

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE FERHAT ABBAS DE SETIF  
UFAS (ALGERIE)

## Mémoire de Magister

Présenté au Département d'Electrotechnique  
Faculté de Technologie  
pour l'Obtention du Diplôme

## Magister en Automatique

Par

Mr. KHEBBACHE Hicham

Thème

---

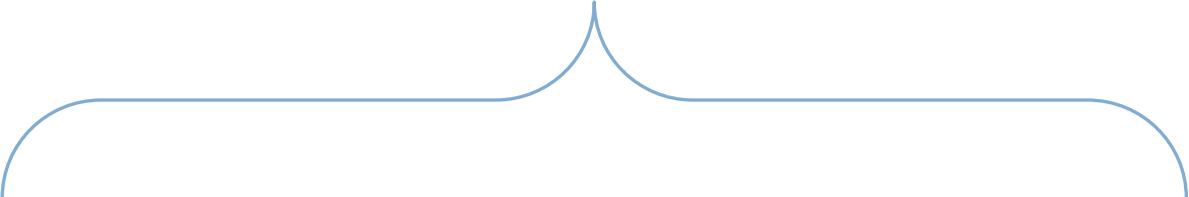
Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non  
linéaires

Application : Système UAV de type Quadrirotor

---

Soutenu publiquement le 06 / 06 / 2012 devant le jury composé de :

HARMAS Mohamed Naguib	M.C	Université de Sétif	Président
SAIT Belkacem	M.C	Université de Sétif	Rapporteur
KHABER Farid	M.C	Université de Sétif	Examinateur
ABDELAZIZ Mourad	M.C	Université de Sétif	Examinateur



## *Remerciements*

*Je remercie Dieu, le tout puissant, pour m'avoir donné, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaire, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles, qui se sont hissés au travers de mon chemin, durant toutes mes années d'études.*

*je adresse mes sincères remerciements à tous mes enseignants de L'université de SETIF, notamment à mon promoteur Mr. Sait Belkacem, d'avoir proposé le sujet sur lequel j'ai travaillé, et qui a assuré la direction et l'encadrement du travail présenté dans ce mémoire.*

*Je tiens aussi à exprimer mes remerciements à Mr. Oucief Nabil (mon encadreur en ingéniorat), d'avoir bien voulu de me faire profiter pleinement de ces compétences scientifiques et de ses idées pour l'accomplissement de ce travail.*

*je tiens notamment, à adresser l'expression de ma sincère reconnaissance aux membres du jury d'examen, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.*

*Cette page ne serait être complète sans remercier mes meilleurs collègues et frères : M. Nasri, F. Yacef, Y. Soukkou, sans leurs soutiens je n'aurais sûrement pas pu mener à bien ce mémoire.*

*Enfin, mes remerciements vont à tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin à réussir ce travail.*

*Mes vives salutations.*



<h1 style="margin: 0;">Table des matières</h1>
--

Introduction Générale	1
-----------------------	---

## Chapitre I : Etat de l'art sur la commande tolérante aux défauts

I.1	Introduction	3		
I.2	Notions fondamentales sur le diagnostic de défaut	4		
	I.2.1	Quelques définitions	4	
	I.2.2	Différents modes de fonctionnement d'un système	4	
	I.2.3	Classification de défauts	5	
	I.2.4	Comportement des défauts	5	
I.3	Détection et identification de défauts	6		
	I.3.1	Approches de FDI à base de modèle	7	
		I.3.1.1	Estimation paramétrique	7
		I.3.1.2	Equation de redondance (ou espace de parité)	7
		I.3.1.3	Approches à base d'observateurs	7
I.4	FDI à l'aide d'observateurs	8		
	I.4.1	Modélisation des défauts additifs	8	
	I.4.2	Problème fondamental de génération de résidus	9	
	I.4.3	Isolation de défaut	9	
		I.4.3.1	Approche par observateur dédiée (DOS)	10
		I.4.3.2	Approche par observateur généralisé (GOS)	10
I.5	Systèmes tolérants aux défauts (FTCS)	11		
I.6	Classification des approches FTC	11		
	I.6.1	Approches FTC passives	11	
	I.6.2	Approches FTC actives	12	
		I.6.2.1	FTC active pour les systèmes linéaires	12
		I.6.2.2	FTC active pour les systèmes non linéaires	14
I.7	Conclusion	16		

## Chapitre II : Modélisation dynamique du quadrirotor

II.1	Introduction	18	
II.2	Description générale du quadrirotor	18	
II.3	Les mouvements du quadrirotor	19	
	II.3.1	Mouvement vertical	20
	II.3.2	Mouvement de roulis	21

II.3.3	Mouvement de tangage	21
II.3.4	Mouvement de lacet	22
II.3.5	Mouvements de translation	23
II.4	Modèle dynamique du quadrirotor	23
II.4.1	Angles d'Euler	24
II.4.2	Vitesses angulaires	25
II.4.3	Vitesses linéaires	25
II.4.4	Effets physiques agissants sur le quadrirotor	26
II.4.4.1	Les forces	26
II.4.4.2	Les moments	26
II.4.4.3	Effet gyroscopique	27
II.4.5	Développement du modèle mathématique selon Newton-Euler	27
II.4.5.1	Equations de mouvement de translation	29
II.4.5.2	Equations de mouvement de rotation	29
II.4.6	La représentation d'état du système	30
II.4.7	La dynamique des moteurs	31
II.4.8	Les valeurs des paramètres du quadrirotor	32
II.5	Conclusion	33

### Chapitre III : Commande par mode glissement et backstepping

III.1	Introduction	34
III.2	Aspects théoriques de la commande à structure variable	35
III.2.1	Principe de la commande par mode de glissement	35
III.2.2	Notions de base de la commande SMC	36
III.2.2.1	Surface de glissement	36
III.2.2.2	Régime glissant idéal	37
III.2.2.3	Régime glissant réel	37
III.2.2.4	Condition d'existence et d'unicité du régime glissant	37
III.2.3	Méthodes de synthèses classiques de la commande SMC	37
III.2.3.1	Méthode de Philipov	37
III.2.3.2	Méthode d'Utkin	39
III.2.4	La réticence dans le mode de glissement	39
III.2.4.1	La proposition de Slotine	40
III.2.4.2	La proposition de Harshima	40
III.2.5	Structures de contrôle par mode de glissement	41
III.3	Technique de commande par backstepping	41
III.3.1	Définitions	42
III.3.2	Méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes	42
III.3.2.1	Méthode directe de Lyapunov	43
III.3.2.2	La synthèse de la commande par la méthode directe de Lyapunov	44
III.3.3	Technique de commande par le backstepping	44
III.3.3.1	Algorithme de base	44
III.3.3.2	Cas des systèmes d'ordre n	47
III.4	Synthèse des lois de commande pour le quadrirotor	47
III.4.1	Commande par mode de glissement du quadrirotor	48
III.4.2	Commande par backstepping du quadrirotor	50
III.5	Simulation numérique	51
III.5.1	Commande par mode de glissement sans défauts	51
III.5.2	Commande par mode de glissement avec défauts	54
III.5.3	Commande par backstepping sans défauts	57

III.5.4	Commande par backstepping avec défauts	59
III.6	Conclusion	62

## Chapitre IV : Commande passive tolérante aux défauts via le backstepping

IV.1	Introduction	63
IV.2	FTC passive via le backstepping	64
IV.2.1	Principe	64
IV.2.2	Application au quadrirotor	66
IV.2.2.1	FTC passive avec défauts d'actionneurs	66
IV.2.2.2	FTC passive avec défauts de capteurs	69
IV.2.2.3	FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs	72
IV.3	Simulation numérique	73
IV.3.1	FTC passive sans défauts	74
IV.3.2	FTC passive avec défauts d'actionneurs	77
IV.3.3	FTC passive avec défauts de capteurs	81
IV.3.4	FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs	85
IV.3.5	FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs en utilisant la fonction « <i>sat</i> »	90
IV.4	Conclusion	94

## Chapitre V : Commande active tolérante aux défauts via le backstepping

V.1	Introduction	95
V.2	Diagnostic à base d'observateurs non linéaires	96
V.2.1	Position du problème	96
V.2.2	Diagnostic de défauts à l'aide d'observateur non linéaire adaptatif	96
V.2.2.1	Détection et estimation des défauts à l'aide d'un observateur non linéaire adaptatif	97
V.3	FTC active via le backstepping	99
V.3.1	Principe	99
V.3.2	Application au quadrirotor	102
V.3.2.1	FTC active avec défauts d'actionneurs	102
V.3.2.2	FTC active avec défauts de capteurs	105
V.3.2.3	FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs	108
V.4	Simulation numérique	111
V.4.1	FTC active sans défauts	112
V.4.2	FTC active avec défauts d'actionneurs	115
V.4.3	FTC active avec défauts de capteurs	119
V.4.4	FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs	123
V.4.5	FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs en utilisant la fonction « <i>sat</i> »	128
IV.5	Conclusion	132

	Conclusion Générale	133
	Références Bibliographiques	135

<h2>Liste de figures</h2>
---------------------------

<b>Figure I.1</b>	Types de défauts d'un processus physique	5
<b>Figure I.2</b>	Biais de capteur.	6
<b>Figure I.3</b>	Dérive de capteur.	6
<b>Figure I.4</b>	Valeur aberrante.	6
<b>Figure I.5</b>	Schéma de principe de la génération de résidus à base d'observateur.	8
<b>Figure I.7</b>	Principe de localisation de défauts par banc d'observateurs.	10
<b>Figure I.8</b>	Loi de commande tolérante aux fautes pour un système LPV.	16
<b>Figure II.1</b>	Structure générale d'un quadrirotor.	19
<b>Figure II.2</b>	Illustration du mouvement vertical.	21
<b>Figure II.3</b>	Illustration du mouvement de roulis.	21
<b>Figure II.4</b>	Illustration du mouvement de tangage.	22
<b>Figure II.5</b>	Illustration du mouvement de lacet.	22
<b>Figure II.6</b>	Illustration du mouvement de translation.	23
<b>Figure II.7</b>	Géométrie du quadrirotor.	24
<b>Figure III.1</b>	Mode de glissement.	36
<b>Figure III.2</b>	Illustration de la résolution de Philipov.	38
<b>Figure III.3</b>	Commande équivalente.	39
<b>Figure III.4</b>	Fonction de saturation « <i>sat</i> ».	40
<b>Figure III.5</b>	Fonction de saturation « <i>cont</i> ».	41
<b>Figure III.6</b>	Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.	41
<b>Figure III.7</b>	Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov.	43
<b>Figure III.8</b>	Illustration de la structure de commande du quadrirotor.	48
<b>Figure III.9</b>	Filtrage d'une variable de référence.	51
<b>Figure III.10</b>	Résultats de simulation de la commande par mode de glissement sans défauts.	53
<b>Figure III.11</b>	Résultats de simulation de la commande par mode de glissement avec défauts de capteurs.	56
<b>Figure III.12</b>	Résultats de simulation de la commande par backstepping sans défauts.	58
<b>Figure III.13</b>	Résultats de simulation de la commande par backstepping avec défauts de capteurs.	61
<b>Figure IV.1</b>	Approche passive de commande tolérante aux défauts.	64
<b>Figure IV.2</b>	Résultats de simulation de la FTC passive sans défauts.	76
<b>Figure IV.3</b>	Résultats de simulation de la FTC passive avec défauts d'actionneurs.	80
<b>Figure IV.4</b>	Résultats de simulation de la FTC passive avec défauts de capteurs.	84
<b>Figure IV.5</b>	Résultats de simulation de la FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs.	89

<b>Figure IV.6</b>	Résultats de simulation de la FTC passive avec l'ensemble de défauts 'capteurs-actionneurs' en utilisant la fonction « <i>sat</i> ».	94
<b>Figure V.1</b>	Approche active de commande tolérante aux défauts.	96
<b>Figure V.2</b>	Résultats de simulation de la FTC active sans défauts.	114
<b>Figure V.3</b>	Résultats de simulation de la FTC active avec défauts d'actionneurs.	118
<b>Figure V.4</b>	Résultats de simulation de la FTC active avec défauts de capteurs.	122
<b>Figure V.5</b>	Résultats de simulation de la FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs.	127
<b>Figure V.6</b>	Résultats de simulation de la FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs en utilisant la fonction « <i>sat</i> ».	132

<h2>Liste de tableaux</h2>
----------------------------

<b>Tableau I.1</b>	Signature des différents défauts sur les résidus obtenus par l'approche DOS.	10
<b>Tableau I.2</b>	Signature des différents défauts sur les résidus obtenus par l'approche GOS.	10
<b>Tableau II.1</b>	Paramètres du modèle du quadrirotor utilisé.	32

## Symboles et abréviations

### Symboles

$F$	Force de poussée
$\Omega$	Vitesse de rotation dans le repère fixe
$v$	Vitesse linéaire dans le repère fixe
$R$	Matrice de rotation
$T$	Matrice de transformation
$\xi$	Vecteur de position
$\phi$	Angle de roulis
$\theta$	Angle de tangage
$\psi$	Angle de lacet
$\omega$	Vitesse de rotation de moteur
$\omega_d$	Vitesse de rotation désirée des moteurs
$\tilde{\omega}$	Erreur entre $\omega$ et $\omega_d$
$\tau$	Couple d'entrée des moteurs
$u$	La commande
$x$	Variable d'état
$x_d$	Etat désiré
$e$	Erreur de poursuite
$s$	Surface de glissement
$t$	Variable de temps
$\lambda_i$	Paramètres de la surface de glissement
$V$	Fonction de Lyapunov
$k_i$	Paramètres de design de backstepping
$y$	Variable de sortie
$y_r$	Trajectoire désirée
$f$	Défaut
$f_a$	Défaut d'actionneur
$f_s$	Défaut de capteur

## Abréviations

AFTC	Active Fault Tolerant Control
BF	Boucle Fermée.
DDL	Degré de liberté
DOS	Dedicated Observer Scheme.
E/S	Entrées/Sorties.
FCL	Fonction de Lyapunov.
FDI	Fault Detection and Isolation.
FTC	Fault Tolerant Control
FTCS	Fault Tolerant Control Systems
GOS	Generalised Observer Scheme.
LTI	Linéaires Invariants dans le Temps.
LPV	Linéaire à Paramètres Variants
MMAC	Multi Model adaptive Control
PFGR	Problème Fondamental de la Génération de Résidus.
PFTC	Passive Fault Tolerant Control
RRA	Relations de Redondance Analytique.
SMC	Sliding Mode Control
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
VSC	Variable Structure Control

## Introduction générale

Les systèmes industriels modernes s'appuient de plus en plus sur des techniques de commande avancées dont l'objectif est d'atteindre des niveaux de performances élevés. Néanmoins, si un défaut est apparaît dans un système, ces stratégies de commande peut s'avérer très limitées, induisent des comportements non désirés de celui-ci, elles peuvent même le conduire vers l'instabilité surtout dans les systèmes critiques (tels que les centrales nucléaires, les avions,...etc.). Dans ce cas, les conséquences d'un simple défaut peuvent être catastrophiques, d'où la nécessité de développer des outils et des méthodes performantes de surveillance. Cependant la plupart de ces stratégies sont basées seulement sur la surveillance du procédé, sans l'interaction avec le système de commande, ce qu'elles rendent incapables d'empêcher ces désastres. Pour remédier a ce problème, de nouvelles approches de commande incluant le module de diagnostic ont été développées ces dernières années [29, 63, 30, 3, 8, 9, 33], de façon à tolérer aux défauts tout en maintenant les performances du système à commander.

La tolérance aux défauts est l'aptitude d'un système à accomplir sa fonction malgré la présence ou l'occurrence de fautes, qu'il s'agisse de dégradations physiques du matériel, de défauts logiciels, d'attaques malveillantes, d'erreurs d'interaction homme machine. Elle apparait comme un moyen de garantir une sureté de fonctionnement.

Dans ce contexte, on distingue deux approches de commande tolérante aux défauts : une approche passive, l'autre est active. Dans la première approche on utilise des techniques de commande robuste de façon que le système bouclé devient insensible à un ensemble connu de défauts [38-75]. Les défauts sont alors pris en compte dans la conception initiale du système de commande. Le contrôleur est donc robuste aux défauts prédéfinies [75]. Par contre, l'approche active réagit aux différents défauts en reconfigurant la loi de commande par l'utilisation des informations sur les défauts issues en ligne du système de diagnostic de manière à maintenir la stabilité et les performances de ce dernier [82-75]. Cette approche permet notamment de traiter

des défauts imprévus, mais elle nécessite une technique efficace de détection et d'isolation de défauts et une méthode de reconfiguration de la loi de commande.

L'objectif principal de ce mémoire de magister est de développer des stratégies de commande tolérante aux défauts via la méthode backstepping pour une classe des systèmes non linéaires, qui permet d'assurer la stabilité et les performances de ce dernier en présence des défauts capteurs et actionneurs. Afin de tester les performances de ces méthodes, on effectue des simulations sur un véhicule aérien sans pilote (UAV : Unmanned Aerial Vehicle) de type quadrirotor.

En effet le véhicule aérien sans pilote connaît un essor croissant ces dernières années grâce au progrès enregistrés en technologie des capteurs et actionneurs, ces appareils ont notamment l'avantage de moins exposer le personnel aux dangers tout en couvrant une large gamme de mission.

Ce mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, on présente un état de l'art des principales commandes tolérantes aux défauts pour amener et justifier les choix et les orientations de ce mémoire. Nous donnons les différentes notions théoriques, définitions et les concepts relatifs à ce domaine, aussi nous donnons une idée sur les différents axes de recherche ainsi que les travaux effectués dans ce domaine.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation dynamique du quadrirotor, d'abord on fait une description de ce système, structure générale et principe de vol. Puis, nous mettons en évidence la modélisation dynamique du quadrirotor, enfin, on donne le modèle d'état en vue de la commande de ce système.

Dans le troisième chapitre, on entame les fondements théoriques de deux techniques de commande, la première, est la commande par mode de glissement, la deuxième est la commande par backstepping. Puis, on applique ces lois de commandes sur le quadrirotor.

Dans le quatrième chapitre, on présente l'approche passive de commande tolérante aux défauts de capteurs ou/et d'actionneurs via le backstepping, avec l'utilisation des différentes techniques de commande robuste.

Le cinquième chapitre est articulé autour de deux axes. Dans le premier axe, on présente le diagnostic de défauts à base d'observateur non linéaire adaptatif, le deuxième axe est consacré à l'approche active de commande tolérante aux défauts via le backstepping, avec la mise en œuvre des résultats issues de l'observateur de défauts.

Les deux stratégies de commande tolérante aux défauts présentées dans le quatrième et le dernier chapitre ont été validées par simulation sur le modèle du quadrirotor.

Enfin nous concluons par un bilan et des perspectives de notre travail.

# Chapitre I

## Etat de l'art sur la commande tolérante aux défauts

---

---

*Ce premier chapitre a pour intérêt de mettre en relief un état de l'art sur la commande tolérante aux défauts (FTC). Dans un premier temps, on s'attache à donner les notions essentielles du diagnostic à base de modèle, particulièrement à base d'observateurs, en indiquant les différentes méthodes de génération des résidus utilisées pour la détection et l'isolation des défauts (FDI). Puis, on entame tout ce qui concerne la commande tolérante aux défauts (FTC).*

---

---

### **I.1. Introduction**

Les procédés physiques que nous utilisons quotidiennement sont de plus en plus équipés de systèmes électroniques automatisés qui sont devenus indispensables pour offrir le confort attendu par l'utilisateur et garantir sa sécurité. Par exemple dans le domaine de l'automobile, le véhicule est équipé de plusieurs systèmes de confort et de sécurité comme l'ABS pour le freinage, ASR pour l'anti-patinage ou l'ESP pour le contrôle de trajectoire. Face à l'introduction massive de ces systèmes et de l'instrumentation qui les accompagne, il devient de plus en plus nécessaire de mettre en place des stratégies garantissant la tolérance aux défauts.

Pour faire face à ce problème, différentes stratégies ont été proposées dans la littérature pour maintenir la stabilité avec un certain degré de performances du système commande en dépit de la présence d'un dysfonctionnement [76-4-21]. Une telle commande porte le nom "commande tolérante aux fautes ou aux défauts". Son objectif est de s'accommoder aux défauts dès leur apparition avec une réactivité maximale, de telle sorte qu'un faible défaut affectant un sous système n'évolue pas en défaut critique au niveau du système global.

Le problème majeur rencontré lors la conception de telles lois de commandes est que la plupart des techniques de diagnostic sont développées comme un outil de surveillance pour

détecter et localiser les défauts en boucle ouverte. Elles n'intègrent pas la partie commande. Le problème général qui se pose est donc de savoir comment combiner les techniques de diagnostic et les techniques de contrôle au profit d'une commande tolérante aux défauts.

Le problème de la commande tolérante aux défauts a été largement abordé ces deux dernières décennies et a fait l'objet d'un nombre important de résultats expérimentaux et de publications. Différentes approches et méthodes ont été proposées, à titre d'exemple, on peut citer les travaux effectués dans [4, 76, 47, 65, 77, 73, 110, 85, 72, 90, 5, 48, 49, 83].

## I.2. Notions fondamentales sur le diagnostic de défauts

### I.2.1. Définitions

Le diagnostic de défauts est une procédure qui consiste à détecter, localiser et identifier un composant ou un élément défectueux dans un système dynamique. Pour pouvoir évoquer les événements pouvant survenir dans un système nous allons définir les termes suivants [100] :

- **Défaut** : L'altération ou la cessation de l'aptitude d'un ensemble à accomplir ses fonctions requises avec des performances définies dans les spécifications techniques.
- **Défaillance** : Perte partielle ou totale des fonctionnalités du système qui le rend incapable de délivrer le service pour lequel il a été conçu.
- **Panne** : Etat d'un système incapable d'assurer le service spécifié à la suite d'une défaillance.
- **Dégradation** : Une perte de performances d'une des fonctions assurées par un équipement.
- **Reconfiguration** : Fonction consistant à changer la commande envoyée au système ou la disposition matérielle du système pour éviter (ou faire face à) une panne.
- **Résidu** : Signal conçu comme indicateur d'anomalies fonctionnelles ou comportementales.

### I.2.2 Différents modes de fonctionnement d'un système

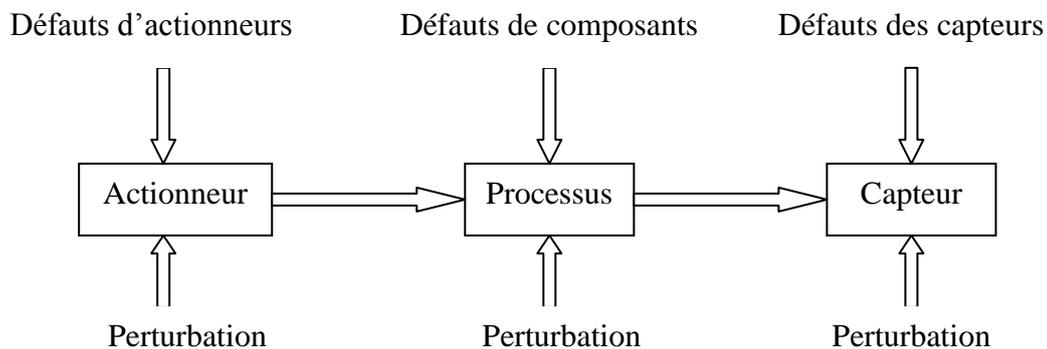
Un système présente généralement plusieurs modes de fonctionnement. On peut observer des modes de plusieurs types parmi lesquels [100] :

- **Mode de fonctionnement nominal** : C'est le mode où l'équipement ou le système industriel remplit sa mission dans les conditions de fonctionnement requises par le constructeur.
- **Mode de fonctionnement dégradé** : Correspond soit à l'accomplissement partiel de la mission, soit à l'accomplissement de celle-ci avec des performances moindre, en d'autres termes, il y a eu une dégradation dans le système mais pas de défaillance.
- **Mode de défaillance** : Correspond à des mauvais fonctionnements du système, c-à-d qu'il y a eu défaillance soit après dégradation soit défaillance brusque.

### I.2.3. Classification de défauts

Une commande tolérante aux défauts est nécessaire dès l'apparition de certains types de défauts qui modifient la dynamique du système. Trois classes de défauts peuvent être définies [85-5-82] :

- **Défauts d'actionneurs** : Les défauts d'actionneurs agissent au niveau de la partie opérative et détériorent le signal d'entrée du système.
- **Défauts de capteurs** : Ce type de défaut est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus ou moins d'adéquation avec la valeur vraie de la variable à mesurer. Un défaut capteur total produit une valeur qui n'est pas en rapport avec la grandeur à mesurer.
- **Défauts composants ou systèmes** : Ce type de défaut provient du système lui-même ; bien souvent les défauts n'appartenant pas à un défaut capteur ou actionneur sont classés de manière arbitraire dans cette catégorie. Néanmoins, un défaut composant résulte de la casse ou de l'altération d'un composant du système réduisant les capacités de celui-ci à effectuer une tâche.

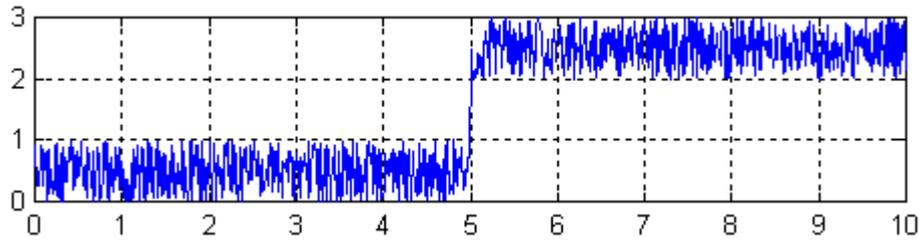


**Figure I.1** : Types de défauts d'un processus physique.

### I.2.4. Comportement des défauts

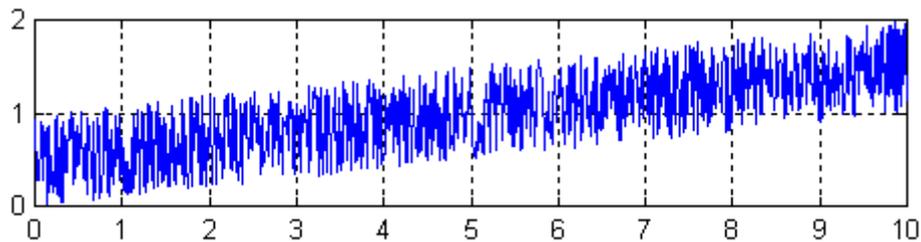
La première question que l'on doit se poser lorsque l'on conçoit un système de diagnostic, est de savoir ce que l'on veut détecter. Cela revient à déterminer le type de dysfonctionnement que l'on veut diagnostiquer, c-à-d : définir le type de défauts susceptibles d'altérer le bon fonctionnement d'un système. Celui-ci peut être divisé en trois catégories distinctes [81] :

- **Biais** : Un biais correspond à un saut brutal du signal. Ce défaut affecte le système d'une manière permanente et peut occasionner de graves dégâts.



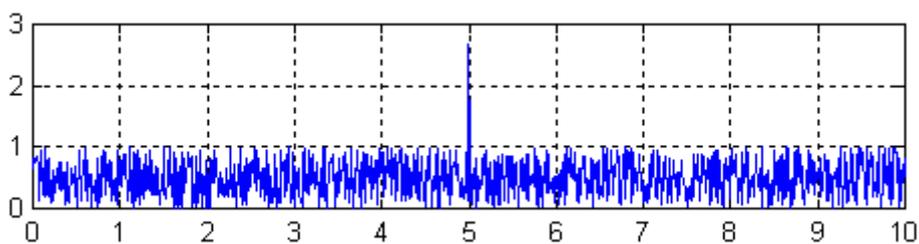
**Figure I.2 :** Biais de capteur.

- **Dérive :** Une dérive se manifeste par une croissance lente et continue du signal, et donc un éloignement progressif de sa valeur nominale. Ces défauts permanents sont plus difficiles à détecter à leur origine du fait de leur faible amplitude et de leur lente évolution.



**Figure I.3 :** Dérive de capteur.

- **Valeurs aberrantes :** Les valeurs aberrantes sont des défauts dits fugitifs : elles affectent le système de manière instantanée. Leur cause est souvent due à un parasite, par exemple une perturbation électromagnétique. Elles se manifestent par un écart important et sporadique par rapport à la valeur nominale du signal.



**Figure I.4 :** Valeur aberrante.

### I.3. Détection et identification de défauts

L'objectif principal d'un système de commande active tolérante aux défauts (AFTCS) est de reconfigurer la loi de commande en ligne. Pour cela, des informations relatives aux changements induits par d'éventuels défauts sont nécessaires. Dans ce contexte, un algorithme de diagnostic joue un rôle crucial dans la philosophie de la commande active tolérante aux défauts. En effet, ce dernier doit détecter l'occurrence d'un défaut, et éventuellement, déterminer son amplitude.

### **I.3.1 approches de diagnostic à base de modèle**

Les méthodes de diagnostic à base de modèles utilisent le concept de redondance analytique afin de générer les estimées de quelques grandeurs du système. Ces variables estimées sont ensuite exploitées avec les mesures prélevées du système afin de remplir la fonction du diagnostic.

Pour procéder à la synthèse d'un système de diagnostic à base de modèle, on doit d'abord avoir le modèle mathématique le plus précis que possible du procédé à surveiller.

La première étape dans un système de diagnostic à base de modèle consiste, à générer des indicateurs de défauts (résidus). Ils contiennent des informations sur les anomalies ou les dysfonctionnements du système à surveiller. Le principe est de mesurer l'écart entre les mesures des signaux du procédé, capteurs ou actionneurs, et la valeur théorique fournie par le modèle dans les conditions de fonctionnement nominal [81].

Dans cette partie on résume les trois approches principales du diagnostic à base de modèle.

#### **I.3.1.1 Estimation paramétrique**

Les méthodes d'estimation paramétriques ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle. On entend par paramètre les constantes physiques du système (masse, coefficient de viscosité, ...etc.) ou une agrégation de plusieurs paramètres physiques. Pour ce dernier cas, une correspondance unique doit exister entre les paramètres du modèle et les paramètres du système.

#### **I.3.1.2. Equations de redondances (ou espace de parité)**

Les équations du modèle sont projetées dans un espace particulier appelé espace de parité, permettant ainsi d'éliminer les inconnues à l'aide de redondances. Les équations projetées ne font intervenir que des variables mesurables (les entrées et les sorties du système) sur une fenêtre d'estimation. Ces équations s'appellent des RRAs (relations de redondance analytique). L'idée est de tester la cohérence des mesures par rapport à leurs estimées données par le modèle.

#### **I.3.1.3. Approches à base d'observateurs**

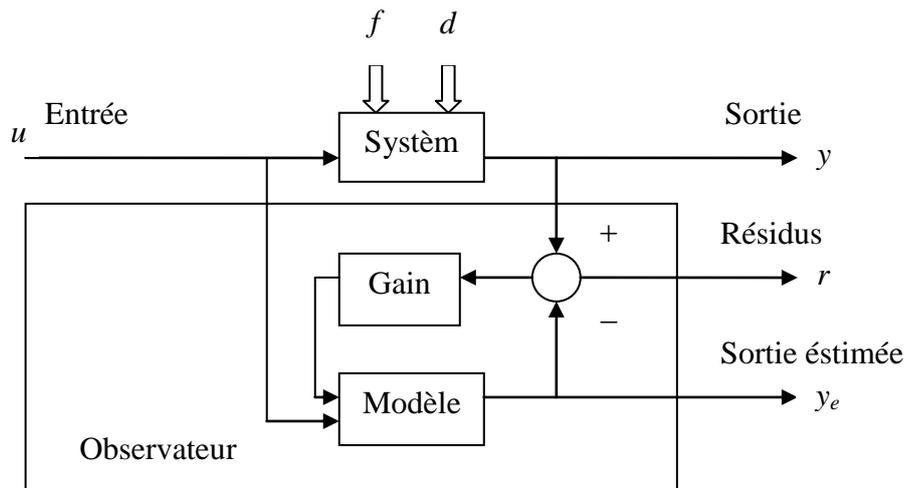
L'idée fondamentale du diagnostic basé sur les observateurs ou filtres, est de prédire la sortie du système à partir des variables mesurées (ou une partie de ces variables) soit par un observateur de Luenberger dans le cadre déterministe soit par un filtre de Kalman dans le contexte stochastique.

Un résidu peut être conçu comme l'erreur de sortie pondérée (ou l'innovation dans le cadre stochastique). La flexibilité de ces approches réside dans le choix du gain des observateurs.

#### I.4. Détection et identification des défauts (FDI) à l'aide d'observateurs

L'observateur revient à un modèle parallèle au système avec une contre réaction qui pondère l'écart de sortie [43]. Le principe du diagnostic de défauts basé sur les observateurs est de reconstruire une partie ou l'ensemble de sortie du système à partir des grandeurs accessibles du procédé. Les résidus sont généralement générés en formant les différences entre les sorties estimées et les sorties réelles.

Il est à noter qu'il existe plusieurs approches de diagnostic via les observateurs pour les systèmes linéaires et pour différentes classes de systèmes non linéaires [69-2].



**Figure I.5 :** Schéma de principe de la génération de résidus à base d'observateur.

##### I.4.1. Modélisation des défauts additifs

Avant de procéder à la synthèse de systèmes de diagnostic à base d'observateur, on doit tout d'abord modéliser les défauts susceptibles d'altérer le fonctionnement du système. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Les trois types de défauts, vu précédemment, peuvent être modélisés de la manière suivante :

1. **Défauts d'actionneurs :** Modélisés par des signaux inconnus additifs aux signaux d'entrée.
2. **Défauts de composants :** Modélisés comme des dynamiques additionnelles composées par des signaux d'entrée inconnus et leur matrice de distribution.
3. **Défauts de capteurs :** Modélisés comme des signaux inconnus additifs aux signaux de la sortie du système.

En plus des défauts, le système est exposé aussi aux perturbations et aux incertitudes du modèle. Si l'effet de ces grandeurs sur la dynamique du système est connu, on peut les modéliser par des entrées inconnues.

Le système (I.1) peut s'écrire alors sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g(x(t), u(t) + f_a(t), d(t)) + H(x, u)f_c(t) \\ y(t) = h(x(t)) + f_s(t) + d_s(t) \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

où,  $f_a, f_c$  et  $f_s$  représentent respectivement les défauts d'actionneurs, les défauts de composants et les défauts de capteurs,  $H$  est une matrice connue de distribution des défauts de composants et  $d$  et  $d_s$  sont des entrées inconnues qui modélise l'effet des perturbations, des bruits ainsi que les incertitudes du modèle.

#### I.4.2. Problème fondamental de génération de résidus

Un système de diagnostic à l'aide d'observateurs doit être capable de déceler la présence de défauts affectant le système surveillé. Ceci est possible si l'observateur est robuste vis-à-vis les perturbations et sensible aux défauts.

Le problème de synthèse d'un tel observateur est communément appelée Problème Fondamental de Génération de Résidus (PFGR) à l'aide d'observateurs.

Reprenons le système (I.2). Résoudre le PFGR pour ce système, consiste à concevoir un système dynamique stable [25] :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = T(z(t), u(t)) \\ r(t) = G(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

tel que :

1. Lorsque  $d = d_s = 0$  et  $f_a = f_c = f_s = 0$ ,  $r(t)$  tend asymptotiquement vers 0,  $\forall u, \forall y$  et  $\forall x_0$ .
2.  $r(t)$  n'est pas affecté par  $d$  et  $d_s$ .
3.  $r(t)$  est affecté par  $f_a, f_c$  et  $f_s$ .

La première condition correspond à la condition classique de convergence de l'observateur, c'est à dire à l'élimination de l'influence des conditions initiales quand  $t \rightarrow \infty$ . La seconde condition est la condition de robustesse vis à vis des perturbations, on parle alors d'observateurs à entrées inconnues. La troisième condition est une condition de sensibilité des résidus vis à vis des défauts.

#### I.4.3. Isolation de défauts

Pour résoudre le problème de localisation de défauts, on peut mettre en œuvre plusieurs observateurs excités par une combinaison judicieusement choisie des entrées et des sorties du système, générant chacun des résidus destinés à révéler un ou plusieurs défauts. Généralement, deux approches sont retenues :

### I.4.3.1. Approche par observateur dédié (DOS: Dedicated Observer Scheme) [43-45]

Il est possible de concevoir des observateurs dont chacun est sensible à un seul défaut et de considérer les autres défauts comme des entrées inconnues (c.à.d. comme des perturbations). Dans ce cas, chaque résidu est influencé par un seul défaut.

	$f_1(t)$	$f_2(t)$	$f_3(t)$
$r_1(t)$	1	0	0
$r_2(t)$	0	1	0
$r_3(t)$	0	0	1

**Tableau I.1 :** Signature des différents défauts sur les résidus obtenus par l'approche DOS.

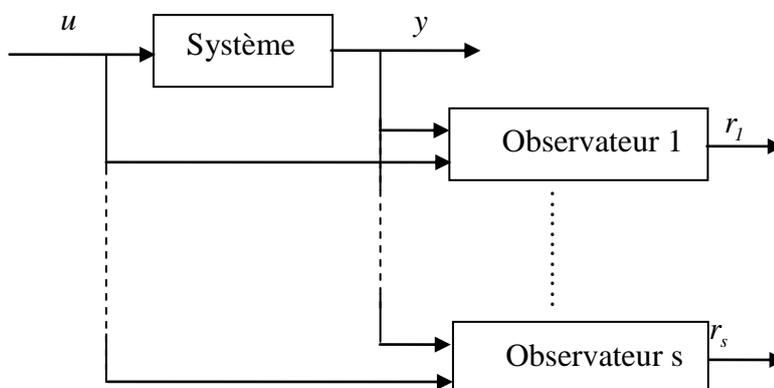
### I.4.3.2. Approche par observateur généralisé (GOS: Generalised Observer Scheme) [43-45]

L'approche par observateur dédié est séduisante par sa simplicité et permet l'isolation des défauts multiples et simultanés, mais les conditions d'existence de l'observateur à entrées inconnues deviennent plus contraignantes du fait d'un grand nombre d'entrées inconnues.

Si cette approche n'est pas réalisable, on construit des observateurs sensibles à tous les défauts sauf un, qui est considéré comme une entrée inconnue. Dans ce cas, chaque résidu est influencé par tous les défauts excepté un seul.

	$f_1(t)$	$f_2(t)$	$f_3(t)$
$r_1(t)$	0	1	1
$r_2(t)$	1	0	1
$r_3(t)$	1	1	0

**Tableau I.2 :** Signature des différents défauts sur les résidus obtenus par l'approche GOS.



**Figure I.7 :** Principe de localisation de défauts par banc d'observateurs.

### **I.5. Systèmes tolérants aux défauts (FTCS: Fault Tolerant Control Systems)**

Dans le domaine de la commande des systèmes, la complexité des systèmes est accompagnée d'une demande toujours plus forte de disponibilité et de sécurité. Afin de réussir ces objectifs, il existe des tâches et fonctions consacrées à garantir un correct fonctionnement de tels systèmes. Ces tâches peuvent être la détection, le traitement et le diagnostic, ainsi que la prise de décision concernant la gestion de défauts. Afin d'éviter des catastrophes inhérentes à l'apparition de défauts, le diagnostic et la commande tolérante aux défauts sont devenus une préoccupation majeure dans la conception. En effet, une loi de commande conventionnelle peut s'avérer très limitée et induire des comportements non désirés du système à commander, voire à l'instabilité de ce dernier, en présence de défauts [96]. La tolérance à ces défauts permet de réduire, voire d'annuler, l'effet de défauts ayant un effet indésirable sur la mission, la sécurité (de l'être humain et du matériel), l'environnement et la rentabilité. Ainsi, la commande tolérante aux défauts traitée de manière analytique, permet d'éviter de tels coûts d'achat et d'entretien. La tâche principale qui incombe à la commande tolérante aux défauts est de synthétiser des lois de commande avec une structure permettant de garantir la stabilité et les performances du système, non seulement lorsque tous les composants de la commande sont opérationnels, mais aussi lorsque des capteurs ou/et des actionneurs sont défaillants.

### **I.6. Classification des approches FTC**

L'objectif principal de la commande tolérante aux défauts est de déterminer une stratégie de commande qui permet d'annuler, ou aux moins limiter les effets de défauts sur la stabilité et les performances du système. En présence d'un défaut de faible amplitude, une simple commande robuste peut préserver la stabilité et les performances nominales du système à commander : on parle alors d'accommodation passive du défaut. Par contre, en présence de défauts critiques, un module de diagnostic de défauts est nécessaire afin de mettre en œuvre une stratégie active de commande tolérante aux défauts. Dans ce cas, on distingue l'accommodation, la reconfiguration et la restructuration suivant les performances souhaitées après l'occurrence de défaut.

#### **1.6.1 Approches FTC passives**

Dans le cadre de l'approche passive, les régulateurs sont synthétisés de façon à être robuste à un ensemble connu de défauts [29-109-22-72]. L'idée principale est de faire en sorte que le système en boucle fermée soit robuste aux incertitudes et à quelques défauts spécifiques, c.-à-d. que les défauts sont pris en compte dans la conception du système de commande. Cette approche ne nécessite aucun schéma de détection de défauts ni aucune reconfiguration de loi de commande et/ou des paramètres du système, cependant sa capacité de tolérance reste restreinte à quelques défauts.

Pour une vue globale des méthodes de commandes robustes utilisées dans ce domaine, le lecteur peut référer aux articles [76, 107, 93, 87].

### 1.6.2 Approches FTC actives

A l'opposé de l'approche passive, l'approche active est amenée à réagir aux diverses défaillances du système en reconfigurant les lois de commande tout en préservant la stabilité et les performances de celui-ci [76-5-51-95]. Cette approche permet alors de traiter des défauts imprévus mais elle requiert de synthétiser un schéma de FDI (Fault Detection and Isolation) permettant de fournir de manière aussi précise que possible une information sur les défauts éventuels (l'instant d'apparition, le type et l'amplitude du défaut) ainsi qu'un modèle de défaut du système. Il est possible de classer les AFTC selon trois principales classes :

La première classe est l'accommodation des défauts. Dans ce cas, seuls les défauts de faibles amplitudes sont pris en compte. La nouvelle loi de commande est générée par l'adaptation en ligne des paramètres du régulateur. Le système à contrôler restent inchangées [5].

La deuxième classe est la reconfiguration du système, elle est utilisée dans le cas où les parties défaillantes ne peuvent pas être accommodées (voir les travaux effectués dans [34, 105, 50, 5, 10]). Elle est caractérisée par la modification de la structure du système de façon à compenser le défaut.

La troisième classe est la restructuration, il s'agit de synthétiser une nouvelle loi de commande en modifiant les paramètres du régulateur et la structure du système à commander (voir le travail effectué dans [85]). Elle est utilisée dans le cas où le problème de commande n'a pas de solution avec l'accommodation et la reconfiguration.

#### 1.6.2.1 FTC active pour les systèmes linéaires

Dans le cas des systèmes linéaires, parmi les méthodes de FTC active les plus connues, nous pouvons citer :

##### A. Méthode de pseudo inverse

L'approche par le calcul de la matrice pseudo-inverse est l'une des méthodes AFTC les plus citées grâce à sa simplicité et sa capacité de traiter une large classe de défauts pré-définis (voir par exemple les travaux effectués dans [44, 5, 86]). Elle est utilisée dans le cas des systèmes linéaires et elle se base sur la minimisation de la norme de la distance entre le modèle en boucle fermée du système défectueux et le modèle de référence. Son principe est décrit ci-dessous.

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (I.4)$$

avec,  $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$  représentent les matrices du système dans le cas nominal.

Avec une commande par retour d'état  $u(t) = Kx(t)$ ,  $K \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ , en supposant que l'état est mesurable. Le système en boucle fermée devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (I.5)$$

L'apparition d'un défaut, qui peut être un défaut sur le système, un défaut de capteur ou un défaut d'actionneur, conduit à une modification du modèle décrit maintenant par :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) = C_f x_f(t) \end{cases} \quad (I.6)$$

où,  $A_f \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B_f \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ ,  $C_f \in \mathfrak{R}^{p \times n}$  et l'indice  $f$  indique la situation en défaut du système.

Le but alors est de déterminer une nouvelle matrice de gain  $K_f$  de telle sorte que la dynamique du système défaillant en boucle fermée soit approximativement égale à celle du système nominal.

$$\begin{cases} u_f = K_f x_f \\ A + BK = A_f + B_f K_f \end{cases} \quad (I.7)$$

Une approximation au sens des moindres carrés est donnée par :

$$K_f = B_f^+ (A + BK - A_f) \quad (I.8)$$

où,  $B_f^+$  est la matrice pseudo-inverse de la matrice  $B_f$ . L'avantage de cette approche réside dans sa simplicité ce qui la rend convenable à une implémentation en ligne car les changements sur le système causés par un défaut sont calculés directement par (I.7). L'inconvénient majeur de cette méthode réside dans la non garantie de la stabilité du système en boucle fermée. Pour éviter ce problème, une méthode de pseudo-inverse modifiée a été proposée dans [34, 86] de manière à résoudre le problème tout en assurant la stabilité du système en boucle fermée. Cependant, le temps de calcul est considérablement augmenté. Un compromis doit alors être trouvé entre la stabilité et les performances du système reconfiguré. Un autre inconvénient majeur de cette méthode est la nécessité de connaître le modèle mathématique du système défaillant ( $A_f, B_f, C_f$ ) pour calculer le nouveau gain  $K_f$ .

## B. Méthode par placement de structure propre

La méthode par placement de structure propre pour la reconfiguration de lois de commande est une approche plus intuitive que l'approche par pseudo inverse. Son objectif est de ramener les structures propres (i.e. les valeurs propres et les vecteurs propres) de la matrice  $A$  du modèle en boucle fermée en cas de défauts à la structure propre nominale. L'idée principale est d'affecter

exactement les plus importantes valeurs propres de ces matrices, avec la minimisation de la différence entre les vecteurs propres correspondants. Cette méthode a été développée aussi bien avec une loi de commande par retour d'état [105, 106] qu'avec une loi de commande par retour de sortie [62]. Plus précisément, dans le cas de retour d'état  $u(t) = Kx(t)$ , si  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , sont les valeurs propres de la matrice d'état du système en boucle fermée  $(A + BK)$  et si  $v_i$  sont leurs vecteurs propres correspondants, la méthode par placement de structure propre consiste à calculer le nouveau gain  $K_f$  de retour d'état pour le modèle en défaut (I.5), solution du problème d'optimisation suivant [105] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } K_f \\ \text{telque } (A_f + B_f K_f) v_i^f = \lambda_i v_i^f \\ \text{et } v_i^f = \arg \min_{v_i^f} \|v_i - v_i^f\|_{W_i}^2 \\ \text{où } \|v_i - v_i^f\|_{W_i}^2 = (v_i - v_i^f)^T W_i (v_i - v_i^f) \end{array} \right. \quad (\text{I.9})$$

$W_i$  est une matrice de pondération définie positive servant de degré de liberté supplémentaire. En d'autres termes, le nouveau gain  $K_f$  doit être tel que les pôles du système en BF résultant coïncident avec les pôles du système nominal en BF. De plus, les vecteurs propres des matrices dynamiques des deux systèmes soient le plus rapprochées que possible. Du fait que les valeurs et les vecteurs propres déterminent la forme de la réponse temporelle du système en boucle fermée, le but est donc de garantir une dynamique du système en boucle fermée la plus proche possible de celle du système nominal. Ainsi la méthode par placement de structure permet de garantir la stabilité du système en boucle fermée. Le temps de calcul de cette approche n'est pas élevé du moment que la solution analytique de (I.8) est disponible [105]. Cependant, les incertitudes de modèles ainsi que les incertitudes relatives au processus FDI ne sont pas facilement incorporées dans ce problème d'optimisation.

### 1.6.2.2 FTC active pour les systèmes non linéaires

Les techniques de FTC active présentées précédemment sont toutes basées sur un modèle linéaire du système à surveiller. Dans le cas d'un modèle non linéaire, de nombreux travaux sur la FTC active existent, nous pouvons citer :

#### A. Méthode basée sur banc de régulateurs

Dans cette approche AFTC, après l'occurrence d'un défaut dans le système, seuls les paramètres de la commande sont changés. Son principe est basé sur l'existence d'un banc de régulateurs pré-calculés pour chaque mode de fonctionnement. Elle est connue aussi sous le nom

"commande multi-modèle" (MMC : Multi Model Control), Elle est basée sur un ensemble de modèles qui décrivent le système dans diverses conditions de fonctionnement. Ces modèles sont souvent considérés comme des modèles de défauts, où chaque modèle représente un type de défaut. Ainsi, pour chaque modèle, un régulateur est synthétisé.

L'objectif de cette méthode est de synthétiser en ligne la loi de commande à appliquer au système en utilisant une logique de commutation liant les différentes lois de commande issues de chaque régulateur. Ces régulateurs sont pondérés à travers des fonctions d'activation dépendant du vecteur d'entrée, vecteur de sortie,...etc. La combinaison de ces lois de commande permet notamment de synthétiser une loi de commande globale sur le système.

Plusieurs études ont utilisés ce type d'approche, nous pouvons citer par exemple les travaux effectués dans [8, 9, 10, 70].

### **B. Méthode basée sur les réseaux de neurones**

Les stratégies d'AFTC basées sur les réseaux de neurones, ont aussi reçu une grande attention de la communauté s'intéressant à la commande tolérante aux défauts (voir par exemple les articles [31, 71]). Dans [78, 79, 103] une approche permettant d'estimer le défaut en ligne à l'aide de réseaux de neurones a été utilisée. Cette estimation sert aux mêmes temps au diagnostic et à l'accommodation aux défauts. Dans [104] l'accommodation est assuré en ajoutant des nouvelles lois l'adaptation en ligne des paramètres du correcteur. Une procédure systématique pour la mise en œuvre d'un algorithme d'estimation non linéaire a été développée. En se basant sur la théorie de Lyapunov, un schéma d'apprentissage a été également proposé. Cette approche est valable pour une classe particulière de systèmes multivariables non linéaires soumis à des défauts de type biais uniquement, en supposant que tous les états du système soient mesurés. Cependant, les capacités de calcul nécessaires et le manque d'outils de validation des algorithmes d'estimation et de commande par réseaux de neurones rendent le mise en œuvre de ces dernières approches très difficile.

### **C. Méthode basée sur la logique floue**

La logique floue a également été utilisée pour concevoir des stratégies de commande tolérante aux défauts dans le cadre de systèmes non linéaires.

Une technique d'accommodation basée sur une commande floue adaptative permettant l'apprentissage en ligne de nouvelles dynamiques inconnues causées par l'apparition des défauts a été développée dans [99]. Cette approche permet également de traiter des systèmes non linéaires en incluant les représentations multi-modèles où les fonctions d'interpolation qui sont synthétisées de façon que la dynamique du modèle soit plus proche à la dynamique du système.

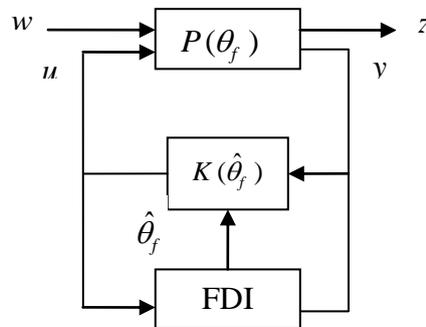
Les méthodes AFTC basées sur la logique floue ont été également appliquées à plusieurs systèmes non linéaires, comme par exemple, une chaudière à gaz [3], un système d'air conditionné [64], un moteur [66], une centrale nucléaire [30], et un avion [63]. Dans [65], une approche active de commande tolérante aux défauts basée sur les modèles flous de types Takagi-Sugeno en utilisant des observateurs et des régulateurs Takagi-Sugeno a été développée.

#### D. Méthode basée sur la modélisation des systèmes linéaires à Paramètres Variants

Une autre approche AFTC pour les systèmes linéaires à Paramètres Variants (LPV) a été l'objet de plusieurs travaux ces dernières années, on peut citer également les travaux effectués dans [22, 33, 35, 36, 95].

L'idée de cette approche consiste à synthétiser un régulateur LPV  $K(\hat{\theta}_f)$  afin d'assurer la stabilité et les performances d'un système représenté par un modèle LPV noté  $P(\theta_f)$  où,  $\theta_f \in \mathfrak{R}^{q_\theta}$  représente un vecteur de paramètres variant dans le temps  $\forall \theta_f \in \Theta$ ,  $\Theta$  représente le domaine de variation de  $\theta_f$ , et  $\hat{\theta}_f$  est un vecteur de paramètres estimé, la figure (I.8) montre bien cette approche.

Par exemple, les auteurs dans [33], ont synthétisés une commande AFTC basée sur l'approche LPV pour un avion Boeing 747-100/200 en présence de défauts actionneurs, alors que dans [95] une loi de commande AFTC est appliquée sur un pendule inversé.



**Figure I.8 :** Loi de commande tolérante aux fautes pour un système LPV.

$w$  représente le vecteur de perturbations et  $z$  le vecteur de signaux à surveiller.

$u$  et  $y$  correspondent respectivement aux signaux de commande et de mesure.

## I.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un panorama de notions et de définitions essentielles pour la compréhension du diagnostic à base de modèle, et en particulier à base d'observateurs. Puis, nous avons présenté le problème fondamentale de génération des résidus utilisé pour la détection et l'isolation des défauts qui peuvent apparaître dans un procédé industriel.

Par la suite, nous avons exposé les différents travaux de recherche effectués dans le domaine de la commande tolérante aux défauts (FTC). Nous nous sommes intéressés par la suite à des méthodes FTC (FTC passive et FTC active) destinées pour une class des systèmes non linéaires.

Il a été montré que la commande tolérante aux défauts se fait soit en sélectionnant des lois de commande robuste (FTC passive) ou en synthétisant une nouvelle loi de commande en utilisant l'information en ligne des défauts (FTC active). Par conséquence, la conception de cette dernière approche (FTC active), nécessite donc la cohabitation de différentes taches, à savoir: la détection de défauts en ligne, la prise de décision en temps réel et la reconfiguration de la loi de commande.

Dans le chapitre suivant on va présenter la description et la modélisation dynamique d'un système UAV de type quadrirotor.

## Chapitre II

# Modélisation dynamique du quadrirotor

---

*Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation dynamique en vue de la commande du système quadrirotor. Après avoir donné la description de ce système, la structure générale et le principe de vol, nous mettons en évidence le modèle d'état adopté à ce système.*

---

### II.1. Introduction

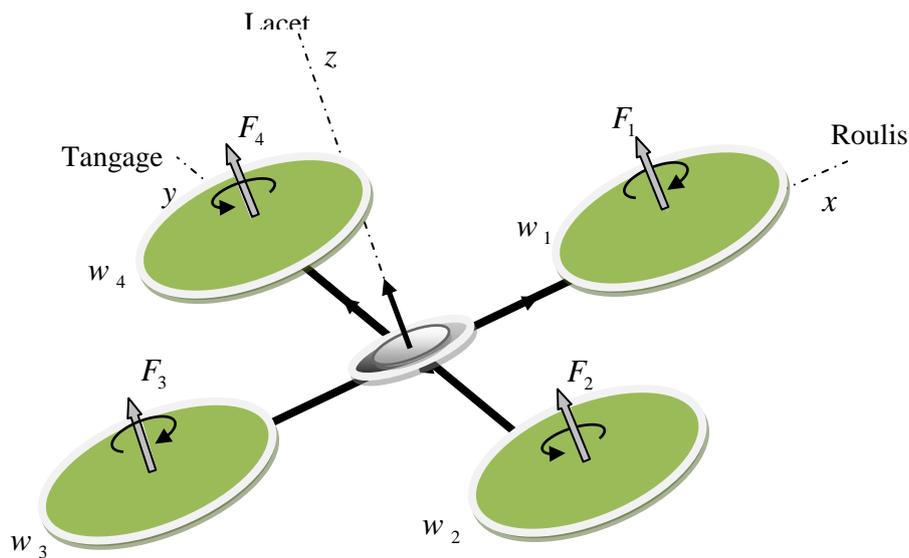
Afin de concevoir un contrôleur de vol, on doit d'abord comprendre profondément les mouvements de l'avion, sa dynamique et par conséquent ses équations dynamiques. Cette compréhension est nécessaire non simplement pour la conception du contrôleur, mais aussi pour s'assurer que les simulations du comportement de véhicule sont plus proche que possible de la réalité lorsque la commande est appliquée.

Le quadrirotor est classé dans la catégorie des systèmes volants les plus complexes vu le nombre d'effets physiques qui affectent sa dynamique à savoir les effets aérodynamiques, la gravité, les effets gyroscopiques, les frottements et le moment d'inertie [13-14-15-16]. Cette complexité résulte essentiellement du fait que l'expression de ces effets diffèrent pour chaque mode de vol. En effet les modèles dynamiques du quadrirotor proposés dans [41, 39-40, 20, 11-12-19, 26, 68-67, 13-14-15-16, 97-98] changent en fonction des tâches planifiées et en fonction des milieux de navigation définis à priori par l'opérateur.

## II.2. Description générale du quadrirotor

Un quadrirotor est un robot mobile aérien à quatre rotors défini dans l'espace par 6 DDL [88-89]. Ces 4 rotors sont généralement placés aux extrémités d'une croix, et l'électronique de contrôle est habituellement placée au centre de la croix. Afin d'éviter à l'appareil de tourner sur lui-même sur son axe de lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens, et les deux autres dans l'autre sens. Pour pouvoir diriger l'appareil, il est nécessaire que chaque couple d'hélice tournant dans le même sens soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix.

Le fonctionnement d'un quadrirotor est assez particulier. En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche/droite (roulis) ou en avant/arrière (tangage) ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet) [37], le quadrirotor a six degrés de libertés, trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation, ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre déclencheurs seulement; donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées inférieure au nombre des sorties).



**Figure II.1:** Structure générale d'un quadrirotor

## II.3. Les mouvements du quadrirotor

Dans les hélicoptères classiques, quand le rotor principal tourne, il produit un couple réactif qui inciterait le corps de l'hélicoptère à tourner dans la direction opposée si ce couple n'est pas contrarié. Ceci est habituellement fait en ajoutant un rotor de queue qui produit une poussée dans une direction latérale. Cependant, ce rotor avec son alimentation électrique associée ne fait aucune contribution à la poussée. Par contre, en cas de quadrirotor, le rotor droit et le rotor gauche tournent dans le sens des aiguilles d'une montre et dans la direction opposée les rotors avant et arrière, ceci neutralise effectivement le couple réactif non désiré et permet au véhicule de planer sans tourner hors de la commande. D'ailleurs, différemment aux hélicoptères

classiques, toute l'énergie dépensée pour contrecarrer le mouvement de rotation contribue à la force de poussée [7].

Les mouvements de base de quadrirotor sont réalisés en variant la vitesse de chaque rotor changeant de ce fait la poussée produite. Le quadrirotor incline vers la direction du rotor plus lent, qui tient compte alors de la translation le long de cet axe. Par conséquent, comme à un hélicoptère classique, les mouvements sont couplés, signifiant que le quadrirotor ne peut pas réaliser la translation sans roulement ou tangage, ce qui signifie qu'un changement de la vitesse d'un rotor se traduit dans un mouvement en au moins trois degrés de liberté. Par exemple, augmentant la vitesse de propulseur gauche aura comme conséquence un mouvement de roulis (le quadrirotor incline vers le rotor plus lent, vers la droite), un mouvement de lacet (l'équilibre entre les rotors qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et les rotors qui tourne dans le sens inverse est perturbé ayant pour résultat un mouvement de rotation horizontal), et une translation (le mouvement de roulis incline l'armature et avec lui, l'orientation de la force de poussée). Cet accouplement est la raison pour laquelle nous pouvons commander les six degrés de liberté de quadrirotor avec seulement quatre commandes (le couple appliqué par les moteurs sur chaque propulseur).

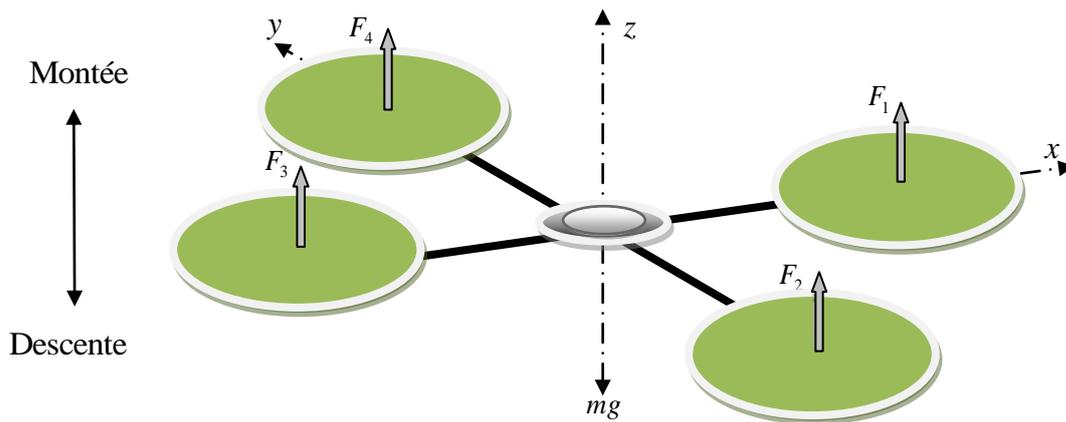
Le quadrirotor a cinq mouvements principaux :

- Mouvement vertical
- Mouvement de roulis
- Mouvement de tangage
- Mouvement de lacet
- Translations horizontales

### **II.3.1. Mouvement vertical**

Afin de planer, toute la force de portance devrait seulement être le long de l'axe z avec une grandeur exactement opposée à la force de pesanteur. D'ailleurs, la force de portance créée par chaque rotor doit être égale pour empêcher le véhicule de renverser plus. Par conséquent, la poussée produite par chaque rotor doit être identique.

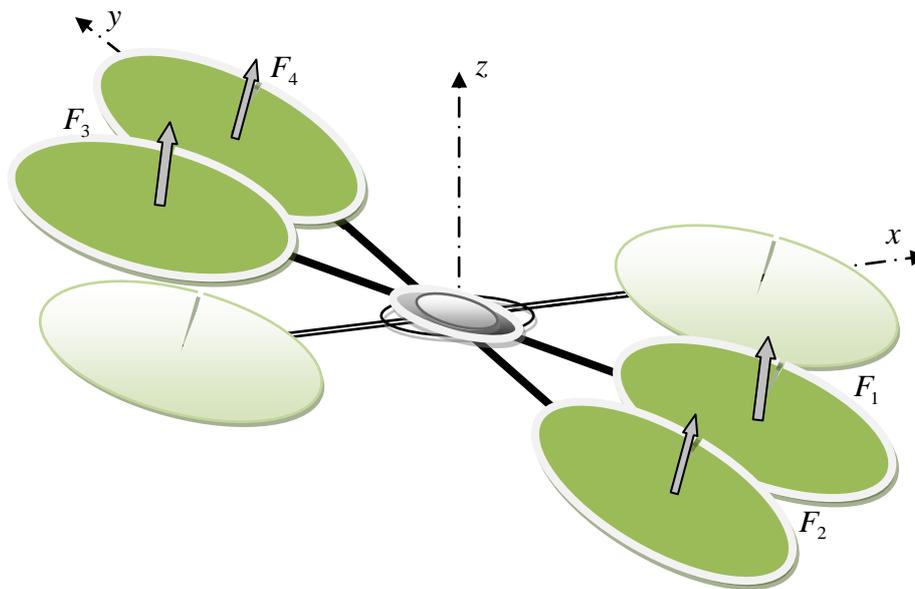
Le mouvement ascendant et descendant est obtenu par la variation de la vitesse de rotation des moteurs (par conséquent la poussée produite), si la force de portance est supérieure au poids du quadrirotor le mouvement est ascendant, et si la force de portance est inférieure au poids du quadrirotor le mouvement est descendant.



**Figure II.2 :** Illustration du mouvement vertical

### II.3.2. Mouvement de roulis

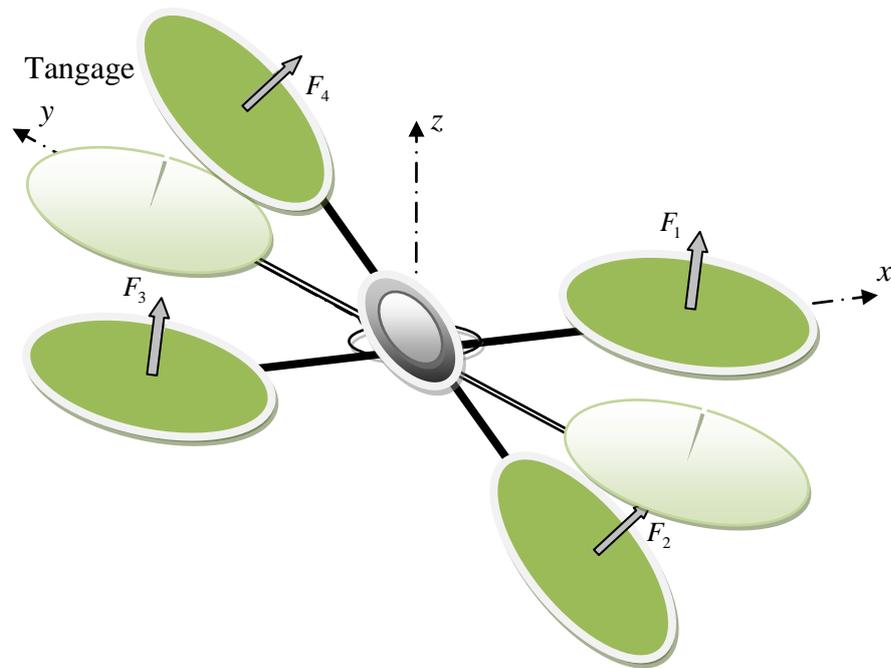
La figure (II.3) montre comment un mouvement de roulis est obtenu. Dans ce cas, on applique un couple autour de l'axe  $x$ , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 2 et le rotor 4. Ce mouvement (rotation autour de l'axe  $x$ ) est couplé avec un mouvement de translation selon l'axe  $y$ .



**Figure II.3 :** Illustration du mouvement de roulis

### II.3.3. Mouvement de tangage

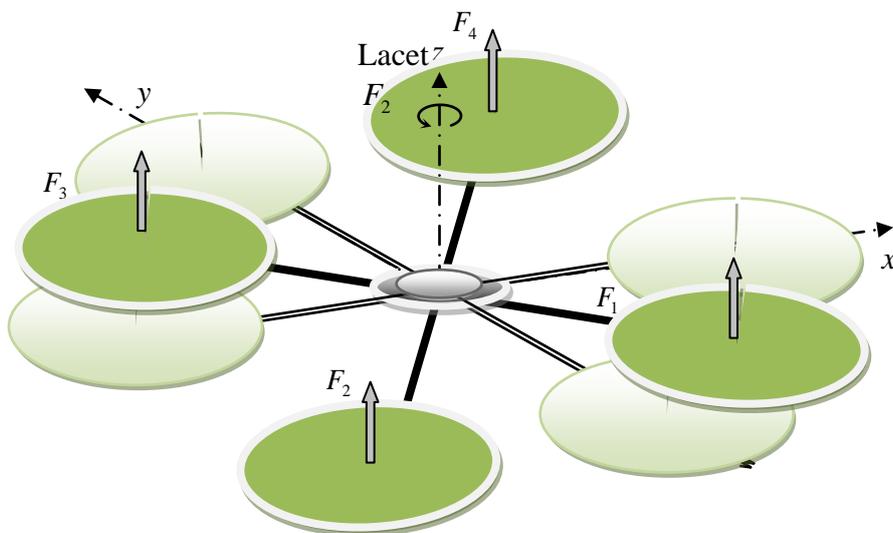
La figure (II.4) montre comment un mouvement de tangage est obtenu. Dans ce cas, on applique un couple autour de l'axe  $y$ , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 1 et le rotor 3. Ce mouvement (rotation autour de  $y$ ) est couplé avec un mouvement de translation selon l'axe  $x$ .



**Figure II.4:** Illustration du mouvement de tangage

### II.3.4. Mouvement de lacet

La figure (II.5) montre comment le mouvement de lacet est obtenu. Dans ce cas, nous voulons appliquer un couple autour de l'axe  $z$ , qui est fait en appliquant une différence de vitesse entre les rotors  $\{1,3\}$  et  $\{2,4\}$ . Ce mouvement n'est pas un résultat direct de la poussée produit par les propulseurs mais par les couples réactifs produits par la rotation des rotors. La direction de la force de poussée ne décale pas pendant le mouvement, mais l'augmentation de la force de portance dans une paire de rotors doit être égale à la diminution des autres paires pour s'assurer que toute la force de poussée demeure la même.



**Figure II.5 :** Illustration du mouvement de lacet

### II.3.5. Mouvements de translation

La figure (II.6) montre comment la translation horizontale est réalisée. Dans ce cas, nous voulons appliquer une force le long de  $x$  ou de  $y$  qui est fait en inclinant le corps (par le tangage ou le roulement) et en augmentant toute la poussée produite pour garder l'importance du composant de  $z$  de la poussée égale à la force de pesanteur.

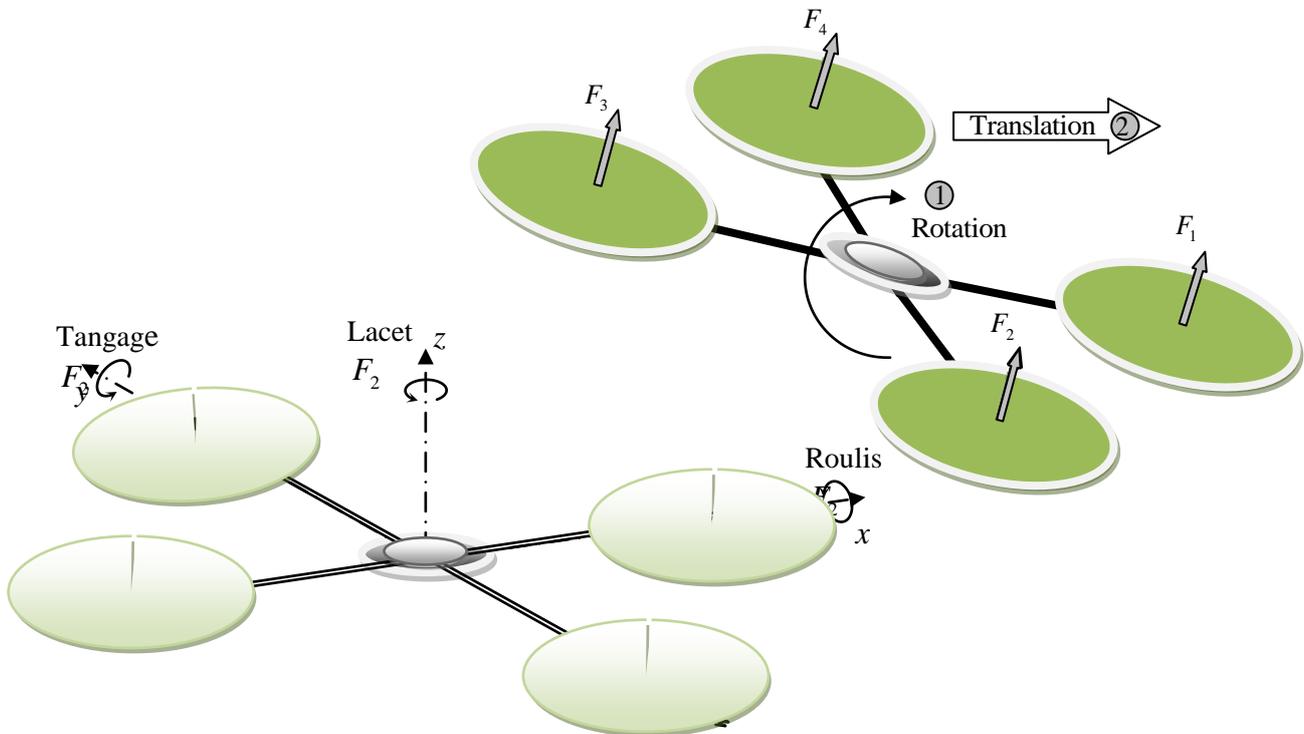


Figure II.6 : Illustration du mouvement de translation

### II.4. Modèle dynamique du quadrirotor

La modélisation des robots volant est une tâche délicate puisque la dynamique du système est fortement non linéaire et pleinement couplée. Afin de pouvoir comprendre au mieux le modèle dynamique développé ci-dessous, voila les différentes hypothèses de travail :

- La structure du quadrirotor est supposée rigide et symétrique, ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale,
- Les hélices sont supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Le centre de masse et l'origine du repère lié à la structure coïncident.
- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique.

Pour évaluer le modèle mathématique du quadrirotor on utilise deux repères, un repère fixe lié à la terre  $R^b$  et un autre mobile  $R^m$ . Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est

donné par une matrice dite matrice de transformation  $T$  qui contient l'orientation et la position de repère mobile par rapport au repère fixe.

On choisit la convention d'axes suivants :

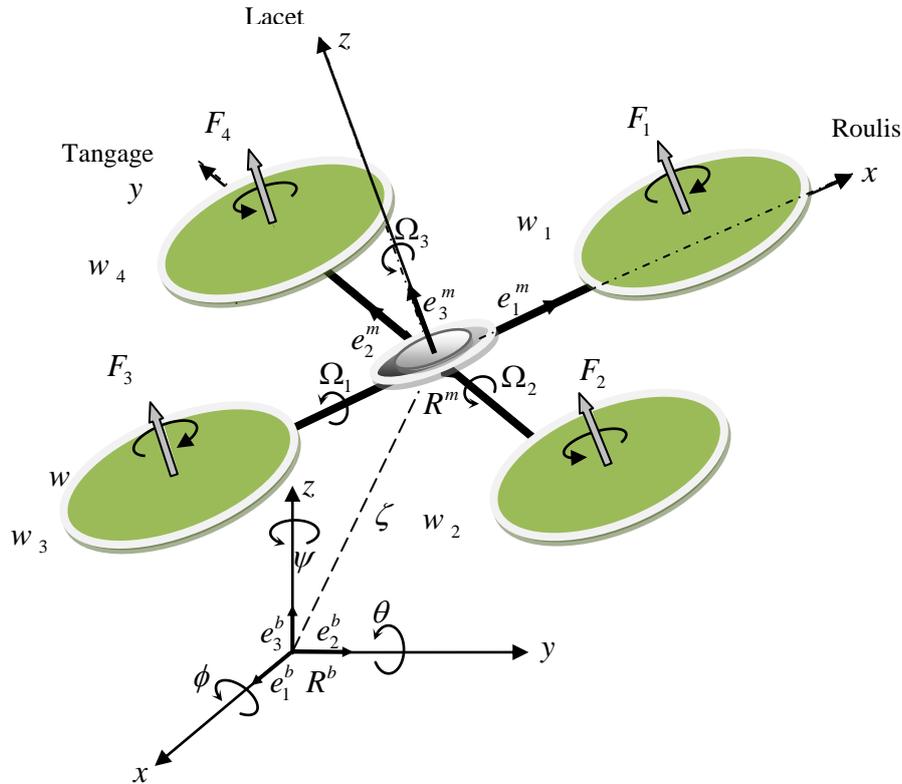


Figure II.7 : Géométrie du quadrirotor

$$T = \begin{bmatrix} R & \zeta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

avec  $R$  la matrice de rotation (décrit l'orientation de l'objet mobile),  $\zeta = [x \ y \ z]^T$  est le vecteur de position. Pour déterminer les éléments de la matrice de rotation  $R$ , on utilise les angles d'Euler.

#### II.4.1. Angles d'Euler

Au début le repère mobile est coïncide avec le repère fixe, après le repère mobile fait un mouvement de rotation autour de l'axe  $x$  d'un angle de roulis ( $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$ ), suivi d'une rotation autour de l'axe  $y$  d'un angle de tangage ( $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ), suivi d'une rotation autour de l'axe  $z$  d'angle de lacet ( $-\pi < \psi < \pi$ ). donc on a la formule de la matrice de rotation  $R$  :

$$R = Rot_z(\psi) \times Rot_y(\theta) \times Rot_x(\phi) = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\phi s\theta c\psi - s\psi c\phi & c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\psi c\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

avec :  $c = \cos$ , et  $s = \sin$

#### II.4.2. Vitesses angulaires

Les vitesses de rotations  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  dans le repère fixe sont exprimées en fonction des vitesses de rotations  $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$  dans le repère mobile, on a :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rot_x(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (Rot_y(\theta) Rot_x(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

En effet, la rotation en roulis a lieu lorsque les repères sont encore confondus. Puis, en ce qui concerne le tangage, le vecteur représentant la rotation doit être exprimé dans le repère fixe: il est donc multiplié par  $Rot_x(\phi)^{-1}$ . De même, le vecteur représentant la rotation en lacet doit être exprimé dans le repère fixe qui a déjà subies deux rotations. On arrive ainsi à:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} c\phi \\ -\dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\psi} s\theta \\ \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

Quand le quadrirotor fait des petites rotations, on peut faire les approximations suivantes:

$$c\phi = c\theta = c\psi = 1, \text{ et } s\phi = s\theta = s\psi = 0.$$

donc la vitesse angulaire sera:

$$\Omega = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \quad (\text{II.7})$$

#### II.4.3. Vitesses linéaires

Les vitesses linéaires  $v_x^b, v_y^b, v_z^b$  dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires  $v_x^m, v_y^m, v_z^m$  dans le repère mobile sont données par :

$$v = \begin{bmatrix} v_x^b \\ v_y^b \\ v_z^b \end{bmatrix} = R \times \begin{bmatrix} v_x^m \\ v_y^m \\ v_z^m \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

## II.4.4. Effets physiques agissants sur le quadrirotor

### II.4.4.1. Les forces :

Les forces agissant sur le système sont :

**Le poids du quadrirotor** : il est donné par  $P = mg$ , où :  $m$  est la masse totale et  $g$  la gravité.

**Les forces de poussée** : qui sont des forces provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des moteurs :

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (\text{II.9})$$

avec  $i = \overline{1:4}$ , et  $b$  est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

**Les forces de traînée** : la force de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement visqueux, dans ce cas on a deux forces de traînée agissant sur le système qu'elles sont :

- La traînée dans les hélices : elle agisse sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d\omega^2 \quad (\text{II.10})$$

avec  $d$  est le coefficient de drag il dépend de la fabrication de l'hélice.

- La traînée selon les axes  $(x, y, z)$  : elle est due au mouvement du corps du quadrirotor

$$F_t = K_{ft}v \quad (\text{II.11})$$

avec :  $K_{ft}$  le coefficient de traînée de translation et  $v$  la vitesse linéaire.

### II.4.4.2. Les moments

Il y a plusieurs moments agissants sur le quadrirotor, ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

**Moments dus aux forces de poussée :**

- La rotation autour de l'axe  $x$  : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (\text{II.12})$$

avec  $l$  est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrirotor.

- La rotation autour de l'axe  $y$  : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 1 et 3, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (\text{II.13})$$

**Moments dus aux forces de traînée :**

- La rotation autour de l'axe z : elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (\text{II.14})$$

- Moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donné par :

$$M_a = K_{fa} \Omega^2 \quad (\text{II.15})$$

avec,  $K_{fa}$  : Le coefficient des frottements aérodynamiques et  $\Omega$  est la vitesse angulaire.

**II.4.4.3. Effet gyroscopique**

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope, appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation (du grec *gyro* qui signifie rotation et *scope*, observer).

Dans notre cas il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices, l'autre est le moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor.

- Moment gyroscopique des hélices : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_1^4 \Omega \wedge J_r \left[ 0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i \right]^T \quad (\text{II.16})$$

avec  $J_r$  est l'inertie des rotors.

- Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \Omega \quad (\text{II.17})$$

avec  $J$  est l'inertie du système.

**II.4.5. Développement du Modèle mathématique selon Newton-Euler [13-14-15-16]**

En utilisant la formulation de Newton-Euler, les équations sont écrites sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

avec  $\zeta$  : est le vecteur de position du quadrirotor

$m$  : la masse totale du quadrirotor

$\Omega$  : La vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe

$R$  : La matrice de rotation

$\wedge$  : Le produit vectoriel

$J$  : matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3), elle est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

$S(\Omega)$  : est la matrice antisymétrique; pour un vecteur de vitesse  $\Omega = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3]^T$ , elle est donnée par:

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

$F_f$  : est la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.21})$$

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (\text{II.22})$$

$F_t$  : la force de traînée selon les axes (x, y, z), elle est donnée par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{f_{tx}} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{f_{ty}} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{f_{tz}} \end{bmatrix} \dot{\zeta} \quad (\text{II.23})$$

$K_{f_{tx}}, K_{f_{ty}}, K_{f_{tz}}$  : Les coefficients de traînée de translation,

$F_g$  : force de gravité, elle est donnée par :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

$M_f$  : moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

$M_a$  : moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donnée par :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 \\ K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 \\ K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

$K_{f_{ax}}, K_{f_{ay}}, K_{f_{az}}$  : Les coefficients des frottements aérodynamiques.

### II.4.5.1. Equations de mouvement de translation

On a :

$$m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \quad (\text{II.27})$$

On remplace chaque force par sa formule, on trouve :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{f_{tx}} \dot{x} \\ K_{f_{ty}} \dot{y} \\ K_{f_{tz}} \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \left( \sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{tx}}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \left( \sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{ty}}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (c\phi c\theta) \left( \sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{tz}}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

### II.4.5.2. Equations de mouvement de rotation

On a :

$$J\dot{\Omega} = -M_{gh} - M_{gh} - M_a + M_f \quad (\text{II.30})$$

On remplace chaque moment par la formule correspondant, on trouve :

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left( \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \\ -J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 \\ K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 \\ K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

On obtient alors les équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta} \dot{\psi} (I_z - I_y) - J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 + lb (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) + J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 + lb (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z \ddot{\psi} = -\dot{\phi} \dot{\theta} (I_y - I_x) - K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 + d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

avec :

$$\bar{\Omega}_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad (\text{II.33})$$

En conséquence, le modèle dynamique complet qui régit le quadrirotor est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_x} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_y} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} - \frac{K_{faz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = -\frac{K_{fxx}}{m} \dot{x} + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fyy}}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{fzz}}{m} \dot{z} - g + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 \end{array} \right. \quad (\text{II.34})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = (c \phi c \psi s \theta + s \phi s \psi) \\ u_y = (c \phi s \theta s \psi - s \phi c \psi) \end{array} \right. \quad (\text{II.35})$$

et :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

a partir de (II.35), on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_d = \arcsin(u_x \sin(\psi_d) - u_y \cos(\psi_d)) \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{(u_x \cos(\psi_d) + u_y \sin(\psi_d))}{\cos(\phi_d)}\right) \end{array} \right.$$

#### II.4.6. La représentation d'état du système

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suit [13-14-15-16] :

$$\begin{aligned} X &= [\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T \end{aligned}$$

on obtient la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = x_2 \\
\dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \\
\dot{x}_3 = x_4 \\
\dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 \\
\dot{x}_5 = x_6 \\
\dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 \\
\dot{x}_7 = x_8 \\
\dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\
\dot{x}_9 = x_{10} \\
\dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\
\dot{x}_{11} = x_{12} \\
\dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g
\end{cases} \quad (\text{II.37})$$

avec :

$$\begin{cases}
a_1 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x}, a_2 = -\frac{K_{fax}}{I_x}, a_3 = -\frac{J_r}{I_x}, a_4 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y}, a_5 = -\frac{K_{fay}}{I_y}, a_6 = \frac{J_r}{I_y} \\
a_7 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z}, a_8 = -\frac{K_{faz}}{I_z}, a_9 = -\frac{K_{fzx}}{m}, a_{10} = -\frac{K_{fyz}}{m}, a_{11} = -\frac{K_{fz}}{m}, b_1 = \frac{l}{I_x}, \\
b_2 = \frac{l}{I_y}, b_3 = \frac{1}{I_z}.
\end{cases} \quad (\text{II.38})$$

#### II.4.7. La dynamique des rotors [88-89]

Généralement les moteurs utilisés dans les quadrirotors sont des moteurs à courant continu. La dynamique du rotor est approximée à celle d'un moteur à courant continu, elle est donnée par les équations différentielles suivantes :

$$J_r \dot{\omega}_i = \tau_i - Q_i, \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (\text{II.39})$$

avec :  $\tau_i$  est le couple d'entrée, et  $Q_i = d \omega_i^2$  est le couple résistant généré par le rotor  $i$ .

Pour atteindre les objectifs de la commande d'un quadrirotor, une boucle d'asservissement en vitesse est souvent nécessaire. D'abord, nous avons besoin de déterminer les vitesses désirées  $\omega_{d,i}$  correspondantes aux valeurs des commandes fournies par le contrôleur, ces vitesses peuvent être calculées comme suit :

$$\varpi_d = M^{-1} U \quad (\text{II.40})$$

avec :  $\varpi_d = (\omega_{d1}^2, \omega_{d2}^2, \omega_{d3}^2, \omega_{d4}^2)^T$ ,  $U = (u_1, u_2, u_3, u_4)^T$ , et  $M$  est une matrice non singulière, elle est obtenu à partir de (II.36).

L'objectif est de synthétiser un contrôleur pour que  $\omega_i \rightarrow \omega_{d,i}$  lorsque  $t \rightarrow \infty$  en utilisant les couples  $\tau_i$ .

On définit l'erreur de vitesse :

$$\tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_{d,i} \quad (\text{II.41})$$

Une loi de commande est développée dans [88-89], elle est donnée par :

$$\tau_i = Q_i + J_r \dot{\omega}_{d,i} - k_i \tilde{\omega}_i \quad (\text{II.42})$$

avec  $k_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  sont des gains positifs.

On remplace la loi de commande dans (II.39), on obtient :

$$\dot{\tilde{\omega}}_i = -\frac{k_i}{J_r} \tilde{\omega}_i \quad (\text{II.43})$$

Cette relation représente la dynamique de l'erreur, elle nous montre la convergence exponentielle de  $\omega_i$  vers  $\omega_{d,i}$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ . Sa signifier la convergence des commandes du quadrirotor vers ces valeurs désirées, ce qui assure la stabilité du quadrirotor.

En réalité le quadrirotor est commandé par les tensions d'alimentation de ces quatre moteurs. Pour commander ces moteurs, nous avons besoin d'obtenir la tension d'entrée de chaque moteur. Supposant que l'inductance du moteur est petite, et considérant que les moteurs utilisés sont identiques, nous pouvons obtenir la tension d'entrée de chaque moteur comme suit :

$$v_i = \frac{R_a}{k_m k_g} \tau_i + k_m k_g \omega_i \quad (\text{II.44})$$

avec :  $R_a$  est la résistance du moteur,  $k_m$  est la constant du couple de moteur,  $k_g$  est le gain du réducteur.

#### II.4.8. Les valeurs des paramètres du quadrirotor [26, 88-89]

Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
$m$	0,486 kg	$K_{fay}$	$5,5670 \times 10^{-4} \text{ N/rad/s}$
$g$	$9,806 \text{ m/s}^2$	$K_{faz}$	$6,3540 \times 10^{-4} \text{ N/rad/s}$
$l$	0,25 m	$K_{ftx}$	$5,5670 \times 10^{-4} \text{ N/m/s}$
$b$	$2,9842 \times 10^{-5} \text{ N/rad/s}$	$K_{fyy}$	$5,5670 \times 10^{-4} \text{ N/m/s}$
$d$	$3,2320 \times 10^{-7} \text{ N.m/rad/s}$	$K_{fyz}$	$6,3540 \times 10^{-4} \text{ N/m/s}$
$J_r$	$2,8385 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$	$k_i$	$20 \times J_r$
$I_x$	$3,8278 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$k_m$	$4,3 \times 10^{-3} \text{ N.m/A}$
$I_y$	$3,8288 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$k_g$	5,6
$I_z$	$7,6566 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$R_a$	0,67 $\Omega$
$K_{fax}$	$5,5670 \times 10^{-4} \text{ N/rad/s}$	$v_n$	12 v

**Tableau II.1** : Paramètres du modèle du quadrirotor utilisé.

**II.5. Conclusion**

Ce chapitre permet au lecteur d'avoir des concepts préliminaires sur les robots volants et leur principe de fonctionnement. Le quadrirotor est l'un des robots volants qui sont en investigation ces dernières années. Ce système est constitué de quatre rotors, deux de ces rotors tournent dans un sens et les deux autres dans le sens inverse. En variant les vitesses de rotation de ces rotors, le quadrirotor peut faire des mouvements différents aussi bien en translation qu'en rotation.

L'utilisation du formalisme de Newton-Euler nous a permis d'établir le modèle dynamique du quadrirotor. A partir du modèle obtenu, nous concluons que le quadrirotor est un système sous actionné. De plus, la complexité du modèle, la non linéarité, et l'interaction entre les états du système, peuvent se voir clairement. Dans le chapitre suivant, nous présenterons deux structures de commande basées sur la commande par mode de glissement et la commande par backstepping.

## Chapitre III

# Commande par mode de glissement et backstepping

---

*Dans le présent chapitre, on présente les fondements et les aspects théoriques de deux techniques de commande, la première, est la commande par mode de glissement, l'autre est la commande par backstepping. Puis, on valide les approches exposées sur le modèle du quadrirotor.*

---

### III.1. Introduction

Avec la complexité des nouvelles installations industrielles, les correcteurs classiques deviennent impuissants et donnent souvent des résultats moins performants. Pour surmonter ce problème, la tendance des recherches actuelle est vers les commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans des larges domaines de fonctionnement. Parmi ces techniques, on trouve la commande par mode de glissement qui, depuis longtemps, fait l'objet de plusieurs travaux de recherche; seule ou en hybridation avec d'autres techniques de commande [11, 1, 74, 15, 13]. La commande par backstepping, est une autre technique de commande non linéaire qui est aussi jugée robuste, la synthèse d'une telle commande se fait de manière systématique et basée sur l'approche de Lyapunov.

### III.2. Aspects théoriques de la commande à structure variable

La théorie des systèmes à structure variable (SSV) et les modes glissants associés a fait l'objet d'études détaillées au cours des trente dernières années [28-92], aussi bien par les chercheurs soviétiques, que par les chercheurs des autres pays. La discussion qui a eu lieu en 1960 entre Neimark et Philipov a été concluante dans la mesure où un nouveau problème sur la théorie des modes glissants a été posé.

La technique de commande par mode de glissement consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement [18].

Les systèmes de contrôle à structure variable (VSC) (ou par mode de glissement (SMC)) sont des systèmes de commande non linéaires discontinus où la structure du contrôleur varie entre deux structures, la commutation d'une valeur à l'autre se fait suivant le signe d'un hyperplan de l'espace d'état du système de façon à forcer le point représentatif de son mouvement à rester sur cet hyperplan d'où le nom de régime glissant idéal, ceci dans le but d'obtenir une meilleure stabilité et précision que celles obtenues généralement avec les régulateurs classiques.

La commande à structure variable n'affecte plus ce nouveau régime qui est commandé uniquement par une commande appelée commande équivalente. Cette dernière est indépendante des variations de paramètres et des perturbations d'où l'invariance de la dynamique du système dans le mode de glissement (qui est gouverné uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement), le système commandé est alors complètement insensible aux paramètres incertains et aux perturbations.

#### III.2.1. Principe de la commande par mode de glissement (SMC)

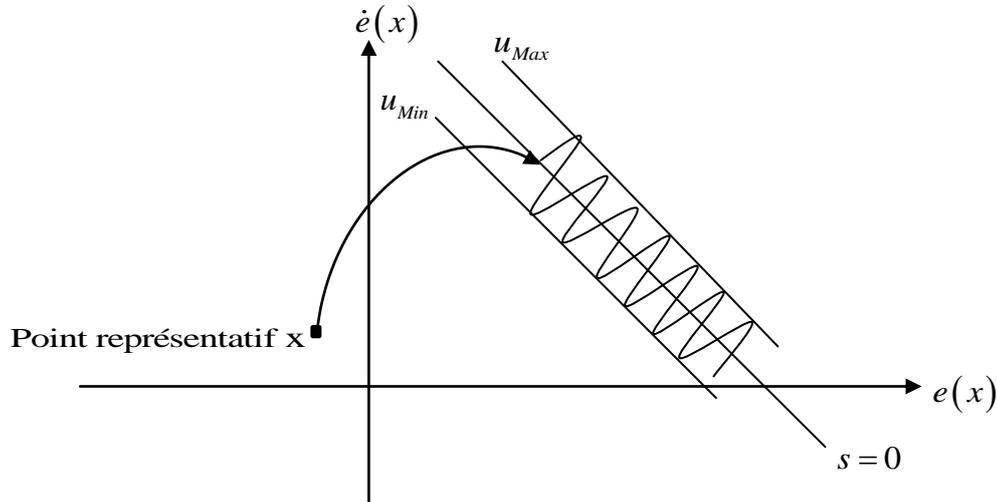
L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [17] :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{gliss} + \mathbf{u}_{eq} \quad (\text{III.1})$$

$\mathbf{u}_{gliss}$  : Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « sign » de la surface de glissement  $s$ , multipliée par une constante  $K_{gliss}$ .

La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

$u_{eq}$  : La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système, dans ce cas il s'agit d'un modèle linéaire ou non linéaire. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement  $s$ .



**Figure III.1** : Mode de glissement

### III.2.2. Notions de base de la commande SMC

Soit le système donné par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.2})$$

où  $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in X$  une variété différentiable,  $u$  représente la commande du système,  $f$  et  $g$  sont des champs de vecteur, définis sur  $X$ .

#### III.2.2.1. Surface de glissement

Pour des raisons de stabilisation et de définition d'une dynamique désirée du système dans le mode de glissement, la surface de glissement  $s(x)$  peut être choisie en générale comme étant un hyperplan passant par l'origine de l'espace.

La surface  $s$  est donnée par :

$$s_i = \dot{e}_i + \lambda_i e_i \quad (\text{III.3})$$

avec :

$$e_i = x_i - x_{d_i} \quad (\text{III.4})$$

tel que :  $\lambda_i$  est le paramètre de la surface de glissement,  $x_i$  est l'état du système, et  $x_{d_i}$  est l'état désiré.

### III.2.2.2. Régime glissant idéal

Ce régime correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, d'où le point représentatif du mouvement du système glisse parfaitement sur l'hyperplan de commutation ( $s(x) = 0$ ).

### III.2.2.3. Régime glissant réel

La trajectoire d'état dans ce régime reste autour de l'hyperplan de glissement ( $s(x) = 0$ ) jusqu'à au point d'équilibre.

### III.2.2.4. Condition d'existence et d'unicité du régime glissant

Un régime glissant existe sur une surface de glissement si et seulement si, dans un voisinage de la surface de glissement toutes les trajectoires du système sont dirigées vers elle. En d'autres termes :

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s}(x) > 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{III.5})$$

## III.2.3. Méthodes de synthèse classiques de la commande par mode de glissement (SMC)

Dans ce qui suit, nous allons présenter deux expressions équivalentes pour la détermination de l'état  $x(t)$ , qui est la solution du système en mode de glissement.

La commande  $u$  est construite de façon à ce que les trajectoires du système soient amenées vers la surface de glissement et soient ensuite maintenues dans un voisinage de celle-ci.

$u$  est une loi de commande à structure variable définie comme suit :

$$\begin{cases} u^+(x) & \text{si } s(t,x) > 0 \\ u^-(x) & \text{si } s(t,x) < 0 \end{cases}, u^+ \neq u^- \quad (\text{III.6})$$

$u^+$  et  $u^-$  étant des fonctions continues. Il est à noter que le caractère discontinu de la loi de commande qui permet d'obtenir une convergence en temps fini sur la surface ainsi que des propriétés de robustesse vis-à-vis de certaines perturbations.

### III.2.3.1. Méthode de Philipov

L'approche de Philipov est l'une des premières approches. Cette méthode est basée sur les résultats des travaux effectués par ce chercheur sur les équations différentielles à second membre discontinu.

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.7})$$

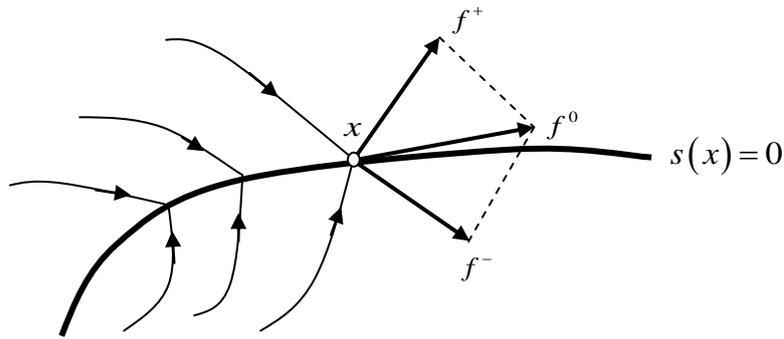
avec la stratégie de commande suivante :

$$u = \begin{cases} u^+(x) & \text{si } s(t,x) > 0 \\ u^-(x) & \text{si } s(t,x) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

On peut montrer à partir des travaux de Philipov que les trajectoires d'états (III.7) et (III.8) à  $s(x) = 0$  sont les solutions de l'équation :

$$\dot{x} = \alpha f^+ + (1-\alpha) f^- = f^0, \text{ avec } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (\text{III.9})$$

où,  $f^+ = f(x) + g(x)u^+$ ,  $f^- = f(x) + g(x)u^-$  et  $f^0$  est le vecteur de vitesse résultant de la trajectoire d'état et qui est tangentiel à la surface de glissement, il est obtenu par la moyenne géométrique comme le montre la figure suivante :



**Figure III.2 :** Illustration de la résolution de Philipov

en mode de glissement :  $s(x) = 0$ , en dérivant cette relation par rapport au temps, on aura :

$$\frac{ds(x)}{dt} = \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^T f^0 + \frac{\partial s}{\partial t} = \langle \nabla s, f^0 \rangle + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.10})$$

d'où :

$$\alpha = \frac{\langle \nabla s, f^- \rangle + \frac{\partial s}{\partial t}}{\langle \nabla s, f^- - f^+ \rangle} \quad (\text{III.11})$$

avec :  $\nabla s$  est le gradient de  $s$ ,  $\langle \bullet, \bullet \rangle$  est le produit scalaire.

En utilisant l'expression de  $\alpha$  dans (III.9), l'équation caractérisant la trajectoire d'état du système en régime glissant est comme suit :

$$\frac{dx}{dt} = \left[ \frac{\langle \nabla s, f^- \rangle + \frac{\partial s}{\partial t}}{\langle \nabla s, f^- - f^+ \rangle} \right] f^+ - \left[ \frac{\langle \nabla s, f^+ \rangle + \frac{\partial s}{\partial t}}{\langle \nabla s, f^- - f^+ \rangle} \right] f^- = f^0 \quad (\text{III.12})$$

La méthode de Philipov est l'une des possibilités permettant la détermination de la trajectoire d'état en mode de glissement, une autre méthode, appelée méthode de la commande équivalente, a été proposée par Utkin.

### III.2.3.2. Méthode d'Utkin (méthode de la commande équivalente)

La méthode de la commande équivalente est un moyen pour déterminer le mouvement sur la surface de glissement. Soit le système donné par [92] :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.13})$$

en régime de glissement

$$\begin{cases} s(x) = 0 \\ \dot{s} = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^T \frac{dx}{dt} + \frac{\partial s}{\partial t} = \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^T (f(x) + g(x)u_{eq}) + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

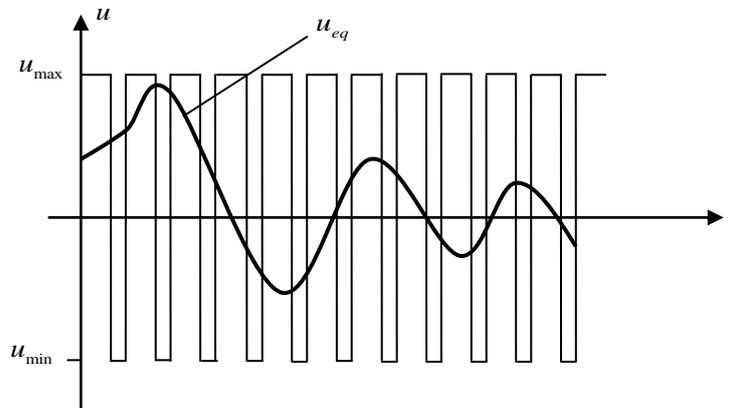
où  $u_{eq}$  est la commande équivalente. Elle est donc définie par l'équation suivante :

$$u_{eq} = -\left(\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^T g(x)\right)^{-1} \left(\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^T f(x) + \frac{\partial s}{\partial t}\right), \text{ telque : } \left(\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^T g(x)\right) \neq 0 \quad (\text{III.15})$$

en remplaçant l'expression de  $u_{eq}$  dans (III,13), on obtient la trajectoire d'état en mode de glissement.

$$\frac{dx}{dt} = f(x) - g(x) \left(\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^T g(x)\right)^{-1} \left(\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^T f(x) + \frac{\partial s}{\partial t}\right) \quad (\text{III.16})$$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne que prend la grandeur de commande discontinue lors de la commutation rapide entre  $u_{max}$  et  $u_{min}$  et comme il est représenté sur la figure (III.3).



**Figure III.3 :** Commande équivalente

### III.2.4. Le broutement dans le mode de glissement (chattering)

La commande des systèmes à structure variable peut être commutée d'une valeur à une autre suivant le signe d'une fonction de commutation, avec une fréquence infinie. Cependant, dans les systèmes réels, il est impossible de réaliser une telle commutation de la commande pour des raisons technologique telles que : l'hystérésis, la présence de retard, limitation des actionneurs...etc.

La commande discontinue engendre des oscillations du vecteur d'état et de la commande à une fréquence finie. Ce phénomène est appelé « *le phénomène de broutement* » (chattering en anglais). Ce phénomène a plusieurs effets indésirables sur le comportement du système. Il peut :

- Exciter des dynamiques non modélisées
- Diminuer la précision
- Produire une grande perte d'énergie
- Créer une fatigue des parties mécanique mobile.

Plusieurs techniques ont alors été proposées pour réduire ou éliminer ce phénomène. Parmi ces techniques on présente deux solutions :

### III.2.4.1. La proposition de Slotine

Elle consiste à approximer la commande discontinue par une loi continue au voisinage de la surface, cette fonction a le nom « *sat* ». Dans ce cas la commande devient [84] :

$$u = -k \text{sat}(s) \quad (\text{III.17})$$

la fonction « *sat* » est donnée par :

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi} & \text{si } |s| \leq \Phi \\ \text{sign}(s) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

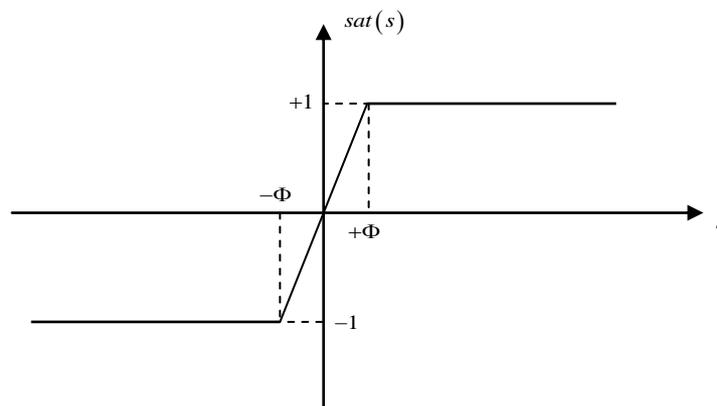


Figure III.4 : Fonction de saturation « *sat* ».

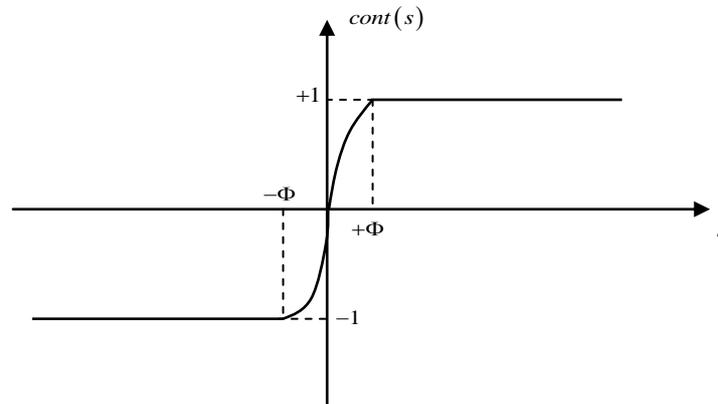
### III.2.4.2. La proposition de Harshima

Dans celle-ci, la fonction signe est remplacée par une fonction de lissage appelée « *cont* ». Dans ce cas la commande devient [84] :

$$u = -k \text{cont}(s) \quad (\text{III.19})$$

Tel que :

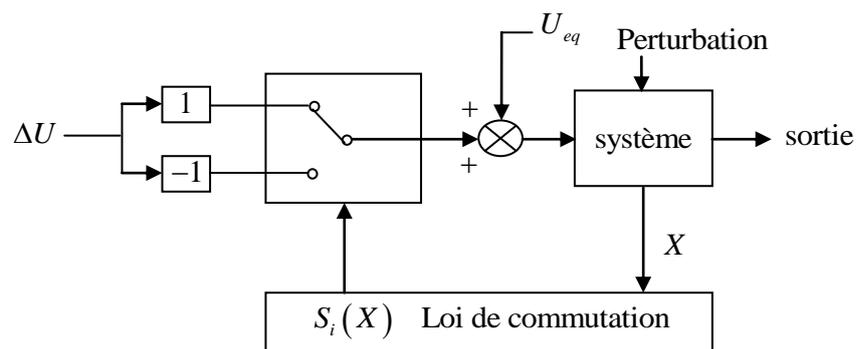
$$\text{cont}(s) = \begin{cases} \frac{s}{|s| + \delta} & \text{si } |s| \leq \Phi \quad \text{avec } \delta > 0 \\ \text{sign}(s) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.20})$$



**Figure III.5 :** Fonction de saturation « *cont* ».

### III.2.5. Structures de contrôle par mode de glissement

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode de glissement, on peut trouver trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple où la commutation a lieu au niveau de l'organe de commande lui-même. On l'appellera, structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre-réaction d'état. Enfin, la dernière structure est la structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout de la « *commande équivalente* ». On s'intéresse dans notre étude par cette dernière structure.



**Figure III.6 :** Structure de régulation par ajout de la commande équivalente

### III.3. Technique de commande par Backstepping

La technique de commande par Backstepping a été développée par Kanellakopoulos et al [52] en 1991, elle est inspirée par les travaux de Feurer et Morse [32] d'une part, et Tsinias [91] et

Kokotovic et Sussmann [61] d'autre part. Cette technique offre une méthode systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires, l'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir pour une certaine fonction (*Lyapunov*) définie positive que sa dérivée soit toujours négative. L'objectif de cette technique est de calculer, en plusieurs étapes, une commande qui garantit la stabilité globale du système [6].

### III.3.1. Définitions

**A. Point d'équilibre :** physiquement, un système est en équilibre quand il conserve son état en absence de forces externes. Mathématiquement, cela équivaut à dire que la dérivée  $\dot{x}$  de son état est nulle.

$$\dot{x} = f(x) = 0 \quad (\text{III.21})$$

**B. Stabilité :** on dit qu'un système est stable lorsque il revient à son état d'équilibre si l'on excite par une impulsion, il est instable lorsque il s'éloigne.

**C. Stabilité de Lyapunov :** Considérons le système invariable suivant [6] :

$$\dot{x} = f(x) \quad (\text{III.22})$$

commençons à l'état initial  $x(0)$ . Supposons que  $x_e$  est un point d'équilibre du système,  $f(x_e) = 0$ . Nous disons que le point d'équilibre est :

- Stable, si pour chaque  $\varepsilon > 0$  existe  $\delta(\varepsilon) > 0$ , tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon, \text{ pour tout } t \geq 0$$

- Asymptotiquement stable, s'il est stable et en plus il existe  $r > 0$  tels que :

$$\|x(0) - x_e\| < r \Rightarrow x(t) \rightarrow x_e, \text{ lorsque } t \rightarrow \infty$$

- Globalement asymptotiquement stable, s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiaux.

### III.3.2. Méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes

L'étude de la stabilité des systèmes non linéaire est très complexe. L'approche de Lyapunov est l'approche la plus utilisée pour étudier ce problème. On distingue deux méthodes de Lyapunov pour l'analyse de la stabilité :

- La méthode de linéarisation
- La méthode directe

La première concerne la stabilité locale autour d'un point d'équilibre. Par contre, la deuxième détermine la stabilité des systèmes en construisant une fonction scalaire des états du système dont on examinera la variation temporelle.

On s'intéresse par la méthode directe de Lyapunov car la commande par backstepping est basé sur cette méthode.

### III.3.2.1. Méthode direct de Lyapunov

Son objectif, est de définir une méthode permettant d'analyser la stabilité d'un système linéaire sans connaître explicitement les solutions des équations différentielles qui le décrivent.

La philosophie de cette méthode n'est que l'extension mathématique d'un phénomène physique observé, car les systèmes mécaniques et électriques perdent de l'énergie pour se stabiliser au point d'équilibre.

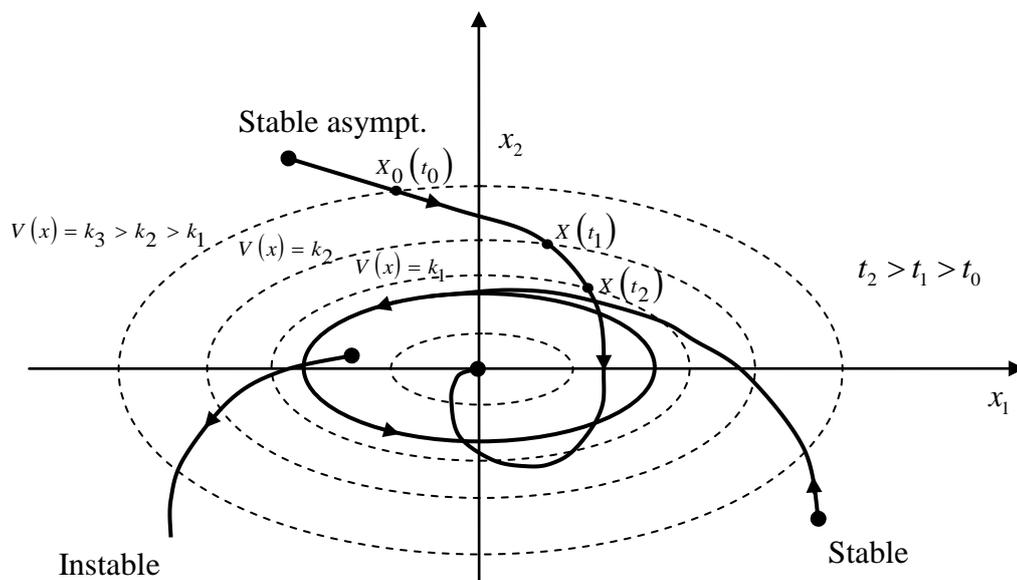
#### Théorème de Lyapunov

La méthode directe de Lyapunov (ou la méthode des fonctions de Lyapunov) est dérivée du critère énergétique de stabilité en appliquant ce critère indépendamment du concept d'énergie, on remplace alors l'énergie du système par une « fonction de Lyapunov » qui est définie positive (comme l'énergie). Soit le système autonome :

$$\dot{x} = f(x), x_e = 0 \quad (\text{III.23})$$

Ce système aura un point d'équilibre  $x_e = 0$ , globalement asymptotiquement stable, s'il existe une fonction scalaire  $V(x)$  continue avec une dérivée partielle par rapport au temps  $\dot{V}(x)$  continue ayant les propriétés suivantes [6] :

1.  $V(0) = 0$ ,
2.  $V(x) > 0, \quad \forall x \neq 0$ ,
3.  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) = \infty$  (radialement non bornée),
4.  $\dot{V} < 0 \quad \forall x \neq 0$ .



**Figure III.7 :** Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov.

### III.3.2.2. La synthèse de la commande par la méthode directe de Lyapunov

Dans les paragraphes précédents, nous avons étudié la stabilité des systèmes où on a supposé implicitement que la loi de commande a été choisie et notre but était de vérifier la stabilité du système avec cette loi de commande, mais le problème dans cette synthèse est comment trouver cette commande qui stabilisera le système.

Nous allons présenter une méthodologie qui combine entre la recherche de la fonction de Lyapunov et la loi stabilisante. En général, il existe deux concepts pour l'application de la méthode directe de Lyapunov pour la synthèse d'une commande stable :

**1<sup>ère</sup> concept** : On suppose que la loi de commande existe et on cherche la fonction de Lyapunov.

**2<sup>ème</sup> concept** : Cette fois si, on fait un choix sur  $V(x)$ , la fonction de Lyapunov candidate, et on cherche la loi de commande qui rend cette fonction candidate la fonction de Lyapunov réelle.

Dans la plupart des théorèmes et des lemmes de la stabilité au sens de Lyapunov, l'existence de la fonction de Lyapunov était assumée et l'objectif était de déterminer la stabilité de ces systèmes. Mais dans la plupart de cas, la recherche de cette fonction est très difficile. Dans le paragraphe suivant, nous présenterons la notion du « *backstepping* » qui nous offre une solution à ce problème.

### III.3.3. Technique de la commande par backstepping

#### III.3.3.1. Algorithme de base

Afin d'illustrer le principe de la méthode backstepping, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme [6] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3) \cdot u \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

où,  $g_i$  et  $f_i$  ( $i=1,2,3$ ) sont des fonctions non linéaires connues tel que  $f_i(0)=0$  et  $g_i(x) \neq 0, \forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathfrak{R}^3$ . On désire faire suivre à la sortie  $y = x_1$  le signal de référence  $y_r$ , où  $y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r$  et  $y_r^{(3)}$  sont supposées connues et uniformément bornées. Le système étant du troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes.

#### Etape 1 :

On considère d'abord le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (\text{III.25})$$

la variable d'état  $x_2$  est traitée comme une commande et l'on définit la première valeur désirée :

$$(x_1)_d \triangleq \alpha_0 = y_r \quad (\text{III.26})$$

la première variable d'erreur se définit par :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \quad (\text{III.27})$$

Sa dérivée est donnée comme suit :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (\text{III.28})$$

pour un tel système, la fonction quadratique

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{III.29})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0] \quad (\text{III.30})$$

un choix judicieux de  $x_2$  rendre  $\dot{V}_1$  négative et assure la stabilité de l'origine du sous système décrit par (III.25), ce choix se donne comme suit :

$$(x_2)_d \triangleq \alpha_1 = \frac{1}{g_1} [-k_1 e_1 - f_1 + \dot{\alpha}_0] \quad (\text{III.31})$$

où  $k_1 > 0$  est un paramètre de design.

Par conséquent, l'équation (III.30) devienne :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (\text{III.32})$$

### Etape 2 :

On considère, dans ce cas, le deux premiers sous-systèmes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

et on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (\text{III.34})$$

La dynamique des erreurs  $(e_1, e_2)$  s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1 \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{III.36})$$

cette fonction de Lyapunov a pour dérivée :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\ &= e_1 [f_1 + g_1(\alpha_1 + e_2) - \dot{\alpha}_0] + e_2 [f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1] \\ &= -k_1 e_1^2 + e_2 [f_2 + g_1 e_1 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1] \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

On prend  $x_3$  comme une deuxième commande virtuelle, sa valeur est donné par :

$$(x_3)_d \triangleq \alpha_2 = \frac{1}{g_2} [\dot{\alpha}_1 - g_1 e_1 - f_2 - k_2 e_2] \quad (\text{III.38})$$

où  $k_2 > 0$ , avec  $\dot{\alpha}_1$  calculée analytiquement

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \quad (\text{III.39})$$

un tel choix permet de réduire la dérivée à :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (\text{III.40})$$

### Etape 3 :

Le système (III.24) est maintenant considéré dans sa globalité. La nouvelle variable d'erreur est :

$$e_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (\text{III.41})$$

ce qui permet d'écrire la dynamique des erreurs  $(e_1, e_2, e_3)$  :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2(e_3 + \alpha_2) - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{e}_3 = f_3 + g_3 u - \dot{\alpha}_2 \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

On prend comme fonction de Lyapunov :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (\text{III.43})$$

sa dérivée s'écrit sous la forme :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 [g_3 u + g_2 e_2 + f_3 - \dot{\alpha}_2] \quad (\text{III.44})$$

Le choix approprié de la vraie commande  $u$  se donne par :

$$u = \frac{1}{g_3} [\dot{\alpha}_2 - g_2 e_2 - f_3 - k_3 e_3] \quad (\text{III.45})$$

où  $k_3 > 0$ , et  $\dot{\alpha}_2$  est également calculée analytiquement,

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{\ddot{y}}_r \quad (\text{III.46})$$

avec ce choix, on trouve :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{III.47})$$

d'où la stabilité en boucle fermée du système original (III.24), et la régulation à zéro de l'erreur de poursuite ( $y - y_r$ ). Les deux principaux objectifs du design (la stabilité et la poursuite) sont alors atteints.

### III.3.3.2. Cas des systèmes d'ordre $n$

L'extension de la procédure récursive de conception de la commande par backstepping à un système d'ordre  $n$  du type [6] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})x_n \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n)u \end{cases} \quad (\text{III.48})$$

Donne :

$$\begin{cases} (x_1)_d \triangleq \alpha_0 = y_r \\ (x_{i+1})_d \triangleq \alpha_i = \frac{1}{g_i} [\varphi_i - g_{i-1}e_{i-1} - \omega_i - k_i e_i] \\ \vdots \\ u = \frac{1}{g_n} [\varphi_{n-1} - g_{n-1}e_{n-1} - k_n e_n - \omega_n] \end{cases} \quad (\text{III.49})$$

où

$$\begin{cases} e_i = x_i - \alpha_{i-1} \\ \varphi_i = \sum_{k=1}^i \left( \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) - \omega_i, \quad i = 1, \dots, n \\ \omega_i = f_i - \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k \end{cases} \quad (\text{III.50})$$

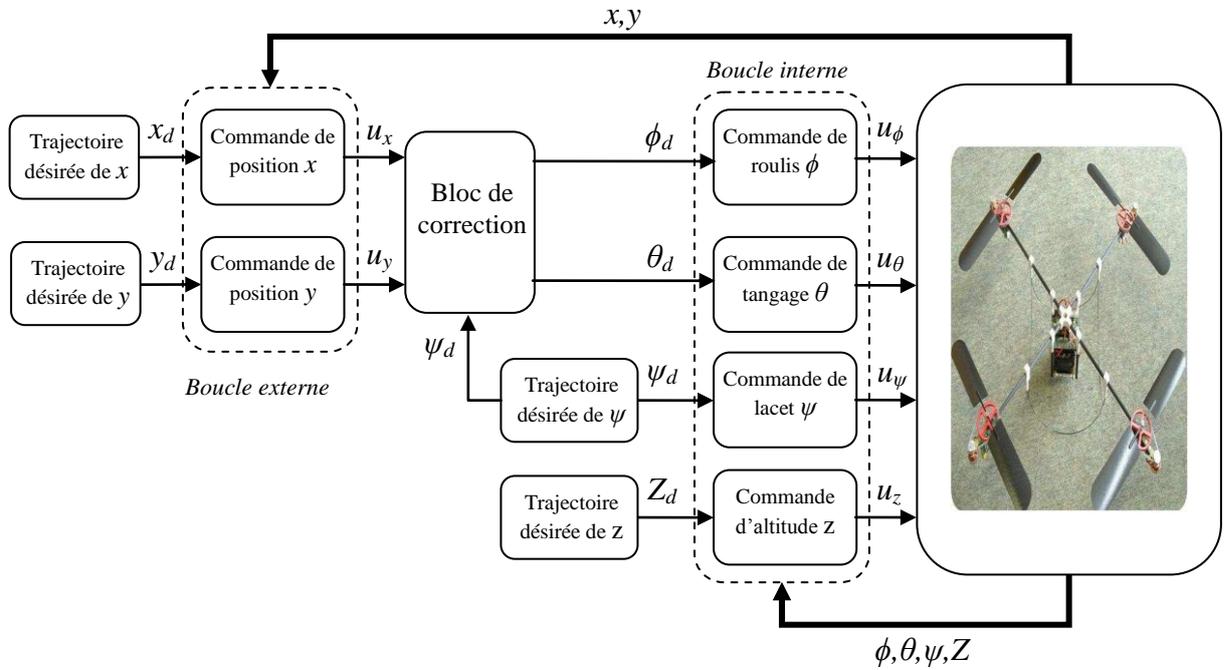
les différentes fonctions de Lyapunov sont données par :

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i [x_j - \alpha_{j-1}]^2 \quad (\text{III.51})$$

## III.4. Synthèse des lois de commande pour le quadrirotor

On propose, dans cette section, une stratégie de commande basée principalement sur deux boucles (boucle interne et boucle externe). La boucle interne contient quatre lois de commande :

commande de roulis ( $\phi$ ), commande de tangage ( $\theta$ ), commande de lacet ( $\psi$ ) et commande d'altitude  $Z$ . La boucle externe inclut deux lois de commande de positions  $x$  et  $y$ . La boucle de commande externe génère une désirée pour le mouvement de roulis ( $\theta_d$ ) et de tangage ( $\phi_d$ ) en passant par le bloc de correction. Ce bloc corrige la rotation de roulis et de tangage en fonction du désiré de lacet ( $\psi_d$ ). Le schéma ci-dessous représente la stratégie de commande adoptée:



**Figure III.8** : Illustration de la structure de commande du quadrirotor.

### III.4.1. Commande par mode glissement du quadrirotor

On a :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \end{cases} \quad (III.52)$$

Pour le sous système (III.52), le degré relatif est  $r_1 = 2$ , pour cela nous choisissons la surface de glissement comme suit :

$$s_\phi = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 \quad (III.53)$$

tel que :  $\lambda_1 > 0$ , et  $e_1 = \phi_d - \phi$

En utilisant la théorie de la commande par mode de glissement, la loi de commande est la suivante :

$$u_2 = u_{2gliss} + u_{2eq} \quad (III.54)$$

avec :  $u_{2gliss}$  est le terme de correction défini par :

$$u_{2gliss} = -k_{s1} \text{sign}(s_\phi), k_{s1} > 0 \quad (III.55)$$

$u_{2eq}$  est la commande équivalente, elle est calculée lorsque :

$$s_\phi = 0, \text{ et } \dot{s}_\phi = 0 \quad (\text{III.56})$$

la dérivée temporelle de  $s_\phi$  est  $\dot{s}_\phi$ , telle que,

$$\dot{s}_\phi = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 \quad (\text{III.57})$$

à partir de (III.56) et (III.57), on a :

$$\dot{s}_\phi = 0 \Leftrightarrow \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 = 0 \quad (\text{III.58})$$

en remplaçant  $\dot{e}_1$  et  $e_1$  dans (III.58), on trouve :

$$\ddot{\phi}_d - \dot{x}_2 + \lambda_1 (\dot{\phi}_d - x_2) = 0 \quad (\text{III.59})$$

A partir de (III.59), on obtient :

$$u_{2eq} = \frac{-1}{b_1} (a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - \ddot{\phi}_d - \lambda_1 (\dot{\phi}_d - x_2)) \quad (\text{III.60})$$

par conséquent :

$$u_2 = -k_{s1} \text{sign}(s_\phi) + \frac{1}{b_1} (-a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 (\dot{\phi}_d - x_2)) \quad (\text{III.61})$$

en appliquant la même procédure, on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_3 = -k_{s2} \text{sign}(s_\theta) + \frac{1}{b_2} (-a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + \ddot{\theta}_d + \lambda_2 (\dot{\theta}_d - x_4)) \\ u_4 = -k_{s3} \text{sign}(s_\psi) + \frac{1}{b_3} (-a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{\psi}_d + \lambda_3 (\dot{\psi}_d - x_6)) \\ u_x = -k_{s4} \text{sign}(s_x) + \frac{m}{u_1} (-a_9 x_8 + \ddot{x}_d + \lambda_4 (\dot{x}_d - x_8)) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_y = -k_{s5} \text{sign}(s_y) + \frac{m}{u_1} (-a_{10} x_{10} + \ddot{y}_d + \lambda_5 (\dot{y}_d - x_{10})) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_1 = -k_{s6} \text{sign}(s_z) + \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} (-a_{11} x_{12} + \ddot{z}_d + \lambda_6 (\dot{z}_d - x_{12}) + g) \end{array} \right. \quad (\text{III.62})$$

tel que :

$$e_i = x_{id} - x_i, \quad i \in [3, 5, 7, 9, 11] \quad (\text{III.63})$$

Les surfaces de glissement sont choisit comme :

$$\left\{ \begin{array}{l} s_\theta = \dot{e}_3 + \lambda_2 e_3 \\ s_\psi = \dot{e}_5 + \lambda_3 e_5 \\ s_x = \dot{e}_7 + \lambda_4 e_7 \\ s_y = \dot{e}_9 + \lambda_5 e_9 \\ s_z = \dot{e}_{11} + \lambda_6 e_{11} \end{array} \right. \quad (\text{III.64})$$

### III.4.2. Commande par backstepping du quadrirotor

#### Etape 1

Pour le même sous système (III.52), on a :

$$\begin{cases} e_1 = \phi_d - x_1 \\ V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \end{cases} \quad (III.65)$$

La dérivée de la fcl est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(\dot{\phi}_d - \dot{x}_2) \quad (III.66)$$

La stabilisation de  $e_1$  peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle  $x_2$  :

$$(x_2)_d = \dot{\phi}_d + k_1 e_1 \quad (III.67)$$

et (III.66) devient :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (III.68)$$

#### Etape 2

On considère la deuxième variable d'erreur :

$$\begin{cases} e_2 = \dot{\phi}_d + k_1 e_1 - x_2 \\ V_2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 \end{cases} \quad (III.69)$$

La dérivée de la nouvelle fcl est :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 = e_1(-k_1 e_1 + e_2) + e_2(\ddot{\phi}_d + k_1 \dot{e}_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - b_1 u_2) \quad (III.70)$$

Alors la loi de commande  $u_2$  est déduite en satisfaisant  $\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0$ :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} \left( -a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + \ddot{\phi}_d + k_1(-k_1 e_1 + e_2) + k_2 e_2 + e_1 \right) \quad (III.71)$$

Les mêmes étapes sont reprises afin d'extraire  $u_3, u_4, u_x, u_y$  et  $u_1$

$$\begin{cases} u_3 = \frac{1}{b_2} \left( -a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + \ddot{\theta}_d + k_3(-k_3 e_3 + e_4) + k_4 e_4 + e_3 \right) \\ u_4 = \frac{1}{b_3} \left( -a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{\psi}_d + k_5(-k_5 e_5 + e_6) + k_6 e_6 + e_5 \right) \\ u_x = \frac{m}{u_1} \left( -a_9 x_8 + \ddot{x}_d + k_7(-k_7 e_7 + e_8) + k_8 e_8 + e_7 \right) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_y = \frac{m}{u_1} \left( -a_{10} x_{10} + \ddot{y}_d + k_9(-k_9 e_9 + e_{10}) + k_{10} e_{10} + e_9 \right) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_1 = \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} \left( g - a_{11} x_{12} + \ddot{z}_d + k_{11}(-k_{11} e_{11} + e_{12}) + k_{12} e_{12} + e_{11} \right) \end{cases} \quad (III.72)$$

tel que :

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i \in [3,5,7,9,11] \\ \dot{x}_{(i-1)d} + k_{(i-1)} e_{(i-1)} - \dot{x}_i & i \in [4,6,8,10,12] \end{cases} \quad (\text{III.73})$$

$$k_i > 0, \quad i \in [2, \dots, 12]$$

les fcls prennent la forme suivante :

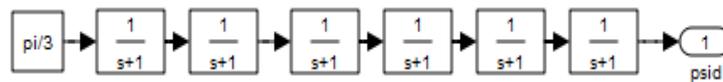
$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [3,5,7,9,11] \\ V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [4,6,8,10,12] \end{cases} \quad (\text{III.74})$$

### III.5. Simulation numérique

Dans cette section, on va présenter les résultats de simulation issus de l'application des deux techniques de commande vues précédemment (SMC et Backstepping) sur le quadrirotor sans et avec défauts. Les figures (III.10), (III.11), (III.12), et (III.13) représentent l'évolution des signaux caractérisant le système en fonction du temps, à savoir : les sorties et les sorties désirées ainsi que les commandes appliquées au système. Ceci afin d'atteindre le point final de coordonnées  $[x_d, y_d, z_d, \psi_d]$ , telle que :

$$x_d = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{t}{2}\right), \quad y_d = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{t}{2}\right), \quad z_d = 1 + \frac{t}{10} \quad \text{et} \quad \psi_d = \frac{\pi}{3}$$

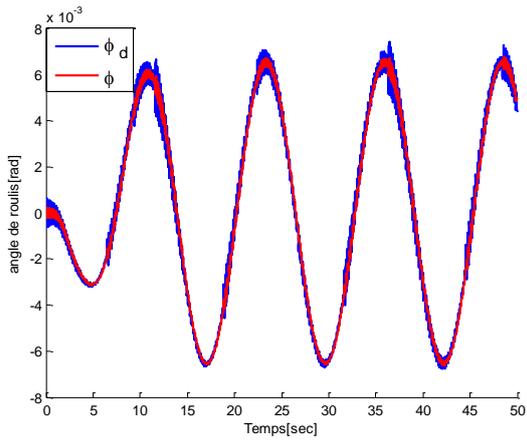
Pour assurer la continuité des vitesses des rotors (d'un point de vu côté pratique), les variables de référence  $x_d, y_d, z_d, \psi_d$  doivent être filtrées (en ajoutant plusieurs systèmes du 1<sup>ière</sup> ordre placer en cascade avec notre variables de références ).



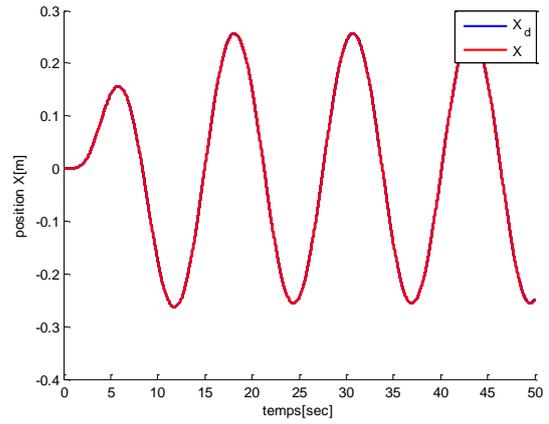
**Figure III.9** : Filtrage d'une variable de référence.

La simulation numérique a été effectuée en se servant du logiciel MATLAB sous l'environnement graphique Windows Vista. La résolution des systèmes d'équations différentielles a été faite par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas de simulation  $\Delta t = 0.01$  sec. et un temps final  $t_f = 50$  sec .

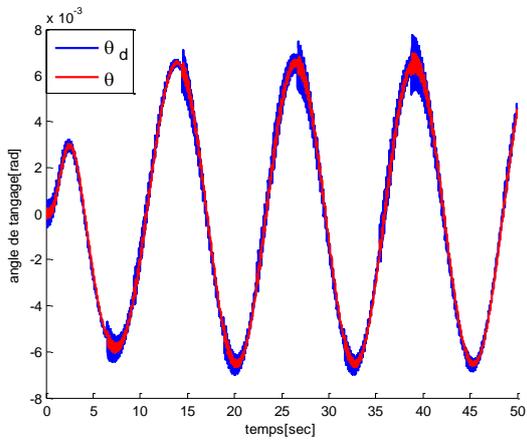
**III.5. 1. Commande par mode de glissement sans défauts :**



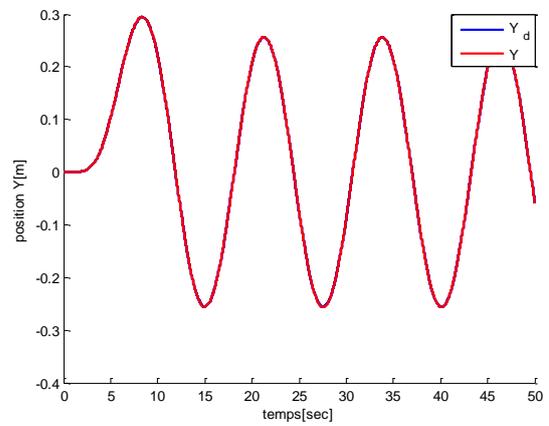
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



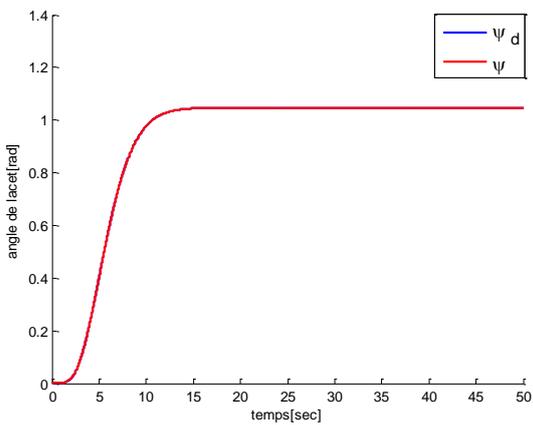
b) Evolution de la position selon l'axe X



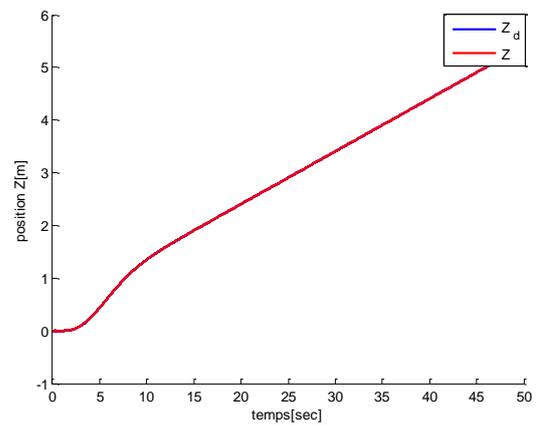
c) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



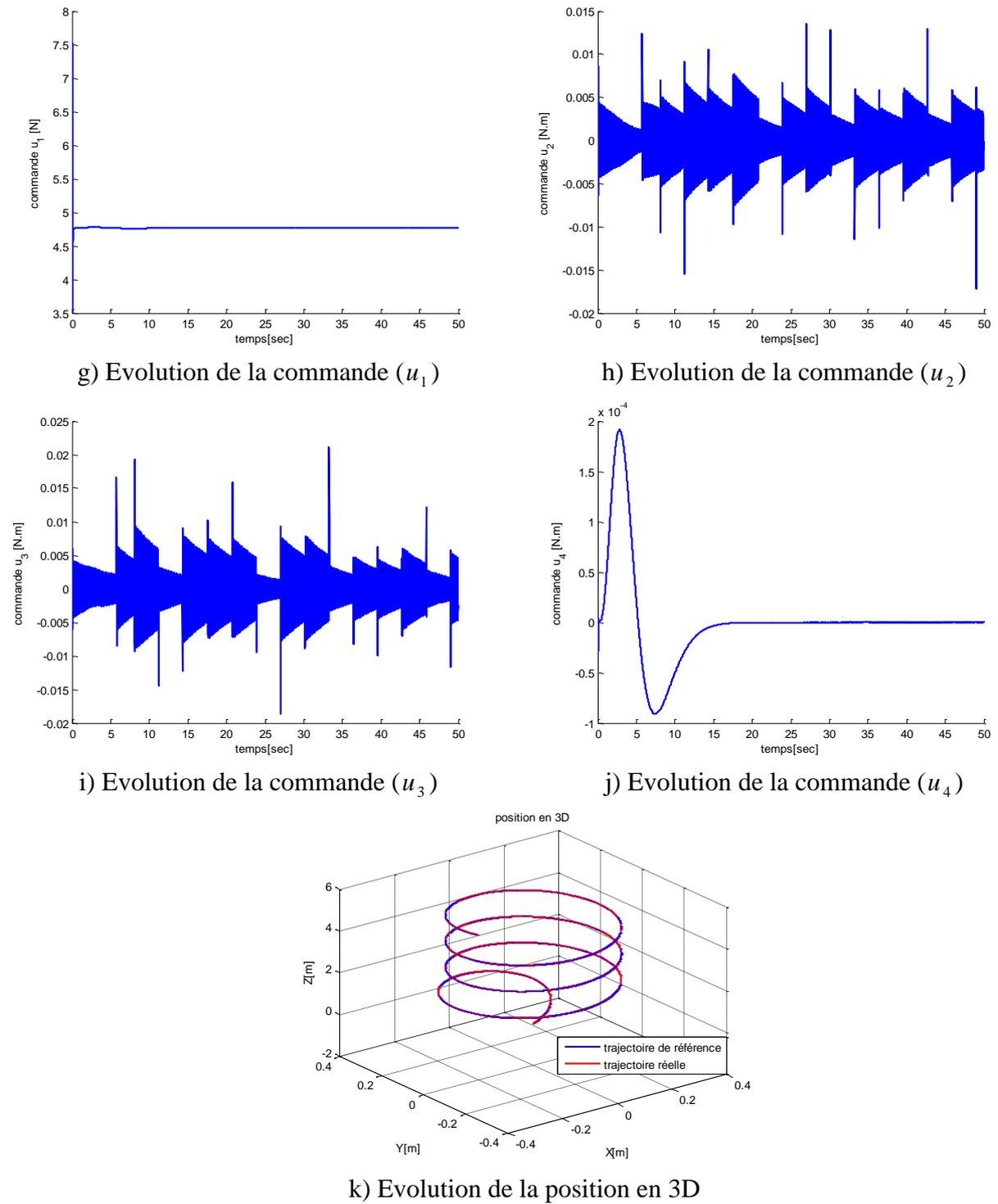
d) Evolution de la position selon l'axe Y



e) Evolution de l'angle de lacet (psi)



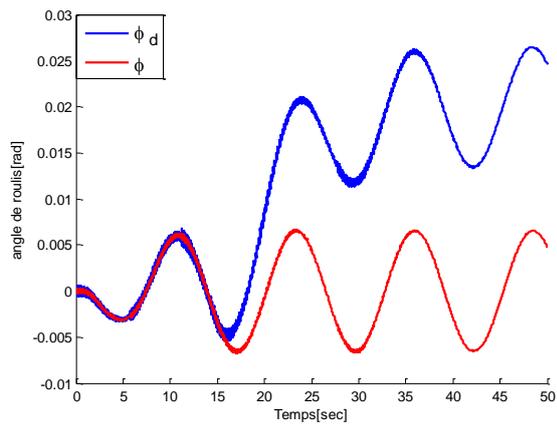
f) Evolution de la position selon l'axe Z



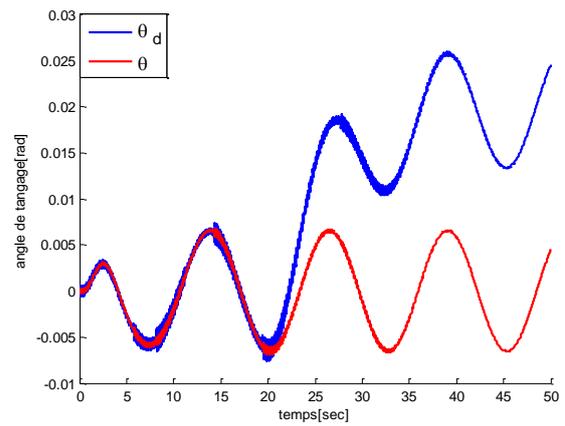
**Figure III.10 :** Résultats de simulation de la commande par mode de glissement sans défauts.

D’après la famille de figures (III.10), on remarque une bonne poursuite de la trajectoire désirée en absence de défauts, tout en observant l’apparition du chattering aux figures (III.10.a), (III.10.c), (III.10.h), et (III.10.i).

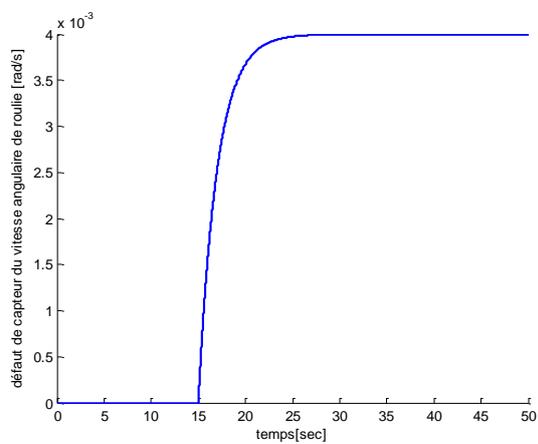
**III.5.2. Commande par mode de glissement avec défauts :**



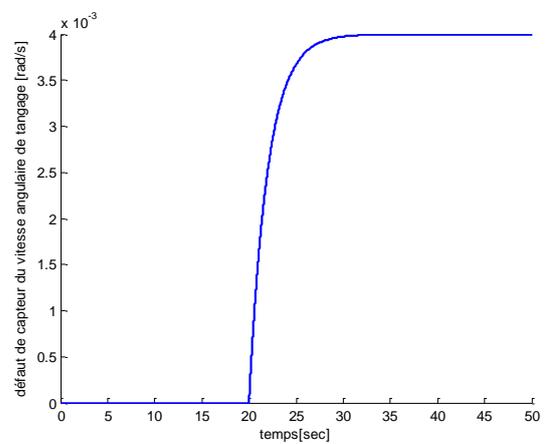
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



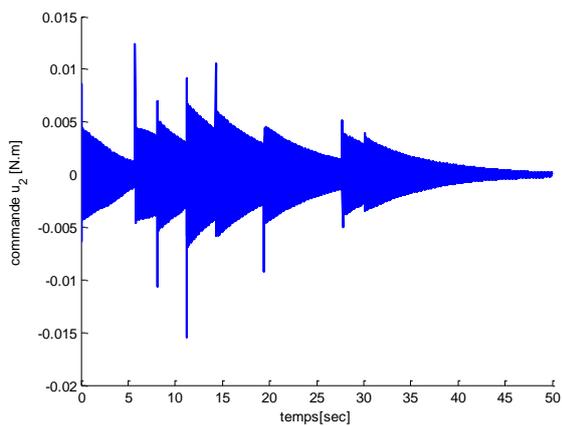
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



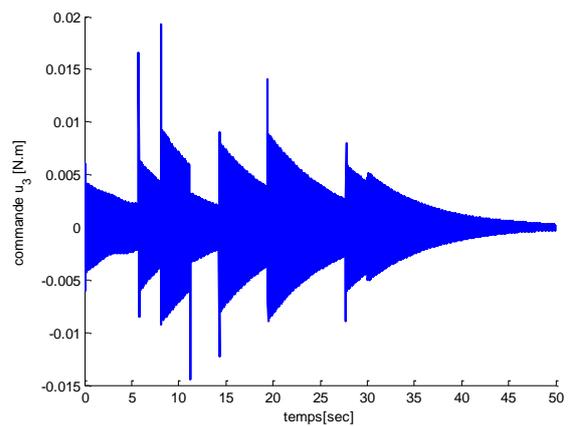
c) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



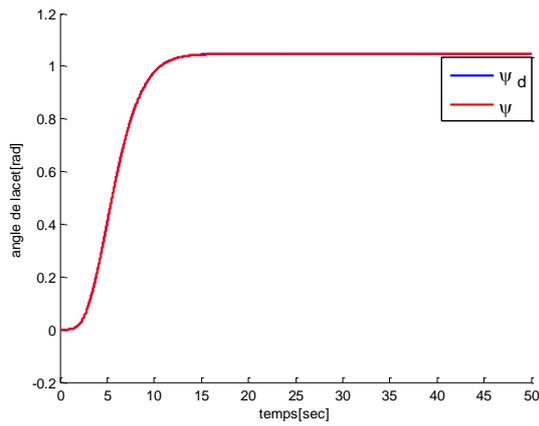
d) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



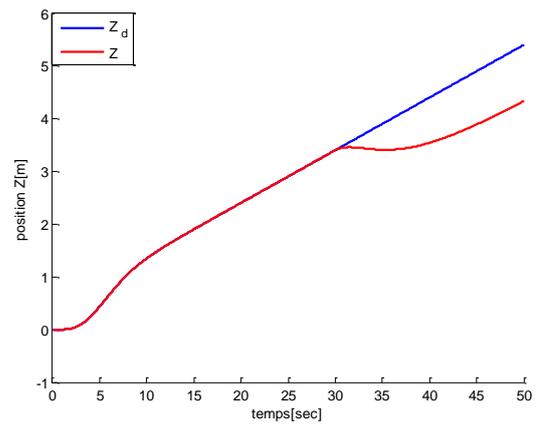
e) Evolution de la commande ( $u_2$ )



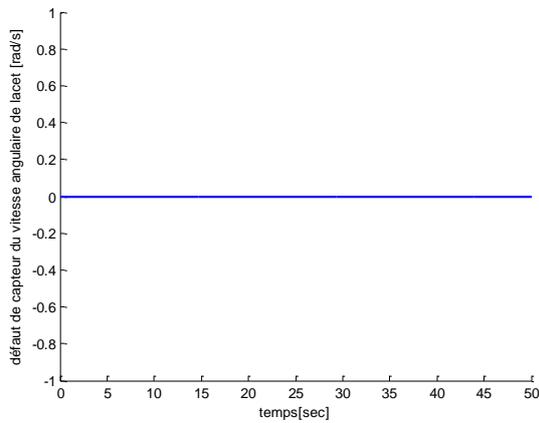
f) Evolution de la commande ( $u_3$ )



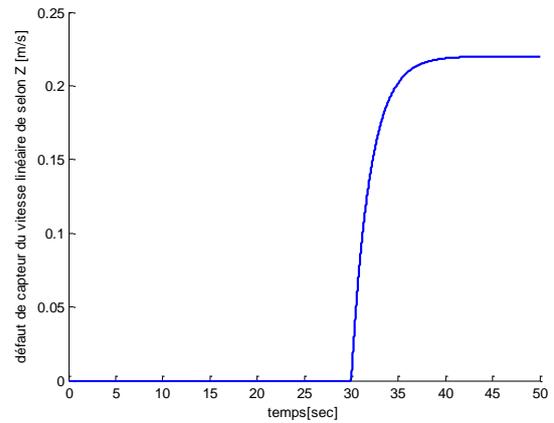
g) Evolution de l'angle de lacet (psi)



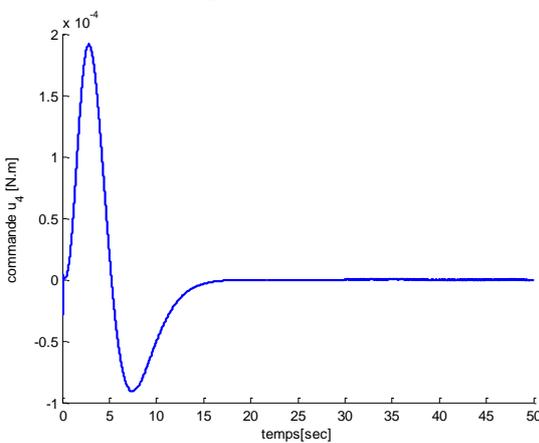
h) Evolution de la position selon l'axe Z



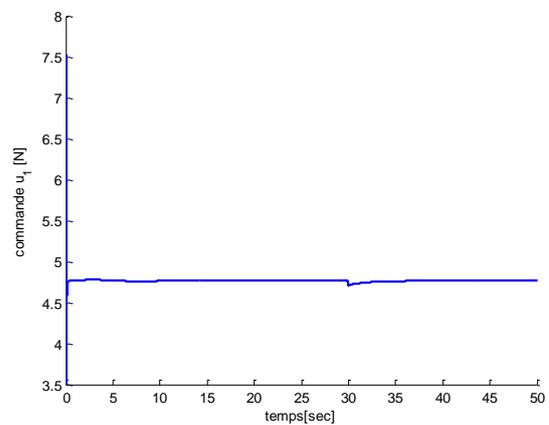
i) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



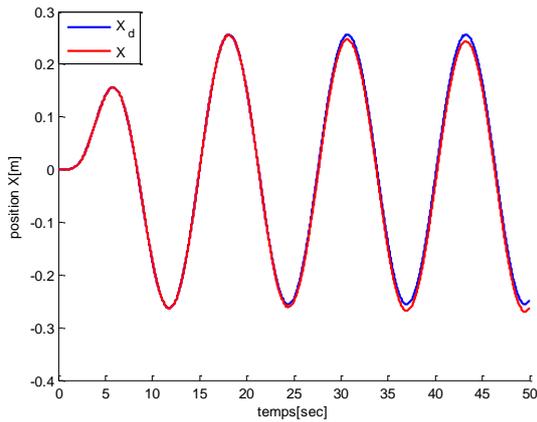
j) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



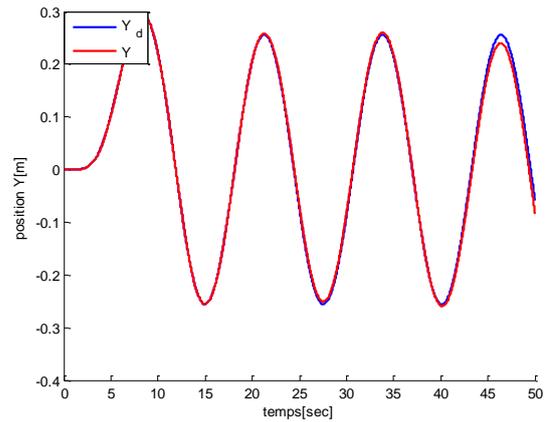
k) Evolution de la commande ( $u_4$ )



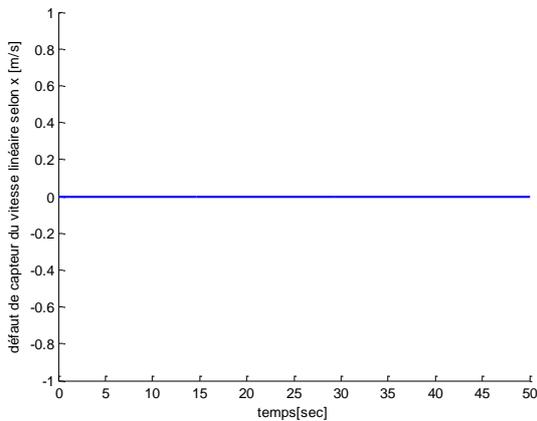
l) Evolution de la commande ( $u_1$ )



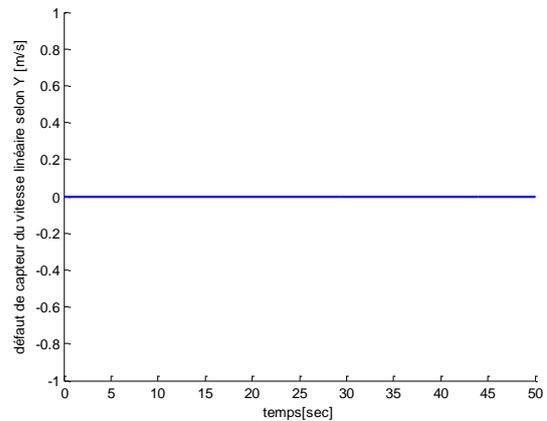
m) Evolution de la position selon l'axe X



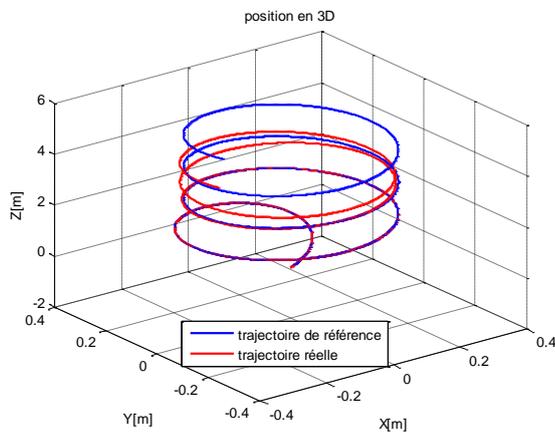
n) Evolution de la position selon l'axe Y



o) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire selon X



p) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire selon Y



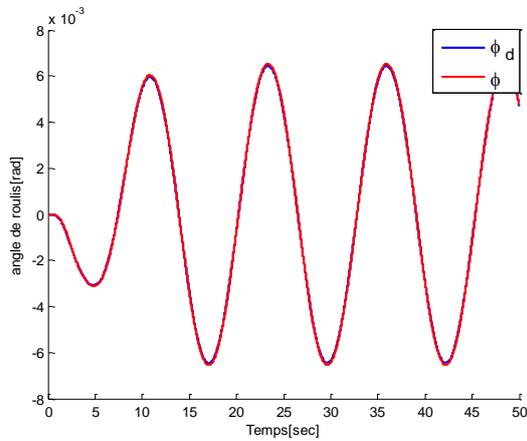
q) Evolution de la position en 3D

**Figure III.11 :** Résultats de simulation de la commande par mode de glissement avec défauts.

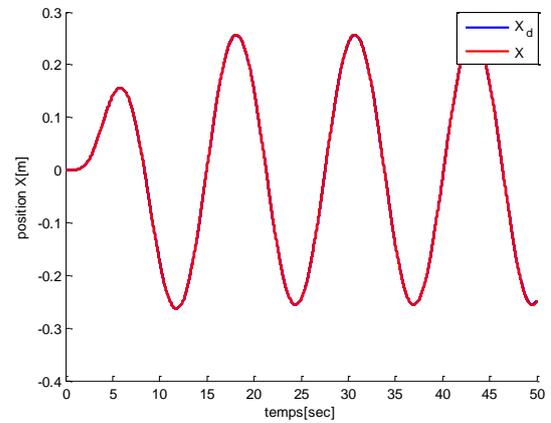
La famille de figures (III.11) montre que la technique de commande appliquée dans ce test conduit le système vers l'instabilité après l'apparition de défauts de capteurs, en remarquant aussi dans les figures (III.11.a) et (III.11.b) que les trajectoires désirés de roulis et de tangage, c'est eux qui sont infectées (pas les trajectoires réelles) par les défauts de capteurs de vitesses

corresponds à ces mouvements (à cause du sous-actionnement de ce système), ce qui explique bien la sensibilité de cette technique de commande vis-à-vis les défauts.

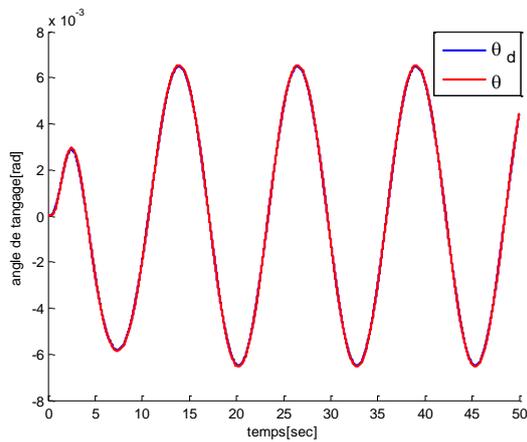
**III.5. 3. Commande par backstepping sans défauts :**



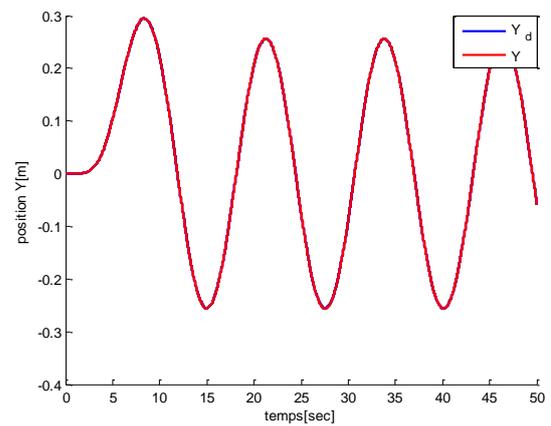
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



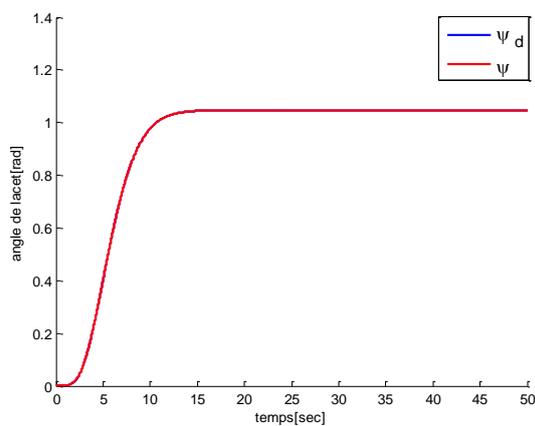
b) Evolution de la position selon l'axe X



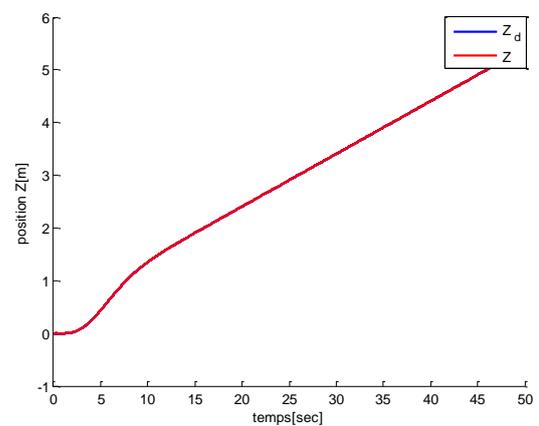
c) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



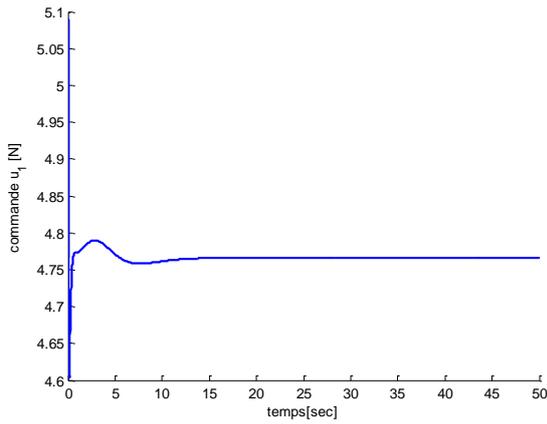
d) Evolution de la position selon l'axe Y



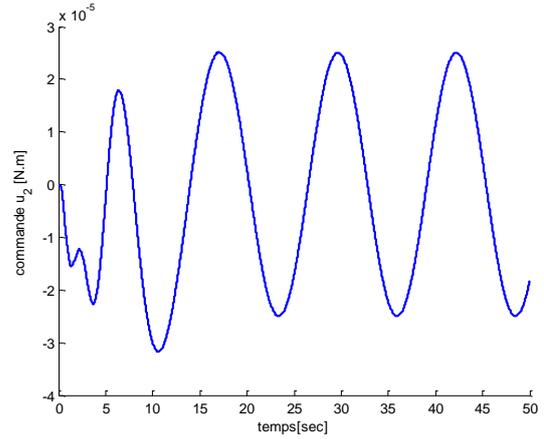
e) Evolution de l'angle de lacet (psi)



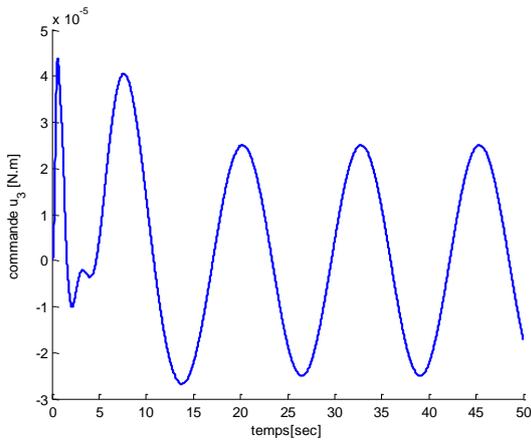
f) Evolution de la position selon l'axe Z



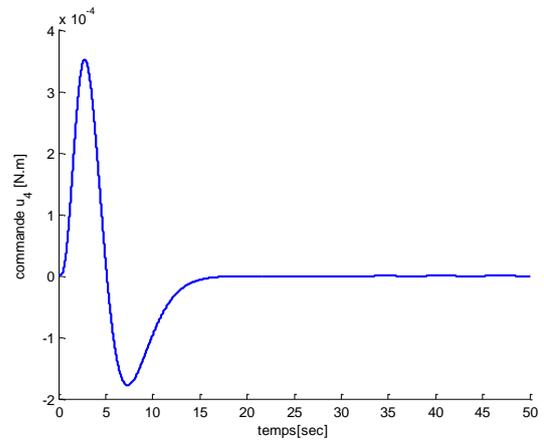
g) Evolution de la commande ( $u_1$ )



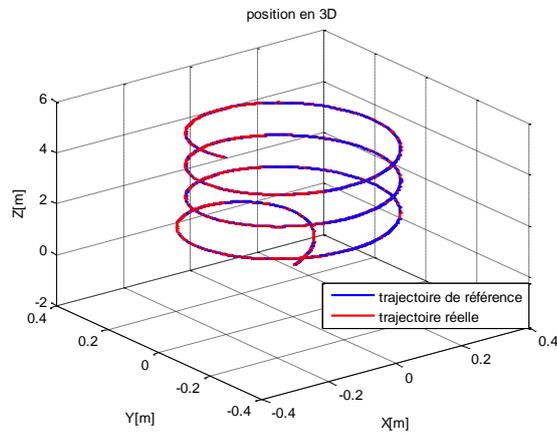
h) Evolution de la commande ( $u_2$ )



i) Evolution de la commande ( $u_3$ )



j) Evolution de la commande ( $u_4$ )

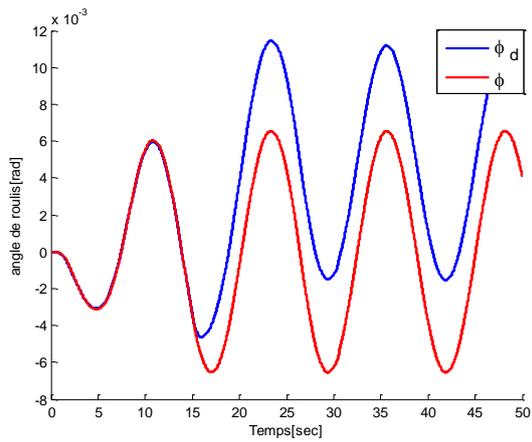


k) Evolution de la position en 3D

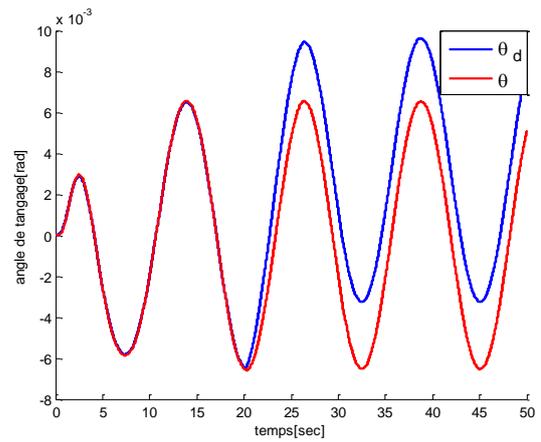
**Figure III.12 :** Résultats de simulation de la commande par backstepping sans défauts.

D'après la famille de figures (III.12), on remarque que toutes les réponses sont améliorées, en observant la disparition du chattering dans ces réponses par rapport aux celles présentées dans la famille de figures (III.10).

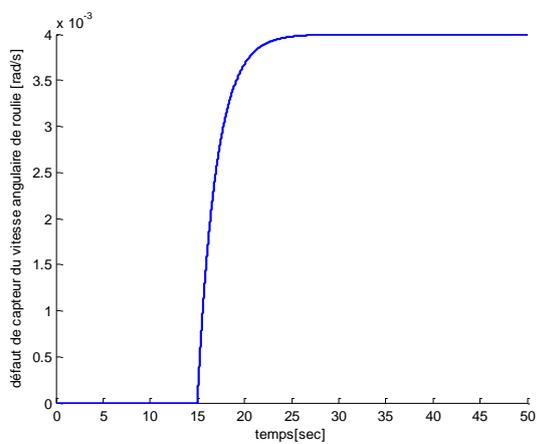
**III.5.4. Commande par Backstepping avec défauts :**



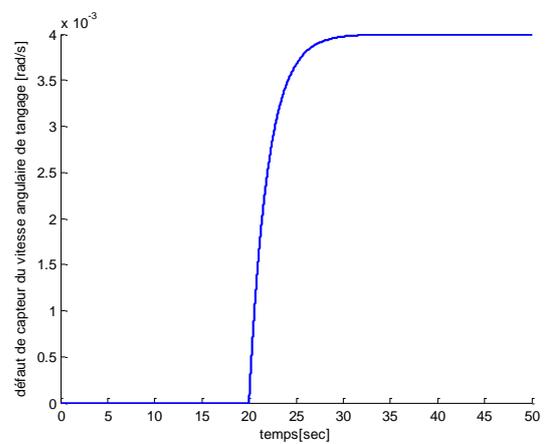
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



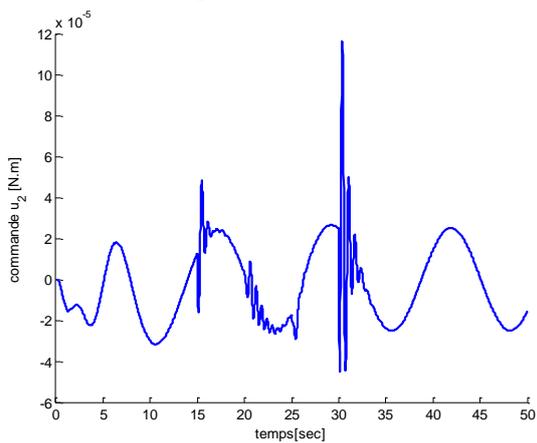
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



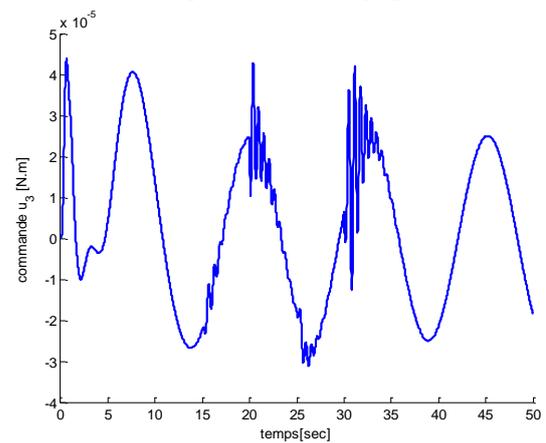
c) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



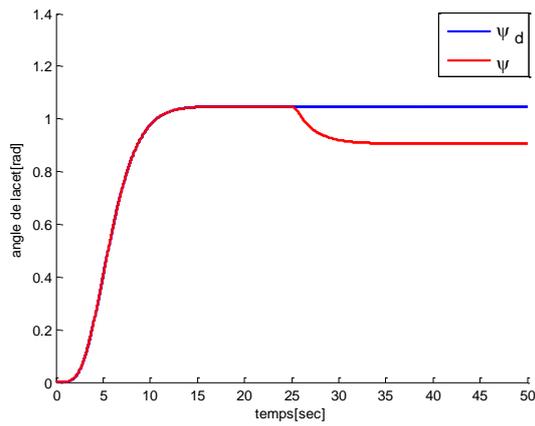
d) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



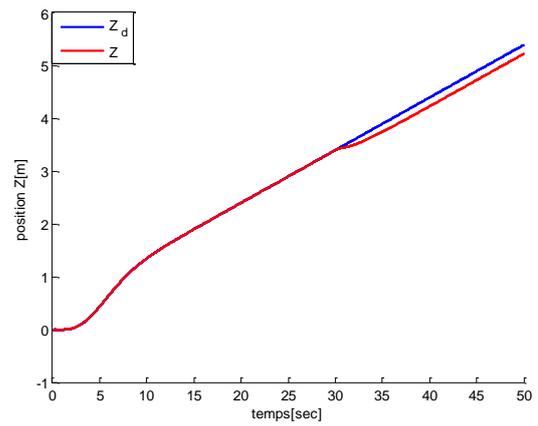
e) Evolution la commande ( $u_2$ )



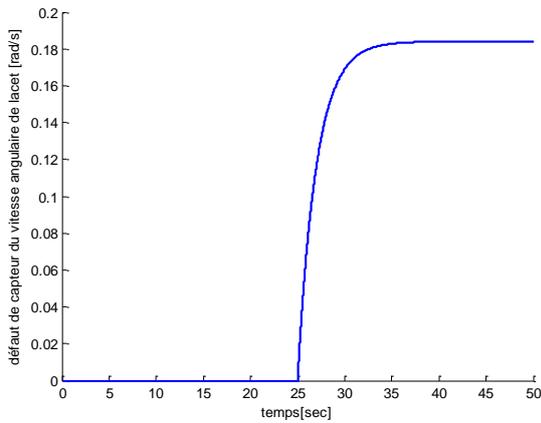
f) Evolution de la commande ( $u_3$ )



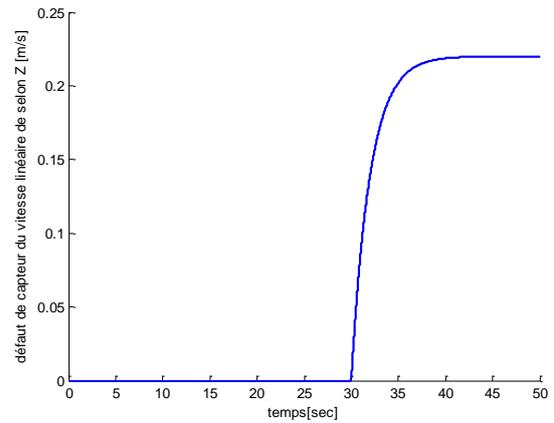
g) Evolution de l'angle de lacet (psi)



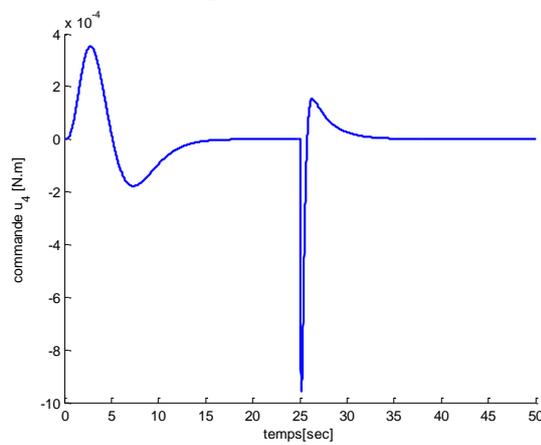
h) Evolution de la position selon l'axe Z



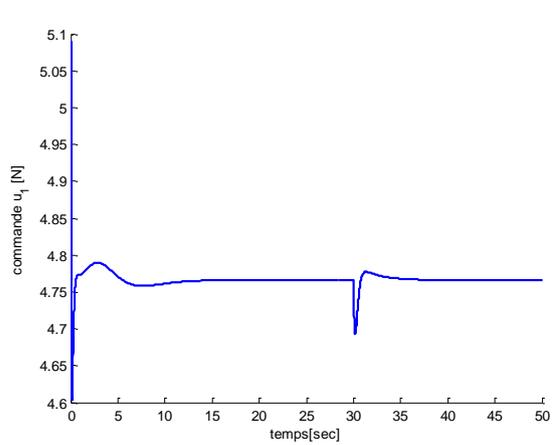
i) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



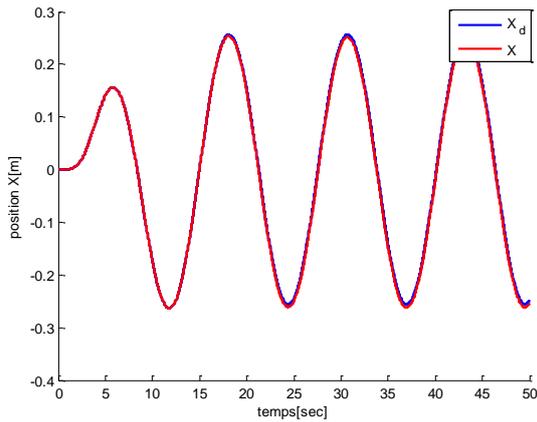
j) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



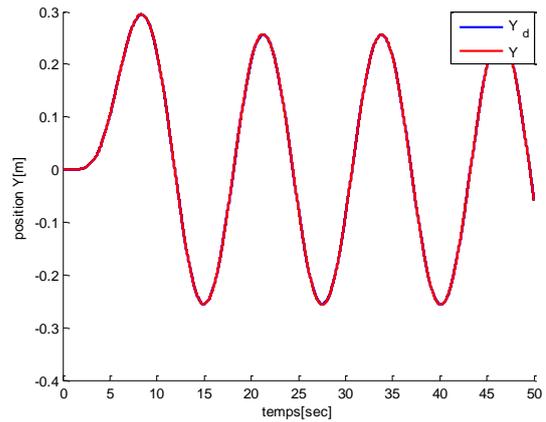
k) Evolution de la commande ( $u_4$ )



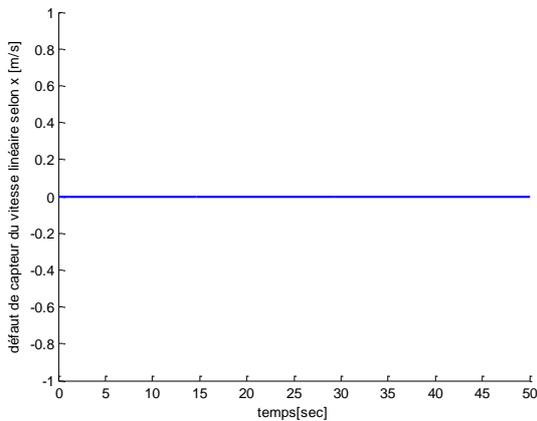
l) Evolution de la commande ( $u_1$ )



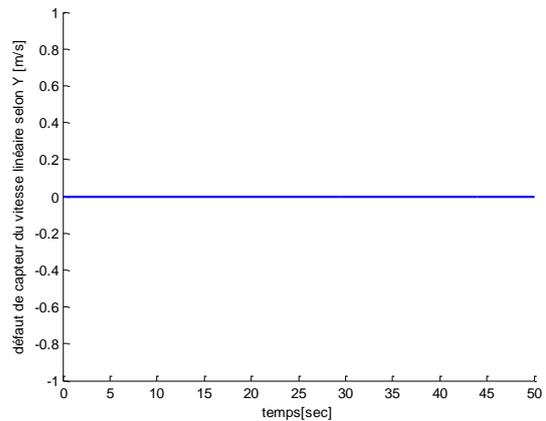
m) Evolution de la position selon l'axe X



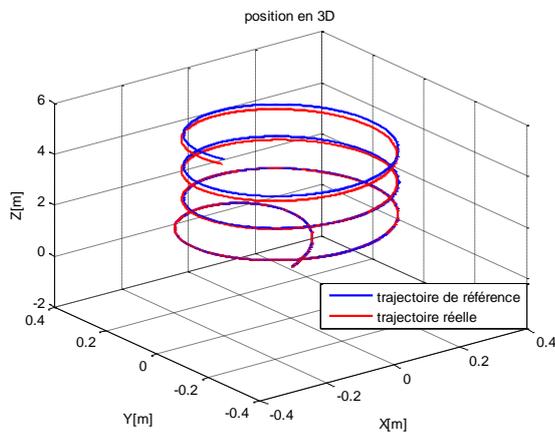
n) Evolution de la position selon l'axe Y



o) Evolution du défauts de capteur de vitesse linéaire selon X



p) Evolution du défauts de capteur de vitesse linéaire selon Y



q) Evolution de la position en 3D

**Figure III.13 :** Résultats de simulation de la commande par backstepping avec défauts.

La famille de figures (III.13) montre bien que la technique de commande appliquée dans ce test rend le système incapable de suivre sa référence après l'apparition de défauts de capteurs, concernant les figures (III.13.a) et (III.13.b), on remarque la même chose que dans le test par mode de glissement avec défauts (figures (III.11.a) et (III.11.b)), ce qui explique aussi la sensibilité de cette technique de commande vis-à-vis les défauts.

### III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux techniques de commande pour le quadrirotor : la commande par mode de glissement et la commande par backstepping. Les résultats de simulation effectuée sur un modèle du quadrirotor, montrent que la première technique de commande donne des bons résultats en terme de poursuite avec des erreurs relativement petites. Comme elle a des avantages, cette technique de commande possède aussi des inconvénients tels que le phénomène de broutement (chattering) dû au terme de correction qui contient la fonction « signe », mais on peut remédier à ce problème en appliquant la deuxième technique de commande qui donne des résultats meilleurs en terme de poursuite avec des commandes lisses.

Cependant ces deux techniques de commande, peut s'avérer très limitées et induisent des comportements non désirés du système à commander, voire à l'instabilité de ce dernier, en présence de défauts.

Ceci nous a amené à développer de nouvelles lois de commandes tolérantes aux défauts, que nous détaillerons dans les chapitres suivants. Dans le but précis, est de maintenir les performances du système ainsi que sa stabilité lors de l'occurrence des défauts.

## Chapitre IV

# Commande passive tolérante aux défauts via le backstepping

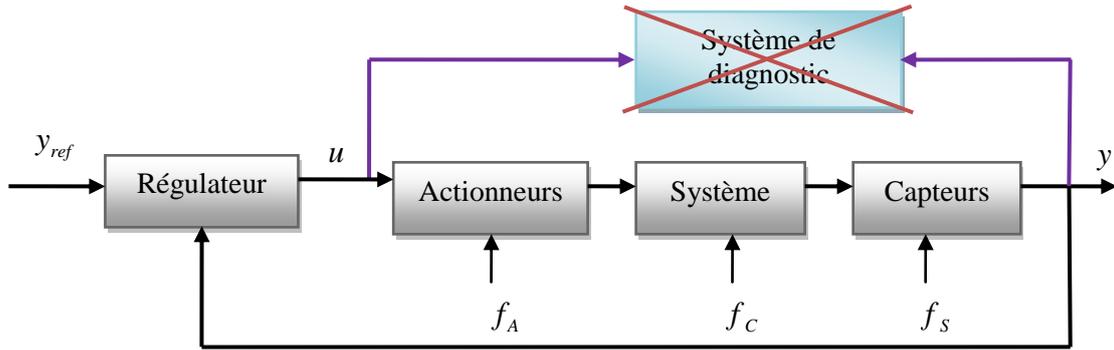
---

*Ce chapitre est articulé autour de la commande passive tolérante aux défauts de capteurs ou/et d'actionneurs via le backstepping avec l'utilisation des différents techniques de commande robuste.*

---

### IV.1. Introduction

Dans cette approche de commande, le système est conçu de telle sorte à tolérer un nombre limité de défauts supposés connus avant la phase de conception de la loi de commande. En effet, les méthodes PFTC utilisent des techniques de commande robuste afin d'assurer l'insensibilité du système en boucle fermée à certains défauts, et cela sans changement de structures des régulateurs nominaux et sans utilisation d'informations en ligne relatives aux différents défauts affectant le système [29-109-22-72]. Dans cette approche, les défauts sont considérés comme sources d'incertitudes de modèle [76]. Donc le but est de chercher un régulateur qui optimise les performances pour tous les défauts anticipés. En PFTC, le système défaillant continue de fonctionner avec le même régulateur et la même structure du système (les objectifs et performances restent les mêmes que ceux du système nominal), cette approche de commande est illustrée par la figure (IV.1).



**Figure IV.1 :** Approche passive de commande tolérante aux défauts.

## IV.2. FTC passive via le backstepping

### IV.2.1. Principe

Soit à commander le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \varphi(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u + f_a \\ y = [y_1 \quad y_2]^T = [x_1 \quad x_2 + f_s]^T \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

où,  $\varphi$  et  $g$  sont des fonctions non linéaires,  $f_a$  et  $f_s$  présentent respectivement les défauts d'actionneurs et les défauts de capteurs, supposés bornés et de nature lentement variables ( $|f_s| \leq f_{s0}$ ,  $|f_a| \leq f_{a0}$  et  $\dot{f}_s \approx 0$ ,  $\dot{f}_a \approx 0$ ).

Ce système est équivalent à :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 - f_s \\ \dot{y}_2 = \phi(y_1, y_2 - f_s, u) + f_a \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

tel que :

$$\phi(y_1, y_2 - f_s, u) = \varphi(y_1, y_2 - f_s) + g(y_1, y_2 - f_s)u \quad (\text{IV.3})$$

Le calcul de la commande s'effectue en deux étapes

#### Etape 1

On considère d'abord la première équation du système (IV.2). L'erreur de poursuite est donnée par :

$$e_1 = y_r - y_1 = (x_1)_d - x_1 = \alpha_0 - x_1 \quad (\text{IV.4})$$

sa dynamique est :

$$\dot{e}_1 = \dot{\alpha}_0 - (y_2 - f_s) \quad (\text{IV.5})$$

Cette technique de commande prend  $y_2$  comme commande virtuelle, sa valeur désirable est :

$$(y_2)_d \triangleq \alpha_1 = [\dot{\alpha}_0 + k_1 e_1 + \lambda_1 \varsigma_1] \quad (\text{IV.6})$$

Afin de compenser l'effet de  $f_s$ , on introduit un terme intégral qui permet d'annuler l'erreur de poursuite. On prend :

$$\varsigma_1 = \int e_1 dt \quad (\text{IV.7})$$

pour  $f_s$  de nature lentement variable, on peut écrire :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d} \\ \dot{\tilde{d}} = -e_1 \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

avec,

$$\tilde{d} = \frac{1}{\lambda_1} f_s - \varsigma_1$$

On choisit la fcl :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{d}^2 \quad (\text{IV.9})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 [-k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d}] + \tilde{d} [-e_1] \\ &= -\begin{bmatrix} e_1 & \tilde{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & -\lambda_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \tilde{d} \end{bmatrix} = -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.10})$$

On choisit  $k_1$  et  $\lambda_1$  de façon à rendre la matrice  $Q_1$  définie positive, ce qui signifie que :

$$\dot{V}_1 \leq 0$$

## Etape 2

On considère maintenant le système global (IV.2). La nouvelle variable d'erreur  $e_2$  est donnée par :

$$e_2 = \alpha_1 - y_2 \quad (\text{IV.11})$$

La dynamique des erreurs  $e_1$  et  $e_2$  est écrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d} + e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{\alpha}_1 - \phi(y_1, y_2 - f_s, u) - f_a \\ \dot{\tilde{d}} = -e_1 \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

Pour ce système, on choisit la fcl :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{IV.13})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= e_1 \left[ -k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d} + e_2 \right] + \tilde{d} \left[ -e_1 \right] + e_2 \left[ \dot{\alpha}_1 - \phi(y_1, y_2 - f_s, u) - f_a \right] \\
&= - \begin{bmatrix} e_1 & \tilde{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & -\lambda_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \tilde{d} \end{bmatrix} + e_2 \left[ \dot{\alpha}_1 + e_1 - \phi(y_1, y_2 - f_s, u) - f_a \right] \\
&= -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 + e_2 \left[ \dot{\alpha}_1 + e_1 - (\varphi_n(y_1, y_2) + g_n(y_1, y_2)u - \Delta\phi(y_1, y_2, f_s, u)) - f_a \right]
\end{aligned} \tag{IV.14}$$

tel que :

$$\begin{aligned}
\phi(y_1, y_2 - f_s, u) &= \phi_n(y_1, y_2, u) - \Delta\phi(y_1, y_2, f_s, u) \\
&= \varphi_n(y_1, y_2) + g_n(y_1, y_2)u - \Delta\phi(y_1, y_2, f_s, u)
\end{aligned} \tag{IV.15}$$

où,  $\Delta\phi(y_1, y_2, f_s, u)$  représente la partie inconnue liée aux défauts de capteurs.

Un choix judicieux de la commande  $u$  se donne comme suit :

$$u = \frac{1}{g_n(y_1, y_2)} \left[ \dot{\alpha}_1 + e_1 + k_2 e_2 - \varphi_n(y_1, y_2) + \lambda_2 \varsigma_2 \right] \tag{IV.16}$$

Il en résulte que :

$$\dot{V}_2 = -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 - k_2 e_2^2 + e_2 \left[ (\Delta\phi(y_1, y_2, f_s, u) - f_a) - \lambda_2 \varsigma_2 \right]$$

avec le choix :

$$\varsigma_2 = \text{sign}(e_2) \tag{IV.17}$$

on obtient :

$$\dot{V}_2 \leq -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 - k_2 e_2^2 - e_2 \left[ \lambda_2 \text{sign}(e_2) - (\Delta\phi(y_1, y_2, f_s, u) - f_a) \right]$$

et si :

$$\left| \Delta\phi(y_1, y_2, f_s, u) - f_a \right| \leq \lambda_2 \tag{IV.18}$$

on assure que :

$$\dot{V}_2 \leq -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 - k_2 e_2^2 \leq 0 \tag{IV.19}$$

Ce qui implique la stabilité globale du système à commander malgré la présence des défauts de capteur et d'actionneur au même temps.

### IV.2.2. Application au quadrirotor

Dans cette partie on détaille trois FTC passives liées aux défauts d'actionneurs, défauts de capteurs, et l'ensemble des deux types de défauts.

#### IV.2.2.1 FTC passive avec défauts d'actionneurs [57-55-60]

Le modèle infecté par les défauts d'actionneurs est décrit par :

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = x_2 \\
\dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 + f_{a1} \\
\dot{x}_3 = x_4 \\
\dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 + f_{a2} \\
\dot{x}_5 = x_6 \\
\dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 + f_{a3} \\
\dot{x}_7 = x_8 \\
\dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\
\dot{x}_9 = x_{10} \\
\dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\
\dot{x}_{11} = x_{12} \\
\dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g + f_{a4}
\end{cases}
\quad (IV.20)$$

$$y = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T$$

Avec  $f_{ai}$ ,  $i=1...4$  sont des termes inconnues et lentement variables représentant les défauts d'actionneurs.

prenant le premier sous-système :

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = x_2 \\
\dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 + f_{a1}
\end{cases}
\quad (IV.21)$$

Le calcul de la commande  $u_2$  s'effectue en deux étapes

### Étape 1

On a :

$$\begin{cases}
e_1 = y_r - y_1 = \phi_d - x_1 \\
V_1 = \frac{1}{2} e_1^2
\end{cases}
\quad (IV.22)$$

La dérivée de la fcl est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (\dot{x}_{1d} - x_2) \quad (IV.23)$$

La stabilisation de  $e_1$  peut être obtenue par l'introduction d'une commande virtuelle  $x_2$  :

$$(x_2)_d \triangleq \alpha_1 = \dot{x}_{1d} + k_1 e_1 \quad (IV.24)$$

L'équation (IV.23) devient :

$$\dot{V}_1 = k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (IV.25)$$

**Etape 2**

La variable d'erreur  $e_2$  se donne par :

$$e_2 = \alpha_1 - x_2 \quad (IV.26)$$

La dynamique des erreurs  $(e_1, e_2)$  est :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{\alpha}_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - b_1 u_2 \end{cases} \quad (IV.27)$$

On choisi la fcl :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (IV.28)$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}_2 = e_1 [-k_1 e_1 + e_2] + e_2 [\beta_{a1} - b_1 u_2] = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 [\beta_{a1} + e_1 + k_2 e_2 - b_1 u_2] \quad (IV.29)$$

tel que :

$$\beta_{a1} = \ddot{\phi}_d + k_1 (-k_1 e_1 + e_2) - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - f_{a1} \quad (IV.30)$$

Si on choisit :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} (\beta_{a1n} + e_1 + k_2 e_2 + \Delta_{a1} \text{sign}(e_2)) \quad (IV.31)$$

on trouve :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 (\Delta \beta_{a1} - \Delta_{a1} \text{sign}(e_2)) \quad (IV.32)$$

et si :

$$|\Delta \beta_{a1}| = |\beta_{a1} - \beta_{a1n}| = |f_{a1}| \leq \Delta_{a1} \quad (IV.33)$$

On assure que :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (IV.34)$$

Ce qui assure la stabilité du premier sous-système (IV.21).

La même procédure est appliquée pour le calcul de  $u_3, u_4, u_x, u_y$  et  $u_1$ , il en résulte que [57]:

$$\begin{cases} u_3 = \frac{1}{b_2} (\ddot{\theta}_d + k_3 (-k_3 e_3 + e_4) - a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + e_3 + k_4 e_4 + \Delta_{a2} \text{sign}(e_4)) \\ u_4 = \frac{1}{b_3} (\ddot{y}_d + k_5 (-k_5 e_5 + e_6) - a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + e_5 + k_6 e_6 + \Delta_{a3} \text{sign}(e_6)) \\ u_x = \frac{m}{u_1} (\ddot{x}_d + k_7 (-k_7 e_7 + e_8) - a_9 x_8 + e_7 + k_8 e_8) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_y = \frac{m}{u_1} (\ddot{y}_d + k_9 (-k_9 e_9 + e_{10}) - a_{10} x_{10} + e_9 + k_{10} e_{10}) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_1 = \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} (\ddot{z}_d + k_{11} (-k_{11} e_{11} + e_{12}) - a_{11} x_{12} + g + e_{11} + k_{12} e_{12} + \Delta_{a4} \text{sign}(e_{12})) \end{cases} \quad (IV.35)$$

tel que :

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i \in [3,5,7,9,11] \\ \dot{x}_{(i-1)d} + k_{(i-1)} e_{(i-1)} - x_i & i \in [4,6,8,10,12] \end{cases} \quad (\text{IV.36})$$

avec :  $k_i > 0$ ,  $i \in [2, \dots, 12]$ , et

$$\zeta_j = \text{sign}(e_i) \quad i \in [4,6,12] \text{ and } j \in [2,3,4] \quad (\text{IV.37})$$

Les fcls sont données comme suite :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [3,5,7,9,11] \\ V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [4,6,8,10,12] \end{cases} \quad (\text{IV.38})$$

#### IV.2.2.2 FTC passive avec défauts de capteurs [53-54]

Le modèle infecté par les défauts de capteurs se décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g \end{cases} \quad (\text{IV.39})$$

$$y = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 + f_{s1} & x_3 & x_4 + f_{s2} & x_5 & x_6 + f_{s3} \\ x_7 & x_8 + f_{s4} & x_9 & x_{10} + f_{s5} & x_{11} & x_{12} + f_{s6} \end{bmatrix}^T$$

Avec  $f_{si}$ ,  $i=1\dots 6$  sont des termes inconnues et lentement variables représentant les défauts de capteurs.

Le système (IV.39) peut se diviser en 6 sous-systèmes, prenant le premier sous-système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \end{cases} \quad (\text{IV.40})$$

$$y = [y_1 \quad y_2]^T = [x_1 \quad x_2 + f_{s1}]^T$$

Le calcul de la commande  $u_2$  s'effectue en deux étapes :

### Etape 1

La première variable d'erreur est donnée par :

$$e_1 = y_r - y_1 = \phi_d - x_1 \quad (\text{IV.41})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{e}_1 = \dot{\phi}_d - (y_2 - f_{s1}) \quad (\text{IV.42})$$

On prend  $y_2$  comme commande virtuelle, sa valeur désirée est :

$$(y_2)_d \triangleq \alpha_1 = \dot{\phi}_d + k_1 e_1 + \lambda_1 \varsigma_1 \quad (\text{IV.43})$$

Afin de compenser l'effet du défaut de capteur de roulis  $f_{s1}$ , on introduit un terme intégral qui permet d'annuler l'erreur de poursuite. On prend :

$$\varsigma_1 = \int e_1 dt \quad (\text{IV.44})$$

et considérons que  $f_{s1}$  est nature lentement variable, on peut écrire :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d} \\ \dot{\tilde{d}} = -e_1 \end{cases} \quad (\text{IV.45})$$

où,

$$\tilde{d} = \frac{f_{s1}}{\lambda_1} - \varsigma_1$$

la fcl se donne par :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{d}^2 \quad (\text{IV.46})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 [-k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d}] + \tilde{d} [-e_1] \\ &= -\begin{bmatrix} e_1 & \tilde{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & -\lambda_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \tilde{d} \end{bmatrix} = -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.47})$$

On choisit  $k_1$  et  $\lambda_1$  de façon à rendre la matrice  $Q_1$  définie positive, ce qui signifie que :

$$\dot{V}_1 \leq 0 \quad (\text{IV.48})$$

### Etape 2

On définit la variable d'erreur  $e_2$  comme suite :

$$e_2 = \alpha_1 - y_2 \quad (\text{IV.49})$$

Les dynamiques des erreurs  $e_1$  et  $e_2$  sont données par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d} + e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{\alpha}_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - b_1 u_2 = \beta_{s1} - b_1 u_2 \end{cases} \quad (\text{IV.50})$$

On choisi la fcl :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{IV.51})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_1 [-k_1 e_1 + \lambda_1 \tilde{d} + e_2] + \tilde{d} [-e_1] + e_2 [\beta_{s1} - b_1 u_2] \\ &= -[e_1 \quad \tilde{d}] \begin{bmatrix} k_1 & -\lambda_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \tilde{d} \end{bmatrix} - k_2 e_2^2 + e_2 [\beta_{s1} + e_1 + k_2 e_2 - b_1 u_2] \end{aligned} \quad (\text{IV.52})$$

tel que :

$$\begin{cases} \beta_{s1} = \ddot{\phi}_d + k_1 (-k_1 e_1 - \lambda_1 \zeta_1 + e_2) + \lambda_1 e_1 - a_1 y_4 y_6 - a_2 y_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r y_4 + \delta_{s1} \\ \delta_{s1} = [k f_{s1} + a_1 (f_{s3} y_4 + f_{s2} y_6 - f_{s2} f_{s3}) + a_2 (f_{s1} y_2 - f_{s1}^2) + a_3 \bar{\Omega}_r f_{s2}] \end{cases} \quad (\text{IV.53})$$

Si on choisit :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} (\beta_{s1n} + e_1 + k_2 e_2 + \Delta_{s1} \text{sign}(e_2)) \quad (\text{IV.54})$$

On trouve :

$$\dot{V}_2 = -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 - k_2 e_2^2 + e_2 (\Delta \beta_{s1} - \Delta_{s1} \text{sign}(e_2)) \quad (\text{IV.55})$$

et si :

$$|\Delta \beta_{s1}| = |\beta_{s1} - \beta_{s1n}| = |\delta_{s1}| \leq \Delta_{s1} \quad (\text{IV.56})$$

On assure que :

$$\dot{V}_2 \leq -\tilde{e}_1^T Q_1 \tilde{e}_1 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (\text{IV.57})$$

Ce qui assure la stabilité du premier sous-système (VI.40).

Les mêmes étapes sont reprises [54], afin d'extraire  $u_3, u_4, u_x, u_y$  et  $u_1$

$$\begin{cases} u_3 = \frac{1}{b_2} \left( \ddot{\theta}_d + k_3 (-k_3 e_3 - \lambda_3 \int e_3 dt + e_4) + (1 + \lambda_2) e_3 + k_4 e_4 - a_4 y_2 y_6 - a_5 y_4^2 - a_6 \bar{\Omega}_r y_2 + \Delta_{s2} \text{sign}(e_4) \right) \\ u_4 = \frac{1}{b_3} \left( \ddot{\psi}_d + k_5 (-k_5 e_5 - \lambda_5 \int e_5 dt + e_6) + (1 + \lambda_3) e_5 + k_6 e_6 - a_7 y_2 y_4 - a_8 y_6^2 + \Delta_{s3} \text{sign}(e_6) \right) \\ u_x = \frac{m}{u_1} \left( \ddot{x}_d + k_7 (-k_7 e_7 - \lambda_7 \int e_7 dt + e_8) + (1 + \lambda_4) e_7 + k_8 e_8 - a_9 y_8 + \Delta_{s4} \text{sign}(e_8) \right) \quad / u_1 \neq 0 \quad (\text{IV.58}) \\ u_y = \frac{m}{u_1} \left( \ddot{y}_d + k_9 (-k_9 e_9 - \lambda_9 \int e_9 dt + e_{10}) + (1 + \lambda_5) e_9 + k_{10} e_{10} - a_{10} y_{10} + \Delta_{s5} \text{sign}(e_{10}) \right) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_1 = \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} \left( \ddot{z}_d + k_{11} (-k_{11} e_{11} - \lambda_{11} \int e_{11} dt + e_{12}) + (1 + \lambda_6) e_{11} + k_{12} e_{12} - a_{11} y_{12} + g + \Delta_{s6} \text{sign}(e_{12}) \right) \end{cases}$$

Tel que :

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ \dot{x}_{(i-1)d} + k_{(i-1)} e_{(i-1)} + \lambda_j \zeta_j - y_i & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \text{ et } j \in [2, \dots, 6] \end{cases} \quad (\text{IV.59})$$

Avec :

$$\begin{cases} \zeta_i = \begin{cases} \int e_i dt & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ \text{sign}(e_i) & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \\ \tilde{d}_j = \frac{f_{sj}}{\lambda_j} - \zeta_j = d_j - \int e_i dt & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \text{ et } j \in [2, \dots, 6] \\ Q_j = \begin{bmatrix} k_i & -\lambda_j \\ 1 & 0 \end{bmatrix} > 0 & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \text{ et } j \in [2, \dots, 6] \\ k_i > 0 & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \quad (\text{IV.60})$$

Les fcls prennent la forme suivante :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{d}_j^2 & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \text{ et } j \in [2, \dots, 6] \\ V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \quad (\text{IV.61})$$

### IV.2.2.3 FTC passive avec l'ensemble des défauts capteurs-actionneurs [56-59]

C'est le cas générale, en ajoutant d' ensemble de défauts capteurs-actionneurs, le modèle correspondant est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 + f_{a1} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 + f_{a2} \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 + f_{a3} \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g + f_{a4} \end{cases} \quad (\text{IV.62})$$

$$y = [x_1 \quad x_2 + f_{s1} \quad x_3 \quad x_4 + f_{s2} \quad x_5 \quad x_6 + f_{s3} \quad x_7 \quad x_8 + f_{s4} \quad x_9 \quad x_{10} + f_{s5} \quad x_{11} \quad x_{12} + f_{s6}]^T$$

Le calcul s'effectue comme dans le cas précédent, sauf que :

$$\delta_{fi} = \begin{cases} \delta_{si} - f_{aj} & i \in [1, 2, 3, 6] \text{ et } j \in [1, \dots, 4] \\ \delta_{si} & i \in [4, 5] \end{cases} \quad (\text{IV.63})$$

et

$$|\delta_{fi}| \leq \Delta_{fi} \quad i \in [1, \dots, 6] \quad (\text{IV.64})$$

Les lois de commandes  $u_3, u_4, u_x, u_y$  et  $u_1$  sont données comme suite [56]:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2 = \frac{1}{b_1} \left( \ddot{\phi}_d + k_1(-k_1 e_1 - \lambda_1 \int e_1 dt + e_2) + (1 + \lambda_1) e_1 + k_2 e_2 - a_1 y_4 y_6 - a_2 y_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r y_4 + \Delta_{f1} \text{sign}(e_2) \right) \\ u_3 = \frac{1}{b_2} \left( \ddot{\theta}_d + k_3(-k_3 e_3 - \lambda_3 \int e_3 dt + e_4) + (1 + \lambda_2) e_3 + k_4 e_4 - a_4 y_2 y_6 - a_5 y_4^2 - a_6 \bar{\Omega}_r y_2 + \Delta_{f2} \text{sign}(e_4) \right) \\ u_4 = \frac{1}{b_3} \left( \ddot{\psi}_d + k_5(-k_5 e_5 - \lambda_5 \int e_5 dt + e_6) + (1 + \lambda_3) e_5 + k_6 e_6 - a_7 y_2 y_4 - a_8 y_6^2 + \Delta_{f3} \text{sign}(e_6) \right) \\ u_x = \frac{m}{u_1} \left( \ddot{x}_d + k_7(-k_7 e_7 - \lambda_7 \int e_7 dt + e_8) + (1 + \lambda_4) e_7 + k_8 e_8 - a_9 y_8 + \Delta_{f4} \text{sign}(e_8) \right) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_y = \frac{m}{u_1} \left( \ddot{y}_d + k_9(-k_9 e_9 - \lambda_9 \int e_9 dt + e_{10}) + (1 + \lambda_5) e_9 + k_{10} e_{10} - a_{10} y_{10} + \Delta_{f5} \text{sign}(e_{10}) \right) \quad / u_1 \neq 0 \\ u_1 = \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} \left( \ddot{z}_d + k_{11}(-k_{11} e_{11} - \lambda_{11} \int e_{11} dt + e_{12}) + (1 + \lambda_6) e_{11} + k_{12} e_{12} - a_{11} y_{12} + g + \Delta_{f6} \text{sign}(e_{12}) \right) \end{array} \right. \quad (\text{IV.65})$$

### IV.3. Simulation numérique

Dans cette partie on effectue deux tests :

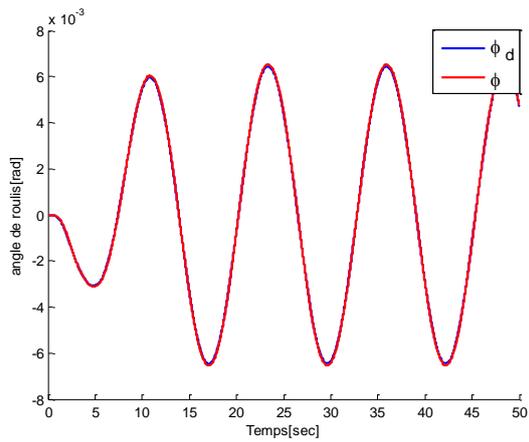
- **Test sans défauts** : Afin de bien voir les performances des commandes qu'on a développé précédemment, on effectue un test sans défauts.
- **Test avec défauts** : Dans ce test on introduit :

**Cas 1** : quatre résultants de défauts d'actionneurs  $f_{ai}$ ,  $i \in [1, \dots, 4]$  liés aux mouvements de roulis, de tangage, de lacet, et d'altitude, avec des amplitudes de 100% du  $\max(|u_i|)$ ,  $i \in [2, 3, 4]$ , et une amplitude de 10% du  $\max(|u_1|)$ , aux instants 15s, 20s, 25s et 30s respectivement.

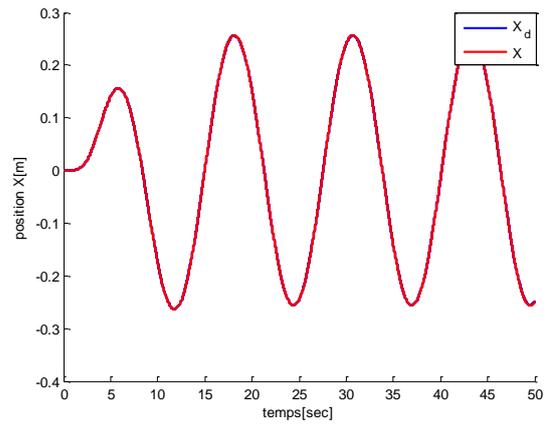
**Cas 2** : quatre défauts de capteurs  $f_{si}$ ,  $i \in [1, 2, 3, 6]$  dans les vitesses angulaires de roulis, de tangage, de lacet, et la vitesse linéaire d'altitude avec des amplitudes de 100% du  $\max(|x_i|)$ ,  $i \in [2, 4, 6, 12]$ , aux instants 15s, 20s, 25s et 30s respectivement.

**Cas 3** : huit défauts, quatre défauts de capteurs  $f_{si}$ ,  $i \in [1, 2, 3, 6]$  dans les vitesses angulaires, et la vitesse linéaire d'altitude avec des amplitudes de 100% du  $\max(|x_i|)$ ,  $i \in [2, 4, 6, 12]$ , aux instants 4s, 6s, 8s et 10s respectivement, et quatre résultants de défauts d'actionneurs  $f_{ai}$ ,  $i \in [1, \dots, 4]$  liés aux mouvements de roulis, de tangage, de lacet, et d'altitude, avec des amplitudes de 100% du  $\max(|u_i|)$ ,  $i \in [2, 3, 4]$ , et une amplitude de 10% du  $\max(|u_1|)$ , aux instants 24s, 26s, 28s et 30s respectivement.

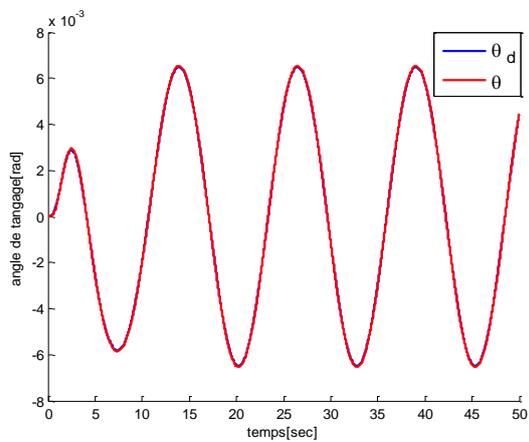
**IV.3.1. FTC passive sans défauts :**



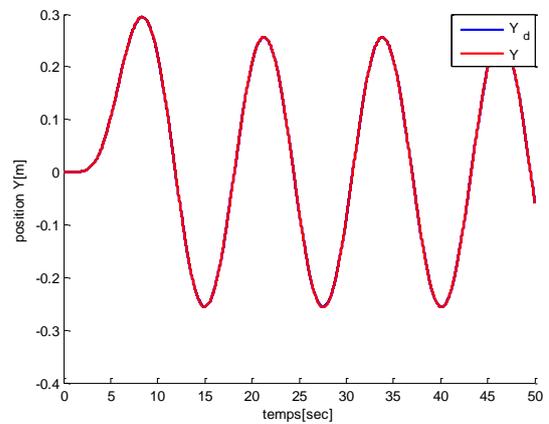
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



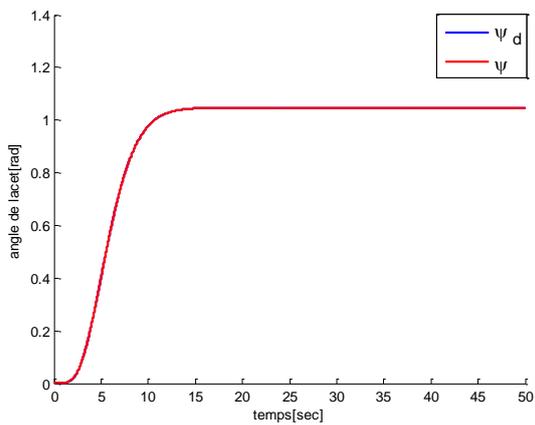
b) Evolution de la position selon l'axe X



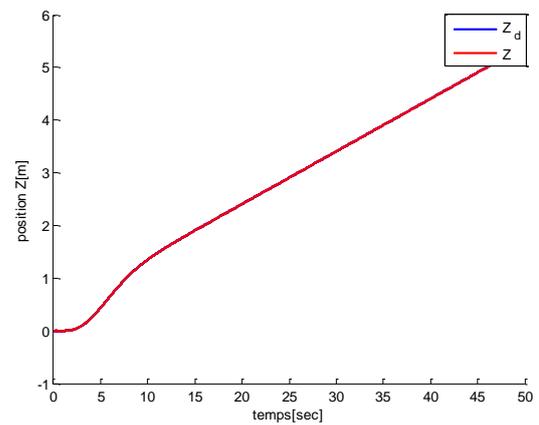
c) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



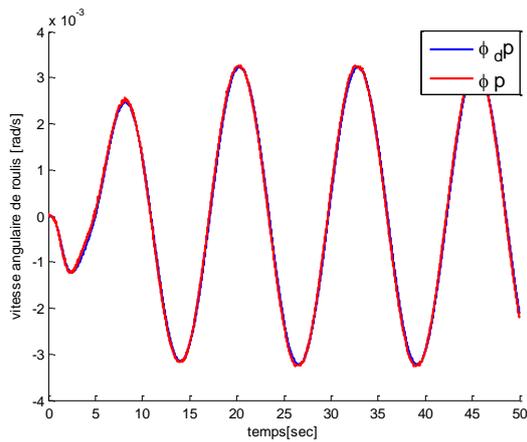
d) Evolution de la position selon l'axe Y



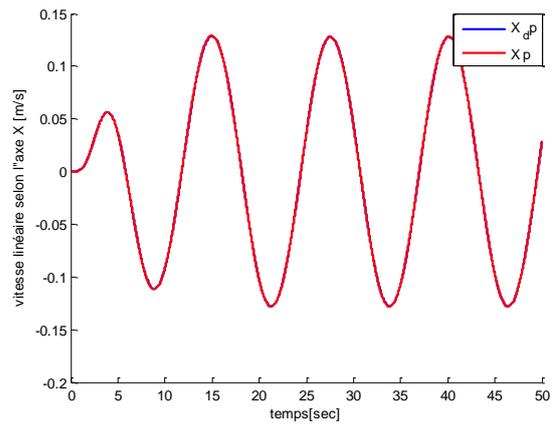
e) Evolution de l'angle de lacet (psi)



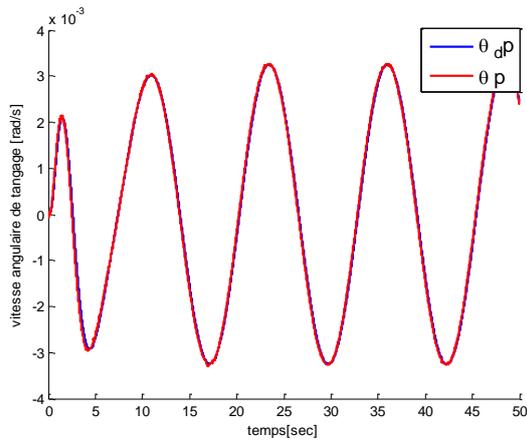
f) Evolution de la position selon l'axe Z



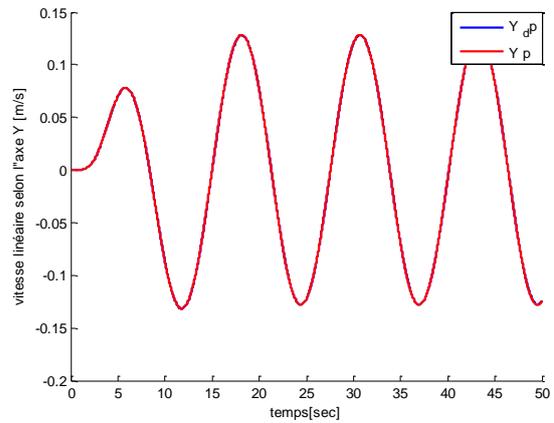
g) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



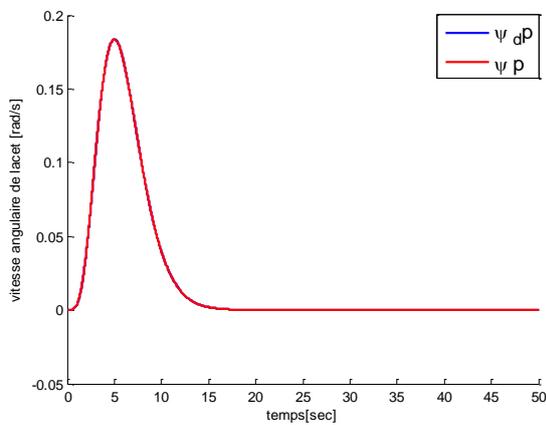
h) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



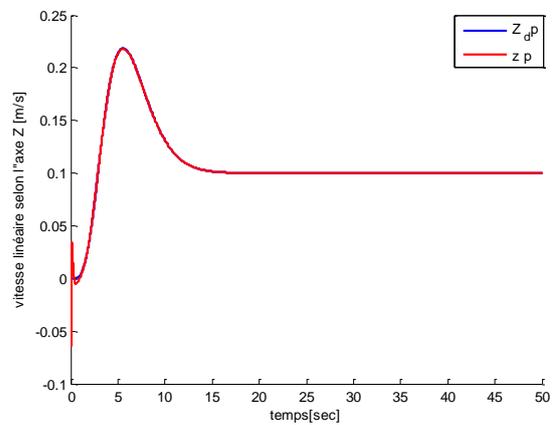
i) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



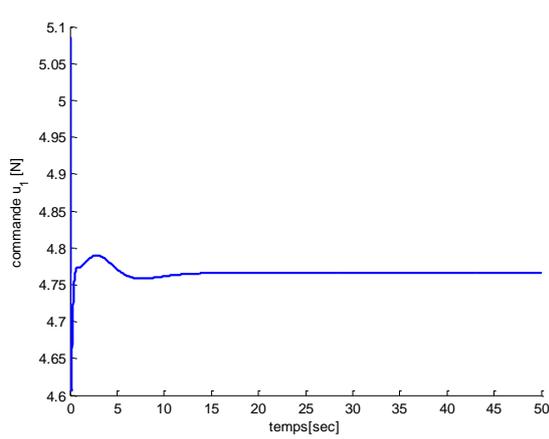
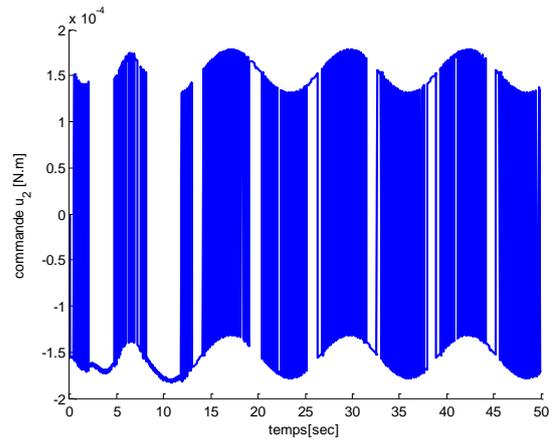
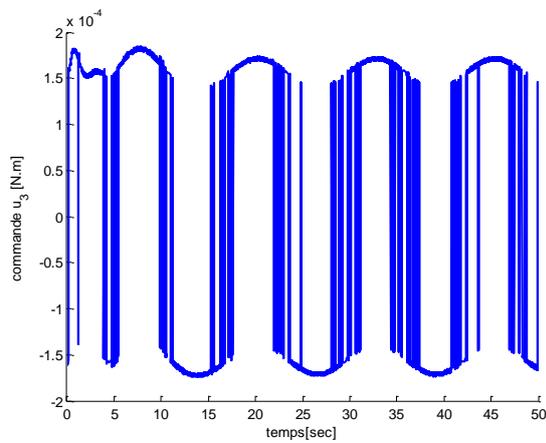
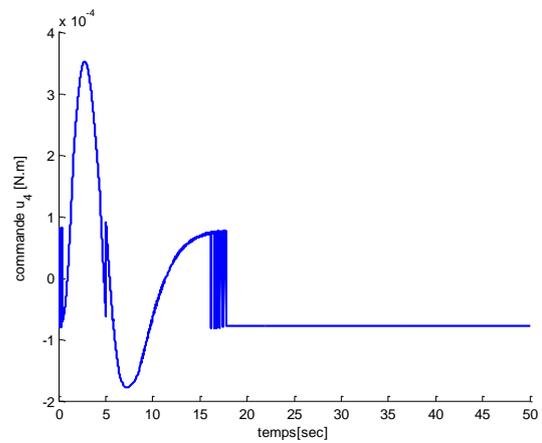
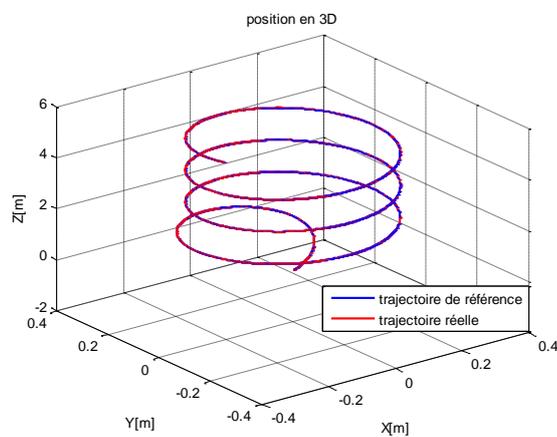
j) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



k) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



l) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z

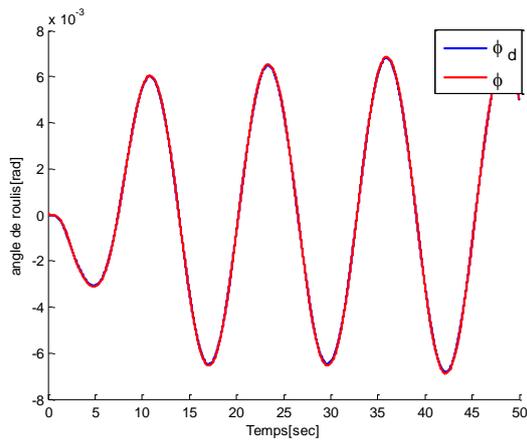
m) Evolution de la commande ( $u_1$ )n) Evolution de la commande ( $u_2$ )o) Evolution de la commande ( $u_3$ )p) Evolution de la commande ( $u_4$ )

q) Evolution de la position en 3D

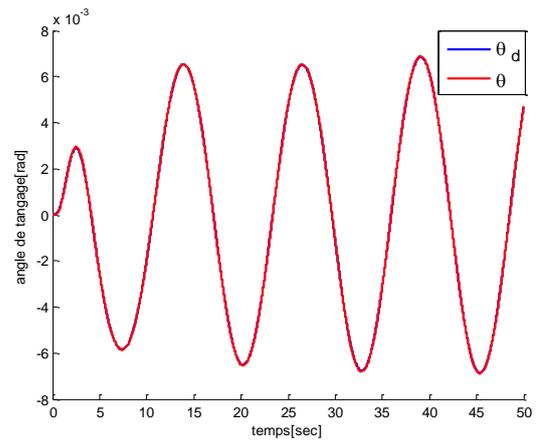
**Figure IV.2 :** Résultats de simulation de la FTC passive sans défauts.

D'après la famille de figures (IV.2), on remarque une bonne poursuite de la trajectoire désirée en absence de défauts, en observant l'apparition du chattering aux figures (IV.2.n), (IV.2.o), et (IV.2.p).

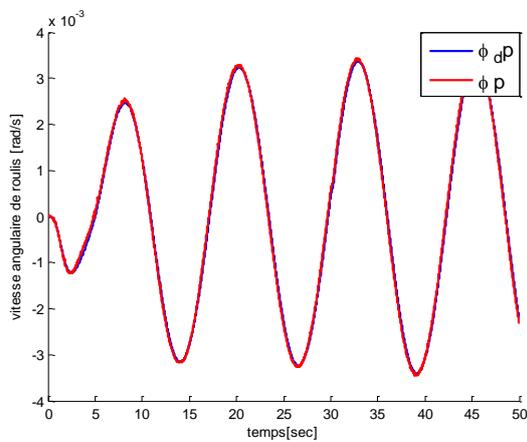
**IV.3.2. FTC passive avec défauts d'actionneurs :**



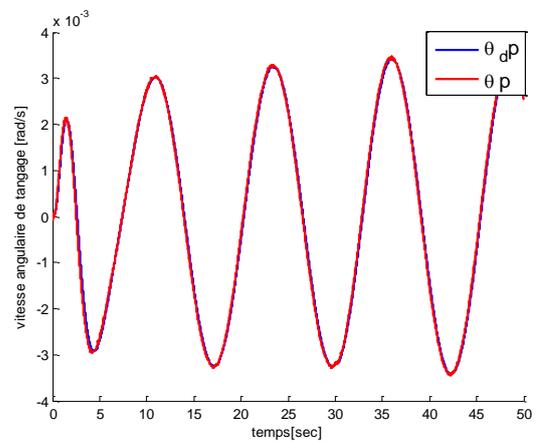
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



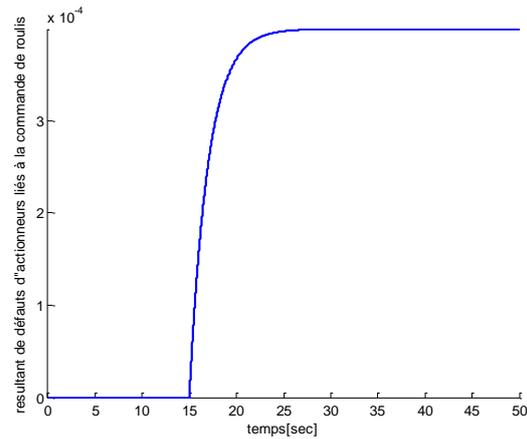
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



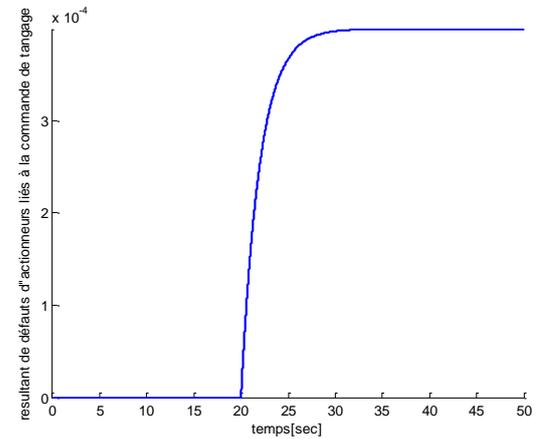
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



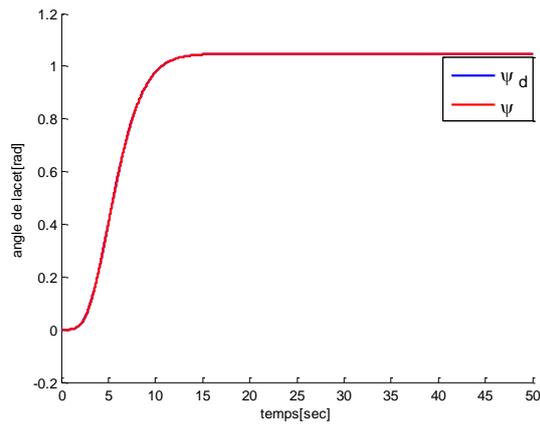
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



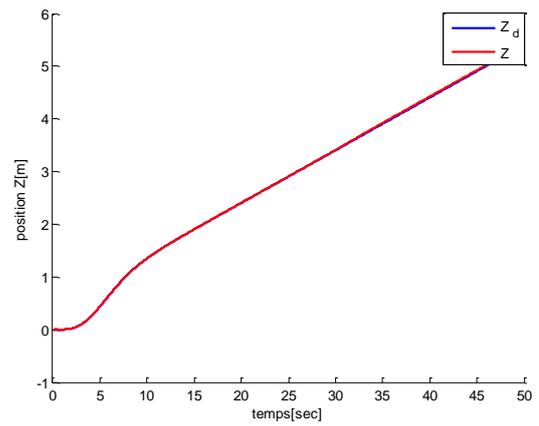
e) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de roulis



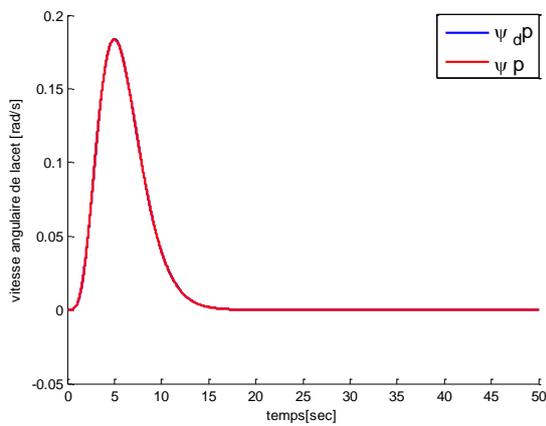
f) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de tangage



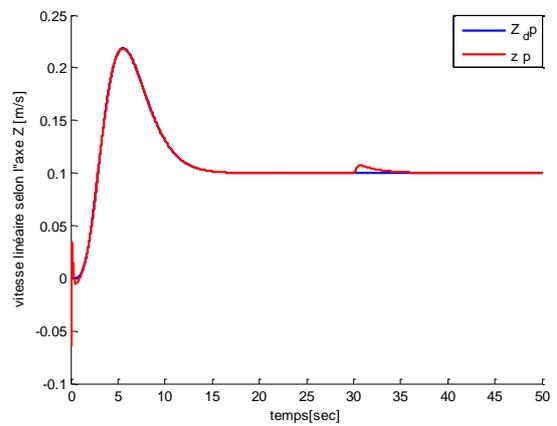
g) Evolution de l'angle de lacet (psi)



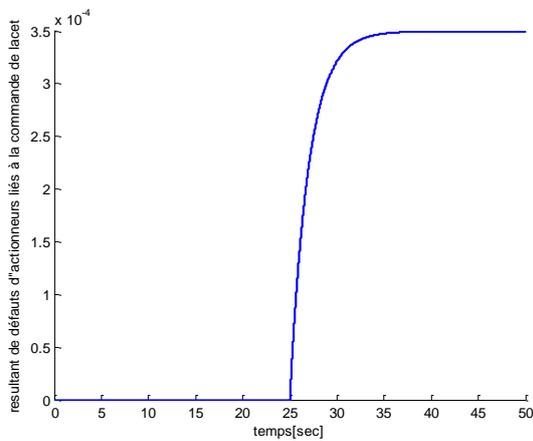
h) Evolution de la position selon l'axe Z



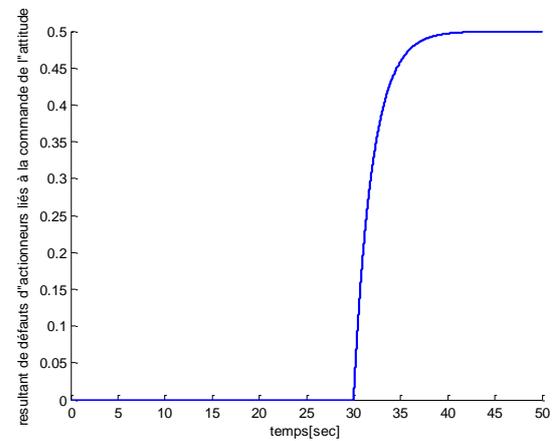
i) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



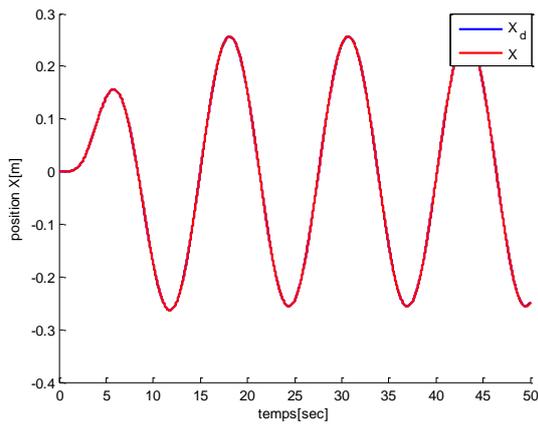
j) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



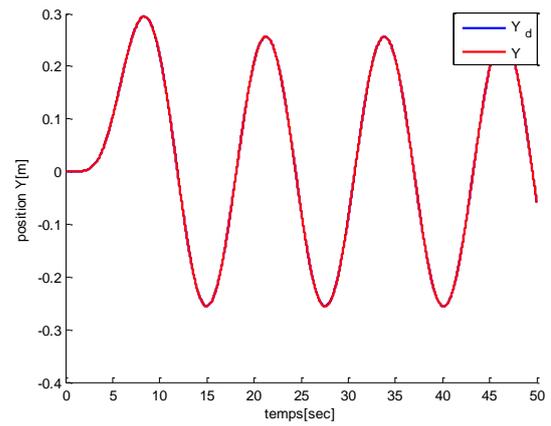
k) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement de lacet



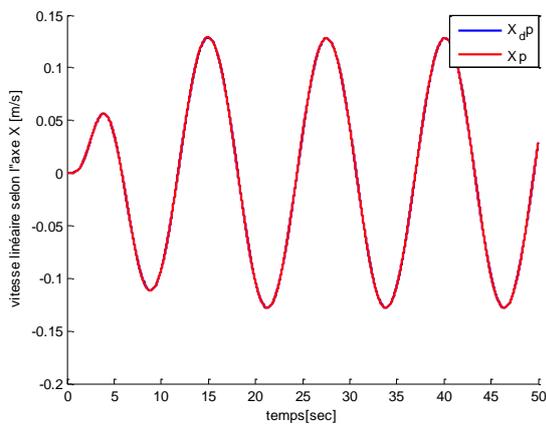
l) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement d'altitude



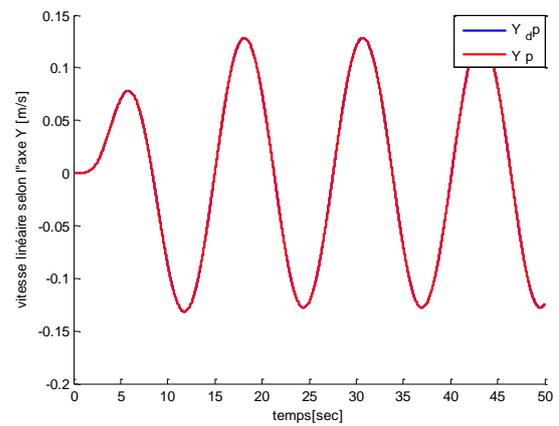
m) Evolution de la position selon l'axe X



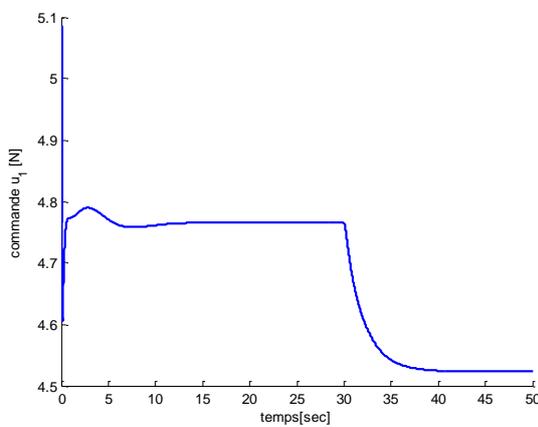
n) Evolution de la position selon l'axe Y



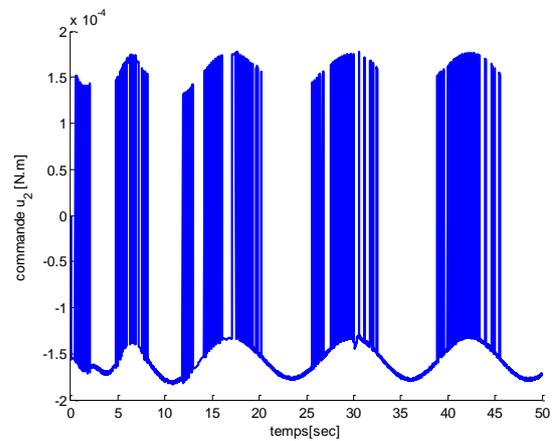
o) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



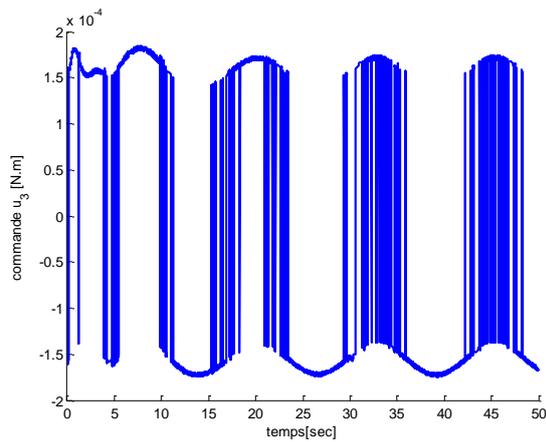
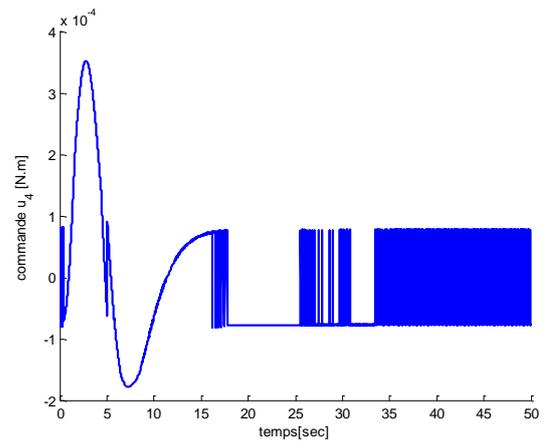
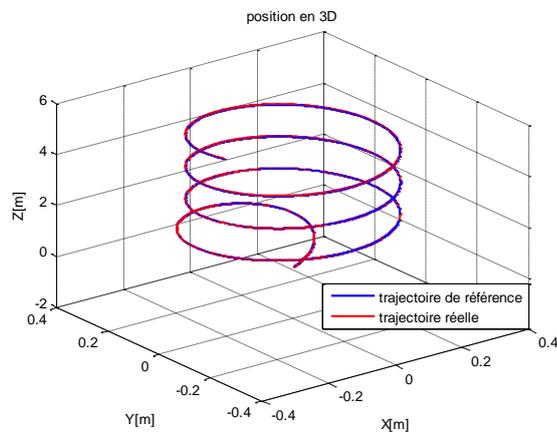
p) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



q) Evolution de la commande ( $u_1$ )



r) Evolution de la commande ( $u_2$ )

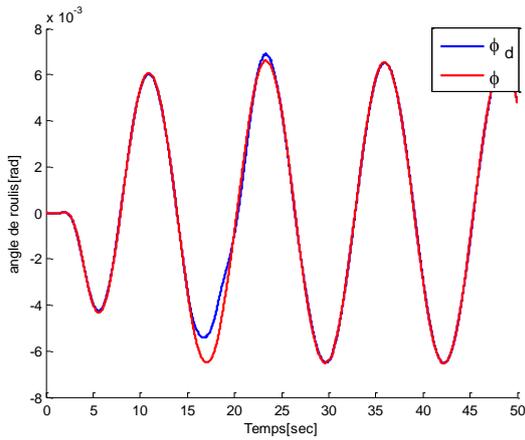
s) Evolution de la commande ( $u_3$ )t) Evolution de la commande ( $u_4$ )

u) Evolution de la position en 3D

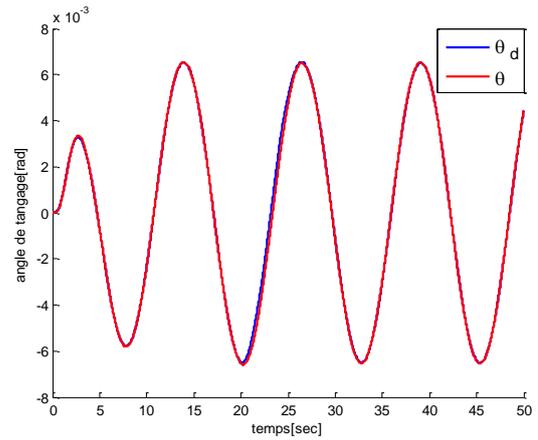
**Figure IV.3 :** Résultats de simulation de la FTC passive avec défauts d'actionneurs.

La famille de figures (IV.3) montre que le système suivra bien sa référence même après l'apparition des défauts d'actionneurs, en observant l'apparition du chattering aux figures (IV.3.r), (IV.3.s), et (IV.3.t).

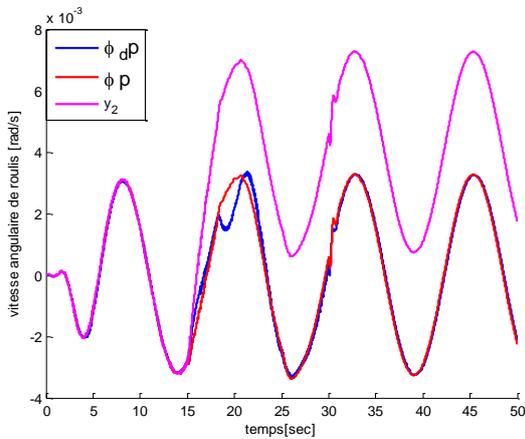
**IV.3.3. FTC passive avec défauts de capteurs :**



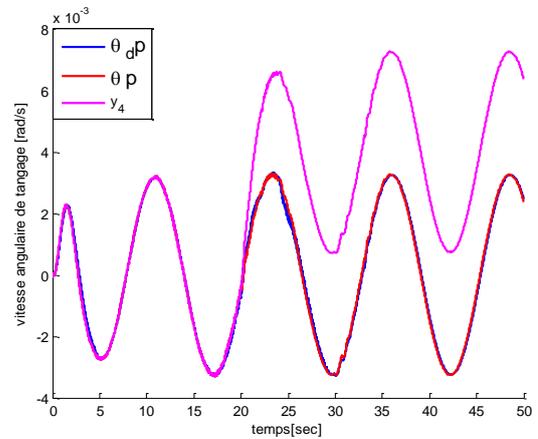
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



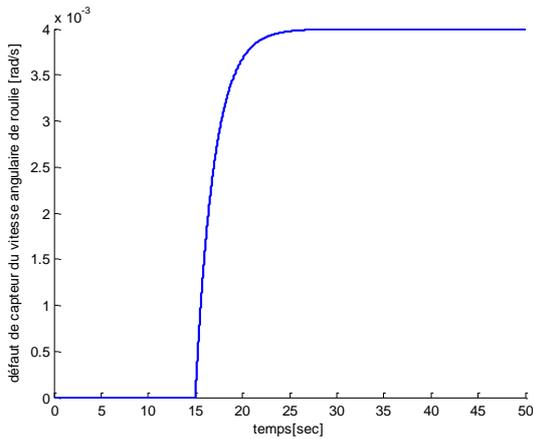
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



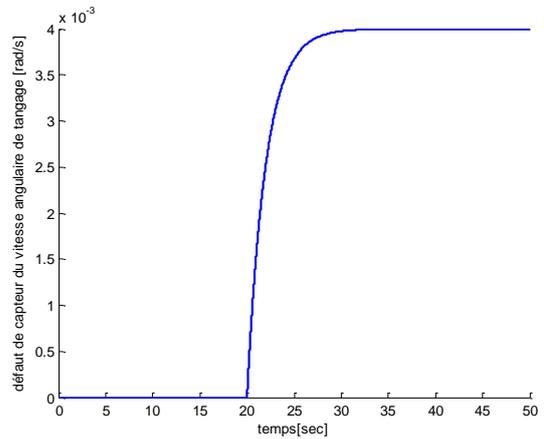
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



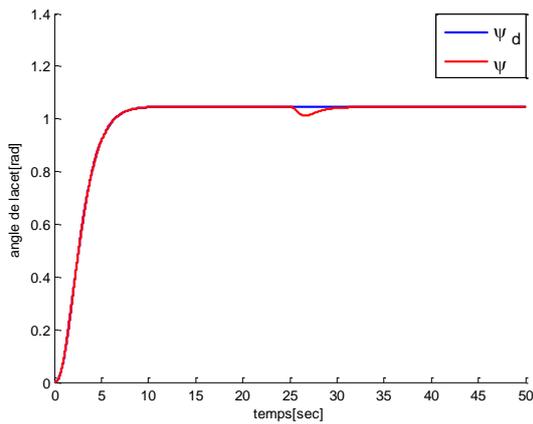
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



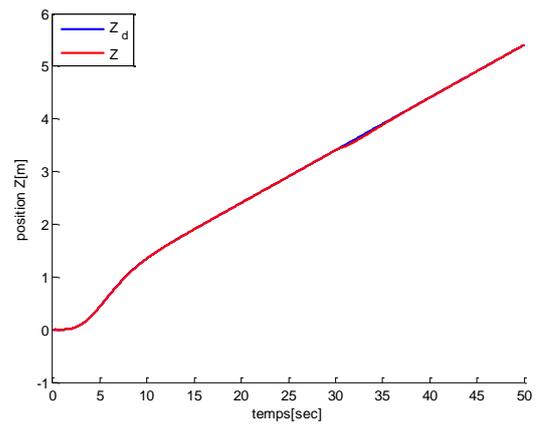
e) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



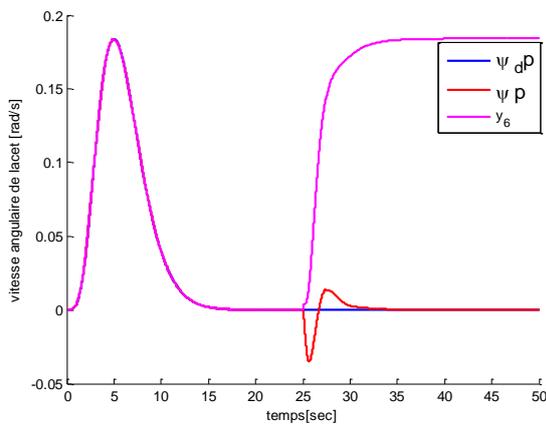
f) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



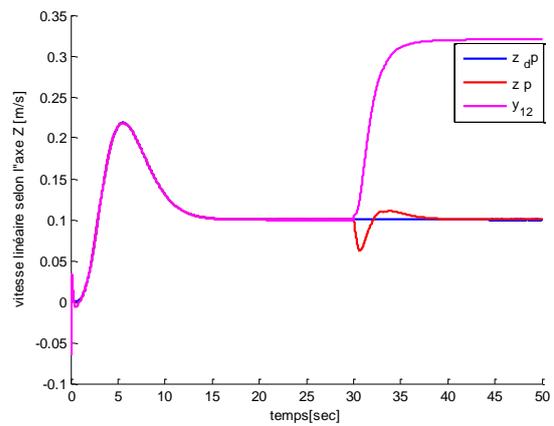
g) Evolution de l'angle de lacet (psi)



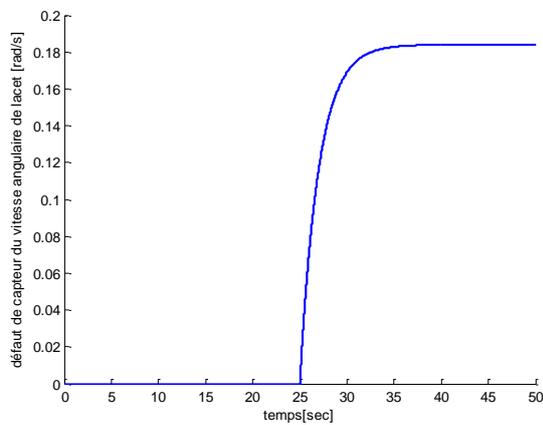
h) Evolution de la position selon l'axe Z



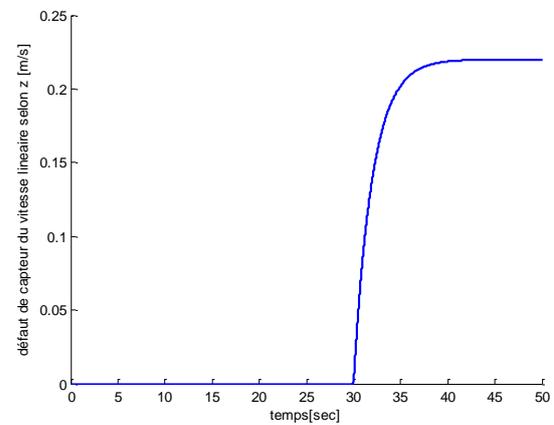
i) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



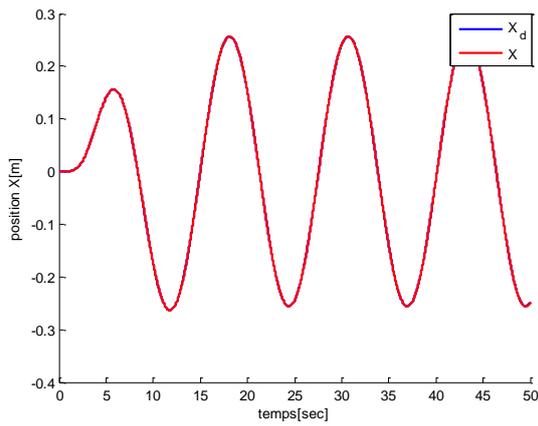
j) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



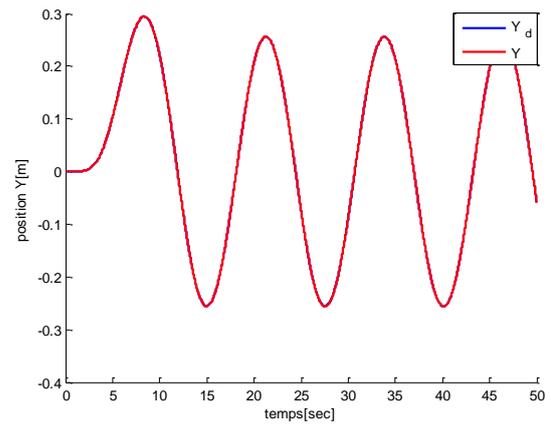
k) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



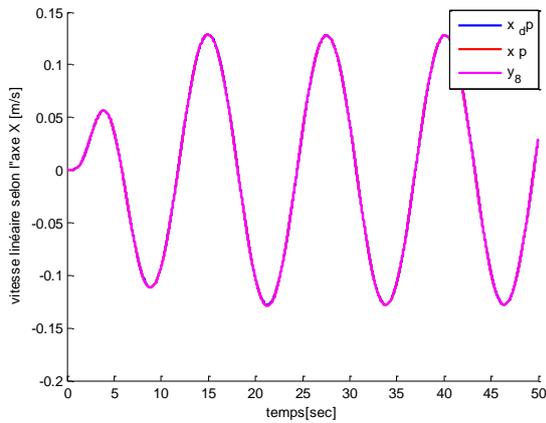
l) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



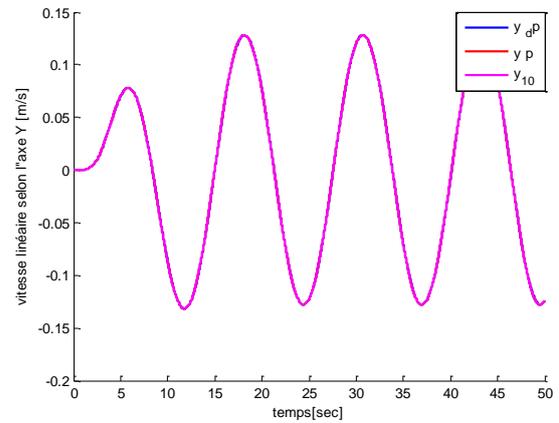
m) Evolution de la position selon l'axe X



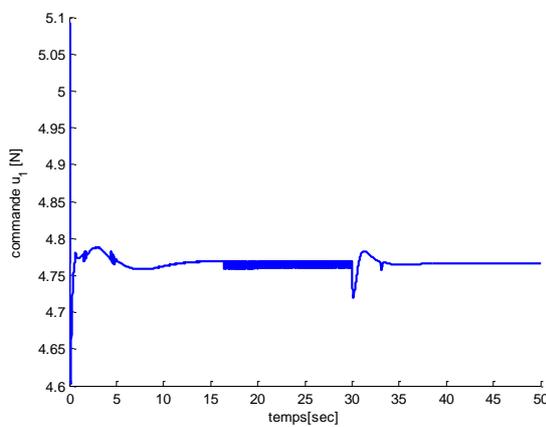
n) Evolution de la position selon l'axe Y



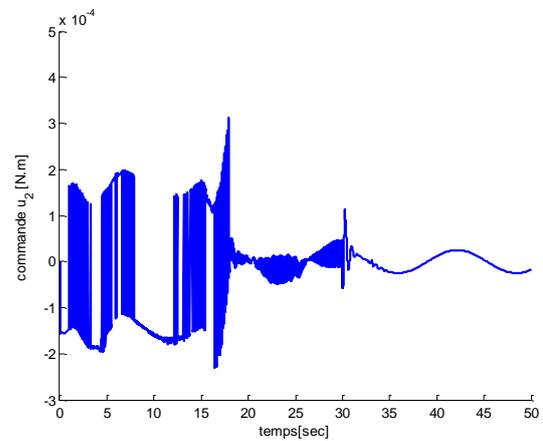
o) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



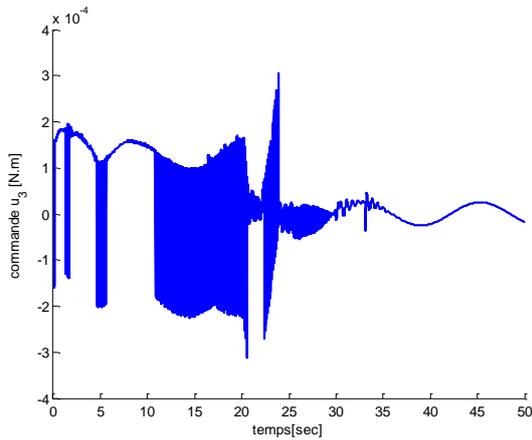
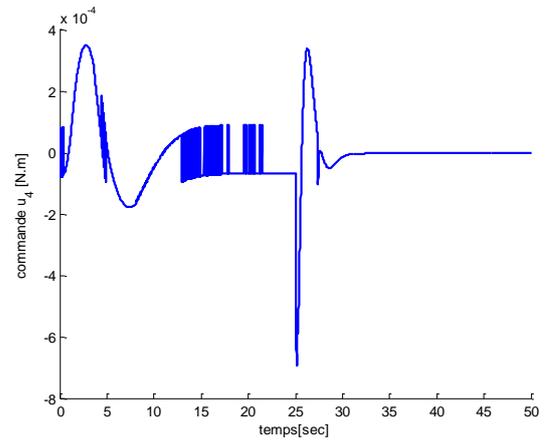
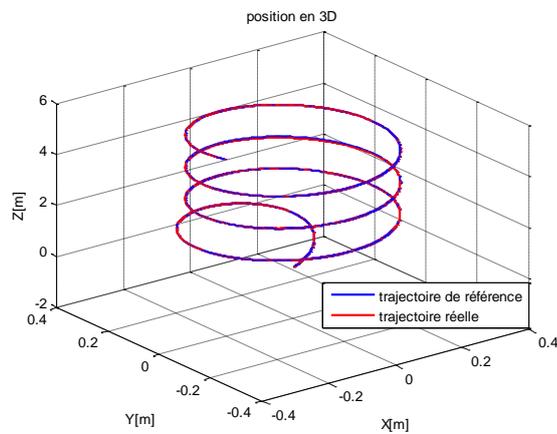
p) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



q) Evolution de la commande ( $u_1$ )



r) Evolution de la commande ( $u_2$ )

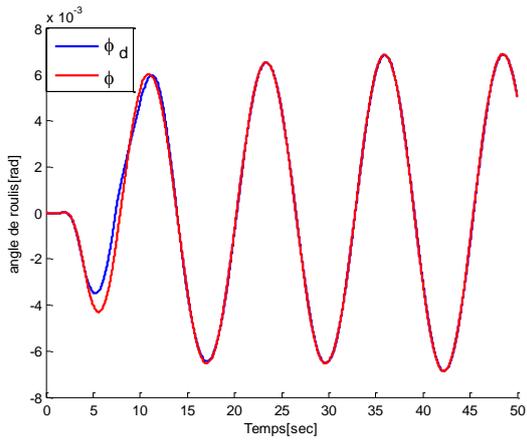
s) Evolution de la commande ( $u_3$ )t) Evolution de la commande ( $u_4$ )

u) Evolution de la position en 3D

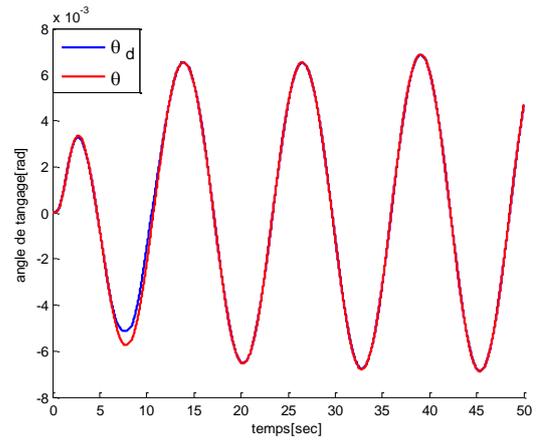
**Figure IV.4 :** Résultats de simulation de la FTC passive avec défauts de capteurs.

D'après la famille de figures (IV.4), on observe une bonne poursuite de la trajectoire désirée malgré la présence des défauts de capteurs, en remarquant l'apparition du chattering dans les commandes illustrées par les figures (IV.4.q), (IV.4.r), (IV.4.s), et (IV.4.t).

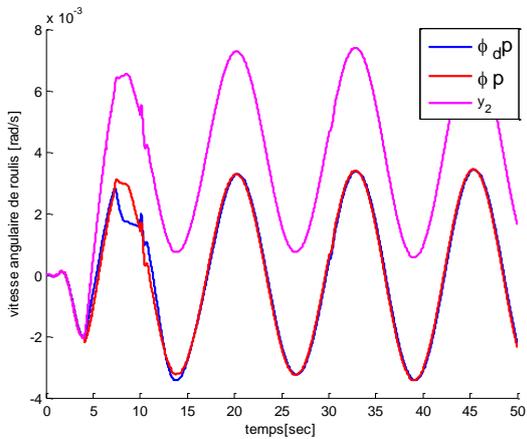
**IV.3.4. FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs :**



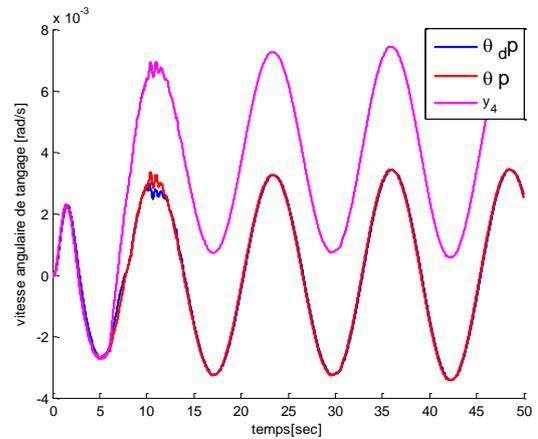
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



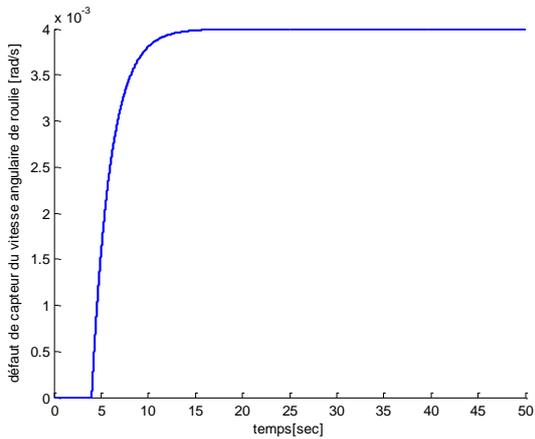
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



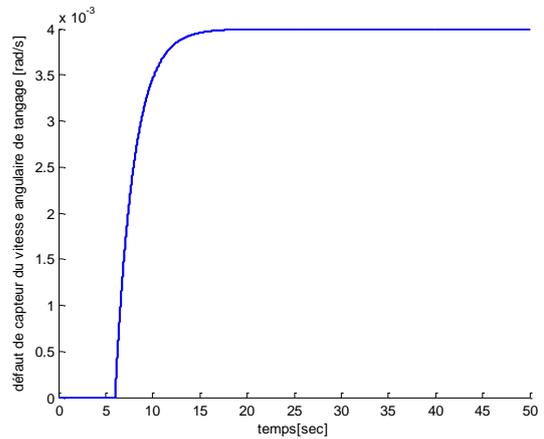
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



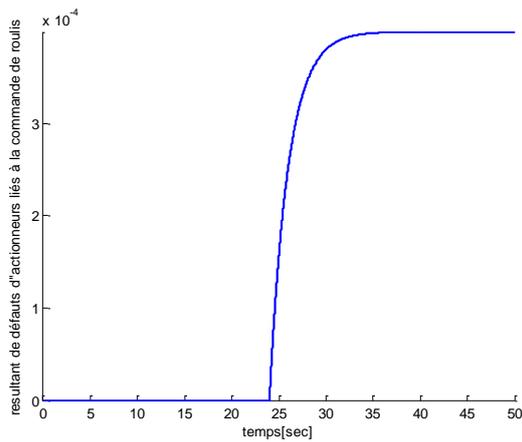
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



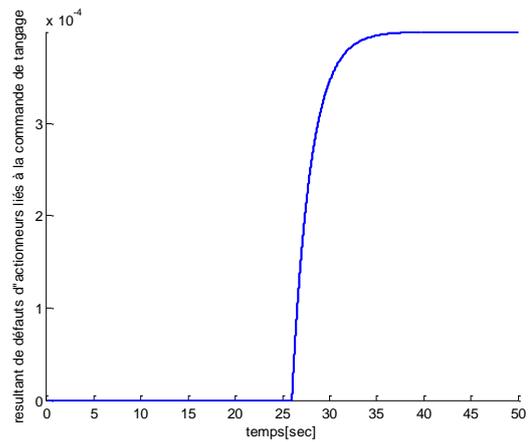
e) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



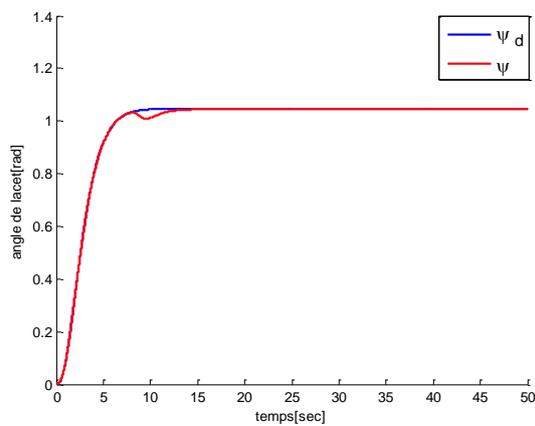
f) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



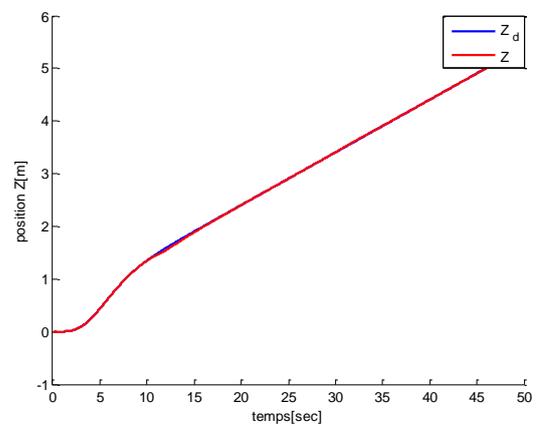
g) Variation du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de roulis



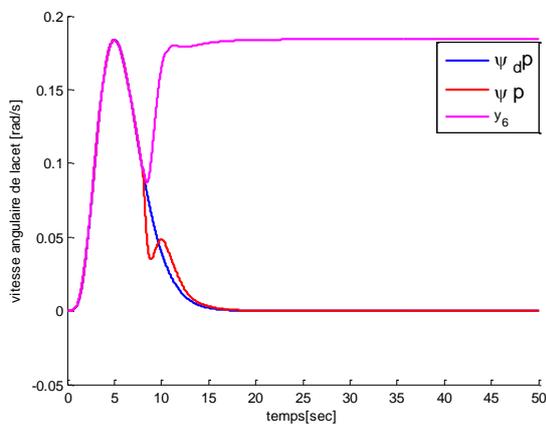
h) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de tangage



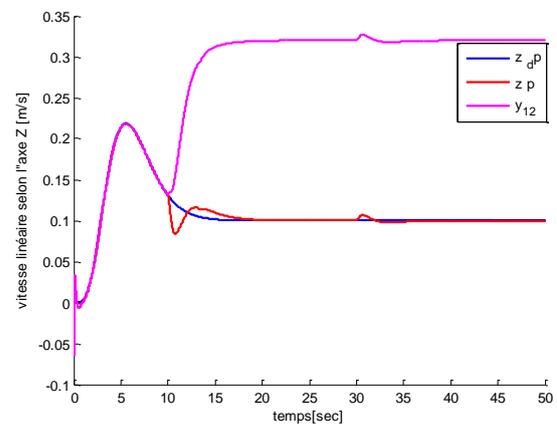
i) Evolution de l'angle de lacet (psi)



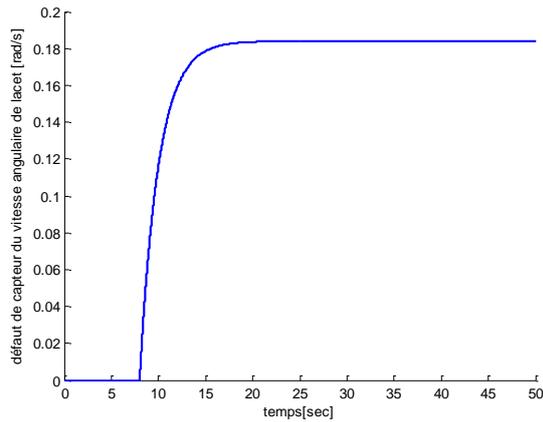
j) Evolution de la position selon l'axe Z



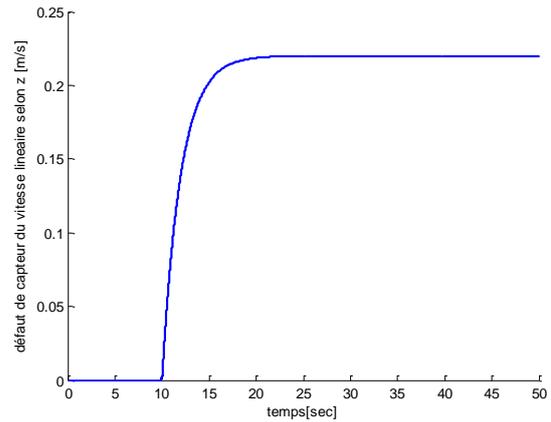
k) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



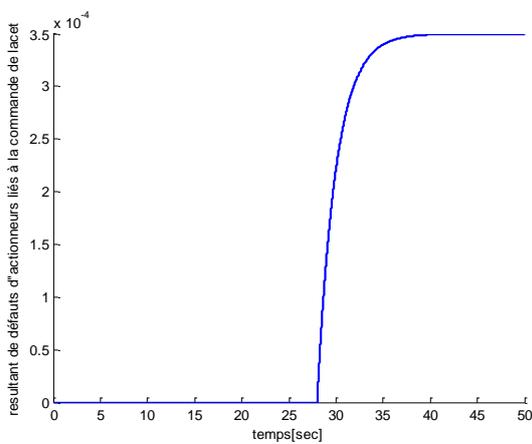
l) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



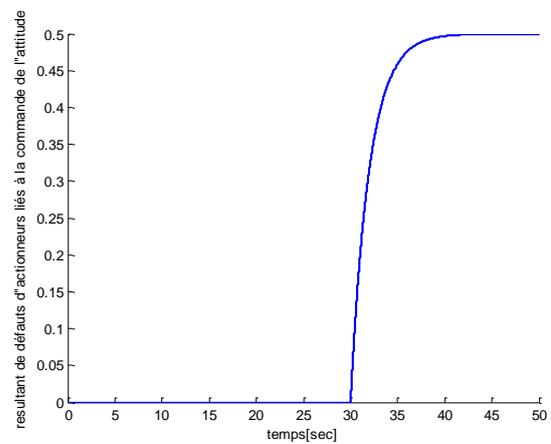
m) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



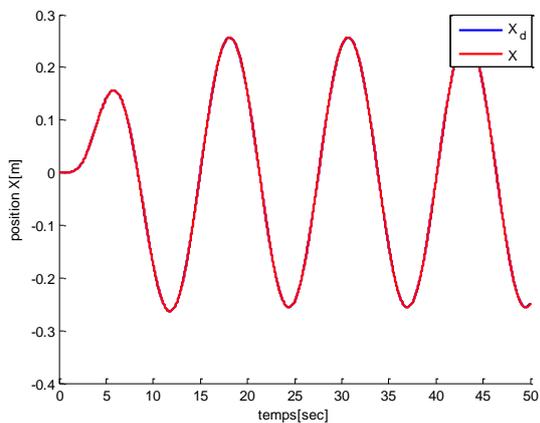
n) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



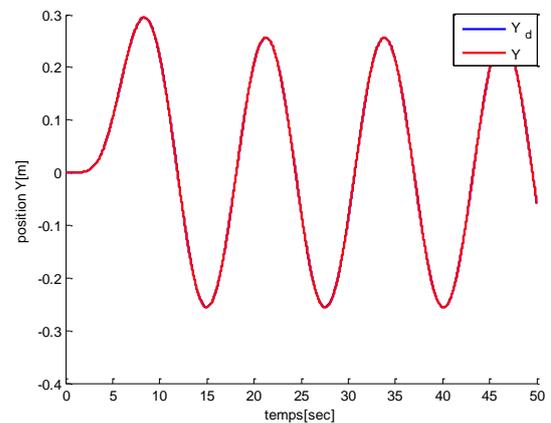
o) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement de lacet



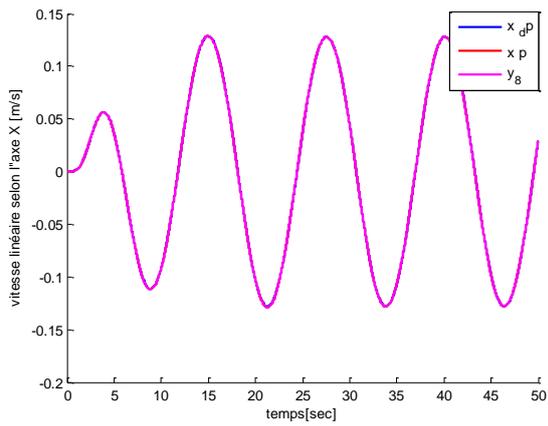
p) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement d'altitude



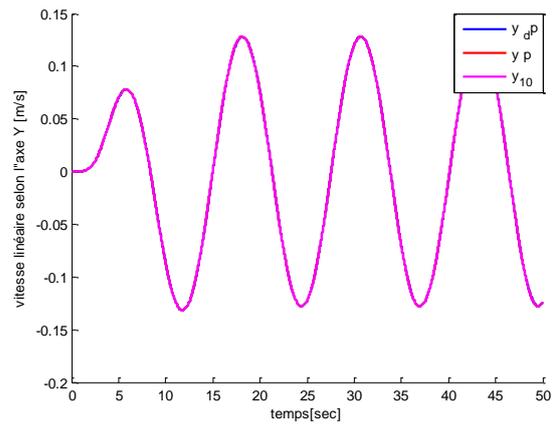
q) Evolution de la position selon l'axe X



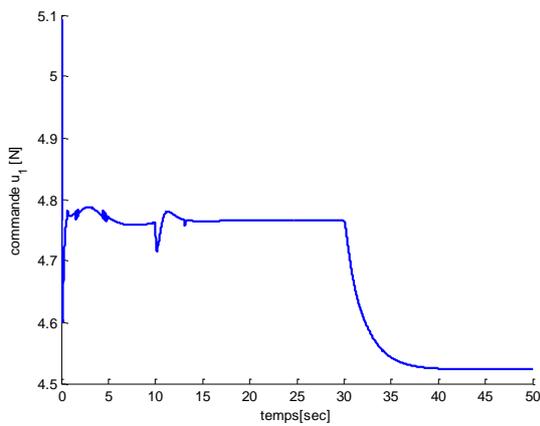
r) Evolution de la position selon l'axe Y



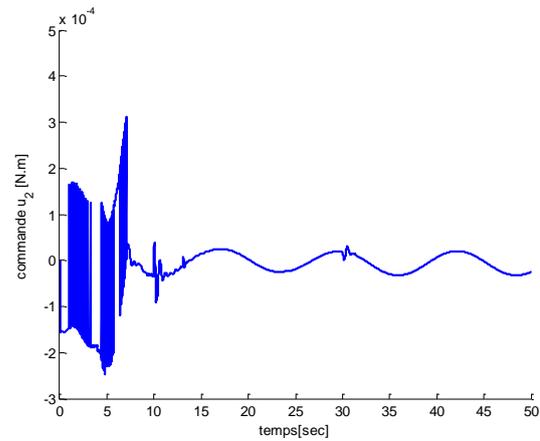
s) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



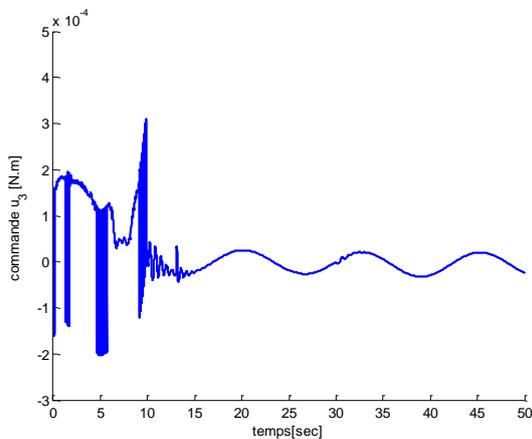
t) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



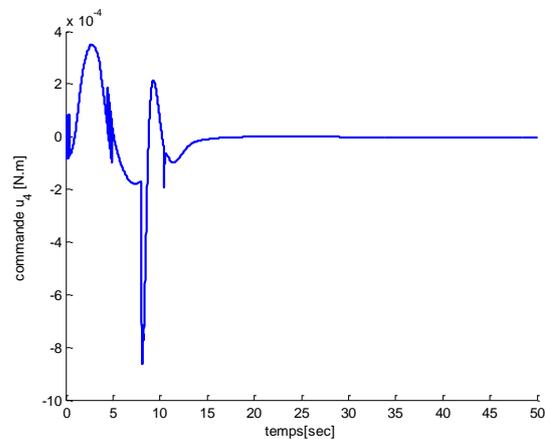
u) Evolution de la commande ( $u_1$ )



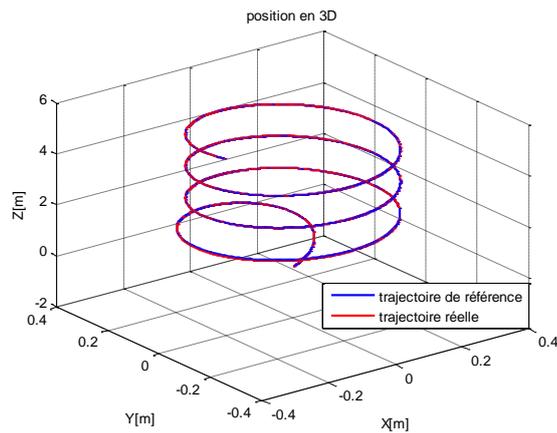
v) Evolution de la commande ( $u_2$ )



w) Evolution de la commande ( $u_3$ )



x) Evolution de la commande ( $u_4$ )

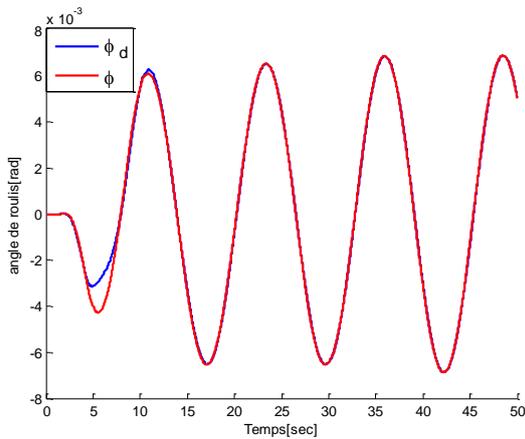


y) Evolution de la position en 3D

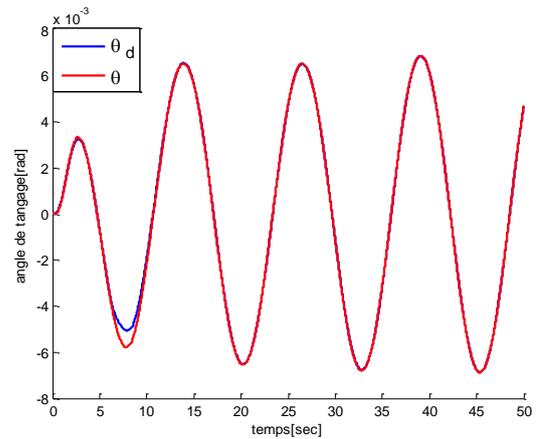
**Figure IV.5 :** Résultats de simulation de la FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs.

La famille de figures (IV.5) montre que la FTC passive appliquée dans ce test préserve les performances du système vis-à-vis la stabilité et la poursuite même après l'apparition de l'ensemble des défauts de capteurs-actionneurs, en observant l'apparition du chattering avec des pics transitoires dus lors de l'occurrence des défauts de capteurs dans les commandes illustrées par les figures (IV.5.u), (IV.5.v), (IV.5.w), et (IV.5.x).

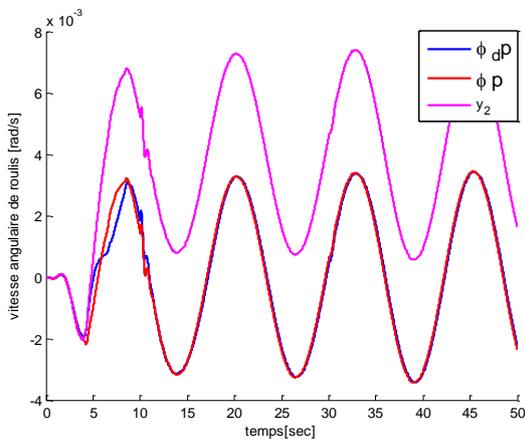
**IV.3.5. FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs en utilisant la fonction « sat » :**



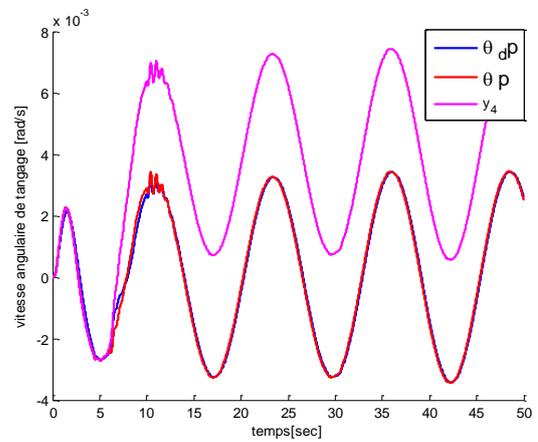
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



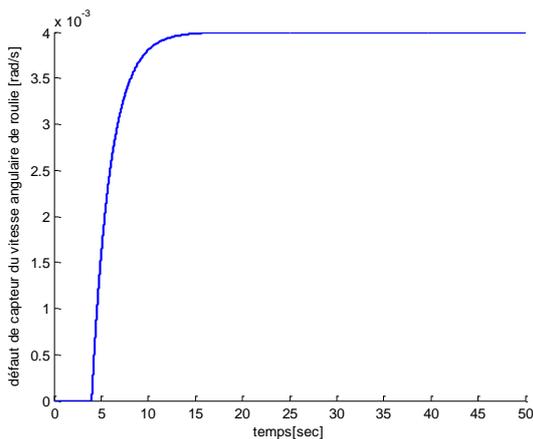
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



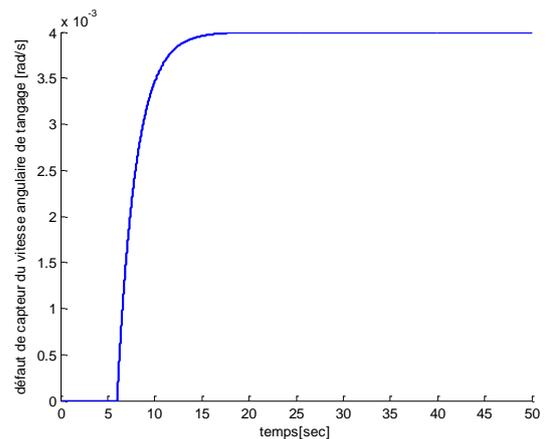
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



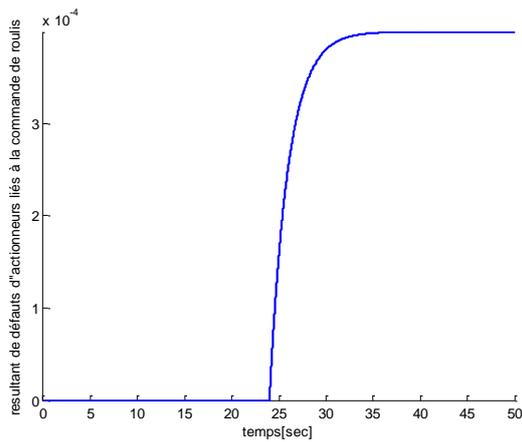
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



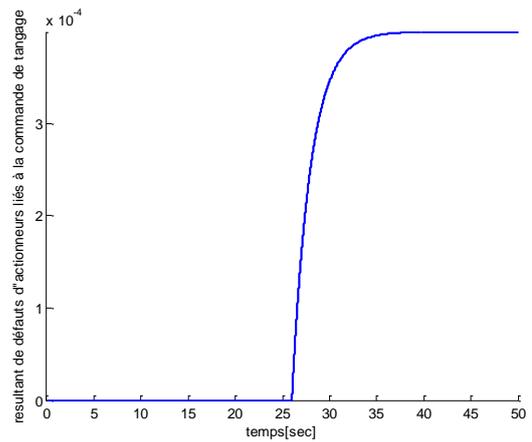
e) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



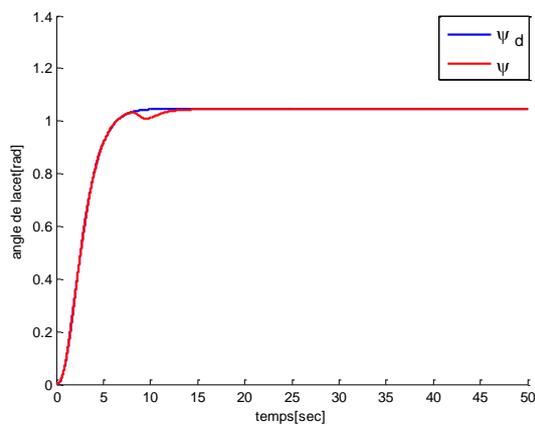
f) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



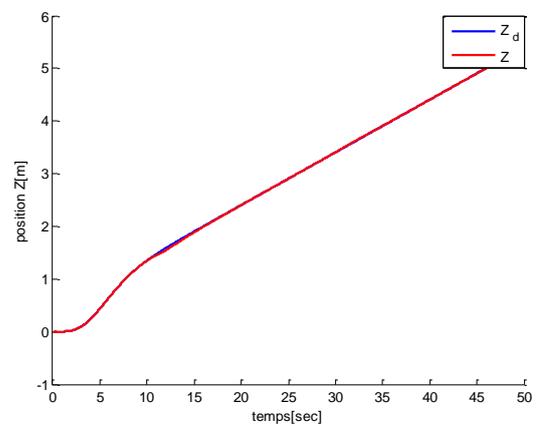
g) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement de roulis



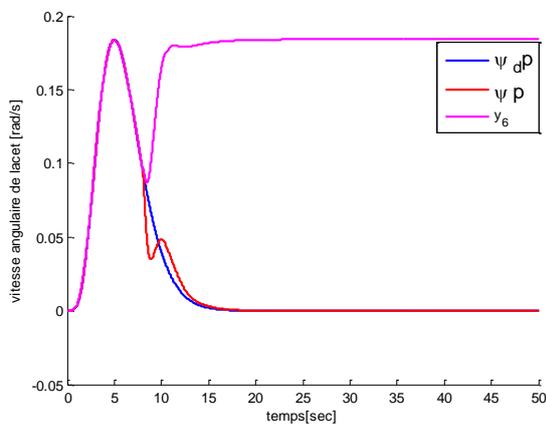
h) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement de tangage



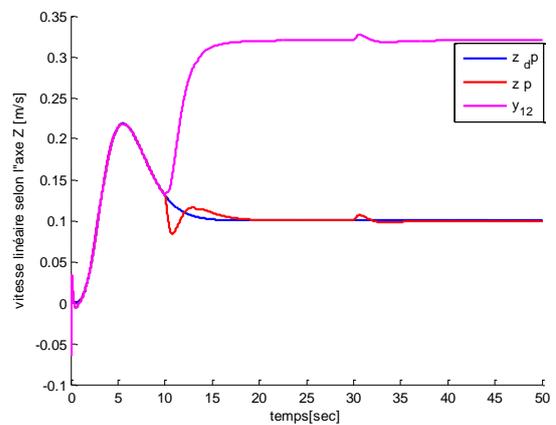
i) Evolution de l'angle de lacet (psi)



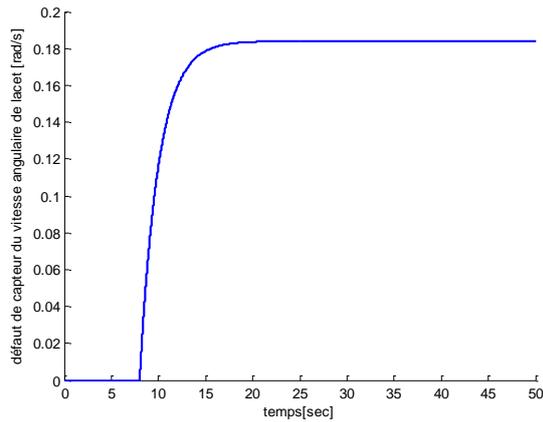
j) Evolution de la position selon l'axe Z



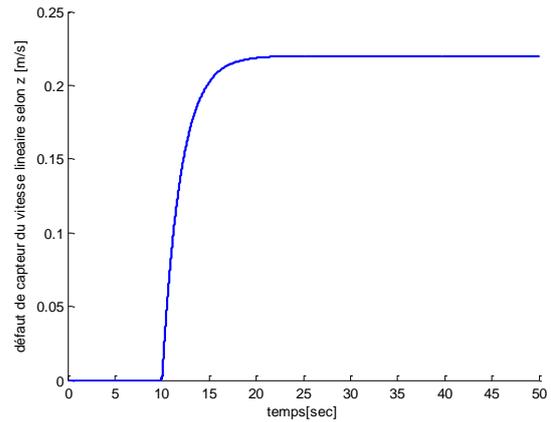
k) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



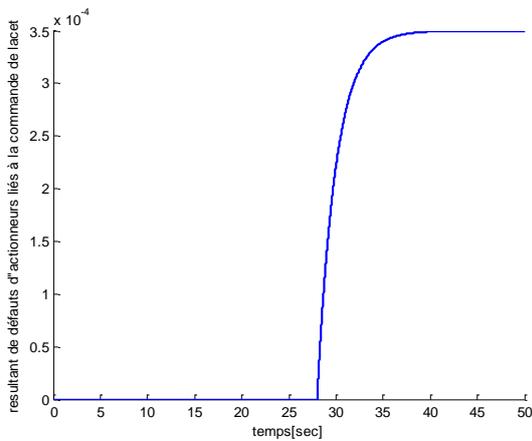
l) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



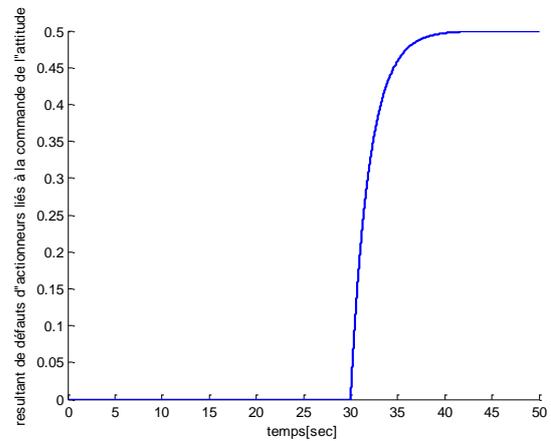
m) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



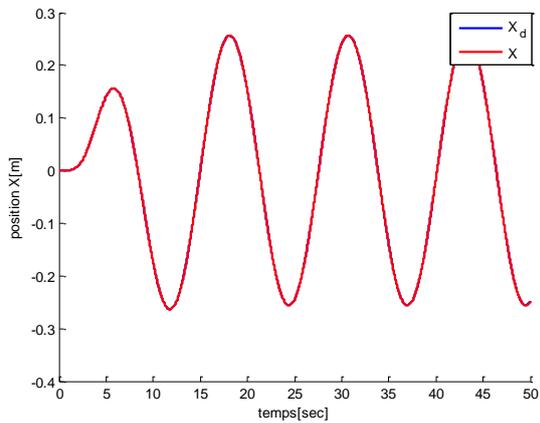
n) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



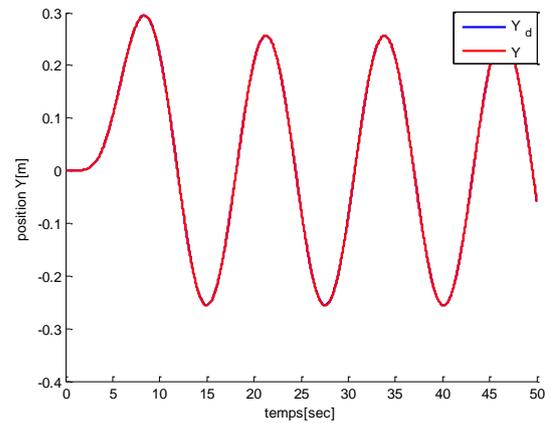
o) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement de lacet



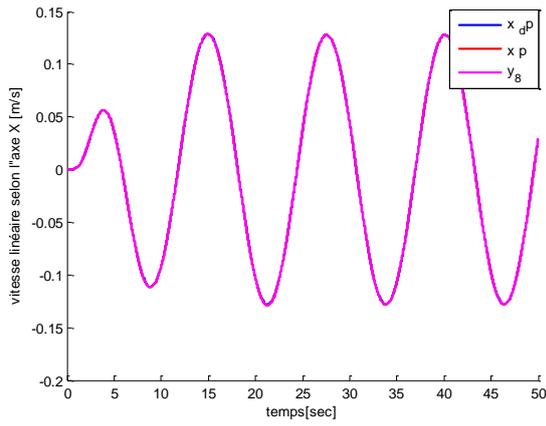
p) Evolution du résultat de défauts d'actionneurs liés au mouvement d'altitude



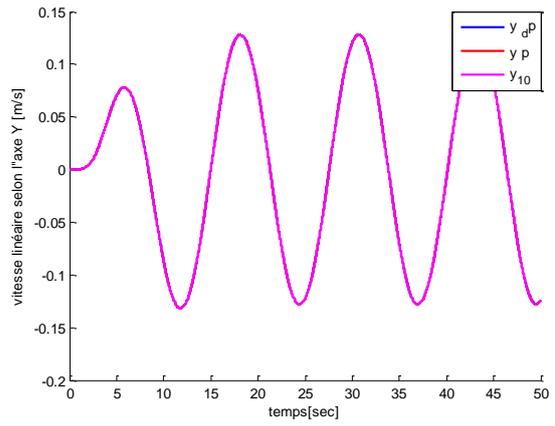
q) Evolution de la position selon l'axe X



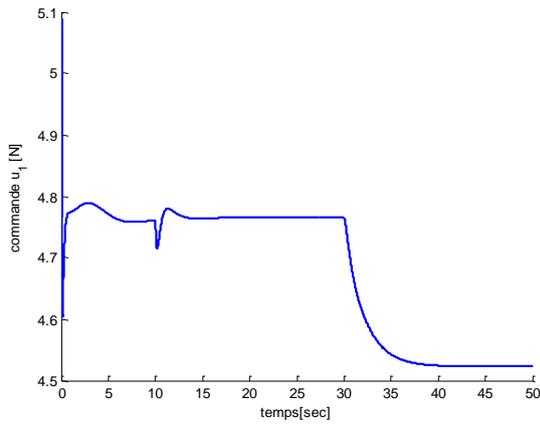
r) Evolution de la position selon l'axe Y



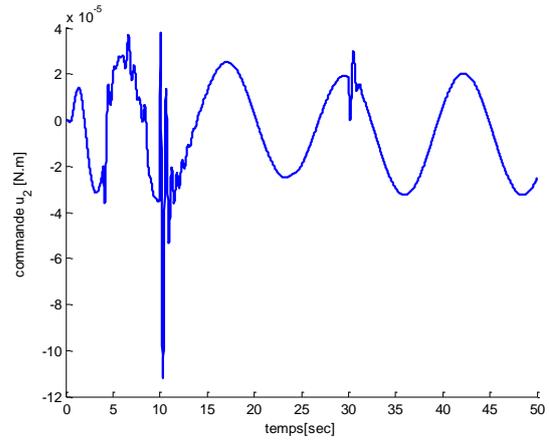
s) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



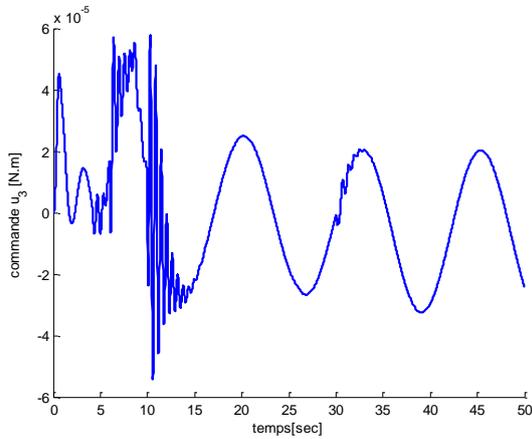
t) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



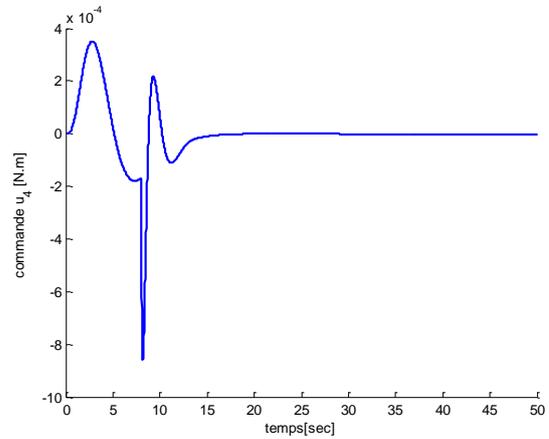
u) Evolution de la commande ( $u_1$ )



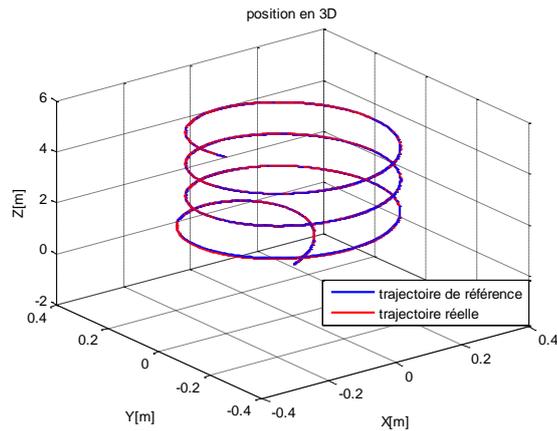
v) Evolution de la commande ( $u_2$ )



w) Evolution de la commande ( $u_3$ )



x) Evolution de la commande ( $u_4$ )



y) Evolution de la position en 3D

**Figure IV.6 :** Résultats de simulation de la FTC passive avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs en utilisant la fonction « *sat* ».

D'après la famille de figures (IV.6), on remarque l'apparition des pics transitoires dus lors de l'occurrence des défauts de capteurs dans les commandes illustrées par les figures (IV.6.u), (IV.6.v), (IV.6.w), et (IV.6.x), avec une amélioration de ces réponses par rapport aux cas précédent (illustrés par la famille de figures (IV.5)).

#### IV.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la première stratégie de la commande tolérante aux défauts via le backstepping, qui est la FTC passive, elle est conçue séparément du système de diagnostic et qui utilise les différents techniques de commande robuste. Dans notre contribution l'approche de commande proposée, regroupe deux techniques de compensation :

La première technique consiste à utiliser une action intégrale comme un terme de compensation.

La deuxième technique, utilise un autre terme de compensation qui contient la fonction « *signe* ».

A l'issue de l'étude par simulation, on conclue que la FTC passive proposée dans ce chapitre donne des résultats satisfaisants vis-à-vis la rapidité et la poursuite. Cependant, les commandes correspondants se caractérisent par des commutations très rapides dues à l'utilisation de la fonction « *signe* ».

Pour cela nous avons proposés une autre technique de compensation, afin de réduire le phénomène de chattering, toute en conservant les performances la FTC passive, cette technique consiste à utiliser la fonction de saturation « *sat* » (présentée dans le chapitre III) au lieu de la fonction « *signe* ». Par conséquent, cette nouvelle FTC passive donne des très bonnes réponses, qui sont caractérisées par des commandes un peut lisses.

## Chapitre V

# Commande active tolérante aux défauts via le backstepping

---

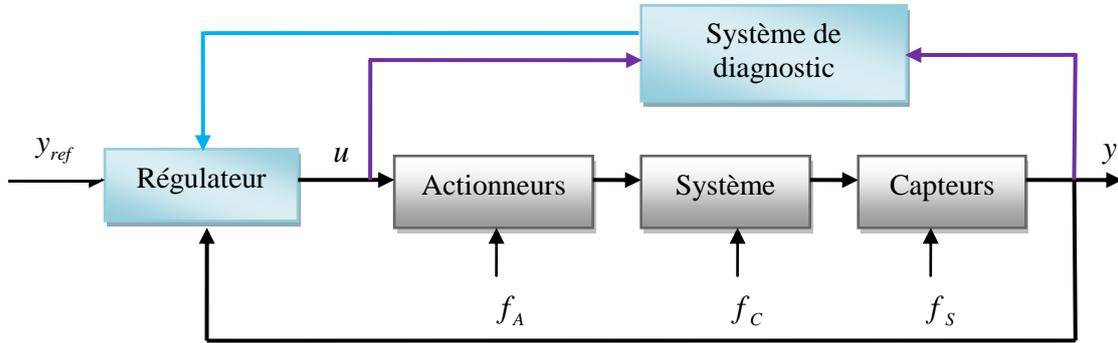
*Ce chapitre est consacré à la commande active tolérante aux défauts de capteurs ou/et d'actionneurs via le backstepping, avec la mise en œuvre des résultats issues de l'observateur non linéaire adaptatif de défauts.*

---

### V.1. Introduction

Dans la plupart des systèmes de commande conventionnels, la synthèse de lois de commandes ne prend pas en considération l'éventuelle occurrence de défauts pouvant affecter le système. Dans d'autre cas, la redondance matérielle disponible dans le système à commander peut être très limitée. En effet, l'augmentation ou le changement de la configuration matérielle peut s'avérer onéreuse, voire impossible due aux limitations physiques. Un AFTCS peut être conçu en utilisant les ressources disponibles et la redondance analytique et matérielle du système afin de s'accommoder des défauts non anticipés [94]. Les AFTCS compensent les effets des défauts soit en sélectionnant des lois de commande pré-calculées, ou en synthétisant une nouvelle loi de commande en ligne et en temps réel. Les deux approches requiert l'utilisation d'un algorithme de détection et d'identification de défauts (FDI : Fault Detection and Isolation) afin d'identifier les changements induits par les différents défauts et de reconfigurer la loi de commande en ligne. La synthèse de cette classe de systèmes nécessite donc la cohabitation de différents taches, à savoir,

la détection de défauts en ligne, la prise de décision en temps réel et la reconfiguration de loi de commande [46], cette approche de commande est illustrée par la figure (V.1).



**Figure V.1** : Approche active de commande tolérante aux défauts.

## V.2. Diagnostic à base d'observateurs non linéaires

### V.2.1. Position du problème

La difficulté principale de conception d'un système de diagnostic à base d'observateur pour les systèmes non linéaires se résume par le manque de méthodes générales de synthèse d'observateurs non linéaires. De plus, il existe d'autres problèmes liés à la structure du système comme l'existence d'entrées qui peuvent rendre le système non observable et/ou les défauts non détectables.

Dans cette section, nous allons étendre la méthodologie de détection de défauts à l'aide d'un observateur non linéaire adaptatif.

### V.2.2. Diagnostic de défauts à l'aide d'observateur non linéaire adaptatif

Considérons la classe de systèmes non linéaires modélisés par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \phi(t, x(t)) + g(x(t))u(t) + \bar{E}_a f_a(t) \\ y(t) = Cx(t) + \bar{E}_s f_s(t) \end{cases} \quad (\text{V.1})$$

ce système peut s'écrire sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \phi(t, x(t), u(t)) + E_a f(t) \\ y(t) = Cx(t) + E_s f(t) \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

où,

$$\begin{cases} \phi(t, x(t), u(t)) = \phi(t, x(t)) + g(x(t))u(t) \\ f(t) = \begin{bmatrix} f_s(t) \\ f_a(t) \end{bmatrix}, E_a = \begin{bmatrix} 0_{(n \times (q-q_a))} & \bar{E}_{a(n \times q_a)} \end{bmatrix} \text{ et } E_s = \begin{bmatrix} \bar{E}_{s(p \times q_s)} & 0_{(p \times (q-q_s))} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{V.3})$$

Tel que :  $f(t) \in \mathfrak{R}^q$  est le vecteur de défauts (incluant les défauts de capteurs et les défauts d'actionneurs), ce vecteur est supposé borné et de nature lentement variable (i.e.  $|f_i(t)| \leq f_0$  et  $\dot{f}_i(t) \approx 0$ ).  $E_a \in \mathfrak{R}^{n \times q}$  et  $E_s \in \mathfrak{R}^{p \times q}$  sont respectivement les matrices de distribution de défauts d'actionneurs et de capteurs.

**Suppositions :** L'observateur de détection des défauts que nous allons présenter, est basé sur les suppositions suivantes :

- S1. Toutes les défauts sont détectables [48-49-102] et de natures lentement variables.
- S2. Les défauts d'actionneurs se trouvent toujours ou il y a des commandes [23-24-80].
- S3. Les matrices  $\bar{E}_a$  et  $\bar{E}_s$  sont considérées de colonnes plein rang [80], i.e.

$$\text{rang}(E_a) + \text{rang}(E_s) = q_a + q_s = q < p = \text{rang}(C)$$

- S4. La paire  $(A, C)$  est détectable, i.e. que l'on peut définir une matrice  $L \in \mathfrak{R}^{n \times p}$  de sorte que la matrice  $A_0 = (A - LC)$  soit stable [48-49-101-27-42-102-80-108].
- S5.  $\phi(t, x(t), u(t))$  est une fonction non linéaire Lipchitzienne [48-49-101-27-42-102], i.e.

$$|\phi(t, x_1, u) - \phi(t, x_2, u)| \leq L_g |x_1 - x_2|$$

- S6. Il existe une matrice symétrique et définie positive  $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  solution de l'inégalité de Riccati :  $A_0^T P + P A_0 + \varepsilon L_g^2 I_n + \frac{P^2}{\varepsilon} + Q \leq 0$  [48-49-101-27-42-102], avec  $Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  : une matrice définie positive, et  $\varepsilon$  : un paramètre positif.

- S7. Il existe une matrice  $R^{p \times q}$  telle que :

$$\checkmark \quad P(E_a - L E_s) = P E = C^T R.$$

$$\checkmark \quad R^T E_s \geq 0$$

### V.2.2.1 Détection et estimation des défauts à l'aide d'un observateur non linéaire adaptatif

Pour le système (V.2), on choisit l'observateur suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + \phi(t, \hat{x}(t), u(t)) + E_a \hat{f}(t) + L [\hat{y}(t) - y(t)] \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + E_s \hat{f}(t) \end{cases} \quad (\text{V.4})$$

où  $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état de l'observateur et  $\hat{f}(t)$  est l'estimé du défaut  $f(t)$ .

Notant que :  $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ,  $e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ ,  $e_f(t) = f(t) - \hat{f}(t)$

Les dynamiques des erreurs sont données par :

$$\begin{cases} \dot{e}_x(t) = A_0 e_x(t) + G(t, e_x(t), u(t)) + (E_a - L E_s) e_f(t) \\ e_y(t) = C e_x(t) + E_s e_f(t) \end{cases} \quad (\text{V.5})$$

Tel que :  $G(t, e_x(t), u(t)) \triangleq \phi(t, x(t), u(t)) - \phi(t, \hat{x}(t), u(t))$

**Théorème 1 :** Considérons le système (V.2) et sous les suppositions  $\mathcal{S4}$ - $\mathcal{S5}$ - $\mathcal{S6}$ - $\mathcal{S7}$ , la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{\hat{f}}(t) = \Gamma R^T e_f(t) \quad (\text{V.6})$$

avec  $\Gamma = \Gamma^T \succ 0$  est une matrice de pondération, garantie la convergence de l'observateur (V.4).

**Démonstration :** Considérons la fonction de Lyapunov (fcl) suivante :

$$V_T(t) = e_x^T(t) P e_x(t) + e_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) \quad (\text{V.7})$$

en utilisant l'équation (V.5). la dérivée de la (fcl) se donne par [48-49]:

$$\begin{aligned} \dot{V}_T(t) = & e_x^T(t) [P A_0 + A_0^T P] e_x(t) + 2e_x^T(t) P G(t, e_x(t), u(t)) \\ & + 2e_x^T(t) P E e_f(t) + 2e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_f(t) \end{aligned} \quad (\text{V.8})$$

**Hypothèse 1 :** Pour une matrice  $P_{(n \times n)}$  définie positive solution de l'inégalité de Riccati, on a [48-49] :

$$2 e_x^T(t) P G(t, e_x(t), u(t)) \leq \frac{1}{\varepsilon} e_x^T(t) P P e_x(t) + \varepsilon G^T(t, e_x(t), u(t)) G(t, e_x(t), u(t)) \quad (\text{V.9})$$

De l'équation (V.9), et prenant en considération la supposition  $\mathcal{S5}$ , il est facile de voir que :

$$\begin{aligned} 2 e_x^T(t) P G(t, e_x(t), u(t)) & \leq \frac{1}{\varepsilon} e_x^T(t) P^2 e_x(t) + \varepsilon \|G(t, e_x(t), u(t))\|^2 \\ & \leq \frac{1}{\varepsilon} e_x^T(t) P^2 e_x(t) + \varepsilon \|\phi(t, x(t), u(t)) - \phi(t, \hat{x}(t), u(t))\|^2 \\ & \leq \frac{1}{\varepsilon} e_x^T(t) P P e_x(t) + \varepsilon L^2 \|x(t) - \hat{x}(t)\|^2 \\ & \leq \frac{1}{\varepsilon} e_x^T(t) P^2 e_x(t) + \varepsilon L^2 \|e_x(t)\|^2 \\ & \leq \frac{1}{\varepsilon} e_x^T(t) P^2 e_x(t) + \varepsilon L^2 e_x^T(t) e_x(t) \end{aligned} \quad (\text{V.10})$$

Considérant la loi d'adaptation (V.6), les suppositions  $\mathcal{S6}$ - $\mathcal{S7}$ , et remplaçant l'équation (V.10), dans la dérivée de la fonction de Lyapunov, il en résulte que :

$$\begin{aligned} \dot{V}_T(t) & \leq -e_x^T(t) Q e_x(t) - 2e_f^T(t) R^T E_s e_f(t) \\ & \leq -c_1 \|e_x(t)\|^2 - c_2 \|e_f(t)\|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

Avec :

$$\begin{cases} c_1 = \lambda_{\max}(Q) \geq 0 \\ c_2 = \lambda_{\max}(R^T E_s) \geq 0 \end{cases} \quad (\text{V.12})$$

D'où la convergence des erreurs d'estimations vers 0. Ce qui garantie la stabilité de l'observateur non linéaire adaptatif proposé, malgré la présence de deux types des défauts aux même temps.

**Remarque :** En présence de défauts de actionneurs seulement (pas de défauts de capteurs), on peut choisir un autre observateur, qui est donné par [48-49] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \phi(t, \hat{x}(t), u(t)) + \bar{E}_a \hat{f}_a(t) + L[\hat{y}(t) - y(t)] \\ \dot{\hat{f}}_a(t) = \Gamma R^T e_y(t) - \sigma \Gamma \hat{f}_a(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{V.13})$$

où,  $\sigma$  est un scalaire positif,

La supposition  $\mathcal{S7}$  devient :  $PE = P\bar{E}_a = C^T R$  [48-49].

L'analyse de stabilité s'effectue de la même façon, notant que :  $c_2 = 2\sigma \geq 0$  [48].

### V.3. FTC active via le backstepping

#### V.3.1. Principe

Reprenant le système (IV.1)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \varphi(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u + f_a \\ y = [y_1 \quad y_2]^T = [x_1 \quad x_2 + f_s]^T \end{cases}$$

Ce système peut s'écrire sous la forme (V.2), tel que :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \phi(x, u) = \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u \end{bmatrix} \quad (\text{V.14})$$

Pour ce système, on choisit l'observateur non linéaire adaptatif suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \phi(t, \hat{x}(t), u(t)) + E_a \hat{f}(t) + L[\hat{y}(t) - y(t)] \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + E_s \hat{f}(t) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \Gamma R^T [\hat{y}(t) - y(t)] \end{cases} \quad (\text{V.15})$$

Tel que :

$$\phi(\hat{x}, u) = \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + g(\hat{x}_1, \hat{x}_2)u \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R^T = \begin{bmatrix} r_{s1} & r_{s2} \\ 0 & r_{a1} \end{bmatrix} \quad (\text{V.16})$$

Pour vérifier la condition nécessaire de convergence (V.12), il faut que :

$$r_{s2} \geq 0 \quad (\text{V.17})$$

#### Etape 1

On définit la première variable d'erreur :

$$e_1 = y_r - y_1 = (x_1)_d - x_1 = \alpha_0 - x_1 \quad (\text{V.18})$$

Choisissant la première fcl comme suit :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{4m_1}(e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{4m_1}V_T \quad (\text{V.19})$$

Où,  $P$  est une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation de Riccati, et  $\Gamma = \Gamma^T \succ 0$  est une matrice de pondération

La dérivée de  $V_1$  est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 + \frac{1}{4m_1} \dot{V}_T \\ &\leq e_1 \dot{e}_1 + \frac{1}{4m_1} (-c_1 \|e_x\|^2 - c_2 \|e_f\|^2) \\ &\leq e_1 \dot{e}_1 - \frac{1}{4m'_1} \tilde{f}_s^2 \\ &\leq e_1 \left[ \dot{\alpha}_0 - (y_2 - (\hat{f}_s + \tilde{f}_s)) \right] - \frac{1}{4m'_1} \tilde{f}_s^2 \end{aligned} \quad (\text{V.20})$$

où,

$$e_x = \begin{bmatrix} x_1 - \hat{x}_1 \\ x_2 - \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix}, \quad e_f = \begin{bmatrix} f_s - \hat{f}_s \\ f_a - \hat{f}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_s \\ \tilde{f}_a \end{bmatrix}, \quad m'_1 = \frac{m_1}{c_2}$$

On choisit  $(y_2)_d$  comme commande virtuelle, sa valeur désirée est donnée par :

$$(y_2)_d = \alpha_1 + \varsigma_1 = (\dot{\alpha}_0 + k_1 e_1 + \hat{f}_s) + \varsigma_1 \quad (\text{V.21})$$

où,  $\varsigma_1$  est une variable appelée amortissement non linéaire [6], dont la valeur reste à déterminer.

La dérivée de la fcl devient avec ce choix :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -k_1 e_1^2 + e_1 [-\varsigma_1 + \tilde{f}_s] - \frac{1}{4m'_1} \tilde{f}_s^2 \\ &\leq -k_1 e_1^2 + e_1 [-\varsigma_1 + m'_1 e_1] - m'_1 \left[ e_1 - \frac{1}{2m'_1} \tilde{f}_s \right]^2 \\ &\leq -k_1 e_1^2 + e_1 [-\varsigma_1 + m'_1 e_1] \end{aligned} \quad (\text{V.22})$$

Pour assurer la négativité de la première fcl, il suffit de choisir :

$$\varsigma_1 = m'_1 e_1 \quad (\text{V.23})$$

## Etape 2

La deuxième variable d'erreur est définie par :

$$e_2 = (y_2)_d - y_2 = (\alpha_1 + \varsigma_1) - y_2 \quad (\text{V.24})$$

La nouvelle fcl est une version augmentée de la précédente :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{4m_2}(e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f) = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{4m_2}V_T \quad (\text{V.25})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \frac{1}{4m_2} \dot{V}_r \\
&\leq -k_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + \dot{e}_2] + \frac{1}{4m_2} \left( -c_1 \|e_x\|^2 - c_2 \|e_f\|^2 \right) \\
&\leq -k_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + \dot{e}_2] - \frac{1}{4m_2'} (\tilde{f}_s^2 + \tilde{f}_a^2) \\
&\leq -k_1 e_1^2 + e_2 \left[ e_1 + (\dot{\alpha}_1 + \dot{\zeta}_1) - \varphi_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s) - g_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s) u \right. \\
&\quad \left. + \Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u) - \hat{f}_a - \tilde{f}_a \right] - \frac{1}{4m_2'} (\tilde{f}_s^2 + \tilde{f}_a^2)
\end{aligned} \tag{V.26}$$

tel que,

$$\begin{cases}
\phi(y_1, y_2 - \hat{f}_s, u) = \phi_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s, u) - \Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u) \\
\quad = \varphi_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s) + g_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s) u - \Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u) \\
\dot{\alpha}_1 + \dot{\zeta}_1 = \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_1} (y_2 - \hat{f}_s) + \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r - \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_1} \tilde{f}_s = \xi_1 - \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_1} \tilde{f}_s
\end{cases} \tag{V.27}$$

Où, l'on note  $\Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u)$  la partie inconnue liée aux erreurs d'estimation des défauts de capteurs, et  $\xi_1$  la partie connue (calculable analytiquement) de  $(\dot{\alpha}_1 + \dot{\zeta}_1)$ .

Avec ces notations, la vraie commande s'écrit :

$$\begin{aligned}
u &= \frac{1}{g_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s)} u' = \frac{1}{g_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s)} [\alpha_2 + \zeta_2 + u_c] \\
&= \frac{1}{g_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s)} \left[ \left[ \xi_1 + e_1 + k_2 e_2 - \varphi_n(y_1, y_2 - \hat{f}_s) - \hat{f}_a \right] + \zeta_2 + u_c \right]
\end{aligned} \tag{V.28}$$

Ce qui permet d'écrire la dérivée de la fcl sous la forme

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \left[ \left( -\zeta_2 - \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_1} \tilde{f}_s - \tilde{f}_a \right) + (\Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u) - u_c) \right] \\
&\quad - \frac{1}{4m_2'} (\tilde{f}_s^2 + \tilde{f}_a^2) \\
&\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \left[ \left( -\zeta_2 + m_2' e_2 \left[ 1 + \left[ \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_1} \right]^2 \right] \right) + (\Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u) - u_c) \right] \\
&\quad - m_2' \left[ \left[ \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_1} e_2 + \frac{1}{2m_2'} \tilde{f}_s \right]^2 + \left[ e_2 + \frac{1}{2m_2'} \tilde{f}_a \right]^2 \right] \\
&\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \left[ \left( -\zeta_2 + m_2' e_2 \left[ 1 + \left[ \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_1} \right]^2 \right] \right) + (\Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u) - u_c) \right]
\end{aligned} \tag{V.29}$$

Un réarrangement de cette dernière équation permet de choisir le terme d'amortissement non linéaire  $\zeta_2$  et la commande de correction  $u_c$ , ce choix est donné par :

$$\begin{cases} \zeta_2 = m'_2 e_2 \left[ 1 + \left[ \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \right]^2 \right] \\ u_c = \Delta_c \text{sign}(e_2) \quad \text{tel que : } |\Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u)| \leq \Delta_c \end{cases} \quad (\text{V.30})$$

Il en résulte que :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 [\Delta\phi(y_1, y_2, \tilde{f}_s, u) - \Delta_c \text{sign}(e_2)] \leq 0 \quad (\text{V.31})$$

Ce qui garantit la stabilité du système global (procédé, contrôleur, observateur).

### V.3.2. Application au quadrirotor

#### V.3.2.1 FTC active avec défauts d'actionneurs

Reprenant le modèle du système infecté par les défauts d'actionneurs (IV.20). Pour ce système, on choisit l'observateur suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + l_1(y_1 - \hat{y}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = a_1 \hat{x}_4 \hat{x}_6 + a_2 \hat{x}_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r \hat{x}_4 + b_1 u_2 + l_2(y_2 - \hat{y}_2) + \hat{f}_{a1} \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + l_3(y_3 - \hat{y}_3) \\ \dot{\hat{x}}_4 = a_4 \hat{x}_2 \hat{x}_6 + a_5 \hat{x}_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r \hat{x}_2 + b_2 u_3 + l_4(y_4 - \hat{y}_4) + \hat{f}_{a2} \\ \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6 + l_5(y_5 - \hat{y}_5) \\ \dot{\hat{x}}_6 = a_7 \hat{x}_2 \hat{x}_4 + a_8 \hat{x}_6^2 + b_3 u_4 + l_6(y_6 - \hat{y}_6) + \hat{f}_{a3} \\ \dot{\hat{x}}_7 = \hat{x}_8 + l_7(y_7 - \hat{y}_7) \\ \dot{\hat{x}}_8 = a_9 \hat{x}_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 + l_8(y_8 - \hat{y}_8) \\ \dot{\hat{x}}_9 = \hat{x}_{10} + l_9(y_9 - \hat{y}_9) \\ \dot{\hat{x}}_{10} = a_{10} \hat{x}_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 + l_{10}(y_{10} - \hat{y}_{10}) \\ \dot{\hat{x}}_{11} = \hat{x}_{12} + l_{11}(y_{11} - \hat{y}_{11}) \\ \dot{\hat{x}}_{12} = a_{11} \hat{x}_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g + l_{12}(y_{12} - \hat{y}_{12}) + \hat{f}_{a4} \\ \dot{\hat{f}}_{a1} = r_{a1}(y_2 - \hat{y}_2) - \sigma_1 \hat{f}_{a1} \\ \dot{\hat{f}}_{a2} = r_{a2}(y_4 - \hat{y}_4) - \sigma_2 \hat{f}_{a2} \\ \dot{\hat{f}}_{a3} = r_{a3}(y_6 - \hat{y}_6) - \sigma_3 \hat{f}_{a3} \\ \dot{\hat{f}}_{a4} = r_{a4}(y_{12} - \hat{y}_{12}) - \sigma_4 \hat{f}_{a4} \end{cases} \quad (\text{V.32})$$

$$\hat{y} = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 \quad \hat{x}_3 \quad \hat{x}_4 \quad \hat{x}_5 \quad \hat{x}_6 \quad \hat{x}_7 \quad \hat{x}_8 \quad \hat{x}_9 \quad \hat{x}_{10} \quad \hat{x}_{11} \quad \hat{x}_{12}]^T$$

Prenant le premier sous-système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 + f_{a1} \end{cases} \quad (\text{V.33})$$

L'observateur d'ordre réduit correspondant est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + l_1 (y_1 - \hat{y}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = a_1 \hat{x}_4 \hat{x}_6 + a_2 \hat{x}_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r \hat{x}_4 + b_1 u_2 + l_2 (y_2 - \hat{y}_2) + \hat{f}_{a1} \\ \dot{\hat{f}}_{a1} = r_{a1} (y_2 - \hat{y}_2) - \sigma \hat{f}_{a1} \end{cases} \quad (\text{V.34})$$

Le calcul de la commande  $u_2$  s'effectue en deux étapes

### Etape 1

On prend :

$$\begin{cases} e_1 = y_r - y_1 = \phi_d - x_1 \\ V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \end{cases} \quad (\text{V.35})$$

La dérivée de la fcl est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (\dot{\phi}_d - x_2) \quad (\text{V.36})$$

la stabilisation de  $e_1$  peut être obtenue par l'introduction d'une commande virtuelle  $x_2$  :

$$(x_2)_d \triangleq \alpha_1 = \dot{\phi}_d + k_1 e_1 \quad (\text{V.37})$$

et (V.36) devient :

$$\dot{V}_1 = k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (\text{V.38})$$

### Etape 2

On considère la variable d'erreur  $e_2$  et la nouvelle fcl comme suite :

$$\begin{cases} e_2 = \alpha_1 - x_2 \\ V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{4m_1} (e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{4m_2} V_T \end{cases} \quad (\text{V.39})$$

la dérivée de la fcl est :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \frac{1}{4m_1} \dot{V}_T \\
&\leq -k_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + \dot{e}_2] + \frac{1}{4m_1} \left( -c_1 \|e_x\|^2 - c_2 \|e_f\|^2 \right) \\
&\leq -k_1 e_1^2 + e_2 \left[ e_1 + \ddot{\phi}_d + k_1 (-k_1 e_1 + e_2) - a_1 x_4 x_6 \right. \\
&\quad \left. - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - (\hat{f}_{a1} + \tilde{f}_{a1}) - b_1 u_2 \right] - \frac{1}{4m_1} \tilde{f}_{a1}^2 \\
&\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \left[ \ddot{\phi}_d + e_1 + (k_2 + m_1') e_2 + k_1 (-k_1 e_1 + e_2) \right. \\
&\quad \left. - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - \hat{f}_{a1} - b_1 u_2 \right] - m_1' \left[ e_2 + \frac{1}{2m_1'} \tilde{f}_{a1} \right]^2 \\
&\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \left[ \ddot{x}_{1d} + e_1 + (k_2 + m_1') e_2 + k_1 (-k_1 e_1 + e_2) \right. \\
&\quad \left. - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - \hat{f}_{a1} - b_1 u_2 \right]
\end{aligned} \tag{V.40}$$

Afin de garantir la négativité de la dérivée de la fcl, on choisit la commande suivante :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} \left( \ddot{\phi}_d + e_1 + (m_1' + k_2) e_2 + k_1 (-k_1 e_1 + e_2) - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - \hat{f}_{a1} \right) \tag{V.41}$$

Ce qui assure la stabilité du premier sous-système (V.33).

La même procédure est appliquée par la suite, il en résulte que :

$$\begin{cases}
u_3 = \frac{1}{b_2} \left( \ddot{\theta}_d + e_3 + (m_2' + k_4) e_4 + k_3 (-k_3 e_3 + e_4) - a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega}_r x_2 - \hat{f}_{a2} \right) \\
u_4 = \frac{1}{b_3} \left( \ddot{\psi}_d + e_5 + (m_3' + k_6) e_6 + k_5 (-k_5 e_5 + e_6) - a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 - \hat{f}_{a3} \right) \\
u_x = \frac{m}{u_1} \left( \ddot{x}_d + e_7 + (m_4' + k_8) e_8 + k_7 (-k_7 e_7 + e_8) - a_9 x_8 \right) & / u_1 \neq 0 \\
u_y = \frac{m}{u_1} \left( \ddot{y}_d + e_9 + (m_5' + k_{10}) e_{10} + k_9 (-k_9 e_9 + e_{10}) - a_{10} x_{10} \right) & / u_1 \neq 0 \\
u_1 = \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} \left( \ddot{z}_d + e_{11} + (m_6' + k_{12}) e_{12} + k_{11} (-k_{11} e_{11} + e_{12}) - a_{11} x_{12} + g - \hat{f}_{a4} \right)
\end{cases} \tag{V.42}$$

tel que :

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ \dot{x}_{(i-1)d} + k_{(i-1)} e_{(i-1)} - x_i & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \tag{V.43}$$

avec :  $k_i > 0$ ,  $i \in [2, \dots, 12]$ . Les fcls sont données comme suite :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [8, 10] \\ V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{4m_j} \left( e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f \right) & i \in [4, 6, 12] \text{ et } j \in [2, 3, 4] \end{cases} \tag{V.44}$$

et :

$$\zeta_j = m'_j e_i \quad i \in [4, 6, 12] \text{ et } j \in [2, 3, 4] \quad (\text{V.45})$$

### V.3.2.2 FTC active avec défauts de capteurs

Reprenant le système (IV.39), l'observateur correspondant à ce système est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + l_1(y_1 - \hat{y}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = a_1 \hat{x}_4 \hat{x}_6 + a_2 \hat{x}_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r \hat{x}_4 + b_1 u_2 + l_2(y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + l_3(y_3 - \hat{y}_3) \\ \dot{\hat{x}}_4 = a_4 \hat{x}_2 \hat{x}_6 + a_5 \hat{x}_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r \hat{x}_2 + b_2 u_3 + l_4(y_4 - \hat{y}_4) \\ \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6 + l_5(y_5 - \hat{y}_5) \\ \dot{\hat{x}}_6 = a_7 \hat{x}_2 \hat{x}_4 + a_8 \hat{x}_6^2 + b_3 u_4 + l_6(y_6 - \hat{y}_6) \\ \dot{\hat{x}}_7 = \hat{x}_8 + l_7(y_7 - \hat{y}_7) \\ \dot{\hat{x}}_8 = a_9 \hat{x}_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 + l_8(y_8 - \hat{y}_8) \\ \dot{\hat{x}}_9 = \hat{x}_{10} + l_9(y_9 - \hat{y}_9) \\ \dot{\hat{x}}_{10} = a_{10} \hat{x}_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 + l_{10}(y_{10} - \hat{y}_{10}) \\ \dot{\hat{x}}_{11} = \hat{x}_{12} + l_{11}(y_{11} - \hat{y}_{11}) \\ \dot{\hat{x}}_{12} = a_{11} \hat{x}_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g + l_{12}(y_{12} - \hat{y}_{12}) \\ \dot{\hat{f}}_{s1} = r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{\hat{f}}_{s2} = r_{s3}(y_3 - \hat{y}_3) + r_{s4}(y_4 - \hat{y}_4) \\ \dot{\hat{f}}_{s3} = r_{s5}(y_5 - \hat{y}_5) + r_{s6}(y_6 - \hat{y}_6) \\ \dot{\hat{f}}_{s4} = r_{s7}(y_7 - \hat{y}_7) + r_{s8}(y_8 - \hat{y}_8) \\ \dot{\hat{f}}_{s5} = r_{s9}(y_9 - \hat{y}_9) + r_{s10}(y_{10} - \hat{y}_{10}) \\ \dot{\hat{f}}_{s6} = r_{s11}(y_{11} - \hat{y}_{11}) + r_{s12}(y_{12} - \hat{y}_{12}) \end{array} \right. \quad (\text{V.46})$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 + \hat{f}_{s1} & \hat{x}_3 & \hat{x}_4 + \hat{f}_{s2} & \hat{x}_5 & \hat{x}_6 + \hat{f}_{s3} \\ \hat{x}_7 & \hat{x}_8 + \hat{f}_{s4} & \hat{x}_9 & \hat{x}_{10} + \hat{f}_{s5} & \hat{x}_{11} & \hat{x}_{12} + \hat{f}_{s6} \end{bmatrix}^T$$

Le système (IV.39) peut se diviser en 6 sous-systèmes, considérant le premier sous-système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \end{array} \right. \quad (\text{V.47})$$

$$y = [y_1 \quad y_2]^T = [x_1 \quad x_2 + f_{s1}]^T$$

L'observateur d'ordre réduit équivalent à ce premier sous-système se donne comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + l_1(y_1 - \hat{y}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = a_1\hat{x}_4\hat{x}_6 + a_2\hat{x}_2^2 + a_3\bar{\Omega}_r\hat{x}_4 + b_1u_2 + l_2(y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{\hat{f}}_{s1} = r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) \\ \hat{y} = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 + \hat{f}_{s1}] \end{cases} \quad (\text{V.48})$$

Le calcul de la commande  $u_2$  s'effectue en deux étapes :

### Etape 1

On considère :

$$\begin{cases} e_1 = y_r - y_1 = \phi_d - x_1 \\ V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{4m_1}(e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{4m_2}V_T \end{cases} \quad (\text{V.49})$$

La dérivée de la fcl est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1\dot{e}_1 + \frac{1}{4m_1}\dot{V}_T \\ &\leq e_1\dot{e}_1 + \frac{1}{4m_1}(-c_1\|e_x\|^2 - c_2\|e_f\|^2) \\ &\leq e_1\left[\dot{\phi}_d - (y_2 - (\hat{f}_{s1} + \tilde{f}_{s1}))\right] - \frac{1}{4m_1'}\tilde{f}_{s1}^2 \\ &\leq -k_1e_1^2 + e_1\left[\dot{\phi}_d - y_2 + (m_1' + k_1)e_1 + \hat{f}_{s1}\right] - m_1'\left[e_1 - \frac{1}{2m_1'}\tilde{f}_{s1}\right]^2 \\ &\leq -k_1e_1^2 + e_1\left[\dot{\phi}_d - y_2 + (m_1' + k_1)e_1 + \hat{f}_{s1}\right] \end{aligned} \quad (\text{V.50})$$

On prend  $(y_2)$  comme commande virtuelle, sa valeur désirée est :

$$(y_2)_d \triangleq \alpha_1 + \varsigma_1 = \dot{\phi}_d + (m_1' + k_1)e_1 + \hat{f}_{s1} \quad (\text{V.51})$$

Ce qui signifie que :

$$\dot{V}_1 \leq -k_1e_1^2 \leq 0 \quad (\text{V.52})$$

### Etape 2

La deuxième variable d'erreur et la nouvelle fcl sont données par :

$$\begin{cases} e_2 = (\alpha_1 + \varsigma_1) - y_2 \\ V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{4m_2}V_T \end{cases} \quad (\text{V.53})$$

La dynamique des erreurs se donne par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = -(m'_1 + k_1)e_1 + e_2 + \tilde{f}_{s1} \\ \dot{e}_2 = \ddot{\phi}_d + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2 + \tilde{f}_{s1}) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) \\ \quad - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3\bar{\Omega}_r(y_4 - \hat{f}_{s2}) - b_1u_2 \\ = \ddot{\phi}_d + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) + (m'_1 + k_1)\tilde{f}_{s1} \\ \quad - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3\bar{\Omega}_r(y_4 - \hat{f}_{s2}) - b_1u_2 + \Delta\varphi \end{array} \right. \quad (\text{V.54})$$

tel que :

$$\Delta\varphi = a_1[\tilde{f}_{s2}(y_6 - \hat{f}_{s3}) + \tilde{f}_{s3}(y_4 - \hat{f}_{s2})] + 2a_2\tilde{f}_{s1}(y_2 - \hat{f}_{s1}) + a_3\bar{\Omega}_r\tilde{f}_{s2} \quad (\text{V.55})$$

La dérivée de la fcl se donne comme suite :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2 + \frac{1}{4m_2}\dot{V}_T \\ &\leq -k_1e_1^2 + e_2[e_1 + \dot{e}_2] + \frac{1}{4m_2}(-c_1\|e_x\|^2 - c_2\|e_f\|^2) \\ &\leq -k_1e_1^2 + e_2[e_1 + \ddot{\phi}_d + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) \\ &\quad - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3\bar{\Omega}_r(y_4 - \hat{f}_{s2}) - b_1u_2 + \Delta\varphi + (m'_1 + k_1)\tilde{f}_{s1}] - \frac{1}{4m_2}\tilde{f}_{s1}^2 \\ &\leq -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 + e_2[\ddot{\phi}_d + e_1 + (m'_2(m'_1 + k_1)^2 + k_2)e_2 + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) \\ &\quad + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3\bar{\Omega}_r(y_4 - \hat{f}_{s2}) - b_1u_2 + \Delta\varphi] \\ &\quad - m'_2\left[(m'_1 + k_1)e_2 - \frac{1}{2m'_2}\tilde{f}_{s1}\right]^2 \\ &\leq -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 + e_2[\ddot{\phi}_d + e_1 + (m'_2(m'_1 + k_1)^2 + k_2)e_2 + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) \\ &\quad + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3\bar{\Omega}_r(y_4 - \hat{f}_{s2}) - b_1u_2 + \Delta\varphi] \end{aligned} \quad (\text{V.56})$$

Si on choisit :

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{1}{b_1}\left[\ddot{\phi}_d + e_1 + (m'_2(m'_1 + k_1)^2 + k_2)e_2 + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) \right. \\ &\quad \left. + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3\bar{\Omega}_r(y_4 - \hat{f}_{s2}) + \Delta_{s1}\text{sign}(e_2)\right] \end{aligned} \quad (\text{V.57})$$

On trouve :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 + e_2(\Delta\varphi - \Delta_{s1}\text{sign}(e_2)) \quad (\text{V.58})$$

et si :

$$|\Delta\varphi| \leq \Delta_{s1} \quad (\text{V.59})$$

On assure que :

$$\dot{V}_2 \leq 0 \quad (\text{V.60})$$

D'où la stabilité du premier sous-système (V.47).

Les mêmes étapes sont reprises afin d'extraire  $u_3, u_4, u_x, u_y$  et  $u_1$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_3 = \frac{1}{b_2} \left[ \ddot{\theta}_d + e_3 + (m'_4(m'_3 + k_3)^2 + k_4)e_4 + (m'_3 + k_3)(-(m'_3 + k_3)e_3 + e_4) + r_{s3}(y_3 - \hat{y}_3) \right. \\ \quad \left. + r_{s4}(y_4 - \hat{y}_4) - a_4(y_2 - \hat{f}_{s1})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_5(y_4 - \hat{f}_{s2})^2 - a_6 \bar{\Omega}_r(y_2 - \hat{f}_{s1}) + \Delta_{s2} \text{sign}(e_4) \right] \\ u_4 = \frac{1}{b_3} \left[ \ddot{y}_d + e_5 + (m'_6(m'_5 + k_5)^2 + k_6)e_6 + (m'_5 + k_5)(-(m'_5 + k_5)e_5 + e_6) + r_{s5}(y_5 - \hat{y}_5) \right. \\ \quad \left. - a_7(y_2 - \hat{f}_{s1})(y_4 - \hat{f}_{s2}) - a_8(y_6 - \hat{f}_{s3})^2 + r_{s6}(y_6 - \hat{y}_6) + \Delta_{s3} \text{sign}(e_6) \right] \\ u_x = \frac{m}{u_1} \left[ \ddot{x}_d + e_7 + (m'_8(m'_7 + k_7)^2 + k_8)e_8 + (m'_7 + k_7)(-(m'_7 + k_7)e_7 + e_8) + r_{s7}(y_7 - \hat{y}_7) \right. \\ \quad \left. + r_{s8}(y_8 - \hat{y}_8) - a_9(y_8 - \hat{f}_{s4}) + \Delta_{s4} \text{sign}(e_8) \right] \quad /u_1 \neq 0 \\ u_y = \frac{m}{u_1} \left[ \ddot{y}_d + e_9 + (m'_{10}(m'_9 + k_9)^2 + k_{10})e_{10} + (m'_9 + k_9)(-(m'_9 + k_9)e_9 + e_{10}) + r_{s9}(y_9 - \hat{y}_9) \right. \\ \quad \left. + r_{s10}(y_{10} - \hat{y}_{10}) - a_{10}(y_{10} - \hat{f}_{s5}) + \Delta_{s5} \text{sign}(e_{10}) \right] \quad /u_1 \neq 0 \\ u_1 = \frac{m}{\cos(x_1)\cos(x_3)} \left[ \ddot{z}_d + e_{11} + (m'_{12}(m'_{11} + k_{11})^2 + k_{12})e_{12} + (m'_{11} + k_{11})(-(m'_{11} + k_{11})e_{11} + e_{12}) \right. \\ \quad \left. + r_{s11}(y_{11} - \hat{y}_{11}) + r_{s12}(y_{12} - \hat{y}_{12}) - a_{11}(y_{12} - \hat{f}_{s6}) + g + \Delta_{s6} \text{sign}(e_{12}) \right] \end{array} \right. \quad (\text{V.61})$$

tel que :

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ \left( \dot{x}_{(i-1)d} + (m'_{(i-1)} + k_{(i-1)})e_{(i-1)} + \hat{f}_{sj} \right) - y_i & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \text{ et } j \in [2, \dots, 6] \end{cases} \quad (\text{V.62})$$

avec :  $k_i > 0$ ,  $i \in [2, \dots, 12]$ , et les fcls prennent la forme suivante :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2}e_i^2 + \frac{1}{4m_j}(e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f) & [i, j] \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ V_{i-1} + \frac{1}{2}e_i^2 + \frac{1}{4m_j}(e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f) & [i, j] \in [4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \quad (\text{V.63})$$

et :

$$\zeta_i = \begin{cases} m'_i e_i & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ m'_i (m'_{(i-1)} + k_{(i-1)})^2 e_i & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \quad (\text{V.64})$$

### V.3.2.3 FTC active avec l'ensemble des défauts capteurs-actionneurs

Reprenant le modèle du système infecté par l'ensemble des défauts capteurs-actionneurs (IV.62). Pour ce système, on choisit l'observateur :

$$\begin{cases}
\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + l_1(y_1 - \hat{y}_1) \\
\dot{\hat{x}}_2 = a_1 \hat{x}_4 \hat{x}_6 + a_2 \hat{x}_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r \hat{x}_4 + b_1 u_2 + l_2(y_2 - \hat{y}_2) + \hat{f}_{a1} \\
\dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + l_3(y_3 - \hat{y}_3) \\
\dot{\hat{x}}_4 = a_4 \hat{x}_2 \hat{x}_6 + a_5 \hat{x}_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r \hat{x}_2 + b_2 u_3 + l_4(y_4 - \hat{y}_4) + \hat{f}_{a2} \\
\dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6 + l_5(y_5 - \hat{y}_5) \\
\dot{\hat{x}}_6 = a_7 \hat{x}_2 \hat{x}_4 + a_8 \hat{x}_6^2 + b_3 u_4 + l_6(y_6 - \hat{y}_6) + \hat{f}_{a3} \\
\dot{\hat{x}}_7 = \hat{x}_8 + l_7(y_7 - \hat{y}_7) \\
\dot{\hat{x}}_8 = a_9 \hat{x}_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 + l_8(y_8 - \hat{y}_8) \\
\dot{\hat{x}}_9 = \hat{x}_{10} + l_9(y_9 - \hat{y}_9) \\
\dot{\hat{x}}_{10} = a_{10} \hat{x}_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 + l_{10}(y_{10} - \hat{y}_{10}) \\
\dot{\hat{x}}_{11} = \hat{x}_{12} + l_{11}(y_{11} - \hat{y}_{11}) \\
\dot{\hat{x}}_{12} = a_{11} \hat{x}_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g + l_{12}(y_{12} - \hat{y}_{12}) + \hat{f}_{a4} \\
\dot{f}_{s1} = r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) \\
\dot{f}_{s2} = r_{s3}(y_3 - \hat{y}_3) + r_{s4}(y_4 - \hat{y}_4) \\
\dot{f}_{s3} = r_{s5}(y_5 - \hat{y}_5) + r_{s6}(y_6 - \hat{y}_6) \\
\dot{f}_{s4} = r_{s7}(y_7 - \hat{y}_7) + r_{s8}(y_8 - \hat{y}_8) \\
\dot{f}_{s5} = r_{s9}(y_9 - \hat{y}_9) + r_{s10}(y_{10} - \hat{y}_{10}) \\
\dot{f}_{s6} = r_{s11}(y_{11} - \hat{y}_{11}) + r_{s12}(y_{12} - \hat{y}_{12}) \\
\dot{f}_{a1} = r_{a1}(y_2 - \hat{y}_2) \\
\dot{f}_{a2} = r_{a2}(y_4 - \hat{y}_4) \\
\dot{f}_{a3} = r_{a3}(y_6 - \hat{y}_6) \\
\dot{f}_{a4} = r_{a4}(y_{12} - \hat{y}_{12})
\end{cases}$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 + \hat{f}_{s1} & \hat{x}_3 & \hat{x}_4 + \hat{f}_{s2} & \hat{x}_5 & \hat{x}_6 + \hat{f}_{s3} \\ \hat{x}_7 & \hat{x}_8 + \hat{f}_{s4} & \hat{x}_9 & \hat{x}_{10} + \hat{f}_{s5} & \hat{x}_{11} & \hat{x}_{12} + \hat{f}_{s6} \end{bmatrix}^T \quad (\text{V.65})$$

Prenant le premier sous-système :

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = x_2 \\
\dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 + f_{a1} \\
y = [y_1 \quad y_2]^T = [x_1 \quad x_2 + f_{s1}]^T
\end{cases} \quad (\text{V.66})$$

L'observateur d'ordre réduit correspondant est :

$$\begin{cases}
\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + l_1(y_1 - \hat{y}_1) \\
\dot{\hat{x}}_2 = a_1 \hat{x}_4 \hat{x}_6 + a_2 \hat{x}_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r \hat{x}_4 + b_1 u_2 + l_2(y_2 - \hat{y}_2) + \hat{f}_{a1} \\
\dot{f}_{s1} = r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) \\
\dot{f}_{a1} = r_{a1}(y_2 - \hat{y}_2) \\
\hat{y} = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 + \hat{f}_{s1}]
\end{cases} \quad (\text{V.67})$$

Le calcul de la commande  $u_2$  s'effectue en deux étapes :

### Etape 1

Le calcul s'effectue comme dans le cas précédent.

### Etape 2

$e_2$ ,  $V_2$  et  $\Delta\varphi$  restent les mêmes.

La dérivée de la deuxième fcl se donne par :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \frac{1}{4m_2} \dot{V}_T \\
&\leq -k_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + \dot{e}_2] + \frac{1}{4m_2} (-c_1 \|e_x\|^2 - c_2 \|e_f\|^2) \\
&\leq -k_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + \ddot{\phi}_d + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) \\
&\quad - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3 \bar{\Omega}_r (y_4 - \hat{f}_{s2}) - \hat{f}_{a1} - b_1 u_2 + \Delta\varphi + (m'_1 + k_1)\tilde{f}_{s1} - \tilde{f}_{a1}] \\
&\quad - \frac{1}{4m'_2} (\tilde{f}_{s1}^2 + \tilde{f}_{a1}^2) \\
&\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 [\ddot{\phi}_d + e_1 + (m'_2(1 + (m'_1 + k_1)^2) + k_2)e_2 + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) \\
&\quad + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3 \bar{\Omega}_r (y_4 - \hat{f}_{s2}) - \hat{f}_{a1} \\
&\quad - b_1 u_2 + \Delta\varphi] - m'_2 \left[ (m'_1 + k_1)e_2 - \frac{1}{2m'_2} \tilde{f}_{s1} \right]^2 - m'_2 \left[ e_2 + \frac{1}{2m'_2} \tilde{f}_{a1} \right]^2 \\
&\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 [\ddot{\phi}_d + e_1 + (m'_2(1 + (m'_1 + k_1)^2) + k_2)e_2 + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) \\
&\quad + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3 \bar{\Omega}_r (y_4 - \hat{f}_{s2}) - \hat{f}_{a1} \\
&\quad - b_1 u_2 + \Delta\varphi] \quad (\text{V.68})
\end{aligned}$$

Afin de garantir la négativité de la dérivée de la fcl, et la stabilité du premier sous-système, on choisit la commande suivante :

$$\begin{aligned}
u_2 &= \frac{1}{b_1} \left[ \ddot{\phi}_d + e_1 + (m'_2(1 + (m'_1 + k_1)^2) + k_2)e_2 + (m'_1 + k_1)(-(m'_1 + k_1)e_1 + e_2) + r_{s1}(y_1 - \hat{y}_1) \right. \\
&\quad \left. + r_{s2}(y_2 - \hat{y}_2) - a_1(y_4 - \hat{f}_{s2})(y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_2(y_2 - \hat{f}_{s1})^2 - a_3 \bar{\Omega}_r (y_4 - \hat{f}_{s2}) - \hat{f}_{a1} + \Delta_{s1} \text{sign}(e_2) \right] \quad (\text{V.69})
\end{aligned}$$

Pour  $u_3, u_4, u_x, u_y$  et  $u_1$ , le calcul se fait de la même façon, il en résulte que :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 u_3 = \frac{1}{b_2} \left[ \ddot{\theta}_d + e_3 + \left( m'_4 \left( 1 + (m'_3 + k_3)^2 \right) + k_4 \right) e_4 + (m'_3 + k_3) \left( -(m'_3 + k_3) e_3 + e_4 \right) + r_{s3} (y_3 - \hat{y}_3) \right. \\
 \quad \left. + r_{s4} (y_4 - \hat{y}_4) - a_4 (y_2 - \hat{f}_{s1}) (y_6 - \hat{f}_{s3}) - a_5 (y_4 - \hat{f}_{s2})^2 - a_6 \bar{\Omega}_r (y_2 - \hat{f}_{s1}) - \hat{f}_{a2} + \Delta_{s2} \text{sign}(e_4) \right] \\
 u_4 = \frac{1}{b_3} \left[ \ddot{\psi}_d + e_5 + \left( m'_6 \left( 1 + (m'_5 + k_5)^2 \right) + k_6 \right) e_6 + (m'_5 + k_5) \left( -(m'_5 + k_5) e_5 + e_6 \right) + r_{s5} (y_5 - \hat{y}_5) \right. \\
 \quad \left. + r_{s6} (y_6 - \hat{y}_6) - a_7 (y_2 - \hat{f}_{s1}) (y_4 - \hat{f}_{s2}) - a_8 (y_6 - \hat{f}_{s3})^2 - \hat{f}_{a3} + \Delta_{s3} \text{sign}(e_6) \right] \\
 u_x = \frac{m}{u_1} \left[ \ddot{x}_d + e_7 + \left( m'_8 \left( 1 + (m'_7 + k_7)^2 \right) + k_8 \right) e_8 + (m'_7 + k_7) \left( -(m'_7 + k_7) e_7 + e_8 \right) + r_{s7} (y_7 - \hat{y}_7) \right. \\
 \quad \left. + r_{s8} (y_8 - \hat{y}_8) - a_9 (y_8 - \hat{f}_{s4}) + \Delta_{s4} \text{sign}(e_8) \right] \quad / u_1 \neq 0 \\
 u_y = \frac{m}{u_1} \left[ \ddot{y}_d + e_9 + \left( m'_{10} \left( 1 + (m'_9 + k_9)^2 \right) + k_{10} \right) e_{10} + (m'_9 + k_9) \left( -(m'_9 + k_9) e_9 + e_{10} \right) + r_{s9} (y_9 - \hat{y}_9) \right. \\
 \quad \left. + r_{s10} (y_{10} - \hat{y}_{10}) - a_{10} (y_{10} - \hat{f}_{s5}) + \Delta_{s5} \text{sign}(e_{10}) \right] \quad / u_1 \neq 0 \\
 u_1 = \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} \left[ \ddot{z}_d + e_{11} + \left( m'_{12} \left( 1 + (m'_{11} + k_{11})^2 \right) + k_{12} \right) e_{12} + (m'_{11} + k_{11}) \left( -(m'_{11} + k_{11}) e_{11} + e_{12} \right) \right. \\
 \quad \left. + r_{s11} (y_{11} - \hat{y}_{11}) + r_{s12} (y_{12} - \hat{y}_{12}) - a_{11} (y_{12} - \hat{f}_{s6}) + g - \hat{f}_{a4} + \Delta_{s6} \text{sign}(e_{12}) \right] \quad (V.70)
 \end{array} \right.$$

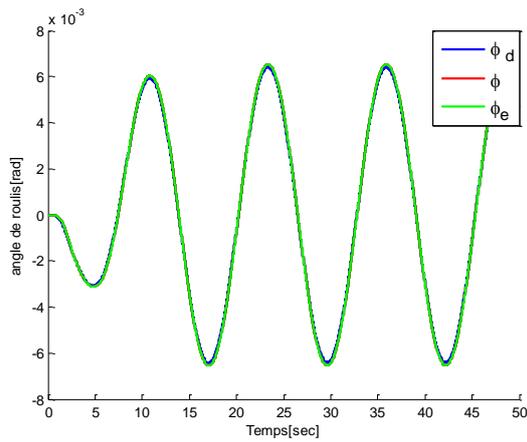
Concernant l'algorithme de calcul des lois de commande, on choisit les mêmes erreurs avec les mêmes fcls de l'approche de commande précédente (avec défauts de capteurs), la différence de cette approche se résume dans les termes d'amortissements qui sont donnés comme suite :

$$\zeta_i = \begin{cases} m'_i e_i & i \in [3, 5, 7, 9, 11] \\ m'_i \left( 1 + (m'_{(i-1)} + k_{(i-1)})^2 \right) e_i & i \in [4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \quad (V.71)$$

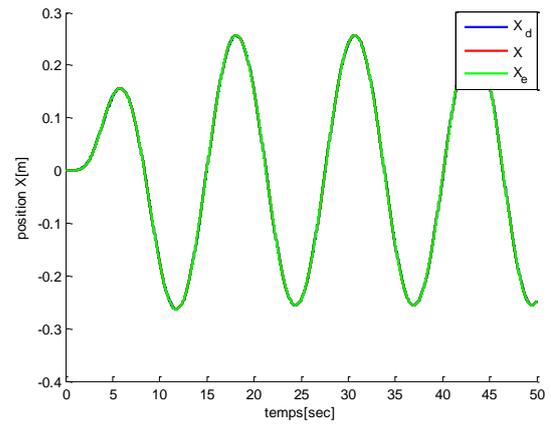
#### V.4. Simulation numérique

On effectue les mêmes tests, comme dans la chapitre IV :

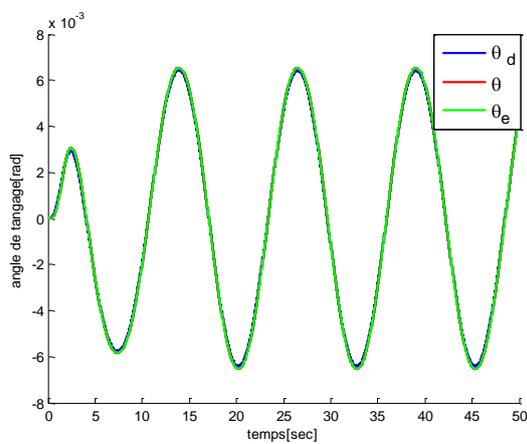
V.4.1. FTC active sans défauts :



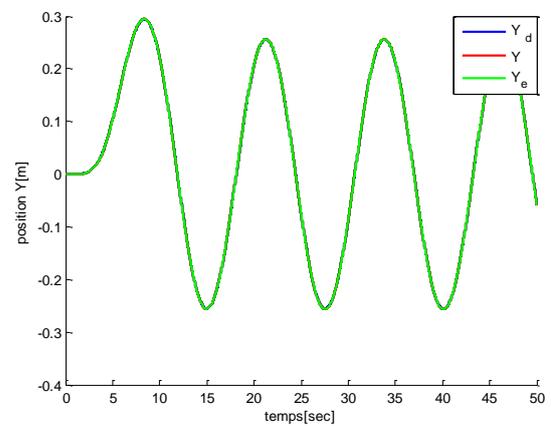
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



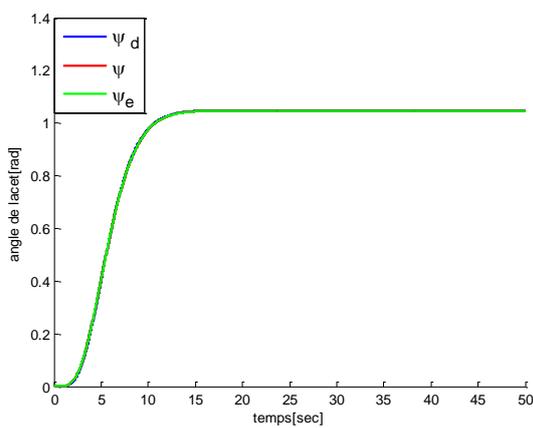
b) Evolution de la position selon l'axe X



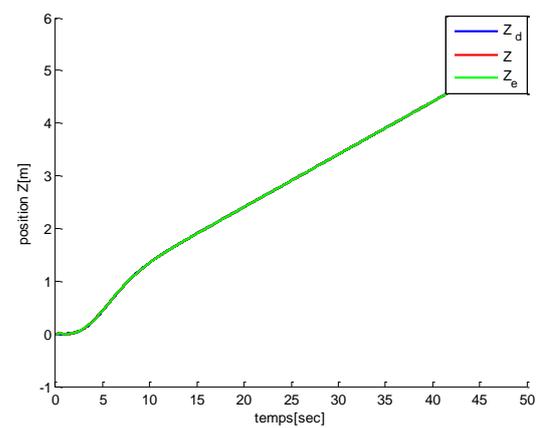
c) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



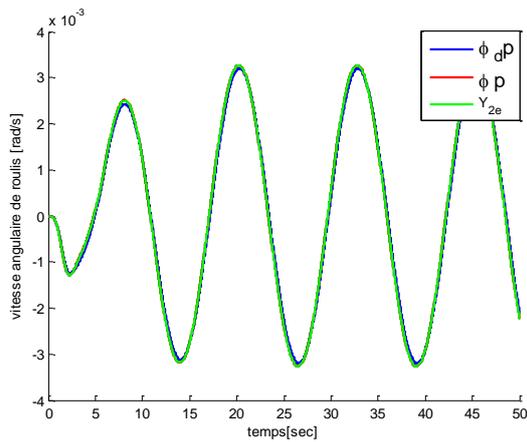
d) Evolution de la position selon l'axe Y



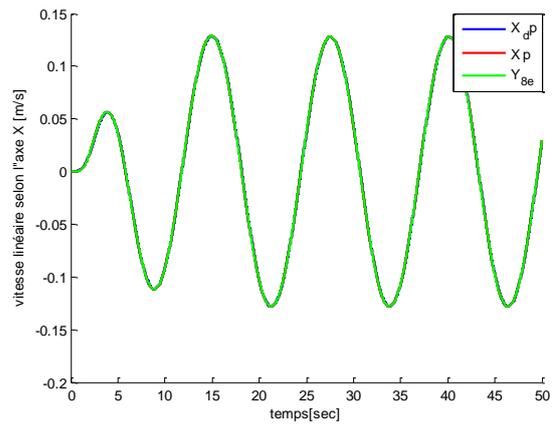
e) Evolution de l'angle de lacet (psi)



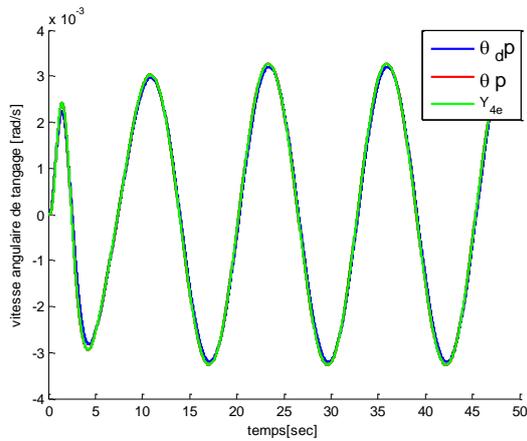
f) Evolution de la position selon l'axe Z



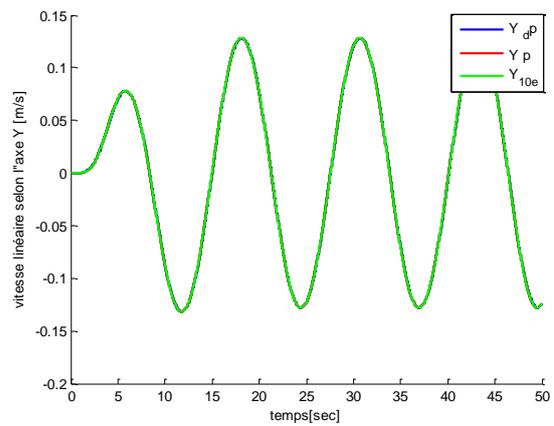
g) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



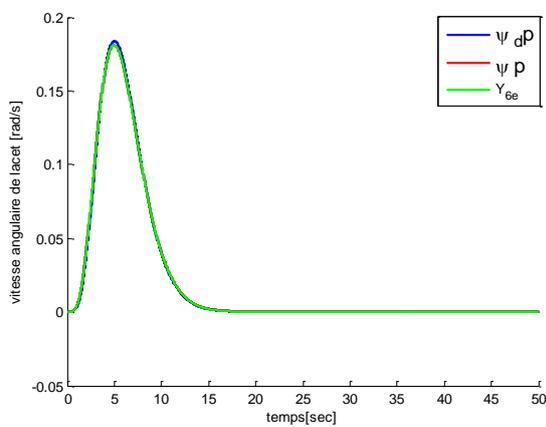
h) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



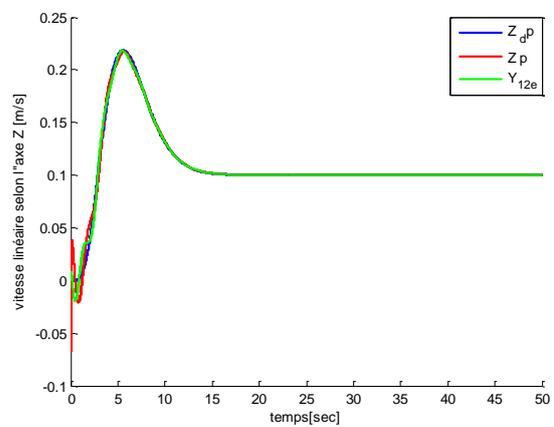
i) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



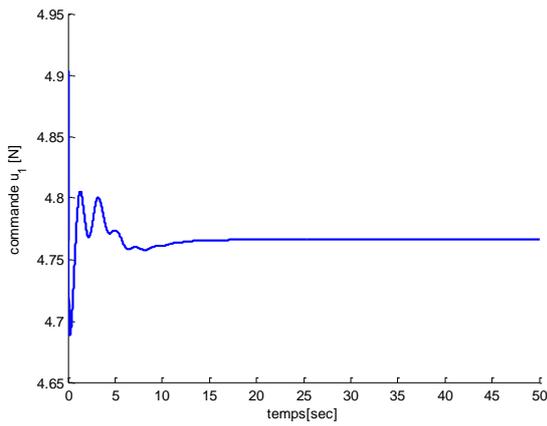
j) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



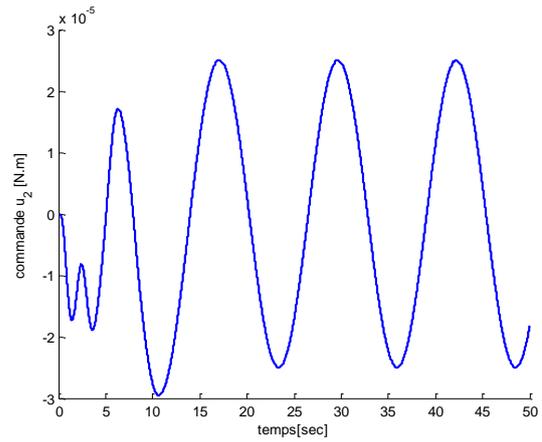
k) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



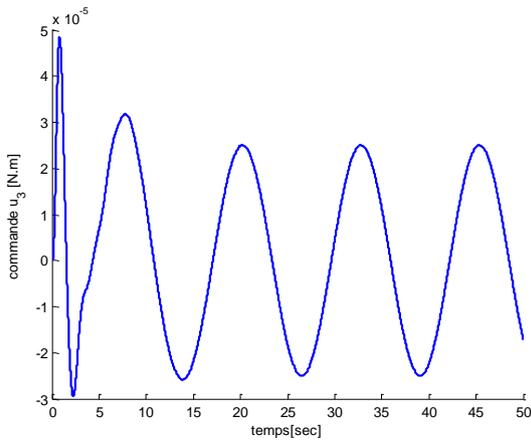
l) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



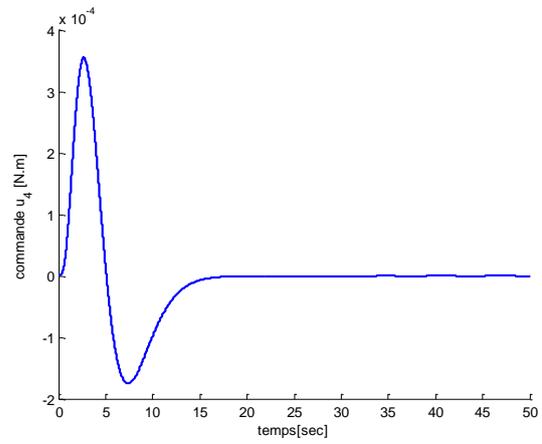
m) Evolution de la commande ( $u_1$ )



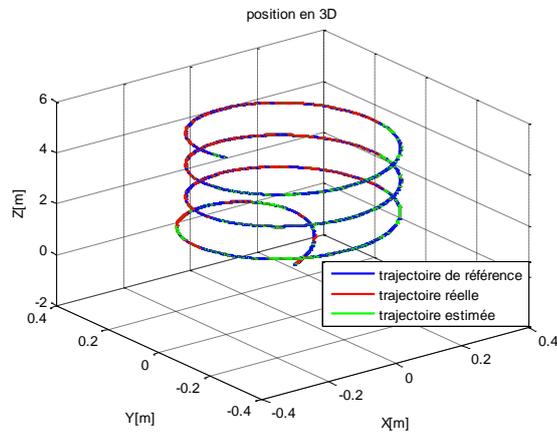
n) Evolution de la commande ( $u_2$ )



o) Evolution de la commande ( $u_3$ )



p) Evolution de la commande ( $u_4$ )

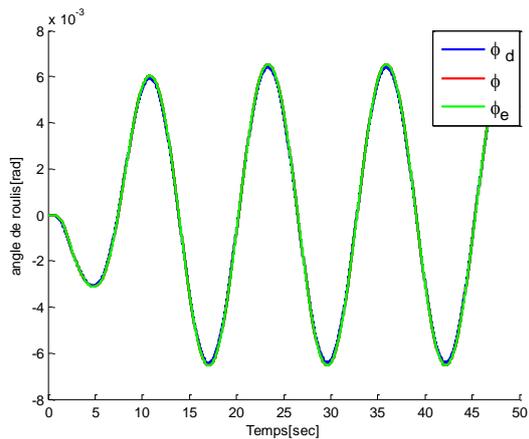


q) Evolution de la position en 3D

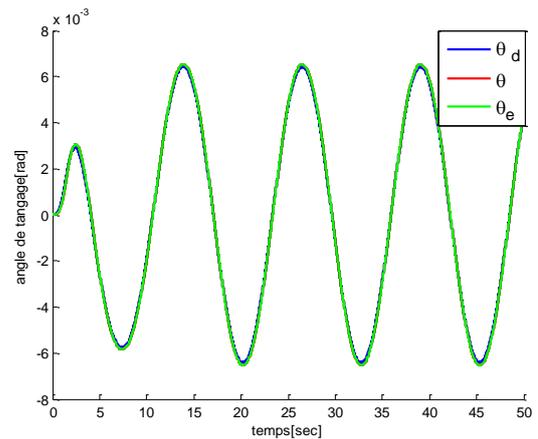
**Figure V.2 :** Résultats de simulation de la FTC active sans défauts.

D'après la famille de figures (V.2), on remarque une bonne poursuite de la trajectoire désirée, et une bonne estimation des états du système en absence de défauts, avec l'amélioration des réponses par rapport à la FTC passive illustrée par la familles de figures (IV.2).

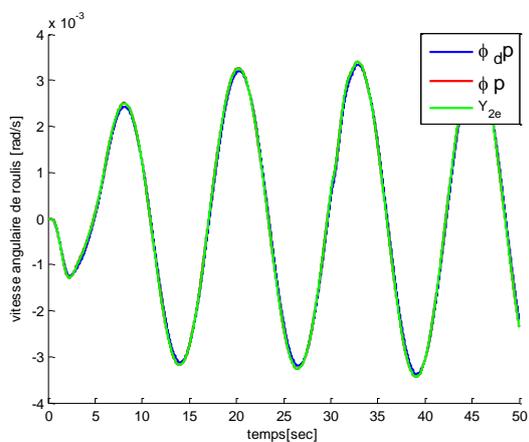
V.4.2. FTC active avec défauts d'actionneurs :



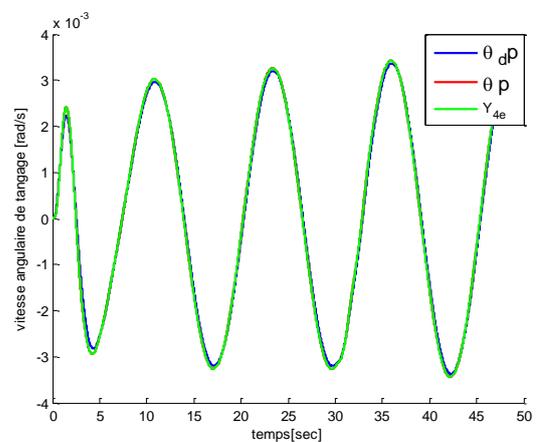
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



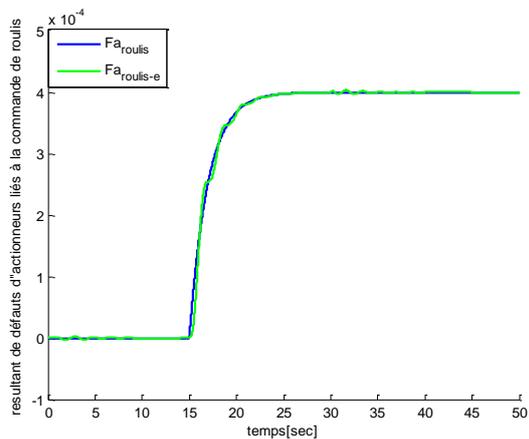
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



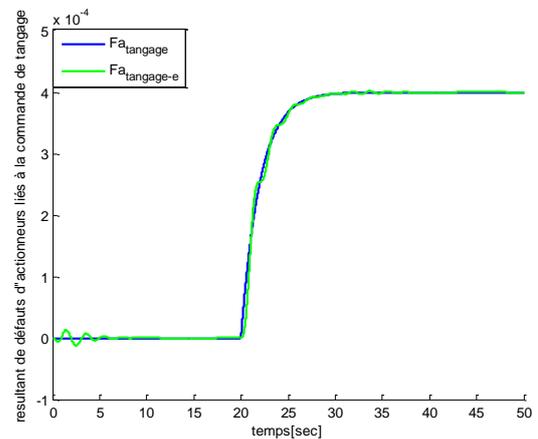
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



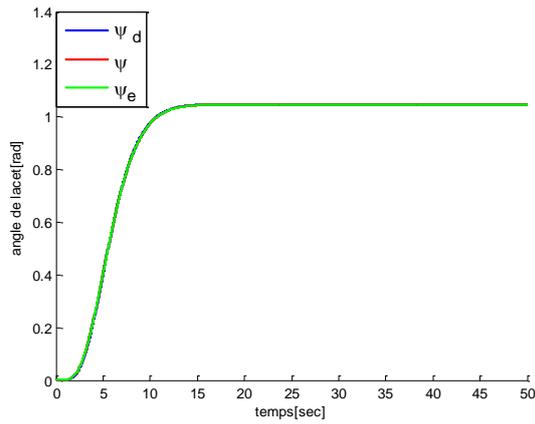
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



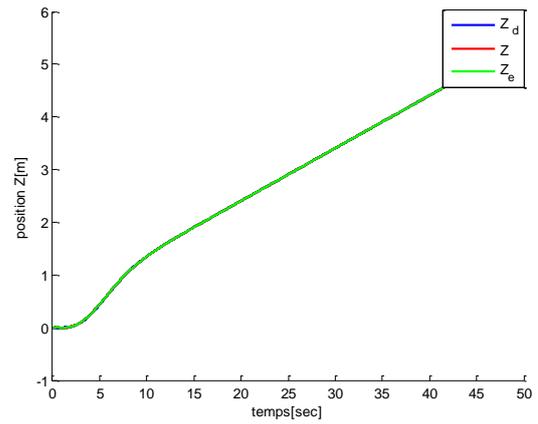
e) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de roulis



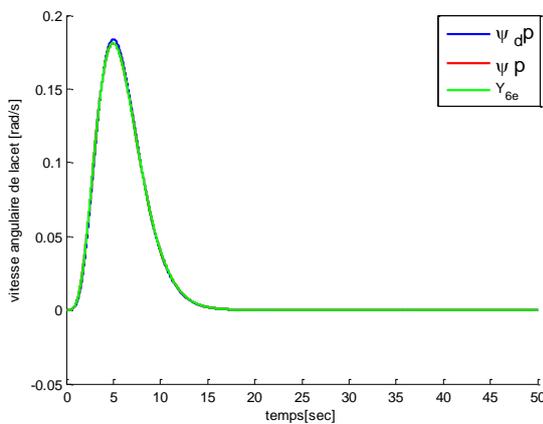
f) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de tangage



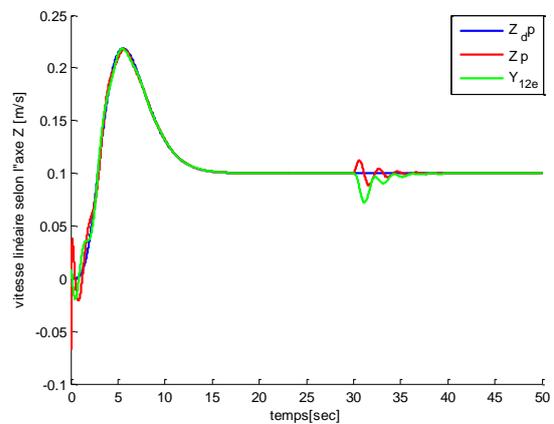
g) Evolution de l'angle de lacet (psi)



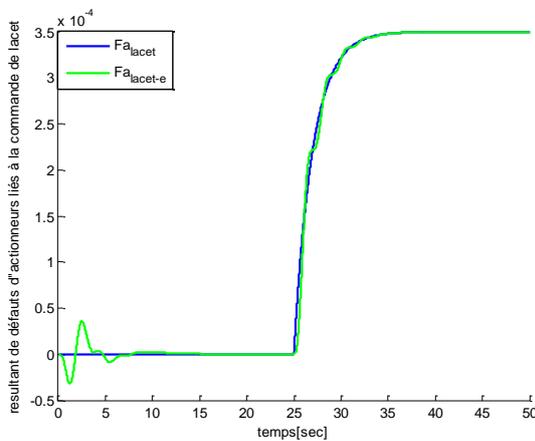
h) Evolution de la position selon l'axe Z



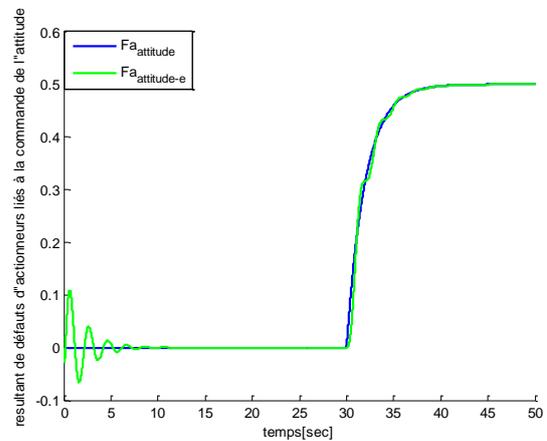
i) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



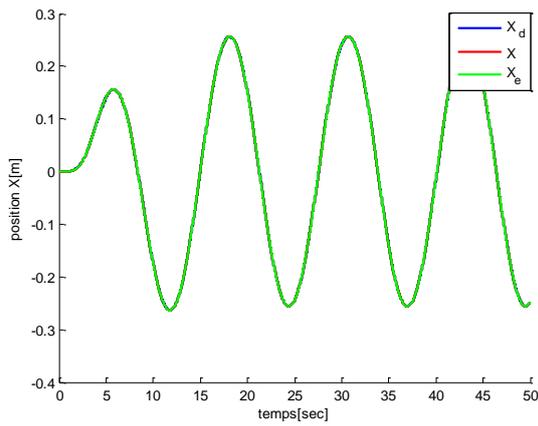
j) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



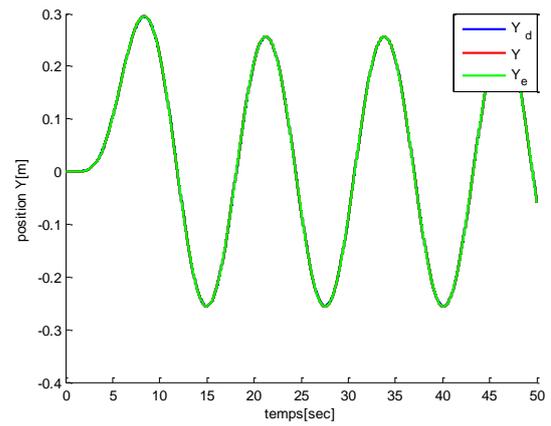
k) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de lacet



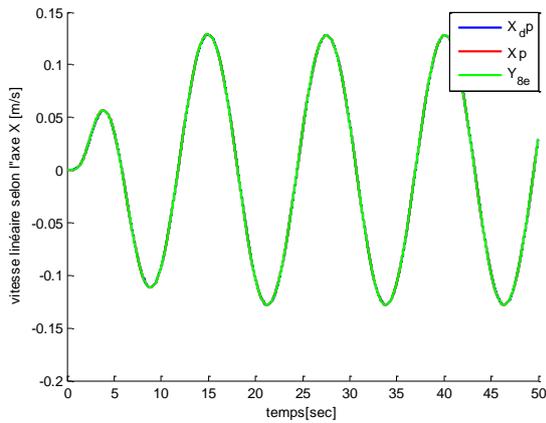
l) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement d'altitude



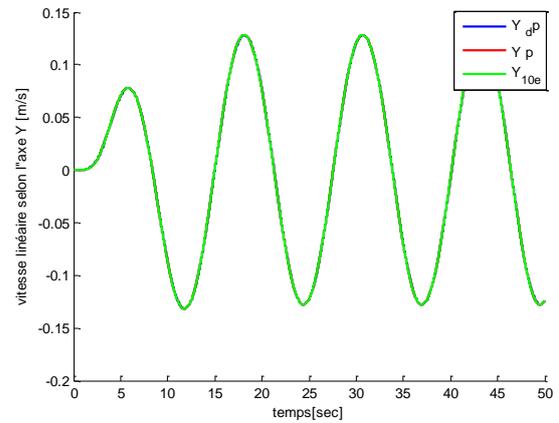
m) Evolution de la position selon l'axe X



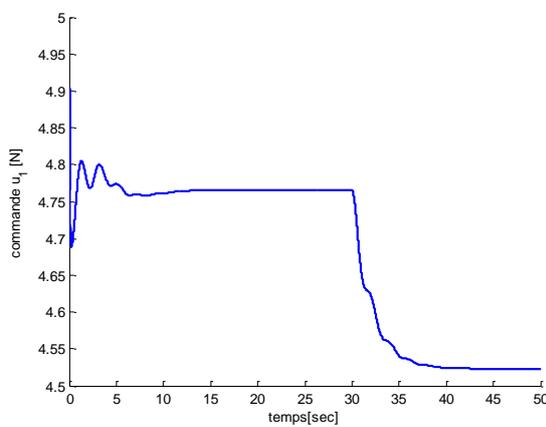
n) Evolution de la position selon l'axe Y



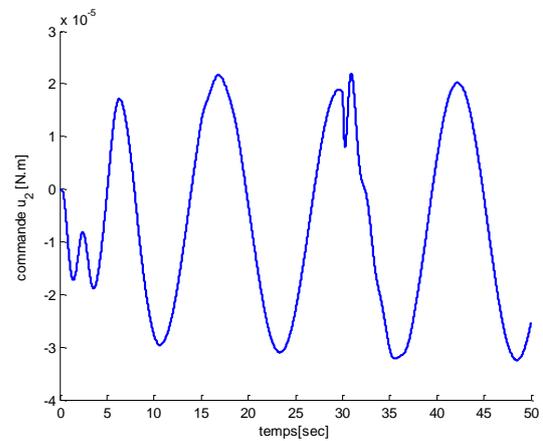
o) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



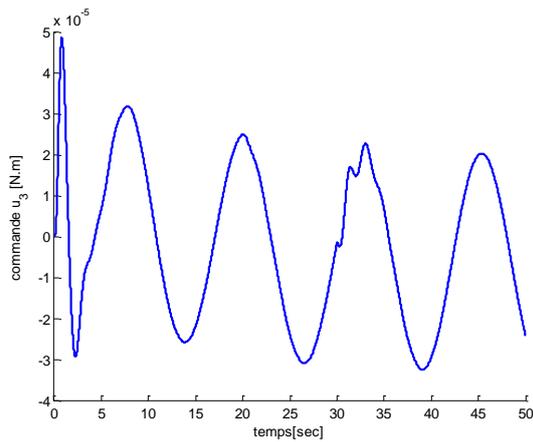
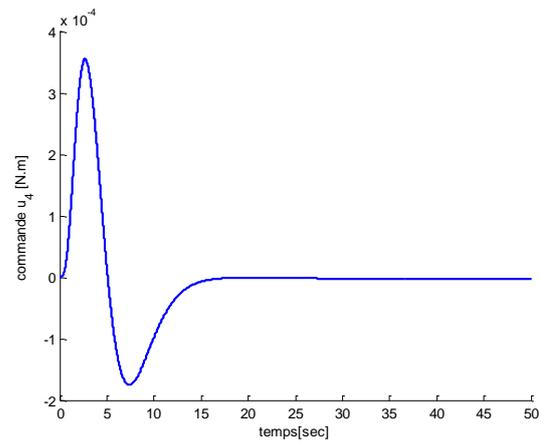
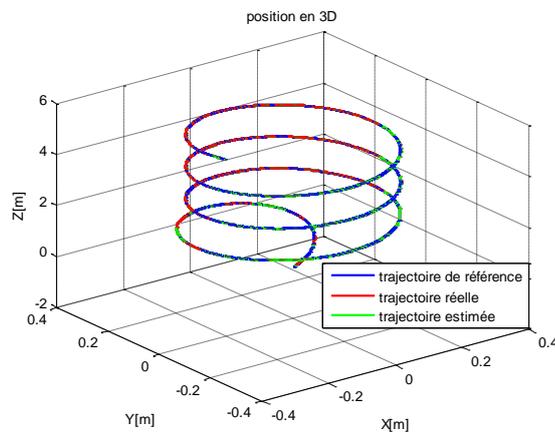
p) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



q) Evolution de la commande ( $u_1$ )



r) Evolution de la commande ( $u_2$ )

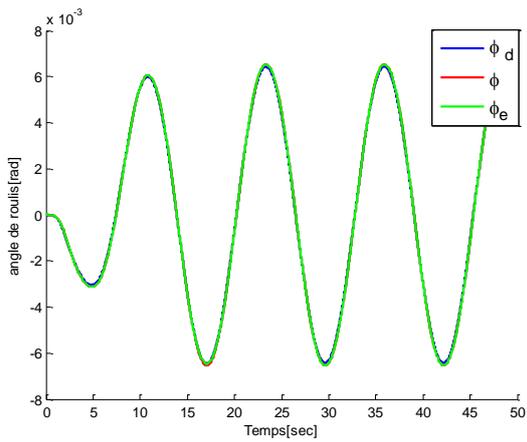
s) Evolution de la commande ( $u_3$ )t) Evolution de la commande ( $u_4$ )

u) Evolution de la position en 3D

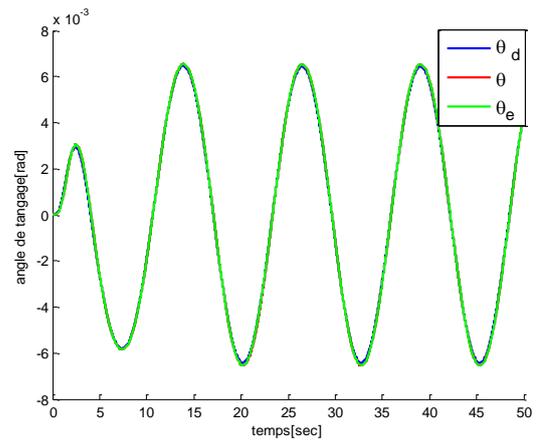
**Figure V.3 :** Résultats de simulation de la FTC active avec défauts d'actionneurs.

La famille de figures (V.3) montre que le système suivra bien sa référence même après l'apparition de défauts d'actionneurs, en observant des régimes transitoires aux débuts d'évolution des estimés de ces défauts (illustrés par les figures (V.3.e), (V.3.f), (V.3.k), (V.3.l)). Malgré ça, les résultats obtenus sont plus performants par rapport aux celles de la FTC passive illustrée par la familles de figures (IV.3).

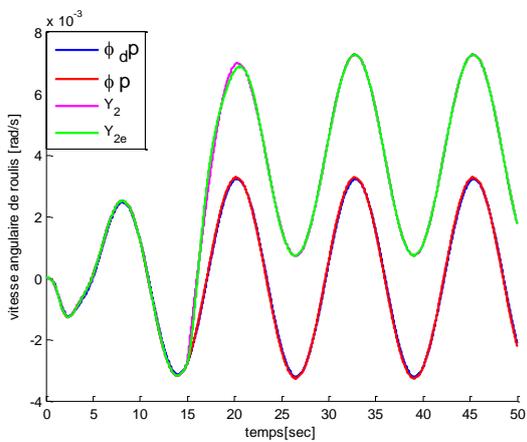
V.4.3. FTC active avec défauts de capteurs :



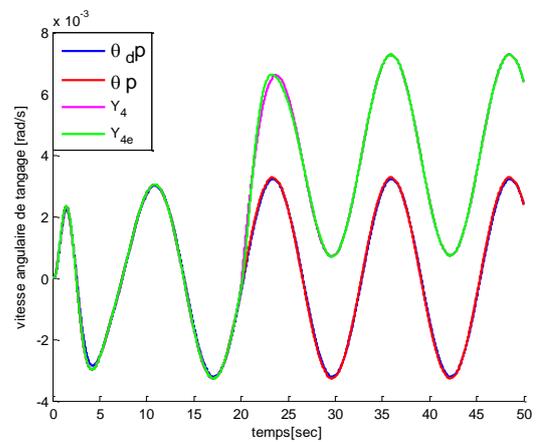
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



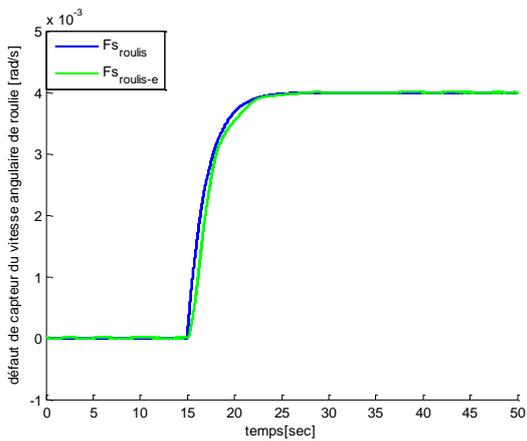
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



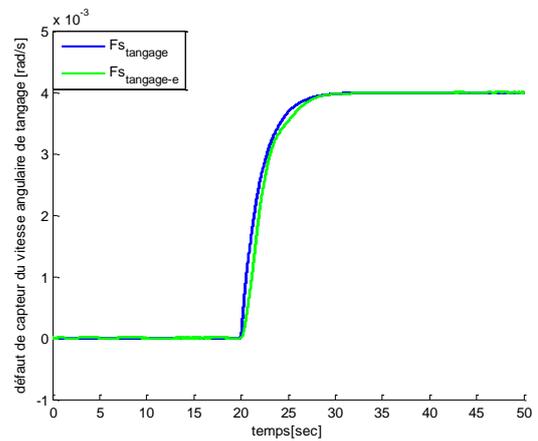
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



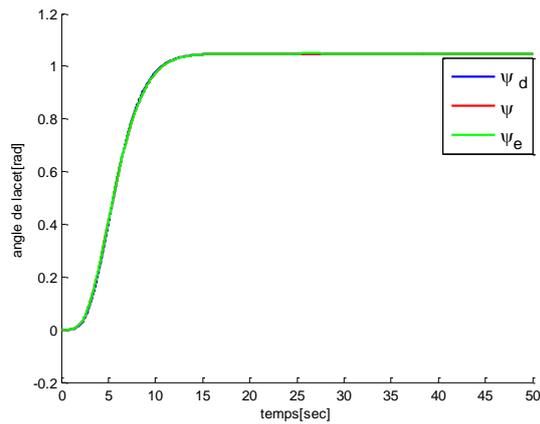
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



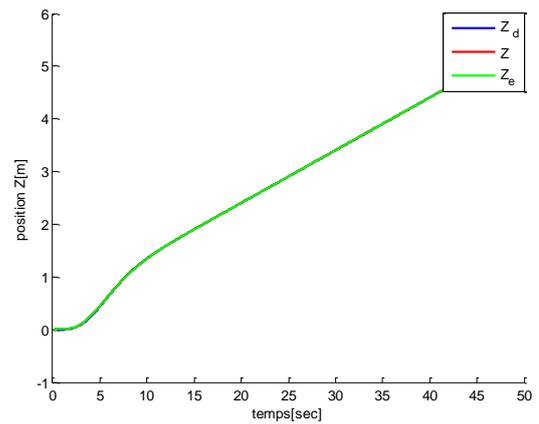
e) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



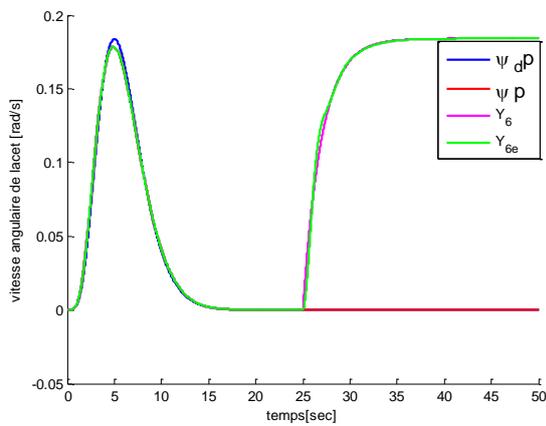
f) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



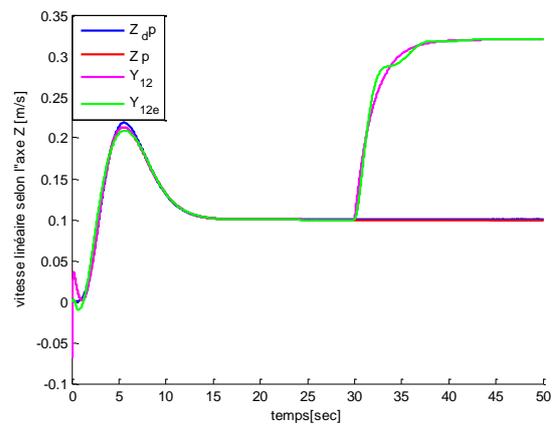
g) Evolution de l'angle de lacet (psi)



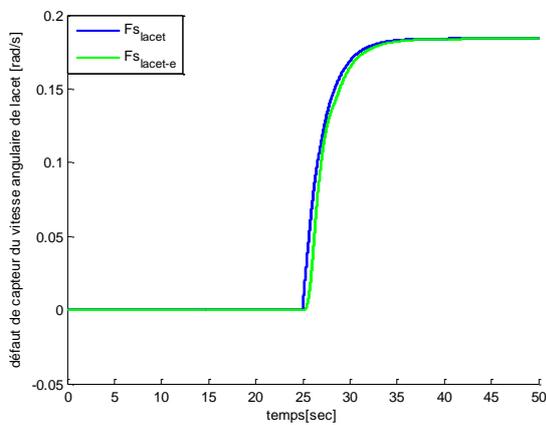
h) Evolution de la position selon l'axe Z



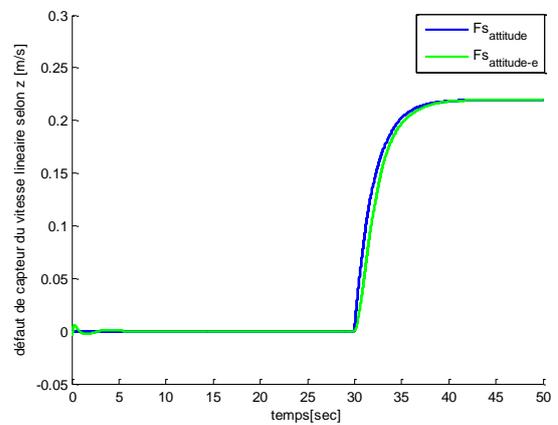
i) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



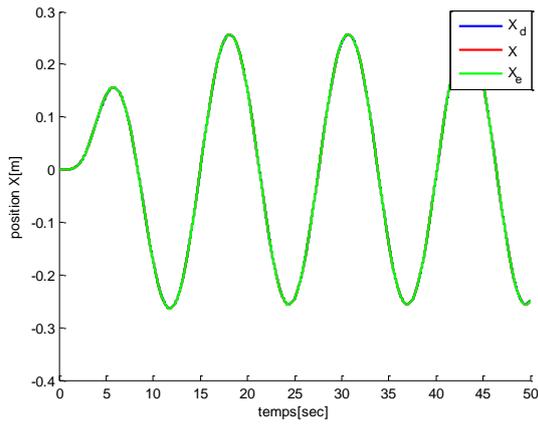
j) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



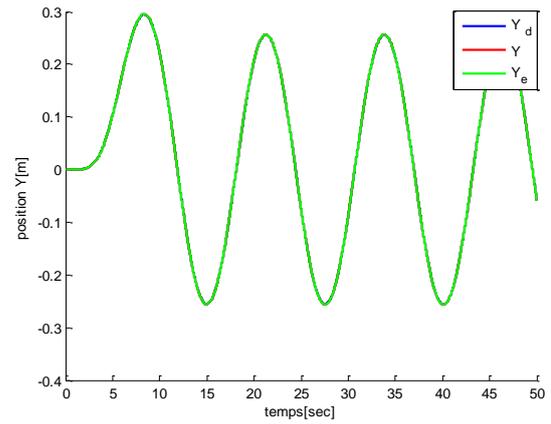
k) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



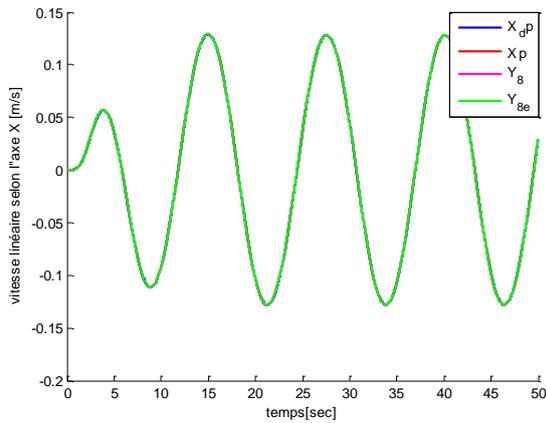
l) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



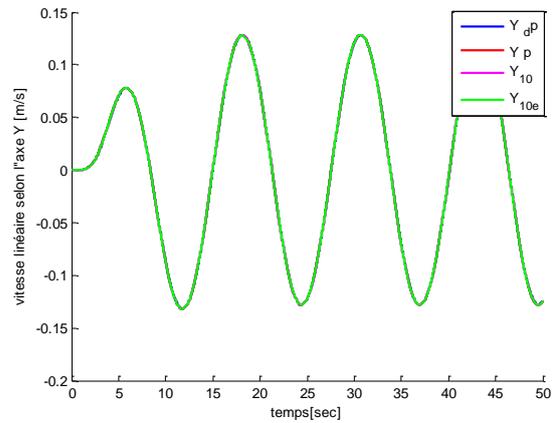
m) Evolution de la position selon l'axe X



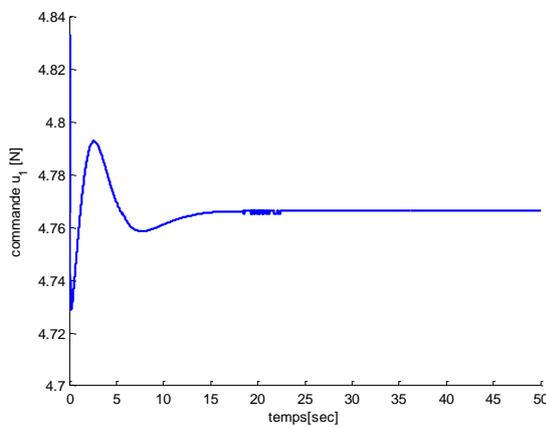
n) Evolution de la position selon l'axe Y



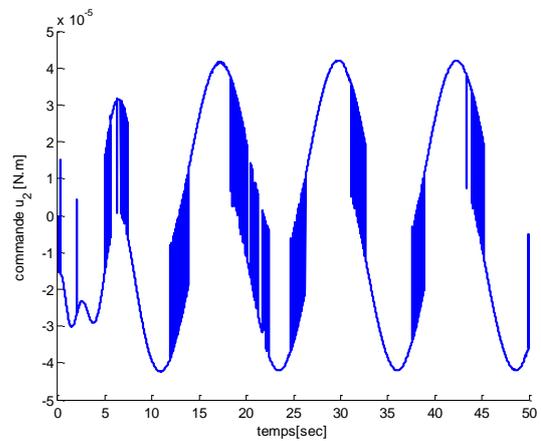
o) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



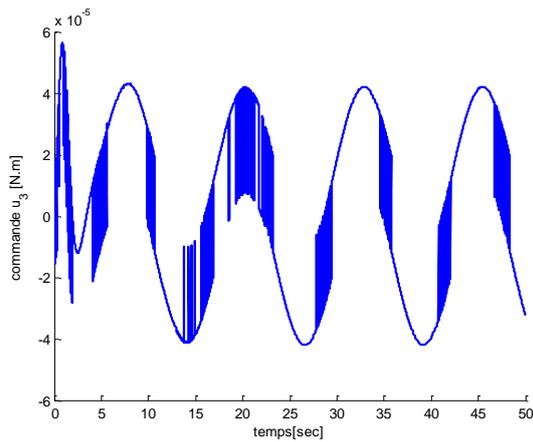
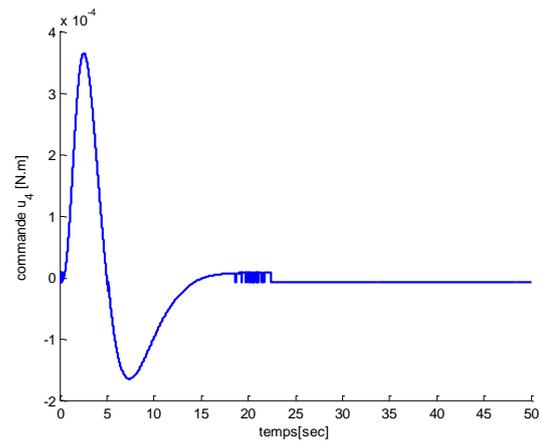
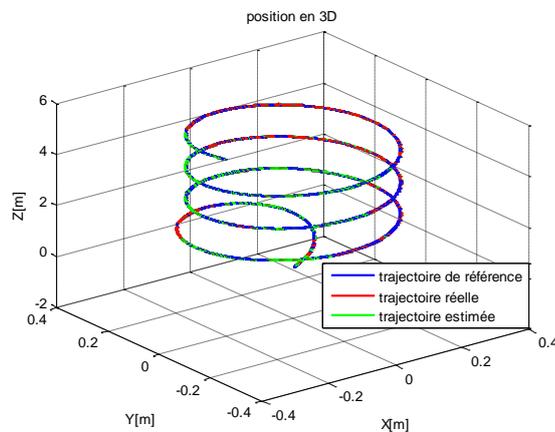
p) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



q) Evolution de la commande ( $u_1$ )



r) Evolution de la commande ( $u_2$ )

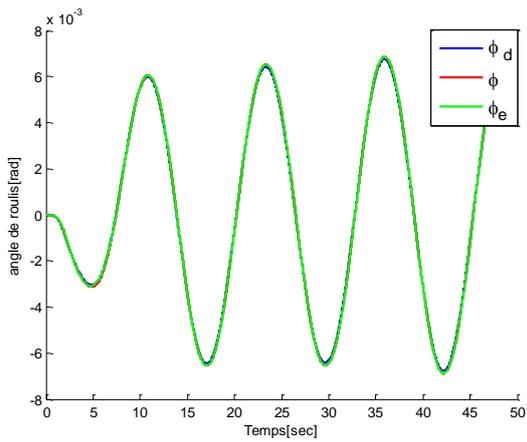
s) Evolution de la commande ( $u_3$ )t) Evolution de la commande ( $u_4$ )

u) Evolution de la position en 3D

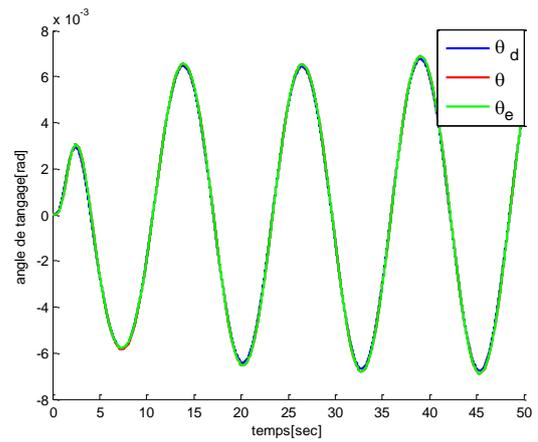
**Figure V.4 :** Résultats de simulation de la FTC active avec défauts de capteurs.

D'après la famille de figures (V.4), on remarque une bonne poursuite de la trajectoire désirée, et une bonne estimation des sorties et des défauts de capteurs, en observant l'apparition du phénomène de chattering (illustré dans les figures (V.4.q), (V.4.r), (V.4.s), (V.4.t)), avec l'amélioration des résultats par rapport aux celles de la FTC passive illustrée par la familles de figures (IV.4).

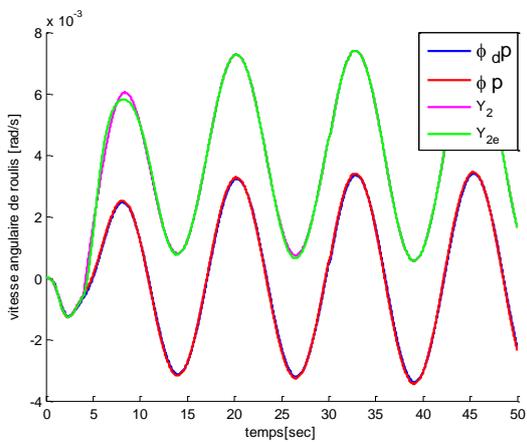
**V.4.4. FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs :**



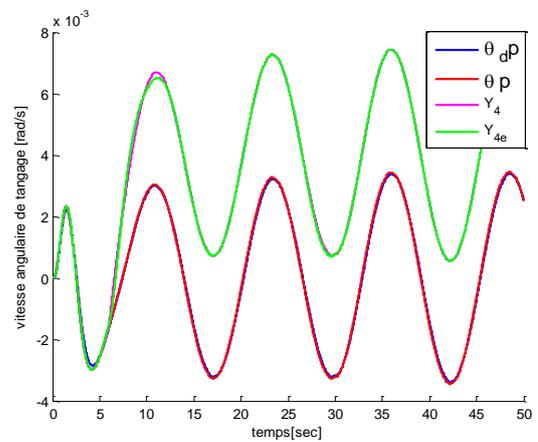
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



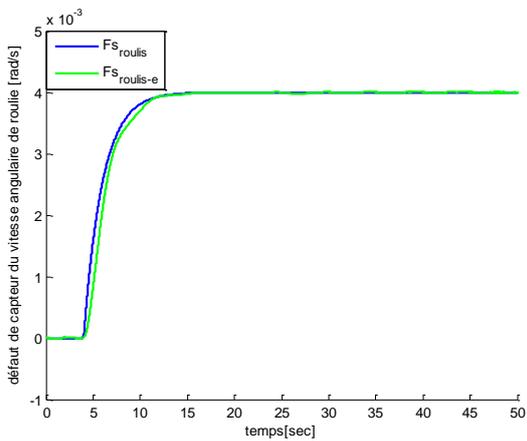
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



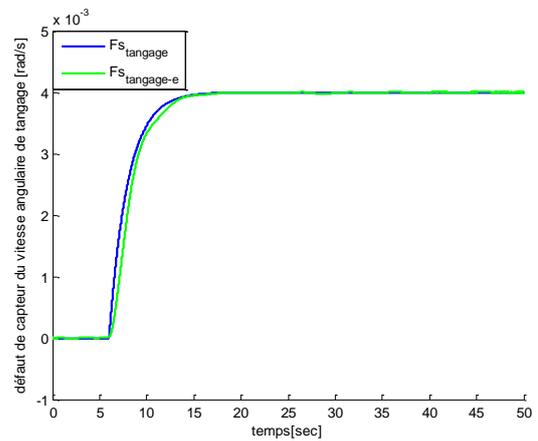
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



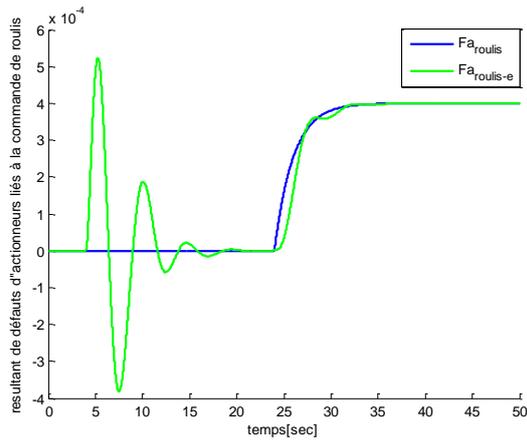
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



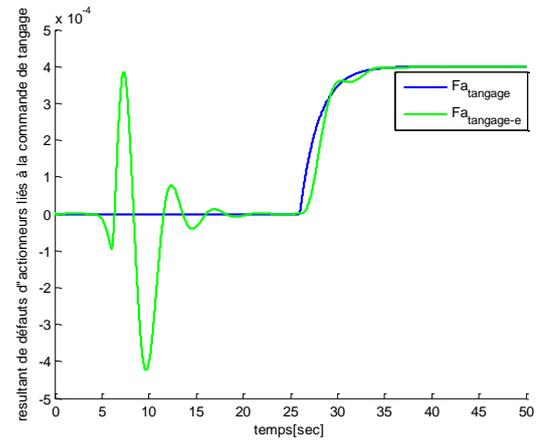
e) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



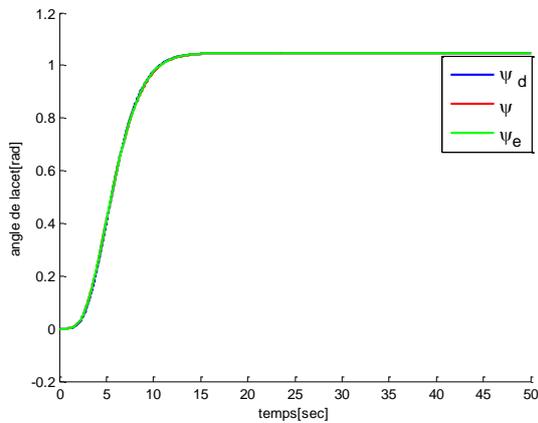
f) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



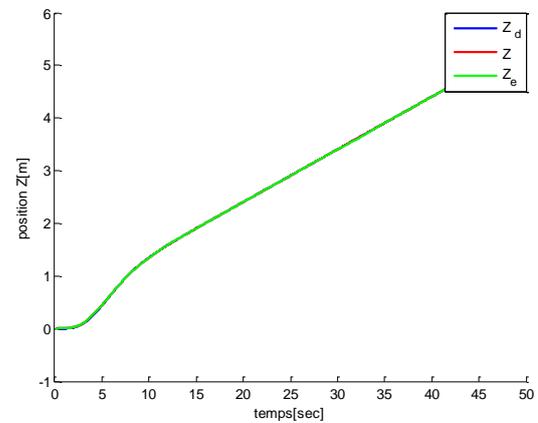
g) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de roulis



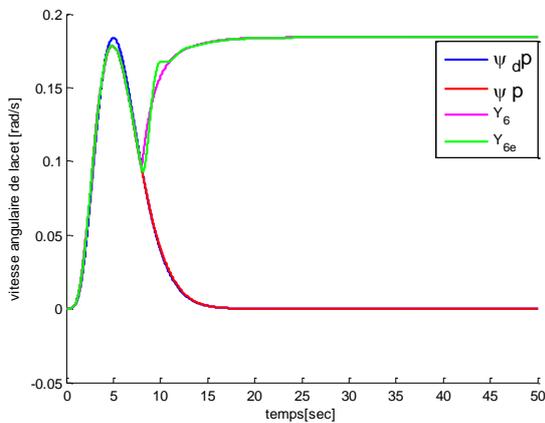
h) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de tangage



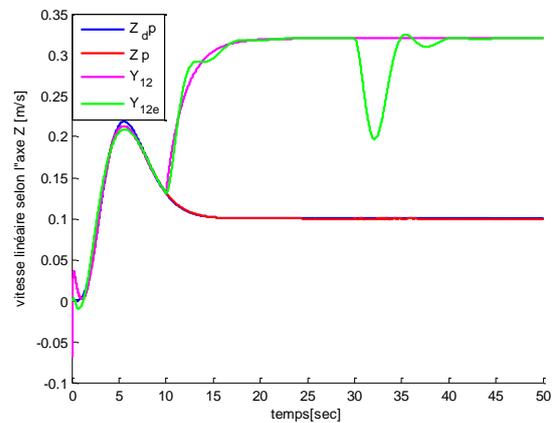
i) Evolution de l'angle de lacet (psi)



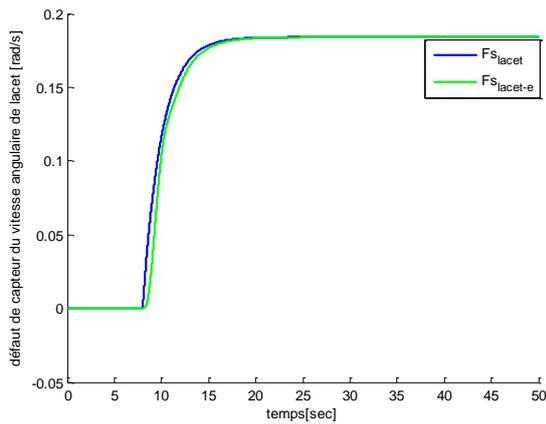
j) Evolution de la position selon l'axe Z



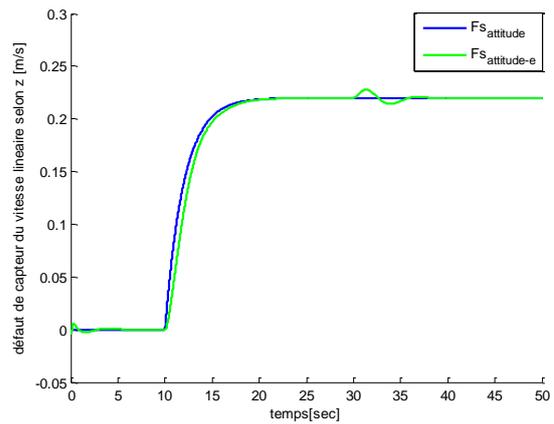
k) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



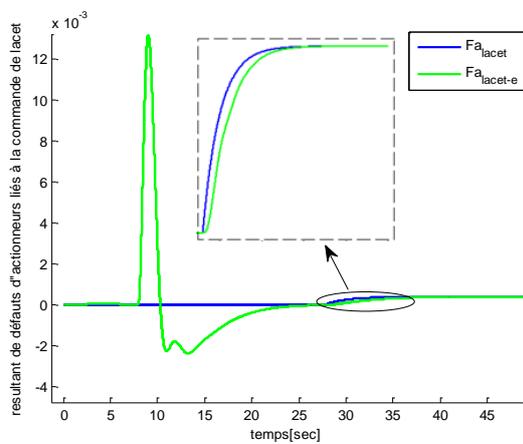
l) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



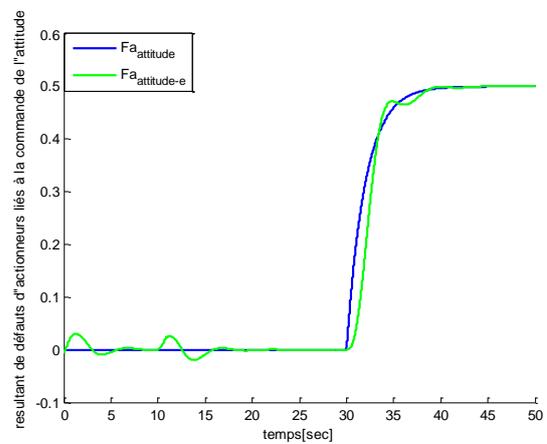
m) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



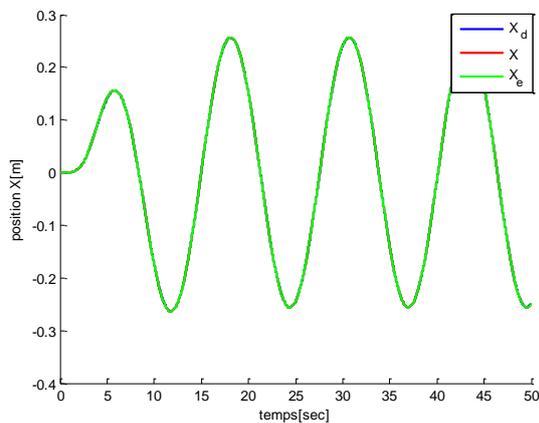
n) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



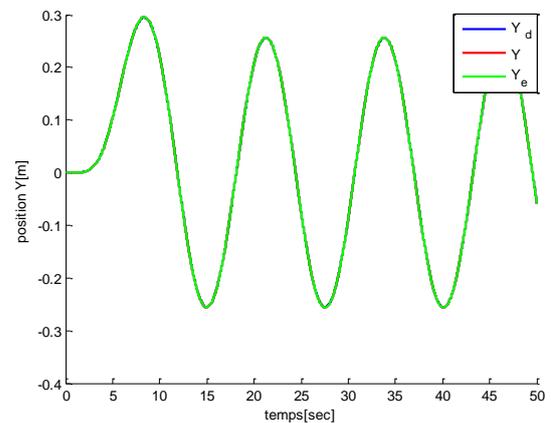
o) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de lacet



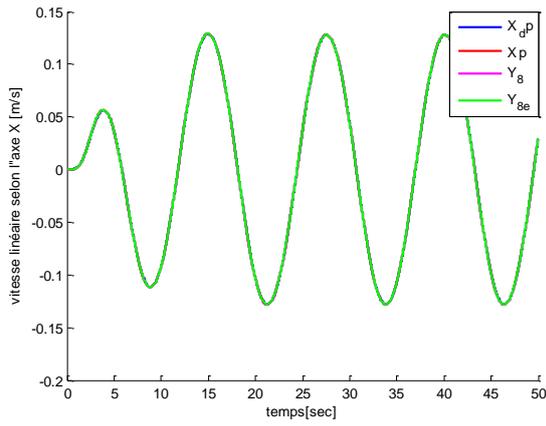
p) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement d'altitude



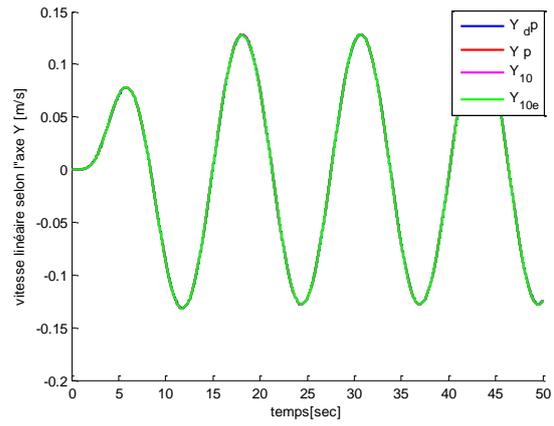
q) Evolution de la position selon l'axe X



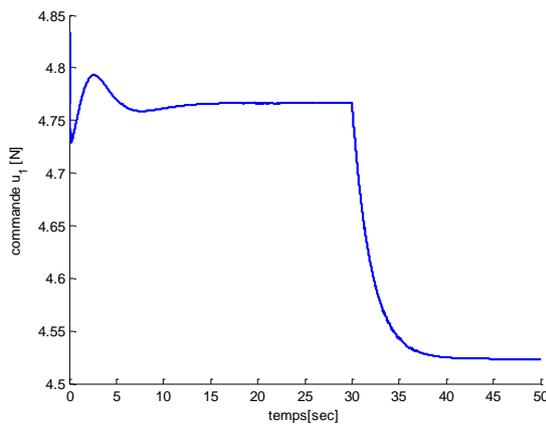
r) Evolution de la position selon l'axe Y



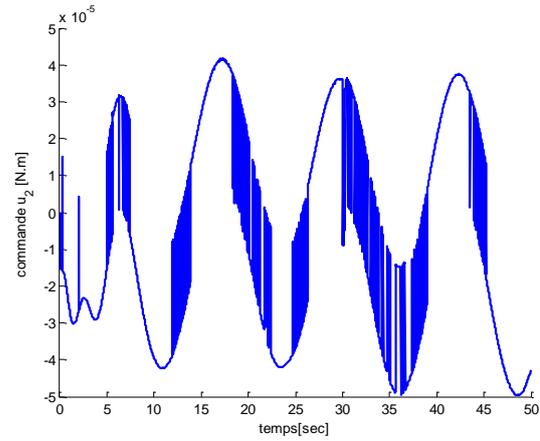
s) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



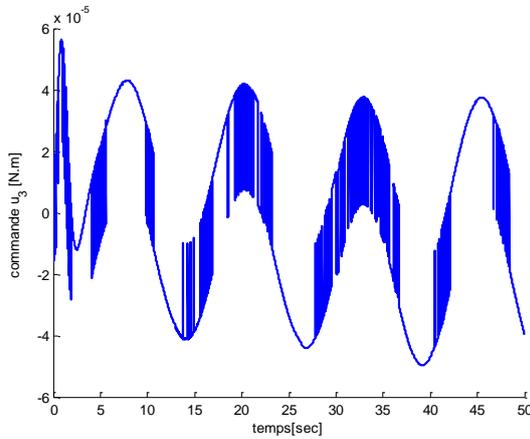
t) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



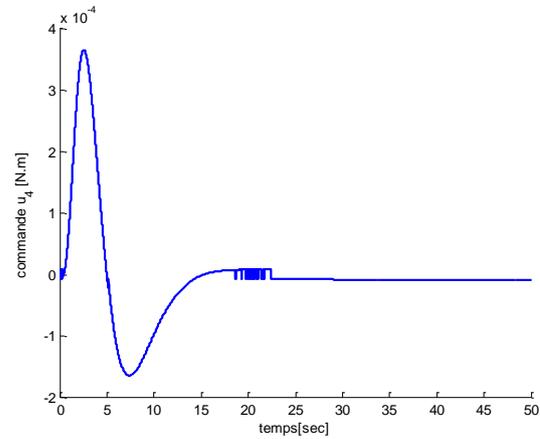
u) Evolution de la commande ( $u_1$ )



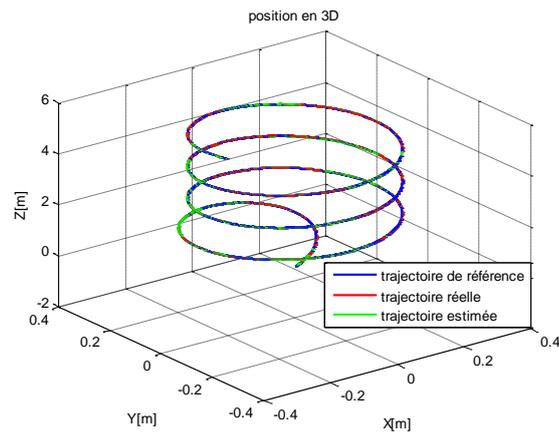
v) Evolution de la commande ( $u_2$ )



w) Evolution de la commande ( $u_3$ )



x) Evolution de la commande ( $u_4$ )

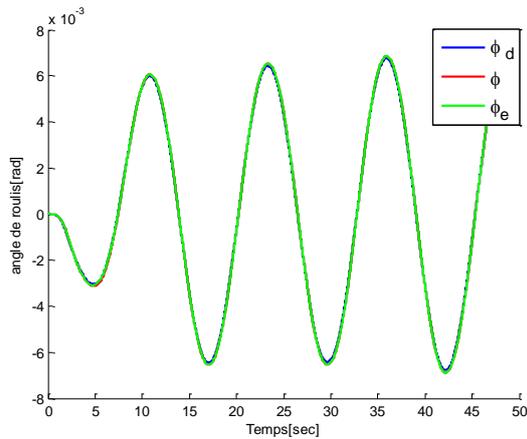


y) Evolution de la position en 3D

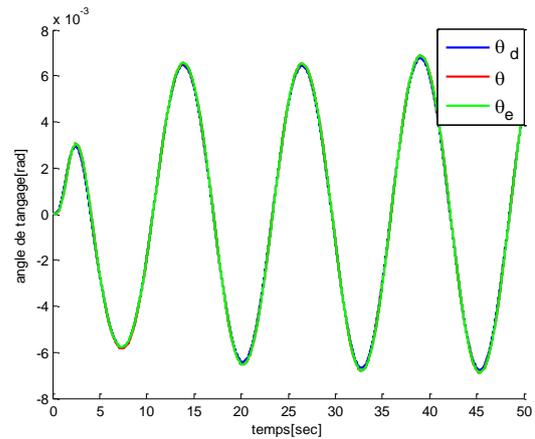
**Figure V.5 :** Résultats de simulation de la FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs.

La famille de figures (V.5) montre que le système suivra bien sa référence même après l'occurrence des deux types de défauts, en observant l'apparition du chattering (illustré par les figures (V.5.v), (V.5.w), (V.5.x)), et des pics transitoires dans les estimés des résultants de défauts d'actionneurs liés aux mouvements de roulis, de tangage, de lacet, et d'altitude (illustrés par les figures (V.5.g), (V.5.h), (V.5.o), (V.5.p)) dus lors de l'occurrence des défauts de capteurs de vitesses correspondants à ces mouvements. Malgré ça, les résultats obtenus sont plus performants par rapport aux celles de la FTC passive illustrée par la famille de figures (IV.5).

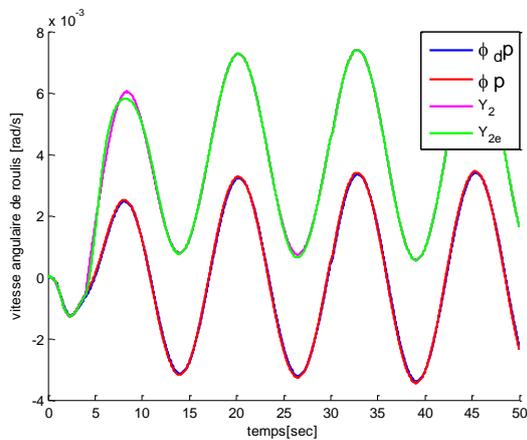
**V.4.5. FTC active avec l'ensemble de défauts capteurs-actionneurs en utilisant la fonction « sat » :**



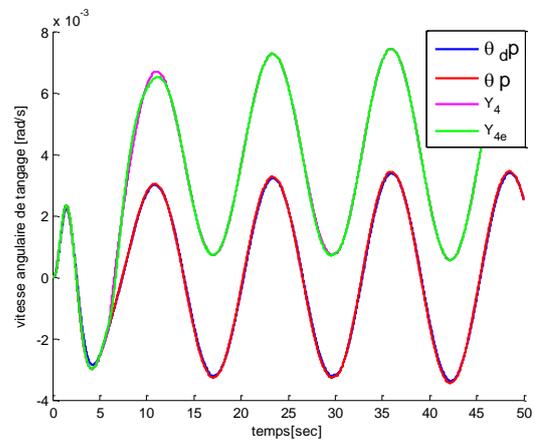
a) Evolution de l'angle de roulis (phi)



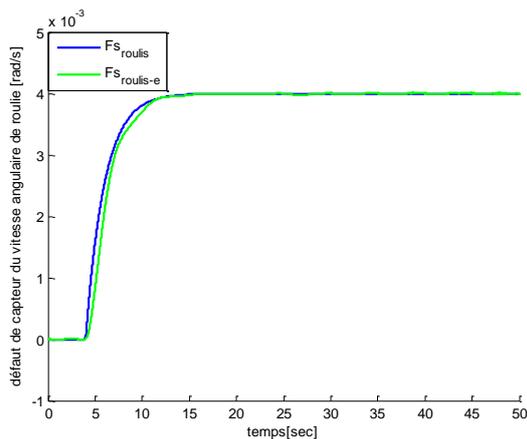
b) Evolution de l'angle de tangage (thêta)



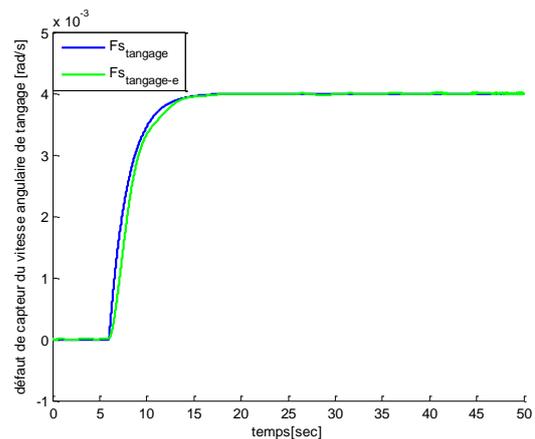
c) Evolution de la vitesse angulaire de roulis



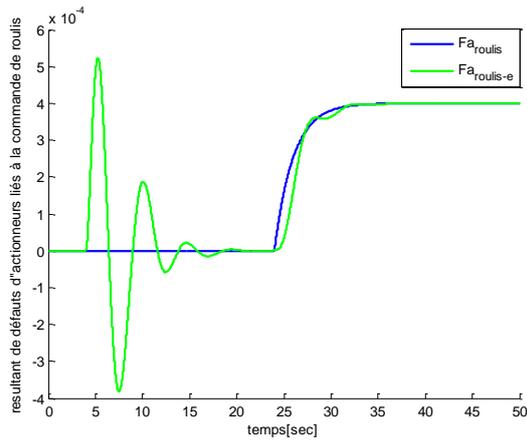
d) Evolution de la vitesse angulaire de tangage



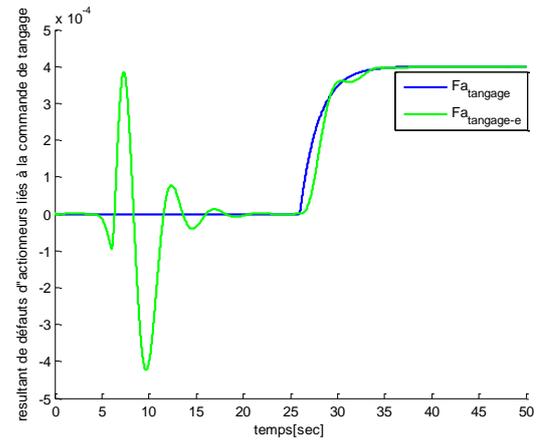
e) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de roulis



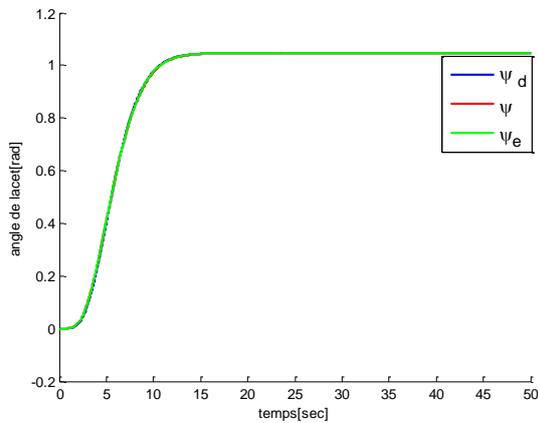
f) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de tangage



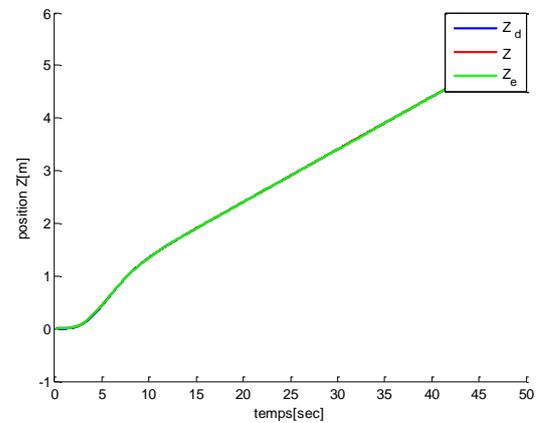
g) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de roulis



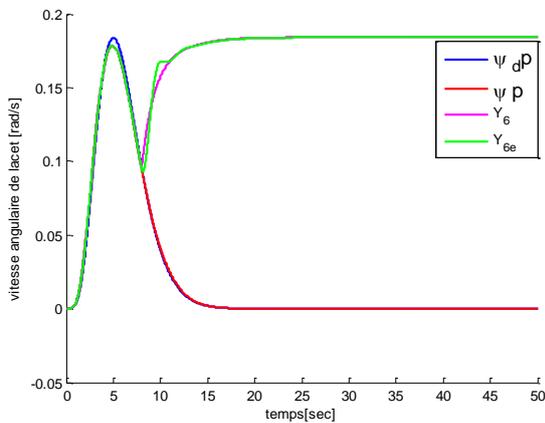
h) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de tangage



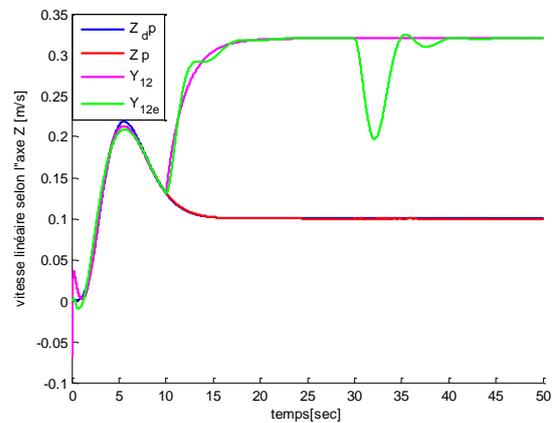
i) Evolution de l'angle de lacet (psi)



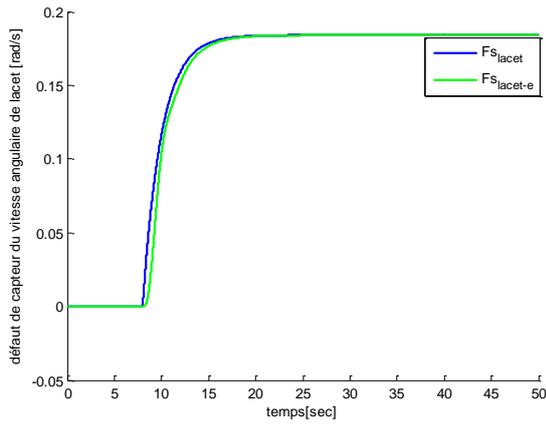
j) Evolution de la position selon l'axe Z



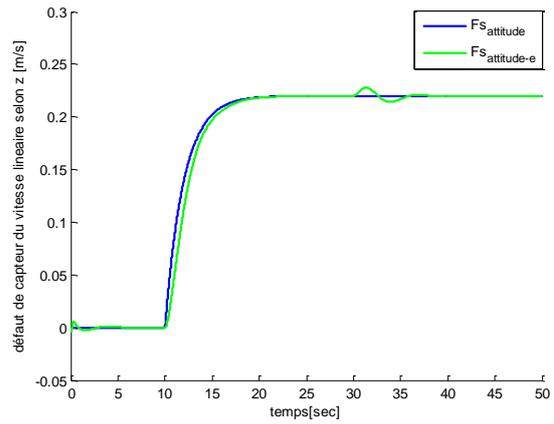
k) Evolution de la vitesse angulaire de lacet



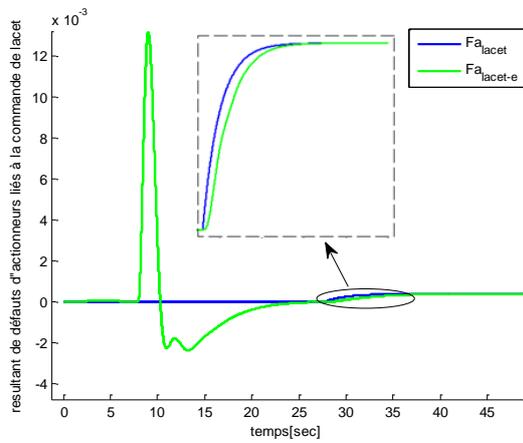
l) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Z



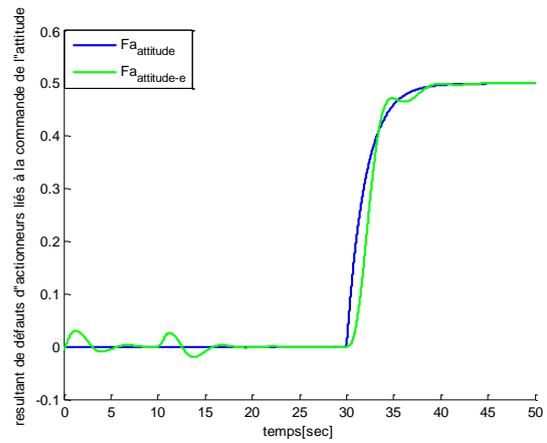
m) Evolution du défaut de capteur de vitesse angulaire de lacet



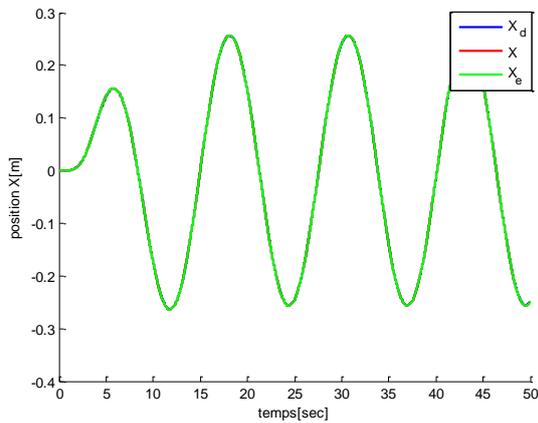
n) Evolution du défaut de capteur de vitesse linéaire d'altitude



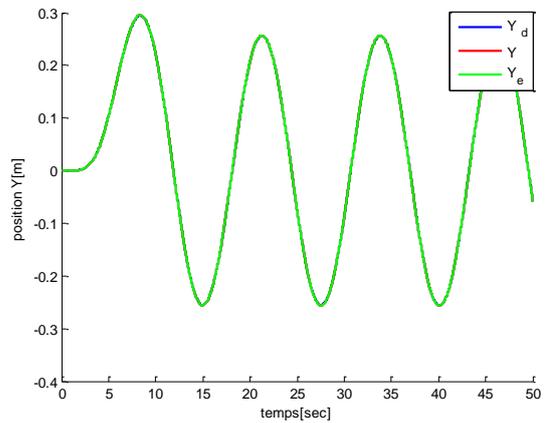
o) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement de lacet



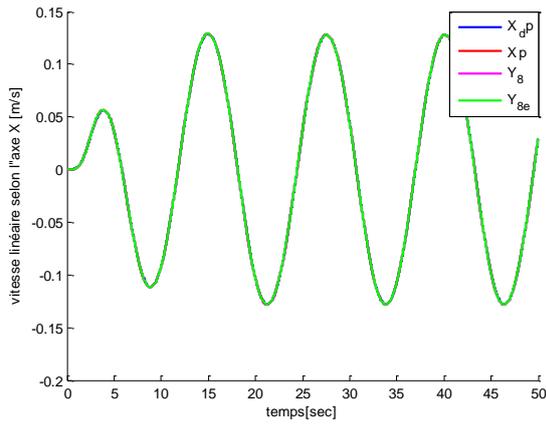
p) Evolution du résultant de défauts d'actionneurs liés au mouvement d'altitude



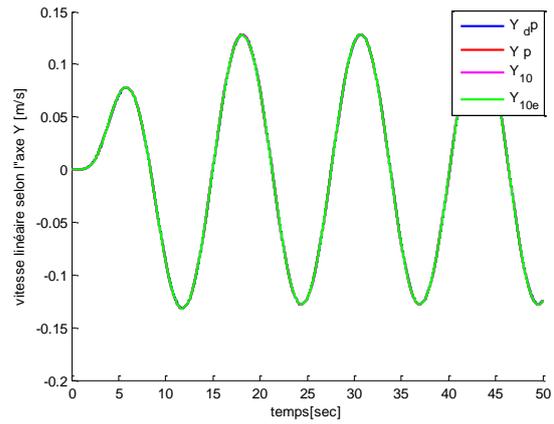
q) Evolution de la position selon l'axe X



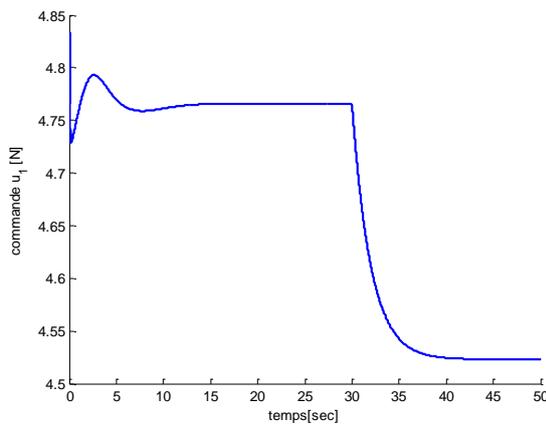
r) Evolution de la position selon l'axe Y



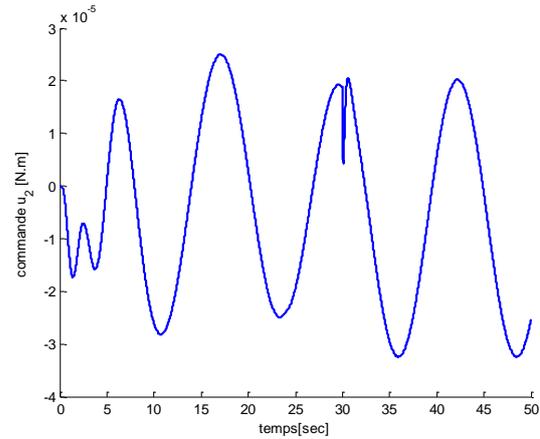
s) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe X



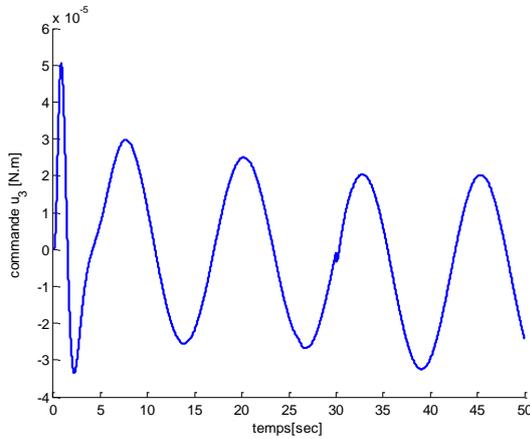
t) Evolution de la vitesse linéaire selon l'axe Y



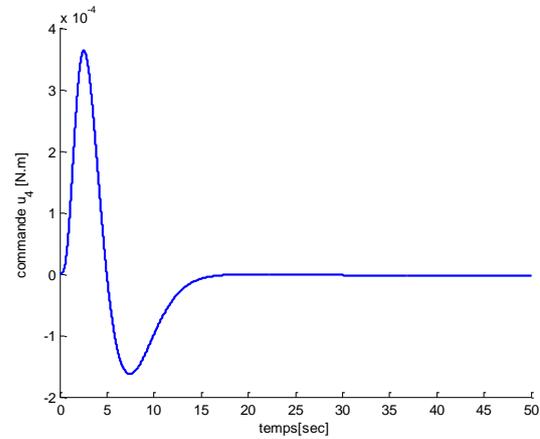
u) Evolution de la commande ( $u_1$ )



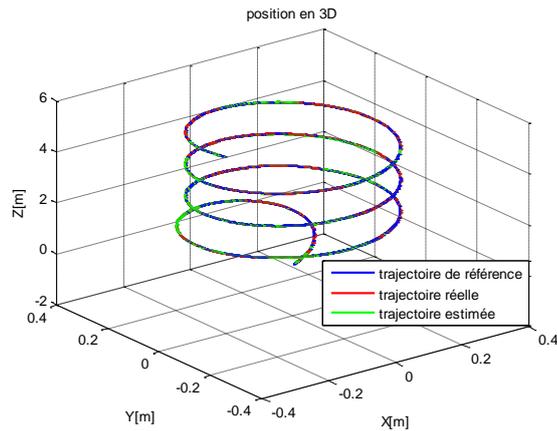
v) Evolution de la commande ( $u_2$ )



w) Evolution de la commande ( $u_3$ )



x) Evolution de la commande ( $u_4$ )



y) Evolution de la position en 3D

**Figure V.6 :** Résultats de simulation de la FTC active avec l'ensemble capteurs-actionneurs en utilisant la fonction « *sat* ».

D'après la famille de figures (V.6), on remarque que la FTC active appliquée dans ce test donne des réponses améliorées par rapport aux cas précédent (illustrés par la famille de figures (V.5)), en observant la disparition du phénomène chattering dans les commandes illustrées par les figures (V.6.u), (V.6.v), (V.6.w), et (V.6.x). Aussi, nous remarquons que les résultats de cette nouvelle technique de commande sont plus performants par rapport aux celles de la FTC passive illustrée par la familles de figures (IV.6).

### V.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la deuxième stratégie de commande tolérante aux défauts via le backstepping, qui est la FTC active, elle nécessite l'utilisation d'un bloc de diagnostic pour la détection et d'identification de défauts. Dans notre contribution nous avons utilisé un observateur non linéaire adaptatif. La stratégie de commande proposée regroupe deux différents techniques de compensation.

La première technique consiste à utiliser l'amortissement non linéaire comme un terme de compensation.

La deuxième, utilise un autre terme de compensation qui contient la fonction « signe », tout en utilisant les estimés des défauts issues de l'observateur non linéaire adaptatif.

Malgré l'utilisation de ces techniques de compensation efficaces, cette FTC active donne toujours des commandes qui sont caractérisées par des commutations très rapides (dues à l'utilisation de la fonction « signe ») où il y a des défauts de capteurs,.

Pour cela, nous avons remplacé la fonction « signe », par la fonction de saturation « *sat* » (présentée dans le chapitre III), afin de réduire le phénomène de chattering et d'obtenir des commandes lisses, toute en conservant les performances de la FTC active proposée.

## Conclusion générale

Le travail effectué dans ce mémoire concerne le développement de nouvelles stratégies de commande tolérantes aux défauts pour les systèmes non linéaires, ces stratégies se déclinent en deux grandes familles : d'une part une approche passive et d'autre part l'approche voie active incluant un module de diagnostic.

Notre contribution a été de développer deux approches de commande tolérantes aux défauts, FTC passive et FTC active via la méthode backstepping en considérant une classe des systèmes non linéaire. De ce fait, deux axes majeurs ont été développés : l'un dans le domaine du diagnostic et l'autre dans le domaine de la commande tolérante aux défauts sur de tels systèmes.

Après un bref état de l'art sur la commande FTC, avec la citation de différents travaux de recherche effectués dans ce domaine, on a entamé à la modélisation dynamique du quadrirotor, puis nous avons présenté deux techniques de commande pour le quadrirotor : la commande par mode de glissement et la commande par backstepping. Cependant ces deux techniques de commande, peut s'avérer très limitées et induisent des comportements non désirés du système à commander, voire à l'instabilité de ce dernier, en présence de défauts.

Pour éviter ces situations, on a développé deux approches de commande tolérante aux défauts via le backstepping :

La première est l'approche FTC passive, elle est conçue indépendamment du système de diagnostic et qui utilise deux différents techniques de compensation, une technique de compensation par un terme intégrale, et une autre technique qui utilise la fonction « sign ».

La seconde approche est la FTC active, elle est synthétisée parallèlement avec un bloc de diagnostic qui se présente par un observateur non linéaire adaptatif. Cet observateur donne une bonne estimation de la dynamique du système grâce aux fonctions de correction et aux gains d'estimation. Il permet notamment d'obtenir à tout instant une estimation de la représentation d'état du système et de savoir son mode de fonctionnement (mode nominal, mode défaillant). Vérifiant certaines conditions de rang pour la détectabilité et le nombre de défauts, il génère en

ligne des estimations de ces défauts, qui sont utilisées par la suite pour synthétiser une loi de commande active tolérante aux défauts.

Les résultats de simulation ont montrés une grande efficacité de ces approches FTC vis-à-vis les défauts, elles préservent les performances du quadrirotor ainsi que sa stabilité, lors d'un mauvais fonctionnement de ces capteurs ou/ et ces actionneurs.

A l'issue de l'étude comparative entre les deux stratégies de commande FTC proposés dans ce manuscrite, on conclue que la FTC active est plus performante et plus efficace que la FTC passive, Ce qui explique bien le rôle de l'observateur non linéaire adaptatif dans la conception de la FTC active.

Le souhait principal à la fin de toute simulation est l'implémentation expérimentale de ces stratégies de commande sur un prototype réel, afin de pouvoir valider les résultats de simulation. Malheureusement, par le manque de matériel nous n'avons pas pu implémenter les FTCs développer dans ce mémoire. Néanmoins, nous proposons comme première perspective, l'implémentation d'aux moins une technique de commande tolérante aux défauts sur un prototype réel afin de voir le véritable comportement de ce système en présence des défauts de capteurs ou/et d'actionneurs dans la réalité. Deuxièmant, l'utilisation d'autre techniques pour éliminer complètement le phénomène de chattering dans les entrées de commande de notre système. En suite, l'utilisation des techniques d'optimisation (tel que les LMI) dans la recherche des gains (de corrections « L » et d'estimation « R ») de l'observateur non linéaire adaptatif. Puis, la synthèse d'autre observateurs non linéaires pour l'estimation de défauts, qui sont utilisés par la suite dans l'approche active de la FTC. Enfin, l'amélioration de ces FTCs (passive et active) en utilisant les techniques de la commande adaptative et de l'intelligence artificielle (logique floue, réseaux de neurones, ...).

## Références Bibliographiques

- [1] P. Adigbli, C. Grand, J. B. Mouret, and S. Doncieux “Nonlinear attitude and position control of a micro quadrotor using sliding mode and backstepping techniques”. Proceedings of the 7th European Micro Air Vehicle Conference, Toulouse, France, September 2007.
  - [2] M. Aldeena, and R. Sharma “Estimation of states, faults and unknown disturbances in non-linear systems”, International Journal of Control, Vol. 81, No. 8, pp. 1195-1201, 2008.
  - [3] C. Aubrun, D. Sauter, H. Noura, and M. Robert “Fault diagnosis and reconfiguration of systems using fuzzy logic : Application to a therma-plant”, International Journal of Systems Science, Vol. 24, No. 10, pp. 1945-1954, 1993.
  - [4] M. Blanke, R. Azadi-Zamanabadi, SA. Bgh, and CP. Lunau “Fault tolerant control systems”, Control Eng. Prctatice, pp. 693-702, 1997.
  - [5] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki. “Diagnosis and fault-tolerant control”, Springer-Verlag, 2003.
  - [6] Abder Rezak Benaskeur “Aspects de l’application du Backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes nonliéaires”, Thèse Doctorat, Université du Laval, février 2000.
  - [7] L. Besnard “Control of à quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer”, Master Thesis, Alabama university, 2006.
  - [8] J.D. Boskovic, and R.K. Mehra “A multiple model-based reconfigurable flight control system design”, Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, 1998.
  - [9] J.D. Boskovic, S. Li, and R.K. Mehra “Reconfigurable flight control design using multiple switching controllers and on-line estimation of damage related parameters”, Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Control Applications, 2000.
  - [10] J.D. Boskovic, and R.K. Mehra “Failure detection, identification and reconfiguration system for a redundant actuator assembly”, Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'03, pp. 429-434, 2003.
-

- [11] S. Bouabdallah, and R. Siegwart “Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor”, IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA, Barcelona, Spain, 2005.
  - [12] S. Bouabdallah “Design and control of quadrotors with application to autonomous flying” , thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL 2007.
  - [13] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine “Sliding Mode Control Based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor”, International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences, Barcelona, Spain, Vol. 4, No. 1, pp. 12-17, 2007.
  - [14] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine “Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Backstepping for an UAV Type-Quadrotor” Proceeding of 6 th IFAC Symposium on IAV, Toulouse, France ,2007.
  - [15] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine “Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor” Engineering Letters, London, England, Vol. 15, No. 2, pp. 15-24, 2007.
  - [16] H. Bouadi, and M. Tadjine “Nonlinear observer design and sliding mode control for four rotors helicopter” Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, Venice, Italy, Vol. 25, pp. 225-230, 2007.
  - [17] Ahcène Boubakir “Méthodes de commande par mode de glissement appliquées au bras manipulateur et au système hydraulique CE105 à réservoirs couplés ”, Thèse Magister, Ecole Militaire Polytechnique, février 2007.
  - [18] Mouloud Bouchoucha “Conception d’un contrôleur a logique floue basée sur la théorie des modes glissantes”, Thèse Magister, Ecole Militaire Polytechnique, septembre 1999.
  - [19] M. Bouchoucha, M. Tadjine, A. Tayebi, and P. Müllhaupt “Step by Step Robust Nonlinear PI for Attitude Stabilisation of a Four-Rotor Mini-Aircraft”, 16th Mediterranean Conference on Control and Automation Congress Centre, Ajaccio, France, June 2008
  - [20] P. Castillo, A. Dzul, and R. Lozano “Real-Time Stabilization and Tracking of a Four-Rotor Mini Rotorcraft”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 12, No. 4, pp. 510-516, July 2004.
  - [21] M. Chadli, and A. El Hajjaji “Moment robust fuzzy observer-based control for improving driving stability”, International Journal of Vehicle Autonomous Systems, Vol. 5, No. 3, pp. 326-344, 2007.
  - [22] J. Chen, and R. J. Patton “Fault tolerant control systems design using linear matrix inequalities”, Proceedings of the 6th European Control Conference, 2001.
-

- [23] S. Chen, G. Tao, and S.M. Joshi “On matching conditions for adaptive state tracking control of systems with actuator failures”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, No. 3, pp. 473-478, March 2002.
  - [24] W. Chen, and M. Saif, “Observer-based strategies for actuator fault detection, isolation and estimation for certain class of uncertain nonlinear systems”, *IET Control Theory and Applications*, Vol. 1, No. 6, pp. 1672-1680, 2007.
  - [25] Vincent Cocquempot “Contribution à la surveillance des systèmes industriels complexes”, thèse doctorat, Université de Lille, 2004.
  - [26] L. Derafa, T. Madani, and A. Benallegue “Dynamic modelling and experimental identification of four rotor helicopter parameters”, *IEEE-ICIT Mumbai, India*, pp. 1834-1839, 2006.
  - [27] M.S. de Queiroz “Comments on “A Simple Nonlinear Observer for a Class of Uncertain Mechanical Systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 53, No. 3, pp. 860-871, April 2008.
  - [28] S.V. Emelyanov “Variable structure control systems”, Moscow. Nauka, 1967.
  - [29] J.S. Eterno, D.P. Looze, J. L. Weiss, and A. S. Willsky “Design issues for fault tolerant restructable aircraft control”, *Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control*, 1985.
  - [30] E. Eryurek, and B.R. Upadhyaya “An integrated fault tolerant control and diagnostics system for nuclear power plants”, *Proceedings of the Topical Meeting on Computer Based Human Support Systems : Technology, Methods and Future*, pp. 267-274, 1995.
  - [31] J.A. Farrell, T. Berger, and B.D. Appleby “Using learning techniques to accommodate unanticipated faults”, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 13, pp. 40-49, 1993.
  - [32] A. Feurer , and A.S. Morse “Adaptive control of single-input, single-output linear systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 23, No. 4, pp. 557-569, 1978.
  - [33] S. Ganguli, A. Marcos, and G. Balas “Reconfigurable lpv control design for boeing 747-100/200 longitudinal axis”, *Proceedings of the American Control Conference ACC'02*, pp. 3612-3617, 2002.
  - [34] Z. Gao, and P.J. Antsaklis “reconfigurable control system design via perfecy model-following”, *International Journal of Control*, Vol. 56, No. 4, pp. 783-798, 1992.
  - [35] P. Gaspar, I. Szaszi, and J. Bokor “reconfigurable control structure to prevent the rollover of heavy vehicles”, *Control Engineering Practice*, Vol. 13, pp. 699-711, 2005.
  - [36] P. Gaspar, and J. Bokor “A fault-tolerant rollover prevention system based on an lpv method”, *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 42, pp. 392-412, 2006.
-

- [37] L. Gautier, B. Hamilton, J. Hazebrouck, and T. Tournette “Pilotage d’un quadri-rotor via un FPGA”, Tuteur ESIEE engineering, Journées pédagogiques, 2008.
  - [38] Fateh Guenab “Contribution aux systèmes tolérants aux défauts : Synthèse d’une méthode de reconfiguration et/ou de restructuration intégrant la fiabilité des composants”, thèse doctorat, Université de Henri Poincaré, Nancy 1, 20 février 2007.
  - [39] N. Guenard, T. Hamel, and V. Moreau “modélisation et élaboration de commande de stabilisation de vitesse et de correction d’assiette pour un drone” CIFA, 2004
  - [40] N. Guenard, T. Hamel, and R. Mahony “A Practical Visual Servo Control for an Unmanned Aerial Vehicle”, IEEE Transactions on Robotics, Vol. 24, No. 2, pp. 331-340, April 2008.
  - [41] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski, “Dynamic modeling and configuration stabilization for an X4-flyer”, IFAC World Congress, Spain 2002.
  - [42] J. He, J. Qiu, Ch. Zhang, and Ch. Luo “Robust Fault Detection Using Sliding Mode and Adaptive Observers For Uncertain Nonlinear Systems”, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive systems, Vol. 15, pp. 709-718, 2008.
  - [43] David Henry “Diagnostic et contrôle de cohérence des systèmes multivariables incertains”, thèse doctorat, Université de Bordeaux 1, 1999.
  - [44] C.Y. Huang, and R. Stengel “Restructurable control using proportional-integral implicit model following”, Control and Dynamics, Vol. 2, pp. 303-309, 1990.
  - [45] R. Hussou, C. Lung, J.F. Aubry, J. Daafouz, and D. Wolf “Automatique: du cahier de charges à la réalisation de systèmes”, Dunod 2007.
  - [46] I. Hwang, S. Kim, Y. Kim, and Ch E. Seah “A Survey of Fault Detection, Isolation, and Reconfiguration Methods”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 18, No. 3, pp. 636-653, May 2010.
  - [47] R. Isermann “Supervision, fault detection and fault diagnosis methods an introduction”, Control Engineering Practice, Vol. 5, pp. 639-652, 1997.
  - [48] B. Jiang, M. Staroswiecki, and V. Cocquempot “Active fault tolerant for a class of nonlinear systems”, IFAC Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington, D.C, USA, pp. 125-130, 2003.
  - [49] B. Jiang, M. Staroswiecki, and V. Cocquempot “Fault accommodation for nonlinear dynamic systems”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 51, No. 9, September 2006.
  - [50] S. Kanev, and M. Verhaegen “Controller reconfiguration for non-linear systems”, Control Engineering Practice, Vol. 8, pp. 1223-1235, 2002.
  - [51] S. Kanev “Robuste fault-tolerant control”, Ph.D. Thesis, University of Twente, Netherlands, 2004.
-

- [52] I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic, A.S. Morse “systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, No. 11, pp.1241-1253, 1991.
  - [53] H. Khebbache, B. Sait, and F. Yacef “Robust Fault Tolerant Control With Sensor Faults for a Four Rotor Helicopter”, International Journal of Advances in Engineering & Technology, Vol. 3, No. 1, pp. 1-13, March 2012.
  - [54] H. Khebbache, B. Sait, and F. Yacef “Robust Stabilization of a Quadrotor Aerial Vehicle in Presence of Sensor Failures”, International Journal of Control Theory and Computer Modeling, Vol. 2, No. 2, pp. 39-52, March 2012.
  - [55] H. Khebbache, B. Sait, F. Yacef, and Y. Soukkou “Robust Stabilization of a Quadrotor Aerial Vehicle in Presence of Actuator Faults”, International Journal of Information Technology, Control and Automation, Vol. 2, No. 2, pp. 1-13, April 2012.
  - [56] H. Khebbache, B. Sait, Naâmane Bounar, and F. Yacef “Robust Stabilization of a Quadrotor UAV in Presence of Actuator and Sensor Faults”, International Journal of Instrumentation and Control Systems, Vol. 2, No. 2, pp. 53-67, April 2012.
  - [57] H. Khebbache, B. Sait, and F. Yacef “Modeling and Stabilizing Control Laws Design Taking Into Account the Actuator Faults for an UAV Type-Quadrotor”, In Proceeding of the Second International Conference on Information Processing and Electrical Engineering (ICIPEE’12), April 14-16, 2012, Tébessa, Algeria.
  - [58] H. Khebbache, B. Sait, F. Yacef, and N. Oucief “Combined Backstepping and Sliding Mode Control Design For Attitude Stabilization of Quadrotor Helicopter”, In Proceeding of the Second International Conference on Industrial Engineering and Manufacturing (ICIEM’12), May 6-7, 2012, Batna, Algeria.
  - [59] H. Khebbache, B. Sait, F. Yacef and N. Oucief “Fault Tolerant Control Strategy with Simultaneous Actuator and Sensor Faults for a Quadrotor UAV”, In Proceeding of the 4th International Conference on Electrical Engineering (ICEE’12), May 7-9, 2012, Algiers, Algeria.
  - [60] H. Khebbache, B. Sait, and Y. Soukkou “Robust Integral Backstepping Control with Actuator faults for Attitude Tracking of Quadrotor UAV”, Submitted in the First International Conference on Electrical Engineering and Control Applications (ICEEA’12), Khenchela, Algeria.
  - [61] P.V. Kokotovic, H.J. Sussmann “A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems”, Systems and Control Letters, Vol. 13, pp. 125-133, 1989.
  - [62] I. Konstantopoulos, and P.J. Antsaklis “An eigenstructure assignment approach to control reconfiguration”, Proceedings of the 4th IEEE Mediterranean Symposium on Control and Automation, 1996.
-

- [63] W.A. Kwong, K.M. Passino, E.G. Laukoen, and S. Yurkovich “Expert Supervision of Fuzzy Learning Systems for Fault Tolerant Aircraft Control”, Special Issue on Fuzzy Logic in Engineering Applications, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 3, pp. 466-483, March 1995.
  - [64] X.F. Liu, and A. Dexter “Fault tolerant supervisory control of a vav air conditioning systems”, Energy Buildings, Vol. 33, pp. 379-389, 2001.
  - [65] C.J. Lopez-Toribio, R.J. Patton, and S. Daley “A multiple model approach to fault-tolerant control using takagi-sugeno fuzzy modelling : real application to an induction motor drive system”, Proceedings of the 3rd European Control Conference, 1999.
  - [66] C.J. Lopez, R.J. Patton, and S. Daley “Takagi-sugeno fuzzy fault tolerant control for an induction motor”, Neural Computing, Vol. 1, pp. 19-28, 2000.
  - [67] T. Madani, and A. Benallegue “Sliding Mode Observer and Backstepping Control for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles”, Proceedings of American Control Conference Marriott Marquis Hotel at Times Square New York City, USA, July 2007.
  - [68] A. Mokhtari, A. Benallegue, and B. Daachi “Robust Feedback Linearization and  $GH_{\infty}$  Controller For a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle”, Journal of Electrical Engineering, Vol. 57, No. 1, pp. 20-27, 2006.
  - [69] S. Narasimhan, P. Vachhani, and R. Rengaswamy “New nonlinear residual feedback observer for fault diagnosis in nonlinear systems”, Automatica, Vol. 44, No. 9, pp. 2222-2229, September 2008.
  - [70] K.S. Narendra, O.A. Driollet, M. Filer, and K. George “Adaptive control using multiple models witching and tuning”, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 17, No. 2, pp. 87-102, 2003.
  - [71] M.R. Napolitano, G. Molinaro, M. Innocenti, B. Seanor, and D. Martinelli “A complete hardware package for a fault-tolerant control system using on-line learning neural networks”, Proceedings of the American Control Conference, pp. 2615-2619, 1999.
  - [72] H. Niemann, and J. Stoudtrup “Passive fault tolerant control of double inverted pendulum a case study example”, Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes SAFEPROCESS'03, Washington, D.C., USA, 2003.
  - [73] H. Noura, D. Sauter, F. Hamelin, and D. Theilliol “Fault-tolerant control in dynamic systems : Application to a winding machine”, IEEE Control Systems Magazine, Vol. 20, No. 1, pp. 33-49, 2000.
-

- [74] M. Onder “Robust low attitude behavior control of a quadrotor rotorcraft through sliding modes”, Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control and Automation, Greece, July 2007.
  - [75] Mohammed Oudghiri “Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile”, thèse doctorat, Université de Picardie Jules Verne, 20 Octobre 2008.
  - [76] R.J. Patton “Fault tolerant control : The 1997 situation”, Proceedings of the 3rd IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'97, pp. 1033-1055, 1997.
  - [77] R.J. Patton, and C.J. Lopez-Toribio “Multiple-model fault tolerant control of an induction motor in the presence of uncertainty”, Proceedings of the 4rd IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes SAFEPROCESS'2000, Budapest, Hungary, pp. 1139-1144, June 2000.
  - [78] M.M. Polycarpou, and A. Helmicki “Automated fault detection and accommodation : A learning systems approach”, IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Vol. 25, No.11, pp. 1447-1458, 1995.
  - [79] M.M. Polycarpou “Fault accommodation of a class of multivariable nonlinear dynamical systems using a learning approach”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 46, No. 5, pp. 736-742, 2001.
  - [80] R. Raoufi, H.J. Marquez “Simultaneous sensor and actuator fault reconstruction and diagnosis using generalized sliding mode observers”, Proceedings of American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA, pp. 7016-7021, 2010.
  - [81] Patrick Ripoll “Conception d'un système de diagnostic flou appliqué au moteur automobile”, thèse doctorat, Université de Savoie, 1999.
  - [82] Mickael Rodrigues “Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires”, thèse doctorat, Université de Henri Poincaré, Nancy 1, 2005.
  - [83] M. Rodrigues, D. Theilliol, S. Aberkane, and D. Sauter “Fault tolerant control design for polytopic lpv system”, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, Vol. 17, No. 1, pp. 27-37, 2007.
  - [84] J.J.E. Slotine, and W. Li “Applied nonlinear control”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
-

- [85] M. Staroswiecki, and A. Gehin “From control to supervision”, Proceedings of the 4rd IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes SAFEPROCESS’2000, Budapest, Hungary, pp. 312-323, 2000.
  - [86] M. Staroswiecki “Fault tolerant control : the pseudo-inverse method revisited”, Proceedings of the 16th IFAC World Congress, 2005.
  - [87] K. Suyama “What is reliable control ?”, Proceedings of the 15th IFAC World Congress, 2002.
  - [88] A. Tayebi, and S. Mcgilvray “Attitude stabilisation of a four rotor aerial robot”, Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, December 2004.
  - [89] A. Tayebi, and S. McGilvray “Attitude stabilisation of a VTOL Quadrotor Aircraft”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 14, No. 3, pp. 562-571, May 2006.
  - [90] D. Theilliol, D. Sauter, and J.C. Ponsart “A multiple model based approach for fault tolerant control in nonlinear systems”, Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes SAFEPROCESS'03, Washington, D.C., USA, pp. 151-156, 2003.
  - [91] J. Tsinias “Sufficient Lyapunov-like conditions for stabilization”, Math. Contr. Signal. Syst. Vol. 2, pp. 343-357, 1989.
  - [92] V.I. Utkin “Variable structure systems with sliding modes”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 22, No. 2, pp. 212-222, 1977.
  - [93] R. Veillete “Design of reliable control systems”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 3, pp. 290-304, 2002.
  - [94] Y. Wang, D. Zhou, S.J. Qin, and H. Wang “Active Fault-Tolerant Control for a Class of Nonlinear Systems with Sensor Faults”, International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol. 6, No. 3, pp. 339-350, June 2008.
  - [95] Z. Weng, R. Patton, and P. Cui “Active fault tolerant control of a double inverted pendulum”, Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes SAFEPROCESS'06, 2006.
  - [96] N.E. Wu, Y.M. Zhang, and K. Zhou “Detection, estimation and accommodation of loss control effectiveness”, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 14, No. 7, pp. 775-795, November 2000.
  - [97] F. Yacef, H. Boudjedir, O. Bouhali, H. Khebbache, and F. Boudjema “Quadrotor Attitude Stabilization Using State Feedback Controller: an LMI Approach”, In Proceeding of International Conference on Electrical Engineering (ICEE'12), May 7-9, 2012, Algiers, Algeria.
-

- [98] F. Yacef, O. Bouhali, H. Khebbache, and F. Boudjema “Takagi-Sugeno Model for Quadrotor Modelling and Control Using Nonlinear Stat Feedback Controller”, *International Journal of Control Theory and Computer Modeling*, Vol. 2, No. 3, pp. 9-24, May 2012.
  - [99] D. Yixin, and K.M. Passino “Stable fault-tolerant adaptive fuzzy/neural control for turbine engine”, *IEEE Control Systems Technology*, Vol. 9, No. 3, pp. 494-509, May 2001.
  - [100] Mohamed Riyad Zemouri “Contribution à la surveillance des systèmes de production”, thèse doctorat, Université de Franche-Comté, 2003.
  - [101] K. Zhang, S. Hu, and B. Jiang “Sliding Mode Integral Observers for Sensor Faults Detection and Isolation in Nonlinear Systems”, *IEEE International Conference on Control and Automation Guangzhou, CHINA*, pp. 147-151, May 2007.
  - [102] K. Zhang, B. Jiang, and V. Cocquempot “Adaptive Observer-based Fast Fault Estimation”, *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 6, No. 3, pp. 320-326, June 2008.
  - [103] X. Zhang, M. Polycarpou, and T. Parisini “A robust detection and isolation scheme for abrupt and incipient faults in nonlinear systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, No. 4, pp. 576-593, April, 2002.
  - [104] X. Zhang, T. Parisini, and M.M. Polycarpou “Adaptive Fault-Tolerant Control of Nonlinear Uncertain Systems : An Information-Based Diagnostic Approach”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49, No. 8, pp. 1259-1274, August 2004.
  - [105] Y. Zhang, and J. Jiang “Design of integrated fault detection, diagnosis and reconfigurable control systems”, *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, 1999.
  - [106] Y. Zhang, and J. Jiang “Design of proportional integral reconfigurable control systems via eigenstructure assignment”, *Proceedings of American Control Conference*, 2000.
  - [107] Q. Zhao, and J. Jiang “Reliable state feedback control system design against actuator failure”, *Automatica*, Vol. 34, No. 10, pp. 1267-1272, 1998.
  - [108] Z. Zhao, W.F. Xie, H. Hong, and Y. Zhang, “A disturbance-decoupled adaptive observer and its application to faulty parameters estimation of a hydraulically driven elevator”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 25, No. 6, pp. 519-534, September 2010.
  - [109] K. Zhou “A new controller architecture for high performance, robust and fault tolerant control”, *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, 2000.
  - [110] A. Zolghadri “A redundancy-based strategy for safety management in a modern civil aircraft”, *Control Engineering Practice*, Vol. 8, No. 5, pp. 545-554, May 2000.
-

**Mr. KHEBBACHE Hicham** est né le 05 avril 1987 à Jijel. Il a obtenu en 2004 son Baccalauréat série « Sciences de la nature et de la vie » au lycée Bouraoui Ammar (Jijel). Titulaire d'un diplôme d'Ingénieur d'Etat en Automatique à l'Université de Jijel, il s'est inscrit à l'Université de Ferhat Abbas de Sétif depuis Novembre 2009, pour une formation de Magister en Automatique, option « Conduite et supervision des systèmes industriels ». Ses recherches sont orientées vers la commande linéaire et non linéaire, la commande robuste, le diagnostic, la détection et l'isolation de défauts, la commande tolérante aux défauts, et la robotique aérienne.

**Résumé-** L'objectif de ce travail est de présenter deux approches de commande tolérantes aux défauts (FTC passive, et FTC active), et de l'appliquer sur un véhicule aérien sans pilote nommé quadrirotor. Après un état de l'art sur les systèmes FTC, nous avons élaboré le modèle complet du quadrirotor qui permet d'étudier son comportement dans les différents régimes de fonctionnement. Puis nous avons exposé les fondements théoriques de deux techniques de commande : la commande par mode de glissement et la commande par backstepping. Cependant, la préservation de la stabilité et les performances de ce système, nécessite l'application des techniques de commande tolérantes aux défauts. Nous avons également développé des nouvelles stratégies de FTC basées sur le backstepping, afin de garantir la stabilité et les performances du système à commander, non seulement lorsque les composants de la commande sont opérationnels, mais aussi lorsque les capteurs (ou/et) les actionneurs sont défectueux.

**Mots clés :** Systèmes non linéaires, Commande par backstepping, Commande par mode glissement, Commande tolérante aux défauts, Détection et isolation de défauts, Observateur non linéaire adaptatif, Véhicules aériens sans pilote, Quadrirotor.

**Abstract-**The objective of this work is to present two approaches of fault tolerant control (PFTC and AFTC), with application for an UAV type: quadrotor. After a state of the art for FTC systems, we designed the complete model of quadrotor which used to study its behavior in different operating regimes. Then, we exposed the theoretical basis of two control techniques: sliding mode control and backstepping control. However the preservation of stability and performances of this system requires the application of fault tolerant control techniques. We have also developed new FTC strategies based on backstepping approach to ensure the stability and performance of our system, not only when the control components are operational but also when the sensors (or / and) and actuators are faulty.

**Key words :** Nonlinear systems, Backstepping control, Sliding mode control (SMC), Fault tolerant control (FTC), Faults detection and isolation (FDI), Nonlinear adaptive observer, Unmanned aerial vehicles (UAV), Quadrotor.

**ملخص-** الهدف من هذا العمل هو تقديم منهجين في التحكم المتحمل للخلل ( السلبي و النشط ) وتطبيقهما على ربوت طائر ذو أربع محركات. بعد تقديم حالة فنية على أنظمة التحكم المتحملة للخلل قمنا بانجاز النموذج الكامل لهذه الآلة والذي يسمح لنا بدراسة استجاباتها في مختلف حالات وشروط العمل. بعد ذلك استعرضنا الأسس النظرية لتقنيتين في التحكم : التحكم عن طريق النمط الإنزلاقي والتحكم عن طريق الرجوع المرحلي. لكن الحفاظ على استمرار وأداء هذا النظام يتطلب تطبيق تقنيات متحملة للخلل. من أجل ذلك قمنا بتطوير استراتيجيات جديدة متحملة للخلل معتمدة على نمط التحكم عن طريق الرجوع المرحلي لضمان استقرار وأداء النظام ليس فقط عندما تكون مكوناته شغالة ولكن أيضا عندما تكون أجهزة الاستشعار (أو/و) المحركات يشوبها خلل.

**كلمات مفتاحية :** الأنظمة اللا خطية, التحكم عن طريق الرجوع المرحلي, التحكم عن طريق النمط الإنزلاقي, التحكم المتحمل للخلل, الكشف عن العيوب والعزلة منها, المراقب اللاخطي التلائمي, المركبات الجوية بدون طيار, الروبوت الطائر ذو أربع محركات .