial distribution systems" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.15, n°1, Jan.2000, pp.423-428.
- 33- Y. Baghzouz: "Shunt capacitor sizing for radial distribution feeders with distorted substation voltages" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.5, n°2, Apr.1990, pp.650-657.
- 34- Y. Baghzouz: "Effect of non-linear loads on optimal capacitor placement in radial feeders" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.6, n°1, Jan.1991, pp.251-255.
- 35- C.T. Su and C.S. Lee: "Feeder reconfiguration and capacitor setting for loss of distribution systems" Electric Power System Research, vol.58, Dec 2000, pp.97-102.
- 36- S. Ertem: "Optimal shunt capacitor sizing for reduce line loading, voltage improvement and loss reduction of distribution feeders" Proceedings of the Twenty-First Annual North American, Power Symposium, 9-10 Oct. 1989, pp.262-269.
- 37- N.K. Swain and N.N. Bengiamin: "On reactive power compensation" Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Vancouver Canada, October, 1995, pp.1362-1366.
- 38- A.M. Sharef and S.T. Ibrahim: "Optimal capacitor placement in distribution networks" Electric Power Systems Research, vol.37, Apr.1996, pp.181-187.
- 39- D.F.P. Pires et al.: "A multi objective model for var planning in radial distribution networks based on tabu search" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.20, n°2, May 2005, pp.1089-1094.
- 40- Kenji Iba: 'Reactive power optimisation by genetic algorithm' IEEE Trans. On Power Systems, vol.9, n°2, May1994, pp.685-692.
- 41- S. Sundhararajan: "Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm" IEEE Trans. On Power Systems, vol.9, n°3, Aug.1994, pp.1449-1507.

- 42- S. Shandhararajan and A. Pahva: "Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm" IEEE Trans. On Power Systems, vol.9, n°3, Aug.1994, pp.1499-1507.
- 43- K. Nan et al.: "Capacitor placement, replacement and control in large-scale distribution systems by GA-based two-stage algorithm" IEEE Trans. On Power Systems, vol.12, n°3, Aug.1997, pp.1160-1165.
- 44- T. Ghosh et al.: "Solving capacitor placement problems in distribution systems using genetic algorithms" Electric Machines and Power Systems, vol.27, 1999, pp.429-441.
- 45- G. Levitin et al.: "Optimal capacitor allocation in distribution systems using genetic algorithm and a fast energy loss computation technique" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.15, n°2, Apr.2000, pp.623-628.
- 46- K.H. Kim et al.: "Application of ESGA hybrid approach for voltage profile improvement by capacitors placement" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.18, n°4, Oct.2003, pp.1516-1522.
- 47- A. Abou-Ghazala: "Optimal capacitor placement in distribution systems feeding non linear loads" IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings, vol.4, June 23-26, 2003.
- 48- M.A.S. Masoum et al.: "Optimal placement, replacement and sizing of capacitor banks in distorted distribution networks by genetic algorithms" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.19, n°4, Oct.2004, pp.1794-1801.
- 49- J. Riquelme Santos et al.: "A reduced-size genetic algorithm for optimal capacitor placement on distribution feeders" IEEE MELECON, Dubrovnik Croatia, May 12-15, 2004, pp.963-966.
- 50- A. Hamouda et N. Trifi: " Algorithmes génétiques, application à l'amélioration de la puissance transmissible d'une ligne de distribution par batteries shunts" 3rd International symposium on hydrocarbons and chemistry, Ghardaïa 27-29 March, 2006.
- 51- S. Azim and K.S. Swarup: "Optimal capacitor allocation in radial distribution systems under APDRP" IEEE Indicon 2005 Conference, Chennai, India, 11-13 Dec. 2005, pp. 614-618.

- 52- A.T. Saric et al.: "Fuzzy optimisation of capacitors in distribution systems" IEE Proceedings Gener., Transm. And Distrib., vol.144, n°5, Sept.1997, pp.415-422.
- 53- H.N. Ng: "Capacitor allocation by approximate reasoning: Fuzzy capacitor placement" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.15, n°1, Jan.2000, pp.393-398.
- 54- B. Das and P.K. Verma: "Artificial neural network-based Optimal capacitor switching in a distribution systems" Electric Power System Research, vol.60, June 2001, pp.55-62.
- 55- S.F. Mekhamer et al.: "Fuzzy and heuristic techniques for reactive power compensation on radial distribution feeders: A comparative study" Proceedings of IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 2002, pp.112-121.
- 56- S.F. Mekhamer et al.: "Application of fuzzy logic for reactive power compensation of radial distribution feeders" IEEE Trans. On Power Systems, vol.18, n°1, Feb.2003, pp.206-213.
- 57- J. Balakumaran and K. Thanuskodi: "Loss reduction in radial distribution systems by capacitor placement: Fuzzy technique" IEEE Etech Conference, 31 July 2004, pp.23-29.
- 58- A. Hamouda et K. Zehar: "Power transmission improvement in distribution feeders by shunt capacitor banks" Inetrnational journal of electrical and power engineering, vol.1, n°1, 2007, pp.13-20.
- 59- M.M.A Salama and A.Y. Chikhani: "A simplified network approach to the var control problem for radial distribution systems" " IEEE Trans. On Power Delivery, vol.8, n°3, July1993, pp.1529-1535.
- 60- S. Civanlar et al.: "Distribution feeder reconfiguration for loss reduction" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.3, n°4, July 1988, pp.1217-1223.
- 61- T. Taylor and D. Lubkeman: "Implementation of heuristic search strategies for distribution feeder reconfiguration" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.5, n°2, Jan.1990, pp.239-246.
- 62- T.S. Abdel-Salam et al.: "A new technique for loss reduction using compensating capacitors applied to distribution systems with varying load condition" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.9, n°2, Apr.1994, pp.819-827.

- 63- J.L. Bala et al.: "Sensitivity-based optimal capacitor placement on a radial distribution feeder" IEEE Technical applications Conference and Workshops Northcon95, 10-12 Oct.1995, pp.225-230.
- 64- M. Chis et al.: "Capacitor placement in distribution systems using heuristic search strategies" IEE Proceedings Gener., Transm. and Distrib., vol.144, n°2, May 1997, pp.225-230.
- 65- H. Haque: "Capacitor placement in radial distribution systems for loss reduction" IEE Proceedings Gener., Transm. and Distrib., vol.146, n°5, Sept.1999, pp.501-505.
- 66- H. Haque: "Improvement of power efficiency delivery of distribution systems through loss reduction" IEEE Power Engineering Winter Meeting, vol.4, 23-27 Jan.2000, pp.2739-2744.
- 67- S.F. Mekhamer et al.: "New heuristic strategies for reactive power compensation of radial distribution feeders" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.17, n°4, Oct.2002, pp.1128-1135.
- 68- S.F. Mekhamer et al.: "Reactive power compensation of radial distribution feeders: A new approach" Transmission and Distribution Conference and exhibition Asia Pacific IEEE/PES, vol.1, 6-10 Oct.2002, pp.285-290.
- 69- R. Zeng et al. "Reconfiguration and capacitor placement for loss reduction of distribution system" Proceedings of IEEE TENCON'02, Conference on Computer, Communication, Control and Power Engineering, vol.3, 2002, pp.1945-1949.
- 70- B.V. Vibhute et al.: "Maximum loss reduction by optimal placement of capacitors on a distribution system" IEEE Power India Conference, 10-12 April 2006.
- 71- J. C. Carlisle et al.: "A review of capacitor placement techniques on distribution feeders" Proceedings of the Twenty-Ninth South-eastern Symposium on System Theory, 9-11 March 1997, pp.359-365.
- 72- H.N. Ng et al. "Classification of capacitor allocation Techniques" IEEE Trans. On Power Delivery, vol.15, n°1, Jan.2000, pp.387-392.
- 73- S.F. Mekhamer and al.: "State of the art in optimal capacitor allocation for reactive power compensation in distribution systems" Proceedings of the Large

Engineering Systems Conference on Power Engineering LESCOPE02, 26-28 June 2002, pp.61-75.

74- W. G. Tinney and C. E. Hart: "Power flow solutions by Newton's method" IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol.86, 1967, pp.1449-1457.

75- B. Stott and O. Alsac: "Fast decoupled load flow" IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol.93, 1974, pp.859-869.

76- Van Amerongen, R.A.M.: "A general-purpose version of the fast decoupled load flow" IEEE Trans.1989, PWRS-4, pp.760-766.

77- D. Rajcic and A. Bose: "A modification to the fast decoupled power flow for networks with high R/X ratios" IEEE Trans.1988, PWRS-3, pp.743-746.

78- M. H. Haque: "Novel decoupled load flow method" IEE Proc. C 1993, vol.140, pp.199-205.

79- M. H. Haque: "Efficient load flow method for distribution systems with radial or mesh configuration" IEE Proc. Gene. Transm. Distrib., vol.143, n°1, 1996, pp.33-38.

80- S. Ghosh and D. Das: "Method for load-flow solution of radial distribution networks" IEE Proc. Gene. Transm. Distrib., vol.146, n°6, 1999, pp.641-648.

81- J. Nanda et al.: "New finding on radial distribution systems load flow algorithms" Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, vol.2, 23-27 Jan.2000, pp.1157-1161.

82- P. Aravindhababu et al.: "A novel technique for the analysis of radial distribution systems" Electric Power and Energy Systems, vol.23, 2001, pp.167-171.

83- S. F. Mekhamer et al.: "Load flow solution of radial distribution feeders: a new contribution" Electric Power and Energy Systems, vol.24, 2002, pp.701-707.

84- M. Asfari et al.: "A fast power flow solution of radial distribution networks" Electric Power Components and Systems, vol.30, 2002, pp.1065-1074.

85- S. Mok et al.: "A new approach for power flow analysis of balanced radial distribution systems" Electric Machines and Power Systems, vol.28, 2000, pp.325-340.

86- D. Das et al: "Novel method for solving radial distribution networks" IEE Proc. Gene. Transm. Distrib., vol.141, n°4, 1994, pp.291-298.

- 87- D. Das et al.: "Simple and efficient method for load flow solution of radial distribution networks" *Electric Power Components and Systems*, vol.17, n°5, 1995, pp.335-346.
- 88- R. Ranjan, B. Venkatesh and D. Das: "Voltage stability analysis of radial distribution networks" *Electric Power Components and Systems*, vol.31, 2003, pp.501-511.
- 89- R. Ranjan and D. Das: "Simple and efficient computer algorithm to solve radial distribution networks" *Electric Power Components and Systems*, vol.31, 2003, pp.95-107.
- 90- Augugliaro et al.: "An efficient iterative method for load-flow solution in radial distribution networks" *IEEE Porto power Tech. conference 2001*; 10-13 Sept. Porto Portugal.
- 91- E. Ulas and M. H. Hocaoglu: "A new power flow method for radial distribution systems including voltage dependent load models" *Electric Power Systems Research* vol.76, 2005, pp.106-114.
- 92- C. G. Renato: "New method for the analysis of distribution networks" *IEEE trans. on Power Delivery*, vol.5, n°1, 1990, pp.391-395.
- 93- W. H. Kersting: "A method to teach the design and operation of a distribution system" *IEEE trans. on Power Apparatus and Systems*, vol.103, 1984, pp.1945-1952.
- 94- A. Hamouda and K. Zehar: "Efficient load flow method for radial distribution feeders" *Journal of applied sciences*, vol.6, n°13, 2006, pp.2741-2748.
- 95- E. Bompard et al.: "Convergence of the backward/forward sweep method for the load-flow analysis of radial distribution systems" *Electric Power and Energy Systems*, vol.22, 2000, pp.521-530.
- 96- S. Grebex: "Métaheuristiques appliqués au placement optimal de dispositifs facts dans un réseau électrique" *Thèse de Doctorat es Sciences Techniques*, n°2742, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2003.
- 97- S.R. Charkaoui: "Méthodes heuristiques pour la recherche de configurations optimales d'un réseau électrique de distribution" *Thèse de Doctorat es Sciences Techniques*, n°1058, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1992.

- 98- R. Rajan et B. Venkatech: "Voltage stability analysis of radial distribution networks" *Electric Power Components and systems*, vol.31, 2003, pp. 501-511.
- 99- M.E. Baran and F. F. Wu: " Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing" *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol.4,N°2, 1989, pp.1401-1407.
- 100- B.M Weedy and B.J. Cory: "Electric Power Systems" John Wiley and Sons LTD., Fourth Edition, 1999.
- 101- J.J. Grainger and W.D. Stevenson Jr.: "Power system analysis" McGraw-Hill Inc., 1994.
- 102- E. Acha and M. Madrigal: "Power systems harmonics: computer modelling and analysis" John Wiley and Sons LTD., Fourth Edition, 2001.
- 103- J.P. Nougier: "Méthodes de calcul numérique" 2^e édition, Masson, 1985.
- 104- B. Debuisson : "Diagnostic, Intelligence artificielle et Reconnaissance des formes » Hermes science, 2001.

Nomenclature.

Symboles	Définitions
$SE(i)$: nœud source de la branche « i »
$RE(i)$: nœud receveur de la branche « i »
IM	: matrice d'incidence branches à nœuds
G	: matrice d'incidence nœuds à branches
BR	: matrice nouvelle d'incidence branches à nœuds expression de la configuration de la ligne
N	: nombre de nœuds de la ligne
$M(i)$: nombre de nœuds à la suite de la branche « i »
P_i et Q_i	: Puissances active et réactive à la fin de la branche « i »
P_{1i} et Q_{1i}	: Puissances active et réactive au début de la branche « i »
p_{lossi} et q_{lossi}	: Pertes de puissance active et réactive dans la branche « i »
P_{Li} et Q_{Li}	: Puissances active et réactive de la charge au nœud « i »
Q_{ci}	: Puissance réactive de la batterie au nœud « i »
r_i et X_i	: Résistance et réactance de la branche « i »
V_i et φ_i	: Tension et phase à l'origine au nœud « i »
V_{di} et V_{qi}	: Composantes d et q de la tension au nœud « i »
$S(i)$: Ensemble des branches sortant de la branche « i »
F_i	: Courant transitant par la branche « i »
F_{di} et F_{qi}	: Composantes active et réactive du courant dans branche « i »
L_{ui}	: Longueur uniforme du tronçon « i »
L_u	: Longueur totale uniforme de la ligne
r	: Résistance totale de la ligne uniforme
R_B	: Résistance de base
R	: Résistance normalisée de la ligne uniforme
I_s	: Courant réactif à la sortie de la source au pic de consommation
$I_s(t)$: Courant réactif à la sortie de la source à l'instant t
$F_q(x)$: Distribution spatiale du courant réactif de branche
$F_d(x)$: Distribution spatiale du courant actif de branche
$F_c(x)$: Distribution spatiale du courant réactif dû à la batterie

I_{Ldi} et I_{Lqi}	: Composantes d et q du courant de la charge au nœud « i »
I_{cqi}	: Composante réactive du courant dû à la batterie « i »
ΔS	: Fonction retour économique total
ΔS_i	: Fonction retour économique dû à la batterie « i »
ΔP	: Réduction totale des pertes de puissance
ΔE	: Réduction totale des pertes d'énergie
ΔP_i	: Réduction des pertes de puissance due à la batterie « i »
ΔE_i	: Réduction des pertes d'énergie due à la batterie « i »
L_f	: Facteur de charge réactive
k_p	: Coût annuel du kW produit
k_e	: Coût annuel du kWh produit
k_{cf}	: Prix du kVAr installé
V_{ci} et φ_{ci}	: Tension aux bornes de la batterie « i » et sa phase à l'origine
T	: Temps de mise en service des batteries
M	: Nombre total de batteries installées
k_{ck}	: Prix du kVAr installé de la batterie « k »