وزارة التعليـــــم العالـــي و البحـث العلمـــــي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
جامـعـة فرحـات عبـاس سطيـف
UNIVERSITE FERHAT ABBAS–SETIF
UFAS (ALGERIE)

Thèse de doctorat en Sciences

Présentée au département d'Electrotechnique
Faculté des sciences de l'ingénieur
pour obtenir le titre

de Docteur en Sciences En Génie Electrique

Par

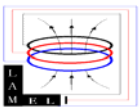
Boudjerda Nasserdine

Thème

Réduction des perturbations conduites dans les convertisseurs de l'électronique de puissance par une commande en MLI aléatoire

Soutenue le 08 / 07 / 2007 devant la commission d'examen composée de :

F. Krim	*Prof. à l'Université de Sétif*	***Président***
B. Nekhoul	*Prof. à l'Université de Jijel*	***Directeur de thèse***
K. El khamlichi Drissi	*Prof. à l'Université de Clermont Ferrand*	***Co-directeur de thèse***
M.K. Fellah	*Prof. à l'Université de Sidi Belabbes*	***Examinateur***
T. Rekioua	*Prof. à l'Université de Béjaïa*	***Examinateur***
L. Rahmani	*Maître de conférence à l'Université de Sétif*	***Examinateur***



Dédicaces

A la mémoire de ma mère

A ma femme et mes enfants

Je dédie ce travail

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Etude et de Modélisation en Electrotechnique (LAMEL), de l'université de Jijel en collaboration avec le Laboratoire des Sciences et Matériaux pour l'Electronique et l'Automatique (LASMEA), de l'université Blaise Pascal de Clermont Ferrand (France), dans le cadre de l'action intégrée N° 02 MDU 557, "Comité mixte d'Evaluation et de Prospective de la Coopération Inter universitaire Algéro-Français (CMEP)", sous la direction du professeur B. Nekhoul, qu'il trouve ici toute ma gratitude pour ces conseils avisés, ces encouragements et sa disponibilité durant toute la durée de ce travail.

Je remercie vivement le codirecteur de cette thèse, Monsieur K. El Khamlichi Drissi professeur à l'université Blaise Pascal de Clermont Ferrand pour ces conseils et encouragements et pour m'avoir accueilli au sein de son Laboratoire dans des stages de courtes durées.

Monsieur F. Krim, professeur à l'Université de Sétif a bien accepté de présider le Jury, qu'il en soit vivement remercié.

Monsieur M. K. Fellah professeur à l'Université de Sidi Bel Abbes, Monsieur T. Rekioua professeur à l'Université de Bejaïa et Monsieur L. Rahmani Maître de Conférence à l'université de Sétif, ont bien voulu faire partie du Jury, qu'ils en soient vivement remerciés.

Mes remerciements vont également à Monsieur K. Kerroum Professeur associé au LASMEA pour son aide multiforme et ses encouragements.

Je remercie aussi mes collègues B. Harrat, S. Kaouche, S. Mezoued, M. Lefouili et M. Melit qui sont également mes coéquipiers dans l'équipe de compatibilité électromagnétique au LAMEL pour leurs aides et soutiens.

Enfin, est il besoin de dire à ma femme Farida et à mes enfants Khadidja et Ahmed Mehdi que leur présence à mes côtés est pour moi le plus précieux des soutiens?

SOMMAIRE

Introduction Générale ……..……. 1

Chapitre I. Généralités ……...…… 6

Introduction …….. 7

I. Perturbations électromagnétiques en Electronique de puissance ……... 8

I.1. Perturbations conduites …… 9

I.2. Perturbations rayonnées ……..... 9

I.3. Perturbations types générées par les convertisseurs DC-DC et DC-AC ……... 9

I.4. Modes de circulation des courants dans une installation donnée ……..... 10

I.5. Quelques techniques de réduction des perturbations dans les convertisseurs 11

II. MLI classique et MLI aléatoire …….. 12

II.1. MLI classique ……. 12

II.2. MLI aléatoire ……... 13

II.3. Intérêt de la MLI aléatoire par rapport à la MLI classique……..……... 15

II.4. Quelques travaux sur la MLI aléatoire ……... 17

III. Objectif de notre travail ……...….... 18

IV. Analyse spectrale des signaux aléatoires …… 23

IV.1 Développement en série de Fourier des signaux périodiques …… 23

IV.2. Fonction d'auto corrélation et densité spectrale de puissance d'un signal … 23

IV.3. Cas d'un signal périodique ……..... 24

IV.4. Cas d'un signal aléatoire …… 25

IV.5 Processus aléatoire stationnaire au sens large ……. 25

IV.6. Processus aléatoire Cyclo-stationnaire ……..... 26

V. Densité Spectrale de Puissance d'un signal aléatoire stationnaire en impulsions ……. 26

Conclusion …… 28

Chapitre II. Modulation aléatoire dans la conversion DC-DC ……. 29

Introduction …….. 30

I. Hacheur série …… 31
I.1. Principe de modulation ……. 31
I.2. Modèles Mathématiques des PSD pour les différentes configurations aléatoires …… 32
I.2.1. Configuration RPPM ……. 32
I.2.2. Configuration RCFM …… 37
I.2.3. Configuration RCFM-RPPM …… 39
I.3.Validations ……. 41
I.3.1. Configuration RPPM ……. 41
I.3.2. Configuration RCFM ……. 42
I.3.3. Configuration RCFM-RPPM ……. 43
I.4. Apport de la double modulation …… 44

II. Analyse de la commutation dans le hacheur série …… 47
II.1. Modèle de la tension de sortie ……... 47
II.2. Modèle Mathématique de la PSD ……. 50
II.2.1. Configurations RPPM et DPWM ……... 50
II.2.2. Configurations RCFM-RPPM et RCFM …… 52
II.3. Simulations …… 53
II.3.1. Configuration DPWM …… 54
II.3.1.1. Analyse de la PSD en basses fréquences ……. 54
II.3.1.2. Analyse de la PSD en hautes fréquences ……. 55
a. Temps de commutation (t_c) constant ……. 55
b. Temps de commutation aléatoire …….. 56
II.3.2. Configuration RCFM-RPPM …….. 57
II.3.2.1. Analyse de la PSD en basses fréquences ……. 57
II.3.2.2. Analyse de la PSD en hautes fréquences ……. 58

III. Hacheur en pont …….. 60
III.1. Principe de modulation ……...……... 60
III.2. Modèle de la PSD pour la configuration RPPM ……..…… 62
III.3. Modèle de la PSD pour les configurations RCFM-RPPM et RCFM …….. 63
II.3.1 Configuration RCFM-RPPM ……... 63
III.3.2. Configuration RCFM ……. 65
III.4. Validations des modèles pour les trois configurations …… 65
III.4.1. Configuration RPPM ……..... 66
III.4.2. Configuration RCFM ……. 67
III.4.3. Configuration RCFM-RPPM ……. 68
a. Comparaison avec la RPPM ……. 68
b. Comparaison avec la RCFM ……. 69
III.5. Apport de la double modulation (RCFM-RPPM) …….. 69

Conclusion ……..... 73

Chapitre III. Modulation aléatoire dans la conversion DC-AC ……..… 74

Introduction …… 75

I. Onduleur de tension triphasé en pont ……. 76
I.1. Stratégie triangulo-sinusoïdale …… 76
I.2. Stratégie de modulation vectorielle (SVM) ……..... 77

II. Fonctions de modulation et tensions de sortie ……. 83

III. Modèles mathématiques des PSD pour les différentes configurations …….. 86
III.1. Configuration RPPM ……... 86
a. Cas de la modulation classique …… 89
b. Cas de la configuration RLLM ……. 89
III.2. Configuration RCFM …….. 89
III.2.1. Tension simple v_{a0} …… 90
III.2.2. Tension composée u_{ab} …….. 92

III.3. Configuration RCFM-RPPM …….. 93
III.3.1. Tension simple v_{a0} …… 93
III.2.2. Tension composée u_{ab} …….. 94

IV. Validation des modèles de la PSD …… 95
IV.1. Configuration RPPM …… 95
IV.2. Configuration RCFM ……... 96
IV.3. Configuration RCFM-RPPM ……..... 100

V. Analyse de la tension de sortie ……..... 101
V.1. Stratégie triangulo-sinusoïdale ……. 102
V.1.1. Apport de la RCFM-RPPM comparativement à la RCFM ……... 102
V.1.2. Influence du paramètre R_T ……. 104
V.2. Stratégie HSVM ……... 105
V.2.1. Influence du facteur k_0 …….. 105
V.2.2. Apport de la RCFM-RPPM comparativement à la RCFM ……... 107
V.3. Comparaison des différentes stratégies de modulation …… 109

Conclusion ……... 112

Chapitre IV. Modélisation du fonctionnement des convertisseurs…..…… 113

Introduction …….. 114

I. Le hacheur série …… 115
I.1. Simulation …… 115
I.2. Résultats et analyses …….. 116

II. Le Hacheur en pont …… 121
II.1. Simulation …… 121
II.2. Résultats et analyses …… 122

III. L'onduleur de tension ……..…… 126

III.1. Simulation …… 127
III.2. Résultats et analyses …… 127
III.2.1. Stratégie triangulo-sinusoïdale …… 127
III.2.2. Stratégie SVM hybride …… 133
III.2.3. Stratégie triangulo-sinusoïdale avec injection de l'harmonique '3' .. 137

Conclusion …… 139

Conclusion générale …… 140

Annexe : Expression générale de la PSD d'un signal aléatoire stationnaire au sens large…… 143

Bibliographie …… 147

LISTE DES SYMBOLES

$A(f)$: spectre de fréquence des amplitudes

a_n : coefficient de Fourier

d : rapport cyclique

d_a, d_b, d_c : rapports cycliques des phases a, b et c respectivement

E : tension d'entrée du convertisseur

$E_{x,y}$ [.] : espérance mathématique selon les variables aléatoires x et y de l'expression entre crochets

f : fréquence

Fs : fréquence moyenne de modulation

f_1 : fréquence du fondamental

M : indice de modulation (rapport entre la période du signal de référence alternative et celle de la porteuse triangulaire)

m_a, m_b et m_c : signaux de référence pour les phases a, b et c

P_x : loi de probabilité de la variable aléatoire x

R_x : Coefficient adimensionnel permettant de définir l'intervalle de variation de la variable aléatoire x.

r : coefficient de réglage en tension, (rapport entre l'amplitude du signal de référence alternative et celle de la porteuse triangulaire)

$R(\tau)$: fonction d'auto corrélation d'un signal

T : période de modulation

$\overline{T}$: moyenne statistique de la période de modulation aléatoire

t_c : temps de commutation

$\overline{t_c}$: moyenne statistique du temps de commutation

t_r : temps de montée d'un signal trapézoïdal

t_f : temps de descente d'un signal trapézoïdal

u ou $u(t)$: signal en impulsion d'amplitude unité

$\overline{u}$: complément du signal u

$U(f)$: transformée de Fourier d'un signal en impulsion

$U^*(f)$: conjugué de $U(f)$

$x(t)$: signal quelconque

$X(t)$: processus aléatoire

$W(f)$: densité spectrale de puissance

β : coefficient de descente de la porteuse triangulaire aléatoire

δ : rapport de délai

δ_a, δ_b, δ_c : rapports de délai des phases *a*, *b* et *c* respectivement

$\overline{\delta}$: moyenne statistique du rapport de délai aléatoire

$\delta(f)$: transformée de Fourier de l'impulsion de Dirac

γ_k : durée temporelle composée de (k - 1) périodes aléatoires successives

θ : variable aléatoire entre 0 et 2π

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Ces dernières décennies, les développements considérables enregistrés dans les domaines des semi conducteurs de puissance et des microcontrôleurs ont fait de la MLI classique « déterministe » un moyen fiable et performant pour la commande des convertisseurs de puissance. En effet, cette technique permet à la fois de régler la tension à la sortie du convertisseur et de repousser les harmoniques vers de rangs plus élevés.

Les harmoniques restants sont indésirables et se présentent sous forme de familles discrètes centrées sur les multiples de la fréquence de modulation avec des amplitudes importantes. Ces harmoniques sont à l'origine de désagréments fonctionnels tels que les distorsions des tensions et courants, les bruits dans les machines et les pertes supplémentaires.

Ces inconvénients n'ont pas empêché une prolifération importante de ces convertisseurs à cause des besoins grandissants dans de nombreux domaines industriels et domestiques. De ce fait, les normes de la compatibilité électromagnétique, (CEM), sont devenues très restrictives que ce soit pour les perturbations conduites ou rayonnées.

Dans le but de mieux respecter ces normes pour les phénomènes conduits, plusieurs solutions sont envisageables. Parmi ces solutions, nous pouvons citer l'augmentation de la fréquence de commutation accompagnée ou non d'un filtrage passif, le filtrage actif et la commande des convertisseurs en MLI aléatoire, (RPWM : Random Pulse Width Modulation). Cette dernière technique a fait l'objet de nombreux travaux durant ces quinze dernières années. Elle est caractérisée par un étalement du spectre de la tension sur une large gamme de fréquences accompagné d'une importante diminution de son amplitude. La composante utile, (composante continue en DC-DC et fondamental en DC-AC) est conservée. En outre, cette technique de commande n'exige pas de modifications de la structure du convertisseur car l'intervention se situe au niveau des signaux de commande seulement.

En diminuant l'amplitude du spectre de la tension, la MLI aléatoire répond mieux aux exigences de la CEM pour les perturbations conduites, ce qui constitue un premier avantage de taille par rapport à la MLI déterministe ou classique.

En réalité, les premières applications de cette nouvelle technique en électronique de puissance, ont été destinées à la réduction des nuisances sonores dans les semi conducteurs de puissance. Cette application s'est ensuite étendue à la réduction du bruit acoustique dans les machines électriques. En effet, dans les entraînements à vitesse variable de faibles et moyennes puissances, la fréquence de modulation est généralement de quelques kilohertz et les

harmoniques de tension qui en résultent sont alors dans la bande des fréquences audibles. Par conséquent, les couples pulsatoires produits par la machine engendrent des bruits aigus à des fréquences fixes, gênants pour les opérateurs. L'introduction de la commande aléatoire permet de répandre ces bruits sur des gammes de fréquences assez larges et les rendre moins ennuyeux, ce qui constitue un deuxième avantage par rapport à la MLI déterministe.

D'un point de vue spectral, la différence fondamentale entre les deux techniques réside dans le fait que la même énergie portée par des harmoniques discrets en MLI classique, est distribuée sur un spectre plus large en MLI aléatoire. Par conséquent, plus le spectre est réparti, moins son amplitude est importante et mieux la MLI aléatoire est avantageuse au niveau CEM, (diminution des amplitudes des harmoniques) et au niveau de la mitigation du bruit sonore, (élargissement de sa bande de fréquences et diminution de son amplitude).

Généralement, l'aspect aléatoire est introduit après génération de signaux de commande déterministes en impulsions. En effet, certains paramètres définissant ces signaux sont rendus aléatoires. En pratique, les paramètres sur les quels on peut agir sont la période de modulation, la position de l'impulsion dans la période de modulation et la durée de l'impulsion, (rapport cyclique). Le fait d'introduire l'aspect aléatoire après la génération des signaux rend compliquée cette méthode ; d'une part, parce qu'il faut agir à la fois sur plusieurs signaux de commande dans le cas où on a plusieurs interrupteurs électroniques à commander (hacheur en pont et onduleur de tension par exemple) et d'autre part, l'action directe sur les signaux de commande risque de compromettre les performances d'éventuelles boucles de réglages (entraînements réglés par exemple). Dans la majorité des cas, on se contente d'un seul paramètre aléatoire. Cependant certains travaux concernant la combinaison de deux paramètres ont été effectués. Les plus pertinents concernent la combinaison de la période et de la position. En effet, l'application de cette configuration à deux paramètres aléatoires sur le hacheur série, (qui est le convertisseur dont la structure est la plus simple), a donné des avantages CEM par rapport aux configurations à un seul paramètre aléatoire.

Dans ce travail, nous nous intéressons à cette configuration (période et position aléatoires), que nous appelons double modulation aléatoire. Elle est appliquée aussi bien dans la conversion DC-DC, (hacheur série et hacheur en pont) que dans la conversion DC-AC, (onduleur de tension triphasé en pont). Les configurations simples (un seul paramètre aléatoire) constituent alors des cas particuliers et sont traités avec le même intérêt puis comparés à la double modulation dans le but d'élucider l'intérêt CEM de cette dernière.

Nous commençons d'abord par proposer un principe de modulation unifié, basé sur une porteuse triangulaire aléatoire. L'application de ce principe à l'un des trois types de

convertisseurs est effectuée par le choix des signaux de références appropriés, selon le type de conversion et la topologie du convertisseur. Ce principe a deux avantages principaux ; le premier concerne l'indépendance de l'aspect aléatoire de toute boucle de réglage car l'action se situe seulement sur la porteuse et le second avantage est obtenu grâce à l'unicité des paramètres aléatoires pour toutes les phases, ce qui permet de réduire le nombre de paramètres aléatoires dans les convertisseurs ayant plusieurs interrupteurs à commander, (hacheur en pont et onduleur tension). Ainsi, les tensions de sortie de chaque phase peuvent être exprimées directement en fonction des deux paramètres aléatoires de la porteuse.

La modulation aléatoire est une technique très utilisée dans le domaine de la théorie de l'information. Dans ce domaine, l'analyse des signaux aléatoires par la transformée de Fourier, ne donne pas des résultats satisfaisants, une analyse rigoureuse nécessite l'utilisation de la Densité Spectrale de Puissance, « PSD », qui est définie comme étant la transformée de Fourier de la fonction d'auto corrélation du signal étudié. Ainsi, en partant du principe général de modulation que nous avons proposé, un modèle mathématique de la PSD de la tension de sortie est développé puis validé pour chaque convertisseur étudié dans ce travail. Ces modèles sont exprimés directement en fonction des paramètres aléatoires de la porteuse.

En basses fréquences, l'analyse de la tension MLI est généralement effectuée en supposant celle-ci en impulsions rectangulaires et le temps de commutation est négligé. Dans la littérature, il est bien établi que le temps de commutation a une influence importante sur le contenu spectral en hautes fréquences. Dans le cas précis du hacheur série, un modèle de la PSD, basé sur une approximation de la tension de sortie par une forme trapézoïdale, est développé et l'influence du temps de commutation sur la PSD de la tension est analysée. Ce modèle permet aussi le traitement d'un temps de commutation aléatoire. Il peut être étendu aux autres convertisseurs (hacheur en pont et onduleur de tension triphasé). Cependant, nous nous sommes restreints au hacheur série pour deux raisons essentielles :

- La première raison réside dans le fait que ce convertisseur est très utilisé pour les alimentations à découpage de faibles puissances qui fonctionnent généralement à des fréquences de modulation élevées (quelques centaines de kilohertz, voire des mégahertz). Le temps de commutation (quelques centaines de nano secondes) peut devenir alors non négligeable devant la période de modulation et son effet sur le contenu spectral aussi.
- La seconde raison est liée à la structure simple de ce convertisseur, qui contient seulement un interrupteur électronique à commander, et le modèle mathématique de la PSD de la tension reste relativement simple. Pour les autres convertisseurs, un modèle mathématique serait beaucoup plus complexe.

Cette thèse est divisée en quatre chapitres. Le premier est consacré à quelques généralités sur les perturbations électromagnétiques en électronique de puissance et à la MLI aléatoire comme étant une alternative à la MLI classique pour la réduction des perturbations conduites. Quelques notions sur l'analyse des signaux aléatoires sont ensuite proposées et un état de l'art sur cette technique de commande est donné.

Le second chapitre traite essentiellement de la MLI aléatoire en DC-DC. Nous commençons par l'application du principe général basé sur une porteuse aléatoire. Ensuite le cas du hacheur série est traité. Pour ce convertisseur, deux modèles de la PSD sont élaborés : le premier est valable pour en basses fréquences car il ne tient pas compte du temps de commutation et le second modèle approxime la tension de sortie par une forme trapézoïdale et permet son analyse en hautes fréquences. Enfin, l'étude du hacheur en pont est effectuée en basses fréquences. Pour chacun des deux convertisseurs, les différentes configurations aléatoires sont comparées en basses fréquences.

Au troisième chapitre, la commande aléatoire est appliquée à l'onduleur de tension triphasé en pont. Comme le modèle mathématique de la PSD dépend seulement des paramètres aléatoires de la porteuse, toutes les stratégies de modulation qui consistent en une comparaison d'une référence à une porteuse peuvent être considérées. Ainsi les stratégies triangulo-sinusoïdale, triangulo-sinusoïdale avec injection du troisième harmonique et la version hybride de la modulation vectorielle, (SVM : Space Vector Modulation), ont été comparées au niveau des PSD. De plus, une comparaison des différentes configurations aléatoires est effectuée indépendamment de la stratégie de modulation.

Le quatrième chapitre est consacré à la simulation du débit sur une charge quelconque des convertisseurs étudiés. L'aspect aléatoire est mis en évidence au niveau du courant et une analyse basée sur la FFT d'un échantillon représentatif de la tension confirme les résultats obtenus aux deux chapitres précédents. Ainsi l'apport de la double modulation aléatoire du point de vue CEM comparativement aux modulations aléatoires simples est mis en évidence. Dans le cas de l'onduleur de tension triphasé en pont, les stratégies de modulation étudiées sont simulée et comparées.

Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion générale et des perspectives.

CHAPITRE I

Généralités

Introduction

Ce chapitre est consacré aux généralités. Nous commençons par une présentation des perturbations électromagnétiques en électronique de puissance, précisément celles générées par les convertisseurs DC-DC et DC-AC commandés en modulation de largeurs d'impulsions (MLI).

La MLI aléatoire est proposée comme étant une alternative viable à la MLI classique (déterministe) pour la réduction des perturbations conduites. Sur la base d'un certain nombre de travaux publiés, l'avantage de cette technique par rapport à la MLI classique est commenté et un aperçu global portant sur l'essentiel de notre travail est proposé.

Enfin, nous donnons succinctement quelques outils mathématiques nécessaires pour l'étude des signaux aléatoires.

I. Perturbations électromagnétiques en Electronique de puissance

Au début des années 2000, entre 50 % et 60 % de l'énergie électrique est consommée à travers des convertisseurs de l'électronique de puissance [1]. En effet, ces derniers couvrent actuellement à la fois des gammes de puissances et de fréquences très larges : depuis des dizaines de watts jusqu'à des dizaines de Mégawatts et depuis des dizaines de Hertz jusqu'à des centaines de kilohertz [2]. L'utilisation de ces convertisseurs couvre pratiquement tous les domaines : domestique, industriel, transport ferroviaire, aérospatial, naval, voiture électrique,….

Par leurs caractères fortement non linéaires, ces convertisseurs génèrent des perturbations qui se divisent en deux types:

- Les perturbations électriques conduites.
- Les perturbations électromagnétiques rayonnées.

La figure I.1 schématise les deux types de perturbations produites par un convertisseur de puissance dans une installation donnée.

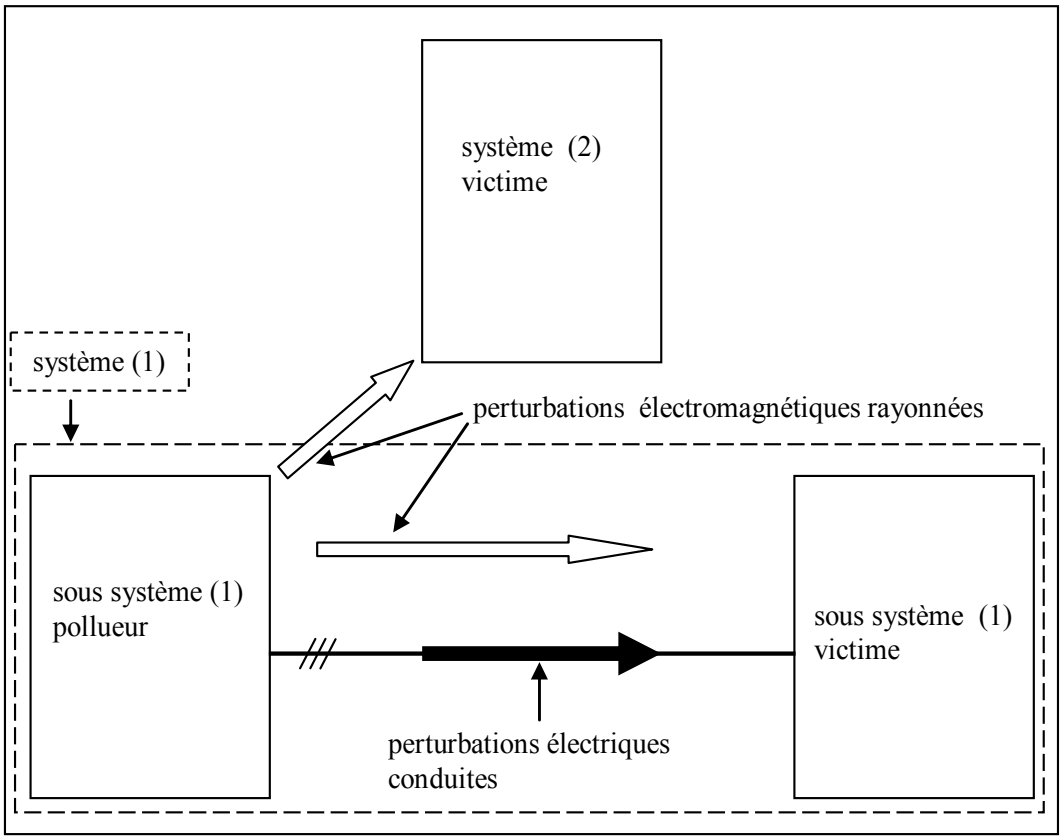


Figure I.1. Perturbations générées par un convertisseur de puissance

I.1. Perturbations conduites

Les convertisseurs statiques sont constitués d'interrupteurs électroniques permettant la conversion et/ou le réglage d'une tension (ou d'un courant). La grandeur d'entrée (tension ou courant) se retrouve alors convertie à la sortie sous forme d'une composante désirée et d'harmoniques indésirables qui sont classés comme étant des perturbations électriques conduites.

I.2 Perturbations rayonnées

Elles ont pour origine les variations rapides des courant dans les interrupteurs électroniques. En effet, les signaux digitaux qui permettent l'allumage et l'extinction des composant semi conducteurs de puissance ont des temps de montée et de descente ("*rise time*" et "*fall time*") de quelques nano secondes et les composants de puissance rapides tels que les IGBT peuvent atteindre des temps de montée et de descente de quelques centaines de nanosecondes. De ce fait, la commutation est à l'origine des différentiels de tension $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ élevés et des différentiels de courant $\left(\frac{di}{dt}\right)$ élevés. Les différentiels de courant entraînent des Emissions Electromagnétiques (EMI : Electro-Magnetic Interference) de rayonnement en hautes fréquences. Vu le niveau de fréquence élevé, ces rayonnements électromagnétiques engendrent des perturbations, après couplage, qui peuvent être sévères pour les dispositifs avoisinants.

I.3. Perturbations types générées par les convertisseurs DC-DC et DC-AC

Généralement, les convertisseurs DC-DC et DC-AC sont alimentés par des redresseurs à travers un filtre passe bas, (figure I.2). Ils travaillent en commutation forcée (commande à la fermeture et à l'ouverture). D'ordinaire, ils sont commandés en MLI et la tension de sortie a une forme en impulsions. Les perturbations qu'ils engendrent sont de deux types : perturbations conduites et perturbations rayonnées. Les perturbations conduites sont liées à la nature même de la tension de sortie et les perturbations rayonnées ont pour origines les variations rapides du courant dans l'installation.

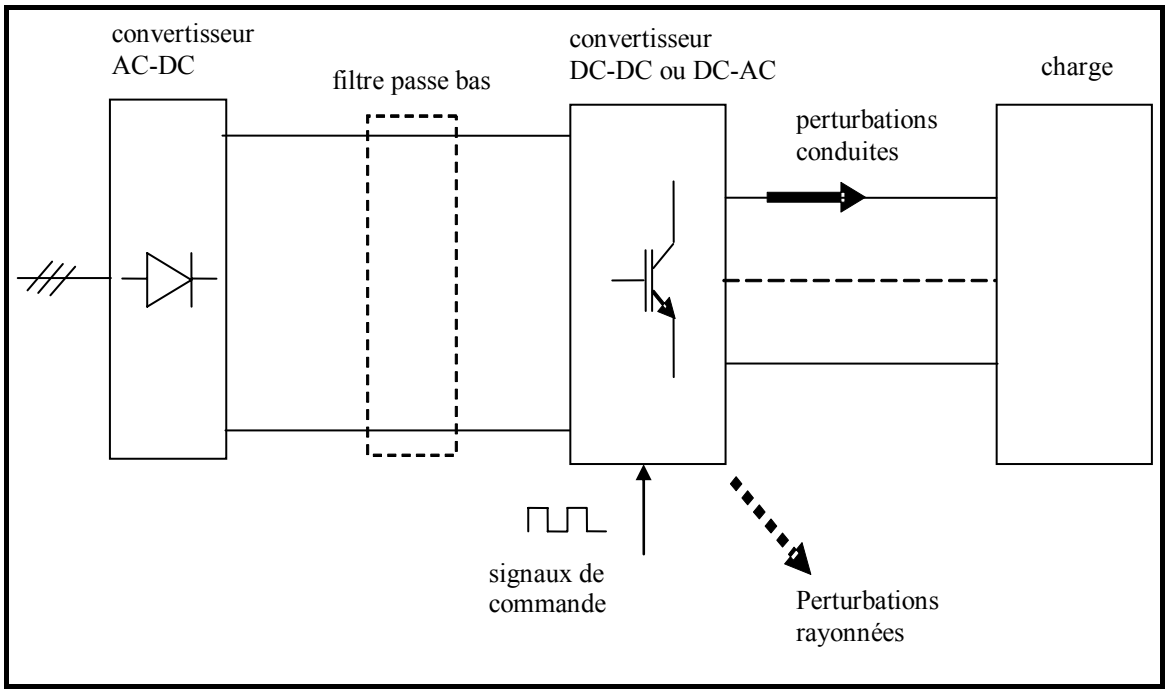


Figure I.2 Perturbations types générées par les convertisseurs DC-DC et DC-AC

Les convertisseurs DC-AC sont généralement utilisés en moyennes et fortes puissances, ils travaillent à des fréquences de modulation relativement basses (quelques kilohertz) avec des temps de commutation atteignant quelques centaines de nanosecondes et engendrent essentiellement des perturbations conduites [3], [4].

Les convertisseurs DC-DC sont utilisés aussi bien pour l'alimentation des machines à courant continu, (hacheurs en ponts), que pour l'alimentation des équipements électroniques de faibles puissances (hacheur série). La fréquence de modulation de ce dernier peut atteindre quelques centaines de kilohertz (voire des Mégahertz) [2], ce qui exige un temps de commutation (temps de montée et de descente de la tension MLI) très faible, (de l'ordre de quelques dizaines de nanosecondes). De ce fait, ces convertisseurs engendrent à la fois des perturbations conduites (dues à la nature même de la tension MLI) et des perturbations rayonnées en zone proche à cause des différentiels du courant $\left(\frac{di}{dt}\right)$ élevés dans les composants de puissance.

I.4. Modes de circulation des courants dans une installation donnée

Dans une installation quelconque, les courants résultants des perturbations conduites et rayonnées circulent essentiellement sous deux modes ; le mode différentiel (DM) et le mode commun (CM), (figure I.3) [3], [5] :

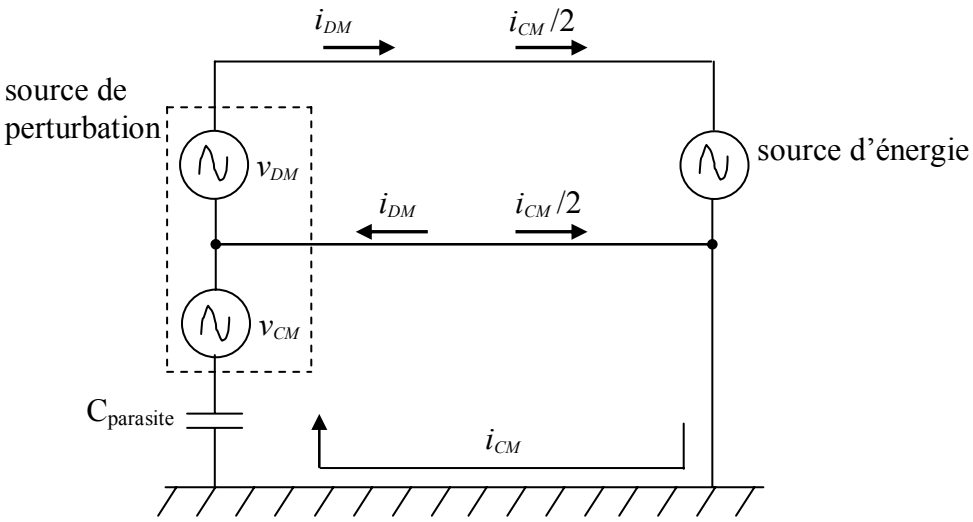


Figure I.3. Courants du mode différentiel, (DM) et du mode commun, (CM)

- Mode différentiel : les courants du mode différentiel circulent dans les conducteurs de l'installation à travers la charge. Ils sont généralement de basses et moyennes fréquences, [3], et ont essentiellement pour origine les harmoniques de tension en basses et moyennes fréquences. Pour les convertisseurs DC-DC et DC-AC, les courants correspondent généralement au fondamental et aux harmoniques de bas ordres.
- Mode commun : les courants du mode commun circulent entre les conducteurs de l'installation et la masse à travers les capacités parasites. Ils sont généralement à des fréquences relativement élevées par rapport à la fréquence de commutation des interrupteurs [3], [5]. Ils sont à la fois d'origine électrique, (harmoniques de tension dus à la commutation des semi conducteurs) et magnétiques, (couplage avec des boucles de courant avoisinantes ayant des fréquences élevées).

I.5. Quelques techniques de réduction des perturbations dans les convertisseurs

Plusieurs techniques sont proposées dans la littérature pour la réduction de ces perturbations [6]-[9]. Parmi les approches adoptées, nous pouvons citer :

- *Le filtrage* : on distingue deux types de filtrage ; le filtrage passif et le filtrage actif. Chaque type procure des avantages et présente des inconvénients.
  - Le filtrage passif utilise des composants passifs (inductances, capacités, résistances). Parmi ses avantages, nous citons sa simplicité et son coût réduit, cependant, il est généralement lourd et onéreux [1].

- Le filtrage actif utilise des composants actifs pour compenser un certain nombre d'harmoniques dans une certaine bande de fréquences. Parmi ses avantages, nous pouvons citer son efficacité sur une bande assez large et parmi ses inconvénients, nous pouvons citer la complexité de réalisation ainsi que la génération d'harmoniques en hautes fréquences [1].

- *La structure du convertisseur* : le but étant de réduire le rayonnement des différentes boucles de courant, on procède généralement par le renforcement de l'isolation des conducteurs et par la réduction des surfaces de ces boucles de courant [10]-[12]. Dans les circuits imprimés, l'ajout de boucles passives permet aussi une réduction des perturbations rayonnées [13].
- *La technique de commande* : la commande des convertisseurs en MLI classique avec une fréquence de modulation élevée permet de repousser les harmoniques de bas ordres vers des fréquences élevées [14], cependant, ceci exige des temps de commutation courts, ce qui provoque à la fois l'augmentation des pertes par commutation et l'augmentation des courants du mode commun dans l'installation. Pour y remédier, le mécanisme de commutation fait l'objet de nombreux travaux dans le but de réduire les différentiels $\left(\frac{di}{dt} \text{ et } \frac{dv}{dt}\right)$ et obtenir ainsi ce qu'on appelle communément "une commutation douce" [15]-[16]. Dans le but de réduire les amplitudes des harmoniques de tension de bas ordres sans avoir recours à une augmentation importante de la fréquence de modulation, la MLI aléatoire constitue une solution car elle permet de répandre le spectre sur une large gamme de fréquences tout en réduisant nettement son amplitude, [17]-[19].

Un aperçu sur l'intérêt de la MLI aléatoire par rapport à la MLI classique constitue l'objet du prochain paragraphe.

II. MLI classique et MLI aléatoire

II.1 MLI classique

Les convertisseurs DC-DC et DC-AC sont généralement commandés en modulation de largeurs d'impulsion, ce qui permet à la fois de régler la tension de sortie du convertisseur (composante continue en DC-DC et fondamental de la tension en DC-AC) et de repousser les harmoniques vers des rangs assez éloignés pour diminuer leurs effets sur le comportement global de la charge. Les harmoniques restants ont des amplitudes importantes et leurs fréquences sont soit des multiples de la fréquence de modulation (conversion DC-DC), soit groupés par familles centrées sur les multiples de la fréquence de modulation (conversion DC-AC), [14]. Ils sont à l'origine de deux types de problèmes :

- Non respect des normes de la compatibilité électromagnétique (CEM) qui deviennent de plus en plus restrictives pour les convertisseurs de puissance à cause de leur très large utilisation industrielle et domestique, que ce soit pour les perturbations conduites ou rayonnées [1].
- Bruits sonores générés par les machines électriques alimentées par les convertisseurs. Beaucoup de travaux ont montré que ce bruit est directement lié aux harmoniques de la tension d'alimentation. En effet, pour la majeure partie des convertisseurs de moyennes et fortes puissances, la fréquence de modulation est comprise entre 1 kHz et 10 kHz, elle se trouve alors dans la gamme des fréquences audibles et les harmoniques du couple électromagnétique générés à des fréquences fixes produisent des bruits 'stridents' à des fréquences fixes. Ces bruits sont ennuyeux pour les opérateurs [20].

Dans le but de mieux respecter les normes CEM relatives aux phénomènes conduits et diminuer les nuisances sonores, la première solution consiste à repousser les harmoniques vers des rangs de plus en plus élevés en augmentant la fréquence de modulation, mais cette méthode est limitée par deux contraintes majeures :

- L'augmentation des pertes par commutation dans les semi conducteurs de puissance, notamment pour les moyennes et fortes puissances, [20].
- L'augmentation des perturbations rayonnées par le convertisseur en zone proche, notamment dans le cas des équipements embarqués, où on est contraint de placer un certain nombre d'équipements dans un espace réduit, ce qui risque de planter les circuits de commande et de rendre erronée la mesure des capteurs insérés dans les différentes chaînes de réglage avoisinantes [21].

Une autre solution a émergé durant ces quinze dernières années ; elle consiste à commander les convertisseurs en MLI aléatoire, dans le but de répartir les harmoniques sur une large gamme de fréquences tout en diminuant leurs amplitudes. Ce ci permet d'un côté de mieux répondre aux normes CEM pour les perturbations conduites [22]-[30], et d'un autre côté de distribuer le bruit sonore sur une large gamme de fréquences et le rendre ainsi plus doux et moins ennuyeux, [31]-[36], sans altérer la composante désirée de la tension (composante continue en DC-DC et fondamental de la tension en DC-AC).

II.2 MLI aléatoire

La figure I.4 présente un signal type de commande des convertisseurs à commutation forcée tels que les hacheurs et les onduleurs de tension. Il est complètement caractérisé par trois paramètres, à savoir:

- La période de modulation *T*.

- Le rapport cyclique d.
- Le rapport de délai δ.

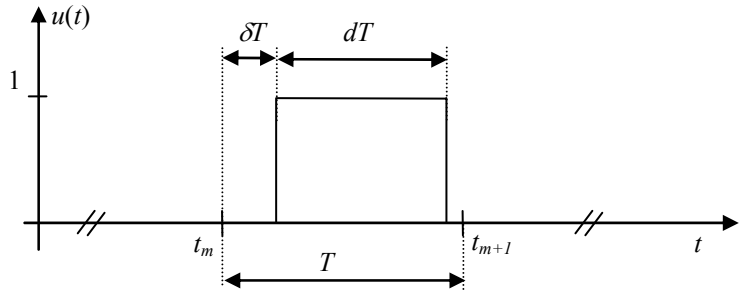


Figure I.4. Signal de commande en impulsions

En modulation classique, les trois paramètres T, d et δ sont déterministes et en modulation aléatoire, ces paramètres peuvent être rendus aléatoires de manière séparée ou combinée. En pratique, le rapport cyclique d suit généralement une loi de commande déterminée par le point de fonctionnement de l'installation alimentée par le convertisseur, (matériel électronique, entraînement réglé avec machine électrique,…). Par conséquent, seuls les paramètres T et δ peuvent être réellement rendus aléatoires ; il en résulte les quatre (04) configurations de modulation suivantes :

- Configuration DPWM (Deterministic pulse width modulation) ou PWM déterministe : Les trois paramètres d, T et δ sont déterministes.
- Configuration RPPM (Random pulse position modulation) : Seul le rapport de délai δ est aléatoire, (figure I.4).
- Configuration RCFM (Random Carrier Frequency Modulation) : Seule la période de la porteuse T est aléatoire ; pour cette configuration on parle de fréquence de la porteuse aléatoire alors qu'en pratique, c'est plutôt la période qui est rendue aléatoire, (figure I.4), ce qui constitue un abus de langage accepté.
- RCFM-RPPM ou double modulation aléatoire : Les deux paramètres T et δ sont aléatoires et indépendants.

Le tableau I.1 suivant résume ces quatre (04) configurations :

Configuration	Période T	Rapport de délai δ
DPWM	déterministe	déterministe
RCFM	aléatoire	déterministe
RPPM	déterministe	aléatoire
RCFM-RPPM	aléatoire	aléatoire

Tableau I.1. Différentes configurations de modulation

II.3. Intérêt de la MLI aléatoire par rapport à la MLI classique

Pour illustrer l'intérêt de cette technique, nous considérons deux signaux typiques. Le premier correspond à la MLI classique et le second correspond à la MLI aléatoire.

En premier lieu, la figure 1.5 montre la forme d'un signal déterministe en créneaux ainsi que son spectre de fréquences. Ce signal présente les caractéristiques suivantes :

- Période : $T = 1$ s.
- Rapport cyclique : $d = 0.5$.
- Rapport de délai : $\delta = 0$, (le créneau de tension est calé au début de la période correspondante, ce qui correspond à un retard δT nul).

En second lieu, nous considérons un signal aléatoire ayant à la fois la période de modulation T et le rapport de délai δ aléatoires (figure I.6). Il présente les caractéristiques suivantes:

- Période : T aléatoire (suivant la loi uniforme) entre $0.8\overline{T}$ et $1.2\overline{T}$ avec $\overline{T} = 1\,\text{s}$ ($\overline{T}$: moyenne statistique de la période).
- Rapport cyclique : $d = 0.5$.
- Rapport de délai : δ aléatoire (suivant la loi uniforme) entre 0 et $2\overline{\delta}$ avec $\overline{\delta} = 0.25$ ($\overline{\delta}$: moyenne statistique du rapport de délai). Ainsi, le créneau de tension peut prendre aléatoirement toutes les positions possibles dans la période de modulation correspondante.

Notons que dans ce cas, le signal n'est pas périodique et l'analyse de Fourier a été effectuée sur la base de la FFT d'un échantillon représentatif de 50 périodes de modulation.

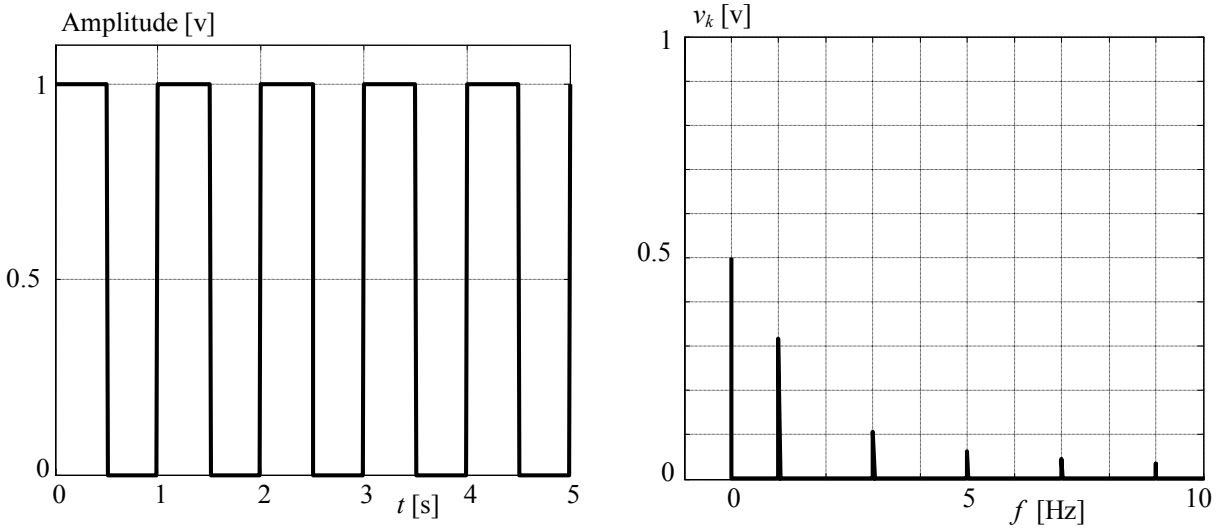


Figure I.5. Signal déterministe et son spectre

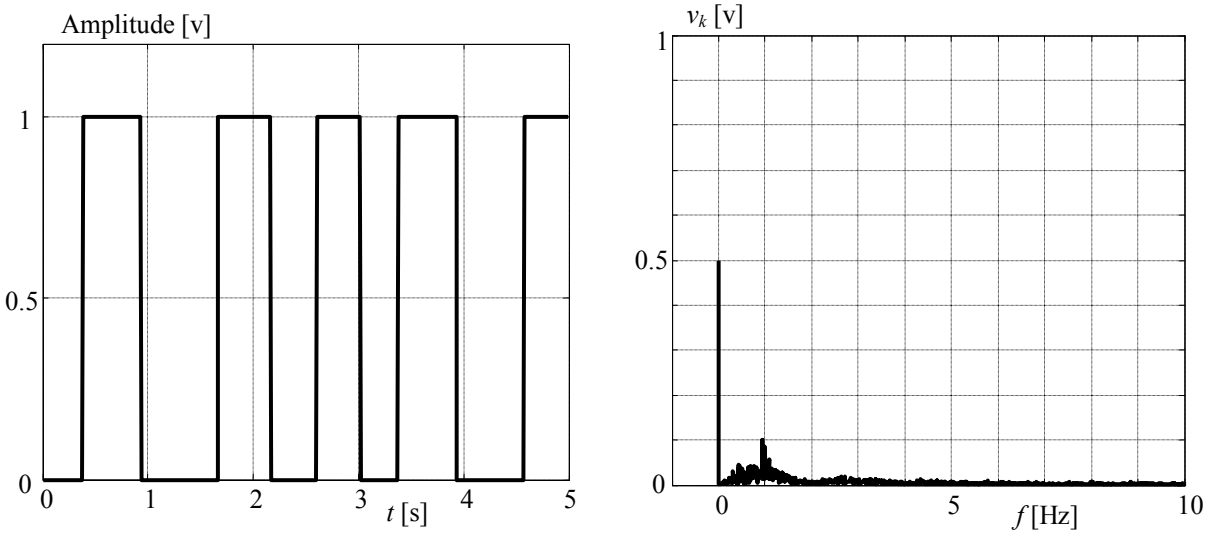


Figure I.6. Signal aléatoire et son spectre

Les figures I.5 et I.6 montrent bien que :

- La composante continue de la tension n'est pas altérée par la randomisation et garde pour les deux types de modulation une amplitude constante égale à 0.5 v, (figures I.5 et I.6).
- Pour la MLI classique, le spectre est composé d'harmoniques de rangs impaires avec des amplitudes qui décroissent inversement à leurs rangs, (figure I.5).
- Pour la MLI aléatoire, le spectre se présente sous forme de la composante continue et d'un bruit composé pratiquement de toutes les fréquences avec des amplitudes beaucoup moins importantes comparativement au cas classique, (figure I.6), ce qui est le but recherché par l'application de cette technique. Au voisinage des multiples impairs de la fréquence de

modulation (dans notre cas, le premier multiple seulement), l'amplitude de ce bruit augmente. Du fait que le spectre se présente sous forme d'un bruit, il contient des fréquences inférieures à la fréquence moyenne de modulation.

- Enfin, notons que la MLI aléatoire ne permet pas de diminuer l'énergie totale transportée par la totalité des harmoniques mais plutôt la distribue sur une bande de fréquences plus large [1].

II.4. Quelques travaux sur la MLI aléatoire

Les premiers travaux sur la modulation aléatoire en électronique de puissance sont apparus aux environs de l'année 1970, [37] où l'auteur injecte un signal aléatoire, (bruit), dans la référence dans le but de réduire le bruit acoustique émis par les thyristors dans la conversion DC-DC. D'ailleurs une technique similaire est toujours utilisée pour la réduction des nuisances sonores dans les semi conducteurs de puissance ; elle consiste à superposer au signal de commande un bruit d'amplitude réduite et composé de fréquences situées dans la gamme des fréquences audibles.

En 1986, Kone propose dans la référence [38], de réduire le bruit sonore produit par les machines électriques alimentées par les convertisseurs statiques, (hacheurs), en ajoutant un bruit aléatoire à la porteuse triangulaire. Ce qui permet de rendre aléatoire le signal de commande et par suite étaler le spectre de la tension délivrée par le convertisseur tout en réduisant son amplitude.

En 1987, trzynadlowsky et all, [39], ont montré que l'utilisation de la modulation aléatoire permet de réduire les amplitudes des harmoniques de tension dans la conversion DC-AC. Dans ce travail, les signaux de commande aléatoires sont obtenus en utilisant des signaux déterministes combinés à un générateur de nombres aléatoires.

En 1989, Tanaka et all, [40], proposent aussi de réduire les amplitudes des harmoniques de la tension d'un hacheur série par une fréquence de modulation aléatoire. Ils proposent en outre quelques aspects pratiques pour l'obtention des signaux de commande à base d'un microprocesseur.

Au début des années 1990, les travaux sur la modulation aléatoire ont commencé à augmenter considérablement en nombre, [41]. A. M. Stankovic [42], est reconnu pour être le premier chercheur ayant proposé un principe rigoureux pour l'analyse de la tension de sortie des convertisseurs DC-DC. Cette analyse est basée sur le calcul de la densité spectrale de puissance (Power Spectral Density 'PSD') de la tension de sortie en fonction des paramètres aléatoires de celle ci. En effet, le concept de PSD des signaux aléatoires a été utilisé en premier en théorie de l'information et dans ce domaine, une analyse rigoureuse des signaux basée sur la transformée de

Fourier s'avère non valide car le spectre de fréquence d'un signal aléatoire est lui-même aléatoire.

Ainsi, sur la base des paramètres rendus aléatoires, deux familles de configurations de modulation aléatoire ont émergé [43], [44] :

- La première famille consiste à rendre les signaux de commande aléatoires tout en gardant constante la période de modulation ; le rapport cyclique *d* et le rapport de délai δ peuvent être rendus aléatoires de manière séparée ou combinée ; pour cette famille, la fréquence de modulation est maintenue fixe (FSF : Fixed Switching Frequency).
- La seconde famille consiste à rendre aléatoire la période de modulation *T*, les deux autres paramètres (*d* et δ) peuvent être aléatoires ou non : (RSF : Randomized Switching Frequency).

Notons qu'un certain nombre de travaux ont montré que l'utilisation d'un rapport cyclique *d* aléatoire ne permet pas d'avoir un étalement satisfaisant du spectre de la tension, [44]. De plus, ceci peut présenter des conséquences négatives sur le fonctionnement de la charge, notamment le matériel électronique sensible. Par ailleurs, pour un certain nombre d'applications, le rapport cyclique *d* dépend de la boucle de réglage de l'installation et par conséquent, il ne peut pas être rendu aléatoire.

Une multitude de travaux se sont succédés dans le domaine de la modulation aléatoire, les principaux domaines d'investigation sont :

- Les différentes configurations de modulation aléatoire et leur comparaison du point de vue étalement de la densité spectrale de puissance en DC-DC et en DC-AC, [43]-[50].
- L'utilisation de différentes lois de probabilité dans le but de réduire au mieux les ondulations de la densité spectrale [27], [36], [47], [50]-[53].
- Les aspects techniques de génération des signaux de commande aléatoires, [54]-[61].
- L'insertion de la modulation aléatoire dans une boucle de réglage [62]-[66].

III. Objectif de notre travail

A l'issue de cet état de l'art sur les précédents travaux dans le domaine de la modulation aléatoire, nous pouvons dire que :

- Le but de la modulation aléatoire consiste à étaler au mieux la densité spectrale de puissance de la tension de sortie. Ceci procure deux avantages principaux ; d'un côté on respecte mieux les normes de compatibilité électromagnétique en réduisant les interférences électromagnétique (Electro-Magnetic Interferences 'EMI') et d'un autre côté, on adoucit le bruit acoustique produit par les composants semi conducteurs de puissance et par les machines électriques

alimentées par les convertisseurs statiques, car le fait d'étaler les harmoniques sur une large bande de fréquences permet de rendre le bruit moins aigu et donc moins ennuyeux.

- Deux configurations de modulation aléatoire ont émergé que ce soit en DC-DC ou en DC-AC :
  - Configuration RPPM (Random Pulse Position Modulation) : la période de modulation T est constante et la position du signal en impulsions dans la période de modulation correspondante est aléatoire. Généralement, cette position est repérée par le rapport de délai δ qui peut être rendu aléatoire entre 0 et (1 - d), (figure I.3)
  - Configuration RCFM (Random Carrier Frequency Modulation): En pratique, c'est plutôt la période de modulation T qui est rendue aléatoire entre deux valeurs T_{min} et T_{max}, la position de l'impulsion est gardée fixe ; pour le hacheur série, l'impulsion est généralement calée au début de la période de modulation correspondante ($\delta = 0$), tandis que pour le hacheur en pont et l'onduleur de tension, l'impulsion est centrée sur le milieu de la période de modulation $\left(\delta = \frac{1-d}{2}\right)$.

Notons que pour le cas du hacheur série, El Khamlichi K. D. et all [49] ont montré que la combinaison des deux configurations (RCFM-RPPM) permet de réaliser un meilleur étalement de la PSD.

Dans cette thèse, nous proposons une commande en double modulation aléatoire (RCFM-RPPM) des convertisseurs DC-DC et DC-AC où les deux paramètres du signal de commande (T et δ) sont rendus aléatoires simultanément ; le principe général repose sur la comparaison d'un ou de plusieurs signaux de référence déterministes, (selon la topologie du convertisseur), à une seule porteuse aléatoire. En figure I.7, ce principe de modulation aléatoire est illustré pour un seul signal de référence. Il est important de noter que seulement la porteuse est rendue aléatoire et que le signal de référence n'est pas affecté par l'aspect aléatoire.

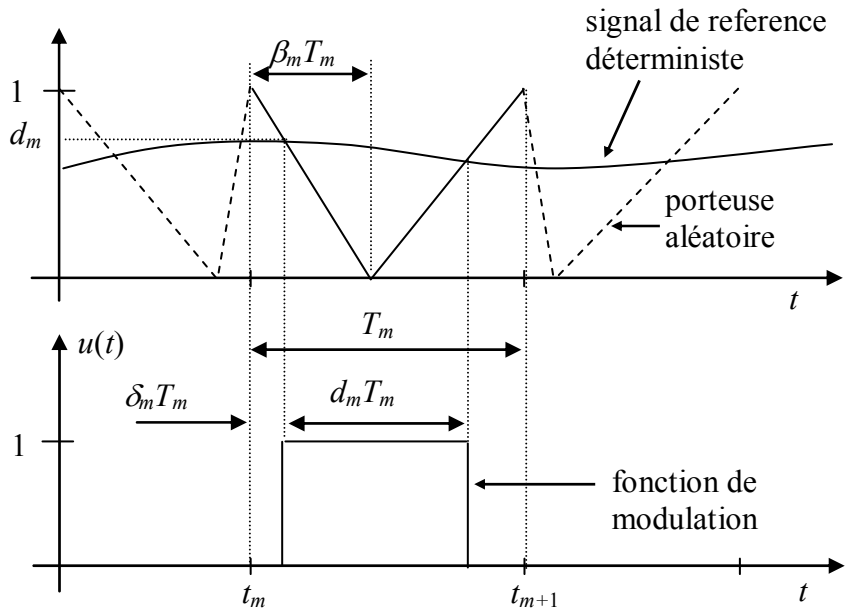


Figure I.7. Principe général de modulation

Un lien direct entre les paramètres aléatoires de la porteuse triangulaire et les paramètres aléatoires du signal de commande (en impulsions) peut être établi. Le signal de référence n'est pas concerné par l'aspect aléatoire, ce qui permet de réaliser les réglages de l'installation par action sur la référence indépendamment de l'aspect aléatoire.

Ainsi, le fait de considérer le signal de référence indépendant de l'aspect aléatoire, nous procure deux avantages :

- D'un côté, la réalisation pratique de la commande aléatoire est facilitée car le passage de la modulation déterministe classique à la modulation aléatoire peut être effectué par changement de la porteuse initialement déterministe par une porteuse aléatoire. Ainsi, la structure du convertisseur n'est pas concernée par la commande aléatoire.
- D'un autre côté les différentes boucles de réglages classiques (si elles existent) sont indépendantes de l'aspect aléatoire de la commande.

Les trois configurations de modulation aléatoire données par le tableau I.1 peuvent être obtenues à partir du principe général illustré par la figure I.7, comme suit :

- Configuration RCFM : Porteuse triangulaire dont la période T est aléatoire entre deux valeurs $T_{\min}$ et $T_{\max}$ et dont le coefficient de descente β est fixe. Pour le hacheur série, le signal en impulsion rectangulaire est calé au début de la période de modulation, on prend alors $\beta = 0$ (porteuse en dent de scie) et pour le hacheur en pont et l'onduleur de tension on prend généralement $\beta = 0.5$ (porteuse triangulaire symétrique).

- Configuration RPPM : Porteuse de période T fixe et de coefficient β aléatoire, ce qui permet de rendre aléatoire le rapport de délai δ, (figure I.7) et par suite déplacer aléatoirement le créneau de tension dans la période de modulation correspondante. Pour cette configuration, un coefficient β aléatoire entre 0 et 1 permet d'avoir un rapport de délai δ aléatoire entre 0 et (1 – d).
- Configuration RCFM-RPPM : Porteuse de période T et de coefficient β aléatoires et indépendants.

A partir du principe unifié de génération des signaux de commande pour les deux types de convertisseurs, (convertisseurs DC-DC DC-AC), nous développons un modèle mathématique de la PSD en fonction des paramètres aléatoires de la porteuse pour les deux types de conversions. Les cas particuliers des simples modulations (RPPM seule et RCFM seule) peuvent êtres retrouvés à partir du modèle général. En DC-DC, le hacheur série et le hacheur en pont (ou hacheur quatre quadrants) constituent l'objet de nos applications et en DC-AC, l'onduleur de tension triphasé en pont qui est très adapté pour l'alimentation des machines électriques de moyennes puissances est considéré.

Le hacheur série étant très utilisé pour l'alimentation du matériel électronique de faible puissance, la période de modulation peut atteindre quelques centaines de kilohertz. Pour les équipements embarqués où l'on est contraint de placer un certain nombre de matériels dans un espace réduit, les fréquences des harmoniques de courant peuvent atteindre quelques mégahertz et les perturbations rayonnées en zone proche deviennent importantes et peuvent causer des disfonctionnement des appareils avoisinants. L'influence de la commutation sur le contenu harmonique en hautes fréquences est bien établie [61], en effet, les interrupteurs électroniques ne commutent pas instantanément, ils nécessitent un temps de montée t_r (rising time) et un temps de descente t_f (fall time), une représentation de la tension en impulsions par une forme trapézoïdale constitue une approximation acceptable, (figure I.8).

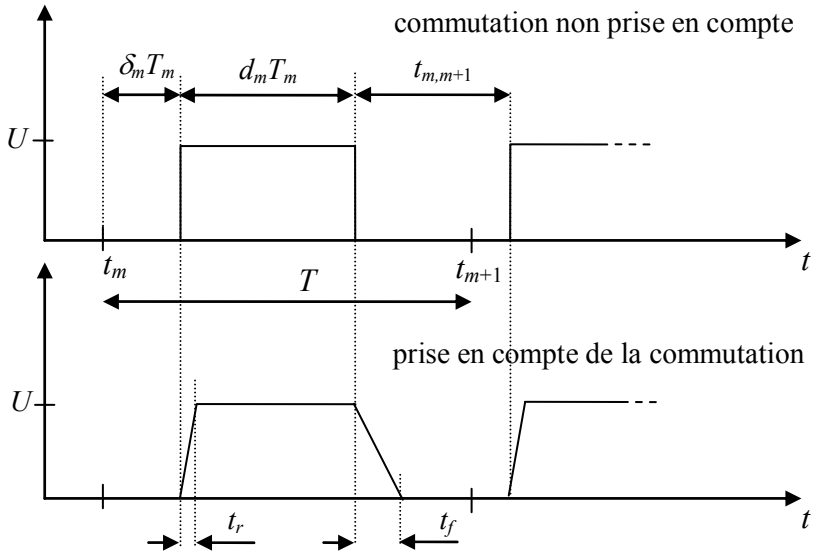


Figure I.8. Prise en compte du temps de commutation

Sur la base de cette approximation, nous avons modélisé puis analysé l'influence de la commutation sur la PSD, que ce soit en modulation déterministe (PWM classique) ou en modulation aléatoire. Cette étude comporte aussi une extension au cas d'une commutation aléatoire (t_r et t_f aléatoires). Notons que cette étude est menée seulement sur le hacheur série qui peut commuter à des fréquences relativement élevées en faibles puissances (quelques centaines de kilohertz), le hacheur en pont et l'onduleur de tension triphasés sont utilisés en grande partie pour l'alimentation des dispositifs de puissance (machines électriques par exemple), ils commutent généralement à quelques kilohertz et l'aspect hautes fréquence est moins important.

En dernier lieu, nous avons simulé le fonctionnement en MLI aléatoire des convertisseurs DC-DC, (hacheur série et hacheur en pont) et DC-AC (onduleur de tension triphasé en pont). Les simulations sont effectuées à l'aide du software MatLab-Simulink, elles permettent :

- D'implanter la MLI aléatoire en utilisant le principe général que nous avons proposé pour la marche des convertisseurs DC-DC et DC-AC, indépendamment de leur structure.
- D'effectuer une analyse spectrale de la tension et permettre ainsi de connaître le contenu harmonique d'une tension en MLI aléatoire et de constater son apport comparativement à la MLI déterministe.
- De vérifier l'avantage CEM de la double modulation aléatoire, en comparant les différentes configurations aléatoires du point de vue étalement du spectre de la tension.
- De faire apparaître l'aspect aléatoire du courant dans une charge quelconque.

IV. Analyse spectrale des signaux aléatoires

Le formalisme mathématique sur lequel est basée l'analyse fréquentielle d'un signal aléatoire, est le concept de la densité spectrale de puissance (PSD) connue pour les processus stochastiques [68]-[69].

IV.1. Développement en série de Fourier des signaux périodiques

Un signal x(t) périodique de période T peut être décomposé en série d'harmoniques sous la forme :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{j2\pi nF_s t} \tag{I.1}$$

Avec :

$F_s = \frac{1}{T}$: Fréquence du signal $x(t)$.

$a_n = \frac{1}{T}\int_0^{T_s} x(t) e^{-j2\pi nF_s t}\, dt$: Coefficient de Fourier

L'ensemble des coefficients de Fourier constitue un spectre de fréquence des amplitudes $A(f)$ donné par:

$$A(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |a_n| \delta(f - nF_s) \tag{I.2}$$

Où : $\delta(f)$ désigne la transformée de Fourier de l'impulsion de Dirac.

IV.2. Fonction d'auto corrélation et densité spectrale de puissance d'un signal

La fonction d'auto corrélation d'un signal quelconque x (t) (pas forcément périodique) est définie par :

$$R(\tau) = \lim_{T_0 \to \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} x(t) x(t-\tau) d\tau \tag{I.3}$$

La densité spectrale de puissance (PSD) notée $W(f)$ est définie comme étant la transformée de Fourier de la fonction d'auto corrélation:

$$W(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \tag{I.4}$$

A son tour, la fonction d'auto corrélation $R(\tau)$ peut donc être exprimée à l'aide de la transformée inverse :

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W(f) e^{j2\pi f\tau}\, df \tag{I.5}$$

IV.3. Cas d'un signal périodique

Pour un signal périodique, la fonction d'auto corrélation et la densité spectrale de puissance s'expriment respectivement comme suit [69] :

$$R(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| a_n \right|^2 \exp\left(j2\pi F_s \tau\right) \tag{I.6}$$

$$W(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| a_n \right|^2 \delta\left(f - nF_s\right) \tag{I.7}$$

La puissance totale du signal est donnée par l'identité de Parseval [69] :

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left|x(t)\right|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left|a_n\right|^2 \tag{I.8}$$

Notons que si $x(t)$ est une tension, alors la densité spectrale de puissance $W(f)$ est en volt^2/Hz, ce qui justifie l'appellation "densité" car $W(f)$ exprime la puissance comme étant une fonction continue de la fréquence. Pour les fonctions périodiques, la forme en impulsions de $W(f)$ correspond à une densité infinie à des fréquences fixes et la signification "densité" devrait être comprise comme une propriété limitée plutôt qu'une propriété exacte dans le cas des signaux périodiques. De ce fait, il est parfois plus commode de parler de puissance qui est une valeur finie (en volt^2) plutôt que de densité spectrale de puissance.

IV.4. Cas d'un signal aléatoire

Pour une forme aléatoire du signal, le formalisme mathématique adéquat provient de la théorie des processus stochastiques, particulièrement des processus aléatoires Stationnaires au Sens Large 'SSL' (en anglo-saxon : Wide Sense Stationary 'WSS'), pour lesquels la fonction d'auto corrélation devient une moyenne statistique $\Re(\tau)$ au lieu de $R(\tau)$:

$$\Re(\tau) = E\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t-\tau)\,dt\right] \tag{I.9}$$

Où $E[x]$ désigne l'espérance mathématique de la variable aléatoire x.

La densité spectrale garde la même expression en fonction de la fonction d'auto corrélation:

$$W(f) = \int_{-\infty}^{\infty}\Re(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \tag{I.10}$$

IV.5 Processus aléatoire stationnaire au sens large

Un processus $X(t)$ aléatoire est dit stationnaire au sens large (SSL) s'il vérifie les trois (03) propriétés suivantes [69]:

- $E[X(t)] = m_x$: moyenne statistique indépendante de t.
- $E|X(t)|^2 < +\infty$: valeur finie indépendante de t.
- $E[X(t)X^*(t+\tau)] = M_{xx}(\tau)$: Le moment statistique d'ordre 2 dépend seulement de τ.

Cette dernière propriété sera utilisée dans le paragraphe V pour l'établissement d'une expression générale de la densité spectrale de puissance (PSD) d'un signal aléatoire en impulsions, qui correspond au cas général d'une tension en MLI aléatoire. Notons que dans la conversion DC-DC la tension est considérée comme étant un signal stationnaire au sens large, ce qui n'est pas le cas dans la conversion DC-AC.

IV.6. Processus aléatoire Cyclo-stationnaire

Un processus aléatoire $X(t)$ est dit cyclo-stationnaire au sens large de cyclofréquence $\frac{1}{T}$, si sa moyenne $m_x(t)$ et sa fonction d'auto corrélation $R_{xx}(t+\tau,t)$ sont des fonctions périodiques en t de période T [69].

Dans la conversion DC-AC, le rapport cyclique est variable (référence alternative) ; la tension MLI est en créneaux de largeurs variables selon une loi périodique ; elle peut être classée comme étant un signal cyclo-stationnaire.

V. Densité Spectrale de Puissance d'un signal aléatoire stationnaire en impulsions

Soit un signal $u(t)$ aléatoire stationnaire au sens large en impulsions. Pour des raisons de simplification, le signal considéré dans la figure I.9 est en créneaux rectangulaires d'amplitude fixe assimilable à un signal MLI, en réalité le signal peut prendre des formes plus complexes et le cas simple de la figure I.9 n'est qu'illustratif, [68].

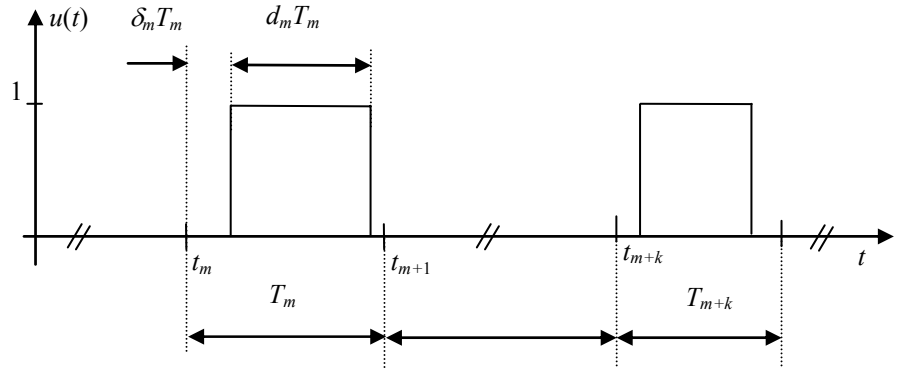


Figure I.9. Signal aléatoire en créneaux

Durant une période de modulation T_m le créneau de tension $u_m(t-t_m)$ peut être défini en fonction des paramètres T_m, d_m et δ_m comme suit :

$$u_m(t-t_m)=\begin{cases}1, & \text{pour } \; t_m+\delta_m T_m \le t \le t_m+\delta_m T_m+d_m T_m \\ 0, & \text{ailleurs}\end{cases} \tag{I.12}$$

Et sa transformée de Fourier a pour expression :

$$U_m(f)=\frac{1}{\pi f}e^{-j\pi f(2\delta_m+d_m)T_m}\sin(\pi f d_m T_m)e^{-j2\pi f t_m} \tag{I.13}$$

En **annexe A**, nous démontrons que la densité spectrale de puissance de ce signal peut être exprimée comme suit :

$$W(f) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{T} E\left[\sum_{k=-N}^{N} U_m(f) U_{m+k}^*(f) \right] \tag{I.14}$$

Où $U_m(f)$ et $U_{m+k}^*(f)$ désignent respectivement la transformée de Fourier du signal durant la période T_m (expression I.13) et le conjugué de la transformée de Fourier du signal durant la période T_{m+k}.

Notons que l'expression générale (I.14) est valable pour tout signal stationnaire au sens large; dans notre travail, elle constitue l'expression générale de départ pour tout modèle de la PSD de la tension. Le cas de la conversion DC-DC s'inscrit parfaitement dans la classe des signaux stationnaires, alors que le cas de la conversion DC-AC s'inscrit dans la classe des signaux cyclo-stationnaires. Pour pouvoir y appliquer l'expression générale (I.14), on doit rendre stationnaire le signal en créneaux correspondant par l'utilisation d'une technique mathématique qui sera explicitée au troisième chapitre.

Conclusion

Dans ce chapitre consacré aux généralités, nous avons commencé par poser quelques problèmes de compatibilité électromagnétique en électronique de puissance, plus précisément ceux liés aux convertisseurs travaillant en commutation forcée (convertisseurs DC-DC et DC-AC), que nous pouvons séparer en deux familles :

- Les perturbations basses fréquences trouvent leurs origines dans les harmoniques de tension liés à la nature impulsionnelle de la tension MLI.
- Les perturbations hautes fréquences peuvent avoir comme origine la commutation des semi conducteurs de puissance ainsi que le rayonnement des convertisseurs avoisinants, travaillant à des fréquences élevées.

Nous avons ensuite introduit la MLI aléatoire et fait apparaître son intérêt par rapport à la MLI classique. Un certain nombre de travaux pertinents dans ce domaine ont été commentés brièvement et un aperçu global sur notre travail est présenté.

Enfin, nous avons donné quelques propriétés des signaux aléatoires ainsi que le formalisme de la densité spectrale de puissance (PSD) qui permet une analyse rigoureuse de la tension en modulation aléatoire.

CHAPITRE II

Modulation aléatoire dans la conversion DC-DC

Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la modulation aléatoire dans la conversion DC-DC. Les deux convertisseurs considérés sont le hacheur série et le hacheur en pont.

Le hacheur série est très utilisé dans les alimentations à découpage de faibles puissances, ce qui rend facile la montée en fréquence jusqu'à quelques centaines de kilohertz (voire plus), [2]. Pour ce convertisseur, en plus du modèle de la PSD en considérant parfaits les interrupteurs électroniques (modèle valable en basses fréquences), un modèle tenant compte de la commutation est développé. Ce qui va nous permettre de vérifier que la commutation n'a pratiquement aucune influence en basses fréquences et d'analyser son effet en hautes fréquences.

Le hacheur en pont est utilisé en majeure partie à des puissances relativement élevées telles que l'alimentation des machines électriques. Il est réversible en courant et en tension, ce qui lui confère la possibilité de permettre le freinage par récupération et l'inversement du sens de rotation. Du fait de la gamme de puissance d'utilisation de ce convertisseur, la montée en fréquence n'est pas aussi aisée que pour le hacheur série, (quelques dizaines de kilohertz), et l'influence de la commutation n'est pas aussi importante. Le modèle de la PSD proposé pour ce convertisseur suppose que les interrupteurs électroniques sont parfaits, ce qui limite son domaine de validité aux basses fréquences.

Chaque convertisseur est présenté succinctement, ensuite le principe général de modulation proposé au premier chapitre est adapté au convertisseur considéré. Ce principe est unifié pour tous les convertisseurs étudiés dans ce travail Il est basé sur la comparaison d'une porteuse triangulaire aléatoire à un ou plusieurs signaux de référence déterministes (un signal de référence pour le hacheur série, deux signaux de référence pour le hacheur en pont et trois signaux de référence pour l'onduleur de tension triphasé en pont).

A partir des signaux de commande que nous appelons aussi fonctions de modulation, nous définissons les formes des tensions de sortie, ensuite, nous établissons des modèles analytiques pour les densités spectrales de puissance (PSD) qui nous permettent une analyse spectrale rigoureuse de la tension de sortie en modulation aléatoire. En effet, une analyse spectrale rigoureuse des signaux aléatoires nécessite la PSD car le spectre des harmoniques (transformée de Fourier du signal) est lui-même aléatoire en fonction de l'échantillon du signal considéré.

I. Hacheur série

Pour le hacheur série, (figure II.1), en considérant une source de tension parfaite et les interrupteurs électroniques parfaits, la tension de sortie $v(t)$ constitue une image amplifiée du signal de commande $u(t)$ en conduction continue :

$$v(t) = E.u(t) \tag{II.1}$$

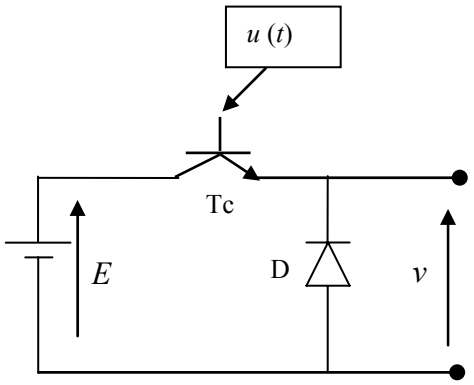


Figure II.1. Structure du hacheur série

En utilisant le système d'unités relatives avec comme grandeur de base la tension d'entrée "*E*", l'analyse de la tension de sortie se réduit à celle du signal de commande "*u*".

I.1. Principe de modulation

Par comparaison d'un signal de référence d'amplitude d ($d < 1$) à une porteuse triangulaire aléatoire d'amplitude égale à l'unité (Figure II.2), nous obtenons la fonction de modulation $u(t)$ qui est complètement définie à l'aide de trois paramètres qui sont :

- La période T : Elle correspond à la période de la porteuse.
- Le rapport de délai δ : Il peut être exprimé à partir du coefficient du front de descente β de la porteuse, (figure II.2), comme suit :

$$\delta = \beta(1 - d) \tag{II.2}$$

Ainsi, en variant β entre 0 et 1, le rapport δ varie entre 0 et $(1 - d)$.

- Le rapport cyclique d : Généralement, il est considéré constant entre 0 et 1, ce qui correspond à un signal de référence fixe d'amplitude égale à d.

Notons que dans le cas de la modulation classique, ces trois paramètres sont fixes, d'ordinaire, le créneau de tension est calé au début de la période de modulation correspondante ($\delta = 0$); ce qui correspond à une porteuse en dents de scie ($\beta = 0$).

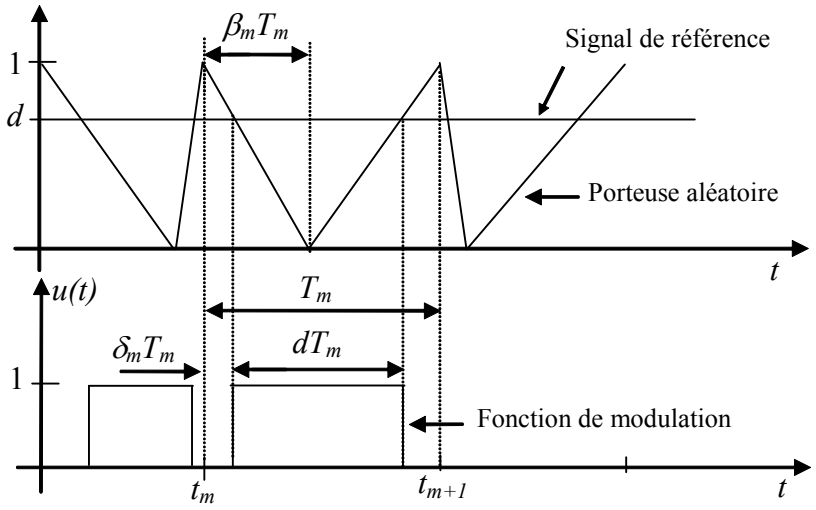


Figure II.2. Principe de la modulation aléatoire en DC-DC

Sur la base d'une porteuse aléatoire (ou non), les différentes configuration qui en résultent sont obtenues comme suit :

– La configuration PWM classique ou (DPWM: deterministic pulsewidth modulation) ; les paramètres T et β de la porteuse sont déterministes. Pour notre cas précis, la porteuse est en dents de scie : T fixe et $\beta = 0$.

– La configuration RPPM (random pulse position modulation) consiste à agir sur le coefficient de délai δ pour rendre aléatoire la position du signal de commande tout en gardant la période de modulation T constante. On utilise alors une porteuse triangulaire de période fixe, avec un front de descente de durée βT (figure II.2) aléatoire entre 0 et T (T constante et β aléatoire entre 0 et 1). Le rapport de délai δ qui en résulte est alors aléatoire entre 0 et (1 – d), (expression II.2). Il est à noter que l'introduction du paramètre β pour caractériser la position du signal de commande est effectuée pour la première fois dans ce travail. Ceci permet l'analyse de la tension de sortie directement à partir des paramètres aléatoires de la porteuse T et β. Notons que dans le cas du hacheur série seulement, il est possible d'utiliser directement le rapport de délai δ, [2], [27], [44], car le rapport cyclique d est fixe et l'utilisation de β dans l'expression II.2 n'apporte rien de nouveau si ce n'est l'utilisation directe des paramètres de la porteuse au lieu des paramètres du signal MLI. Cependant, pour le cas du hacheur en pont (Comme on le verra au paragraphe III), l'utilisation du paramètre β est très bénéfique car elle permet d'utiliser une seule variable aléatoire, en l'occurrence β au lieu de deux variables qui sont δ_a et δ_b. Pour l'onduleur triphasé, nous avons trois signaux de références (trois phases) ; d'un côté l'utilisation de β permet d'avoir une seule variable aléatoire "β" au lieu de trois, "δ_a, δ_b et δ_b",

et d'un autre côté, le rapport cyclique d varie d'une période de modulation à une autre, ce qui rend variables les limites $\delta_{\min}$ et $\delta_{\max}$ du rapport de délai δ pour chaque phase, de ce fait, il n'est pas possible d'utiliser directement ce dernier paramètre pour déterminer la position du signal MLI et l'utilisation de β devient indispensable.

– La configuration RCFM (random carrier frequency modulation) consiste à rendre aléatoire la période de modulation T, tout en gardant fixe le rapport de délai δ. Cette configuration est obtenue par l'utilisation d'une porteuse triangulaire de période T aléatoire entre deux valeurs T_{min} et T_{max}, la position du creux de la porteuse est gardée fixe (porteuse en dent de scie pour le hacheur série "$\beta = 0$ " et porteuse triangulaire symétrique pour le hacheur en pont et l'onduleur de tension "$\beta = 0.5$ ").

– La configuration RCFM-RPPM (ou double modulation aléatoire) constitue la combinaison des deux précédentes ; les deux paramètres de la porteuse T et β sont aléatoires.

Le tableau II.1 résume les différentes configurations de modulation résultantes:

Configuration	d	β	T
DPWM	constant	fixe :($\beta = 0$)	fixe
RPPM	constant	aléatoire	fixe
RCFM	constant	fixe :($\beta = 0$)	aléatoire
RCFM-RPPM	constant	aléatoire	aléatoire

Tableau II.1. Différentes configurations de modulation aléatoire pour le hacheur série.

L'étude du contenu spectral de la tension de sortie utilise le concept mathématique de la densité spectrale de puissance définie pour un signal stationnaire au sens large constitué d'un train d'impulsions $u(t)$ par l'expression I.14, que nous reprenons ici :

$$W(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} E\left[U_m(f) U_{m+k}^*(f)\right] \tag{II.3}$$

Où E [.] désigne l'espérance mathématique de l'expression entre crochets.

Notons que d'un point de vue statistique, le signal est considéré stationnaire au sens large, alors, les impulsions dans la $m^{ème}$ et la $(m+k)^{ème}$ période de modulation deviennent indépendantes [68], [69].

I.2. Modèles Mathématiques des PSD pour les différentes configurations aléatoires

I.2.1. Configuration RPPM

Nous rappelons que pour cette configuration, la période de modulation est constante et la position du créneau de tension correspondant est aléatoire, (figure II.3). La génération du signal de commande utilise une porteuse triangulaire de période T constante avec un temps de descente βT aléatoire entre 0 et T, (le paramètre β est aléatoire entre 0 et 1). Il en résulte un coefficient de retard $\delta = \beta(1 - d)$ aléatoire entre 0 et (1- d).

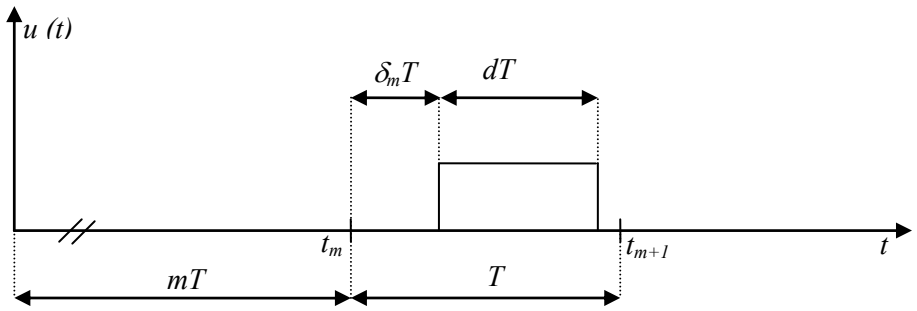


Figure II.3. Fonction de modulation

Sur une période de modulation T située entre les deux instants t_m et t_{m+1}, la fonction de modulation $u_m(t)$ est définie par :

$$u_m(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t_m + \delta_m T \le t \le t_m + \delta_m T + dT \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{(II.4)}$$

Où :

d : rapport cyclique considéré constant.

T : période de modulation constante, ce qui donne: $t_m = mT$.

δ_m : rapport de délai aléatoire exprimé par : $\delta_m = \beta_m(1-d)$

La transformée de Fourier d'un tel signal peut être exprimée directement à l'aide des paramètres de la porteuse β et T comme suit :

$$U_m(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j\pi f dT} \sin(\pi f dT) e^{-j2\pi f \beta_m (1-d)T} e^{-j2\pi f mT} \tag{II.5}$$

En posant : $U_0(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j\pi f dT} \sin(\pi f dT)$ (II.6)

L'expression (II.5) s'écrit : $U_m(f) = U_0(f) e^{-j2\pi f \beta_m (1-d)T} e^{-j2\pi f mT}$ (II.7)

En remplaçant $U_m(f)$ et $U^*_{m+k}(f)$ par leurs expressions, dans l'expression (II.3) de la PSD, nous obtenons :

$$W(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} E\left[U_0(f) e^{-j2\pi f \beta_m (1-d)T} U_0^*(f) e^{+j2\pi f \beta_{m+k} (1-d)T}\right] e^{j2\pi f kT} \tag{II.8}$$

Notons que dans ce cas, la période de modulation est constante : $\delta\left(\overline{T} = T\right)$.

Dans l'expression (II.8), les paramètres β_m et β_{m+k} sont indépendants pour $k \neq 0$ et l'espérance du produit peut être écrite sous la forme du produit des espérances à l'exception du terme pour lequel $k = 0$, qui doit être traité séparément [44] :

$$\begin{aligned} W(f) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} E\left[U_0(f) e^{-j2\pi f \beta (1-d)T}\right] E\left[U_0^*(f) e^{j2\pi f \beta (1-d)T}\right] e^{j2\pi f kT} \\ &+ \frac{1}{T}\left(E\left[U_0(f) U_0^*(f)\right] - E\left[U_0(f) e^{-j2\pi f \beta (1-d)T}\right] E\left[U_0^*(f) e^{j2\pi f \beta (1-d)T}\right] \right) \end{aligned} \tag{II.9}$$

Tenant compte du fait que $U_0(f)$ est indépendante de la variable aléatoire β, l'expression (II.9) peut s'écrire comme suit :

$$W(f) = \frac{1}{T} |U_0(f)|^2 \left| E\left[e^{-j2\pi f \beta (1-d)T}\right] \right|^2 \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi f kT} + \frac{1}{T} |U_0(f)|^2 \left(1 - \left| E\left[e^{-j2\pi f \beta (1-d)T}\right] \right|^2\right) \tag{II.10}$$

Sachant de plus, que : $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi f kT} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T}\right)$ (II.11)

Où δ étant l'impulsion de Dirac.

Nous aboutissons à l'expression condensée suivante :

$$W(f)=\frac{1}{T}|U_0(f)|^2\left[1-\left|E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\right]\right|^2+\frac{1}{T}\left|E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\right]\right|^2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)\right] \quad \text{(II.12)}$$

Avec : $|U_0(f)|^2=\left(\frac{\sin(\pi fdT)}{\pi f}\right)^2$ (II.13)

Au premier abord, l'expression (II.12) nous révèle que cette configuration ne permet pas de distribuer complètement la PSD qui comprend deux parties :

- Une partie continue :

$$W_c(f)=\frac{1}{T}|U_0(f)|^2\left(1-\left|E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\right]\right|^2\right) \quad \text{(II.14)}$$

- Une partie discrète sous forme d'harmoniques de puissance :

$$W_d(f)=\frac{1}{T^2}|U_0(f)|^2\left|E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\right]\right|^2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right) \quad \text{(II.15)}$$

Pour cette configuration, β est la seule variable aléatoire. Théoriquement, elle peut prendre toutes les valeurs entre 0 et 1. Une configuration de modulation aléatoire correspondant à deux valeurs équiprobables de la variable β, (β = 0 ou β = 1) est communément appelé configuration RLLM (Random Lead Lag Modulation) [45]. Pour cette configuration, le créneau de tension est calé soit au début soit à la fin de la période de modulation, ce qui lui donne l'avantage de réduire de moitié le nombre de commutations et par conséquent, les pertes par commutation sont aussi réduites de moitié [45]. Du point de vue étalement du spectre de la tension, cette configuration est la moins performante [45].

Dans la modulation classique (DPWM), le coefficient β est constant, (β = 0), l'expression de la PSD se réduit à sa composante discrète :

$$W(f)=\frac{1}{T^2}|U_0(f)|^2\left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)\right) \quad \text{(II.16)}$$

Où $\left|U_0(f)\right|^2$ est donnée par l'expression (II.13).

I.2.2. Configuration RCFM

Pour cette configuration, le créneau de tension, (figure II.5), est calé au début de la période de modulation correspondante. Pour la génération du signal de commande, on utilise une porteuse en dents de scie ($\beta = 0$) de période T aléatoire entre deux valeurs T_{min} et T_{max}, il en résulte un rapport de délai δ nul.

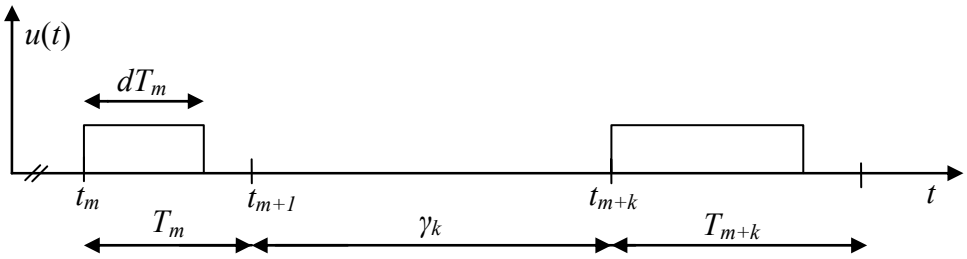


Figure II.5. Fonction de modulation

Sur une période de modulation T_m, la fonction de modulation $u_m(t)$ est définie par :

$$u_m(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour} \quad t_m \le t \le t_m + dT_m \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{II.17}$$

La transformée de Fourier de ce signal sur la période T_m est :

$$U_m(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j\pi f dT_m} \sin(\pi f d T_m) e^{-j2\pi f t_m} \tag{II.18}$$

Avec : T_m aléatoire entre deux valeurs T_{min} et T_{max} et d constant.

Le développement de l'expression générale (II.3), de la PSD, donne :

$$W(f) = \frac{1}{T}\left(\sum_{k=-\infty}^{-1} E\left[U_m(f) U_{m+k}^*(f)\right] + E\left[U_m(f) U_m^*(f)\right] + \sum_{k=1}^{+\infty} E\left[U_m(f) U_{m+k}^*(f)\right] \right) \tag{II.19}$$

De même, l'expression (II.19) peut être condensée sous la forme suivante :

$$W(f) = \frac{1}{T}\left\{ E\left[\left|U_m(f)\right|^2\right] + 2\text{Real}\left(\sum_{k=1}^{\infty} E\left[U_m(f) U_{m+k}^*(f)\right] \right) \right\} \tag{II.20}$$

Où : $\text{Real}(.)$: partie réelle.

Notons que l'expression (II.20) reste valable pour tout signal aléatoire en impulsions, elle est bien adaptée au cas des signaux ayant la période de modulation aléatoire [43].

Nous posons :

$$U_{0,m}(f) = e^{-j\pi f d T_m} \sin(\pi f d T_m) \tag{2.21}$$

Et,

$$U^*_{0,m+k}(f) = e^{j\pi f d T_{m+k}} \sin(\pi f d T_{m+k}) \tag{2.22}$$

Puis, nous remplaçons $U_m(f)$ et $U^*_{m+k}(f)$ par leurs expressions (2.21) et (2.22) dans (II.20) :

$$W(f) = \frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E\left[\left|U_{0,m}(f)\right|^2\right] + 2\text{Real}\left(\sum_{k=1}^{\infty} E\left[U_{0,m}(f)U^*_{0,m+k}(f)e^{j2\pi f(t_{m+k}-t_m)}\right]\right)\right\} \tag{II.23}$$

A partir de la figure II.5, le décalage $(t_{m+k} - t_m)$ entre les débuts des périodes T_m et T_{m+k} peut être exprimé comme suit :

$$t_{m+k} - t_m = T_m + \gamma_k \tag{II.24}$$

$$\text{Avec : } \gamma_k = \sum_{l=m+1}^{m+k-1} T_l \tag{II.25}$$

Tenant compte de (II.24) et de (II.25), l'expression (II.23) devient :

$$W(f) = \frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E\left[\left|U_{0,m}(f)\right|^2\right] + 2\text{Real}\left(\sum_{k=1}^{\infty} E\left[U_{1,m}(f)U^*_{0,m+k}(f)\times e^{j2\pi f\gamma_k}\right]\right)\right\} \tag{II.26}$$

Avec :

$$U_{1,m}(f) = U_{0,m}(f)e^{j2\pi f T_m} = e^{j\pi f(2-d)T_m} \sin(\pi f d T_m) \tag{II.27}$$

Sachant que pour cette configuration, seule la période de modulation T est aléatoire, l'expression (II.26) peut s'écrire:

$$W(f) = \frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E_{T_m}\left[\left|U_{0,m}(f)\right|^2\right] + 2\text{Real}\left(\sum_{k=1}^{\infty}\left(E_{T_m}\left[U_{1,m}(f)\right]E_{T_{m+k}}\left[U^*_{0,m+k}(f)\right]\times E_T\left[e^{j2\pi f\gamma_k}\right]\right)\right)\right\} \tag{II.28}$$

Avec :

$$E_T\left[e^{j2\pi f\gamma_k}\right] = \left(E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]\right)^{k-1} \tag{II.29}$$

En considérant la somme des termes de la série qui résulte de la somme infinie sur *k*, on obtient l'expression finale de la densité spectrale de puissance suivante :

$$W(f)=\frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E_{T_m}\left[\left|U_{0,m}(f)\right|^2\right]+2\text{Real}\left(\frac{E_{T_m}\left[U_{1,m}(f)\right]E_{T_{m+k}}\left[U^*_{0,m+k}(f)\right]}{1-E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]}\right)\right\} \tag{II.30}$$

Notons que les périodes T_m et T_{m+k} sont respectivement indépendantes des indices *m* et *m+k* (signal stationnaire au sens large). En effet, ces indices signifient simplement qu'il s'agit seulement des tirages aléatoires *m* et *m + k* et l'expression (II.30) peut s'écrire comme suit :

$$W(f)=\frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E_T\left[\left|U_0(f)\right|^2\right]+2\text{Real}\left(\frac{E_T\left[U_1(f)\right]E_T\left[U^*_0(f)\right]}{1-E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]}\right)\right\} \tag{II.31}$$

Avec :

$$E_T\left[\left|U_0(f)\right|^2\right]=E_T\left[\sin^2(\pi fdT)\right] \tag{II.32}$$

$$E_T\left[U_1(f)\right]=E_T\left[e^{j\pi f(2-d)T}\sin(\pi fdT)\right] \tag{II.33}$$

$$E_T\left[U^*_0(f)\right]=E_T\left[e^{j\pi fdT}\sin(\pi fdT)\right] \tag{II.34}$$

I.2.3. Configuration RCFM-RPPM

Pour cette configuration, l'aspect aléatoire concerne à la fois la période de modulation *T* et le rapport de délai δ de manière indépendante, d'où le nom de double modulation aléatoire, (figure II.7).

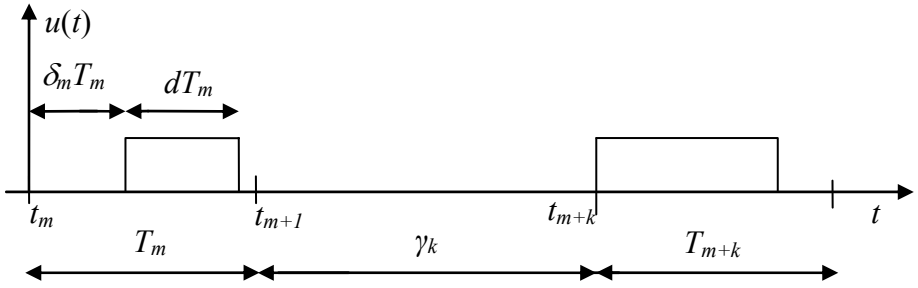


Figure II.7. Fonction de modulation

La porteuse triangulaire est caractérisée par une période *T* et un coefficient du front de descente β aléatoires (figure II.2), il en résulte:

- T_m aléatoire entre deux valeurs T_{min} et T_{max}.

- $\delta_m = \beta_m(1- d)$ aléatoire ; pour β_m aléatoire entre 0 et 1, δ_m l'est aussi entre 0 et $(1 – d)$.

Notons qu'en pratique l'intervalle de variation de β peut être réduit, ce qui se répercute sur l'intervalle de variation de δ.

La transformée de Fourier de la fonction de modulation sur une période T_m, (figure II.7) a pour expression :

$$U_m(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j2\pi f\beta_m(1-d)T_m} e^{-j\pi fdT_m} \sin(\pi fdT_m) e^{-j2\pi ft_m} \tag{II.35}$$

En remplaçant $U_m(f)$ et $U^*_{m+k}(f)$ par leurs expressions dans l'équation (II.3) de la PSD et en tenant compte de (II.24) et (II.25) qui restent valables pour cette configuration, (figure II.7), nous obtenons :

$$W(f) = \frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E\left[\left|U_{0,m}(f)\right|^2\right] + 2\text{Real}\left(\sum_{k=1}^{\infty} E\left[U_{1,m}(f)\right]E\left[U_0^*(f)\right]E\left[e^{j2\pi f\gamma_k}\right]\right)\right\} \tag{II.36}$$

Avec :

$$U_{0,m}(f) = e^{-j2\pi f\beta_m(1-d)T_m} e^{-j\pi fdT_m} \sin(\pi fdT_m) \tag{II.37}$$

$$U_{1,m}(f) = e^{-j2\pi f\beta_m(1-d)T_m} e^{j\pi f(2-d)T_m} \sin(\pi fdT_m) \tag{II.38}$$

$$U^*_{0,m+k}(f) = e^{j2\pi f\beta_{m+k}(1-d)T_{m+k}} e^{j\pi fdT_{m+k}} \sin(\pi fdT_{m+k}) \tag{II.39}$$

Enfin, l'identité (II.29) permet d'obtenir l'expression finale :

$$W(f) = \frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E_T\left[\left|U_0(f)\right|^2\right] + 2\text{Real}\frac{E[U_1(f)]E\left[U_0^*(f)\right]}{1 - E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]}\right\} \tag{II.40}$$

Pour cette configuration, les deux (02) paramètres T et β sont aléatoires, ce qui donne :

$$E\left[\left|U_0(f)\right|^2\right] = E_T\left[\left|U_0(f)\right|^2\right] = E_T\left[\sin^2(\pi fdT)\right] \tag{II.41}$$

$$E[U_1(f)] = E_{T,\beta}[U_1(f)] = E_T\left[e^{j\pi f(2-d)T}\sin(\pi fdT)E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\right]\right] \tag{II.42}$$

$$E\left[U_0^*(f)\right] = E_{T,\beta}\left[U_0^*(f)\right] = E_T\left[e^{j\pi fdT}\sin(\pi fdT)E_\beta\left[e^{j2\pi f\beta(1-d)T}\right]\right] \tag{II.43}$$

Notons que dans les expressions (II.41 à II.43), les espérances mathématiques selon β et T sont clairement séparées, ce qui permet de distinguer les deux configurations simples, (RPPM seule et RCFM seule), comme étant des cas particuliers de cette dernière (RCFM-RPPM), elles peuvent être retrouvées en considérant ce qui suit :

- RCFM : $\beta = 0$ et T aléatoire.
- RPPM : T fixe et β aléatoire.

Pour la configuration RCFM, l'expression (II.31) de la PSD est retrouvée directement en posant $\beta = 0$ dans (II.40) alors que pour la RPPM, l'expression (II.12) de la PSD peut être retrouvée en considérant constante la période T.

I.3.Validations

Dans ce paragraphe, nous effectuons une validation des modèles mathématiques de la PSD pour chacune des trois (03) configurations comme suit :

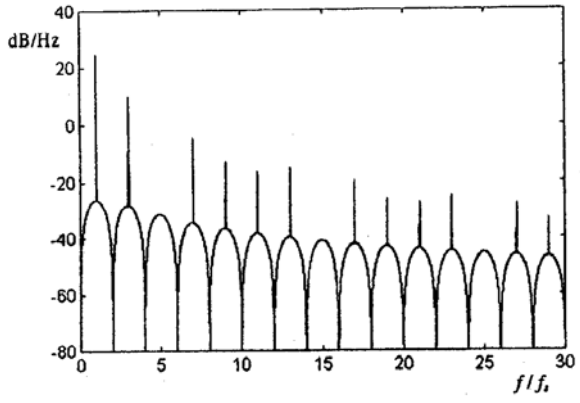
- Configurations RPPM et RCFM : la PSD calculée est confrontée à celle mesurée dans des travaux publiés.
- Configuration RCFM-RPPM : le modèle est validé par comparaison avec les deux configurations précédentes (RPPM seule et RCFM seule), en effet, une diminution progressive de l'intervalle de variation aléatoire de β devrait faire converger les résultats obtenus par la RCFM-RPPM vers ceux de la RCFM et une diminution progressive de l'intervalle de variation de la période aléatoire T devrait faire converger les résultats obtenus par la RPPM-RCFM vers ceux de la RPPM.

I.3.1. Configuration RPPM

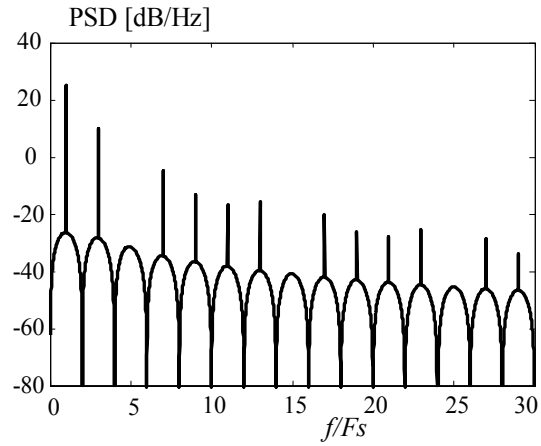
La figure II.8 compare les PSD de la tension calculée à l'aide du modèle donné par l'expression (II.12), (figure II.8.a) et mesurée (figure II.8.b) dans les mêmes conditions, [44] :

- Tension d'entrée $E = 60$ v.
- Rapport cyclique $d = 0.5$.
- Période de modulation fixe, $T = 20$ µs. On définit la fréquence de modulation : $F_s = \frac{1}{T}$.
- Rapport de délai δ aléatoire selon la loi uniforme dans l'intervalle $[0,\ R_\delta]$, avec $R_\delta = 0.4$. A partir de l'expression (II.2), le paramètre β correspondant est alors aléatoire selon la loi uniforme, dans l'intervalle $[0,\ R_\beta]$, avec $R_\beta = 0.8$. La probabilité de variation qui en résulte est:

$p_\beta = \dfrac{1}{R_\beta} = 1.25$. Notons qu'il est plus général de considérer le paramètre β au lieu du paramètre δ pour deux raisons. La première raison est qu'en pratique, la valeur maximale de R_δ est fonction du rapport cyclique d : $(R_\delta)_{max} = (1 - d)$ sachant que d est généralement variable car il détermine le point de fonctionnement du convertisseur, alors que la valeur maximale de R_β, reste indépendante de d : $(R_\beta)_{max} = 1$; la seconde raison réside dans le fait que le paramètre β crée le lien direct entre la position du créneau de tension et la forme de la porteuse, ce qui n'est pas le cas pour le paramètre δ.



a. Résultat de mesure publié dans [44]



a. Notre résultat de calcul

Figure II.8. Comparaison entre la mesure et le calcul

A partir de la figure II.8, il apparaît clairement que la mesure et le calcul sont parfaitement concordants tant sur la forme que sur l'amplitude, ce qui permet de valider le modèle de la PSD que nous avons établi. Il y a lieu de noter aussi que la PSD est constituée de deux parties ; une partie continue, (bruit), calculée à partir de l'expression (II.14) et une partie discrète, (harmoniques de puissance), calculée à partir de l'expression (II.15).

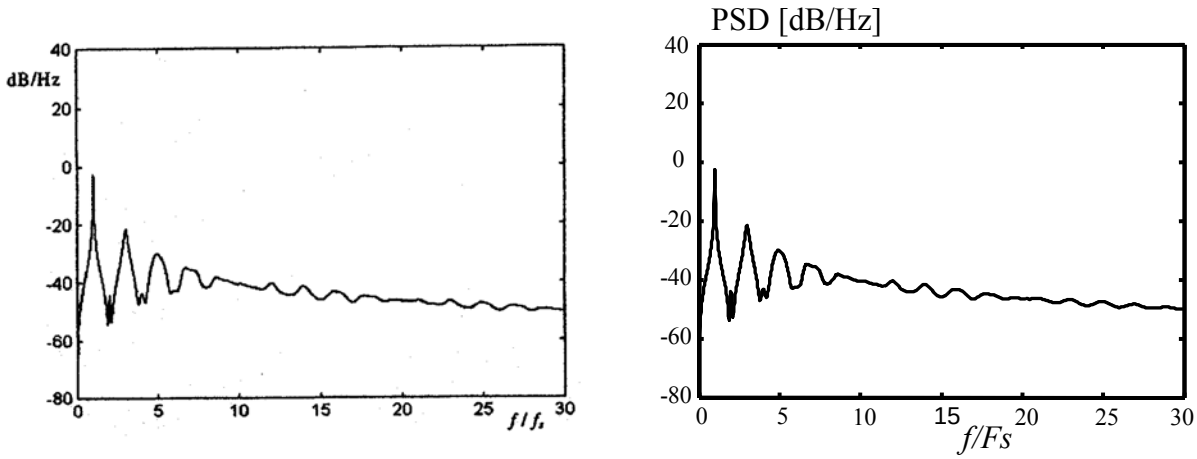
I.3.2. Configuration RCFM

Comme pour la configuration RPPM, la validation du modèle de la PSD donné par l'expression (II.31) est effectuée par confrontation avec le résultat de mesure publié par *K. K. Tse et all*, [44], dans les mêmes conditions :

- Tension d'entrée $E = 60$ v.
- Rapport cyclique $d = 0.5$.
- Rapport de délai δ fixe : $\delta = 0$.

- Période de modulation T aléatoire selon la loi uniforme, dans l'intervalle $\left[\overline{T}\left(1-\frac{R_T}{2}\right),\ \overline{T}\left(1+\frac{R_T}{2}\right)\right]$, où la moyenne statistique $\overline{T}=50\,\mu s$ et R_T = 0.2, ce qui correspond à T_{min} = 45 µs , T_{max} = 55 µs et $p_T=\frac{1}{\overline{T}R_T}=2.5\times10^5$. On définit la fréquence moyenne de modulation : $F_s=\frac{1}{\overline{T}}$

La comparaison entre la mesure et le calcul, (figure II.9) montre une parfaite concordance, ce qui permet de valider le modèle que nous avons établi pour cette configuration.



a. Résultat de mesure publié dans [44] **b.** Notre résultat de calcul

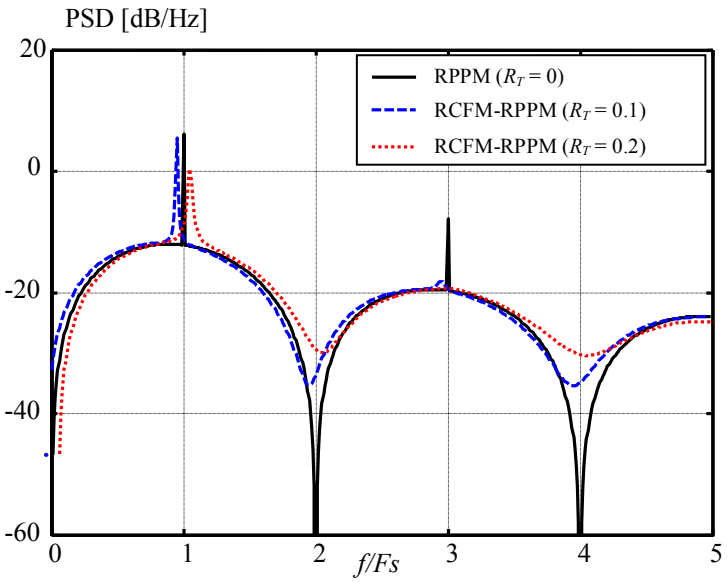
Figure II.9. Comparaison entre la mesure et le calcul

I.3.3. Configuration RCFM-RPPM

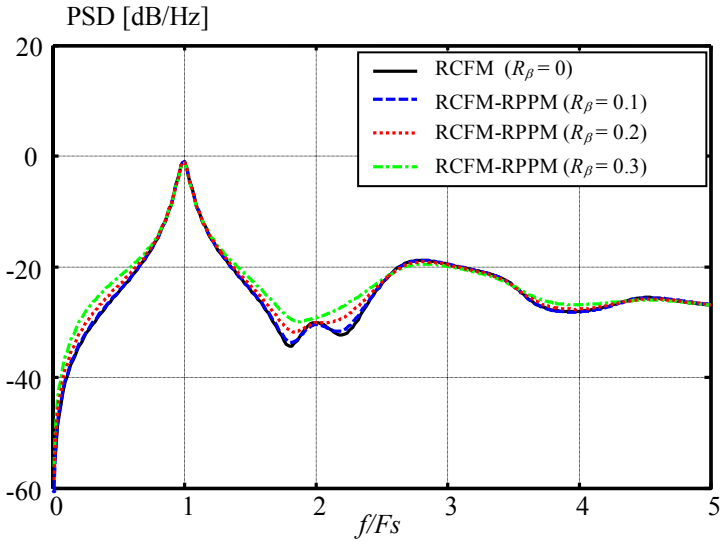
Pour cette configuration, la validation est effectuée par comparaison avec les deux configurations précédentes (RPPM seule et RCFM seule). En premier, nous effectuons une comparaison avec la RPPM en fixant le même R_β et en diminuant progressivement R_T et en deuxième lieu, la comparaison est effectuée avec la RCFM avec le même R_T et en diminuant progressivement R_β.

Les figures II.10.a et II.10.b montrent bien la convergence de la RCFM-RPPM vers la RPPM quand R_T diminue et vers la RCFM quand R_β diminue, ce qui conforte la validation du modèle proposé pour cette configuration.

N.B. *Dans la figure II.10.a suivante, le décalage entre les courbes est volontaire pour faire apparaître les différences entre les amplitudes des pics.*



a. Comparaison avec la RPPM



b. Comparaison avec la RCFM

Figure II.10. Comparaison avec les configurations RPPM et RCFM

I.4. Apport de la double modulation

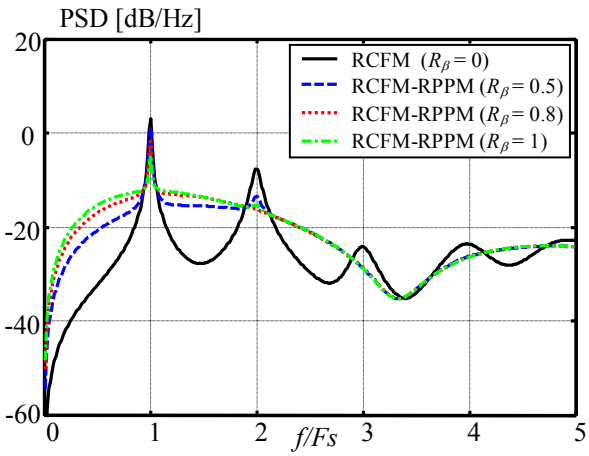
A partir des résultats présentés pour la validation (figures II.8, II.9 et II.10), il apparaît clairement que la configuration RPPM est la moins performante. En effet, cette configuration ne permet pas d'étaler complètement la PSD qui se présente sous forme d'une partie continue (bruit) et d'une partie discrète (harmoniques). De ce fait, l'apport de la double modulation (RCFM-RPPM) sera mis en évidence par rapport à la configuration RCFM pour différents points de fonctionnement du convertisseur, (différentes valeurs de *d*). Pour une meilleure comparaison, les résultats sont présentés en valeurs relatives avec les paramètres de modulation suivants:

- Tension d'entrée $E = 1$ pu.
- Pour les deux configurations (RCFM et RCFM-RPPM) : T est aléatoire dans l'intervalle $\left[\overline{T}\left(1-\frac{R_T}{2}\right),\ \overline{T}\left(1-\frac{R_T}{2}\right)\right]$ avec : $\overline{T}=1\,\text{pu}$, il en résulte la probabilité selon la loi uniforme, suivante : $p_T = \frac{1}{\overline{T}R_T}$ (loi uniforme).
- Pour la configuration RCFM-RPPM, le paramètre β varie dans l'intervalle [0, R_β] avec la loi uniforme ce qui donne la probabilité : $P_\beta = \frac{1}{R_\beta}$.

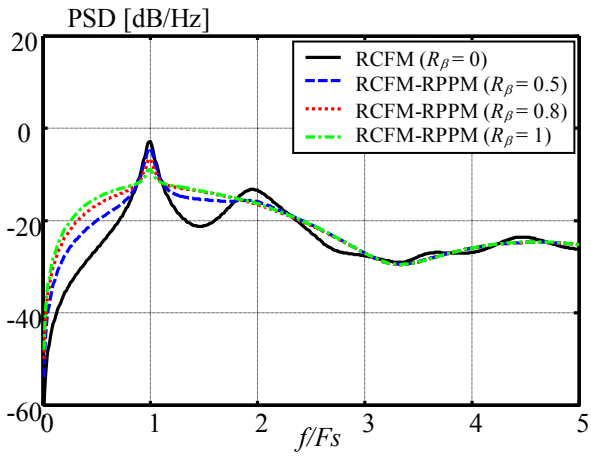
La figure II.11 compare les PSD obtenues par ces deux configurations en trois points de fonctionnement ($d = 0.3$, $d = 0.5$ et $d = 0.8$). Pour chaque point de fonctionnement deux valeurs de R_T sont utilisées ($R_T = 0.2$ et $R_T = 0.4$).

Globalement, nous constatons que la randomisation de β rajoute un étalement substantiel à la PSD. Cependant, il y a lieu de remarquer ce qui suit :

- La variation du rapport cyclique d donne une forme disparate de la PSD ; elle change complètement de forme quand celui ci varie.
- L'augmentation de d provoque une diminution de l'effet de la randomisation de β, ce qui est prévisible car l'intervalle de variation de $\delta = \beta(1-d)$ se rétrécit quand d augmente.
- L'influence de R_T est importante ; l'augmentation de ce dernier permet un étalement important de la PSD.

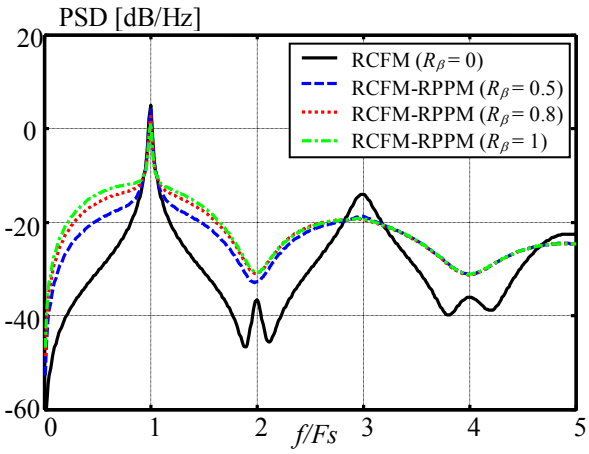


a1. R_T= 0.2

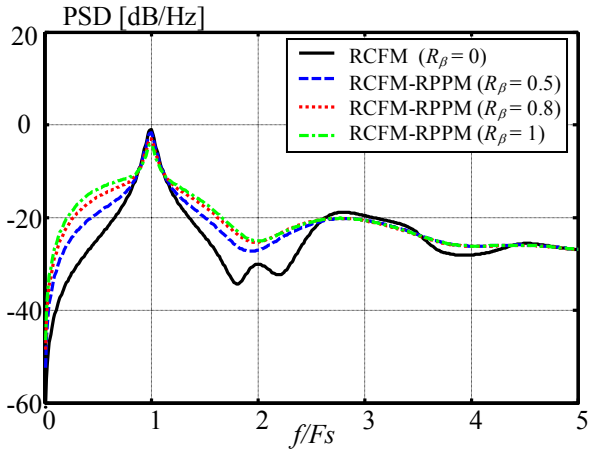


a.2. R_T= 0.4

a. Rapport cyclique d = 0.3

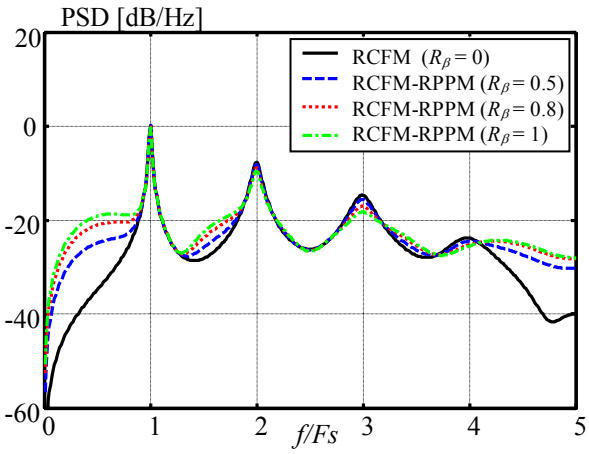


b1. R_T= 0.2

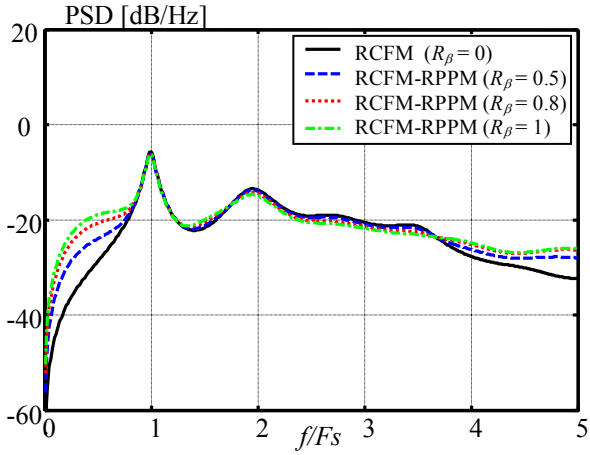


b2. R_T= 0.4

b. Rapport cyclique d = 0.5



c1. R_T= 0.2



c.2. R_T= 0.4

c. Rapport cyclique d = 0.8

Figure II.11. Apport de la RCFM-RPPM comparativement à la RCFM

II. Analyse de la commutation dans le hacheur série

Généralement, la tension de sortie est analysée en basses fréquences et les créneaux de tension sont supposés parfaitement rectangulaires [1], [22]. Le but de ce paragraphe est la modélisation ainsi que l'analyse de la tension à des fréquences relativement élevées en tenant compte du temps de commutation. Ainsi, la tension est approximée par une forme trapézoïdale dans laquelle la commutation est modélisée par un temps de montée t_r (rising time) et un temps de descente t_f (fall time) [1], [67], [70].

Différents travaux montrent l'effet bénéfique de l'augmentation de t_r et de t_f dans la réduction du contenu harmonique en hautes fréquences [67], [71]. En effet l'influence de la commutation est plus prononcée en hautes fréquences : pertes par commutation, perturbations rayonnées et courants en mode commun à travers les capacités parasites reliées à la masse.

La tension de sortie est modélisée à partir de la fonction de modulation ; il y apparaît le temps de montée t_r et le temps de descente t_f (figure II.12). Puis, nous développons un modèle mathématique de la PSD de cette tension trapézoïdale pour les différentes configurations de modulation. Une extension de ce modèle au cas général d'un temps de commutation aléatoire (t_r et t_f aléatoires) est ensuite effectuée. Enfin l'influence du temps de commutation est analysée en basses et en hautes fréquences.

II.1. Modèle de la tension de sortie

La figure II.12 montre le principe de génération des signaux de commande à base d'une porteuse triangulaire aléatoire ainsi que la tension de sortie qui en résulte en tenant compte du temps de commutation. Cette tension est considérée trapézoïdale, ce qui constitue une approximation acceptable [67], [70], [71].

En pratique, les interrupteurs électroniques nécessitent des temps de commutation ; pour les IGBT, t_r et t_f peuvent être de l'ordre de quelques centaines de nanosecondes. Ainsi, pour une fréquence de modulation entre 10 et 50 kHz, le rapport entre le temps de commutation et la période peut être estimé à quelques pour cent : $\left(\frac{t_r}{T} \approx \frac{t_f}{T} \leq 5\,\%\right)$, [67], [72].

Pour éviter la distorsion de la tension de sortie, on doit satisfaire un compromis entre les paramètres d, t_f et T (figure II.12), [72] :

$$t_f \leq (1-\beta)(1-d)T \tag{II.44}$$

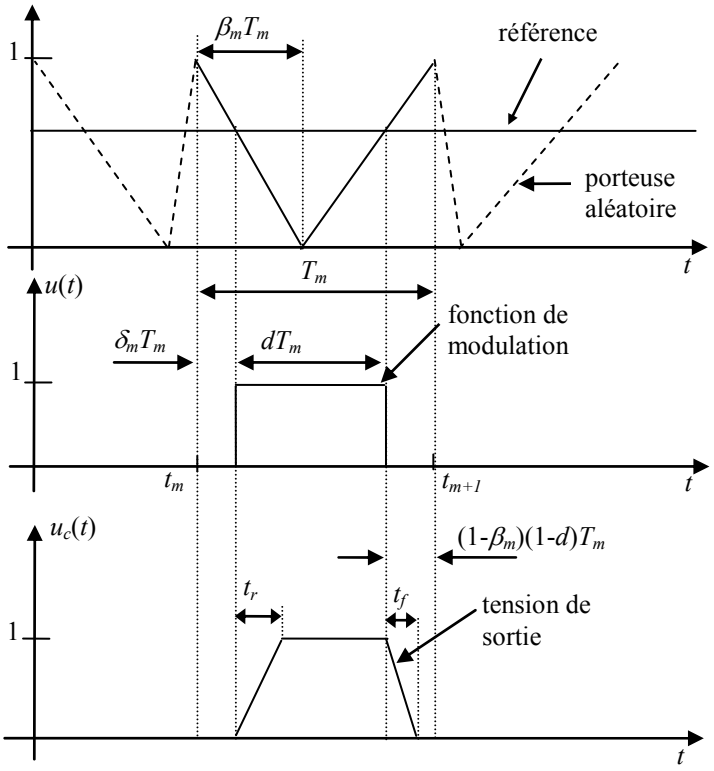


Figure II.12. Principe de modulation

Les transformées de Fourier de la fonction de modulation $u(t)$ et de la tension de sortie $u_c(t)$, (figure II.12), sont données respectivement par les expressions (II.45) et (II.46) suivantes:

$$U_m(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j2\pi f\beta_m(1-d)T_m} e^{-j\pi f dT_m} \sin(\pi f dT_m) e^{-j2\pi f t_m} \tag{II.45}$$

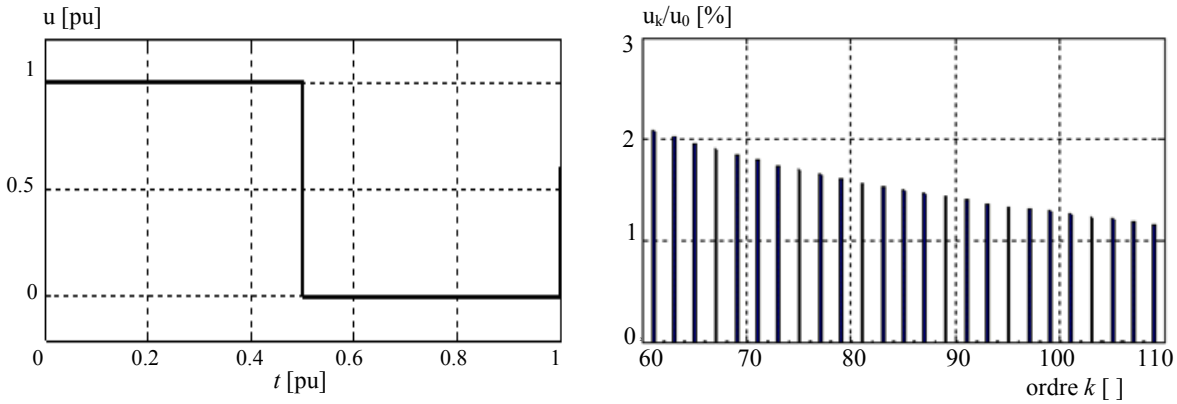
$$U_{cm}(f) = \frac{1}{j2\pi f} e^{-j2\pi f\beta_m(1-d)T_m} \left(e^{-j\pi f t_{rm}} \operatorname{sinc}(\pi f t_{rm}) - e^{-j\pi f t_{fm}} \operatorname{sinc}(\pi f t_{fm}) e^{-j2\pi f dT_m}\right) e^{-j2\pi f t_m} \tag{II.46}$$

Pour le cas particulier où : $t_r = t_f = t_c$, (t_c : temps de commutation), l'expression générale (II.46) devient plus simple :

$$U_{cm}(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-2j\pi f\beta_m(1-d)T_m} e^{-j\pi f dT_m} \sin(\pi f dT_m) e^{-j2\pi f t_m} \operatorname{sinc}(\pi f t_{cm}) e^{-j\pi f t_{cm}} \tag{II.47}$$

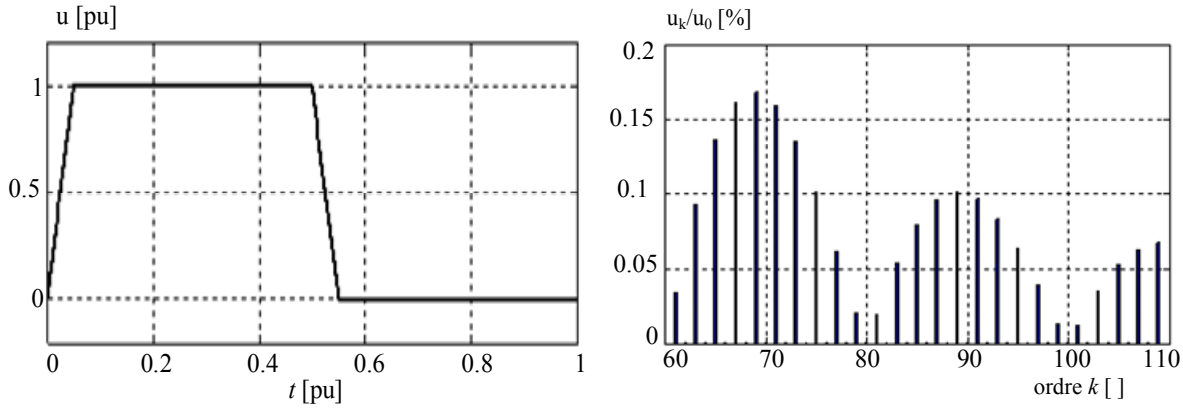
Pour t_r et t_f relativement faibles par rapport à la période de modulation T, la commutation n'a pratiquement aucun effet sur le contenu harmonique de la tension en basses fréquences [67], [72]. Pour cette raison, la grande majorité des travaux mènent l'analyse en basses fréquences en considérant les tensions parfaitement rectangulaires sans aucune réserve.

A titre illustratif, les figures II.13 et II.14 montrent respectivement les spectres d'un signal rectangulaire et d'un signal trapézoïdal symétrique ($t_r = t_f$) pour des harmoniques d'ordres supérieurs à 60 seulement. Le rapport cyclique est le même pour les deux signaux ($d = 0.5$) et ($t_r = t_f = t_c = 0.05$ pu) pour le signal trapézoïdal.



a. Signal rectangulaire **b.** Spectre de fréquences $(k \geq 60)$

Figure II.13. Signal périodique rectangulaire ($t_c = 0$) et son spectre



a. Signal trapézoïdal **b.** Spectre de fréquences $(k \geq 60)$

Figure II.14. Signal périodique trapézoïdal symétrique ($t_c = 0.05$ pu) et son spectre

De ces résultats (figures II.13 et II.14), il apparaît clairement que t_c a un effet important dans la réduction des amplitudes des harmoniques de rangs élevés. En effet, la comparaison entre les figures II.13.b et II.14.b montre que pour k voisin de 90, cette amplitude est pratiquement divisée par 15. Notons que la modulation des amplitudes des harmoniques est l'effet du sinus cardinal dans l'expression (II.47).

II.2. Modèle Mathématique de la PSD

L'expression générale (II.3) de la densité spectrale reste valable pour tout train d'impulsions stationnaire au sens large [20], [68]. Seules changent les expressions des impulsions en fonction de leurs formes et en fonction de la configuration de modulation considérée. Ainsi, pour la MLI classique et pour la configuration RPPM, la période de modulation est constante, la PSD est donnée par l'expression (II.12) et pour les configurations RCFM et RCFM-RPPM, la période de modulation est aléatoire et la PSD qui en résulte est donnée par l'expression (II.40). Bien entendu, les spécificités de chaque configuration doivent être prises en compte dans la transformée de Fourier du signal, ce qui se répercute sur le calcul des différentes espérances de la PSD.

Pour des raisons de simplification des calculs, nous considérons dans ce travail que les paramètres t_r et t_f suivent la même loi (loi uniforme) et varient dans le même intervalle $[tc_{min}, tc_{max}]$. Bien entendu, dans le cas contraire, le modèle reste valable, il suffit de changer les bornes des intervalles de variation de t_r et de t_f.

II.2.1. Configurations RPPM et DPWM

L'expression générale de la PSD établie au paragraphe précédent pour les deux configurations (RPPM et DPWM) est:

$$W(f)=\frac{1}{T}\left(E\left[\left|U(f)\right|^2\right]-\left|E\left[U(f)\right]\right|^2\right)+\frac{1}{T^2}\left|E\left[U(f)\right]\right|^2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right) \tag{II.48}$$

Où $U(f)$ est déduite de l'expression générale (II.46) comme suit :

- Configuration RPPM, (β est aléatoire):

$$U(f)=\frac{1}{j2\pi f}e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\left(e^{-j\pi ft_r}\operatorname{sinc}(\pi ft_r)-e^{-j\pi ft_f}\operatorname{sinc}(\pi ft_f)e^{-j2\pi fdT}\right) \tag{II.49}$$

- Configuration DPWM, ($\beta=0$):

$$U(f)=\frac{1}{j2\pi f}\left(e^{-j\pi ft_r}\operatorname{sinc}(\pi ft_r)-e^{-j\pi ft_f}\operatorname{sinc}(\pi ft_f)e^{-j2\pi fdT}\right) \tag{II.50}$$

Le calcul de la PSD nécessite la connaissance de deux expressions ; $E\left[\left|U(f)\right|^2\right]$ et $\left|E\left[U(f)\right]\right|$. Ainsi, pour la configuration RPPM:

$$E\left[\left|U(f)\right|^2\right]=\frac{1}{2(\pi f)^2}(E1-E2) \tag{II.51}$$

Avec:

$$E1=E_{tr}\left[\operatorname{sinc}^2(\pi f t_r)\right]=E_{tf}\left[\operatorname{sinc}^2(\pi f t_f)\right] \tag{II.52}$$

$$E2=E_{tr,tf}\left[\operatorname{sinc}(\pi f t_r)\operatorname{sinc}(\pi f t_f)\cos\left\{\pi f\left(t_r-t_f-2dT\right)\right\}\right] \tag{II.53}$$

Et,

$$E[U(f)]=\frac{1}{j2\pi f}\left(1-e^{-j2\pi fdT}\right)(E\beta)(E3) \tag{II.54}$$

Avec:

$$E\beta=E_{\beta}\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\right] \tag{II.55}$$

$$E3=E_{tr}\left[e^{-j\pi f t_r}\operatorname{sinc}(\pi f t_r)\right]=E_{tf}\left[e^{-j\pi f t_f}\operatorname{sinc}(\pi f t_f)\right] \tag{II.56}$$

Le cas particulier de la modulation classique (DPWM) est retrouvé directement à partir du modèle mathématique donné par les expressions (II.48) et (II.51) à (II.56), il suffit de considérer $\beta = 0$ dans l'expression (II.55), ce qui donne $E\beta = 1$.

Notes:

- $E_{tr}[.]$ et $E_{tf}[.]$ sont les espérances mathématiques des expressions entre crochets selon les variables aléatoires t_r et t_f respectivement, alors que $E_{tr,tf}[.]$ est l'espérance selon les deux variables indépendantes t_r et t_f.

- Un modèle simplifié de la PSD peut être retrouvé en supposant $t_r = t_f$, ce qui permet de simplifier les calculs. Ainsi l'expression (II.51) est remplacée par l'expression (II.57), le reste des expressions est inchangé.

$$E\left[\left|U(f)\right|^2\right]=\frac{1}{2(\pi f)^2}(1-\cos(2\pi fdT))E1 \tag{II.57}$$

Où $E1$ est donné par l'expression (II.52).

- Bien entendu, le cas d'un temps de commutation fixe est retrouvé aisément ; il suffit de remplacer les espérances mathématiques des fonctions dépendantes de t_r et t_f par les fonctions elles mêmes $\left(E1=E_{tr}\left[\operatorname{sinc}^2(\pi f t r)\right]=\operatorname{sinc}^2(\pi f t r)\right)$ et ainsi de suite.

II.2.2. Configurations RCFM-RPPM et RCFM

Nous commençons par l'établissement du modèle mathématique de la PSD pour la configuration RCFM-RPPM, ensuite la configuration RCFM est déduite directement comme cas particulier. Ainsi, l'expression générale de la PSD est donnée par :

$$W(f)=\frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E\left[\left|U_0(f)\right|^2\right]+2\text{Real}\frac{E\left[U_1(f)\right]E\left[U_0^*(f)\right]}{1-E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]}\right\} \tag{II.58}$$

$U_0(f)$, $U_1(f)$ et $U_0^*(f)$ sont déduites à partir de la transformée de Fourier de la tension donnée par l'expression (II.46) de la même façon que dans le paragraphe (I.2.1), ce qui donne:

$$U_0(f)=\frac{1}{j2\pi f}e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\left(e^{-j\pi ftr}\text{sinc}(\pi ft_r)-e^{-j\pi ft_f}\text{sinc}(\pi ft_f)e^{-j2\pi fdT}\right) \tag{II.59}$$

$$U_1(f)=U_0(f)e^{j2\pi fT}=\frac{1}{j2\pi f}e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\left(e^{-j\pi ftr}\text{sinc}(\pi ft_r)-e^{-j\pi ft_f}\text{sinc}(\pi ft_f)e^{-j\pi fdT}\right)e^{j2\pi fT} \tag{II.60}$$

$$U_0^*(f)=\frac{1}{j2\pi f}e^{j2\pi f\beta(1-d)T}\left(e^{j\pi ftr}\text{sinc}(\pi ft_r)-e^{j\pi ft_f}\text{sinc}(\pi ft_f)e^{j2\pi fdT}\right) \tag{II.61}$$

Sachant que pour cette configuration, quatre (04) variables sont aléatoires (T, β, t_r et t_f), la PSD qui en résulte à partir des expressions (II.58) à (II.61) peut s'écrire comme suit [73]:

$$W(f)=\frac{2}{\overline{T}(2\pi f)^2}\left\{\begin{array}{l}(E1)-(E2)\\ +\text{Real}\left(\begin{array}{l}(E3)E_T\left[e^{j2\pi fT}\left(1-e^{-j2\pi fdT}\right)E\beta_1\right]\\ \times(E4)E_T\left[\left(1-e^{j2\pi fdT}\right)E\beta_2\right]\\ \times\dfrac{1}{1-E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]}\end{array}\right)\end{array}\right\} \tag{II.62}$$

Avec :

$$E1=E_{tr}\left[\text{sinc}^2(\pi ftr)\right]=E_{tf}\left[\text{sinc}^2(\pi ftf)\right] \tag{II.63}$$

$$E2=E_{T,tr,tf}\left[\text{sinc}(\pi ftr)\text{sinc}(\pi ftf)\cos(\pi f(tr-tf-2dT))\right] \tag{II.64}$$

$$E3=E_{tr}\left[e^{-j\pi ftr}\text{sinc}(\pi ftr)\right]=E_{tf}\left[e^{-j\pi ftf}\text{sinc}(\pi ftf)\right] \tag{II.65}$$

$$E4=E_{tr}\left[e^{j\pi ftr}\text{sinc}(\pi ftr)\right]=E_{tf}\left[e^{j\pi ftf}\text{sinc}(\pi ftf)\right] \tag{II.66}$$

$$E\beta_1 = E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d)T}\right] \tag{II.67}$$

$$E\beta_2 = E_\beta\left[e^{j2\pi f\beta(1-d)T}\right] \tag{II.68}$$

Pour retrouver la configuration RCFM, il suffit de poser $\beta = 0$, ce qui donnera $E\beta_1 = 1$ et $E\beta_2 = 1$, (expressions II.67 et II.68), les autres expressions, (expressions II.63 à II.66) restent inchangées.

Notes :

- Comme pour les configurations DPWM et RPPM, le modèle simplifié (MS) de la PSD pour lequel $t_r = t_f = t_c$, peut être retrouvé en simplifiant l'espérance $E2$ donnée par l'expression (II.64) comme suit :

$$E2 = E_{T,tc}\left[\text{sinc}^2(\pi f t_c)\cos(2\pi f dT)\right] = E_T\left[\cos(2\pi f dT)\right]E_{tc}\left[\text{sinc}^2(\pi f t_c)\right] \tag{II.69}$$

- Comme pour les configurations RPPM et DPWM le cas d'un temps de commutation fixe peut être retrouvé aisément.

II.3. Simulations

Le but de ce paragraphe n'est pas de comparer les différentes configurations de modulation aléatoire mais plutôt d'analyser l'influence du temps de commutation sur la densité spectrale de puissance. Les simulations sont effectuées pour les deux configurations suivantes :

- Configuration DPWM.
- Configuration RCFM-RPPM.

Pour chaque configuration, les calculs sont effectués en premier pour un temps de commutation fixe, puis ce temps de commutation est rendu aléatoire. Deux modèles de calcul sont utilisés à savoir, le modèle complet dans lequel t_r et t_f sont aléatoires et indépendants et le modèle simplifié dans lequel $t_r = t_f$.

Lors de la simulation, nous avons considéré les paramètres suivants :

- Signal de référence fixe: $d = 0.5$.
- Paramètres de la porteuse:

  - DPWM: $T = 1$ pu et $\beta = 0$.

- RCFM-RPPM:

a. La période T est aléatoire dans l'intervalle: $\left[\overline{T}\left(1-\frac{R_T}{2}\right),\ \overline{T}\left(1+\frac{R_T}{2}\right)\right]$ avec: $\overline{T}=1\,\text{pu}$ et $R_T=\frac{T_{\max}-T_{\min}}{\overline{T}}=0.2$.

b. Le coefficient β est aléatoire dans l'intervalle: [0, R_β], la valeur maximale théorique est $(R_\beta)_{\max}=1$, cependant, en pratique il faut prévoir le temps de commutation ce qui revient à satisfaire la condition formulée par la relation (II.44), nous avons pris $R_\beta=0.8$.

- Paramètres de la commutation: t_r et t_f sont aléatoires dans le même intervalle: $\left[tc_{\min},\ tc_{\max}\right]=\left[\overline{tc}\left(1-\frac{R_{tc}}{2}\right),\ \overline{tc}\left(1+\frac{R_{tc}}{2}\right)\right]$, où $\overline{tc}$ est la moyenne statistique du temps de commutation et $R_{tc}=\frac{tc_{\max}-tc_{\min}}{\overline{tc}}$ qui a pour valeur maximale: $(R_{tc})_{max}=2$, ($tc_{\min}=0$ et $tc_{\max}=2\overline{tc}$). Tous les calculs sont effectués pour $\overline{tc}\le 0.05$ pu (ce qui donne à titre indicatif : $\overline{tc}\le 1.5$ µs pour une fréquence de modulation usuelle de 30 kHz).

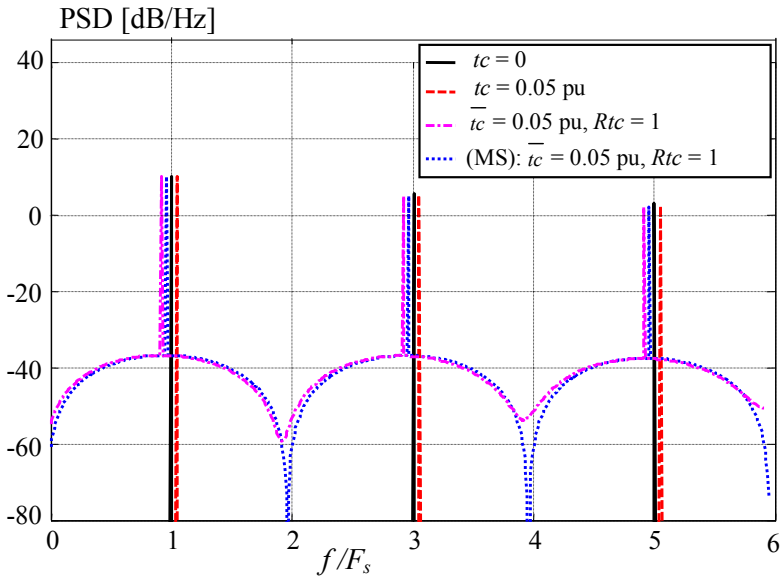
- Tous les paramètres aléatoires suivent la distribution uniforme, ce qui nous conduit aux probabilités suivantes :

$$P_T=\frac{1}{\overline{T}R_T},\ P_\beta=\frac{1}{R_\beta}\ \text{et}\ P_{tr}=P_{tf}=\frac{1}{\overline{tc}R_{tc}}.$$

II.3.1. Configuration DPWM

II.3.1.1. Analyse de la PSD en basses fréquences

La figure II.15 montre l'effet du temps de commutation sur la PSD en basses fréquences ; pour t_c déterministe, elle est discrète (harmoniques de puissance) et pour t_c aléatoire, elle contient une partie continue (densité) et une partie discrète. Cependant la partie continue reste négligeable et les pics (multiples impaires de la fréquence de commutation) ont pratiquement les mêmes amplitudes pour tous les cas, ce qui est en conformité avec les travaux précédents dans lesquels le temps de commutation a un effet négligeable en basses fréquences [1], [67], [70]-[72].



- *Le décalage entre les différentes PSD est volontaire pour faire apparaître les pics.*
- *Dans les figures qui suivent, l'indication (MS) signifie : modèle simplifié (tr = t_f = t_c)*

Figure II.15. Effet du temps de commutation en basses fréquences

II.3.1.2. Analyse de la PSD en hautes fréquences

Dans ce paragraphe, l'effet de la commutation sur la PSD de la tension est analysé en hautes fréquences. En premier lieu, nous considérons un temps de commutation constant (t_c = t_r = t_f) et en second lieu t_r et t_f sont aléatoires; les effets respectifs de la moyenne statistique $\overline{t_c}$ et de l'intervalle de randomisation déterminé à partir de R_{tc} sont observés.

a. Temps de commutation (t_c) constant

La figure II.16 montre que la valeur de t_c a un effet important : pour t_c = 0.025 pu, nous obtenons une réduction des amplitudes des harmoniques d'environs 18 dB à la fréquence de $100F_s$ et pour t_c = 0.05 pu, nous obtenons une réduction de 24 dB à la fréquence $90F_s$. Rappelons que la modulation des amplitudes des pics a pour cause le sinus cardinal dans l'expression de la PSD.

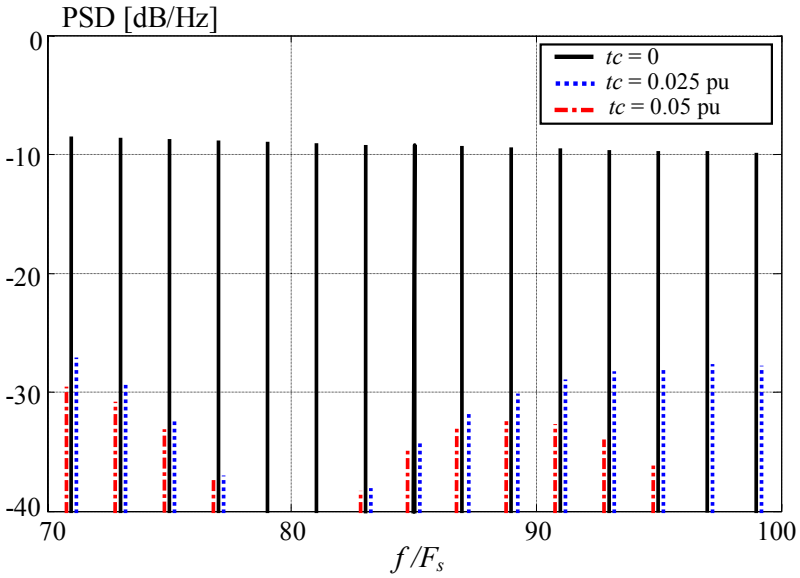


Figure II.16. Effet d'un temps de commutation constant en hautes fréquences

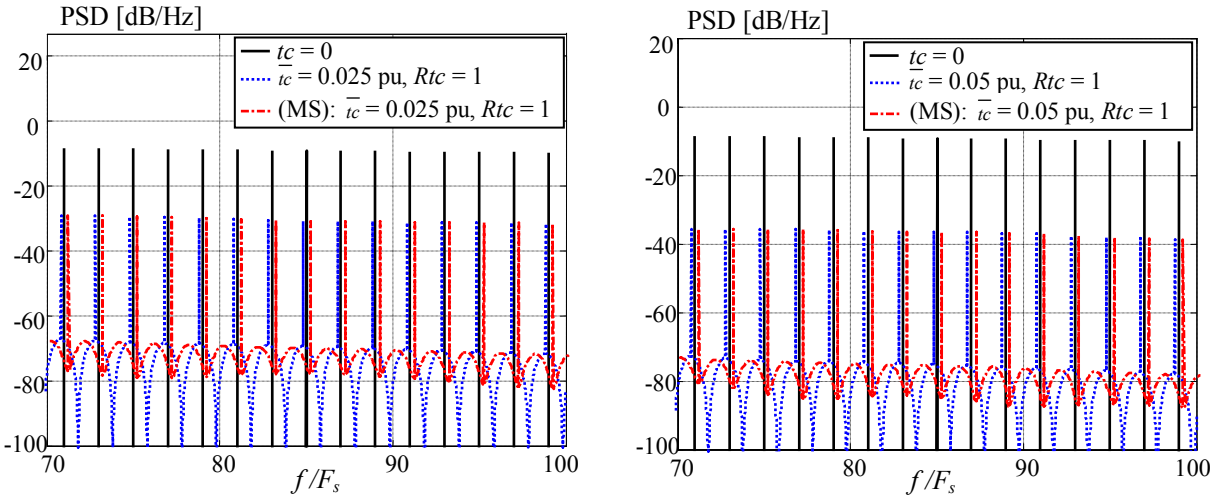
b. Temps de commutation aléatoire

En considérant le cas où la commutation est négligée (t_c = 0) comme base de comparaison, la figure II.17 montre l'importance de la moyenne statistique du temps de commutation $(\overline{tc})$. En effet, à la fréquence $f = 100F_s$, nous obtenons une réduction de la PSD d'environs 20 dB pour $\overline{tc} = 0.025$ pu et d'environs 30 dB pour $\overline{tc}$ = 0.05 pu.

La figure II.18 montre l'influence de R_{tc} sur la forme de la PSD pour une moyenne statistique fixe ($\overline{tc}$ = 0.05 pu), le cas d'un temps de commutation constant (t_c = $\overline{tc}$) est pris comme base de comparaison. Il apparaît clairement que pour $R_{tc} \geq 0.5$, (figure II.17.b), l'ondulation des pics de la PSD est réduite de manière significative. Il n'y a pas besoin d'une valeur de R_{tc} supérieure à 1. D'un autre côté, une faible valeur de R_{tc}, (figure II.17.a) n'a pratiquement aucun effet sur la modulation d'amplitude des harmoniques de puissance.

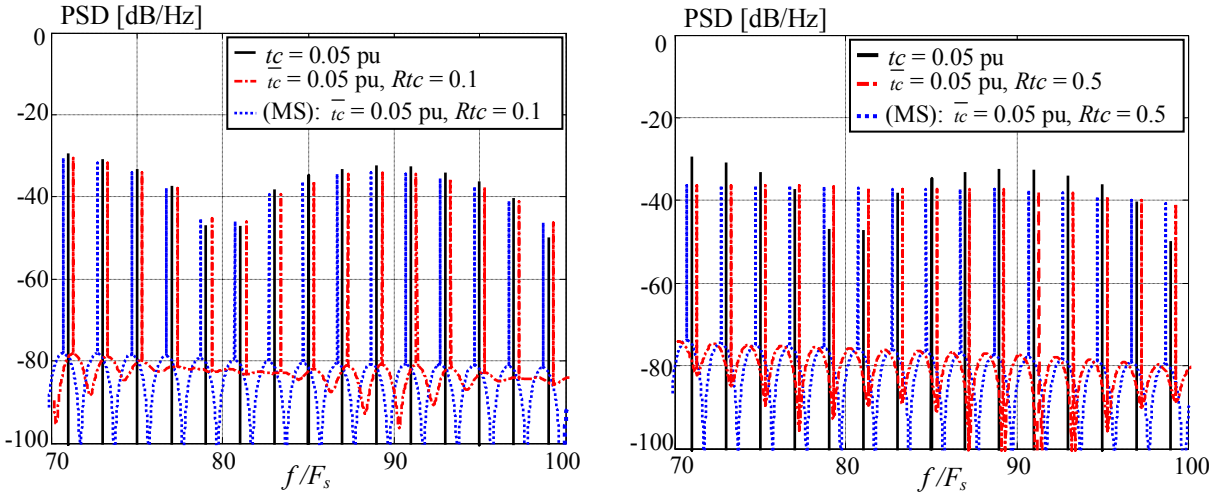
Notons que le modèle simplifié (MS) donne pratiquement les mêmes résultats que le modèle complet.

Enfin ces résultats montrent bien qu'un temps de commutation aléatoire permet de réduire les ondulations de la PSD et par conséquent, les valeurs maximales des pics.



a. $\overline{tc} = 0.025$, $R_{tc} = 1$ b. $\overline{tc} = 0.05$, $R_{tc} = 1$

Figure II.17. Effet de la moyenne statistique $\overline{tc}$



a. $\overline{tc} = 0.05$, $R_{tc} = 0.1$ **b.** $\overline{tc} = 0.05$, $R_{tc} = 0.5$

Figure II.18. Effet de l'intervalle de randomisation déterminé par R_{tc}

II.3.2. Configuration RCFM-RPPM [73]

II.3.2.1. Analyse de la PSD en basses fréquences

L'influence de la commutation en basses fréquences est observée en premier lieu. Ainsi, en prenant le cas d'une commutation négligée comme base de comparaison, la figure II.19 montre que l'influence d'un temps de commutation (fixe ou aléatoire) est faible et peut être négligé.

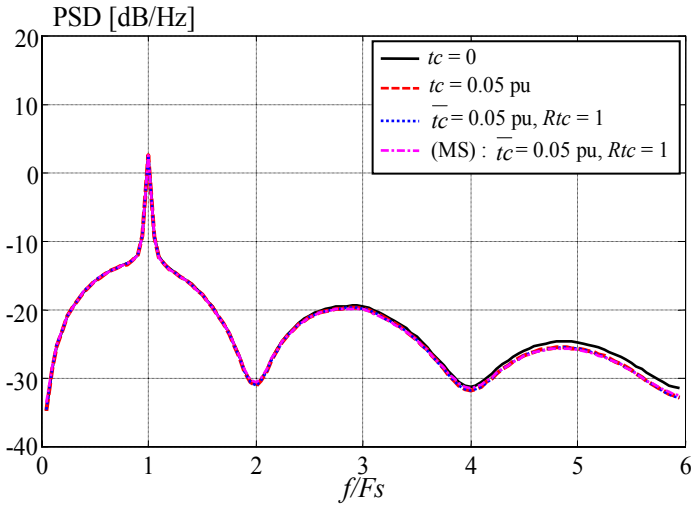


Figure II.19. Effet du temps de commutation en basses fréquences

II.3.2.2. Analyse de la PSD en hautes fréquences

L'effet de la commutation en hautes fréquences est analysé pour un temps de commutation constant ($t_c = t_r = t_f$) et pour un temps de commutation aléatoire; les effets de la moyenne statistique $\overline{tc}$ et de l'intervalle de randomisation déterminé à partir de R_{tc} sont observés.

a. Effet de $\overline{tc}$

Pour $R_{tc} = 1$, la figure II.20 montre l'influence de $\overline{tc}$ sur la PSD. En prenant le cas d'un temps de commutation négligé ($tc = 0$) comme base de comparaison, nous voyons bien qu' à la fréquence de $100F_s$, la PSD est réduite de 25 dB pour $\overline{tc}$ = 0.05 pu, (figure II.20.a) et de 18 dB pour $\overline{tc}$ = 0.025 pu, (figure II.20.b), ce qui représente une très grande diminution en grandeur réelle.

b. Effet de R_{tc}

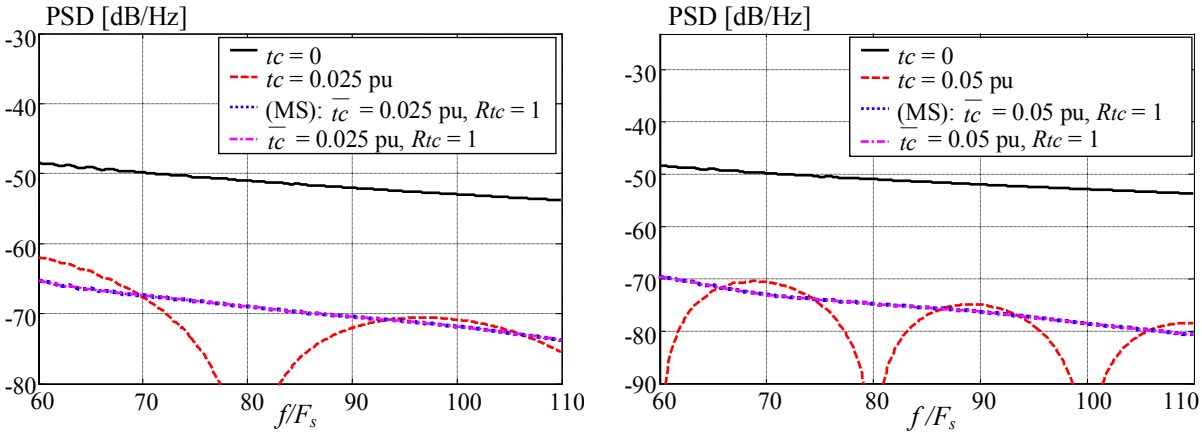
Théoriquement, l'intervalle de variation de t_r et t_f est situé entre 0 et $2\overline{tc}$, ce qui correspond à $(R_{tc})_{max} = 2$. La figure II.21 montre la forme de la PSD pour différentes valeurs de R_{tc}, avec $\overline{tc} = 0.05$ pu . Ces résultats montrent bien que :

- Les deux modèles, (modèle complet et modèle simplifié noté par "MS"), donnent pratiquement les mêmes résultats que ce soit en basses fréquences ou en hautes fréquences. Notons que le modèle (MS) est plus facile à mettre en œuvre.

- Pour R_{tc} assez grand $(R_{tc} \geq 0.5)$, les ondulations de la PSD sont réduites de manière significative, (figures : 20.a, 20.b et 21.b), ce qui est le but recherché.

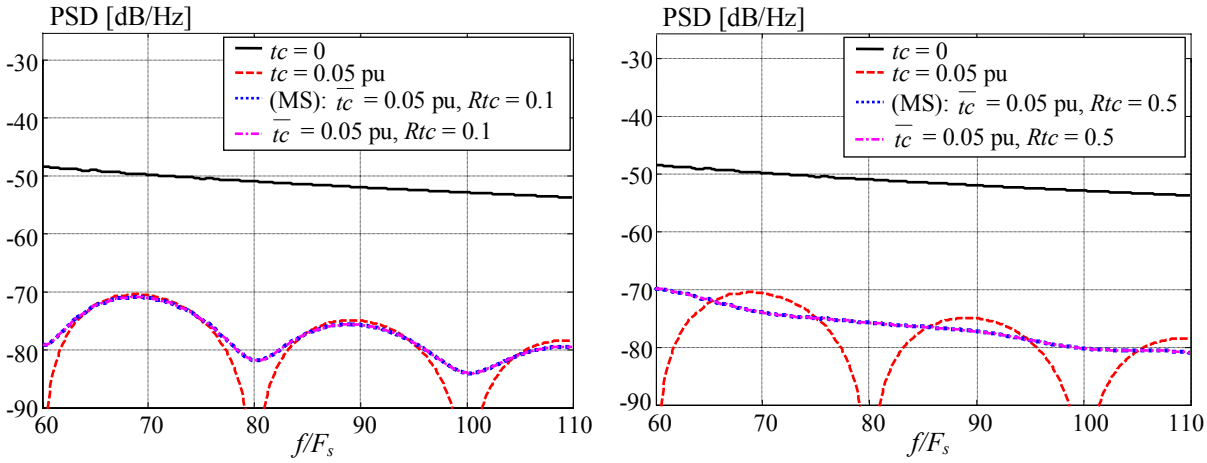
- D'un côté, la randomisation n'a presque pas d'effet pour R_{tc} faible, (figure II.21.a), et d'un autre côté, un bon étalement de la PSD est obtenu pour $(R_{tc} \geq 0.5)$, (figure II.21.b).

- Enfin, il y a lieu de noter que cette dernière constatation (qui est vraie d'ailleurs pour les deux configurations étudiées : DPWM et RCFM-RPPM) est très importante car le temps minimal de commutation d'un composant $(t_c)_{min}$ est limité. En pratique, il y a lieu de faire varier par exemple t_c entre $(t_c)_{min}$ et $(t_c)_{max} = 2(t_c)_{min}$, ce qui donne $R_{tc} = 1$.



a. $\overline{tc} = 0.025$ pu **b.** $\overline{tc} = 0.05$ pu

Figure II.20. Effet de la moyenne statistique $\overline{tc}$



a. $R_{tc} = 0.1$ **b.** $R_{tc} = 0.5$

Figure II.21. Effet de l'intervalle de randomisation déterminé par R_{tc}

III. Hacheur en pont

III.1. Principe de modulation

La structure du hacheur en pont est identique à celle d'un onduleur de tension monophasé en pont (figure II.22). Ce type de convertisseur est particulièrement bien adapté à l'alimentation des machines électriques à courant continu car il permet le freinage par récupération d'énergie et l'inversion du sens de rotation de la machine [14]. Il est réversible en courant et en tension.

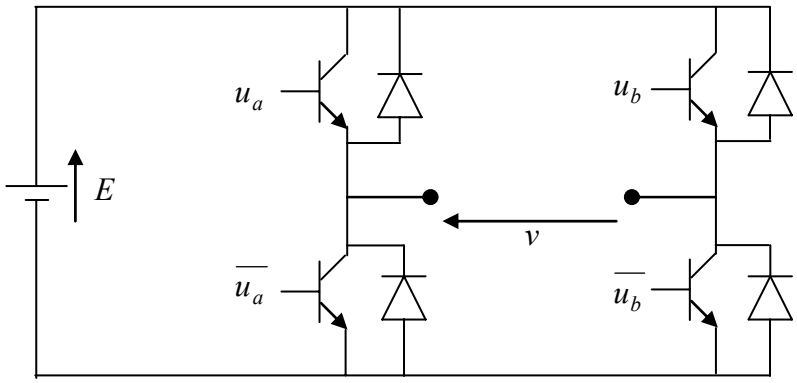


Figure II.22. Structure du hacheur en pont

Pour éviter de court-circuiter la source de tension, les commandes de deux interrupteurs électroniques d'un même bras sont complémentaires, $\left(\overline{u_a} = 1 - u_a\right)$, (figure II.22).

Les diodes permettent la continuité du courant dans la charge qui est généralement inductive, (induit d'une machine à courant continu par exemple).

La figure II.23 montre le principe de modulation aléatoire du convertisseur. En considérant des interrupteurs parfaits, la tension de sortie en valeurs relatives peut être exprimée directement à l'aide des deux fonctions de modulations qui le gouvernent, à savoir u_a et u_b. Ainsi, en considérant les deux signaux de référence '*a*' et '*b*', (figure II.23), d'amplitudes respectives d_a et d_b, la composante continue v_0 de la tension de sortie v rapportée à la tension d'entrée v_{in} aura pour amplitude :

$$v_0 = \left(d_a - d_b\right)E \tag{II.70}$$

Généralement, dans la conduite des machines électriques, on adopte une loi de commande complémentaire, c'est à dire :

$$d_b = 1 - d_a \tag{II.71}$$

Ce qui donne : $$v_0 = \left(2d_a - 1\right)E \tag{II.72}$$

Ainsi, une variation de d_a entre 0 et 1 permet le réglage de la tension de sortie entre (-*E*) et (+*E*), ce qui permet le fonctionnement dans les quatre quadrants de la machine (marche dans les deux sens de rotation et freinage par récupération d'énergie).

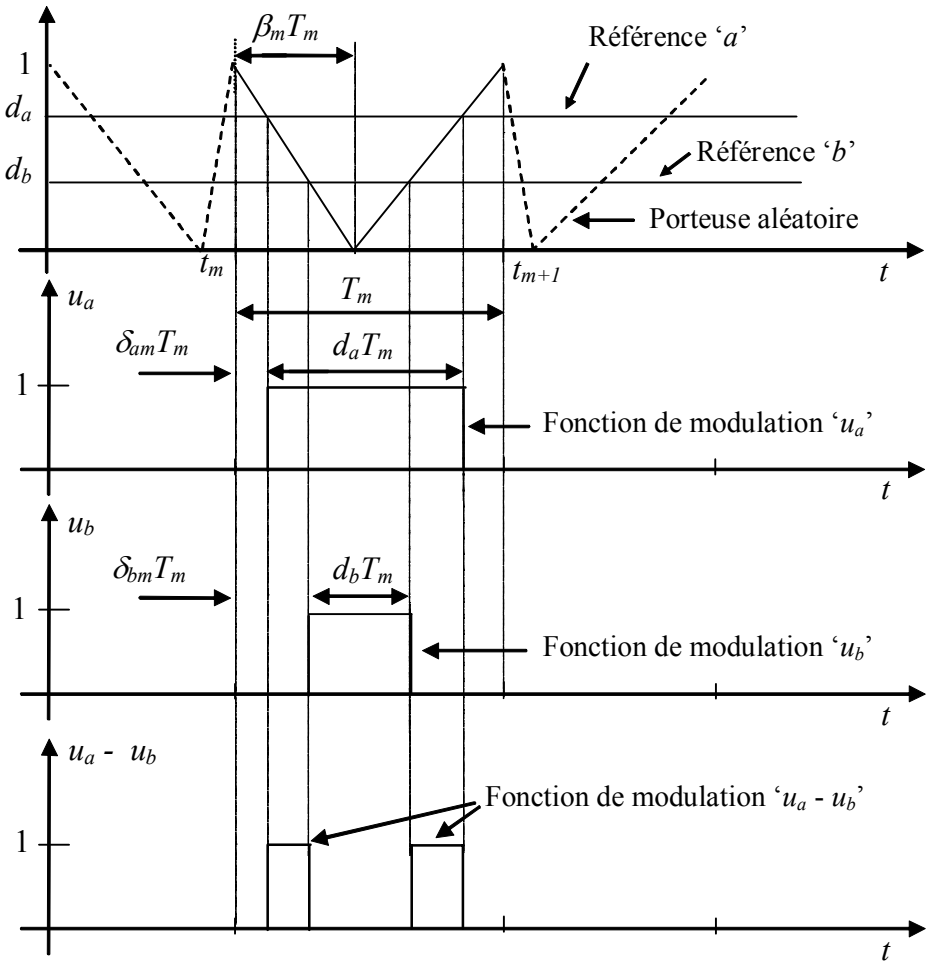


Figure II.23. Principe de modulation aléatoire

Sur une période de modulation T_m, pour chacun des deux bras, les transformées de Fourier des deux fonctions de modulation sont données par :

$$U_{am}(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j\pi f d_a T} \sin(\pi f d_a T) e^{-j2\pi f \delta_{am} T} e^{-j2\pi f t_m} \tag{II.73}$$

$$U_{bm}(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j\pi f d_b T} \sin(\pi f d_b T) e^{-j2\pi f \delta_{bm} T} e^{-j2\pi f t_m} \tag{II.74}$$

Où :

$$\delta_{am} = \beta_m (1 - d_a) \tag{II.75}$$

$$\delta_{bm} = \beta_m (1 - d_b) \tag{II.76}$$

III.2. Modèle de la PSD pour la configuration RPPM

Les deux fonctions de modulation sont obtenues par comparaison de deux signaux de références constants à une même porteuse triangulaire, de période T fixe (période de modulation) et dont le rapport de délai β est aléatoire (figure II.23).

En utilisant les deux fonctions de modulation données par les expressions (II.73) et (II.74), la transformée de Fourier de la tension de sortie en valeur relative peut être définie comme suit :

$$U_m(f) = U_{am}(f) - U_{bm}(f) = \frac{1}{\pi f} U_0(f)\, e^{-j2\pi f m T} \tag{II.77}$$

En remplaçant δ_a et δ_b par leurs expressions respectives en fonction de β (expressions II.75 et II.76), $U_{0,m}(f)$ et $U^*_{0,m+k}(f)$ auront pour expressions :

$$U_{0,m}(f) = e^{-j\pi f d_a T} \sin(\pi f d_a T) e^{-j2\pi f \beta_m (1-d_a) T} - e^{-j\pi f d_b T} \sin(\pi f d_b T) e^{-j2\pi f \beta_m (1-d_b) T} \tag{II.78}$$

$$U^*_{0,m+k}(f) = e^{j\pi f d_a T} \sin(\pi f d_a T) e^{j2\pi f \beta_{m+k} (1-d_a) T} - e^{j\pi f d_b T} \sin(\pi f d_b T) e^{j2\pi f \beta_{m+k} (1-d_b) T} \tag{II.79}$$

En considérant l'expression générale (II.3) de la PSD, la même procédure de calcul que pour le hacheur série permet de retrouver l'expression finale de la PSD ; on commence par isoler le terme correspondant à $k = 0$ comme suit :

$$\begin{aligned} W(f) = {} & \frac{1}{(\pi f)^2 T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(E\left[U_{0,m}(f)\right] E\left[U^*_{0,m}(f)\right] e^{j2\pi f k T} \right) \\ & + \frac{1}{(\pi f)^2 T} \left(E\left[U_{0,m}(f) U^*_{0,m}(f)\right] - \left(E\left[U_{0,m}(f)\right] E\left[U^*_{0,m}(f)\right] \right) \right) \end{aligned} \tag{II.80}$$

Ensuite, en utilisant exactement la même démarche que pour le hacheur série, nous obtenons l'expression finale de la PSD suivante :

$$W(f) = \frac{1}{(\pi f)^2 T} \left(E\left[|U_0(f)|^2 \right] - \left(\left| E\left[U_0(f)\right] \right|^2 \right) \right) + \frac{1}{(\pi f)^2 T^2} \left(\left| E\left[U_0(f)\right] \right|^2 \right) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T} \right) \tag{II.81}$$

Avec :

$$E\left[\left|U_0(f)\right|^2\right] = \sin^2(\pi f d_a T) + \sin^2(\pi f d_b T) - 2\sin(\pi f d_a T)\sin(\pi f d_b T)E_\beta\left[\cos\left(\pi f\left(d_a - d_b\right)(2\beta - 1)T\right)\right] \quad \text{(II.82)}$$

$$E[U_0(f)] = e^{-j\pi f d_a T}\sin(\pi f d_a T)E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d_a)T}\right] - e^{-j\pi f d_b T}\sin(\pi f d_b T)E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d_b)T}\right] \quad \text{(II.83)}$$

Notes :

- Comme pour le hacheur série, la PSD comprend un terme continu correspondant à un bruit et un terme discret correspondant à des harmoniques de puissance.
- Cette expression de la densité spectrale est valable aussi pour la configuration particulière RLLM qui correspond à deux valeurs équiprobables de β : $\left(\beta \in \{0,\ 1\} \text{ avec } p_\beta = 0.5\right)$. Rappelons que l'avantage principal de cette configuration réside dans la réduction des pertes par commutation car le nombre de commutations est réduit de moitié.
- La modulation classique (DPWM) est retrouvée aussi en considérant β constant, d'ordinaire on utilise une porteuse triangulaire symétrique pour ce convertisseur, ce qui correspond à $\beta = 0.5$ et l'expression de la PSD se réduit au terme discret suivant:

$$W(f) = \frac{1}{(\pi f)^2 T^2}\left(\left|U_0(f)\right|^2\right)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f - \frac{k}{T}\right) \quad \text{(II.84)}$$

III.3. Modèle de la PSD pour les configurations RCFM-RPPM et RCFM

Dans ce paragraphe, nous considérons en premier la double modulation aléatoire (RCFM-RPPM). En figure II.23, cette configuration correspond au cas général où les deux paramètres T et β sont aléatoires et indépendants. La configuration RCFM correspond au cas particulier où la porteuse est triangulaire symétrique. Elle est alors directement retrouvée en considérant T aléatoire et $\beta = 0.5$. Ainsi, les développements sont effectués pour la double modulation ensuite, la simple modulation est déduit comme étant un cas particulier.

II.3.1 Configuration RCFM-RPPM

La transformée de Fourier de la tension de sortie durant la période de modulation T_m peut être obtenue à l'aide des expressions (II.73) et (II.74) de $U_{a,m}(f)$ et de $U_{b,m}(f)$:

$$U_m(f) = U_{a,m}(f) - U_{b,m}(f) = \frac{1}{\pi f}\left(U_{0,m}(f)\right)e^{-j2\pi f t_m} \quad \text{(II.85)}$$

Avec :

$$U_{0,m}(f) = e^{-j2\pi f\beta_m(1-da)T_m} e^{-j\pi f d_a T_m} \sin\left(\pi f d_a T_m\right) - e^{-j2\pi f\beta_m\left(1-d_b\right)T_m} e^{-j\pi f d_b T_m} \sin\left(\pi f d_b T_m\right) \quad \text{(II.86)}$$

D'une manière similaire, on peut écrire :

$$U^*_{m+k}(f) = U^*_{a,m+k}(f) - U^*_{b,m+k}(f) = \frac{1}{\pi f} U^*_{0,m+k}(f) e^{j2\pi f t_{m+k}} \quad \text{(II.87)}$$

Avec :

$$U^*_{0,m+k}(f) = e^{j2\pi f\beta_{m+k}(1-da)T_{m+k}} e^{j\pi f d_a T_{m+k}} \sin\left(\pi f d_a T_{m+k}\right) - e^{j2\pi f\beta_{m+k}\left(1-d_b\right)T_{m+k}} e^{j\pi f d_b T_{m+k}} \sin\left(\pi f d_b T_{m+k}\right) \quad \text{(II.88)}$$

En remplaçant $U_m(f)$ et $U^*_{m+k}(f)$ par leurs expressions respectives dans l'expression générale (II.20) qui reste valable pour tout signal aléatoire, la PSD peut s'écrire comme suit :

$$W(f) = \frac{1}{(\pi f)^2 \overline{T}} \left\{ E\left[\left| U_{0,m}(f) \right|^2 \right] + 2\text{Real}\left(\sum_{k=1}^{\infty} E\left[U_{0,m}(f) U^*_{0,m+k}(f) e^{j2\pi f T_m} e^{j2\pi f \gamma_k} \right] \right) \right\} \quad \text{(II.89)}$$

Où la durée γ_k est donnée par l'expression (II.25).

Comme pour le hacheur série, nous posons :

$$\begin{aligned} U_{1,m}(f) &= U_{0,m}(f) e^{j2\pi f T_m} \\ &= e^{-j2\pi f\beta_m(1-d_a)T_m} e^{j\pi f\left(2-d_a\right)T_m} \sin\left(\pi f d_a T_m\right) - e^{-j2\pi f\beta_m\left(1-d_b\right)T_m} e^{j\pi f\left(2-d_b\right)T_m} \sin\left(\pi f d_b T_m\right) \end{aligned} \quad \text{(II.90)}$$

Et l'expression (II.89) peut s'écrire comme suit :

$$W(f) = \frac{1}{(\pi f)^2 \overline{T}} \left\{ E\left[\left| U_{0,m}(f) \right|^2 \right] + 2\text{Real}\left(\sum_{k=1}^{\infty} E\left[U_{1,m}(f) U^*_{0,m+k}(f) e^{j2\pi f \gamma_k} \right] \right) \right\} \quad \text{(II.91)}$$

Pour cette configuration, nous avons deux variables aléatoires (β et T), l'expression finale de la PSD peut s'écrire comme suit:

$$W(f) = \frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2} \left\{ E_{T,\beta}\left[\left| U_0(f) \right|^2 \right] + 2\text{Real}\left(\frac{E_{T,\beta}\left[U_1(f) \right] E_{T,\beta}\left[U_0^*(f) \right]}{1 - E_T\left[e^{j2\pi f T} \right]} \right) \right\} \quad \text{(II.92)}$$

Avec :

$$E_{T,\beta}\left[\left|U_0(f)\right|^2\right] = E_T\begin{bmatrix}\sin^2(\pi f d_a T)+\sin^2(\pi f d_b T)\\ -2\sin(\pi f d_a T)\sin(\pi f d_b T)E_\beta\left[\cos\left(\pi f\left(d_b-d_a\right)(2\beta-1)T\right)\right]\end{bmatrix} \tag{II.93}$$

$$E\left[U_1(f)\right] = E_T\begin{bmatrix}e^{j\pi f(2-d_a)T}\sin(\pi f d_a T)E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d_a)T}\right]\\ -e^{j\pi f(2-d_b)T}\sin(\pi f d_b T)E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d_b)T}\right]\end{bmatrix} \tag{II.94}$$

$$E\left[U_0^*(f)\right] = E_T\begin{bmatrix}e^{j\pi f d_a T}\sin(\pi f d_a T)E_\beta\left[e^{j2\pi f\beta(1-d_a)T}\right]\\ -e^{j\pi f d_b T}\sin(\pi f d_b T)E_\beta\left[e^{j2\pi f\beta(1-d_b)T}\right]\end{bmatrix} \tag{II.95}$$

III.3.2. Configuration RCFM

Pour retrouver la configuration RCFM, il suffit de considérer une porteuse triangulaire symétrique, ce qui correspond à un coefficient $\beta = 0.5$. L'expression de la PSD est alors :

$$W(f) = \frac{1}{\overline{T}(\pi f)^2}\left\{E_T\left[\left|U_0(f)\right|^2\right] + 2\text{Real}\left(\frac{E_T\left[U_1(f)\right]E_T\left[U_0^*(f)\right]}{1-E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]}\right)\right\} \tag{II.96}$$

Avec :

$$E_T\left[\left|U_0(f)\right|^2\right] = E_T\left[\sin^2(\pi f d_a T)+\sin^2(\pi f d_b T)-2\sin(\pi f d_a T)\sin(\pi f d_b T)\right] \tag{II.97}$$

$$E\left[U_1(f)\right] = E\left[U_0^*(f)\right] = E_T\left[e^{j\pi fT}\left(\sin(\pi f d_a T)-\sin(\pi f d_b T)\right)\right] \tag{II.98}$$

III.4. Validations des modèles pour les trois configurations

Dans ce paragraphe, les modèles de la PSD de la tension de sortie sont validés pour toutes les configurations. Comme pour le hacheur série, les configurations RPPM et RCFM sont validées par confrontation avec les résultats de mesure publiés dans la littérature, tandis que la RCF-RPPM peut être validée mathématiquement comme suit:

- En la faisant converger vers la RPPM seule, (en fixant R_β et en diminuant R_T progressivement)
- En la faisant converger vers la RCFM seule, (en fixant R_T et en diminuant R_β progressivement).

III.4.1. Configuration RPPM

La figure II.24 compare la PSD calculée à partir des expressions (II.81) à II.83 avec celle expérimentée par *M. M. Bech* [20] pour la configuration particulière RLLM dans les mêmes conditions :

- Tension d'entrée : $E = 200$ v. En figure II.24, les résultats sont donnés dans le système per unit avec comme grandeur de base la valeur moyenne de la tension (composante continue).
- Période de modulation fixe : $T = 200$ µs.
- Rapports cycliques des deux bras du convertisseurs : $d_a = 0.8$ et $d_b = 0.3$.
- Coefficient β de la porteuse aléatoire discret : $\beta \in \{0,1\}$, probabilité uniforme : $p_\beta = 0.5$.

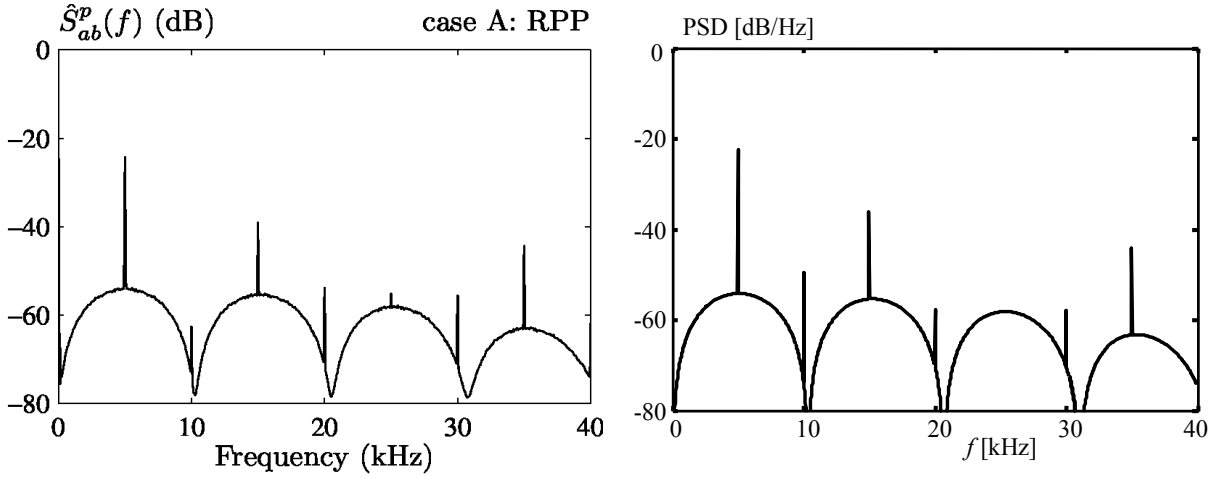
Il est à noter que pour des raisons de déviation de la mesure due aux spécificités de l'appareil de mesure utilisé, un ajustement dans les paramètres de calcul est nécessaire [20], [57]. Ainsi les rapport cycliques des deux bras sont corrigés en fonction des caractéristiques de l'onduleur (temps mort entre deux demi-bras) et de l'appareil de mesure comme suit :

$$d_a = 0.8 - (3/4).t_d / T$$

$$d_b = 0.3 + (3/4).t_d / T$$

avec $t_d = 2.2$ µs.

La comparaison entre la mesure et le calcul révèle une bonne concordance, (figure II.24), d'où la validité du modèle que nous proposons. Comme pour le cas du hacheur série, nous notons que cette configuration ne permet pas de distribuer complètement la PSD de la tension, qui est constituée d'une partie continue et d'une partie discrète.



a. Résultat de mesure publié dans [20] **b.** Notre résultat de calcul

Figure II.24. Comparaison entre la mesure et le calcul

II.4.2. Configuration RCFM

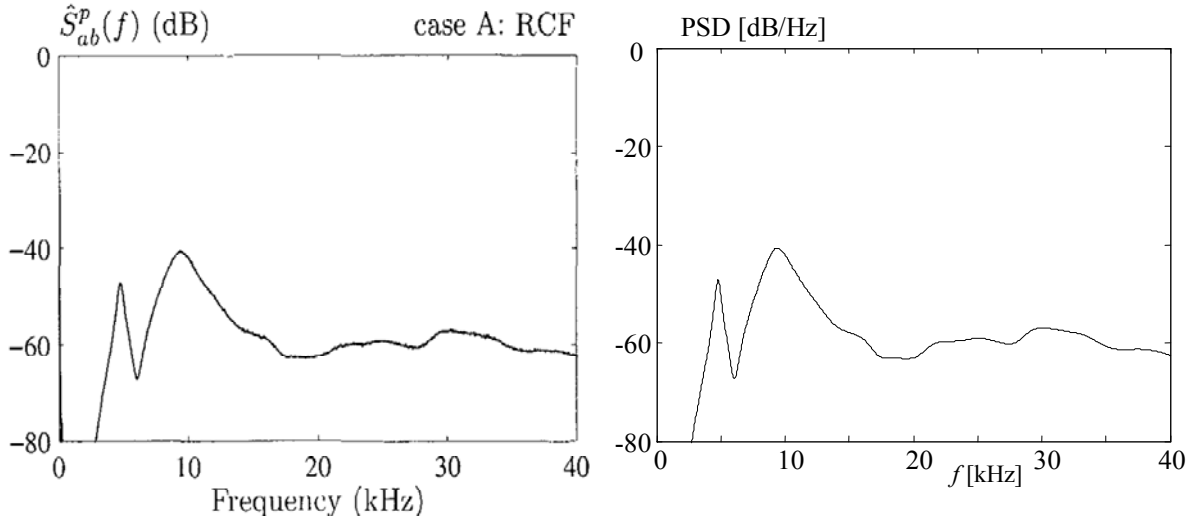
La figure II.25 compare la PSD calculée à partir des expressions (II.96) à (II.99) avec celle expérimentée par *M. M. Bech* [20] dans les mêmes conditions :

- Tension d'entrée : $E = 200$ v. Comme pour la RPPM, dans la figure II.25, les résultats sont donnés dans le système per unit avec comme grandeur de base la valeur moyenne de la tension correspondant à la composante continue.
- Période T : aléatoire uniforme entre deux valeurs : $T_{min} = 167$ µs et $T_{max} = 250$ µs, ce qui donne la probabilité : $p_T = \dfrac{1}{T_{\max} - T_{\min}}$.
- Rapport de délai β fixe ($\beta = 0.5$).

Comme pour la configuration précédente (RPPM), le même ajustement des paramètres de calcul est effectué.

Dans la figure II.25, nous constatons une parfaite concordance entre la mesure et le calcul, ce qui conforte notre modèle.

Comme pour le hacheur série, la configuration RCFM permet de distribuer complètement la PSD, ce qui n'est pas le cas de la configuration RPPM, d'où l'avantage de la RCFM sur la RPPM.



a. Résultat de mesure publié dans [20] **a.** Notre résultat de calcul

Figure II.25. Comparaison entre la mesure et le calcul

III.4.3. Configuration RCFM-RPPM

Pour cette configuration, faute de résultats expérimentaux dans la littérature, nous procédons à une validation mathématique ; en toute logique, la double modulation converge vers la RPPM quand nous réduisons l'intervalle de variation de T et vers la RCFM quand nous réduisons l'intervalle de variation de β.

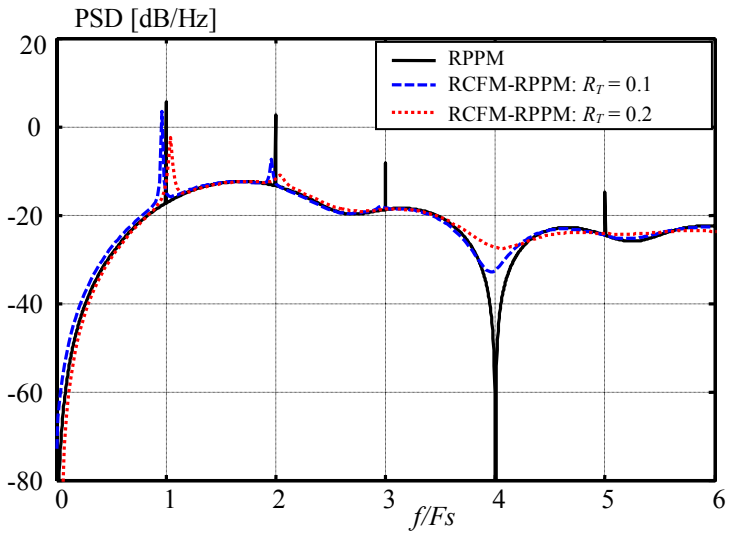
Les résultats donnés en figures (II.26) et (II.27) sont calculées dans le système per unit avec comme grandeur de base, la tension d'entrée E. Les paramètres aléatoires varient selon la loi uniforme comme suit:

• β varie dans l'intervalle $\left[\overline{\beta}\left(1-\frac{R_\beta}{2}\right),\ \overline{\beta}\left(1+\frac{R_\beta}{2}\right)\right]$ avec $\overline{\beta}=0.5$ (moyenne statistique), ce qui correspond à $(R_\beta)_{\max}=2$ pour une de variation maximale entre 0 et 1.

• T varie dans l'intervalle $\left[\overline{T}\left(1-\frac{R_T}{2}\right),\ \overline{T}\left(1+\frac{R_T}{2}\right)\right]$ avec $\overline{T}=1$, (moyenne statistique), ce qui correspond à $(R_T)_{\max}=2$ pour une variation maximale entre 0 et $2\overline{T}$.

a. Comparaison avec la RPPM

Pour R_β = 2, la figure II.26 présente les formes des PSD obtenues par la RCFM-RPPM (expressions II.92 à II.95) pour différentes valeurs de R_T avec celle obtenue par la RPPM seule (expressions II.81 à II.83). On voit bien que la diminution de R_T fait converger la double modulation vers la RPPM, ce qui renforce notre modélisation.



Note : *Le décalage entre les PSD est volontaire pour faire apparaître les pics.*

Figure II.26. Comparaison avec la RPPM, (d_a = 0.75, d_b = 0.25)

b. Comparaison avec la RCFM

Pour $R_T = 0.4$, la figure II.27 compare la PSD obtenue par la double modulation (expressions II.92 à II.95) pour différentes valeurs de R_β à celle obtenue par la RCFM seule (expressions II.96 à II.98). On voit bien que la diminution de R_β fait converger la double modulation vers la RCFM, ce qui confirme la validité du modèle proposé.

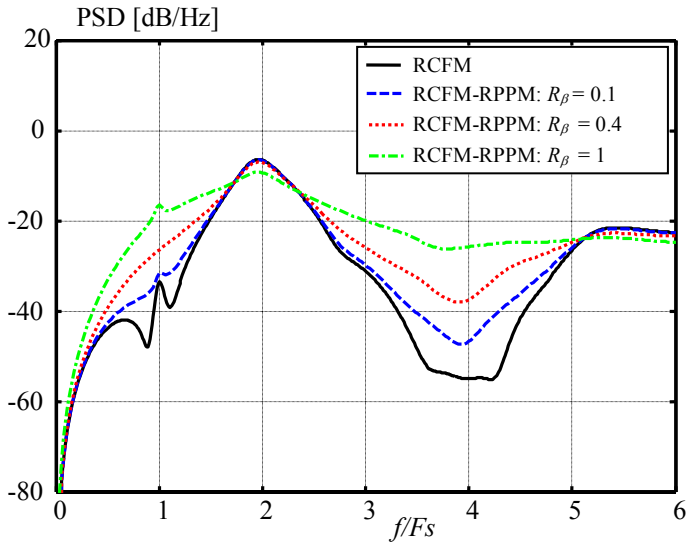


Figure II.27. Comparaison avec la RCFM, ($d_a = 0.75$, $d_b = 0.25$)

III.5. Apport de la double modulation (RCFM-RPPM)

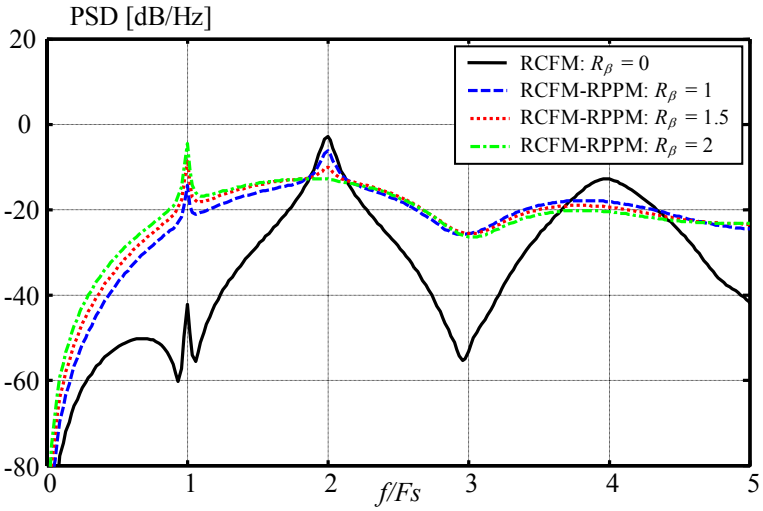
Comme pour le hacheur série, la configuration RCFM est de loin plus performante que la configuration RPPM. De ce fait, ce paragraphe est consacré à l'analyse de l'apport de la double modulation du point de vue étalement de la PSD comparativement à la RCFM seulement.

Les figures II.28 et II.29 montrent les formes de la PSD obtenues en fonction de R_β avec deux valeurs de R_T ($R_T = 0.2$ $R_T = 0.4$). Sur chaque figure, les résultats sont présentés pour trois valeurs du rapport cyclique $d = d_a - d_b$ en adoptant la loi de commande complémentaire ($d_a + d_b = 1$) :

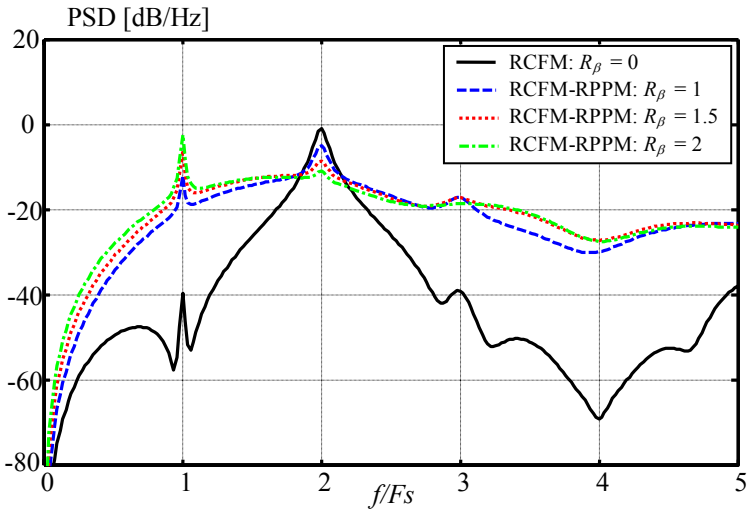
$d = d_a - d_b = 0.65 - 0.35 = 0.3$

$d = d_a - d_b = 0.75 - 0.25 = 0.5$

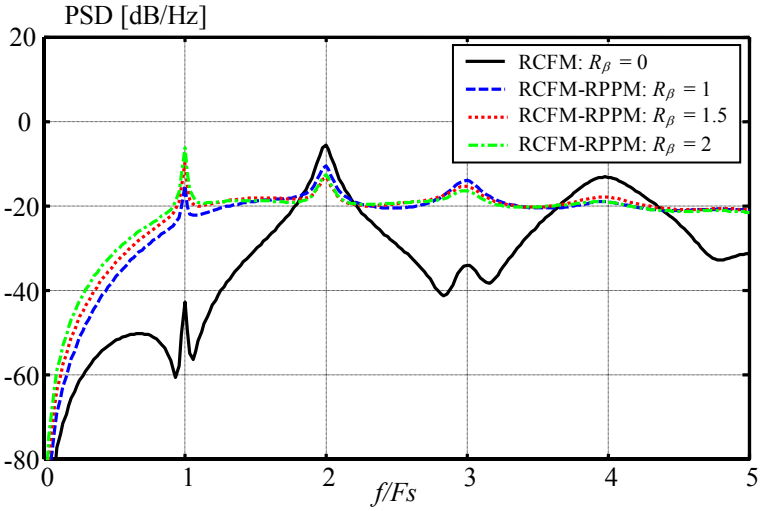
$d = d_a - d_b = 0.9 - 0.1 = 0.8.$



a. $d = 0.3$

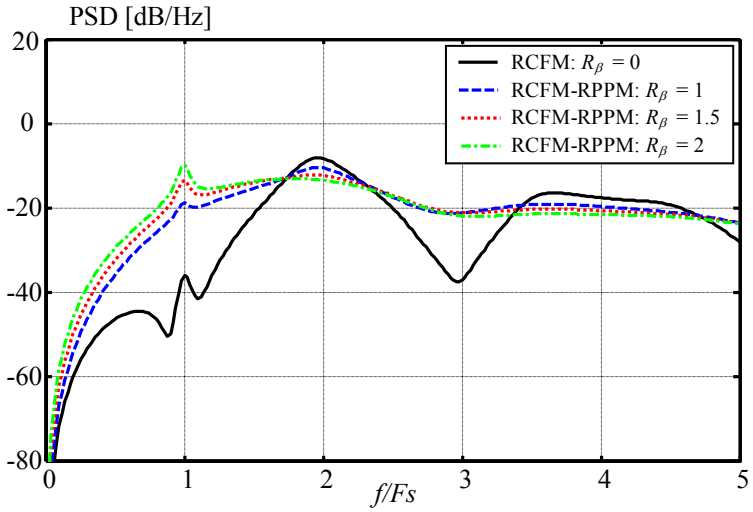


b. $d = 0.5$

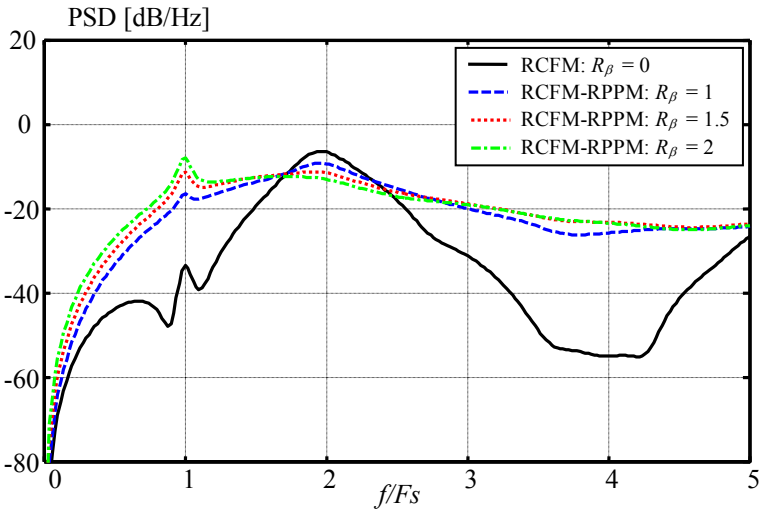


c. $d = 0.8$

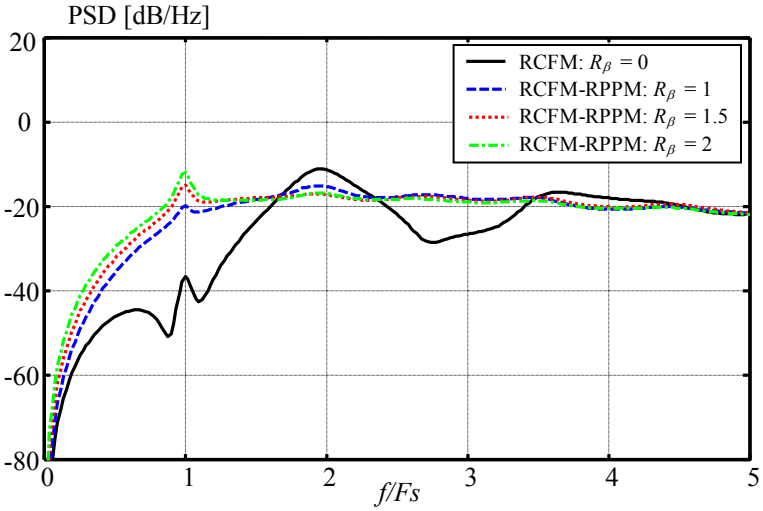
Figure II.28. Apport de la RCFM-RPPM Comparativement à la RCFM pour $R_T = 0.2$



a. $d = 0.3$



b. $d = 0.5$



c. $d = 0.8$

Figure II.29. Apport de la RCFM-RPPM Comparativement à la RCFM pour $R_T = 0.4$

L'analyse des résultats obtenus (figures II.28 et II.29) montre que :

- Globalement, la double modulation (RCFM-RPPM) apporte un étalement supplémentaire de la PSD par rapport à la simple modulation (RCFM). Cet étalement de la PSD est aussi accompagné d'une réduction substantielle du pic rencontré au voisinage de la fréquence 2*Fs*.
- Contrairement au hacheur série, pour lequel l'effet de la randomisation de β diminue quand le rapport cyclique *d* augmente à cause de la réduction de l'espace restant pour la variation de la position du signal MLI, pour le hacheur en pont, l'influence de la randomisation de β reste importante pour les différentes valeurs du rapport cyclique ($d = d_a - d_b$). Ceci s'explique aisément car si pour l'impulsion u_a (figure II.23) l'intervalle de variation de la position est réduit à cause de la valeur élevée de d_a, (l'impulsion u_a occupe la majeure partie de la période de modulation et l'espace restant pour changer de position se trouve réduit), il l'est beaucoup moins pour l'impulsion u_b car d_b devient faible ($d_b = 1 - d_a$).
- Enfin, notons que lorsque R_β est relativement élevé $\left(R_\beta \geq 1.5\right)$, le maximum rencontré au voisinage de la fréquence moyenne de modulation *Fs* qui était de faible amplitude pour la RCFM, prend des amplitudes importantes. Par conséquent, il y a lieu de choisir une valeur de β qui réalise un compromis acceptable entre la diminution du maximum apparaissant à la fréquence 2 *Fs* et l'augmentation de celui apparaissant à la fréquence *Fs*, sachant pertinemment que notre but est d'étaler au mieux la PSD et de diminuer ses pics. Une valeur de β entre 1 et 1.5 semble réaliser cette tache (figures II.28 et II.29).

Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la MLI aléatoire dans la conversion DC-DC. Les convertisseurs considérés sont le hacheur série et le hacheur en pont.

Nous avons proposé un principe de génération des signaux de commande basé sur une porteuse aléatoire, ce qui nous a permis de randomiser la tension de sortie simultanément en période et en position pour le hacheur série et pour le hacheur en pont. En agissant seulement sur la porteuse, sans altérer le signal de référence, nous pouvons affirmer que nous avons rendu flexible la commande aléatoire. En effet, pour passer d'une commande déterministe à une commande aléatoire il suffit de changer la porteuse déterministe par une porteuse aléatoire.

Pour une analyse spectrale rigoureuse de la tension nous avons développé et validé un modèle général de la densité spectrale de puissance (PSD) de la tension. Dans ce modèle, la tension est exprimée directement en fonction des caractéristiques de la porteuse et les paramètres aléatoires de celle-ci (porteuse) sont clairement séparés ce qui permet de séparer les effets de l'action sur la période et de l'action sur la position du signal MLI et aussi d'analyser leurs effets indépendamment l'un de l'autre.

Nous avons montré que la double randomisation rajoute un étalement substantiel à la PSD pour les deux convertisseurs.

Dans certaines applications de faibles puissances, le hacheur série fonctionne à des fréquences élevées et les composants électroniques sont alors sollicités jusqu'aux limites de leurs performances, notamment un temps de commutation aussi réduit que possible, ce qui engendre des harmoniques HF qui produisent des courants en mode commun dans l'installation et peuvent perturber par rayonnement en zone proche les dispositifs électromagnétiques avoisinants. Une modélisation simpliste du mécanisme de la commutation a permis d'analyser son effet sur le contenu hautes fréquences de la PSD et a montré qu'une randomisation du temps de commutation permet de l'étaler et par conséquent de réduire son amplitude.

CHAPITRE III

Modulation aléatoire dans la conversion DC-AC

Introduction

Ce chapitre est consacré à la conversion DC-AC. Le convertisseur considéré est l'onduleur de tension triphasé en pont, qui est parmi les convertisseurs les plus utilisés en moyennes puissances.

Les stratégies de commande MLI les plus connues sont la stratégie triangulo-sinusoïdale et la stratégie vectorielle connue sous le nom de SVM "Space Vector Modulation". Cette dernière peut être implantée par des moyens digitaux ou par des moyens analogiques en déduisant trois signaux référence que l'on compare à une porteuse comme pour la triangulo-sinusoïdale, ce qui lui a valu le nom de SVM hybride (HSVM). Notons que pour la triangulo-sinusoïdale, l'injection du troisième harmonique donne des performances comparables à celle de la SVM.

Après un bref aperçu sur le convertisseur, les stratégies de commande sont présentées ; le principe d'obtention de la version hybride de la SVM utilisée dans ce travail est développé avec plus de détails. Ensuite les différentes configurations de modulation aléatoire sont appliquées indifféremment sur l'une ou l'autre des stratégies. L'aspect aléatoire est introduit exactement de la même manière qu'en DC-DC à savoir l'utilisation d'une porteuse aléatoire. Pour chaque configuration nous établissons un modèle mathématique de la PSD. Après validation des modèles proposés, les différentes configurations de modulation sont comparées du point de vue étalement des densités spectrales de puissance. Enfin, nous terminons par une comparaison des différentes stratégies indépendamment de l'aspect aléatoire.

I. Onduleur de tension triphasé en pont

Le convertisseur considéré est l'onduleur de tension triphasé en pont, (figure III.1). Il est bien adapté aux entraînements réglés utilisant la machine asynchrone car il permet à la fois le réglage de l'amplitude et de la fréquence de la tension de sortie.

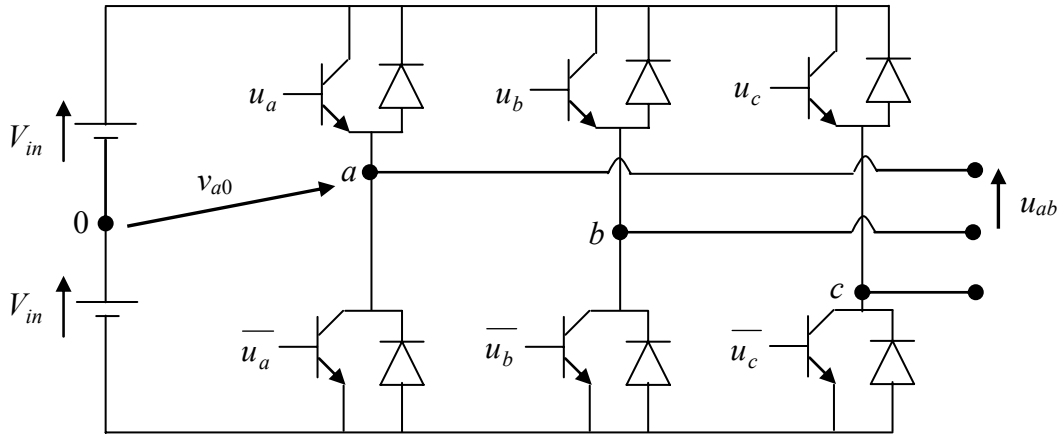


Figure III.1. Onduleur de tension triphasé en pont

La commande des six (06) interrupteurs électroniques est déduite à partir de trois fonctions de modulation $u_a(t)$, $u_b(t)$ et $u_c(t)$ obtenues par différentes stratégies de modulation dont les plus connues sont :

- La modulation triangulo-sinusoïdale.
- La modulation vectorielle, plus connue sous le nom de SVM. Dans notre travail, nous utilisons la version hybride de cette technique, (HSVM), qui consiste en une comparaison à une même porteuse de trois signaux de référence que l'on déterminera à partir du principe vectoriel bien connu.

I.1. Stratégie triangulo-sinusoïdale

C'est la technique la plus connue, les trois fonctions de modulation $u_a(t)$, $u_b(t)$ et $u_c(t)$ sont obtenues par comparaison à une même porteuse triangulaire de trois signaux de référence alternatifs $m_a(t)$, $m_b(t)$ et $m_c(t)$ ayant la même amplitude et décalés de $\frac{2\pi}{3}$, les uns par rapport aux autres, constituants ainsi un système triphasé équilibré. D'ordinaire, les trois références $m_a(t)$, $m_b(t)$ et $m_c(t)$ sont sinusoïdales, cependant, l'injection du troisième harmonique, permet d'augmenter le gain en tension à $2/\sqrt{3}$ au lieu de 1 seulement.

I.2. Stratégie de modulation vectorielle (SVM)

C'est l'une des stratégies les plus utilisées. Comme la triangulo-sinusoïdale avec injection du troisième harmonique, la SVM étend le domaine de linéarité jusqu'à un coefficient de réglage en tension égal à $r_{\max} = 2/\sqrt{3}$ au lieu de $r_{\max} = 1$ pour la stratégie triangulo-sinusoïdale simple. De plus, elle permet une certaine flexibilité dans la commande par une variation des durées des vecteurs d'états nuls [74]-[75]. Une version hybride de cette stratégie (HSVM) est basée sur la comparaison de trois (03) références avec une même porteuse triangulaire, ce qui rend facile la génération des signaux de commande de manière digitale ou analogique et permet ainsi l'utilisation du contrôle aléatoire de la même façon que pour la technique triangulo-sinusoïdale [74]-[76]. Son principe est basé sur le vecteur tension de sortie dans le plan de Park comme illustré sur la figure III.2 :

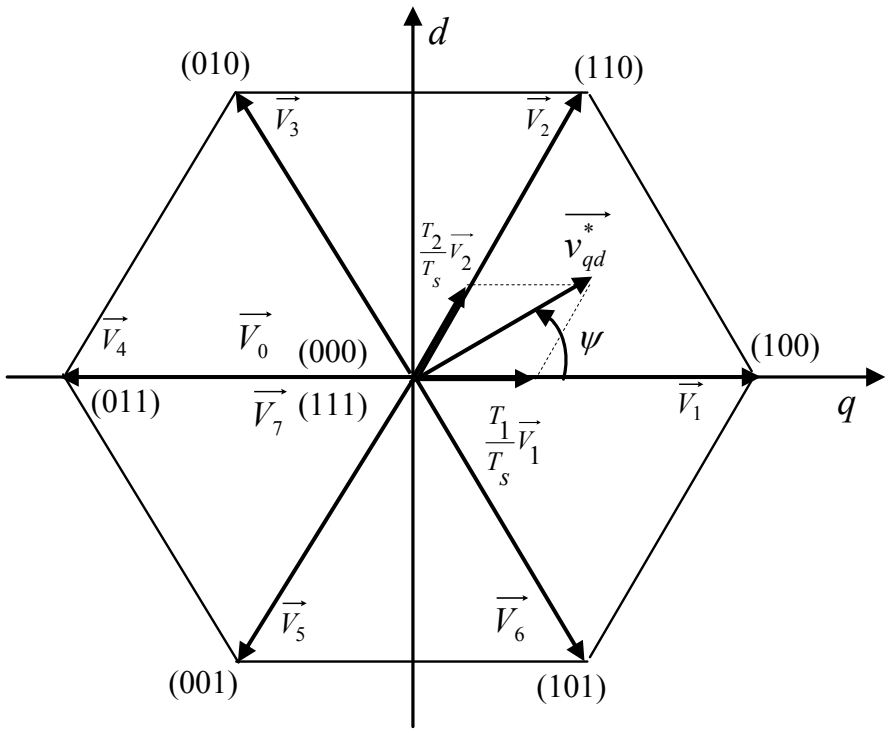


Figure III.2. Définition des états de l'onduleur dans le plan *dq*

Dans le plan de Park, le vecteur tension de sortie $\overrightarrow{v^*_{qd}}$ s'exprime comme suit :

$$\overrightarrow{V^*_{qd}} = V^*_q - jV^*_d \tag{III.1}$$

Où :

$$V_q^* = \frac{1}{3}\left(2V_a^* - V_b^* - V_c^*\right) \tag{III.2}$$

$$V_d^* = \frac{\sqrt{3}}{3}\left(V_c^* - V_b^*\right) \tag{III.3}$$

V_a^*, V_b^*, V_c^*: Tensions de phases désirées en grandeurs relatives.

Le vecteur $\overrightarrow{V_{qd}^*}$ permet de définir huit (08) vecteurs d'état (V_0, V_1 …V_7) de l'onduleur triphasé. V_0 et V_7 sont appelés vecteurs d'état nuls et les six (06) autres définissent six (06) secteurs subdivisés en périodes d'échantillonnage T dans lesquelles le vecteur $\overrightarrow{V_{qd}^*}$ est supposé constant. Dans chaque secteur, deux vecteurs adjacents sont actifs durant T_1 et T_2 respectivement, (figure.III.3.a):

$$T_1 = T\frac{\sqrt{3}}{2}\left(V_d^* \cos\left(n\frac{\pi}{3}\right) + V_q^* \sin\left(n\frac{\pi}{3}\right)\right) \tag{III.4}$$

$$T_2 = -T\frac{\sqrt{3}}{2}\left(V_d^* \cos\left((n-1)\frac{\pi}{3}\right) + V_q^* \sin\left((n-1)\frac{\pi}{3}\right)\right) \tag{III.5}$$

Où n définit le numéro du secteur actif, (n = 1… 6).

Les vecteurs d'état nuls V_7 et V_0 sont appliqués respectivement durant k_0T_0 et $(1-k_0)T_0$, $(0 \le k_0 \le 1)$. La durée totale T_0 d'application de ces deux vecteurs a pour valeur :

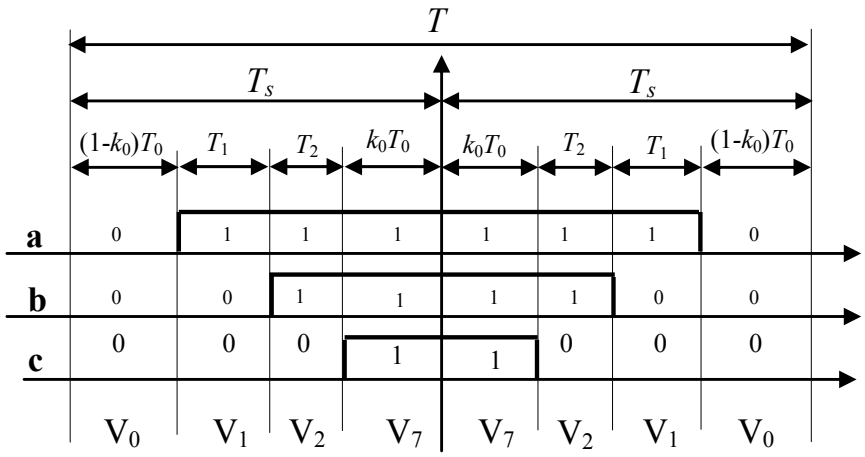
$$T_0 = T - T_1 - T_2 \tag{III.6}$$

Les trois fonctions de modulation des trois bras de l'onduleur données par les figures III.3.a et III.3.b auront pour durées respectives :

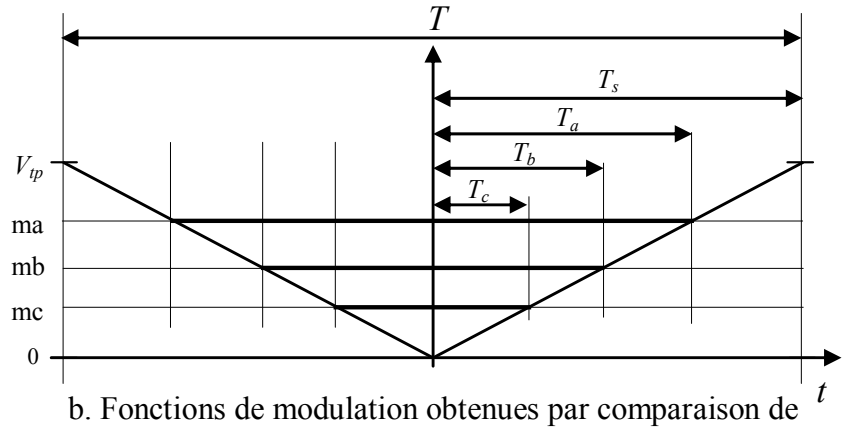
$$T_a = k_0T_0 + T_2 + T_1 \tag{III.7}$$

$$T_b = k_0T_0 + T_2 \tag{III.8}$$

$$T_c = k_0T_0 \tag{III.9}$$



a. Fonctions de modulation obtenues vectoriellement (SVM)



b. Fonctions de modulation obtenues par comparaison de trois références à une porteuse (HSVM)

Figure III.3. Génération des fonctions de modulation vectoriellement et par comparaison à une porteuse triangulaire

Durant la période de modulation T_m, la deuxième moitié de la porteuse triangulaire peut être exprimée comme suit [74] :

$$\frac{v_t}{V_{tp}} = \left(\frac{2}{T_m} t - 1 \right) \tag{III.10}$$

Où v_t et V_{tp} sont respectivement les valeurs instantanée et de crête de la porteuse.

En introduisant respectivement les expressions (III.7), (III.8) et (III.9) dans l'expression (III.10), nous obtenons les signaux de référence m_a, m_b et m_c pour les trois phases de l'onduleur :

$$m_a = \frac{2}{T}\left(k_0 T_0 + T_2 + T_1\right) \tag{III.11}$$

$$m_b = \frac{2}{T}\left(k_0 T_0 + T_2\right) \tag{III.12}$$

$$m_c = \frac{2}{T}\left(k_0 T_0\right) \tag{III.13}$$

Avec :

$$T_1 = \frac{T}{2}\left(m_a - m_b\right) \tag{III.14}$$

$$T_2 = \frac{T}{2}\left(m_b - m_c\right) \tag{III.15}$$

En introduisant les expressions (III.6), (III.14) et (III.15) dans les expressions (III.11) à (III.13), l'expression générale des trois signaux de référence peut être condensée comme suit :

$$m_{abc} = v^*_{abc} + v^*_{zs} \tag{III.16}$$

Avec :

$$v^*_{zs} = -\left[\left(1-2k_0\right) + k_0 v^*_a + \left(1-k_0\right)v^*_c\right]; \quad 0 \le k_0 \le 1 \tag{III.17}$$

L'expression de v^*_{zs} peut être étendue à tous les secteurs, ce qui donne :

$$v^*_{zs} = -\left[\left(1-2k_0\right) + k_0 v^*_{\max} + \left(1-k_0\right)v^*_{\min}\right] \tag{III.18}$$

Pour la stratégie de modulation 'SVM classique', les vecteurs V_0 et V_7 sont actifs pendant la même durée, ce qui correspond à $k_0 = 0.5$ et le vecteur v^*_{zs} qui en résulte aura pour expression :

$$v^*_{zs} = -0.5\left(v^*_{\max} + v^*_{\min}\right) = 0.5 v^*_{mid} \tag{III.19}$$

Où $v^*_{\min}$, v^*_{mid} et $v^*_{\max}$ sont la minimale, la moyenne et la maximale parmi les trois tensions désirées sinusoïdales en per unit v^*_{abc} dans chaque secteur, (figure III.4).

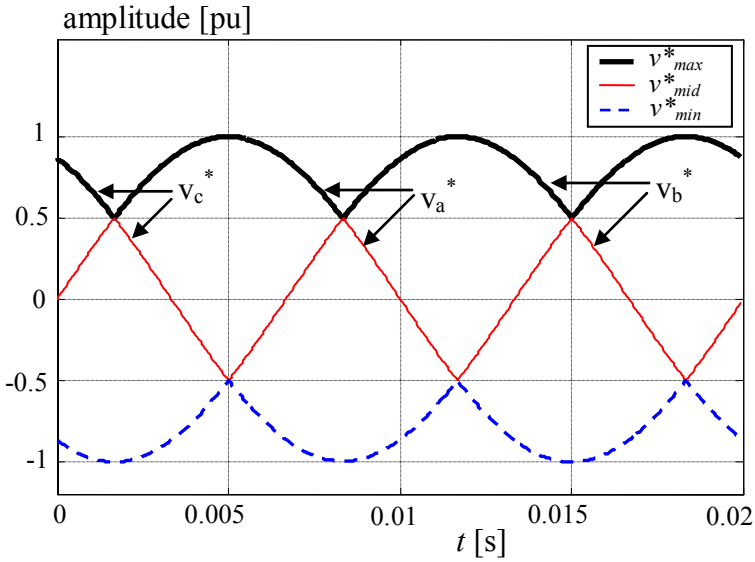


Figure III.4. Obtention de v^*_{max}, v^*_{mid} et v^*_{min} à partir de v^*_{abc}

La figure III.5 montre les signaux de référence obtenus pour la phase "*a*" avec différentes valeurs de k_0. Nous notons que :

- Le cas particulier de la SVM classique correspondant à $k_0 = 0.5$ et la stratégie triangulo-sinusoïdale avec injection de l'harmonique trois ont des références très voisines ; ces deux techniques donnent des performances très proches en MLI classique.

- Pour les deux cas de la SVM correspondants à $k_0 = 0.1$ et à $k_0 = 0.9$, les références sont des images de miroir l'une par rapport à l'autre, elles ont donc les mêmes performances. D'une manière générale l'utilisation de k_0 et de $(1 - k_0)$ donne les mêmes performances.

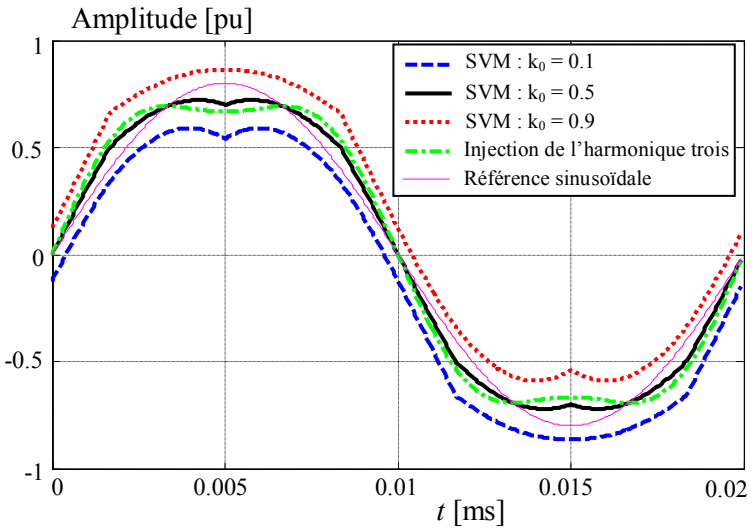


Figure III.5. Comparaison des différentes références

Ainsi, la corrélation entre la modulation vectorielle et la modulation par comparaison d'une référence à une porteuse triangulaire est effectuée ; en considérant les trois tensions v^*_{abc} désirées en valeurs relatives, les trois références m_{abc} pour la version hybride (HSVM) sont obtenues à l'aide des équations (III.16) et (III.18).

Différents travaux basés sur la variation du facteur k_0 proposent différentes versions de cette stratégie dans le but de réaliser certaines performances comme:

- La réduction des pics de courant en effectuant une variation périodique de k_0 durant chaque période de modulation T en fonction du coefficient de réglage r et de l'angle ψ du vecteur de référence (figure III.1). Pour des coefficients de réglage faibles $(r \leq 0.8)$, *Blasko et all*, [74] ont montré qu'il existe une valeur optimale k_0^{opt} qui est très proche de (k_0 = 0.5) alors que pour $(r > 0.8)$, l'utilisation de k_0^{opt} au lieu de (k_0 = 0.5), procure seulement une légère diminution des pics de courant inférieure à 3 %, ce qui est jugé faible par les auteurs.
- La réduction des pertes par commutation en fixant k_0 = 1 (ou k_0 = 0) durant un tiers de période du fondamental [75].
- L'étalement du spectre des harmoniques de tension par utilisation d'un facteur k_0 aléatoire autour d'une valeur moyenne $\overline{k_0} = 0.5$, [76], ce qui permet d'étaler aussi le spectre du courant et par la suite mitiger le bruit acoustique dans la machine. Cependant, cette technique ne procure qu'un faible effet sur l'étalement du spectre du courant, notamment pour $(r \geq 0.8)$. Les auteurs proposent ensuite, de rendre aléatoire la fréquence de la porteuse (configuration RCFM) entre deux fréquences (F_{min} et $F_{max} = 2F_{min}$) tout en considérant k_0 constant (k_0 = 0.5), puis, ils donnent des résultats de mesure du spectre du courant ; aucune étude de la tension de sortie n'est effectuée dans ce travail. Dans la référence [20], l'auteur propose de rendre aléatoire la fréquence de la porteuse en utilisant un ensemble fini de cinq (05) fréquences possible, le facteur k_0 est maintenu fixe (k_0 = 0.5), dans ce travail, l'auteur effectue une estimation de la PSD de la tension basée sur une sommation algébrique des différents états possible du convertisseur. Cette estimation est confirmée par la mesure expérimentale.

Comme nous l'avons mentionné au premier chapitre, le but de notre travail consiste à étaler le spectre de la tension de sortie par application d'une double modulation aléatoire basée sur une porteuse aléatoire, ce que nous allons introduire dans le paragraphe qui va suivre.

II. Fonctions de modulation et tensions de sortie

La figure III.6 illustre à la fois le principe d'obtention de la fonction de modulation u_a (assimilée au signal de commande d'un demi bras de la phase "*a*"), [77], ainsi que la relation entre cette fonction de modulation et la tension v_{a0}, (en per unit), rapportée à la tension d'entrée E ; v_{a0} est définie comme étant la tension entre la sortie *a* du convertisseur et le point milieu 'fictif' "0" de la source continue 2*E*, (figure III.1).

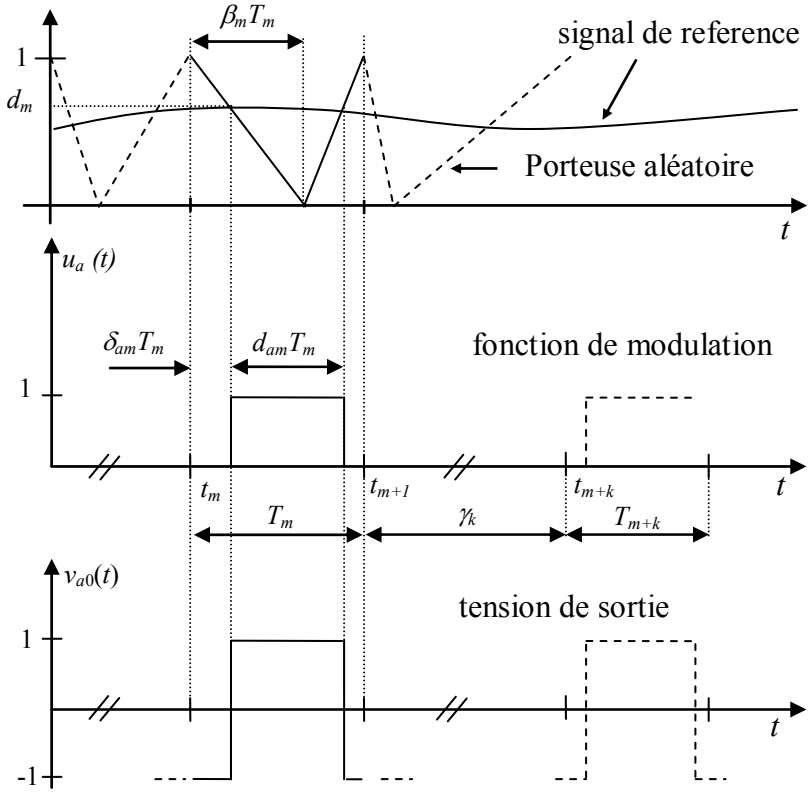


Figure III.6. Fonction de modulation et tension de sortie

Ainsi, la tension v_{a0} peut être obtenue à partir de la fonction de modulation (figure III.6) comme suit:

$$v_{a0}(t) = v_a(t) - v_0(t) = 2\left(u_a(t) - \frac{1}{2}\right) \tag{III.20}$$

Les tensions u_{ab} (entre deux phases) et v'_a (aux bornes de la phase *a* d'une charge équilibrée montée en étoile sans fil neutre) sont déduites respectivement à partir des fonctions de modulation des trois bras et ont pour expressions:

$$u_{ab}(t) = v_{a0}(t) - v_{b0}(t) = 2\left(u_a(t) - u_b(t)\right) \tag{III.21}$$

$$v'_a(t) = \frac{2}{3}\left(2u_a(t) - u_b(t) - u_c(t)\right) \tag{III.22}$$

Dans notre travail, nous avons adopté une porteuse triangulaire entre 0 et 1, (figure III.6), les rapports cycliques pour une phase quelconque sont alors exprimés comme suit :

$$d(t) = \frac{1}{2}\left(1 + m(t)\right) \tag{III.23}$$

La forme du signal de référence alternatif $m(t)$, dépend de la stratégie de modulation choisie, (sinusoïdale, injection du troisième harmonique, SVM hybride) :

- Référence sinusoïdale, (phase *a*):

$$m_a(t) = r\sin\left(2\pi f_1 t\right), \quad 0 \le r \le 1 \tag{III.24}$$

- Référence sinusoïdale avec injection du troisième harmonique, (phase *a*):

$$m_a(t) = r\left(\sin\left(2\pi f_1 t\right) + \frac{1}{6}\sin\left(6\pi f_1 t\right)\right), \quad 0 \le r \le \frac{2}{\sqrt{3}} \tag{III.25}$$

- Modulation vectorielle hybride “HSVM”, (phase *a*) :

$$m_a(t) = v_a^*(t) + v_{zs}^*(t) \tag{III.26}$$

Où :

$$v_a^*(t) = r\sin\left(2\pi f_1 t\right), \quad 0 \le r \le \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$v_{zs}^* = -\left[\left(1 - 2k_0\right) + k_0 v_{\max}^*(t) + \left(1 - k_0\right)v_{\min}^*(t)\right] \qquad 0 \le k_0 \le 1$$

Avec :

f_1 : fréquence du fondamental.

r : coefficient de réglage en tension.

$v_{\max}^* = \max\left(v_a^*, v_b^*, v_c^*\right)$ et $v_{\min}^* = \min\left(v_a^*, v_b^*, v_c^*\right)$, (figure III.4).

Note : Dans ce qui suit, pour considérer l'une des trois stratégies de commande (triangulo-sinusoïdale, triangulo-sinusoïdale avec injection du troisième harmonique ou encore HSVM), il suffit d'utiliser le signal de référence correspondant donné par l'une des expressions (III.24) à (III.26).

L'indice de modulation M est défini comme étant le rapport de la fréquence de la porteuse F_s par celle du fondamental f_1. En pratique, pour M assez élevé ($M \geq 21$), l'échantillonnage de la référence $m(t)$ au début de chaque période de modulation facilite la génération des signaux de commande autour d'un microprocesseur, sans altérer les performances de la modulation. Ainsi, pour une période quelconque T_m située entre les instants t_m et t_{m+1}, ($T_m = t_{m+1} - t_m$), le rapport cyclique d_m qui en résulte est fonction de l'instant d'échantillonnage t_m :

$$d_m = d(t_m) = \frac{1}{2}(1 + m(t_m)) \tag{III.27}$$

En modulation aléatoire, deux cas se présentent :

- Période de modulation fixe (Cas de la configuration RPPM) : le rapport cyclique d_m qui dépend de l'instant d'échantillonnage t_m est alors déterministe, il suit une loi de variation périodique de période égale à celle du fondamental de la tension de sortie, il est calculé à l'aide des expressions (III.23) à (III.26) à partir de la référence choisie. Dans ce cas la fonction de modulation rentre dans la classe des signaux stationnaires et l'expression générale de la densité spectrale de puissance (PSD) développée au premier chapitre (relation I.14, page 26) s'applique en considérant le signal stationnaire sur une période du fondamental de la tension plutôt que sur une période de modulation, [20].
- Période de modulation aléatoire (Cas des configurations RCFM et RCFM-RPPM) : pour ces deux configurations, la période de modulation T_m ainsi que l'instant d'échantillonnage t_m sont aléatoires (figure III.6), le rapport cyclique d_m qui dépend de l'instant t_m devient alors aléatoire et on ne peut pas considérer la fonction de modulation comme étant stationnaire [69]. Pour la rendre stationnaire et pouvoir ainsi appliquer la relation (I.14) dans le calcul de la PSD, nous introduisons une variable aléatoire uniforme θ, dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ et on considère que les rapports cycliques pour chaque période de modulation sont des fonctions de la variable aléatoire θ :

$$d_m = d(t_m) = d(t'_m, \theta) = \frac{1}{2}(1 + m(t'_m, \theta)) \tag{III.28}$$

Avec :

$$t'_m = (m-1)\overline{T} \tag{II.29}$$

$\overline{T}$: moyenne statistique de la variable aléatoire T_m.

θ: variable aléatoire entre 0 et 2π représentant l'incertitude totale sur la valeur de l'instant d'échantillonnage t_m.

III. Modèles mathématiques des PSD pour les différentes configurations

III.1. Configuration RPPM

Pour cette configuration, la période de modulation T est constante et le rapport de délai δ est aléatoire (figure III.7) :

- T : constante.
- d : variable périodiquement.
- δ: aléatoire dans l'intervalle [δ_{min}, δ_{max}], avec $\delta_{\min} \geq 0$ et $\delta_{\max} \leq 1-d$.

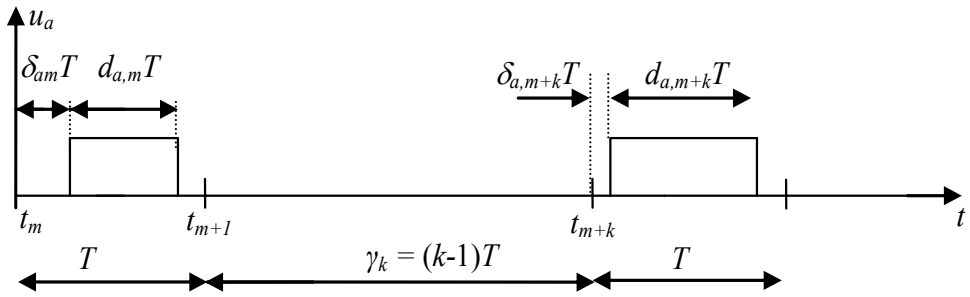


Figure III.7. Fonction de modulation

Il est à noter que dans chaque période de modulation, la valeur maximale (δ_{max}) dépend du rapport cyclique d correspondant. Ceci rend difficile l'établissement d'un modèle mathématique de la PSD en fonction de la variable aléatoire δ car la valeur maximale $\delta_{\max}$ varie d'une période de modulation à une autre. Pour pallier à cette difficulté, nous utilisons plutôt le paramètre β de la porteuse comme pour le cas de la conversion DC-DC (figure III.6), ce qui nous donne :

$$\delta_m = \beta_m (1 - d_m) \tag{III.30}$$

En effet, selon le principe de modulation que nous avons proposé, c'est plutôt le paramètre β qui est réellement rendu aléatoire entre les limites maximales théoriques 0 et 1, ce

qui entraîne une variation aléatoire de δ_m dans l'intervalle : [0 , (1 - d_m)] dont la limite supérieure (1 - d_m) est aléatoire .

La transformée de Fourier de la fonction de modulation u_a (pour la phase *a*) sur une période de modulation T_m constante a pour expression :

$$U_{am}(f) = \frac{1}{\pi f}\sin(\pi f d_{am} T)\, e^{-j\pi f d_{am} T}\, e^{-j2\pi f \beta_m (1-d_{am})T}\, e^{-j2\pi f (m-1)T} \tag{III.31}$$

L'expression générale de la PSD pour un tel signal est donnée par [20] :

$$W(f) = \frac{\varepsilon}{MT}\left(\|X(f)\|_1 - \|Y(f)\|_2^2\right) + \frac{\varepsilon}{(MT)^2} I^T Y(f) Y^*(f) I \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{MT}\right) \tag{III.32}$$

Avec :

T : période de modulation (égale à la période de la porteuse).

M: indice de modulation, il est égal au rapport de la période de la référence T_1 par la période de la porteuse T : $M = \frac{T_1}{T}$.

δ : impulsion de Dirac.

I : vecteur colonne unité d'ordre M.

I^T : vecteur ligne unité d'ordre M.

$\|X(f)\|_1$: Norme d'ordre 1 du vecteur $X(f)$.

$Y^*(f)$: Conjugué de $Y(f)$.

$\|Y(f)\|_2^2$: carré de la norme d'ordre 2 du vecteur $Y(f)$.

Les vecteurs $X(f)$ et $Y(f)$ ont pour expressions :

$$X(f) = \begin{bmatrix} E\left(|U_1(f)|^2\right) \\ .. \\ E\left(|U_m(f)|^2\right) \\ .. \\ E\left(|U_M(f)|^2\right) \end{bmatrix} \tag{III.33}$$

$$Y(f)=\begin{bmatrix} E(U_1(f)) \\ .. \\ E(U_m(f)) \\ .. \\ E(U_M(f)) \end{bmatrix} \qquad \text{(III.34)}$$

Les vecteurs $X(f)$, $Y(f)$ et la constante ε dépendent de la tension de sortie considérée, ils sont déduits à partir des relations (III.20) à (III.22) comme suit :

- tension v_{a0} :

$$U_m(f)=U_{am}(f), \quad m=1, \ldots, M. \qquad \text{(III.35)}$$

$$\text{Et :} \begin{cases} \varepsilon=1 \ \text{ pour } \ f=0 : (\text{composante continue}) \\ \varepsilon=2 \ \text{ pour } \ f>0 \end{cases}$$

- tension u_{ab}:

$$U_m(f)=(U_{am}(f)-U_{bm}(f)), \quad m=1, \ldots, M. \qquad \text{(III.36)}$$

$$\text{Et : } \varepsilon=2, \ \text{avec } f>0 .$$

- tension v'_a :

$$U_m(f)=(2U_{am}(f)-U_{bm}(f)-U_{cm}(f)), \ m=1, \ldots, M. \qquad \text{(III.37)}$$

$$\text{Et : } \varepsilon=\frac{2}{3}, \ \text{avec } f>0 .$$

Notes : Il y a lieu d'émettre les remarques suivantes :

- D'une part, le cas particulier où $M = 1$ correspond exactement à l'expression de la PSD de la tension pour les convertisseurs DC-DC (hacheur série et hacheur en pont). En effet, pour le hacheur série ou pour le hacheur en pont, le rapport cyclique d est constant ; il suffit alors de considérer la fonction de modulation sur une période de la porteuse, tel n'est pas le cas pour l'onduleur de tension car le rapport cyclique varie d'une période de la porteuse à une autre de manière périodique avec une période égale à celle du fondamental. Pour pouvoir décrire

entièrement la fonction de modulation, on est amené à l'exprimer sur toute une période du fondamental, ce qui correspond alors à un vecteur de dimension égale à M. Ensuite, nous effectuons le même raisonnement utilisé au chapitre II.

- L'expression générale (III.32) reste valable pour tout train d'impulsions de période fixe et de position aléatoire, que ce soit pour la tension simple v_{a0}, la tension composée u_{ab} ou encore la tension v'_a aux bornes d'une charge équilibrée montée en étoile sans fil neutre. Il suffit de considérer la fonction de modulation correspondante à l'aide des relations III.35 à III.37 et construire les vecteurs $X(f)$ et $Y(f)$ correspondants à l'aide des relations III.33 et III.34.
- La tension v'_a n'est pas étudiée dans ce travail, le principe reste le même, cependant les calculs deviennent plus lourds.
- Comme dans la conversion DC-DC, le cas de la MLI classique (ou déterministe) et le cas de la configuration (RLLM) peuvent être retrouvés facilement pour chacune des trois tensions de sortie (v_{a0}, u_{ab} et v'_a) comme suit :

a. Cas de la modulation classique

Le créneau de la tension est centré au milieu de la période de modulation correspondante, ce qui donne : $\beta = 0.5$, avec une probabilité $p_\beta = 1$. Pour cette configuration particulière, seule la composante discrète de la PSD existe ; il en résulte une PSD sous la forme d'harmoniques de puissance centrés sur les multiples de la fréquence de modulation.

b. Cas de la configuration RLLM

Pour cette configuration, deux positions du créneau de tension sont possible (début et fin de période de modulation), ce qui correspond à $\beta \in \{0, 1\}$ de manière équiprobable, ($p_\beta = 0.5$). Comme en DC-DC, l'intérêt principal de cette configuration réside dans le fait que le nombre de commutations est divisé par deux, ce qui permet de réduire de moitié les pertes par commutation.

III.2. Configuration RCFM

La porteuse est triangulaire symétrique de période T aléatoire entre deux (02) valeurs T_{min} et T_{max}, ($\beta = 0.5$). Le signal est alors centré au milieu de la période de modulation, (figure III.8) :

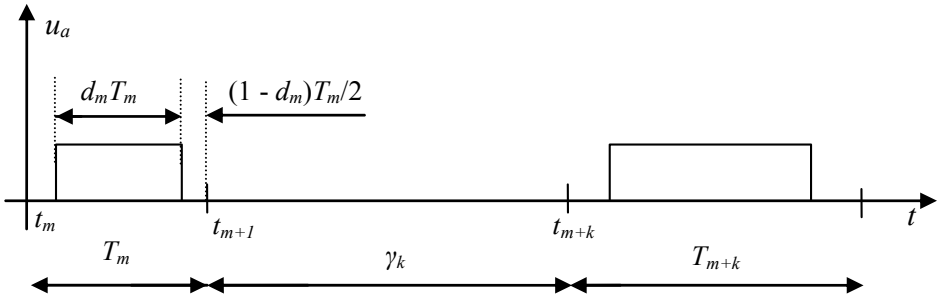


Figure III.8. Fonction de modulation

La transformée de Fourier de la fonction de modulation $u_a(t)$ (phase a) sur une période de modulation T_m donne:

$$U_{am}(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j\pi f T_m} \sin(\pi f d_{am} T_m) e^{-j2\pi f t_m} \tag{III.38}$$

Notons que les fonctions de modulation des phases b et c ont les mêmes expressions que celle de la phase a (expression III.38), il suffit de changer le rapport cyclique d_{am} par d_{bm} et d_{cm} respectivement. Les relations (III.35) à (III.37) permettent de déduire les contenus spectraux des tensions v_{a0}, u_{ab} et v'_a respectivement.

III.2.1. Tension simple v_{a0}

Pour cette configuration, nous avons montré à la fin du paragraphe II précédent que la fonction de modulation $u_a(t)$ ne peut pas être classée comme étant un signal SSL (stationnaire au sens large) à cause du rapport cyclique d_{am} qui devient non déterministe car il dépend de l'instant d'échantillonnage aléatoire t_m. Les expressions III.28 et III.29 du rapport cyclique permettent de rendre stationnaire ce signal et l'expression générale (I.14) de la PSD donnée au chapitre I (page 27), peut alors être utilisée. Ensuite, le même raisonnement que pour les convertisseurs DC-DC, (page 37), aboutit à l'expression générale suivante :

$$W_a(f) = \frac{\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} E\left[\sin^2(\pi f T_m d_a(t'_m, \theta))\right]$$
$$+ \frac{2\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} \text{Real}\left\{\sum_{k=1}^{\infty} E\left[\sin(\pi f T_m d_a(t'_m, \theta)) e^{-j\pi f T_m} e^{-j\pi f t_m} \sin(\pi f T_{m+k} d_a(t'_{m+k}, \theta)) e^{j\pi f T_m} e^{j\pi f t_{m+k}}\right]\right\} \tag{III.39}$$

Avec : $\begin{cases} \varepsilon = 1 \text{ pour } f = 0 \\ \varepsilon = 2 \text{ pour } f > 0 \end{cases}$

En considérant $t_{m+k} - t_m = T_m + \gamma_k$ et $\gamma_k = \sum_{l=m+1}^{m+k-1} T_l$, l'expression (III.39) devient :

$$W_a(f) = \frac{\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} E\left[\sin^2\left(\pi f T_m d_a(t'_m, \theta)\right)\right] + \frac{2\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} \text{Real}\left\{\sum_{k=1}^{\infty} E\left[\sin\left(\pi f T_m d_a(t'_m, \theta)\right) e^{j\pi f T_m} \sin\left(\pi f T_{m+k} d_a(t'_{m+k}, \theta)\right) e^{j\pi f T_{m+k}} e^{j2\pi f \gamma_k}\right]\right\} \quad \text{(III.40)}$$

Avec :

$t'_m = (m-1)\overline{T}$.

$t'_{m+k} = (m-1+k)\overline{T}$.

θ : aléatoire entre 0 et 2π.

L'adoption d'une approximation appelée "approximation de Bech", [78]-[79], permet d'établir une expression approchée de la PSD. Cette approximation concerne les points suivants :

- $\gamma_k = \sum_{l=m+1}^{m+k-1} T_l \approx (k-1)\overline{T}$.
- $d_a(t'_{m+k} + lT_1, \theta) \approx d_a(t'_{m+k}, \theta)$: l étant un entier quelconque et T_1 étant la période du signal de référence ; variation périodique du rapport cyclique d_a.

Dans ces conditions, on peut considérer la fonction de modulation sur une période de la référence plutôt que de la considérer sur une période de la porteuse, ce qui permet d'établir l'expression condensée de la PSD suivante :

$$W_a(f) \approx \frac{\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} E\left[\sin^2\left(\pi f T_m d_a(0, \theta)\right)\right] + \frac{2\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} \text{Real}\left\{\begin{array}{l} \sum_{k=1}^{M} E_\theta\left[\begin{array}{l} E_{T_m}\left[\sin\left(\pi f T_m d_a(0,\theta)\right) e^{j\pi f T_m}\right] \\ \times E_{T_{m+k}}\left[\sin\left(\pi f T_{m+k} d_a(k\overline{T}, \theta)\right) e^{j\pi f T_{m+k}}\right] \end{array}\right] E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^{k-1} \\ \times\left(1 - E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^M\right)^{-1} \end{array}\right\} \quad \text{(III.41)}$$

Avec : $M = round\left(\frac{T_1}{\overline{T}}\right)$, *round* (.) : arrondi du nombre entre parenthèses.

Notons que les périodes T_m et T_{m+k} sont respectivement indépendantes de indices m et $m + k$, qui signifient simplement $m^{ème}$ et $(m + k)^{ème}$ tirages ; ainsi, l'expression (III.41) reste générale si m est considéré nul ($m = 0$) et l'expression finale s'écrit [79]:

$$W_a(f) \approx \frac{\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} E_{\theta,T}\left[\sin^2\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right)\right] + \frac{2\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} \text{Real}\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{M} E_\theta\left[\begin{array}{l} E_T\left[\sin\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right) e^{j\pi f T}\right] \\ \times E_T\left[\sin\left(\pi f T d_a\left(k\overline{T},\theta\right)\right) e^{j\pi f T}\right] \end{array}\right] E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^{k-1} \\ \times\left(1 - E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^M\right)^{-1} \end{array}\right\} \quad \text{(III.42)}$$

III.2.2. Tension composée u_{ab}

A partir de l'équation (I.14), la même démarche que pour la tension v_{a0} permet d'obtenir l'expression de la PSD de u_{ab}, il suffit de prendre la fonction de modulation correspondante donnée par l'expression (III.36), ainsi :

$$W_{ab}(f) = \frac{2}{\overline{T}(\pi f)^2} E\left[\left\{\sin\left(\pi f T_m d_a(t'_m,\theta)\right) - \sin\left(\pi f T_m d_b(t'_m,\theta)\right)\right\}^2\right] + \frac{4}{\overline{T}(\pi f)^2} \text{Real}\left\{\sum_{k=1}^{\infty} E\left[\begin{array}{l} \left\{\sin\left(\pi f T_m d_a(t'_m,\theta)\right) - \sin\left(\pi f T_m d_b(t'_m,\theta)\right)\right\} e^{j\pi f T_m} \\ \times \left\{\sin\left(\pi f T_{m+k} d_a(t'_{m+k},\theta)\right) - \sin\left(\pi f T_{m+k} d_b(t'_{m+k},\theta)\right)\right\} e^{j\pi f T_{m+k}} \\ \times e^{j2\pi f \gamma_k} \end{array}\right]\right\} \quad \text{(III.43)}$$

Avec : $f > 0$

Les mêmes approximations effectuées pour la tension v_{a0} nous permettent d'obtenir l'expression approchée de la PSD suivante :

$$W_{ab}(f) \approx \frac{2}{\overline{T}(\pi f)^2} E_{\theta,T}\left[\left\{\sin\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right) - \sin\left(\pi f T d_b(0,\theta)\right)\right\}^2\right] + \frac{4}{\overline{T}(\pi f)^2} \text{Real}\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{M} \left\{ \begin{array}{l} E_\theta\left[\begin{array}{l} E_T\left[\left\{\sin\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right) - \sin\left(\pi f T d_b(0,\theta)\right)\right\} e^{j\pi f T}\right] \\ \times E_T\left[\left\{\sin\left(\pi f T d_a\left(k\overline{T},\theta\right)\right) - \sin\left(\pi f T d_b\left(k\overline{T},\theta\right)\right)\right\} e^{j\pi f T}\right] \end{array}\right] \\ \times E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^{k-1} \end{array}\right. \\ \left. \times\left(1 - E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^M\right)^{-1} \right. \end{array}\right\} \quad \text{(III.44)}$$

Avec : $f > 0$

III.3. Configuration RCFM-RPPM

Pour cette configuration, T et δ sont aléatoires et indépendants, (Figure III.9) :

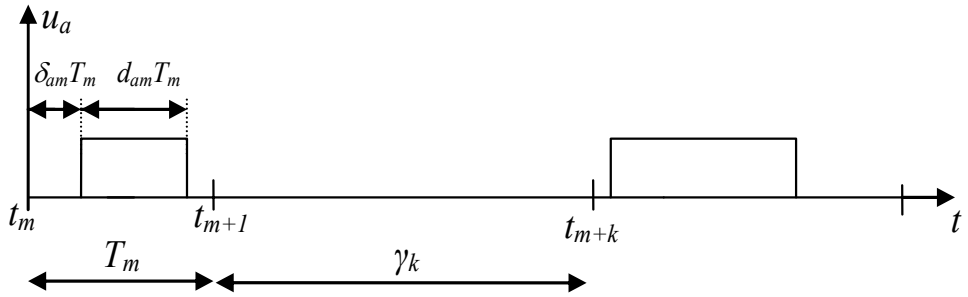


Figure III.9. Fonction de modulation

La transformée de Fourier du signal u_a sur une période de modulation a pour expression :

$$U_{am}(f) = \frac{1}{\pi f} e^{-j\pi f(2\delta_{am}+d_{am})T_m} \sin(\pi f d_{am} T_m) e^{-j\pi f t_m} \tag{III.44}$$

Avec :

$\delta_{am} = \beta_m(1-d_{am})$

β_m aléatoire entre $\beta_{\min} \geq 0$ et $\beta_{\max} \leq 1$.

III.3.1. Tension simple v_{a0}

A partir de l'expression de la fonction de modulation (III.35) et après l'introduction de la variable aléatoire θ, l'expression générale de la PSD de v_{a0} (considérée alors comme un signal SSL) peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} W_a(f) &= \frac{\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} E\left[\sin^2(\pi f T_m d_a(t'_m,\theta))\right] \\ &+ \frac{2\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} \text{Real}\left\{\sum_{k=1}^{\infty} E\left\{\begin{array}{l} \sin(\pi f T_m d_a(t'_m,\theta)) e^{-j2\pi f\beta_m(1-d_a(t'_m,\theta))} e^{-j\pi f d_a(t'_m,\theta)T_m} \\ \times \sin(\pi f T_{m+k} d_a(t'_{m+k},\theta)) e^{j2\pi f\beta_{m+k}(1-d_a(t'_{m+k},\theta))} e^{-j\pi f d_a(t'_{m+k},\theta)T_{m+k}} \\ \times e^{j2\pi f(t_{m+k}-t_m)} \end{array}\right\}\right\} \end{aligned} \tag{III.45}$$

Avec : $\begin{cases} \varepsilon = 1 \text{ pour } f = 0 \\ \varepsilon = 2 \text{ pour } f > 1 \end{cases}$

Pour cette configuration, l'expression de la PSD devient plus complexe ; trois variable sont aléatoires : T, β et θ. La même démarche que pour la configuration RCFM permet d'aboutir à la forme condensée suivante :

$$W_a(f) \approx \frac{\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2} E_{\theta,T_m}\left[\sin^2\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right)\right] + \frac{2\varepsilon}{\overline{T}(\pi f)^2}\text{Real}\left\{\begin{array}{l}\sum_{k=1}^{N}\left\{E_\theta\left[\begin{array}{l}E_T\left[\sin\left(\pi f d_a(0,\theta)\right)e^{j\pi f(2-d_a(0,\theta))T}E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d_a(0,\theta))T}\right]\right] \\ \times E_T\left[\sin\left(\pi f T d_a\left(k\overline{T},\theta\right)\right)e^{j\pi f\left(d_a\left(k\overline{T},\theta\right)\right)T}E_\beta\left[e^{j2\pi f\beta\left(1-d_a\left(k\overline{T},\theta\right)\right)T}\right]\right]\end{array}\right]E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]^{k-1}\right\} \\ \times\left(1-E_T\left[e^{j2\pi fT}\right]^M\right)^{-1}\end{array}\right. \quad \text{(III.46)}$$

III.3.2. Tension composée u_{ab}

La fonction de modulation utilisée est celle donnée par l'équation (III.36) et l'équation générale de la PSD qui en résulte est:

$$W_{ab}(f) = \frac{2}{\overline{T}(\pi f)^2}E\left[\begin{pmatrix}\sin\left(\pi f T_m d_a\left(t'_m,\theta\right)\right)e^{-j2\pi f\beta_m(1-d_a(t'_m,\theta))}\,e^{-j\pi f d_a(t'_m,\theta)T_m} \\ -\sin\left(\pi f T_m d_b\left(t'_m,\theta\right)\right)e^{-j2\pi f\beta_m(1-d_b(t'_m,\theta))}\,e^{-j\pi f d_b(t'_m,\theta)T_m}\end{pmatrix}^2\right] + \frac{4}{\overline{T}(\pi f)^2}\text{Real}\left\{\sum_{k=1}^{\infty}E\left[\begin{array}{l}\left[\begin{pmatrix}\sin\left(\pi f T_m d_a\left(t'_m,\theta\right)\right)e^{-j2\pi f\beta_m(1-d_a(t'_m,\theta))}\,e^{-j\pi f d_a(t'_m,\theta)T_m} \\ -\sin\left(\pi f T_m d_b\left(t'_m,\theta\right)\right)e^{-j2\pi f\beta_m(1-d_b(t'_m,\theta))}\,e^{-j\pi f d_b(t'_m,\theta)T_m}\end{pmatrix}e^{j2\pi fT_m}\right] \\ \times\left[\begin{pmatrix}\sin\left(\pi f T_{m+k} d_a\left(t'_{m+k},\theta\right)\right)e^{j2\pi f\beta_{m+k}(1-d_a(t'_{m+k},\theta))}\,e^{j\pi f d_a(t'_{m+k},\theta)T_{m+k}} \\ -\sin\left(\pi f T_{m+k} d_b\left(t'_{m+k},\theta\right)\right)e^{j2\pi f\beta_{m+k}(1-d_b(t'_{m+k},\theta))}\,e^{-j\pi f d_b(t'_{m+k},\theta)T_{m+k}}\end{pmatrix}\right] \\ \times e^{j2\pi f\gamma_k}\end{array}\right]\right\} \quad \text{(III.47)}$$

Avec : $f > 0$

Nous effectuons les mêmes approximations que pour la simple modulation (RCFM) (paragraphe III.2.1) et l'expression approchée de la PSD devient :

$$W_{ab}(f) \approx \frac{2}{\overline{T}(\pi f)^2} E_{\theta,T}\begin{bmatrix} \sin^2(\pi f T d_a(0,\theta)) + \sin^2(\pi f T d_b(0,\theta)) \\ -2\sin(\pi f T d_a(0,\theta))\sin(\pi f T d_b(0,\theta)) \\ \times E_\beta\left[\cos(\pi f T(1-2\beta)(d_a(0,\theta)-d_b(0,\theta)))\right] \end{bmatrix}$$

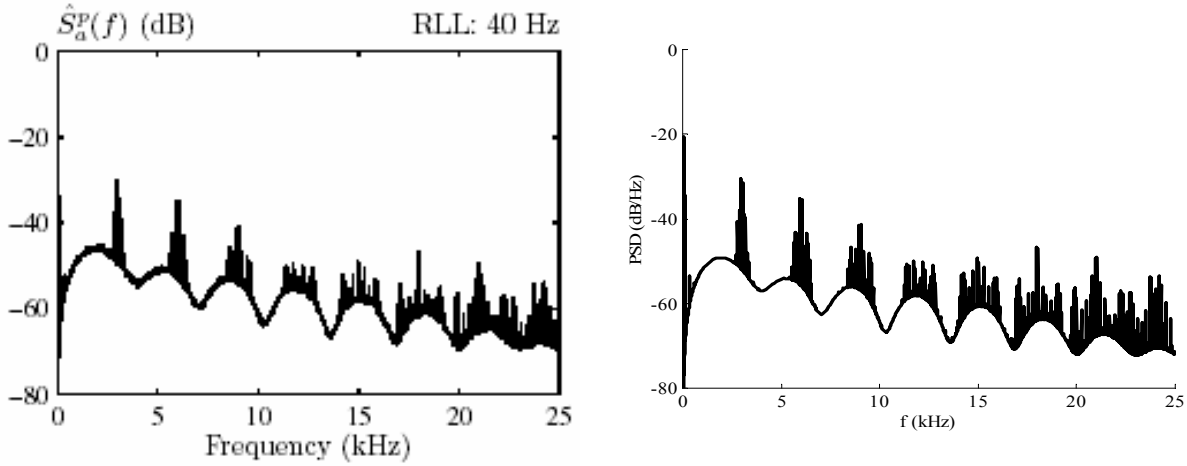
$$+\frac{4}{\overline{T}(\pi f)^2}\,\mathrm{Real}\left\{\sum_{k=1}^{N}\left\{\begin{array}{l} E_\theta\left[\begin{array}{l} E_T\left[\begin{array}{l} \sin(\pi f T d_a(0,\theta))\, e^{j\pi f(2-d_a(0,\theta))T} E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d_a(0,\theta))T}\right] \\ -\sin(\pi f T d_b(0,\theta))\, e^{j\pi f(2-d_b(0,\theta))T} E_\beta\left[e^{-j2\pi f\beta(1-d_b(0,\theta))T}\right] \end{array}\right] \\ \times E_T\left[\begin{array}{l} \sin(\pi f T d_a(k\overline{T},\theta))\, e^{j\pi f d_a(k\overline{T},\theta)T} E_\beta\left[e^{j2\pi f\beta(1-d_a(k\overline{T},\theta))T}\right] \\ -\sin(\pi f T d_b(k\overline{T},\theta))\, e^{j\pi f d_b(k\overline{T},\theta)T} E_\beta\left[e^{j2\pi f\beta(1-d_b(k\overline{T},\theta))T}\right] \end{array}\right] \end{array}\right] \\ \times E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^{k-1} \\ \times\left(1-E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^{M}\right)^{-1} \end{array}\right\}\right.$$

(III.48)

IV. Validation des modèles de la PSD

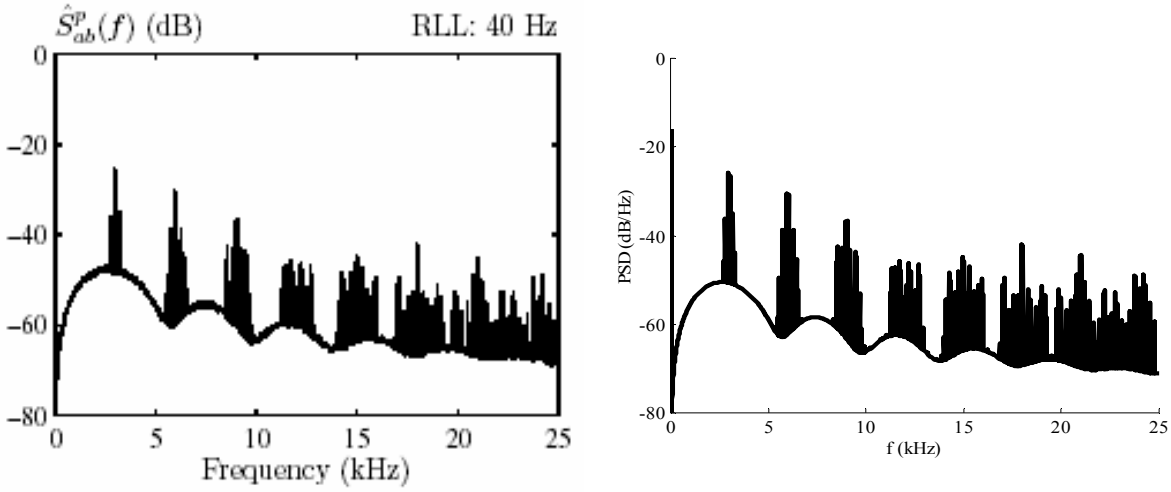
IV.1. Configuration RPPM

Seul le cas particulier de la configuration RLLM (random lead lag modulation) peut être adapté à une comparaison avec des résultats de mesure publiés dans la littérature, le cas général de la RPPM avec une variation continue de la position du signal MLI n'a pas été traité en DC-AC à notre connaissance. La comparaison entre la PSD mesurée dans la référence [20] et calculée à partir des expressions (III.32) et (III.35) pour v_{a0} (figure III.10) et à partir des expressions (III.32) et (III.36) pour u_{ab} (figure III.11), montre une parfaite concordance.



a. Résultat de mesure [20] **b.** Notre résultat de calcul

Figure III.10. Comparaison entre la PSD mesurée et la PSD calculée de la tension v_{a0} pour : $r = 0.8, f_1 = 40$ Hz, $F_s = 3$ kHz, $\beta \in \{0, 1\}, p_b = 0.5$



a. résultat de mesure [20] **b.** Notre résultat de calcul

Figure III.11. Comparaison entre la PSD mesurée et la PSD calculée de la tension u_{ab}

$r = 0.8, f_1 = 40$ Hz, $F_s = 3$ kHz, $\beta \in \{0, 1\}$, $p_b = 0.5$

IV.2. Configuration RCFM

En référence [79] les auteurs proposent un modèle mathématique de la PSD pour v_{a0} et u_{ab} ainsi que des résultats de mesure. Les applications qu'ils proposent correspondent à une variation aléatoire discrète de la période de modulation dans un ensemble fini de périodes équiprobables (limited pool).

Pour la tension v_{a0}, notre modèle est équivalent à celui proposé dans cette référence, alors que pour la tension $u_{ab,}$ le modèle proposé par ces auteurs présente une certaine différence Cette différence se situe à notre avis au niveau de la simplification de l'expression finale ; l'expression de la PSD qu'ils proposent est la suivante :

$$W_{ab}(f) \approx \frac{4}{\overline{T}(\pi f)^2} E_{\theta,T}\left[\sin^2\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right) - \sin\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right)\sin\left(\pi f T d_b(0,\theta)\right)\right]$$
$$+ \frac{8}{\overline{T}(\pi f)^2}\,\mathrm{Real}\left\{\sum_{k=1}^{M}\left\{\begin{array}{l} E_\theta\left[\begin{array}{l} E_T\left[\left\{\sin\left(\pi f T d_a(0,\theta)\right) - \sin\left(\pi f T d_b(0,\theta)\right)\right\}e^{j\pi f T}\right] \\ \times E_T\left[\sin\left(\pi f T d_a\left(k\overline{T},\theta\right)\right)e^{j\pi f T}\right] \end{array}\right] \\ \times E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^{k-1} \\ \quad \times\left(1 - E_T\left[e^{j2\pi f T}\right]^{M}\right)^{-1} \end{array}\right\}\right\} \qquad \text{(III.49)}$$

La figure III.12, compare les résultats de calcul à partir de notre modèle (expression III.42) avec la mesure de la PSD de v_{a0} [79] dans les mêmes conditions. D'autre part, la figure III.13 compare d'un côté le résultat de calcul à partir de notre modèle (expression III.44) et d'un autre côté, les résultats de calcul (expression III.49 ci-dessus) et de mesure publiés dans la même référence [79] dans les mêmes conditions suivantes:

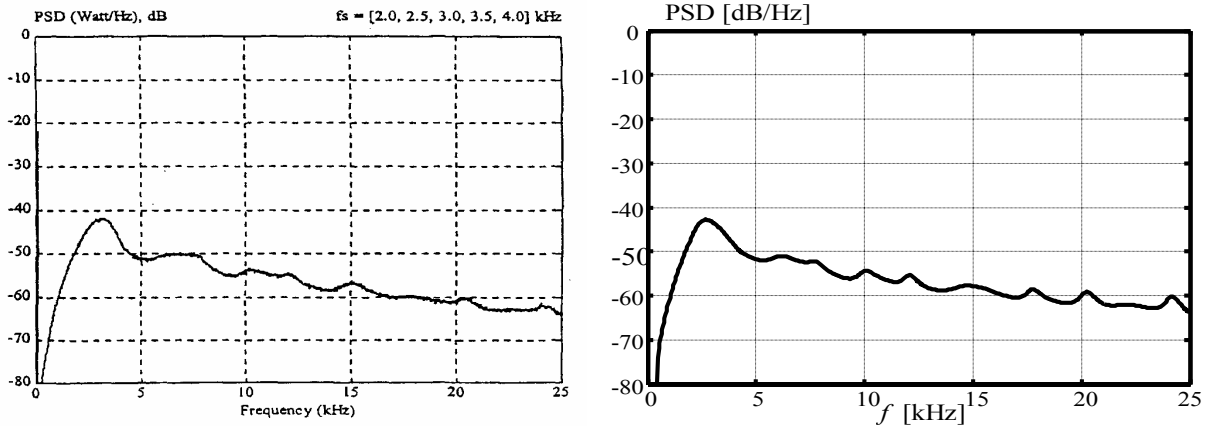
- Pour la figure (III.12), la référence est sinusoïdale et pour la figure (III.13), la référence est sinusoïdale avec injection du troisième harmonique ; pour les deux cas, le fondamental a pour fréquence : $f_1 = 40$ Hz,
- Coefficient de réglage en tension : $r = 0.8$,
- Porteuse triangulaire de fréquence f_p aléatoire discrète :

  - pour la figure III.12, $f_p \in \{2000, 2500, 3000, 3500, 4000 \text{ Hz}\}$ ce qui correspond à cinq périodes de modulation discrètes équiprobables.

  - pour la figure III.13, $f_p \in \{2000, 3000, 4000 \text{ Hz}\}$de manière équiprobable.

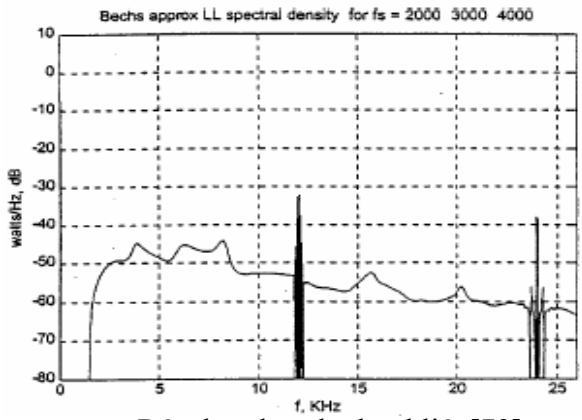
La figure III.12 montre qu'il y a une très bonne corrélation entre la mesure et le calcul pour v_{a0}. Cependant, pour u_{ab} (Figure III.13), nous constatons une meilleure corrélation entre notre résultat de calcul et le résultat de mesure publié, notamment en basses fréquences. En effet, le modèle proposé dans [79] s'écarte de la mesure en basses fréquences.

Notons que les pics de la PSD relevés autour des fréquences 12 kHz et 24 kHz (Figure III.13) correspondent aux multiples de 2 et du PPMC (Plus Petit Multiple Commun) des fréquences de la porteuse [20]. Dans la figure III.12, le PPMC des cinq (05) fréquences équiprobables de la porteuse est égal à 420 kHz et les pics n'y apparaissent pas.

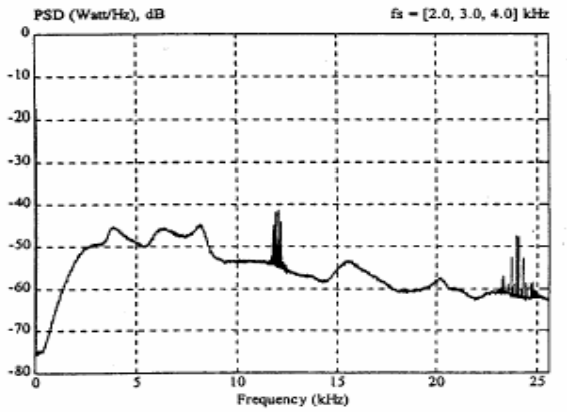


a. Résultat de mesure [79] **b.** Notre résultat de calcul

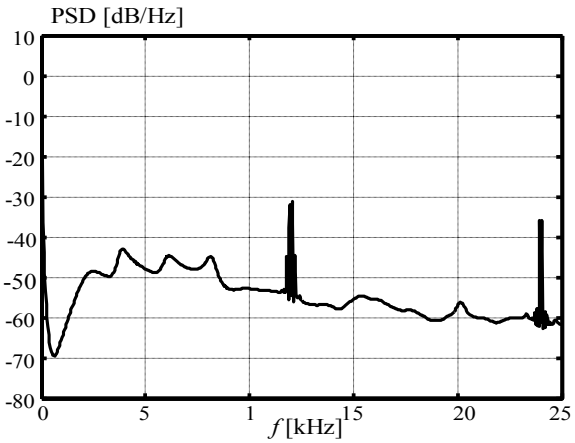
Figure III.12. Comparaison entre les PSD de v_{a0} mesurée calculée (référence sinusoïdale) $r = 0.8, f_1 = 40$ Hz, $F_s \in \{2, 2.5, 3, 3.5 \text{ et } 4 \text{ kHz}\}$.



a. Résultat de calcul publié [79]



b. Résultat de mesure publié [79]



c. Notre résultat de calcul

Figure III.13. Comparaison entre la mesure et le calcul (référence sinusoïdale avec injection de l'harmonique 3) : r = 0.8, f_1 = 40 Hz, $F_s \in \{2, 3 \text{ et } 4 \text{ kHz}\}$.

Pour montrer la différence entre notre modèle et celui proposé dans cette référence, la figure III.14 compare les PSD en basses fréquences dans les mêmes conditions que la figure III.13. Nous remarquons bien une nette différence en basses fréquences (fréquences inférieures à la fréquence moyenne de modulation F_s = 3 kHz) et c'est dans ce domaine que les harmoniques ont le plus d'effet sur la charge (machine électrique par exemple).

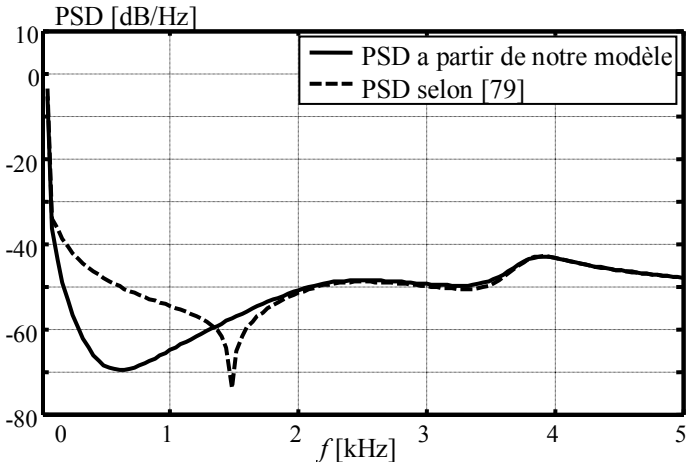
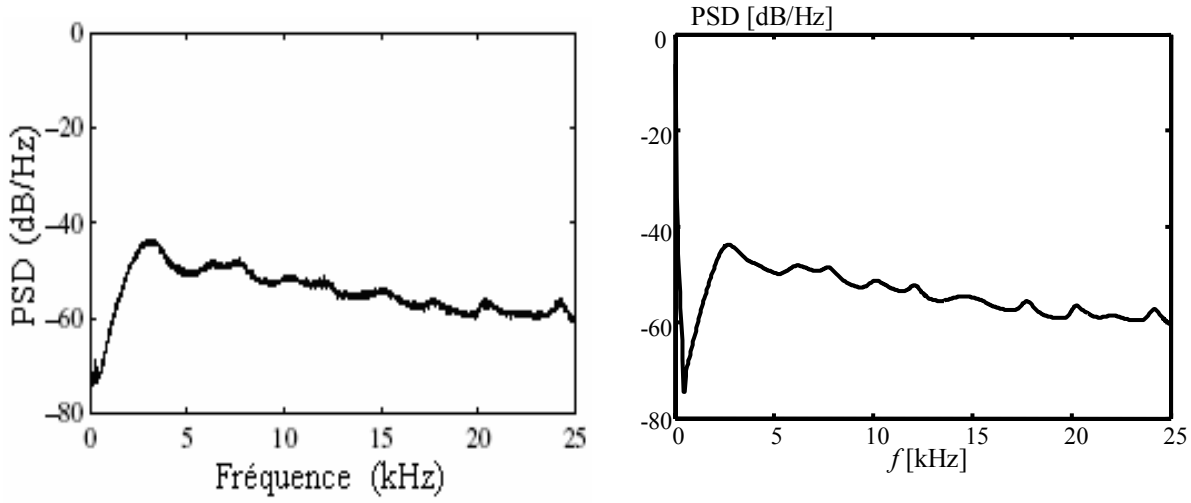


Figure III.14. Comparaison des deux modèles en basses fréquences

Pour renforcer encore la validité de notre modèle, la figure III.15 montre bien la bonne corrélation entre la PSD de u_{ab} obtenue par notre modèle et le résultat de mesure publié dans [20] dans les mêmes conditions. Les deux résultats sont concordants sur la forme et sur l'amplitude aussi bien en basses fréquences qu'en hautes fréquences.



a. Résultat de mesure [20] **b.** Notre résultat de calcul

Figure III.15. Comparaison entre les PSD de u_{ab} mesurée calculée (référence sinusoïdale)
$r = 0.8, f_1 = 40$ Hz, $F_s \in \{2, 2.5, 3, 3.5$ et 4 kHz$\}$

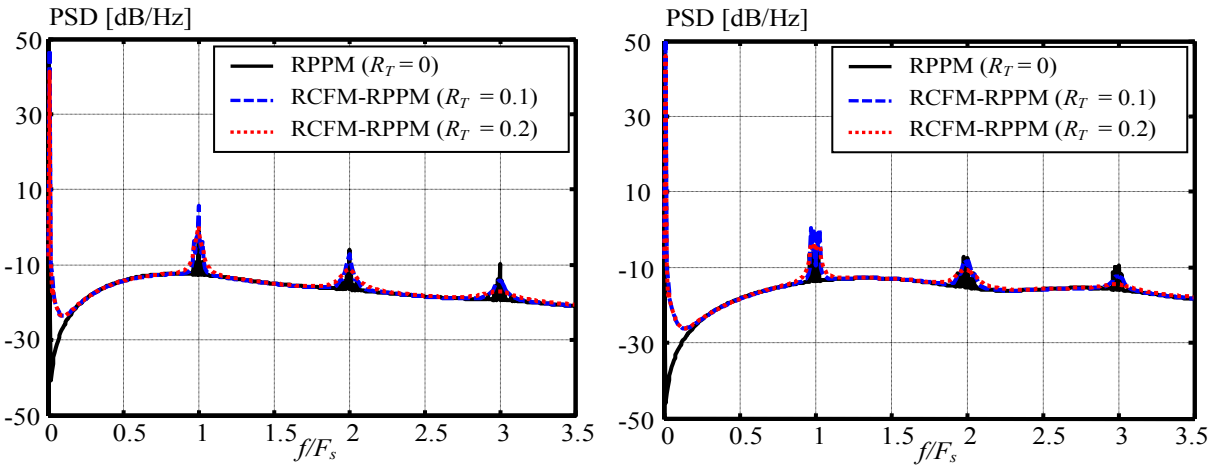
IV.3. Configuration RCFM-RPPM

Faute de résultats expérimentaux dans la littérature, la validation du modèle de cette configuration est effectuée mathématiquement comme en DC-DC ; une diminution progressive de l'intervalle de variation de T fait tendre la PSD vers celle de la RPPM et une diminution progressive de l'intervalle de variation de β fait tendre la PSD vers celle de la RCFM.

Les résultats présentés en figures III.16 et III.17 sont donnés dans le système per unit avec les paramètres suivants :

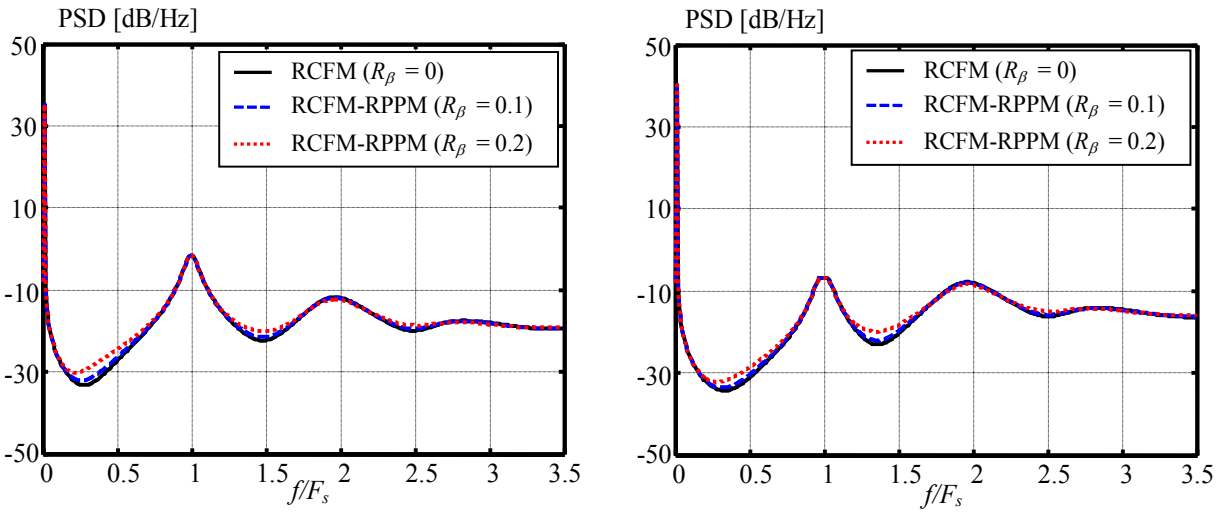
- Tension d'entrée : $2E = 2$ pu : La tension v_{a0} varie entre 1 pu et -1 pu.
- Porteuse :
  - période T : la valeur moyenne est $\overline{T} = 1$ pu et le tirage aléatoire suit la loi uniforme dans l'intervalle : $\left[\overline{T}\left(1-\frac{R_T}{2}\right),\ \overline{T}\left(1+\frac{R_T}{2}\right)\right]$.
  - Coefficient β : la valeur moyenne est $\overline{\beta} = \frac{1}{2}$ et le tirage aléatoire suit la loi uniforme dans l'intervalle : $\left[\overline{\beta}\left(1-\frac{R_\beta}{2}\right), \overline{\beta}\left(1+\frac{R_\beta}{2}\right)\right]$.
- Référence : La période est $T_1 = M\overline{T}$, (M = 75) et l'amplitude est r = 0.8 (r est aussi le coefficient de réglage en tension)

La figure III.16 montre bien qu'une diminution progressive de R_T fait tendre les PSD de v_{a0} et de u_{ab} vers celles de la RPPM. De même, la figure III.17 montre bien qu'une diminution progressive de R_β fait tendre les mêmes PSD vers celles de la RCFM, ce qui conforte le modèle que nous proposons pour cette configuration.



a. PSD de v_{a0} **b.** PSD de u_{ab}

Figure III.16. Comparaison avec la RPPM



a. PSD de v_{a0} **b.** PSD de u_{ab}

Figure III.17. Comparison avec la RCFM

V. Analyse de la tension de sortie

Dans ce paragraphe, nous effectuons une analyse de la tension de sortie (tension simple v_{a0} et tension composée u_{ab}) pour les différentes stratégies de modulation. Comme en DC-DC, l'apport de la double modulation aléatoire (RCFM-EPPM) est observé par comparaison avec la simple modulation aléatoire la plus performante qui est la RCFM. Cette étude est menée avec plus de détails pour la stratégie triangulo-sinusoïdale et la stratégie HSVM ; le cas de l'injection de l'harmonique trois est traité seulement dans la dernière partie consacrée à la comparaison des trois stratégie randomisées.

Pour la stratégie triangulo-sinusoïdale, l'influence des paramètres aléatoires β et T sur la l'étalement de la PSD est analysée.

Pour la HSVM, nous commençons par observer l'influence du facteur k_0, ensuite l'analyse des effets de T et β est effectuée.

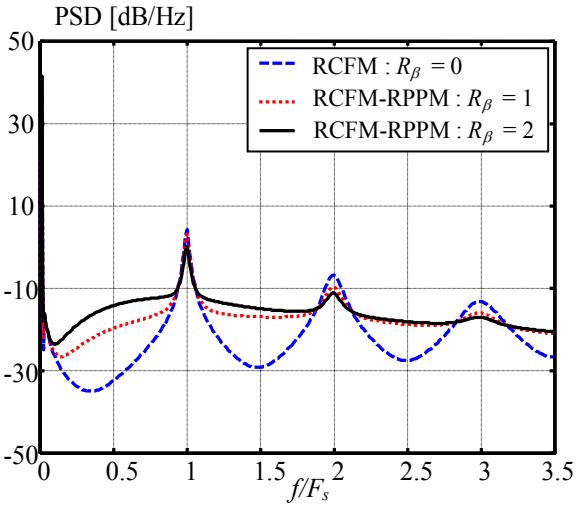
Enfin, les PSD de la tension de sortie, sont comparées pour les différentes stratégies avec les mêmes paramètres qu'au paragraphe précédent et en deux points de fonctionnement, pour lesquels le rapport *v/f* est maintenu constant :

- Premier point de fonctionnement : $M = 75$ et $r = 0.8$.
- Deuxième point de fonctionnement : $M = 150$ et $r = 0.4$.

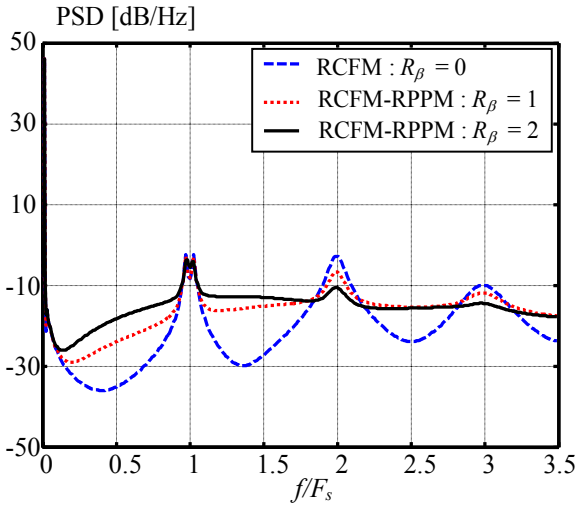
V.1. Stratégie triangulo-sinusoïdale

V.1.1. Apport de la RCFM-RPPM comparativement à la RCFM

L'apport de la RCFM-RPPM comparativement à la RCFM est mis en évidence en augmentant R_β pour R_T fixé. La figure III.18 montre les résultats obtenus pour les deux points de fonctionnement définis précédemment.

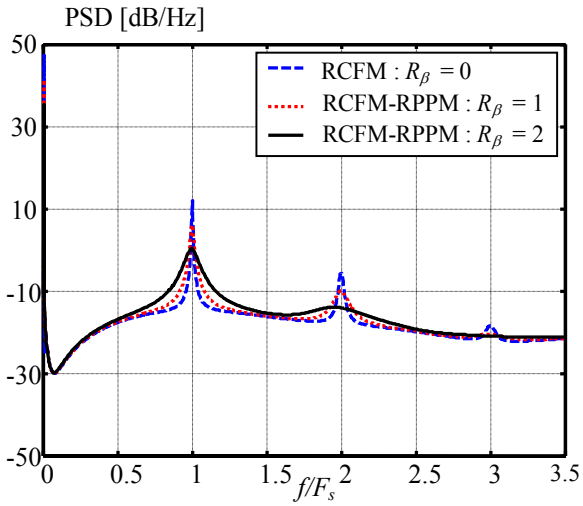


a.1. PSD de v_{a0}

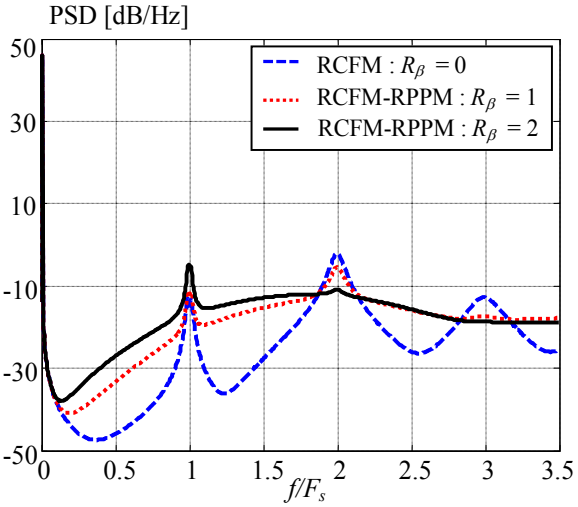


a.2. PSD de u_{ab}

a. $r = 0.8$, $M = 75$, $R_T = 0.2$, $R_\beta = 0$, 1 et 2



b.1. PSD de v_{a0}



b.2. PSD de u_{ab}

b. $r = 0.4$, $M = 150$, $R_T = 0.2$, $R_\beta = 0$, 1 et 2

Figure III.18. Influence de β sur la PSD pour R_T fixé

Ces résultats, (figure III.18) montrent bien que :

- Globalement la RCFM-RPPM rajoute un étalement substantiel de la PSD par rapport à la RCFM, que ce soit pour la tension simple ou pour la tension composée, (figure III.18).

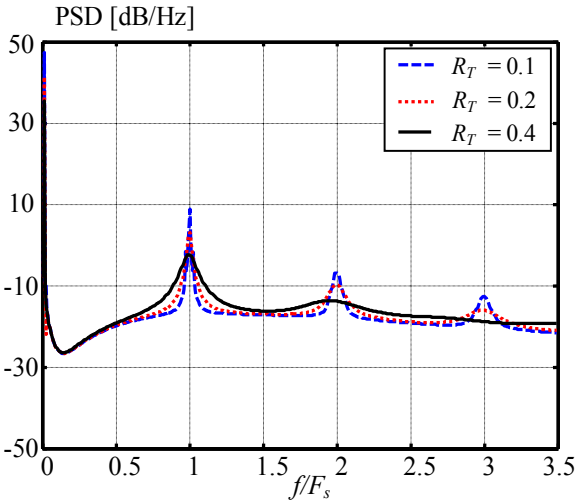
- Pour la RCFM (R_β = 0), une comparaison entre les PSD de v_{a0} et de u_{ab} montre que ces dernières ne varient pas de la même manière en fonction de la fréquence *f,* (comparaison entre les figures III.18.a.1 et III.18.a.2. d'une part, et entre les figures III.18.b.1 et III.18.b.2 d'autre part). En effet, pour cette configuration, (R_β = 0), la PSD de v_{a0} a tendance à diminuer d'amplitude avec l'augmentation de la fréquence, alors que pour u_{ab}, la PSD a tendance à augmenter autour de la fréquence $f = 2F_s$, pour amorcer ensuite une diminution quand f augmente. Ce comportement est plus net pour un coefficient de réglage r faible en figure III.18.b.2, où nous constatons que le pic de la PSD de u_{ab} qui apparaît autour de la fréquence $f = 2F_s$ est plus important que celui apparaissant autour de la fréquence de modulation F_s.

- La RCFM-RPPM n'a pas exactement le même effet que la RCFM sur les PSD de v_{a0} et de u_{ab}. En effet, si pour v_{a0}, l'action sur β permet à la fois un étalement de la PSD et une réduction importante des maximums, pour la tension u_{ab}, certes l'action sur β étale la PSD, cependant, la diminution des maximum est plus importante à partir de $f \geq 2F_s$. En effet, en figures III.18.a.2 et III.18.b.2, le premier pic de la PSD de u_{ab}, autour de $f = F_s$ a même tendance à augmenter légèrement quand R_β augmente, notamment pour r faible (figure III.18.b.2). De plus, l'allure générale est changée car la PSD à tendance à décroître avec l'augmentation de f de la même manière que pour la tension v_{a0}, ce qui n'est pas le cas pour la RCFM seule. Notons que ce comportement est analogue à celui rencontré au deuxième chapitre pour le hacheur en pont (paragraphe IV, pages 69-72). Ceci est prévisible car les fonctionnements des deux convertisseurs sont similaires, la seule différence réside dans les signaux de référence. Par conséquent, les mêmes renseignements peuvent être tirés à partir de l'analyse de l'action de R_β ; à savoir l'utilisation d'un R_β permettant de réaliser un compromis entre l'augmentation du maximum de la PSD à $f = F_s$ la diminution de celui à $f = 2F_s$. Comme pour le hacheur en pont, une valeur de R_β entre 1 et 1.5 permet de réaliser cette tache.

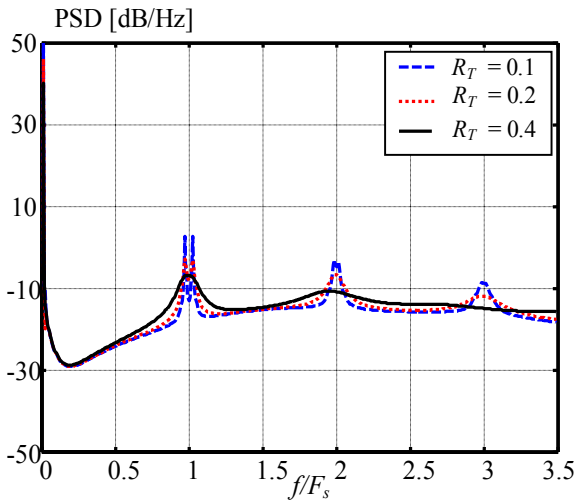
Note : dans le but de bien mettre en évidence l'influence de R_β, nous avons présenté les résultats pour une valeur de R_T assez faible (R_T = 0.2), aussi nous avons jugé utile, de montrer l'effet d'une variation de R_T dans le paragraphe suivant.

V.1.2. Influence du paramètre R_T

La figure III.19 montre l'influence de R_T (R_β étant fixé à 1) pour les deux points de fonctionnement définis précédemment.

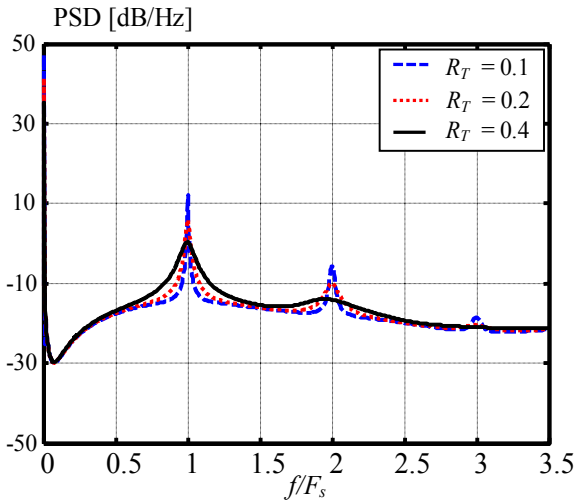


a.1. PSD de v_{a0}

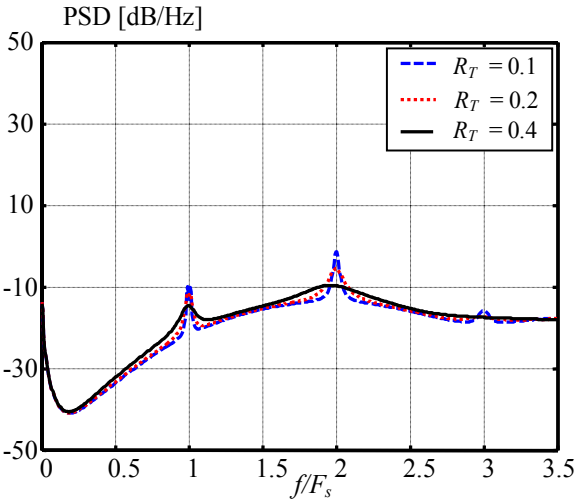


a.2. PSD de u_{ab}

a. $r = 0.8$, $M = 150$, $R_\beta = 1$, $R_T = 0.1$, 0.2 et 0.4



b.1. PSD de v_{a0}



a.2. PSD de u_{ab}

b. $r = 0.4$, $M = 150$, $R_\beta = 1$, $R_T = 0.1$, 0.2 et 0.4

Figure III.19. Influence de R_T sur la PSD pour R_β fixé

L'analyse de ces résultats montre que :

- Globalement, la valeur de R_T a une grande influence sur l'étalement de la PSD, indépendamment du point de fonctionnement, que ce soit pour la tension v_{a0} ou bien pour u_{ab} (figure III.19).

- Pour R_T faible (R_T = 0.1), les pics de la PSD sont importants, cet effet est plus important au niveau de v_{a0}, (figure III.19.a.1 et figure III.19.b.1). Afin d'obtenir un bon étalement, il est nécessaire de prendre R_T assez grand $\left(R_T \geq 0.2\right)$, (figure 19).

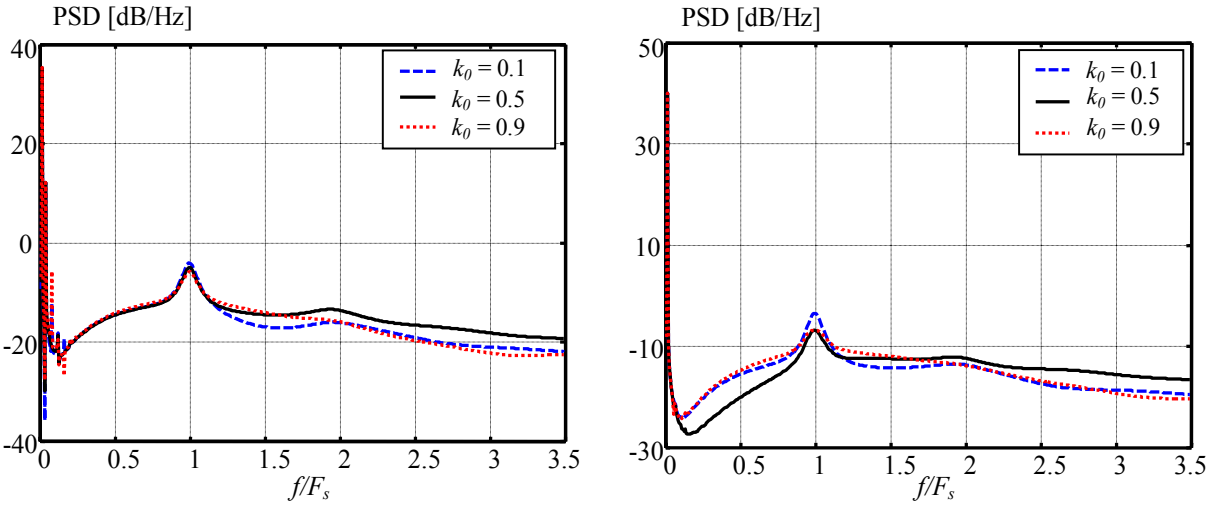
- Pour un coefficient de réglage faible (r = 0.4, figure III.19.b), la PSD de u_{ab} présente une augmentation d'amplitude relativement importante autour de la fréquence $f = 2F_s$. Nous avons vu précédemment (Figure III.18) que l'augmentation de R_β permet à la fois de réduire ce pic et de rendre monotone décroissante l'allure générale de cette PSD.

V.2. Stratégie HSVM

Pour cette stratégie, le signal de référence peut prendre différentes formes en fonction du choix du facteur k_0 entre 0 et 1, (figure III.5, page 81). Ainsi, avant d'analyser l'influence des paramètres aléatoires T et β sur la forme de la PSD, l'effet de la valeur du facteur k_0 est observé. Notons que dans cette analyse, nous utilisons les deux modèles de la PSD donnés respectivement par l'expression (III.46) pour la tension v_{a0} et par l'expression (III.48) pour u_{ab}.

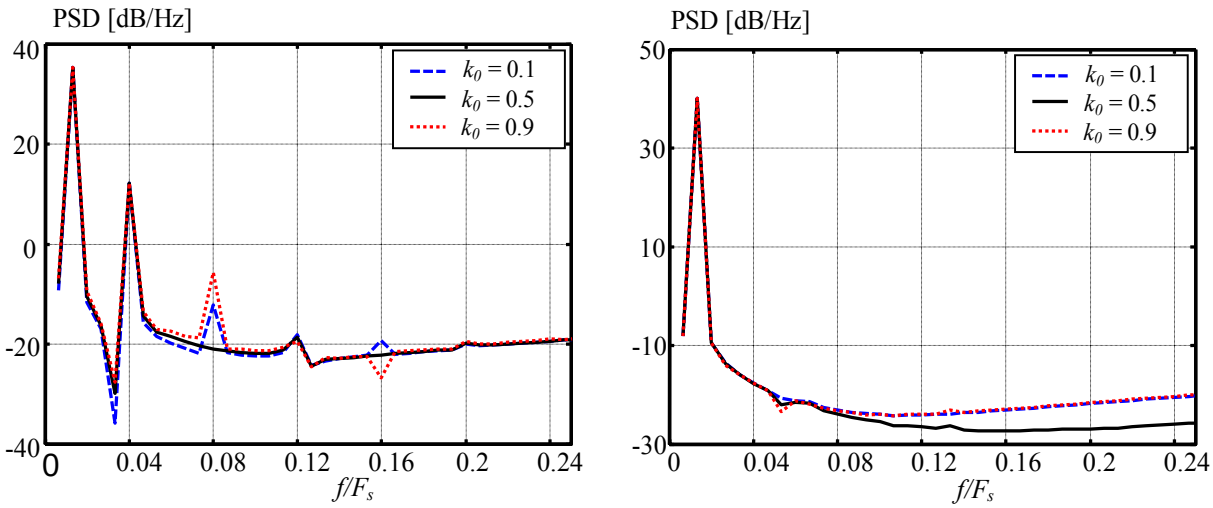
V.2.1. Influence du facteur k_0

Les paramètres R_T et R_β étant fixés, (R_T = 0.4 et $R_\beta = 2$), la figure III.20 montre l'influence de k_0 sur les PSD des tensions v_{a0} et u_{ab}.



a. PSD de v_{a0} **b.** PSD de u_{ab}

Figure III.20. Influence de k_0 pour $r = 0.8$, $M = 75$, $R_T = 0.4$ et $R_\beta = 2$



a. PSD de v_{a0} **b.** PSD de u_{ab}

Figure III.21. Influence de k_0 en basses fréquences pour $r = 0.8$, $M = 75$, $R_T = 0.4$ et $R_\beta = 2$

En figure III.20.a, nous remarquons un certain nombre de pics en basses fréquences dans la PSD de v_{a0}, qui disparaissent dans celle de u_{ab} (Figure III.20.b.). Une analyse fine en basses fréquences (Figure III.21) montre que ces pics (Figure III.21.a) sont à des fréquences multiples de celle de l'harmonique trois (3/75, 6/75, 9/75 et 12/75 : sachant que le rapport de la fréquence du fondamental par la fréquence moyenne de modulation est : $\frac{f_1}{F_s} = \frac{1}{75}$). Dans un système triphasé parfaitement équilibré, ces harmoniques font partie de la composante homopolaire, ils disparaissent dans la tension entre phases et dans la tension simple aux bornes d'une charge couplée en étoile sans fil neutre [14]. Ce qui est retrouvé dans la figure III.21.b.

De plus, l'influence de k_0 apparaît nettement sur la forme de la PSD de u_{ab} notamment en basses fréquences $(f \le F_s)$, en effet la forme la mieux étalée est obtenue pour $k_0 = 0.5$; l'amplitude de la PSD pour $f \le F_s$ ainsi que le maximum à $f = F_s$ sont réduits, ce qui est en conformité avec les précédents travaux [74]-[76]. A la lumière de ces résultats, la stratégie HSVM est analysée au prochain paragraphe avec la valeur du facteur k_0 qui permet d'obtenir le meilleur étalement de la PSD, à savoir : $k_0 = 0.5$.

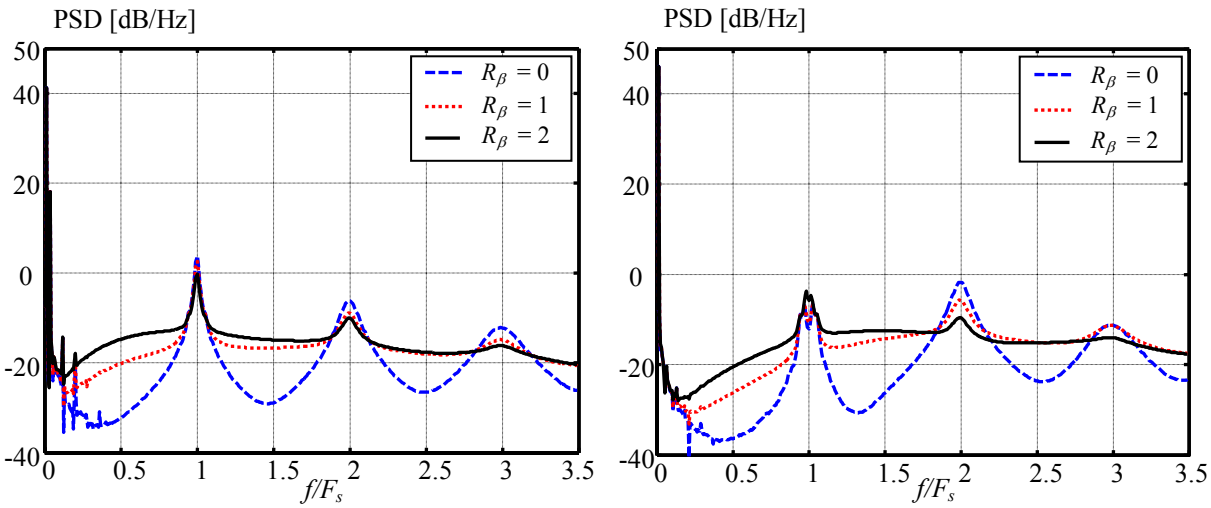
Note : Nous notons que dans la MLI à une seule porteuse (déterministe ou aléatoire), les trois tensions v_{a0}, v_{b0} et v_{c0} ne constituent pas forcément un système triphasé équilibré. En effet, pour des indices de modulation qui ne sont pas impairs multiples de trois, ces trois tensions n'ont pas exactement les même contenus spectraux. Pour cette raison on est emmené parfois à

utiliser trois porteuses décalées de $\frac{2\pi}{3}$ les unes par rapport aux autres, ce qui permet d'avoir exactement les mêmes formes des trois tensions v_{a0}, v_{b0} et v_{c0}, et les harmoniques multiples de trois disparaissent complètement avec la suppression du fil neutre. En pratique, dans la MLI à une seule porteuse, la suppression du fil neutre élimine la composante homopolaire et par conséquent les harmoniques multiples de trois se trouvent réduits (dans le meilleur des cas correspondant à M impair multiple de trois, ces harmoniques disparaissent).

V.2.2. Apport de la RCFM-RPPM comparativement à la RCFM

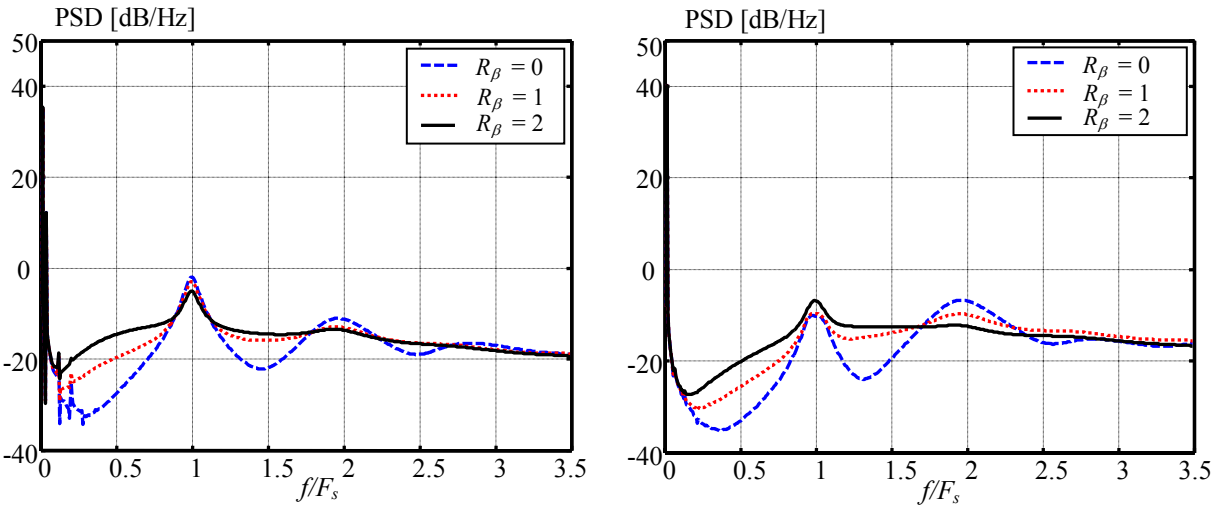
L'étude de l'apport de la RCFM-RPPM comparativement à la RCFM revient à étudier l'influence de β sur l'étalement de la PSD. Les figures III.22 et III.23 montrent cette influence pour $R_T = 0.2$ $R_T = 0.4$ respectivement.

Nous rappelons que le cas ($R_\beta = 0$) correspond simplement à la configuration RCFM pour laquelle, les créneaux de tension sont centrés aux milieux des périodes de modulation correspondantes (β constant : $\beta = \overline{\beta} = 0.5$ et T aléatoire) [74],[79].



a. PSD de v_{a0} **b.** PSD de u_{ab}

Figure III.22. Effet de R_β pour $R_T = 0.2$, ($M = 75$ et $r = 0.8$)



a. PSD de v_{a0} b. PSD de u_{ab}

Figure III.23. Effet de R_β pour $R_T = 0.4$, ($M = 75$ et $r = 0.8$)

Il apparaît clairement que la randomisation de β rajoute un étalement substantiel à la PSD ; plus R_β est grand, plus la PSD est lissée, en effet, pour des fréquences $f \geq 2F_s$, les ondulations de la PSD deviennent moins significatives, ce qui n'est pas le cas pour la RCFM seule.

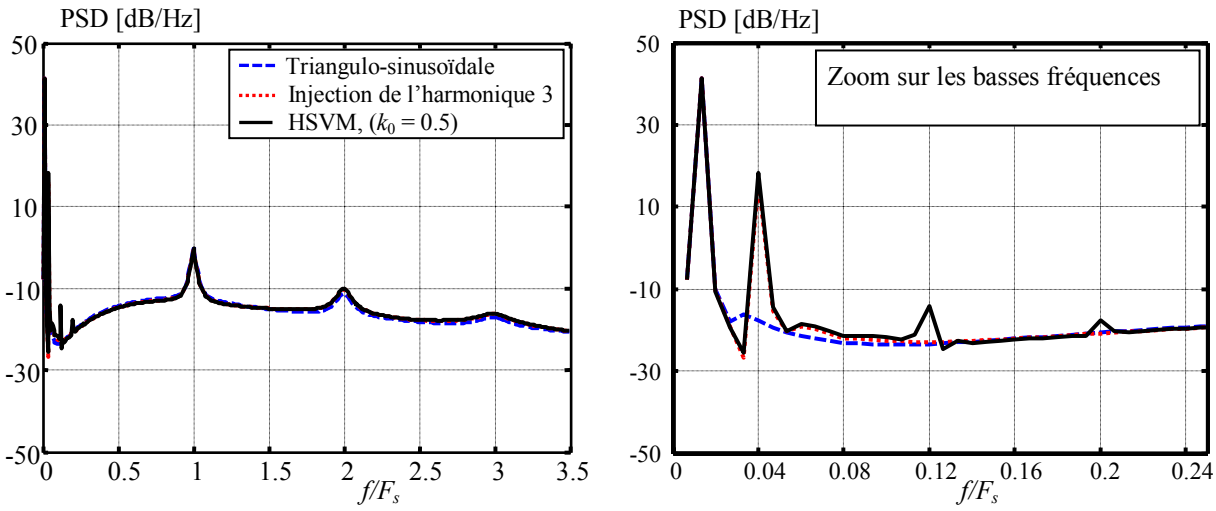
Comme pour la stratégie triangulo-sinusoïdale, nous constatons que le paramètre β n'a pas la même influence sur les PSD de v_{a0} et de u_{ab}. Pour v_{a0}, l'action sur β permet à la fois un étalement de la PSD ainsi qu'une réduction importante des maximums de celle ci. Pour la tension u_{ab}, l'action sur β étale aussi la PSD, cependant, la diminution des maximum est plus importante à partir de $f \geq 2F_s$ et le premier pic de la PSD (autour de $f = F_s$) a tendance a augmenter légèrement quand R_β augmente.

Enfin, il y a lieu de noter que l'augmentation de R_T a un effet bénéfique sur la réduction des pics de la PSD en basses fréquences ; comparativement à $R_T = 0.2$, (figure III.22), ces pics sont sensiblement réduits dans la PSD de v_{a0} et pratiquement éliminés dans celle de u_{ab} pour $R_T = 0.4$ (figure III.23).

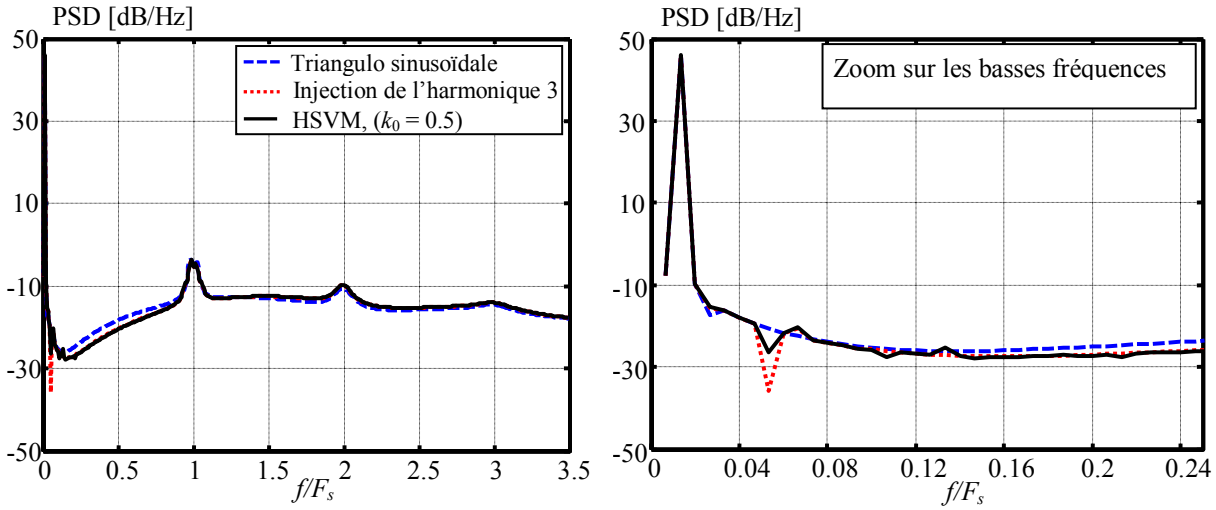
Note : Dans le but d'éviter les répétitions, la stratégie triangulo-sinusoïdale avec injection de l'harmonique 3 n'a pas été traitée jusqu'ici. Cette technique a un signal de référence proche de celui de la HSVM pour $k_0 = 0.5$, (figure III.5), ce qui donne à ces deux techniques des performances proches en MLI classique [20], [79]. En MLI aléatoire, la comparaison des trois stratégies randomisées dans les mêmes conditions va être traitée dans le prochain paragraphe.

V.3. Comparaison des différentes stratégies de modulation

Dans ce paragraphe, nous effectuons une comparaison des trois stratégies de modulation (triangulo-sinusoïdale, HSVM et injection de l'harmonique trois). Cette comparaison est effectuée aux niveaux des PSD de la tension simple (v_{a0}) et de la tension composée (u_{ab}) pour les mêmes paramètres R_β et R_T et pour les mêmes points de fonctionnement. Afin de mieux observer les pics de la PSD pour les deux stratégies (HSVM et injection de l'harmonique trois), chaque résultat est accompagné d'un zoom en basses fréquences, (figures III.24 et III.25). Notons que ces résultats sont donnés pour les mêmes paramètres R_β et R_T.

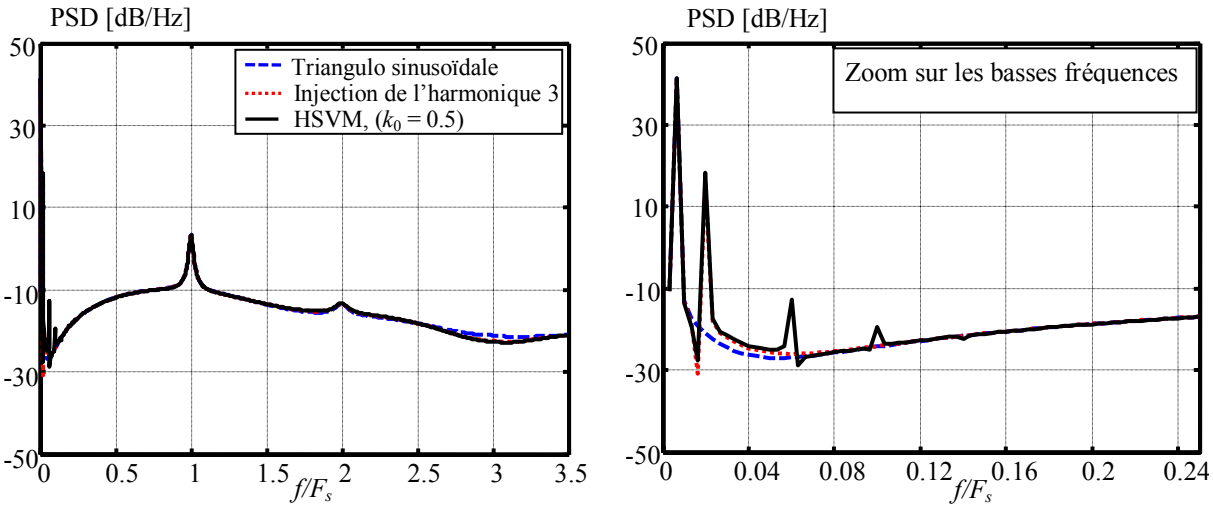


a. PSD de v_{a0}

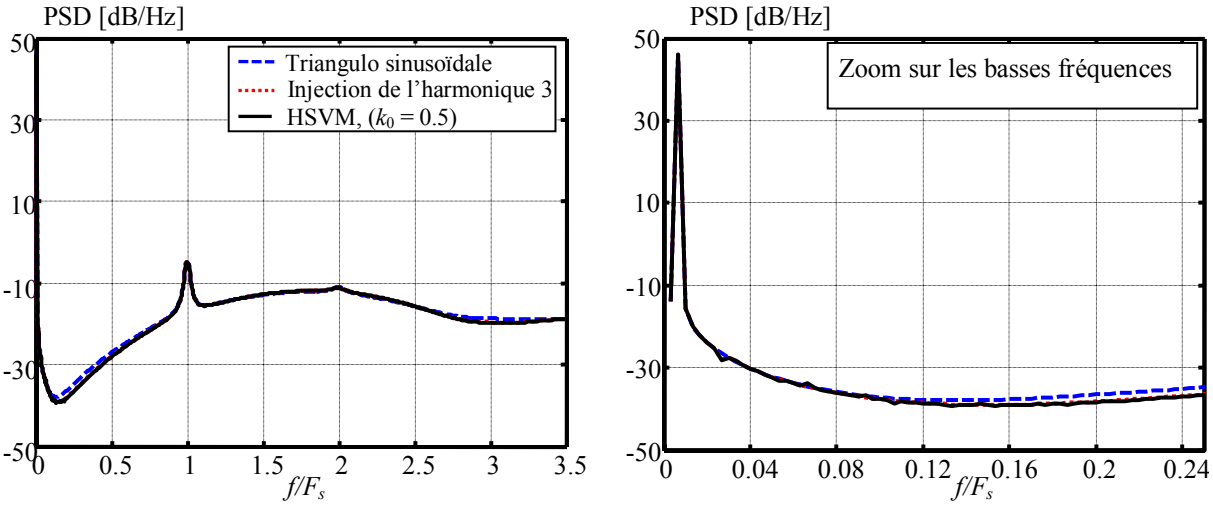


b. PSD de u_{ab}

Figure III.24. Comparaison des trois stratégies pour $r = 0.8$, $M = 75$, $R_T = 0.2$ et $R_\beta = 2$



a. PSD de v_{a0}



b. PSD de u_{ab}

Figure III. 25. Comparaison des trois stratégies pour $r = 0.4$, $M = 150$, $R_T = 0.2$ et $R_\beta = 2$

Une analyse de ces résultats montre que :

a. Au niveau des PSD de v_{a0}, la HSVM et l'injection du troisième harmonique présentent des pics aux fréquences multiples impairs de la fréquence du fondamental ; ceci est prévisible et peut être expliqué aisément comme suit :

- Pour l'injection de l'harmonique 3, c'est précisément cet harmonique qui apparaît seul, (figures III.24.a et III.25.a).

- Pour la HSVM, nous rappelons que pour k_0 = 0.5, la composante v_{zs}^* (expression III.19) injectée dans le signal désiré est périodique de période $\frac{2\pi}{3}$, de plus, cette composante est doublement symétrique par rapport au quart et au milieu de sa période, (figure III.4 page 81). La forme résultante de la référence entraîne la présence d'harmoniques impairs multiples de trois seulement, (figures III.24.a et III.25.a), les plus prépondérants sont les harmoniques d'ordres 03, 09 et 15. Dans cet ordre d'idée, nous jugeons utile de noter que pour $k_0 \neq 0.5$, le signal v_{zs}^* ne présente pas de symétrie et il n'y a pas que des harmoniques impairs (voir figure III.21.a).

b. Au niveau de la tension composée, les trois stratégies offrent pratiquement les mêmes performances avec une minime supériorité de l'injection de l'harmonique trois et de la HSVM en basses fréquences $(f < F_s)$. Nous constatons aussi que les pics de la PSD de v_{a0} pour ces deux stratégies (figures III.24.a et III.25.a) sont pratiquement éliminés dans celle de u_{ab} (figures III.24.b et III.25.b).

Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle de la PSD de la tension de sortie établi au deuxième chapitre pour les convertisseurs DC-DC a été étendu et validé pour l'onduleur de tension triphasé en pont. Le même principe de modulation basé sur une porteuse aléatoire est conservé. En DC-AC, l'utilisation du paramètre β de la porteuse est déterminante pour les configurations RPPM et RCFM-RPPM. Ce modèle peut être adapté aisément au cas simple de l'onduleur de tension monophasé qui diffère du hacheur en pont par les formes des signaux de référence seulement.

Etant donné que l'aspect aléatoire est lié seulement à la porteuse, ce modèle de la PSD s'applique indifféremment aux stratégies de modulation basées sur la comparaison de signaux de références à une porteuse, les stratégies les plus utilisées ont été étudiées et comparées dans ce chapitre.

Enfin, nous précisons que la randomisation simultanée de la période et de la position en DC-AC est traitée pour la première fois dans ce travail et nous pouvons affirmer qu'elle permet un meilleur étalement de la PSD comparativement aux simples configurations (RPPM seule et RCFM seule).

CHAPITRE IV

Modélisation du fonctionnement des convertisseurs

Introduction

Nous consacrons ce chapitre à la modélisation du fonctionnement des convertisseurs DC-DC et DC-AC commandés en MLI aléatoire et débitant sur une charge inductive du type (*R, L*). Pour la représentation du convertisseur et de la charge, nous utilisons le software MatLab-Simulink.

La génération des signaux de commande obéit au principe général proposé au premier chapitre. Ainsi, selon la topologie du convertisseur simulé, un ou plusieurs signaux de référence sont comparés à une même porteuse aléatoire.

Notre but consiste, d'une part à appuyer les résultats des deux chapitres précédents concernant l'intérêt CEM de la MLI aléatoire par rapport à la MLI classique grâce à la réduction des perturbations conduites et d'autre part, à comparer les différentes configurations du point de vue FFT de la tension de sortie ; nous confortons ainsi les résultats des analyses des PSD développées précédemment.

I. Le hacheur série

Dans ce paragraphe, nous simulons le fonctionnement d'un hacheur série à IGBT alimentant une charge (*R*, *L*). En premier, le convertisseur est commandé en MLI classique ; le signal de commande est obtenu par comparaison d'une porteuse en dent de scie (déterministe) à une référence fixe. En second lieu, la MLI aléatoire est utilisée en remplaçant la porteuse en dent de scie déterministe par une porteuse triangulaire aléatoire. Il est important de noter que la structure du convertisseur, ainsi que le signal de référence sont conservés pour les deux types de commande. Le passage de la MLI déterministe à la MLI aléatoire, se fait seulement par changement de porteuse. Pour obtenir l'une des trois (03) configurations (RPPM, RCFM ou RCFM-RPPM), il suffit d'utiliser la porteuse correspondante (figure IV.1) [80].

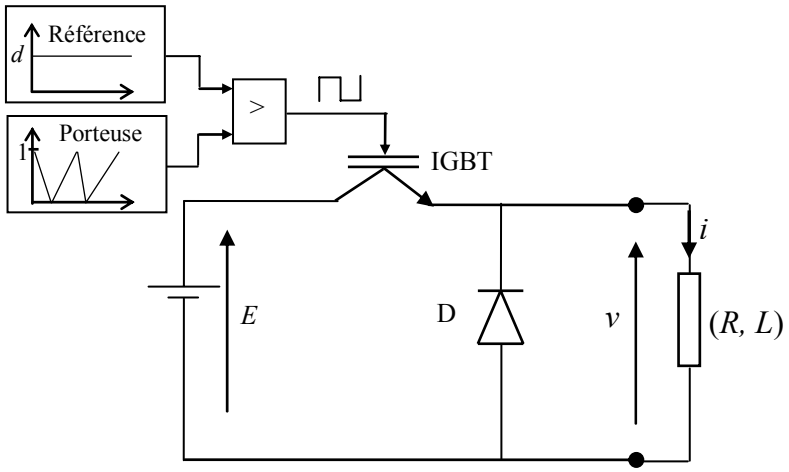


Figure IV.1. Montage hacheur série simulé

I.1. Simulation

Dans les résultats de simulation, (tension de sortie et courant dans la charge), l'aspect aléatoire est mis en évidence pour chaque configuration. La tension de sortie est donnée avec son spectre.

La simulation est effectuée dans les conditions suivantes :

- Tension d'entrée : $E = 150$ v.
- Charge : $R = 10\ \Omega$, $L = 10$ mH.
- Signal de référence d'amplitude fixe : $d = 0.5$.
- Porteuse : Quatre (04) configurations sont utilisées :

- DPWM : Porteuse déterministe en dent de scie : $\left(T = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1800}\,\text{s} \text{ et } \beta = 0 \right)$. Cette configuration est prise comme référence.

- RPPM : Porteuse triangulaire aléatoire ; la période T est fixe $\left(T = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1800}\,\text{s} \right)$ et β est aléatoire entre 0 et R_β ($R_\beta = 0.9$) selon la loi uniforme.

- RCFM : Porteuse en dent de scie ($\beta = 0$), de période T aléatoire selon la loi uniforme dans l'intervalle : $\left[\overline{T}\left(1 - \frac{R_T}{2}\right), \overline{T}\left(1 + \frac{R_T}{2}\right) \right]$ avec $\overline{T} = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1800}\,\text{s}$ et $R_T = 0.2$.

- RCFM-RPPM: T et β sont indépendamment aléatoires selon la loi uniforme. Nous avons utilisé la même valeur de R_T que pour la RCFM ($R_T = 0.2$) et deux valeurs de R_β ($R_\beta = 0.9$ et $R_\beta = 0.6$), dans le but de faire apparaître l'effet de β.

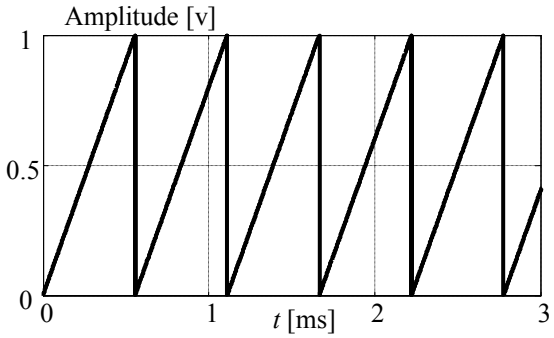
Notes :

- Dans toutes les simulations, la génération de la porteuse aléatoire est effectuée à l'aide d'un programme sous MatLab. En effet, ce software possède des fonctions qui permettent de générer des nombres aléatoires selon différentes lois de probabilité. Dans notre cas, ces nombres aléatoires correspondent directement aux paramètres aléatoires T et β.
- Les simulations utilisent des composants réels (IGBT) ; pour les configurations RPPM et RCFM-RPPM, nous avons pris $R_\beta = 0.9$ au lieu de $R_\beta = 1$ afin d'éviter la distorsion de la tension de sortie à cause du temps de commutation entre les composants électroniques (IGBT et diode de roue libre). En pratique, on tient toujours compte du temps de commutation des composants (temps de recouvrement des composants semi-conducteurs)
- L'analyse spectrale est basée sur la FFT. Dans le cas des configurations aléatoires, elle est appliquée sur un échantillon représentatif de durée minimale égale à $50\overline{T}$.

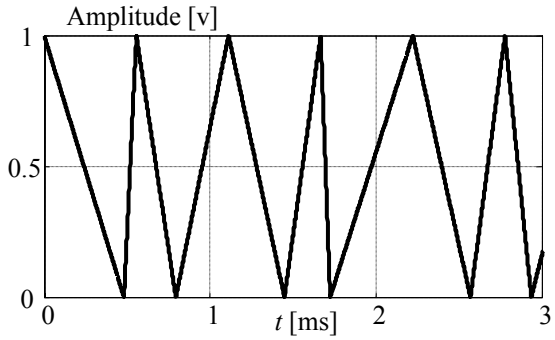
I.2. Résultats et analyses

Afin d'élaborer une comparaison, chaque figure rassemble les mêmes résultats de simulation des quatre configurations :

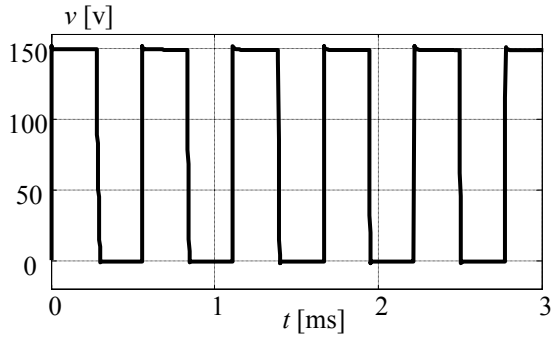
- La figure IV.2 montre les formes de la porteuse et de la tension de sortie.
- La figure IV.3 montre les spectres de la tension.
- La figure IV.4 montre les formes des courants dans la charge.



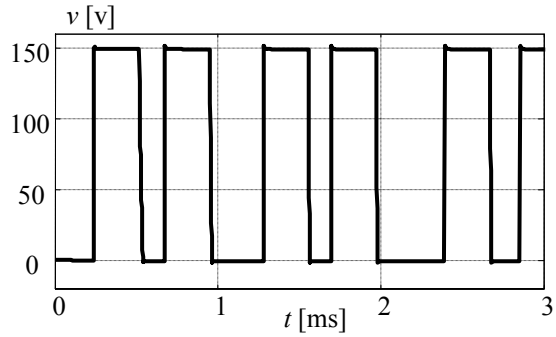
a1. Porteuse



b1. Porteuse



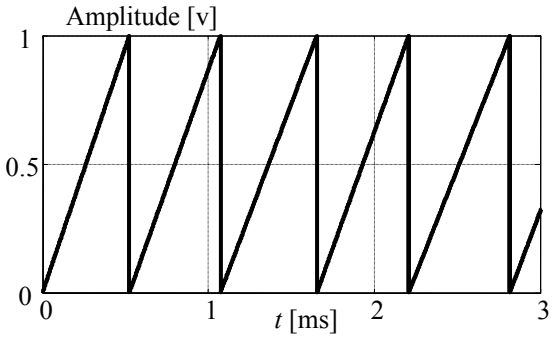
a.2. Tension de sortie



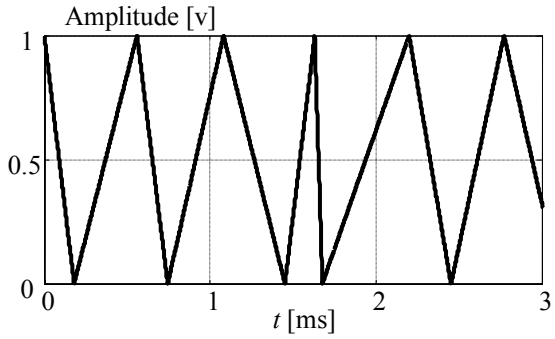
b.2. Tension de sortie

a. Configuration DPWM

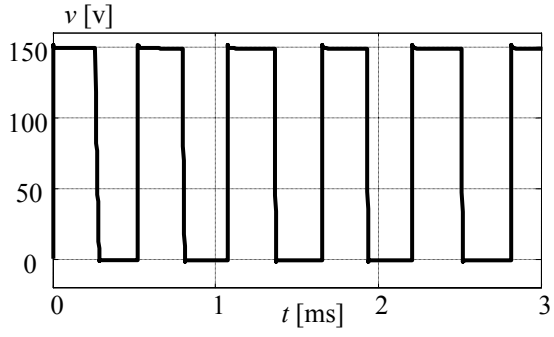
b. Configuration RPPM, ($R_\beta = 0.9$)



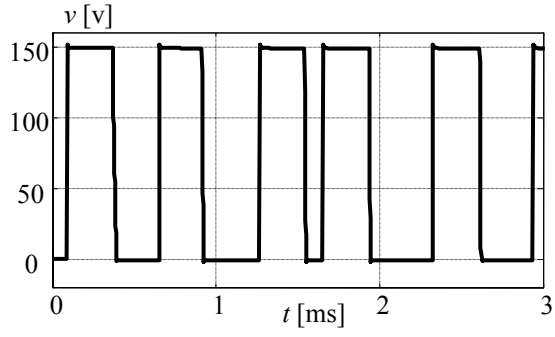
c1. Porteuse



d1. Porteuse



c.2. Tension de sortie

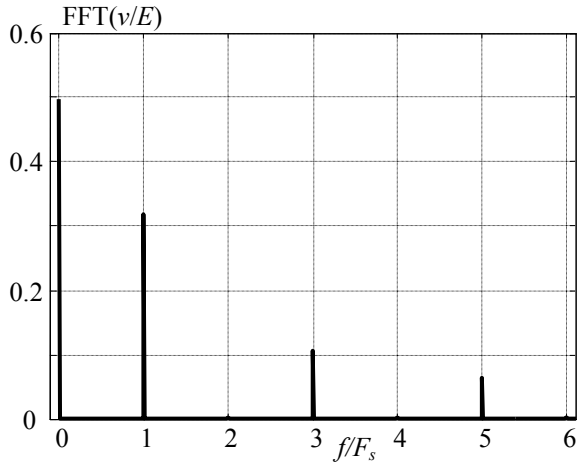


d.2. Tension de sortie

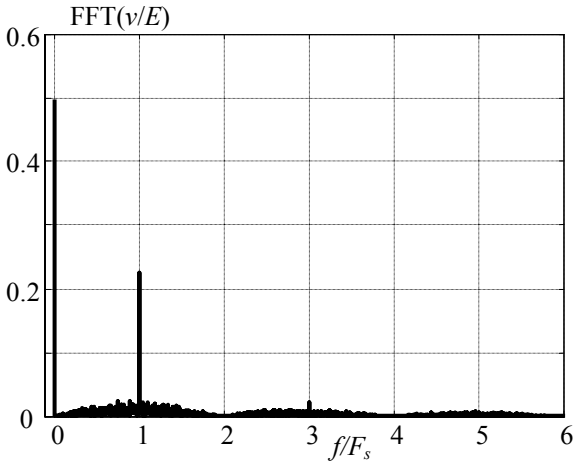
c. Configuration RCFM, ($R_T = 0.2$)

d. RCFM-RPPM, ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 0.9$)

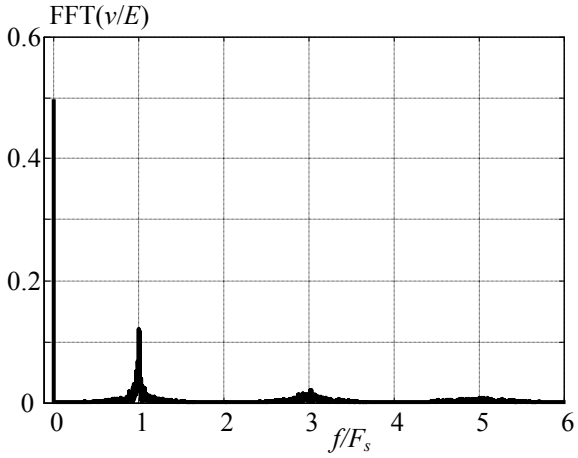
Figure IV.2. Porteuse et tension de sortie pour les quatre (04) configurations



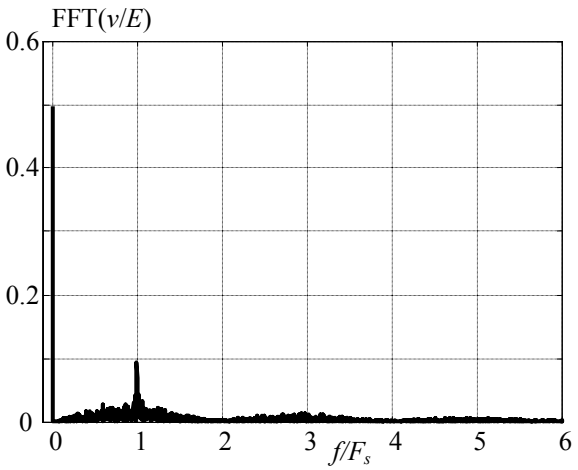
a. Configuration DPWM



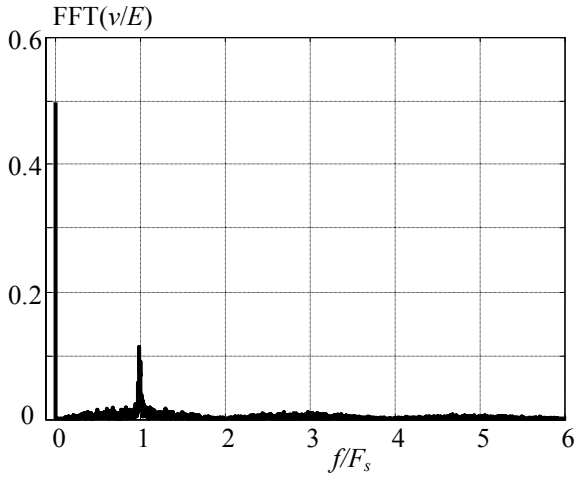
b. Configuration RPPM, ($R_\beta = 0.9$)



c. Configuration RCFM ($R_T = 0.2$)

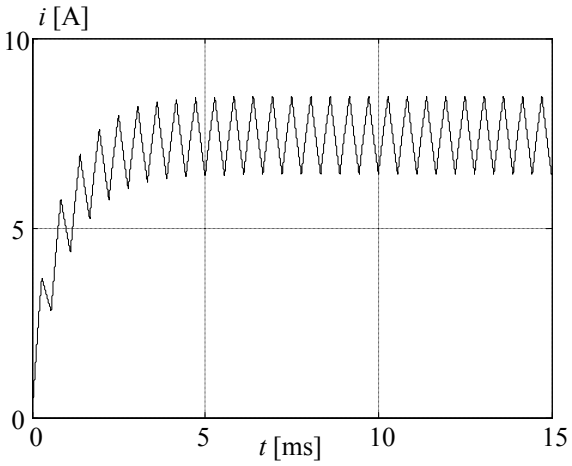


d. Configuration RCFM-RPPM, ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 0.9$)

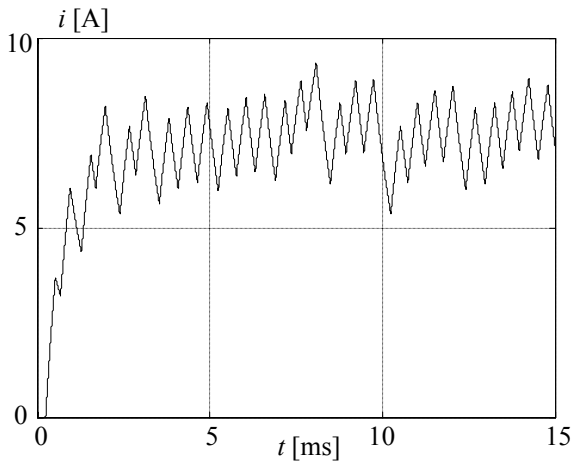


e. Configuration RCFM-RPPM, ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 0.6$)

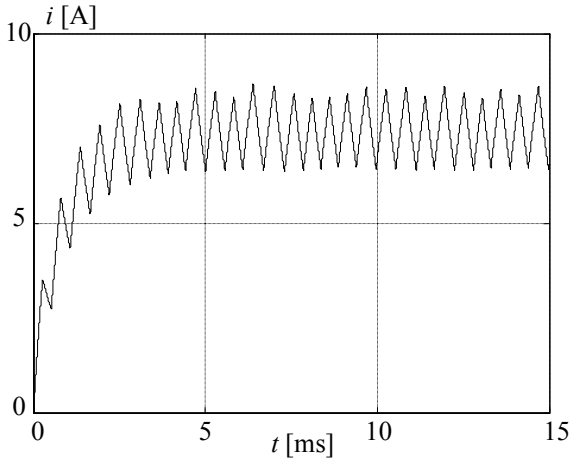
Figure IV.3. Spectre de la tension de sortie



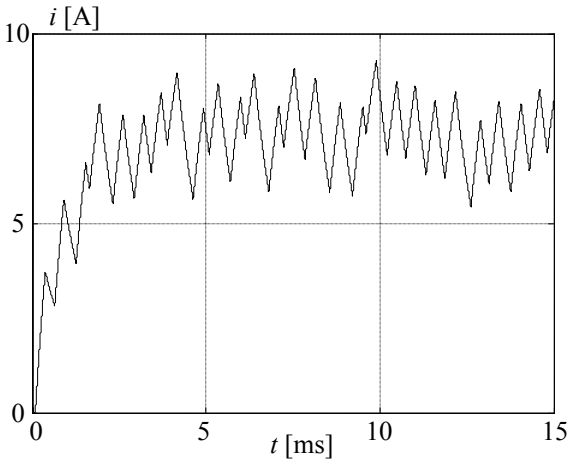
a. Configuration DPWM



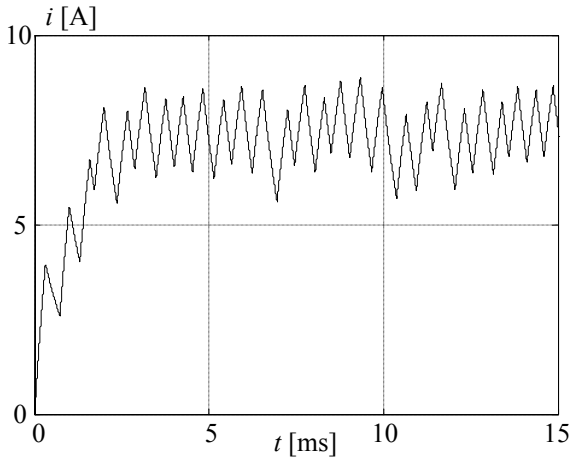
b. Configuration RPPM, ($R_\beta = 0.9$)



c. Configuration RCFM, ($R_T = 0.2$)



d. Configuration RCFM-RPPM ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 0.9$)



e. Configuration RCFM-RPPM ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 0.6$)

Figure IV.4. Courant dans la charge

Une analyse de ces résultats, (figures IV.2 à IV.4), montre ce qui suit:

• L'aspect aléatoire apparaît clairement à la fois sur les porteuses, sur les tensions de sortie et sur les courants dans la charge (figures IV.2 et IV.4). En effet, nous constatons qu'en MLI aléatoire, les tensions et les courants ne présentent aucune périodicité. Notons qu'en MLI classique, la tension est périodique et le courant en régime établi l'est aussi (figures IV.2.a et IV.4.a.).

• Le spectre de la tension, (figure IV.3), montre bien l'intérêt CEM de la MLI aléatoire par rapport à la MLI classique. En effet, elle permet une réduction importante de l'amplitude du spectre. A titre indicatif, le premier harmonique pour la MLI classique, (figure IV.3.a), a pour amplitude relative 0.32, alors que pour la double modulation (RCFM-RPPM), l'étalement du spectre permet de réduire nettement son amplitude relative, en particulier, cette amplitude reste inférieure 0.1 au voisinage de la fréquence de modulation, (figure IV.3.b), ce qui constitue une réduction très importante (environs 70 %). De plus, la composante continue n'est pas altérée et garde la même valeur en MLI classique et en MLI aléatoire pour toutes les configurations (figure IV.3). Par ailleurs, ces résultats sont en parfaite conformité avec l'analyse de la PSD effectuée au deuxième chapitre, (chapitre II, paragraphe I.4 page 44), car elle montre bien que :

- Les configurations RCFM et RCFM-RPPM permettent un étalement complet du spectre qui se présente sous forme de la composante utile (composante continue) et d'un bruit contenant toutes les fréquences (figures IV.3.c, d et e). Cependant la RPPM ne réalise pas un étalement complet du spectre (figure IV.3.b), en effet, nous remarquons que le spectre contient bien une partie continue (bruit) et une partie discrète aux multiples de la fréquence F_s (harmoniques de tension). A titre indicatif, avec les paramètres aléatoires choisis pour la simulation, ces harmoniques apparaissent nettement aux fréquences F_s et $2F_s$ en figure IV.3.b.
- La RCFM-RPPM réalise le meilleur étalement du spectre de la tension comparativement à la RCFM seule et à la RPPM seule. Cet étalement est d'autant plus important que R_β augmente (figures IV.3.d. et IV.3.e). Ce qui conforte les résultats de comparaison des PSD.

• Les formes des courants diffèrent d'une configuration à une autre, ce qui fait apparaître les effets séparés des deux paramètres aléatoires T et β (figure IV.4). De plus, le régime transitoire n'est pas affecté par le type de modulation (déterministe ou aléatoire).

II. Le Hacheur en pont

Ce paragraphe est consacré à la simulation du hacheur en pont à IGBT. Le principe de génération des signaux de commande, (figure IV.5) est conservé, ainsi, les signaux de commande des quatre interrupteurs sont obtenus par comparaison de deux signaux de référence à une même porteuse, et le passage de la MLI déterministe à la MLI aléatoire est effectué par changement de la porteuse seulement, [80].

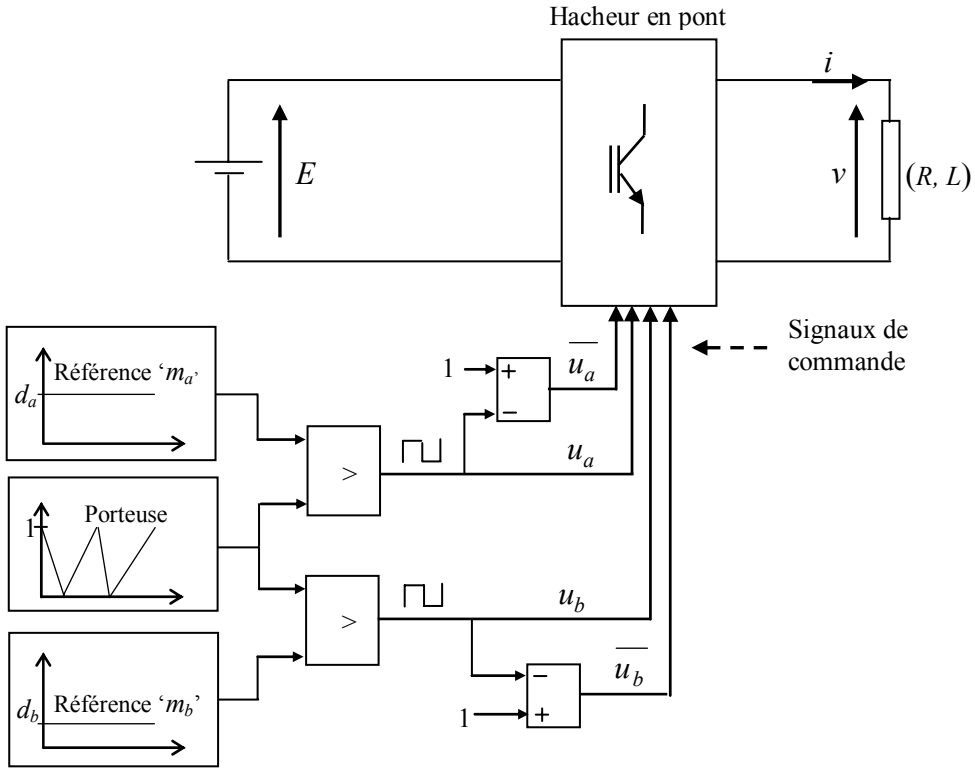


Figure IV.5. Montage simulé

II.1. Simulation

La simulation est effectuée avec les données suivantes :

- Tension d'entrée : E = 150 v
- Charge : R = 10 Ω, L = 10 mH.
- Signaux de référence : Les signaux de commande des quatre (04) interrupteurs électroniques sont générés à partir de la comparaison à une même porteuse, de deux signaux de référence m_a et m_b, d'amplitudes respectives d_a et d_b, (figure IV.5). Le point de fonctionnement correspond alors au rapport cyclique $d = d_a - d_b$. En adoptant une loi de commande complémentaire, (d_a +

d_b = 1), et en choisissant d = 0.5, il en résulte les amplitudes des signaux de commande suivantes : $d_a = 0.75$ et $d_b = 0.25$.

- Porteuse :

  - DPWM : Porteuse triangulaire fixe, $\left(T = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1800}\,\text{s} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{2} \right)$.

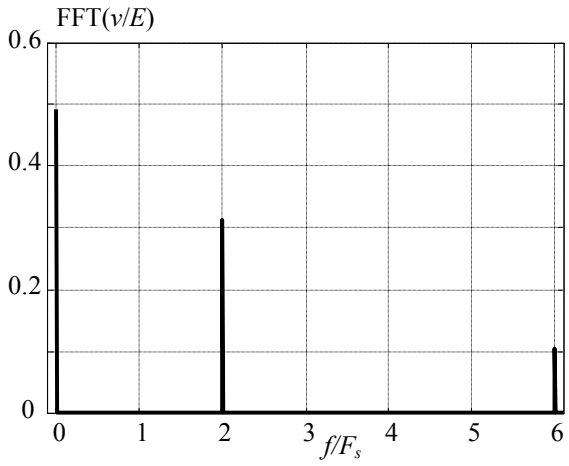
  - RPPM : T est fixe, $\left(T = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1800}\,\text{s} \right)$ et β est aléatoire selon la loi uniforme dans l'intervalle : $\left[\overline{\beta}\left(1 - \frac{R_\beta}{2}\right), \overline{\beta}\left(1 + \frac{R_\beta}{2}\right) \right]$ avec $\overline{\beta} = 0.5$ et $R_\beta = 1.8$.

  - RCFM : β est fixe (β = 0.5) et T est aléatoire selon la loi uniforme dans l'intervalle : $\left[\overline{T}\left(1 - \frac{R_T}{2}\right), \overline{T}\left(1 + \frac{R_T}{2}\right) \right]$ avec $\left(\overline{T} = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1800}\,\text{s} \text{ et } R_T = 0.2 \right)$.

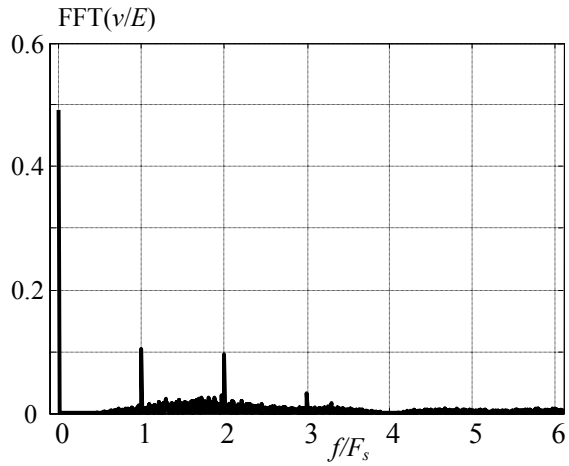
  - RCFM-RPPM: T et β sont aléatoires et indépendants, selon la loi uniforme. Pour faire apparaître l'influence de β, nous avons utilisé la même valeur de R_T que pour la RCFM (R_T = 0.2) et deux valeurs de R_β, (R_β = 1.8 et R_β = 1.2).

II.2. Résultats et analyses

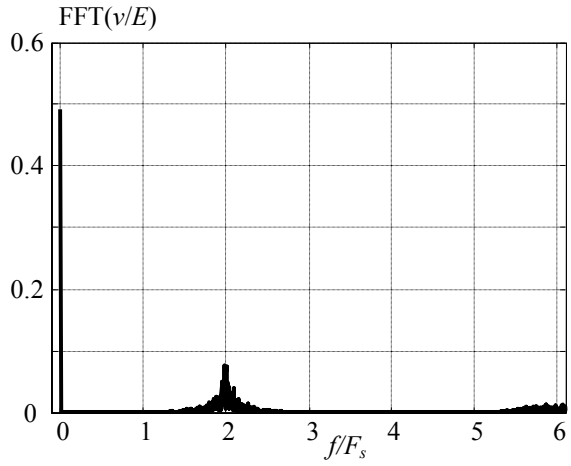
Les figures IV.6 et IV.7 montrent respectivement les spectres de la tension de sortie et les formes des courants dans la charge.



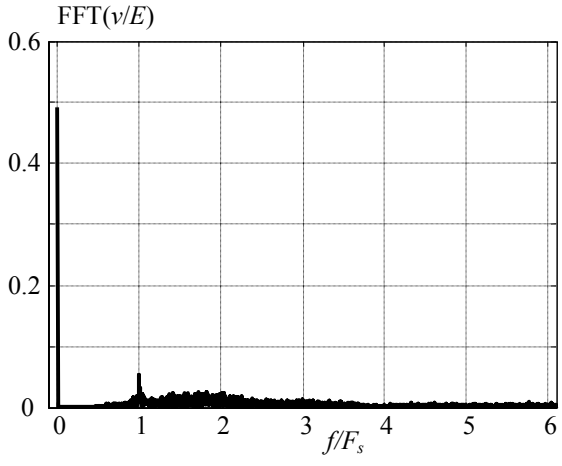
a. Configuration DPWM



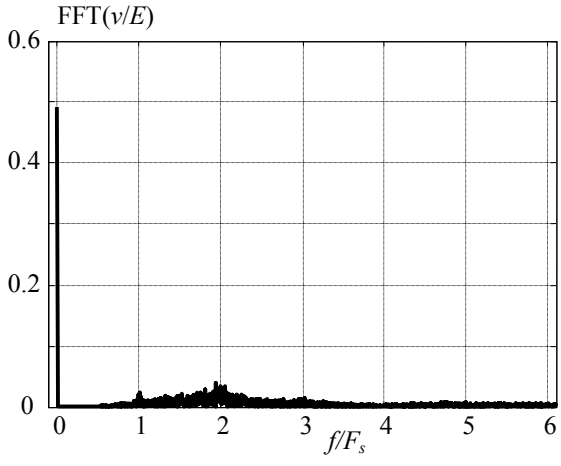
b. Configuration RPPM ($R_\beta = 1.8$)



c. Configuration RCFM ($R_T = 0.2$)

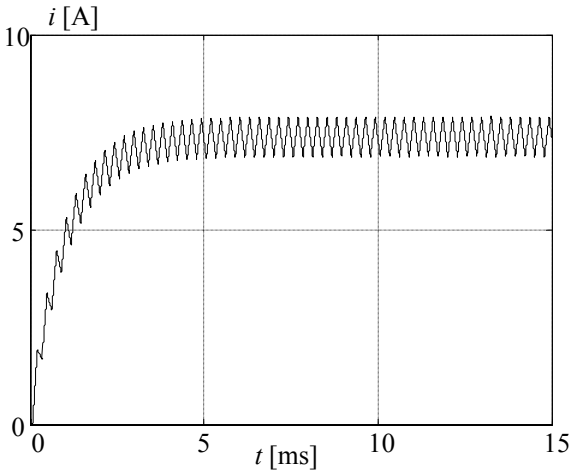


d. RCFM-RPPM ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)

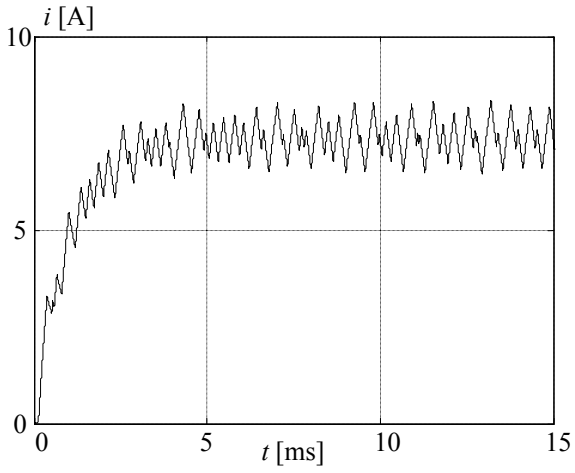


e. RCFM-RPPM ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.2$)

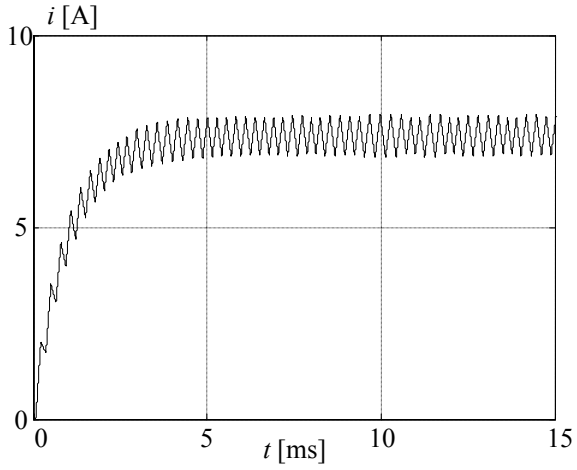
Figure IV.6. Spectre de la tension de sortie



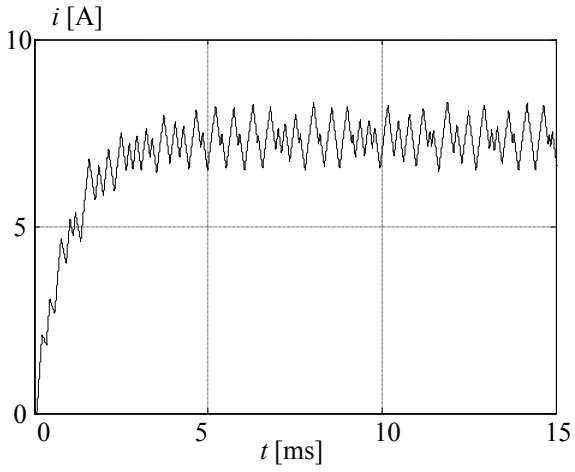
a. Configuration DPWM



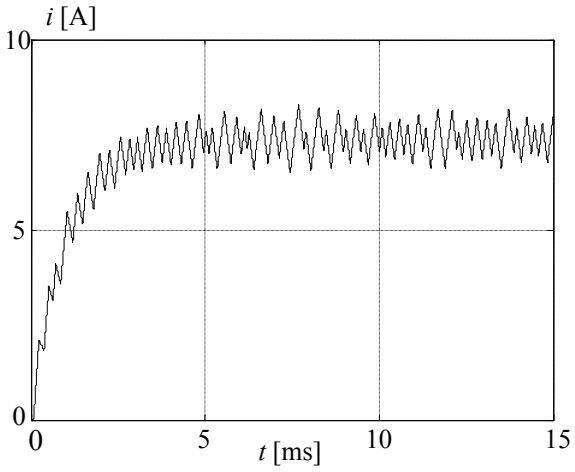
b. Configuration RPPM ($R_\beta = 1.8$)



c. Configuration RCFM ($R_T = 0.2$)



d. RCFM-RPPM ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)



e. RCFM-RPPM ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.2$)

Figure IV.7. Formes du Courant dans la charge pour toutes les configurations

Une analyse de ces résultats montre ce qui suit :

- Pour ce point de fonctionnement précis, (rapport cyclique d = 0.5), la modulation classique délivre une tension doublement symétrique par rapport au quart et au milieu de la période, son spectre ne présente que des harmoniques de fréquences $f_{2k} = 2kF_s$ avec k impair (figure IV.6.a), il en résulte les harmoniques d'ordres : 2, 6, 10, 14,….
- A partir de la figure IV.6, nous constatons que la composante continue est conservée pour toutes les configurations ; son amplitude relative (rapportée à la tension d'entrée E), est sensiblement égale au rapport cyclique ($d = d_a - d_b$). Pour toutes les configurations, nous remarquons une légère chute de tension dans les composants électroniques.
- Comme pour le hacheur série, l'avantage de la MLI aléatoire par rapport à la MLI classique du point de vue CEM apparaît nettement dans les spectres de la tension, (figure IV.6). En effet une diminution très importante de l'amplitude du spectre de la tension est obtenue pour toutes les configurations de la MLI aléatoire. Par ailleurs, sachant que notre but consiste à réduire au maximum l'amplitude du spectre, la comparaison des trois configurations aléatoires montre que :

  - La configuration RPPM ne permet pas d'étaler complètement le spectre (figure IV.6.b), en effet, des composantes discrètes d'amplitudes relativement importantes apparaissent aux multiples de la fréquence de modulation F_s. Les configurations RCFM et RCFM-RPPM permettent un étalement complet du spectre et ne gardent que la composante continue seulement, (figures IV.6.c, d et e).

  - Pour la RCFM, le spectre présente des excroissances autour des fréquences $2F_s$ et $6F_s$ (F_s : fréquence moyenne de modulation). Notons que la première excroissance (autour de $2F_s$) est relativement importante, (figure IV.6.c). Cette observation est en parfaite concordance avec les analyses de la PSD effectuées au chapitre II, (paragraphe III.5, page 69).

  - La RCFM-RPPM réalise un meilleur étalement du spectre par rapport à la RCFM, (figures IV.6.c, d et e). Néanmoins, pour des grandes valeurs de R_β (R_β = 1.8), le spectre présente un maximum relativement important à la fréquence F_s (figure IV.6.d). Cette observation est aussi en parfaite concordance avec les résultats trouvés au niveau de la PSD, (chapitre II, paragraphe III.5, page 69), où nous avons proposé une valeur de R_β entre 1 et 1.5 pour réaliser un compromis entre les maximums locaux de la PSD aux fréquences F_s et $2F_s$. Cette proposition est confortée par la forme du spectre obtenue pour R_β = 1.2, (figure IV.6.e).
- A partir des formes du courant montrés en figure IV.7, nous pouvons émettre les deux (02) observations suivantes :

- d'une part le régime transitoire n'est pas affecté par le type de modulation,
- d'autre part, les pics de courant ne sont pas périodiques ; ils ont des allures aléatoires. Pour la RCFM (figure IV.7.c), nous observons une certaine monotonie dans les pics. En effet, le courant a une forme proche de celui de la DPWM (figures IV.7.a et IV.7.c), ceci est dû au fait que le spectre de la tension délivrée par la RCFM, (Figure IV.6.c) se trouve concentré autour de la fréquence $2F_s$ avec une amplitude assez importante.

III. L'onduleur de tension

Pour cette application, nous simulons un onduleur triphasé en pont à IGBT, débitant sur une charge (R, L), (figure IV.8). Le principe de génération des signaux de commande reste le même que pour le hacheur série et le hacheur en pont; trois (03) signaux de référence (m_a, m_b et m_c) sont comparés à une même porteuse [ ] . Le passage de la MLI déterministe à la MLI aléatoire est effectué par changement de la porteuse seulement. Les différentes stratégies de modulation étudiées aux chapitres III sont simulées : (triangulo-sinusoïdale, HSVM et injection de l'harmonique 3).

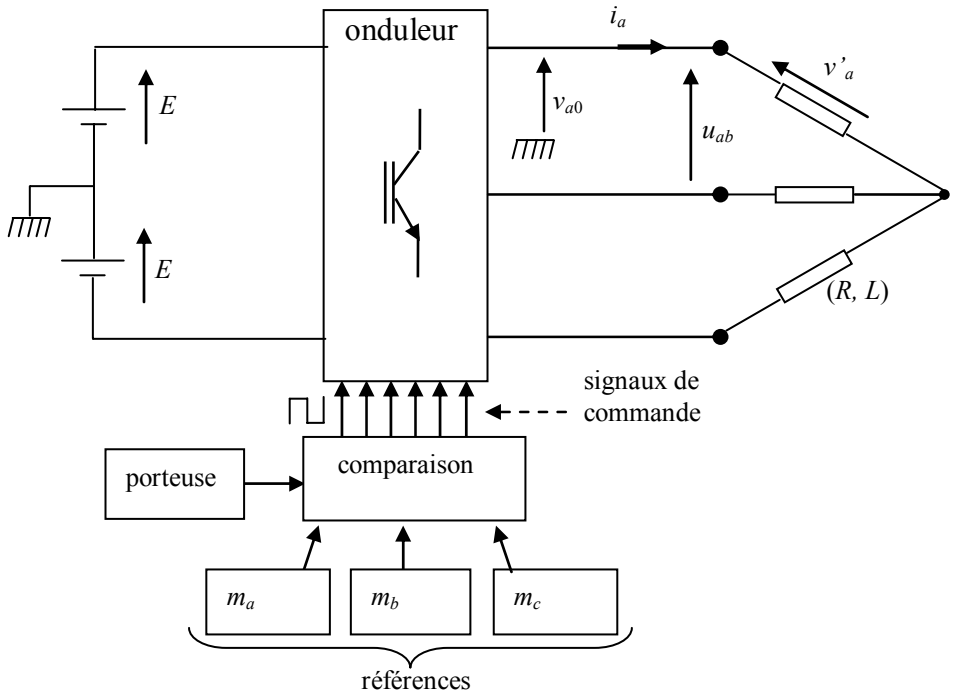


Figure IV.8. Schéma du montage simulé

III.1. Simulation

La simulation est effectuée dans les conditions suivantes :

- Tension d'entrée : $2E = 150$ v.
- Charge triphasée équilibrée en étoile sans fil neutre : $R = 10\ \Omega$ et $L = 5$ mH par phase.
- Porteuse : pour chacune des quatre (04) configurations, la porteuse est obtenue de la même manière que dans la conversion DC-DC. Dans le but de montrer les différences entre les formes des courants pour chaque configuration sur une période du fondamental, nous avons choisi une fréquence moyenne de modulation F_s et une inductance L relativement faibles, (F_s = 1125 Hz et L = 5 mH), par rapport aux convertisseurs DC-DC, pour lesquels nous avons pris (F_s = 1800 Hz et L = 10 mH). Les paramètres T et β sont pris comme suit :

  - DPWM : T et β sont fixes : $\left(T = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1125}\,\text{s} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{2} \right)$.

  - RPPM : T est fixe $\left(T = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1125}\,\text{s} \right)$ et β est aléatoire selon la loi uniforme dans l'intervalle : $\left[\overline{\beta}\left(1 - \frac{R_\beta}{2}\right),\ \overline{\beta}\left(1 - \frac{R_\beta}{2}\right) \right]$, avec $\overline{\beta} = 0.5$ et $R_\beta = 1.8$.

  - RCFM : β = 0.5 et T est aléatoire dans l'intervalle $\left[\overline{T}\left(1 - \frac{R_T}{2}\right), \left(1 + \frac{R_T}{2}\right) \right]$ selon la loi uniforme avec $\left(\overline{T} = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{1125}\,\text{s et } R_T = 0.2 \right)$.

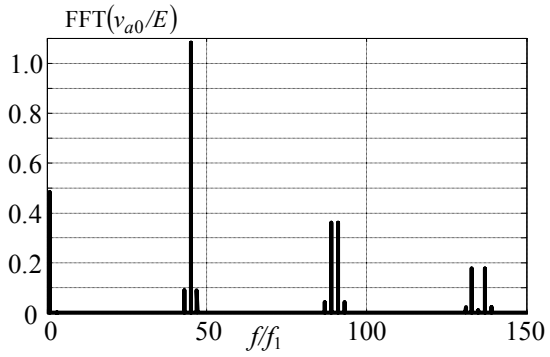
  - RCFM-RPPM : pour faire apparaître l'influence de β, nous avons utilisé la même valeur de R_T que pour la RCFM (R_T = 0.2) et deux valeurs de R_β (R_β = 1.8 et R_β = 1.2).

- Signaux de référence : pour les trois stratégies de modulation, les signaux de références sont générés selon le principe de chacune d'elles, (expressions III.24 à III.26, page 84) avec une amplitude r = 0.5, (r : coefficient de réglage), et une fréquence f_1 = 25 Hz, $\left(M = \frac{F_s}{f_1} = 45 \right)$.

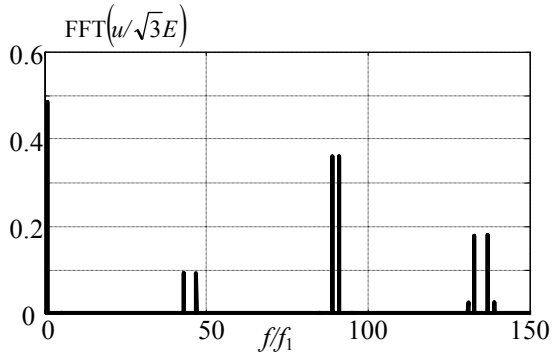
III.2. Résultats et analyses

III.2.1. Stratégie triangulo-sinusoïdale

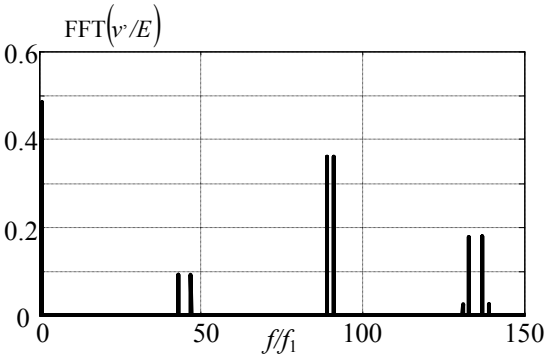
Les spectres des trois tensions de sortie v_{a0}, u_{ab} et v'_a, (figure IV.8), sont présentés en figures IV.9 à IV.13, et les formes du courant i_a sont données en figure IV.14. Dans le but d'uniformiser les résultats en amplitude, les spectres de v_{a0} et de v'_a sont rapportés au niveau de tension E, tandis que celui de u_{ab} est rapporté à $\sqrt{3}E$.



a. Spectre de v_{a0}

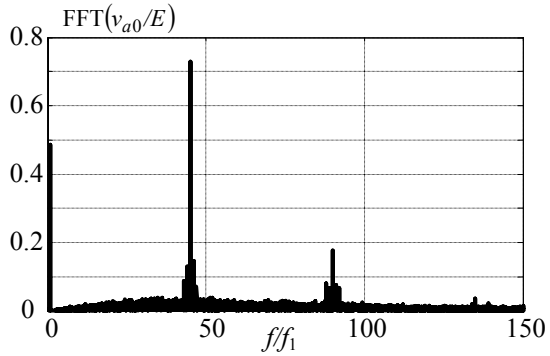


b. Spectre de u_{ab}

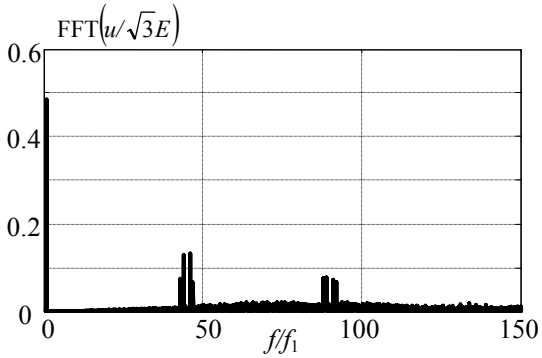


c. Spectre de v'_a

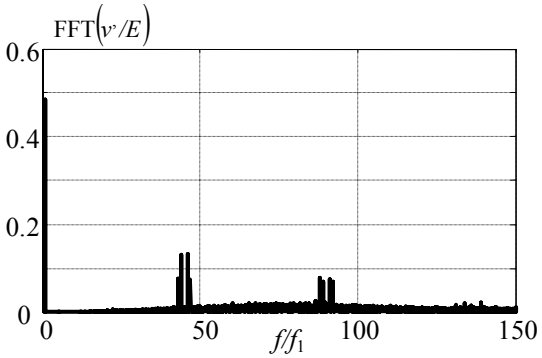
Figure IV.9. Configuration DPWM



a. Spectre de v_{a0}

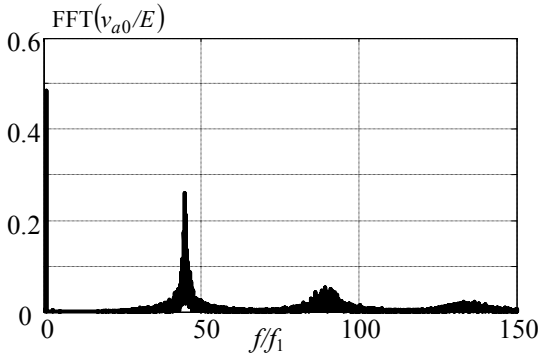


b. Spectre de u_{ab}

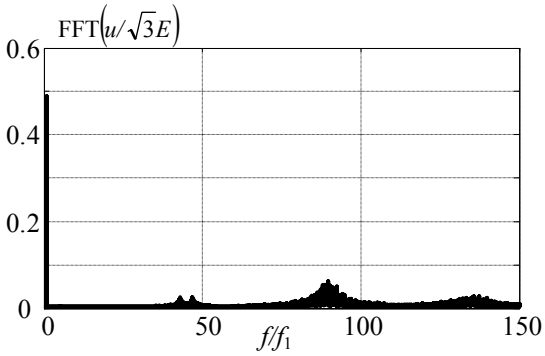


c. Spectre de v'_a

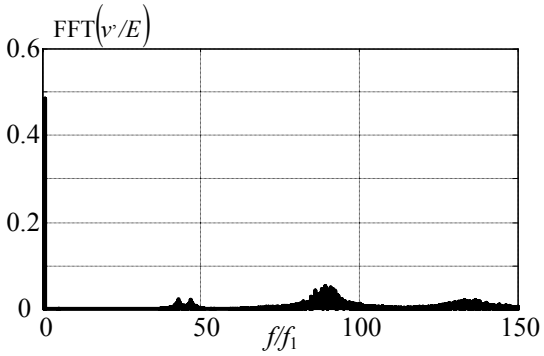
Figure IV.10. Configuration RPPM ($R_\beta = 1.8$)



a. Spectre de v_{a0}

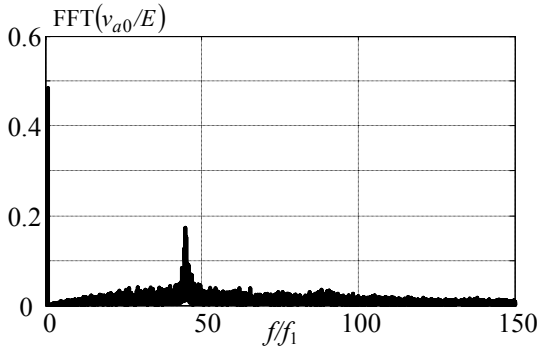


b. Spectre de u_{ab}

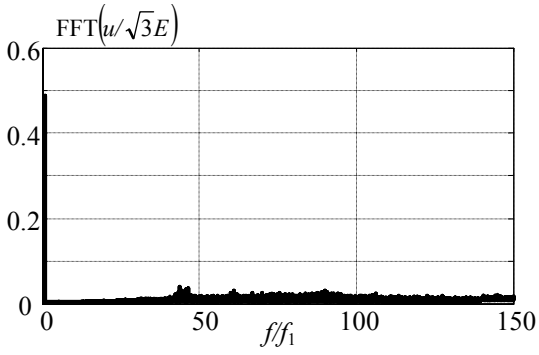


c. Spectre de v'_a

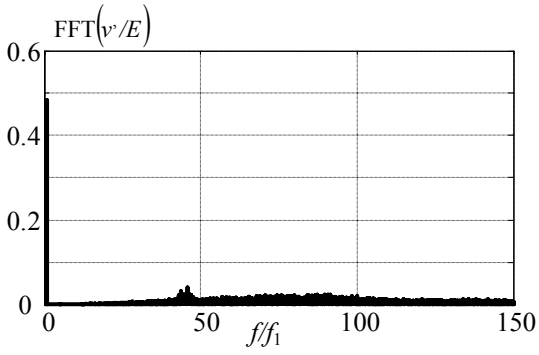
Figure IV.11. Configuration RCFM, ($R_T = 0.2$)



a. Spectre de v_{a0}

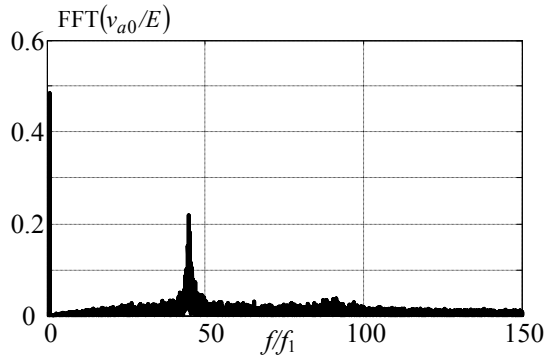


b. Spectre de u_{ab}

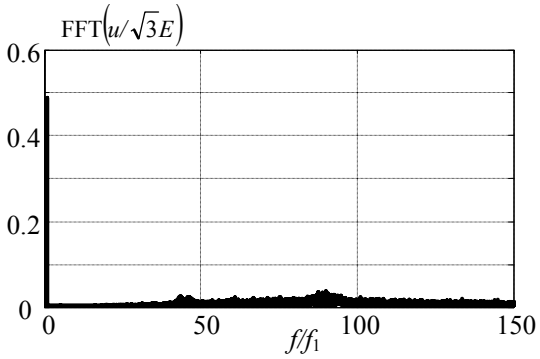


c. Spectre de v'_a

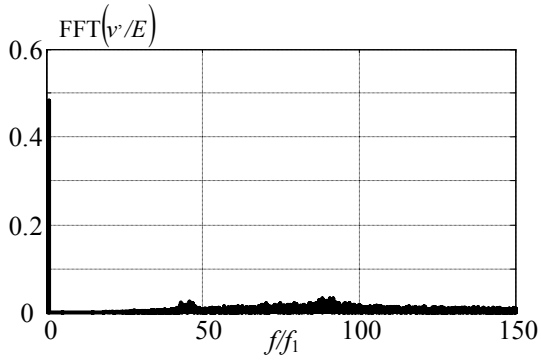
Figure IV.12. Configuration RCFM-RPPM, ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)



a. Spectre de v_{a0}

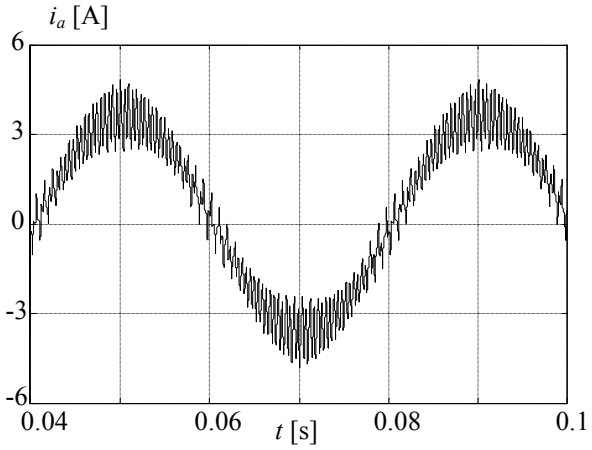


b. Spectre de u_{ab}

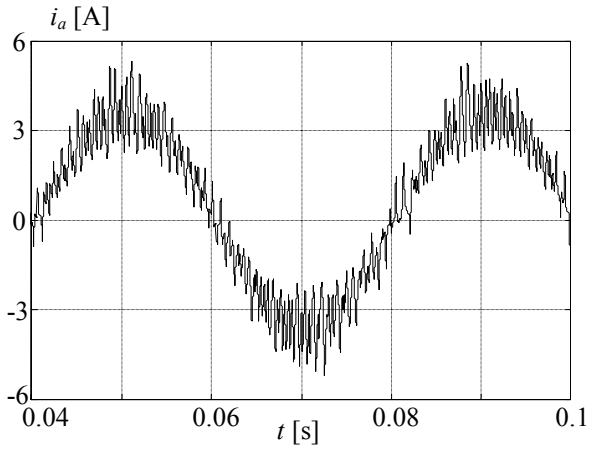


c. Spectre de v'_a

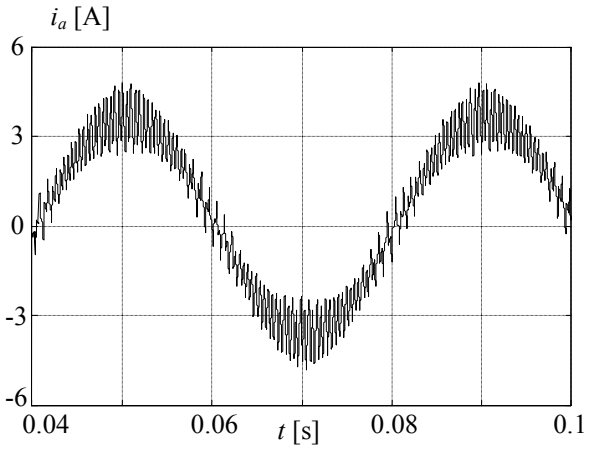
Figure IV.13. Configuration RCFM-RPPM, ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.2$)



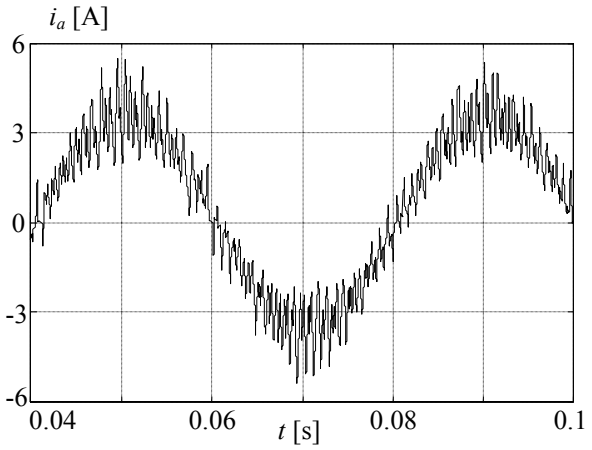
a. Configuration DPWM



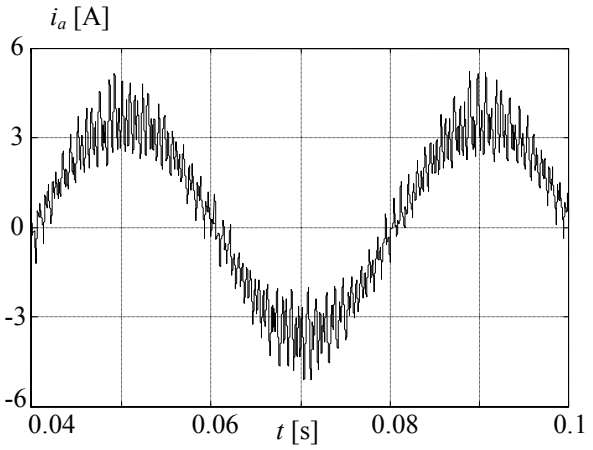
b. Configuration RPPM, $R_\beta = 1.8$



c. Configuration RCFM, $R_T = 0.2$



d. Configuration RCFM-RPPM, ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)



e. Configuration RCFM-RPPM, ($R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.2$)

Figure IV.14. Courant dans la charge pour toutes configurations

L'analyse des résultats de simulation fait ressortir ce qui suit :

- La comparaison de la figure IV.9 à chacune des figures IV.10 à IV.13, montre bien que la MLI aléatoire permet de réduire considérablement l'amplitude du spectre tout en conservant la composante utile (fondamental), ce qui constitue un avantage CEM important.
- Pour toutes les configurations, les spectres des tensions u_{ab} et v'_a ont des amplitudes plus faibles que celles des spectres des tensions v_{a0}, (figures IV.9 à IV.13). Ceci est prévisible à cause de la disparition de la composante homopolaire obtenue par la suppression du fil neutre. De plus, pour chaque configuration, les tensions u_{ab} et v'_a ont des spectres très voisins dans la forme et dans l'amplitude.
- La configuration RPPM, (figure IV.10) délivre une tension dont le spectre est formé d'un bruit (continu) superposé à une composante discrète (harmoniques). Cette dernière composante est elle-même constituée de familles d'harmoniques centrées autour des multiples de la fréquence du fondamental. Notons que cette caractéristique de la configuration RPPM a été vérifiée aussi en DC-DC.
- Pour la RCFM, les spectres de v_{a0}, de u_{ab} et de v'_a ont des amplitudes relativement importantes autour des multiples de F_s. De plus, ils ne varient pas de la même façon, en effet, pour v_{a0}, le spectre a tendance à diminuer d'amplitude au fur et à mesure que f augmente, alors que pour v_{a0} et u_{ab}, les spectres ont plutôt tendance à augmenter d'amplitude au voisinage de $f = 2F_s$, pour amorcer une diminution lorsque f augmente. Notons que ce comportement a été constaté aussi au chapitre III au niveau de la PSD.
- Une comparaison entre la RCFM (figure IV.11) et la RCFM-RPPM (figures IV.12 et IV.13) montre que cette dernière configuration permet à la fois un meilleur étalement des spectres de v_{a0}, de u_{ab} et de v'_a. De plus, les mêmes variations que pour la PSD sont retrouvées, en effet, le spectre à tendance à diminuer de manière monotone pour f supérieure à $2F_s$, avec un maximum relativement important autour de F_s. Au troisième chapitre (paragraphe V.1, page 103), nous avons proposé une valeur de R_β entre 1 et 1.5 afin de réaliser un compromis entre les maximums locaux des PSD autour des fréquences F_s et $2F_s$. La valeur de $R_\beta = 1.2$, (figure IV.13) réalise ce compromis au niveau du spectre et appuie bien cette proposition. Notons que ce comportement est similaire à celui rencontré dans le cas du hacheur en pont.
- A partir de la figure IV.14, nous constatons que pour les trois configurations de modulation aléatoire, les pics de courant ne présentent aucune symétrie. Nous notons une certaine monotonie des pics pour la configuration RCFM qui est due à la concentration du spectre autour de la fréquence de modulation.

III.2.2. Stratégie SVM hybride

Dans la simulation, les signaux de référence m_a, m_b et m_c sont obtenus à partir de l'expression III.26, (chapitre III, page 84). La figure IV.15 montre le schéma bloc adopté pour la génération de ces signaux en utilisant les tensions désirées en per unit (v^*_a, v^*_b et v^*_c).

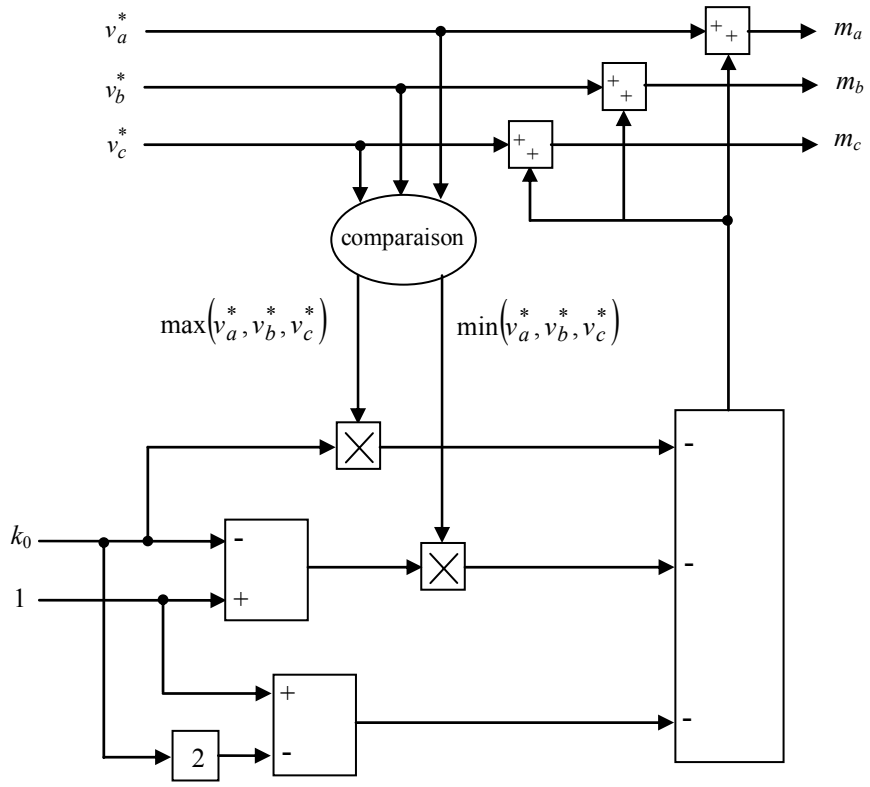


Figure IV.15. Génération des signaux de référence pour la stratégie HSVM

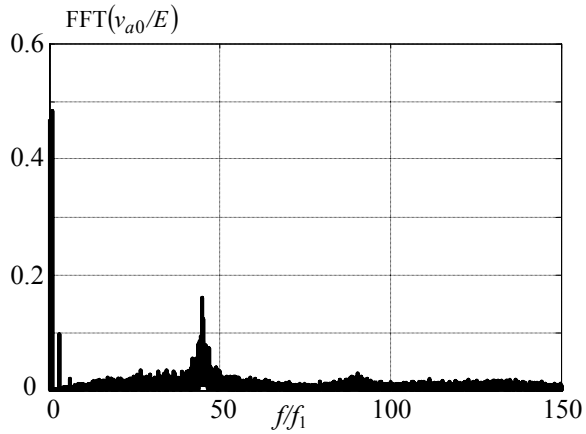
Nous avons montré au chapitre III, que la configuration RCFM-RPPM réalise le meilleur étalement de la PSD indépendamment de la stratégie de modulation. De ce fait, les résultats de simulation sont donnés seulement pour cette configuration. De plus, nous avons vu au paragraphe précédent que les contenus spectraux des tension u_{ab} et v'_a sont très voisins. Ainsi, dans ce paragraphe, les résultats de simulation concernent seulement v_{a0} et u.

En référence [74], les auteurs ont montré pour la MLI classique, que la valeur de k_0 qui réalise une réduction optimale des pics de courant est voisine de 0.5, $\left(k_0^{opt} \approx 0.5\right)$. Dans notre travail, une étude paramétrique sur k_0 (k_0 = 0.1, k_0 = 0.5 et k_0 = 0.9) menée au chapitre III, (paragraphe V.2.1, page 105), nous a permis aussi de vérifier qu'en MLI aléatoire la PSD la mieux étalée est obtenue pour k_0 = 0.5. Dans le but de conforter ce résultat, la simulation est effectuée pour deux valeurs de k_0. Ainsi, en figures IV.15 et IV.16, les spectres des v_{a0} et de u_{ab} sont donnés pour k_0 = 0.5 et en figures IV.17 et IV.18, les mêmes spectres sont donnés pour k_0 =

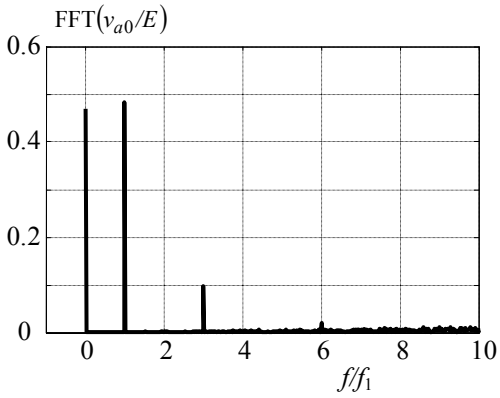
0.9. Chaque spectre est accompagné de deux zooms :

- Le premier est effectué sur les fréquences proches de celles du fondamental 'f_1' afin d'observer les pics de la PSD en basses fréquences relevés au chapitre III aux niveaux des PSD de v_{a0}.
- Le second zoom est réalisé autour de la fréquence de modulation $F_s = Mf_1$ dans le but de comparer les amplitudes des spectres dans ce voisinage.

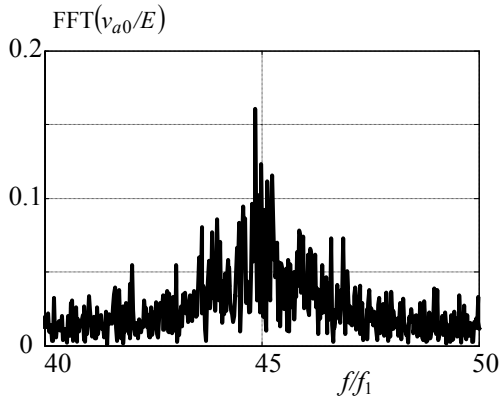
Enfin, notons que les simulations sont effectuées dans les mêmes conditions que la triangulo-sinusoïdale.



a. spectre de v_{a0}

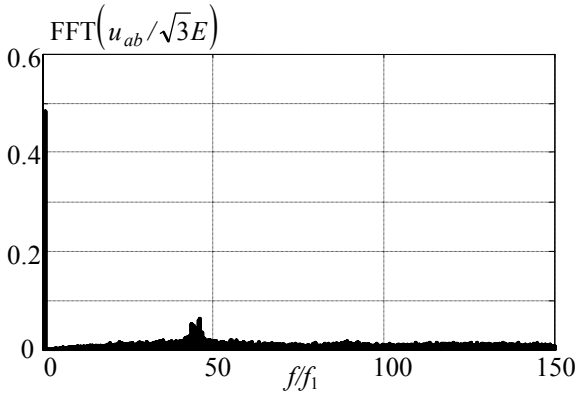


b. Zoom sur les basses fréquences

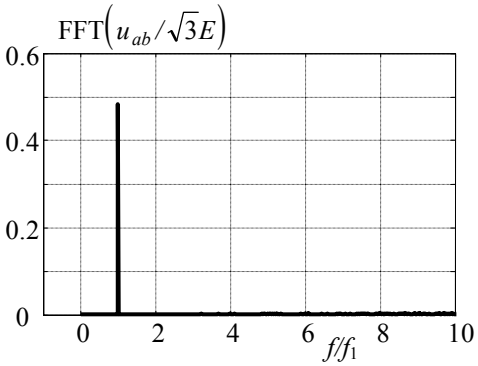


c. Zoom autour la fréquence de modulation

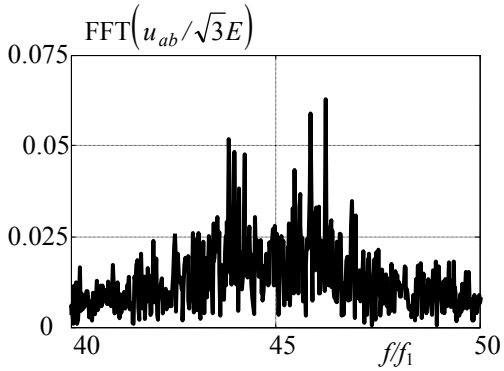
Figure IV.16. Spectre de v_{a0} pour $k_0 = 0.9$, (RCFM-RPPM : $R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)



a. spectre de u_{ab}

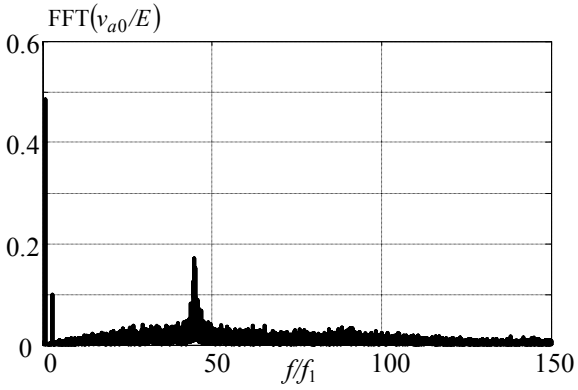


b. Zoom sur les basses fréquences

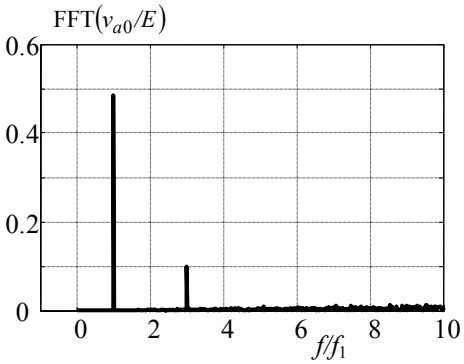


c. Zoom autour la fréquence de modulation

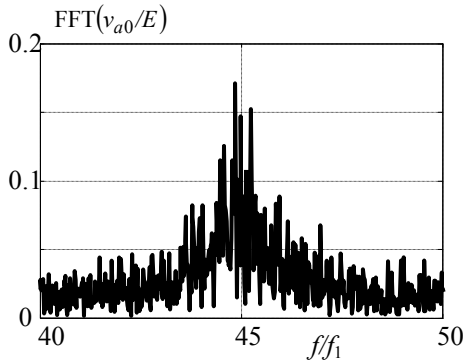
Figure IV.17. Spectre de u_{ab} pour $k_0 = 0.9$, (RCFM-RPPM : $R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)



a. spectre de v_{a0}

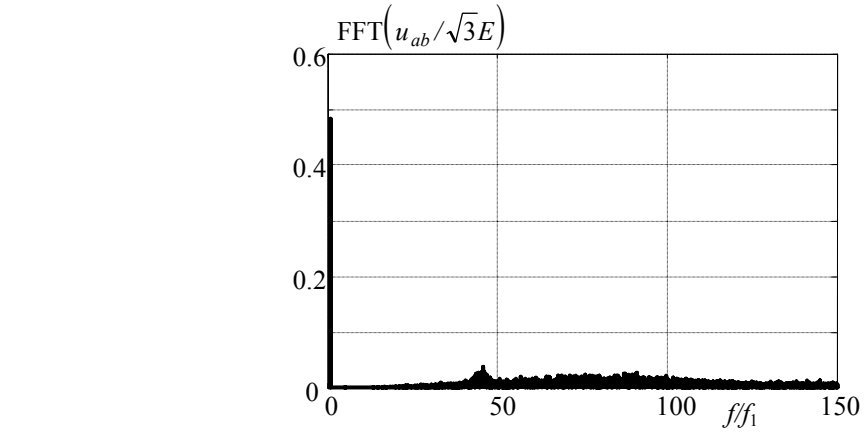


b. Zoom sur les basses fréquences

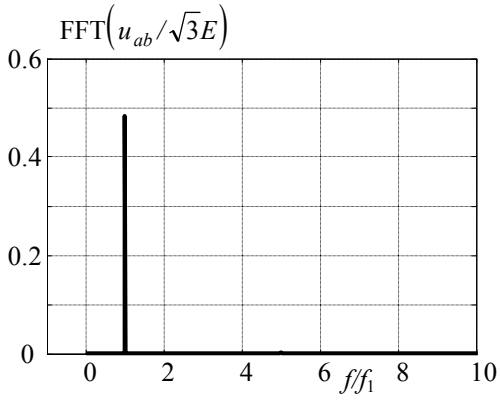


c. Zoom autour la fréquence de modulation

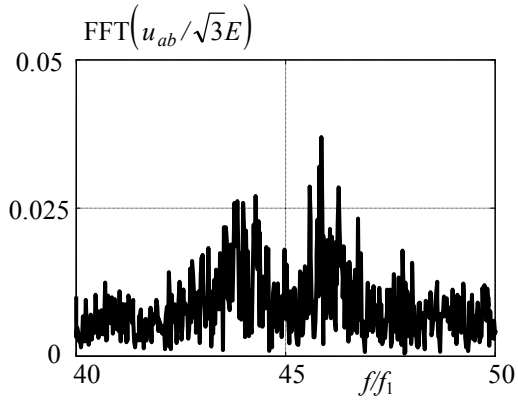
Figure IV.18. Spectre de v_{a0} pour $k_0 = 0.5$, (RCFM-RPPM : $R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)



a. spectre de u_{ab}



b. Zoom sur les basses fréquences



c. Zoom autour de F_s

Figure IV.19. Spectre de u_{ab} pour $k_0 = 0.5$, (RCFM-RPPM : $R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)

Une analyse de ces résultats montre ce qui suit :

- En premier lieu, nous remarquons bien en figures IV.15.a et IV.15.b, que pour $k_0 = 0.9$, le spectre de v_{a0} contient une composante continue et des harmoniques multiples de trois (les plus importants sont les harmoniques 3 et 6). Ce ci est dû à la forme du signal de référence qui ne présente aucune symétrie et dont la valeur moyenne est non nulle (chapitre III, figure III.5, page 81). Néanmoins, nous constatons que ces composantes disparaissent dans le spectre de la tension composée u_{ab} (figures IV.16.a et IV.16.b). Ce qui est en conformité avec les résultats obtenus au troisième chapitre pour cette stratégie.

- En second lieu, le spectre de v_{a0} pour $k_0 = 0.5$, contient l'harmonique trois (03) seulement (figures IV.17.a et IV.17.b), cet harmonique disparaît du spectre de u_{ab} (figure 18.c). En effet, comme nous l'avons constaté au chapitre précédent, (figure III.5, page 81), le signal de référence est très proche du signal obtenu pour la stratégie triangulo-sinusoïdale avec injection

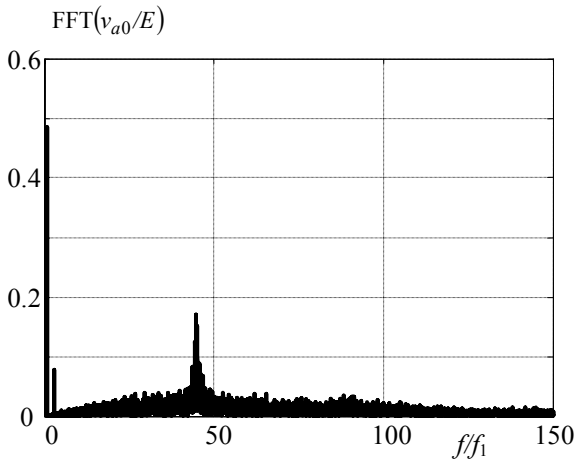
du troisième harmonique. Et la comparaison entre ces deux stratégies (HSVM et injection du troisième harmonique) a révélé des performances très proches.

- En troisième lieu, il est vrai que les spectres de v_{a0} pour $k_0 = 0.9$ (figure IV.15.c) et pour $k_0 = 0.5$ (figure IV.17.c) ont des amplitudes comparables au voisinage de la fréquence de modulation F_s, (amplitude relative entre 0.15 pu et 0.20 pu). Cependant, la comparaison entre la figure IV.16.c et la figure IV.18.c. montre que le contenu spectral de u_{ab} présente une nette amélioration pour $k_0 = 0.5$, (amplitude relative inférieure à 0.04 pu), par rapport à $k_0 = 0.9$, (amplitude relative supérieure à 0.06 pu), ce qui représente une amélioration d'environs 50 %.

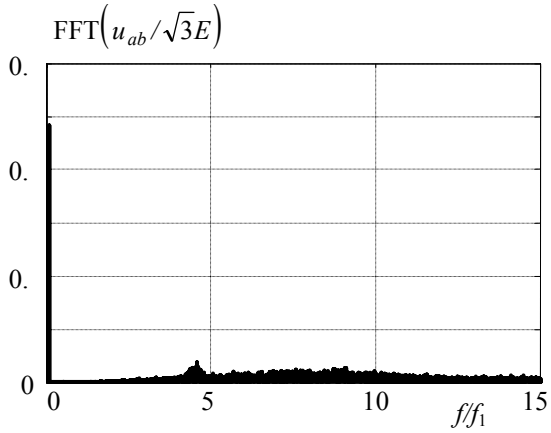
Enfin, à l'issue de cette analyse, nous pouvons affirmer que les résultats de simulation confortent ceux obtenus au niveau des PSD des tensions de sortie v_{a0} et u_{ab}.

II.2.3. Stratégie triangulo-sinusoïdale avec injection de l'harmonique '3'

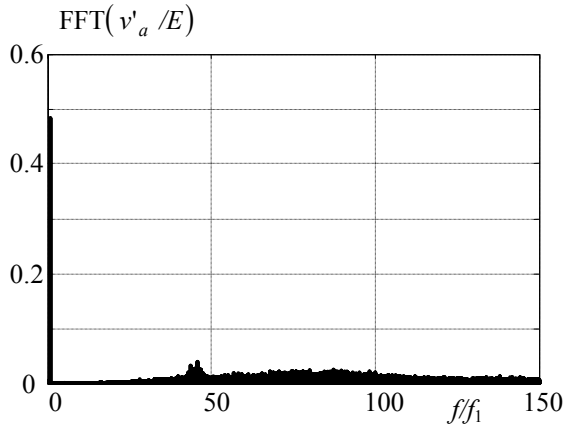
Pour cette stratégie, la référence est donnée au chapitre III par l'expression III.25 (page 84). La simulation est effectuée dans les mêmes conditions que la HSVM. Nous nous contentons de montrer les spectres des tensions de sortie pour la configuration RCFM-RPPM seulement, (figure IV.20).



a. spectre de v_{a0}



b. spectre de u_{ab}



c. spectre de v'_a

Figure IV.20. Spectres des tensions de sortie, (RCFM-RPPM : $R_T = 0.2$, $R_\beta = 1.8$)

En figure IV.20.a., nous constatons que le troisième harmonique (injecté dans la référence) apparaît dans le spectre de v_{a0} et disparaît dans ceux de u_{ab} et de v'_a, (figures IV.20.b et c). Par ailleurs, une comparaison avec la stratégie HSVM (pour $k_0 = 0.5$), dans les mêmes conditions (spectre de v_{a0} : figure IV.16.a et spectre de u_{ab} : figure IV.17.a) révèle des performances similaires, ce qui est conforme aux résultats de comparaison des PSD effectuée au chapitre III.

Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la simulation du débit sur une charge inductive des convertisseurs DC-DC et DC-AC, commandés en modulation aléatoire.

Les différentes configurations aléatoires sont obtenues selon le principe général de modulation que nous avons proposé au premier chapitre. Ce principe étant basé sur une porteuse aléatoire, le passage d'une configuration à une autre est alors effectué seulement par changement de porteuse.

Nous avons focalisé cette étude sur les trois points suivants, qui nous ont paru essentiels :

- Le premier point concerne la séparation de l'aspect aléatoire de la structure du convertisseur et des signaux de référence. D'un côté, cette séparation permet l'application de la MLI aléatoire sur les convertisseurs déjà existants et d'un autre côté, elle n'affecte pas les éventuelles boucles de réglages classiques qui sont généralement basées sur un réglage des signaux de référence.
- Le second point consiste à faire apparaître l'aspect aléatoire sur les formes du courant et de la tension pour les différentes configurations. Ce qui a permis de constater les effets séparés de chacun des deux paramètres aléatoires de la porteuse (T et β).
- Le dernier point consiste à comparer au niveau contenu spectral de la tension de sortie d'une part, la MLI aléatoire et la MLI déterministe et d'autre part, les différentes configurations aléatoires. Ces comparaisons nous ont permis de confirmer par simulation, l'avantage de la MLI aléatoire par rapport à la MLI classique dans la réduction des perturbations conduites et de conforter les résultats de l'analyse des PSD obtenus aux deuxième et troisième chapitres, notamment ceux concernant la supériorité de la configuration aléatoire RCFM-RPPM par rapport aux autres configurations tant en DC-DC qu'en DC-AC.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Notre travail a pour but la réduction des perturbations conduites dans les convertisseurs DC-DC, (hacheur série et hacheur en pont) et DC-AC, (onduleur de tension triphasé en pont), par une commande en MLI aléatoire. Cette technique est depuis quelques années l'objet de nombreux travaux de recherche, ce qui montre son intérêt dans le milieu industriel. En effet, les exigences des normes CEM ont poussé les industriels vers des investigations nouvelles telles que la MLI aléatoire. En premier, nous pouvons affirmer qu'elle permet de réduire l'amplitude du spectre de la tension de sortie et de mieux respecter ainsi les normes CEM pour les perturbations conduites.

Dans notre travail, afin de générer les signaux de commande aléatoires en période et en position, nous proposons un principe à base d'une porteuse triangulaire à deux paramètres aléatoires.

Pour des raisons d'utilisation fréquente en milieu industriel, nous avons ensuite accordé un intérêt particulier à trois dispositifs en l'occurrence le hacheur série, le hacheur en pont et l'onduleur de tension triphasé en pont.

En utilisant les deux paramètres aléatoires de la porteuse, nous avons élaboré et validé des modèles mathématiques de la PSD de la tension de sortie pour les différents convertisseurs, (hacheur série, hacheur en pont et onduleur de tension triphasé en pont). Ceci nous a permis de mettre en évidence l'apport de chaque paramètre aléatoire et de faire ressortir l'intérêt CEM de la configuration ayant deux paramètres aléatoires par rapport aux configurations ayant un seul paramètre aléatoire pour chaque convertisseur.

Dans le cas du hacheur série, pour tenir compte du temps de commutation des interrupteurs électroniques, une approche basée sur l'approximation de la tension de sortie par une forme trapézoïdale a été intégrée dans le modèle de la PSD. Ceci nous a permis de confirmer que la commutation a un effet négligeable en basses fréquences, par contre cet effet devient important sur le contenu spectral en hautes fréquences. Nous avons en outre montré qu'en rendant aléatoire le temps de commutation, nous obtenons un étalement supplémentaire de la PSD en hautes fréquences ; ce qui se traduit par un effet bénéfique sur la réduction de son amplitude.

Pour l'onduleur de tension triphasé en pont, le fait d'introduire l'aspect aléatoire directement dans la porteuse nous a permis de rendre facile la randomisation en période et en position de différentes stratégies de modulation, (par comparaison de trois signaux de référence

avec une seule porteuse). Cet aspect permet de rendre aléatoire la version hybride de la stratégie de modulation vectorielle (HSVM).

Enfin la simulation du fonctionnement des convertisseurs sur une charge quelconque a permis de faire apparaître l'intérêt de l'aspect aléatoire au niveau des courants. L'analyse spectrale de la tension de sortie a révélé aussi des performances pour la CEM, en conformité avec celles obtenues au niveau des densités spectrales de puissances.

Comme perspectives, il serait fort intéressant de compléter ce travail par :

- L'implantation de la MLI à une porteuse aléatoire sur un banc d'essai pratique.
- L'insertion de la MLI aléatoire dans des boucles de réglages classiques.
- Enfin, l'extension de cette technique à plusieurs porteuses aléatoires, notamment pour les onduleurs multi niveaux qui connaissent un développement important dans le domaine des grandes puissances.

ANNEXE

ANNEXE

Expression générale de la PSD d'un signal aléatoire stationnaire au sens large

Soit un signal $u(t)$ aléatoire stationnaire au sens large. A titre illustratif, le signal considéré dans la figure A.1 est en impulsions rectangulaires d'amplitude fixe assimilable à celui de la commande MLI. Notons que dans le cas général d'un signal MLI quelconque, il peut être exprimé directement en fonction d'un ou de plusieurs signaux de commande.

Durant une période de modulation T_m, ce signal est complètement caractérisé par :

- La période T_m.
- Le rapport cyclique d_m.
- Le rapport de délai δ_m.

Ces trois (03) paramètres peuvent être aléatoires de manière séparée ou combinée.

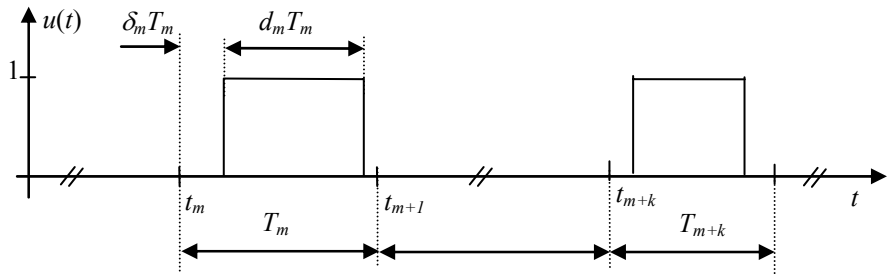


Figure A.I. Signal aléatoire en impulsions

Sur une période quelconque T_m, le signal peut être défini comme suit :

$$U_m(t-t_m)=\begin{cases}1, & \text{pour } \ t_m+\delta_m T_m \le t \le t_m+\delta_m T_m+d_m T_m \\ 0, & \text{ailleurs}\end{cases} \tag{A.1}$$

Et sa transformée de Fourier a pour expression :

$$U_m(f)=\frac{1}{\pi f}e^{-j\pi f(2\delta_m+d_m)T_m}\sin(\pi f d_m T_m)e^{-j2\pi f t_m} \tag{A.2}$$

La fonction d'auto corrélation est définie par :

$$\Re(\tau)=E\left[\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\int_{-T_0}^{T_0}U(t)U(t-\tau)\,dt\right] \tag{A.3}$$

T_0 est définie comme étant l'intervalle d'observation du signal contenant N périodes :

$$T_0 = N.E[T_m] = N.\overline{T} \tag{A.4}$$

Où $\overline{T}$ est la moyenne statistique de la variable aléatoire *T*.

En fonction de l'expression (A1) du signal, la relation (A3) peut s'écrire comme suit :

$$\Re(\tau) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{(2N+1)\overline{T}} E\left[\int_{-T_0}^{T_0} \sum_{m=-N}^{N} \sum_{l=-N}^{N} U_m(t-t_m)U_l(t-t_l-\tau)dt\right] \tag{A.5}$$

Les créneaux $U_m(t-t_m)$ et $U_l(t-t_l-\tau)$ peuvent être exprimés par leurs transformées de Fourier inverses comme suit :

$$\Re(\tau) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{(2N+1)\overline{T}} E\left[\int_{-T_0}^{T_0} \sum_{m=-N}^{N} \sum_{l=-N}^{N} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} U_m(f_1)e^{j2\pi f_1 t}U_l(f_2)e^{j2\pi f_2 t}e^{-j2\pi f_2 \tau}df_1 df_2 dt\right] \tag{A.6}$$

En rassemblant les intégrations à l'intérieur des sommations nous obtenons:

$$\Re(\tau) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{(2N+1)\overline{T}} E\left[\sum_{m=-N}^{N} \sum_{l=-N}^{N} \int_{-\infty-\infty-\infty}^{+\infty+\infty+\infty} U_m(f_1)U_l(f_2)e^{j2\pi(f_1+f_2)t}e^{-j2\pi f_2 \tau}df_1 df_2 dt\right] \tag{A.7}$$

L'identité de Poisson suivante (A.8) peut être utilisée pour simplifier l'intégrale triple dans l'expression (A.7) en une intégrale double [20]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi(f_1+f_2)t}dt = \delta(f_1+f_2) \tag{A.8}$$

Ainsi, l'expression (A.7) peut être simplifiée comme suit :

$$\Re(\tau) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{(2N+1)\overline{T}} E\left[\sum_{m=-N}^{N} \sum_{l=-N}^{N} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} U_m(f_1)U_l(f_2)\delta(f_1+f_2)e^{-j2\pi f_2 \tau}df_1 df_2\right] \tag{A.9}$$

De plus, en utilisant la propriété donnée par l'expression (A.10), [20]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(f)\delta(f-f')df = g(f') \tag{A.10}$$

On peut effectuer la transformation suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} U_l(f_2)\delta(f_1+f_2)e^{-j2\pi f_2\tau}df_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} U_l(f_2)e^{-j2\pi f_2\tau}\delta(f_2-(-f_1))df_2 = U_l(-f_1)e^{j2\pi f_1\tau} \qquad (A.11)$$

Sachant de plus que $U_l(-f_1)=U_l^*(f_1)$, la double intégration de l'expression (A.9) peut à son tour être remplacée par une simple intégration comme suit :

$$\Re(\tau)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{(2N+1)\overline{T}}E\left[\sum_{m=-N}^{N}\sum_{l=-N}^{N}\int_{-\infty}^{+\infty}U_m(f_1)U_l^*(f_1)e^{j2\pi f_1\tau}df_1\right] \qquad (A.12)$$

Pour un signal stationnaire au sens large [68]-[6], la somme $\left(\sum_{l=-N}^{N}\int_{-\infty}^{+\infty}U_m(f_1)U_l^*(f_1)df_1\right)$ est invariante par rapport à *m*, de ce fait l'espérance dépend seulement de *l* et la première sommation $\left(\sum_{m=-N}^{N}(.)\right)$ se réduira à une multiplication par le nombre de sommations à effectuer ($2N$ + 1 sommations). Par conséquent, l'expression (A12) de la fonction d'auto corrélation d'un signal aléatoire stationnaire au sens large peut s'écrire comme suit :

$$\Re(\tau)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\overline{T}}E\left[\sum_{l=-N}^{N}\int_{-\infty}^{+\infty}U_m(f)U_l^*(f)e^{j2\pi f\tau}df\right] \qquad (A.13)$$

En posant: $l=m+k$, l'expression (A.13) devient :

$$\Re(\tau)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\overline{T}}E\left[\sum_{k=-N}^{N}\int_{-\infty}^{+\infty}U_m(f)U_{m+k}^*(f)e^{j2\pi f\tau}df\right] \qquad (A.14)$$

Finalement, la relation (I.5) entre la fonction d'auto corrélation et la densité spectrale donnée au Chapitre I permet d'établir l'expression générale suivante :

$$W(f)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\overline{T}}E\left[\sum_{k=-N}^{N}U_m(f)U_{m+k}^*(f)\right] \qquad (A.15)$$

Note : Notons que l'expression générale (A.15) est valable pour tout signal stationnaire au sens large. Dans notre travail, elle constitue l'expression générale de départ pour tout modèle de la PSD de la tension. Le cas de la conversion DC-DC s'inscrit parfaitement dans cette classe de signaux alors que le cas de la conversion DC-AC s'inscrit dans la classe des signaux cyclo-stationnaires. Pour pouvoir y appliquer l'expression générale (A.15), on doit stationnariser le signal par une technique mathématique qui est explicitée au Chapitre III.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

[1] Richard Redl, "Electromagnetic Environmental Impact of Power Electronics Equipment", IEEE proceedings, Invited paper, Vol. 89, N0. 6, Juin 2001.

[2] Bin Wang, "Analyse de la double modulation aléatoire pour réduire les effets conduits dans les convertisseurs de puissance", Thèse de Doctorat d'Université, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, Juillet 2003.

[3] Gabriel Grandi, Domenico Casadei and Ugo Reggiani, "Common-and Differential- Mode HF Current Components in AC Motors Supplied by Voltage Source Inverters", IEEE, Trans. On Power Electron., Vol. 19, N0. 1, Jan. 2004.

[4] J. –L. Coquerelle, *CEM et Electronique de puissance*, Edition Technip, 1999.

[5] K. Karanun and W. Khan-ngern, "EMC Education on three phase PWM Inverter", proceedings, proceedings of EMC Europe'02, (International symposium on Electromagnetic Compatibility), Sorrento, Italy, Sept. 2002, pp. 1079-1084.

[6] Redl R., "Power Electronics and Electromagnetic Compatibility", IEEE, proceedings of PESC'96, Record, 27th Annual IEEE Conf. Vol. 1, June 1996, pp.15-21.

[7] Redl, R., Tenti, P., Daan van Wyk, J., "Power electronics' polluting effects", IEEE, Spectrum, Vol. 34, Issue 5, May 1997, pp. 33-39.

[8] Redl, R., Tenti, P., Daan van Wyk, J., "Combatting the Pollution of the Power Distribution Systems By Electronic Equipment", IEEE, Proceedings of APEC'97, Vol. 1, Feb. 1997, pp. 42-48.

[9] Kraft, C., "Conducted noise from 48 volt DC-DC converters used in telecommunications systems and its mitigation for EMC", proceedings of the 3rd International Conf. on Telecommunications Energy, (TELESCON), Special, May 2000, pp. 327 – 331.

[10] Wojciech Czuchra, Marek Kowalczewski, Waldemar Zajac, "Methods of Reducing Electromagnetic Interference by Trams with Asynchronous Motors", proceedings of EMC Europe'02, Sorrento, Italy, Sept. 2002, pp. 1079-1084.

[11] Caponet, M.C.; Profumo, F.; De Doncker, R.W.; Tenconi, A.; **"**Low stray inductance bus bar design and construction for good EMC performance in power electronic circuits", IEEE, Trans. On Power Electron., Vol. 17, Issue 2, Mar. 2001, pp. 225-231.

[12] Caponet, M.C.; Profumo, F.; Jacobs, J.; De Doncker, R.W.; **"**Solutions to minimize conducted EMI in power electronic circuits", IEEE, proceedings of APEC'01, Vol. 1, March 2001, pp. 220-224.

[13] **M. Melit, B. Nekhoul, N. Boudjerda, K. El Khamlichi Drissi and K. Kerroum**,

"Characterization of Electromagnetic Environment in Power Converters Using [S] Matrix", proceedings of EMC Europe'06, Barcelona, Spain, Sept. 2006.

[14] G. Seguier, F. Labrique et R. Bausière, *Les convertisseurs de l'électronique de puissance la conversion continu-alternatif*, Vol. 4, Tec. Et Doc. Lavoisier, 1995.

[15] Redl, R., Sokal, N.O., Balogh, L., "A novel soft-switching full-bridge DC/DC converter: analysis, design considerations, and experimental results at 1.5 kW, 100 kHz", IEEE, Trans. On Power Electron., Vol 6, Issue 3, July 1991, pp. 408-418.

[16] Kos, D.; Mihalic, F.; Jezernik, K.; "Conductive EMI reduction in switched - mode power converters", IEEE, proceedings of ISIE'05, (International Symposium of Industrial Electronics), Vol. 2, June 2005, pp. 441-446.

[17] Andrew C. Wang and Seth R. Sanders, "Programmed Pulse width Modulated Waveforms for Electromagnetic Interference Mitigation in DC-DC Converters", IEEE Trans. On Power Electron. Vol.8, N0. 4, Oct. 1993, pp.596-605.

[18] Mihalic, F. and Milanovic, M., **"**EMI reduction in randomized boost rectifier", IEEE proceedings of ISIE'99, Vol. 2, July 1999, pp. 457-462.

[19] Trzynadlowski A.M., Zigliotto M., Bolognani S., Bech M.M., "Reduction of the Electromagnetic Interference Conducted to mains in Inverter-fed AC Drives Using Random Pulse Width Modulation". IEEE Proceedings of Industry Applications Conference, 1998. 33rd IAS, Annual Meeting, Vol. 1, Oct. 1998, pp.739 – 744.

[20] Bech M. M., "Random pulse-width modulation techniques for power electronic converters", Ph.D. Thesis, Aalborg University, Aalborg East, Denmark, 2000.

[21] Xuejun Gao, "Calcul du Champ Eléctromagnétique Rayonné par un Convertisseur de Puissance en Utilisant la Méthode des Différences finies en 3D", Thèse de Doctorat d'Université, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, Juillet 2003.

[22] K. K. Tse, Henry Shu-hung Chung, S. Y, Hui and H. C. So, "Spectral Characteristics of Randomly Switched PWM DC/DC Converters Operating in Discontinuous Conduction Mode", IEEE, Trans. On Industrial Electron., Vol. 47, N0. 4 Aug. 2000.

[23] John T. Boys and P. G. Handley, "Spread Spectrum Switching: Low Noise Modulation Technique for PWM Inverter Drives", IEE Proceedings-B, Vol. 139, N0. 3, May, 1992, pp 252-260.

[24] S. Y. (Ron) Hui, Yash Shrivastava, S. Sathiakumar, K. K. Tse and Henry Shu-Hung Chung, "A comparison of Nondeterministic Switching Methods for DC-DC Power Converters", IEEE, Trans. On Power Electron. Vol.13, N0.6, Nov.1998, pp.1046-1055.

[25] Y. Shrivastava, S. Y. (Ron) Hui, S. Sathiakumar, Henry Shu-Hung Chung and K. K. Tse, "Harmonic Analysis of Nondeterministic Switching Methods for DC-DC Power Converters", IEEE, Trans. On Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 47, N0. 6, June 2000, pp. 868-883.

[26] Trzynadlowski A.M., "Active attenuation of electromagnetic noise in an inverter-fed automotive electric drive system", IEEE, Trans. On Power Electronics, Vol. 21, Issue 3, May 2006, pp. 693-700.

[27] **M. Melit, N. Boudjerda, B. Nekhoul, K. El Khamlichi Drissi and K. Kerroum,** "Random Modulation for Reducing Conducted perturbations in DC-DC Converters", proceedings of EMC Europe'04, Eidhoven, Netherlands, Sept. 2004.

[28] Andrew C. Wang and Seth R. Sanders, "Programmed Pulse Width Modulated Waveforms for Electromagnetic Interference Mitigation in DC-DC converters", IEEE, Trans. On Power Electronics, Vol. 8, N0. 4, Oct. 1993, pp. 596-605.

[29] K. K. Tse, Raymond Wai-Man Ng, Henry Shu-hung Chung and S. Y. Ron Hui, "An Evaluation of the Spectral Characteristics of Switching Converters with Chaotic Carrier Frequency Modulation", IEEE Trans. On Industrial Electronics, Vol. 50, N0. 1, Feb. 2003, pp. 171-182.

[30] D. A. Stone MIEEE, B. Chambers and D. Howe, "Easing EMC Problems in Switched Mode Power Converters by Random Modulation in the PWM Carrier Frequency", IEEE, Proceedings of APEC'96, Vol. 1, March 1996, pp.327-332.

[31] Thomas G. Habetler and Deepakraj M. Divan, "Accoustic Noise Reduction in Sinusoidal PWM Drives Using a Randomly Modulated Carrier", IEEE, Trans. On Power Electron., Vol. 6, Issue 3, July 1991, pp. 356-363.

[32] S. Bolognani, A. Di Bella and M. Zigliotto, "Random Modulation and Acoustic Noise Reduction in IM Drives", IEE, 9th International Conference on Electrical Machines and Drives, Conference Publication N0. 468, 1999. pp. 137-141.

[33] Trzynadlowski A.M., Zhiqiang Wang, Nagashima J.M., Stancu C., Zelechowski, M.H.; "Comparative investigation of PWM techniques for a new drive for electric vehicles", IEEE, Trans. On Ind. Applications, Vol. 39, Issue 5, Sept.-Oct. 2003 pp.1396-1403.

[34] Trzynadlowski A.M., Borisov K., Yuan Li, Ling Qin, Zhiqiang Wang, "Mitigation of electromagnetic interference and acoustic noise in vehicular drives by random pulse width modulation", IEEE, proc. of Power Electronics in Transportation, Oct. 2004, pp.67-71.

[35] Borisov K., Calvert T.E., Kleppe J.A., Martin E., Trzynadlowski A.M., "Experimental

investigation of a naval propulsion drive model with the PWM-based attenuation of the acoustic and electromagnetic noise", IEEE, Trans. On Industrial Electronics, Vol. 53, Issue 2, April 2006, pp.450-457.

[36] G. A. Govic, J. T. Boys "Noise quieting with PWM AC drives", IEE proceedings-Electr. Power Appl. Vol. 145, N0. 1, Jan. 1998, pp. 1-10.

[37] P.W. Clarke, "Self commutated Thyristor DC-to-DC Converter", IEEE, Trans. On Magnetics, Vol. 6, N0. 1, March 1970, pp.10-15.

[38] Kone Osakeyhtio, "Forfarande och Annordning for Minskning av Bullerolagen- Heterna Vid on Med Chopperprincip Matad Elmotor, (Method and Apparatus for Reduction of Noise from Chopper-Fed Electrical Machines)", Finish Patent Application, N0. 861.891, Filed May 6, 1986.

[39] A. M. Trzynadlowski, S. Legowski and R. L. Kirlin, "Random Pulsewidth Modulation Technique for Voltage-Controlled Power Inverters", IEEE, Proceedings, 22th Industry Applications Annual Meeting, 1987, Vol. 1, pp. 863-868.

[40] T. Tanaka, T. Ninomiya and K. Harada, "Random switching control in DC to DC converters", IEEE, Proceedings of PESC'89, 1989, pp 500-507.

[41] Trzynadlowski A. M.; Blaabjerg F.; Pedersen J. K.; Kirlin, R. L.; Legowsli,S.; "Random Pulse Width Modulation Techniques for Converter Fed Drive Systems- A Review", IEEE, Trans. On Ind. Applications, Vol. 30, Issue 5, Sept.-Oct. 1994, pp. 1166-1175.

[42] A. M. Stankovic, "Random Pulse Modulation With Application to Power Converters", Ph.D. Thesis, Massachusets Institute of Technology, Feb. 1993.

[43] Aleksandar M. Stankovic, George C. Verghese and David J. Perreault, "Analysis and Synthesis of Randomized Modulation Schemes for Power Converters", IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 10, N0. 6, Nov. 1995, pp. 680-693.

[44] K. K. Tse, Henry Shu-hung Chung, S. Y. Hui and H. C. So, "A Comparative Investigation on the Use of Random Modulation Schemes for DC/DC Converters", IEEE Trans. On Industrial Electronics, Vol. 47, N0. 2, April 2000, pp. 253-263.

[45] K. K. Tse, Henry Shu-hung Chung, S. Y. (Ron) Hui and H. C. So, "Analysis and Spectral Characteristics of a Spread-Spectrum Technique for Conducted EMI Suppression", IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 15, N0. 2, March 2000, pp. 299-410.

[46] M. M. Bech, F. Blaabjerg and J. k. Pedersen, "Random Modulation Techniques with Fixed Switching Frequency for Three-phase power Converters", IEEE, Trans. On Power Electron., Vol. 15, Issue 4, July 2001, pp.753-761.

[47] **M. Melit, M. Errouha, N. Boudjerda, B. Nekhoul, K. El Khamlichi Drissi and K. Kerroum,** "Etude comparative des techniques apériodiques de commande appliquées aux convertisseurs DC/DC", Proceedings of JFMMA & Telecom'2003, Marrakech, Maroc, Oct. 2003.

[48] K. K. Tse, Henry Shu-hung Chung, S. Y. Ron Hui and H. C. So, "A Comparative Study of Carrier-Frequency modulation techniques for conducted EMI Suppression in PWM Converters", IEEE Trans. On Industrial Electronics, Vol. 49, N0. 3, June 2002, pp. 618-627.

[49] El Khamlichi Drissi K., Luck P. C. K., Wang B. and Fontaine J., "A Novel Dual Randomization PWM Scheme for Power Converters", IEEE, proceedings of PESC'03, Vol. 2, June 2003, pp. 480-484.

[50] **N. Boudjerda, M. Melit, B. Nekhoul, K. El Khamlichi Drissi and K. Kerroum,** "Reduction of Conducted Perturbations in DC-AC Converters by a Dual Randomization of Hybrid Space Vector Modulation", International Review of Electrical Engineering, Vol. 1, N0. 1, March-April 2006, pp.154-161.

[51] K. A. Almarri and J. C. Balda, " The Effects of PDFs on the Line to Line Voltage and Noise Generated by PWM Inverters", Proceedings of Texas Instruments DSPS FEST '99, Houston (TX), Aug. 4-6, 1999.

[52] Aleksandar M. Stankovic, George C. Verghese and David J. Perreault, "Randomized Modulation of Power Converters via Markov Chains", IEEE Trans. On Control Systems Technology, Vol. 5, N0. 1, Jan. 1997, pp. 61-73.

[53] Khalil El Khamlichi Drissi, Patrick Chi Kwong Luck, Bin Wang and Jacques Fontaine, "Effects of Symmetric Distribution Laws on Spectral Power Density in Randomized PWM", IEEE Power Electronics Letters, Vol. 1, N0. 2, June 2003.

[54] Boys J. T.; Andrews M.; "Random PWM inverter drive systems: theory and practice", IEEE, Proceedings of IECON '93, Vol. 2, Nov. 1993, pp. 695-700.

[55] R. L. Kirlin and A. M. Trzynadlowski, "A Unified Approach to Analysis and Design of Random Pulsewidth Modulation in Voltage-Source Inverters", IEEE, Trans. On circuits and systems-I:Fundamental Theory and Applications, Vol. 44, N0. 8, Aug. 97.

[56] Andrzej M. Trzynadlowski, Marian P. Kazmierkowski, Pawel Z. Grabowski and Michael M. Bech, "Three Examples of DSP Applications in Advanced Induction Motor Drives", Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, June 1999, pp. 2139-2140.

[57] M. M. Bech, J. K. Pedersen, F. Blaabjerg and A. M. Trzynadlowski, "A Methodology

for true Comparison of Analytical and Measured Frequency Domain Spectra in Random PWM Converters", IEEE, Trans. On Power Electron. Vol. 14, N0. 3, May 1999, pp. 578-586.

[58] A. L. Baranovski, A. Mogel, W. Schwarz, O. Woywode, " Chaotic Control of DC-DC Converter", IEEE, Proceedings of ISCAS'2000, Vol. 2, May 28-31, 2000, Geneva, Switzerland, pp. 108-111.

[59] C. M. Liaw, Y. M. Wu and K. I. Hwu, "Analysis, Design and Implementation of a random Frequency PWM Inverter", IEEE trans. Power Electronics, Vol. 15, N0. 5, Sept. 2000, pp. 843-854.

[60] Almarri, K.A.; Balda, J.C.; Carr, K.; "A limited-pool multi-stage random PWM method optimized for adjustable speed drives", IEEE Proc. of Industry Applications Conference, 2000, Vol. 3, Oct. 8-12 2000, pp. 1586-1592.

[61] A. M. Trzynadlowski, M. M. Bech, F. Blaabjerg, J. K. Pedersen, R. L. Kirlin and M. Zigliotto, "Optimization of Switching Frequencies in the Limited-Pool Random Space Vector PWM Strategy for Inverter-Fed Drives", IEEE, Trans. On Power Electron., Vol. 16, N0. 6, Nov. 2001.

[62] Mihalic, F.; Milanovic, M.; "Power Spectrum Estimation of the Input Current in Random Modulated Boost Rectifier", IEEE Proc. of Industrial Electronics Society, Conference, IECON '98, Vol. 3, 31 Aug.-4 Sept. 1998, pp.1382-1387.

[63] Jacobina C.B., Lima A.M.N., da Silva E.R.C., Trzynadlowski A.M., "Current control for induction motor drives using random PWM", IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 45, Issue 5, Oct. 1998, pp.704-712.

[64] J. L. Shyu, T. J. Liang and J. F. Chen, "Digitally-controlled PWM inverter modulated by multi-random technique with fixed switching frequency", IEE proceedings, Electr. Power Appl. Vol. 148, N0. 1, Jan. 2001.

[65] R. Giral, A. El Aroudi, L. Martinez-Salamero, R. Leyva and J. Maixe, "Current control technique for improving EMC in Power converters", IEEE, Electronics Letters, March 2001, Vol. 37, N0. 5.

[66] B. J. Kang and C. M. Liaw, "Random Hysteresis PWM Inverter With Robust Spectrum Shaping", IEEE trans. Aerospace and Electronic systems, Vol. 37, N0. 2, April. 2001.

[67] C. R. Paul, *Introduction to Electromagnetic Compatibility*, Wiley-Interscience 1992.

[68] D. Middletton, *Introduction to Statistical Communication Theory*, Los Altos, CA: Peninsula, 1987.

[69] M. Charbit, *Eléments de théorie du signal: aspects aléatoires*, ellipse / édition marketing S. A., 1996.

[70] Jianwen Shao, Ray L. Lin, Fred C. Lee and Dans y. Chen, "Characterization of EMI Performance for Hard and Soft-Switched Inverters", IEEE, proceedings of APEC'2000, Vol. 2, Feb. 2000, pp. 1009-1014.

[71] Alexander Worshevsky and Peter Worshevsky, "Effectiveness of periodical Frequency Shift for Radio Frequency Emission Suppression in DC-DC Converters", IEEE, proceedings of the 6th Symposium on , June 2005, pp. 19-21.

[72] **N. Boudjerda, M. Melit, B. Nekhoul, K. El Khamlichi Drissi and K. Kerroum,** "High Frequency Effect of Randomized Switching Time in DC-DC Converters", proceedings of EMC Europe'06, Barcelona, Spain, Sept. 2006.

[73] **N. Boudjerda, M. Melit, B. Nekhoul, K. El Khamlichi Drissi and K. Kerroum,** "High Frequency Effect of Switching Time in Randomly Controlled DC-DC Converters", WSEAS, Transactions on Power Systems, Vol. 1, Issue 4, April 2006.

[74] V. Blasko, "A Hybrid PWM Strategy Combining Modified Space Vector and Triangle Comparison Methods", IEEE, proc. of PESC'96, Vol.2, June 1996, pp. 1872-1878.

[75] Vladimir Blasko, "Analysis of a Hybrid PWM Based on Modified Space Vector and Triangle Comparison Methods", IEEE trans. Ind. Appl. Vol. 33, N0. 3, May/June 1997, pp. 756-764.

[76] Blasko V., Bech M.M., Blaabjerg F., Pedersen J.K., "A new hybrid random pulse width modulator for industrial drives", IEEE, Proc. of APEC'2000, Vol.2, Feb.2000, pp.932-938.

[77] Kuisma, M.; Rauma, K.; Silventoinen, P.; "Using Switching Function in Preliminary EMI-analysis of a Switching Power Supply", IEEE, proceedings of PESC'05, Sept. 2005, pp. 994-998.

[78] R. L. Kirlin, M. M. Bech, A. M. Trzynadlowski and B. Huo, "Power and Power Spectral Density in PWM Inverters with Randomized Switching Frequency", IEEE, proceedings PESC'01, Vol. 1, June 2001, pp.188-192 .

[79] R. L. Kirlin, M. M. Bech and A. M. Trzynadlowski, "Analysis of Power and Power Spectral Density in PWM Inverters with Randomized Switching Frequency", IEEE, Trans. On Industrial Electron., Vol. 49, N0. 2, April 2002.

[80] **N. Boudjerda, M. Melit, B. Nekhoul, K. El Khamlichi Drissi and K. Kerroum,** "Random Modulation in DC-DC and DC-AC Converters Supplying Electrical Machines", proceedings of ICES'06, (International Conference on Electrical Systems), Oum El Bouaghi, Algeria, May 2006, Vol. 2, pp. 358-363.

Abstract: The purpose of this thesis is the reduction of conducted perturbations in power converters in order to comply better with electromagnetic compatibility (EMC) standards in power electronics.

The use of Random Pulse Width Modulation (RPWM) for the control of DC-DC and DC-AC converters allows the spread of the voltage spectrum in a large frequency band and the reduction of the harmonics magnitudes.

We propose a new RPWM scheme based on a triangular carrier with two randomized parameters, and then we develop a mathematical model of Power Spectral Density (PSD). PSD analysis and converters' simulations reveal the EMC advantage of the proposed new scheme comparatively to the schemes using a single randomized parameter and proposed in the literature for DC-DC and DC-AC converters.

Keywords: electromagnetic compatibility, power converters, random pulse width modulation, power spectral density.

ملخص:

تهدف هذه الأطروحة إلى تخفيض الاضطرابات المنقولة في المحولات الإلكترونية من أجل احترام أكبر لمعايير التوافق الكهرومغناطيسي (EMC) في ميدان إلكترونيك الطاقة.

استعمال تقنية تعديل عرض نوبات عشوائي (RPWM)، للتحكم في المحولات الالكترونية للطاقة (تيار مستمر-تيار مستمر وتيار مستمر-تيار متناوب) يمكن من نشر طيف توتر الخروج على مجال واسع للدبدبات و بالتالي تخفيض سعته.

نقترح طريقة تحكم جديدة ذات حاملة بوسيطين عشوائيين ثم نشكل نموذجا رياضيا للكثافة الطيفية للاستطاعة (PSD).

تحليل الكثافة الطيفية للاستطاعة و كذا محاكاة تشغيل المحولات الالكترونية بينا لنا بوضوح تفوق الطريقة الجديدة من ناحية التوافق الكهرومغناطيسي مقارنة بالتقنيات ذات وسيط عشوائي واحد المطروحة في المناشير العلمية و هذا في كلا التحويلين (مستمر-مستمر و مستمر-متناوب).

كلمات مفاتيح: توافق كهرومغناطيسي، محولات الكترونية للطاقة، تعديل عرض نوبات عشوائي، كثافة طيفية للاستطاعة.