

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

SCIENTIFIQUE

جامعة فرحات عباس - سطيف1

UNIVERSITE FERHAT ABBAS- SETIF-1

FACULTE DE TECHNOLOGIE

THESE

Présentée au département d'Électrotechnique

Pour l'obtention du diplôme

DOCTORAT EN SCIENCES

Option : en Automatique

Par

GHEDJATI Keltoum

THEME

**Commande Adaptative par Mode Glissant Terminal à Modèle de Référence
des Systèmes Perturbés en Utilisant le Concept du CGT.**

Soutenue le 15/02/2018.....devant la commission d'examen composée de:

| | | |
|--------------------|-------------------------------|--------------------|
| MOSTEFAL. Mohammed | Prof à l'Université de Sétif1 | Président |
| ABDELAZIZ. Mourad | Prof à l'Université de Sétif1 | Directeur de thèse |
| TAIBI. Mahmoud | Prof à l'Université d'Annaba | Examineur |
| KESSAL. Abdelhalim | MCA à l'Université de B.B.A | Examineur |
| HARMAS. M. Nadjib | Prof à l'Université de Sétif1 | Invité |

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé au Laboratoire d'Automatique, Département d'Electrotechnique, Faculté de Technologie, Université de Sétif1, sous la direction du Dr. ABDELAZIZ Mourad du Département d'Electrotechnique, Université de Sétif1.

Je tiens à remercier très vivement, Mon encadreur, pour son aide précieuse, sa disponibilité et son enthousiasme qu'il a su me communiquer durant ces dernières années.

Je remercie également le Professeur MOSTEFAI Mohammed, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury d'examen.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur HARMAS Mohammed Nadjib, Professeur au Département d'Electrotechnique, Université de Sétif1, pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail malgré son calendrier chargé.

Je suis très honoré que Monsieur TAIBA Mahmoud, Professeur d'Automatique, Université d'Annaba, ait accepté d'être examinateur de cette thèse et je tiens à lui exprimer toute ma gratitude.

Je tiens à assurer de ma reconnaissance à Monsieur KESSAL Abdelhalim Maître de conférences, Université de B.B.A pour l'honneur qu'il me fait de bien vouloir juger cette thèse.

Mes remerciements s'adressent aussi à toutes mes amies et à tous ceux et celles qui ont contribué à ce travail d'une façon directe ou indirecte

Acronymes Anglophones

| | |
|--------------|--|
| LFT | : Transformation linéaire fractionnelle (Linear Fractional Transformation) |
| SISO | : Single Input Single Output |
| MIMO | : Multi input Multi Output |
| SPR | : Strictement Réel Positif (Strictly Positive Real) |
| ASPR | : Presque Strictement Réel Positif (Almost Strictly Positive Real) |
| MRAC | : Commande adaptative à modèle de référence (Model Reference Adaptive Control) |
| CGT | : Commande à suivi parfait (Command Generator Tracker) |
| SAC | : Commande adaptative simple (Simple Adaptive Control) |
| LLC | : Avance retard de phase (lead lag compensator) |
| PSS | : Stabilisateurs du système d'alimentation (Power System Stabilizer) |
| SMIB | : Bus infini à une seule machine (Single Machine Infinite Bus) |
| CPSS | : Stabilisateur conventionnel du système d'alimentation (Conventional Power System Stabilizer) |
| SMC | : Commande par mode glissant (Sliding Mode Controller) |
| HOSM | : Mode glissant d'ordre supérieur (High Order Sliding Mode) |
| TSM | : Mode glissant terminal (Terminal Sliding Mode) |
| TSMC | : Commande par mode glissant terminal (Terminal Sliding Mode Controller) |
| ATSMC | : Commande adaptative par mode glissant terminal (Adaptive Terminal Sliding Mode Controller) |

Notations

| | | | |
|--------------|--|--|-----------------------|
| s | : Variable de Laplace | Num | : Numérateur |
| C | : Ensemble des nombres complexes à partie réelle négative | Den | : Dénominateur |
| I_r | : Matrice identité de dimension r | Sup | : Supérieure |
| I | : Matrice identité avec la dimension définie par le contexte | Min | : Minimum |
| 0 | : Matrice nulle avec la dimension définie par le contexte | Max | : Maximum |
| M^T | : Transposée de la matrice M | $G^*(s) = her(G(s)) = G^T(\sigma - j\omega)$ | : Matrice Hermitienne |
| $\lambda(M)$ | : Valeur propre de la matrice | $G^*(j\omega) = her(G(j\omega)) = G^T(-j\omega)$ | |
| $P > 0$ | : P Définie Positive | $sign$ | : signe |
| $P \geq 0$ | : P Semi Définie Positive | $d(t) \in span B$ | : $d(t) = Bd_0(t)$ |

Variables utilisées

| | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|--|
| $x_p, x_p^*, e_x : (n \times 1)$ | $A_m : (n_m \times n_m)$ | $S_{11} : (n \times n_m)$ | $r(t) = (n_r, 1)$ |
| $u_p, u_p^* : (m \times 1)$ | $B_m : (n_m \times q)$ | $S_{12} : (n \times q)$ | $T_p : (n_r \times n_r) \geq 0$ |
| $y_p, y_p^*, e_y : (q \times 1)$ | $C_m : (q \times n_m)$ | $S_{21} : (m \times n_m)$ | $T_i : (n_r \times n_r) > 0$ |
| $x_m : (n_m \times 1)$ | $s_p, s_m : (n_s \times 1)$ | $S_{22} : (m \times q)$ | $K(t), K^*, \tilde{K} : (q, n)$ |
| $u_m : (q \times 1)$ | $r_p, r_m : (q \times 1)$ | $n_r = q + m + q$ | $L(t), L^*, \tilde{L} : (q, q)$ |
| $y_m : (q \times 1)$ | $A_f : (n_s \times n_s)$ | $K, \tilde{K}_e : (m, q)$ | $\theta, \theta^*, \tilde{\theta} : (2n, 1)$ |
| $A_p : (n \times n)$ | $B_f : (n_s \times m)$ | $K_e(t) : (m, q)$ | $\theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \theta_3, c_0]^T : (2n, 1)$ |
| $B_p : (n \times m)$ | $C_f : (q \times n_s)$ | $K_x(t) : (m, n_m)$ | $\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*, c_0^*]^T : (2n, 1)$ |
| $C_p : (q \times n)$ | $z_m, z_p, e_{ya} : (q \times 1)$ | $K_u(t) : (m, q)$ | $\omega = [\omega_1^T, \omega_2^T, y_p, r]^T, \theta^* : (2n, 1)$ |
| | | $K_r(t) : (m, n_r)$ | |

Liste des Figures

| | |
|--|----|
| Figure 1.1. Schéma de la commande adaptative directe..... | 13 |
| Figure 1.2. Schéma de la commande adaptative indirecte..... | 13 |
| Figure 1.3. Schéma de la commande <i>MRAC</i> pour un système certain..... | 20 |
| Figure 1.4. Schéma de la commande <i>MRAC</i> dans l'espace d'état..... | 22 |
| Figure 1.5. Sorties du système et du modèle de référence..... | 27 |
| Figure 1.6. Grandeur de commande..... | 28 |
| Figure 1.7. Sorties du système et du modèle de référence..... | 28 |
| Figure 1.8. Grandeur de commande..... | 28 |
| Figure 1.9. Sorties du système et du modèle de référence..... | 29 |
| Figure 1.10. Grandeur de commande..... | 29 |
| Figure 1.11. Gains adaptatifs..... | 30 |
| Figure 1.12. Sorties du système et du modèle de référence..... | 30 |
| Figure 1.13. Grandeur de commande..... | 31 |
| Figure 1.14. Gains adaptatifs..... | 31 |
| Figure 2.1. Schéma de la commande <i>SAC</i> | 34 |
| Figure 2.2. Sorties du système et du modèle dans le cas idéal $u_p(t) = u_p^*(t); x_p(0) = x_p^*(0)$... | 42 |
| Figure 2.3. La commande idéale $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) = x_p^*(0)$ | 43 |
| Figure 2.4. Sorties du système et du modèle $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) \neq x_p^*(0)$ | 43 |
| Figure 2.5. Sorties du système et du modèle dans le cas idéal $u_p(t) = u_p^*(t); x_p(0) = x_p^*(0)$... | 45 |
| Figure 2.6. La commande idéale $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) = x_p^*(0)$ | 45 |
| Figure 2.7. Sorties du système et du modèle pour $u_p = u_p^* - K_e(x_p - x_p^*)$ et $x_p(0) \neq x_p^*(0)$ | 46 |
| Figure 2.8. La commande idéale $u_p = u_p^* - K_e(x_p - x_p^*)$ et $x_p(0) \neq x_p^*(0)$ | 47 |
| Figure 2.9. Sorties du système et du modèle..... | 47 |
| Figure 2.10. La commande adaptative..... | 47 |
| Figure 2.11. Évolution des gains $K_e(t), K_x(t)$ et $K_u(t)$ | 49 |
| Figure 2.12.a. Sortie du système et du modèle y_{s1}, y_{m1} | 49 |
| Figure 2.12.b. Sorties du système et du modèle y_{s2}, y_{m2} | 50 |
| Figure 2.13. Les commandes adaptatives u_1, u_2 | 50 |
| Figure 2.14. Evolution de la norme des gains $\ K_e(t)\ , \ K_x(t)\ $ et $\ K_u(t)\ $ | 50 |
| Figure 2.15.a. Sortie du système et du modèle y_{s1}, y_{m1} | 52 |
| Figure 2.15.b. Sortie du système et du modèle y_{s2}, y_{m2} | 52 |
| Figure 2.16. Les commandes adaptatives u_1, u_2 | 53 |

| | |
|---|----|
| Figure 2.17. Evolution de la norme des gains $\ K_e(t)\ , \ K_x(t)\ $ et $\ K_u(t)\ $ | 53 |
| Figure 2.18. Allure des états avec x_{11}, x_{22}, x_1, x_2 | 54 |
| Figure 2.19. La surface de glissement $S(t)$ | 54 |
| Figure 2.20. La commande $u = u_n + u_s$ | 55 |
| Figure 2.21. Sortie du système et du modèle y_s, y_m | 56 |
| Figure 2.22. La commande $u_{SAC-ISM}$ | 57 |
| Figure 2.23. Surface de glissement $S(t)$ | 57 |
| Figure 2.24. Sortie du système et du modèle y_s, y_m avec $K = 1$ | 58 |
| Figure 2.25. La commande $u_{SAC-ISM}$ | 58 |
| Figure 2.26. La surface de glissement $S(t)$ | 59 |
| Figure 2.27. Sortie du système et du modèle y_s, y_m avec $K = 0$ | 59 |
| Figure 3.1. Schéma de la commande SAC avec augmentation du système et du modèle..... | 60 |
| Figure 3.2. Système en boucle fermée..... | 61 |
| Figure 3.3. Système augmenté..... | 61 |
| Figure 3.4. Correcteur sous forme LFT et paramètre de Youla..... | 66 |
| Figure 3.5. Sortie du système nominal et du modèle y_s, y_m (compensation juste du système)..... | 73 |
| Figure 3.6. Sortie du système et du modèle y_s, y_m | 74 |
| Figure 3.7. La commande adaptative SAC u_p | 74 |
| Figure 3.8. Evolution de la norme des gains $\ K_e(t)\ , \ K_x(t)\ $ et $\ K_u(t)\ $ | 74 |
| Figure 3.9.a. Sortie du système et du modèle y_{s1}, y_{m1} | 77 |
| Figure 3.9.b. Sorties du système et du modèle y_{s2}, y_{m2} | 77 |
| Figure 3.10. Les commandes adaptatives u_1, u_2 | 77 |
| Figure 3.11. Evolution de la norme des gains $\ K_e(t)\ , \ K_x(t)\ $ et $\ K_u(t)\ $ | 78 |
| Figure 3.12. Configuration équivalente à la forme standard..... | 78 |
| Figure 3.13. Sortie du système et du modèle..... | 80 |
| Figure 3.14. Signal de commande..... | 80 |
| Figure 3.15. Evolution des gains K_e, K_x et K_u | 81 |
| Figure 3.16. Sortie du système et du modèle..... | 82 |
| Figure 3.17. Signal de commande..... | 82 |

| | |
|--|-----|
| Figure 3.18. Evolution des gains K_e, K_x et K_u | 83 |
| Figure 4.1. Machine synchrone avec bus infini..... | 91 |
| Figure 4.2. Les tensions dans les axes $d-q$ | 93 |
| Figure 4.3. Structure du contrôleur..... | 95 |
| Figure 4.4. Evolution des états x_1 et x_2 | 97 |
| Figure 4.5. Evolution du gain d'adaptation B_{0e} | 97 |
| Figure 4.6. Evolution de la surface de glissement σ | 97 |
| Figure 4.7. Evolution de la commande réelle..... | 98 |
| Figure 4.8. Évolution de l'écart de vitesse avec compensateur avance retard de phase et mode et mode glissant terminal..... | 99 |
| Figure 4.9. Evolution de l'angle du rotor..... | 99 |
| Figure 4.10. Évolution de la tension d'excitation..... | 99 |
| Figure 4.11. Evolution de la puissance électrique..... | 100 |

Liste des Tableaux

| | |
|---|----|
| Tableau 1.1. Résumé de la commande $MRAC$ avec $n^* = 1$ | 26 |
| Tableau 2.1. Schéma de la commande adaptative SAC | 36 |
| Tableau 2.2. Cas considérés pour la simulation du système $SISO$ | 46 |
| Tableau 2.3. Cas considérés pour la simulation système $MIMO$ | 52 |
| Tableau 2.4. Cas considérés pour la simulation SAC avec $ISMC$ | 57 |
| Tableau 3.1. Variations des coefficients du système et calcul compensateur..... | 72 |
| Tableau 3.2. Les cas considérés pour la simulation..... | 73 |

Sommaire

Introduction

Chapitre 1. Commande Adaptative à Modèle de Référence

| | |
|--|----|
| 1.1. Introduction..... | 13 |
| 1.2. Commande adaptative à base de la disponibilité totale de l'état..... | 13 |
| 1.3. Loi de contrôle..... | 14 |
| 1.4. Loi adaptative..... | 14 |
| 1.5. Mise en œuvre..... | 15 |
| 1.6. Système non linéaire..... | 16 |
| 1.7. Loi de commande..... | 16 |
| 1.8. Loi adaptative..... | 16 |
| 1.9. Commande adaptative pour les systèmes <i>SISO</i> | 17 |
| 1.10. Énoncé du problème..... | 17 |
| 1.11. Schéma du <i>MRAC</i> : Paramètres connus du système..... | 19 |
| 1.12. Réalisation de la commande <i>MRAC</i> sous forme d'équation d'état..... | 21 |
| 1.13. Directe <i>MRAC</i> avec des gains adaptatifs..... | 23 |
| 1.13.a. Degré Relatif $n^* = 1$ | 23 |
| Exemple 1. Paramètres connus..... | 26 |
| Exemple 2. Paramètres connus, grandeur d'entrée variable..... | 28 |
| Exemple 3. Paramètres inconnus mais fixe..... | 29 |
| Exemple 4. Paramètres variables, grandeur d'entée constante..... | 30 |
| 1.14. Conclusion..... | 32 |

Chapitre 2. Commande Adaptative Simple *SAC* des Systèmes Linéaires

| | |
|---|----|
| 2.1. Introduction..... | 33 |
| 2.2. Principe de la commande adaptative <i>SAC</i> à base du <i>CGT</i> | 33 |
| 2.3. Etude de la stabilité..... | 35 |
| 2.4. Commande <i>SAC</i> robuste..... | 39 |
| 2.4.1. Introduction..... | 39 |
| 2.4.2. Principe de la commande par mode glissant intégral..... | 39 |
| 2.4.3. Dynamique du système perturbé en mode glissant..... | 41 |
| 2.5. Simulation avec la commande <i>CGT</i> et <i>SAC</i> | 42 |
| Exemple 1. Système linéaire <i>SISO</i> | 42 |
| Cas 1. Système stable avec paramètres connus..... | 43 |
| Cas 2. Système instable avec paramètres connus..... | 44 |
| Cas 3. Système <i>SISO</i> à paramètres inconnu..... | 46 |
| Exemple 2. Système linéaire <i>MIMO</i> | 48 |
| Cas 1. Système linéaire <i>MIMO</i> stable en boucle ouverte..... | 48 |
| Cas 2. Système linéaire <i>MIMO</i> à paramètres inconnus..... | 51 |
| 2.6. Simulation avec la commande <i>SAC</i> Robuste..... | 52 |
| Exemple 1. Commande par mode glissant intégral..... | 52 |
| Exemple 2. Commande <i>SAC</i> robuste..... | 55 |
| Simulation 1..... | 55 |
| Simulation 2..... | 56 |
| Simulation 3..... | 58 |
| 2.7. Conclusion..... | 59 |

Chapitre 3. Synthèse des Compensateurs en Parallèle des Systèmes non *ASPR*

| | |
|--|----|
| 3.1. Introduction..... | 60 |
| 3.2. Compensation du système et du modèle..... | 60 |
| 3.3. Equivalence entre stabilité et phase minimale pour les systèmes <i>ASPR</i> | 60 |

| | |
|---|----|
| 3.4. Conception du compensateur pour les systèmes <i>SISO</i> basée sur la méthode de Mizumoto..... | 62 |
| 3.4.1. Introduction..... | 62 |
| 3.4.2. Position du problème..... | 62 |
| 3.4.3. Conception robuste du compensateur | 63 |
| 3.5. Conception du compensateur pour les systèmes <i>MIMO</i> (Méthode d'Ozcelik et Kaufman.....) | 64 |
| 3.6. Conception du compensateur pour les système (Paramétrization Q ou paramétrisation de Youla.....) | 66 |
| 3.6.1. Introduction..... | 66 |
| 3.6.2. Paramétrisation Q dans l'espace d'état..... | 67 |
| 3.7. Exemples de conception du compensateur et simulation..... | 70 |
| 3.7.1. Compensateur basé sur la méthode de Mizumoto..... | 70 |
| 3.7.1.a. Exemple de calcul de compensateur..... | 72 |
| 3.7.2. Méthode d'Ozcelik et Kaufman..... | 75 |
| 3.7.3. Méthode basée sur la paramétrisation de Youla..... | 78 |
| Cas 1. Conception du compensateur avec une fonction $Q(s)$ constante..... | 79 |
| Cas 2. Conception du compensateur avec une fonction $Q(s)$ dynamique..... | 81 |
| 3.8. Conclusion..... | 83 |

Chap 4 : Commande Adaptative par Mode Glissant Terminal

avec Application sur un Système Energétique

| | |
|---|------------|
| 4.1. Introduction..... | 84 |
| 4.2. Description de la commande adaptative par mode glissant terminal <i>ATSMC</i> | 84 |
| 4.3. Conception de la commande adaptative par mode glissant terminal <i>ATSMC</i> | 85 |
| 4.4. Calcul de la commande idéale..... | 86 |
| 4.5. Calcul de la commande réelle..... | 87 |
| 4.6. Définition d'un réseau électrique..... | 90 |
| 4.6.1. Le réglage du réseau..... | 91 |
| 4.7. Modèle du système de puissance..... | 91 |
| 4.8. Dynamique du système d'alimentation..... | 91 |
| 4.8.1. Equations d'enroulement du stator..... | 91 |
| 4.8.2. Équations d'enroulement du rotor..... | 92 |
| 4.8.3. Equation de couple..... | 92 |
| 4.8.4. Equation mécanique ou équation du rotor..... | 92 |
| 4.8.5. Puissance active..... | 94 |
| 4.8.6. Puissance réactive..... | 94 |
| 4.9. Contrôleur à base du mode glissant terminal..... | 94 |
| 4.10. Simulation 1. Exemple académique..... | 96 |
| 4.11. Simulation 2. Régulation de l'angle de rotor d'un système énergétique avance retard de phase et mode glissant terminal..... | 98 |
| 4.12. Conclusion..... | 100 |
| Conclusion Générale..... | 101 |
| Bibliographie..... | 102 |
| Annexe : Notions Préliminaires..... | 109 |

Introduction

La commande adaptative est devenue l'un des domaines de recherche dans la théorie de la commande qui a reçu beaucoup d'attention parce que souvent les contrôleurs fixes ne sont pas capables de contrôler un processus qui varie considérablement pendant son fonctionnement. Il est également d'une importance pratique en raison du fait que les techniques d'adaptation sont de plus en plus utilisées dans les systèmes industriels [Ast95].

Des applications de la commande adaptative à modèle de référence *MRAC* sur des processus industriels et des phénomènes réels comme par exemple le contrôle de l'insuline, de la pression cardiaque, et des systèmes énergétique sont décrites d'une manière non exhaustive dans les références [Bar92], [Bar91], [Kau84], [Wes92], [Roy92], [Ces03], [Ste12], [Fuy15], [Che15], [Hua14].

L'histoire de la commande adaptative a connu aussi le développement d'une autre version appelée commande adaptative simple *SAC*, cette commande est basée sur le concept du générateur suiveur *CGT* [Kau94], [Bar13], [Bar14], [Den10], [Sob79]. Des applications de la commande *SAC* sur des processus réels sont traitées par plusieurs auteurs, par exemple, elle est utilisée dans le contrôle de vol [Dai15], dans les structures spatiales flexibles [Min12] et dans l'atterrissage sur Mars [Shu12].

La commande *SAC* est associée à d'autres commandes modernes, comme par exemple son association avec les algorithmes génétiques [Sqa10] et le mode glissant terminal [Xin96]. La commande *SAC* est étendue à d'autre classe de système, comme par exemple dans [Ger15] ou l'auteur l'a étendu aux systèmes avec un degré relatif quelconque.

La commande adaptative *SAC* utilise une combinaison linéaire des états du modèle, les entrées de référence et le retour de l'erreur entre le modèle et le système. Cette classe d'algorithme ne nécessitent ni la disponibilité complète de l'état ni son observation.

Autres propriétés importantes de cette classe d'algorithme comprennent

- (1) leur applicabilité aux systèmes à phase non minimale.
- (2) le fait que le degré du système physique peut être beaucoup plus élevé que celui du modèle de référence.

Sa simple mise en œuvre et sa propriété inhérente de robustesse rendent cette simple commande adaptative *SAC* attrayante. Bien que cet algorithme est simple, il demande toute fois que le système à contrôler soit strictement réel positif *SPR*, c'est-à-dire qu'il existe un gain de rétroaction de sorte que le système en boucle fermée résultant soit strictement positif réel. On note qu'un système satisfaisant la condition précédente est appelée presque strictement positif réel *ASPR*. Une façon de satisfaire cette contrainte de réelle positivité est de concevoir un compensateur en parallèle au système de telle sorte que le système augmenté soit *ASPR*.

Comme la plupart des systèmes réels ne satisfont pas la condition *ASPR*, l'algorithme *SAC* est étendu dans [Bar85a], [Bar85b] à une classe de systèmes non-*ASPR*. Kaufman et Neat [Kau93] ont suggéré une nouvelle modification qui intègre une partie de la commande dans le modèle de référence d'une manière à ce que le suivi asymptotique du système augmenté implique un suivi asymptotique du système original. Cette commande *SAC* modifiée a été appliquée avec succès dans diverses applications illustratives comme le contrôle des robots manipulateurs [Kau94]. Bien que les modifications de Kaufman et Neat [Kau93] semblent alléger un résultat apparemment très restrictif et donc élargir considérablement la classe des processus qui peuvent maintenant être contrôlés de manière adaptative avec une erreur de sortie nulle, il est important de noter que la mise en œuvre de la commande *SAC* modifiée exige la conception d'un compensateur qui satisfait aux contraintes de positivité réelle sur la gamme de variation des paramètres. Dans [Iwa92], Iwai et Mizumoto, ont proposé une procédure de compensation robuste pour les systèmes *SISO*. Cette procédure a ensuite été étendue aux systèmes *MIMO* [Iwa94]. Il convient également de mentionner que leur procédure s'applique uniquement aux systèmes à phase minimale. Iwai et Mizumoto, ont montré dans [Iwa92] qu'il existe un compensateur pour un système à phase minimale si le gain du compensateur est suffisamment petit. Cependant, ils ne montrent pas explicitement comment trouver une valeur convenablement faible. Le compensateur trouvé pour une condition de fonctionnement pourrait ne pas satisfaire la contrainte *ASPR* pour une autre condition. Pour ce faire, la variation des paramètres du système nécessitent une analyse robuste de stabilité. Ozcelik et Kaufman [Ozc95] ont proposés et appliqués des procédures de conception systématique qui utilisent à la fois une stabilité robuste à base de polynômes Kharitonov et une technique d'optimisation afin que les méthodes présentées dans [Iwa92], [Iwa94], [Ozc95], [Ozc96], [Miz96], [Bro79], [Bar91], [Nar89] peuvent être appliquées au développement des compensateurs robustes appropriés pour les systèmes *SISO* avec des incertitudes paramétriques.

Une autre approche de la conception des compensateurs est l'utilisation de la paramétrisation Q connue par paramétrisation de Youla [Yjb76], Doy92], [Bha95], [Zho96]. Cette paramétrisation permet au système augmenté de satisfaire la condition *ASPR*.

Le mode glissant est l'une des techniques robustes de la commande permettant d'atteindre l'origine dans l'espace d'état même en présence d'incertitude et de perturbation adaptées (*Matched Uncertainties*). La commande par mode glissant est utilisée pour contrôler les systèmes incertains par la commutation à haute fréquence de la commande. La surface de glissement est choisie afin de refléter le comportement idéal du système. Une fois sur la surface, le système est insensible aux incertitudes et perturbations adaptées (*Matched Uncertainties*). Le mode glissant standard est cependant limité en raison de l'effet de broutement causé par la commutation de la commande [Isi89], [Lag03] et la nécessité d'un degré relatif égal à un. Un certain nombre d'approches [Lev93], [Bar03], [Lev04], [Edw98], [Slo91], [Utk09], [Lev93], [Lev00], [Lev03], [Lev05], ont été développées pour remédier au phénomène de broutement et qui a conduit à l'approche du mode glissant d'ordre supérieur *HOSM*, Le broutement apparaît dans la dérivée supérieure et donc la commande est lisse.

Le mode glissant classique ne garantit qu'une convergence asymptotique. Le mode glissant terminal *TSMC* a été proposé afin d'avoir un temps de convergence rapide et fini [Yux02]. La commande *TSMC* a été appliquée aux robots manipulateurs [Man94], [Par96], [Man99],

[Kel01], [Yus03], [Hua05]. Dans [Man94], [Par96], une commande par mode glissant terminal robuste a été proposée pour les systèmes *MIMO* ou un temps de convergence fini est garanti avec un gain réduit et ceci en comparaison avec le mode glissant classique. A noter que le contrôleur proposé dépend de la bornitude de l'incertitude des paramètres.

Dans [Man99], [Kel01], un contrôleur adaptatif *ATSMC* a été proposé pour estimer la borne supérieure des incertitudes alors qu'en [Man97], les paramètres sont estimés en un temps fini.

La finalité et la validité de toute commande devra être confirmée à travers son application sur des processus physiques ou physiologiques ou même sur des prototypes sinon par simulation. Pour notre cas, c'est la régulation par *ATSMC* de la fréquence d'un réseau électrique.

La stabilité d'un système d'alimentation est un problème critique qui doit être traité pour assurer un approvisionnement en électricité fiable et sécurisé [Kun94]. Les techniques d'excitation des générateurs synchrones ont attirées beaucoup de recherche, en tant que moyen économique et efficace d'améliorer la stabilité du système d'alimentation [Dem69], [Mao90], [Lu.Q96], [Mah12].

Traditionnellement, les stabilisateurs du système d'alimentation *PSS* ou des contrôleurs d'excitation linéaires optimaux sont employés pour améliorer la stabilité transitoire et supprimer les oscillations en basse fréquence des systèmes d'alimentation [Dem69], [Mao90]. Cependant, ces contrôleurs ne peuvent pas garantir toujours une performance satisfaisante sur un large éventail de conditions d'exploitation, car elles sont conçues sur la base d'une technique de linéarisation autour d'un point de fonctionnement spécifique. Pour ces raisons, de nombreuses méthodes avancées ont été proposées pour concevoir les contrôleurs d'excitation, tels que la commande par linéarisation entrée sortie [Lu.Q96], [Mah12], [Liu12], [Ari13], la commande par logique floue [Abb13], la commande adaptative [Fus08], [Meh11], la commande prédictive non linéaire [Yao14], le mode glissant [Ben12] et la commande robuste [Mou09].

La commande adaptative *SAC* associée à la commande par mode glissant terminal *TSM* est développée dans cette thèse. La commande développée appelée commande adaptative par mode glissant terminal *ATSMC* est validée par des simulations.

Cette thèse est organisée comme suit. Au début, on donne une introduction traitant un peu de l'historique de la commande adaptative, ses applications industrielles ainsi qu'une nouvelle approche de la commande adaptative appelée *SAC* développée par Kalman et ses étudiants, Sobel, Barkana, etc.

Au chapitre un, est développé d'une manière détaillée la commande adaptative à modèle de référence *MRAC* ou la commande est conçue au premier lieu pour les systèmes certains puis étendu aux systèmes incertains avec des techniques d'adaptation adéquates. Ces techniques d'adaptations ont été développées grâce à la théorie de Lyapunov. Deux techniques majeures ont été traitées, la première est basée sur l'accessibilité de l'état, cette technique s'avère restreinte dont la mesure que l'état n'est toujours pas disponible. On peut penser à des estimateurs mais on est confronté aux calculs des dérivées, opération à éviter vu son risque sur la commande. La deuxième technique concerne juste l'utilisation de la sortie, cette technique est la plus répandue car elle reflète toujours la réalité, son inconvénient est que son champ d'application limité aux systèmes avec un degré relatif égal à un. Pour les systèmes de

degré relatif supérieur, la méthode est applicable mais avec des complexités et des conditions difficiles à satisfaire par les systèmes réels.

Au chapitre deux est développée une autre alternative de la commande adaptative appelée la commande adaptative simple *SAC*, elle est basée sur le concept du générateur suiveur [Bro79]. Cette commande est applicable à une classe très large par rapport à la classe de la commande adaptative *MRAC* du chapitre un. Toujours est-il avec une restriction que le système soit *ASPR*. Afin de rendre cette commande robuste vis-à-vis des incertitudes et des variations paramétriques, on l'associe à la commande par mode glissant intégral ou on remarque que la perturbation peut être neutralisée à condition qu'elle soit adaptée.

La classe des systèmes *ASPR* est réduite, afin de l'élargir et permettre à la commande *SAC* d'être applicable, on pense à des compensateurs, c'est ce qui est développée au chapitre trois. Ce compensateur est mis en parallèle au système et on démontre que cette façon d'action conduit à un système augmenté *ASPR* et donc la commande *SAC* est applicable. On a remarqué que l'erreur qui devrait être nulle n'est que bornée. D'autres chercheurs [Kau93a] ont pensés à augmenter aussi le modèle ce qui permis de garantir une erreur nulle.

La contribution principale de notre travail se trouve au chapitre quatre, où on a associée la commande adaptative *SAC* à une commande par mode glissant terminal résultant en une commande adaptative par mode glissant terminal *ATSMC*. Au premier lieu on a développée la commande par mode glissant terminal *TSMC* pour une classe plus large de perturbations bornées par une fonction constante si la perturbation est bornée ou par une fonction linéaire si la perturbation n'est pas bornée.

Comme exemple d'application, on a pris un réseau électrique et on veut réguler sa fréquence et donc la vitesse de rotation de l'arbre. Une comparaison est faite avec un contrôleur classique par avance retard de phase et on montre une nette amélioration en terme de temps de réponse qu'en terme d'amortissement.

A la fin de cette thèse, on a donnée une riche bibliographie qui n'est jamais exhaustive dont la mesure que la théorie de la commande ne cesse de se développer. Des concepts mathématiques utiles sont donnés en annexe.

On note que tous les chapitres se terminent avec des simulations ainsi qu'une conclusion.

Chap 1 : Commande Adaptative à Modèle de Référence

1.1. Introduction

La commande adaptative à modèle de référence (Model Reference Adaptive Control : *MRAC*) est l'une des approches de la commande adaptative. La structure de base d'un schéma *MRAC* est donnée en figure 1.1 pour le *MRAC* directe et en figure 1.2 pour le *MRAC* indirecte. Le modèle de référence est choisi pour générer la trajectoire souhaitée y_m que la sortie du système y_p doit suivre. L'erreur de suivi $e_1 = y_p - y_m$ devra tendre asymptotiquement vers zéro. La commande en boucle fermée est formée d'un contrôleur $C_c(\theta)$ dont les paramètres θ sont ajustés en ligne par un mécanisme d'adaptation, [Gan93], [Pet86], [Gir89], [Zha95].

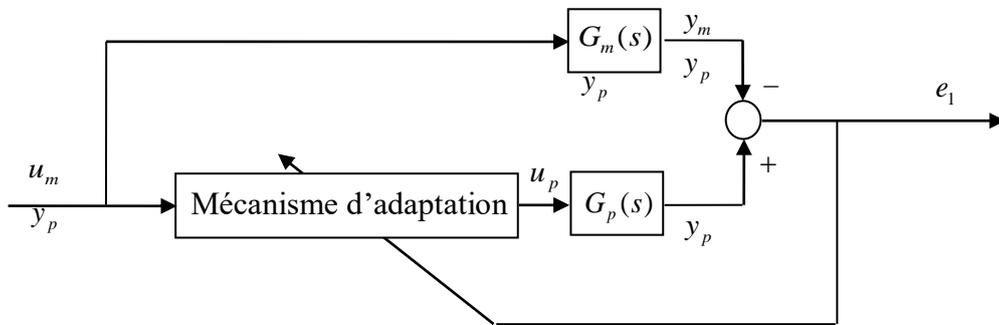


Figure 1.1. Schéma de la commande adaptative directe

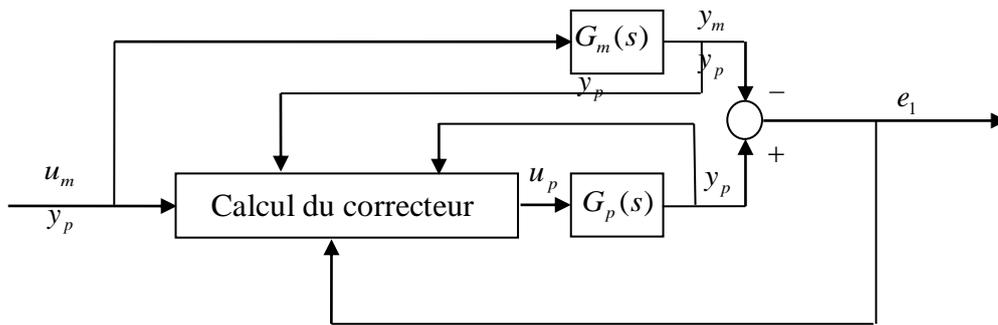


Figure 1.2. Schéma de la commande adaptative indirecte

1.2. Commande adaptative à base de la disponibilité totale de l'état

Considérons le système suivant

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \quad (1.1)$$

Où $x_p \in \mathbb{R}^n$, $A_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_p \in \mathbb{R}^{n \times m}$ sont des matrices constantes inconnues et (A_p, B_p) est contrôlable. L'objectif de la commande est de choisir le vecteur d'entrée $u_p \in \mathbb{R}^m$ tel que tous

les signaux dans la boucle fermée soient bornés et que l'état du système x_p suive l'état x_m d'un modèle de référence spécifié par le système linéaire invariant suivant

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m \quad (1.2)$$

Où $A_m \in R^{n \times n}$ est une matrice stable, $B_m \in R^{n \times q}$ est une matrice d'entrée. Le modèle de référence et l'entrée $u_m \in R^q$ sont choisis de telle sorte que $x_m(t)$ représente une trajectoire souhaitée que $x_p(t)$ doit suivre.

1.3. Loi de contrôle

Si les matrices A_p, B_p étaient connues, nous pourrions appliquer la commande

$$u_p = -K^* x_p + L^* u_m \quad (1.3)$$

et obtenir le système en boucle fermée

$$\dot{x}_p = (A_p - B_p K^*) x_p + B_p L^* u_m \quad (1.4)$$

Par conséquent, si $K^* \in R^{q \times n}$ et $L^* \in R^{q \times q}$ sont choisis pour satisfaire l'équation algébrique

$$A_p - B_p K^* = A_m, \quad B_p L^* = B_m \quad (1.5)$$

Alors la matrice de transfert du système en boucle fermée est la même que celle du modèle référence et $x_p(t) \rightarrow x_m(t)$ d'une manière exponentielle pour tout signal d'entrée u_m borné. On note qu'étant donné les matrices A_p, B_p, A_m, B_m , l'existence d'une commande $u_p(t)$ donnée par (1.3) satisfaisant le suivi parfait est conditionné par la résolution du système d'équation (1.5). Une version adaptative de la loi de commande (1.3) est donnée par

$$u_p = -K(t)x_p + L(t)u_m \quad (1.6)$$

Où $K(t), L(t)$ sont les estimations respectives de K^*, L^* à générer par une loi d'adaptation appropriée.

1.4. Loi adaptative [Pet86], [Gir89], [Zha95].

En ajoutant et en soustrayant le terme $-B_p(K^* x_p - L^* u_m)$ dans l'équation du système (1.1) et en utilisant (1.5), on obtient

$$\dot{x}_p = A_m x_p + B_m u_m + B_p (K^* x_p - L^* u_m + u_p) \quad (1.7)$$

L'erreur de suivi $e = x_p - x_m$ et l'erreur des paramètres $\tilde{K} = K - K^*, \tilde{L} = L - L^*$ satisfont l'équation

$$\dot{e} = A_m e + B_p (-\tilde{K} x_p + \tilde{L} u_m) \quad (1.8)$$

Supposons que L^* soit définie positive ou définie négative et $\Gamma^{-1} = L^* \text{sign}(l)$ où $l = 1$ si L^* est définie positive et $l = -1$ si L^* est définie négative, alors $B_p = B_m L^{*-1}$ et (1.8) devient

$$\dot{e} = A_m e + B_m L^{*-1} (-\tilde{K} x_p + \tilde{L} u_m)$$

Soit la fonction de Lyapunov

$$V(e, \tilde{K}, \tilde{L}) = e^T P e + \text{tr} \begin{bmatrix} \tilde{K}^T & \Gamma \tilde{K} + \tilde{L}^T & \Gamma \tilde{L} \end{bmatrix}$$

où $\Gamma = \Gamma^T > 0$ et $P = P^T > 0$ satisfait l'équation de Lyapunov $PA_m + A_m^T P = -Q$ pour une certaine matrice $Q = Q^T > 0$, donc

$$\dot{V} = -e^T Q e + 2e^T P B_m L^{*-1} (-\tilde{K} x_p + \tilde{L} u_m) + 2\text{tr} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{K}}^T & \dot{\tilde{L}}^T & \dot{\tilde{L}} \end{bmatrix}$$

avec

$$e^T P B_m L^{*-1} \tilde{K} x_p = \begin{bmatrix} x_p^T & \tilde{K}^T & \Gamma B_m^T P e \end{bmatrix} \text{sign}(l) = \text{tr} \begin{bmatrix} \tilde{K}^T & \Gamma B_m^T P e x_p^T \end{bmatrix} \text{sign}(l)$$

$$e^T P B_m L^{*-1} \tilde{L} u_m = \text{tr} \begin{bmatrix} \tilde{L}^T & \Gamma B_m^T P e u_m^T \end{bmatrix} \text{sign}(l)$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{K}} = \dot{\tilde{K}} = B_m^T P e x_p^T \text{sign}(l) \\ \dot{\tilde{L}} = \dot{\tilde{L}} = -B_m^T P e u_m^T \text{sign}(l) \end{cases} \quad (1.9)$$

on aboutit à

$$\dot{V} = -e^T Q e$$

A partir des propriétés de V et \dot{V} , on établit à ce que $K(t)$, $L(t)$ et $e(t)$ sont bornés et que $e(t) \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$

1.5. Mise en œuvre

La loi de commande adaptative est donnée par les équations (1.6) et (1.9). La matrice $B_m P$ agit comme une matrice de gain adaptative, où P est obtenu en résolvant l'équation de Riccati $PA_m + A_m^T P = -Q$ pour une matrice quelconque arbitraire $Q = Q^T > 0$. Le choix de la matrice Q influe sur la réponse transitoire et non sur la stabilité. L'hypothèse que l'inconnu L^* dans l'équation (1.5), $B_p L^* = B_m$ est soit positive, soit négative, impose une restriction de la

structure et des éléments de B_p, B_m et vu que B_p est inconnue, cette hypothèse peut ne pas être réaliste dans certaines applications. Le cas où B_p est complètement inconnu est traité dans [Nar89] en utilisant la loi de commande adaptative.

$$\begin{cases} \dot{u}_p = -L(t)K(t)x_p + L(t)u_m \\ \dot{K} = B_m^T P e x_p^T \\ \dot{L} = -L B_m^T e u_m^T L \end{cases} \quad (1.10)$$

Le résultat établi, toutefois, n'est que local, ce qui indique que pour avoir la stabilité $K(0), L(0)$ doivent être choisis près de l'équilibre K^*, L^* . En outre, K^*, L^* devront satisfaire l'équation

$$A_p - B_p L^* K^* = A_m, B_p L^* = B_m$$

1.6. Système non linéaire

Les lois adaptatives précédentes peuvent être étendues à une classe non linéaire spéciale donnée par

$$\dot{x}_p = a f(x_p) + b g(x_p) u_p \quad (1.11)$$

où a, b sont des scalaires inconnus, $f(\cdot), g(\cdot)$ sont des fonctions connues avec $g(x_p) > 0, \forall x_p \in R$. Le signe de b est connu et $f(x_p)$ est bornée pour x_p bornée. On veut que x_p suive x_m par un choix approprié d'une commande u_p . Le modèle de référence donné par

$$\dot{x}_m = a_m x_m + b_m u_m$$

1.7. Loi de commande

Si a et b étaient connus, la loi de commande

$$u_p = \frac{1}{g(x_p)} [k_1^* f(x_p) + k_2^* x_p + l^* u_m] \quad (1.12)$$

avec $k_1^* = -\frac{a}{b}, k_2^* = \frac{a_m}{b}, l^* = \frac{b_m}{b}$ garanti que $x_p \rightarrow x_m$

1.8. Loi adaptative : Cette fois ci la commande s'écrit $u_p = \frac{1}{g(x_p)} [k_1 f(x_p) + k_2 x_p + l u_m]$

Comme dans les cas précédents, nous réécrivons d'abord l'équation du système en terme de gain inconnu k_1^*, k_2^*, l^* du contrôleur c'est-à-dire, en remplaçant pour $a = -b k_1^*$ et addition et soustraction du terme $b(k_1^* f(x_p) + k_2^* x_p + l^* u_m)$ dans (1.11) et en utilisant l'équation $b l^* = b_m, b k_2^* = a_m$, nous obtenons

$$\dot{x}_p = a_m x_p + b_m u_m + b \left[-k_1^* f(x_p) - k_2^* x_p - l^* u_m + g(x_p) u_p \right]$$

Si on pose

$$e = x_p - x_m, \tilde{k}_1 = k_1 - k_1^*, \tilde{k}_2 = k_2 - k_2^*, \tilde{l} = l - l^*,$$

alors l'erreur $e(t)$ vérifie l'équation différentielle

$$\dot{e} = a_m e + b(\tilde{k}_1 f(x_p) + \tilde{k}_2 x_p + \tilde{l} u_m) \quad (1.13)$$

Les lois adaptatives des gains sont données par

$$\begin{cases} \dot{k}_1 = -\gamma_1 \cdot e \cdot f(x_p) \cdot \text{sign}(b) \\ \dot{k}_2 = -\gamma_2 \cdot e \cdot x_p \cdot \text{sign}(b), & \gamma_i > 0, i = 1, 2, 3 \\ \dot{l} = -\gamma_3 \cdot e \cdot u_m \cdot \text{sign}(b) \end{cases} \quad (1.14)$$

Démonstration

Nous pouvons établir que tous les signaux en boucle fermée (1.11), (1.13) et (1.14) sont bornés et que $|e(t)| = |x_p(t) - x_m(t)| \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$ en utilisant la fonction de Lyapunov

$$V(e, \tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{l}) = \frac{e^2}{2} + \frac{\tilde{k}_1^2}{2\gamma_1} |b| + \frac{\tilde{k}_2^2}{2\gamma_2} |b| + \frac{\tilde{l}^2}{2\gamma_3} |b| \quad (1.15)$$

De la même manière que dans la section précédente. La loi de commande annule les non-linéarités et force le système à se comporter comme un système linéaire invariant.

1.9. Commande adaptative pour les systèmes SISO

Dans la section précédente, on a étudié des cas où on a illustré le concept et l'analyse des schémas MRAC pour les systèmes dont le vecteur d'état est disponible pour la mesure. La conception des systèmes MRAC pour les systèmes dont la sortie plutôt que l'état est disponible suit une procédure similaire à celle utilisée dans la section précédente.

Cette procédure de conception est basée sur la combinaison d'une loi de commande dont la forme est la même que celle que nous utiliserions dans les paramètres connus avec une loi d'adaptation qui fournit des estimations en ligne des paramètres du contrôleur.

1.10. Énoncé du problème

Considérons un système Linéaire invariant SISO décrit par l'équation différentielle suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p, & x_p(0) = x_0 \\ y_p = C_p x \end{cases} \quad (1.16)$$

où $x_p \in R^n$, $y_p, u_p \in R$ et A_p, B_p et C_p sont des matrices de dimension appropriée.

La fonction de transfert du système est donnée par:

$$y_p = G_p(s).u_p \quad (1.17)$$

avec

$$G_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} \quad (1.18)$$

où $Z_p(s)$, $R_p(s)$ sont des polynômes moniques et k_p est une constante appelée gain en haute fréquence. Le modèle de référence choisi par le concepteur pour décrire les caractéristiques du système est donné par l'équation différentielle suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m, & x_m(0) = x_{m0} \\ y_m = C_m x_m \end{cases} \quad (1.19)$$

où $x_m \in R^{p_m}$ pour un entier p_m , $y_m \in R$ et $u_m \in R$ est l'entrée de référence, supposée être un signal uniformément borné et continu par morceau

La sortie de référence est donnée par:

$$y_m = G_m(s)u_m \quad (1.20)$$

avec

$$G_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \quad (1.21)$$

Où $Z_m(s)$, $R_m(s)$ sont des polynômes moniques et k_m est une constante. L'objectif du *MRAC* est de déterminer l'entrée du système u_p afin que tous les signaux soient bornés et la sortie du système y_p suive la sortie du modèle de référence y_m aussi proche que possible pour une entrée de référence donnée u_m . Nous nous référons au problème de l'obtention de la commande désirée u_p comme le problème du *MRAC*. Afin d'atteindre l'objectif du *MRAC* avec une loi de commande qui est réalisable, c'est-à-dire une loi de commande qui est exempte de différentiation, nous supposons que le système et le modèle de référence satisfont les hypothèses suivantes:

Hypothèses sur le système

P1. $Z_p(s)$ est un polynôme d'Hurwitz monique de degré m_p

P2. Une borne supérieure n du degré n_p de $R_p(s)$ est connue

P3. Le degré relatif $n^* = n_p - m_p$ de $G_p(s)$ est connu

P4. Le signe du gain en haute fréquence k_p est connu

Hypothèses sur le modèle de référence

M1. $Z_m(s)$, $R_m(s)$ sont des polynômes d'Hurwitz moniques de degré respectivement q_m , p_m
où $p_m \leq n$

M2. Le degré relatif $n_m^* = p_m - q_m$ de $G_m(s)$ est le même que celui de $G_p(s)$, c'est-à-dire
 $n_m^* = n^*$

1.11. Schéma du MRAC: Paramètres connus du système

L'objectif du MRAC est atteint si u_p est choisi de sorte que la fonction de transfert en boucle fermée liant u_m à y_p a des pôles stables et est égale à la fonction de transfert du modèle de référence $G_m(s)$. Cette égalité des fonctions de transfert est vérifiée pour tout signal d'entrée u_m et la sortie y_p converge vers y_m .

Si les conditions initiales sont égales dès le début, alors le suivi parfait est garanti à l'instant initial sinon une convergence de y_p vers y_m est assurée au fur et à mesure que le temps évolue, c.-à-d.

$$\begin{cases} y_p(0) = y_m(0) \Rightarrow y_p(t) = y_m(t), & t \geq 0 \\ y_p(0) \neq y_m(0) \Rightarrow y_p(t) \rightarrow y_m(t), & t \rightarrow \infty \end{cases}$$

Un choix trivial pour la commande u_p en boucle ouverte est donné par

$$u_p = C(s)u_m, \quad C(s) = \frac{k_m}{k_p} \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \frac{R_p(s)}{Z_p(s)} \quad (1.22)$$

Ce qui conduit à la fonction de transfert en boucle fermée

$$\frac{y_p}{u_m} = \frac{k_m}{k_p} \frac{Z_m}{R_m} \frac{R_p k_p Z_p}{Z_p R_p} = G_m(s) \quad (1.23)$$

Cependant cette loi de commande n'est réalisable que lorsque $R_p(s)$ est Hurwitz. Autrement (1.23) peut impliquer des annulations de zéros en dehors de C^- , ce qui conduit à des états internes non bornés associés à des conditions initiales non nulles [Kai80]. Au lieu de (1.22), considérons la loi de commande en boucle fermée.

$$u_p = \theta_1^{*T} \frac{\alpha(s)}{\Delta(s)} u_p + \theta_2^{*T} \frac{\alpha(s)}{\Delta(s)} y_p + \theta_3^* y_p + c_0^* u_m \quad (1.24)$$

montré à la figure 1.3 où

$$\alpha(s) = \begin{cases} \alpha_{n-2}(s) = [s^{n-2}, s^{n-3}, \dots, s, 1]^T & \text{pour } n \geq 2 \\ 0 & \text{pour } n = 1 \end{cases}$$

$c_0^* = \theta_4^*, \theta_3^* \in R, \theta_1^*, \theta_2^* \in R^{n-1}$ sont des paramètres constants à concevoir et $\Delta(s)$ est un polynôme d'Hurwitz monique arbitraire de degré $n-1$ qui contient $Z_m(s)$ comme facteur, c'est-à-dire, $\Delta(s) = \Delta_0(s)Z_m(s)$, ce qui implique que $\Delta_0(s)$ est Hurwitz et monique et de degré

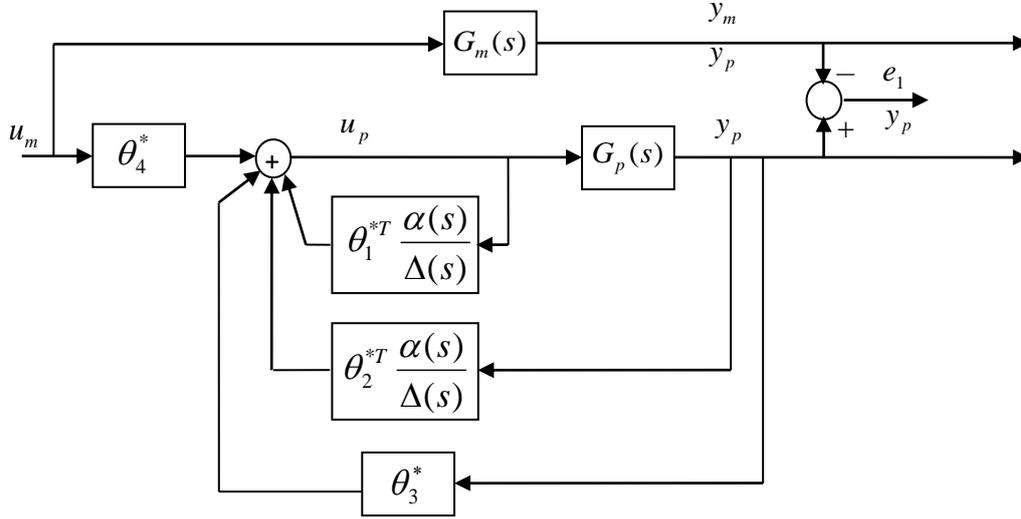


Figure 1.3. Schéma de la commande MRAC pour un système certain

$n_0 = n-1-q_m$. Le vecteur de paramètre du contrôleur $\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*, c_0^*]^T \in R^{2n}$ doit être choisi de sorte que la fonction de transfert entre u_m et y_p soit égale à $G_m(s)$, c.-à-d.

$$y_p = G_c(s)u_m \quad (1.25)$$

avec

$$G_c(s) = \frac{c_0^* k_p Z_p \Delta}{(\Delta - \theta_1^{*T} \alpha(s))R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha(s) + \theta_3^* \Delta)} \quad (1.26)$$

Nous pouvons maintenant atteindre notre objectif de contrôle si nous sélectionnons les paramètres $\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*, c_0^*$ de sorte que les pôles en boucle fermée soient stables et que la fonction de transfert en boucle fermée $G_c(s) = G_m(s)$, c'est-à-dire

$$G_c(s) = \frac{c_0^* k_p Z_p \Delta}{(\Delta - \theta_1^{*T} \alpha(s))R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha(s) + \theta_3^* \Delta)} = k_m \frac{Z_m}{R_m} \quad (1.27)$$

est satisfaite pour tout s . Comme le degré du dénominateur de $G_c(s)$ est $n_p + 2n - 2$ et celui de $R_m(s)$ est $p_m \leq n$, pour que l'équation correspondante (1.27) soit satisfaite, une addition de $n_p + 2n - 2 - p_m$ zéros-pôles annulations devra avoir lieu dans $G_c(s)$. Parce que $Z_p(s)$ est Hurwitz par hypothèse et $\Delta(s) = \Delta_0(s)Z_m(s)$ est conçu pour être Hurwitz, il s'ensuit que tous les zéros de $G_c(s)$ sont stables et donc n'importe quelle annulation de zéro-pôle peut

seulement se produire dans C^- . On choisit $c_0^* = \frac{k_m}{k_p}$ et en utilisant $\Delta(s) = \Delta_0(s)Z_m(s)$,

l'équation d'adaptation (1.27) devient

$$(\Delta - \theta_1^{*T} \alpha)R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha + \theta_3^* \Delta) = Z_p \Delta_0 R_m \quad (1.28)$$

$$\text{où} \quad \theta_1^{*T} \alpha(s)R_p(s) + k_p (\theta_2^{*T} \alpha + \theta_3^* \Delta(s))Z_p(s) = \Delta(s)R_p(s) - Z_p(s)\Delta_0(s)R_m(s) \quad (1.29)$$

Remarque 1. Pour la conception de la commande (1.24), on suppose que $n \geq n_p$. Vu que le système est connue exactement, il n'est pas nécessaire de supposer une limite supérieure pour le degré du système, c'est-à-dire n_p est connu, n peut être égal à n_p . Nous utilisons $n \geq n_p$ dans le cas d'un système incertain.

1.12. Réalisation de la commande MRAC sous forme d'équation d'état

Nous commençons par réalisation de la loi de commande (1.24) sous forme d'équation d'état

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = F \omega_1 + g u_p, & \omega_1(0) = 0 \\ \dot{\omega}_2 = F \omega_2 + g y_p, & \omega_2(0) = 0 \\ u_p = \theta^{*T} \omega \end{cases} \quad (1.30)$$

Où $\omega_1, \omega_2 \in R^{n-1}$, $\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*, c_0^*]^T$, $\omega = [\omega_1^T, \omega_2^T, y_p, u_m]^T$

$$F = \begin{bmatrix} -\lambda_{n-2} & -\lambda_{n-3} & -\lambda_{n-4} & \dots & -\lambda_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

λ_i sont les coefficients du polynôme $\Delta(s) = s^{n-1} + \lambda_{n-2}s^{n-2} + \dots + \lambda_1 s + \lambda_0 = \det(sI - F)$ et

(F, g) est la réalisation dans l'espace d'états de $\frac{\alpha(s)}{\Delta(s)}$ c'est-à-dire $(sI - F)^{-1} g = \frac{\alpha(s)}{\Delta(s)}$

Le schéma synoptique du système en boucle fermée avec la loi de commande (1.30) est montré dans la figure 1.4.

Nous obtenons la représentation de l'ensemble des éléments en boucle fermée en augmentant l'état x_p du système (1.16) avec les états ω_1, ω_2 du contrôleur (1.30), c'est-à-dire

$$\begin{cases} \dot{Y}_c = A_c Y_c + B_c c_0^* u_m, & Y_c(0) = Y_{c0}, & y_p = C_c Y_c, \end{cases} \quad (1.32)$$

avec

$$Y_c = [x_p^T, \omega_1^T, \omega_2^T]^T \in \mathbb{R}^{n_p + 2n_p - 2}$$

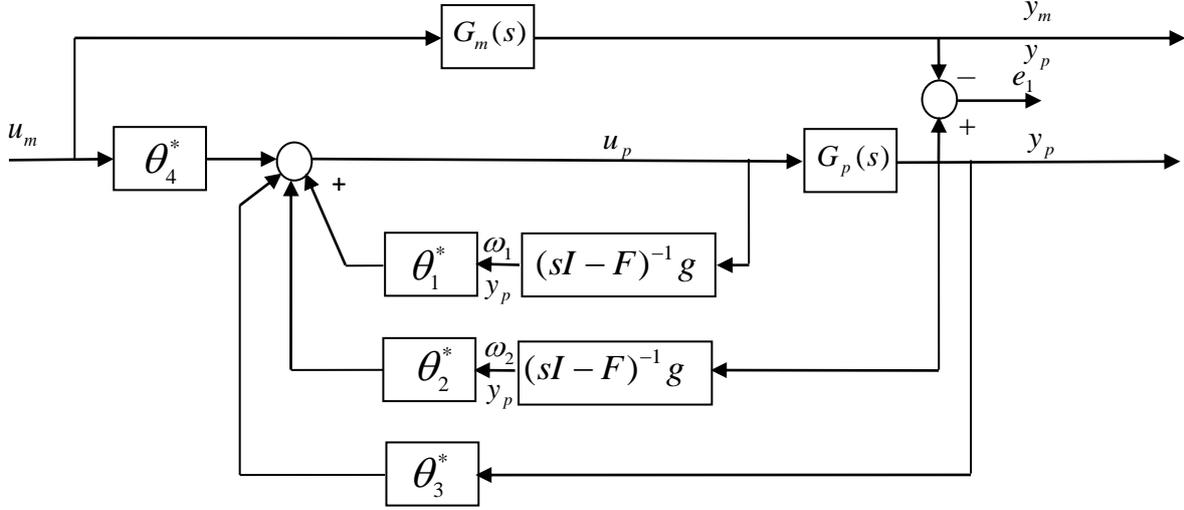


Figure 1.4. Schéma de la commande MRAC dans l'espace d'état

$$A_c = \begin{bmatrix} A_p + B_p \theta_3^* C_p & B_p \theta_1^{*T} & B_p \theta_2^{*T} \\ g \theta_3^* C_p & F + g \theta_1^{*T} & g \theta_2^{*T} \\ g C_p & 0 & F \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} B_p \\ g \\ 0 \end{bmatrix}, C_c = [C_p, 0, 0] \quad (1.33)$$

et Y_0 est le vecteur des conditions initiales. Nous avons déjà établi que la fonction de transfert de u_m à y_p est donnée par

$$\frac{y_p(s)}{u_m(s)} = \frac{c_0^* k_p Z_p \Delta^2}{\Delta [(\Delta - \theta_1^{*T} \alpha(s)) R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha(s) + \theta_3^* \Delta)]} = G_m(s)$$

ce qui implique que

$$C_c (sI - A_c)^{-1} B_c c_0^* = \frac{c_0^* k_p Z_p \Delta^2}{\Delta [(\Delta - \theta_1^{*T} \alpha(s)) R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha(s) + \theta_3^* \Delta)]} = G_m(s)$$

et donc $\det(sI - A_c) = \Delta [(\Delta - \theta_1^{*T} \alpha(s)) R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha(s) + \theta_3^* \Delta)] = \Delta Z_p \Delta_0 R_m$ où la dernière égalité est obtenue en utilisant l'équation (1.28). Il est clair que les valeurs propres de A_c sont égales aux racines des polynômes Δ , Z_p et R_m , donc, A_c est une matrice stable. La stabilité de A_c et de la bornitude de u_m implique que le vecteur d'état Y_c dans (1.32) est borné. Puisque $C_c (sI - A_c)^{-1} B_c c_0^* = G_m(s)$, le modèle de référence peut être réalisé par le triple $(A_c, B_c c_0^*, C_c)$ et décrit par la réalisation d'état non-minimale suivante

$$\begin{cases} \dot{Y}_m = A_c Y_m + B_c c_0^* u_m, & Y_m(0) = Y_{m0} \\ y_m = C_c Y_m \end{cases} \quad (1.34)$$

où $Y_m \in \mathbb{R}^{n_p+2n-2}$. Soit $e = Y_c - Y_m$ l'erreur d'état et $e_1 = y_p - y_m$ l'erreur de suivi, il s'ensuit de (1.32) et (1.34) que

$$\begin{cases} \dot{e} = A_c e \\ e_1 = C_c e \end{cases} \quad (1.35)$$

c.-à-d., l'erreur de suivi $e_1 = y_p - y_m$ satisfait $e_1 = C_c e^{A_c t} (Y_c(0) - Y_m(0))$.

Comme A_c est une matrice stable, $e_1(t)$ converge exponentiellement vers zéro. Le taux de convergence dépend de l'emplacement des valeurs propres de A_c , qui sont égales aux racines de $\Delta(s)\Delta_0(s)R_m(s)Z_p(s)=0$. On peut affecter le taux de convergence en concevant $\Delta(s)\Delta_0(s)R_m(s)Z_p(s)$ pour avoir des zéros rapides, mais nous sommes limitée par la dépendance de A_c sur les zéros de $Z_p(s)$, qui sont fixées par le système.

1.13. Directe MRAC avec des gains adaptatifs

Les principales caractéristiques des schémas MRAC simples développés dans la section précédente sont :

- (1) Les lois adaptatives sont entraînées par l'erreur de régulation ou de suivi. Elles sont développées en utilisant l'approche basée sur le concept du *SPR* (Voir Annexe pour la définition de *SPR*).
- (2) Une fonction simple de Lyapunov est utilisée pour concevoir la loi adaptative et établir une limite pour tous les signaux en boucle fermée.

Dans cette section, nous suivons une approche très semblable à celle de Feuer et Morse [Feu78], et étendre les résultats de la section précédente au cas général des systèmes *SISO* d'ordre supérieur. La complexité des schémas de régulation augmente avec le degré relatif n^* du système.

1.13.a. Degré Relatif $n^* = 1$

Supposons que le degré relatif du système $G_p(s)$ est $n^* = 1$

$$y_p = G_p(s)u_p = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} u_p \quad (1.36)$$

Le modèle de référence $y_m = G_m(s)u_m$ est choisi pour avoir le même degré relatif un et que les deux fonctions de transfert $G_p(s)$ et $G_m(s)$ satisfont respectivement les hypothèses P1 à P4, et M1, M2 citées auparavant. En outre $G_m(s)$ est conçu pour être *SPR*(Annexe). La conception de la loi MRAC est donnée comme suit:

Nous avons montré dans la section précédente que la loi de commande

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = F\omega_1 + gu_p, & \omega_1(0) = 0 \\ \dot{\omega}_2 = F\omega_2 + gy_p, & \omega_2(0) = 0 \\ u_p = \theta^{*T}\omega \end{cases} \quad (1.37)$$

où $\omega = [\omega_1^T, \omega_2^T, y_p, u_m]^T$, $\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*, c_0^*]^T$ calculés à partir des équations (1.27) et (1.28) correspond à l'objectif du suivi défini dans la section précédente. Vu que les paramètres du système sont inconnus, le vecteur de paramètre du contrôleur θ^* ne peut pas être calculé à partir de l'équation (1.27) et (1.37) ne peut pas être mis en œuvre. Une approche raisonnable à suivre dans le cas des paramètres inconnus du système est de remplacer (1.37) par la loi de commande

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = F\omega_1 + gu_p, & \omega_1(0) = 0 \\ \dot{\omega}_2 = F\omega_2 + gy_p, & \omega_2(0) = 0 \\ u_p = \theta^T\omega \end{cases} \quad (1.38)$$

Où $\theta(t)$ est l'estimation de θ^* au temps t à générer par une loi adaptative. Nous obtenons au premier lieu une représentation dans l'espace d'état du système et du modèle, c'est-à-dire

$$\begin{cases} \dot{Y}_c = A_0 Y_c + B_c u_p, & Y_c(0) = Y_0 \\ y_p = C_c Y_c \\ u_p = \theta^T \omega \end{cases}$$

$$\text{où } Y_c = [x_p^T, \omega_1^T, \omega_2^T]^T \quad A_0 = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 \\ gC_p & 0 & F \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} B_p \\ g \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_c = [C_p, 0, 0]$$

On ajoute et on soustraie l'entrée souhaitée $B_c \theta^{*T} \omega$ pour obtenir à

$$\dot{Y}_c = A_0 Y_c + B_c \theta^{*T} \omega + B_c (u_p - \theta^{*T} \omega)$$

Si nous absorbons maintenant le terme $B_c \theta^{*T} \omega$ dans la partie homogène de l'équation précédente, on se retrouve avec la représentation

$$\begin{cases} \dot{Y}_c = A_c Y_c + B_c c_0^* u_m + B_c (u_p - \theta^{*T} \omega), & Y_c(0) = Y_0 \\ y_p = C_c Y_c \end{cases} \quad (1.39)$$

Où A_c est défini dans (1.33). L'équation (1.39) est la même que l'équation en boucle fermée (1.32) dans le cas des paramètres connus sauf pour la valeur du terme d'entrée additionnelle

$B_c(u_p - \theta^{*T} \omega)$ qui dépend du choix de l'entrée u_p . Il sert de paramétrage de l'équation du système en terme des paramètres désirés du contrôleur θ^* .

Soit $e = Y_c - Y_m$ et $e_1 = y_p - y_m$ où Y_m est l'état de la représentation non-minimale du modèle de référence donné par (1.34), on obtient l'équation d'erreur

$$\begin{cases} \dot{e} = A_c e + B_c (u_p - \theta^{*T} \omega), & e(0) = e_0 \\ e_1 = C_c e \end{cases} \quad (1.40)$$

où

$$C_c (sI - A_c)^{-1} B_c c_0^* = G_m(s)$$

on trouve donc

$$e_1 = G_m(s) \rho^* (u_p - \theta^{*T} \omega), \quad \rho^* = \frac{1}{c_0^*} \quad (1.41)$$

En remplaçant la loi de contrôle dans (1.40), on obtient l'équation d'erreur

$$\begin{cases} \dot{e} = A_c e + \bar{B}_c \rho^* \tilde{\theta}^T \omega, & e(0) = e_0, \bar{B}_c = B_c c_0^* \\ e_1 = C_c e \end{cases} \quad (1.42)$$

Avec $e_1 = G_m(s) \rho^* \tilde{\theta}^T \omega$ qui relie l'erreur des paramètres $\tilde{\theta} = \theta(t) - \theta^*$ avec l'erreur de suivi $e_1 = y_p - y_m$. Vu que $G_m(s) = C_c (sI - A_c)^{-1} B_c c_0^*$ est *SPR* (Annexe) et A_c est stable, l'équation (1.42) est dans une forme appropriée pour l'application la théorie de Lyapunov.

On prend la fonction de Lyapunov

$$V(\tilde{\theta}, e) = \frac{e^T P_c e}{2} + \frac{\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}}{2} \left| \rho^* \right| \quad (1.43)$$

Où $\Gamma = \Gamma^T > 0$ et $P_c = P_c^T > 0$ satisfait les équations algébriques

$$\begin{cases} P_c A_c + A_c^T P_c = -q q^T - v_c L_c = -Q \\ P_c \bar{B}_c = C_c^T \end{cases}$$

où q est un vecteur $L_c = L_c^T > 0$ et $v_c > 0$ est une petite constante. La dérivée temporelle \dot{V} de V le long de la solution de (1.42) est donnée par

$$\dot{V} = -\frac{e^T q q^T e}{2} - \frac{v_c}{2} e^T L_c e + e^T P_c \bar{B}_c \rho^* \tilde{\theta}^T \omega + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \left| \rho^* \right|$$

or $e^T P_c \bar{B}_c = e_1$ et $\rho^* = |\rho^*| \text{sign}(\rho)$ alors $\dot{V} < 0$ si on choisit

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} = -\Gamma e_1 \omega \text{sign}(\rho^*) \quad (1.44)$$

ce qui conduit à

$$\dot{V} = -\frac{e^T q q^T e}{2} - \frac{v_c}{2} e^T L_c e \quad (1.45)$$

Les équations (1.43) et (1.45) impliquent que V et par conséquent, $e, \theta \in L_\infty$. Vu que $e = Y_c - Y_m$ et $Y_m \in L_\infty$, nous avons $Y_c \in L_\infty$ ce qui implique que $y_p, \omega_1, \omega_2 \in L_\infty$ et comme $\theta, \omega \in L_\infty$, on aura donc $u_p = \theta^T \omega \in L_\infty$. Par conséquent, tous les signaux en boucle fermée sont bornés. Il reste à montrer que l'erreur de suivi $e_1 = y_p - y_m$ tend vers zéro lorsque $t \rightarrow \infty$.

De (1.43) et (1.45) nous établissons que e et donc $e_1 \in L_2$. En outre, en utilisant $\theta, \omega, e \in L_\infty$ dans (1.42) on a $\dot{e}, \dot{e}_1 \in L_\infty$ donc $e_1, \dot{e}_1 \in L_\infty$ et $e_1 \in L_2$ ce qui implique que $e_1 \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$.

Nous résumons les principales équations du schéma *MRAC* dans le tableau.1.1. Les propriétés de stabilité du schéma *MRAC* du tableau.1.1 sont données par le théorème suivant.

Théorème. Le schéma *MRAC* résumé dans le tableau.1.1 garantit que
(1) Tous les signaux en boucle fermée sont bornés et l'erreur de suivi e_1 converge vers zéro de façon asymptotique pour toute entrée de référence $u_m \in L_\infty$
(2) Si u_m est suffisamment riche d'ordre $2n$, $u_m \in L_\infty$ et $Z_p(s), R_p(s)$ sont irréductible, alors l'erreur des paramètres $\left| \tilde{\theta} \right| = \left| \theta - \theta^* \right|$ et l'erreur de suivi e_1 convergent vers zéro.

Exemple 1. Paramètres connus

Soit le système d'ordre deux suivant

$$G_p(s) = k_p \frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{s + 1}{s^2 - s + 1}$$

Les pôles sont donnés par $\lambda_{1,2} = 0.5 \pm j0.86$ et donc le système est instable

| | |
|---------------------|--|
| Système | $y_p = G_p(s)u_p \quad G_p(s) = k_p Z_p(s) / R_p(s), \quad n^* = 1$ |
| Modèle de référence | $y_m = G_m(s)u_m \quad G_m(s) = k_m Z_m(s) / R_m(s)$ |
| Loi de commande | $\begin{cases} \dot{\omega}_1 = F \omega_1 + g u_p, & \omega_1(0) = 0 \\ \dot{\omega}_2 = F \omega_2 + g y_p, & \omega_2(0) = 0, \quad u_p = \theta^T \omega \end{cases}$ $\omega = [\omega_1^T, \omega_2^T, y_p, r]^T, \quad \theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*, c_0^*]^T, \quad \omega_1, \omega_2 \in \mathbb{R}^{n-1}$ |
| Gains adaptatifs | $\dot{\theta} = -\Gamma e_1 \omega \text{sign}(\rho^*) \quad e_1 = y_p - y_m \quad \rho^* = 1/c_0^* = k_p / k_m$ |
| Hypothèses | P1, P2, P3 et P4, M1 et M2 |

Tableau 1.1. Résumé de la commande *MRAC* avec $n^* = 1$

Le modèle de référence est donné par

$$G_m(s) = k_m \frac{1}{s + a_m} = 2 \frac{1}{s + 2}$$

La grandeur de commande assurant le suivi est donnée par (1.24), avec $\Delta(s) = s + f = s + 1$, $\alpha(s) = 1$ et donc

$$u_p = \theta_1^* \frac{1}{s + f} u_p + \theta_2^* \frac{1}{s + f} y_p + \theta_3^* y_p + \theta_4^* u_m, \quad \theta_4^* = c_0^* = k_m / k_p$$

Afin d'avoir un suivi parfait et en utilisant la commande précédente, on devra calculer Les coefficients θ_i^* ; $i = 1..3$ et donc avoir

$$\frac{y_p(s)}{u_m(s)} = \frac{c_0^* k_p Z_p \Delta^2}{\Delta [(\Delta - \theta_1^* \alpha(s)) R_p - k_p Z_p (\theta_2^* \alpha(s) + \theta_3^* \Delta)]} = G_m(s)$$

c.-à-d. résoudre le système d'équation suivant

$$\begin{bmatrix} k_m & 0 & k_m k_p \\ k_m a_1 & k_m k_p & k_m k_p b_0 \\ k_m a_0 & k_m k_p b_0 & k_m k_p b_0 f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1^* \\ \theta_2^* \\ \theta_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_m(a_1 + f) - k_m(a_m + b_0 + f) \\ k_m(a_0 + a_1 f) - k_m(b_0 f + a_m(b_0 + f)) \\ a_0 f k_m - a_m b_0 f k_m \end{bmatrix}$$

Dans notre cas, le système d'équations est donné par

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1^* \\ \theta_2^* \\ \theta_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -10 \\ -2 \end{bmatrix}$$

et donc les θ_i^* sont donnés par $\theta_1^* = 0, \theta_2^* = 3, \theta_3^* = -4$ et $\theta_4^* = k_m / k_p = 2$. L'entrée de référence est un signal carré d'amplitude ± 1 et de période 20s, l'état initial est pris égal à $x_0 = [1.5 \ 0]^T$.

La figure 1.5 représente les sorties du système et du modèle, on voit très bien que le suivi est garanti même avec des conditions initiales différentes. La figure 1.6 représente la grandeur de commande, on voit bien qu'elle est bornée et lisse, avec des changements brusques juste au moment du changement de la grandeur de référence avec des valeurs de pics acceptables.

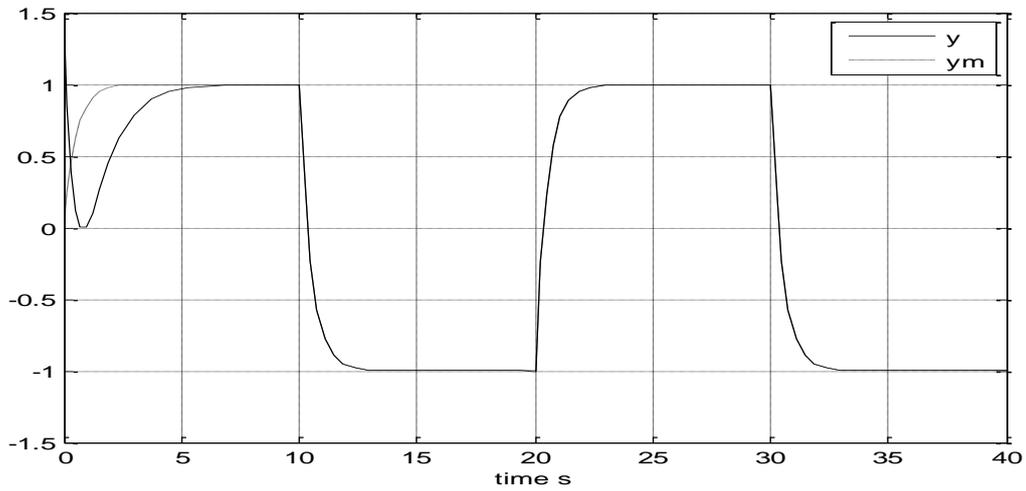


Figure 1.5. Sorties du système et du modèle de référence

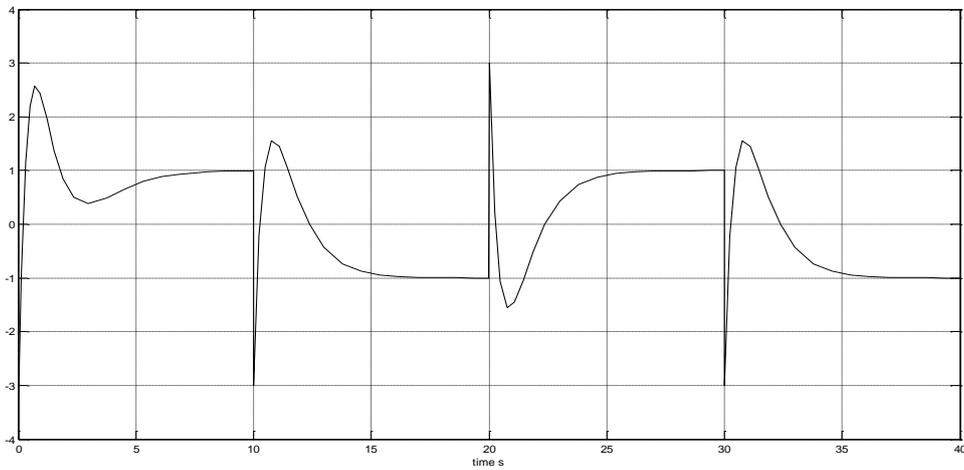


Figure 1.6. Grandeur de commande

Exemple 2. Paramètres connus, grandeur d'entrée variable

Pour l'exemple deux, la simulation est faite pour un changement de l'entrée de référence d'une valeur constante $u_m = 1$ si $t \leq 8s$ vers un signal sinusoïdal $u_m = \sin(t)$ si $t > 8s$.

La figure 1.7 représente les deux sorties où le suivi est garanti pour les grandeurs de référence et la figure 1.8 représente la grandeur de commande.

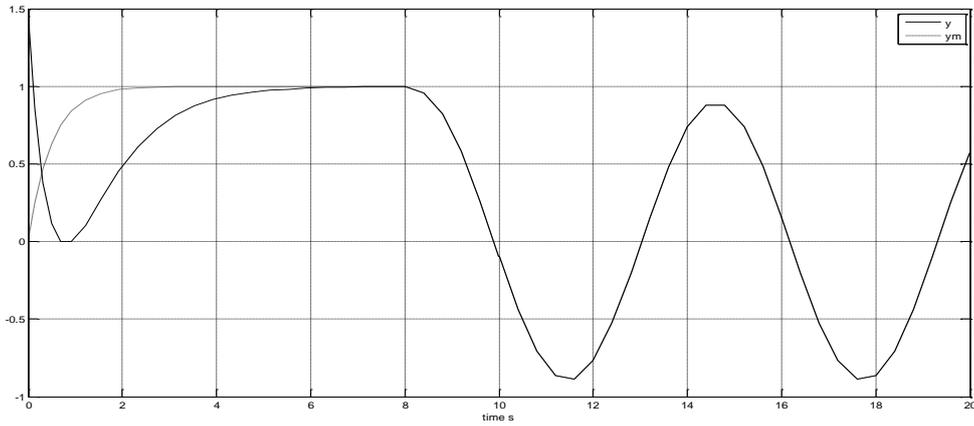


Figure 1.7. Sorties du système et du modèle de référence

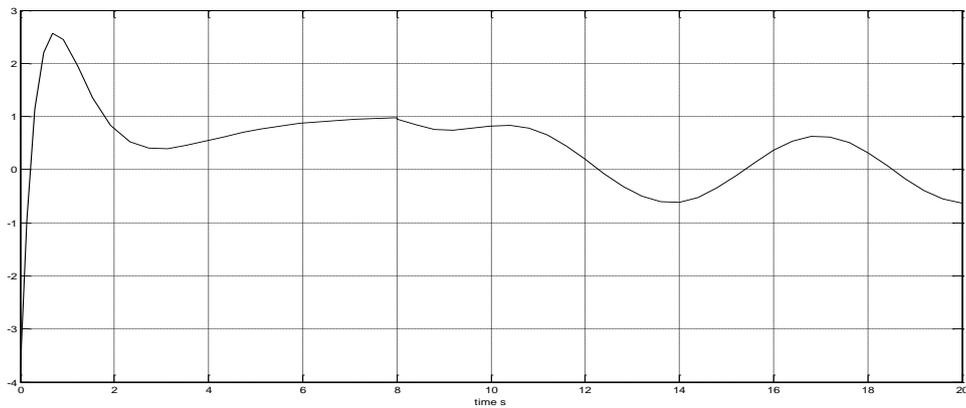


Figure 1.8. Grandeur de commande

Exemple 3. Paramètres inconnus mais fixe

Dans ce cas, on suppose que les paramètres sont inconnus et il faut appliquer la commande adaptative générée par l'équation (voit tableau 1.1).

$$u_p = \theta^T \omega = \theta_1 \omega_1 + \theta_2 \omega_2 + \theta_3 \omega_3 + \theta_4 \omega_4 = \theta_1 \omega_1 + \theta_2 \omega_2 + \theta_3 y_p + \theta_4 u_m$$

L'adaptation des coefficients $\theta_i, i=1..4$ est donnée par (voit tableau 1.1)

$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\gamma_i e \omega_i = -\gamma_i (y - y_m) \omega_i \quad , \quad \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 10,$$

le vecteur des conditions initiales est pris égal à $x_0 = [1.5 \ 0]^T$ et l'entrée de référence est prise égale à $u_m = 1$ si $t \leq 8s$ et $u_m = \sin(2t)$ si $t > 8s$. La figure 1.9 représente les deux sorties où le suivi est garanti pour les grandeurs de référence et la figure 1.10 représente la grandeur de commande. La figure 1.11 représente le tracé des gains adaptatifs qui se stabilise après le régime transitoire du au changement de la grandeur de référence.

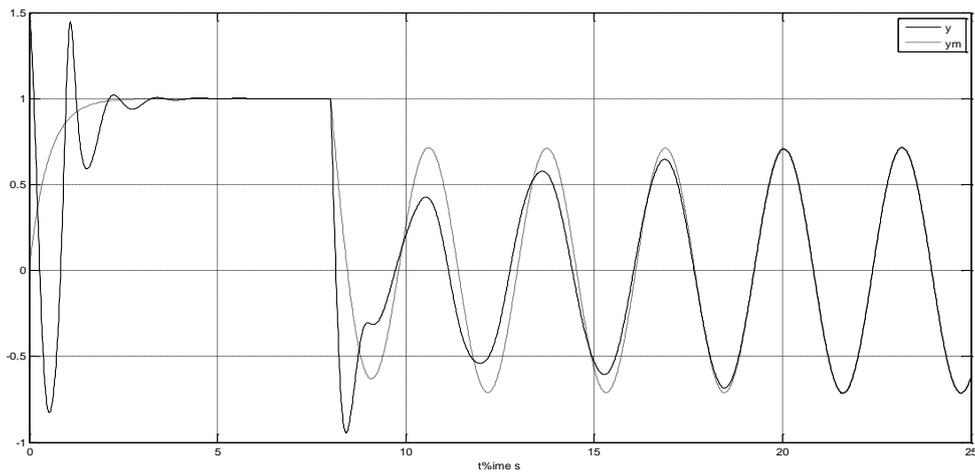


Figure 1.9. Sorties du système et du modèle de référence

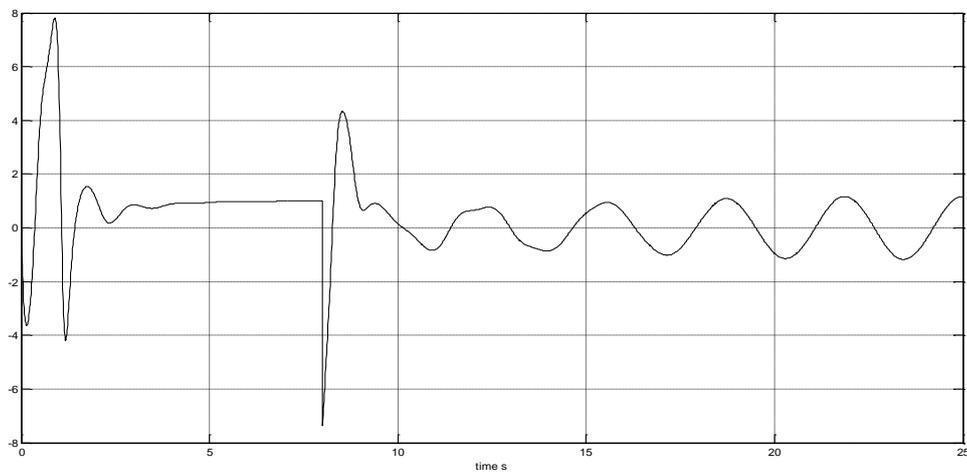


Figure 1.10. Grandeur de commande

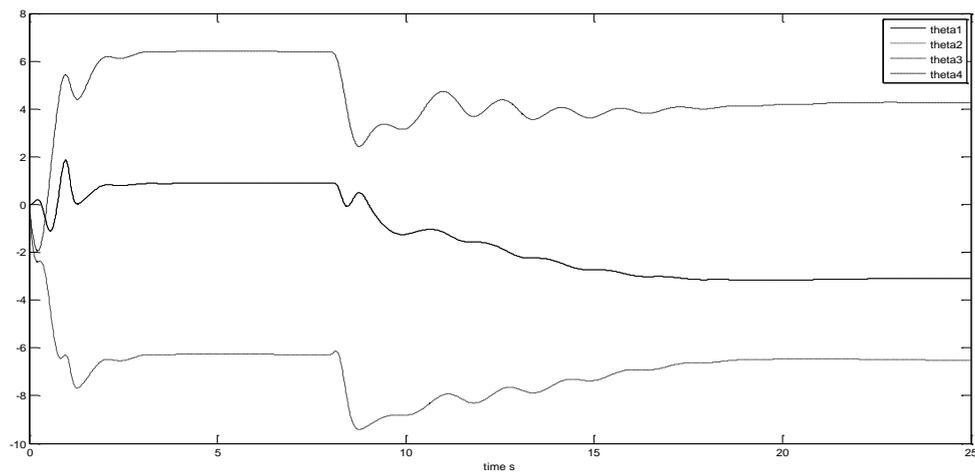


Figure 1.11. Gains adaptatifs

Exemple 4. Paramètres variables, grandeur d'entrée constante

Dans ce cas, on suppose que la grandeur d'entrée est constante et que les paramètres varient dans le temps de la manière suivante avec $\lambda_{1,2}$ représentent les valeurs propres du système en boucle fermée.

$$\begin{cases} \text{si } t \leq 10s, & a_1 = -1, a_0 = 1, \quad \lambda_1 = 0.5 + 0.86j, \lambda_2 = 0.5 - 0.86j \\ \text{si } 10s < t \leq 20s, & a_1 = 1, a_0 = -1, \quad \lambda_1 = -1.618, \lambda_2 = 0.6180 \\ \text{si } 20s < t \leq 30s, & a_1 = 1, a_0 = 1, \quad \lambda_1 = 1 + j, \lambda_2 = 1 - j \\ \text{si } 30s < t, & a_1 = -1, a_0 = 1, \quad \lambda_1 = 2.7321, \lambda_2 = -0.7321 \end{cases}$$

La figure 1.12, représente les deux sorties où le suivi est garanti pour les grandeurs de référence et la figure 1.13 représente la grandeur de commande qu'on voit qu'elle est lisse et bornée. La figure 1.14 représente le tracé des gains qui se stabilisent en régime permanent.

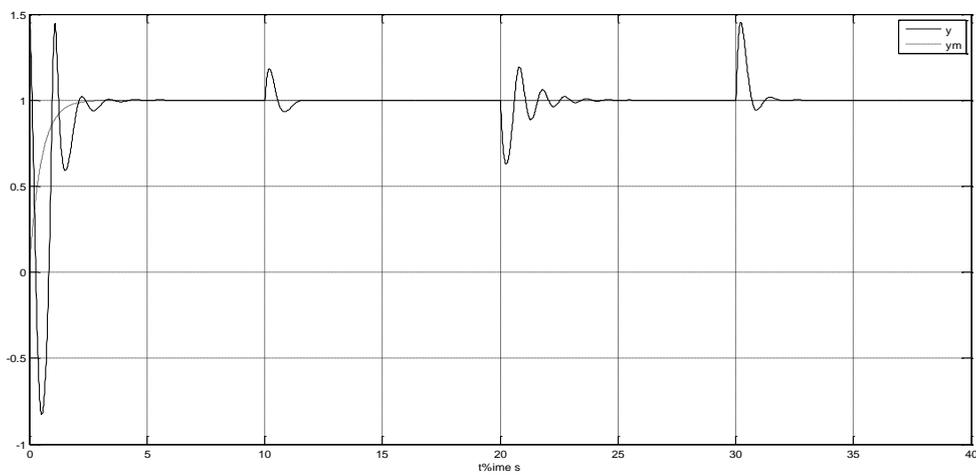


Figure 1.12. Sorties du système et du modèle de référence

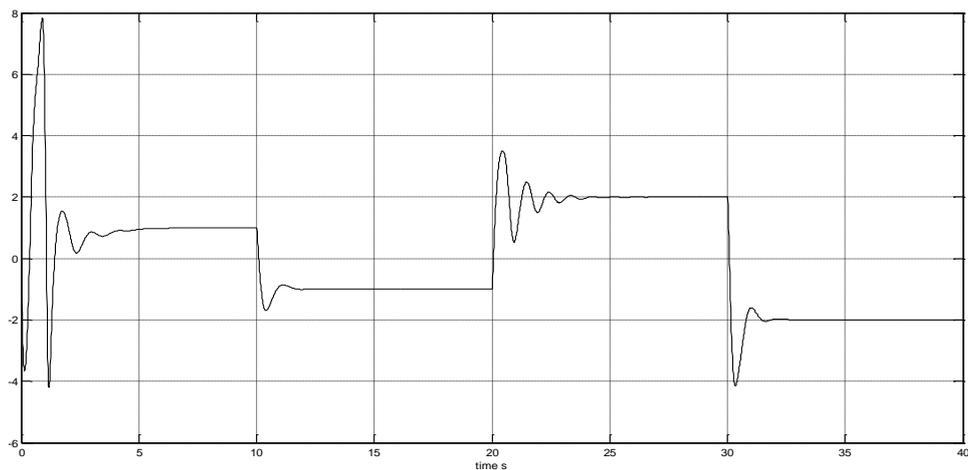


Figure 1.13. Grandeur de commande

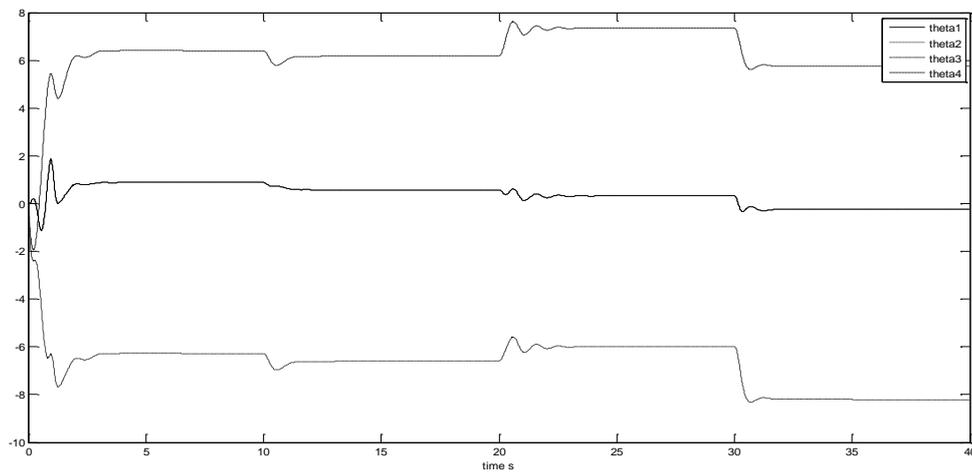


Figure 1.14. Gains adaptatifs

1.14. Conclusion

Dans ce chapitre, on a traité de la commande *MRAC* classique, au premier lieu, des lois ont été synthétisées pour des systèmes à paramètres connus garantissant un suivi parfait dès le début si l'état initial est bien choisi, sinon on a un suivi asymptotique si l'état initial est quelconque. Si les paramètres du système sont inconnus, une loi adaptative a été développée en assurant une convergence de l'erreur de suivi et si de plus l'entrée de référence est riche en fréquence la convergence des paramètres est aussi garantie. Des simulations ont été faites pour plusieurs cas en utilisant Matlab.

Chap 2 : Commande Adaptative Simple SAC des Systèmes Linéaires

2.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons en premier lieu une commande adaptative à modèle de référence *MRAC* pour les systèmes linéaires à paramètres variables en utilisant le concept du suivi parfait *CGT* (Command Generator Tracker). En deuxième lieu cette commande *SAC* est rendue robuste par l'ajout d'une commande par mode glissant intégral ou la surface de glissement et atteinte à l'instant initiale, La stabilité de l'erreur entre le système et le modèle est garantie en utilisant la théorie de Lyapunov. Le nouveau algorithme est appliqué pour contrôler un système perturbé. Des exemples de simulations sont donnés pour démontrer l'utilité de cet algorithme. La simulation est réalisée à l'aide du logiciel MATLAB.

2.2. Principe de la commande adaptative SAC à base du *CGT*

Le système variant est donné par:

$$\begin{aligned}\dot{x}_p(t) &= A_p(t)x_p(t) + B_p(t)u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p(t)x_p(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Où $x_p(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $u_p(t) \in R^m$ est le vecteur de commande, $y_p(t) \in R^q$ est le vecteur de sortie, $A_p(t)$, $B_p(t)$ et $C_p(t)$ sont des matrices avec des dimensions appropriées. Nous supposons que les paramètres du système sont variables et incertains, c'est-à-dire connus seulement dans certaines limites finies. On suppose que la plage de variation des paramètres du système est connue et délimitée par

$$a_{-ij} \leq a_p(i, j) \leq \bar{a}_{ij}, i, j = 1, \dots, n\tag{2.2}$$

$$b_{-ij} \leq b_p(i, j) \leq \bar{b}_{ij}, i, j = 1, \dots, n\tag{2.3}$$

L'objectif est de trouver, sans connaissance explicite de A_p , B_p et C_p la commande $u_p(t)$ tel que le vecteur de sortie du système suive celui du modèle de référence donné par:

$$\begin{aligned}\dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\ y_m(t) &= C_m x_m(t)\end{aligned}\tag{2.4}$$

Le vecteur de sortie y_m est la réponse souhaitée du modèle à un vecteur d'entrée de référence u_m . Le modèle intègre le comportement souhaité du système, mais son choix n'est pas restreint. En particulier, l'ordre du système peut être beaucoup plus grand que l'ordre du modèle de référence. La loi de commande idéale qui génère un suivi de sortie parfait et des trajectoires d'état idéales est supposée être une combinaison linéaire des états du modèle et de l'entrée du modèle [Bro80]. Dans notre cas, nous supposons que l'état idéal et l'entrée idéale sont liés à l'état du modèle et à l'entrée du modèle par la relation suivante:

$$\begin{bmatrix} x_p^*(t) \\ u_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(t) & S_{12}(t) \\ S_{21}(t) & S_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Dans ce qui suit, on utilise S_{ij} au lieu de $S_{ij}(t)$.

Le suivi parfait signifie que la sortie idéale est égale à celle du modèle, c.-à-d.

$$\begin{aligned} y_p^*(t) &= C_p x_p^*(t) \\ &= C_p S_{11} x_m(t) + C_p S_{12} u_m(t) \\ &= y_m(t) = C_m x_m(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

De plus, en tenant compte de (2.3), (2.4) et que l'état idéal vérifie la relation (2.5) et que le modèle vérifie la relation (2.4), et que l'entrée $u_m(t)$ est supposé être une constante, la dérivée de $x_p^*(t)$ peut être écrite comme:

$$\begin{aligned} \frac{dx_p^*(t)}{dt} &= \frac{d}{dt} (S_{11}x_m + S_{12}u_m) \\ &= \dot{S}_{11}x_m + S_{11}(A_mx_m + B_mu_m) + \dot{S}_{12}u_m + S_{12}\dot{u}_m \\ &= \dot{S}_{11}x_m + S_{11}A_mx_m + S_{11}B_mu_m + \dot{S}_{12}u_m \\ &= A_px_p^* + B_pu_p^* \\ &= A_p(S_{11}x_m + S_{12}u_m) + B_p(S_{21}x_m + S_{22}u_m) \end{aligned} \quad (2.7)$$

En utilisant les relations (2.5), (2.6) et (2.7), on obtient le système algébrique suivant :

$$\begin{cases} \dot{S}_{11} + S_{11}A_m = A_pS_{11} + B_pS_{21} \\ \dot{S}_{12} + S_{11}B_m = A_pS_{12} + B_pS_{22} \\ C_pS_{11} = C_m \\ C_pS_{12} = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Dans le cas d'un système à paramètres constants, les coefficients de S_{ij} sont également constants et (2.8) peut être écrite comme suit:

$$\begin{bmatrix} S_{11}A_m & S_{11}B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Dans le système (2.9), nous avons plus d'inconnues que d'équations, de sorte que la solution existe presque toujours [Bro80]. La loi de commande adaptative basée sur l'approche du générateur de commandes CGT est donnée par:

$$u_p(t) = K_e(t)e_y(t) + K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t) \quad (2.10)$$

Notons que la loi de commande (2.10) a été appliquée dans certains cas de systèmes linéaires comme dans [Kau93]. Nous proposons ici de l'étendre au système à paramètres variables décrit par (2.1). L'erreur de suivi est donnée par:

$$e_y(t) = y_m(t) - y_p(t)$$

Avec $K_e(t)$, $K_x(t)$ et $K_u(t)$ sont des gains adaptatifs et concaténés dans la matrice $K(t)$ comme suit

$$K(t) = [K_e(t) \quad K_x(t) \quad K_u(t)] \quad (2.11)$$

Soit le vecteur $r(t)(n_r \times 1)$:

$$r(t) = [(y_m(t) - y_p(t))^T \quad x_m^T(t) \quad u_m^T(t)]^T \quad (2.12)$$

La commande $u_p(t)$ (2.10) est écrite sous une forme compacte comme

$$u_p(t) = K(t)r(t) \quad (2.13)$$

où

$$K(t) = K_p(t) + K_I(t) \quad (2.14)$$

$$K_p(t) = [y_m(t) - y_p(t)]r^T(t)T_p, T_p \geq 0 \quad (2.15)$$

$$\dot{K}_I(t) = [y_m(t) - y_p(t)]r^T(t)T_i, T_i > 0 \quad (2.16)$$

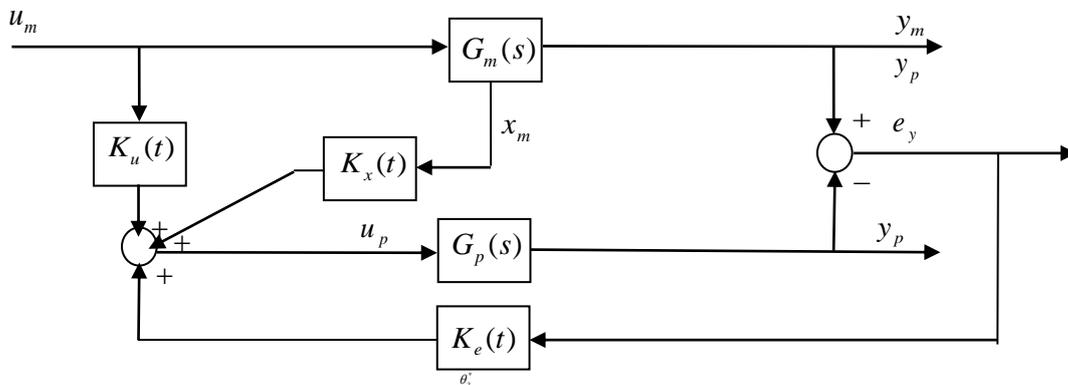


Figure 2.1. Schéma de la commande SAC

Le résumé de la commande adaptative SAC est donné dans le tableau 2.1

2.3. Etude de la stabilité

La première étape de la démonstration est de concevoir une forme quadratique définie positive des variables d'état $e_x(t) = x_p^*(t) - x_p(t)$ et $K_I(t)$ du système adaptatif. Avant cela, on suppose que T_i^{-1} est une matrice symétrique définie positive. Alors un choix approprié de la fonction de Lyapunov est

$$V = e_x^T P e_x + Tr \left[S(K_I - \tilde{K})T_i^{-1}(K_I - \tilde{K})^T S^T \right] \quad (2.17)$$

$$\dot{V} = e_x^T \dot{P} e_x + \dot{e}_x^T P e_x + e_x^T P \dot{e}_x + 2Tr \left[S(K_I - \tilde{K})T_i^{-1} \dot{K}_I S^T \right] \quad (2.18)$$

| | |
|---------------------|--|
| Système (ASPR) | $\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p, \quad y_p = C_p x_p$ |
| Modèle de référence | $\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m, \quad y_m = C_m x_m$ |
| Loi de commande | $u_p(t) = K(t)r(t) \quad K(t) = [K_e(t) \quad K_x(t) \quad K_u(t)]$ |
| Gains adaptatifs | $K_p(t) = [y_m - y_p] r^T T_p, T_p \geq 0$ $\dot{K}_I(t) = [y_m - y_p] r^T T_i, T_i > 0 \quad r(t) = [(y_m - y_p)^T \quad x_m^T \quad u_m^T]^T$ |

Tableau 2.1. Schéma de la commande adaptative SAC

Où $P(t)$ de dimension $n \times n$ est une matrice symétrique définie positive, \tilde{K} est une matrice de dimension $m \times n$, et S est une matrice non-singulière de dimension $m \times m$. Puisque la matrice \tilde{K} apparaît uniquement dans la fonction V et non dans l'algorithme de contrôle, elle est appelée matrice de gain fictive, elle a la même dimension que K où

$$\tilde{K} \times r = \tilde{K}_e C_p e_x + \tilde{K}_x x_m + \tilde{K}_u u_m \quad (2.19)$$

Et les trois gains \tilde{K}_e , \tilde{K}_x et \tilde{K}_u sont fictifs comme \tilde{K} . l'équation de l'erreur e_x , sa dérivée est

$$\dot{e}_x = A_p x_p^* + B_p u_p^* - A_p x_p - B_p u_p = A_p [x_p^* - x_p] + B_p [u_p^* - u_p] = A_p e_x + B_p [u_p^* - u_p] \quad (2.20)$$

Si nous substituons u_p^* de (2.5) et u_p de (2.10), nous obtiendrons:

$$\dot{e}_x = A_p e_x + B_p [S_{21} x_m + S_{22} u_m - K_x x_m - K_u u_m - K_e C_p e_x] \quad (2.21)$$

La dérivée de l'erreur est donnée par:

$$\dot{e}_x = A_p e_x + B_p [S_{21} x_m + S_{22} u_m - K_I r - C_p e_x r^T T_p r] \quad (2.22)$$

$$\dot{K}_I = C_p e_x r^T T_i \quad (2.23)$$

En remplaçant (2.22) et (2.23) dans (2.18), on obtient:

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T \dot{P} e_x + [A_p e_x + B_p (S_{21} x_m + S_{22} u_m - K_I r - C_p e_x r^T T_p r)]^T P e_x + \\ e_x^T P [A_p e_x + B_p (S_{21} x_m + S_{22} u_m - K_I r - C_p e_x r^T T_p r)] + 2 \text{Tr} \left[S (K_I - \tilde{K}) T_i^{-1} (C_p e_x r^T T_i)^T S^T \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

qu'on peut l'écrire comme:

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T \dot{P} e_x + e_x^T A_p^T P e_x + (x_m^T S_{21}^T B_p^T + u_m^T S_{22}^T B_p^T - r^T K_I^T B_p^T - r^T T_p^T r e_x^T C_p^T B_p^T) P e_x \\ + e_x^T P A_p e_x + e_x^T P B_p (S_{21} x_m + S_{22} u_m - K_I r - C_p e_x r^T T_p r) + 2 \text{Tr} \left[S (K_I - \tilde{K}) T_i^{-1} T_i^T r e_x^T C_p^T S^T \right] \end{aligned} \quad (2.25)$$

Sachant que pour deux vecteurs $U(1,l)$ et $V(1,l)$ on a $\text{Tr}(U.V) = V.U$, donc

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T \dot{P} e_x + e_x^T (P A_p + A_p^T P) e_x + e_x^T P B_p S_{21} x_m + e_x^T P B_p S_{22} u_m - e_x^T P B_p K_I r - e_x^T P B_p C_p e_x r^T T_p r \\ + x_m^T S_{21}^T B_p^T P e_x + u_m^T S_{22}^T B_p^T P e_x - r^T K_I^T B_p^T P e_x - r^T T_p^T r e_x^T C_p^T B_p^T P e_x + 2 e_x^T C_p^T S^T S (K_I - \tilde{K}) r \end{aligned} \quad (2.26)$$

ce qui signifie que

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T \dot{P} e_x + e_x^T (P A_p + A_p^T P) e_x + 2 e_x^T P B_p (S_{21} x_m + S_{22} u_m) - 2 e_x^T P B_p C_p e_x r^T T_p r \\ + 2 e_x^T [C_p^T S^T S - P B_p] K_I r - 2 e_x^T C_p^T S^T S \tilde{K} r \end{aligned} \quad (2.27)$$

En posant: $C_p = F B_p^T P$ et $F = (S^T S)^{-1}$, la dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T \dot{P} e_x + e_x^T (P A_p + A_p^T P) e_x + 2 e_x^T P B_p (S_{21} x_m + S_{22} u_m) \\ - 2 e_x^T P B_p (S^T S)^{-1} B_p^T P e_x r^T T_p r - 2 e_x^T C_p^T S^T S \tilde{K} r \end{aligned} \quad (2.28)$$

Substituons $\tilde{K} r = \tilde{K}_e C_p e_x + \tilde{K}_x x_m + \tilde{K}_u u_m$ dans l'équation précédente, on aura:

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_x^T \dot{P} e_x + e_x^T \left[P (A_p - B_p \tilde{K}_e C_p) + (A_p - B_p \tilde{K}_e C_p)^T P \right] e_x \\ - 2 e_x^T P B_p (S^T S)^{-1} B_p^T P e_x r^T T_p r + 2 e_x^T P B_p \left[(S_{21} - \tilde{K}_x) x_m + (S_{22} - \tilde{K}_u) u_m \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

Donc, si on pose, $\left[(S_{21} - \tilde{K}_x)x_m + (S_{22} - \tilde{K}_u)u_m \right] = 0$, ou $\tilde{K}_x = S_{21}$ et $\tilde{K}_u = S_{22}$ (dont aucun n'est nécessaire pour la mise en œuvre), la dérivée de V devient:

$$\dot{V} = e_x^T \left[\dot{P} + P(A_p - B_p \tilde{K}_e C_p) + (A_p - B_p \tilde{K}_e C_p)^T P \right] e_x - 2e_x^T P B_p (S^T S)^{-1} B_p^T P e_x r^T T_p r \quad (2.30)$$

qui peut s'écrire comme:

$$\dot{V} = -e_x^T Q e_x(t) - 2e_x^T P B_p (S^T S)^{-1} B_p^T P e_x r^T T_p r \quad (2.31)$$

avec

$$-Q = \left[\dot{P} + P(A_p - B_p \tilde{K}_e C_p) + (A_p - B_p \tilde{K}_e C_p)^T P \right] \quad (2.32)$$

Ainsi, la relation (2.27) devient:

$$\dot{V} = -e_x^T Q e_x - 2e_x^T P B_p (S^T S)^{-1} B_p^T P e_x r^T T_p r \quad (2.33)$$

De (2.15), (2.16), T_p est semi-définie positive et T_i est définie positive, et nous supposons que $Q = Q^T$ est semi-définie positive, alors la dérivée de la fonction de Lyapunov vérifie:

$$\dot{V} \leq 0 \quad (2.34)$$

Puisque $V(t) = V(e_x, K_I)$ est une fonction définie positive, alors le vecteur $e_x(t)$ et la matrice $K_I(t)$ sont bornés. Nous résumons le concept de la stabilité dans le théorème suivant. En outre $\dot{V} = 0$ implique que l'erreur $e_x(t) = 0$ tends vers zéro lorsque t tends vers l'infini

Théorème

La commande donnée par (2.13) et les lois adaptatives données par (2.14), (2.15) et (2.16) appliquées au système variant incertain (2.1) conduit à une erreur asymptotiquement stable entre le système et le modèle si et seulement il existe deux matrices $P(t) = P(t)^T > 0$ et $Q = Q^T \geq 0$ telle que

1) la matrice $Q = - \left[\dot{P} + P(A_p - B_p \tilde{K}_e C_p) + (A_p - B_p \tilde{K}_e C_p)^T P \right]$ est semi-définie positive

pour une certaine matrice \tilde{K}_e

2) $PB_p = (FC)^T$, $T_p \geq 0$, $T_i > 0$, $F = F^T > 0$, ou $F = (S^T S)^{-1}$, pour une certaine matrice S non singulière. Ces relations impliquent que pour un système linéaire invariant dans le temps, la matrice P est une constante, le système en boucle fermée est donc strictement positif réel (Strictly Positive Real, *SPR* (Annexe 1)), de sorte que le système linéaire invariant original est presque strictement positif réel (Almost Strictly Positive Real, *ASPR* (Annexe)).

2.4. Commande SAC robuste

2.4.1. Introduction

La commande *SAC* développée dans la section précédente garantit une convergence de l'erreur vers zéro si le système à paramètres incertain est *ASPR*. Dans le cas d'existence d'une perturbation externe, la convergence n'est pas garantie. Afin de compenser cette perturbation et rendre la commande *SAC* robuste et donc garantir un suivi parfait, on doit ajouter un terme compensatoire donné par la commande par mode glissant intégral *ISMC* qui à son tour garantit un suivi parfait à l'instant initial.

2.4.2. Principe de la commande par mode glissant intégral [Abd15].

Pour synthétiser la loi de commande par mode glissant intégral *ISMC*, on considère le système suivant

$$\dot{x} = Ax + Bu + d(x, t) \quad (2.35)$$

Où $x, d \in R^n$, $u \in R$, $A = A_n + \Delta A$, $B = B_n + \Delta B$ des matrices de dimension appropriée, où A_n, B_n , et $\Delta A, \Delta B$ sont les valeurs nominales et leurs plage de variation et $d(x, t)$ rassemble la dynamique non modélisée, les non linéarités et les perturbations externes. On réécrit l'équation (2.35) en termes de dynamique certaine et incertaine comme suit

$$\dot{x} = A_n x + B_n u + \Delta A x + \Delta B u + d(x, t) \quad (2.36)$$

En outre, la loi de commande est donnée par

$$u = u_n + u_s \quad (2.37)$$

Où u_n est la commande nominale utilisée pour stabiliser la dynamique nominale du système avec des caractéristiques désirées. La dynamique nominale du système est donnée par

$$\dot{x} = A_n x + B_n u_n \quad (2.38)$$

La commande discontinue est conçue pour rejeter les perturbations dans l'équation (2.36).

L'équation (2.36) peut être réécrite comme suit

$$\dot{x} = A_n x + B_n u_n + B_n u_s + \delta(x, u) \quad (2.39)$$

avec $\delta(x,u) = \Delta Ax + \Delta Bu + d(x,t)$ est le terme de perturbation associant la perturbation liée aux variations de paramètres, dynamique non modélisée, des non linéarités et des perturbations externes tout en supposant que $\delta(x,u)$ est une perturbation adaptée, c.-à-d.,

$$\delta(x,u) = B_n \hat{\delta}(x,u) \quad (2.40)$$

Pour la conception du contrôleur adaptative par mode glissant intégral *ISMC*, on choisit la surface de glissement suivante

$$S(x) = S_0(x) + Z \quad (2.41)$$

$S(x), S_0(x), Z \in R$. La surface S se compose de deux parties: la première partie $S_0(x)$ peut être conçue comme une combinaison linéaire des états du système similaire au mode glissant classique, c.-à-d. $S_0(x) = Cx$, la seconde partie Z introduit le terme intégral et sera déterminé ci-dessous. Pour appliquer la condition de glissement $S(x)\dot{S}(x) < 0$, $\dot{S}(x)$ est différenciée comme suit

$$\dot{S}(x) = \dot{S}_0(x) + \dot{Z} = C\dot{x} + \dot{Z} = C(A_n x + B_n u_n + B_n u_s + \delta(x,u)) + \dot{Z}$$

en choisissant

$$\dot{Z} = -C(A_n x + B_n u_n) \quad (2.42)$$

la dérivée \dot{S} devient

$$\dot{S}(x) = C(B_n u_s + \delta(x,u)) \quad (2.43)$$

et en conséquence

$$S(x)\dot{S}(x) = S(x)C(B_n u_s + \delta(x,u)) \quad (2.44)$$

En sélectionnant comme dans le mode glissant classique

$$u_s = -K \text{sign}(S) \quad (2.45)$$

alors l'équation (2.44) devient

$$S\dot{S} = -SCB_n K \text{sign}(S) + SC\delta(x,u),$$

puisque $S \text{sign}(S) = |S|$, alors

$$\begin{aligned}
S \dot{S} &= -|S|CB_n K + SC\delta(x,u) \\
&\leq -|S|CB_n K + |S||C\delta(x,u)| \\
&\leq -|S|\left\{CB_n K - |C\delta(x,u)|\right\} \\
&\leq -|S|CB_n \left\{K - \frac{|C\delta(x,u)|}{CB_n}\right\}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

où il est supposé que $CB_n > 0$. Le gain discontinu qui rendra l'inégalité dans l'équation (2.46) inférieure à zéro est sélectionné comme suit

$$K > \frac{|C\delta(x,u)|}{CB_n} \tag{2.47}$$

on peut prendre

$$K = K_0 + \frac{|C\delta(x,u)|}{CB_n}, K_0 > 0 \tag{2.48}$$

2.4.3. Dynamique du système perturbé en mode glissant

En mode glissant, la dynamique du système peut être déterminée en utilisant la commande équivalente. Quand, $S=0$ et avec la perturbation $\delta(x,t)$ satisfaisant la condition d'équivalence (2.40), la commande équivalente peut être déterminée en utilisant l'équation (2.43), en mettant $\dot{S} = 0$ et donc

$$0 = C(B_n u_s + \delta) \Rightarrow C(B_n (u_{equ} + \hat{\delta})) = 0 \Rightarrow u_{equ} = -\hat{\delta} \tag{2.48}$$

La dynamique en mode glissant peut être obtenue en remplaçant la commande équivalente (2.48) dans l'équation du système (2.39)

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= A_n x + B_n u_n + B_n u_{equ} + \delta(x,u) \\
&= A_n x + B_n u_n - B_n \hat{\delta} + \delta(x,u) \\
&= A_n x + B_n u_n - B_n \hat{\delta} + B_n \hat{\delta} \\
&= A_n x + B_n u_n
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Et on voit bien que la dynamique du système en mode glissant est gouvernée par l'équation $\dot{x} = A_n x + B_n u_n$ de dimension égale à n . Pour cette raison, l'*ISMC* est nommé comme mode glissant complet, car la dimension dans l'équation (2.39) est égale à la dimension du système original dans l'équation (2.35).

Pour éliminer la phase d'atteinte, qui est une propriété spéciale de l'*ISMC*, la condition initiale pour Z est choisie de telle sorte que la condition initiale de la variable de glissement est nulle. Ce qui signifie que la dynamique du système est en mode glissant à partir du premier instant. A savoir, en sélectionnant $Z(0) = -Cx(0)$, on aura et donc $S(t) = 0, \forall t \geq 0$.

La commande idéale peut être maintenant choisie comme une commande par retour d'état continu avec les caractéristiques dynamiques désirées [Utk09]. Finalement, La loi de commande en mode glissant intégral *ISMC* est l'association des équations (2.37), (2.41), (2.42), (2.45) et (2.48)

$$\begin{cases} u = u_n + u_s \\ S(x) = S_0(x) + Z \\ \dot{Z} = -C(A_n x + B_n u_n) \\ u_s = -K \text{sign}(S) \\ K = K_0 + \frac{|C\delta(x, u)|}{CB_n}, K_0 > 0 \end{cases} \quad (2.50)$$

2.5. Simulation avec la commande *CGT* et *SAC*

Exemple 1. Système linéaire *SISO*

La fonction de transfert du système d'ordre deux est donnée par

$$G_p(s) = k_p \frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

avec une représentation d'état donnée par

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \\ y_p = C_p x_p \end{cases}$$

ou

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_p = k_p [b_0 \quad 1]$$

La fonction de transfert du modèle de référence est donnée par $G_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m}$ avec une représentation d'état donnée par

$$\begin{cases} \dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m = -a_m x_m + b_m u_m \\ y_m = C_m x_m = x_m \end{cases}$$

La résolution des équations du *CGT* (2.9) donne

$$S_{11} = \begin{bmatrix} -1/(k_p(a_m - b_0)) \\ a_m/(k_p(a_m - b_0)) \end{bmatrix}, \quad S_{12} = \begin{bmatrix} b_m/(b_0 k_p(a_m - b_0)) \\ -b_m/(k_p(a_m - b_0)) \end{bmatrix}$$

$$S_{21} = [-(a_m^2 - a_1 a_m + a_0)/(k_p(a_m - b_0))] \quad S_{22} = [(b_m(a_0 - a_1 b_0 + a_m b_0))/(b_0 k_p(a_m - b_0))]$$

Et on vérifie bien que l'équation (2.9) est satisfaite, c.-à-d.

$$\begin{cases} A_p S_{11} + B_p S_{21} = S_{11} A_m \\ A_p S_{12} + B_p S_{22} = S_{11} B_m \\ C_p S_{11} = C_m \\ C_p S_{12} = 0 \end{cases}$$

Cas 1. Système stable avec paramètres connus

La fonction de transfert et les matrices de la représentation d'état du système sont données par

$$G_p(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}, \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_p = [1 \quad 1]$$

Le modèle de référence est donné par $G_m(s) = \frac{2}{s+2}$ c.-à-d. $\begin{cases} \dot{x}_m = -2x_m + 2u_m, y_m = x_m \end{cases}$

Les valeurs propres du système sont données par $\lambda(A_p) = -0.5 \pm 0.866j$ et les S_{ij} vérifiant la relation (2.9) sont données par $S_{11} = [-1 \quad 2]^T, S_{12} = [2 \quad -2]^T, S_{21} = -3, S_{22} = 4$. La commande idéale est donnée par (2.5), $u_p^*(t) = S_{21}x_m(t) + S_{22}u_m = -3x_m(t) + 4u_m$. En premier lieu, on prend une condition initiale sur le système égale à celle du système idéal, c.-à-d., si $x_m(0) = -1$ et $u_m = 1$, alors $x_p(0) = x_p^*(0) = S_{11}x_m(0) + S_{12}u_m = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}(-1) + \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$.

La figure 2.2 représente les sorties du système et du modèle et on voit bien apparaitre le suivi à l'instant initiale. La figure 2.3 représente la commande idéale $u_p(t) = u_p^*(t)$ qui est bornée par une valeur acceptable. Dans le cas où la condition initiale du système est différente de la condition initiale idéale, c'est à dire $x_p(0) \neq x_p^*(0) = [3 \quad -4]^T$, on prend $x_p(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, la commande est toujours maintenue égale à la commande idéale, c.-à-d. $u_p(t) = u_p^*(t)$, alors le suivi est asymptotique $y_p(t) \rightarrow y_p^*(t) = y_m(t)$, qu'on le voit sur la figure 2.4.

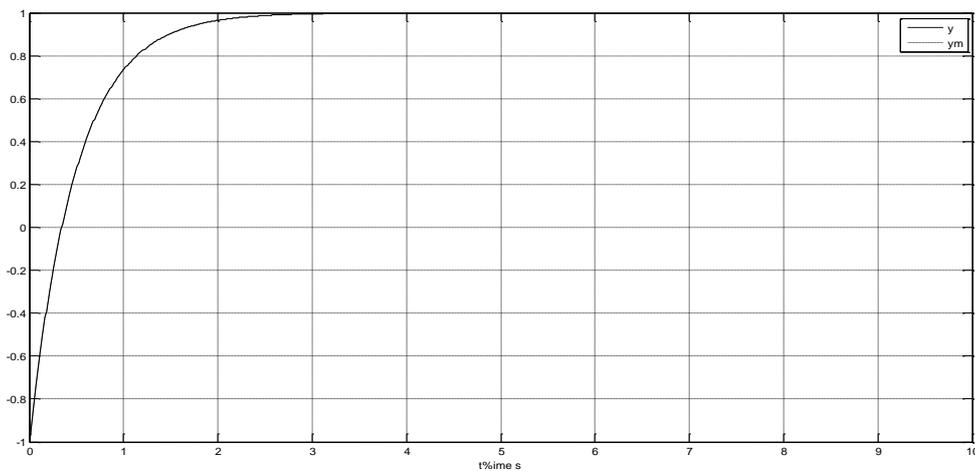


Figure 2.2. Sorties du système et du modèle dans le cas idéal $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) = x_p^*(0)$

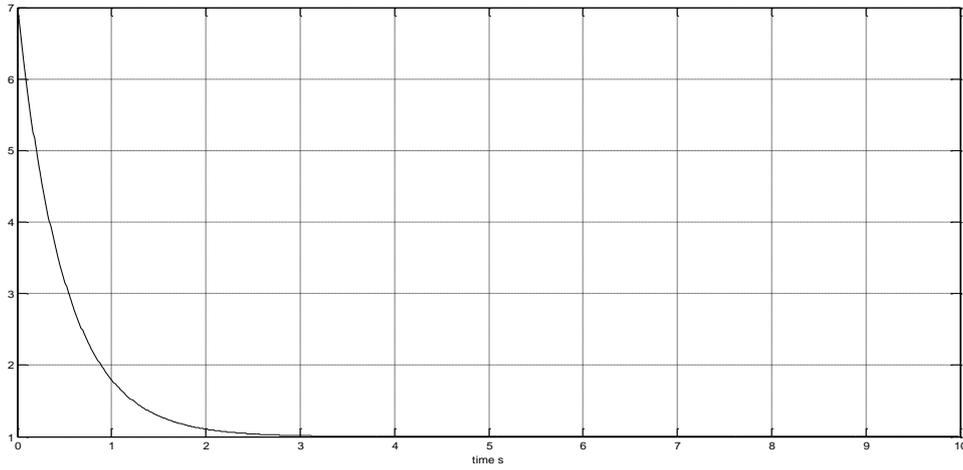


Figure 2.3. La commande idéale $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) = x_p^*(0)$

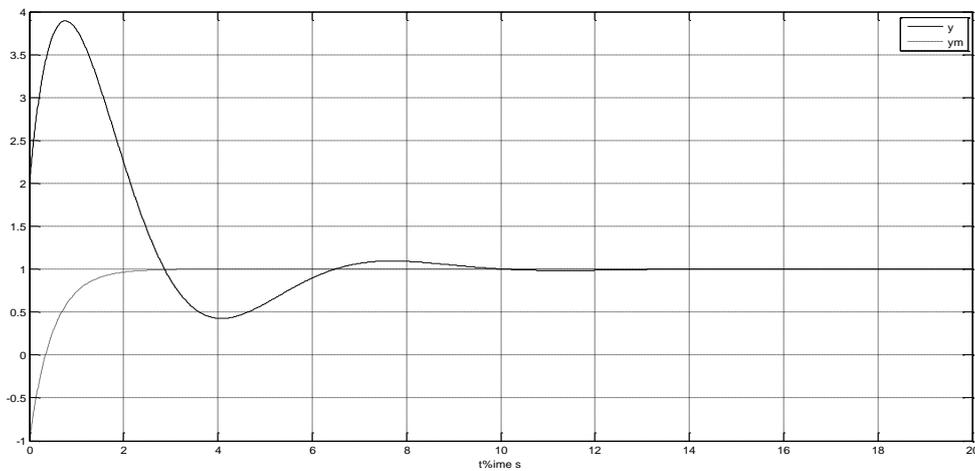


Figure 2.4. Sorties du système et du modèle $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) \neq x_p^*(0)$

Cas 2. Système instable avec paramètres connus

Le système et les matrices de sa représentation d'état sont donnés par

$$G_p(s) = \frac{s+1}{s^2-s+1}, \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_p = [1 \quad 1]$$

Le modèle de référence est donné par

$$G_m(s) = \frac{2}{s+2}$$

représenté par

$$\begin{cases} \dot{x}_m = -2x_m + 2u_m, \\ y_m = x_m. \end{cases}$$

Les valeurs propres du système sont données par $\lambda(A_p) = 0.5 \pm 0.866j$ et les S_{ij} sont données par

$$S_{11} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad S_{12} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad S_{21} = -7, \quad S_{22} = 8.$$

La commande idéale est donnée par $u_p^*(t) = S_{21}x_m(t) + S_{22}u_m = -7x_m(t) + 8u_m$.

La première simulation concerne des conditions initiales égales entre le système réel et idéal,

$$x_m(0) = -1 \text{ et } u_m = 1 \text{ alors } x_p(0) = x_p^*(0) = S_{11}x_m(0) + S_{12}u_m = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}(-1) + \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

La figure 2.5 représente les sorties du système et du modèle et on voit bien un suivi dès l'instant initial. La figure 2.6 représente la commande idéale $u_p(t) = u_p^*(t)$, elle est lisse et bornée. Pour des conditions initiales différentes entre le système réel et idéal, c.-à-d. $x_p(0) \neq x_p^*(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$, alors on a une divergence et pour stabiliser le système, on ajoute une boucle de retour. Les équations d'état du système réel et idéal sont données par

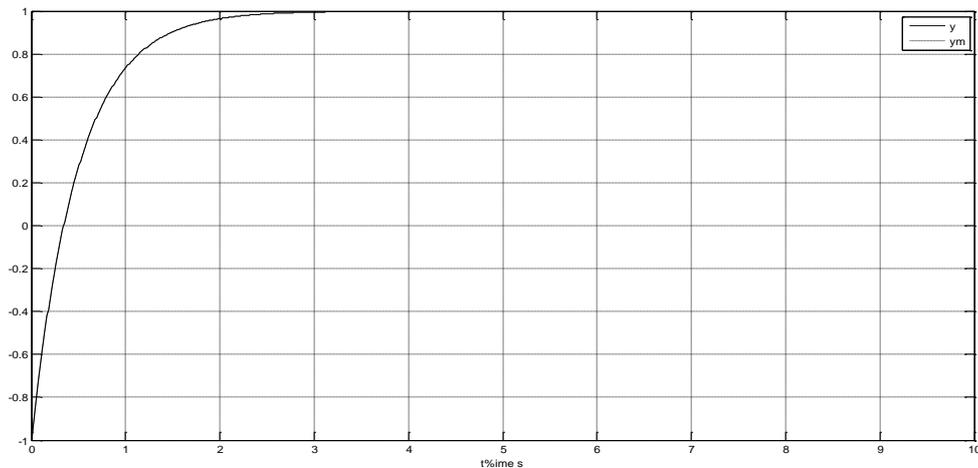


Figure 2.5. Sorties du système et du modèle dans le cas idéal $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) = x_p^*(0)$

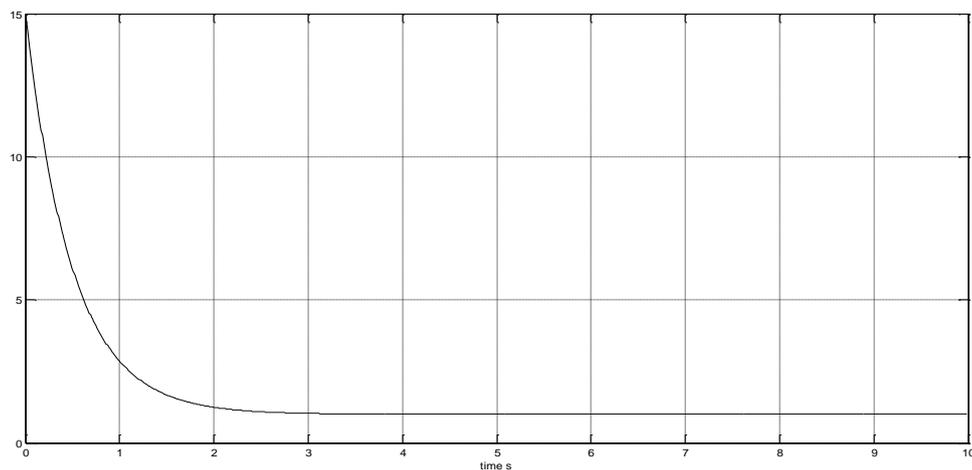


Figure 2.6. La commande idéale $u_p(t) = u_p^*(t)$ et $x_p(0) = x_p^*(0)$

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \\ y_p = C_p x_p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{dt} x_p^* = A_p x_p^* + B_p u_p^* \\ y_p^* = C_p x_p^* \end{cases}$$

Si on retranche l'une de l'autre et en posant $u_p = u_p^* - K_e(x_p - x_p^*)$, $e_x = x_p^* - x_p$ on aura

$$\begin{aligned}\dot{e}_x &= \frac{d}{dt}(x_p^* - x_p) = A_p(x_p^* - x_p) + B_p(u_p^* - u_p) \\ &= A_p e_x + B_p(u_p^* - u_p^* - K_e(x_p^* - x_p)) - \dot{u}^* = (A_p - B_p K_e) e_x\end{aligned}$$

Et donc, pour un choix approprié du gain K_e on peut placer les pôles en boucle fermée en des endroits prescrits. Dans notre exemple, on veut placer les pôles en $p_{1,2} = -0.5 \pm 0.866j$, c.-à-d., $\lambda(A_p - B_p K_e) = 0.5 \pm 0.866j$ et donc $K_e = [0 \ 2]$, et on vérifie bien que

$$\lambda[A_p - B_p K_e] = \lambda\left\{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}\right\} = \lambda\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = -0.5 \pm 0.866j.$$

Pour $x_p(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ et pour une commande $u_p = u_p^* - K_e(x_p - x_p^*)$, le suivi est asymptotique comme on le voit sur la figure 2.7, la figure 2.8 représente la commande à appliquer à notre système et on voit aussi qu'elle tend vers la commande idéale $u_p(t) \rightarrow u_p^*(t)$

Cas 3. Système SISO à paramètres inconnus

Cette fois ci le système est inconnu, c.-à-d., sa structure bascule d'une configuration à une autre, on devra cette fois ci appliquer la commande adaptative. La fonction de transfert du système est donnée par

$$G_p(s) = k_p \frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

avec une représentation d'état donnée par

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \\ y_p = C_p x_p \end{cases}, \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_p = k_p [b_0 \ 1]$$

$G_p(s)$ possède un zéro et deux pôles et donc

1) Le degré relatif de MacMillan = nombre de pôles moins le nombre de zéros et donc égal à un qui est aussi égal à la dimension de la matrice $G_p(s)$.

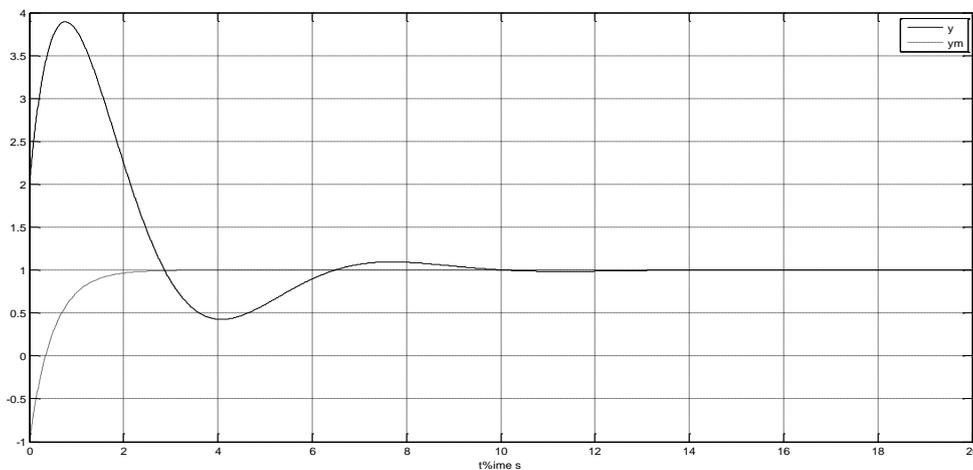


Figure 2.7. Sorties du système et du modèle pour $u_p = u_p^* - K(x_p - x_p^*)$ et $x_p(0) \neq x_p^*(0)$

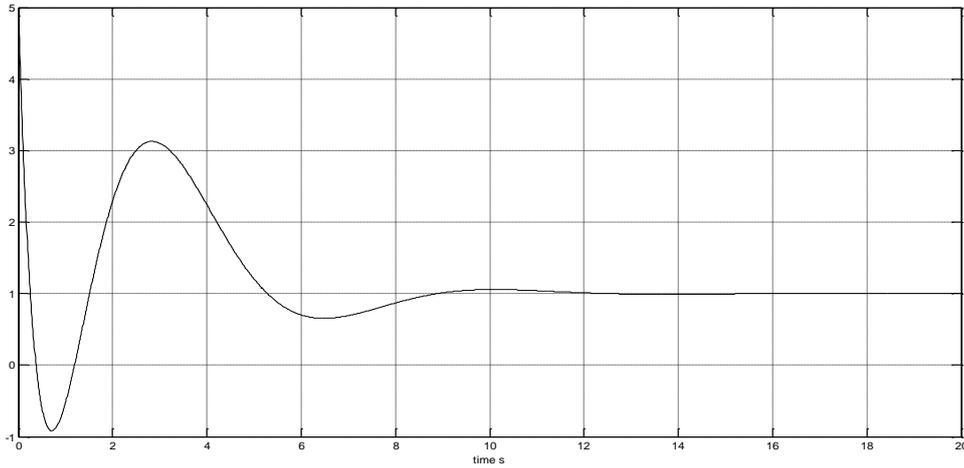


Figure 2.8. La commande idéale $u_p = u_p^* - K(x_p - x_p^*)$ et $x_p(0) \neq x_p^*(0)$

2) Le système est à phase minimale pour $b_0 > 0$.

3) Le gain en haute fréquence $k_p = C_p B_p = k_p \begin{bmatrix} b_0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, k_p est une constante positive.

1, 2 et 3 impliquent donc que $G_p(s)$ est ASPR, c.-à-d que la commande adaptative (2.13) représentée en figure 1, est convergente et que le suivi est garanti.

La structure du système est donnée par le tableau 2.2 suivant

| Temps : t | k_p | a_1 | a_0 | b_0 | pôles |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------------------|
| $0 < t \leq 15$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $-0.5 \pm 0.866j$ |
| $15 < t \leq 30$ | 1 | 1 | -1 | 1 | $-1.618 ; 0.618$ |
| $30 < t \leq 45$ | 2 | -1 | 1 | 1 | $0.5 \pm 0.866j$ |
| $45 < t \leq 60$ | 0.5 | -1 | -1 | 1 | $1.618 ; -0.618$ |

Tableau 2.2. Cas considérés pour la simulation du système SISO

Le modèle de référence est toujours pris égal à $G_m(s) = \frac{2}{s+2}$, et les conditions initiales sont

données par $x_m(0) = -1$ et $u_m = 1$ et $x_p(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. La figure 2.9 représente les sorties du

système et du modèle de référence, et on voit bien le suivi est assurée quelque soit la structure du système. Un petit saut apparaît dès que la structure du système change, c.-à-d. aux instants 15, 30 et 45s puis la sortie regagne sa référence. La figure 2.10 représente la commande adaptative à appliquer à notre système de la forme (2.13) $u_p(t) = K_x(t)x_m + K_u(t)u_m + K_e(t)(y_m - y_p)$. Cette commande est lisse, bornée et tend vers

une constante une fois le suivi est garantie. La figure 2.11, représente l'évolution des gains $K_e(t)$, $K_x(t)$ et $K_u(t)$, on voit bien que ces gains s'adaptent à tout changement de structure du système et ils sont bornés et qui se stabilisent une fois le suivi est assurée.

Exemple 2. Système linéaire MIMO

Cas 1. Système linéaire MIMO stable en boucle ouverte

La matrice de transfert du système est donnée par

$$G_p(s) = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} (7s+3)/2 & (5s+18)/2 \\ (5s)/2 & 5s+15/2 \end{bmatrix}; \quad d = s^2 + s + 1$$

avec une représentation d'état donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \\ y_p = C_p x_p \end{cases}, \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 2 & -1.5 \\ 2.5 & 0 \end{bmatrix}$$

La fonction de transfert du modèle de référence est donnée

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} 1/(s+1) & 0 \\ 0 & 1/(s+2) \end{bmatrix}$$

Sa représentation d'état est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m \\ y_m = C_m x_m \end{cases} \quad \text{où} \quad A_m = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

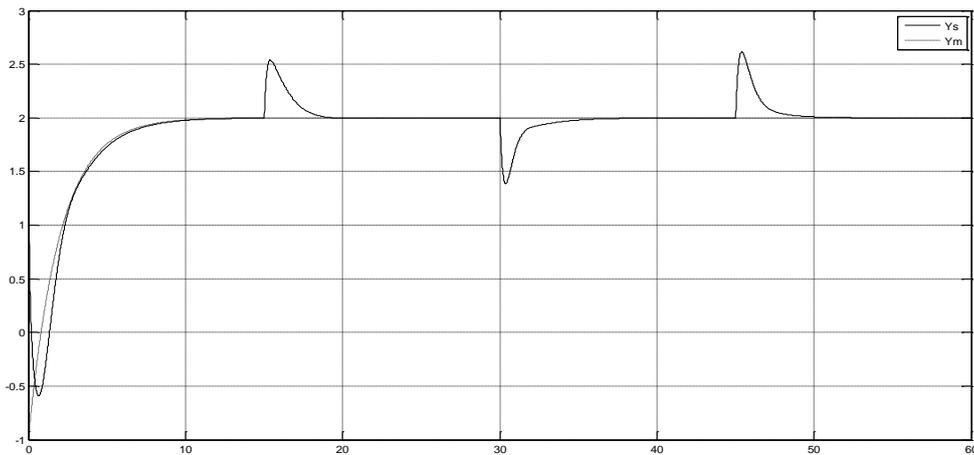


Figure 2.9. Sorties du système et du modèle

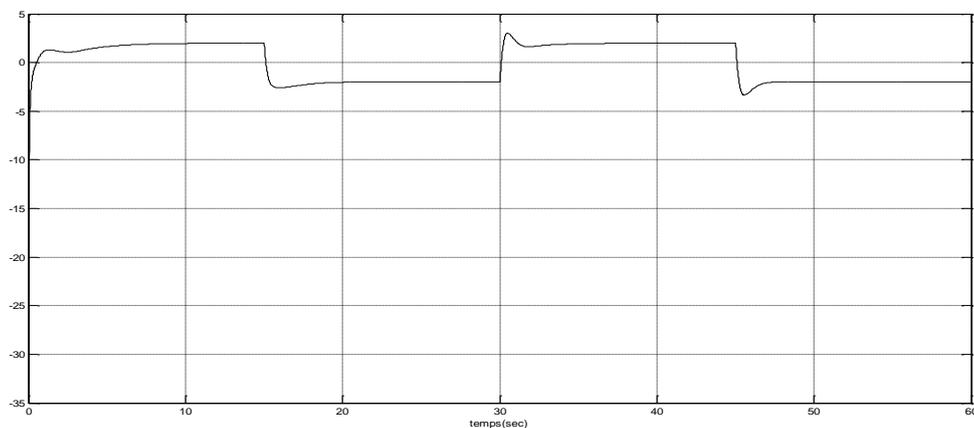


Figure 2.10. La commande adaptative

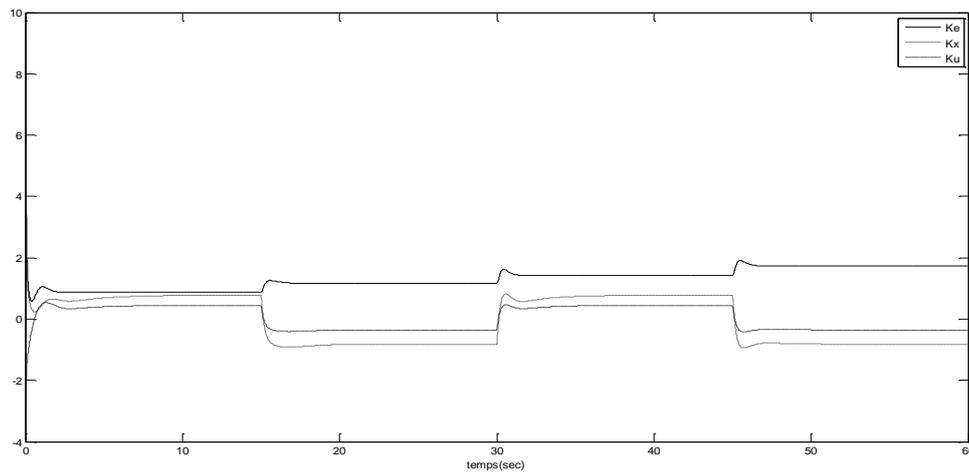


Figure 2.11. Evolution des gains $K_e(t), K_x(t)$ et $K_u(t)$

Pour une matrice $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, La résolution de l'équation de Ricatti, $A_p P + P A_p^T = -Q$ donne

$P = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix}$ et on vérifie bien que $P B_p = \begin{bmatrix} 2 & 2.5 \\ -1.5 & 0 \end{bmatrix} = C_p^T$ et donc, les conditions

$$\begin{cases} A_p P + P A_p^T = -Q, \\ P B_p = C_p^T \end{cases}$$

implique que l'algorithme adaptatif converge. Les conditions initiales sont données par $x_m(0) = [0; 0]$, $x_p(0) = [0.4; 1.2]$ ce qui veut dire que les sorties du système démarrent de $y_p(0) = C_p x_p(0) = [-1; 1]$, les entrées de référence basculent entre $u_m = [1; -2]$ et $-u_m$ toute les 10 secondes. Les figures (2.12.a, 2.12.b) représentent les sorties du système et du modèle de référence, on voit bien le suivi est assurée au bout de quelques secondes et quelque soit l'entrée de référence.

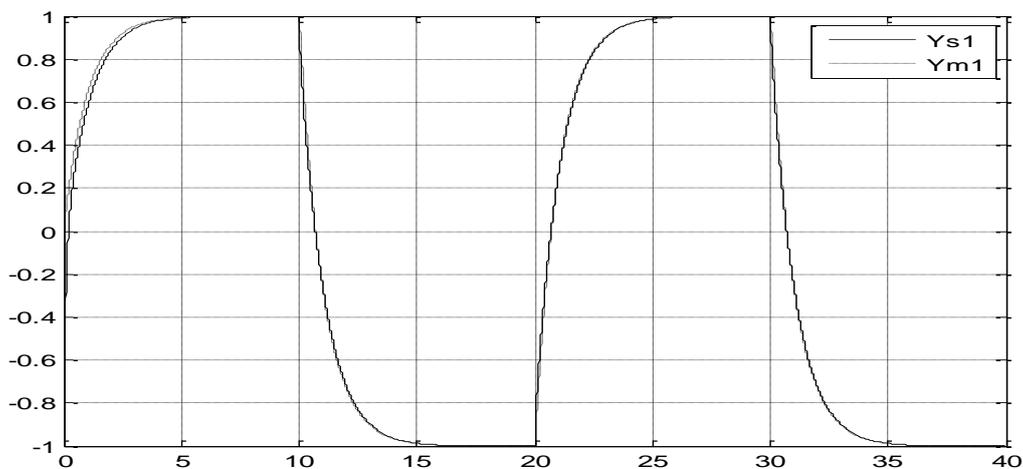


Figure 2.12.a. Sortie du système et du modèle y_{s1}, y_{m1}

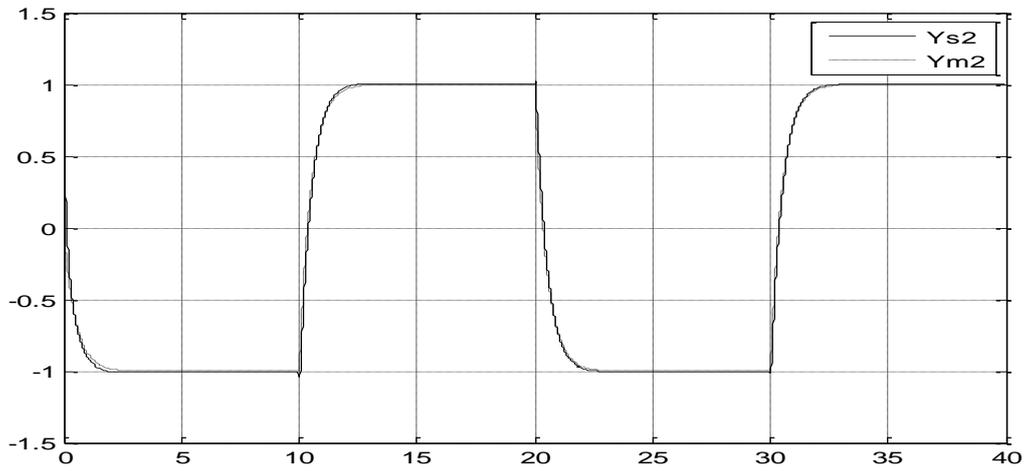


Figure 2.12.b. Sorties du système et du modèle y_{s2}, y_{m2}

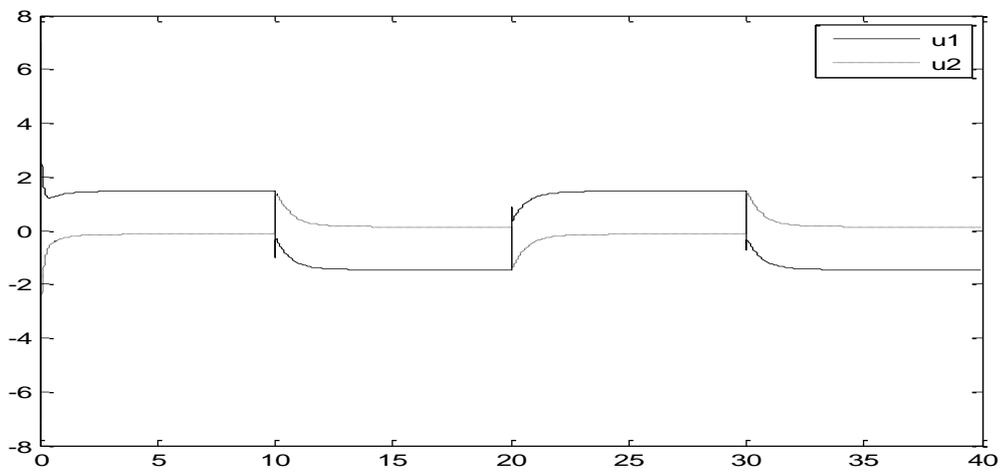


Figure 2.13. Les commandes adaptatives u_1, u_2

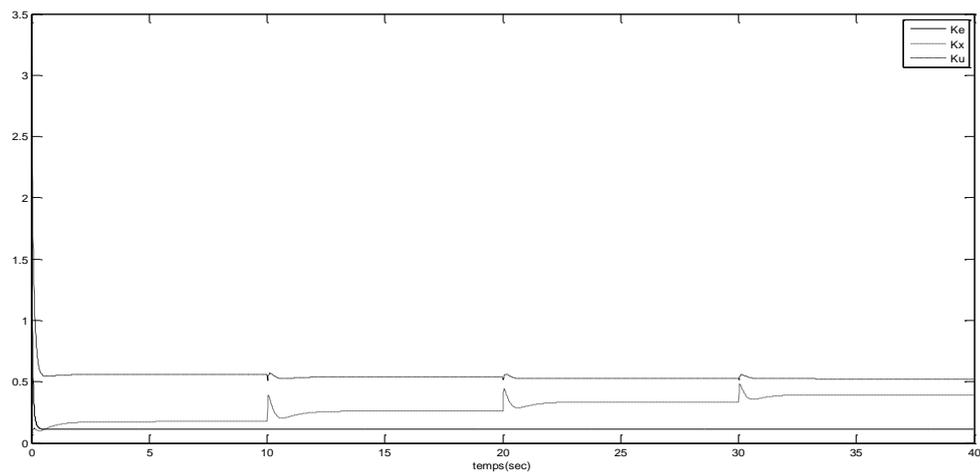


Figure 2.14. Evolution de la norme des gains $\|K_e(t)\|, \|K_x(t)\|$ et $\|K_u(t)\|$

La figure 2.13 représente les commandes adaptatives à appliquer à notre système qui sont de la forme (2.3) $u(t) = K_x(t)x_m + K_u(t) + K_e(t)(y_m - y)$. Ces commandes sont lisses et bornées et qui se stabilisent une fois le suivi est atteint. La figure 2.14, représente l'évolution du norme

des gains $K_e(t), K_x(t)$ et $K_u(t)$, on a utilisé les normes parce que ce sont des matrices, on voit que ces gains sont bornés et qui se stabilisent une fois le suivi est assurée.

Cas 2. Système linéaire MIMO à paramètres inconnus

Cette fois ci les coefficients du système varient en fonction du temps et la commande adaptative s'impose donc. La matrice de transfert du système est donnée par

$$G_p(s) = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} b_1(a_1 + s) & b_2 \\ -a_0 b_1 & b_2 s \end{bmatrix}; \quad d = s^2 + a_1 s + a_0$$

avec une représentation d'état donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \\ y_p = C_p x_p \end{cases}, \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les pôles et des zéros de la matrice de transfert sont donnés par

$$\det(G_p(s)) = \frac{b_1 b_2}{s^2 + a_1 s + a_0} = d(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$$

On remarque qu'on n'a pas de zéros mais deux pôles, et donc

1) le degré relatif de MacMillan = nombre de pôles moins le nombre de zéros et donc égal à deux qui est aussi égal à la dimension de la matrice $G_p(s)$.

2) Le système est à phase minimale.

2) Le gain en haute fréquence $k_p = C_p B_p = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}$, k_p est une matrice positive pour $b_1, b_2 > 0$

1,2 et 3 impliquent donc que $G_p(s)$ est ASPR, c.-à-d. que la commande adaptative (2.3) est convergente et que le suivi est garanti. Les zéros peuvent aussi être calculés par les valeurs de s qui rendent la matrice $H(s)$ singulière (Annexe 1).

$$H(s) = \begin{bmatrix} sI - A_p & -B_p \\ C_p & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 & -b_1 & 0 \\ a_0 & s+a_1 & 0 & -b_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le déterminant de $H(s)$ est donné par $d = \det(H(s)) = b_1 b_2$ et donc $H(s)$ n'est jamais singulière et donc pas de zéros.

La fonction de transfert du modèle de référence est donnée $G_m(s) = \begin{bmatrix} 1/(s+1) & 0 \\ 0 & 1/(s+2) \end{bmatrix}$

représenté par

$$\begin{cases} \dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m \\ y_m = C_m x_m \end{cases}, \quad A_m = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La structure du système est donnée par le tableau 2.3 suivant

| Temps : t | b_1 | b_2 | a_1 | a_0 | pôles |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------------------|
| $0 < t \leq 15$ | 1 | 2 | 1 | 1 | $-0.5 \pm 0.866j$ |
| $15 < t \leq 30$ | 1 | 3 | 1 | -1 | -1.618 ; 0.618 |
| $30 < t \leq 45$ | 2 | 1 | -1 | 1 | $0.5 \pm 0.866j$ |
| $45 < t \leq 60$ | 2 | 3 | -1 | -1 | 1.618 ; -0.618 |

Tableau 2.3. Cas considérés pour la simulation système *MIMO*

Et les conditions initiales sont données par $x_m(0) = [0; 0]$, $x_p(0) = [0.4; 1.2]$, ce qui veut dire que les sorties du système démarrent de $y_p(0) = C_p x_p(0) = [-1; 1]$, l'entrée de référence bascule entre u_m et $-u_m$ toute les 10 secondes avec $u_m = [1; -2]$. Les figures (2.15.a, 2.15.b) représentent les sorties du système et du modèle de référence,

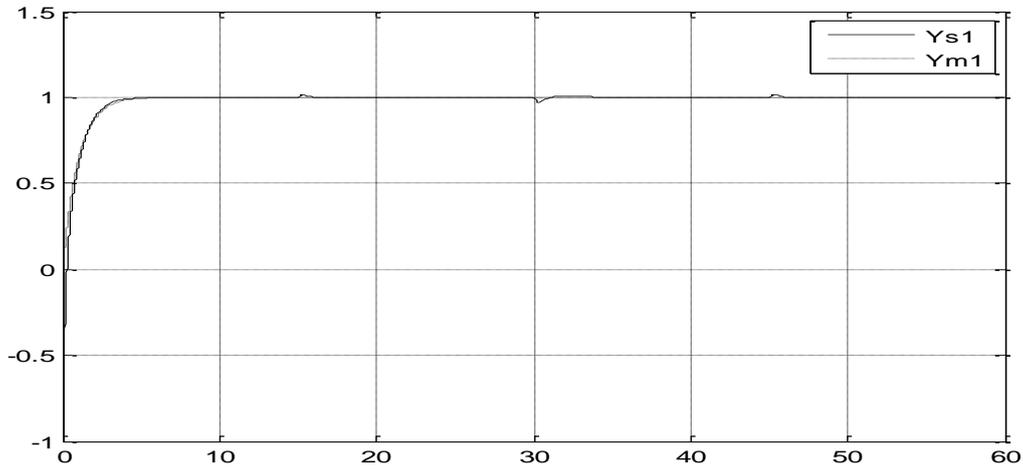


Figure 2.15.a. Sortie du système et du modèle y_{s1}, y_{m1}

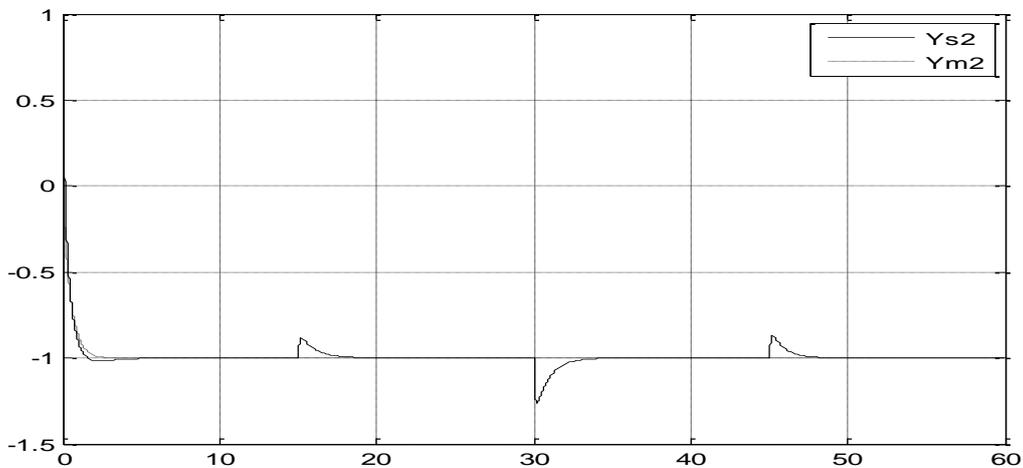


Figure 2.15.b. Sortie du système et du modèle y_{s2}, y_{m2}

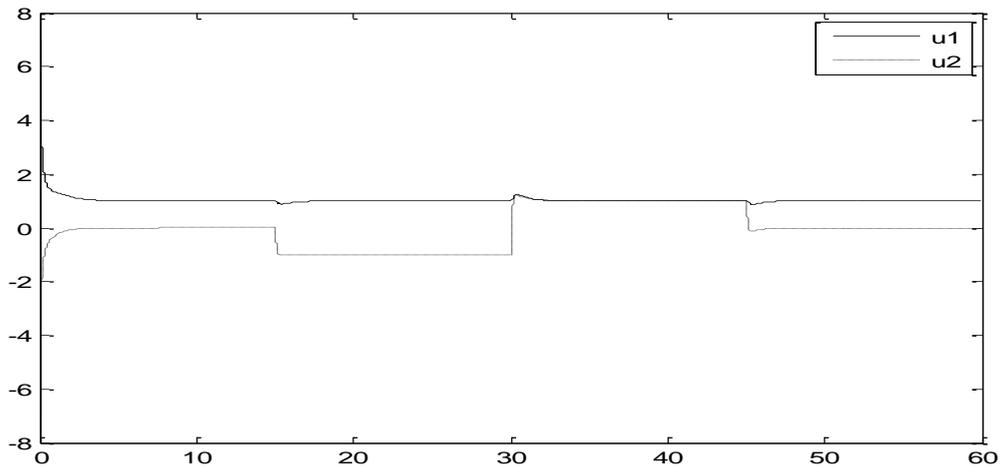


Figure 2.16. Les commandes adaptatives u_1, u_2

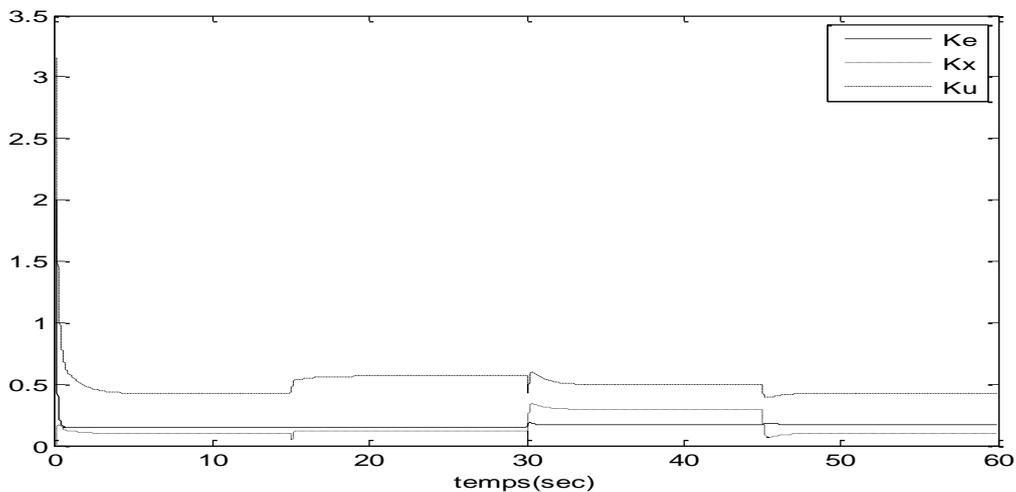


Figure 2.17. Evolution de la norme des gains $\|K_e(t)\|, \|K_x(t)\|$ et $\|K_u(t)\|$

on voit bien le suivi est assurée quelque soit la structure du système, avec un petit décalage à l'instant de changement de structure. La figure 2.16 représente les commandes adaptatives à appliquer à notre système qui sont de la forme (2.13)

$$u_p(t) = K_x(t)x_m + K_u(t) + K_e(t)(y_m - y_p)$$

Ces commandes sont lisses et bornées et qui se stabilisent une fois le suivi est atteint avec un petit pic qui apparait aux instant de changement de structure du système. La figure 2.17, représente l'évolution des normes des matrices des gains $K_e(t), K_x(t)$ et $K_u(t)$, on voit que ces gains sont bornés en se stabilisant une fois que le suivi assurée.

2.6. Simulation avec la commande SAC Robuste

Exemple 1. Commande par mode glissant intégral ISMC

Pour illustrer le concept du mode glissant intégral, on choisit un système d'ordre deux apériodique dont les matrices A_n , B_n et la matrice C sont données par

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1] \quad \delta(x, u) = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(t) \end{bmatrix}$$

et donc les pôles sont données par $P = [p_1 \ p_2] = \lambda(A_n) = [-1 \ -2]$, Le correcteur par retour d'état permettant de placer les pôles en $P = [p_1 \ p_2] = [-1 + j0.5 \ -1 - j0.5]$ est donné par $u_n = -K_c x$ avec $K_c = [-0.75 \ -1]$, la perturbation est prise égale à $\hat{\delta}(x, u) = \sin(t)$ et le gain utilisé dans la commande discontinue doit vérifier $K > \frac{|C\delta(x, u)|}{CB_n} = |\sin(t)| = 1$, et donc, on prend $K = 2$, le vecteur des conditions initiales pour le système nominal est pris égal à $x_{n0} = [1 \ 2]^T$ et pour le système réel $x_0 = -[1 \ 2]^T$. La figure 2.18 présente les réponses x_{11}, x_{22} du système non bruité excité par la commande nominale $u_n = -K_c x$ ainsi que les réponses x_1, x_2 du système perturbé excité par la commande $u = u_n + u_s = -K_c x - K \text{sign}(S)$. On voit que l'effet de la perturbation a été éliminée et qu'en régime permanent le comportement du système bruité est similaire au système non bruité. La phase transitoire est d'autant plus réduite que le gain K est grand. De même, la figure 2.19, présente l'allure de la surface de glissement qui démarre avec $S(0) = 0$ et elle y'est maintenue. La figure 2.20 représente la commande à appliquer à notre système et on voit le caractère oscillant qui est une caractéristique inhérente au mode glissant.

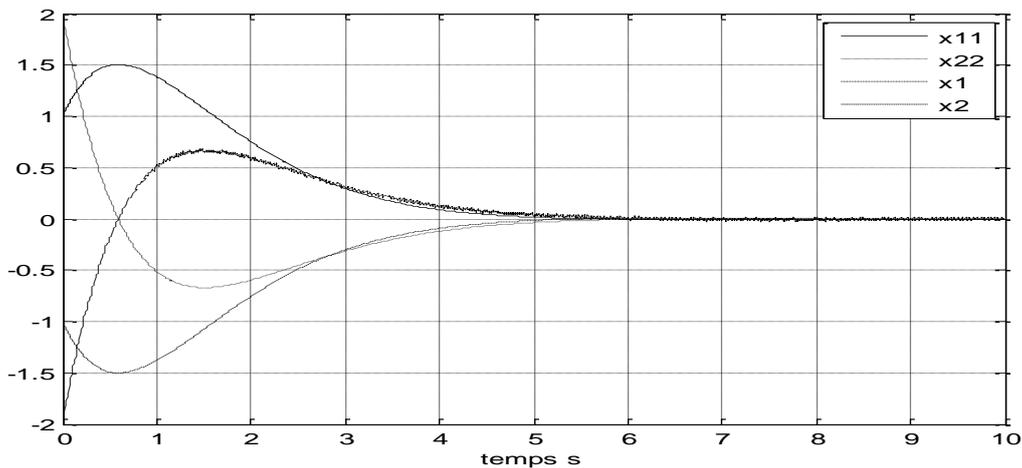


Figure 2.18. Allure des états avec x_{11}, x_{22}, x_1, x_2

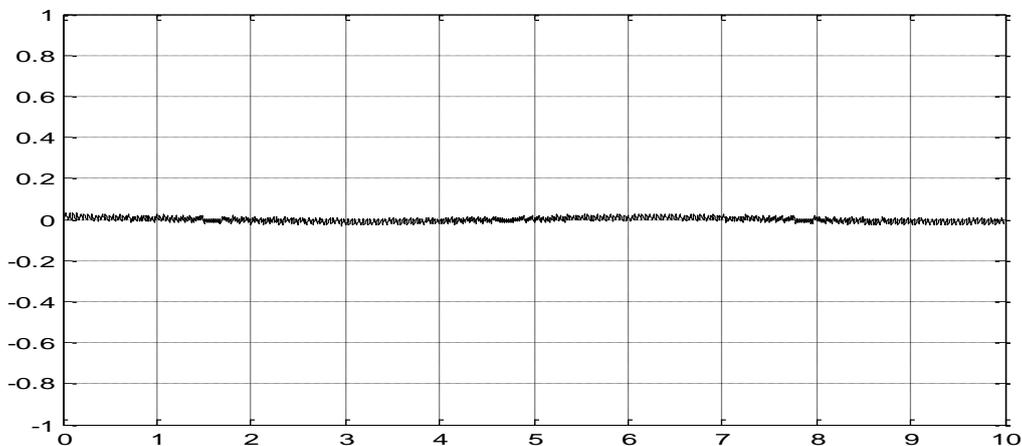


Figure 2.19. La surface de glissement $S(t)$

Exemple 2. Commande SAC robuste

Simulation 1

Dans cet exemple, on applique la commande SAC robuste formée du SAC classique robustifiée par la commande ISMC.

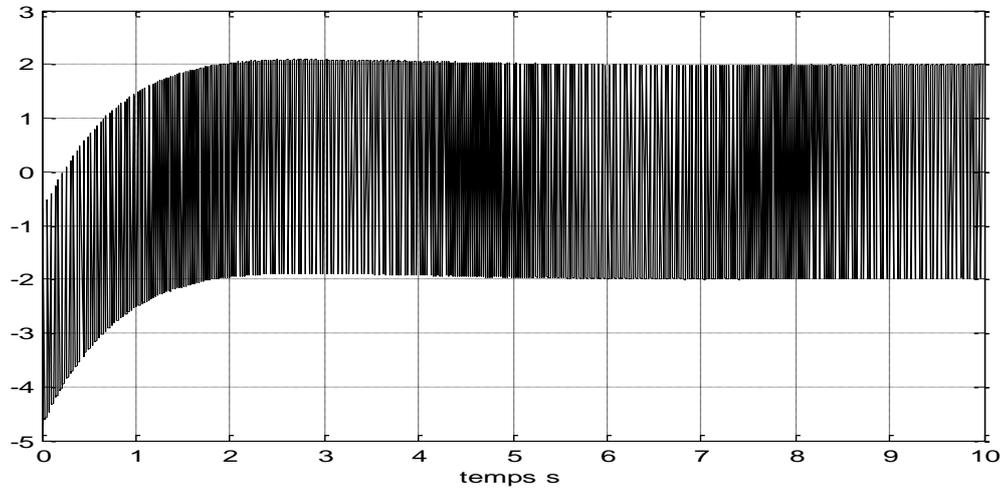


Figure 2.20. La commande $u = u_n + u_s$

Le système à paramètres inconnus et avec une perturbation en entrée est donné par

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p (u_p + p(t)) \\ y_p = C_p x_p \end{cases}, \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_p = k_p [b_0 \quad 1]$$

La fonction de transfert du système sans perturbation est donnée par

$$G_p(s) = k_p \frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Ce système est de degré relatif un, il est à phase minimale et le gain en haute fréquence $k_p = \lim_{s \rightarrow \infty} s G_p(s) = C_p B_p$ est positif et donc le système est ASPR par conséquent la commande adaptative simple SAC peut être appliquée en garantissant un suivi asymptotique entre le système et le modèle, ce dernier est donné par

$$G_m(s) = \frac{1}{s + 0.5}$$

Sa représentation d'état est donnée par

$$\begin{cases} \dot{x}_m = -0.5 x_m + u_m \\ y_m = x_m \end{cases}$$

Vu l'existence d'une perturbation en entrée, la commande SAC ne donne pas de performances adéquates. A cet effet, on associe à la commande SAC une commande par mode glissant

intégral *ISMC* qui va compenser d'une part la perturbation et d'autre part la surface de glissement est atteinte dès l'instant initial.

$$u = u_{SAC_ISMC} = u_{SAC} + u_{ISM} = K_r r - M \text{sign}(S)$$

avec

$$\begin{cases} K_r = K_p + K_i \\ K_p = (y_m - y_y) r^T T_p, T_p \geq 0 \\ \dot{K}_i = (y_m - y_y) r^T T_i, T_i > 0, r = [(y_m - y_y)^T \ x_m^T \ u_m^T]^T \end{cases}$$

La surface de glissement est donnée

$$\begin{cases} S = S_0 + Z = C_0 x_p + Z, & \dot{Z} = -C_0 (A_p x_p + B_p u_{SAC}) \end{cases}$$

Pour la simulation, on prend un système instable de représentation d'état

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_p = [1 \ 1]$$

on suppose une perturbation en entrée de la forme $p(t) = \sin(t)$, la constante de glissement M doit vérifier $M > |p(t)| = |\sin(t)|$ et donc, on prend $M = 1$ et les matrices T_p et T_i sont prises égales à $T_p = T_i = I_{3 \times 3}$. La matrice $C_0 = [1 \ 1]$ est utilisée pour construire la surface de glissement. Les conditions initiales sont $x_0 = [1 \ 1]^T$ pour le système et $x_{0m} = 0$ pour le modèle. La commande de référence est signal périodique d'amplitude $u_m = \pm 1$ et de période 40 secondes. La figure 2.21 donne l'évolution de la sortie du système et du modèle, on voit le suivi parfait qui apparait à partir de quelques secondes. La figure 2.22 présente la commande u_{SAC_ISMC} , c'est-à-dire la commande SAC associé à la commande *ISMC*. Elle présente des oscillations qui sont dues au terme *sign* présent dans la commande. La figure 2.23 présente l'évolution de la surface de glissement et on voit bien que la phase d'atteinte a été illimitée et que la surface est atteinte dès l'instant initial.

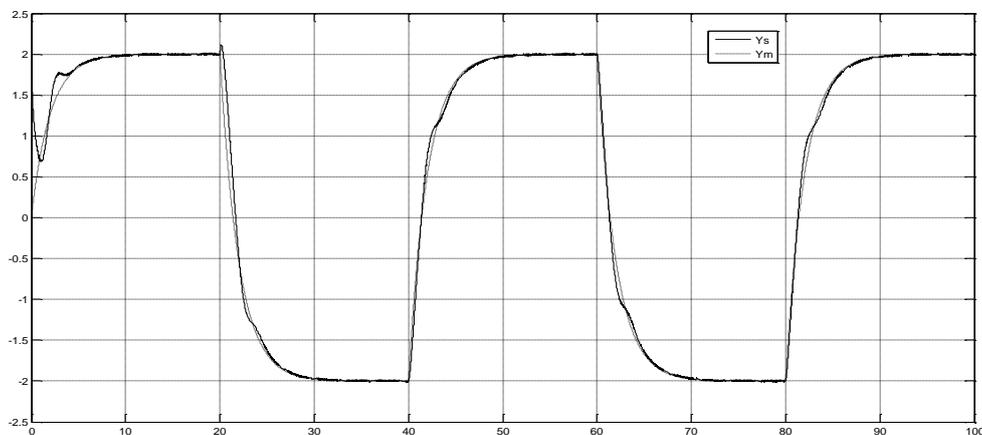


Figure 2.21. Sortie du système et du modèle y_s, y_m

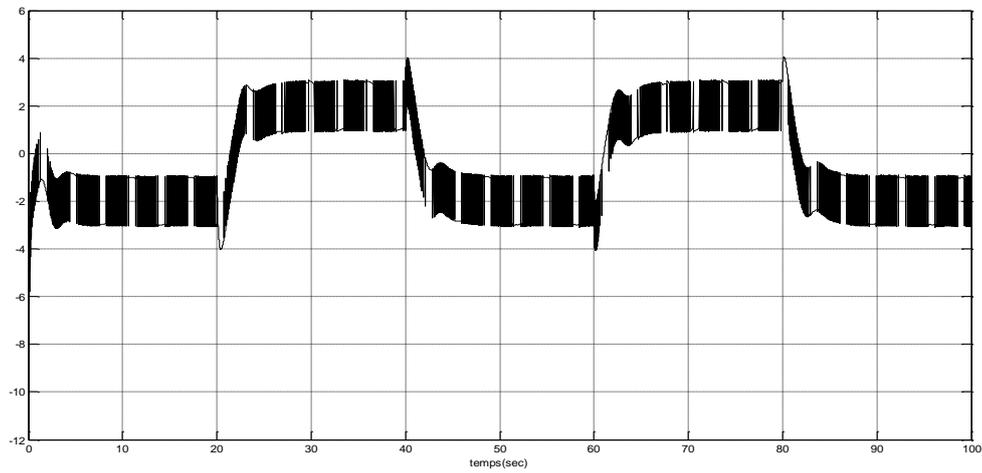


Figure 2.22. La commande $u_{SAC-ISM}$

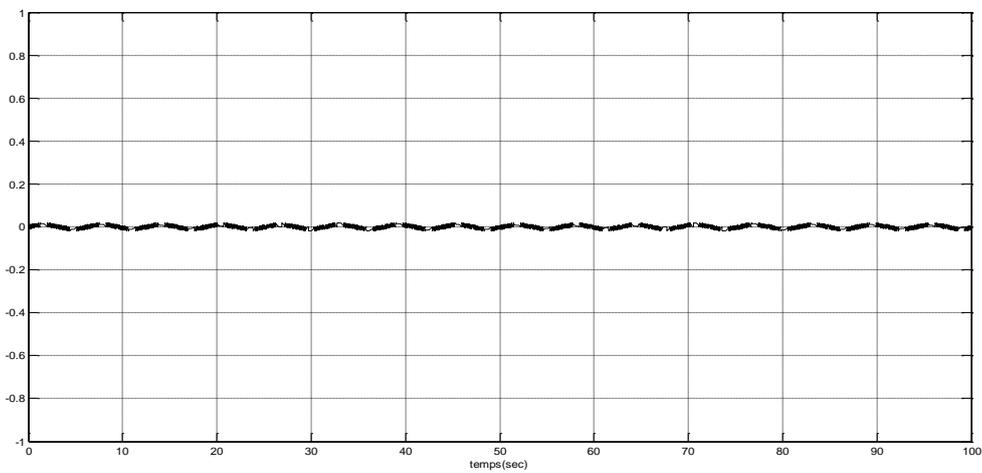


Figure 2.23. Surface de glissement $S(t)$

Simulation 2 : Pour la simulation 2, on suppose un changement de structure du système de la manière indiquée dans le tableau 2.4 suivant, les conditions initiales sont celles de la simulation précédente sauf que l'entrée de référence est cette fois ci maintenue à $u_m = 1$.

| Temps : t | k_p | a_1 | a_0 | b_0 | pôles |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------------------|
| $t \leq 20$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $-0.5 \pm 0.866j$ |
| $20 < t \leq 40$ | 1 | 3 | -1 | 1 | -3.302 ; 0.302 |
| $40 < t \leq 60$ | 1 | 3 | 3 | 1 | $-1.5 \pm 0.866j$ |
| $60 < t \leq 80$ | 1 | -1 | -1 | 1 | -0.618 ; 1.618 |
| $80 < t$ | 1.5 | 2 | 1 | 1 | -1 ; -1 |

Tableau 2.4. Cas considérés pour la simulation SAC avec ISMC

La figure 2.24 représente les sorties du système et du modèle de référence, on voit bien le suivi est assurée quelque soit la structure du système. On remarque un petit saut apparaît dès que la structure du système change, c.-à-d. aux instants 20,40 ,60 et 80s puis la sortie regagne sa référence. La figure 2.25 présente la commande SAC associée à la commande $ISMC$, et on voit le caractère oscillant qui est une caractéristique du mode glissant. La figure 2.26, présente la surface de glissement qui est presque nulle des le début.

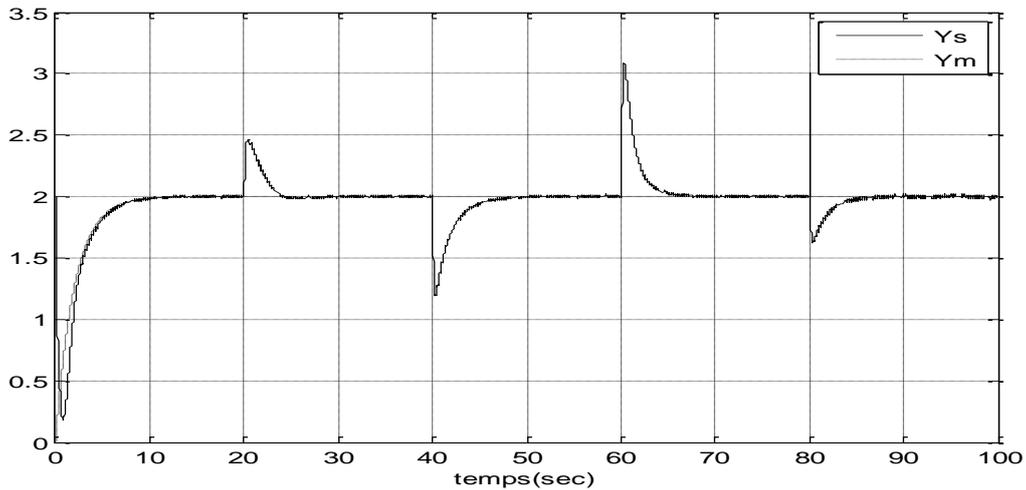


Figure 2.24. Sortie du système et du modèle y_s, y_m avec $K = 1$

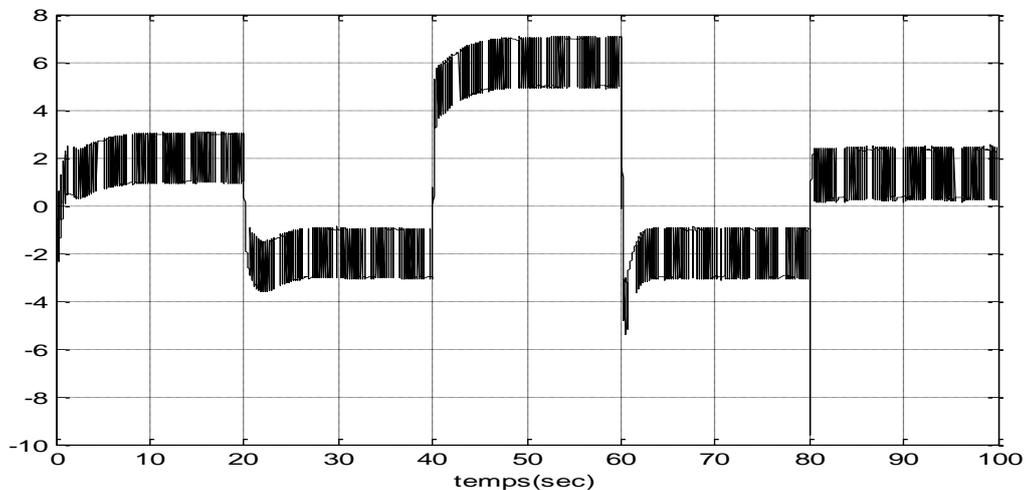


Figure 2.25. La commande u_{SAC_ISMC}

Simulation 3

Pour la simulation 3, on a pris l'exemple précédent et on a mis $K = 0$, c'est-à-dire que juste la commande SAC est appliquée ou on a enlevé la commande $ISMC$. Les résultats sont visibles

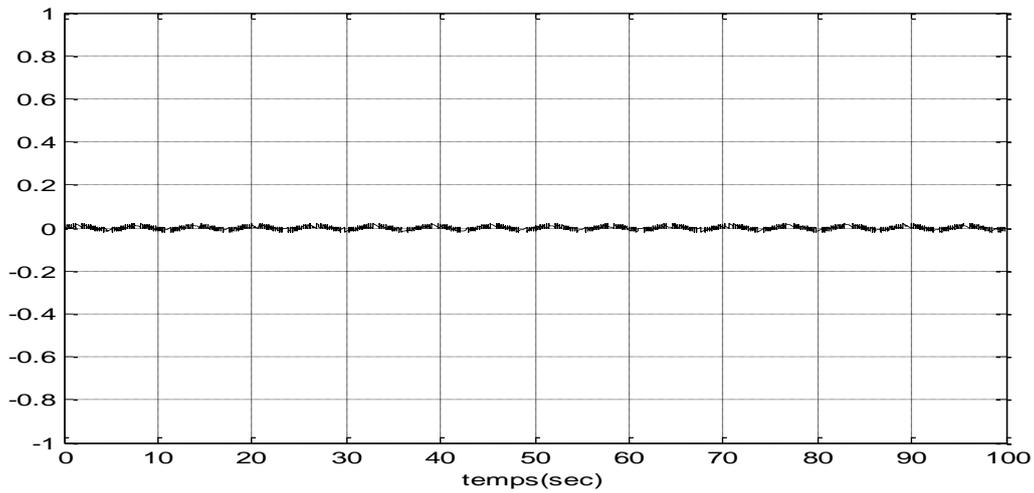


Figure 2.26. La surface de glissement $S(t)$

sur la figure 2.27 où on voit une détérioration du suivi, et donc on conclut que la commande *ISMC* est vraiment nécessaire pour contrecarrer la perturbation.

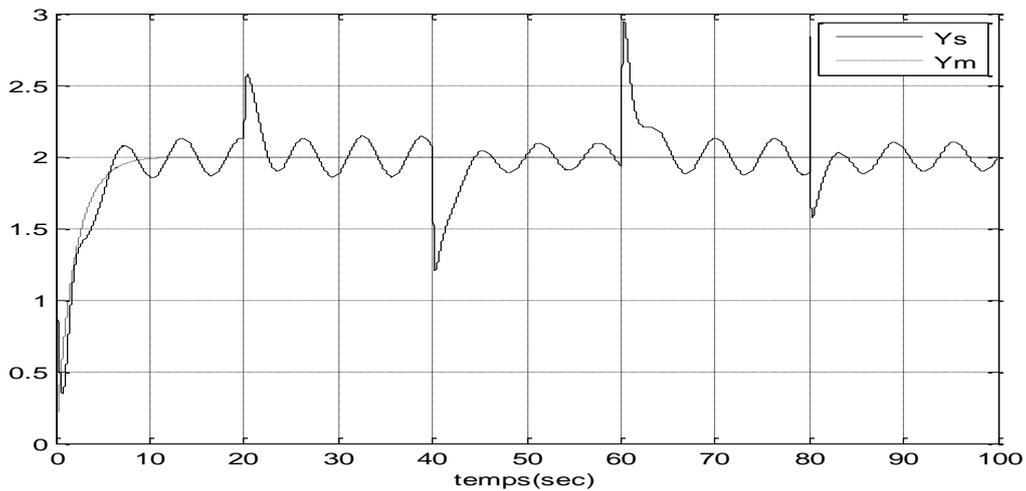


Figure 2.27. Sortie du système et du modèle y_s, y_m avec $K = 0$

2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, on a développé au premier lieu le concept de la commande *CGT*, applicable pour les systèmes certains. Une extension de cette commande aux systèmes incertains a été considérée. Cette commande étendue est appelé commande adaptative simple *SAC* applicable aux systèmes linéaires ayant la propriété d'être *ASPR*. Dans le cas des systèmes linéaires ne présentant pas cette propriétés, la commande *SAC* peut même être appliquée avec quelques modification qu'on développera au chapitre suivant. Afin de rendre la commande *SAC* robuste vis-à-vis des perturbations et des incertitudes une commande par mode glissant intégral a été ajouté. On a terminé ce chapitre avec des exemples pour les systèmes certains et incertains dans les deux cas *SISO* et *MIMO*.

Chap 3 : Synthèse des Compensateurs en Parallèle des Systèmes non ASPR

3.1. Introduction

On a vu au chapitre deux que la commande adaptative SAC conduit à une erreur asymptotiquement stable à condition que le système soit ASPR, malheureusement la majorité des systèmes ne satisfont pas cette condition. Pour atténuer les conditions ASPR, une procédure de conception compensatrice est développée en utilisant une analyse de stabilité robuste basée sur l'optimisation ainsi qu'une autre technique utilisant la paramétrisation Q . Le compensateur est mis en parallèle avec le système de telle sorte que le système augmenté soit ASPR (Annexe 1).

3.2. Compensation du système et du modèle

Afin d'éliminer le biais entre la sortie du système et du modèle, causé par la commande SPR une fois qu'on a augmenté juste le système, Kaufman et Neat [Kau93] ont suggéré d'augmenter aussi le modèle de référence ce qui conduit à une erreur asymptotique nulle entre le système et le modèle, la figure 3.1. Présente le schéma de la commande SPR améliorée ou le système, le modèle et le compensateur sont représentés par leurs matrices (A_p, B_p, C_p) , A_m, B_m, C_m et A_f, B_f, C_f . La commande SAC est formée par les gains adaptatifs $K_u(t)$, $K_x(t)$ et $K_e(t)$ adaptés suivant les formules du chapitre 2 à savoir (2.13-2.16). Le schéma de la figure 3.1 garanti une erreur asymptotiquement stable entre le système et le modèle.

3.3. Equivalence entre stabilité et phase minimale pour les systèmes ASPR

L'équivalence pour les systèmes ASPR s'énonce de la manière suivante:

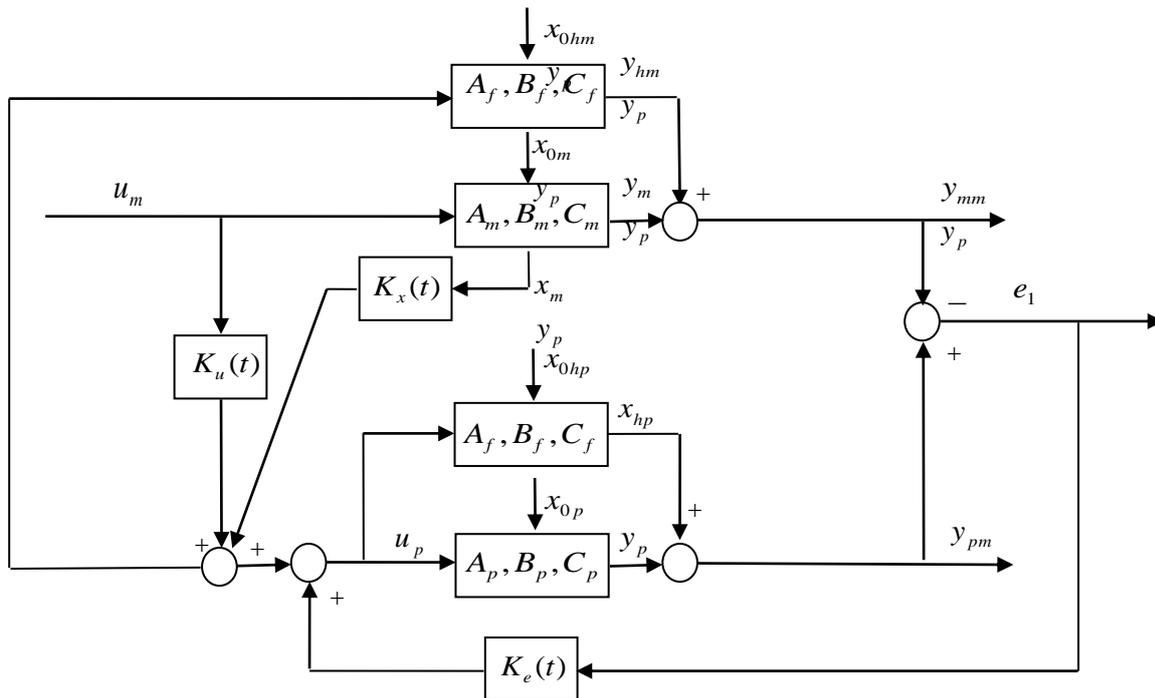


Figure 3.1. Schéma de la commande SAC avec augmentation du système et du modèle

Si le système en boucle fermée représenté en figure 3.2 est stable alors celui de la figure 3.3 est à phase minimale avec $G_{cl}(s) = G_a^{-1}(s)$ avec $G_{cl}(s), G_a(s)$ représentent la matrice de transfert entre u et u_c et entre y_{pm} et u_p

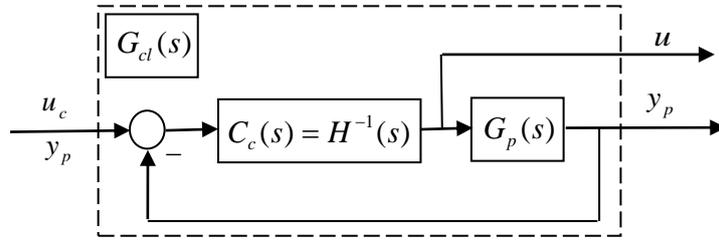


Figure 3.2. Système en boucle fermée

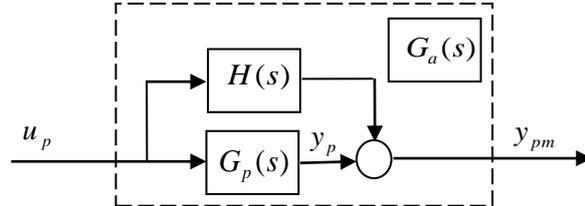


Figure 3.3. Système augmenté

En effet, pour le cas *SISO* on a

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) = \frac{N_G}{D_G} + \frac{N_H}{D_H} = \frac{N_G D_H + D_G N_H}{D_G D_H}$$

et

$$\frac{u}{u_c} = G_{cl}(s) = \frac{C_c}{1 + C_c G_p} = \frac{H^{-1}}{1 + H^{-1} G_p} = \frac{1}{H + G_p} = \frac{1}{\frac{N_H}{D_H} + \frac{N_G}{D_G}} = \frac{D_G D_H}{N_G D_H + D_G N_H}$$

et donc $G_{cl}(s) = G_a^{-1}(s)$ avec

$$G_{cl}(s) = \frac{u(s)}{u_c(s)} = [1 + C_c(s)G_p(s)]^{-1} C_c(s) \quad (3.1)$$

et dans le cas *MIMO*

$$u = G_{cl}(s)u_c = H^{-1}(u_c - G_p u) \Rightarrow (I + H^{-1}G_p)u = H^{-1}u_c \Rightarrow u = (I + H^{-1}G_p)^{-1} H^{-1}u_c = [H(I + H^{-1}G_p)]^{-1} u_c$$

$$\Rightarrow u_c = [H(I + H^{-1}G_p)]u \Rightarrow u_c = (H + G_p)u = G_a(s)u$$

alors $G_{cl}(s) = G_a^{-1}(s)$ avec

$$\begin{cases} u(s) = G_{cl}(s)u_c(s) = [I + C_c(s)G_p(s)]^{-1} C_c(s)u_c(s) \\ y_{pm}(s) = G_a(s)u_p(s) = [G_p(s) + H(s)]u_p(s) \end{cases} \quad (3.2)$$

c.-à-d. Si $G_{cl}(s)$ est stable alors $G_a(s)$ est à phase minimale.

Les figures 3.2 et 3.3 sont équivalente, ce qui veut dire que pour le système $G_p(s)$ de la figure 3.3, il existe un compensateur $H(s)$ qui rend le système augmenté $G_a(s) = G_p(s) + H(s)$, *ASPR*. Ceci est équivalent à ce qu'il existe un correcteur $C_c(s)$ qui

rende le système bouclé de la figure 3.2 stable. Ce correcteur vérifie $C_c(s) = H^{-1}(s)$. Le compensateur $H(s)$ doit être stable.

On a vu au chapitre deux que les conditions suffisantes pour le suivi asymptotique sont:

1. Il existe une solution au problème *CGT*. C'est-à-dire, pour un système $G_p(s) \equiv \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix}$

et un modèle $G_m(s) \equiv \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix}$ il existe des matrices S_{ij} (voir 2.8, cas des matrices constantes) tel que

$$\begin{cases} S_{11}A_m = A_p S_{11} + B_p S_{21} \\ S_{11}B_m = A_p S_{12} + B_p S_{22} \\ C_p S_{11} = C_m \\ C_p S_{12} = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

2. Le système est *ASPR*, c.-à-d. qu'il existe une matrice constante définie positive K_e , non nécessaire pour la mise en œuvre, de sorte que la matrice de transfert en boucle fermée $G(s) = [I + G_p(s)K_e]^{-1}G_p(s)$ soit strictement positive réelle *SPR*.

En général, la condition *ASPR* n'est pas satisfaite par la majorité des systèmes réels. Par conséquent, Bar Kana et Kaufman [Bar85b] ont montré qu'un système non-*ASPR* de la forme $G_p(s) = C_p(sI - A_p)^{-1}B_p$ peut être augmenté avec un compensateur en parallèle $H(s)$ de sorte que la fonction de transfert du système augmentée parallèle $G_a(s) = G_p(s) + H(s)$ soit *ASPR*

3.4. Conception du compensateur pour les systèmes *SISO* basée sur la méthode de Mizumoto [Iwa94b]

3.4.1. Introduction

Pour les systèmes *SISO*, on traite une technique de synthèse d'un compensateur parallèle robuste qui garantit l'existence d'un gain constant de retour de sortie pour les systèmes avec des incertitudes structurées. Les conditions d'existence d'un tel compensateur sont développées en utilisant le théorème de Kharitonov pour une plage de variation maximale des paramètres du système.

3.4.2. Position du problème

Considérons le système *SISO* avec incertitude structurée:

$$G_p(s) = N(s)/D(s), \quad k_p = b_m \quad (3.4)$$

$$D(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 \quad a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (3.5)$$

$$N(s) = b_m s^m + a_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0 \quad b_i^- \leq b_i \leq b_i^+, \quad i = 0, 1, \dots, m \quad (3.6)$$

où, sans perte de généralité, on suppose que $b_m^- > 0$ et que le système vérifie les hypothèses suivantes

Hypothèse 1.

(1) Les limites supérieures et inférieures: $a_i^+, a_i^-, b_i^+, b_i^-$ de a_i et b_i sont connus, et $n - m \geq 2$.

(2) $N(s)$ est un polynôme stable, c'est-à-dire les polynômes de Kharitonov de $N(s)$ sont stables.

Un système *SISO* peut être rendu *SPR* par un gain de retour négatif si la fonction de transfert est inversement stable, son gain en haute fréquence est positif, et son degré relatif est égal à un [Zeh86]. Si le degré relatif est égal à un, alors le système est *ASPR*. L'objectif dans ce qui suit est de construire un compensateur en parallèle de telle sorte que le système augmenté

$$G_p(s) + H(s) \quad (3.7)$$

soit *ASPR* pour toute la gamme de variation des paramètres du système. Ici, nous considérons la compensation parallèle suivante donnée par Iwai et al. [Iwa94b]:

$$\begin{cases} H(s) = \sum_{i=1}^{\gamma-1} \delta^i H_i(s), & \gamma = n - m, \delta > 0 \\ H_i(s) = \frac{\beta_i n_i(s)}{d_i(s)} \end{cases} \quad (3.8)$$

où $d_i(s)$ est un polynôme d'Hurwitz monique d'ordre n_{d_i} , $n_i(s)$ est un polynôme monique d'ordre $m_{n_i} = \{n_{d_i} - (\gamma - i)\} \geq 0$ et β_i est choisie de telle sorte que les polynômes suivants soient Hurwitz

$$\begin{cases} r_1(s) = \beta_{\gamma-1} s^{\gamma-1} + \dots + \beta_1 s + b_m^- \\ r_2(s) = \beta_{\gamma-1} s^{\gamma-1} + \dots + \beta_1 s + b_m^+ \end{cases} \quad (3.9)$$

L'objectif de ce qui suit est de trouver une limite supérieure de δ de sorte que pour tout ($\delta < \delta^*$), le système augmenté $G_a(s)$ soit *ASPR*.

3.4.3. Conception robuste du compensateur

Considérons les conditions de conception robustes suivantes

(1) On choisit le polynôme stable $d_i(s)$ tel que les polynômes suivants

$$\begin{cases} N_1(s) = \eta_0^- + \eta_1^- s + \eta_2^+ s^2 + \eta_3^+ s^3 + \eta_4^- s^4 + \dots \\ N_2(s) = \eta_0^- + \eta_1^+ s + \eta_2^+ s^2 + \eta_3^- s^3 + \eta_4^- s^4 + \dots \\ N_3(s) = \eta_0^+ + \eta_1^- s + \eta_2^- s^2 + \eta_3^+ s^3 + \eta_4^+ s^4 + \dots \\ N_4(s) = \eta_0^+ + \eta_1^+ s + \eta_2^- s^2 + \eta_3^- s^3 + \eta_4^+ s^4 + \dots \end{cases} \quad (3.10)$$

sont des polynômes d'Hurwitz, où

$$N_d^-(s) = N^-(s) \prod_{i=1}^{\gamma-1} d_i(s) \quad (3.11)$$

$$N_d^+(s) = N^+(s) \prod_{i=1}^{\gamma-1} d_i(s) \quad (3.12)$$

(2) On sélectionne des coefficients positifs de $n_i(s)$. Ici $N^-(s)$ et $N^+(s)$ sont définis comme des polynômes de $N(s)$ dans lequel le $i^{\text{ème}}$ coefficient de s est b_i^- et b_i^+ et η_i^- et η_i^+ sont les coefficients de $N_d^-(s)$ et $N_d^+(s)$.

Remarque 1. Sous l'hypothèse 1, il existe un $d_i(s)$ qui satisfait la condition de conception robuste (1). Pour le choix de

$$d_i(s) = \prod_{j=1}^{nd_i} (s + k\lambda_{ij}), \quad \lambda_{ij} > 0$$

Il existe une constante positive k_0 tel que $N_i(s)$, $i = 1, \dots, 4$ sont des polynômes d'Hurwitz pour tout $k > k_0$ à condition que les polynômes de Kharitonov de $b_m \prod_{i=1}^{\gamma-1} \left\{ \prod_{j=1}^{nd_i} (s + \lambda_{ij}) \right\}$, sont des polynômes d'Hurwitz [Mar84].

Soit $N_a(s)$ le polynôme de zéros de $G_a(s)$. Il s'en suit des équations (3.4), (3.7) et (3.8) que

$$N_a(s) = N_d(s) + D_d(s) \quad (3.13)$$

où

$$N_d(s) = N(s) \prod_{i=1}^{\gamma-1} d_i(s) = \eta_0 + \eta_1 s + \dots + \eta_{\gamma_N} s^{\gamma_N} \quad (3.14)$$

$$\gamma_N = m + \sum_{i=1}^{\gamma-1} n_{d_i} \quad (3.15)$$

$$D_d(s) = D(s) \sum_{j=1}^{\gamma-1} \left\{ \delta^j \beta_j n_j(s) \prod_{i=1, i \neq j}^{\gamma-1} d_i(s) \right\} = \alpha_0 + \alpha_1 s + \dots + \alpha_{\gamma_D} s^{\gamma_D} \quad (3.16)$$

$$\gamma_D = n + \sum_{i=1}^{\gamma-1} n_{d_i} - 1 \quad (3.17)$$

Théorème 1.

Supposons que les conditions robustes (3.4) et (3.5) sont satisfaites, alors, il existe δ_i^* ($i = 1, \dots, 4$) tel que $N_i(s)$, $i = 1, \dots, 4$ sont stables pour tout δ qui satisfait $\delta < \min\{\delta_1^*, \delta_2^*, \delta_3^*, \delta_4^*\}$ où $D_i(s)$ ($i = 1, \dots, 4$) sont des polynômes formés par les coefficients α_i^-, α_i^+ qui ont été obtenus de la même manière qu'avec l'équation

$$D_d^-(s) = D^-(s) \sum_{j=1}^{\gamma-1} \left\{ \delta^j \beta_j n_j(s) \prod_{i=1, i \neq j}^{\gamma-1} d_i(s) \right\} \quad (3.18)$$

$$D_d^+(s) = D^+(s) \sum_{j=1}^{\gamma-1} \left\{ \delta^j \beta_j n_j(s) \prod_{i=1, i \neq j}^{\gamma-1} d_i(s) \right\} \quad (3.19)$$

Finalement $G_a(s)$ devient (ASPR) pour $\delta < \min\{\delta_1^*, \delta_2^*, \delta_3^*, \delta_4^*\}$ [Iwa94b].

3.5. Conception du compensateur pour les systèmes MIMO (Méthode d'Ozcelik et Kaufman, [Ozc95], [Ozc97])

Dans [Iwa94a,b] bien que Iwai et Mizumoto ont montré l'existence d'un compensateur en parallèle pour un système MIMO, ils n'ont pas proposé une méthode de conception d'un compensateur valable sur un ensemble de variations paramétriques. Dans ce qui suit, une procédure de conception robuste est proposée [Ozc95], [Ozc97], dans laquelle les variations paramétriques du système sont explicitement pris en compte, et s'applique à la fois aux systèmes MIMO qu'ils soient à phase minimale ou non. Pour formuler la procédure de conception, considérons un système MIMO, non-ASPR

$$H(s) = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1m} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{m1} & h_{m2} & \dots & h_{mm} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Où chaque élément h_{ij} de $H(s)$ est la forme

$$h_{ij}(s) = \frac{C_p^{ij}s^p + C_{p-1}^{ij}s^{p-1} + \dots + C_1^{ij}s + C_0^{ij}}{B_r^{ij}s^r + B_{r-1}^{ij}s^{r-1} + \dots + B_1^{ij}s + B_0^{ij}} \quad (3.21)$$

et où les coefficients B_{r-k}^{ij} et C_{r-k}^{ij} peuvent prendre n'importe quelle valeurs dans les limites données.

$$\begin{cases} C_{\min_{p-k}}^{ij} \leq C_{p-k}^{ij} \leq C_{\max_{p-k}}^{ij}, k = 0, 1, \dots, p \\ B_{\min_{r-k}}^{ij} \leq B_{r-k}^{ij} \leq B_{\max_{r-k}}^{ij}, k = 0, 1, \dots, r \end{cases} \quad (3.22)$$

En outre, les hypothèses 2 suivantes sont imposées sur le système :

Hypothèse 2.

1. Les éléments hors-diagonaux de $H(s)$ sont strictement propres.

2. Les degrés des éléments diagonaux sont connus.

Dans ce qui suit, le lemme *ASPR* (Annexe) est donné et qui sera nécessaire à l'élaboration d'une procédure de conception du compensateur.

Lemme 1.

Soit $G_p(s)$ une matrice de transfert $m \times m$ de degré de MacMillan arbitraire. $G_p(s)$ n'est pas nécessairement stable ou à phase minimale. Soit $H^{-1}(s)$ un régulateur stabilisant comme illustré à la figure 3.2, alors et système augmenté de la figure 3.3

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) \quad (3.23)$$

est *ASPR* si le degré relatif de MacMillan de $G_a(s)$ est zéro ou m . Un énoncé équivalent du lemme *ASPR* est le suivant (annexe). Soit $G_p(s)$ une matrice de transfert $m \times m$ strictement à phase minimale et de degré relatif de MacMillan zéro ou m . Soit (A_p, B_p, C_p) une réalisation minimale avec un gain en haute fréquence $C_p B_p > 0$, donc $G_p(s)$ est *ASPR*. L'objectif est de développer une méthode de conception d'un compensateur robuste, de sorte que le système augmenté satisfera le lemme 1 en présence des variations paramétriques. A cet effet, considérons le compensateur d'avance $H(s)$ de la forme

$$H(s) = \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{22} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & h_{mm} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Comme on suppose que le degré des éléments diagonaux du système $G_p(s)$ sont connus, l'ordre de chaque élément $h_{ii}(s)$ de $H(s)$ est choisi égal à l'ordre de l'élément diagonal correspondant du système $G_p(s)$. Suivant le paragraphe 3.3, on a démontré que $G_{cl}(s) = G_a^{-1}(s)$ et donc le polynôme caractéristique du système en boucle fermée $G_{cl}(s)$ représenté sur la figure 3.2 qui est équivalent au polynôme des zéros du système augmenté $G_a(s)$ et donné par

$$\frac{z(s)}{p(s)} = \det(G_a(s)) = |G_a(s)| \quad (3.25)$$

Si le polynôme caractéristique $z(s)$ du système en boucle fermée est stable pour toutes les variations paramétriques, alors le système augmenté sera *ASPR*. Le polynôme caractéristique $z(s)$ du système en boucle fermée est donné par

$$z(s) = a_k s^k + a_{k-1} s^{k-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (3.26)$$

où, $a_j, j = 0, \dots, k$ sont fonction des paramètres du système et du compensateur. Pour déterminer les coefficients nécessaires du compensateur qui garantit la stabilité de l'équation caractéristique en boucle fermée pour toute la gamme de variation des paramètres, la méthode de conception suivante est proposée.

1. Obtenir des conditions de stabilité du polynôme caractéristique $z(s)$ à partir de la première colonne de la table de Routh-Hurwitz.
2. Les paramètres du compensateur sont alors déterminés par la procédure d'optimisation suivante

$$\min_{f_i} \{ \sum f_i^2 \}$$

$$\text{conditionné par } \min_{(C_i, B_i)} (g_j) > 0, \quad j = 0, \dots, k$$

où, g_j sont les paramètres obtenus à partir de la première colonne de la table de Routh-Hurwitz. Ainsi, un compensateur robuste est conçu en utilisant la procédure ci-dessus va certainement satisfaire toutes les conditions du lemme 1, Par conséquent, le système augmenté sera *ASPR* pour toute la variation possible des paramètres du système.

3.6. Conception du compensateur pour les systèmes (Paramétrisation Q ou paramétrisation de Youla, [Yjb76])

3.6.1. Introduction

Pour un système linéaire multivariable invariant, Youla [Yjb76] a donné une paramétrisation simple de tous les contrôleurs stabilisateurs. Il s'avère que l'ensemble des relations entrée-sortie qui sont stabilisables par les contrôleur, prend toujours la forme (Figure 3.4).

$$T_{zw}(s) + T_{zr}(s)Q(s)T_{ew}(s) \quad (3.27)$$

où T_{zw} , T_{zr} et T_{ew} sont des matrices de transfert propres et stables définies par le système et Q est une matrice de transfert arbitraire stable et propre. Cette paramétrisation Q est théoriquement et pratiquement importante [Lzd91], [Vla11].

3.6.2. Paramétrisation Q dans l'espace d'état

Considérons le système linéaire décrit par

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

et supposons qu'il existe des matrices K et L telles que $A - KC_2$ et $A - B_2L$ sont stables (c'est-à-dire la stabilisation et la détection). On démontre que tous les contrôleurs stabilisateurs peuvent être représentés en fonction d'un observateur pour le système de la manière suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = Ax_1 + B_2u + Ke \\ u = r - Lx_1 \\ e = y - C_2x_1 - D_{22}u \end{cases} \quad (3.29)$$

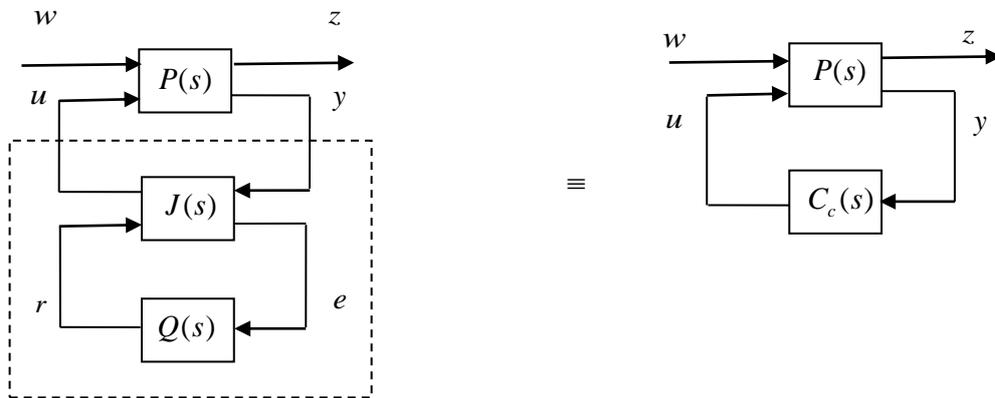


Figure 3.4. Correcteur sous forme LFT et paramètre de Youla

Sur la figure 3.4, Le correcteur $C_c(s)$ est donné par la forme $LFT(J(s), Q(s))$ avec $Q(s)$ est une fonction de transfert admissible et stable. La représentation d'état de la matrice de transfert $Q(s)$ est donnée par

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_Q & B_Q \\ C_Q & D_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_Q\xi + B_Qe \\ C_Q\xi + D_Qe \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Les équations (3.29) peuvent être réécrites comme

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ u \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L & K & B_2 - KD_{22} \\ -L & 0 & I \\ -C_2 + D_{22}L & I & -D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y \\ r \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

La combinaison des équations (3.31) et (3.30) avec la notation $x_e = x - x_1$ donne

$$\begin{cases}
 \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})r \\
 \quad = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})(C_Q\xi + D_Qe) \\
 u = -Lx_1 + r = -Lx_1 + C_Q\xi + D_Qe \\
 e = (-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}r = (-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}(C_Q\xi + D_Qe) \\
 (I + D_{22}D_Q)e = (-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}C_Q\xi \\
 e = Z^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}C_Q\xi] \text{ avec } Z = (I + D_{22}D_Q) \\
 u = -Lx_1 + C_Q\xi + D_Qe \\
 \quad = -Lx_1 + C_Q\xi + D_QZ^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}C_Q\xi] \\
 \quad = [-L + D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)]x_1 + [C_Q - D_QZ^{-1}D_{22}C_Q]\xi + D_QZ^{-1}y \\
 \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})(C_Q\xi + D_Qe)
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})(C_Q\xi + D_Qe) \\
 \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})C_Q\xi + (B_2 - KD_{22})D_Qe \\
 \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})C_Q\xi + \\
 (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}C_Q\xi] \\
 \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)]x_1 + \\
 [(B_2 - KD_{22})C_Q - (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}D_{22}C_Q]\xi + [K + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}]y
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 \dot{\xi} = A_Q\xi + B_Qe = A_Q\xi + B_QZ^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}C_Q\xi] \\
 \quad = [A_Q - B_QZ^{-1}D_{22}C_Q]\xi + B_QZ^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)]x_1 + B_QZ^{-1}y
 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\xi} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L] \\ + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L) \\ B_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L) \\ [-L + D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (B_2 - KD_{22})C_Q \\ -(B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}D_{22}C_Q \\ [A_Q - B_QZ^{-1}D_{22}C_Q] \\ [C_Q - D_QZ^{-1}D_{22}C_Q] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K + \\ (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1} \\ B_QZ^{-1} \\ D_QZ^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \xi \\ y \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Finalement, la représentation d'état du régulateur $C_c(s)$ est donnée par:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^c & B^c \\ C^c & D^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y \end{bmatrix}; \quad x_c = \begin{bmatrix} x_1 \\ \xi \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} A^c = \begin{bmatrix} A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L \\ + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L) \\ [B_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (B_2 - KD_{22})C_Q \\ -(B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}D_{22}C_Q \\ [A_Q - B_QZ^{-1}D_{22}C_Q] \end{bmatrix} \\ B^c = \begin{bmatrix} K + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1} \\ B_QZ^{-1} \end{bmatrix} \\ C^c = [-L + D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L) \quad C_Q - D_QZ^{-1}D_{22}C_Q] \\ D^c = D_QZ^{-1} \end{array} \right. \quad (3.34)$$

Dans le cas où $Q(s)$ est une constante et suivant la figure 3.4, on aura $r = Q(s)e = D_Qe$.

Les équations d'état peuvent s'écrire

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})r \\ \quad = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})(D_Qe) \\ u = -Lx_1 + r = -Lx_1 + D_Qe \\ e = (-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}r = (-C_2 + D_{22}L)x_1 + y - D_{22}D_Qe \\ (I + D_{22}D_Q)e = (-C_2 + D_{22}L)x_1 + y \\ e = Z^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)x_1 + y] \text{ avec } Z = (I + D_{22}D_Q) \\ u = -Lx_1 + D_Qe \\ \quad = -Lx_1 + D_QZ^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)x_1 + y] \\ \quad = [-L + D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)]x_1 + D_QZ^{-1}y \\ \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})D_Qe \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})D_Qe \\ \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky + (B_2 - KD_{22})D_Qe \\ \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L]x_1 + Ky \\ \quad + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}[(-C_2 + D_{22}L)x_1 + y] \\ \dot{x}_1 = [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)]x_1 + [K + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}]y \end{array} \right.$$

Finalement le correcteur est donné par

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A - B_2L - KC_2 + KD_{22}L + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)] & [K + (B_2 - KD_{22})D_QZ^{-1}] \\ [-L + D_QZ^{-1}(-C_2 + D_{22}L)] & [D_QZ^{-1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Si la représentation d'état du régulateur $C_e(s)$ est donnée par:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^c & B^c \\ C^c & D^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

alors, sa fonction de transfert est donnée par

$$C_c(s) = C^c (sI - A^c)^{-1} B^c + D^c$$

Et donc, le compensateur est donné par

$$F(s) = C_c^{-1}(s) \equiv \begin{bmatrix} A_F & B_F \\ C_F & D_F \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

avec

$$\begin{cases} A_F = A^c - B^c (D^c)^{-1} C^c \\ B_F = -B^c (D^c)^{-1} \\ C_F = (D^c)^{-1} C^c \\ D_F = D^c \end{cases} \quad (3.38)$$

3.7. Exemples de conception du compensateur et simulation

3.7.1. Compensateur basé sur la méthode de Mizumoto

Pour un système de fonction de transfert

$$G_p(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}, \quad b_0 > 0, n = 2, m = 0, \gamma = n - m = 2 \quad (3.39)$$

Les coefficients varient de la manière suivante

$$0 < b_0^- \leq b_0 \leq b_0^+, \quad a_0^- \leq a_0 \leq a_0^+, \quad a_1^- \leq a_1 \leq a_1^+$$

Le compensateur est donné par (3.8)

$$H(s) = \sum_{i=1}^{\gamma-1} \delta^i H_i(s) = \delta H_1(s) = \delta \frac{\beta_1 n_1(s)}{d_1(s)}, \quad \delta > 0$$

$d_1(s)$ est d'ordre $n_{d_1} = 1$ et donc $d_1(s) = s + a$ avec $a > 0$, $n_1(s)$ est d'ordre $m_{n_1} = \{n_{d_1} - (\gamma - 1)\} = 1 - (2 - 1) = 0$ et donc $n_1(s) = \alpha$ avec $\alpha > 0$.

Suivant (3.9), β_1 est choisi tel que $r_1(s)$ et $r_2(s)$ sont stable avec $r_1(s) = \beta_1 s + b_0^-$, $r_2(s) = \beta_1 s + b_0^+$ et donc $\beta_1 > 0$

Le compensateur est donné par

$$H(s) = \delta \frac{\beta_1 n_1(s)}{d_1(s)} = \frac{\delta \beta_1 \alpha}{s + a} = \frac{c}{s + a}, \quad c > 0$$

Suivant (3.11) et (3.12) Les polynômes $N^-(s)$ et $N_d^+(s)$ sont donnés par $N^-(s) = N(s)$ pour le coefficients minimaux de même $N^+(s) = N(s)$ pour le coefficients maximaux et donc $N^-(s) = b_0^-$ et $N^+(s) = b_0^+$ de même

$$N_d^-(s) = N^-(s) \prod_{i=1}^{\gamma-1} d_i(s) = b_0^- d_1(s) = b_0^- (s + a) = b_0^- s + b_0^- a = \eta_0^- + \eta_1^- s$$

$$N_d^+(s) = N^+(s) \prod_{i=1}^{\gamma-1} d_i(s) = b_0^+ d_1(s) = b_0^+(s+a) = b_0^+ s + b_0^+ f = \eta_0^+ + \eta_1^+ s$$

Et donc les quatre polynômes de Kharitonov sont donnés par (3.10)

$$\begin{cases} N_1(s) = \eta_0^- + \eta_1^- s = b_0^- f + b_0^- s \\ N_2(s) = \eta_0^- + \eta_1^+ s = b_0^- f + b_0^+ s \\ N_3(s) = \eta_0^+ + \eta_1^- s = b_0^+ f + b_0^- s \\ N_4(s) = \eta_0^+ + \eta_1^+ s = b_0^+ f + b_0^+ s \end{cases}$$

Les quatre polynômes sont stables pour $b_0^-, b_0^+, a > 0$. Ces coefficients sont positifs par supposition. Le système augmenté est donné par

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} + \frac{c}{s+a}$$

le compensateur stable d'ordre un de fonction de transfert

$$H(s) = \frac{c}{s+a}, \quad a > 0 \quad (3.40)$$

alors

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) = \frac{k_p}{s^2 + a_1 s + a_0} + \frac{c}{s+a} = \frac{cs^2 + s(a_1 c + k_p) + ca_0 + k_p a}{(s^2 + a_1 s + a_0)(s+a)} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

Le système augmenté est à phase minimale si le numérateur de $G_a(s)$ est hurwitz. En appliquant le critère de Routh, on trouve

$$\begin{cases} c > 0, \quad a_1 c + k_p > 0 \\ ca_0 + k_p a > 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

Les relations (3.40) et (3.41) impliquent que

$$\begin{cases} k_p > 0, \quad a > 0, \quad c > 0 \\ a_1 c > -k_p \\ k_p a > -ca_0 \end{cases} \quad (3.42)$$

La relation (3.42) devra être vérifiée pour toute la plage de variation de k_p , a_0 et a_1 et donc, on abouti au système d'équation

$$\begin{cases} k_p > 0, \quad a > 0, \quad c > 0 \\ a_{1min} c > -k_p, \quad a_{1max} c > -k_p \\ k_p a > -ca_{0min}, \quad k_p a > -ca_{0max} \end{cases} \quad (3.43)$$

Le calcul des coefficients du compensateur en fonction des variations des paramètres du système est donné dans le tableau suivant.

| | | | Contrainte sur a et c |
|------------------------------|-----------------------------------|--|---------------------------|
| $a_{0min} > 0, a_{0max} > 0$ | $k_p > 0,$ $a > 0,$ $c > 0$ | $a > -ca_{0min}/k_p$ $a > -ca_{0max}/k_p$ | $a > 0$ |
| $a_{0min} < 0, a_{0max} > 0$ | $k_p > 0,$ $a > 0,$ $c > 0$ | $a > -ca_{0min}/k_p$ $a > -ca_{0max}/k_p$ | $a > -ca_{0min}/k_p$ |
| $a_{0min} < 0, a_{0max} < 0$ | $k_p > 0,$ $a > 0,$ $c > 0$ | $a > -ca_{0min}/k_p$ $a > -ca_{0max}/k_p$ | $a > -ca_{0min}/k_p$ |
| | | | |
| $a_{1min} > 0, a_{1max} > 0$ | $k_p > 0,$ $a > 0,$ $c > 0$ | $a_{1min}c > -k_p$ $a_{1max}c > -k_p$ | $c > 0$ |
| $a_{1min} < 0, a_{1max} > 0$ | $k_p > 0,$ $a > 0,$ $c > 0$ | $a_{1min}c > -k_p$ $a_{1max}c > -k_p$ | $0 < c < -k_p/a_{1min}$ |
| $a_{1min} < 0, a_{1max} < 0$ | $k_p > 0,$ $a > 0,$ $c > 0$ | $a_{1min}c > -k_p$ $a_{1max}c > -k_p$ | $0 < c < -k_p/a_{1min}$ |

Tableau 3.1. Variations des coefficients du système et calcul compensateur

3.7.1.a. Exemple de calcul de compensateur

En supposant que les coefficients k_p, a_0 et a_1 varient de la manière suivante

$$k_{pmin} = 1 \leq k_p \leq k_{pmax} = 3$$

$$a_{0min} = -1 \leq a_0 \leq a_{0max} = 3$$

$$a_{1min} = -1 \leq a_1 \leq a_{1max} = 3$$

avec les valeurs nominales suivantes

$$k_{pnom} = 2, a_{0nom} = 1, a_{1nom} = 1$$

Suivant le tableau précédent, les coefficients du compensateur

$$H(s) = \frac{c}{s+a}$$

vérifient

$$\begin{cases} 0 < c < -k_p/a_{1min} \\ a > -ca_{0min}/k_p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < c < -k_{pmin}/a_{1min} = 1 \\ a > -ca_{0min}/k_{pmin} = 1 \end{cases}$$

Plusieurs compensateurs peuvent être sélectionnés. Afin de répondre aux exigences données précédemment, le compensateur optimal est celui qui a une influence minimale sur la sortie

réelle du système c.-à-d, un gain $H(0) = c/a$ réduit et donc, on prend la valeur de c la plus grande et la valeur de a la plus petite en respectant toujours les contraintes citées auparavant, et donc le compensateur est donné par

$$H(s) = \frac{c}{s+a} = \frac{0.25}{s+2}$$

La figure 3.5 représenté la sortie du système et du modèle, la compensation est faite juste au niveau du système et on remarque un biais qui apparaît.

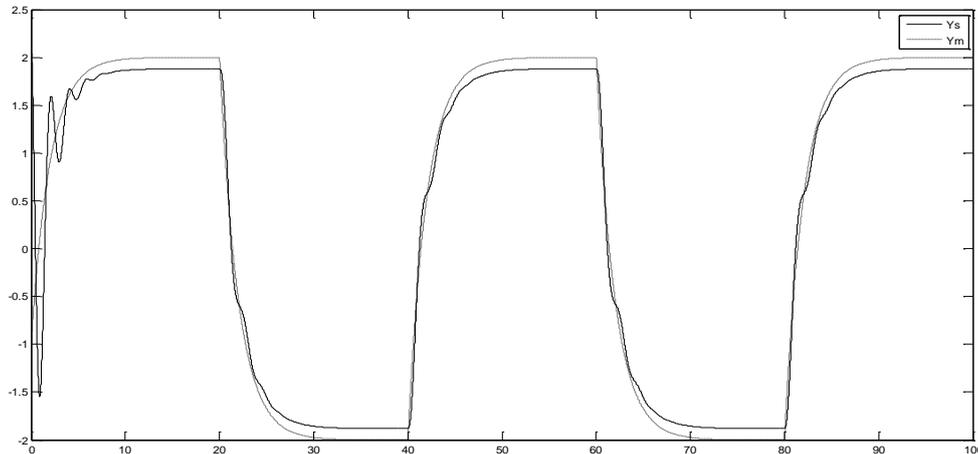


Figure 3.5. Sortie du système nominal et du modèle (compensation juste du système) y_s, y_m

Afin d'éliminer ce biais, on compense le système et le modèle comme indiqué en figure 3.1. La simulation a été faite pour des structures différentes du système et suivant le tableau 3.2.

| | | | |
|--|------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| Cas 1 Système nominal stable $0 \leq t < 20$ | $k_p = 2, a_0 = 1,$ $a_1 = 1$ | $G_p(s) = \frac{2}{s^2 + s + 1}$ | $A(s) = 0.25s^2 + 2.25s + 4.25$ |
| Cas 2 Système instable $20 \leq t < 40$ | $k_p = 1, a_0 = -1,$ $a_1 = 3$ | $G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 3s - 1}$ | $A(s) = 0.25s^2 + 1.75s + 1.75$ |
| Cas 3 Système stable $40 \leq t < 60$ | $k_p = 3, a_0 = 3,$ $a_1 = 3$ | $G_p(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 3}$ | $A(s) = 0.25s^2 + 3.75s + 6.75$ |
| Cas 4 Système instable $60 \leq t$ | $k_p = 1, a_0 = -1,$ $a_1 = -1$ | $G_p(s) = \frac{1}{s^2 - s - 1}$ | $A(s) = 0.25s^2 + 0.375s + 1.75$ |

Tableau 3.2. Les cas considérés pour la simulation

La figure 3.6 représenté la sortie du système et du modèle suivant les cas précédents et avec compensation du système et du modèle, on remarque que le suivi est garanti quelque soit la

structure du système. La figure 3.7 représente la commande SAC amélioré ou on voit des valeurs de la commande acceptables. La figure 3.8 représente l'évolution des gains qui se stabilisent une fois le suivi est assuré.

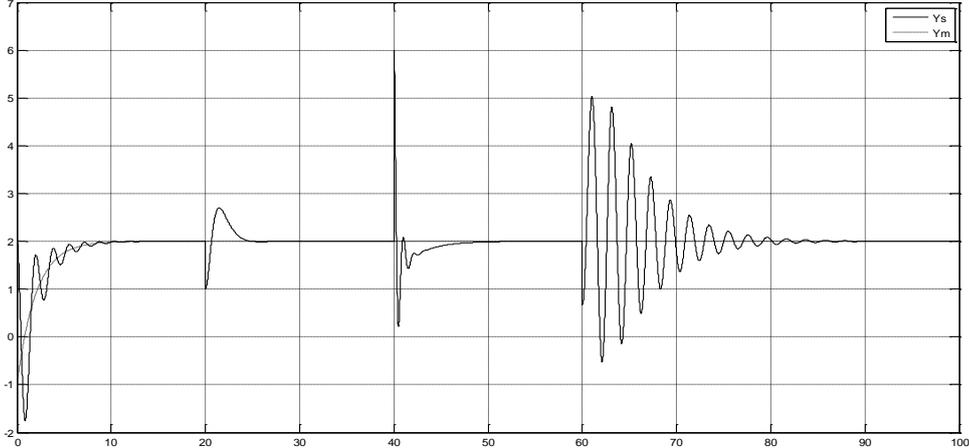


Figure 3.6. Sortie du système et du modèle y_s, y_m

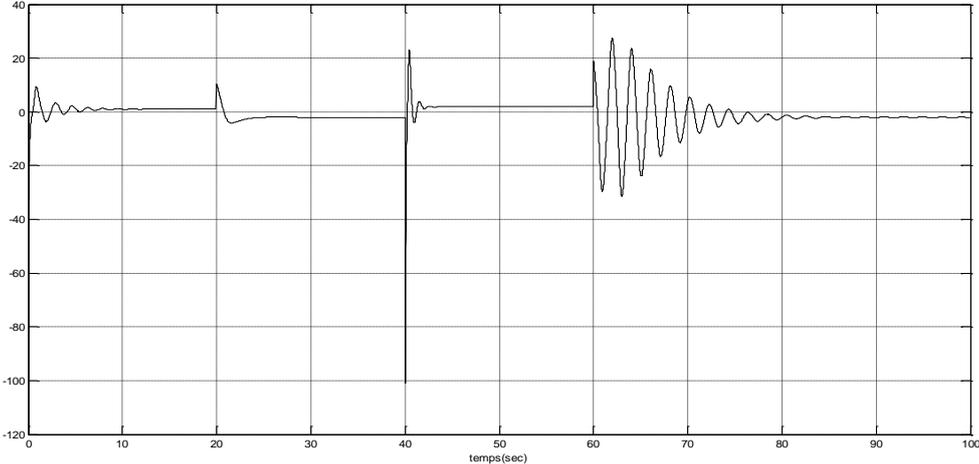


Figure 3.7. La commande adaptative SAC u_p

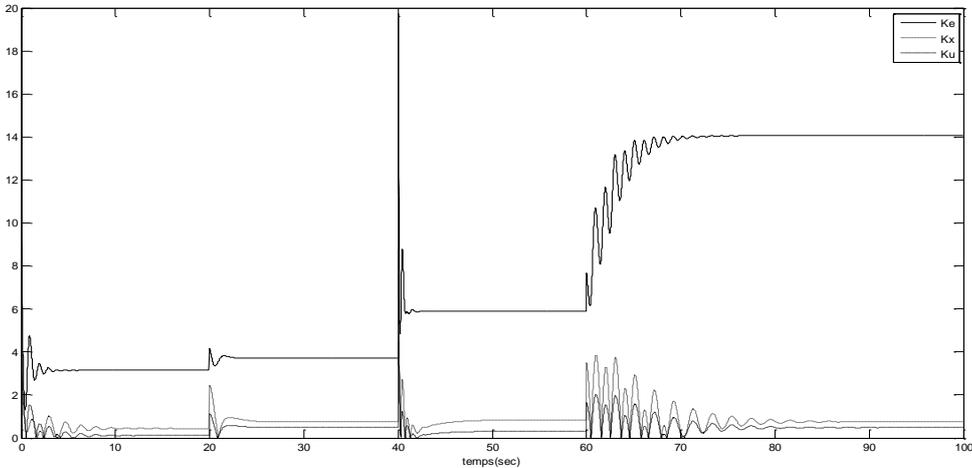


Figure 3.8. Evolution de la norme des gains $\|K_e(t)\|, \|K_x(t)\|$ et $\|K_u(t)\|$

3.7.2. Méthode d'Ozcelik et Kaufman

Dans cet exemple, La représentation d'état du système est donnée par

$$G_p(s) = C_p(sI - A_p)^{-1}B_p = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} 1 & s+1 \\ s & s^2 + s \end{bmatrix}, \quad d = s^3 + s^2 + s + 1$$

le compensateur est pris de la forme (3.24)

$$H(s) = \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} \alpha_1 s + \alpha_2 & 0 \\ 0 & \alpha_3 s + \alpha_4 \end{bmatrix}$$

avec une représentation d'état donnée par

$$A_h = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_h = \begin{bmatrix} \alpha_2 - \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_4 - \alpha_3 \end{bmatrix}, \quad C_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_h = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_3 \end{bmatrix}$$

et on vérifie bien que

$$H(s) = C_h(sI - A_h)^{-1}B_h + D_h = \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} \alpha_1 s + \alpha_2 & 0 \\ 0 & \alpha_3 s + \alpha_4 \end{bmatrix}$$

Le système augmenté est donnée par (3.23), c.-à-d.

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} 1 & s+1 \\ s & s^2 + s \end{bmatrix} + \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} \alpha_1 s + \alpha_2 & 0 \\ 0 & \alpha_3 s + \alpha_4 \end{bmatrix}, \quad d = s^3 + s^2 + s + 1$$

$$G_a(s) = \frac{1}{d(s+1)} \begin{bmatrix} \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2 + 1 & s+1 \\ s & \alpha_4 + s + \alpha_3 s + \alpha_3 s^3 + \alpha_4 s^2 + s^2 \end{bmatrix}$$

la représentation d'état du système augmenté est donnée par (3.23)

$$G_a(s) = \frac{1}{d(s+1)} \begin{bmatrix} (s+1)(\alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2 + 1) & (s+1)^2 \\ s(s+1) & (s+1)(\alpha_3 s^3 + (\alpha_4 + 1)s^2 + (\alpha_3 + 1)s + \alpha_4) \end{bmatrix}$$

qui vaut

$$G_a(s) = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} (\alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2 + 1) & s+1 \\ s & \alpha_3 s^3 + (\alpha_4 + 1)s^2 + (\alpha_3 + 1)s + \alpha_4 \end{bmatrix}$$

Si

$$G_p(s) \equiv \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix}, \quad H(s) \equiv \begin{bmatrix} A_h & B_h \\ C_h & D_h \end{bmatrix} \Rightarrow G_a(s) \equiv \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix}$$

avec

$$A_a = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & A_h \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} B_p \\ B_h \end{bmatrix}, \quad C_a = [C_p \quad C_h], \quad D_a = D_h$$

Le produit

$$C_a B_a = \begin{bmatrix} \alpha_2 - \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_4 - \alpha_3 + 1 \end{bmatrix}$$

et donc

$$C_a B_a > 0 \text{ si } \alpha_2 > \alpha_1 \text{ et } \alpha_4 > \alpha_3 - 1$$

Les zéros de $G_a(s)$ sont donnés par $\det(G_a(s)) = 0$, or $\det(G_a(s)) = \text{Num}G_a / \text{Den}G_a$ avec $\text{Den}G_a = (s+1)(s^3 + s^2 + s + 1)$

$$\begin{cases} \text{Num}G_a = \beta_4 s^4 + \beta_3 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0 \\ \beta_4 = \alpha_1 \alpha_3 \\ \beta_3 = \alpha_1 + \alpha_1 \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_3, & \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_4 \\ \beta_1 = \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_3, & \beta_0 = \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_4 \end{cases}$$

Pour un choix de $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = 3$, les zéros de $\text{Num}G_a$ sont $\{-3.709, -2.121, -0.0846 + 1.066j, -0.084 - 1.066j\}$ et donc le polynôme $\text{Num}G_a$ est Hurwitz. Le degré relative de MacMillan de $G_a(s)$ est égal au nombre de pôles moins le nombre de zéros $= 4 - 4 = 0$, donc le système augmenté est à phase minimale, son degré relatif de MacMillan est nul et son gain en haute fréquence $C_a B_a > 0$ donc il est *ASPR*.

Pour la simulation, on prend comme modèle de référence

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+0.5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1.5} \end{bmatrix}$$

et comme compensateur
$$H(s) = \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} \alpha_1 s + \alpha_2 & 0 \\ 0 & \alpha_3 s + \alpha_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & s+3 \end{bmatrix}$$

La commande de référence basculent entre $u_m = [0.5; 1.5]$ et $-u_m$ toute les 15 secondes, $T_p = 0.5, T_i = 1.5$. Puisque le système est devenu *ASPR* par l'insertion d'un compensateur en parallèle, donc, la commande *SAC* avec augmentation du système et du modèle conduit à une erreur asymptotiquement stable come on le voit sur les figures 3.9.a. et 3.9.b. La figure 3.10 représente les deux commandes qui sont lisses et bornées. La figure 3.11 représente la norme les gains adaptatifs qui se stabilisent une fois le suivi assuré. Le temps de réponse peut être amélioré en diminuant les constantes T_p, T_i .

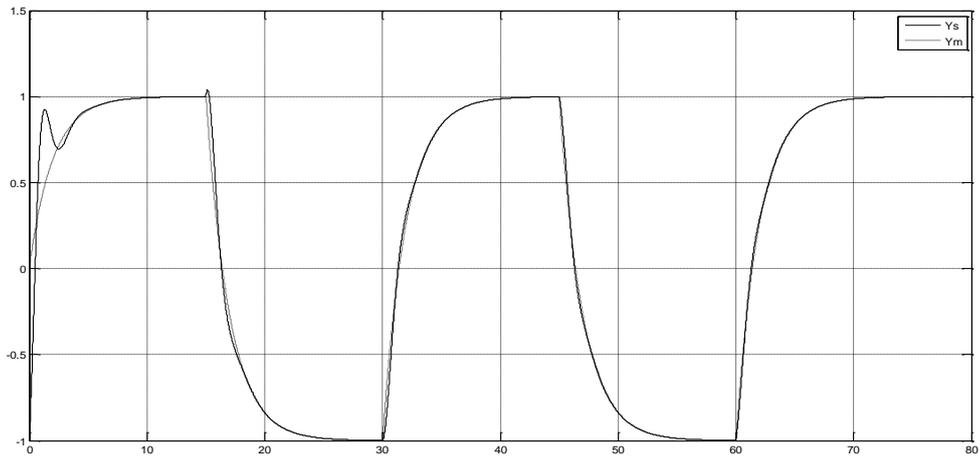


Figure 3.9.a. Sortie du système et du modèle y_{s1}, y_{m1}

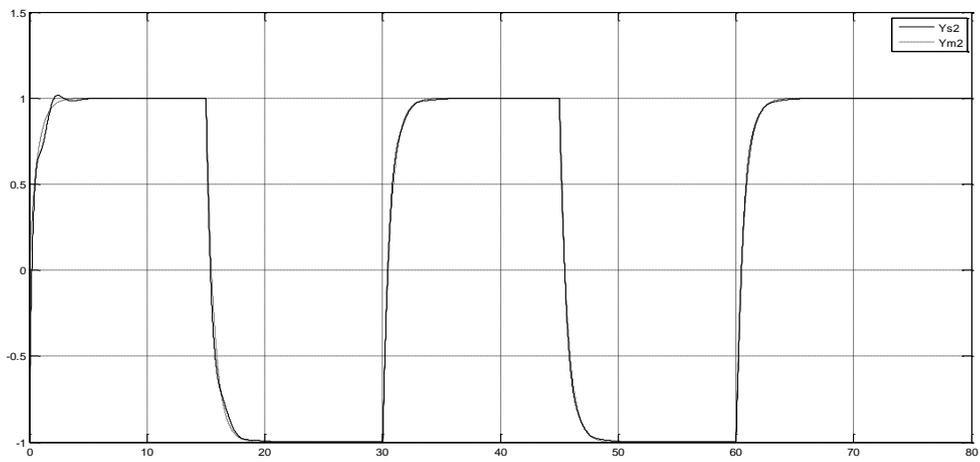


Figure 3.9.b. Sorties du système et du modèle y_{s2}, y_{m2}

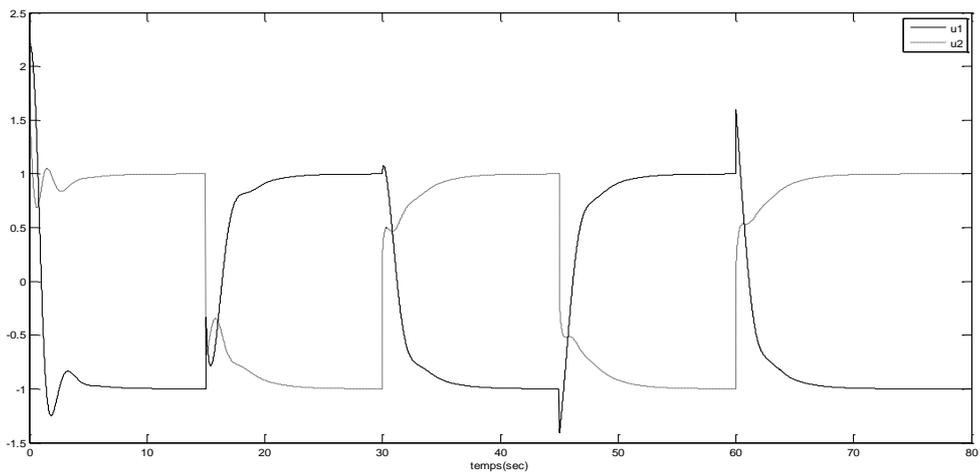


Figure 3.10. Les commandes adaptatives u_1, u_2

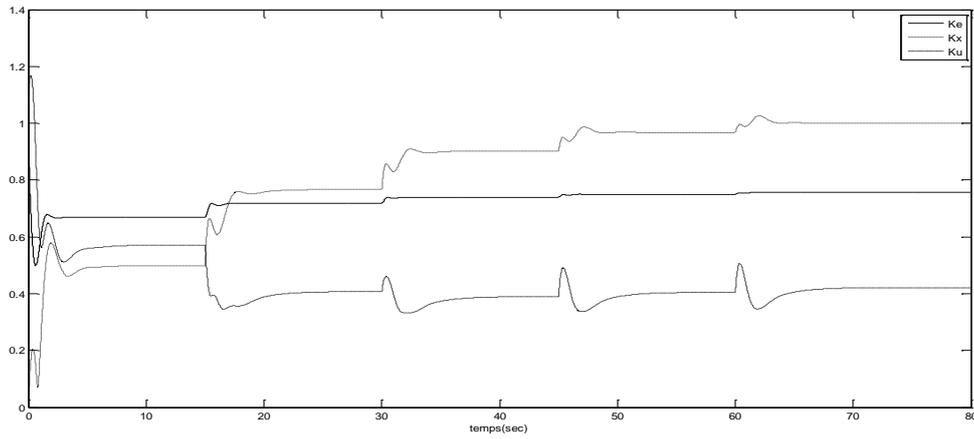


Figure 3.11. Evolution de la norme des gains $\|K_e(t)\|, \|K_x(t)\|$ et $\|K_u(t)\|$

3.7.3. Méthode basée sur la paramétrisation de Youla :

La fonction de transfert du système est donnée par

$$G_p(s) = \frac{y_p(s)}{u(s)} = \frac{1.5}{s^3 + 10s^2 + 10s - 1}$$

sa représentation d'état est donné par

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax + Bu \\ Cx + Du \end{bmatrix}$$

avec $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -10 & -10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1.5 \ 0 \ 0], D = 0$

Ou $\lambda(A) = [0.09 \ -8.85 \ -1.23]$. On remarque qu'il s'agit d'un système instable. Le système en boucle fermée équivalent avec correcteur est C_c donné en figure 3.2 et sous forme de représentation standard. Le système en boucle fermée de la figure 3.2 écrit sous la forme standard (figure 3.4) est donné en figure 3.12

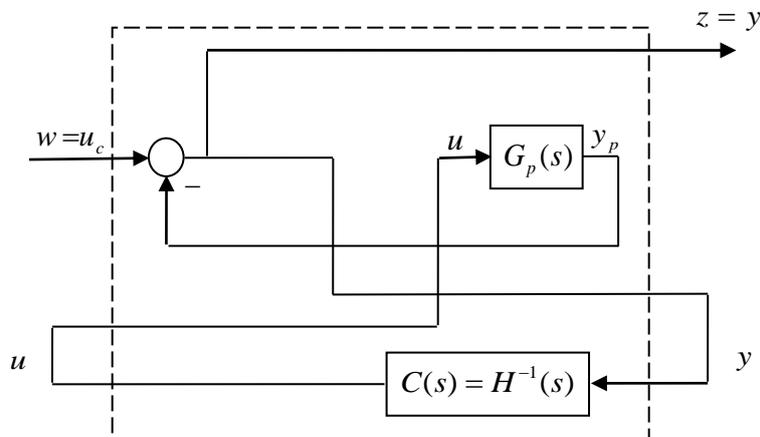


Figure 3.12. Configuration équivalente à la forme standard

ou la sortie régulée z est prise égale à

$$z = y = e = u_c - y_p = u_c - Cx - Du$$

L'expression du vecteur de sortie $\begin{bmatrix} z^T & y^T \end{bmatrix}^T$ en fonction du vecteur d'entrée $\begin{bmatrix} u_c^T & u^T \end{bmatrix}^T$ et du vecteur d'état x est donnée par:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & B \\ -C & I & -D \\ -C & I & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u_c \\ u \end{bmatrix}$$

et donc, on trouve

$$\begin{cases} B_1 = 0; B_2 = B \\ C_1 = C_2 = -C \\ D_{11} = D_{21} = I \\ D_{12} = D_{22} = -D \end{cases}$$

le modèle de référence est donnée par

$$G_m(s) = \frac{y_m(s)}{u_m(s)} = \frac{1}{s+1}$$

les pôles stables utilisés pour la conception du correcteur sont donnés par

$$P_1 = [p_{21} \quad p_{22} \quad p_{23}] = [-6 \quad -4 + j \quad -4 - j]$$

$$P_2 = [p_{11} \quad p_{12} \quad p_{13}] = [-4 \quad -2 + j \quad -2 - j]$$

les correcteurs K et L permettant de placer les pôles en P_1 et P_2 sont donnés par

$$K = [-2.6667 \quad -10 \quad 58]^T, \quad L = [21 \quad 11 \quad -2]^T$$

et on vérifie bien que

$$\lambda(A - KC_2) = \lambda(A + KC) = P_1$$

$$\text{et } \lambda(A - B_2L) = \lambda(A - BL) = P_2$$

Cas 1. Conception du compensateur avec une fonction $Q(s)$ constante

Dans ce cas, on prend $Q(s) = 1$ (voir figure 3.4), et donc le compensateur $H(s)$ à mettre en parallèle permettant de rendre le système $G_p(s)$ (ASPR) (voir figure 3.3) est donné par

$$H(s) = C_f (sI - A_f)^{-1} B_f + D_f = \frac{s^3 + 111s^2 + 1809.5s + 4986.5}{s^3 + 292s^2 + 1436.7s + 1450.3}$$

dont les pôles sont données par $\lambda(A_f) = [-287.0120 \quad -1.4138 \quad -3.5742]$ et qui sont aussi les racines du dénominateur de $H(s)$ et on vérifie bien que le système augmenté

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) = \frac{\text{num}G_p}{\text{den}G_p} + \frac{\text{num}H}{\text{den}H} = \frac{\text{num}G_p \text{den}H + \text{den}G_p \text{num}H}{\text{den}G_p \text{den}H}$$

$$G_a(s) = \frac{s^6 + 121s^5 + 2929.5s^4 + 24192s^3 + 68287s^2 + 50211s + 2811.1}{(s^3 + 10s^2 + 10s - 1)(s^3 + 292s^2 + 1436.7s + 1450.3)}$$
 est ASPR parce que

- 1) Le degré relatif de $G_a(s)$ est égal à 0
- 2) Le gain en haute fréquence $\lim_{s \rightarrow \infty} G_a(s) = 1$
- 3) $G_a(s)$ est à phase minimale car les zéros sont à partie réelle négative

Les conditions initiales sont données par $x_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$, $x_{m0} = 0$ et $T_p = T_i = 5$. L'entrée de référence est un signal carré d'amplitude +/-1 et de période 70s. La figure 3.13 présente les sorties du système et du modèle, le suivi est visible à partir de quelques secondes. Le temps de réponse peut être amélioré en augmentant les gains T_p, T_i . On voit aussi une oscillation de la sortie avec des dépassement acceptables. La figure 3.14 présente l'entrée de commande, elle est lisse et bornée qui se stabilise une fois le suivi est atteint. Les gains K_e, K_x et K_u sont présentés en figure 3.15 qui se stabilisent une fois le suivi est assuré.

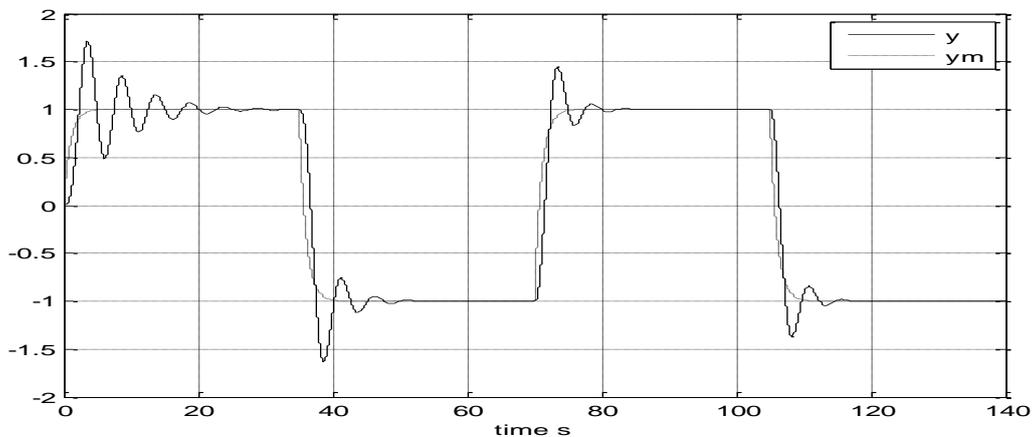


Figure 3.13. Sortie du système et du modèle

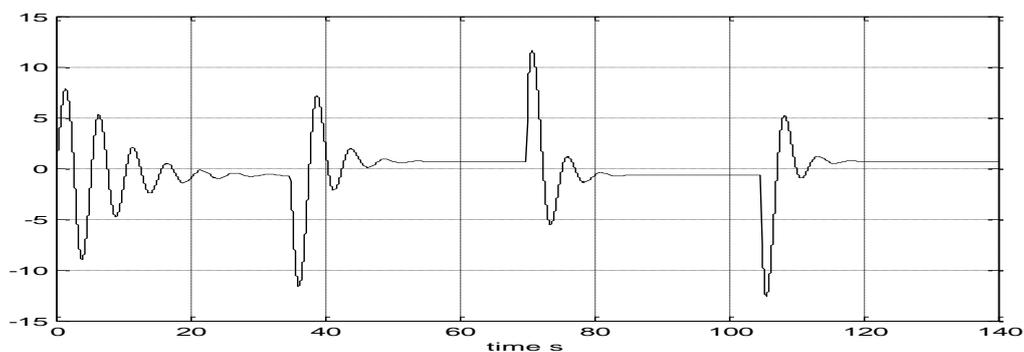


Figure 3.14. Signal de commande

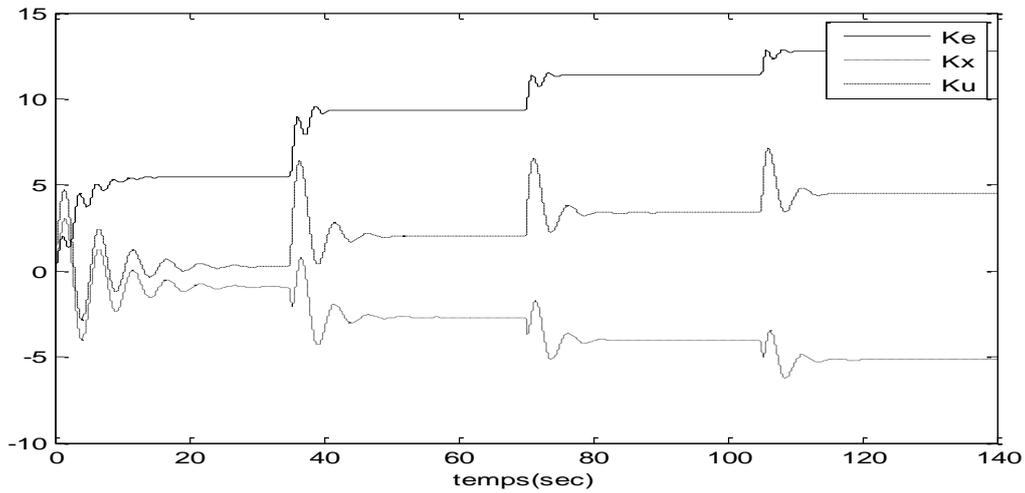


Figure 3.15. Evolution des gains K_e, K_x et K_u

Cas 2. Conception du compensateur avec une fonction $Q(s)$ dynamique

Dans ce cas, on prend

$$Q(s) = \frac{s+2}{s+1}$$

le système est le même que dans le cas précédent c.-à-d.

$$G_p(s) = \frac{y_p(s)}{u(s)} = \frac{1.5}{s^3 + 10s^2 + 10s - 1}$$

et donc le compensateur $H(s)$ à mettre en parallèle permettant de rendre le système $G_p(s)$ *ASPR* (voir figure 3.3) est donné par

$$H(s) = C_f(sI - A_f)^{-1}B_f + D_f = \frac{s^4 + 112s^3 + 1918.5s^2 + 6799s + 5048.5}{s^4 + 294s^3 + 2024.7s^2 + 4761.2s + 5982.7}$$

dont le pôles sont données par

$$\lambda(A_f) = [-286.9984 \quad -1.5150 \quad -1.9574 \quad -3.5292]$$

et qui sont aussi les racines du dénominateur de $H(s)$ et on vérifie bien que le système augmenté

$$\begin{aligned} G_a(s) &= G_p(s) + H(s) = \frac{\text{num}G_p}{\text{den}G_p} + \frac{\text{num}H}{\text{den}H} = \frac{\text{num}G_p \text{den}H + \text{den}G_p \text{num}H}{\text{den}G_p \text{den}H} \\ &= \frac{s^7 + 122s^6 + 3048.5s^5 + 27105s^4 + 92553s^3 + 119590s^2 + 50828s + 3925.6}{(s^3 + 10s^2 + 10s - 1)(s^4 + 294s^3 + 2024.7s^2 + 4761.2s + 5982.7)} \end{aligned}$$

est *ASPR* dont la mesure que

- 1) Le degré relatif de $G_a(s)$ est égal à 0

- 2) Le gain en haute fréquence $\lim_{s \rightarrow \infty} G_a(s) = 1$
- 3) $G_a(s)$ est à phase minimale car les zéros sont à partie réelle négative

Les conditions initiales sont données par

$$x_0 = [0 \ 0 \ 0]^T, \quad x_{m0} = 0 \text{ et } T_p = T_i = 1.$$

L'entrée de référence est un signal carré d'amplitude +/-1 et de période 70s.

La figure 3.16 présente les sorties du système et du modèle, la convergence de l'erreur est garantie. Cette convergence est d'autant plus rapide que les coefficients T_p, T_i sont grands. La figure 3.17 présente la commande, on voit bien qu'elle est bornée, de même, les gains sont présentés en figure 3.18 et qui sont aussi bornés.

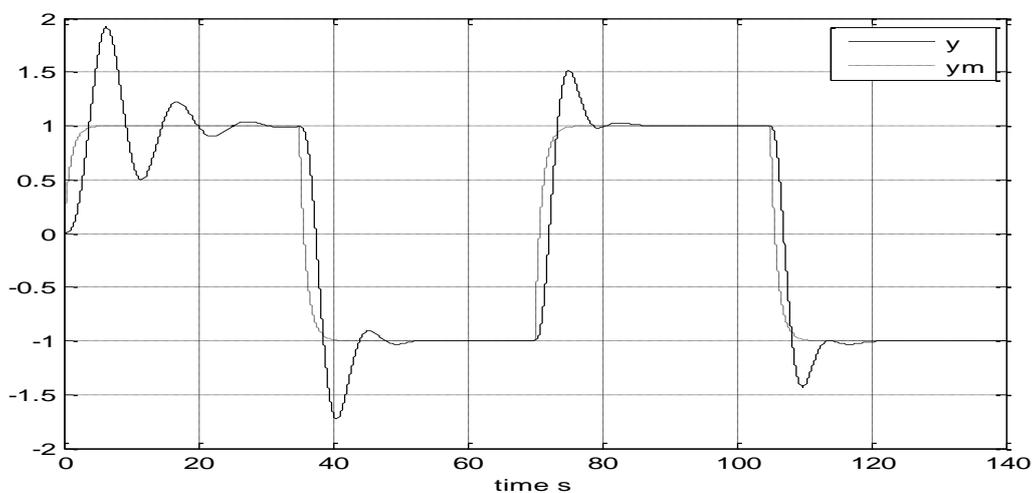


Figure 3.16. Sortie du système et du modèle

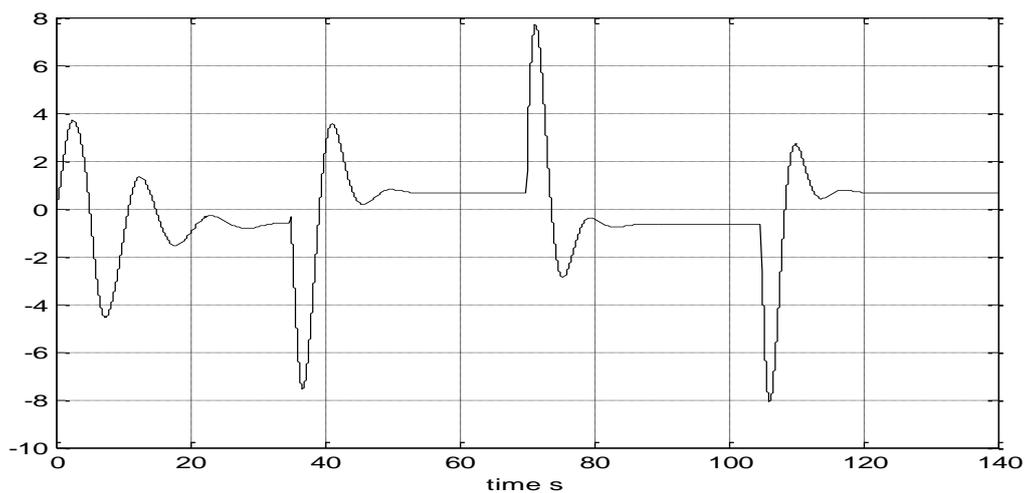


Figure 3.17. Signal de commande

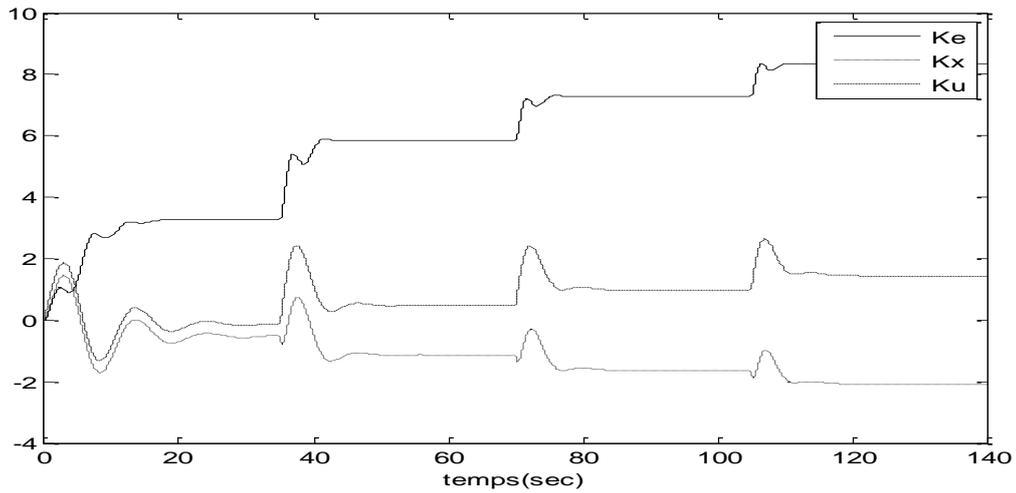


Figure 3.18. Evolution des gains K_e, K_x et K_u

3.8. Conclusion

Une méthode de conception systématique basée sur une optimisation a été conçue pour un système *SISO* et *MIMO*. Le compensateur obtenu permet de satisfaire la condition *ASPR* du système augmenté et par conséquent le suivi entre le système et modèle est d'autant meilleur que le gain du compensateur est réduit et si la compensation correspond au système et au modèle, alors le suivi est assuré après une phase transitoire. Les résultats de la simulation démontrent la viabilité de l'algorithme *MRAC* conçu en utilisant cette nouvelle méthode.

Chap 4 : Commande Adaptative par Mode Glissant Terminal avec Application sur un Système Energétique

4.1. Introduction

Ce chapitre présente un nouveau stabilisateur de système d'alimentation basé sur le mode glissant terminal. L'écart de vitesse et l'alimentation électrique sont sélectionnés comme entrées du régulateur. La surface de glissement est atteinte en un temps fini, par la suite, les états glissent sur la surface et atteignent le point d'équilibre en un temps fini. Sur la surface de glissement, la dynamique du système est régie par la forme de la surface et non par la dynamique du système, de sorte que les incertitudes correspondantes et les dynamiques adaptées (*Matched uncertainties*) sont annulées. La robustesse de la méthode proposée est vérifiée sur un bus infini à une seule machine (Single Machine Infinite Bus : *SMIB*). La simulation montre l'amélioration en terme de réduction de oscillations de la fréquence du réseau apporté par le contrôleur développé par rapport au contrôleur avance retard de phase appelé stabilisateur conventionnel du système d'alimentation (Conventional Power System Stabilizer *CPSS*) [Abd17]. La version adaptative du contrôleur terminal par mode glissant est aussi développée et appliquée à un système académique. Ce nouveau contrôleur est appelé contrôleur adaptative par mode glissant terminal (Adaptive Terminal Sliding Mode Controller *ATSMC*). Son grand avantage est qu'il n'a pas besoin de connaître la borne maximale des incertitudes vu qu'il les estime adaptativement alors qu'en mode glissant terminal, on devra connaître au préalable une borne supérieure des incertitudes si elles existent.

4.2. Description de la commande adaptative par mode glissant terminal *ATSMC*

Dans ce paragraphe on développe la version adaptative de la commande par mode glissant terminal, applicable aux systèmes incertains dont le terme d'incertitude est borné par une fonction linéaire à estimer.

Soit le système non linéaire suivant

$$\dot{x} = f(x) + Bu + d(x,t) \quad (4.1)$$

où $x = [x_1 \ x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ est le vecteur d'état, $f(x) \in R^n$ est un vecteur de fonctions connues. En outre, $d(x,t) \in R^n$ est un terme incertain représentant la dynamique non modélisée, la variation structurelle du système ainsi que les perturbations externes. La commande $u \in R^m$ et $B(n \times m)$ est une matrice connue. Les incertitudes au niveau du système (4.1) sont supposées bornées et adaptées de sorte que $d(t) \in \text{span } B$. L'objectif est de suivre un signal de référence donné x_d en temps fini à partir de n'importe quel état initial.

Soit le vecteur d'état désiré $x_d = [x_{1d} \ x_{2d}, \dots, x_{nd}]^T$. L'erreur de suivi est définie comme,

$$e = x - x_d = [(x_1 - x_{1d}) \ (x_2 - x_{2d}), \dots, (x_n - x_{nd})]^T = [e_1 \ e_2, \dots, e_n]^T \quad (4.2)$$

L'objectif est de concevoir une commande adaptative par mode glissant terminal de sorte que l'erreur de suivi résultante satisfasse

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |x - x_d| \rightarrow 0 \quad (4.3)$$

où $\|(\cdot)\|$ Désigne la norme euclidienne d'un vecteur.

4.3. Conception de la commande adaptative par mode glissant terminal ATSMC

Au début, une surface de glissement linéaire est définie, ensuite une surface de glissement terminal est obtenue de sorte que la dérivée de la commande se produise à la première dérivée de la surface de glissement terminal. La commande réelle est obtenue en intégrant la dérivée du signal de commande qui contient la fonction discontinue et donc élimine les oscillations [Bar98], [H.Li11], [Zha09]. L'incertitude est estimée à l'aide d'une loi d'adaptation adaptative. Un ensemble de surfaces de glissement est défini dans l'espace d'erreur traversant l'origine, cette ensemble est donnée par [Utk92]

$$S = [S_1 \ S_2 \ \dots \ S_m]^T = C.e = \begin{bmatrix} c_{1n} & c_{1n-1} & \dots & c_{11} \\ c_{2n} & c_{2n-1} & \dots & c_{21} \\ \cdot & & & \\ c_{mn} & c_{mn-1} & \dots & c_{m1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ e_n \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

et les $C_i = [c_{in} \ c_{i(n-1)} \ \dots \ c_{i1}]$ sont conçus telles que toutes les racines du polynôme

$$\phi(C_i, \lambda) = c_{in}\lambda^{n-1} + c_{i(n-1)}\lambda^{n-2} + \dots + c_{i2}\lambda + c_{i1}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.5)$$

sont dans le demi-plan gauche ouvert. Le choix de C détermine le taux de convergence vers la surface de glissement. La dérivée première de (4.4) donne

$$\dot{S} = C \dot{e} = C(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (4.6)$$

en utilisant (4.1) et (4.6) on a

$$\dot{S} = C(f(x) + Bu + d(x, t) - \dot{x}_d) \quad (4.7)$$

La dérivée de (4.7) donne

$$\ddot{S} = C \left(\frac{df(x)}{dt} + B\dot{u} + \dot{d}(x, t) - \ddot{x}_d \right) \quad (4.8)$$

La surface de glissement non linéaire, non singulière est donnée par

$$\sigma = S + \beta \dot{S}^{p/q} \quad (4.9)$$

Ici $\beta = \text{diag}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$ est une matrice constante positive, p et q sont des nombres entiers positifs impair choisis de telle sorte que la condition $1 < p/q < 2$ est vérifiée [S.Yu05].

La surface de glissement linéaire S est combinée avec la surface de glissement non linéaire σ pour réaliser la commande par mode glissant terminal. Si σ atteint zéro en un temps fini alors S et \dot{S} sont nulles et donc l'erreur $e = x - x_d$ tend vers zéro asymptotiquement.

La dérivée de (4.9) donne

$$\dot{\sigma} = \dot{S} + \frac{p}{q} \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \dot{S} \quad (4.10)$$

Supposition 4.1. la dérivée première de la perturbation vérifie la condition suivante

$$\left| C \dot{d}(x,t) \right| \leq \sum_{i=0}^r \bar{B}_i |x|^i, r = 0,1,\dots,n \quad (4.11)$$

Où \bar{B}_i sont des constantes positives inconnues difficile à calculer dont une loi d'adaptation devra être trouvée. Pour une perturbation périodique, on a $r = 0$, sinon le nombre de règles r est à déterminer par le concepteur.

4.4. Calcul de la commande idéale

La commande idéale correspondante à la surface de glissement non linéaire $\sigma = S + \beta \dot{S}^{p/q}$ est donnée par le théorème suivant

Théorème 4.1. Considérons le système incertain (4.1), la dynamique d'erreur de suivi (4.6) tend asymptotiquement vers zéro si la surface de glissement non linéaire est choisie comme (4.9) et la loi de commande idéale est donnée par

$$u_{id\acute{e}ale} = \int_0^t \dot{u} dt = -(CB)^{-1} \int_0^t \left[C \dot{f}(x) + C \dot{d}(x,t) - C \ddot{x}_d + \frac{q}{p} \beta^{-1} (\dot{S})^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right] dt \quad (4.12)$$

Preuve 1: En effet, en utilisant (4.8), la dérivée de la surface de glissement σ (4.9) est donnée par

$$\dot{\sigma} = \dot{S} + \frac{p}{q} \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left(C \dot{f}(x) + CB\dot{u} + C \dot{d}(x,t) - C \ddot{x}_d \right) \quad (4.13)$$

En remplaçant l'expression de \dot{u} tirée à partir de (4.12), on aura

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \dot{S} + \frac{p}{q} \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left(C \dot{f}(x) - CB(CB)^{-1} \left[C \dot{f}(x) + C \dot{d}(x,t) - C \ddot{x}_d + \frac{q}{p} \beta^{-1} (\dot{S})^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right] \right. \\ &\quad \left. + C \dot{d}(x,t) - C \ddot{x}_d \right) \\ \dot{\sigma} &= \dot{S} + \frac{p}{q} \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left(C \dot{f}(x) - \left[C \dot{f}(x) + C \dot{d}(x,t) - C \ddot{x}_d + \frac{q}{p} \beta^{-1} (\dot{S})^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right] + C \dot{d}(x,t) - C \ddot{x}_d \right) \\ \dot{\sigma} &= \dot{S} + \frac{p}{q} \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left(\left[-\frac{q}{p} \beta^{-1} (\dot{S})^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right] \right) \\ \dot{\sigma} &= \dot{S} - \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left(\left[(\dot{S})^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right] \right) = \dot{S} - \begin{bmatrix} (\dot{S}_1)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} & 0 \\ 0 & (\dot{S}_2)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\dot{S}_1)^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \\ (\dot{S}_2)^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4.5. Calcul de la commande réelle

En regardant l'expression de (4.12), il est impossible de calculer la commande dont la mesure que le terme $\dot{d}(t)$ est inconnu, on le remplace par sa borne supérieure. Suivant l'équation (4.11), le terme \bar{B}_i est estimé par \bar{B}_{ie} suivant la formule

$$\frac{dB_{ie}}{dt} = \frac{1}{\lambda_i} \frac{p}{q} |\beta_i| \left| (\dot{S}_i)^{\frac{p-1}{q}} \sigma_i \right| |x|^i \quad (4.14)$$

Théorème 4.2.

La commande réelle permettant au système (4.1) d'atteindre la surface de glissement non linéaire $\sigma = S + \beta \dot{S}^{p/q}$ et d'y rester est donnée par

$$u_{réelle} = -(CB)^{-1} \int_0^t \left[C \dot{f}(x) + \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) - C \ddot{x}_d + \frac{q}{p} \beta^{-1} (\dot{S})^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right] dt \quad (4.15)$$

Preuve 2: Considérons la fonction Lyapunov suivante

$$V(t) = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^r \lambda_i (\tilde{B}_i)^2, \quad r = 1, \dots, n \quad (4.16)$$

où

$$\tilde{B}_i = (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \quad (4.17)$$

avec \bar{B}_i est une constante inconnue, \tilde{B}_i représente l'erreur d'estimation et \bar{B}_{ie} l'estimé de \bar{B}_i . En utilisant (4.8), (4.10), (4.15) et (4.17), la dérivée temporelle de la fonction Lyapunov $V(t)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sigma^T \dot{\sigma} + \sum_{i=0}^r \lambda_i \tilde{B}_i \frac{d\tilde{B}_i}{dt} = \sigma^T \dot{\sigma} + \sum_{i=0}^r \lambda_i \tilde{B}_i \frac{dB_{ie}}{dt} = \sigma^T \dot{\sigma} + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\ &= \sigma^T \left(\dot{S} + \frac{p}{q} \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \ddot{S} \right) + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\ \dot{V}(t) &= \left(\sigma^T \dot{S} + \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] C \left(\frac{df(x)}{dt} + Bu + \dot{d}(x,t) - \ddot{x}_d \right) \right) + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(C \frac{df(x)}{dt} + CB\dot{u} + C\dot{d}(x,t) - C\ddot{x}_d \right) + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \right) \\
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(C \frac{df(x)}{dt} + CB(-CB)^{-1} \left[C\dot{f}(x) + \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) - C\ddot{x}_d + \frac{q}{p} \beta^{-1}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right) \right) \\
&\quad \left(+ C\dot{d}(x,t) - C\ddot{x}_d \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(C \frac{df(x)}{dt} + \left[-C\dot{f}(x) - \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) + C\ddot{x}_d - \frac{q}{p} \beta^{-1}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} \right) \right) \\
&\quad \left(+ C\dot{d}(x,t) - C\ddot{x}_d \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(\left[- \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) - \frac{q}{p} \beta^{-1}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} + C\dot{d}(x,t) \right) \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(\left[- \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) - \frac{q}{p} \beta^{-1}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} + C\dot{d}(x,t) \right) \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \left(\left[- \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) - \frac{p}{q} \frac{q}{p} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \beta^{-1}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} + \right) \right) \\
&\quad \left(\frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} C\dot{d}(x,t) \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \left(\left[- \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) - \sigma^T \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} (\dot{S}) \right]^{\left(\frac{-p+2}{q}\right)} + \right) \right) \\
&\quad \left(\frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S}) \right]^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} C\dot{d}(x,t) \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\sigma^T \dot{S} + \left[\begin{array}{l} -\frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) - \sigma^T \dot{S} \\ \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] C \dot{d}(x,t) \end{array} \right] + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \right) \\
&= \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) + \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] C \dot{d}(x,t) + \sum_{i=0}^r \lambda_i \bar{B}_i \frac{dB_{ie}}{dt} \\
&= \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left[- \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) + C \dot{d}(x,t) \right] + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
&= \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left[- \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) + C \dot{d}(x,t) \right] + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
\dot{V}(t) &= \frac{p}{q} \sigma^T \beta \left[\text{diag}(\dot{S})^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right] \left[- \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \text{sign}(\sigma) + C \dot{d}(x,t) \right] + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
\dot{V}(t) &= \frac{p}{q} \left(- \sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \left(\sum_{i=1}^m \sigma_i \beta_i (\dot{S}_i)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \text{sign}(\sigma_i) \right) + \frac{p}{q} \left(\sum_{i=1}^m \sigma_i \beta_i (\dot{S}_i)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(\sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{d}_j \right) \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
\dot{V}(t) &\leq \frac{p}{q} \left(- \sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \left(\sum_{i=1}^m |\sigma_i| \beta_i (\dot{S}_i)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right) + \frac{p}{q} \left| \sum_{i=1}^m \sigma_i \beta_i (\dot{S}_i)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right| \left(\sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{d}_j \right) \\
&+ \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \\
\dot{V}(t) &\leq \frac{p}{q} \left(- \sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) \left(\sum_{i=1}^m |\sigma_i| \beta_i (\dot{S}_i)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right) + \frac{p}{q} \left| \sum_{i=1}^m \sigma_i \beta_i (\dot{S}_i)^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right| \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_i |x|^i + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt} \right) \\
\dot{V}(t) &\leq \frac{p}{q} \sum_{i=1}^m |\sigma_i| \beta_i \left| \dot{S}_i \right|^{\left(\frac{p-1}{q}\right)} \left(- \sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i + \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_i |x|^i \right) \right) + \sum_{i=0}^r \lambda_i (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{dB_{ie}}{dt}
\end{aligned}$$

En remplaçant B_{ie} par son expression donnée par (4.14), c.-à-d.,

$$\frac{dB_{ie}}{dt} = \frac{1}{\lambda_i} \frac{p}{q} |\beta_i| \left| (\dot{S}_i)^{\frac{p-1}{q}} \sigma_i \right| |x|^i$$

On aura

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq \frac{p}{q} \sum_{i=1}^m |\sigma_i| |\beta_i| \left| \dot{S}_i \right|^{\frac{(p-1)}{q}} \left(\left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i \right) + \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_i |x|^i \right) \right) + \sum_{i=0}^r (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{p}{q} |\beta_i| \left| (\dot{S}_i)^{\frac{p-1}{q}} \sigma_i |x|^i \right| \\
\dot{V}(t) &\leq \frac{p}{q} \sum_{i=1}^m |\sigma_i| |\beta_i| \left| \dot{S}_i \right|^{\frac{(p-1)}{q}} \left(\sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i + \sum_{i=0}^r \bar{B}_i |x|^i \right) + \sum_{i=0}^r (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) \frac{p}{q} |x|^i \sum_{i=1}^m |\beta_i| \left| (\dot{S}_i)^{\frac{p-1}{q}} \sigma_i \right| \\
\dot{V}(t) &\leq \frac{p}{q} \sum_{i=1}^m |\sigma_i| |\beta_i| \left| \dot{S}_i \right|^{\frac{(p-1)}{q}} \left(- \sum_{i=0}^r \bar{B}_{ie} |x|^i + \sum_{i=0}^r \bar{B}_i |x|^i + \sum_{i=0}^r (\bar{B}_{ie} - \bar{B}_i) |x|^i \right) \\
\dot{V}(t) &\leq 0 \tag{4.18}
\end{aligned}$$

Par conséquent, la convergence vers un domaine $\sigma = 0$ est garantie à partir de toute condition initiale. Supposons que t_r est le moment où σ atteint zéro à partir de $\sigma(0) \neq 0$, c'est-à-dire $\sigma = 0$ pour tout $t > t_r$. Une fois σ atteint zéro, il restera à zéro en utilisant la loi de commande (4.15). ainsi, la surface de glissement S converge vers zéro en un temps fini t_f . Le temps total de $\sigma(0) \neq 0$ à $S(t_f) = 0$ peut être calculé en utilisant l'équation $S + \beta(S)^{p/q} = 0$ à partir duquel le temps passé $s(t_r)$ à $s(t_f) = 0$ est obtenu comme [S.Yu05]

$$t_f = t_r + \frac{p/q}{(p/q)-1} \beta^{-(p/q)} |s(t_r)|^{(p/q)-1} \tag{4.19}$$

Par conséquent, l'erreur (4.2) converge asymptotiquement vers zéro.

Remarque 4.1.

Le paramètre λ_i dans la loi d'adaptation (4.14) est très important, il détermine le taux de convergence de la surface de glissement. Un grand λ_i permettra une convergence rapide. Cependant, une très grande valeur de λ_i nécessitera une commande élevée, et donc impraticable et il faut trouver toujours un compromis entre une convergence rapide et une commande acceptable.

Remarque 4.2.

Au niveau de la commande (4.13), on voit apparaître la dérivée de la surface de glissement, difficile à calculer pratiquement, et on devra faire à des techniques robustes de dérivation comme le dérivateur de A. Levant [Lev03].

4.6. Définition d'un réseau électrique [Kra98],[Liv13]

Un réseau électrique est un ensemble d'infrastructures énergétiques plus ou moins disponibles permettant d'acheminer l'énergie électrique des centres de production vers les consommateurs d'électricité. Il est constitué de lignes électriques exploitées à différents niveaux de tension, connectées entre elles dans des postes électriques. Les postes électriques permettent de répartir l'électricité et de la faire passer d'une tension à l'autre grâce aux transformateurs. Un réseau électrique doit aussi assurer la gestion dynamique de l'ensemble production - transport - consommation, mettant en œuvre des réglages ayant pour but d'assurer la stabilité de l'ensemble. Le but premier d'un réseau d'énergie est de pouvoir alimenter la demande des consommateurs. Comme on ne peut encore stocker économiquement et en grande quantité

l'énergie électrique il faut pouvoir maintenir en permanence l'égalité : Production = Consommation + pertes. C'est le problème de la CONDUITE du réseau. Dans nos réseaux les pertes (transport et distribution) sont de l'ordre de 4 à 5 % de la consommation. De plus la qualité du service est un souci majeur de l'exploitant : maintien de la tension et de la fréquence dans les plages contractuelles (problème de REGLAGE du réseau), prise en compte du couplage dynamique entre production et consommation via le réseau (STABILITE), assurer l'intégrité des ouvrages (DIMENSIONNEMENT approprié et PROTECTION).

4.6.1. Le réglage du réseau

Pour ce qui concerne la tension, il s'agit d'un problème essentiellement local (compensation). Il faut limiter les transits de réactif dans le réseau. On admet des plages de variations de l'ordre de 5 à 10% selon le niveau de tension et le type de clientèle. Par contre la fréquence (liée à la vitesse de rotation des alternateurs) est un problème intéressant l'ensemble d'un système électrique interconnecté. Tout déséquilibre entre la production et la consommation entraîne une variation de vitesse (déséquilibre entre le couple moteur fourni par la turbine et le couple résistant correspondant à la charge du réseau) et donc de la fréquence. La variation de la fréquence doit être tenue dans une plage de ± 1 Hz (risque pour les pompes, pertes transformateurs, synchronisation horloges, stabilité des machines, ...).

4.7. Modèle du système de puissance [Kra95], [Liv13]

Le système *SM-IB* est formé par une machine synchrone connectée à un bus infini à travers une ligne de transmission avec une résistance r_e et une réactance x_e comme le montre la figure 4.1.

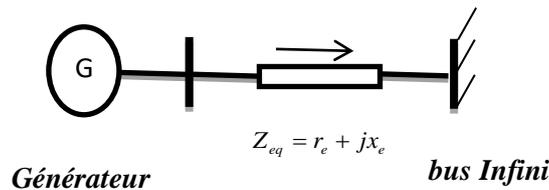


Figure 4.1. Machine synchrone avec bus infini

4.8. Dynamique du système d'alimentation [Abd17]

4.8.1. Equations d'enroulement du stator

L'équation du stator est donnée par

$$v_d = -r_s i_d + x'_q i'_q + E'_d \quad (4.20a)$$

$$v_q = -r_s i_q - x'_d i'_d + E'_q \quad (4.20b)$$

$$V_t^2 = v_d^2 + v_q^2 \quad (4.21)$$

où v_d, v_q : Tension directe et en quadrature sur les axes d et q

V_t : Tension terminale

i_d, i_q : Courant directe et en quadrature sur les axes d et q

r_s : Résistance d'enroulement du stator

x'_d : Réactance transitoire sur l'axe d

x'_q : Réactance transitoire sur l'axe q

4.8.2. Équations d'enroulement du rotor

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} (E_{fd} - E'_q - (x_d - x'_d)i_d) \quad (4.22)$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{qo}} (-E'_d - (x_q - x'_q)i_q) \quad (4.23)$$

où T'_{do} : Constante de temps transitoire sur l'axe d

T'_{qo} : Constante de temps transitoire sur l'axe q

E_{fd} : Tension d'excitation du system

x_d : Réactance synchrone sur l'axe d .

x_q : Réactance synchrone sur l'axe q .

E'_d : Tension transitoire sur l'axe d

E'_q : Tension transitoire sur l'axe q

4.8.3. Equation de couple

Le couple électrique T_e est exprimé en termes des variables E'_d, E'_q, i_d et i_q comme

$$T_e = E'_q i_q + E'_d i_d + (x'_q - x'_d) i_d i_q \quad (4.24)$$

4.8.4. Equation mécanique ou équation du rotor

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 \quad (4.25)$$

$$2H \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e - D\omega \quad (4.26)$$

où δ : Angle du rotor du générateur

ω : Vitesse angulaire du générateur

ω_0 : Vitesse de rotation nominale du générateur

H : Constante de temps d'inertie

P_m : Puissance mécanique du générateur

$D.\omega$: Couple d'amortissement

D : Coefficient d'amortissement

$P_e = T_e \cdot \omega$: Puissance électrique

$P_{en} = T_e \cdot \omega_0$: Puissance électrique nominale

La tension terminale V_t et la tension du bus infinie E_b exprimées dans les axes d et q sont données par

$$V_t = v_d + jv_q \quad (4.27)$$

$$E_b = E_{bd} + jE_{bq} \quad (4.28)$$

$$I = i_d + ji_q \quad (4.29)$$

$$V_t = (r_e + jx_e)I + E_b \quad (4.30)$$

$$v_d + jv_q = (r_e + jx_e)(i_d + ji_q) + E_{bd} + jE_{bq} \quad (4.31)$$

avec

r_e : Résistance du réseau,

x_e : Réactance du réseau

ce qui conduit à

$$v_d = r_e i_d - x_e i_q + E_{bd} \quad (4.32)$$

$$v_q = r_e i_q + x_e i_d + E_{bq} \quad (4.33)$$

Sur la figure 4.2, on a

$$v_d = r_e i_d - x_e i_q + E_b \sin(\delta) \quad (4.34)$$

$$v_q = r_e i_q + x_e i_d + E_b \cos(\delta) \quad (4.35)$$

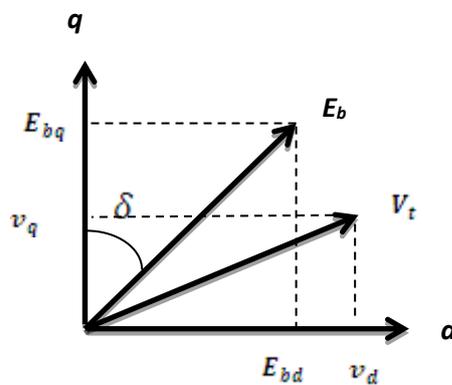


Figure 4.2. Les tensions dans les axes d - q

En utilisant les équations du stator (4.20) pour éliminer v_d et v_q dans les équations (4.34) et (4.35) et en supposant que les résistances sont négligées, on aura les expressions des courants i_d et i_q

$$i_d = \frac{E'_q - E_{bq}}{x'_d + x_e} \quad (4.36)$$

$$i_q = \frac{-E'_d + E_{bd}}{x'_q + x_e} \quad (4.37)$$

Où, en termes de l'angle de rotor δ

$$i_d = \frac{E'_q - E_b \cos(\delta)}{x'_d + x_e} \quad (4.38)$$

$$i_q = \frac{-E'_d + E_b \sin(\delta)}{x'_q + x_e} \quad (4.39)$$

L'expression de la puissance est donnée par:

$$P_u = V_t I^* = (v_d + jv_q)(i_d - ji_q) = P + jQ$$

$$P = v_d i_d + v_q i_q \quad (4.40.a)$$

$$Q = v_q i_d - v_d i_q \quad (4.40.b)$$

Si on remplace les expressions de v_d et v_q données par (4.34) et (4.35) et les courants i_d et i_q donnés par (4.38) et (4.39) dans (4.40), et en négligeant la résistance de la ligne et du générateur, on obtient:

4.8.5. Puissance active

$$P = \frac{E_b E'_q}{x'_{ds}} \sin(\delta) - \frac{E_b E'_d \cos(\delta)}{x'_{qs}} + \frac{V_b^2 \sin(2\delta)(x'_d - x'_q)}{2 x'_{ds} x'_{qs}} \quad (4.41)$$

4.8.6. Puissance réactive

$$Q = \frac{E_d'^2 x_e + E_b E'_d \sin(\delta)(x'_q - x_e) - E_b^2 x'_q \sin^2(\delta)}{x_{qs}'^2} + \frac{E_q'^2 x_e + E_b E'_q \cos(\delta)(x'_d - x_e) - E_b^2 x'_d \cos^2(\delta)}{x_{ds}'^2} \quad (4.42)$$

où $x'_{ds} = x'_d + x_e$, $x'_{qs} = x'_q + x_e$

4.9. Contrôleur à base du mode glissant terminal [Abd17].

La structure du contrôleur est donnée en figure 4.3

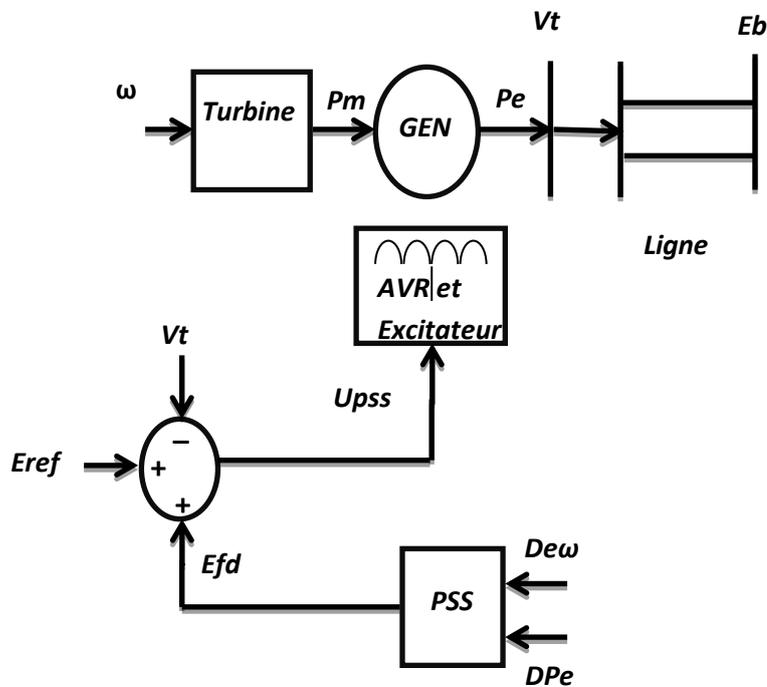


Figure 4.3. Structure du contrôleur

où $\omega, P_m, P_e, V_t, E_b$ définis auparavant

E_{fd} , tension d'excitation ou commande

U_{pss} : Commande délivrée à l'AVR et l'excitateur

AVR: Générateur de tension automatique (Automatic Voltage Generator)

PSS: Stabilisateur de système d'alimentation (Power System Stabilizer)

$D_{e\omega}$: Écart de vitesse

D_{Pe} : Ecart de puissance

E_{ref} : Tension de référence.

Le contrôleur en mode glissant terminal est basé sur la théorie classique de la commande par mode glissant ou la surface de glissement est cette fois ci non linéaire. Cette propriété permet à l'état du système, une fois la surface atteinte, de converger vers zéro en un temps fin. Le choix de la surface influe sur la dynamique de convergence. La dynamique de la surface de glissement est choisie comme

$$s = \frac{de}{dt} + \beta e^\alpha \quad (4.43)$$

Où $\beta > 0$ est un paramètre de synthèse et $\alpha = q/p$ avec p, q des entiers impair positifs satisfaisant $p > q > 0$ [Slo91]. Pour que la surface soit atteinte en temps fini, on devra satisfaire la condition suivante [Slo91].

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (4.44)$$

L'erreur $e(t)$ est donnée par

$$e = K_1(\omega - \omega_0) - (P - P_m), \quad K_1 > 0 \quad (4.45)$$

avec ω , P sont la vitesse angulaire réelle et la puissance électrique du générateur et ω_0, P_m sont leurs valeurs de référence supposées constantes.

Si la surface est atteinte, alors $S = \frac{de}{dt} + \beta e^\alpha = 0$ et donc, le temps t_f au bout duquel l'erreur est nulle $e(t_f) = 0$ est donné par

$$t_f = T + \frac{e(T)^{1-\alpha}}{\beta(1-\alpha)} \quad (4.46)$$

La dérivation de l'erreur (4.45) est donnée par:

$$\frac{de}{dt} = K_1 \frac{d\omega}{dt} - \frac{dP}{dt} \quad (4.47)$$

Donc, prenant en compte (4.25), (4.26) et (4.41), l'équation (4.47) devient:

$$\left[\frac{d(E'_q)}{dt} \frac{E_b}{x'_{ds}} \sin(\delta) + \frac{E_b E'_q}{x'_{ds}} \cos(\delta) \frac{d\delta}{dt} + \frac{E_b E'_d \sin(\delta)}{x'_{qs}} \frac{d\delta}{dt} - \frac{d}{dt} (E'_d) \frac{E_b \cos(\delta)}{x'_{qs}} + V_b^2 \frac{\cos(2\delta)(x'_d - x'_q)}{x'_{ds} x'_{qs}} \frac{d\delta}{dt} \right] \quad (4.48)$$

Enfin, l'expression de la tension du système d'excitation est [Abd17]:

$$\begin{aligned} E_{fd} = & K_1 T'_{d0} \frac{x'_{ds}}{E_b \sin(\delta)} \left[\frac{1}{2H} (P_m - P_e - D\omega) \right] - x'_{ds} \frac{T'_{d0} E'_d}{x'_{qs}} (\omega - \omega_0) \\ & - \frac{x'_{ds}}{\sin(\delta)} \left[\frac{T'_{d0}}{T'_{q0}} (-E'_d - (x_q - x'_q) i_q) \right] \frac{\cos(\delta)}{x'_{qs}} \\ & - \frac{x'_{ds}}{E_b \sin(\delta)} T'_{d0} (\omega - \omega_0) \left[\frac{E_b E'_q \cos(\delta)}{x'_{ds}} + \frac{V_b^2 \cos(2\delta)(x'_d - x'_q)}{4 x'_{ds} x'_{qs}} \right] + \frac{x'_{ds}}{E_b \sin(\delta)} T'_{d0} \beta e^{-\alpha} + E'_q + (x_d - x'_d) i_d \end{aligned} \quad (4.49)$$

4.10. Simulation 1. Exemple académique

Soit le système d'ordre deux représentant un double intégrateur avec une perturbation externe

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f + b(u + d(t)); \quad b = 1, f = x_2, d(t) = \sin(t) \end{cases}$$

Le but est de réguler l'état vers l'état d'équilibre représenté par l'origine indépendamment de la perturbation. La surface de glissement linéaire est donnée par (4.4)

$$S = Cx = [1 \ 1]x$$

et la surface de glissement non linéaire par (4.9),

$$\sigma = S + \beta \dot{S}^{p/q}$$

avec $\sigma = S + \dot{S}^{5/3}$ et tant que la perturbation est périodique, la formule (4.11) est réduite à

$$\left| C \dot{d}(x,t) \right| \leq \bar{B}_0$$

où \bar{B}_0 est un terme constant inconnue, estimé par B_{0e} suivant la formule (4.14) et donnée par

$$\frac{dB_{0e}}{dt} = \frac{1}{\lambda_0} \frac{p}{q} |\beta_0| \left| (\dot{S}_0)^{\frac{p-1}{q}} \sigma_0 \right| = \frac{15}{13} \left| \dot{S} \right|^{\frac{5-1}{3}} \sigma = \frac{5}{3} \left| \dot{S} \right|^{\frac{2}{3}} \sigma$$

La commande réelle est donnée par (4.15)

$$u_{réelle} = - \int_0^t \left[f(x) + \bar{B}_{0e} \text{sign}(\sigma) + \frac{3}{5} (\dot{S})^{\frac{1}{3}} \right] dt$$

La figure 4.4 représente les deux états x_1 et x_2 et on voit bien qu'ils convergent vers zéros à partir de l'état initial $x_0 = [1; 1]$. La figure 4.5 représente le gain d'adaptation $B_{0e}(t)$. Après un régime transitoire, il se stabilise à un constante qui vaut approximativement $\bar{B}_0 = 1.8$ représentant la valeur maximale de la dérivée de la perturbation. La figure 4.6, représente la surface de glissement σ dont elle est nulle à partir de 1.3 secondes. La commande réelle est représentée en figure 4.7, on voit bien qu'elle est continue en adéquation avec la formule (4.15).

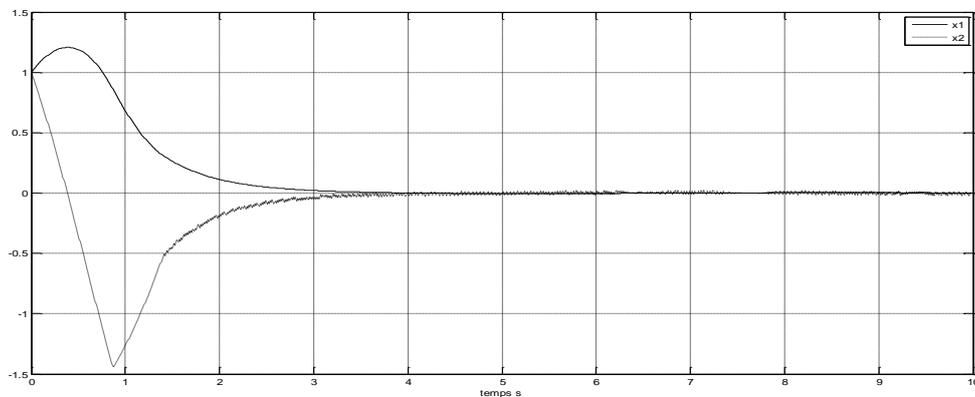


Figure 4.4. Evolution des états x_1 et x_2

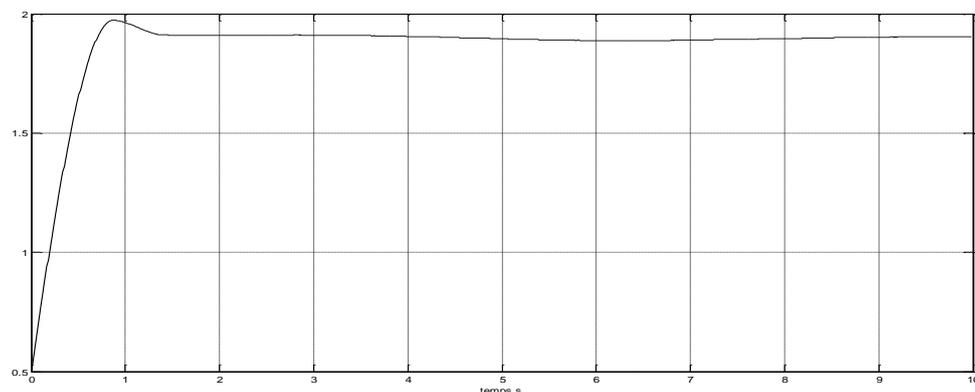


Figure 4.5. Evolution du gain d'adaptation B_{0e}

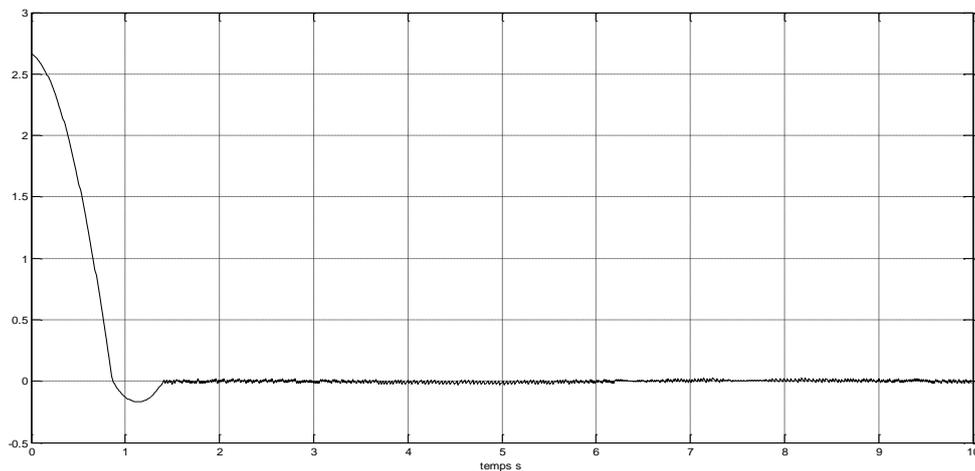


Figure 4.6. Evolution de la surface de glissement σ .

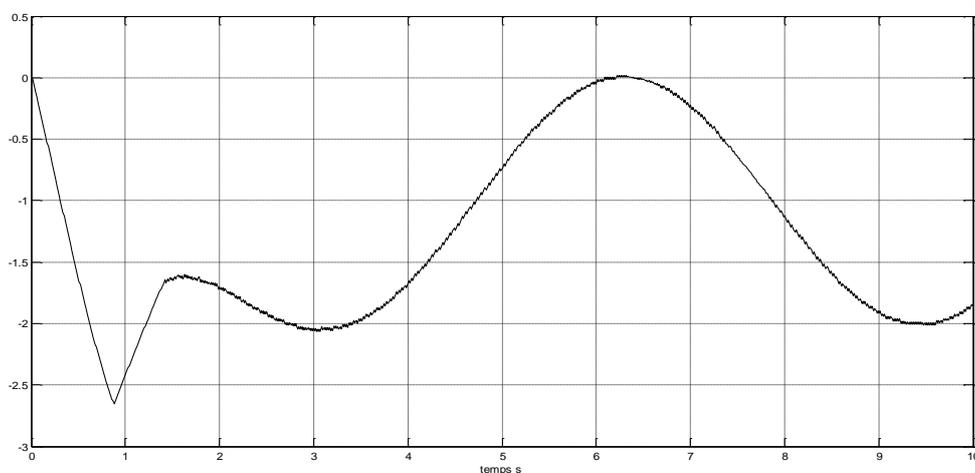


Figure 4.7. Evolution de la commande réelle

4.11. Simulation 2. Régulation de l'angle de rotor d'un système énergétique

Dans la régulation, il est demandé à ce que l'écart de vitesse retourne à zéro aussi rapide que possible à partir de n'importe quelle condition initiale avec des oscillations d'amortissement acceptable avec un temps de montée aussi petit que possible. L'élément avance retard de phase (lead lag compensator, *LLC*), aussi appelé (Conventional Power System Stabilizer, *CPSS*), [Ata12] représente un contrôleur classique utilisée pour amortir les oscillations dans les réseaux électriques.

La figure 4.8 représente l'écart de vitesse, on remarque que cette écart est moins amorti pour le contrôleur par mode glissant terminal *TSM* que pour la contrôleur avance retard de phase classique *LLC*, le temps de réponse est aussi meilleure pour le contrôleur *TSM* que le *LLC*. Sur la figure 4.9, l'angle de rotor régulé par le *TSM* est moins oscillant et se stabilise plus rapidement à environ 5s, alors qu'il est de 9s pour le *LLC*. La tension d'excitation est représentée en figure 4.10, elle ne présente pas de pic qui n'est pas le cas pour le *LLC*. La puissance électrique représentée sur la figure 4.11 évolue d'une manière moins oscillante pour le *TSM* que pour le *LLC* et se stabilise à 5s pour le premier contrôleur et à 8s pour le deuxième

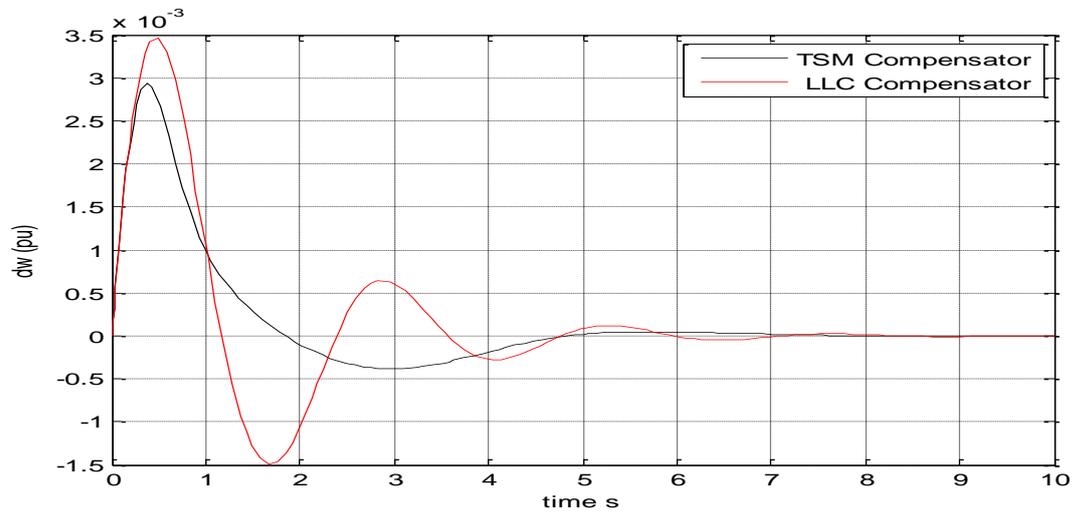


Figure 4.8. Évolution de l'écart de vitesse avec compensateur
avance retard de phase et mode glissant terminal

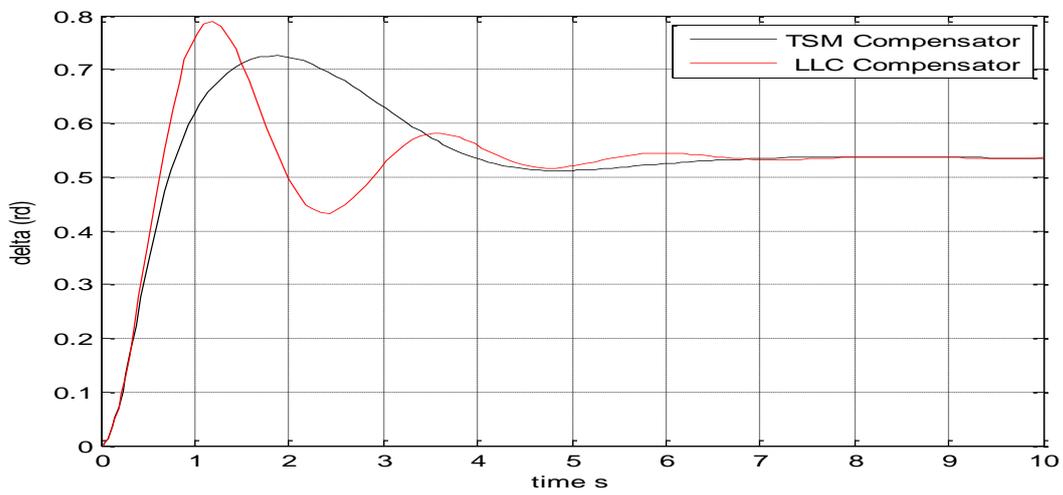


Figure 4.9. Evolution de l'angle du rotor

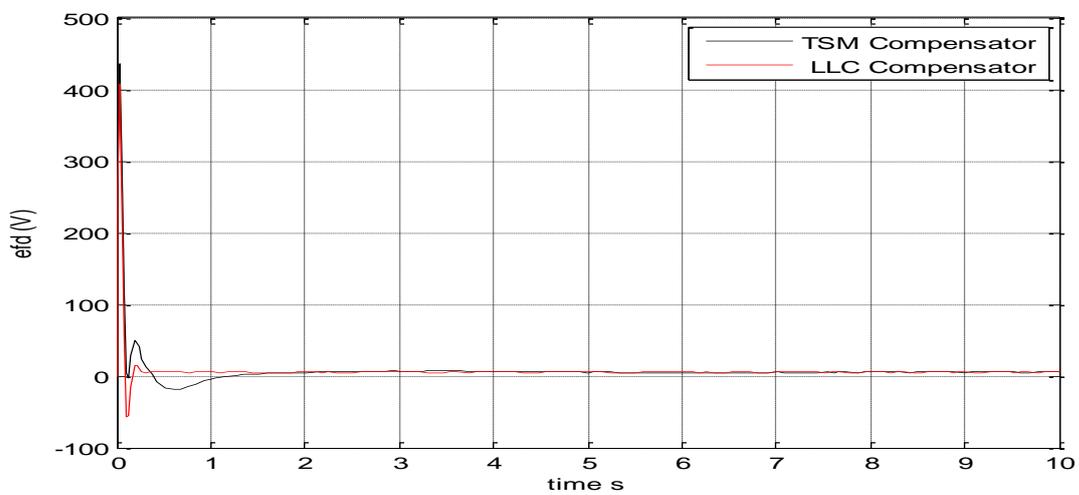


Figure 4.10. Évolution de la tension d'excitation

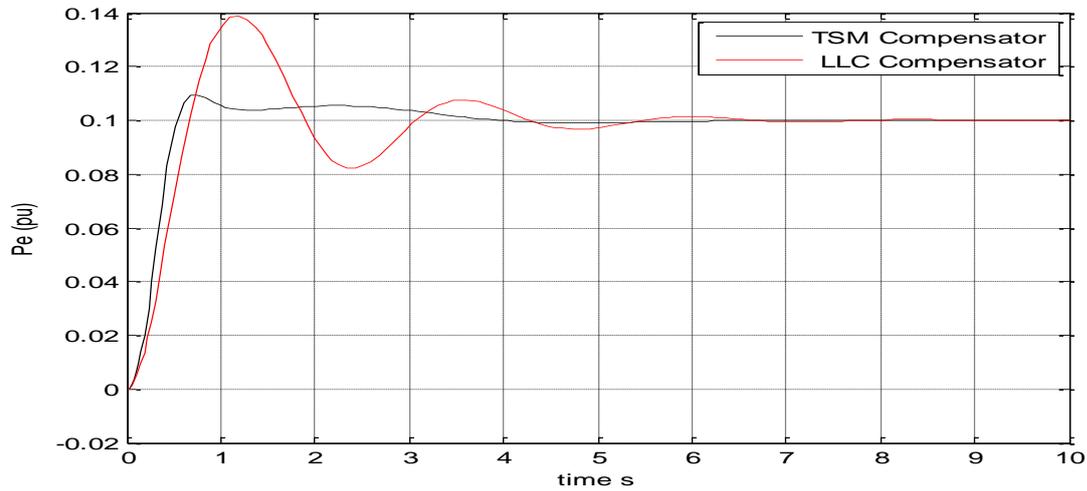


Figure 4.11. Evolution de la puissance électrique

4.12. Conclusion

La commande par mode glissant terminal est basée sur la commande par mode glissant classique avec un choix d'une surface de glissement non linéaire. Ce choix permet à l'état du système de converger en un temps fini alors qu'en mode glissant classique l'état converge asymptotiquement.

La commande par mode glissant terminal a été appliquée dans plusieurs domaines industriels. Dans ce chapitre, on l'a appliqué au premier lieu sur un exemple académique puis à la régulation de la vitesse angulaire d'une turbine d'un réseau électrique dont les entrées sont l'écart de vitesse et la puissance électrique.

Une comparaison avec un contrôleur par avance retard de phase permet de monter l'efficacité et la robustesse de notre contrôleur en terme de dépassement et en temps de réponse.

Conclusion Générale

Notre thèse consiste en la conception d'une commande adaptative associée à la commande par mode glissant terminal, on a commencé notre travail par une introduction à la commande adaptative à modèle de référence *MRAC*, thématique développée par plusieurs chercheurs et en particulier I. D. Landau, P. A. Ioannou et dont K.J. Astrom donne dans son papier [Ast95] une historique de la commande adaptative. Dans le premier chapitre, les concepts mathématiques de la commande *MRAC* sont développés en utilisant la théorie de Lyapunov afin d'obtenir les conditions de convergences de l'erreur, cette commande est appliquée à une classe de systèmes de degré relatif égal à un et à chaque fois que le degré relatif augmente, des complications et des difficultés mathématiques apparaissent ce qui fait que c'est un axe de recherche qui n'est pas encore clos. Une autre approche de la commande adaptative s'est développée avec le professeur H. Kaufman qui a introduit la commande adaptative simple *SAC* dont une description est détaillée au chapitre deux. Le problème avec cette commande est qu'elle est applicable aux systèmes presque strictement positif réel *ASPR*. Afin d'étendre cette commande aux systèmes non *ASPR* on a consacré le chapitre trois dont on a introduit des techniques de compensations basées sur l'insertion d'une dynamique en parallèle avec le système d'origine de telle sorte que le système augmenté soit *ASPR* et donc la commande *SAC* est applicable. Deux techniques sont développées, celle de I. Mizumoto et S. Ozcelik, de notre part, on a développée une technique basée sur la paramétrisation de Youla. Cette technique conçoit tous les compensateurs en fonction d'une dynamique stable $Q(s)$ et des simulations ont été faites pour une fonction de transfert $Q(s)$ constante et dynamique. L'association de la commande *SAC* avec la commande par mode glissant terminal *TSM* représente la contribution principale de cette thèse ce qui a conduit au développement de la commande adaptative par mode glissant terminal *ATSMC*. Le développement mathématique est bien fondé conduisant à une convergente de l'erreur en un temps fini. L'application de la commande *ATSMC* sur un exemple académique a donnée des résultats satisfaisants. L'application de la commande *TSMS* sur un système énergétique afin de réguler la fréquence du réseau électrique a été conduite avec succès et des résultats meilleurs ont été trouvés par rapport à un contrôleur classique.

Comme perspective, on prévoit l'insertion de la partie adaptative pour la commande de la fréquence du réseau électrique, et donc, on évite la connaissance à priori des paramètres du réseau.

Bibliographie

- [Abb13], A. Abbadi, Nezli. L, D. Boukhetala, “A Nonlinear Voltage Controller Based on Interval Type 2 Fuzzy Logic Control System for Multimachine Power Systems”, *Int J Electr Power Energy Syst*,45, pp. 456–67, 2013.
- [Abd15], M. Abdelaziz, L. Ghedjati, “Adaptive Integral Sliding Control of MIMO Systems”, *Journal of Electrical Engineering*, Vol. 15, Ed 4, 2015.
- [Abd17], M. Abdelaziz, K. Ghedjati, “Power System Stabilizer Based on Terminal Sliding Mode Control”, *Rev. Roum. Sci. Techn.– Électrotechn. et Énerg*, Vol. 62, Issue. 1, pp. 98–102, Bucarest, 2017.
- [And72], B. D. O. Anderson, S. Vongpanitlerd, “Networks Analysis and Synthesis”, *Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ*, 1972.
- [Ari13], A. Arif, S. Ray S, B. Chaudhuri , “MIMO Feedback Linearization Control for Power Systems”, *Int J Electr Power Energy Syst*, 45, pp. 87–97. 2013.
- [Ata12], K. Atabak, S. Saeed, “Application of Sliding Mode Control in Single Machine Infinite Bus System (SMIB)”, *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, Vol.6, Issue. 5, pp. 165-174, 2012.
- [Ast95], K.J. Astrom, B. Wittenmark, “A Survey of Adaptive Control Applications“, *34th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, USA, 1995.
- [Bar85a], I. Barkana, H. Kaufman, “Global Stability and Performance of a Simplified Adaptive Control Algorithm”, *Int. J. Control*, Vol. 42, Issue. 6, pp. 1491-1505, 1985.
- [Bar85b], I. Barkana, H. Kaufman, “Robust Simplified Adaptive Control for a Class of Multivariable Continuous Systems”, in *18th IEEE Conference on Decision and Control*, Ft. Lauderdale, FL, 1985.
- [Bar87], I. BarKana, “Parallel Feedforward and Simplified Adaptive Control”, *Int. J. Adaptive Control Signal Processing*, Vol. I, Issue. 2, pp. 95-109, 1987.
- [Bar91] I. Barkana, “Positive Realness in Multivariable Stationary Linear Systems”, *J. Franklin Institute*, Vol. 328, pp. 403-417, 1991.
- [Bar92], I. Barkana, and Fischl R, “A Simple Adaptive Enhancer of Voltage Stability for Generator Excitation Control”, *Proceedings of American Control Conference*, pp. 1705-1709, 1992.
- [Bar95], G. Bartolini, A. Ferrara, A.A. Stotsky, “Stability and Exponential Stability of an Adaptive Control Scheme for Plants of Any Relative Degree”, *IEEE Trans. Automat. Control AC-40*, pp. 100-104, 1995.
- [Bar98], G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usai, “Chattering Avoidance by Second-Order Sliding Mode Control”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, Issue 2, pp. 241–246, 1998.

- [Bar03], G. Bartolini, A. Pisano, E. Punta, E. Usai, “A Survey of Applications of Second-Order Sliding Mode Control to Mechanical Systems”, *International Journal of Control*, Vol.76, Issue.9-10, pp. 875-892, 2003.
- [Bar13], I. BarKana, “Extensions in Adaptive Model Tracking With Mitigated Passivity Conditions”, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vo 26, Issue 1, pp. 136-150, February 2013.
- [Bar14], I. BarKana, “Simple Adaptive Control – a Stable Direct Model Reference Adaptive Control Methodology – Brief Survey”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 28, Issue 7-8, pp. 567–603, July-August 2014.
- [Ben12], S. Benahdoug, D. Boukhetala, F. Boudjema, “Decentralized High Order Sliding Mode Control of Multimachine Power Systems”, *Int J Electr Power Energy Syst*, Vol. 43, Issue 1, pp. 1081–1086, 2012.
- [Bha95], S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat, L. H. Keel, “Robust Control, The Parametric Approach”, *Prentice Hall*, 1995.
- [Bro79], J.R. Broussard, M.J. O’Brien, “Feedforward Control to Track the Output of a Forced Model”, in *17th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, Vol. 42, pp. 1149-1155, 1997.
- [Bro80], J.R. Broussard, M. J. O’Brien, “Feedforward Control to Track the Output of Forced model”, *IEEE Trans. Automat Control*, Vol. 25, Issue 4, pp. 851-853, 1980.
- [Ces03], C. Carlos Romanillos Palerm, ”Drug infusion control: An Extended Direct Model Reference Adaptive Control Strategy”, *PhD Thesis, Faculty of Rensselaer Polytechnic Institute*, Troy, New York, 16 July 2003.
- [Che15], F. Chen, Q. Wu, B. Jiang, G. Tao, “A Reconfiguration Scheme for Quadrotor Helicopter Via Simple Adaptive Control and Quantum Logic”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 62, Issue 7, pp. 4328 – 4335, 2015.
- [Dai15], T. Daichi, M. Kazuya, S. Shinji, “Flight Evaluation of Fault-Tolerant Control System Using Simple Adaptive Control Method”, *Procedia Engineering*, Vol. 99, pp. 1035-1043, 2015.
- [Dem69], FP. Demello, C. Concordia, “Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control”, *IEEE Trans Power Apparatus Syst*, 88, pp. 316–329, 1969.
- [Den10], M. Deng, “Model Output Following Control Based on CGTA for Plants With Time Delays”, *International Journal of Systems Science*, Nov 26, 2010.
- [Doy92], J. C. Doyle, B. A. Francis, A. R. Tannenbaum, “Feedback Control Theory”. Macmillan Publishing Co, 1990.
- [Edw98], C. Edwards, S. K. Spurgeon, “Sliding Mode Control: Theory and Applications”, *Taylor & Francis*, 1998.

- [Feu78], A. Feuer, A.S. Morse, “Adaptive Control of Single-Input, Single-Output Linear Systems”, *IEEE Trans. Automat Control*, Vol. 23, pp. 557-569, 1978.
- [Fus08], G. Fusco, M. Russo M, “Adaptive Voltage Regulator Design for Synchronous Generator”, *IEEE Trans Energy Convers* 23, pp. 946–56, 2008.
- [Fuy15], C. Fuyang , W. Qingbo, J. Bin , T. Gang, “A Reconfiguration Scheme for Quadrotor Helicopter via Simple Adaptive Control and Quantum Logic”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62, 7, pp. 4328 - 4335, 2015.
- [Gan93], G.Tao and P.A. Ioannou, “Model Reference Adaptive Control for Plants with Unknown Relative Degree ”, *IEEE Trans. Automat Control*, Vol. 38, Issue. 6, June 1993.
- [Ger15], D. N. Gerasimov, M. V. Lyzlova, V. O. Nikiforov, “Simple Adaptive Control of Linear Systems With Arbitrary Relative Degree”, *Control Applications (CCA), IEEE Conference Publications* , pp. 1668 – 1673, 2015.
- [Gir89], F. Giri, P. A. Ioannou, F. Ahmed-Zaid , “A Stable Indirect Adaptive Control Scheme for First-Order Plants with no Prior Knowledge on the Parameters”, *Proceedings of the 28th Conference on Decision and Control* Tampa, Florida December 1989.
- [H.Li11], H. Li, X. Liao, C. Li, and C. Li, “Chaos Control and Synchronization Via a Novel Chatter Free Sliding Mode Control Strategy” , *Neurocomputing*, vol. 74, Issue. 17, pp. 3212–3222, 2011.
- [Hua05], Y. C. Huang, T. Z. S. Li, “Fuzzy Terminal Sliding-Mode Controller for Robotic Manipulators”, *In Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics*, Taipei, Taiwan, pp. 858-863, 2005.
- [Hua14], J. Huang, Z. Liu, “A Simple Adaptive Control Approach for Flexible Joint Robots ”, *33rd Chinese Control Conference (CCC)*, 2014, pp. 8741 – 8746, 2014.
- [Isi89], A. Isidori. “Nonlinear Control Systems”, *second edition, Springer Verlag*, New York, 1989.
- [Iwa92], Z. Iwai, I. Mizumoto, “Robust and Simplified Adaptive Control Systems”, *Int. J. Control*, Vol. 55, Issue. 6, pp. 1453-1470, 1992.
- [Iwa94a], Z. Iwai, I. Mizumoto, “Realization of Simple Adaptive Control by Using Parallel Feedforward Compensator”, *Int. J. Control*, Vol. 59, Issue. 6, pp. 1543-1565, 1994.
- [Iwa94b], Z. Iwai, I. Mizumoto, M. Deng, “A Parallel Feedforward Compensator Virtually Realizing Almost Strictly Positive Real Plant”, *Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control*, Lake Buena Vista, pp. 2827-2832, 1994.
- [Kai80], T. Kailath, “Linear Systems”, *Prentice Hall, Englewood Cliffs*, New Jersey, 1980.
- [Kau84], H. Kaufman, R.J. Roy, Xu X, “Model Reference Adaptive Control of Drug Infusion Rate”, *Automatica*, Vol. 20, pp. 205-210, 1984.

- [Kau93a], H. Kaufman, G. Neat, “Asymptotically Stable Mimo Direct Mrac for Processes not Necessarily S a positive Real Constraint”, *Int. J. Control*, Vol. 58, pp. 1011-1031, 1993.
- [Kau94], H. Kaufman, I. BarKana, K. Sobel, “Direct Adaptive Control Algorithms”, *Springer-Verlag*, 1994.
- [Kel01], P. G. Keleher, R. J. Stonier, “Adaptive Terminal Sliding Mode Control of a Rigid Robotic Manipulator With Uncertain Dynamics Incorporating Constraint Inequalities”, *Anziam Journal*, Vol. 43, pp. 102-153, 2001.
- [Kou76], B. Kouvaritakis and A. G. J. MacFarlane, “Geometric Method for Computing Zeros of Square Matrix Transfer Functions,” *Int. J. Control*, Vol. 23, pp. 149-166, 1976.
- [Kra95], P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff, “Analysis of Electric Machinery”, *New York, IEEE Press*, 1995.
- [Kun94], P. Kundur. “Power System Stability and Control”, *New York, McGraw-Hill*, 1994.
- [Lag03], S. Laghrouche, F. Plestan, A. Glumineau, “Higher Order Sliding Mode Control Based on Optimal Linear Quadratic Control”, in *Proc. of the European Control Conference ECC*, University of Cambridge, UK, 1 – 4, September, 2003.
- [Lan79], I. D. Landau, “Adaptive Control-The Model Reference Approach”, *Marcel Dekker*, New York, 1979.
- [Lev93], A. Levant (L.V. Levantovsky), “Sliding Order And Sliding Accuracy in Sliding Mode control”, *International Journal of Control*, 58(6), pp. 1247-1263, 1993.
- [Lev00], A. Levant, A. Pridor, R.Gitizadeh, I.Yaesh, J. Z. Ben-Asher. “Aircraft Pitch Control via Second Order Sliding Technique”, *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 23(4), pp. 586-594, 2000.
- [Lev03], A. Levant, “Higher-Order Sliding Modes, Differentiation and Output-Feedback Control”, *International Journal of Control*, Vol. 76, (9/10), pp. 924-941, 2003.
- [Lev04], A. Levant, L. Alelishvili, “Transient Adjustment of High-Order Sliding Modes”, in *Proc. of the 7th Scientific Workshop “Variable Structure Systems VSS'2004*, Vilanova, Spain, September 6-8, 2004.
- [Lev05], A. Levant, “Homogeneity Approach to High-Order Sliding Mode Design”, *Automatica*, 41(5), pp. 823-830, 2005.
- [Liu12], H. Liu, ZC . Hu, YH. Song, “Lyapunov-Based Decentralized Excitation Control for Global Asymptotic and Voltage Regulation of Multi-Machine Power Systems”, *IEEE Trans Power Syst*, Vol. 27, Issue 4, :2262–2270, 2012.
- [Liv13], Liva Falisoa Rafanotsimiva, ”Etude de Commandes non Linéaires Pour Réseaux Electriques - Application à un Système SMIB”, *Engineering Sciences . Université d'Antsiranana*, , French, 2013.

- [Lu.Q96], Q. Lu, Y. Sun, Z. Xu, T. Mochizuki, “Decentralized Nonlinear Optimal Excitation Control”, *IEEE Trans Power Syst.*; Vol. 1, pp. 1957–1962, 1996.
- [Lzd91], M. Way, K. Zhou, J. C. Doyle, “Stabilization of lift systems”, *In Proceedings of Conference on Decision and Control*, pp. 1239–1244, 1991.
- [Mah12], MA. Mahmud, HR. Pota, MJ. Hossain, “Full-Order Nonlinear Observer-Based Excitation Controller Design for Interconnected Power Systems Via Exact linearization Approach”. *Int J Electr Power Energy Syst* 41, pp. 54–62, 2012.
- [Man94], Z. H. Man, A. P. Paplinski, H. R. Wu, “A Robust MIMO Terminal Sliding Mode Control Scheme for Rigid Robotic Manipulators”. *IEEE Trans Automat Control*, Vol. 39, Issue. 12, pp. 2464-2469, 1994.
- [Man97], Z. H. Man, X. Yu, “Adaptive Terminal Sliding Mode Tracking Control for Rigid Robotic Manipulators with Uncertain Dynamics”, *JSME International Journal, Series C*, Vol. 40, Issue. 3, pp. 493-502, 1997.
- [Man99], Z. Man, O'D. Mike, Y. Xinghuo, “A Robust Adaptive Terminal Sliding Mode Control for Rigid Robotic Manipulators”, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 24, Issue. 1, pp. 23-41, 1999.
- [Mao90], C. Mao, O.P. Malik, G.S. Hope, J. Fan, “An Adaptive Generator Excitation Controller Based on Linear Optimal Control”, *IEEE Trans Energy Convers*, Vol. 5, Issue. 4, pp. 673–378, 1990.
- [Mar84], I. Mareels, “A Simple Self Tuning Controller for Stably Invertible Systems”, *Systems Control Lett*, 4, 5-16, 1984.
- [Meh11], S. Mehraeen, S. Jagannathan, ML Crow, “Power System Stabilization Using Adaptive Neural Network-Based Dynamic Surface Control”, *IEEE Trans Power Syst*. Vol. 26, Issue. 2, pp. 669–680, 2011.
- [Min12], L. Min, X. Shijie, H. Chao, “A Backstepping Simple Adaptive Control Application to Flexible Space Structures”, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 25, Issue 3, pp. 446-452, June 2012.
- [Miz96], I. Mizumoto, Z. Iwai, “Simplified Adaptive Model Output Following for Plants With Unmodeled Dynamics”, *Int. J. Control*, Vol. 64, Issue. 1, 61-80, 1996.
- [Mou09], E. Mouni, S. Tnani, G. Champenois, “Synchronous Generator Output Voltage Realtime Feedback Control Via H1 Strategy”, *IEEE Trans Energy Convers* Vol. 24, Issue. 2, pp. 329–37, 2009.
- [Nar89], K. S. Narendra, A.M. Annaswamy, “Stable Adaptive Systems”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- [Ozc95], S. Ozcelik, H. Kaufman, “Robust Direct Model Reference Adaptive Controllers”, *in Proceedings CDC. IEEE*, pp. 3955-3960, 1995.

- [Ozc97], S. Ozcelik, H. Kaufman, “Design of MIMO Robust Direct Model Reference Adaptive Controllers”, *Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control*, San Diego, California USA, December 1997.
- [Par96], K. B. Park, J. J. Lee, “Comments on a Robust MIMO Terminal Sliding Mode Control Scheme for Rigid Robotic Manipulators”. *IEEE Trans Automat Control*, Vol. 41, Issue. 5, pp. 761-762, 1996.
- [Pet86], P. A. Ioannou and K. S. Tsakalis, “A Robust Direct Adaptive Controller”, *IEEE Trans Automat Control*, Vol. 31. Issue. 11, Nov 1986.
- [Roy92], C. Yu, R. Roy R, H. Kaufman, B. Bequette, “Multiple-Model Adaptive Predictive Control of Mean Arterial Pressure and Cardiac Output”, *IEEE Trans. BME*, pp. 765-778, 1992.
- [Sha77], U. Shaked, “The Zero Properties of Linear Passive Systems”, *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. 22, Issue. 6, pp. 973-976, 1977.
- [Shu12], Li. Shuang, P. Yuming , “Command Generator Tracker Based Direct Model Reference Adaptive Tracking Guidance for Mars Atmospheric Entry”, *Advances in Space Research*, Vol. 49, Issue 1, pp. 49-63, January 2012.
- [Slo91], J.-J. E. Slotine, W. Li, “*Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall Inc”, London, 1991.
- [Sqa10], S. Q. An, T. Lu, Y. J. Ma, “Simple Adaptive Control for SISO Nonlinear Systems Using Neural Network Based on Genetic Algorithm”, *Machine Learning and Cybernetics (ICMLC), International Conference.*, Vol. 2, pp. 981 – 986, 2010.
- [Sob79], K. Sobel, H. Kaufman, L. Mabijs, “ Model Reference Output Adaptive Control Systems Without Parameter Identification”, *18th IEEE Conference on Decision and Control*, Ft. Lauderdale, FL, 1979.
- [Ste12], U. Steve, “Direct Adaptive Control Methodologies for Flexible-Joint Space Manipulators with Uncertainties and Modeling Errors”, *PhD thesis*, Faculty of Graduate and Postdoctoral Affairs, Carleton University, Ottawa, Ontario, 2012.
- [S.Yu05], S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh, and Z. Man, “Continuous Finite-Time Control for Robotic Manipulators With Terminal Sliding Mode” ,*Automatica*, vol. 41, pp. 1957–1964, 2005.
- [Utk09], V.I. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, “Sliding Mode Control in Electro-mechanical Systems”, *CRC Press. Taylor & Francis Group*, 2009.
- [Vla11], K. Vladimír, “A Method to Teach the Parameterization of All Stabilizing Controllers”, *IFAC Proceedings Volumes* Vol. 44, Issue 1, pp.6355-6360, 2011.
- [Wen89], J. T. Wenn. “Time-domain and Frequency Domain Conditions for Strict Positive Real-ness”, *IEEE Trans Automat Control*, Vol. 33, Issue. 10, pp. 988-992, 1989.

- [Wes92], S.S. Westvold, "Model Reference Adaptive Control of Cardiac Output and Mean Arterial Pressure in a Realistic Model of a Circulatory System", *Master's thesis*, Rensselaer Polytechnic Institute, 1992.
- [Xin96], Y. Xinghuo, M. Zhihong Man, "Model Reference Adaptive Control Systems with Terminal Sliding Modes", *International Journal of Control*, Vol. 64, Issue 6, pp. 1165-1176, 1996.
- [Wit97], B. Wittenmark "A Survey of Adaptive Control Applications", *Dynamic Modeling Control Applications for Industry Workshop, 1*, Vancouver, BC, Canada, Canada, 26-27 May 1997.
- [Yao14], W. Yao, L. Jiang, J. Fang, J. Wen, S. Cheng, "Decentralized Nonlinear Optimal Predictive Excitation Control for Multi-Machine Power Systems", *Int J Electr Power Energy Syst*, Vol. 55, pp. 620-627, 2014.
- [Yjb76], D.C. Youla, H.A. Jabr, and J.J. Bongiorno, "Modern Wiener-Hopf Design of Optimal Controllers: Part II", *IEEE Trans Auto Control*, Vol.21, Issue.3, pp. 319-338, 1976.
- [Yux02], X. H. Yu, J. X. Xu. "Variable Structure Systems: Towards the 21st Century", *Berlin, Germany: Springer-Verlag*, 2002.
- [Yus03], S. H. Yu, X. H. Yu, R. Stonier, "Continuous Finite Time Control for Robotic Manipulators With Terminal Sliding Modes", *In Proceedings of the 6th International Conference of Information Fusion, IEEE*, Vol. 2, pp. 1433-1440, 2003.
- [Zeh86], E. Zeheb, "A Sufficient Condition for Output Feedback Stabilization of Uncertain Systems", *IEEE Trans Automat Control*, Vol.31, Issue. 11, pp.1055 - 1057, 1986.
- [Zha95], Y. Zhang, P. A. Ioannou, "Comparison of a Nonlinear Adaptive Controller with Certainty-Equivalence Type Adaptive Controllers", *Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control*, New Orleans, LA - December- 1995.
- [Zha09], N. Zhang, M. Yang, Y. Jing, and S. Zhang, "Congestion Control for Diffserv Network Using Second-Order Sliding Mode Control", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, Issue. 9, pp. 3330-3336, 2009.
- [Zho96], K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, "Robust and Optimal Control", *Prentice Hall*, 1996.

Annexe Notions Préliminaires

1. Introduction

Cette annexe contient des définitions utiles et des lemmes concernant la propriété de réelle positivité des systèmes en supposant que ces derniers possèdent une réalisation minimale.

2. Définitions de base

Définition 1.

- 1.a) Une matrice $A_p(n, n)$ est semi-définie positive ssi $\forall x \in \mathbb{R}^n, x^T A_p x \geq 0$ pour $x \neq 0$.
- 1.b) Une matrice $A_p(n, n)$ est définie positive ssi $\forall x \in \mathbb{R}^n, x^T A_p x > 0$ pour $x \neq 0$.
- 1.c) Un polynôme d'ordre n est dit monique si le coefficient de s^n est égal à un.
- 1.d) Un polynôme est dit d'Hurwitz s'il est stable, c.-à-d. ses racines se trouvent dans le demi plan gauche.
- 1.e) Une matrice est dite d'Hurwitz si elle est stable, c.-à-d. ses valeurs propres se trouvent dans le demi plan gauche, (système continu).
- 1.f) On définit le degré de MacMillan d'un système *MIMO*, $\{A_p(n, n), B_p(n, m), C_p(m, n), D_p(m, m)\}$, comme étant le nombre de pôles n et le nombre de zéros p .
- 1.g) On définit le degré relatif de MacMillan n^* d'un système *MIMO* comme étant la différence entre les pôles et le nombre de zéros $n^* = n - p$.
- 1.h) les pôles et les zéros sont donnés par $B(s) = 0, A(s) = 0$ ou

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \det(G_p(s)) = \det(C_p(sI - A_p)^{-1} B_p + D_p) \quad (\text{A.1})$$

- 1.i) Les zéros se calculent comme les valeurs de s rendant la matrice $H(s)$ singulière, ou $H(s)$ est donnée par : [Sha77].

$$H(s) = \begin{bmatrix} sI - A_p & -B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

- 1.j) Le gain en haute fréquence pour les systèmes *SISO* est défini par

$$k_p = \lim_{s \rightarrow \infty} s^{n^*} G_p(s) \neq 0, n^* = n - p, n^* : \text{degré relatif} \quad (\text{A.3})$$

- 1.k) Le gain en haute fréquence pour les systèmes *MIMO* est défini par

$$k_p = \lim_{s \rightarrow \infty} \text{diag}(s^p) G_p(s) \neq 0, s^p = [s^{p1}, s^{p2}, \dots, s^{pm}] \quad \det(k_p) \neq 0 \quad (\text{A.4})$$

- 1.k) Le gain en haute fréquence (*SISO* et *MIMO*) est défini aussi par

$$k_p = CB, \det(k_p) = \det(CB) \neq 0 \quad (\text{A.5})$$

Définition 2. [Lan79, [And72], La matrice de transfert $G_p(s)(m \times m)$ est dite positive réelle *PR* si

- 1.a) Tous les éléments de $G_p(s)$ sont analytiques dans $Re(s) > 0$ (c'est-à-dire qu'ils n'ont pas de pôles dans $Re(s) > 0$,

1.b) $G_p(s)$ est réelle pour s réelle,

1.c) $G_p(s) + G_p^*(s) \geq 0$ pour $Re(s) > 0$,

Les systèmes positifs réels sont stables (mais pas nécessairement asymptotiquement stables) et à phase minimale (mais pas nécessairement strictement à phase minimale). On montre [And72] que si un système positif réel ayant la réalisation minimale (contrôlable et observable) $\{A_p, B_p, C_p, D_p\}$ avec $D_p > 0$, les conditions de réelle positivité implique la satisfaction dans le domaine temporel des relations suivantes

$$PA_p + A_p^T P = -Q - L^T L \leq 0 \quad (\text{A.6})$$

$$PB_p = C_p^T - L^T W \quad (\text{A.7})$$

$$D_p + D_p^T = W^T W \quad (\text{A.8})$$

Où $A_p \in R^{n \times n}$, $B_p \in R^{n \times m}$, $C_p \in R^{m \times n}$, $D_p \in R^{m \times m}$, $L \in R^{m \times n}$, $W \in R^{m \times m}$, $P \in R^{n \times n}$, $P = P^T > 0$ et $Q \in R^{n \times n}$, $Q = Q^T \geq 0$. On suppose aussi que B_p et C_p sont de rang maximal. Dans le cas d'une réalisation minimale, strictement propre et strictement positive réelle *SPR* avec $D_p = 0$, on obtient $W = 0$ et la matrice $L^T L$ peut être incluse dans Q , ainsi, les relations de positive réelle deviennent

$$PA_p + A_p^T P = -Q \leq 0 \quad (\text{A.9})$$

$$PB_p = C_p^T \quad (\text{A.10})$$

Définition 3. [Bar87], Soit $G_p(s)$ ($m \times m$) une matrice de transfert. Supposons qu'il existe une matrice de gain K_e définie positive non nécessairement connue, telle que la fonction de transfert en boucle fermée

$$G_{cl}(s) = [I + G_p(s)K_e]^{-1} G_p(s) \quad (\text{A.11})$$

est *SPR*, dans ce cas, on dit que la matrice $G_p(s)$ est presque *SPR*, c.-à-d. *ASPR*. [Bar87]. Si $D_p > 0$, on a la définition suivante:

Définition 4. [Wen89], La matrice $G_p(s) = C_p(sI - A_p)^{-1} B_p + D_p$ avec $D_p > 0$ est dite *SPR ssi*

3.a) Tous les éléments de $G_p(s)$ sont analytiques dans $Re(s) \geq 0$,

3.b) $G_p(s)$ est réelle pour s réelle,

3.c) $G_p(s) + G_p^*(s) \geq \varepsilon I$ pour $Re(s) \geq 0$, $\varepsilon > 0$.

Définition 5. La matrice de transfert strictement propre $G_p(s) = C_p(sI - A_p)^{-1}B_p$ est dite fortement positive réelle (Strongly Positive Real : *STPR*) si

4.a) Tous les éléments de $G_p(s)$ sont analytiques dans $Re(s) > 0$,

4.b) $G_p(s)$ est réelle pour réelle s ,

4.c) $G_p(s) + G_p^*(s) \geq 0$ pour $Re(s) \geq 0$ et $G_p(s) + G_p^*(s) > 0$ pour $Re(s) \geq 0$ et s finie.

3. Les lemmes des systèmes *ASPR*

Suivant [Cau58], on a

1) $G_p(s)$ est *SPR* $\Leftrightarrow G_p^{-1}(s)$ est *SPR*,

2) $G_p(s)$ est *STPR* $\Leftrightarrow G_p^{-1}(s)$ est *STPR*.

On utilise également le fait que toute matrice de transfert $G_p(s)$, *SPR* est asymptotiquement stable et à phase strictement minimale et de degré de MacMillan n/n (propre), $(n-m)/n$ (strictement propre), [Sha77], ou $n/(n-m)$ (impropre). On définit les grandes matrices comme suit [Kou76]:

$$K_2 > K_1 \Leftrightarrow \Delta K = K_2 - K_1 \geq 0$$

(on note que ni K_1 ni K_2 sont requis d'être définie positive ou négative). On présente maintenant des lemmes utiles liés à la réelle positivité et presque réelle positivité.

Lemme 1. Soit $G_p(s)$ ($m \times m$) une matrice de transfert strictement à phase minimale de degré relatif de MacMillan $(n-m)/n$ ayant la réalisation minimale $\{A_p, B_p, C_p\}$ où $C_p B_p > 0$ (définie positive). Alors, $G_p(s)$ est *ASPR*. En d'autres termes, il existe un gain K_e de sorte que le système fictif en boucle fermée satisfait aux conditions de stricte réelle positive.

$$P_p(A_p - B_p K_e C_p) + (A_p - B_p K_e C_p)^T P_p = -Q < 0 \quad (\text{A.12})$$

$$P B_p = C_p^T \quad (\text{A.13})$$

il est clair que les systèmes *STPR* satisfont les hypothèses du Lemme 1 et sont donc *ASPR*. En outre, s'il existe une matrice de retour de sortie constante qui rende un système *STPR*, le système devient *SPR* avec une matrice de sortie "plus grande".

Lemme 2. Toute matrice de transfert $G_p(s)$ ($m \times m$) propre (mais non strictement propre) et strictement à phase minimale est *ASPR*.

Lemme 3. Soit $G_p(s)$ *ASPR* et soit K_{emin} tout gain qui satisfait (A.11), alors $G_p(s)$ reste *SPR* pour tout gain $K > K_{emin}$.

Lemme 4. Soit $G_a(s)(m \times m)$ une matrice de transfert de degré de MacMillan arbitraire. $G_a(s)$ n'est pas nécessairement stable ou à phase minimale. On suppose pour plus de commodité que $G_a(s)$ est strictement propre. Soit K_e une matrice de retour de sortie non singulière de sorte que la matrice de transfert en boucle fermée (Figure A.3)

$$G_s(s) = [I + G_a(s)K_e]^{-1} G_a(s) \quad (\text{A.14})$$

soit asymptotiquement stable. Alors la matrice de transfert en boucle ouverte du système augmenté

$$G_a(s) = G_p(s) + K_e^{-1} \quad (\text{A.15})$$

est *ASPR*. On note que le système *ASPR* augmenté $G_a(s)$ n'est pas stable si le système original $G_p(s)$ n'est pas stable. Cependant, il est stabilisable d'une manière robuste par des contrôleurs non-linéaires ou adaptatifs.

Lemme 5. Soit $G_p(s)(m \times m)$ comme défini dans le lemme 4 et soit

$$C_c(s) = K(1 + qs) \quad (\text{A.16})$$

un stabilisateur pour $G_p(s)$ (Figure A.1). Alors, le système augmenté (Figure A.2).

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) = G_p(s) + C_c^{-1}(s) = G_p(s) + \frac{K^{-1}}{1 + qs} \quad (\text{A.17})$$

est *ASPR*, c.-à-d., le système bouclé $G_s(s)$ (Figure A.3) est *SPR* pour une certaine matrice K_e .

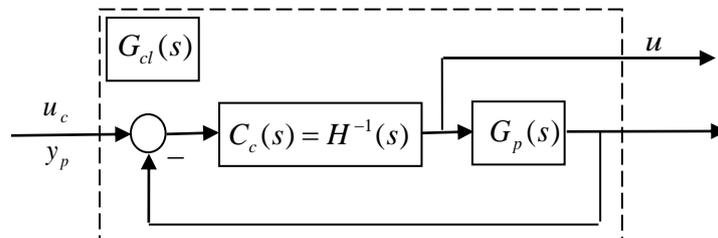


Figure A.1. Système en boucle fermée

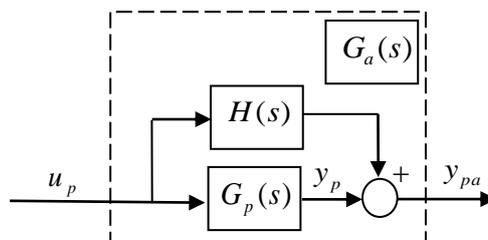


Figure A.2. Système augmenté

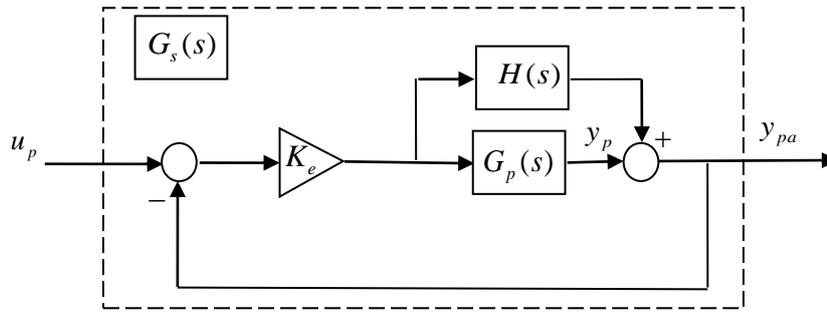


Figure A.3. La configuration fictive *SPR*

Lemme 6. Soit $G_p(s)$ ($m \times m$) comme défini dans le lemme 4 et soit $C_c(s)$ un contrôleur dynamique stabilisateur (Figure A.1), alors

$$G_a(s) = G_p(s) + H(s) = G_p(s) + C_c^{-1}(s) \quad (\text{A.18})$$

est *ASPR* si le degré de MacMillan de $G_a(s)$ est p/p ou $(p-m)/p$ pour tout p .

Résumé,

On a développé dans cette thèse une commande adaptative simple *SAC* associée à une commande par mode glissant terminal. La commande adaptative permet de réguler un système à paramètres variables, alors que le mode glissant terminal permet de contrecarrer les perturbations et de faire une régulation en temps fini. On a décrit au premier lieu la commande adaptative à modèle de référence *MRAC* ainsi que les conditions d'applicabilité. On est passé à la commande *SAC* et son application aux systèmes presque positifs *ASPR* ainsi que son extension aux systèmes non *ASPR*. On a terminé notre travail par la conception d'une commande adaptative à base du mode glissant terminal *ATSMC*. Comme exemple de régulation d'un système physique, on a pris un réseau électrique où on a régulé sa fréquence. Les résultats trouvés sont meilleurs par rapport à un régulateur avance retard de phase classique.

Mots clés : *Commande Adaptative, Mode Glissant Terminal, Stabilité, Systèmes Positifs, Machine Unique Bus Infini, Regulateur Avance Retard de Phase.*

Abstract,

We have developed in this thesis a Simple Adaptive Control *SAC* associated with a Terminal Sliding Mode *TSC*. The adaptive control allows to regulate a system with parameters variation, while the terminal sliding mode allows to counteract the disturbances and to make a regulation in finite time. Firstly, the Model Reference Adaptive Control *MRAC* and the conditions of applicability have been described, the *SAC* control has been applied to Almost Strictly Positif Real Systems *ASPR* and its extension to non-*ASPR* systems. We completed our work with the design of an adaptive control based on terminal sliding mode *ATSMC*. As an example an electrical network has been taken where we have to regulate its frequency. The results found are better compared to a conventional lead lag compensator.

Key Words: *Adaptive Control, Terminal Sliding Mode, Stability, Positive Systems, Single Machine Infinite Bus, Lead Lag Compensator.*

المخلص,

لقد قمنا في هذه الأطروحة بإنشاء "نظام تحكم تكيفي بسيط" وذلك بإضافة "نظام تحكم انزلاقي النظام التكيفي" يسمح بإحباط الإضطرابات ويعمل على التنظيم في وقت محدد. ولقد وصفنا في بداية الأمر "النظام التكيفي" المرفق بنموذج مرجعي " *MARC* " وكذلك شروط التطبيق ثم تطرقنا إلى نظام التحكم *SAC* مع التطبيقات على "نظام التقريب الإيجابي *ASPR* " كذلك تمديده إلى " نظام *Nom ASPR* " وقد أنهينا هذا العمل بتصميم نظام تحكم تكيفي كأساس "نظام انزلاقي نهائي *ATSMC*. ولتجسيد هذا النظام قمنا بتطبيقه على الشبكة الكهربائية أين قمنا بضبط التردد f . النتائج المحصلة عليها جيدة بمقارنتها لنظام التحكم لمنظم مسبق تأخر الطويلة الكلاسيكي.

الكلمات المفتاحية : التحكم التكيفي, نظام تحكم انزلاقي, الاستقرار, نظم إيجابية, منظم مسبق تأخر الطويلة.