

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS - SETIF
UFAS (ALGERIE)

MEMOIRE

Présenté à l'Institut d'Optique et Mécanique de Précision
Pour l'obtention du Diplôme de

MAGISTER

Filière : Optique et Mécanique de Précision

Option : Mécanique appliquée

Par

Mr. HAMISSI Ayoub

THEME

*Modélisation d'un Robot SCARA à structure
complexe (Parallèle) destiné à manipuler une sonde
échographique*

Soutenu le :

devant le jury d'examen :

LOUCIF Kamel	Pr	à l'université de sétif	Président
ZEGADI Rabah	Pr	à l'université de sétif	Rapporteur
SMATA Lakhder	MCA	à l'université de sétif	Examineur
KASKES Boualem	MCA	à l'université de sétif	Examineur

Remerciements

Mes premiers remerciements s'adressent à mon directeur de recherche Mr ZEGADI Rabeih, Professeur à l'Institut d'Optique et de Mécanique de Précision (IOMP) pour la confiance qu'il a su m'accorder, pour sa rigueur et sa pédagogie et pour ses précieux conseils qui m'ont permis de mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier Mr ROUABHI Abd-Hamid, Docteur de l'IOMP qui m'a aidé dans ce travail

Je tiens à remercier Mr LOUCIF Kamel, Professeur à l'IOMP qui a présidé le jury de soutenance.

Je tiens à remercier très chaleureusement les membres du jury Dr SMATA Lakhdar et Dr KESKES Boualem tous deux Maîtres de Conférence à l'IOMP, pour l'attention qu'ils ont portée à mon travail et pour avoir également accepté de participer à la commission d'examen.

Je remercie tous les membres du laboratoire de mécanique appliquée de l'IOMP

Merci également à tous mes compagnons de l'Institut d'Optique et Mécanique de Précision : M. I. Habia, M. Rahmani, L. Mohamed, T. Ishek, S. Mohamed.

Je remercie tous mes amis : A. Yakoub, A. Messaoud, M. Houari, Oussama et T. Adlène

Je remercie très chaleureusement ma famille pour le grand soutien et les encouragements Qu'ils m'ont donnés durant ces années.

HAMISSI AYOUB

Sommaire :

Remerciement

Sommaire

Introduction générale 01

Chapitre I : Généralité sur les robots de télé-échographie

1.1 Introduction.	03
1.2 Historique sur les robots de télé-échographie.	03
1.3 Différents types d'échographie	03
1.3.1 L'échographie classique	04
1.3.2. La télé-échographie	04
1.3.3. Télé-échographie robotisée	06
1.4 Etat de l'art de la télé-échographie robotisé.	07
1.5 Classification d'A.Vilchis.	15
1.6. Objectifs du mémoire	15
1.7. Conclusion.	15

Chapitre II : Etude et analyse du geste d'échographie

2.1 Introduction	16
2.2 Principe de l'échographie	16
2.2.1 Sondes d'échographiques :	16
2.2.2 Formation d'image	17
2.2.3 Le choix de la sonde	18
2.3. Description de l'examen d'échographie	18
2.3.1 Déroulement l'échographie abdominal	19
2.3.2 Analyse des composantes du déplacement de la sonde	20
2.3.3 Mouvements d'un robot porte-sonde échographie	21
2.4 Cahier de charge du robot porte sonde d'échographie	22

Chapitre III : Structures cinématiques du robot de la télé-échographie

3.1. Introduction	23
3.2. Contraintes sur la mécanique du robot :	23
3.2.1. Suivi du geste médical	23

3.2.2. Sûreté de fonctionnement	23
3.2.3. Rapidité de mise en œuvre et adaptabilité au contexte médical	24
3.3. Caractéristiques cinématiques du robot recherché	24
3.3.1 Scénario d'utilisation du robot	25
3.3.2 Déplacements à réaliser par le robot	25
3.4. Structures cinématique pour un robot de télé-échographie :	26
3.4.1. Structures cinématique des poignets	26
3.4.2. Structures cinématique des porteurs	28
3.4.3. L'expression du besoin à la solution proposée	28
3.5. La structure du robot de télé-échographie proposée	29
3.5.1 Définition	30
3.5.2. Architecture du robot du type SCARA	30
3.5.3. Structures du robot SCARA porte sonde échographie	31
3.5.3.1. La structure de porteur	31
3.5.3.2. Les structures des poignets proposées	32
3.6.4. Principe d'utilisation du robot.	32
3.7. Conclusion	33

Chapitre VI : Modélisation de la structure du robot type SCARA porte sonde échographie

4.1. Introduction.	34
4.1.1. Description les matrices de transformation.	34
4.1.2. Description d'un solide dans l'espace.	36
4.1.3. Description d'une structure géométrique du robot.	37
4.2. Modélisation géométrique.	39
4.2.1. Paramètre géométrique du robot SCARA parallèle 6 ddl porte sonde échographie.	40
4.2.2. Modélisation géométrique directe (MGD).	41
4.2.2.1. Calcul le MGD de porteur avec un poignet concourant.	42
4.2.2.2. Calcul le MGD de porteur avec poignet non concourant	44
4.2.3. Modélisation géométrique inverse (MGI).	45
4.2.3.1. Calcul le MGI de porteur avec poignet concourant.	46
4.2.3.2. Calcul le MGI de porteur avec poignet non concourant...	47
4.2.4. Espace de travail.	48
4.3. Modélisation Cinématique.	48
4.3.1. Modélisation cinématique directe (MCD).	48

4.3.1.1. Méthode de calcul de la matrice jacobéenne du robot	49
4.3.1.2. Calcule le MCD de porteur SCARA avec un poignet concourant.	49
4.3.1.3. Calcule le MCD de porteur SCARA avec un poignet non concourant.	51
4.3.2. Modélisation cinématique inverse (MCI).	52
4.3.3. Singularités et performance cinématique des structures étudiées.	53
4.4. Validation de la structure du robot choisi.	56
4.5. Organigramme du calcul du MG et du MC par MATLAB :	58
4.6. Modélisation dynamique.	59
4.6.1. Modèle dynamique par le formalisme de Lagrange	60
4.6.2. Calcul du modèle dynamique de la structure choisi	64
4.6.2.1 déterminations des relations dynamiques de la structure	64
4.6.2.2. Détermination de l'équation du mouvement	65
4.7. Conclusion	66
Conclusion général et perspectives	67
Annexes	69
Bibliographie	87

Introduction générale :

INTRODUCTION GÉNÉRALE :

Les systèmes technologiques sont au cœur de nombreuses applications permettant d'aider l'humain dans des tâches dangereuses, trop complexes ou impossibles. Parmi ces applications, certaines peuvent blesser des humains.

L'utilisation des robots dans le domaine médical a commencé dans les années 80, par des laboratoires de recherche et des industriels qui ont développé des robots pour des applications médicales variées qui vont des robots pour des interventions chirurgicales aux robots de réhabilitation en passant par des simulateurs d'entraînement pour chirurgiens [01].

La télé-opération est un domaine pluridisciplinaire qui peut être de l'ordre technologique, technique ou scientifique. Grâce à l'expansion des réseaux de communication modernes tel qu'internet, cette thématique a reçu une grande attention ces dernières années avec des champs d'application de plus en plus vastes : opérations télé-opérées sur des sites lointains ou difficiles d'accès, tel que la télé-échographie. Au niveau de ce domaine, le laboratoire de Vision et Robotique, dispose d'un système de télé-échographie permettant d'effectuer par un médecin spécialiste une échographie à distance sur un patient à l'aide d'un robot manipulateur. Les actions de recherche s'intègrent dans ce domaine et concernent plus particulièrement l'utilisation et l'introduction de nouveaux outils de commande robuste des systèmes de télé-opération linéaires [02]. Les recherches actuelles sont donc centrées sur l'utilisation et la modélisation du robot type SCARA pour faire une échographie sur un patient même s'il est loin du centre médical.

- **L'organisation de la thèse :**

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire s'articule en quatre chapitres. Le premier chapitre présente un état de l'art des différentes approches pour le système de télé-échographie. Le deuxième chapitre est consacré à la synthèse topologique. Nous avons fait une recherche sur le principe de fonctionnement de la sonde d'échographie ; puis nous avons analysé les gestes d'échographie classique réalisés par le médecin pour en prendre en compte dans le cahier de charge.

Le troisième chapitre consiste à analyser les contraintes sur les robots médicaux à l'aide de leurs cahiers des charges. Puis nous proposons une structure de télé-échographie basée sur le porteur SCARA, et deux types de poignet.

Le quatrième chapitre étudie la structure proposée par la modélisation géométrique, cinématique et dynamique, ces modélisations nous permettant le choix de la meilleure structure pour les gestes d'échographie. On termine ce mémoire par une conclusion générale et une annexe qui représente les résultats des trois modélisations du robot proposé, ainsi qu'un programme réalisé sous MATLAB pour vérifier les résultats obtenus de notre modélisation.

Chapitre 1:

1.1. Introduction :

La télé-échographie est un nouveau concept, fruit de la migration de la recherche en médecine spatiale visant à explorer au mieux un patient situé dans un lieu isolé. La faisabilité de cette technique a déjà pu être démontrée en 1998. Cette idée du professeur Philippe Arbeille du CHU de Tours a reçu le soutien de l'ESA (Agence spatiale européenne) et du CNES (Centre national d'études spatiales).

Aujourd'hui la télé-échographie robotisée est un concept qui fait une partie de la télémédecine, et permet à un médecin expert de manœuvrer une sonde échographique sur un patient situé à distance, pendant qu'il analyse les images échographiques qu'il reçoit en temps réel. Des médecins experts peuvent ainsi réaliser un diagnostic sur des patients éloignés qui n'ont pas localement accès à ce niveau d'expertise : soit pour des raisons d'infrastructures, soit pour des raisons d'isolement [03].

1.2. Historique sur les robots de télé-échographie [04] :

1995 : Réflexions sur la médecine dans l'espace, confiées au Pr ARBEILLE ; rapidement, il impose le concept d'échographie à distance.

1998 : une équipe de l'IUT de la robotique de Bourges au sommet du Shisha (Himalaya) réalise une télé-échographie avec un premier prototype du robot piloté depuis Bourges, à 6000 km de distance, par le Pr Arbeille.

1999 : dépôt d'un brevet sur la télé échographie par l'équipe de BOURGES.

2006 : étude commandée par l'ARH centre, au Pr Arbeille, pour réaliser des échographies à distance entre quatre centres hospitaliers, dont Vendôme et le CHU de Tours afin de valider la technique en pratique courante.

1.3. Différents types d'échographie :

L'échographie médicale est une pratique non invasive, indolore et sans effets secondaires ; elle permet au médecin de visualiser les organes internes du corps d'un patient et d'élaborer un diagnostic [01], et notamment lors d'une grossesse, pour vérifier l'état de santé du fœtus et de la mère. Le diagnostic repose sur la confrontation entre la lecture des images de l'échographie et la connaissance des déplacements de la sonde sur le ventre de la patiente [04].

On peut classer l'échographie en trois types essentiels :

1.3.1. L'échographie classique :

Ce type nécessite la présence d'un expert spécialisé ayant un savoir faire suffisant pour pouvoir, d'une part, trouver le positionnement de la sonde ultrasonore qui donne la meilleure incidence avec les organes à examiner et, d'autre part, interpréter les images ultrasonores obtenues. Cette technique est dite « **expert-dépendante** » ; cette notion est la raison essentielle de l'existence du concept de « télé-échographie robotisée » [01].



Figure 1.1 : Spécialiste réalisant une échographie abdominale [01].

1.3.2. La télé-échographie :

La télé-échographie a pour objectif de réaliser un diagnostic à distance à partir d'exams échographiques, en utilisant les réseaux de communication (Internet, Réseau Numérique à Intégration de Service -ISDN-, Asymétrique Digital Subscriber Line -ADSL-, via Satellite, etc.) [05]. Pour cela, nous définissons trois parties : le **poste expert** où se trouve le médecin spécialiste (typiquement l'hôpital), le **poste patient** où se trouve la personne à diagnostiquer et le **milieu** de transmission, [03].

Les systèmes de télé-échographie se différencient, principalement, par les rôles respectifs que jouent l'expert médical et l'assistant qui se trouve auprès du patient positionnant la sonde échographique pour l'obtention des images ultrasonores recherchées par l'expert médical distant [01].

Ces systèmes peuvent être classés en deux catégories :

- a) Télé-échographie non robotisée sans équipements d'échographie spéciaux : ces systèmes s'intéressent principalement au traitement et à la transmission des images ultrasonores en temps-réel. L'échographie est réalisée, en utilisant un échographe standard, par un radiologue ou un assistant guidé à distance par un expert médical. Les images ultrasonores sont envoyées au site distant pour être examinées par un ou plusieurs experts médicaux. La figure 1.2 montre une photo du principe de ce type de télé-échographie [01].



Figure 1.2 : photo du principe d'un système de télé-échographie non robotisée sans équipements spéciaux d'échographie [01].

b) Télé-échographie non robotisée utilisant un échographe instrumenté : ces systèmes s'intéressent à l'acquisition et à la consultation des données volumétriques 3D. Un médecin, ou un assistant médical, effectue un balayage de la zone à examiner, à l'aide d'une sonde ultrasonore instrumentée, sans être guidé par l'expert distant. Selon l'instrumentation de la sonde : un capteur de localisation ou une machine qui porte et fait glisser la sonde, ainsi qu'un médecin (dans le premier cas) ou un assistant (dans le deuxième cas) doivent se trouver à côté du patient. Les données ultrasonores 3D du patient sont constituées et transférées à l'expert médical distant. Le temps de transmission n'est pas un élément primordial, il peut être de quelques minutes. L'expert médical, muni d'une sonde virtuelle, consulte, analyse et partage les données 3D en temps-réel, dans le cadre d'une interface logicielle dédiée, avec le médecin qui assiste le patient. Nous citons comme exemple de ce principe : le système MUSTPAC et son successeur EU-TeleInViVo. La figure 1.3 montre un schéma simplifié du principe de ce type de télé-échographie. [01].

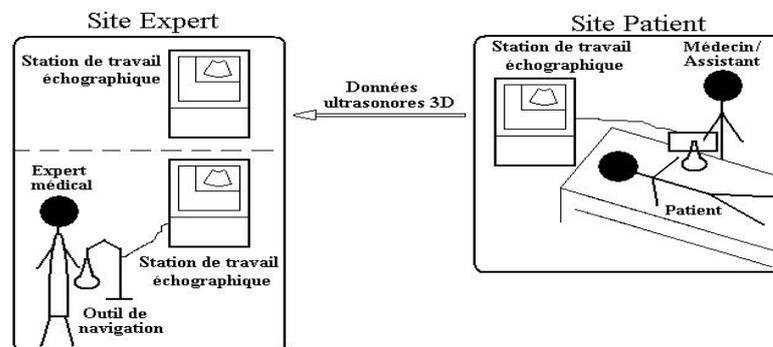


Figure 1.3 : Schématisation du principe d'un système de télé-échographie non robotisée utilisant des équipements spéciaux (logiciel et/ou matériels : capteurs de localisation, interface collaborative) pour l'échographie 3D [01].

1.3.3. Télé-échographie robotisée :

La télé-échographie robotisée peut être définie comme la réalisation d'examen d'échographie à distance durant lesquels le médecin expert manipule une sonde virtuelle pour contrôler un robot d'échographie déplaçant une sonde échographique réelle [05].

La figure 1.3 nous montre le principe de la télé-échographie robotisée :

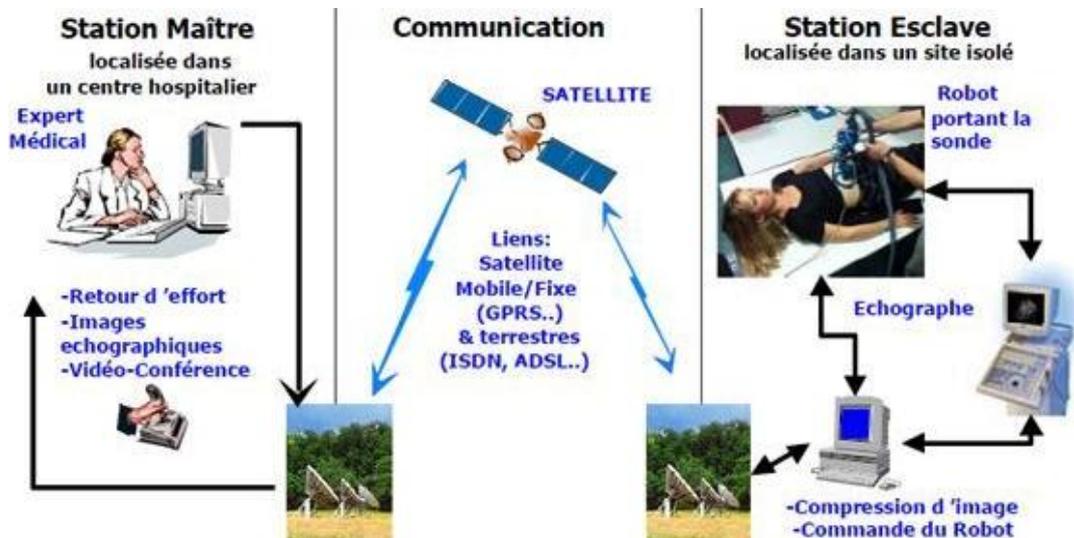


Figure 1.4 : Principe de la télé-échographie robotisée [07] (Robot teresa).

Dans ce type de système, un robot est utilisé pour mouvoir la sonde ultrasonore en contact avec la peau du patient. Le patient se trouve sur un site distant. L'expert médical, dans son centre hospitalier, commande le mouvement du robot par un instrument d'entrée haptique ou pseudo-haptique, et reçoit, en « temps-réel » sur son écran de contrôle, les images ultrasonores, envoyées via les liens de communication. Un assistant, situé auprès du patient, établit la communication et met en fonctionnement l'ensemble du système robotique esclave. La figure 1.5 montre un schéma simplifié du principe de la télé-échographie robotisée [01].

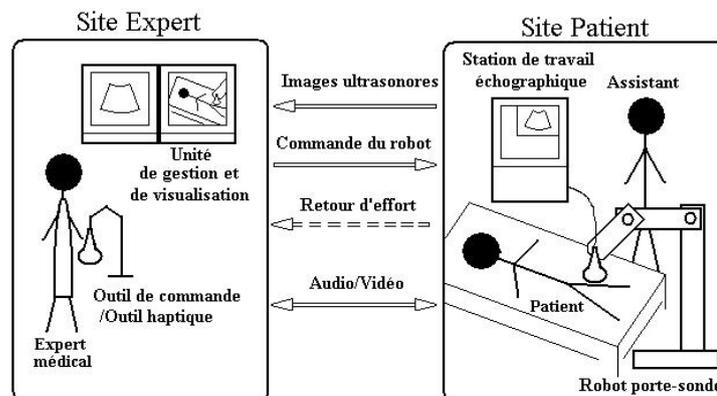


Figure 1.5 : Schématisation du principe d'un système de télé-échographie robotisée [01].

1.4. État de l'art sur les robots de télé-échographie :

La robotique pour la télé-échographie est le sujet principal d'intérêt de quelques équipes de recherche dans le monde où plusieurs projets de télé-échographie ont été développés. Dans les systèmes de télé-échographie robotisée, nous distinguons deux types : des systèmes de télé-échographie à distance et des systèmes de télé-échographie en local, où l'expert médical et le patient sont dans la même pièce.

1.4.1. Télé-échographie robotisée à distance :

Il existe différents projets sur les robots échographiques.

- **SYRTECH** (1998) : Le système Syrtech (Système Robotisé de Télé-Échographie) a été conçu et réalisé au laboratoire Vision et Robotique en collaboration avec le CHU de Tours. Ce robot a été validé en 1998, [03]. La conception mécanique de ce système a été réalisée de façon à reproduire les mouvements de rotation effectués pendant l'examen d'échographie du cœur. La translation du système se fait en mode manuel, c'est-à-dire qu'un opérateur local repositionne le robot à chaque fois que cela est nécessaire. Les orientations de la sonde sont commandées à distance, par un opérateur grâce à une sonde virtuelle localisée dans l'espace par des capteurs magnétiques. L'aide Une liaison via satellite Inmarsat[05].

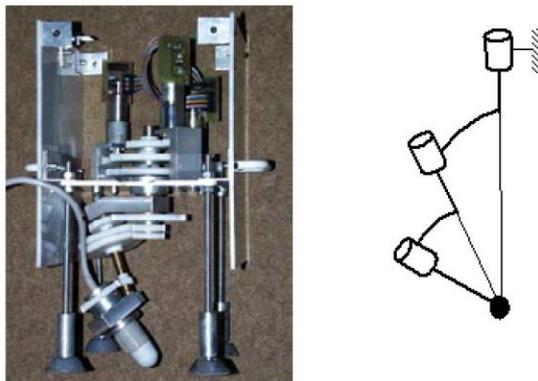


Figure 1.6 : Photo et schéma cinématique de prototype de Syrtech [01].

- **TERESA** : est un robot de télé-échographie réalisé au laboratoire Vision et Robotique avec l'Agence Spatiale Européenne (ESA) et la société Sintors à Toulouse. Ce robot a été conçu puis validé grâce à une liaison de type ISDN (Numeris) [03].

Le prototype a 4 ddl (3 degrés de liberté en rotation et 1 en translation suivant l'axe de la sonde).

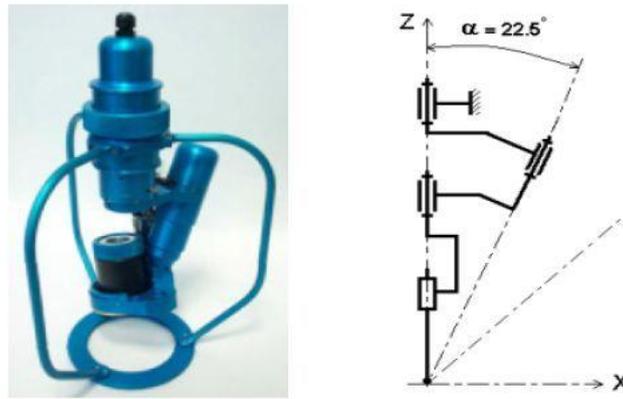
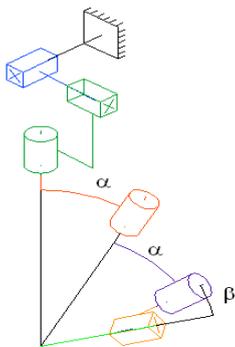


Figure 1.7. Photo et schéma cinématique du robot Teresa [L.Noua 09].

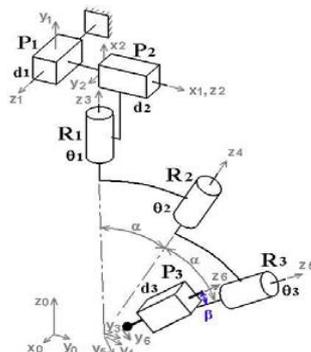
- **OTELO** (mobile Tele-Echography using an ultra-Light robot) (2001 – 2004):

Le projet OTELO regroupe 9 partenaires européens (industriels, universitaires et médicaux) autour de l'étude, la conception et la validation d'un système télé-échographique [01]. Ce système porte la même structure que Teresa qui est renforcée par différents types de réseaux (ISDN, satellites et 3G technologies (technologies de troisième génération, par exemple UMTS (Universal Mobile Telephone Service))) [05].

Les figures suivantes montrent les différentes structures réalisées.



cinématique du robot Otelol
(en premier semestre 2002)



cinématique du robot Otelol2

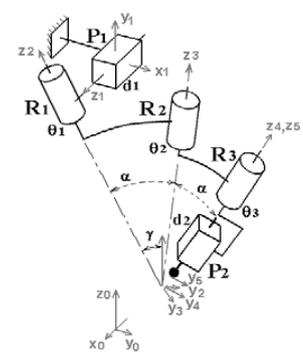


Schéma cinématique
Otelol3

Figure 1.8 : photos et schémas cinématiques du robot OTELO pour la télé-échographie [01].

- **ESTELE** est un prototype esclave, réalisés en 2007, par le laboratoire LVR avec la même cinématique que le robot Teresa et a été commercialisé par la société ROBOSOFT. Il a fait l'objet de validations sur bateau dans le cadre du projet Marte III en 2008.

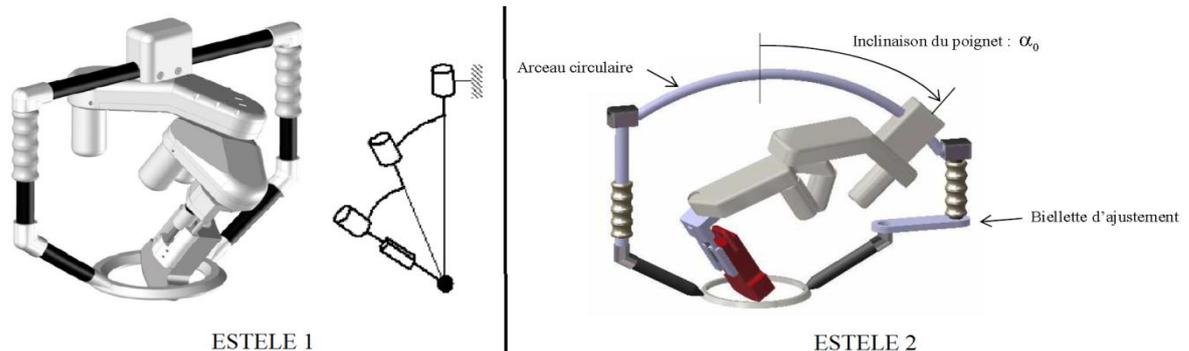


Figure 1.9 : Photos et schémas des prototypes du robot de télé-échographie ESTELE [06]. Le robot ESTELE présente l'avantage de pouvoir supporter n'importe quel type de sonde.

- **Robot d'Ehime University, Japon** en 2002 :

Le robot de MASUDA permet de réaliser une échographie de l'abdomen, figure 1.10. C'est un robot hybride à 6 ddl. Le positionnement est obtenu par des éléments parallèles, et l'orientation par des engrenages. Le poignet sphérique de type série est à structure cardan [06].

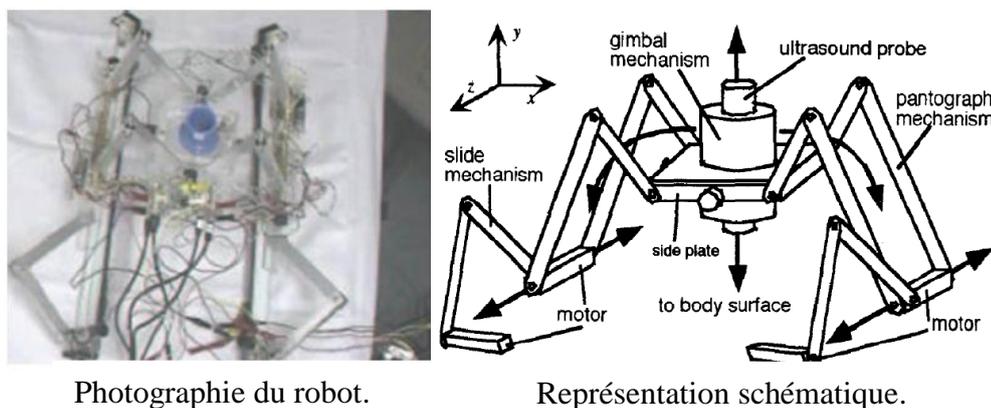


Figure 1.10 : Robot parallèle de MASUDA [08].

- **Structure Najafi** [06] :

En 2004, Najafi de l'université de Manitoba conçoit un poignet porte-sonde échographique à 3 ddl. C'est une architecture hybride. L'orientation de la sonde est réalisée avec une structure parallèle à 2 ddl. Un troisième bras réalise la rotation propre de la sonde. Un nouveau prototype à 4 ddl est réalisé en 2007 avec une architecture proche, figure 1.11. La structure parallèle qui oriente la sonde est un pantographe à six barres. Un mécanisme série utilisant un système de transmission par câbles permet l'orientation et la translation de la sonde suivant son axe propre.

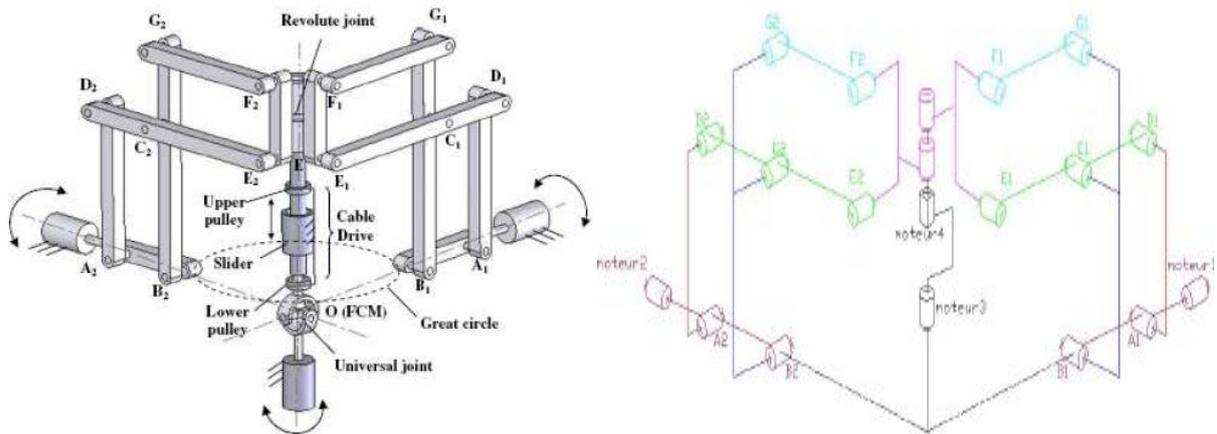


Figure 1.11 : Poignet porte sonde de [01].

- **RUDS de University of Tokyo [08] :**

Un groupe de recherche japonais a développé un système robotique pour la télé-échographie. Il s'agit de RUDS (Remote Ultrasound Diagnostic System) d'une structure série à 7ddl constituée : d'une base à trois translations orthogonales, permettant le positionnement de la sonde, de trois rotations d'axes concourants, réalisées en utilisant trois guides circulaires concentriques, et d'une translation suivant l'axe de symétrie de la sonde. La figure 1.12 montre ce robot avec des flèches indiquant ces 7ddl.

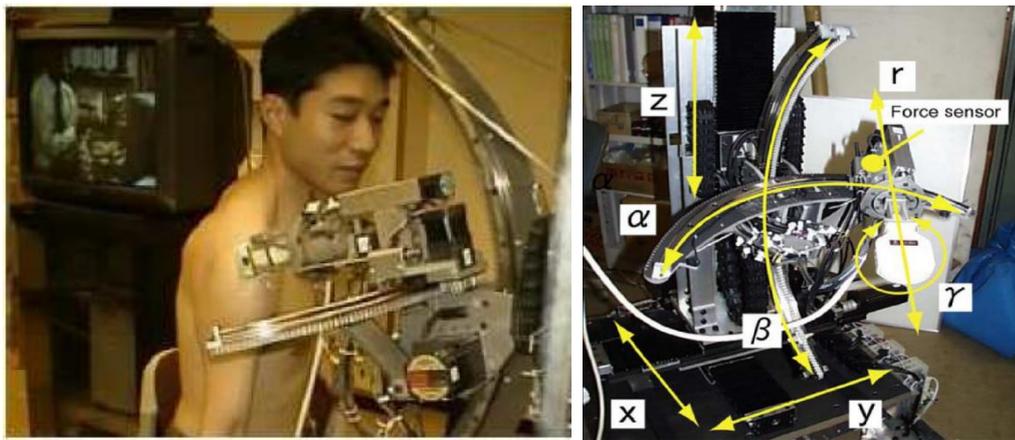


Figure 1.12 : Robot porte-sonde (RUDS) de MITSUBISHI [01], [08].

- **Poignet robotique de l'université de Manitoba [01] :**

Le poignet porte-sonde ultrasonore de [09] est un nouveau prototype prévu pour être intégré dans un système de diagnostic à distance. Ce poignet à 3 ddl possède une architecture hybride. Elle se compose d'une partie parallèle à 2 ddl. Et à deux bras qui permettent d'orienter l'axe de la sonde dans l'espace, et d'un troisième bras permettant la rotation propre de cette sonde (figure 1.13).



Figure 1.13 : Photographie du poignet robotique [09].

- **KOYAMA** [05] : Le système de télé-échographie de KOYAMA est conçu pour le diagnostic dans la zone abdominale. Le système est du type maître-esclave comme la figure 1.14 le montre. Le robot esclave est pourvu de 4 ddl.

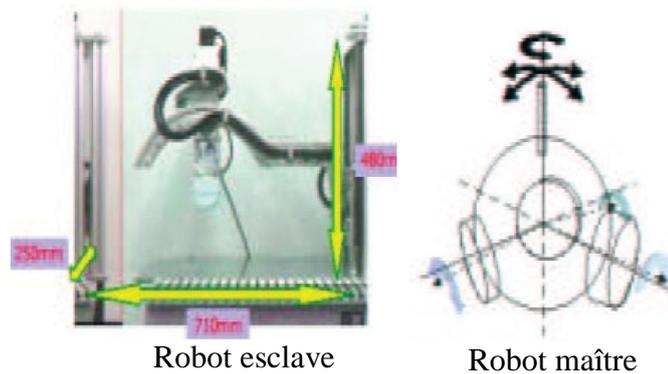


Figure 1.14 : Architecture du système KOYAMA [05].

- **ARTIS** (Advanced Robotic Tele-echography Integrated Service) : démarré en novembre 2007, est un projet financé par le programme GSP de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) et dont l'objectif est de concevoir un service complet de télé-échographie robotisée et d'en évaluer la pérennité [10].



Figure 1.15 : schéma du robot ARTIS (novembre 2007) [10].

Ces robots sont compacts pour être transportables et se déposent directement sur le patient lors de l'examen. L'espace de travail restreint à l'abdomen rend impossible un balayage des membres tels que requis pour le diagnostic de la maladie occlusive artérielle périphérique des membres inférieurs [08].

- **TER (Télé Échographie Robotique) :**

Est un système où un robot esclave, à 6 ddl, conçu dans le cadre du projet démarré en 1999 par le CHU de Grenoble en collaboration avec France Telecom a donné lieu à plusieurs prototypes. Les robots se composent de deux structures indépendantes, une structure réalisant la translation de la sonde sur le patient et l'autre réalisant sa rotation [11].

➤ **Premier prototype :**

La structure d'orientation est composée d'une structure parallèle à 2 ddl motorisée par quatre muscles ; trois servent à orienter l'axe de la sonde et à la déplacer suivant son axe, quant au quatrième, il sert à la rotation propre de la sonde [11].

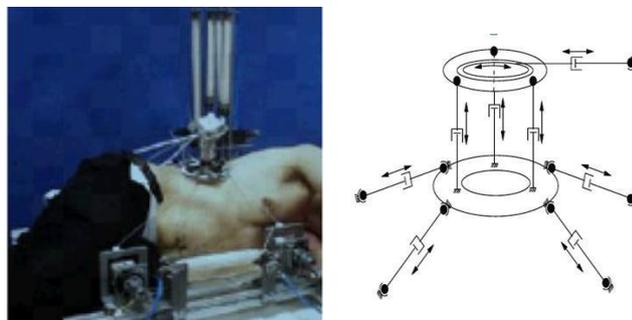


Figure 1.16 : Photo et schéma cinématique de première version TER1 avec des actionneurs pneumatiques en 2001 [05].

➤ **Deuxième prototype :**

La structure est actionnée par des moteurs électriques. Le principe de la structure de translation est le même que celui du premier prototype. La structure d'orientation est une structure série à 4 ddl.

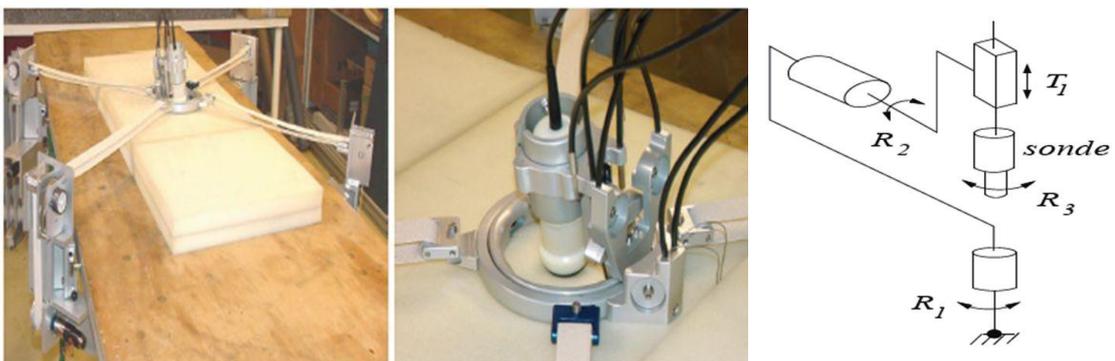


Figure 1.17 : photo et schéma cinématique de la 2^{ème} version TER qui a été intégrée en 2002 [05].

1.4.2. Robot de télé-échographie en mode local :

Ces systèmes sont conçus principalement pour fournir aux radiologues échographes une meilleure interface de travail après avoir constaté le taux élevé de problèmes musculaires dont ils souffraient.

- Robot de University of British Columbia [01], [08] :

Ce système est conçu pour une télé-échographie en mode local, cependant d'autres applications sont proposées telles que la construction d'images ultrasonores volumétriques 3D (la télé-radiologie à grande distance ou l'intervention guidée par l'image ultrasonore).

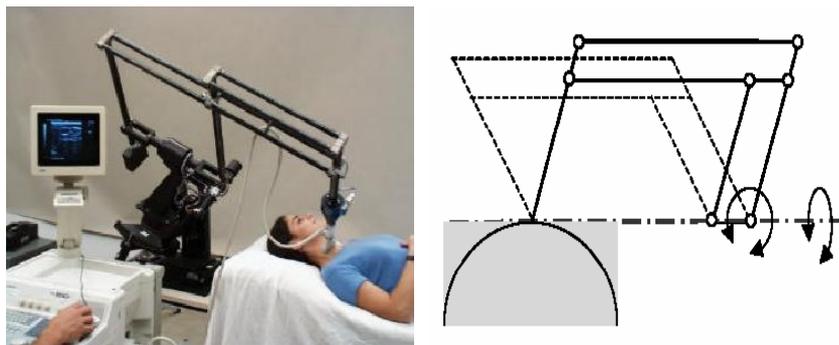


Figure 1.18 : Photographie et schéma cinématique du robot parallélogramme de [06].

- MEDIROB (Mobile Robotics) [01] :

C'est un robot commercialisé en 2006 par « Mobile Robotics Sweden AB ». Il est conçu pour répondre à deux types d'applications. Premièrement, pour être utilisé localement dans les hôpitaux afin que l'expert radiologue n'ait pas besoin de travailler dans des postures inconfortables lors d'échographies manuelles. Deuxièmement, il est conçu pour réaliser des échographies à distance. Ce robot est dédié principalement à l'échographie cardiaque. C'est un robot série à 6 ddl porté sur chariot comme indiqué sur la figure 1.19.



Figure 1.19 : Robot Ultrason de (mobile Robotics) [01].

- ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure [08] :

Le laboratoire CoRo de l'École de technologie supérieure en collaboration avec le LBUM du CRCHUM a réalisé un robot hybride (parallèle et série) conçu spécifiquement pour

la maladie occlusive artérielle périphérique des membres inférieurs. (Lessard, Bigras et Bonev, 2007).

Le robot ETS 3D-US a une sonde attachée à une barre télescopique connectée à l'aide de joints Cardan aux extrémités de deux mécanismes cinq barres planaires. Ces derniers sont montés sur une base qui peut se déplacer horizontalement, permettant ainsi une grande couverture horizontale. Ce système à six degrés de liberté est actionné par six moteurs tel que montré par la figure 1.20.

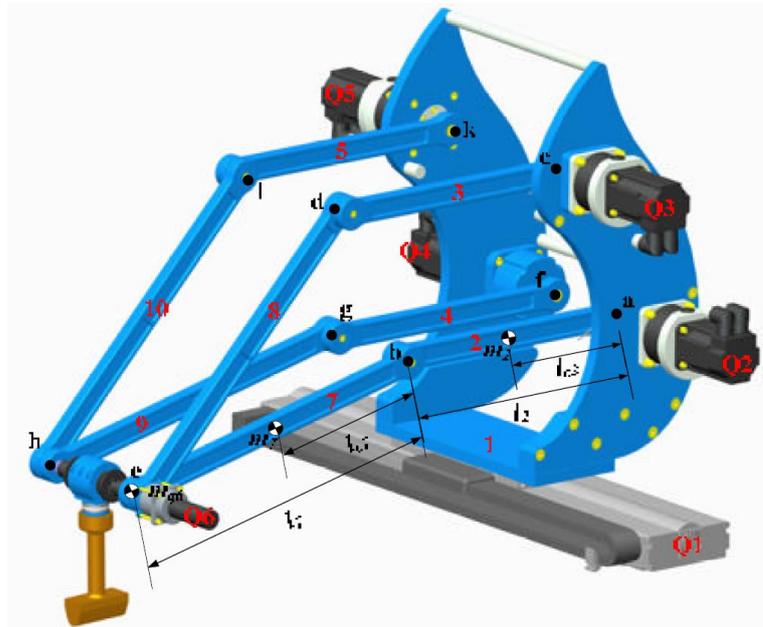


Figure 1.20 : Robot ETS 3D-US pour reconstruire l'échographie 3D [08]

Dans la plupart des travaux précédents, les approches existantes concernent la télé-échographie. Peu de travaux utilisent des robots développés spécifiquement pour répondre aux besoins de la télé-échographie. Peu de systèmes prennent en compte le retour d'effort comme (RUDS). La plupart des systèmes utilisent des joysticks, des track-balls ou des sondes virtuelles pour contrôler le robot ; seuls les systèmes RUDS et KOYAMA proposent de véritables systèmes maître-esclave. Le système maître est développé pour fournir à l'opérateur un retour d'effort. L'architecture des robots pour la plupart des systèmes est de type série même si quelques uns cherchent à concevoir des architectures spécifiques (MASUDA notamment). Le réseau de communication le plus utilisé est du type ISDN et en deuxième position la communication satellite. D'autres types de réseaux restent peu utilisés [05].

1.5. Classification d'A.Vilchis [06] :

A. Vilchis a classifié les robots du domaine de la télé-échographie. Les critères permettant de les comparer sont :

- Le type d'application (télé-médecine, mode automatique, télé-échographie)
- L'architecture du système esclave
- Le contrôle du système esclave (en position, force ou en visuel)
- Les composants du système maître (joystick, sonde fictive)
- Le réseau utilisé pour le transfert de données (ISDN, LAN, WAN, satellite)
- Le statut (clinique, projet, test).

Une telle classification est nécessaire à la création d'un catalogue des robots.

1.6. Objectifs du mémoire

L'objectif général est de fournir une solution fiable pour la pratique d'examen échographiques de qualité en utilisant un robot dans des régions géographiques éloignées. Le travail dans ce mémoire est de concevoir et de mettre en œuvre le premier niveau du système de commande du robot type SCRAR porte sonde d'échographie pour les examens de télé-échographie. Ce robot servira à manipuler la sonde échographique permettant au médecin faire un examen d'échographie sur un patient dans un site isolé ou bien pour la reconstruire l'échographie en trois dimension.

Les objectifs spécifiques englobent sur la modélisation du robot, qui passe nécessairement par une validation du modèle proposé.

1.7. Conclusion :

Dans cette partie, nous présentons les projets de télé-échographie. Les systèmes permettent aux patients dans des sites isolés de bénéficier de pré-diagnostic ultrasonore fait, à distance, par un expert médical.

L'état de l'art que nous venons de présenter ne montre que si, à l'origine, les structures proposées étaient très proches des structures industrielles classiques, on tend maintenant plutôt vers la conception de structures originales et totalement dédiées. Peu de laboratoires ont développé ce type du robot.

Dans la suite, nous nous intéressons à étudier sur le principe de l'échographie et déterminer le mouvement à réaliser par ces structures pendant l'examen d'échographie abdominal. Cette étude du geste médical est traitée dans le chapitre suivant.

Chapitre 2 :

2.1. Introduction :

Pour bien définir le système de télé-échographie robotisée, une description du principe d'échographie et la méthode d'utilisation d'une sonde échographique par un médecin spécialisé en échographie.

L'échographie est une technique d'imagerie médicale basée sur l'utilisation d'ondes ultrasonores. Elle permet de visualiser de façon non-invasive les organes génitaux.

2.2. Principe de l'échographie :

L'échographie repose exclusivement sur les ondes de compression et sur leur réflexion aux cours de leur propagation dans le milieu, elle permet ainsi de réaliser des images morphologiques des organes par reconstruction des échos réfléchis par les tissus biologiques. Les ondes de compression utilisées en échographie sont des ultrasons, c'est à dire des ondes de compression dont la fréquence est trop élevée pour être audibles par l'oreille humaine. Typiquement, on utilise des ultrasons de fréquence supérieure au mégahertz, ce qui permet d'obtenir des longueurs d'onde et donc des résolutions d'imagerie inférieures au millimètre [12].

Le principe de l'échographie repose sur l'exploration du corps humain à l'aide d'ondes ultrasonores. L'image obtenue correspond aux différences d'absorption des ultrasons par les tissus. La piézoélectricité, phénomène fondamental de transduction électromécanique, est mise en œuvre pour la production et la détection d'ultrasons [13].

2.2.1. Sondes d'échographiques :

La sonde constitue un élément essentiel de la chaîne d'acquisition d'une image échographique. En effet, elle conditionne en grande partie la qualité de l'image.

a-Structure interne de la sonde échographie :

Une sonde d'échographie est composée d'un ou de plusieurs cristaux piézoélectriques (transducteur), d'un matériel d'amortissement, qui joue un rôle primordial dans la genèse de l'impulsion ultrasonore, d'un liquide dans le cas des sondes à balayage mécanique, et d'une enveloppe protectrice [14]. La figure 2.1 montre les éléments essentiels de la sonde échographie.

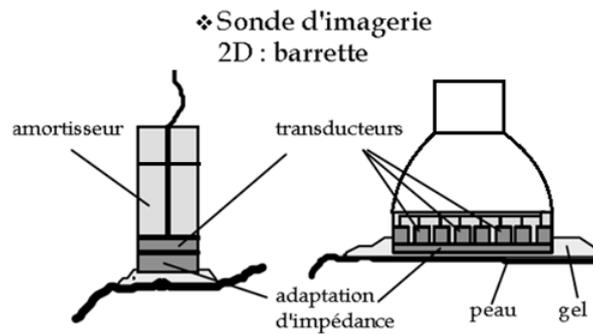


Figure 2.1 : un rongeur de structure interne de la sonde échographique [13].

b-Principe de fonctionnement :

On compte trois fonctionnements de la sonde échographie pour faire un examen : émission et réception, focalisation et balayage de l'espace.

2.2.2. Formation d'image :

L'échographie conventionnelle consiste à focaliser successivement les ultrasons (par application de retards à l'émission) pour concentrer l'énergie dans une petite zone de l'image. Les échos sont ensuite enregistrés par l'appareil, ce sont les signaux RF. Ces signaux sont ensuite traités dans une étape de **Beamforming** pour reconstruire l'image [12].

L'image est formée ligne de tir par ligne de tir. Sur chaque ligne de tir, un écho est caractérisé par son amplitude et son temps de réception

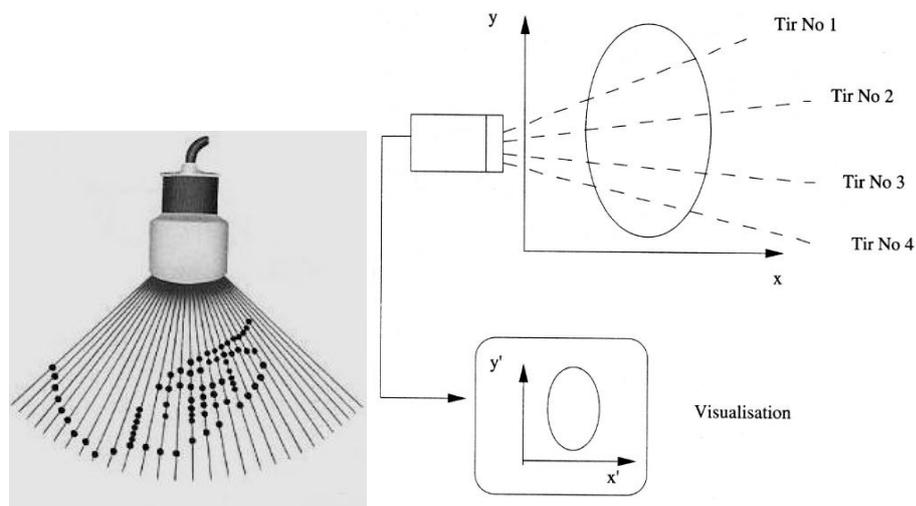


Figure 2.2 : Principe de formation de l'image échographique d'un plan de coupe [13].

Finalement le principe de l'échographie est basé sur l'observation du signal réfléchi par les discontinuités du milieu de propagation étudié à partir d'une impulsion initialement émise [05].

2.2.3. Le choix de la sonde :

Les sondes utilisées en échographie se différencient, principalement, par leur fréquence et le type de balayage du plan de coupe avec les tirs d'ultrasons qu'elles assurent. Le choix de la fréquence se détermine en fonction de la profondeur de pénétration nécessaire à l'examen. Le choix du type du balayage, rectangulaire, sectoriel, ou angulaire, est dicté par l'examen pratiqué. La figure 2.3 montre trois types de sondes, (a) à barrette convexe, (b) à barrette linéaire, et (c) à barrette à phase (phased array), pour un balayage respectivement sectoriel, rectangulaire et angulaire. Dans l'échographie abdominale, les sondes utilisées présentent souvent une fréquence de 3,5 MHz et sont à balayage rectangulaire ou sectoriel, et autorisent la visualisation de larges secteurs anatomiques [01].

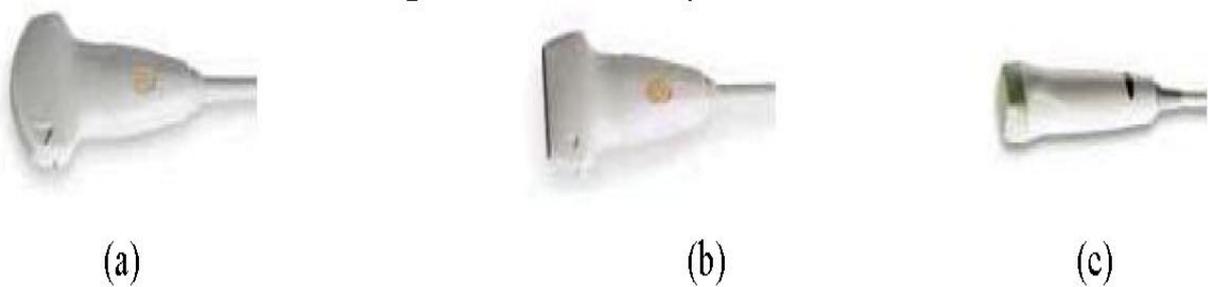


Figure 2.3 : (a) Sonde à barrette convexe, (b) sonde à barrette linéaire, et (c) sonde à barrette à phase [01].

Après avoir pris connaissance des notions sur les sondes d'échographie et leurs principes de fonctionnement, maintenant on passe directement au principe de la manipulation d'une sonde échographie avec une expression.

2.3. Description de l'examen d'échographie :

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons à étudier les gestes d'un expert médical et à analyser les mouvements de la sonde ultrasonore pendant un examen d'échographie abdominale, et plus spécialement à la nature du déplacement de la sonde et cherchons à extraire les composantes indispensables de ce déplacement et à évaluer l'importance de chaque geste.

2.3.1. Déroulement l'échographie abdominal [01] :

Une échographie abdominale consiste à examiner les organes suivants, ou quelques uns d'entre eux : le foie, le pancréas, les reins, droit et gauche, la rate, la vessie, l'aorte, la veine cave et la région de l'appendice.

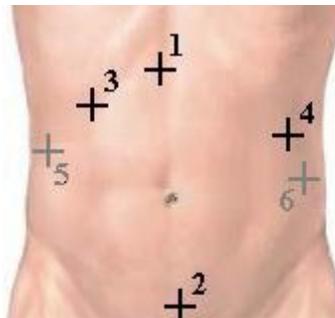


Figure 2.4 :L'abdomen avec les six zones de positionnement de la sonde permettant l'accès à tous les organes [01].

Pour faire cette échographie, le patient est en décubitus dorsal, voir figure 1.1 Pour l'échographie des reins, il est parfois demandé au patient de se mettre en décubitus latéral, pour faciliter la tâche du médecin et/ou l'observation de l'organe en question.

Avant de débiter son examen d'échographie, le médecin applique un gel sur la peau du patient au niveau de la zone d'intérêt de l'abdomen. Éventuellement, ce gel est aussi appliqué sur la sonde elle-même, pour assurer la continuité de propagation de la US (Ultrasons) et faciliter le déplacement de la sonde sur la peau.

- Une fois la sonde positionnée sur l'endroit désiré, le médecin commence à la déplacer en la gardant appuyée contre la peau. Les premiers déplacements de la sonde visent à trouver l'organe à examiner. Pour cette recherche, l'expert coordonne la position de la sonde, les images ultrasonores et ses connaissances d'anatomie. Une fois l'organe identifié, le but des déplacements suivants est de balayer tout l'organe selon différents plans longitudinaux ou transversaux.
- La vitesse avec laquelle le médecin déplace la sonde varie suivant l'étape de l'examen. Nous distinguons deux étapes influençant la vitesse de la sonde ; dans la première, le médecin cherche l'organe et fait un balayage complet de l'organe examiné ; dans la seconde, il recherche la meilleure incidence avec l'organe afin de faire apparaître dans l'image ultrasonore des informations et des détails bien précis.

2.3.3. Mouvements d'un robot porte-sonde échographie [01] :

Les points et les valeurs suivantes sont fixés et considérés comme une base de référence pour les choix mécaniques concernant le robot porte-sonde échographie :

- 1- Le déplacement de la sonde indispensable pour réaliser une échographie est un déplacement sphérique autour d'un point de la surface de contact sonde/peau ; nous l'appelons le point de contact.
- 2- Les amplitudes de ce déplacement sphérique sont caractérisées, via l'utilisation des angles d'Euler par :
 - Une inclinaison de 60° au maximum par rapport à la normale à la peau dans toutes les directions ; une inclinaison supérieure à 60° est jugée inutile : $\theta_{\text{limmax}}=60^\circ$ et $\phi_{\text{limmin}}=360^\circ$.
 - Une inclinaison minimale de la sonde de 35° est nécessaire et obligatoire, $\theta_{\text{limmin}}=35^\circ$, cette inclinaison de 35° est jugée suffisante s'il y a la possibilité de déplacer le centre du mouvement sphérique sur la peau.
 - Une rotation autour de l'axe de symétrie de la sonde d'un tour complet au moins $\psi_{\text{limmin}}=360^\circ$.
- 3- La translation du point de contact sur la peau n'est pas indispensable. Elle peut être remplacée par le repositionnement de la sonde sur quelques points références de l'abdomen.
- 4- L'amplitude du déplacement du point de contact sur la peau d_{xy} est choisie de façon suivante :

Pour une inclinaison limite de l'axe de la sonde de 35° , le déplacement du point de contact doit être possible dans une zone circulaire de rayon 25mm. Le diamètre de cette zone peut être inférieur à 25 mm pour une inclinaison possible supérieure à 35° ; ce déplacement permet d'écarter le point de contact d'un « obstacle » comme par exemple une côte : $d_{xy\text{limmax}}=25\text{mm}$ (pour $\theta=35^\circ$).
- 5- Une translation d_z suivant l'axe de la sonde est nécessaire pour obtenir des images ultrasonores de bonne qualité. L'amplitude de ce déplacement est limité dans l'intervalle : $d_z \in [-30 \text{ mm}, 10 \text{ mm}]$.
- 6- Les vitesses maximales admissibles de la sonde sont (voir Tableau 2.2)
- 7- La force maximale admissible d'appui de la sonde contre la peau est d'environ 20N.
- 8- Les trajectoires et les déplacements de la sonde doivent être suivis de manière continue tant qu'ils respectent les limites fixées plus haut.

Ces résultats traduisent les spécifications cliniques exprimées par les experts en échographie en un cahier des charges fonctionnel pour un robot portable, ont été utilisés pour fixer les contraintes des architectures cinématiques possibles du robot porte-sonde recherché ainsi que son espace de travail.

Dans notre cas, la structure est fixée sur le lit du patient pour pratiquer l'examen d'échographie. Donc le quatrième paramètre (L'amplitude du déplacement) doit être modifiée de la façon suivante :

Le robot doit positionner la sonde sur tous les organes abdominaux donc ; les grandeurs de vitesse, déplacement et la force de la sonde sur le corps sont restées constantes au moment de l'analyse de l'organe ; mais ils doivent être changées au moment où la sonde se déplace d'un organe à un autre avec une discontinuité sonde/peau c'est-à-dire la force est égale à zéro. Ce dernier déplacement dépend de la taille du patient qui limite la taille du robot.

2.3.4. Cahier de charge du robot porte sonde échographie [01], [06] :

Pour mettre en évidence les contraintes robotiques nécessaires à la conception d'un robot de télé-échographie, nous présentons le cahier des charges mené par Lama Al-Bassit

Suivi du geste médical		Sûreté de fonctionnement
<ul style="list-style-type: none"> - suivre une trajectoire continue sans rencontrer d'obstacle - déplacement sphérique autour point de contact sonde peau inclinaison 35° Maxi : 60° - translation suivant Z : -30mm: 10 mm. - Rotation autour de Z supérieure à 90°. 		<ul style="list-style-type: none"> - dimensions : zone de sécurité inaccessible - moteurs à faible puissance - robot éloigné rapidement du patient - nombre de ddl restreints au minimum - structure simple à commander
Mise en œuvre	Vitesses maximale	Force maximale
<ul style="list-style-type: none"> - mobile - léger - compact - mise en œuvre rapide - interchangeabilité de la sonde 	<ul style="list-style-type: none"> - $v = 30 \text{ mm/s}$ - $w = 0,5 \text{ rad/s}$ 	<ul style="list-style-type: none"> - $F_z = 20 \text{ N}$

Tableau 2.1 : Cahier des charges du robot de télé-échographie

Chapitre 3 :

3.1. Introduction :

Notre but est de proposer un ensemble de structures cinématiques, pouvant être candidates pour un robot porte-sonde échographique. Pour trouver des mécanismes candidats à notre application, nous faisons appel au concept de groupe des déplacements. Avant cela, nous identifions les besoins cinématiques et les caractéristiques jouant sur la capacité du robot à effectuer une tâche avec efficacité et sans risque. Nous présentons un compte-rendu de l'état de l'art des différentes solutions utilisées dans les robots médicaux pour réaliser un déplacement sphérique à centre de rotation éloigné de la structure. Nous fixons le type de solutions cinématiques qui nous intéresse et la démarche suivie pour trouver l'ensemble des mécanismes candidats.

3.2. Contraintes sur la mécanique du robot [01] :

Pour que le robot porte-sonde réponde aux besoins de la télé-échographie mobile, et qu'il soit utilisé en toute sécurité pour faire une échographie dans les cas d'urgence ou sur des sites lointains et difficilement accessibles, les conditions et les contraintes suivantes doivent être prises en compte :

3.2.1. Suivi du geste médical :

La structure cinématique du robot porte-sonde doit permettre à la sonde ultrasonore d'exécuter les mouvements nécessaires à la réalisation d'un examen d'échographie. Le suivi du geste médical implique aussi que le robot soit capable de suivre une trajectoire continue sans rencontrer d'obstacles ou de limites. En balayant une zone du corps avec la sonde ultrasonore, le médecin reconstitue mentalement l'image volumétrique de cette zone. La discontinuité des trajectoires, due à une reconfiguration du robot par exemple, fait que le médecin reçoive des images ultrasonores parasites qui ne concernent pas la zone examinée.

3.2.2. Sûreté de fonctionnement :

Avoir un robot qui ne fait courir aucun risque ou danger ni au patient ni aux personnes qui l'utilisent est une caractéristique fondamentale pour un robot médical.

Pour assurer la sécurité sur le niveau mécanique dans notre application, les points suivants sont pris en compte :

- Les parties du robot en mouvement ne doivent pas générer un risque au patient ni aux personnes qui assistent le patient. Dans l'application qui nous intéresse, la seule pièce, en mouvement et en contact avec la peau du patient, est la sonde ultrasonore. Une distance de sécurité est considérée entre les parties du robot en mouvement et le corps du patient.

- Garantir un comportement électromécanique du robot sans risque en choisissant des moteurs à faible puissance et/ou à faible vitesse, ce qui implique disposé d'un robot à faible inertie, léger et compact.
- Pouvoir éloigner le robot du patient facilement et rapidement.
- La structure du robot doit avoir un nombre de degrés de liberté resté au minimum nécessaire et le maximum d'un espace de travail pour réaliser une échographie de tous les organes.
- Avoir une structure simple à commander, les solutions suivantes sont proposées.
- Avoir une structure où les modèles nécessaires pour la commande sont calculables sans l'utilisation de méthodes numériques.

3.2.3. Rapidité de mise en œuvre et adaptabilité au contexte médical :

Concernant ces caractéristiques, deux points sont à prendre en compte :

- Une mise en marche rapide: Pour que le robot soit utilisable non seulement en routine hospitalière mais aussi dans les cas d'urgence, il est préférable de s'affranchir des nombreuses installations préliminaires, (le robot doit être tout simplement tenu en contact sur le corps du patient, par un assistant, durant la période d'examen).
- L'interchangeabilité de la sonde ultrasonore : l'expert médical, dans son centre hospitalier, a souvent le choix entre plusieurs sondes, de différentes fréquences et tailles, pour effectuer une échographie abdominale, fœtale ou cardiaque. Cette possibilité de changer la sonde ultrasonore portée par le robot, est une option considérée lors de la conception de ce robot pour la versatilité d'applications de la télé-échographie robotisée.

3.3. Caractéristiques cinématiques du robot recherché :

Pour orienter notre recherche de structures cinématiques candidates du robot porte sonde, nous fixons quelques caractéristiques concernant cette cinématique.

3.3.1. Scénario d'utilisation du robot [06] :

Suite à l'étude du geste médical et aux objectifs de la télé-échographie mobile, le scénario suivant pour commander la position/orientation de la sonde portée par le robot est mis en place :

- Le médecin commande le robot à distance ; pour cela, son instrument de contrôle est une «fausse sonde» équipée d'un capteur de localisation magnétique 6D.
- Possibilité de changement de la sonde vers tous les organes sans besoin de technicien pour réduire le temps de diagnostic.

- Le médecin commence à recevoir des images ultrasonores. A l'aide de la fausse sonde, il détermine les orientations voulues pour la vraie sonde autour du point de contact et donc les plans de coupe permettant d'obtenir les images nécessaires pour établir son diagnostic.
- Le spécialiste peut corriger la position du point de contact sonde/peau, si nécessaire, dans une zone limitée en utilisant la fausse sonde. Il peut aussi contrôler l'appui de la vraie sonde contre la peau du patient.

3.3.2. Déplacements à réaliser par le robot :

- Nous cherchons un robot manipulant d'une sonde échographie dans l'espace en le faisant tourner autour d'un point éloigné de la structure qui se trouve en contact avec le corps du patient, et capable d'analyser tous les organes sans besoin de technicien au moment d'analyse du patient. Donc cette fonction est réalisée par un robot caractérisé par un grand espace opérationnel.
- Le déplacement sphérique doit permettre à l'axe de la sonde d'évoluer à l'intérieur d'un cône (voir figure 3.1). Le sommet de ce cône est le point de contact ; l'angle entre la normale à la peau et une génératrice du cône mesure au maximum 60° et au minimum 35° . La capacité de la structure du robot d'incliner l'axe de la sonde jusqu'à 60° est considérée souhaitable mais elle n'est pas obligatoire. Par contre, l'accessibilité de l'axe de la sonde à la totalité du cône d'angle 35° et la possibilité de pivoter la sonde de 360° à l'intérieur de ce cône est obligatoire pour que la structure soit considérée capable de faire une échographie dans un cadre proche du protocole standard.

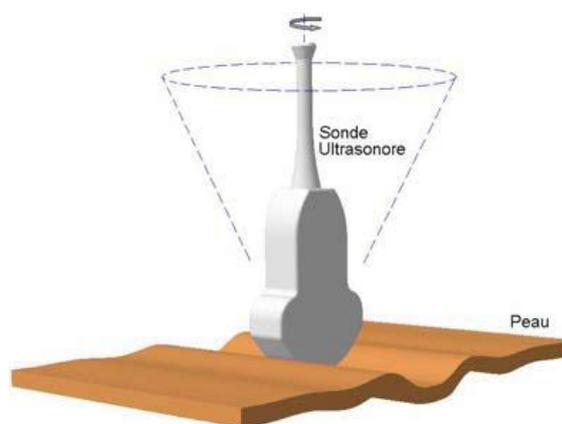


Figure 3.1 : le déplacement sphérique par la sonde [01].

3.4. Les structures cinématiques pour un robot de télé-échographie :

La structure du robot médical ressemble à celle des robots industriels constitué de deux sous-ensembles : un porteur et un poignet ; le degré de liberté d'un robot est égal à la somme des variables articulaires indépendantes (articulation motorisé).

A partir de notre bibliographie on remarque que la majorité des robots réalisés dans ce domaine sont des robots à faible degré de liberté et de faible déplacement basé sur les structures modulaires (module déplacement et module d'orientation) [01] :

- Module d'orientation : il est responsable de l'orientation de la sonde dans l'espace. Il réalise un déplacement sphérique.
- Module de positionnement (ou module de translation): il assure le déplacement, du point de contact, dans un plan tangent à la peau, donc une translation plane.

A ces deux modules, se rajoute un module complémentaire permettant d'effectuer une translation suivant l'axe de symétrie de la sonde afin de modifier les forces de contact sonde/peau.

Ce type du robot est porté par un technicien ou se trouve proche du patient, le diagnostic du médecin se fait par sa demande au technicien de positionner le robot sur un organe choisi sur le patient.

Notre recherche est orientée vers les robots à un espace opérationnel important pour assurer l'analyse de tous les organes du patient, ce qui nous a conduit vers le choix d'un robot non portable à une base qui peut être fixé sur le lit du patient au moment d'analyse et une possibilité de déplacement vers un autre site.

3.4.1. Structure cinématique des poignets [06] :

La structure RRR (R design une articulation Rotoïde) dont les 3 axes sont de forme concourante, ainsi une rotule est utilisée généralement comme un *poignet*.

D'autres types de poignets de un à trois axes sont représentés sur la figure suivante :

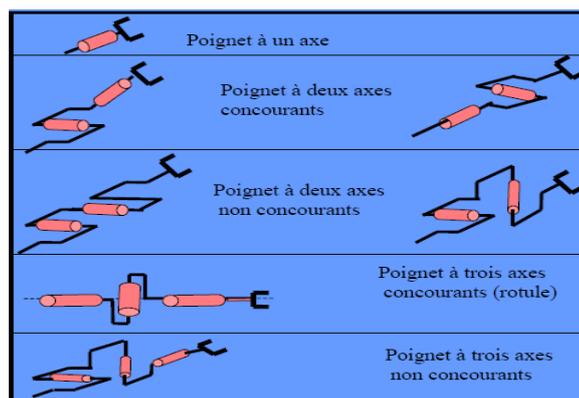


Figure 3.2 : architecteurs des poignets [16].

Le poignet sphérique est utilisé pour générer l'organe terminal (la sonde). Pour concevoir un tel poignet, on peut utiliser trois types de structures différentes : série, parallèle ou hybride.

3.4.1.1. Le poignet série :

Les poignets séries ont une architecture simple (voir figure 3.2), mais ne possèdent pas en général une très bonne précision absolue donnée par l'écart entre la consigne et la position réelle de l'organe terminal. Chaque segment doit supporter la charge et le poids des segments suivants, ce qui peut provoquer des déformations relativement importantes de la structure. La précision de positionnement souffre du fait que les déformations de flexion ne sont pas mesurées par les capteurs. Cette lacune des dispositifs séries a conduit à la conception de mécanismes parallèles. En effet, ces derniers sont plus précis, car les déformations dues à la flexion sont réduites et les incertitudes sur les mesures articulaires n'affectent l'erreur de la position de la plate-forme que de manière faible.

3.4.1.2. Le poignet parallèle :

Un manipulateur parallèle généralisé est un mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes.

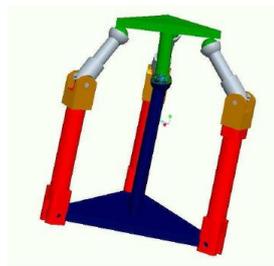


Figure 3.3 : Schéma d'un manipulateur pour orientation PRRS [06]

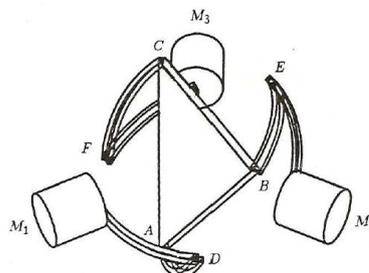


Figure 3.4 : Schéma du manipulateur parallèle de Gosselin [06].

Tous ces mécanismes possèdent l'avantage d'être isostatiques, mais ils présentent un nombre important de liaisons [13], ce qui rend le mécanisme bien plus complexe à réaliser et largement plus lourd.

3.4.1.3. Le poignet hybride :

Le volume de l'espace de travail d'un manipulateur parallèle est sensiblement plus faible que celui d'un robot série, ce qui a donné l'idée d'associer un manipulateur parallèle à un robot série, pour avoir une performance satisfaisante en terme d'espace de travail, sans négliger la précision.

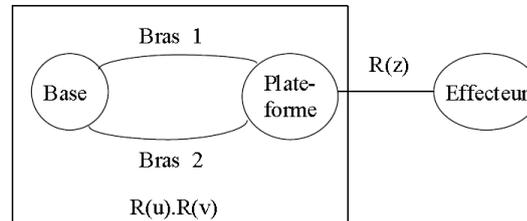


Figure 3.5 : Schéma du poignet sphérique Hybride [06].

Les structures hybrides sont donc relativement complexes, elles possèdent au minimum six liaisons pour réaliser un mouvement RRR. De plus, lorsqu'on désire les rendre isostatiques, les systèmes se complexifient encore par l'ajout de liaisons supplémentaires, ils comportent alors neuf liaisons.

3.4.2. Structures cinématique du porteur :

Pour les robots médicaux, comme pour les robots industriels, nous rencontrons des structures diverses de positionnement : des structures séries classiques à architecture cartésienne, à architecture SCARA ou à architecture anthropomorphe ; des structures parallèles (le robot « Surgiscope » de « Elektra Instrument ») ou des structures hybrides série-parallèle. Le choix de l'architecture d'une structure de positionnement et de son installation par rapport au patient est fonction de la zone du corps du patient à examiner, de l'espace libre disponible pour le mouvement de ce robot sans risque, et de bien d'autres facteurs concernant l'application même pour laquelle le robot est conçu [01].

3.4.3. L'expression du besoin à la solution proposée [17] :

Dans cette partie, nous établissons des liens entre l'expression du besoin exprimé dans le cahier des charges pour réaliser la tâche médicale et la morphologie du robot choisi. Cette analyse est menée à partir des conceptions des robots existants. C'est un raisonnement par énumération et adaptation des cas les plus proches appelé *étude de raisonnement par cas*.

Nous avons pu constater que les robots conçus jusqu'alors sont dans la majorité des cas, modifiés en fonction du besoin, à partir de solutions existant dans le laboratoire ou dans l'entreprise conceptrice. TER, LPR et Ler du laboratoire TIMC utilisent tous deux des guides

circulaires pour réaliser le RCM ; les robots Aesop et Zeus de Computer Motion ont le même porteur Scara; la conception d’Hippocrate a aidé à celle de Dermarob au LIRMM ; Teresa, Otelo 1 et 2 au LVR ont tous un poignet sphérique pour réaliser le RCM. Partant de cette observation, nous pouvons préconiser a priori des solutions fiables qui ont déjà largement été utilisées dans diverses applications. Ces propositions ont été regroupées dans les organigrammes de choix de morphologie.

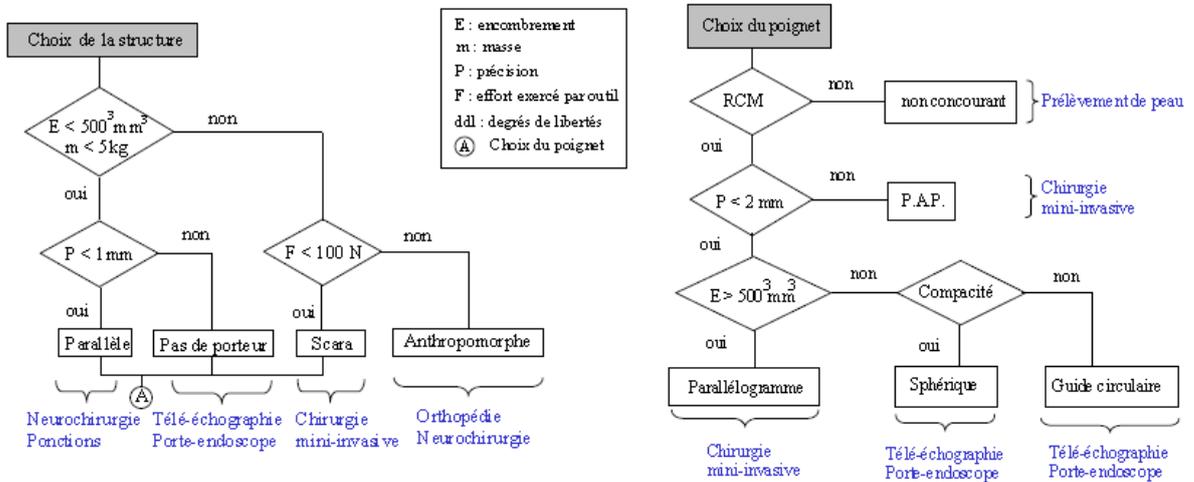


Figure 3.6 : organigramme de choix de morphologie du robot médical

La synthèse topologique permet alors de choisir une morphologie du robot. Pour répondre à l’ensemble des contraintes du cahier des charges, il faut poursuivre l’étude de conception par une synthèse dimensionnelle pour déterminer toutes les variables de conception du robot ou éventuellement permettre le choix entre deux structures candidates.

L’intérêt d’une structure du robot pour translater la sonde sur la peau est de faire l’examen plus rapidement et avec le moins de tâches et de consignes possibles pour l’assistant qui maintient le robot ; en contrepartie, la présence d’une structure pour translater la sonde sur l’ensemble de l’abdomen rend le robot non portable. [01]

3.5. La structure du robot de télé-échographie proposée :

Après avoir présenté les différents prototypes initialement réalisés au laboratoire en remarque que la majorité des robots réalisés dans le domaine d’échographie basé sur les structures séries avec un centre instantané de rotation fixe et un faible déplacement tangent à la peau et suivant l’axe de la sonde, ces robots présentent des avantages tel qu’on peut profiter d’un examen d’échographie dans l’absence d’un spécialiste dans le domaine, la portabilité comme TERESA, OTELO et ESTEL. Et des inconvénients, ou le médecin à chaque fois doit parler au technicien pour changer la position du robot, dans ce cas nous perdrons quelques

minutes, et quelque robots (à cause de leur volume) occupent un grand espace pour faire un examen comme le robot TER, plus le problème de singularité. La majorité des robots portables fonctionnent dans des cliniques isolées ou occupé dans l'ambulance, de plus le robot quelque soit sa légèreté, il est déplacé avec une unité de commande, donc il nécessite une voiture pour transporter ce dernier vers le patient.

L'objectif de notre travail est de chercher une nouvelle structure mécanique pour la télé-échographie placé dans le poste d'esclave, avec une bonne rigidité (pas de mouvements indésirables), et un minimum de singularité, on évite que le technicien porte le robot longtemps dans le cas où il fait une analyse des organes abdominaux du patient, le robot peut faire l'échographie dans une ambulance ou dans les centres médicaux non pourvus de médecin spécialiste, comme c'est la situation dans le sud.

À partir de cette notion nous proposons une structure légère transportable pouvant être fixé sur le lit du patient soit dans une clinique ou dans une voiture qui se déplace vers le malade.

3.5.1. Définition :

La structure proposée est une architecture de type SCARA à 3ddl pour le positionnement et 3ddl pour assurer le déplacement sphérique de la sonde sur le corps du patient.

3.5.2. Architecture du robot du type SCARA :

Également issue du monde industriel, plus particulièrement pour les applications de « *pick and place* », la solution SCARA (4 ddl pour des déplacements de l'effecteur conservant constante l'orientation « Z ») est largement exploitée pour constituer le porteur des robots médicaux. Un poignet dédié, classiquement à 3 articulations rotoïdes, vient compléter les mobilités du SCARA. L'espace de travail est approximativement un « *cylindre plat* » qui convient bien aux interventions sur un corps humain, allongé sur une table d'opération. Les effets de la gravité sont plus faciles à prendre en compte qu'avec la solution anthropomorphe ; la commande en position, du fait de la simplicité cinématique, ne constitue pas, en général, un problème délicat à surmonter. On peut citer pour ce type d'architecture le robot DERMAROB du LIRMM ainsi que les robots de TIMC et du LSIIT. Le robot DERMAROB présente 6 ddl avec un poignet non-sphérique (dont les singularités sont rejetées aux frontières de l'espace de travail). Il reste cependant, pour le porteur, la singularité classique du coude. Le modèle cinématique inverse est résolue analytiquement [18].

3.5.3. Structures du robot SCARA porte sonde échographie :

La structure que nous proposons est la structure ferme simple; elle permet d'amener la sonde dans une situation (position et orientation) donnée. Elle est la plus utilisée et a pour avantage essentiel d'augmenter la rigidité ainsi que la précision d'analyse. Le bras manipulateur à étudier est un robot articulé à 6 ddl de type SCARA. Six degrés de liberté sont suffisants pour positionner la sonde dans une position et orientation complète dans l'espace.

3.5.3.1. La structure du porteur (positionnement) :

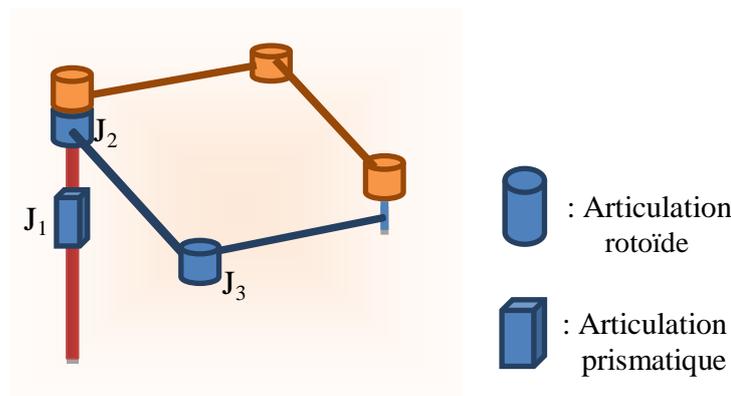


Figure 3.7 : structure de porteur parallèle de type SCARA

Le porteur est constitué de quatre articulations rotatives fonctionnant dans le même plan, deux motorisées et deux passives, plus l'articulation prismatique qui se déplace dans le sens verticale. Cette structure nous assure le déplacement et la contrainte appliquée sur le corps du patient.

➤ L'espace de travail du porteur SCARA :

L'espace opérationnel est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal [16] (on considère donc autant d'espace opérationnel qu'il y a la sonde d'échographie). Pour le robot de type SCARA est connue par sa forme cylindrique de volume fonction de la taille des bras de porteur du robot.

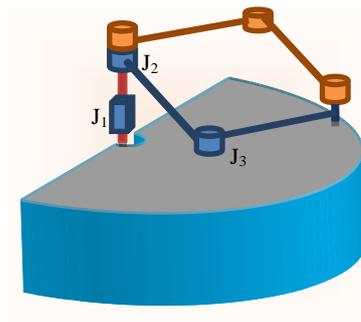


Figure 3.8 : espace de travail du porteur SCARA.

3.5.3.2. Les structures des poignets proposées (pour l'orientation) :

Le robot proposé avec un porteur (type SCARA), donc il n'est pas obligatoire d'utiliser un poignet de centre de rotation fixe à cause de leur singularité centrale. Dans ce cas nous avons deux structures de poignet proposés, chacun est constitué de trois articulations rotoïdes J4, J5 et J6.

La première structure est constituée de trois axes concourants comme le montre la figure suivante.

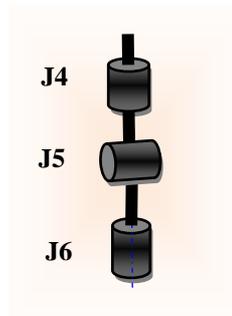


Figure 3.9 : le poignet à trois axes concourants

La deuxième structure est constituée de trois axes non concourants comme le montre la figure suivante.

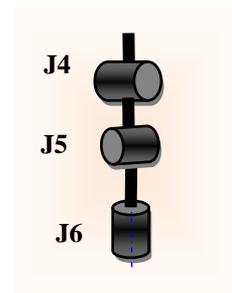


Figure 3.10 : le poignet à trois axes non concourants

Les deux configurations sont valables pour faire l'examen d'échographie avec le porteur SCARA. Le choix reste dans la possibilité de la commande sans position singulière au moment d'analyse du patient. Donc après avoir opté pour le modèle cinématique on peut choisir le poignet valable avec le porteur SCARA pour faire l'examen d'échographie.

3.5.4. Principe d'utilisation du robot :

Le robot est fixé sur un lit d'un patient par une liaison démontable pour assurer l'interchangeabilité sur un autre lit, avec une caméra fixée sur le porteur du robot ou positionnée dont le médecin peut voir les positions à analysées ou/et via un système de visioconférence.

Le médecin peut être utilisé la patiente virtuelle dans son poste de mètre pour améliorer le rendu d'analyse du patient, comme a été utilisé dans poste de mètre du robot TER [19]. Cette structure a l'avantage de permettre au médecin de diagnostiquer un patient qui est dans l'incapacité de faire un mouvement et sans l'aide de technicien car le robot peut atteindre tous les organes avec une possibilité de diagnostic de la maladie occlusive artérielle périphérique des membres inférieurs.

3.6. Conclusion :

Le but de ce chapitre était d'abord de souligner les conditions et les contraintes qui doivent être respectées et prises en compte par la structure mécanique du robot. Ces conditions et contraintes concernent la sûreté et l'adaptabilité de la structure mécanique à la tâche prévue dans la chaîne de télé-échographie mobile.

Nous avons proposé une structure cinématique de porteur type SCARA valable pour les tâches d'échographies basées sur les avantages de temps, la rigidité et la précision d'analyse, la possibilité de diagnostiquer tous les organes abdominaux sans besoin que le robot soit porté par le technicien, et la possibilité de transporter le robot vers le patient par une voiture

Puis nous avons proposé deux structures de poignet. Un poignet à trois axes concourants et un poignet à trois axes non concourants, le choix entre les deux solutions sera fait après une étude mathématique présentée dans le chapitre suivant.

Chapitre 4 :

4.1. Introduction :

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que [16] :

Les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot). Parmi ces modèles, on distingue :

- Les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme et inversement,
- Les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction de la vitesse articulaire et inversement,
- Les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

Avant de commencer la modélisation dans ce chapitre nous présenterons les divers outils mathématiques utiles pour modéliser les mouvements des corps solides dans l'espace.

4.1.1. Description des matrices de transformation [16] :

La représentation d'une matrice de dimension 4x4, noté ${}^i\mathbf{T}_j$ appelée matrice de transformation homogène est basée sur les coordonnées homogènes soit :

- Représentation d'un point : une transformation homogène, la représentation d'un point se fait par une matrice colonne : $\mathbf{p} = (X_x \ X_y \ X_z \ 1)^T$
- Représentation d'une direction : Cette représentation se fait par quatre composantes, quoique la quatrième soit nulle. $\mathbf{u} = (u_x \ u_y \ u_z \ 0)^T$

Pour une matrice de transformation complète d'un repère \mathbf{R}_j ayant subi des rotations et des translations par rapport un repère \mathbf{R}_i , il est possible d'utiliser une écriture générale. Cette écriture prend en compte les différents vecteurs (s, n, a) de la matrice de passage.

$${}^i\mathbf{T}_j = [{}^i\mathbf{s}_j, {}^i\mathbf{n}_j, {}^i\mathbf{a}_j, {}^i\mathbf{P}_j] = \begin{pmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.01)$$

La matrice de transformation complète ${}^i\mathbf{T}_j$ résulte par un vecteur (3x1) de translation ${}^i\mathbf{P}_j$ et une matrice (3x3) de rotation soit :

$${}^i\mathbf{T}_j = [{}^i\mathbf{s}_j, {}^i\mathbf{n}_j, {}^i\mathbf{a}_j, {}^i\mathbf{P}_j] = \begin{bmatrix} iA_j & iP_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.02)$$

Où ${}^i\mathbf{s}_j$, ${}^i\mathbf{n}_j$ et ${}^i\mathbf{a}_j$ de la matrice ${}^i\mathbf{A}_j$ désignent respectivement les vecteurs unitaire suivant les axes x_j , y_j et z_j du repère \mathbf{R}_j exprimés dans le repère \mathbf{R}_i et ${}^i\mathbf{P}_j$ est l'origine de repère \mathbf{R}_j exprimés dans le repère \mathbf{R}_i .

Les éléments de la matrice ${}^i\mathbf{A}_j$ sont appelés **cosinus directeurs**, car ils représentent les coordonnées des trois vecteurs de la base \mathbf{R}_j exprimés dans \mathbf{R}_i . Par définition, les colonnes de \mathbf{R} sont orthogonales entre elles et par conséquent la connaissance de deux colonnes suffit.

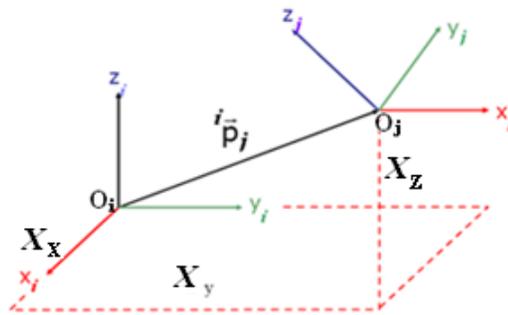


Figure 4.1 : transformation d'un repère.

➤ *Matrice de transformation à rotation pure autour des axes principaux :*

Soient $\text{Rot}(x, \theta)$, $\text{Rot}(y, \theta)$ et $\text{Rot}(z, \theta)$ qui sont des rotations (les figures ci-dessous), les composants des vecteurs unitaires ${}^i\mathbf{s}_j$, ${}^i\mathbf{n}_j$ et ${}^i\mathbf{a}_j$ portés respectivement par les axes x_j , y_j et z_j du repère \mathbf{R}_j exprimés dans le repère \mathbf{R}_i .

Rotation autour axe x	Rotation autour axe y	Rotation autour axe z
${}^i\mathbf{T}_j = \text{Rot}(x, \theta)$, est égale : $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^i\mathbf{T}_j = \text{Rot}(y, \theta)$ est égale : $\begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^i\mathbf{T}_j = \text{Rot}(z, \theta)$ est égale : $\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Tableau 4.1 : les matrices de transformation à rotation pure.

➤ *Matrice de transformation à translation pure :*

Soit $Trans(a, b, c)$ une transformation $a, b,$ et c qui désigne respectivement une translation le long des axes $x, y,$ et z .

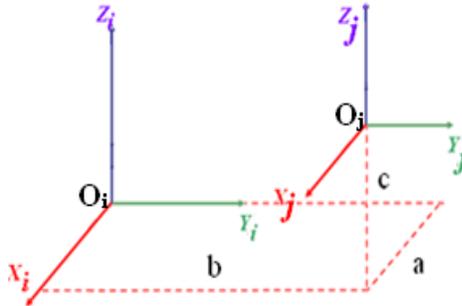


Figure 4.2 : transformation d'un repère à translation pure, [16].

Soit :

$${}^i T_j = Trans(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.03)$$

4.1.2. Description d'un solide dans l'espace [20] :

Un *solide S* est dit *indéformable* si pour toute paire de points de ce solide de coordonnées m et n , $\|m(t) - n(t)\| = \|m(0) - n(0)\|$ est constante au cours du temps.

La situation d'un solide **S** est donnée par trois coordonnées de position plus trois de l'orientation d'un repère **R** lié à ce solide par rapport à autre repère référence.

a- Les coordonnées de rotation

Il existe plusieurs représentations soit, les angles d'Euler, les angles de Roulis-Tangage-Lacet, soit les paramètres d'Euler ou soit les cosinus directeurs «angle autour d'un axe unitaire». Quelle que soit la représentation utilisée, ces quatre paramètres permettent de définir une matrice de rotation unique.

b- Les coordonnées de Position

Ces coordonnées peuvent être définies par les coordonnées cartésiennes, sphériques ou cylindriques. Le choix des coordonnées est fonction des caractéristiques du manipulateur et de celles de la tâche réalisée.

4.1.3. Description d'une structure géométrique du robot [16] :

On suppose que le robot est constitué d'une chaîne de $n+1$ corps solide ($\mathbf{Cr}_0 \mathbf{Cr}_1 \dots \mathbf{Cr}_n$). Le corps \mathbf{Cr}_0 désigne la base du robot et \mathbf{Cr}_n désigne le corps qui porte l'organe terminal. Ces corps sont liés entre eux par des articulations rotoïdes ou prismatiques. A chaque corps \mathbf{j} , on associe un repère orthonormé \mathbf{R}_j . Les repères sont numérotés de 0 à n . La $j^{\text{ème}}$ articulation, dont la position est notée \mathbf{q}_j , au point qui relie les corps (\mathbf{Cr}_{j-1}) avec le corps \mathbf{Cr}_j .

Les angles de rotation ou les longueurs de translation des différentes articulations sont appelés coordonnées articulaires de dimension n , leurs paramètres constituent le vecteur de configuration articulaires :

$$\mathbf{q} = (q_1 \dots q_n)^T$$

La situation \mathbf{P} de l'OT (l'Organe Terminal) du bras manipulateur est alors définie par \mathbf{m} coordonnées indépendantes dites coordonnées opérationnelles de dimension $\mathbf{m} \leq 6$, appelées espace opérationnel. On note [20] :

$$\mathbf{P} = (X_1 X_2 \dots X_m)^T.$$

La méthode la plus répandue pour la description des paramètres géométriques d'un robot à chaîne ouverte est celle de la formalisation de Denavit-Hartenberg (DH) modifiée par Khalil-Kleinfinger cette formalisation basée sur les paramètres suivants [16] :

- La variable d'articulation \mathbf{j} est noté \mathbf{q}_j .
- Le corps \mathbf{j} est noté \mathbf{Cr}_j .
- Les paramètres qui permettent de définir \mathbf{R}_j par rapport au repère antécédent soient indices (\mathbf{j}).
- Le repère \mathbf{R}_j est lié au corps \mathbf{Cr}_j , est défini de telle sorte que :
- L'axe \mathbf{Z}_j du repère \mathbf{R}_j est porté par l'axe de l'articulation \mathbf{j} .
- L'axe \mathbf{X}_j du repère \mathbf{R}_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes \mathbf{R}_j et \mathbf{R}_{j+1}
- Le passage \mathbf{R}_{j-1} à \mathbf{R}_j est exprimé en fonction des quatre paramètres suivants :

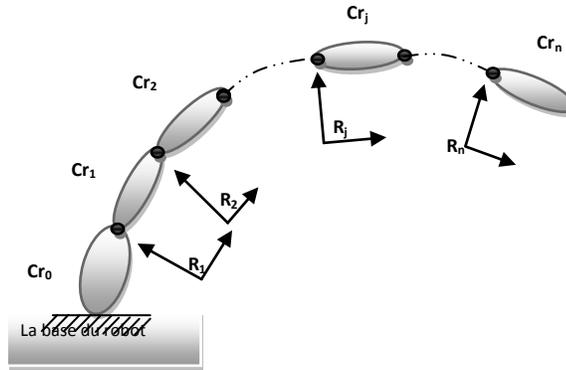


Figure 4.3: robot a structure ouvert et simple [16].

- α_j : angle entre les axes Z_{j-1} et Z_j correspondant à une rotation autour X_{j-1} .
- d_j : distance entre Z_{j-1} et Z_j le long de X_{j-1} .
- θ_j : angle entre les axes X_{j-1} et X_j correspondant à une rotation autour Z_{j-1} .
- r_j : Distance entre X_{j-1} et X_j le long de Z_{j-1} .

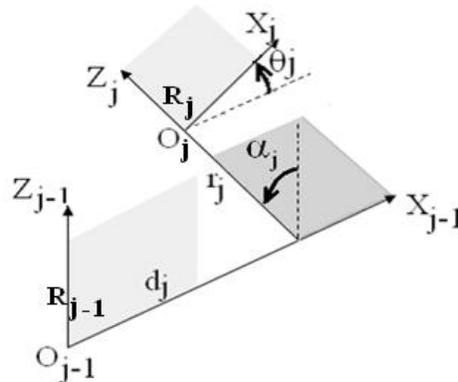


Figure 4.4 : Paramètre géométrique dans le cas d'une structure ouverte simple, [16].

Le variable d'articulation q_j associée à la $j^{\text{ème}}$ articulation est soit θ_j ou r_j respectivement articulation de type rotoïde ou prismatique, qui se traduit par la relation :

$$\bar{\sigma}_j = 1, \quad \sigma_j = 0 \quad (4.04)$$

Le coefficient binaire σ_j et son conjugué $\bar{\sigma}_j = 1 - \sigma_j$ définissent le type de la $j^{\text{ème}}$ liaison :

$$\sigma_j = 0 \Rightarrow \bar{\sigma}_j = 1 \text{ Si articulation rotoïde.}$$

$$\sigma_j = 1 \text{ Si articulation prismatique.}$$

Nous avons montré les différentes transformations homogènes dans une structure mécanique ouverte, qu'il s'agisse d'une notation pratique pour exprimer les transformations de repères usuelle. Cela est à la base de toute modélisation des éléments géométriques constituant le robot et son entérinement.

4.2. Modélisation géométrique :

Le modèle géométrique donne la relation entre les variables opérationnelles, \mathbf{X} , représentant la position/orientation de l'organe terminal et les variables articulaires \mathbf{q} qui représentent les translations et les rotations des liaisons articulaires du robot

Le vecteur des variables opérationnelles défini par la matrice :

$$\mathbf{X} = [P_x, P_y, P_z, s_x, s_y, s_z, n_x, n_y, n_z, a_x, a_y, a_z]$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix}. \quad (4.05)$$

Est le vecteur position de l'origine du repère lié à l'organe terminal par rapport au repère fixe :

$$\mathbf{R} (O_0 ; \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$$

Et

$$A = [s \ n \ a] = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix}. \quad (4.06)$$

$A = [s \ n \ a]$ est la matrice d'orientation de l'organe terminal exprimée par les cosinus directeurs voir paragraphe 4.1.1.

Le modèle géométrique direct donne les variables opérationnelles \mathbf{X} en fonction des variables articulaires \mathbf{q} :

$$\mathbf{X} = f(\mathbf{q}).$$

Le modèle géométrique inverse donne les variables articulaires \mathbf{q} en fonction des variables opérationnelles \mathbf{X} :

$$\mathbf{q} = f^{-1}(\mathbf{X}).$$

Pour déterminer ces modèles, nous lions à chaque corps solide de la structure un repère : $\mathbf{R} (O_j, \mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j, \mathbf{z}_j)$ en respectant à la convention de Khalil-Kleinfinger, pour déterminer les paramètres géométriques du robot, les origines de tous les repères sont prises au centre des articulations de la structure.

4.2.1. Paramètre géométrique du robot SCARA parallèle 6 ddl porte sonde d'échographie :

Dans notre travail, l'étude faite sur les deux structures proposées dans le chapitre 3, porteur SCARA avec un poignet concourant et avec poignet non concourant.

En utilisant la notation de Khalil-Kleinfinger pour déterminer les paramètres géométriques, on procède dans une première étape à la définition des repères fixes par rapport à chaque corps. Dans la deuxième étape, nous calculons les matrices de changement de repères. La figure 4.5 montre le schéma cinématique de ces robots et l'affectation des repères associés.

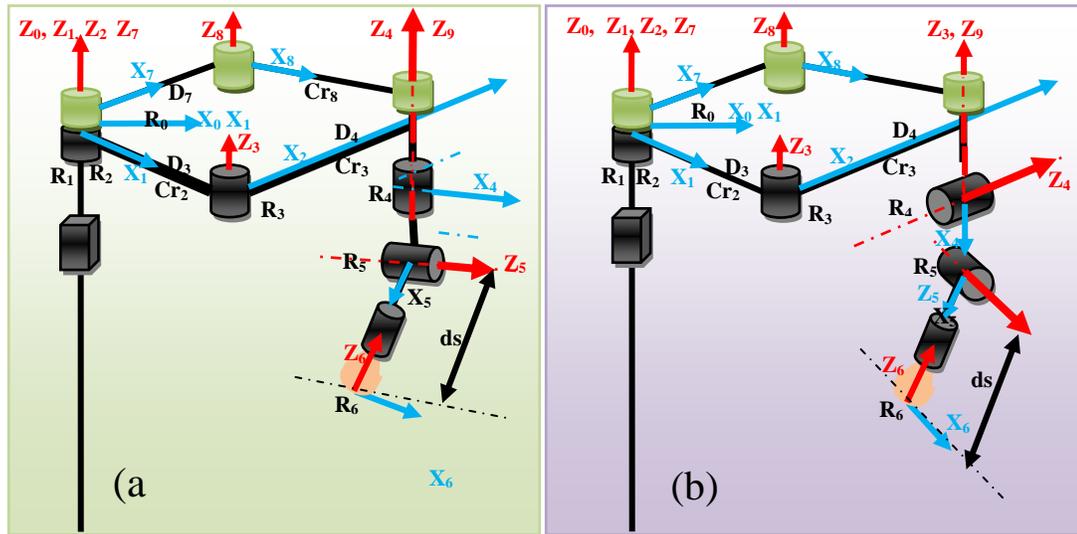


Figure 4.5 : structure parallèle de type SCARA avec poignet RRR.

(a) : La structure avec poignet à trois axes concourant.

(b) : Structure avec poignet à trois axes non concourant.

Les repères R_1 à R_6 sont montés sur les articulations actives (motorisés) et les R_7 , R_8 et R_9 sont montés sur les articulations passives (non motorisés). Les paramètres géométriques de ces robots sont donnés dans les tableaux suivants.

J	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	l	0	0	0	r_1
2	0	0	0	θ_2	0
3	0	0	D_3	θ_3	0
4	0	0	D_4	θ_4	0
5	0	0	0	θ_5	0
6	0	0	ds	θ_6	0

Tableau 4.2 : paramètre géométrique du robot SCARA avec poignet à trois axes concourant.

J	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	<i>l</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>r₁</i>
2	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	θ_2	<i>0</i>
3	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>D₃</i>	θ_3	<i>0</i>
4	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>D₄</i>	θ_4	<i>0</i>
5	<i>0</i>	$\pi/2$	<i>0</i>	θ_5	<i>0</i>
6	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>ds</i>	θ_6	<i>0</i>

Tableau 4.3 : Paramètre géométrique de porteur SCARA avec poignet à trois axes non concourant.

Ce résultat nous montre juste les articulations actives, parce que les articulations passives n'ont aucune influence sur le résultat du modèle géométrique ou cinématique, son influence est toujours sur le résultat du modèle dynamique.

Pour assurer le fonctionnement du losange (formé par les corps Cr₂, Cr₃, Cr₇ et Cr₈), les distances D₃, D₄, D₇ et D₈ doivent être égales. Donc $D_3 = D_4 = D_7 = D_8 = D$.

4.2.2. Modélisation géométrique directe (MGD)

Définition

Le modèle géométrique direct (MGD) d'un bras manipulateur exprime la situation de son OT (organe terminale) en fonction de sa configuration [16] :

$$\begin{cases} f: N \rightarrow M \\ q \rightarrow X = f(q). \end{cases} \quad (4.07)$$

Le calcul du MGD consiste donc à exprimer la position du point **n+1** et l'orientation du repère **R_n** lié à l'OT, en fonction de sa configuration. Il faut pour cela multiplier entre elles les matrices de passage homogènes successives reliant le repère **R₀** lié au bâti au repère **R_n** lié à l'OT :

$${}^0T_n = {}^0T_1 * {}^1T_2 * {}^2T_3 * \dots * {}^{n-1}T_n \quad (4.08)$$

La matrice (4.02) s'exprime alors comme suit :

$${}^0T_n = \begin{bmatrix} {}^0A_n & {}^0P_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.09)$$

Les variables articulaires d'une structure mécanique sont des angles de rotation et des distances de translations des liaisons rotoïdes et prismatiques.

Le vecteur des variables articulaires **q** de notre structure est donné par :

$$q = (r_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)^T.$$

4.2.2.1. Calcul du MGD du porteur SCARA avec un poignet concourant :

La relation géométrique entre la base et l'effecteur notée par 0T_6 est déterminée par les produits des matrices élémentaires de transformation entre les corps \mathbf{Cr}_{j-1} et \mathbf{Cr}_j avec ($j=1\dots6$).

D'après les positions des repères dans la figure 4.5(a) et les paramètres géométriques dans le tableau 4.2, le robot présente cinq transformations principales $\mathbf{R}_0 \rightarrow \mathbf{R}_2 \rightarrow \mathbf{R}_3 \rightarrow \mathbf{R}_4 \rightarrow \mathbf{R}_5 \rightarrow \mathbf{R}_6$, et le déplacement d'articulation q_1 encloue dans la transformation $\mathbf{R}_0 \rightarrow \mathbf{R}_2$ pour minimiser le nombre de multiplication des matrices. Les transformations élémentaires de première structure donné par suit :

- La matrice de transformation 0T_2 (exprime les repères \mathbf{R}_1 et \mathbf{R}_2 dans le repère \mathbf{R}_0) :

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

- La matrice de transformation 2T_3 (exprime \mathbf{R}_3 dans \mathbf{R}_2) :

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & D_3 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

- La matrice de transformation 3T_4 (exprime \mathbf{R}_4 dans \mathbf{R}_3) :

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & D_4 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

- La matrice de transformation 4T_5 (exprime \mathbf{R}_5 dans \mathbf{R}_4) :

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

- La matrice de transformation 5T_6 (exprime \mathbf{R}_6 dans \mathbf{R}_5) :

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & ds \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Le valeur ds définit la distance entre le centre d'articulation \mathbf{q}_5 et le point de contact sonde/peau où se trouve le repère d'articulation \mathbf{q}_6 .

Les notations étant généralement lourdes, on adopte un certain nombre de conventions. On note, pour i, j compris entre 1 et n :

$$C_i = \cos(\theta_i).$$

$$S_i = \sin(\theta_i).$$

$$C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j) \rightarrow C_{ijk} = \cos(\theta_i + \theta_j + \theta_k).$$

$$S_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j) \rightarrow S_{ijk} = \sin(\theta_i + \theta_j + \theta_k).$$

Les longueurs des corps Cr_2 et Cr_3 sont égales c'est-à-dire $D_3 = D_4 = D$

La transformation globale qui permet de passer du repère R_6 lié à la pointe de l'instrument au repère R_0 lié à la base du robot est :

$${}^0T_6 = {}^0T_2 * {}^2T_3 * {}^3T_4 * {}^4T_5 * {}^5T_6.$$

Qui donne :

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} C_6 * C_{234} - C_5 * S_6 * S_{234} & -S_6 * C_{234} - C_5 * C_6 * S_{234} & S_5 * S_{234} & D * (C_2 + C_{23}) - S_5 * ds * S_{234} \\ C_6 * S_{234} + C_5 * S_6 * C_{234} & -S_6 * S_{234} + C_5 * C_6 * C_{234} & -S_5 * C_{234} & D * (S_{23} + S_2) + S_5 * ds * C_{234} \\ S_5 * S_6 & C_6 * S_5 & C_5 & r_1 - C_5 * ds \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

➤ La matrice de rotation donnée par :

$${}^0A_6 = \begin{bmatrix} C_6 * C_{234} - C_5 * S_6 * S_{234} & -S_6 * C_{234} - C_5 * C_6 * S_{234} & S_5 * S_{234} \\ C_6 * S_{234} + C_5 * S_6 * C_{234} & -S_6 * S_{234} + C_5 * C_6 * C_{234} & -S_5 * C_{234} \\ S_5 * S_6 & C_6 * S_5 & C_5 \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

D'autre part, une comparaison entre la matrice 0A_6 et celle des angles d'Euler, on considère les angles la nutation (φ), précession (ϕ) et rotation propre (γ), sont représentée par :

$$\text{Rot}(z, \varphi) \cdot \text{Rot}(y, \phi) \cdot \text{Rot}(x, \gamma) = \begin{bmatrix} C_\varphi \cdot C_\phi \cdot C_\gamma - S_\varphi \cdot S_\gamma & -C_\varphi \cdot C_\phi \cdot S_\gamma - S_\varphi \cdot S_\gamma & -C_\varphi \cdot S_\phi \\ S_\varphi \cdot C_\phi \cdot C_\gamma + C_\varphi \cdot S_\gamma & -C_\varphi \cdot C_\phi \cdot C_\gamma + C_\varphi \cdot S_\gamma & -S_\varphi \cdot S_\phi \\ C_\gamma \cdot S_\phi & S_\varphi \cdot S_\gamma & C_\phi \end{bmatrix}$$

En identifiant les éléments des deux matrices, on peut déduire les trois angles d'Euler :

$$\varphi = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4, \phi = \theta_5 \text{ et } \gamma = \theta_6.$$

➤ Le vecteur de positionnement est donné comme suit :

$${}^0P_6 = \begin{bmatrix} D * (C_2 + C_{23}) - S_5 * ds * S_{234} \\ D * (S_{23} + S_2) + S_5 * ds * C_{234} \\ r_1 - C_5 * ds \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Pour déterminer la singularité géométrique du robot, on calcule le déterminant de la matrice 0T_6 et on trouve :

$$\text{Det}({}^0T_6)=1 \quad (4.18)$$

Donc il n'y a pas de singularité géométrique, c'est-à-dire le calcul inverse est possible et il est unique.

4.2.2.2. Calcul du MGD du porteur SCARA avec poignet non concourant :

Avec la même méthode utilisée pour le poignet concourant, on trouve :

➤ Les matrices de transformation 0T_2 et 2T_3 ont la même transformation que la structure précédente, parce qu'on n'a pas fait de changement dans le porteur SCARA.

➤ Transformation 3T_4 :

Le repère R_4 fait deux déplacements, par D_4 suivant X_3 , plus une rotation constante autour de l'axe Y_3 du repère R_3 (Rot $(Y_3, \frac{\pi}{2})$) puis une rotation variable par l'angle θ_4 . La matrice 3T_4 , s'écrit :

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_4 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_4) & \sin(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

➤ Transformation 4T_5 :

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

➤ Transformation 5T_6 :

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & ds \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Après avoir fait le produit de toutes les matrices élémentaires ${}^{j-1}T_j$ et $j=1,2,\dots,6$, on trouve la matrice transformation globale entre la base et le contact sonde/peau par la relation suivante :

$${}^0T_6 = \begin{pmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.22)$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \\ a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_4 * C_6 * S_{23} + S_6 * (S_4 * S_5 * S_{23} + C_5 * C_{23}), \\ S_6 * (C_5 * S_{23} - S_4 * S_5 * C_{23}) - C_4 * C_6 * C_{23} \\ - C_6 * S_4 + C_4 * S_5 * S_6 \\ -C_6 * (-C_5 * C_{23} - S_4 * S_5 * S_{23}) - C_4 * S_6 * S_{23} \\ C_6 * (C_5 * S_{23} - S_4 * S_5 * C_{23}) + C_4 * S_6 * C_{23} \\ C_4 * C_6 * S_5 + S_4 * S_6 \\ -S_5 * C_{23} + C_5 * S_4 * S_{23} \\ -S_5 * S_{23} - C_5 * S_4 * C_{23} \\ C_4 * C_5 \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D * (C_2 + C_{23}) - ds * (-S_5 * C_{23} + C_5 * S_4 * S_{23}) \\ D * (S_2 + S_{23}) + ds * (S_5 * S_{23} + C_5 * S_4 * C_{23}) \\ r_1 - C_4 * C_5 * ds \end{pmatrix}. \quad (4.24)$$

Après le calcul du déterminant 0T_6 on trouve :

$$\text{Det}({}^0T_6)=1. \quad (4.25)$$

Il n'y pas de singularités géométriques ; donc le calcul inverse est possible et il est unique.

4.2.3. Modélisation géométrique inverse (MGI) :

Définition [20] :

Le modèle géométrique inverse (MGI) d'un bras manipulateur permet d'obtenir la ou les configurations correspondant à une situation de l'OT donnée. Un MGI est donc tel que :

$$\begin{cases} f : M \rightarrow N \\ : q = f^{-1}(X) \end{cases} \quad (4.26)$$

La résolution du MGI, c'est-à-dire l'existence d'un nombre fini de solutions, est fondamentale en matière de conception. Supposons que la situation \mathbf{P} d'un bras manipulateur à \mathbf{n} liaisons soit exprimée par un nombre \mathbf{m} minimal de paramètres. Supposons par ailleurs que \mathbf{P} soit une situation accessible par le bras manipulateur, c'est-à-dire que la situation appartient à l'espace de travail. Alors (dans la majorité des cas) :

- si $n < m$, il n'existe pas de solution au modèle géométrique inverse (MGI) ;
- si $n = m$, il existe un nombre fini de solutions en dehors de certaines configurations, appelées configurations singulières ;
- si $n > m$, il existe une infinité de solutions.

On sait que dans les cas où $n < 6$ les bras manipulateurs n'ont pas de singularité, c'est-à-dire qu'il existe une solution connue au MGI. C'est aussi le cas de la plupart des structures à six liaisons,

notamment celles possédant un *poignet sphérique* (trois dernières liaisons rotoïdes concourantes). Enfin, seul le calcul du MGI permet de connaître le nombre de solutions.

4.2.3.1. Calcul du MGI du porteur SCARA avec poignet concourant :

Dans ce cas, nous cherchons les variables articulaires θ_i et r_1 en fonction de la position de la sonde.

D'après la matrice globale de rotation (4.16) on peut déterminer les angles θ_5 et θ_6 par les relations suivantes :

$$\theta_5 = \text{ATAN2} \left(a_z, \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \right). \quad (4.27)$$

$$\theta_6 = \text{ATAN2} (s_z, n_z). \quad (4.28)$$

$$\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \text{ATAN2} (a_x, a_y). \quad (4.29)$$

D'après le vecteur de positionnement (4.17) on peut déterminer r_1 et les angles ($\theta_2, \theta_3, \theta_4$) par les relations suivantes :

$$r_1 = P_z + ds \cdot \cos(\theta_5)$$

L'angle θ_3 donné comme suit :

$$\theta_3 = \arccos \left(\frac{(P_x + ds \cdot a_x)^2 + (P_y + ds \cdot a_y)^2 - 2 \cdot D^2}{2 \cdot D^2} \right). \quad (4.30)$$

L'angle θ_2 déterminé par la relation suivante :

$$\theta_2 = \text{atan} \left(\frac{\left(\frac{P_x + ax \cdot ds}{2 \cdot D} + \frac{\sin(\theta_2) \cdot (P_y + ay \cdot ds)}{2 \cdot D \cdot (\cos(\theta_2) + 1)} \right)}{\left(\frac{P_y + ay \cdot ds}{2 \cdot D} - \frac{\sin(\theta_2) \cdot (P_x + ax \cdot ds)}{2 \cdot D \cdot (\cos(\theta_2) + 1)} \right)} \right) \quad (4.31)$$

L'angle θ_4 est donné comme suit :

$$\theta_4 = \text{ATAN2} (a_x, a_y) - \theta_2 - \theta_3 \quad (4.32)$$

Remarque : ATAN2 est une fonction FORTRAN qui calcule l'arc tangente à partir de la donnée de deux arguments. Les avantages de cette fonction les suivant :

- Le résultat d'ATAN2 (P_y, P_x) est un angle θ tel que $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, l'examen des signes de P_x et de P_y permettant de déterminer le quadrant.
- Les cas $P_x=0$ ou $P_y=0$ sont traité, seul le cas $P_x=0$ et $P_y=0$.
- la précision de la fonction est uniforme sur tout le domaine de définition.

4.2.3.2. Calcul du MGI du porteur type SCARA avec poignet non concourant :

D'après le résultat obtenu dans le modèle géométrique directe de ce modèle, on distingue qu'il y a une solution unique dans le calcul inverse qui nécessite le vecteur de positionnement et la matrice de rotation.

Le vecteur de position (4.24) est donné par les relations suivantes :

$$P_x = D*(C_2+C_{23})-ds*a_x. \quad (4.33)$$

$$P_y = D*(S_2+S_{23})-ds*a_y. \quad (4.34)$$

$$P_z = r_1 - ds*a_z. \quad (4.35)$$

D'après les relations (4.33) et (4.34) on trouve les angles θ_2 et θ_3 :

$$(P_x + ds*a_x)^2 = D^2*(C_2+C_{23})^2.$$

$$(P_y + ds*a_y)^2 = D^2*(S_2+S_{23})^2.$$

$$(P_x + ds*a_x)^2 = D^2*(C_2^2 + 2*C_2*C_{23} + C_2^2*C_3^2 + S_2^2*S_3^2 - 2*C_2*C_3*S_2*S_3).$$

$$(P_y + ds*a_y)^2 = D^2*(S_2^2 + 2*S_2*S_{23} + C_2^2*S_3^2 + S_2^2*C_3^2 + 2*C_2*S_3*S_2*C_3).$$

$$(P_x + ds*a_x)^2 + (P_y + ds*a_y)^2 = 2D^2*(1+C_3)$$

Qui donne :

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{((P_x+ds*a_x)^2+(P_y+ds*a_y)^2)}{2D^2} - 1\right). \quad (4.36)$$

La valeur de θ_2 est donner par :

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{\left(\frac{P_x+ax*ds}{2*D} + \frac{\sin(\theta_3)*(P_y+ay*ds)}{2*D*(\cos(\theta_3)+1)}\right)}{\left(\frac{P_y+ay*ds}{2*D} - \frac{\sin(\theta_3)*(P_x+ax*ds)}{2*D*(\cos(\theta_3)+1)}\right)}\right). \quad (4.37)$$

La grandeur de déplacement r_1 est donnée par la relation (4.35)

$$r_1 = P_z + ds * a_z. \quad (4.38)$$

Par les valeurs a_x , a_y et a_z on peut trouver les angles θ_4 , θ_5 .

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{a_x*S_{23}^2 - a_y*C_{23}}{a_z*(C_{23} + S_{23}^2)}\right).$$

$$\theta_5 = \arcsin(a_y * S_{23} + a_x * C_{23}). \quad (4.39)$$

Donc on peut déterminer l'angle θ_6 . On prend la relation s_z et n_z .

$$\theta_6 = \arctan\left(-\frac{(n_z-s_z)*C_4*S_5}{S_4*(n_z+s_z)}\right). \quad (4.40)$$

4.2.4. Espace de travail :

L'espace de travail représente l'ensemble des positions et orientations accessibles par le repère lié à l'organe terminal [01].

Le calcul de l'espace de travail est très important dans la phase de conception d'un robot. La représentation de l'espace de travail est généralement basée sur l'illustration en 3 dimensions de l'espace accessible par l'extrémité de l'organe terminal. Dans notre cas, l'espace accessible par la sonde d'échographie est limité par le porteur SCARA sous forme demi-cylindrique, le rayon est dépendant des variables de l'articulation q_3 , q_4 et q_5 ainsi que de la hauteur réalisée par l'articulation q_1 .

4.3. Modélisation Cinématique :

La modélisation cinématique d'un robot manipulateur détermine la relation entre la vitesse articulaire \dot{q}_i pour $i=1\dots n$ et la vitesse de la sonde sur le corps du patient : \dot{P} (vitesse linéaire) et W (vitesse angulaire).

Le modèle cinématique direct ou inverse est basée sur la matrice jacobéenne de base. Nous utiliserons également les deux modèles cinématiques directe et inverse et on prend en considération les mêmes paramètres géométriques.

4.3.1. Modélisation cinématique directe (MCD) :

Le modèle cinématique directe du robot décrit les variations élémentaires des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires des coordonnées articulaire. Il est noté :

$$\begin{cases} dX = J(q)dq \\ \dot{X} = f(q, \dot{q}) \end{cases} \quad (4.41)$$

$J(q)$: désigne la matrice jacobéenne de dimensions $(m \times n)$ du mécanisme, et est égale $\frac{dX}{dq}$ en fonction de la configuration articulaire q , [16].

Elle est à la base du modèle cinématique inverse, permettent de calculer de façon initiative les variables articulaires q connaissant les coordonnées opérationnelles P .

Le modèle cinématique directe, déterminé par les dérivées par rapport au temps \dot{P} et \dot{q} des coordonnées opérationnelles et des coordonnées articulaires, exprime les vitesses opérationnelles en fonction des vitesses articulaires [16].

4.3.1.1. Méthode de calcul de la matrice jacobienne du robot :

Nous indiquons tout d'abord comment déterminer la matrice jacobienne d'un robot manipulateur à chaîne ouverte simple et la vitesse exprimée dans le repère de la base du robot. Pour calculer les composantes de la jacobienne, on peut utiliser la méthode présentée comme suit.

\dot{P} et W : Sont des vitesses de translation et de rotation de la sonde dans l'espace opérationnelles, données par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ W \end{pmatrix} = J(q) * dq \quad (4.42)$$

\dot{P} : Représentant la vitesse linéaire absolue de la sonde par rapport à R_0 .

W : représentant le vecteur de rotation absolue de la sonde par rapport à R_0 .

$J(q)$: la matrice jacobienne en fonction des variables articulaires de dimension $(m \times n)$ Avec :

- n : le nombre de degrés de liberté de la structure articulée
- $m \leq 6$ degrés de liberté de l'OT. Si $m=6$ c'est-à-dire 3 pour la vitesse de translation et 3 pour la vitesse de rotation.

La vitesse linéaire de l'OT est déterminée par le dérivé par rapport au temps du vecteur de positionnement du robot.

$$\dot{P} = \frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (4.43)$$

Les relations (4.42) et (4.43) donnent :

$$\dot{P} = \begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_x}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_y}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_z}{\partial q_i} \dot{q}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial q_1} & \dots & \dots & \frac{\partial P_x}{\partial q_i} & \dots & \dots & \frac{\partial P_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial P_y}{\partial q_1} & \dots & \dots & \frac{\partial P_y}{\partial q_i} & \dots & \dots & \frac{\partial P_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial P_z}{\partial q_1} & \dots & \dots & \frac{\partial P_z}{\partial q_i} & \dots & \dots & \frac{\partial P_z}{\partial q_n} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

Les vitesses de rotation de la sonde sont déterminées par la relation suivante [16] :

$$W = \begin{pmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{pmatrix} = [\bar{\sigma}_1 * {}^0 A_1 * a_1 \dots \bar{\sigma}_j * {}^0 A_j * a_j \dots \bar{\sigma}_n * {}^0 A_n * a_n] * \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_j \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

${}^0 A_j$: c'est une matrice de rotation exprimée le repère R_i dans la base R_0 .

$a_j = (0, 0, 1)^T$: vecteur unitaire porté par l'axe z_j de l'articulation q_j .

σ_i : coefficient binaire de l'articulation ($\sigma_j = 1$: prismatique et $\bar{\sigma}_j = 1$ rotoïde)

Les équations (4.44) et (4.45) donnent le produit de la jacobienne et les vitesses articulaires

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ W \end{pmatrix} = J(q) * \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_j \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix}.$$

C'est-à-dire :

$$J(q) = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial P_x}{\partial q_j} & \dots & \frac{\partial P_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial P_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial P_y}{\partial q_j} & \dots & \frac{\partial P_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial P_z}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial P_z}{\partial q_j} & \dots & \frac{\partial P_z}{\partial q_n} \\ 0 \\ \bar{\sigma}_1 * {}^0 A_1 * a_1 \dots \bar{\sigma}_j * {}^0 A_j * a_j \dots \bar{\sigma}_n * {}^0 A_n * a_n \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

4.3.1.2. Calcul du MCD du porteur SCARA avec un poignet concourant.

Après avoir fait le calcul en utilisant les relations 1 et 2 La vitesse linière de la sonde est :

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ W_x \\ W_y \\ W_z \end{pmatrix} = J(q) \begin{pmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} 0 & -D * (S_2 + S_{23}) - C_{234} * S_5 * ds & C_{23} * D - S_{234} * S_5 * ds & & & \\ 0 & D * (C_2 + C_{23}) - S_{234} * S_5 * ds & -D * S_{23} - C_{234} * S_5 * ds & & & \\ 1 & 0 & 0 & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{matrix} A(3x3) \\ B(3x3) \\ C_5 \end{matrix} \quad (4.48)$$

$$\text{Avec : } A = \begin{bmatrix} -S_{234} * S_5 * ds & C_{234} * C_5 * ds & 0 \\ -C_{234} * S_5 * ds & C_5 * S_{234} * ds & 0 \\ 0 & C_5 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Après avoir le calcul de déterminant de la matrice jacobienne on trouve :

$$\text{Det } ({}^0J_6) = D^2 * S_3 * S_5 \quad (4.49)$$

Il y a deux singularités cinématiques dans la structure du robot.

- La première singularité trouvée dans le porteur dans l'articulation q_2 du robot (où $\theta_2=0$ ou π) correspondant relativement à la position du centre du poignet dans le centre ou dans la surface extérieure de l'espace de travail du robot. Donc on peut éviter ces singularités par $0 < \theta_2 < \pi$.
- La deuxième singularité se trouve dans le centre du poignet pour ($\theta_5 = \pi/2$ ou $-\pi/2$), quand l'axe de la sonde coïncide avec l'axe de l'articulation q_4 . Cette position est plus utilisée pour faire l'examen d'échographie.

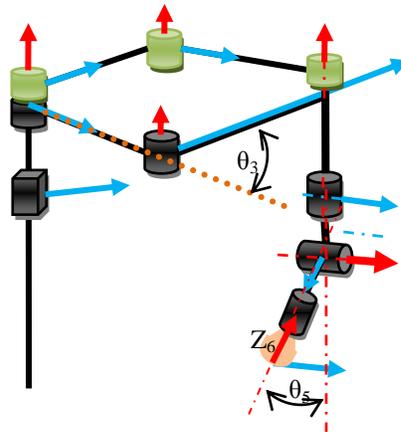


Figure 4.6 : Positions singulières sur le porteur type SCARA avec un poignet à trois axes concourant.

Dans ces configurations, l'inverse de la jacobienne de base du robot tend vers l'infini. C'est-à-dire les angles θ_3 ou/et θ_5 sont pris des valeurs tendant vers l'infini.

4.3.1.3. Calcul du MCD du porteur SCARA avec un poignet non concourant :

Par la même méthode précédente on trouve :

$$\begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \dot{W}_z \\ \dot{W}_y \\ \dot{W}_x \end{pmatrix} = J(q) \begin{pmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix}. \quad (4.50)$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & E \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & ds * (C_{23} * S_5 - C_5 * S_{23} * S_4) + D * (C_2 + C_{23}) & ds * (C_{23} * S_5 - C_5 * S_{23} * S_4) + C_{23} * D \\ 0 & -ds * (S_{23} * S_5 + C_{23} * C_5 * S_4) - D * (S_2 + S_{23}), & -ds * (S_{23} * S_5 + C_{23} * C_5 * S_4) - D * S_{23} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} C_{23} * C_4 * C_5 * ds & ds * (C_5 * S_{23} - C_{23} * S_4 * S_5) & 0 \\ C_4 * C_5 * S_{23} * ds & ds * (C_{23} * C_5 + S_{23} * S_4 * S_5) & 0 \\ C_5 * S_4 * ds & C_4 * S_5 * ds & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad E = \begin{bmatrix} C_{23} & S_{23} * C_4 & C_5 * S_{23} * S_4 - C_{23} * S_5 \\ S_{23} & -C_{23} * C_4 & -S_{23} * S_5 - C_{23} * C_5 * S_4 \\ 0 & -S_4 & C_5 * C_4 \end{bmatrix}$$

Après avoir fait le calcul du déterminant de la matrice jacobienne J on trouve :

$$\text{Det} ({}^0J_6) = D^2 * S_3 * C_5. \quad (4.52)$$

On trouve deux configurations singulières lesquels négligent le déterminant de la matrice jacobienne. La première dans le porteur (pour $\theta_3=0$ ou π) et la deuxième dans le centre du poignet (pour $\theta_5=\pm\pi/2$).

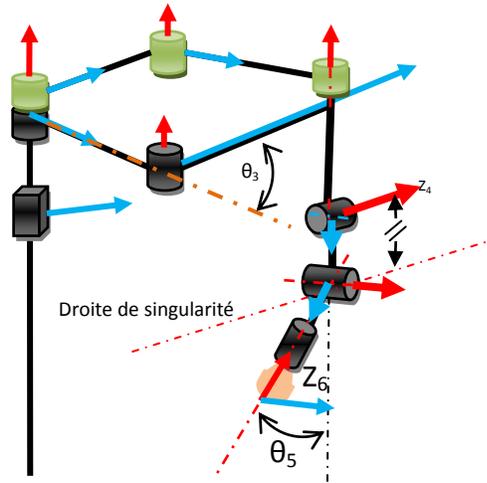


Figure 4.7 : Positions singulières sur le porteur type SCARA avec un poignet à trois axes concourant.

4.3.2. Modélisation cinématique inverse (MCI) :

L'objectif du modèle différentielle inverse est de calculer, à partir de la configuration \mathbf{q} donnée, la différentielle articulation $d\mathbf{q}$ à commander pour satisfaire une différentielle des coordonnées opérationnelles $d\mathbf{X}$ imposée [16].

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} * \dot{\mathbf{X}} \quad (4.53)$$

Pour obtenir le modèle cinématique inverse des deux structures (a) et (b), on inverse le modèle cinématique direct de ces derniers en résolvant un système d'équations linéaires dont la solution est donnée par la relation (4.53) :

$$\begin{pmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} = \mathbf{J}(q)^{-1} \begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \dot{W}_z \\ \dot{W}_y \\ \dot{W}_z \end{pmatrix}. \quad (4.54)$$

Les résultats obtenus dans le calcul du MG et du MC sont plus lourds à calculer, pour faciliter ces calculs, nous utilisons un outil de calcul formel, permettant d'automatiser la procédure de calcul. En utilisant le logiciel MATLAB pour le calcul des modèles géométrique et cinématique directe et inverse par l'utilisation des résultats obtenus dans le MG et le MC.

4.3.3. Singularités et performance cinématique des structures étudiées :

Après la modélisation des deux structures proposées, nous avons déterminé les points de singularité. Donc on aura montré la structure la plus efficace pour assurer la manipulation par la sonde d'échographie sans atteindre leur singularité, en fonction des gestes du médecin.

Les deux structures étudiées prennent la même propriété du volume de l'espace du travail. Donc l'étude faite est orientée sur la présence de singularités dans l'espace opérationnel. Comme dans la configuration singulière, la structure perd un (ou plusieurs) degré(s) de liberté et peut devenir un risque pour le patient. Les deux structures étudiées portant deux singularités dans les mêmes articulations (\mathbf{q}_2 et \mathbf{q}_5), avec des valeurs de singularité dans l'articulation \mathbf{q}_5 sont différentes.

Pour choisir une structure qui permet la meilleure manipulation de la sonde, il faut connaître les contraintes liées au geste du médecin.

Une étude des mouvements de la sonde échographique a été menée par Lama Al-Bassit [01] lors d'examen échographiques courants. Lors d'un examen standard, le médecin recherche, dans

un premier temps, l'organe à examiner. La plupart du temps, l'inclinaison de la sonde, par rapport à la direction normale de la peau, reste inférieure à 25° . Dans certaines situations particulières, il peut arriver que le médecin incline la sonde jusqu'à 60° pour trouver l'organe à examiner. L'axe de la sonde reste cependant le plus souvent à l'intérieur d'un cône d'angle de 10° .

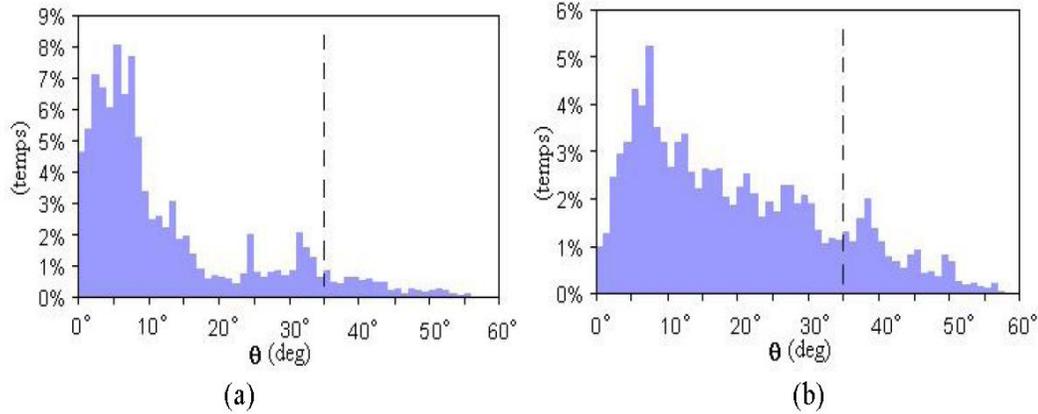


Figure 4.8 : Histogrammes de passage de l'axe de la sonde dans les zones de l'hémisphère correspondant aux différentes valeurs de l'angle d'inclinaison θ pendant (a) un examen d'échographie classique et (b) un examen d'échographie contraint.

Les ordonnées donnent les pourcentages de temps de passage par rapport au temps d'acquisition de l'ensemble des trajectoires.

Les organes abdominaux 1, 2, 3 et 4 sont presque dans le même plan, et le médecin a toujours demandé au patient en position décubitus latéral (gauche ou droite) pour faire de l'analyse les reins (rien dans les positions \mathbf{q}_5 et \mathbf{q}_6). Donc on peut distinguer que l'analyse toujours faite sur un plan horizontal, c'est-à-dire la normale de la surface d'analyse est parallèle de l'axe Z_0 du robot corresponde au déplacement linéaire q_1

Maintenant on étudie les deux structures selon la position de singularité cinématique :

Structure (a) :

Dans la première structure on trouve la singularité cinématique lorsque $\theta_5=0$ correspondant à une coïncidence entre l'axe Z_6 de la sonde et Z_4 de l'articulation \mathbf{q}_4 dans le sens vertical ; dans cette position, nous avons une discontinuité du mouvement du centre du cône au moment de l'analyse, voir la figure suivante :

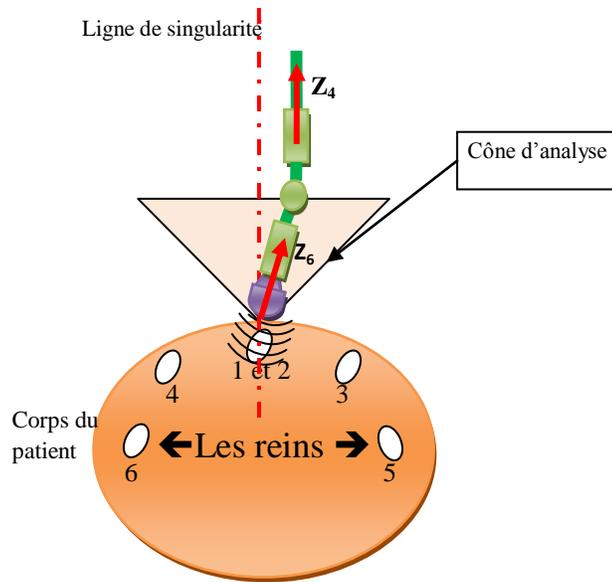


Figure 4.9 : position de la singularité de poignet a trois axes concourant.

Structure (b) :

La ligne de singularité de ce poignet dans le plan horizontal pour $\theta_5 = \pm 90^\circ$, c'est-à-dire l'axe Z_6 de la sonde et l'axe Z_5 sont parallèles. C'est-à-dire, l'axe de la sonde est parallèle au plan d'analyse. Cette position est en d'horse du cône d'analyse comme le montre la figure 4.10 :

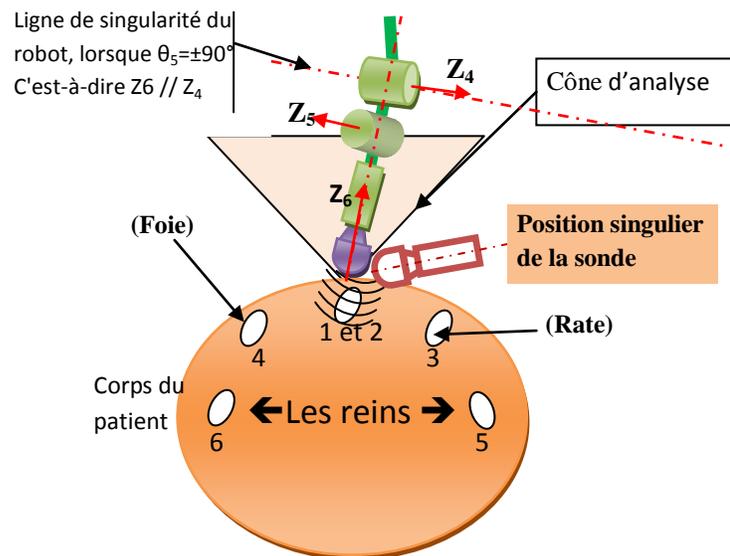


Figure 4.10 : position de la singularité de poignet à trois axes non concourants.

D'après l'étude menée par Lama Al-Bassit il remarque que l'angle d'inclinaison de la sonde proche de l'angle zéro par rapport à la normale de la surface d'analyse est souvent pris par le

médecin. En plus, la singularité dans la première structure se trouve proche de normale de la surface d'analyse.

Donc nous remarquons que les manipulations par la première structure sont proches de la singularité contrairement à la deuxième structure ; ce qui a guidé notre choix vers la deuxième structure (*robot type SCARA avec un poignet à trois axes non concourants*).

4.4. Validation de la structure du robot choisi :

Notre robot est une structure a 6 ddl du porteur à type SCARA et un poignet à trois axes non concourants, dans cette structure il y a deux singularités cinématiques dans les articulations q_3 et q_5 . Pour éviter ces positions, on utilise des butées mécaniques ou des butées par le programme de commande du robot, ces butées sont limitées par les paramètres mentionnés dans le cahier charges du robot.

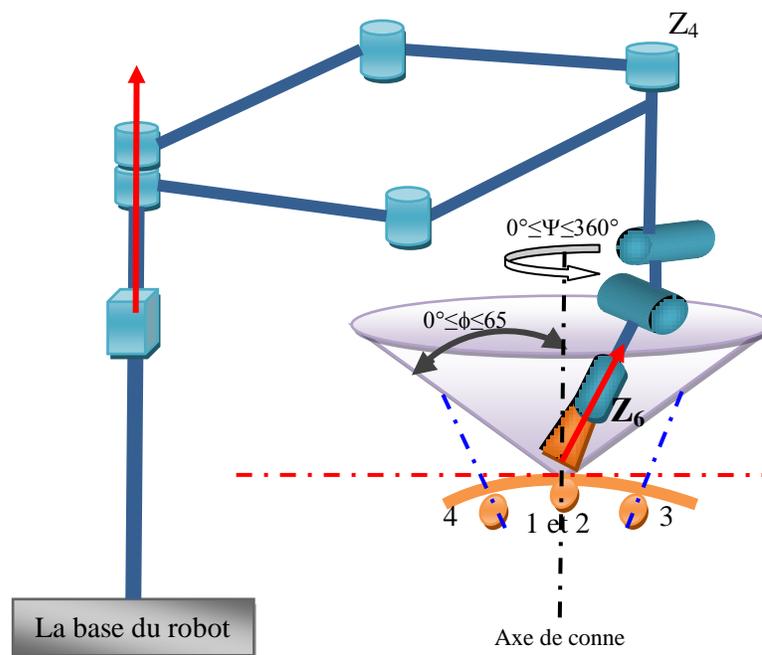


Figure 4.11 : l'inclinaison possible par le poignet à trois axes non concourants au moment de diagnostique.

Le cercle du cône est réalisé par la configuration de toutes les articulations du robot (noté par l'angle Ψ).

L'angle solide du cône est réalisé par l'inclinaison de la sonde d'un angle ϕ par rapport à l'axe Z_4 et la rotation Ψ .

Dans la singularité du porteur $\theta_3=0$, le robot atteint une position maximale dans l'espace opérationnel, dans ce cas on augmente l'espace accessible par la sonde par rapport à l'espace opérationnel limité par le volume du patient. C'est-à-dire on augmente les bras du porteur du robot, pour assurer l'angle θ_3 avec $\theta_{3\min} > 0$ et $\theta_{3\max} < \pi$.

D'après le cahier des charges du robot de télé-échographie et les spécifications du mouvement de la sonde, les frontières de l'espace de cône de l'analyse souhaitées ω_s vérifient $\theta_{\max}=60^\circ$ et ceux de l'inclinaison obligatoire par la sonde $\theta_{\min} = 35^\circ$. De plus, le robot ne doit pas dépasser l'angle de sécurité de $\theta_s=75^\circ$ pour respecter les conditions de sécurité du cahier des charges afin que le robot ne rentre pas en collision avec le patient [06].

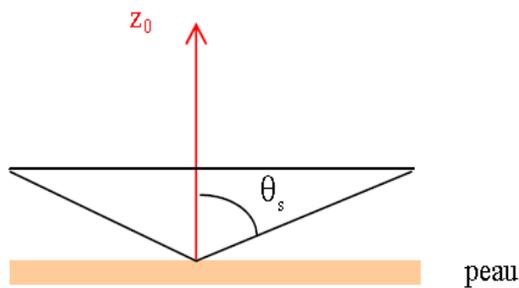


Figure 4.12 : Définissant l'angle de sécurité θ_s [06].

Les bras de navigation possèdent un système de butée mécanique à chaque point d'articulation, permettant au bras de ne pas pivoter indéfiniment et de ce fait, de ne pas atteindre la singularité comme l'articulation q_3 dans le porteur ou dépasser la limite du cahier de charge comme les articulations q_4 et q_5 . Cette solution a pour objectif d'assurer la sécurité des patients lors de l'utilisation de ce robot.

Les butées sur le poignet limitent l'angle de pivotement des articulations q_4 et q_5 en fonction des paramètres mentionnés dans le cahier charge ; dans ce cas, nous avons l'angle solide $\Omega=2\phi$ avec

$$-60^\circ \leq \Omega \leq 60^\circ, \quad \text{C'est-à-dire :} \quad -60^\circ \leq \theta_4 \leq 60^\circ$$

$$-60^\circ \leq \theta_5 \leq 60^\circ$$

4.5. Organigramme du calcul du MG et du MC par MATLAB :

Pour faciliter et vérifier le calcul des deux modèles, nous avons réalisé un programme avec un logiciel adéquat sous MATLAB pour calculer les modèles géométriques et cinématiques directe et inverse du robot. Ce programme est adopté à l'organigramme de calcul du modèle géométrique et cinématique comme montré ci-dessous.

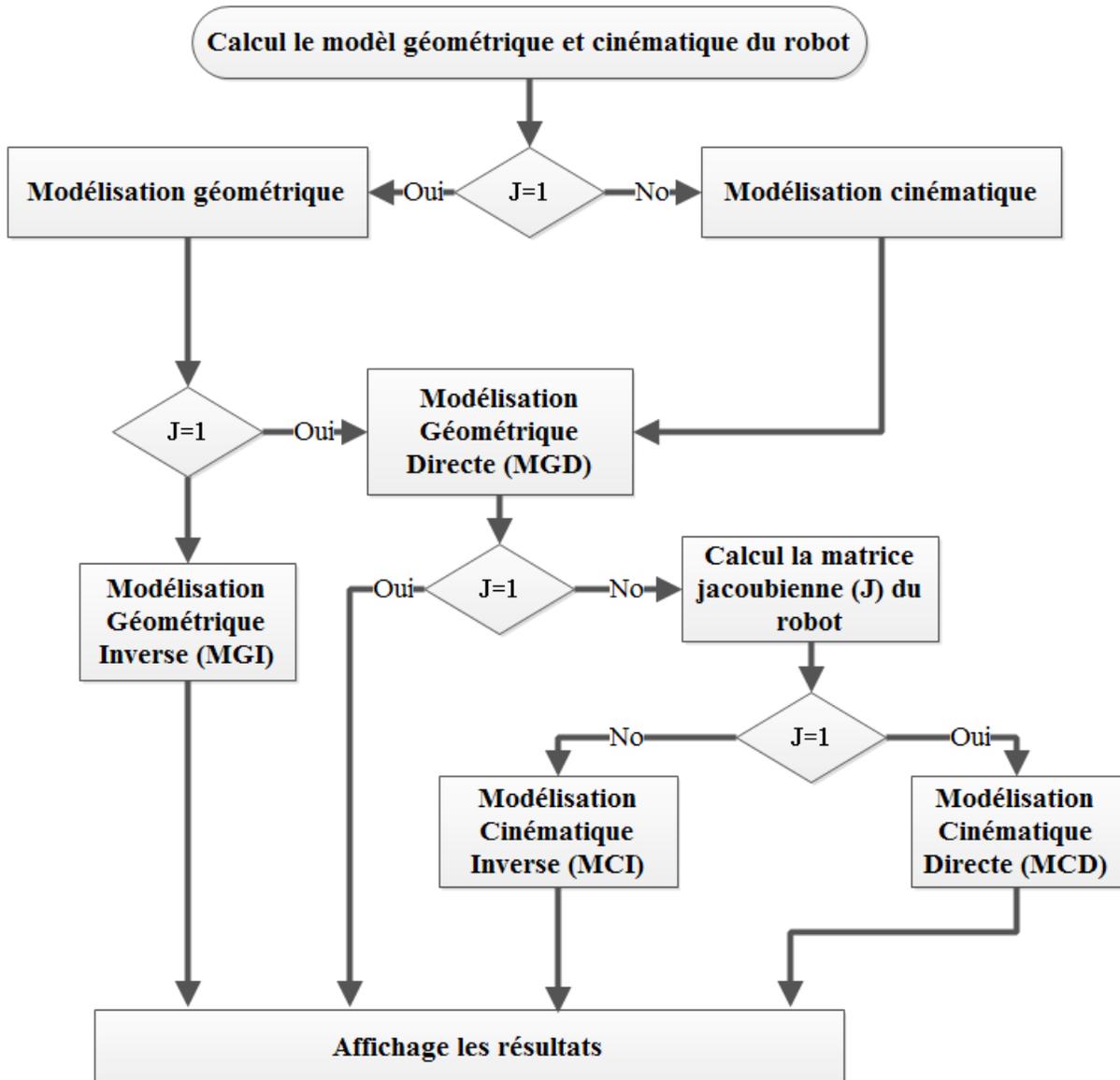


Figure 4.13 : Organigramme du calcul du modèle géométrique et cinématique

4.6. Modélisation dynamique :

L'étude géométrique d'un robot réfère à son comportement statique et l'étude cinématique à un comportement en vitesse quasi-constante. Or l'accélération et la décélération sont nécessaires pour atteindre la vitesse et la position de la sonde.

Si les corps matériels sont insensibles à la vitesse ou à la position, l'accélération engendre des forces et couples dépendantes de leur masse et de leur forme (via l'inertie). Par ailleurs, les corps constituant le robot ne sont pas des solides parfaits. Ils peuvent se déformer sous l'action des forces d'accélération ou des forces d'origine externe. Les articulations peuvent également ne pas être parfaites : élasticité des butées, frottements secs et visqueux sont souvent présents.

Si un comportement vélocité (à accélération et décélération élevées) du robot est souhaité, il est nécessaire de tenir compte de tous ces éléments en procédant à une étude dynamique du robot.

Donc le modèle dynamique du robot est la relation entre les couples (et/ou forces) appliqués aux actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulaires [16].

Le robot manipulateur est généralement considéré comme un ensemble de corps supposés rigides. Le modèle dynamique d'un tel mécanisme est habituellement décrit par des équations sous forme matricielles suivantes [21] :

$$\Gamma = A\ddot{q} + B(q, \dot{q}) + G(q) + H(\dot{q}) \quad (4.55)$$

Γ : vecteur des couples généralisés.

$A(q)$: matrice d'inertie de dimension $(n \times n)$ symétrique et définie positive.

$B(q, \dot{q})$: vecteur de dimension $(n \times 1)$ spécifiant l'effet centrifuge et de Coriolis.

$G(q)$: vecteur de dimension $(n \times 1)$ exprimant l'effet gravitationnel.

$H(\dot{q})$: vecteur de dimension $(n \times 1)$ exprimant les frottements.

Pour utiliser le modèle dynamique du robot, il faut connaître les valeurs numériques des paramètres inertiels qui y interviennent. Plusieurs techniques peuvent être envisagées pour y parvenir. Ce problème peut être corrigé par une méthode technique de calcul à partir de la considération géométrique sur les corps constitutifs du robot et de l'hypothèse d'une répartition uniforme des masses. Le résultat est immédiat lorsque les différents éléments du robot sont représentés dans les bases de données géométriques d'un système CAO, ce dernier offrant généralement à l'utilisateur des fonctionnalités d'analyse numérique automatique, [16].

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour obtenir le modèle dynamique du robot. Les formalismes les plus utilisés sont :

- a)- le formalisme de Lagrange, il est mieux adapté pour le calcul du modèle dynamique direct qui est utile pour la simulation et la commande.
- b)- le formalisme de Newton-Euler, il est mieux adapté pour le calcul du modèle dynamique inverse que l'on utilise en commande et le dimensionnement des parties mécaniques du robot.

Naturellement, les méthodes obtenues numériquement à l'aide de l'un ou de l'autre de ces formalismes sont équivalentes. Mais dans ce travail, on utilise le formalisme de Lagrange pour obtenir les fonctions dynamiques de la commande du robot.

4.6.1. Modèle dynamique par le formalisme de Lagrange :

Le modèle dynamique direct est celui qui exprime les accélérations en fonction des positions, vitesse et couple des actionneurs. Il est alors représenté par la relation :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}, \Gamma, F) \quad [16].$$

Le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement en termes de travail et d'énergie du système, ce qui se traduit, lorsque le robot est supposé en charge, par l'équation suivante [16] :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \Gamma_{e_i} \quad i = 1 \dots n \quad (4.56)$$

C'est-à-dire :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \Gamma_{e_i} \quad (4.57)$$

Avec : L : Lagrangien du système égal à E – U.

E : Energie cinétique totale du robot.

U : Energie potentielle totale du robot.

Γ_i : Couple appliqué sur l'articulation i considéré comme celle d'entrée.

Γ_{e_i} : Résultat des efforts exercés par l'organe terminal sur son environnement.

Pour les mettre en œuvre, on commence par rassembler les données géométriques et mécaniques dont on dispose sur le bras du robot : dimensions, masses, inerties, frottement, etc. On peut alors établir l'expression de l'énergie cinétique, qui dépend de la configuration et des vitesses articulaires. Avec les mêmes données, on calcule l'énergie potentielle, représentant l'action de la pesanteur, Celle-ci est également fonction de la configuration.

➤ Calcul l'énergie cinétique :

On appelle énergie cinétique d'un corps en mouvement, le travail nécessaire à faire passer ce corps de l'état au repos à l'état en mouvement [22].

L'énergie cinétique totale de système est donnée par la relation :

$$E = \sum_{j=1}^n E_j.$$

Où E_j désigne l'énergie cinétique de corps Cr_j .

Pour un robot manipulateur contenant des bras avec une distance entre le centre de rotation et le centre de gravité donc l'énergie cinétique du corps Cr_j est exprimée par l'expression linéaire.

$$E_j = \frac{1}{2} * ({}^j\omega_j^T * {}^jJ_j * {}^j\omega_j + M_j * {}^jV_j^T * {}^jV_j + 2 {}^jV_j^T * ({}^j\omega_j \wedge {}^jMS_j)). \quad (4.58)$$

$${}^j\omega_j = {}^jA_{j-1} * ({}^{j-1}\omega_{j-1} + \bar{\sigma}_j \dot{q}_j * {}^{j-1}a_j) = ({}^j\omega_{j-1} + \bar{\sigma}_j * \dot{q}_j * {}^j a_j). \quad (4.59)$$

$${}^jV_j = {}^jA_{j-1} * ({}^{j-1}V_{j-1} + {}^{j-1}\omega_{j-1} \wedge {}^{j-1}P_j) + \sigma_j * \dot{q}_j * {}^j a_j. \quad (4.60)$$

Avec :

${}^j\omega_j$: vitesse de rotation du corps Cr_j exprimé dans repère R_j .

jV_j : vitesse de translation du corps Cr_j exprimé dans repère R_j .

M_j : la masse du corps Cr_j .

S_j : vecteur liant l'origine du repère R_j au centre de masse du corps Cr_j est égal à $O_j G_j$.

MS_j : premier moment d'inertie du corps Cr_j autour de l'origine du repère R_j , il est égale à

$$M_j * S_j = (MSX_j, MSY_j, MSZ_j)^T.$$

${}^j a_j$: vecteur unitaire suivant l'axe Z_j dans repère R_j .

jJ_j : les tenseurs d'inertie des corps Cr_j par rapport au repère R_j qui s'expriment par :

$${}^jJ_j = \begin{bmatrix} XX_j & XY_j & XZ_j \\ YX_j & YY_j & YZ_j \\ ZX_j & ZY_j & ZZ_j \end{bmatrix}.$$

Pour un robot dont la base est fixe, les conditions initiales sont telles que :

$${}^0V_0=0 \quad \text{et} \quad {}^0\omega_0=0.$$

➤ Calcul de l'énergie potentielle :

L'énergie potentielle de gravitation d'un objet est égale au travail fourni pour vaincre la force de gravitation lors du changement de hauteur [22].

Pour un bras manipulateur, l'énergie potentielle s'écrit [16] :

$$U = - \sum_{j=1}^n M_j \cdot g_j^T ({}^0P_j + {}^0A_j \cdot S_j). \quad (4.61)$$

$$\text{Où } g = [0, 0, G]^T.$$

Ensuite, on applique le formalisme de Lagrange, on obtient l'équation suivante [16] :

$$\Gamma = A\ddot{q} + B(q, \dot{q}) + G(q) + \Gamma_e. \quad (4.62)$$

Dans la plupart des applications en robotique, la tâche à réaliser est décrite en termes de position de l'organe terminal \mathbf{X} et de la force \mathbf{F} appliquée par celui-ci sur l'environnement. Il est donc nécessaire d'exprimer la dynamique du robot dans l'espace opérationnel lié à l'organe terminal. A partir du modèle cinématique :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(q)\dot{q}.$$

On obtient le modèle cinématique du deuxième ordre, c'est-à-dire les accélérations des coordonnées opérationnelles en fonction des positions, vitesses et accélérations articulaires :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(q)\ddot{q} + \frac{d\mathbf{J}(q)}{dt} * \dot{q}. \quad (4.63)$$

D'après (4.62), nous déterminons l'accélération articulaire \ddot{q} :

$$\ddot{q} = A^{-1} (\Gamma - B(q, \dot{q}) - G(q) - \Gamma_e). \quad (4.64)$$

Cette expression permet la simulation et la commande aux niveaux des articulations du robot à partir des données $\Gamma, q, \dot{q}, \Gamma_e$.

Par (4.63) et (4.64) nous déterminons l'accélération opérationnelle :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(q)(A^{-1} (\Gamma - B(q, \dot{q}) - G(q) - \Gamma_e)) + k(q)\dot{q}. \quad (4.65)$$

$$\text{avec } k(q) = \frac{d\mathbf{J}(q)}{dt}.$$

Le modèle statique permet d'exprimer les couples Γ_e aux articulations, en fonction des efforts appliqués dans l'espace opérationnel \mathbf{F}_{th} . Son expression s'écrit :

$$\Gamma_e = \mathbf{J}^T \mathbf{F}_{th}. \quad (4.66)$$

En remplaçant dans (4.65), on obtient :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J} \cdot A^{-1} \cdot \Gamma - \mathbf{J} \cdot A^{-1} \cdot B(q, \dot{q}) + \dot{\mathbf{J}} \dot{q} - \mathbf{J} \cdot A^{-1} \cdot G(q) - \mathbf{J} \cdot A^{-1} \cdot \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{F}_{th}. \quad (4.67)$$

➤ Prise en compte du frottement dans les articulations :

Les frottements secs ou visqueux sont difficilement modélisables. Pourtant, ils sont loin d'être négligeables sur les robots industriels actuels. On peut en tenir compte en ajoutant à l'expression finale du couple (4.62) les termes correctifs, [16].

$$H(\dot{q}_j) = F_{sj} \cdot \text{Sgn}(\dot{q}_j) + F_{vj} \cdot \dot{q}_j \quad (4.68)$$

$$\text{Avec : } \text{Sgn}(\dot{q}_j) = 1 \quad \text{si } \dot{q}_j > 0$$

$$\text{Sgn}(\dot{q}_j) = 0 \quad \text{si } \dot{q}_j = 0$$

$$\text{Sgn}(\dot{q}_j) = -1 \quad \text{si } \dot{q}_j < 0$$

Fv_j : coefficient des frottements visqueux (=0 si les frottements sont secs).

➤ Prise en compte de l'inertie des actionneurs :

Un actionneur constitué d'un moteur de moment d'inertie I_{mj} et un réducteur de moment I_{rj} d'un rapport de transmission $Rt_j = \frac{q_j}{\theta_{aj}}$.

Où q_j et θ_{aj} sont respectivement la position de l'articulation j et la position angulaire du moteur j .

L'énergie cinétique moteur-réducteur est égale $(I_{mj} + I_{rj}) \left(\frac{\dot{q}_j}{Rt_j}\right)^2$.

On peut tenir compte en ajoutant aussi l'expression (4.58) de l'énergie cinétique des corps actifs, le terme correctif :

$$E_{aj} = \frac{1}{2} I_{aj} \dot{q}_j^2 \quad (4.69)$$

$$\text{Avec } I_{aj} = \frac{I_{mj} + I_{rj}}{(Rt_j)^2}.$$

$$Rt_j = \sigma Rt_{pj} + \bar{\sigma} Rt_{Rj} \quad \text{Avec } \begin{cases} [Rt_{pj}] = \frac{m}{\text{rad}} & \text{pour Articulation prismatique} \\ [Rt_{Rj}] = \frac{\text{rad}}{\text{rad}} & \text{Pour Articulation rotoïde} \end{cases}$$

Enfin, la relation dynamique directe d'un robot, à partir les relations (4.64), (4.67), (4.68)

et (4.69) On peut en déduire les accélérations articulaire \ddot{q} ou opérationnel \ddot{X} :

$$\ddot{q} = A^{-1} \left(\Gamma - B(q, \dot{q}) - G(q) - J^T \cdot F_{th} - H(\dot{q}) \right). \quad (4.70)$$

$$\ddot{X} = JA^{-1} \left(\Gamma - B(q, \dot{q}) - H(\dot{q}) \right) + k \cdot \dot{q} - J \cdot A^{-1} \cdot G(q) - J \cdot A^{-1} \cdot J^T \cdot F_{th}. \quad (4.71)$$

Cette expression est l'accélération opérationnelle et articulaire du robot en fonction des paramètres internes (géométrie, inertie, couple moteur) et externe (la charge manipuler) du robot.

A ce moment nous appliquons ces expressions dynamiques sur le robot SCARA pour avoir l'équation du mouvement qui nous permet la simulation ou la commande au niveau de l'espace opérationnel (par l'expression (4.70)) ou l'espace articulaire (par l'expression (4.71)).

Maintenant nous passons au calcul dynamique de notre structure proposée.

4.6.2. Calcul du modèle dynamique de la structure choisi :

Pour le calcul du modèle dynamique d'une chaîne cinématique (Figure 4.5(b)), on définit les paramètres suivants pour chaque corps \mathbf{j} de la chaîne cinématique :

- M_j : masse du corps \mathbf{j} de la chaîne cinématique.
- $S_j = [S_{xj} \ S_{yj} \ S_{zj}]^T$: le vecteur de centre de gravité du corps \mathbf{j}
- $MS_j = [MS_{xj} \ MS_{yj} \ MS_{zj}]^T$: définit le premier moment d'inertie du corps \mathbf{j} .
- ${}^j J_j = \begin{bmatrix} XX_j & XY_j & XZ_j \\ YX_j & YY_j & YZ_j \\ ZX_j & ZY_j & ZZ_j \end{bmatrix}$: tenseur d'inertie du corps \mathbf{j} en O_j , exprimé dans repère \mathbf{R}_j .
- La force appliquée sur la sonde par l'environnement est donnée ainsi que les forces de frottements sur les articulations.

Nous commençons le calcul de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique, pour lesquelles des paramètres sont simplifiés dans le calcul du modèle dynamique du robot (voir ci-dessous).

- Les propriétés géométriques des corps \mathbf{Cr}_2 , \mathbf{Cr}_3 , \mathbf{Cr}_7 et \mathbf{Cr}_8 sont égales, donc les masses $M_2 = M_3 = M_7 = M_8$, et on simplifie ces masses par M_2 .
- Les articulations q_4 , q_5 et q_6 sont formés un poignet faible donc les masses M_4 et M_5 sont négligeable.

4.6.2.1 déterminations des relations dynamiques de la structure :

➤ Calcul de l'énergie potentielle :

D'après la relation (4.61) et tous calculs faits, on trouve l'énergie potentielle du robot

$$\mathbf{U} = G. (M_1 + 4. M_2 + M_6). r_1 + G. MS_{Z6}. (1 - C_4. C_5). \quad (4.72)$$

➤ Calcul de l'énergie cinétique :

Après avoir fait tous les calculs de l'énergie cinétique, on trouve le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & a. \dot{r}_1^2 + b. w_2^2 + c. w_3^2 + d. w_2. w_3 + e. w_4^2 + f. w_2. w_4 + g. w_3. w_4 + h. w_5^2 + i. w_2. w_5 + j. w_3. w_5 + k. w_4. w_5 + l. \\ & w_6^2 + m. w_2. w_6 + n. w_3. w_6 + o. w_4. w_6 + p. w_5. w_6 + tt. \dot{r}_1. w_4 + u. \dot{r}_1. w_5 ; \end{aligned} \quad (4.73)$$

Les coefficients de l'énergie cinétique (\mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} ... \mathbf{u}) sont donnés dans l'annexe C.

➤ Calcul du couple appliqué sur les articulations sous l'action de l'environnement :

Les forces et les moments appliqués sur la sonde sont donnés par :

$$\mathbf{f}_{th} = (f_x \ f_y \ f_z \ n_x \ n_y \ n_z)^T \quad (4.74)$$

Pour la tâche d'échographie, les moments n_x et n_y sont nuls ($n_x = n_y = 0$) plus n_z est négligé par l'effet de gel lequel est utilisé sur le corps du patient. Donc, par les (4.66) et (4.74) on peut trouver le couple appliqué sur chaque articulation sous l'action de l'environnement :

$$\Gamma_e = J^T \cdot f_{th} = J^T \cdot \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.75)$$

➤ Calcul des forces résultant de l'effet du frottement :

$$H(\dot{q}) = \begin{pmatrix} Fs_1 \cdot \text{Sgn}(\dot{r}_1) + Fv_1 \cdot \dot{r}_1 \\ Fs_2 \cdot \text{Sgn}(\dot{\theta}_2) + Fv_2 \cdot \dot{\theta}_2 \\ 4 \cdot Fs_5 \cdot \text{Sgn}(\dot{\theta}_3) + 4 \cdot Fv_3 \cdot \dot{\theta}_3 \\ Fs_4 \cdot \text{Sgn}(\dot{\theta}_4) + Fv_4 \cdot \dot{\theta}_4 \\ Fs_2 \cdot \text{Sgn}(\dot{\theta}_5) + Fv_5 \cdot \dot{\theta}_5 \\ Fs_6 \cdot \text{Sgn}(\dot{\theta}_6) + Fv_6 \cdot \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} \quad (4.76)$$

➤ L'inertie des actionneurs :

$$I_a = \begin{bmatrix} I_{a1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{a2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{a3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{a4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{a5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{a6} \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

4.6.2.2. Détermination de l'équation du mouvement :

On détermine les couples appliqués sur les articulations q_i :

Après l'utilisation du formalisme de Lagrange (4.57) et tous les calculs faits, les coefficients dynamiques **A**, **B**, **G** et **H** sont donnés par :

D'après la relation (4.76) la matrice d'inertie **A** du robot :

$$A = \begin{bmatrix} 2a + I_{a1} & 0 & 0 & tt & u & 0 \\ 0 & 2b + I_{a2} & d & f & l & m \\ 0 & d & 2c + I_{a3} & g & j & n \\ tt & f & g & 2e + I_{a4} & k & o \\ u & l & j & k & 2h + I_{a5} & p \\ 0 & m & n & o & p & 2l + I_{a6} \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

La matrice de l'effet de centrifuge et de Coriolis **B** de dimensions $(n, n(n-1)/2)$.

$$B_i = \frac{dA_{ij}}{dt} \begin{pmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} - \frac{dE}{dq_i} \quad (4.79)$$

Le vecteur de l'effet gravitationnel de dimension (n x 1) exprimé par :

$$C = \frac{dU}{dq_i} = G * \begin{pmatrix} M_1 + 4M_2 + M_6 \\ 0 \\ 0 \\ S_4 \cdot C_5 \cdot MS_{Z6} \\ C_4 \cdot S_5 \cdot MS_{Z6} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

D'après les relations (4.70), (4.75), (4.76), (4.78), (4.79), (4.80) on peut déterminer le couple sur les articulations par la relation suivante :

$$\Gamma_i = A \cdot \ddot{q} + B(q, \dot{q}) + G(q) + H(\dot{q}) + \Gamma_e$$

L'équation du mouvement est déterminée par la relation (4.70) et (4.71) ;

Soit l'accélération articulaire en fonction (Γ , q , \dot{q} , H , Γ_e) :

$$\ddot{q} = A^{-1} \cdot (\Gamma - B(q, \dot{q}) - G(q) - J^T \cdot F_{th} - H(\dot{q}))$$

Ou soit l'accélération opérationnelle en fonction (Γ , q , \dot{q} , H , Γ_e) :

$$\ddot{X} = J \cdot A^{-1} \cdot (\Gamma - B(q, \dot{q}) - H(\dot{q})) + k \cdot \dot{q} - J \cdot A^{-1} \cdot G(q) - J \cdot A^{-1} \cdot J^T \cdot F_{th}$$

4.7. Conclusion :

Nous avons, dans ce chapitre, montré comment obtenir le modèle géométrique et cinématique directe et inverse de deux solutions possibles du poignet du robot SCARA pour faire l'examen d'échographie. Le résultat trouvé est que le robot à poignet à trois axes non concourants est meilleur que le robot à poignet à trois axes concourants.

Au moment du diagnostic des reins, le patient doit être obligatoirement en position décubitus latéral (gauche ou droite), ainsi le geste d'échographie est toujours fait sur un plan horizontal, cet état nous permet l'analyse par ce type de robot facilement sans atteindre la singularité.

Le modèle cinématique permet de trouver une solution au problème du changement des coordonnées quelle que soit la structure du robot. Il permet aussi d'introduire la notion de vitesse de déplacement du mécanisme. Il est donc à la base de la commande en vitesse des robots manipulateurs. A partir des résultats obtenus dans ce modèle, le calcul inverse est trouvé par la méthode analytique, donc la commande du robot faite par la méthode linéaire (commande linéaire). Enfin, nous avons réalisé le modèle dynamique de la structure choisie par le formalisme de Lagrange, l'énergie cinétique et l'énergie potentiel étant linéaires par rapport aux paramètres inertiels (M_i , MS_i , J_i), le modèle dynamique également linéaire aux ces paramètres, donc ce modèle est le meilleur pour réaliser la commande prédictive du robot pour la sécurité du patient.

Conclusion générale :

CONCLUSION GÉNÉRALE :

Le but de ce travail est de définir une structure cinématique performante, pour exécuter une tâche d'échographie, par un robot porte-sonde répondant aux contraintes de l'application médicale de la télé-échographie. Notre conception conceptuelle s'est faite en deux phases: une phase de synthèse topologique qui peut être appliquée à tous les robots médicaux et une phase de synthèse dimensionnelle relative aux robots de télé-échographie uniquement. La phase de synthèse topologique a été menée, d'une part en s'inspirant des solutions déjà existantes et d'autre part par une analyse statistique pour déterminer les solutions cinématiques qui conviennent. Les structures varient selon le besoin et le cadre d'utilisation. La phase de synthèse dimensionnelle doit être réalisée dès lors que la morphologie est choisie, c'est la raison pour laquelle nous avons démarré notre étude à partir d'une solution existante.

Les contraintes du cahier des charges se résument, comme pour la plupart des robots médicaux, au suivi du geste médical, à la sûreté de fonctionnement, à la rigidité, la rapidité et la possibilité d'analyse de tous les organes du patient sans besoin de technicien et à l'adaptabilité au contexte médical. L'étude de la technique des gestes effectués par le spécialiste lors d'actes d'échographie abdominale a montré que le robot doit posséder un déplacement sphérique autour d'un point de la surface de contact sonde/peau [02].

La plupart des robots réalisés pour la télé-échographie, sont basés sur les déplacements sphériques à centre de rotation distant, ces structures sont connues par la présence de singularités dans leur espace de travail. La singularité centrale de ce type de structure est néfaste pour notre application, car cette position est souvent utilisée par le médecin, elle l'utilise comme référence.

Selon les contraintes soumis sur le robot de télé-échographie et le problème de présence de la singularité dans les poignets sphériques, on a choisi un robot constitué d'un porteur et d'un poignet pour atteindre tous les organes. Nous avons alors proposé un robot de type SCARA à une structure simple et fermée permettant d'amener la sonde à une situation (position) donnée. Cette structure est la plus utilisée et a pour avantage essentiel d'augmenter la rigidité ainsi que la précision d'analyse. Puis nous avons proposé deux types de poignet (un poignet à trois axes concourant et un poignet à trois axes non concourant). Nous distinguons que le porteur SCARA

avec un poignet à trois axes non concourant donne un meilleur fonctionnement pour l'examen d'échographie par rapport au porteur SCARA avec un poignet à trois axes concourant.

Cependant, dans la structure choisie, il y a deux singularités cinématiques pour lesquelles la sonde n'atteint pas ces positions; la première singularité (pour $\theta_3=0$) se trouve à la limite des frontières de l'espace de travail et la deuxième singularité (pour $\theta_5=\pm 90^\circ$) est évitée par une butée mécanique laquelle délimite l'angle entre $(-65 \leq \theta_5 \leq 65)$. Nous avons la même technique sur l'articulation q_4 $(-65 \leq \theta_4 \leq 65)$ pour éviter la collision entre la sonde et le corps du patient. Cet état permet au robot de travailler dans un espace non singulier, enfin nous avons calculé le modèle dynamique par le formalisme de Lagrange pour assurer la commande prédictive du robot.

Selon les différents prototypes présentés initialement et réalisés aux laboratoires, on remarque que les robots ayant un faible déplacement sont caractérisées par des avantages tel que la mobilité, mais leur majeur inconvénient est l'existence de mouvements indésirables qui influent sur la qualité de l'image d'échographie. Les robots à grand déplacement occupent un grand espace pour effectuer l'analyse sur le patient; contrairement aux robots cités précédemment ils sont rigides mais non transportables et peuvent faire l'échographie en 3D.

Notre étude nous a permis de comprendre les méthodes pour avoir un modèle mathématique par modélisation géométrique et cinématique. La structure que nous avons proposé est non singularisée dans un grand espace de travail, dans le cas d'un bâti rigide on peut reconstruire l'échographie en 3D, de plus le robot est transportable vers les régions critiques isolées.

Perspectives :

Dans notre étude il y a plusieurs perspectives qui sont envisageables

Il nous semble envisageable de prolonger et d'appliquer notre structure proposée sous contraintes à d'autres types d'applications médicales.

Il serait bénéfique de compléter le processus de conception en réalisant une étude de conception innovante à partir d'un nouveau besoin médical. Il serait alors utile de développer un outil de choix des actionneurs.

Annexe :

ANNEXE A

Modélisation le robot de porteur type SCARA avec un poignet à trois axes concourants

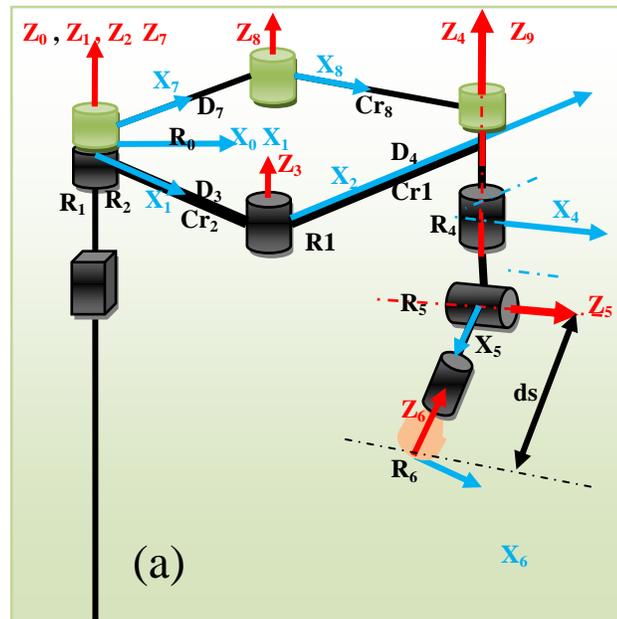


Figure A.1 : structure du robot SCARA avec un poignet à trois axes concourant.

Selon les paramètres de Denavit-Hartenberg modifié par W.khalil on trouve les paramètres suivants :

J	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	1	0	0	0	r_1
2	0	0	0	θ_2	0
3	0	0	D_3	θ_3	0
4	0	0	D_4	θ_4	0
5	0	0	0	θ_5	0
6	0	0	ds	θ_6	0

Tableau A.01 paramètre géométrique du robot avec trois axes concourant.

A.1. Modélisation géométrique :

A.1.1. Modélisation géométrique directe (MGD) :

- La matrice de transformation 0T_2 (définie \mathbf{R}_1 et \mathbf{R}_2 dans \mathbf{R}_0 de la base du robot) :

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.01})$$

- La matrice de transformation 2T_3 (exprimé \mathbf{R}_3 dans \mathbf{R}_2) :

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & D_2 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.02})$$

- La matrice de transformation 3T_4 (exprimé \mathbf{R}_4 dans \mathbf{R}_3) :

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & D_3 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.03})$$

- La matrice de transformation 4T_5 (définie \mathbf{R}_5 dans \mathbf{R}_4) :

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.04})$$

- La matrice de transformation 5T_6 (définie \mathbf{R}_6 dans \mathbf{R}_5) :

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & ds \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.05})$$

- La transformation globale qui permet de passer du repère \mathbf{R}_6 lié à la pointe de l'instrument au repère \mathbf{R}_0 lié à la base du robot est :

- ${}^0T_6 = {}^0T_2 * {}^2T_3 * {}^3T_4 * {}^4T_5 * {}^5T_6$.

- Qui donne :

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} C_6 * C_{234} - C_5 * S_6 * S_{234} & -S_6 * C_{234} - C_5 * C_6 * S_{234} & S_5 * S_{234} & D * (C_2 + C_{23}) - S_5 * ds * S_{234} \\ C_6 * S_{234} + C_5 * S_6 * C_{234} & -S_6 * S_{234} + C_5 * C_6 * C_{234} & -S_5 * C_{234} & D * (S_{23} + S_2) + S_5 * ds * C_{234} \\ S_5 * S_6 & C_6 * S_5 & C_5 & r_1 - C_5 * ds \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.06})$$

Singularité géométrique :

$$\text{Det}({}^0T_6) = 1.$$

A.1.2. Modélisation géométrique inverse (MGI) :

$$P_x = D*(C_2 + C_{23}) - ds*S_5*S_{234} = D*(C_2 + C_{23}) - ds*a_x. \quad (A.07)$$

$$P_y = D*(S_2 + S_{23}) + ds*S_5*C_{234} = D*(S_2 + S_{23}) + ds*a_y. \quad (A.08)$$

$$P_z = r_1 - ds*C_5 = r_1 - ds*a_z. \quad (A.09)$$

D'après les relations (A.07) et (A.08) on trouve :

$$(P_x + ds*a_x)^2 = D^2*(C_2 + C_{23})^2.$$

$$(P_y + ds*a_y)^2 = D^2*(S_2 + S_{23})^2.$$

$$(P_x + ds*a_x)^2 = D^2*(C_2^2 + 2*C_2*C_{23} + C_{23}^2 + S_2^2*S_3^2 - 2*C_2*C_3*S_2*S_3).$$

$$(P_y + ds*a_y)^2 = D^2*(S_2^2 + 2*S_2*S_{23} + C_{23}^2 + S_2^2*C_3^2 + 2*C_2*S_3*S_2*C_3).$$

$$(P_x + ds*a_x)^2 + (P_y + ds*a_y)^2 = 2D^2*(1 + C_3). \quad (A.10)$$

Avec la relation (A.10) on peut l'angle θ_3 :

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{(P_x + ds*a_x)^2 + (P_y + ds*a_y)^2 - 2*D^2}{2*D^2}\right). \quad (A.11)$$

L'angle θ_2 déterminé par la relation suivante :

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{\left(\frac{P_x + a_x*ds}{2*D} + \frac{\sin(\theta_3)*(P_y + a_y*ds)}{2*D*(\cos(\theta_3) + 1)}\right)}{\left(\frac{P_y + a_y*ds}{2*D} - \frac{\sin(\theta_3)*(P_x + a_x*ds)}{2*D*(\cos(\theta_3) + 1)}\right)}\right). \quad (A.12)$$

L'angle θ_4 est donné par suit :

$$\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \text{ATAN2}(a_x, a_y).$$

$$\theta_4 = \text{ATAN2}(a_y, a_x) - \theta_2 - \theta_3. \quad (A.13)$$

L'angle θ_5

$$\theta_5 = \text{ATAN2}(a_z, \sqrt{a_x^2 + a_y^2}). \quad (A.14)$$

L'angle θ_6

$$\theta_6 = \text{ATAN2}(s_z, n_z). \quad (A.15)$$

D'après la relation (A.09) et (A.14) on peut déterminer r_1 :

$$V_y = w_2*(D*(C_{23} + C_2) - ds*S_{234}*S_5) - w_3*(D*S_{23} + ds*C_{234}*S_5) - ds*w_4*C_{234}*S_5 + ds*w_5*S_{234}*C_5$$

$$V_z = \dot{r}_1 + w_5*C_5$$

$$W_x = w_5*C_{234} + w_6*S_{234}*S_5$$

$$W_y = w_5*S_{234} - w_6*C_{234}*S_5$$

$$W_z = w_2 + w_3 + w_4 + w_6*C_5$$

A.2.2. Modélisation cinématique inverse (MCI) :

Par la même méthode précédente on trouve :

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} = J(q)^{-1} \begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \dot{W}_z \\ \dot{W}_y \\ \dot{W}_z \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

ANNEXE B

Modélisation le robot avec un poignet a trois axes non concourants

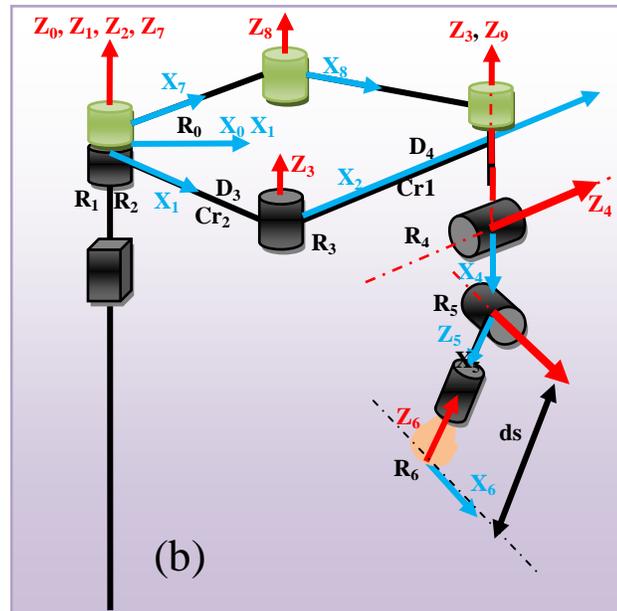


Figure B.1 : chaîne cinématique du robot à un porteur type SCARA avec un poignet à trois axes non concourant

J	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	1	0	0	0	r_1
2	0	0	0	θ_2	0
3	0	0	D_3	θ_3	0
4	0	0	D_4	θ_4	0
5	0	$\pi/2$	0	θ_5	0
6	0	0	ds	θ_6	0

Tableau B.01 : Paramètre géométrique du robot à porteur de type SCARA avec poignet non concourant.

B.1. Modélisation géométrique (MG) :

B.1.1. Modélisation géométrique directe :

La matrice de transformation 0T_2 (exprimé \mathbf{R}_2 et \mathbf{R}_1 dans \mathbf{R}_0) : on aura donc :

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.01})$$

- La matrice de transformation ${}^2\mathbf{T}_3$ (exprimé \mathbf{R}_3 dans \mathbf{R}_2) :

$${}^2\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & D_2 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.02})$$

La matrice ${}^3\mathbf{T}_4$ s'écrit :

$${}^3\mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_3 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_4) & \sin(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.03})$$

- Transformation ${}^4\mathbf{T}_5$:

$${}^4\mathbf{T}_5 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.04})$$

- Transformation ${}^5\mathbf{T}_6$:

$${}^5\mathbf{T}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & ds \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.05})$$

Après avoir le produit de toutes les matrices élémentaire ${}^{j-1}\mathbf{T}_j$ et $j=1,2,\dots,6$, on trouve la matrice transformation globale entre la base et la contacte sonde/peau par la relation suivent :

$${}^0\mathbf{T}_6 = \begin{pmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.06})$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \\ a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_4 * C_6 * S_{23} + S_6 * (S_4 * S_5 * S_{23} + C_5 * C_{23}), \\ S_6 * (C_5 * S_{23} - S_4 * S_5 * C_{23}) - C_4 * C_6 * C_{23} \\ - C_6 * S_4 + C_4 * S_5 * S_6 \\ -C_6 * (-C_5 * C_{23} - S_4 * S_5 * S_{23}) - C_4 * S_6 * S_{23} \\ C_6 * (C_5 * S_{23} - S_4 * S_5 * C_{23}) + C_4 * S_6 * C_{23} \\ C_4 * C_6 * S_5 + S_4 * S_6 \\ -S_5 * C_{23} + C_5 * S_4 * S_{23} \\ -S_5 * S_{23} - C_5 * S_4 * C_{23} \\ C_4 * C_5 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.07})$$

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D * (C_2 + C_{23}) - ds * (-S_5 * C_{23} + C_5 * S_4 * S_{23}) \\ D * (S_2 + S_{23}) + ds * (S_5 * S_{23} + C_5 * S_4 * C_{23}) \\ r_1 - C_4 * C_5 * ds \end{pmatrix}. \quad (\text{B.08})$$

Après le calcul de déterminant ${}^0\mathbf{T}_6$ on trouve :

$$\text{Det}({}^0\mathbf{T}_6)=1$$

Il n'y pas des singularités géométriques donc le calcul inverse est possible et unique.

B.1.2. Calcule le modèle géométrique inverse :

Le vecteur de position (A.07) donné par les relations suit :

$$P_x = D * (C_2 + C_{23}) - ds * a_x. \quad (\text{B.09})$$

$$P_y = D * (S_2 + S_{23}) - ds * a_y. \quad (\text{B.10})$$

$$P_z = r_1 - ds * a_z. \quad (\text{B.11})$$

On trouver les ongles θ_2 et θ_3 par les relations (B.09) et (B.10) :

$$(P_x + ds * a_x)^2 + (P_y + ds * a_y)^2 = 2D^2 * (1 + C_3)$$

Qui donne :

$$\theta_3 = \arccos \left(\frac{((P_x + ds * a_x)^2 + (P_y + ds * a_y)^2)}{2D^2} - 1 \right). \quad (\text{B.12})$$

La valeur de θ_2 est donner par :

$$\theta_2 = \arctan \left(\frac{\left(\frac{P_x + a_x * ds}{2 * D} + \frac{\sin(\theta_3) * (P_y + a_y * ds)}{2 * D * (\cos(\theta_3) + 1)} \right)}{\left(\frac{P_y + a_y * ds}{2 * D} - \frac{\sin(\theta_3) * (P_x + a_x * ds)}{2 * D * (\cos(\theta_3) + 1)} \right)} \right). \quad (\text{B.13})$$

Le déplacement r_1 est donné par la relation (B.11) et (B.07) :

$$r_1 = P_z - ds * a_z \quad (\text{B.14})$$

Par les valeurs a_x , a_y et a_z on peut trouver les angles θ_4 et θ_5 .

$$\theta_4 = \arctan \left(\frac{a_x * S_{23}^2 - a_y * C_{23}}{a_z * (C_{23} + S_{23}^2)} \right). \quad (\text{A.15})$$

$$\theta_5 = \arcsin(a_y * S_{23} + a_x * C_{23}). \quad (\text{A.16})$$

Donc on peut déterminer l'angle θ_6 . On prend la relation s_z et n_z .

$$\theta_6 = \arctan \left(- \frac{(n_z - s_z) * C_4 * S_5}{S_4 * (n_z + s_z)} \right). \quad (\text{B.17})$$

B.2. Modélisation cinématique

B.2.1. Calcul le modèle cinématique directe :

Par la même méthode précédente on trouve :

$$\begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ W_x \\ W_y \\ W_z \end{pmatrix} = J(q) \begin{pmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.18})$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & E \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -ds * (S_{23} * S_5 + C_{23} * C_5 * S_4) - D * (S_2 + S_{23}), & -ds * (S_{23} * S_5 + C_{23} * C_5 * S_4) - D * S_{23} & 0 \\ ds * (C_{23} * S_5 - C_5 * S_{23} * S_4) + D * (C_2 + C_{23}), & ds * (C_{23} * S_5 - C_5 * S_{23} * S_4) + C_{23} * D & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} C_4 * C_5 * S_{23} * ds & ds * (C_{23} * C_5 + S_{23} * S_4 * S_5) & 0 \\ C_{23} * C_4 * C_5 * ds, & ds * (C_5 * S_{23} - C_{23} * S_4 * S_5) & 0 \\ C_5 * S_4 * ds & C_4 * S_5 * ds & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} C_{23} & S_{23} * C_4 & C_5 * S_{23} * S_4 - C_{23} * S_5 \\ S_{23} & -C_{23} * C_4 & -S_{23} * S_5 - C_{23} * C_5 * S_4 \\ 0 & -S_4 & C_5 * C_4 \end{bmatrix}$$

Après avoir le calcul de déterminant de la matrice jacobienne J on trouve :

$$\text{Det}({}^0V_6) = D^2 * S_3 * C_5$$

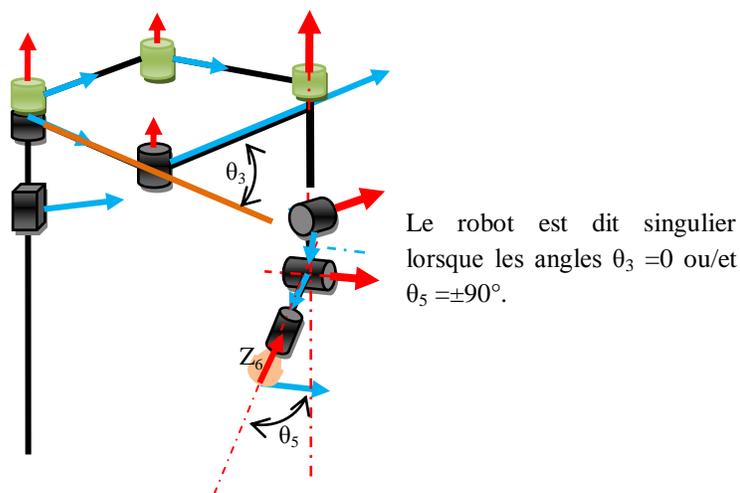


Figure B.02 : chaîne cinématique représente les singularités cinématique du porteur type SCARA avec un poignet à trois axes non concurrent.

Les vitesses de la sonde donné par suit :

$$V_x = w_3 * (D * C_{23} - ds * S_{234} * S_5) - w_2 * (D * (S_{23} + S_2) + ds * C_{234} * S_5) + ds * w_5 * C_{234} * C_5 - ds * w_4 * S_{234} * S_5$$

$$V_y = w_2 * (D * (C_{23} + C_2) - ds * S_{234} * S_5) - w_3 * (D * S_{23} + ds * C_{234} * S_5) - ds * w_4 * C_{234} * S_5 + ds * w_5 * S_{234} * C_5$$

$$V_z = \dot{r}_1 + ds * w_4 * C_4 * S_5 + ds * w_5 * C_4 * S_5$$

$$W_x = w_4 * C_{23} - w_6 * (C_{23} * S_5 - S_{23} * C_5 * S_4) + w_5 * S_{23} * C_4$$

$$W_y = w_4 * S_{23} - w_6 * (S_{23} * S_5 + C_{23} * C_5 * S_4) - w_5 * C_{23} * C_4$$

$$W_z = w_2 + w_3 - w_5 * S_4 + w_6 * C_4 * C_5$$

Le calcul inverse de modèle cinématique est donné par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} = J^{-1}(q) \begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \dot{W}_z \\ \dot{W}_y \\ \dot{W}_z \end{pmatrix}$$

B.3. Modèle dynamique :

Dans cette partie nous avons détail les résultats de modèle dynamique laquelle obtenu par le formalisme de Lagrange

Les vitesses linières du robot ${}^i w_i$

$${}^0 w_0 = (0 \ 0 \ 0)^T$$

$${}^1 w_1 = (0 \ 0 \ w_2)^T$$

$${}^2 w_2 = (0 \ 0 \ w_2 + w_3)^T$$

$${}^3 w_3 = (0 \ 0 \ w_2 + w_3)^T$$

$${}^4 w_4 = (-C_4 * (w_2 + w_3), \ S_4 * (w_2 + w_3), \ w_4)^T$$

$${}^5 w_5 = (w_4 * S_5 - C_4 * C_5 * (w_2 + w_3), \ w_4 * C_5 + C_4 * S_5 * (w_2 + w_3), \ w_5 - S_4 * (w_2 + w_3))$$

$${}^6 w_6 = \begin{pmatrix} C_6 * (w_5 - S_4 * (w_2 + w_3)) + S_6 * (w_4 * C_5 + C_4 * S_5 * (w_2 + w_3)) \\ C_6 * (w_4 * C_5 + C_4 * S_5 * (w_2 + w_3)) - S_6 * (w_5 - S_4 * (w_2 + w_3)) \\ w_6 - w_4 * S_5 + C_4 * C_5 * (w_2 + w_3) \end{pmatrix}$$

Les vitesses linières du robot ${}^i V_i$:

$${}^0 V_{L_0} = (0 \ 0 \ 0)^T$$

$${}^1 V_{L_1} = (0 \ 0 \ 0)^T$$

$${}^2V_2 = (D * w_2 * S_2, D * w_2 * C_2, \dot{r}_1)^T$$

$${}^3V_{L_3} = \begin{pmatrix} (S_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2) - \dot{r}_1 * C_4) \\ \dot{r}_1 * S_4 + C_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2) \\ D * w_2 * S_2 \end{pmatrix},$$

$${}^4V_{L_4} = \begin{pmatrix} D * w_2 * S_2 * S_5 - C_5 * (\dot{r}_1 * C_4 - S_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2)) \\ S_5 * (\dot{r}_1 * C_4 - S_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2)) + D * w_2 * C_5 * S_2 \\ - \dot{r}_1 * S_4 - C_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2) \end{pmatrix}$$

$${}^5V_{L_5} = ({}^5V_{L_{5x}}, {}^5V_{L_{5y}}, {}^5V_{L_{5z}})^T.$$

$${}^5V_{L_{5x}} = S_6 * (ds * (w_5 - S_4 * (w_2 + w_3)) + S_5 * (vr * C_4 - S_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2)) + D * w_2 * C_5 * S_2) - C_6 * (vr * S_4 + C_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2) + ds * (w_4 * C_5 + C_4 * S_5 * (w_2 + w_3)))$$

$${}^5V_{L_{5y}} = C_6 * (ds * (w_5 - S_4 * (w_2 + w_3)) + S_5 * (vr * C_4 - S_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2)) + D * w_2 * C_5 * S_2) + S_6 * (vr * S_4 + C_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2) + ds * (w_4 * C_5 + C_4 * S_5 * (w_2 + w_3)))$$

$${}^5V_{L_{5z}} = C_5 * (vr * C_4 - S_4 * (D * (w_2 + w_3) + D * w_2 * C_2)) - D * w_2 * S_2 * S_5.$$

$${}^6V_{L_6} = \begin{pmatrix} -D * S_2 * (w_2 + w_3) \\ D * C_4 * (w_2 + w_3) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

• Calcul d'énergie cinétique :

Après avoir fait tous les calculs de l'énergie cinétique, on trouve le résultat suivant :

$$E = a * \dot{r}_1^2 + b * w_2^2 + c * w_3^2 + d * w_2 * w_3 + e * w_4^2 + f * w_2 * w_4 + g * w_3 * w_4 + h * w_5^2 + I * w_2 * w_5 + j * w_3 * w_5 + k * w_4 * w_5 + l * w_6^2 + m * w_2 * w_6 + n * w_3 * w_6 + o * w_4 * w_6 + p * w_5 * w_6 + tt * \dot{r}_1 * w_4 + u * \dot{r}_1 * w_5$$

Les coefficient de **a, b, c... u** sont donnés par des fonction suivant :

- $a = (M_1 + 4 * M_2 + M_6) / 2.$
- $b = YZ_2 + 2 * ZZ_2 + YY_6 / 2 + (XY_6 * C_{2,4,5}) / 4 + D^2 * M_2 + D^2 * M_6 + (XX_6 * C_4^2 + XX_6 * C_6^2 - YY_6 * C_4^2 - YY_6 * C_6^2 - XY_6 * S_{2,6} - XX_6 * C_4^2 * C_5^2 + ZZ_6 * C_4^2 * C_5^2 + XX_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6^2 - YY_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6^2 - M_6 * ds^2 * C_4^2 * C_5^2 + M_6 * ds^2) / 2 - XY_6 * C_{2,4,5} / 4 - XX_6 * C_4^2 * C_6^2 + YY_6 * C_4^2 * C_6^2 + 2 * D * MS_{X_2} * C_3 + D^2 * M_6 * C_3 + 2 * XY_6 * C_4^2 * C_6 * S_6 + D * M_6 * ds * S_5 + YZ_6 * C_4^2 * C_5 * C_6 * S_5 - 2 * XY_6 * C_4 * C_6^2 * S_4 * S_5 + XZ_6 * C_4^2 * C_5 * S_5 * S_6 - XY_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6 * S_6 - XZ_6 * C_4 * C_5 * C_6 * S_4 + D * M_6 * ds * C_3 * S_5 + YZ_6 * C_4 * C_5 * S_4 * S_6 - D * M_6 * ds * C_5 * S_3 * S_4 - XX_6 * C_4 * C_6 * S_4 * S_5 * S_6 + YY_6 * C_4 * C_6 * S_4 * S_5 * S_6.$
- $c = YY_6 / 2 + YZ_2 / 2 + ZZ_2 + (D^2 * M_2 + D^2 * M_6 + XX_6 * C_4^2 + XX_6 * C_6^2 - YY_6 * C_4^2 - YY_6 * C_6^2 + M_6 * ds^2 + ZZ_6 * C_4^2 * C_5^2 - M_6 * ds^2 * C_4^2 * C_5^2 - YY_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6^2 - XX_6 * C_4^2 * C_5^2) / 2 - XX_6 * C_4^2 * C_6^2 +$

$$\begin{aligned}
& YY_6 * C_4^2 * C_6^2 - XY_6 * C_6 * S_6 + 2 * XY_6 * C_4^2 * C_6 * S_6 + D * M_6 * ds * S_5 + (XX_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6^2) / 2 + \\
& XY_6 * C_4 * S_4 * S_5 + YZ_6 * C_4^2 * C_5 * C_6 * S_5 - 2 * XY_6 * C_4 * C_6^2 * S_4 * S_5 + XZ_6 * C_4^2 * C_5 * S_5 * S_6 - \\
& XY_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6 * S_6 - XZ_6 * C_4 * C_5 * C_6 * S_4 + YZ_6 * C_4 * C_5 * S_4 * S_6 - XX_6 * C_4 * C_6 * S_4 * S_5 * S_6 + \\
& YY_6 * C_4 * C_6 * S_4 * S_5 * S_6.
\end{aligned}$$

- $d = YY_6 + YZ_2 + 2 * ZZ_2 + D^2 * M_2 + D^2 * M_6 + XX_6 * C_4^2 + XX_6 * C_6^2 - YY_6 * C_4^2 - YY_6 * C_6^2 + M_6 * ds^2 -$
 $XX_6 * C_4^2 * C_5^2 - 2 * XX_6 * C_4^2 * C_6^2 + 2 * YY_6 * C_4^2 * C_6^2 + ZZ_6 * C_4^2 * C_5^2 + 2 * D * MS_{X2} * C_3 - 2 * XY_6 * C_6 * S_6$
 $+ D^2 * M_6 * C_3 + 4 * XY_6 * C_4^2 * C_6 * S_6 + 2 * D * M_6 * ds * S_5 + XX_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6^2 - YY_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6^2 +$
 $2 * XY_6 * C_4 * S_4 * S_5 - M_6 * ds^2 * C_4^2 * C_5^2 + 2 * YZ_6 * C_4^2 * C_5 * C_6 * S_5 - 4 * XY_6 * C_4 * C_6^2 * S_4 * S_5 +$
 $2 * XZ_6 * C_4^2 * C_5 * S_5 * S_6 - 2 * XY_6 * C_4^2 * C_5^2 * C_6 * S_6 - 2 * XZ_6 * C_4 * C_5 * C_6 * S_4 + D * M_6 * ds * C_3 * S_5 +$
 $2 * YZ_6 * C_4 * C_5 * S_4 * S_6 - D * M_6 * ds * C_5 * S_3 * S_4 - 2 * XX_6 * C_4 * C_6 * S_4 * S_5 * S_6 + 2 * YY_6 * C_4 * C_6 * S_4 * S_5 * S_6.$
- $e = (ZZ_6 + XX_6 * C_5^2 - ZZ_6 * C_5^2 - XX_6 * C_5^2 * C_6^2 + YY_6 * C_5^2 * C_6^2 + M_6 * ds^2 * C_5^2) / 2 + XY_6 * C_5^2 * C_6 * S_6 -$
 $YZ_6 * C_5 * C_6 * S_5 - XZ_6 * C_5 * S_5 * S_6$
- $f = XY_6 * C_5 * S_4 - YZ_6 * C_4 * C_6 - XZ_6 * C_4 * S_6 - 2 * XY_6 * C_5 * C_6^2 * S_4 + 2 * XZ_6 * C_4 * C_5^2 * S_6 -$
 $XX_6 * C_4 * C_5 * S_5 - ZZ_6 * C_4 * C_5 * S_5 + XZ_6 * C_6 * S_4 * S_5 - YZ_6 * S_4 * S_5 * S_6 + 2 * YZ_6 * C_4 * C_5^2 * C_6 -$
 $XX_6 * C_4 * C_5 * C_6^2 * S_5 + YY_6 * C_4 * C_5 * C_6^2 * S_5 + M_6 * ds^2 * C_4 * C_5 * S_5 + D * M_6 * ds * C_4 * C_5 -$
 $XX_6 * C_5 * C_6 * S_4 * S_6 + YY_6 * C_5 * C_6 * S_4 * S_6 + D * M_6 * ds * C_3 * C_4 * C_5 + 2 * XY_6 * C_4 * C_5 * C_6 * S_5 * S_6.$
- $g = - YZ_6 * C_4 * C_6 + XY_6 * C_5 * S_4 - XZ_6 * C_4 * S_6 - 2 * XY_6 * C_5 * C_6^2 * S_4 + 2 * XZ_6 * C_4 * C_5^2 * S_6 +$
 $XX_6 * C_4 * C_5 * S_5 - ZZ_6 * C_4 * C_5 * S_5 + XZ_6 * C_6 * S_4 * S_5 - YZ_6 * S_4 * S_5 * S_6 + 2 * YZ_6 * C_4 * C_5^2 * C_6 -$
 $XX_6 * C_4 * C_5 * C_6^2 * S_5 + YY_6 * C_4 * C_5 * C_6^2 * S_5 + M_6 * ds^2 * C_4 * C_5 * S_5 + D * M_6 * ds * C_4 * C_5 -$
 $XX_6 * C_5 * C_6 * S_4 * S_6 + YY_6 * C_5 * C_6 * S_4 * S_6 + 2 * XY_6 * C_4 * C_5 * C_6 * S_5 * S_6.$
- $h = (XX_6 - XY_6 * S_{2.6} - XX_6 * S_6^2 + M_6 * ds^2 + YY_6 * S_6^2) / 2.$
- $I = - XY_6 * C_4 * S_5 - YY_6 * S_4 - XX_6 * C_6^2 * S_4 + YY_6 * C_6^2 * S_4 - M_6 * ds^2 * S_4 + 2 * XY_6 * C_4 * C_6^2 * S_5 +$
 $XZ_6 * C_4 * C_5 * C_6 - YZ_6 * C_4 * C_5 * S_6 + 2 * XY_6 * C_6 * S_4 * S_6 - D * M_6 * ds * S_4 * S_5 + D * M_6 * ds * C_5 * S_3 +$
 $XX_6 * C_4 * C_6 * S_5 * S_6 - YY_6 * C_4 * C_6 * S_5 * S_6 - D * M_6 * ds * C_3 * S_4 * S_5.$
- $j = - XY_6 * C_4 * S_5 - YY_6 * S_4 - XX_6 * C_6^2 * S_4 + YY_6 * C_6^2 * S_4 - M_6 * ds^2 * S_4 + 2 * XY_6 * C_4 * C_6^2 * S_5 +$
 $XZ_6 * C_4 * C_5 * C_6 - YZ_6 * C_4 * C_5 * S_6 + 2 * XY_6 * C_6 * S_4 * S_6 - D * M_6 * ds * S_4 * S_5 + XX_6 * C_4 * C_6 * S_5 * S_6 -$
 $YY_6 * C_4 * C_6 * S_5 * S_6.$
- $k = - XY_6 * C_5 - XZ_6 * C_6 * S_5 + YZ_6 * S_5 * S_6 + 2 * XY_6 * C_5 * C_6^2 + XX_6 * C_5 * C_6 * S_6 - YY_6 * C_5 * C_6 * S_6.$
- $l = ZZ_6 / 2.$

- $m = ZZ_6 * C_4 * C_5 - XZ_6 * C_6 * S_4 + YZ_6 * S_4 * S_6 + YZ_6 * C_4 * C_6 * S_5 + XZ_6 * C_4 * S_5 * S_6.$
- $n = ZZ_6 * C_4 * C_5 - XZ_6 * C_6 * S_4 + YZ_6 * S_4 * S_6 + YZ_6 * C_4 * C_6 * S_5 + XZ_6 * C_4 * S_5 * S_6.$
- $o = YZ_6 * C_5 * C_6 - ZZ_6 * S_5 + XZ_6 * C_5 * S_6.$
- $p = XZ_6 * C_6 - YZ_6 * S_6.$
- $tt = C_5 * S_4 * M_6 * ds.$
- $u = C_4 * S_5 * M_6 * ds.$

- Calcul de l'énergie potentielle :

D'après la relation (4.61) et tous calculs faits, on trouve l'énergie potentielle du robot

$$U = G * (M_1 + 4 * M_2 + M_6) * r_1 + G * MSZ_6 * (1 - C_4 * C_5).$$

- Calcul des forces résultant de l'effet du frottement :

$$H(\dot{q}) = \begin{pmatrix} Fs_1 * \text{Sgn}(\dot{r}_1) + Fv_1 \cdot \dot{r}_1 \\ Fs_2 * \text{Sgn}(\dot{\theta}_2) + Fv_2 \cdot \dot{\theta}_2 \\ 4 * Fs_5 * \text{Sgn}(\dot{\theta}_3) + 4 * Fv_3 \cdot \dot{\theta}_3 \\ Fs_4 * \text{Sgn}(\dot{\theta}_4) + Fv_4 \cdot \dot{\theta}_4 \\ Fs_2 * \text{Sgn}(\dot{\theta}_5) + Fv_5 \cdot \dot{\theta}_5 \\ Fs_6 * \text{Sgn}(\dot{\theta}_6) + Fv_6 \cdot \dot{\theta}_6 \end{pmatrix}$$

- L'inertie des actionneurs :

$$I_a = \begin{bmatrix} I_{a1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{a2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{a3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{a4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{a5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{a6} \end{bmatrix}$$

Détermination de l'équation du mouvement :

Le couple sur les articulations par la relation suivante :

$$\Gamma = A\ddot{q} + B(q, \dot{q}) + G(q) + \Gamma_e.$$

Avec

$$A = \begin{bmatrix} 2a + I_{a1} & 0 & 0 & tt & u & 0 \\ 0 & 2b + I_{a2} & d & f & l & m \\ 0 & d & 2c + I_{a3} & g & j & n \\ tt & f & g & 2e + I_{a4} & k & o \\ u & l & j & k & 2h + I_{a5} & p \\ 0 & m & n & o & p & 2l + I_{a6} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_i = \frac{dA_{ij}}{dt} \begin{pmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} - \frac{dE}{dq_i}$$

$$C = \frac{dU}{dq^i} = G * \begin{pmatrix} M_1 + 4M_2 + M_6 \\ 0 \\ 0 \\ S_4 * C_5 * MSZ_6 \\ C_4 * S_5 * MSZ_6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

L'accélération articulaire en fonction $(\Gamma, q, \dot{q}, H, \Gamma e)$:

$$\ddot{q} = A^{-1} \left(\Gamma - B(q, \dot{q}) - G(q) - J^T F_{th} - H(\dot{q}) \right).$$

L'accélération opérationnelle en fonction $(\Gamma, q, \dot{q}, H, \Gamma e)$:

$$\ddot{X} = JA^{-1} \left(\Gamma - B(q, \dot{q}) - H(\dot{q}) \right) + k\dot{q} - JA^{-1}G(q) - JA^{-1}J^T F_{th}.$$

ANNEXE C

Programme de calcul le modèle géométrique et cinématique de robot

choisir :

Pour faciliter et vérifier le calcul des deux modèles nous avons réalisé un programme avec un logiciel adéquat sous MATLAB. Ce programme utilise pour le calcul, les modèles géométriques et cinématiques directe et inverse.

```
function MROSCATEC
j=1;
%disp('donnez le longueur de bras du robot L=');
disp('donnez le longueur de la sonde ds=');
PR(1,1)=100;%input(' L = '); ;
PR(1,2)=30;%input(' ds = ');30;
while j==1
disp('choix : calcul du MG Entrez Numéro : 1');
disp(' : calcul du MC Entrez Numéro : 2');
j = input (' :');
if j==1
disp('choix : calcul du MGD Entrez Numéro : 1');
disp(' : calcul du MGI Entrez Numéro : 2');
j = input (' :');%1;
if j==1
disp('donnez les positions articulaire désirée en degré');
P = input('[téta_1 ,téta_2 ,r1 ,téta_4,téta_5 ,téta_6 ]');
for i=1:6
if i~=3
P(i)=(pi/180).*P(i) ;
end
end
disp('la matrice de transformation finale :');
T=CMG2(P,PR,j)
else
disp('donnez les positions opérationnelle désirée');
P = input('[Xx , Xy , Xz , ax, ay, sz,nz ] = ');
mg=CMG2(P,PR,2);
disp('Solution du MGI suivant :');
teta1 = mg(1)*180/pi
teta2 = mg(2)*180/pi
hauteur1 = mg(3)
teta4 = mg(4)*180/pi
teta5 = mg(5)*180/pi
teta6= mg(6)*180/pi
end
else
disp('donnez le position initial de la sonde')
```

```

P=input(['teta_1 ,teta_2 ,r1 ,teta_4,teta_5 ,teta_6  ']);
    for i=1:6
        if i~=3
            P(i)=(pi/180).*P(i) ;
        end
    end
mg=CMG2(P,PR,3);
disp('choix : calcul du MCD  Entrez  Numéro : 1');
disp('      : calcul du MCI  Entrez  Numéro : 2');
j = input ('      :');
if j==1
disp('donnez les vitesses articulaires');
Vq=input('[Vq1 Vq2 Vq3 Vq4 Vq5 Vq6]=');
disp('La vitesse de la sonde du robot donné') ;
disp('par le vecteur Vs=[Vx, Vy, Vz, Wx, Wy, Wz]=');
Vs=mg*Vq'
else
disp('donnez les vitesses de la sonde');
Vq=input('[Vx, Vy, Vz, Wx, Wy, Wz]=');disp('La vitesse réticulaire de robotdonné') ;
disp('par le vecteur Vq=[Vq1 Vq2 Vq3 Vq4 Vq5 Vq6]=');
Vq=inv(mg)*Vq'
end
end
j= input('vous voulez répète ?: ok/no : ')
end
end

function mg=CMG2(P,PR,j)
f=j;
if j==2
    L= PR(1,1) ; ds=sum(PR(1,4:5)) ; Px=P(1);Py=P(2); Pz=P(3); ax=P(4); ay=P(5);az=P(6); sx=P(7)
    ; sy=P(8);
    t3= acos(((Px+ds*ax)^2+(Py+ds*ay)^2-2*L^2)/(2*L^2)) ;
    a1=[cos(t3)+1, -sin(t3) ;
        sin(t3), cos(t3)+1];
    g=inv(a1)*[(Px+ds*ax)/L; (Py+ds*ay)/L];
    t2=atan2(g(2,1), g(1,1)) ;
    a1=[-cos(t3+t2)      az*sin(t3+t2);
        -sin(t3+t2)      -az*cos(t3+t2)];
    g=inv(a1)*[ax; ay];
    t5=asin(g(1,1));
    t4=atan(g(2,1));
    c1=[ cos(t4)*sin(t3+t2)   sin(t4)*sin(t5)*sin(t3+t2)+cos(t5)*cos(t3+t2) ;
        -cos(t4)*cos(t3+t2)  -sin(t4)*sin(t5)*cos(t3+t2)+cos(t5)*sin(t3+t2)];
    g=inv(c1)*[sx; sy];
    r1=-sum(PR(1,4:5))+ds*az+Pz; %
    t6=atan2(g(2,1), g(1,1)) ;
    mg=[t1 t2 r1 t4 t5 t6]
    P=mg;    j=1;
end
end

```

```

end
if j~=2
R1=[cos(P(1)) -sin(P(1)) 0 0;
    sin(P(1)) cos(P(1)) 0 0;
    0 0 1 0;
    0 0 0 1];
R2=[cos(P(2)) -sin(P(2)) 0 PR(1,1);
    sin(P(2)) cos(P(2)) 0 0;
    0 0 1 0;
    0 0 0 1];
R1=[ 0 0 1 PR(1,1) ;
    sin(P(4)) cos(P(4)) 0 0 ;
    -cos(P(4)) sin(P(4)) 0 -P(3) ;
    0 0 0 1] ;

R4 =[ cos(P(5)), -sin(P(5)), 0, 0;
    0 , 0 , -1, 0 ;
    sin(P(5)), cos(P(5)), 0, 0 ;
    0, 0, 0, 1] ;
R5 =[ 0, 0, -1, PR(1,2) ;
    sin(P(6)), cos(P(6)), 0, 0 ;
    cos(P(6)), -sin(P(6)), 0, 0 ;
    0, 0, 0, 1] ;

PR(3:4)=[P(1),P(2)];
mag=R1*R2*R1*R4*R5;
if f~=2
mg=mag;
end
end
if j==3
L= PR(1,1) ;
ds=PR(1,2) ;

VP=[-L*(sin(P(1))+sin(P(1)+P(2)))-ds*(sin(P(5))*sin(P(4))*
cos(P(1)+P(2))+ sin(P(5))*sin(P(1)+P(2)) , -L*sin(P(1)+P(2))-
ds*(cos(P(5))*sin(P(4))*cos(P(1)+P(2))+ sin(P(5))*sin(P(1)+P(2)) , 0 -
ds*cos(P(5))*cos(P(4))*sin(P(1)+P(2)) ,
ds*(sin(P(5))*sin(P(4))*sin(P(1)+P(2))+cos(P(5))*cos(P(1)+P(2)) ,0;
L*(cos(P(1))+cos(P(1)+P(2)) + ds*(sin(P(5))*cos(P(1)+P(2))-
cos(P(5))*sin(P(4))*sin(P(1)+P(2)) , L*cos(P(1)+P(2)) + ds*(sin(P(5))*cos(P(1)+P(2))-
cos(P(5))*sin(P(4))*sin(P(1)+P(2)) , 0, ds*cos(P(5))*cos(P(4))*cos(P(1)+P(2)) ,
ds*(cos(P(5))*sin(P(1)+P(2))-sin(P(5))*sin(P(4))*cos(P(1)+P(2)) ,0;
0, 0, -1, sin(P(4))*cos(P(5))*ds, cos(P(4))*sin(P(5))*ds, 0];
a=[0; 0; 1; 0];
v=[R1*a, R1*R2*a, 0.*a, R1*R2*R1*a,R1*R2*R1*R4*a, R1*R2*R1*R4*R5*a];
v=v(1:3,:);
mg=[VP;v];
end
end

```

ANNEXE D

LISTE DES ACRONYMES

ANR : Agence Nationale de la Recherche.

ARTIS: Advanced Robotic Tele-echography Integrated Service.

ARTIS: Advanced Robotic Tele-echography Integrated Service.

CNES : Centre national d'études spatiales.

ESA : Agence Spatiale Européenne.

ESTELE : Expert System for Tele Echography.

GPS : Globule Position System.

ISTIA : Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers.

LIRMM : Le Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier.

LVR : Laboratoire Vision et Robotique.

MEDES : Institut de médecine et de physiologie spatiale.

OTELO: mObile Tele-Echography using an ultra-Light rObot.

RCM: Remote Center of Motion.

RUDS: Remote Ultrasound Diagnostic System.

SYRTECH : SYstème Robotisé de Télé-ECHographie

TER : Télé Échographie Robotique.

Bibliographie :

BIBLIOGRAPHE

- [01] L.Al-bassit, « Structures mécaniques a modules sphériques optimisées pour un robot médical de télé-échographie mobile », Thèse de doctorat, Université d'Orléans.2005.
- [02] T.Slama, « Contribution à la commande prédictive basée sur un modèle pour les systèmes de télé-opération bilatérale », Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2007.
- [03] C.Novalés, « Télé-échographie Robotisée ; Le projet européen OTELO et son premier démonstrateur OTELO1 », Laboratoire Vision & Robotique (LVR) Université d'Orléans France, 2003
- [04] J.Guiochet, « Maîtrise de la sécurité des systèmes de la robotique de service », Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2003.
- [05] A.Vilchis, « Télé-échographie robotisée », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble France, 2003.
- [06] L.Nouaille, « Démarche de conception de robots médicaux Application à un robot de télé-échographie », Thèse de doctorat, Université d'Orléans.2009.
- [07] L.Nouaille, « Optimization of a 4 dof tele-echography robot », Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE/RSJ International Conference on 2010.
- [08] Andy kar wah yen, « Asservissement en position d'un manipulateur robotique pour l'échographie 3D des artères des membres inférieurs », Thèse de doctorat, Université du Québec, 2011
- [09] F.Najafi, « Design and Prototype of a Robotic System for Remote Palpation and Ultrasound Imaging » Thèse de doctorat, University of Manitoba, Canada, 2004
- [10] MEDES-ISMP, « Les apports des technologies spatiales dans la Télé-médecine », Journée e-santé, Castres –Mazamet France, 2009.

- [11] Vilchis , « Experiments with the TER tele-echography robot », J ,In Proceedings of MICCAI 02, volume 2488, pages 138–146, 2002.
- [12] M.Tanter, « Palpation par force de radiation ultrasonore et échographie ultrarapide : Applications à la caractérisation tissulaire in vivo », Thèse de doctorat, Université Paris, 2008.
- [13] G.Senlis, « mise au point de suspensions thermo-fusibles Compatibles avec un procédé de prototypage Rapide de type impression pour la réalisation De structures céramiques de formulation 0,9pbmg 0, 33nb0, 66o3 (pmn)-0,1 pbtio3 (pt) », Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2003.
- [14] J.Michel, « Échographie de contraste et microcirculation tissulaire abdominale Aspects fondamentaux et Applications cliniques », Thèse de doctorat, Université de Reims champagne Ardenne, 2009.
- [15] F.Najafi, «A novel hand-controller for remote ultrasound imaging», Mechatronics 18 (2008) 578–590.
- [16] W.Khalil, « Modélisation et commande des robots », Édition Hermès, Paris, 1988.
- [17] Natalie Smith-Guérin, « Vers une méthodologie de conception de robots médico-chirurgicaux », 18^{ème} Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 2007.
- [18] J.Drake, « Computer and robotic assisted resection of brain tumours », Int, Conf. On Advanced Robotics (ICAR'91), pp. 888–892, Pise, Italie, 1991
- [19] A.Guerraz, « Étude du télé-geste médical non invasif utilisant un transducteur gestuel à retour d'efforts » Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier de Grenoble, soutenue en 2002.
- [20] A.Preumont, « Théorie Générale des Systèmes articulés : Introduction à la robotique », 2^{ème} Édition, Université libre de Bruxelles, 2001.

- [21] Lorenzo Flückiger «Interface pour le pilotage et l'analyse des robots basée sur un générateur de cinématiques » École polytechnique fédérale de Lausanne, THÈSE N° 1897 (1998).
- [22] André Perrenoud « Mécanique » Haute Ecole d'ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud, Suisse, Édition janvier 2011.

Résumé :

La télé-échographie robotisée, vue comme un ensemble de plusieurs modules (poste maître, poste esclave, communication, image, visioconférence, etc.), permet à un opérateur expert d'assister à distance à une échographie lorsqu'un patient ne peut pas bénéficier localement des meilleures conditions de soins, il doit parfois se déplacer vers une autre ville pour se faire examiner par des experts. Cette situation n'est pas toujours recommandée, car un déplacement peut présenter un danger. A partir de cette situation, ce travail s'intègre dans le cadre du développement d'un système de télé-échographie robotisée performant basé sur les avantages de la qualité d'image d'échographie et la structure transportable avec un grand espace de travail. Ce type du robot permettrait à l'expert de réaliser des examens à distance sur des patients dans des villes ou villages d'une manière permanente et sans avoir besoin de personnel hautement qualifié sur place.

A partir d'une étude menée sur des robots existants de télé-échographie, elle nous a permis de retenir une famille de topologies qui constitue une base de solution. L'étude des gestes de l'expert médical a permis de définir les mouvements que le robot doit réaliser ; ce qui constitue un paramètre du cahier de charge. Dans ce travail la structure proposée est basée sur le porteur de type SCARA à structure parallèle, à cause de ses avantages à savoir la mobilité, le volume du robot et la surface de travail qui est presque parallèle à la surface d'analyse. Nous avons étudié les cas du porteur lié par un poignet à trois axes concourants et par un poignet à trois axes non concourants. Les modèles géométrique et cinématiques concernant ce type du robot nous permettent de choisir le poignet qui donne le meilleur fonctionnement de la sonde d'échographie. Le porteur avec le poignet à trois axes non concourants semble le mieux adapté, et permet à la sonde de diagnostiquer l'organe sans atteindre de singularités (celles-ci se trouvent en dehors de la zone du diagnostic). Aussi, une étude dynamique pour assurer la commande prédictive du robot, a été faite. Enfin, nous avons réalisé un programme sous MATLAB qui nous permet de calculer et vérifier le modèle géométrique et cinématique de notre robot.

ملخص :

الروبوت الذي يقوم عن بعد بفحص طبي بواسطة الموجات فوق الصوتية ينظر إليه على أنه مجموعة من وحدات (محطة التحكم، محطة الخدمة، الاتصالات، التصوير، ومؤتمرات الفيديو، الخ.) يسمح للطبيب المختص في الأمراض الداخلية القيام بالفحص عن بعد بواسطة الروبوت الذي يعمل بالموجات فوق الصوتية عندما لا يجد المريض الرعاية أفضل محليا، ولا بد له من الانتقال أحيانا إلى مدينة أخرى للفحص من قبل طبيب مختص وهذا الانتقال يمكن أن يكون خطرا عليه. من هذا الوضع، هذا العمل يصب في تطوير أداء الروبوت عن بعد للفحص بالموجات فوق الصوتية على أساس منافع جودة الصورة، حجم الروبوت للنقل مع مساحة عمل كبيرة. وهذا النوع من الروبوتات يسمح للطبيب بفحص المرضى عن بعد في المدن أو القرى بشكل دائم ودون الحاجة إلى الموظفين المؤهلين تأهيلا عاليا في الموقع.

إن دراسة الروبوتات الموجودة التي تعمل بالموجات فوق الصوتية عن بعد، سمحت لنا بإيجاد مجموعة من الميكانيزمات و وفرت مجموعة من الحلول. و من دراسة عمل الخبير الطبي أمكن تحديد حركات الروبوت التي يجب القيام بها. في هذا العمل يستند الهيكل المقترح على الروبوت من نوع SCARA ذو بنية متوازية، بسبب مزاياه (الحركية، وحجم الروبوت، سطح العمل الذي يوازي تقريبا سطح التحليل). درسنا حالة الحامل عندما يكون متعلقا بالمعصم ذو ثلاثة محاور متقاطعة و حالة تعلقه بمعصم ذو ثلاثة محاور ليست متقاطعة. نماذج هندسية والحركية لهذا النوع من الروبوتات تسمح لنا اختيار المعصم الذي يعطي أفضل نتيجة للفحص بالموجات فوق الصوتية. المعصم ذو ثلاثة محاور ليست متقاطعة تبدو أنسب لتشخيص الجسم دون التوصل إلى التفرد (توجد خارج مجال التشخيص). أيضا، تم إجراء دراسة ديناميكية لضمان السيطرة التنبؤية للروبوت. أخيرا، قمنا انجاز برنامج في MATLAB الذي يسمح لنا لحساب والتحقق من نتيجة نموذج هندسة والحركي من الروبوت.