

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

جامعة فرحات عباس سطيف

UNIVERSITE FERHAT ABBAS-SETIF  
UFAS (ALGERIE)

## Thèse de Doctorat en Sciences

Présentée au Département d'Electrotechnique  
Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
pour obtenir le titre

**de Docteur En Génie Electrique**

Par

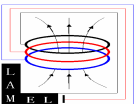
***Moussa Lefouili***

Thème

# ***Caractérisation numérique d'une prise de terre à géométrie complexe***

Soutenue le **01/07/2007** devant la commission d'examen composée de :

<i>M. Nemamcha</i>	<i>Prof. à l'Université de Guelma</i>	<b><i>Président</i></b>
<i>B. Nekhoul</i>	<i>Prof. à l'Université de Jijel</i>	<b><i>Directeur de thèse</i></b>
<i>K. Kerroum</i>	<i>Prof. à l'Univ. de Clermont Ferrand</i>	<b><i>Co- Directeur de thèse</i></b>
<i>M.R. Mekideche</i>	<i>Prof. à l'Université de Jijel</i>	<b><i>Examineur</i></b>
<i>K.Elkhamlichi Drissi</i>	<i>Prof. à l'Univ. de Clermont Ferrand</i>	<b><i>Examineur</i></b>
<i>K. Zehar</i>	<i>Prof. à l'Université de Sétif</i>	<b><i>Examineur</i></b>



Laboratoire d'Etudes et de Modélisation en Electrotechnique (LAMEL)

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au laboratoire d'études et de modélisation en électrotechnique (LAMEL) de l'université de Jijel, (équipe de compatibilité électromagnétique) en collaboration avec le laboratoire des sciences et matériaux pour l'électronique et l'automatique (LASMEA) de l'université Blaise Pascal de Clermont Ferrand (France), sous la direction du professeur B. Nekhoul, qu'il me soit permis de lui exprimer ma plus profonde reconnaissance pour sa disponibilité, son aide et ses conseils précieux, lors de la réalisation de ce travail. Ses immenses qualités scientifiques et morales inépuisables sont à l'origine de la réussite de ce travail.

Je remercie vivement le codirecteur de cette thèse, Monsieur K. Kerroum, professeur associé à l'université Blaise Pascal de Clermont Ferrand pour ces conseils et encouragements et pour m'avoir accueilli pendant les stages de courtes durées au sein du Laboratoire (LASMEA).

J'adresse aussi mes sincères remerciements à :

Monsieur M. Nememcha, professeur, Université de Guelma, qui m'a fait l'honneur de présider le Jury de cette thèse.

Monsieur M.R. Mekideche, professeur, Université de Jijel, qui m'a fait l'honneur d'être membre du Jury et examinateur.

Monsieur D. El khamlichi Drissi, professeur, Université Blaise Pascal de Clermont Ferrand, qui m'a fait l'honneur d'être membre du Jury et examinateur.

Monsieur K. Zehar, professeur, Université de Setif, qui m'a fait l'honneur d'être membre du Jury et examinateur.

Enfin je remercie mes collègues B. Harrat, S. Kaouche , S. Mezoued , N. Boudjerda et M. Melit qui sont aussi mes coéquipiers au sein de l'équipe de compatibilité électromagnétique au LAMEL pour leurs aides.

---

# Sommaire

<b>Introduction générale</b>	1
<i>Chapitre I : Généralités</i>	
<b>Introduction</b>	6
<b>I Définitions</b>	7
I.1 La masse	7
I.2 Réseau de masse	7
I.3 Réseau de terre	7
I.4 Différents régimes du neutre	7
I.5 Tension de pas	7
I.6 Tension de contact	8
<b>II Rôle d'un réseau de terre</b>	8
II.1 Conséquences de l'écoulement des courants de défauts	8
II.1.1 La sécurité des personnes	8
II.1.2 Protection des installations de puissance	8
II.1.3 Protection des équipements sensibles fonctionnant à bas niveau	9
II.1.4 Potentiel de référence	9
<b>III Nécessité d'un réseau de masses équipotentielles</b>	9
III.1 Couplage par impédance commune	9
III.2 Couplage inductif	10
<b>IV Réalisation de l'équipotentialité</b>	11
<b>V Réalisation pratique d'un réseau de masses maillé</b>	11
<b>VI Vérifications des installations de mises à la terre</b>	12
VI.1 Mesure de la résistivité du sol	12
VI.1.1 Méthode de Wenner	12
VI.1.2 Nouvelle technique de mesure de la résistivité du sol	14
<b>VII Défauts affectant les prises de terre</b>	16
VII.1 Défauts d'origine externe	16
VII.2 Défauts d'origine interne	16
<b>VIII Défauts et hétérogénéités</b>	17
VIII.1 Principe de la détection d'un défaut	17
<b>IX Contrôle non destructif</b>	17
IX.1 La méthode de contrôle par ressuage	18

---

IX.2 La méthode à flux de fuite magnétique	19
IX.3 La méthode de contrôle par courant de Foucault	20
IX.4 La méthode du contrôle par ultrason	21
IX.5 La méthode de contrôle par radiographie	22
<b>X La télédétection</b>	22
X.1 Le spectre électromagnétique	23
<b>XI Conclusion</b>	24
<i>Chapitre II : Modélisation numérique d'une prise de terre</i>	
<b>Introduction</b>	26
<b>I Modélisation par la théorie des antennes</b>	27
I.1 Equation de propagation en champs	27
I.2 Equations intégrales en temporel	28
I.3 Equations intégrales en fréquentiel	30
I.4 Approximations des antennes minces	31
I.5 Prise en compte de l'interface sol-air	33
I.5.1 Sources élémentaires verticales	34
a) Source et point d'observation dans le sol	34
b) Source dans le sol et point d'observation dans l'air	35
c) Source dans l'air et point d'observation dans le sol	35
d) Source et point d'observation dans l'air	36
I.5.2 Source élémentaires horizontales	36
I.6 conclusion	37
<b>II Modélisation par la méthode des éléments finis</b>	37
II.1 Introduction	37
II.2 Formulation ( $\mathbf{A}$ , $\mathbf{V}-\mathbf{A}$ , $-\psi$ )	39
II.2.1 Equations aux dérivées partielles	39
II.2.1.1 Milieu conducteur avec courant induit	39
II.2.1.2 Milieu non conducteur avec source de courant	39
II.2.1.3 Milieu non conducteur sans source de courant	39
II.2.2 Conditions sur les frontières	39
II 3 Modélisation d'une prise de terre par la MEF	40
II.3.1 Formulation ( $\mathbf{A}$ – $\mathbf{V}$ ) linéique	41
II.3.2 Formulation ( $\mathbf{A}$ – $\mathbf{V}$ ) en haute fréquence	42
II.3.3 Prise en compte des frontières ouvertes	43

---

<b>III Conclusion</b>	44
<i>Chapitre III approche proposée pour le calcul du champ électromagnétique émis par une électrode enterrée</i>	
<b>Introduction</b>	46
<b>I Rayonnement électromagnétique</b>	47
I.1 Introduction	47
I.2 Méthodes des dipôles hertziens	47
I.2.1 Méthode des dipôles dans un milieu dissipatif semi infini	48
<b>II Formalisme temporel pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par une électrode enterrée</b>	51
II.1 Expressions en temporel du champ EM dans un milieu dissipatif et infini	51
II.2 Expressions du champ magnétique dans le domaine temporel	52
II.3 Expressions du champ électrique dans le domaine fréquentiel	53
II.4 Expressions du champ électrique dans le domaine temporel	53
II.5 Expressions des champs électrique et magnétique dans un milieu homogène sans pertes	55
II.6 Expressions des champs électrique et magnétique dans un milieu homogène faiblement conducteur	56
<b>III Prise en compte de l'interface par la méthode des images</b>	57
III.1 Considérations préliminaires	57
III.2 Milieu semi infini	58
III.2.1 Source et point d'observation dans le sol	60
III.2.2 Source dans le sol et point d'observation dans l'air	61
III.2.3 Source et point d'observation dans l'air	61
III.2.4 Source dans l'air et point d'observation dans le sol	62
III.3 Prise en compte de l'interface sol-air	62
<b>IV Modélisation d'une prise de terre en régime transitoire</b>	62
IV.1 Résolution des équations des lignes par FDTD	63
IV.1.1 Equation des lignes	63
IV.1.2 Analyse d'une électrode simple	63
IV.1.2.1 Condition de stabilité	65
IV.1.2.2 Condition aux extrémités	65
IV.1.3 Calcul de la répartition des courants sur une grille de mise à la terre	66
IV 1.3.1 Equation de propagation 2D	66

IV.1.3.2	Discrétisation de l'équation de propagation 2D par FDTD	67
a)	Discrétisation spatiale	67
b)	Discrétisation temporelle	67
IV.1.3.3	Génération du système d'équations	67
IV.1.3.4	Prise en compte des frontières ouvertes	69
IV.1.3.5	Conditions aux extrémités de la grille	69
IV.1.3.6	Détermination des courants de branches	70
<b>V</b>	<b>Conclusion</b>	71
<b>Chapitre IV : Applications</b>		
	<b>Introduction</b>	73
	<b>I. Validation des grandeurs électromagnétiques.</b>	74
I.1	Electrode Horizontale	74
I.1.1	Champ électrique en un point dans l'air.	74
I.1.2	Champ électrique le long d'un profil parallèle à l'interface.	75
I.1.3	Champ Magnétique le long d'un profil au dessus de l'interface.	79
I.2	Champ électrique rayonné par une prise de terre en forme de patte d'oie	81
I.3	Champ magnétique rayonné par une grille de mise à la terre	82
	<b>II Caractérisation d'un défaut</b>	86
II.1	Electrode enterrée horizontalement	86
II.1.1	Localisation par le champ électrique	86
II.1.2	Localisation par le champ magnétique	88
II.2	grille de mise à la terre	90
II.2.1	Injection sur la corne	91
II.2.2	Injection au centre	94
	<b>III Conclusion</b>	97
	<b>Conclusion générale</b>	98
<b>ANNEXES</b>		
	<b>ANNEXE 1</b>	
	<b>Inversion de : <math>\exp(-\gamma r)</math> ; <math>(1 + \gamma r) e^{-\gamma r}</math></b>	102
	<b>ANNEXE 2</b>	
	<b>Calcul des paramètres linéiques d'une électrode</b>	104
	<b>Références bibliographiques</b>	111

# **INTRODUCTION GENERALE**

## **INTRODUCTION GENERALE**

La conception des prises et réseaux de terre doit permettre, même en cas de défauts, d'assurer le maintien de :

- la sécurité des personnes ;
- la protection des installations de puissance ;
- la protection des équipements sensibles ;
- un potentiel de référence.

Les contrôles périodiques des mises à la terre s'imposent à l'installateur par souci de plus en plus présent de la sécurité des personnes et des biens. La plupart des méthodes permettant des vérifications des installations électriques consistent à faire des mesures directement sur site. Vu que la majorité des prises de terre sont établis dans des fonds de fouilles des bâtiments, la mesure directe devient impraticable.

Dans ce travail on propose, la localisation d'un défaut sur une prise de terre par rayonnement électromagnétique. On relève la signature du champ rayonné par une structure (électrode ou grille) saine qui constituera une empreinte initiale lorsqu'elle est excitée par un courant. Toute autre signature bien différente impliquera la présence d'un défaut.

La quantification par le calcul du rayonnement électromagnétique des structures de mise à la terre a déjà été abordée par plusieurs auteurs, parmi lesquels on cite les travaux les plus pertinents de F. Dawalbi et al. [6-7], et ceux de L. Grecev et Al. [8].

Dans la littérature les formalismes les plus rigoureux sont basés sur l'utilisation du tout numérique et consistent à résoudre des équations de maxwell dans les milieux continus.

Le premier formalisme issu de la théorie générale des antennes, consiste en la résolution d'une équation intégrale par la méthode des moments [39]. Ce formalisme très rigoureux, pose un problème dans les milieux semi infinis, car la présence de l'interface fait apparaître dans l'expression du noyau de l'équation intégrale, un second terme de Green image du précédent et une intégrale infinie dite intégrale de Sommerfeld qui rend compte de la conductivité finie du sol [39].

Par ailleurs, l'évaluation des intégrales de Sommerfeld, plus complexe vu la nature oscillatoire de ses noyaux, nécessite d'en effectuer une étude soignée afin d'en déterminer les zéros et les discontinuités et de définir les sous intervalles d'intégration.



Le deuxième formalisme consiste à résoudre des équations de l'électromagnétisme aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis [9]. Ce formalisme tridimensionnel est aussi très rigoureux mais de mise en œuvre assez délicat [10]. Les sauts de conductivité entre le sol, le cuivre et l'air ainsi que la prise en compte des frontières ouvertes sont les principales difficultés numériques.

Dans notre travail, afin d'éviter l'utilisation du tout numérique certes rigoureux, nous proposons un formalisme qui constitue une alternative à l'utilisation de la méthode des moments et de la méthode des éléments finis tout en veillant à la qualité de la solution.

Les formalismes numériques conduisent généralement à la solution recherchée en une étape unique. Dans notre travail nous proposons de calculer le champ électromagnétique rayonné en utilisant le concept des dipôles [29-30], qui est analytique et nous le corrigeons en utilisant le principe des images modifiées [35]. L'utilisation de ce formalisme nécessite la connaissance au préalable de la répartition du courant que nous obtenons par modélisation numérique. Nous proposons donc un concept semi numérique réalisable en deux étapes. Pour cet objectif, nous présentons notre travail en quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré aux généralités et à l'état de l'art relatif aux dispositifs de mise à la terre, ainsi que la présentation des méthodes de contrôle, de mesure et de localisation des défauts sur des structures enterrées de manière générale.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des différents modèles numériques utilisés pour traiter une structure de mise à la terre. Parmi ces modèles nous citons :

- le modèle basé sur la théorie des antennes (méthodes des moments);
- le modèle basé sur la théorie des milieux continus (méthode des éléments finis).

Dans le troisième chapitre, pour le calcul de la répartition des courants, nous présentons le modèle basé sur la théorie des lignes que nous utilisons pour modéliser notre structure de mise à la terre (une, ou plusieurs électrodes) en résolvant par FDTD (Finite Difference Time Domain) les équations des lignes de transmission. L'extension par Nekhoul et al. [26] de cette méthode à une grille de mise à la terre leur a permis de proposer un formalisme original qui consiste en la résolution numérique d'une équation de diffusion en tension.

Nous déduisons ensuite les expressions temporelles permettant de calculer le champ E.M rayonné par un dipôle électrique dans un milieu dissipatif et infini, et nous adoptons la méthode dite des images modifiées pour tenir compte de l'interface entre les deux demi

milieux [22]. Dans cette méthode, le demi milieu est remplacé par le milieu du point d'observation ou le champ sera la somme des champs de la source et de son image fictive déduite en tenant compte de la transmission et/ou de la réflexion.

Enfin nos résultats de calcul font l'objet d'un quatrième chapitre. Le traitement de quelques exemples d'applications va nous permettre de confronter nos résultats à ceux publiés dans la littérature.

Aussi dans ce dernier chapitre, le rayonnement d'une structure (électrode ou grille) endommagée a été traité. La signature du champ électromagnétique émis par la structure endommagée est comparée à celui émis par la même structure saine. La différence en allure et en amplitude entre les réponses saine et endommagée va nous permettre de fonder notre analyse sur la nature du défaut.

# *Chapitre I*

## *Généralités*

## **Introduction**

Ce premier chapitre intitulé généralités va nous permettre d'introduire et de présenter les différents éléments qui interviennent dans cette étude.

Nous commençons par quelques définitions permettant de décrire le réseau de mise à la terre, sa constitution, son rôle pour les équipements du réseau de transport d'énergie. Les conséquences de l'écoulement des courants de défauts sur le rôle d'une mise à la terre sont aussi citées, d'où la nécessité de la surveillance et du contrôle des prises de terre.

Dans ce chapitre nous citons quelques méthodes parmi les plus utilisées pour la mesure de la résistivité du sol et de la résistance des prises de terre.

On introduira ensuite la notion de défaut sur un objet ou une pièce quelconque. Différentes méthodes utilisées pour la détection des défauts et notamment ceux utilisées pour le contrôle non destructif sont présentées.

## I Définitions [1]

### I.1 La masse

C'est la partie conductrice d'un matériel électrique susceptible d'être touchée et qui n'est pas normalement sous tension mais peut le devenir en cas de défaut.

### I.2 Réseau de masse

Il est constitué par l'ensemble des conducteurs, non enterrés, qui relient les appareils entre eux.

### I.3 Réseau de terre

Il est constitué d'un ensemble de conducteurs enterrés, en contact direct avec le sol et reliés électriquement entre eux. Pour une installation ou une structure de faible étendue on emploie souvent l'expression « **prise de terre** ».

### I.4 Différents régimes du neutre

Les différents régimes de neutre sont identifiés par trois lettres, selon les normes NF C 15-100, NF C 13-100 et NF C 13-200.

La première lettre concerne la position du neutre du réseau par rapport à la terre :

T : le point neutre est relié directement à la terre ;

I : le point neutre est isolé ou relié par l'intermédiaire d'une impédance élevée (1700  $\Omega$ ).

La deuxième concerne la position des liaisons des masses des récepteurs :

T : les masses des récepteurs sont reliées à la terre ;

N : les masses des récepteurs sont reliées au neutre.

Dans le cas d'un TN (neutre à la terre, masse à la terre) la norme prévoit de compléter ces symboles par l'une des deux lettres suivantes :

C : les conducteurs de neutre et de protection sont confondus ;

S : les conducteurs de neutre et de protection sont séparés.

### I.5 Tension de pas

C'est la différence de potentiel apparaissant entre deux points déterminés du sol distant d'environ 1 m (un pas humain) au voisinage d'une prise de terre lorsqu'elle est parcourue par un courant.

## **I.6 Tension de contact**

C'est la différence de potentiel à laquelle est soumis l'homme quand il touche un objet porté à un potentiel non nul (tension entre pied et main).

## **II. Rôle d'un réseau de terre [1]**

Le rôle du réseau de terre d'une installation électrique est de permettre l'écoulement à l'intérieur du sol des courants de défauts. Il peut s'agir, de courants hautes fréquences, dus à des coups de foudre, ou bien de courants de défaut à 50 Hz.

### **II.1 Conséquences de l'écoulement des courants de défauts :**

Lors de l'écoulement de tels courants par une prise de terre, les différences de potentiel peuvent apparaître entre certains points, par exemple entre la prise de terre et le sol qui l'entoure, ou entre deux points du sol.

La conception des prises et réseaux de terre doit permettre, même dans ces conditions, d'assurer le maintien de :

- la sécurité des personnes ;
- la protection des installations de puissance ;
- la protection des équipements sensibles ;
- un potentiel de référence.

#### **II.1.1 La sécurité des personnes**

Lors de l'écoulement dans le sol de courants élevés, la sécurité doit être assurée à l'intérieur de l'installation électrique et à ses abords immédiats. Il faut pour cela limiter, la tension de pas et la tension de contact à des valeurs non dangereuses pour les personnes ou les animaux.

#### **II.1.2 Protection des installations de puissance**

Le réseau de terre des installations électriques et la prise de terre des supports de lignes limitent la création et la propagation des surtensions provoquées par les défauts à 50Hz, les manœuvres d'appareillages dans les postes et centrales et la foudre.

Cette limitation est d'autant plus efficace que ces réseaux et prises de terre facilitent l'écoulement du courant dans le sol, c'est à dire qu'ils présentent une impédance de terre faible, aussi bien pour les phénomènes lents (défauts à 50 Hz) que pour les phénomènes rapides tels que ceux engendrés par la foudre.

### **II.1.3 Protection des équipements sensibles fonctionnant à bas niveau.**

La protection des équipements sensibles est assurée par l'équipotentialité des réseaux des masses. Mais, dans certains cas, il est impossible d'appliquer cette solution.

Les lignes téléphoniques par exemple, sont référencées au potentiel de la terre du central téléphonique, et sont distribuées dans des installations référencées au potentiel de leur terre propre. Les deux réseaux n'ont pas la même référence de terre.

Pour limiter les différences de potentiel entre des circuits différents présents dans un même appareil (combiné téléphonique avec répondeur, minitel, etc.), une des solutions consiste à limiter au maximum, les résistances des prises de terre des deux réseaux. Si, comme c'est souvent le cas, ces résistances ne sont pas nulles, il faut utiliser des dispositifs de découplage galvanique.

### **II.1.4 Potentiel de référence**

Différents équipements placés dans une même installation doivent, lorsqu'ils sont reliés électriquement, rester fixés à un potentiel identique, même pendant la durée des perturbations. Cela montre l'importance de la résistance de terre et de la qualité de l'équipotentialité des réseaux de terre.

## **III. Nécessité d'un réseau de masses équipotentielles [1]**

Les masses de deux matériels voisins, lorsqu'elles sont électriquement séparées, peuvent être portées à des potentiels différents. Cela se traduit (surtout en fréquences élevées) par la circulation de courants à travers les capacités parasites et les éléments actifs du circuit. Ceci peut perturber le fonctionnement des composants des appareils électriques.

Pour diminuer l'effet des surtensions de mode commun, il faut raccorder les masses des appareils à un plan de masses conducteur. On obtient ainsi deux effets bénéfiques :

-l'effet du couplage par impédance commune est diminué car les impédances sont plus faibles. Le courant perturbateur ne passe plus dans un seul conducteur, mais dans un plan conducteur très peu inductif.

- le couplage inductif est également diminué, grâce à la réduction de la surface des boucles qui se comportent comme des antennes.

### **III.1 Couplage par impédance commune**

A : Variateur de vitesse

B : Calculateur numérique

C : Liaison blindée numérique connectée aux deux extrémités

P : Perturbation constituée d'impulsions de 200mA à 500 KHz

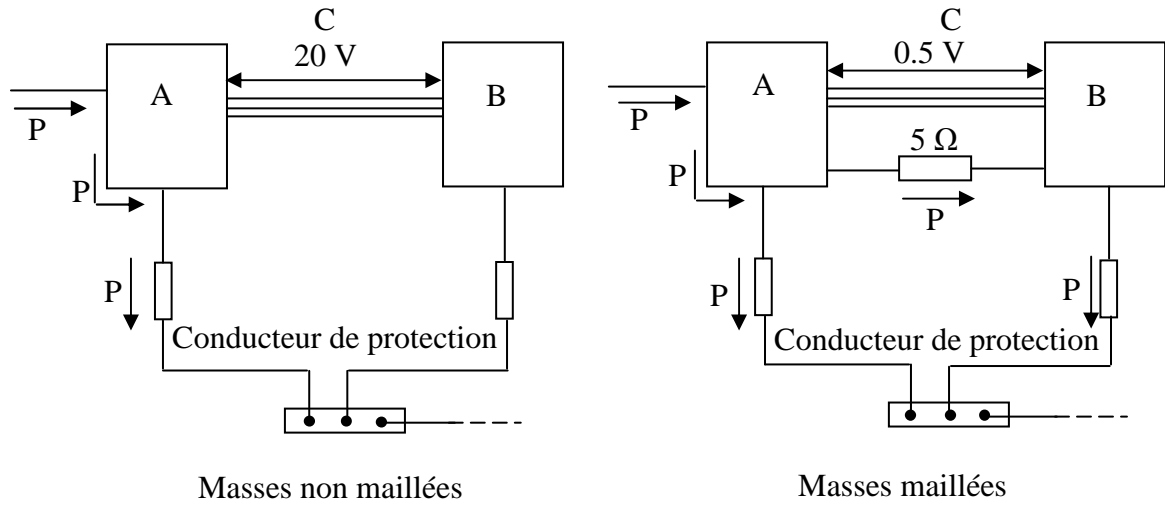


Figure I.1 court-circuit de la boucle de masses par le maillage

La figure I.1 montre comment l'utilisation d'un maillage se rapprochant le plus possible de la notion de plan de masse, diminue l'impédance communes aux deux matériels. De ce fait la tension qui apparaît, entre les masses des appareils, est réduite à un niveau non perturbateur.

### III.2 Couplage inductif

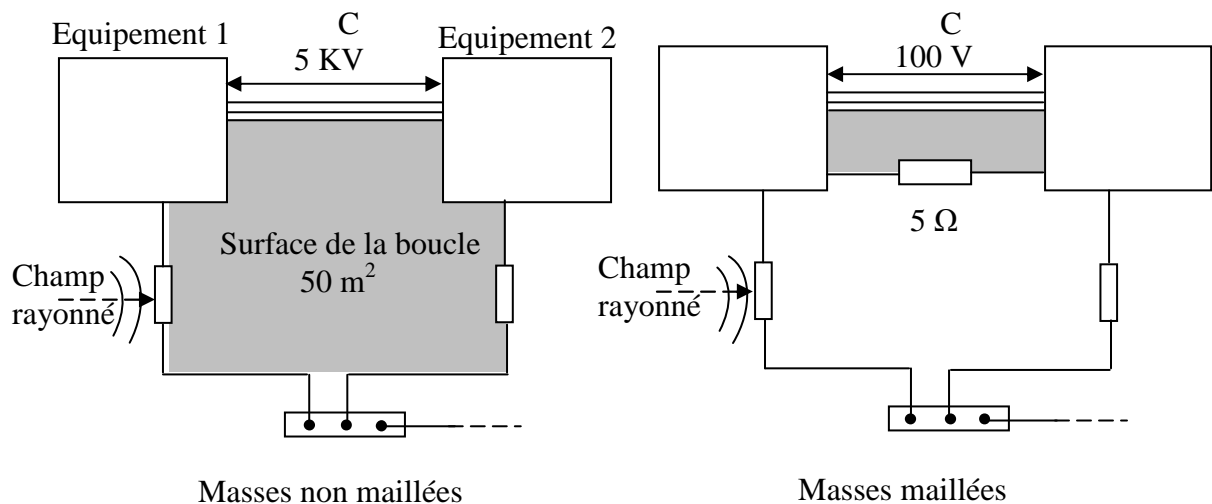


Figure I.2 Réduction de la boucle de couplage et des tensions entre masses des équipements.



La figure I.2 montre comment un champ, rayonné par un coup de foudre, génère une tension entre deux appareils reliés par un réseau de masses. Pour résoudre ce problème, l'interconnexion des masses des deux équipements réduit la surface de la boucle qui capte le champ magnétique provoqué par le courant de foudre.

#### **IV. Réalisation de l'équipotentialité [1]**

Il faut raccorder les masses des appareils à un plan de masses conducteur. L'idéal serait d'avoir un plan de masse constitué d'une plaque métallique très conductrice et sur laquelle tous les appareils seraient disposés. Ceci n'est pas toujours possible, lorsque l'on a affaire à des installations de grandes dimensions.

En basse fréquence : on peut réaliser l'équipotentialité en interconnectant toutes les masses entre elles par un conducteur de protection qui peut être le conducteur de neutre. C'est le régime de neutre TNS ou TNC.

En haute fréquence : l'impédance du conducteur de liaison devient très forte et n'assure plus du tout l'équipotentialité. Cependant, les phénomènes conduits, s'atténuent très rapidement du fait du filtrage opéré par les capacités parasites des câbles.

L'équipotentialité est indispensable au niveau de chaque ensemble. La carte d'ordinateur doit posséder une surface équipotentielle. Les différents plans de masses du micro-ordinateur doivent être interconnectés. Tous les ordinateurs de l'atelier doivent être référencés à un même potentiel et ainsi de suite. Malheureusement, au delà d'une certaine dimension, il n'est plus possible physiquement et économiquement de réaliser cette interconnexion. Il devient nécessaire d'utiliser la terre comme conducteur d'équipotentialité.

#### **V. Réalisation pratique d'un réseau de masses maillé [1]**

Pour obtenir l'équipotentialité, divers moyens doivent être utilisés simultanément. Il faut appliquer trois grands principes :

- réaliser à l'aide d'un réseau maillé un plan qui soit le plus proche possible du plan de masse idéal ;

- relier les masses des appareils au réseau des masses par des liaisons aussi courtes et aussi peu inductives que possible ;

- parfaire l'équipotentialité en reliant entre elles toutes les masses proches par des liaisons les plus courtes et les moins impédantes possibles ;

- rapprocher les appareils et leurs conducteurs le plus près possible du plan de masses pour réduire la surface des boucles susceptibles de capter les champs rayonnés.

## VI Vérifications des installations de mise à la terre [2]

Les contrôles périodiques des mises à la terre s'imposent à l'installateur par souci de plus en plus présent de la sécurité des personnes et des biens. La plupart des méthodes permettant des vérifications des installations électriques consistent à faire des mesures directement sur site. Vu que la majorité des prises de terre sont établis dans des fonds de fouilles des bâtiments, la mesure directe devient impraticable.

### VI.1 Mesure de la résistivité du sol

Elle est nécessaire pour le dimensionnement des installations de mise à la terre et pour la vérification de la stabilité thermique des installations de mise à la terre existantes. On mesure la résistivité moyenne correspondante à la profondeur à laquelle on enfouit les électrodes ou à la profondeur où elles sont déjà enfouies. Il est préférable d'effectuer les mesures pendant des périodes chaudes et sèches et en aucun cas en sol gelé.

Parmi les méthodes les plus utilisées pour déterminer la résistivité du sol on cite :

#### VI.1.1 La méthode de Wenner

##### a) Concept

Son concept est basé sur la mesure du champ électrique en un point O situé entre deux prises de terre ponctuelle Z et X.

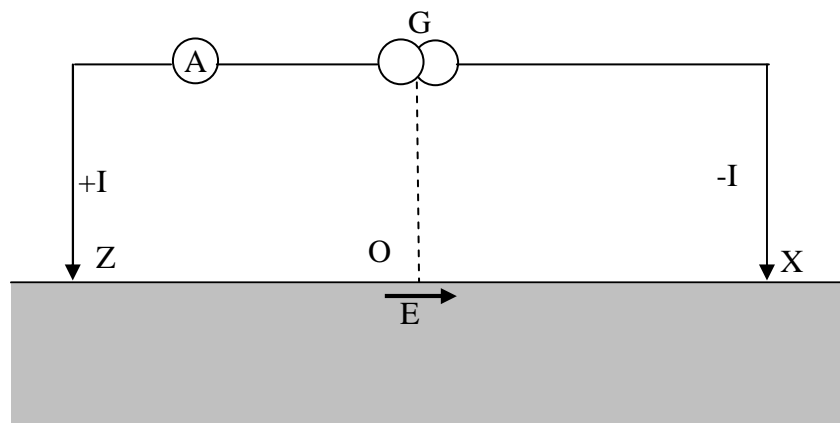


Figure I.3 Schéma de principe

Ce champ qui est dû à la présence des charges électriques de signes contraires venant de Z et X, a pour valeur

$$E = \frac{\rho}{2\pi} \left[ \frac{(+I)}{ZO^2} - \frac{(-I)}{OX^2} \right] \quad (\text{I.1})$$

Si le point O est équidistant de Z et X , ( $d=OZ=OX$ ), On en déduit la formule suivante :

$$\rho = \pi d^2 \frac{E}{I} \quad (\text{I.2})$$

### b) Principe de mesure

En pratique (méthode des quatre électrodes), on détermine le champ E en faisant le rapport entre la différence de potentiel  $\Delta V$ , qui existe entre deux électrodes de terre M et N distantes de « a » et disposées symétriquement par rapport à O. Les électrodes génératrices de courant (A et B) sont disposées symétriquement par rapport à O, à une distance de 1.5 a. Les quatre électrodes sont alignées (figure I.4).

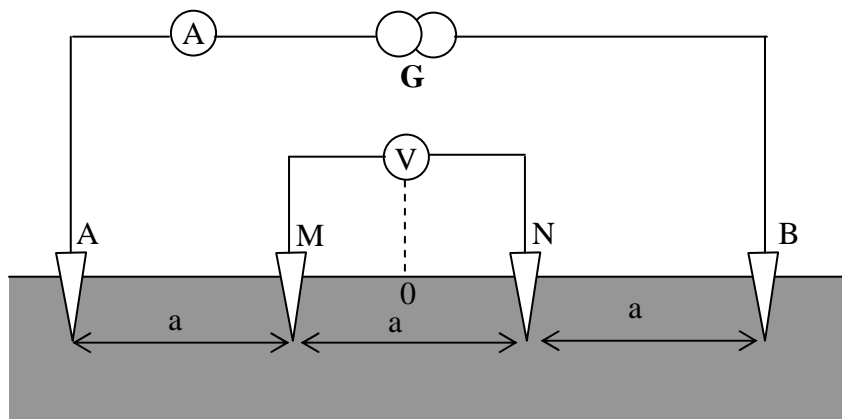


Figure I.4. Schéma du principe de la méthode des quatres électrodes.

Les électrodes A et B s'appellent " électrodes de courant" et les électrodes M et N s'appellent "électrodes de potentiel".

Pour le calcul de la résistivité du sol l'expression suivante est utilisée :

$$\rho = 2\pi aR \quad [\Omega\text{m}] \quad (\text{I.3})$$

où :

a : la distance entre les électrodes;

R : la résistance fictive mesurée qui est déterminée du rapport des valeurs mesurées avec le voltmètre et l'ampèremètre (Figure.I.4.).

$$R = \frac{U(V)}{I(A)} \quad [\Omega] \quad (I.4)$$

On détermine, à l'aide de cette méthode, une résistivité moyenne du sol jusqu'à une profondeur égale à la distance entre les électrodes.

### VI.1.2. Nouvelle technique de mesure de la résistivité du sol [3]

Une nouvelle technique a été introduite récemment, cette méthode de mesure ne nécessite pas l'utilisation des électrodes auxiliaires.

#### a) Principe.

L'électrode de terre à mesurer est reliée au conducteur d'aller d'une ligne de transmission, le conducteur de retour est connecté à un générateur approprié G et l'autre extrémité du conducteur de retour étant ouverte. Le conducteur d'aller et le conducteur de retour avec leurs isolations sont disposés au dessus d'un sol de conductivité  $\sigma_2$  (figure I.5).

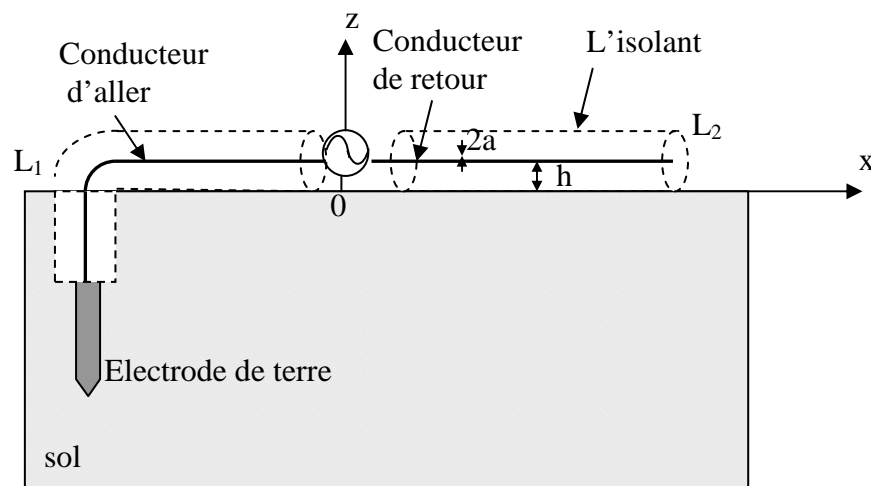


Figure I.5 Concept du nouveau system de mesure de la résistance du sol.

$\epsilon_1, \mu_0, \sigma_1$  : les paramètres de la ligne,

$\epsilon_2, \mu_0, \sigma_2$  : les paramètres du sol.

#### b) Formulation mathématique

la détermination de la résistance d'une électrode de terre est basée sur le modèle des lignes de transmissions.

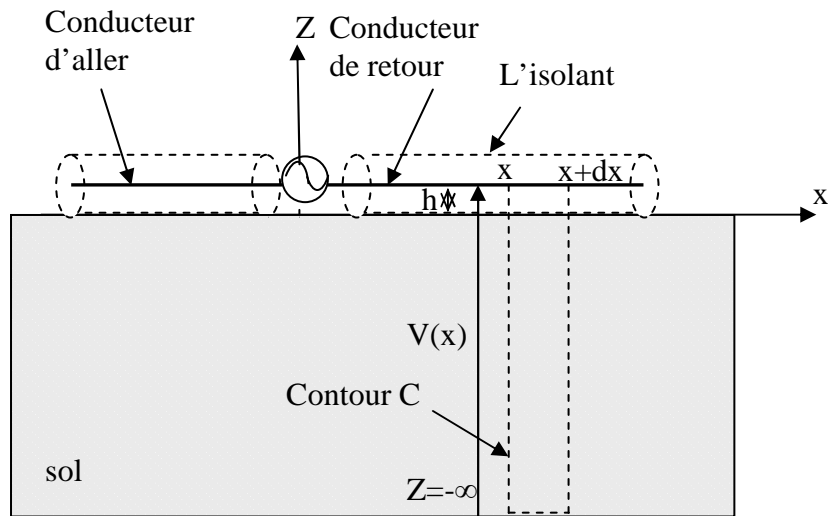


Figure I.6. Modèle des lignes de transmissions.

Le schéma équivalent d'un tronçon de ligne de longueur infinitésimale  $\Delta x$  est représenté sur la figure I.7.

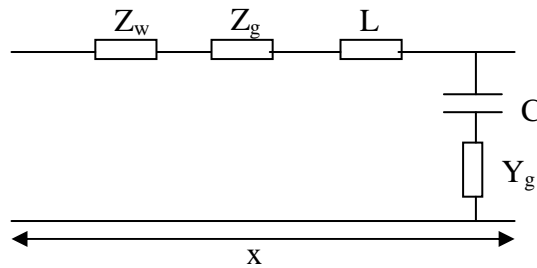


Figure I.7. Modèle des lignes de transmissions.

avec :  $Z_w$  : impédance interne de la ligne,  
 $L, C$  : inductance et capacité de la ligne,  
 $Z_g, Y_g$  impédance série et admittance shunt du sol.

L'impédance à la sortie du générateur peut être exprimée sous les conditions suivantes :

$$\gamma_1 L_1 \ll 1 \text{ et } \gamma_2 h \ll 1$$

Par :

$$Z(\omega) = R_g + Z_0 \frac{1 + r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)}{1 - r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)} \quad (I.5)$$

Où  $Z_0 \frac{1 + r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)}{1 - r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)}$  représente l'impédance localisée à l'entrée de la ligne  $L_2$

et  $Z_0$  son impédance caractéristique.

$$Z_0 = 60 \ln \left( \frac{2h}{a} \right) \quad (\text{I.6})$$

$$\gamma_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \quad (\text{I.7})$$

$$\gamma_2 = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1)} \quad (\text{I.8})$$

et  $R_g$  : résistance interne du générateur,

$r_R$  : facteur de réflexion du conducteur de retour,

$L_1$  : longueur du conducteur d'aller,

$L_2$  : longueur du conducteur de retour,

$\lambda_1$  : longueur d'onde.

Le profil de la variation de l'impédance avec la fréquence peut être déduit, l'extremum de cette impédance correspond à la fréquence de résonance. A cette fréquence de résonance l'impédance à la sortie du générateur est la résistance de l'électrode de terre. Donc La mesure de  $Z(\omega)$  permet de déduire la résistance de l'électrode de terre.

## VII. Défauts affectant les prises de terre

Les défauts affectant les réseaux de mise à la terre peuvent être séparés en deux grandes familles :

- les défauts d'origine externe ;
- les défauts d'origine interne.

### VII.1 Les défauts d'origine externe

Ils peuvent être dus :

- soit à une agression mécanique externe (coup de pioche ou de pelleuse) ;
- soit à la corrosion ou le vieillissement.

### VII.2 Les défauts d'origine interne

L'écoulement des courants de foudre n'est pas sans danger sur le réseau de mise à la terre. En effet un important courant de foudre peut avoir des conséquences thermiques

destructives sur la structure de mise à la terre elle même (décomposition, fusion, carbonisation).

## **VIII Défauts et hétérogénéités [4]**

L'objectif des contrôles est la mise en évidence de toutes les défauts susceptibles d'altérer la disponibilité, la sécurité d'emploi et/ou, plus généralement, la conformité d'un produit à l'usage auquel il est destiné. Détecté un défaut dans une pièce, c'est physiquement, mettre en évidence une hétérogénéité de matière, une variation locale de propriété physique ou chimique préjudiciable au bon emploi de celle ci.

D'habitude les défauts sont classés en deux catégories liées à leur emplacement : les défauts de surface, les défauts internes. Les défauts de surface : accessibles à l'observation directe mais pas toujours visible à l'œil nu. Les défauts internes : ce sont des hétérogénéités de natures, de formes, de dimensions extrêmement variées, localisées dans le volume du corps à contrôler. Le contrôle visuel dans ce cas est généralement exclu.

### **VIII.1. Principe de la détection d'un défaut**

Le principe de la détection d'un défaut consiste à exciter celui ci et à recueillir sa réponse. Schématiquement, on peut généralement distinguer les étapes suivantes, quelle que soit la méthode employée :

- mise en œuvre d'un processus physique énergétique ;
- modulation ou altération de ce processus par les défauts ;
- détection de ces modifications par un capteur ;
- traitement et interprétation de l'information délivrée.

## **IX. Contrôle non destructif [4]**

On regroupe sous le vocable essais non destructifs ou encore contrôles non destructifs (CND) l'ensemble des techniques et procédés aptes à fournir des informations sur la santé d'une pièce ou d'une structure sans qu'il en résulte des altérations préjudiciables à leur utilisation ultérieure.

Selon le processus physique énergétique employé, on définit plusieurs méthodes de contrôle non destructif :

- la méthode de contrôle par ressuage ;
- la méthode à flux de fuite magnétique
- la méthode de contrôle par ultrason ;
- la méthode de contrôle par radiographie ;

- la méthode de contrôle par courant de Foucault ;
- La technique écho métrique.

### IX.1 La méthode de contrôle par ressuage

La méthode de ressuage est un moyen de contrôle non destructif pour la recherche de défauts de surface qui est parmi les plus anciens, les plus simples et les plus largement utilisés de nos jours.

Le mécanisme de révélation des défauts par ressuage correspond aux trois phases illustrées sur la figure I.8 :

- application du pénétrant suivie d'un temps de pénétration ;
- élimination de l'excès du pénétrant sur la surface de la pièce ;
- ressuage du pénétrant par disposition d'une couche de révélateur sur la surface ;

L'image des défauts apparaîtra à l'observateur dans la mesure où l'étalement du pénétrant sur le révélateur conduit à une nette variation de couleur ou de luminosité.

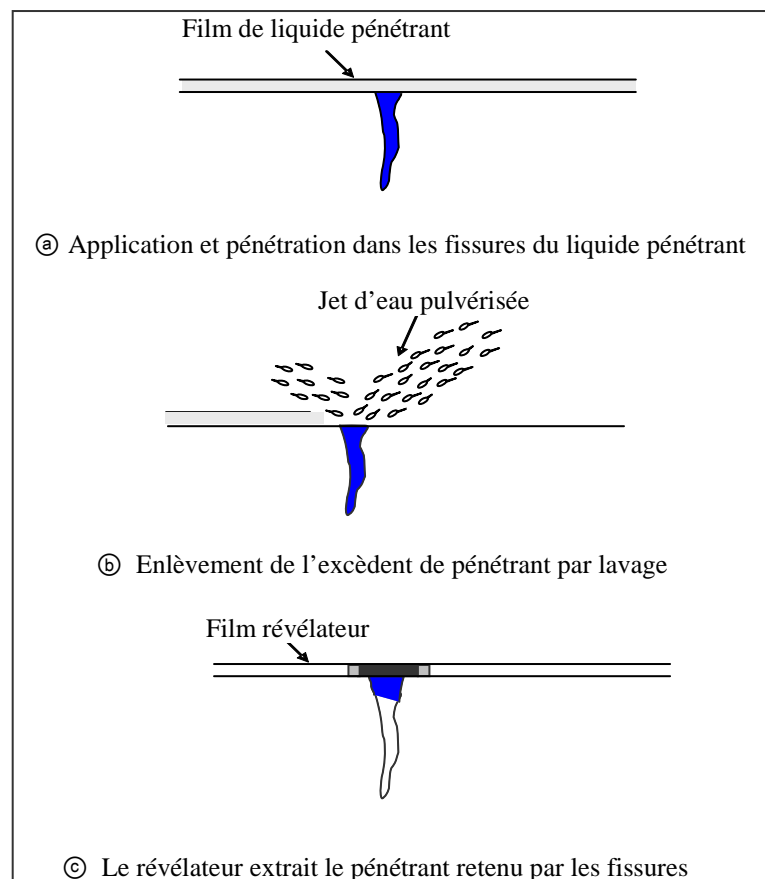


Figure.I.8 Principe de la méthode de ressuage



## IX.2 La méthode à flux de fuite magnétique

La théorie des circuits magnétiques indique que la présence d'un entrefer correspond à un fort accroissement local de la réluctance du circuit et donc de la différence de potentiel magnétique constituant ainsi un obstacle au flux magnétique dont les lignes de force doivent alors s'épanouir latéralement selon un flux de fuite comme l'indique la figure.I.9.

Cet effet de dispersion de flux magnétique est à la base d'une gamme de procédés magnétiques de détection des défauts de surface dans les aciers, dont les plus connus sont : la magnétoscopie et la magnétographie. Ces procédés diffèrent entre eux principalement par le mode de mise en évidence du flux de fuite correspondant à la dispersion du flux décrite ci -dessus.

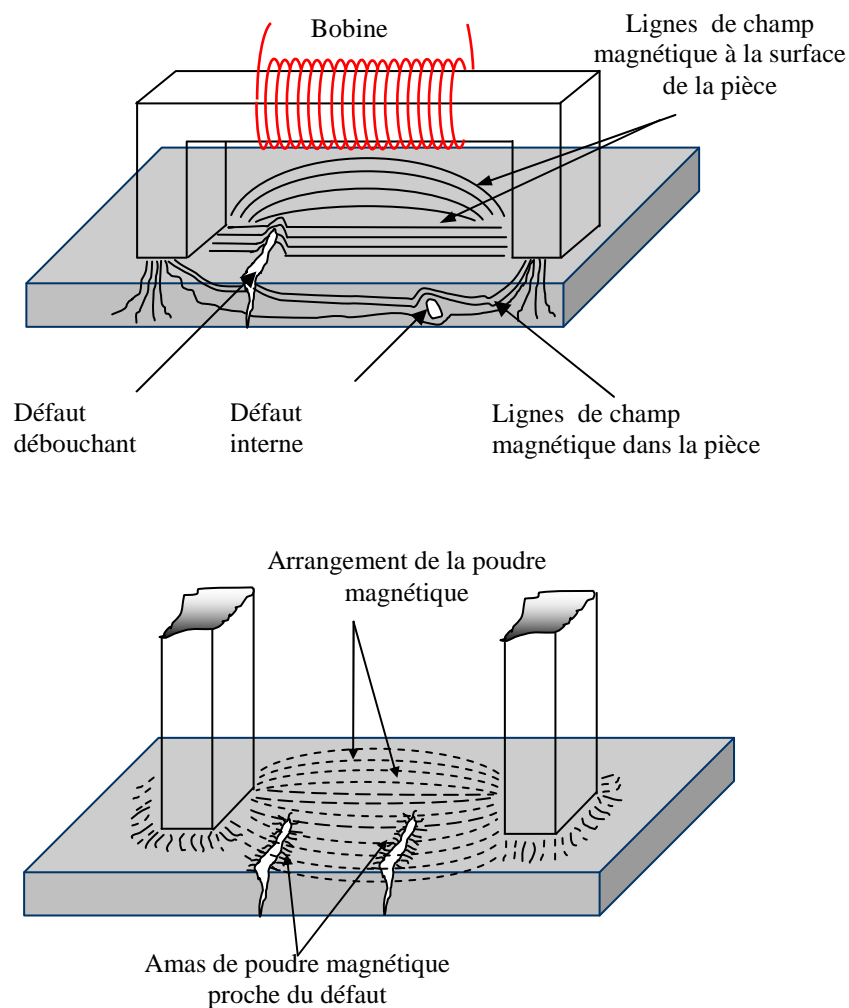


Figure I.9 Contrôle par magnétoscopie

En magnétoscopie, on observe visuellement une accumulation de poudre de fer ou de magnétite colorée provoquée par le flux de fuite (figure I.9).

En magnétographie, on recueille la trace magnétique du flux de fuite sur un film, une bande ou une pâte d’empreinte magnétisable

### IX.3 la méthode de contrôle par courant de Foucault

Lorsqu’on place un corps conducteur dans un champ magnétique variable dans le temps ou dans l’espace, des courants induits se développent en circuit fermé à l’intérieur de celui-ci, ce sont les courants de Foucault.

Il existe un grand nombre de façons de mettre en œuvre des bobinages pour réaliser un contrôle par courants de Foucault. Nous indiquons ici les montages de base à partir desquels d’autres montages peuvent être envisagés selon la nature du produit à contrôler.

Le capteur à double fonction est le montage le plus simple, il est constitué d’une seule bobine émettrice réceptrice qui crée le flux alternatif grâce au courant qui la parcourt et subit des variations d’impédance que l’on peut détecter en mesurant très finement sa tension complexe (figure I.10).

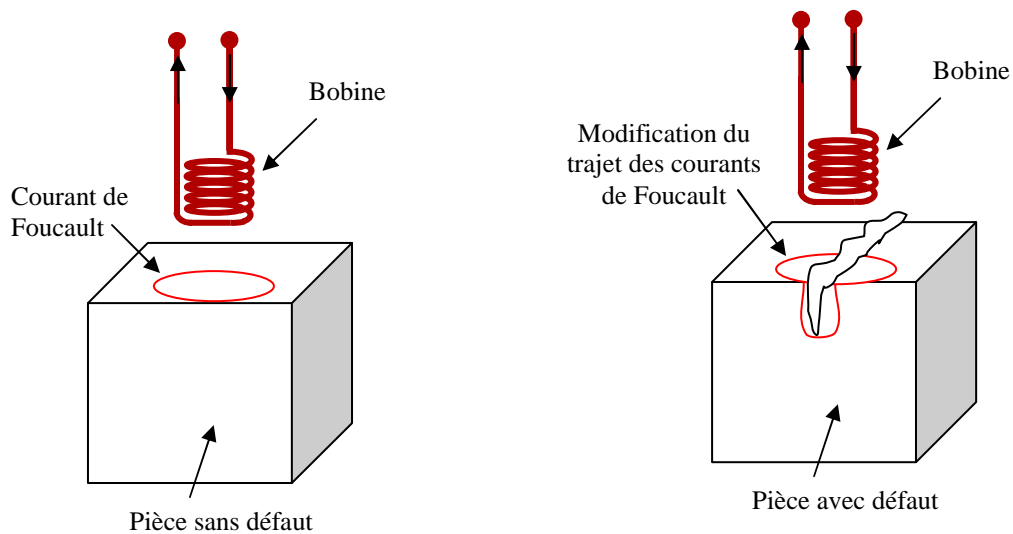


Figure I.10 Principe de la détection par courants de Foucault

Le capteur à fonctions séparées, à l’inverse, est constitué de deux bobines, une pour créer le flux, l’autre pour recueillir les variations de couplage liées aux modifications dues au matériau (Figure I.11).

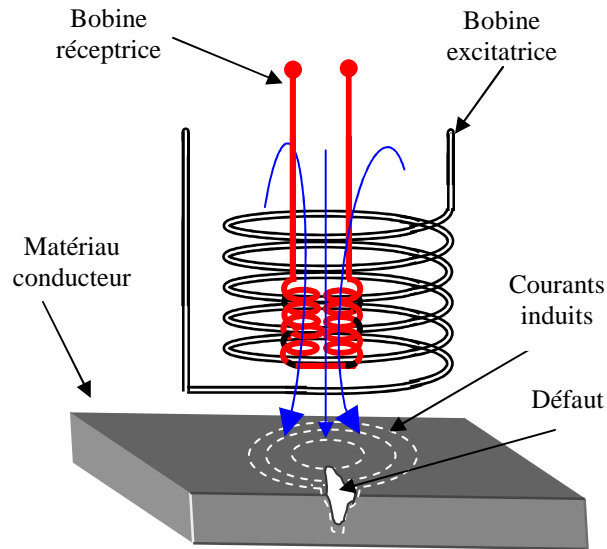


Figure.I.11 Capteur à fonctions séparées

#### IX.4 La méthode de contrôle par ultrason

Son principe, très simple, est celui du radar : on envoie, dans la zone à inspecter, de brèves impulsions ultrasonores et l'on recueille en retour des échos renvoyés par les diverses hétérogénéités susceptibles de créer des ruptures d'impédance acoustique. On obtient ainsi un échogramme comme cela est illustré dans un cas simple par la figure I.12.

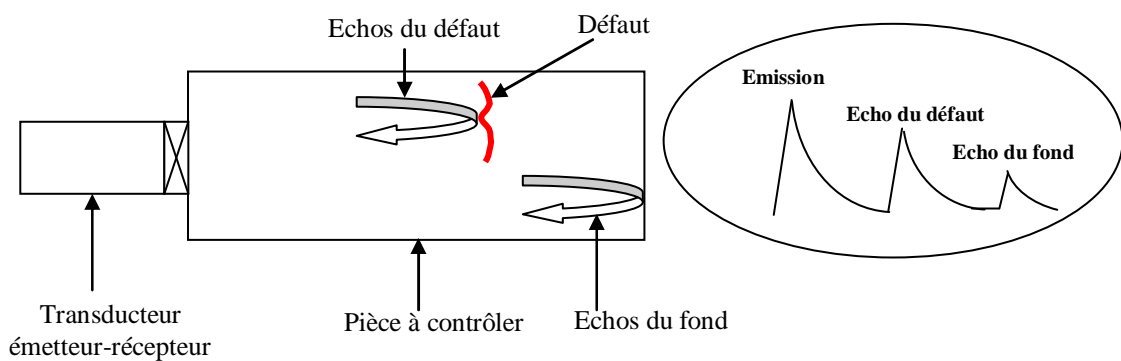


Figure.I.12 Principe du contrôle par ultrason

La distance entre échos correspond à des temps de propagation aller et retour de l'onde et permet donc de localiser les défauts en profondeur dans la pièce examinée. L'amplitude relative des échos d'émission, de défauts et de fond permet d'avoir une estimation de l'importance du défaut.

Cette méthode est très utilisée en médecine sous le nom d'échographie ultrasonore.

### IX.5 La méthode de contrôle par radiographie

Le principe de la méthode du contrôle par radiographie est connu depuis longtemps, il s'agit de former une image qui traduit l'absorption subie par le rayonnement ionisant qui a traversé l'objet à contrôler.

La radiographie est basée sur la capacité des rayons x et  $\gamma$  à traverser les matériaux opaques à la lumière ordinaire et produire ainsi des clichés photographiques de cette énergie transmise radiante.

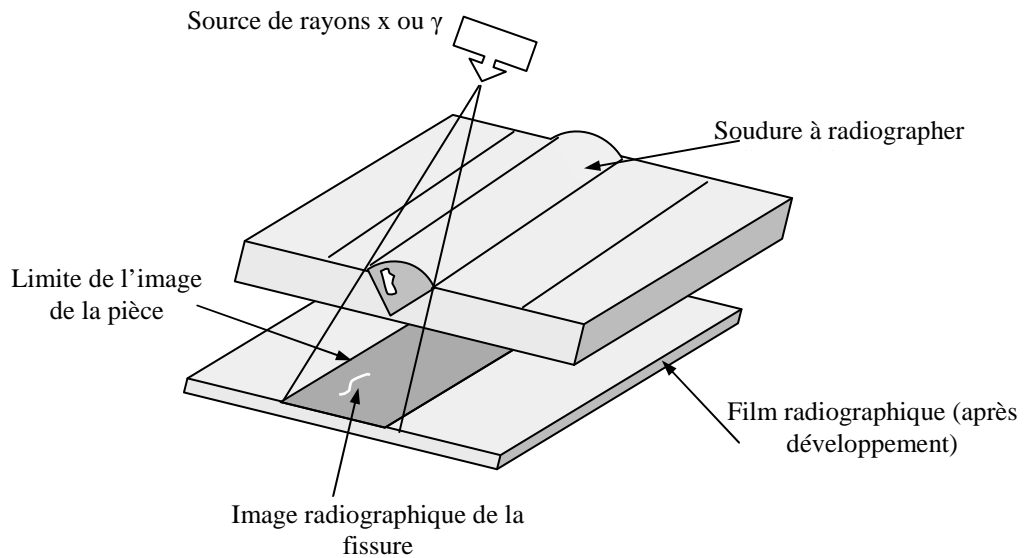


Figure.I.13 Principe du contrôle par radiographie

### X La télédétection

La télédétection est une méthode qui permet d'obtenir des informations sur des objets en recueillant et en analysant des données sans contact direct entre l'instrument utilisé et l'objet à analyser en utilisant le spectre électromagnétique. Les éléments essentiels en télédétection sont :

- une plate forme pour tenir l'instrument ;
- un objet cible à observer ;
- un instrument ou capteur pour observer la cible ;
- l'information obtenue à partir des données de l'image et la manière dont cette information est exploitée est stockée.

Son domaine d'application est très diversifié et dépend des moyens mis en jeu (laser, satellite, traitement numérique de l'image). Parmi ses applications les plus récentes on trouve le guidage par satellite (GPS) d'objets mobiles.

### **X.1 Le spectre électromagnétique**

En télédétection les capteurs peuvent acquérir des informations que l'œil humain ne peut pas voir normalement (En utilisant des rayonnements appartenant à des parties du spectre électromagnétique autre que le visible)

Les objets reflètent une partie de la lumière qui les atteint. C'est généralement cette partie de la lumière qui donne leur couleur aux objets.

Certains objets ne se contentent pas de refléter la lumière qui les atteint, ils émettent en outre « des rayonnements », surtout à cause de leur température.

La lumière est émise et réfléchi par des objets sous forme de rayonnement. Un rayonnement c'est de l'énergie qui se propage dans l'espace ou dans la matière sous forme de champs électriques et magnétiques perpendiculaires entre eux. Il est appelé rayonnement électromagnétique.

Les ondes électromagnétiques sont caractérisées par différentes longueurs d'ondes. Pour mesurer le rayonnement émis ou réfléchi par les objets, on mesure leur énergie à différentes longueurs d'ondes

L'ensemble de toutes les longueurs d'ondes possible constitue le spectre électromagnétique.

## **XI Conclusion**

Dans ce chapitre, la notion de défauts sur une pièce quelconque a été introduite. Les méthodes utilisées pour le contrôle non destructif des pièces ont été présentées. Ces contrôles sont surtout utilisés pour des pièces de forme bien déterminées (contrôle de pièces à la sortie d'usine). Ces méthodes utilisent des capteurs, des sondes, ... qu'on doit appliquer sur la pièce à contrôler.

Vu la nature des défauts affectant les mises à la terre, il nous paraît peu évident de pouvoir analyser l'état d'un tel dispositif par les techniques que nous venons de décrire brièvement.

Malgré les preuves faites par ces dites méthodes, la particularité de l'électrode enterrée (forme, profondeur d'enfouissement, hétérogénéité des sols,...) il nous paraît plus prudent de procéder par une analyse directe qui s'inspire de la télédétection. Pour ce faire, après avoir relevé la réponse électromagnétique in situ d'une électrode saine, nous proposons de contrôler l'état de cette dernière par superposition d'autres réponses relevées périodiquement ou juste après un fort coup de foudre susceptible d'altérer cette dernière.

# ***Chapitre II***

## ***Modélisation numérique d'une prise de terre***

## Introduction

Un modèle doit pouvoir à l'aide de concepts mathématiques et physiques et à partir des exemples particuliers :

- lier entre eux les différents facteurs décrivant un même phénomène
- proposer une théorie généralisable,
- être un outil de prédiction suffisamment précis,

Dans la littérature différents modèles, pour la représentation des systèmes de terre sont proposés, les efforts se sont d'abord portés vers la recherche des méthodes simplifiées analytiques [5] et semi analytiques [6-7] , et plus tard vers des méthodes numériques adaptées à l'ordinateur [8-9].

Vu le caractère complexe de la géométrie d'une prise de terre avec la présence de deux demi milieux semi infinis (l'air et le sol), une solution analytique directe pour l'étude du rayonnement électromagnétique en toute rigueur est certainement illusoire. Afin de contourner cette difficulté et permettre ainsi une analyse acceptable de ce problème, les efforts de recherches se sont portés vers la modélisation numérique.

Dans la littérature la plus récente consacrée à l'étude des électrodes de terre [10-11] deux formalismes numériques reconnus établis en toute rigueur sont cités :

- formalisme des antennes, utilisant la méthode des moments [8]
- formalisme des milieux continus, utilisant la méthode des éléments finis [9].

Nous consacrons ce chapitre à la présentation de ces deux formalismes fondés sur l'utilisation du tout numérique.



## I. Modélisation par la théorie des antennes [12-13]

### I.1 Equations de propagation en champs

Soit un milieu infini, non magnétique ( $\mu=\mu_0$ ), homogène, isotrope et conducteur, dont les sources sont constituées par une densité volumique de courant  $\vec{J}$  et une densité volumique de charges  $\rho$ .

Le système reliant les différentes grandeurs du champ électromagnétique ( $\vec{E}, \vec{H}$ ) dans un tel milieu s'écrit :

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} = \vec{0} \quad (\text{II.1})$$

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} - \sigma \vec{E} = \vec{J} \quad (\text{II.2})$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{II.4})$$

En faisant le rotationnel des équations (II.1) et (II.2), nous obtenons les équations de propagation en champ électrique et magnétique :

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = \overrightarrow{grad} \left( \frac{\rho}{\varepsilon} \right) + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{J} \quad (\text{II.5})$$

$$\Delta \vec{H} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H} = -\overrightarrow{rot} \vec{J} \quad (\text{II.6})$$

En général, la résolution des équations de propagation en champ n'est pas aisée à cause de la présence des termes de courant et de charge.

Il est plus aisé d'utiliser le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et le potentiel scalaire électrique  $\varphi$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A} \Rightarrow \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (\text{II.7})$$

En reportant la valeur de  $\vec{H}$  en fonction du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  dans l'équation (II.1) nous obtenons :

$$\overrightarrow{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} \right) = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} = -\overrightarrow{grad} \varphi \Rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{grad} \varphi - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} \quad (\text{II.8})$$

En reportant les valeurs de  $\vec{H}$  et de  $\vec{E}$  dans l'équation (II.2), elle devient :

$$\Delta \vec{A} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} - \mu_0 \sigma \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} - \text{grad} \left( \text{div} \vec{A} + \mu_0 \sigma \varphi + \mu_0 \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \varphi \right) = -\mu_0 \vec{J} \quad (\text{II.9})$$

Pour assurer l'unicité du potentiel vecteur  $\vec{A}$ , on impose une condition supplémentaire, la plus utilisée est la jauge de Lorentz [14].

$$\text{div} \vec{A} + \mu_0 \sigma \varphi + \mu_0 \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \varphi = 0 \quad (\text{II.10})$$

L'imposition de la jauge de Lorentz, nous donne les équations de propagation en potentiels vecteur magnétique et scalaire électrique ( $\vec{A}$ ,  $\varphi$ ) qui relie ces derniers à leurs sources :

$$\Delta \vec{A} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} - \mu_0 \sigma \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (\text{II.11})$$

$$\Delta \varphi - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi - \mu_0 \sigma \frac{\partial}{\partial t} \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{II.12})$$

Pour un milieu faiblement conducteur ( $\sigma \rightarrow 0$ ) les équations de propagation deviennent :

$$\Delta \vec{A} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} = \Delta \vec{A} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (\text{II.13})$$

$$\Delta \varphi - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi = \Delta \varphi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{II.14})$$

Et la jauge de Lorentz devient :

$$\text{div} \vec{A} + \mu_0 \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \varphi = 0 \quad (\text{II.15})$$

## I.2 Equations intégrales en temporel

Dans le cas où la distribution de courant et de charge n'est pas nulle, on a affaire à des équations de type Helmholtz.

$$\Delta G + k^2 G = f \quad (\text{II.16})$$

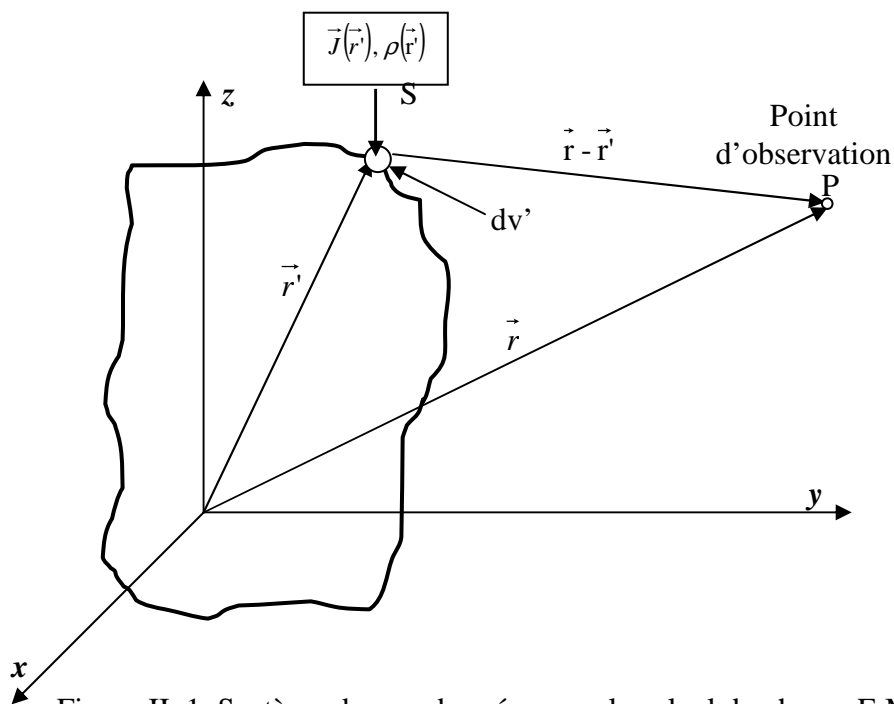


Figure II. 1 Système de coordonnées pour le calcul du champ E.M

Les solutions générales des équations de propagation sont exprimées en fonction des potentiels  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  et  $\varphi(\vec{r}, t)$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}', t')}{R} dV' \quad (\text{II.17})$$

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_V \frac{\rho(\vec{r}', t')}{R} dV' \quad (\text{II.18})$$

où  $R$  est la distance entre un point source « S » et le point d'observation « P » où est calculé le champ électromagnétique figure II.1

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'|, \quad t' = t - \frac{R}{v}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}} : \text{vitesse de propagation dans le milieu}$$

Ces intégrales s'étendent à tous les points du volume  $V$  où les sources (densité de courant, charge) sont non nulles.

En reportant les expressions des potentiels  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  et  $\varphi(\vec{r}, t)$  dans les équations (II.7) et (II.8) nous obtenons les solutions générales en fonction des champs:

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \text{rot} \frac{\vec{J}(\vec{r}', t')}{R} dV \quad (\text{II.19})$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{-1}{4\pi\epsilon} \iiint_V \frac{1}{R} \overrightarrow{\text{grad}} \rho(\vec{r}', t') dV' - \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial t} J(\vec{r}', t') dV' \quad (\text{II.20})$$

Ces expressions sont les équations intégrodifférentielles du champ électromagnétique en temporel dans un milieu infini.

### I.3 Equations intégrales en fréquentiel

Un cas particulier et important, est celui où la dépendance dans le temps des grandeurs du champ est assurée par le facteur  $e^{-j\omega t}$ ,  $\omega = 2\pi f$ .

Les équations de propagation deviennent :

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}, \omega) + \omega^2 \mu_0 \epsilon \vec{A}(\vec{r}, \omega) - j\omega \mu_0 \sigma \vec{A}(\vec{r}, \omega) = -\mu_0 \vec{J}(\vec{r}, \omega) \quad (\text{II.21})$$

$$\Delta \phi(\vec{r}, \omega) + \omega^2 \mu_0 \epsilon \phi(\vec{r}, \omega) - j\omega \mu_0 \sigma \phi(\vec{r}, \omega) = -\frac{\rho(\vec{r}, \omega)}{\epsilon_c} \quad (\text{II.22})$$

En introduisant la constante intrinsèque de propagation du milieu ;

$$k = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \left( \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right)} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_c} \quad , \quad \epsilon_c = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (\text{II.23})$$

Les expressions (II.21) et (II.22) deviennent :

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}, \omega) + k^2 \vec{A}(\vec{r}, \omega) = -\mu_0 \vec{J}(\vec{r}, \omega) \quad (\text{II.24})$$

$$\Delta \phi(\vec{r}, \omega) + k^2 \phi(\vec{r}, \omega) = -\frac{\rho(\vec{r}, \omega)}{\epsilon_c} \quad (\text{II.25})$$

Dans un espace libre à trois dimensions, une solution élémentaire qui vérifie l'équation particulière  $\Delta G + k^2 G = \delta$ , où  $\delta$  est la distribution de Dirac avec la condition de rayonnement à l'infini, est la fonction de Green suivante [12] :

$$G(R) = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad , \quad R = \left| \vec{r} - \vec{r}' \right| \quad (\text{II.26})$$

La solution générale est obtenue en effectuant le produit de convolution d'une solution élémentaire et du second membre de l'équation différentielle.

Les solutions générales des équations de propagation sont exprimées en fonction des potentiels  $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$  et  $\varphi(\vec{r}, \omega)$

$$\vec{A}(\vec{r}, \omega) = \mu_0 \iiint_V \vec{J}(\vec{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' \quad (\text{II.27})$$

$$\varphi(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{\epsilon_c} \iiint_V \rho(\vec{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' \quad (\text{II.28})$$

En reportant les expressions des potentiels  $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$  et  $\varphi(\vec{r}, \omega)$  dans les équations (II.7) et (II.8) on obtient les solutions générales en fonction des champs:

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \iiint_V \overrightarrow{\text{rot}} \vec{J}(\vec{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' \quad (\text{II.29})$$

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{j\omega\epsilon_c} \iiint_V (\overrightarrow{\text{graddiv}} + k^2) \vec{J}(\vec{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' \quad (\text{II.30})$$

Ces expressions sont les équations intégral-différentielles du champ électromagnétique en fréquentiel dans un milieu infini.

#### I.4 Approximation des antennes minces -équation de Pocklington [15]

Soit un fil rectiligne, conducteur de longueur «  $l$  » et de rayon «  $a$  » tel que :

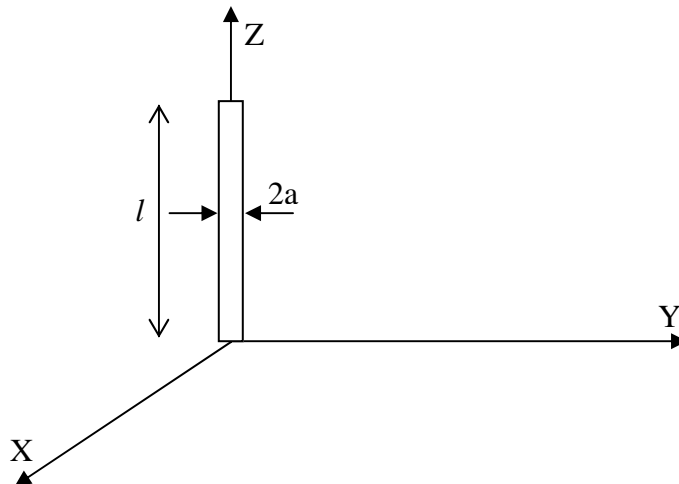


Figure II.2 Conducteur filiforme dans un milieu dissipatif et infini

$$\begin{cases} a \ll l \\ a \ll \lambda \end{cases}$$

$\lambda$  : la longueur d'onde du signal

Dans le cas où la densité de courant  $J$  est restreinte à la surface du cylindre circulaire, l'équation intégrale (II.30) se réduit à une intégrale de surface

De plus ; le rayon «  $a$  » étant très petit devant la longueur d'onde du signal ( $a \ll \lambda$ ), on admet que le courant est uniformément réparti autour du cylindre.

Comme ( $a \ll l$ ), les composantes circonférentielles et radiales de la densité de courant de surface induit, sur les deux extrémités sont négligeables. La densité se réduit à sa composante axiale.

Si l'on observe la distribution du courant d'un point de l'axe (figure II.3), on a :

$$R(z, z') = \sqrt{(z' - z)^2 + a^2} \quad (\text{II.31})$$

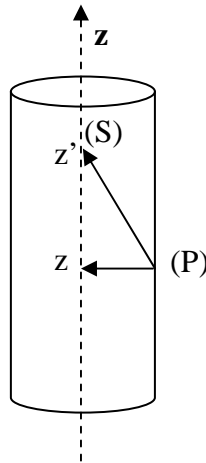


Figure II.3 Point source (S), point d'observation (P) pour une antenne mince

La densité de courant en surface s'écrit :

$$J(z') = \frac{I(z')}{2\pi a} \quad (\text{II.32})$$

Afin de déterminer la répartition du courant  $I(z')$ , nous appliquons les hypothèses citées précédemment. L'équation intégral-différentielle qui donne le champ rayonné en un point  $z$  de la surface du fil rectiligne se réduit alors à :

$$\vec{E}^r(z) = \frac{1}{j\omega\epsilon_c 4\pi} \left[ \frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right] \int_0^l I(z') G(z, z') dz' \quad (\text{II.33})$$

$$\text{Ou : } G(z, z') = \frac{e^{-jkR(z, z')}}{R(z, z')} \quad (\text{II.34})$$

est la fonction de Green.

Le courant  $I(z')$  a pour origine le champ électromagnétique qualifié de champ appliqué  $E^a$  qui existe sur toute la surface du fil dans le cas d'un champ incident (réception) ou d'une manière localisée dans le cas d'un générateur (émission).

Si la conductivité du fil est supposée infinie, par conséquent le champ électrique tangentiel total à la surface du conducteur s'annule :

$$E^r(z) + E^a(z) = 0 \quad (\text{II.35})$$

On en déduit

$$E^a(z) = -\frac{1}{j\omega\epsilon_c 4\pi} \left[ \frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right] \int_0^l I(z') \frac{e^{-jkR(z, z')}}{R(z, z')} dz' \quad (\text{II.36})$$

C'est l'équation intégrale de type électrique (EFIE) d'une antenne mince ou équation de Pocklington. Elle relie le champ appliqué (source) connu, au courant induit sur la structure (inconnu) par ce champ dans un milieu infini.

Dans le cas des conducteurs avec pertes, la condition (II.35) s'écrit :

$$E^r(z) + E^a(z) = I \cdot Z_s \quad (\text{II.37})$$

$Z_s$  : impédance de surface.

$$Z_s = \frac{\lambda_2}{2\pi a(\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)} \frac{J_0(\lambda_2 a)}{J_1(\lambda_2 a)} \quad (\text{II.38})$$

Avec  $\mu_2$ ,  $\sigma_2$ , et  $\epsilon_2$  les paramètres du conducteur et « a » son rayon

$$\lambda_2 = \omega^2(\mu_2\epsilon_2 - \mu_1\epsilon_1)$$

$J_0$  et  $J_1$  : fonction de Bessel d'ordre 0 et 1

### I.5 Prise en compte de l'interface sol-air [12]

La prise en compte de l'air comme deuxième demi milieu est réalisée par correction de la fonction de Green. La présence d'une interface modifie la répartition des lignes de champ. En effet le champ incident sur l'interface donne naissance à un champ réfléchi et un champ réfracté. Afin de tenir compte de l'effet d'interface le rayonnement d'un dipôle (verticale ou horizontale) situé au dessus ou en dessous de la séparation sol-air a fait l'objet de plusieurs études [16]. En toute rigueur, il est montré que l'effet de

l'interface se traduit par l'apparition dans l'expression du noyau de  $G(z,z')$  en plus du terme de Green source :

- d'un terme de Green image ;
- d'un terme de Sommerfeld.

Ces termes sont donnés [17-18] en fonction de l'orientation de l'élément source (dipôle vertical ou horizontal), de la position de la source et du point d'observation dans l'un ou l'autre des deux demi milieux par les expressions que nous développerons dans les sous paragraphes qui vont suivre. Depuis l'évolution des techniques numériques et informatiques, l'équation intégrale en champ électrique (EFIE) ou en champ magnétique (MFIE), est résolue par la méthode des moments [8].

### I.5.1 Sources élémentaires verticales

Pour une source élémentaire verticale, on retrouve selon la position du point d'observation et de la source, les quatre cas de figures suivants :

#### a. Source et point d'observation dans le sol

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = G_{11}(\vec{r}, \vec{r}') - G_{12}(\vec{r}, \vec{r}') + k_2^2 V_{11}(z, z') \quad (\text{II.39})$$

$$G_{11}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jk_1 R_1}}{4\pi R_1} \quad (\text{II.40})$$

$$G_{12}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jk_1 R_2}}{4\pi R_2} \quad (\text{II.41})$$

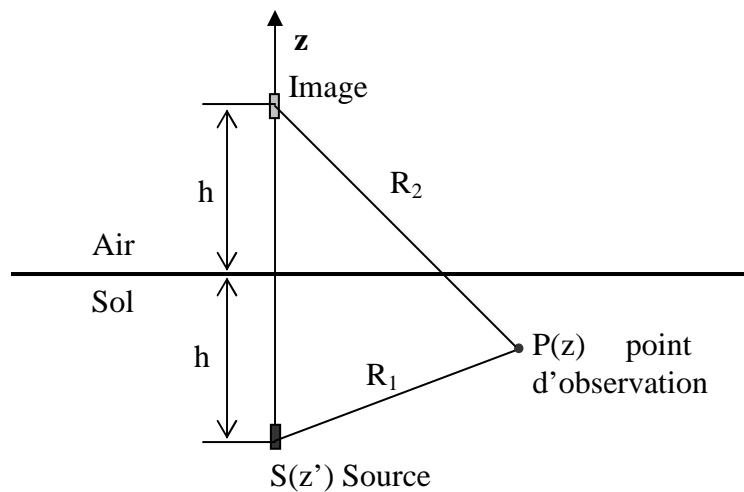


Figure II.4 source et point d'observation dans le sol



$$V_{11}(z, z') = \int_0^{\infty} \frac{2}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} e^{\gamma_1(z+z')} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.42})$$

**b. Source dans le sol et point d'observation dans l'air**

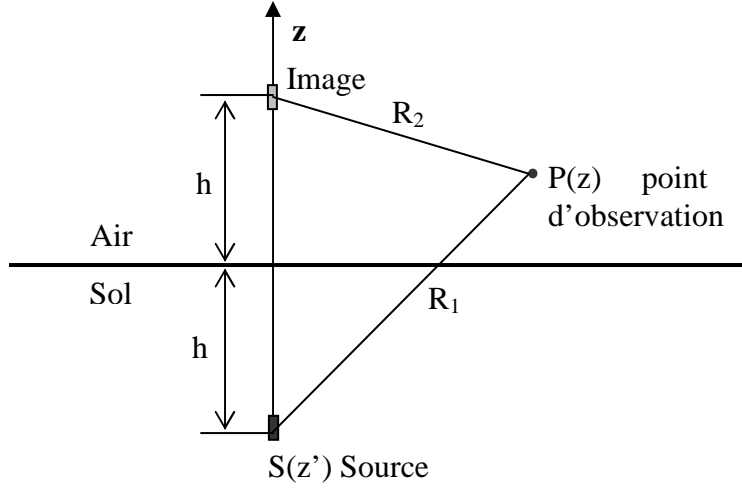


Figure II.5 Source dans le sol et point d'observation dans l'air

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = k_2^2 V_{12}(z, z') \quad (\text{II.43})$$

$$V_{12}(z, z') = \int_0^{\infty} \frac{2}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} e^{\gamma_1 z' - \gamma_2 z} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.44})$$

**c. Source dans l'air et point d'observation dans le sol**

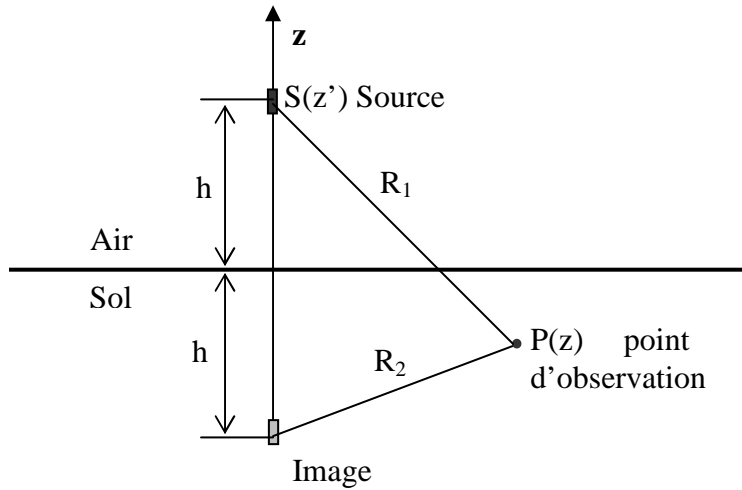


Figure II.6 Source dans l'air et point d'observation dans le sol

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = k_1^2 V_{21}(z, z') \quad (\text{II.45})$$

$$V_{21}(z, z') = \int_0^{\infty} \frac{2}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} e^{-\gamma_2 z + \gamma_1 z'} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.46})$$

d. Source et point d'observation dans l'air

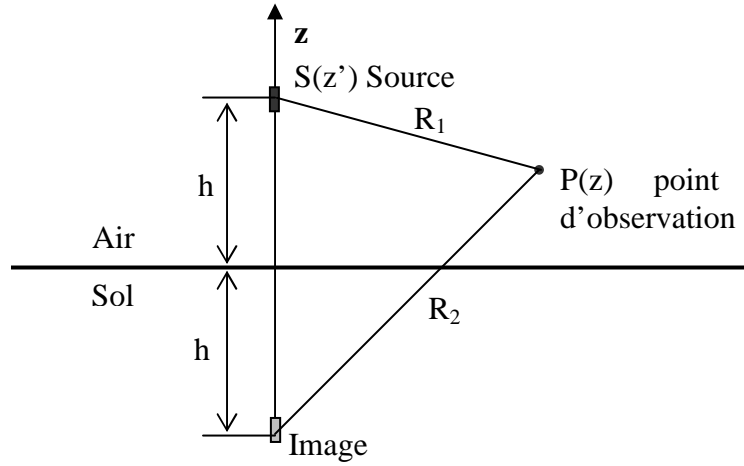


Figure II.7 Source et point d'observation dans l'air

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = G_{22}(\vec{r}, \vec{r}') - G_{21}(\vec{r}, \vec{r}') + k_1^2 V_{22}(z, z') \quad (\text{II.47})$$

$$G_{22}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jk_2 R_2}}{4\pi R_2} \quad (\text{II.48})$$

$$G_{21}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jk_2 R_1}}{4\pi R_1} \quad (\text{II.49})$$

$$V_{22}(z, z') = \int_0^\infty \frac{2}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} e^{-\gamma_2(z'+z)} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.50})$$

Ou 
$$\gamma_i = \sqrt{\lambda^2 - k_i^2} \quad (\text{II.51})$$

Et  $J_0(\lambda r)$  = fonction de Bessel d'ordre zéro

**I.5.2 Sources élémentaires horizontales**

Dans le cas des sources élémentaires horizontales, les expressions pour les différentes configurations restent inchangées, il suffit de remplacer les termes de Sommerfeld :

$$V_{11}(\vec{r}, \vec{r}'), V_{12}(\vec{r}, \vec{r}'), V_{22}(\vec{r}, \vec{r}') \text{ et } V_{21}(\vec{r}, \vec{r}') \quad (\text{II.52})$$

par les termes ;

$$U_{11}(\vec{r}, \vec{r}'), U_{12}(\vec{r}, \vec{r}'), U_{22}(\vec{r}, \vec{r}') \text{ et } U_{21}(\vec{r}, \vec{r}') \quad (\text{II.53})$$

respectivement donnés par :

$$U_{11}(z, z') = \int_0^\infty \frac{2}{\gamma_1 + \gamma_2} e^{\gamma_1(z+z')} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.54})$$

$$U_{12}(z, z') = \int_0^\infty \frac{2}{\gamma_1 + \gamma_2} e^{\gamma_1 z' - \gamma_2 z} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.55})$$

$$U_{21}(z, z') = \int_0^\infty \frac{2}{\gamma_1 + \gamma_2} e^{-\gamma_2 z' + \gamma_1 z} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.56})$$

$$U_{22}(z, z') = \int_0^\infty \frac{2}{\gamma_1 + \gamma_2} e^{-\gamma_2(z'+z)} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{II.57})$$

## I.6 Conclusion

L'approche électromagnétique basée sur la résolution des équations de Maxwell par la méthode des moments [8-17-18] est très précise, car elle se fait avec un minimum de restrictions. Son avantage est de pouvoir monter considérablement en fréquence, cependant son implantation sur ordinateur n'est pas aisée, surtout pour des structures très larges car elle consomme un temps de calcul prohibitif et nécessite beaucoup d'espace mémoire. Un autre désavantage de cette méthode est qu'elle se fait essentiellement en fréquentiel et nécessite l'utilisation d'une FFT qui peut être une source d'erreurs numériques.

## II. Modélisation d'une prise de terre par la méthode des éléments finis[18]

### II.1 Introduction

Les phénomènes qui nous intéressent dans ce travail sont régis par les équations de Maxwell. Associées aux lois constitutives des matériaux déterminées expérimentalement, elles mènent à la connaissance complète des grandeurs physiques d'un problème.

Pour être traitées par des méthodes numériques, comme la méthode des éléments finis (MEF), ces équations sont formulées à l'aide de différentes variables d'état. Différentes formulations du problème peuvent être obtenues en utilisant, soit des potentiels scalaires ou vecteurs, magnétiques ou électriques soit des champs magnétiques ou électriques.

Parmi les travaux qui reviennent le plus dans la littérature pour la modélisation par la MEF des dispositifs avec source de courant et des régions diverses (conductrices et non conductrices), nous pouvons citer ceux proposés par O. Biro et al [18].

Dans son travail O. Biro [18], en s'appuyant sur le potentiel vecteur  $\vec{A}$  et les potentiels scalaires électrique et magnétique propose un schéma général, comprenant les formulations et les conditions aux limites pour le traitement d'un dispositif à domaines multiples et en présence d'un inducteur à fréquence industrielle (50 Hz).

La figure II.8 illustre ce schéma de principe.

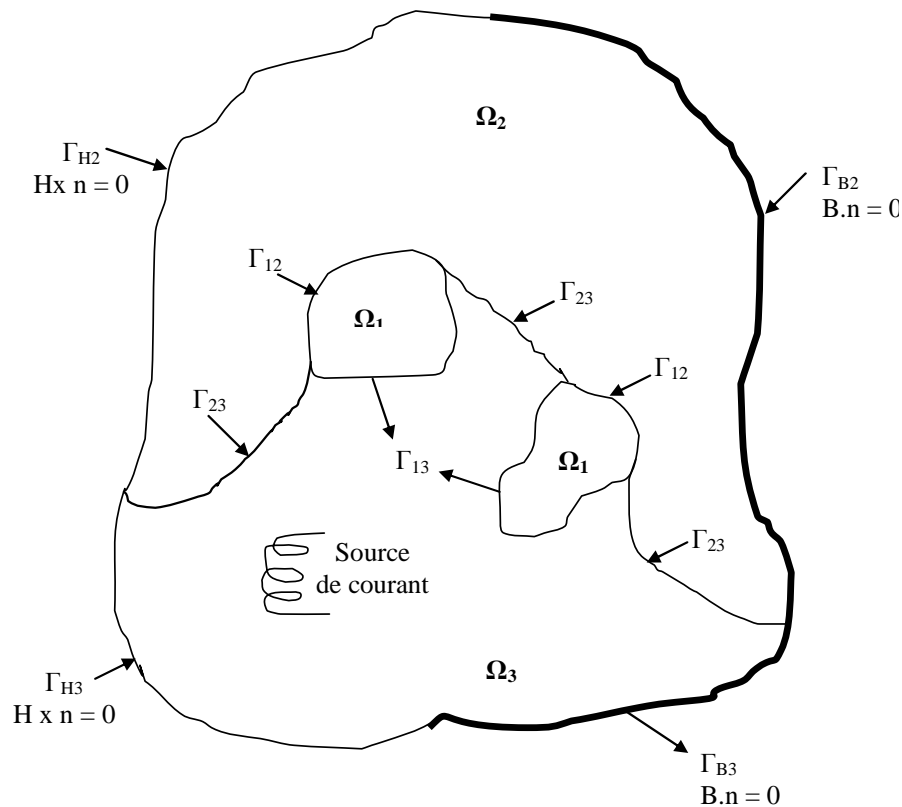


Figure II.8 Schéma général (Régions et interfaces)

Où

$\Omega_1$  : région conductrice avec courant induit ;

$\Omega_2$  : région non conductrice sans source de courant ;

$\Omega_3$  : région non conductrice avec source de courant;

$\Gamma_{12}$ ,  $\Gamma_{23}$  et  $\Gamma_{13}$  : les différentes frontières entre régions ;

$\Gamma_H$  : frontière avec continuité de la composante tangentielle de  $\vec{H}$  ;

$\Gamma_B$  : frontière avec continuité de la composante normale de  $\vec{B}$ .

## II.2 Formulation ( $\vec{A}$ , $V$ - $\vec{A}$ - $\psi$ )

Dans ces différentes régions l'auteur propose l'utilisation des formulations ( $\vec{A}$ - $V$ ) dans  $\Omega_1$ , ( $\vec{A}$ ) dans  $\Omega_2$  et ( $\psi$ ) dans  $\Omega_3$ . Nous explicitons dans ce qui va suivre les différentes formulations, les équations de couplages ainsi que les conditions aux limites sur les frontières ( $\Gamma$ ).

### II.2.1 Equations aux dérivées partielles

#### II.2.1.1 Milieu conducteur avec courant induit

Dans ce milieu l'auteur propose une formulation  $\vec{A}$ - $V$  ou  $\vec{A}$  est le potentiel vecteur et  $V$  le potentiel scalaire.

$$\text{Dans } \Omega_1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\text{rot}}(v \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) - \overrightarrow{\text{grad}} v \text{div} \vec{A} + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V = 0 \\ \text{div} \left( -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V \right) = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.58)}$$

$$\text{(II.59)}$$

Avec  $\sigma$  est la conductivité et  $v=1/\mu$

#### II.2.1.2 Milieu non conducteur avec source de courant

Pour ce milieu l'auteur utilise une formulation en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ .

$$\text{Dans } \Omega_3 \quad \overrightarrow{\text{rot}}(v \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) - \overrightarrow{\text{grad}} v \text{div} \vec{A} = \vec{J}_s \quad \text{(II.60)}$$

#### II.2.1.3 Milieu non conducteur sans source de courant

Dans ce cas, le champ magnétique dérive d'un potentiel scalaire  $\psi$  et on a :

$$\text{Dans } \Omega_2 \quad \text{div} \cdot \overrightarrow{\mu \text{grad}} \psi = 0 \quad \text{(II.61)}$$

### II.2.2 Conditions sur les frontières

Sur les différentes frontières la continuité de :

- la composante tangentielle de  $\vec{H}$  ;
- la composante normale de  $\vec{B}$  ;

sont traduites en fonction du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et du potentiel scalaire  $\psi$ . L'unicité du potentiel vecteur est assurée par la jauge de coulomb ( $\text{div } \vec{A} = 0$ ).

$$\text{Sur } \Gamma_{B3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{n} \times \vec{A} = 0 \\ \nu \cdot \text{div} \vec{A} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.62)} \\ \text{(II.63)} \end{array}$$

$$\text{Sur } \Gamma_{H3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu \cdot \text{rot } \vec{A} \times \vec{n} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{A} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.64)} \\ \text{(II.65)} \end{array}$$

$$\text{Sur } \Gamma_{B2} \quad \vec{n} \cdot \mu \overrightarrow{\text{grad}} \psi = 0 \quad \text{(II.66)}$$

$$\text{Sur } \Gamma_{H2} \quad \psi = 0 \quad \text{(II.67)}$$

$$\text{Sur } \Gamma_{13} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{A}_1 = \vec{A}_3 \end{array} \right. \quad \text{(II.68)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_1 \text{rot } \vec{A}_1 \times \vec{n}_1 + \nu_3 \text{rot } \vec{A}_3 \times \vec{n}_3 = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.69)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_1 \text{div} \vec{A}_1 - \nu_3 \text{div} \vec{A}_3 = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.70)}$$

Sur  $\Gamma_{12}$  et sur  $\Gamma_{13}$

$$\vec{n} \cdot \left( -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V \right) = 0 \quad \text{(II.71)}$$

Sur  $\Gamma_{12}$  et sur  $\Gamma_{23}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}_{13} \cdot \text{rot } \vec{A} - \vec{n}_2 \cdot \mu \overrightarrow{\text{grad}} \psi = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.72)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu \text{rot } \vec{A} \times \vec{n}_{13} - \nabla \psi \times \vec{n}_2 = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.73)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n} \cdot \vec{A} = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.74)}$$

### II.3 Modélisation d'une électrode enterrée par la MEF [19]

En s'inspirant des travaux de O. Biro [17], B. Nekhoul [19] propose une modélisation haute et basse fréquence pour l'étude d'une mise à la terre.

Soit la configuration générale (figure II.9), qui montre une électrode enterrée alimentée par un fil conducteur vertical.

Dans ce dispositif, trois types de régions donc de matériaux sont présents :

- l'air de caractéristiques  $\mu_0$  et  $\epsilon_0$
- le cuivre de caractéristiques  $\sigma$ ,  $\epsilon_c$  et  $\mu_0$
- le sol de caractéristiques  $\sigma_s$ ,  $\epsilon_s$  et  $\mu$ .

Notons en premier lieu que les conducteurs sont de nature filiforme, c'est à dire que le rayon est très petit devant la longueur. Le rapport géométrique entre le rayon et la longueur étant très important, l'auteur évite le maillage de ces derniers et utilise en basse fréquence, une formulation dite  $(\vec{A}-V)$  linéique. Dans le sol il utilise directement la formulation  $(\vec{A}-V)$  volumique. En haute fréquence, pour la prise en compte des courants de déplacements, l'auteur propose une nouvelle formulation  $(\vec{A}-V)$ . Afin d'éviter les régions multiples connexes, l'air est divisé en deux sous régions (avec et sans courant). En présence de courants, il utilise une formulation en  $\vec{A}$  et en absence de ces derniers, une formulation  $\psi$ .

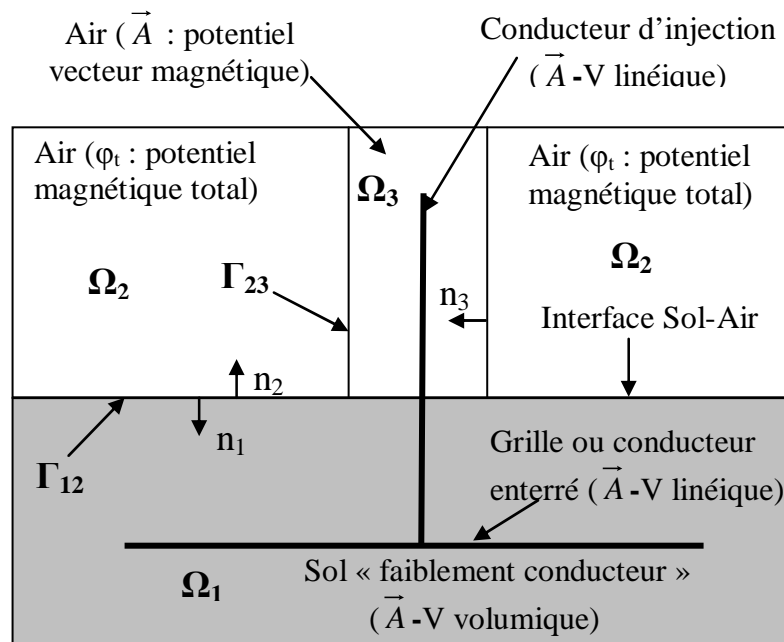


Figure II.9 Régions et interfaces

### II.3.1 Formulation $(\vec{A}-V)$ linéique

Pour un conducteur cylindrique, parcouru par un courant harmonique, de diamètre suffisamment petit devant sa longueur (approximation des fils minces), on peut facilement montrer [20] que les potentiels vecteur  $\vec{A}$  et scalaire  $V$  sont constants sur une surface perpendiculaire à l'axe du conducteur.

L'intégrale volumique est alors traduite par :

$$\int_{\Omega} d\Omega = S \int_{\lambda} d\lambda \quad (\text{II.75})$$

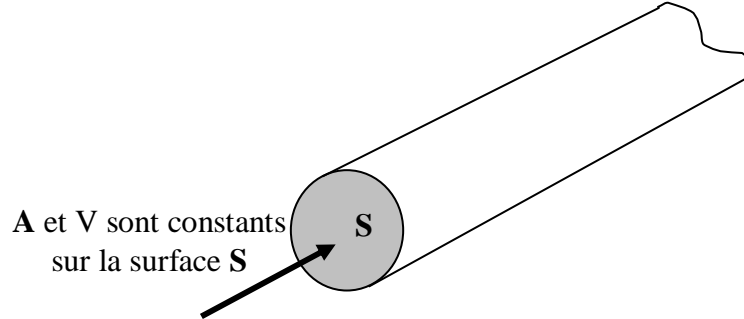


Figure II.10 Dispositif linéique

Cette forme d'écriture de l'intégrale volumique lui permet de s'affranchir du maillage volumique, seule une discrétisation linéique du conducteur est nécessaire, et d'écrire la formulation  $\vec{A}$ - $\vec{V}$  sous sa forme « linéique » [19]. Le système d'équations donnant la formulation  $\vec{A}$ - $\vec{V}$  devient alors :

$$\int_{\lambda} \left( v \left( \overrightarrow{\text{rot}} W_{\lambda} \right) \cdot \left( \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) + \sigma \left( j\omega \overrightarrow{W}_{\lambda} \cdot \vec{A} + \overrightarrow{W}_{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} V \right) + v \left( \overrightarrow{\text{div}} W_{\lambda} \right) \left( \overrightarrow{\text{div}} \vec{A} \right) \right) d\lambda = 0 \quad (\text{II.76})$$

$$\int_{\lambda} \left( \sigma \overrightarrow{\text{grad}} w_{\lambda} \cdot \left( j\omega \vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}} V \right) \right) d\lambda = 0 \quad (\text{II.77})$$

$W_{\lambda}$  : fonction de pondération d'un potentiel vecteur pour un élément linéique

$w_{\lambda}$  : fonction de pondération d'un potentiel scalaire pour un élément linéique

### II.3.2 Formulation ( $\vec{A}$ - $\vec{V}$ ) en haute fréquence

En haute fréquence l'auteur tient compte des courants de déplacement et la formulation  $\vec{A}$ - $\vec{V}$  donnée par (II.58) et (II.59) devient :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( v \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) + \left( \sigma + j\omega \epsilon \right) \left( j\omega \vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}} V \right) + v \overrightarrow{\text{grad}} \left( \overrightarrow{\text{div}} \vec{A} \right) = 0 \quad (\text{II.78})$$

La nullité de la divergence de la densité de courant n'est alors plus assurée implicitement et doit être exprimée par :

$$\overrightarrow{\text{div}} \left( \left( \sigma + j\omega \epsilon \right) \left( j\omega \vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}} V \right) \right) = 0 \quad (\text{II.79})$$



### **II.3.3 Prise en compte des frontières ouvertes**

Classiquement, diverses méthodes sont utilisées pour la prise en compte des frontières ouvertes. Nous pouvons citer :

- méthodes hybrides (MEF + intégrales de frontières) ;
- intégrales de frontières.

Dans son travail, B. Nekhoul [19], en s'inspirant des travaux de X.Brunotte [21], utilise plutôt la notion de transformation spatiale. Cette transformation permet la prise en compte de l'infini en enfermant le dispositif électromagnétique dans un volume parallélépipédique.

Le principe de cette méthode de modélisation de l'infini est de convertir un problème à frontières ouvertes en un problème équivalent à frontières fermées.

## **Conclusion**

Une étude comparative des deux formalismes a bien été développée par Y.Liu [21]. En conclusion nous pouvons affirmer que :

L'avantage principal de l'approche électromagnétique par éléments finis tient de sa haute flexibilité, qui la rend adaptable à des géométries ou milieux complexes. Contrairement à l'approche électromagnétique par la méthode des moments, l'ionisation peut être prise en compte plus facilement. Néanmoins son implantation est plus délicate en plus des lourdeurs en temps de calcul et d'espace mémoire. Malgré la rigueur des deux formalismes, il ne faut pas perdre de vue que le sol est considéré comme milieu linéaire, homogène et isotrope, ceci est bien évidemment loin d'être la réalité, car en pratique les sols sont anisotropes et de résistivité variable avec les saisons.

# ***Chapitre III***

***Approche proposée pour le calcul du  
champ électromagnétique émis par  
une électrode enterrée***

## INTRODUCTION

Dans ce chapitre on propose un formalisme qui constitue une alternative à l'utilisation du tout numérique de mise en œuvre lourde (méthode des moments et méthode des éléments finis).

Dans le chapitre II, nous avons exposé la modélisation électromagnétique d'une électrode enterrée. Dans son travail pour l'analyse des transitoires dans les prises de terre Y. Liu [10] procède à la comparaison de ces deux formalisme et met en évidence leur rigueur ainsi que la difficulté de mise en œuvre informatique.

Afin de palier cette difficulté nous proposons un nouveau concept [22-23-24] basé sur les équations de Maxwell, que nous définissons comme suit :

- subdivision de l'électrode en éléments communément appelés dipôles rayonnants ;
- superposition de l'ensemble des contributions.

Au préalable, il est nécessaire de connaître le courant porté par chaque dipôle. Vu le contenu spectral dans un courant type onde de foudre (10 à 20 MHz) le modèle basé sur la théorie des lignes peut constitué un modèle acceptable. La répartition du courant et du potentiel est obtenue en résolvant par FDTD (Finite Différence Time Domaine) les équations des lignes de transmission [25]. L'extension par Nekhoul et al. [25-26] de cette méthode à une grille de mise à la terre leur a permis de proposer un formalisme original qui consiste en la résolution numérique d'une équation de diffusion en tension.

Une fois la répartition du courant le long de la structure obtenue, la méthode des dipôles hertziens est choisie pour quantifier le champ électromagnétique rayonné. Pour cela des expressions en temporel du champ rayonné par un dipôle électrique dans un milieu dissipatif et infini sont proposées, elles sont établies à partir du potentiel vecteur et un développement mathématique adéquat. La méthode des images est ensuite utilisée pour tenir compte de l'interface sol air.

## I Rayonnement électromagnétique

### I.1 introduction

Le phénomène de rayonnement est une conséquence directe de la propagation des ondes électromagnétiques. Les sources les plus simples de rayonnement sont le dipôle électrique et le dipôle magnétique.

Le calcul du rayonnement d'une structure filiforme en présence d'un demi milieu dissipatif peut être abordé par le rayonnement du dipôle. Suivant sa nature cette structure est assimilée à une succession de dipôles électriques verticaux ou horizontaux et le champ électromagnétique qu'elle émet est calculé en sommant la contribution de cette succession de dipôles.

Le problème du rayonnement de la structure est donc résolu lorsque l'on sait calculer le champ E.M rayonné par un dipôle électrique verticale ou horizontale.

L'étude du rayonnement EM d'un dipôle oscillant en présence d'un demi milieu a été publiée par Sommerfeld en 1909 [28].

Depuis lors, un nombre considérable de travaux a paru sur ce sujet, parmi lesquels nous citons celui de Banos [16] qui fait une excellente mise au point dans ce domaine.

Les différentes configurations géométriques en ce qui concerne le milieu d'émission et de réception sont présentées dans notre travail.

### I.2. Méthodes des dipôles Hertiens

La méthode des dipôles consiste en une subdivision du support « structure filaire » en éléments appelés dipôles (figure III.1), dont la taille est choisie de façon à masquer la propagation.

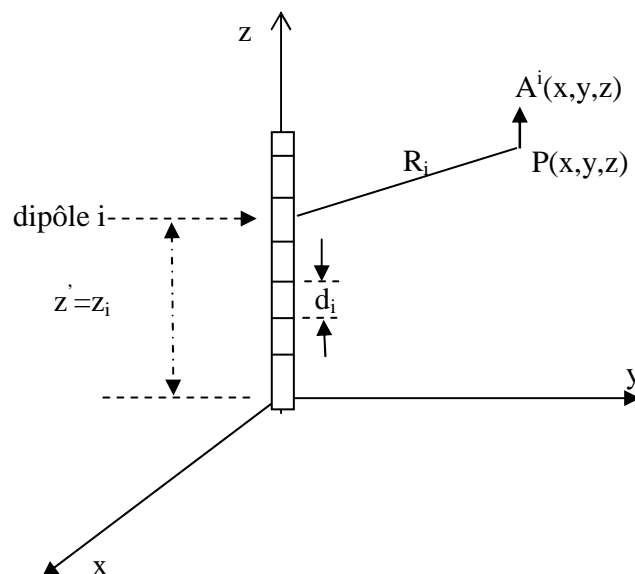


Figure III.1 Structure segmentée en dipôles

Le champ en tout point du milieu est obtenu par superposition des contributions de l'ensemble des dipôles.

La taille des dipôles « dl » doit satisfaire aux deux conditions suivantes :

$$1) dl \leq \lambda / 20 \quad (\text{III-1})$$

$\lambda$  étant la plus petite longueur d'onde significative.

Cette condition permet de masquer la propagation le long du dipôle, c'est à dire l'amplitude et la phase du courant le long du dipôle, sont toutes les deux indépendantes de  $z$ .

$$2) dl \leq R/10 \quad (\text{III-2})$$

Cette condition permet de prendre en compte les petites variations de courant d'un point très proche de la structure filaire.

$R$  étant la distance entre le dipôle considéré et le point d'observation.

### I.2.1 Méthode des dipôles dans un milieu dissipatif semi infini

Dans son travail Sivaprasad et al. [29], propose des expressions compactes pour le calcul du champ rayonné par un dipôle situé dans un demi milieu dissipatif.

En régime harmonique et en coordonnées cylindriques le champ électromagnétique créé par un dipôle horizontal dans un milieu semi infini est exprimé en termes de deux intégrales appelées intégrales de Sommerfeld [29].

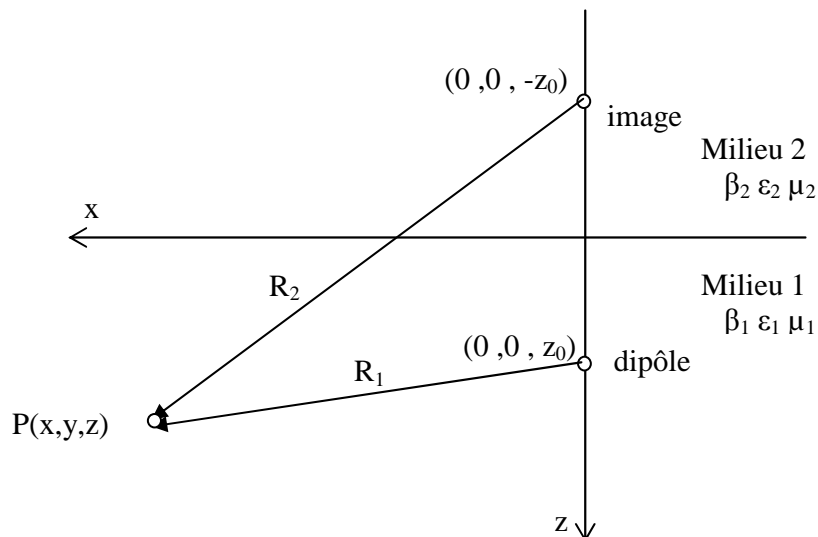


Figure III.2 Système de coordonnées pour un dipôle

$$E_{rl} = \frac{-jP_z}{4\pi\epsilon_1} \cos\theta \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} + V_1 \right] + \\ \beta_1^2 \left[ \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} + U_1 \right] \end{array} \right\} \quad (\text{III.3})$$

$$E_{\theta l} = \frac{-jP_z}{4\pi\epsilon_1} \sin\theta \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} + V_1 \right] + \\ \beta_1^2 \left[ \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} + U_1 \right] \end{array} \right\} \quad (\text{III.4})$$

$$E_{zl} = \frac{jP_z}{4\pi\epsilon_1} \cos\theta \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z \partial r} \left[ \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} + V_1 \right] - n^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial r \partial z} \right\} \quad (\text{III.5})$$

$$H_{rl} = \frac{P_z \sin\theta}{4\pi\beta_1^2} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \begin{array}{l} \left( 1 + n^2 \right) \frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial r} + \beta_1^2 U_1 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{2e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} \right) \\ + \beta_1^2 \left( \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} \right) \end{array} \right\} \quad (\text{III.6})$$

$$H_{\theta l} = \frac{P_z \cos\theta}{4\pi\beta_1^2} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \begin{array}{l} \left( 1 + n^2 \right) \frac{\partial^2 V_1}{\partial r^2} + \beta_1^2 U_1 - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left( \frac{2e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} \right) \\ + \beta_1^2 \left( \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} \right) \end{array} \right\} \quad (\text{III.7})$$

$$H_{zl} = -\frac{P_z \sin\theta}{4\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{e^{j\beta_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta_1 R_2}}{R_2} + U_1 \right\} \quad (\text{III.8})$$

Ou :  $V_1$  et  $U_1$  sont les intégrales de Sommerfeld :

$$V_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\beta_1^2 H_0^{(1)}(\lambda r)}{\beta_2^2 \sqrt{\lambda^2 - \beta_1^2} + \beta_1^2 \sqrt{\lambda^2 - \beta_2^2}} \exp\left(-\sqrt{\lambda^2 - \beta_1^2} (z + z_0)\right) \lambda d\lambda \quad (\text{III.9})$$

$$U_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2 H_0^{(1)}(\lambda r)}{\beta_2^2 \sqrt{\lambda^2 - \beta_1^2} + \beta_1^2 \sqrt{\lambda^2 - \beta_2^2}} \exp\left(-\sqrt{\lambda^2 - \beta_1^2} (z+z_0)\right) \lambda d\lambda \quad (\text{III.10})$$

$$|n| = \left| \frac{\beta_2}{\beta_1} \right| : \text{Le module de l'indice de réfraction des deux milieux.} \quad (\text{III.11})$$

$\beta_1$  Et  $\beta_2$  : sont respectivement les nombres d'ondes dans les milieux 1 et 2.

$P_z$  : Le moment dipolaire.

Ce nombre d'ondes est lié au coefficient de propagation par :

$$\gamma = j \beta$$

$$\gamma = \sqrt{-\omega^2 \mu \bar{\epsilon}} : \text{Coefficient de propagation.}$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \left( \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right) : \text{Permittivité équivalente du milieu.}$$

$H_0^{(1)}(\lambda r)$  : Fonction de Hankel.

Les intégrales de Sommerfeld traduisent l'effet de la conductivité finie de l'interface, elles dépendent de deux paramètres géométriques :

-la distance horizontale  $r$ , mesurée parallèlement à l'interface, entre la source et le point d'observation ;

-la distance verticale  $z+z'$  entre le point d'observation et l'image de la source.

Elles dépendent en outre de la fréquence par l'intermédiaire des nombres d'ondes  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .

Il existe essentiellement deux types d'approximations pour les intégrales de Sommerfeld :

- l'approximation quasi statique valable au voisinage de la source [29] ;
- les développements asymptotiques valables lorsque l'un au moins des paramètres géométriques  $r$  ou  $z+z'$  est grand devant la longueur d'onde.

Lorsque :

-la source et le point d'observation se trouvent tous deux dans un même milieu et proche de l'interface ;

$$\text{- l'indice de réfraction est } |n^2| = \left| \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2} \right| \ll 1 ;$$

- $\beta_1$  est complexe et a une constante d'atténuation considérable ;

- $\text{Re}(\beta_1 r) \gg 1$  et  $\beta_2 r > 1$

Les expressions asymptotiques de ces expressions sont données en [29].



**Remarque**

Les expressions (III.3) à (III 8), telle qu'elles se présentent ne permettent pas un passage fréquence temps. En effet les intégrales de Sommerfeld ne possèdent pas de transformées inverses analytiques. Depuis l'apparition des techniques numériques et moyennant quelques hypothèses simplificatrices des résultats en tout numérique sont proposés dans la littérature.

Malheureusement cette démarche est de mise en œuvre lourde, consomme un temps machine important et surtout introduit des perturbations numériques.

Afin de pallier ces différents inconvénients nous proposons un concept inspiré des travaux de J. Song et al [30].

Dans son travail, cet auteur propose une étude fréquence temps dans un milieu dissipatif et infini. Dans le paragraphe qui suit nous développons le formalisme que nous proposons.

**II Formalisme temporel pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par une électrode enterrée**

**II.1 Expressions en temporel du champ électromagnétique dans un milieu dissipatif et infini**

Soit un dipôle filiforme de longueur  $dl$  parcourut par un courant harmonique  $I(\omega)$ , si les deux conditions (III.1) et (III.2) sont satisfaites, l'expression de son potentiel vecteur magnétique en un point  $(x,y,z)$  dans un milieu infini homogène et de caractéristiques physiques  $(\sigma, \mu, \epsilon)$  est donnée par :

$$\vec{A}(r, s) = \mu_0 \frac{Idl}{4\pi r} e^{-\gamma r} \vec{k} \tag{III.12}$$

avec  $\gamma = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma + j\omega\epsilon)}$  (III.13)

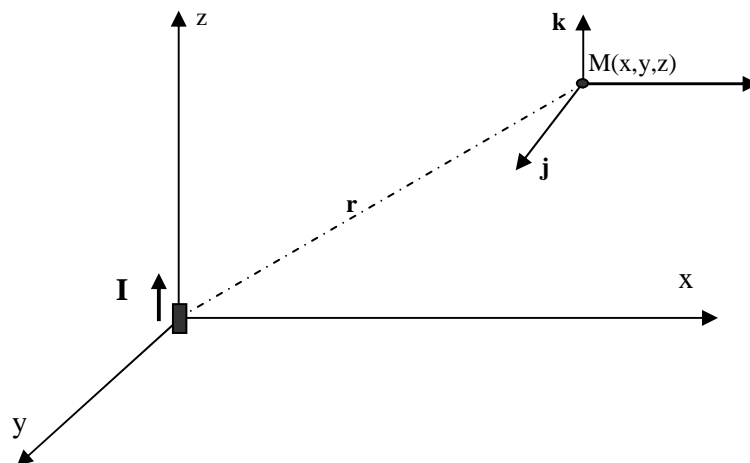


Figure III.3 Système de représentation d'un dipôle

$r$  : étant la distance du dipôle au point d'observation (figure III.3).

En temporel l'expression du potentiel vecteur est comme suit [31-32-33] (voire annexel) :

$$\vec{A}(r,t) = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r} \left[ e^{-\frac{\alpha r}{2}} \delta(t-r/v) + \frac{\alpha r}{2} e^{-t/2\tau_0} I_1 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t-r/v)}{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}} \right] \vec{k} \quad (\text{II.14})$$

Avec  $\alpha = \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}}$ ,  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu_0}}$  et  $\tau_0 = \frac{\epsilon}{\sigma}$

$I_1$  : fonction de Bessel modifiée d'ordre 1

$u(t-r/v)$  : fonction échelon de Heaviside

$\delta(t-r/v)$  : fonction de Dirac

## II.2 Expressions du champ magnétique dans le domaine temporel

A partir de l'expression (III.14) du potentiel vecteur magnétique et de la relation le reliant au champ magnétique,  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \text{rot } \vec{A}$  nous obtenons l'expression du champ magnétique en temporel.

$$\begin{aligned} \vec{H}(r,t) &= \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{A}(r,t) = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z(r,t) \vec{i} - \frac{\partial}{\partial x} A_z(r,t) \vec{j} \right) \\ \vec{H}(r,t) &= \frac{Idl}{4\pi r^3} \left\{ e^{-\frac{\alpha r}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8} \right) \delta(t-r/v) + \frac{r}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} e^{-\frac{t}{2\tau_0}} I_2 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t-r/v)}{(t^2 - r^2/v^2)} \right\} \left( -y \vec{i} + x \vec{j} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

$I_2$  : fonction de Bessel modifiée d'ordre 2

D'ou les expressions des composantes du champ magnétique en temporel dans un milieu dissipatif et infini :

$$\begin{aligned} h_x(r,t) &= \frac{-y Idl}{4\pi r^3} \left\{ e^{-\frac{\alpha r}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8} \right) \delta(t-r/v) + \frac{r}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} e^{-\frac{t}{2\tau_0}} I_2 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t-r/v)}{(t^2 - r^2/v^2)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

$$h_y(r;t) = \frac{xIdl}{4\pi r^3} \left\{ e^{\frac{-\alpha r}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8} \right) \delta(t-r/v) + \frac{r}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) \right] \right. \\ \left. + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} e^{\frac{-t}{2\tau_0}} I_2 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t-r/v)}{(t^2 - r^2/v^2)} \right\} \quad (\text{III.17})$$

$$h_z(r,t) = 0 \quad (\text{III.18})$$

### II.3 Expressions du champ électrique dans le domaine fréquentiel

A partir de l'équation de Maxwell Ampère :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma \vec{E} + j\omega\epsilon \vec{E}$$

Nous avons :

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} \text{rot } \vec{H}$$

Avec

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{A}$$

A partir de l'équation (III.12), nous déduisons les expressions en coordonnées cartésiennes du champ électrique en fréquentiel :

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} \text{rot} \left( \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{A} \right) \quad (\text{III.19})$$

$$E_x(r, s) = \frac{3xzI dl}{4\pi(\sigma + \epsilon s)r^5} \left( 1 + \gamma r + \frac{\gamma^2 r^2}{3} \right) e^{-\gamma r} \quad (\text{III.20})$$

$$E_y(r, s) = \frac{3yzI dl}{4\pi(\sigma + \epsilon s)r^5} \left( 1 + \gamma r + \frac{\gamma^2 r^2}{3} \right) e^{-\gamma r} \quad (\text{III.21})$$

$$E_z(r, s) = \frac{Idl}{4\pi(\sigma + \epsilon s)r^3} \left( \frac{3z^2}{r^2} \left( 1 + \gamma r + \frac{\gamma^2 r^2}{3} \right) - \left( 1 + \gamma r + \gamma^2 r^2 \right) \right) e^{-\gamma r} \quad (\text{III.22})$$

### II.4 Expressions du champ électrique dans le domaine temporel

Les expressions précédentes du champ électrique en fréquentiel (III.20), (III.21) et (III.22) peuvent se mettre sous la forme :

$$E_x(r, s) = \frac{3 x z I dl}{4\pi r^5 \epsilon} \left( G_2(r, s) \cdot G_3(r, s) + \frac{r^2}{3v} s \cdot G_1(r, s) \right) \quad (\text{III.23})$$

$$E_y(r, s) = \frac{3 y z I dl}{4\pi r^5 \epsilon} \left( G_2(r, s) \cdot G_3(r, s) + \frac{r^2}{3v} s \cdot G_1(r, s) \right) \quad (\text{III.24})$$

$$E_z(r, s) = \frac{I dl}{4\pi r^5 \epsilon} \left( (3z^2 - r^2) G_2(r, s) \cdot G_3(r, s) + \frac{r^2}{v^2} (z^2 - r^2) s \cdot G_1(r, s) \right) \quad (\text{III.25})$$

Avec :

$$G_1(r, s) = e^{-\gamma r} \quad (\text{III.26})$$

$$G_2(r, s) = (1 + \gamma r) e^{-\gamma r} \quad (\text{III.27})$$

$$G_3(r, s) = \frac{1}{s + 1/\tau_0} ; \tau_0 = \frac{\epsilon}{\sigma} \quad (\text{III.28})$$

En utilisant les transformées inverses de Laplace de  $G_1(r, s)$ ,  $G_2(r, s)$  et  $G_3(r, s)$ , (voire annexe1) et le théorème de convolution, nous obtenons les expressions en temporel des composantes du champ électrique.

La composante  $e_x$  du champ électrique s'exprime alors comme suit :

$$e_x(r, t) = \frac{3 x z I dl}{4\pi r^5 \epsilon} \left[ \int_0^t g_2(r, \tau) g_3(r, t - \tau) d\tau + \frac{r^2}{3v} \frac{\partial}{\partial t} g_1(r, t) \right] \quad (\text{III.29})$$

Après intégration, nous obtenons :

$$\begin{aligned} e_x(r, t) = & \frac{3 x z I dl}{4\pi \epsilon r^5} \left\{ \frac{r}{v} e^{-\frac{\alpha r}{2}} \left[ \delta\left(t - \frac{r}{v}\right) \left(1 + \frac{\alpha^2 r^2}{24}\right) + \frac{r}{3v} \frac{\partial}{\partial t} \delta\left(t - \frac{r}{v}\right) \right] \right. \\ & + u\left(t - \frac{r}{v}\right) \left[ \frac{\alpha^2 r^3}{12v} \frac{e^{-\frac{t}{2\tau_0}}}{\left(t^2 - r^2/v^2\right)} \left( t I_2(m) - \sqrt{t^2 - r^2/v^2} I_1(m) \right) \right. \\ & \left. \left. + \left(1 - \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8}\right) e^{-\frac{(t-r/(2v))}{\tau_0}} + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} \int_{r/v}^t \frac{e^{-\frac{(t-\tau/2)}{\tau_0}}}{\tau^2 - r^2/v^2} I_2\left(\frac{\sqrt{\tau^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0}\right) d\tau \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

$$\text{Avec } m = \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0}$$

En procédant de la même manière, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 e_y(r,t) = & \frac{3yz I dl}{4\pi \epsilon r^5} \left\{ \frac{r}{v} e^{-\frac{\alpha r}{2}} \left[ \delta\left(t - \frac{r}{v}\right) \left(1 + \frac{\alpha^2 r^2}{24}\right) + \frac{r}{3v} \frac{\partial}{\partial t} \delta\left(t - \frac{r}{v}\right) \right] \right. \\
 & + u\left(t - \frac{r}{v}\right) \left[ \frac{\alpha^2 r^3}{12v} \frac{e^{-\frac{t}{2\tau_0}}}{\left(t^2 - r^2/v^2\right)} \left(t I_2(m) - \sqrt{t^2 - r^2/v^2} I_1(m)\right) \right. \\
 & \left. \left. + \left(1 - \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8}\right) e^{-\frac{(t-r/(2v))}{\tau_0}} + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} \int_{r/v}^t \frac{e^{-\frac{(t-\tau/2)}{\tau_0}}}{\tau^2 - r^2/v^2} I_2\left(\frac{\sqrt{\tau^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0}\right) d\tau \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{III.31}$$

$$\begin{aligned}
 e_z(r,t) = & \frac{I dl}{4\pi \epsilon r^5} \left\{ \frac{r}{v} e^{-\frac{\alpha r}{2}} \left[ \left(z^2 - r^2\right) \frac{r}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta\left(t - \frac{r}{v}\right) + \delta\left(t - \frac{r}{v}\right) \left(3z^2 - r^2\right) + \left(z^2 - r^2\right) \frac{\alpha^2 r^2}{8} \right] \right. \\
 & + u\left(t - \frac{r}{v}\right) \left[ \left(1 - \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8}\right) \left(3z^2 - r^2\right) e^{-\frac{(t-r/(2v))}{\tau_0}} \right. \\
 & + \left. \left(3z^2 - r^2\right) \frac{\alpha^2 r^3}{4v} \int_{r/v}^t \frac{e^{-\frac{(t-\tau/2)}{\tau_0}}}{\tau^2 - r^2/v^2} I_2\left(\frac{\sqrt{\tau^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0}\right) d\tau \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} \frac{\left(z^2 - r^2\right)}{\left(t^2 - r^2/v^2\right)} e^{-\frac{t}{2\tau_0}} \left(t I_2(m) - \sqrt{t^2 - r^2/v^2} I_1(m)\right) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{III.32}$$

Il est très important de noter qu'à ce stade de l'étude aucune approximation n'a été faite, donc les expressions (III.16), (III.17), (III.18), (III.30), (III.31) et (III.32) sont considérées comme exactes.

## II.5 Expression des champs électrique et magnétique dans un milieu homogène sans pertes.

Dans les expressions générales des champs électrique et magnétique, on fait tendre  $\sigma$  vers zéro et de ce fait  $\alpha$  tendra vers zéro,  $\epsilon$  devient  $\epsilon_0$  et  $v$  devient  $c$ .

Les expressions des composantes du champ magnétique deviennent :

$$h_x(r,t) = \frac{-y I dl}{4\pi r} \left[ \frac{1}{r^2} \delta(t - r/c) + \frac{1}{rc} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t - r/c) \right] \tag{III.33}$$

$$h_y(r,t) = \frac{x I dl}{4\pi r} \left[ \frac{1}{r^2} \delta(t - r/c) + \frac{1}{rc} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t - r/c) \right] \tag{III.34}$$

$$h_z(r,t) = 0 \tag{III.35}$$

Les expressions des composantes du champ électrique deviennent :

$$e_x(r,t) = \frac{xz I dl}{4\pi r^2 \epsilon_0} \left[ \frac{1}{c^2 r} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/c) + \frac{3}{cr^2} \delta(t-r/c) + \frac{3}{r^3} u(t-r/c) \right] \quad (\text{III.36})$$

$$e_y(r,t) = \frac{yz I dl}{4\pi r^2 \epsilon_0} \left[ \frac{1}{c^2 r} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/c) + \frac{3}{cr^2} \delta(t-r/c) + \frac{3}{r^3} u(t-r/c) \right] \quad (\text{III.37})$$

$$e_z(r,t) = \frac{I dl}{4\pi r^2 \epsilon_0} \left[ \frac{z^2 - r^2}{c^2 r} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/c) + \frac{3z^2 - r^2}{cr^2} \delta(t-r/c) + \frac{3z^2 - r^2}{r^3} u(t-r/c) \right] \quad (\text{III.38})$$

Ce qui nous conduit vers les expressions classiques obtenues dans l'air [34].

## II.6-Expressions des champs électrique et magnétique dans un milieu homogène faiblement conducteur

Dans un milieu faiblement conducteur nous avons :

$$\alpha r \ll 1 \Rightarrow \alpha^2 r^2 \rightarrow 0$$

Les expressions des champs électrique et magnétique deviennent :

$$h_x(r,t) = \frac{-y I dl}{4\pi r} \left( \frac{1}{r} \left( \alpha \delta(t-r/v) + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) \right) + \frac{1}{r^2} \delta(t-r/v) \right) e^{-\alpha r/2} \quad (\text{III.39})$$

$$h_y(r,t) = \frac{x I dl}{4\pi r} \left( \frac{1}{r} \left( \alpha \delta(t-r/v) + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) \right) + \frac{1}{r^2} \delta(t-r/v) \right) e^{-\alpha r/2} \quad (\text{III.40})$$

$$e_x(r,t) = \frac{xz I dl}{4\pi r^2 \epsilon} \left[ \frac{1}{v^2 r} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) + \frac{3}{vr^2} \delta(t-r/v) + \frac{3}{r^3} (1 + \alpha r) e^{-t/\tau_0} u(t-r/v) \right] e^{-\alpha r/2} \quad (\text{III.41})$$

$$e_y(r,t) = \frac{yz I dl}{4\pi r^2 \epsilon} \left[ \frac{1}{v^2 r} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) + \frac{3}{vr^2} \delta(t-r/v) + \frac{3}{r^3} (1 + \alpha r) e^{-t/\tau_0} u(t-r/v) \right] e^{-\alpha r/2} \quad (\text{III.42})$$

$$e_z(r,t) = \frac{I dl}{4\pi r^2 \epsilon} \left[ \frac{z^2 - r^2}{v^2 r} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t - r/v) + \frac{3z^2 - r^2}{vr^2} \delta(t - r/v) + \frac{3z^2 - r^2}{r^3} (1 + \alpha r) e^{-t/\tau_0} u(t - r/v) \right] e^{-\alpha r/2} \quad (\text{III.43})$$

Ces expressions sont celles déjà proposées par B. Nekhoul et al [34]. Nous remarquons que le champ magnétique est composé :

-d'un terme en  $1/r^2$  qui correspond aux champs émis aux zones relativement proches, c'est le terme du champ induit.

-d'un terme en  $1/r$  qui correspond aux champs émis aux zones lointaines, c'est le terme du champ rayonné.

et que le champ électrique possède trois termes :

-un terme en  $1/r^3$  qui correspond aux champs émis aux zones proches, c'est la composante électrostatique.

-un terme en  $1/r^2$  qui correspond aux champs émis aux zones intermédiaires, c'est la composante induite.

-un terme en  $1/r$  qui correspond aux champs émis aux zones lointaines, c'est la composante de rayonnement.

### III Prise en compte de l'interface sol-air par la méthode des images

Dans notre travail, pour la prise en compte de l'interface entre deux milieux homogènes semi infinis, nous utilisons la méthode dite des images introduite par Takashima et al. [35-36]. En utilisant les lois de réflexion et de réfraction sur une interface pour une onde électromagnétique plane, l'auteur considère que l'image est située à la même hauteur ou profondeur que la source réelle, mais avec un courant modifié et remplace le demi milieu par le milieu du point d'observation.

Afin de définir les courants images, dans son travail, l'auteur s'est basé sur la continuité de la composante normale de la densité du courant et de la composante tangentielle du champ électrique sur l'interface entre deux milieux différents. Il propose une étude générale où il déduit les courants images pour quatre cas de figures possibles obtenus selon la position de la source et du point d'observation.

#### III.1 Considérations préliminaires

Soit un milieu homogène de caractéristiques ( $\sigma$  et  $\epsilon$ ) où est localisé une source de courant  $I = I_0 \exp(j\omega t)$  en un point '0' (figure II.3). Ce courant s'épanouit autour de ce point indistinctement dans toutes les directions.

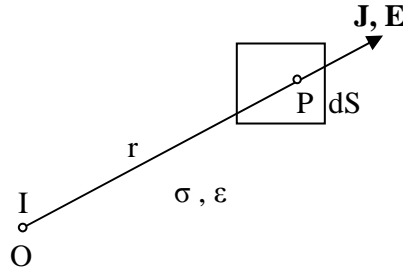


Figure III.4 Source de courant dans un milieu dissipatif

Pour calculer le champ du à cette source de courant en un point 'P' de ce milieu, distant de  $OP = r$ , on considère une sphère de rayon  $r$  et de centre 'O'

$J$  = densité de courant à travers un infinitésimal 'dS' perpendiculaire à OP.

D'après la loi de Gauss :

$$I = \int_s \vec{J} d\vec{s} = 4\pi r^2 J \vec{a}_r \quad (\text{III.44})$$

Où  $\vec{a}_r$  est un vecteur unitaire dans la direction de  $r$ . Cela nous donne :

$$\vec{J} = \frac{I}{4\pi r^2} \vec{a}_r = J \vec{a}_r \quad (\text{III.45})$$

Si on suppose que le champ électrique est de la forme :

$$\vec{E} = E_o \exp(j\omega t) \vec{a}_r \quad (\text{III.46})$$

Nous aurons :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E} \quad (\text{III.47})$$

Des équations (III 45) et (III.46) nous obtenons :

$$\vec{E} = \frac{I}{4\pi r^2 (\sigma + j\omega\epsilon)} \vec{a}_r \quad (\text{III.48})$$

Le potentiel au point P est :

$$V = - \int_{\infty}^r \vec{E} dr = \frac{I}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)r} \quad (\text{III.49})$$

Avec  $\vec{dr} = dr \vec{a}_r$



### III.2 Milieu semi infini

Classiquement la méthode des images, nous permet d'homogénéiser le domaine d'étude en introduisant une nouvelle source fictive située à égale distance de l'interface mais dont la source est inverse. Dans le même ordre d'idée, en restant dans le cas statique, Takashima [35-36] propose la méthode des images modifiées en gardant le même concept mais en modifiant la source. Ceci nous conduit vers quatre cas de figures possibles dans notre problème.

Considérons deux milieux de caractéristiques respectives  $(\sigma_1, \epsilon_1)$  et  $(\sigma_2, \epsilon_2)$  séparés par une surface plane et une source de courant localisée dans le milieu 1 à une distance  $h$  de l'interface.

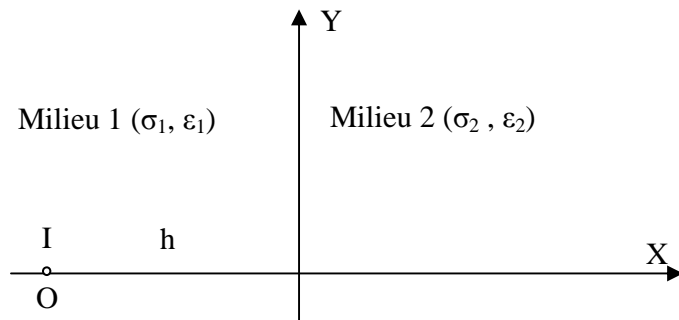


Figure III.5. Source de courant devant une interface séparant deux milieux dissipatifs différents

Le potentiel en un point **P** du milieu (1) se calcule en utilisant l'expression (III.49).

$$V_1 = \frac{1}{4\pi(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1)} \left( \frac{I}{r} + \frac{I'}{r'} \right) \quad (\text{III.50})$$

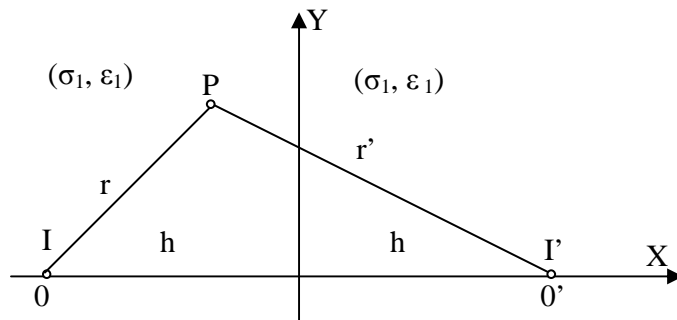


Figure III.6 La source et son image représentant le champ dans le milieu (1)

Le potentiel en un point P' du milieu (2) sera

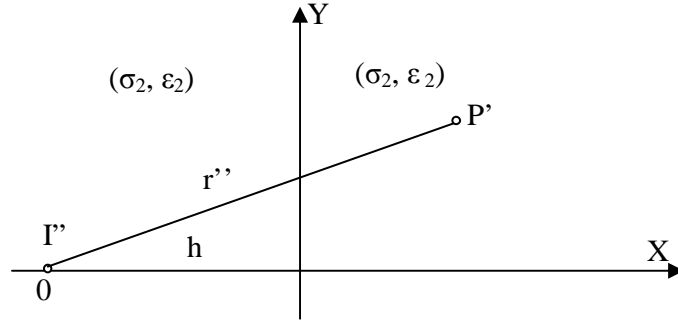


Figure III.7 L'image représentant le champ dans le milieu (2)

$$V_2 = \frac{1}{4\pi(\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)} \frac{I''}{r''} \quad (\text{III.51})$$

Sur l'interface le potentiel est continu :

$$V_1 = V_2 \quad (\text{III.52})$$

et

$$\vec{\text{div}} \vec{J} = 0 \Rightarrow J_{1n} = J_{2n} \quad (\text{III.53})$$

$$J_n = (\sigma + j\omega\epsilon)E_n = -(\sigma + j\omega\epsilon) \frac{\partial V}{\partial n} = -(\sigma + j\omega\epsilon) \frac{\partial V}{\partial x} \quad (\text{III.54})$$

$$J_{1n} = J_{1x} = -(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1) \frac{\partial V_1}{\partial x} \quad (\text{III.55})$$

$$J_{2n} = J_{2x} = -(\sigma_2 + j\omega\epsilon_2) \frac{\partial V_2}{\partial x} \quad (\text{III.56})$$

Des équations (III.50) à (III.56) nous obtenons

$$I' = R(\omega)I = \frac{(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1) - (\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)}{(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1) + (\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)} I \quad (\text{III.57})$$

$$I'' = T(\omega)I = \frac{2(\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)}{(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1) + (\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)} I \quad (\text{III.58})$$

Dans notre travail, les deux milieux étant le sol et l'air, en fonction de la position du point d'observation et de la source, nous considérons les quatre cas de figures possibles, que nous présentons dans le paragraphe qui va suivre.

**III.2.1 Source et point d'observation dans le sol**

Le champ électromagnétique peut être évalué comme étant la somme du champ dû au courant de source ( $I$ ) et celui dû à son image ( $I'$ ).

$$I' = \frac{\underline{\epsilon}_s - \epsilon_0}{\underline{\epsilon}_s + \epsilon_0} I \tag{III.59}$$

Avec :

$$\underline{\epsilon}_s = \epsilon_s + \frac{\sigma_s}{j\omega} \tag{III.60}$$

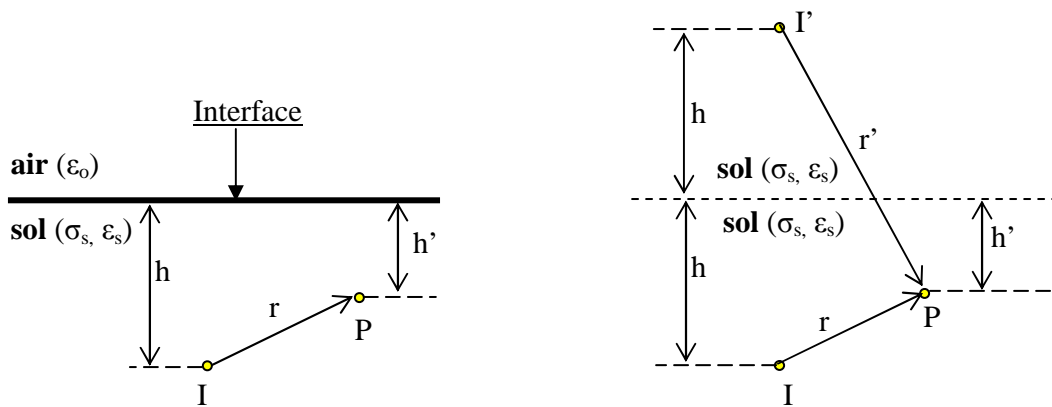


Figure III.8 Configuration pour le calcul du champ dans le milieu 2

**III.2.2 Source dans le sol et le point d'observation dans l'air**

Le champ électromagnétique est celui dû au courant de source modifié ( $I''$ ) avec

$$I'' = \frac{2\epsilon_0}{\underline{\epsilon}_s + \epsilon_0} I \tag{III.61}$$

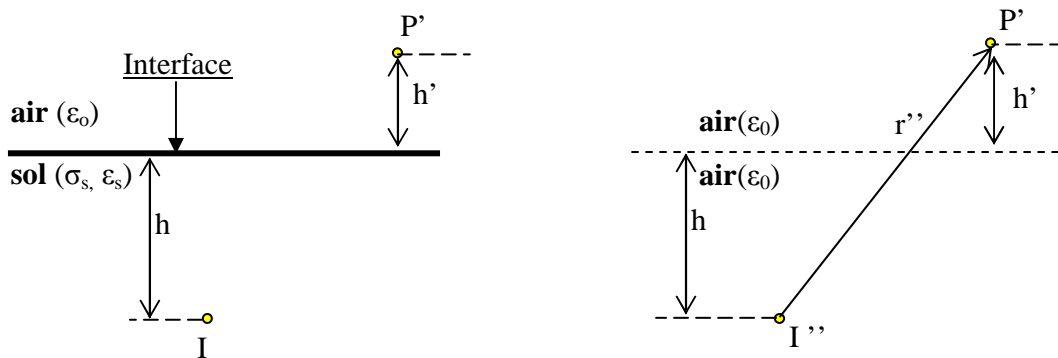


Figure III.9 Configuration pour le calcul du champ dans le milieu 1

### III.2.3 Source et point d'observation dans l'air

Le champ électromagnétique peut être évalué comme étant la somme du champ dû au courant de source ( $I$ ) et celui dû à son image ( $I'$ ) avec :

$$I' = \frac{\epsilon_0 - \epsilon_s}{\epsilon_s + \epsilon_0} I \quad (\text{III.62})$$

### III.2.4 Source dans l'air et le point d'observation dans le sol

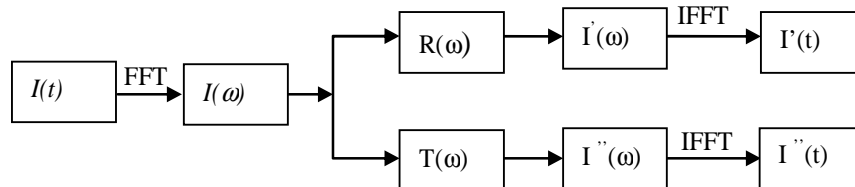
Le champ électromagnétique est celui dû au courant de source modifié ( $I''$ ) avec

$$I'' = \frac{2\epsilon_s}{\epsilon_s + \epsilon_0} I \quad (\text{III.63})$$

### III.3 Prise en compte de l'interface sol-air

Pour tenir compte de l'interface sol-air nous utilisons soit le principe de superposition qui nous conduit à la prise en compte des contributions des courants de l'électrode et de son image modifiée, soit uniquement celle des images modifiées.

Les expressions des courants images étant en fréquentielle, pour réaliser notre travail nous utilisons des passages temps fréquence, puis fréquence temps en utilisant la transformation de Fourier et son inverse, suivant la procédure qui suit :



$R(\omega)$ ,  $T(\omega)$  sont les coefficients de réflexion et de transmission définis respectivement par les expressions (III.57), (III.58) et FFT, IFFT sont la transformée et la transformée inverse de Fourier

## IV. Modélisation d'une prise de terre en régime transitoire

L'analyse des expressions (III.16), (III.17), (III.30), (III.31) et (III.32) montre que la quantification du rayonnement électromagnétique d'une structure par la méthode des dipôles, nécessite la connaissance de la répartition du courant le long de cette dernière.

Du fait de la géométrie filaire des structures de mise à la terre, nous avons opté dans notre travail pour la modélisation par la théorie des lignes.

L'avantage de cette théorie est qu'elle favorise la détermination d'une impédance d'entrée en bout d'antenne. Celle-ci est caractérisée par son impédance par unité de longueur  $Z$  et son admittance par unité de longueur  $Y$

#### IV.1 Résolution des équations des lignes par FDTD

##### IV.1.1 Equations des lignes

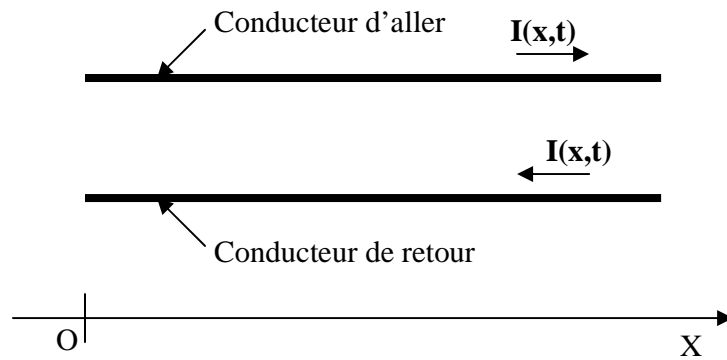


Figure III.10. Schéma représentatif d'une ligne bifilaire

Soit une ligne bifilaire constituée d'un conducteur aller et d'un conducteur de retour, que nous représentons en figure III.10

Mathématiquement, elle est décrite par les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} U(x,t) = -RI(x,t) - L \frac{\partial}{\partial t} I(x,t) \\ \frac{\partial}{\partial x} I(x,t) = -GU(x,t) - C \frac{\partial}{\partial t} U(x,t) \end{cases} \quad (\text{III.64})$$

Pour une ligne multifilaire son écriture mathématique sous forme compacte est comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} [U(x,t)] + [R][I(x,t)] + [L] \frac{\partial}{\partial t} [I(x,t)] \\ \frac{\partial}{\partial x} [I(x,t)] + [G][U(x,t)] + [C] \frac{\partial}{\partial t} [U(x,t)] \end{cases} \quad (\text{III.65})$$

Avec :

$[U(x,t)]$  et  $[I(x,t)]$  : Vecteurs des tensions et des courants en régime transitoire ;

$[L]$  et  $[R]$  : matrices des inductances et des résistances longitudinales ;

$[C]$  et  $[G]$  : matrices des capacités et des conductances transversales.

### IV.1.2 Analyse d'une électrode simple

Afin de calculer la répartition du courant le long d'une électrode enterrée (alimentée par un générateur de courant), nous proposons de résoudre numériquement le système d'équations (III.64). La méthode numérique que nous utilisons est la méthode des différences finies (FDTD) à points centrés [37].

La méthode des différences finies à points centrés est illustrée par les figures (III.11) et (III.12). Le conducteur (électrode enterrée horizontalement ou verticalement) est subdivisé alternativement en des nœuds de courant et de tension. Un nœud de courant et un nœud de tension sont décalés d'un demi pas spatial  $\Delta x/2$  et d'un demi pas temporel  $\Delta t/2$ .

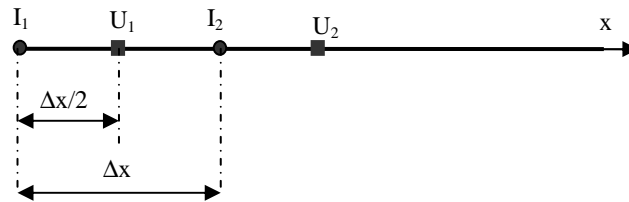


Figure III.11. Découpage de l'électrode

La discrétisation spatio-temporelle s'écrit comme suit:

$$\begin{cases} \left( I \right)_k^n = I((k-1)\Delta x, n\Delta t); \\ \left( U \right)_{k+1/2}^n = U((k-1/2)\Delta x, n\Delta t); \end{cases} \quad (\text{III.66})$$

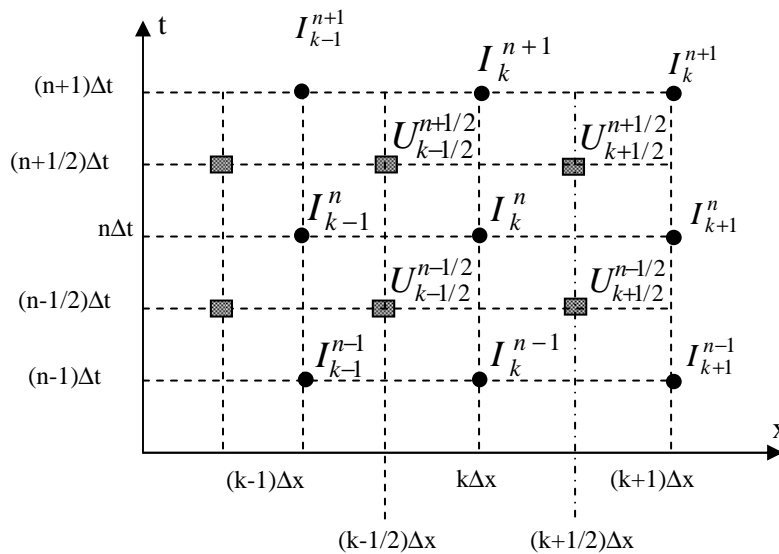


Figure III.12. Entrelacement spatial et temporel

$$\text{Avec : } l = (k_{\max} - 1)\Delta x ; t_{\max} = n_{\max} \Delta t \quad (\text{III.67})$$

En substituant les dérivées partielles par leurs approximations dans le système d'équations (III.64), nous obtenons la solution sous forme récurrente suivante :

-pour  $k=1, \dots, k_{\max}$

$$(U)_{k+1/2}^{n+1/2} = \left[ \frac{G}{2} + \frac{C}{\Delta t} \right]^{-1} \left\{ -\frac{(I)_{k+1}^n - (I)_k^n}{\Delta x} - \left[ \frac{G}{2} - \frac{C}{\Delta t} \right] (U)_{k+1/2}^{n-1/2} \right\} \quad (\text{III.68})$$

-pour  $k=2, \dots, k_{\max}-1$

$$(I)_k^{n+1} = \left[ \frac{R}{2} + \frac{L}{\Delta t} \right]^{-1} \left\{ -\frac{(U)_{k+1/2}^{n+1/2} - (U)_{k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} - \left[ \frac{R}{2} - \frac{L}{\Delta t} \right] (I)_k^n \right\} \quad (\text{III.69})$$

#### IV.1.2.1 Condition de stabilité

La stabilité de la méthode exige que la condition suivante soit respectée :

$$\Delta t \leq \Delta x / v_p ; \quad v_p = c / \sqrt{\epsilon_r} \quad (\text{III.70})$$

où,  $c$  : vitesse de la lumière ;

$\epsilon_r$  : permittivité relative du sol

$v_p$  : est la vitesse de propagation dans le sol ;

#### IV.1.2.2 Conditions aux extrémités

Pour notre cas, vu la présence des courants de fuite dans le sol, nous considérons l'électrode enterrée comme une ligne régulièrement chargée sur toute sa longueur. Cette hypothèse, vu que l'électrode est alimentée par un générateur de courant, nous conduit aux deux équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} (I)_1^n = (I)_G^n \\ (I)_{k_{\max}}^{n+1} = \left[ \frac{R}{2} + \frac{L}{\Delta t} \right]^{-1} \left\{ \frac{(U)_{k_{\max}-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} - \left[ \frac{R}{2} - \frac{L}{\Delta t} \right] (I)_{k_{\max}}^n \right\} \end{array} \right. \quad (\text{III.71})$$

$(I)_G^n$  : courant injecté à l'entrée de l'électrode

### IV.1.3. Calcul de la répartition des courants sur une grille de mise à la terre

Dans ce paragraphe, pour le traitement d'une grille de mise à la terre, figure (IV.13), nous utilisons le formalisme développé par B. Nekhoul et al.[26]. Ce formalisme consiste en la résolution directe par FDTD d'une équation différentielle en tension spatio-temporel (deux variables d'espace et le temps), établi après quelques manipulations mathématiques des équations générales des lignes de transmission.

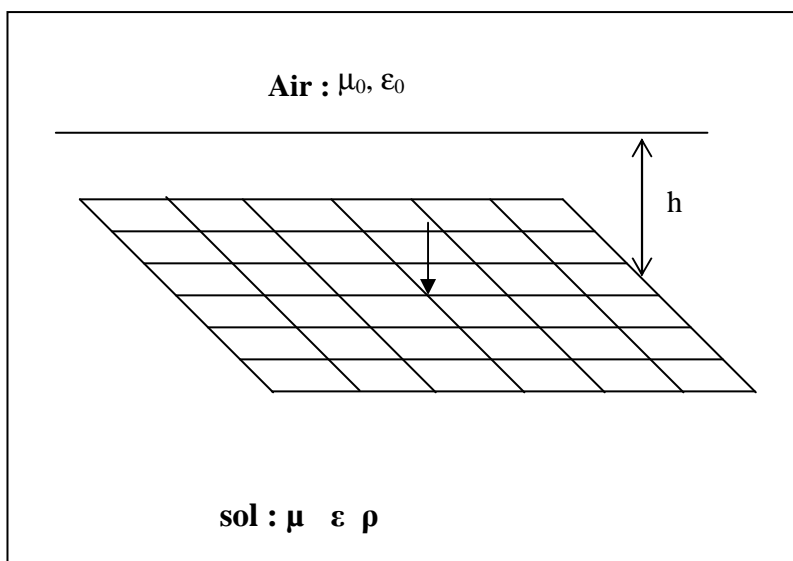


Figure III.13. Grille de mise à la terre

#### IV.1.3.1 Equation de propagation 2D

En combinant les deux équations du système (III.64) par élimination d'une des deux variables, les auteurs [26] obtiennent l'équation d'onde en tension (ou en courant) pour une ligne avec pertes.

Si on choisit la tension comme variable d'état, l'équation de propagation en x est :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - R.G.U - (R.C + L.G) \frac{\partial U}{\partial t} - L.C. \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.72})$$

Si la propagation est suivant les deux directions (x et y) l'équation sera :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - 2R.G.U - 2(R.C + L.G) \frac{\partial U}{\partial t} - 2L.C. \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.73})$$



(R, L, C et G) sont les paramètres linéiques de l'électrode (Annexe 2),

Cette expression différentielle aux dérivées partielles (III.73) constitue une équation de diffusion en 2D. La variable d'état étant un scalaire, qui est mathématiquement continu en chacun des nœuds, sa résolution nécessite entre autres la prise en compte des conditions aux extrémités et des frontières ouvertes.

#### IV.1.3.2 Discrétisation de l'équation de propagation 2D par FDTD

##### a) Discrétisation spatiale

En un point de coordonnées (i, j) la discrétisation spatiale peut être en 2D ou 1D, selon que le nœud considéré est un nœud de croisement respectivement de deux barres métalliques, ou un nœud sur une barre.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \frac{1}{\Delta x^2} [U(i+1, j, n) - 2U(i, j, n) + U(i-1, j, n)] \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} &= \frac{1}{\Delta y^2} [U(i, j+1, n) - 2U(i, j, n) + U(i, j-1, n)] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.74})$$

##### b) Discrétisation temporelle

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= \frac{1}{\Delta t} [U(i, j, n) - U(i, j, n-1)] \\ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} &= \frac{1}{\Delta t^2} [U(i, j, n) - 2U(i, j, n-1) + U(i, j, n-2)] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.75})$$

En remplaçant les dérivées spatiales et temporelles dans l'équation de propagation 2D (II.73), nous obtenons l'expression suivante :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\Delta x^2} U(i-1, j, n) + \frac{1}{\Delta y^2} U(i, j-1, n) + \frac{1}{\Delta x^2} U(i+1, j, n) + \\ &\frac{1}{\Delta y^2} U(i, j+1, n) - \left[ \frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} + 2RG + \frac{2(LG + RG)}{\Delta t} + \frac{2LC}{\Delta t^2} \right] U(i, j, n) \quad (\text{III.76}) \\ &= - \left[ \frac{2(RC + LG)}{\Delta t} + \frac{4LC}{\Delta t^2} \right] U(i, j, n-1) + \frac{2LC}{\Delta t^2} U(i, j, n-2) \end{aligned}$$

#### IV.1.3.3 Génération du système d'équations

L'équation (III.76) obtenue après discrétisation par FDTD nous permet de générer un système d'équations linéaires du type suivant :

$$[A] [U] = [B] \quad (III.78)$$

[A] : Matrice des coefficients.

[B] : Vecteur représentant le second membre de l'équation.

[U] : Vecteur de tensions nodales.

Les éléments en dehors de la diagonale sont donnés par :

$$A_{rs} = \frac{1}{\Delta x^2} \quad \text{Si le nœud r est directement voisin au nœud s dans la direction des X}$$

$$A_{rs} = \frac{1}{\Delta y^2} \quad \text{Si le nœud r est directement voisin au nœud s dans la direction des Y}$$

$$A_{rs} = 0 \quad \text{Ailleurs}$$

Les éléments diagonaux sont donnés par :

- si la propagation est dans une seule direction (x)

$$A_{rr} = - \left[ \frac{2}{\Delta x^2} + RG + \frac{(LG + RG)}{\Delta t} + \frac{LC}{\Delta t^2} \right] \quad (III.79)$$

si la propagation est dans deux directions (x et y)

$$A_{rr} = - \left[ \frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} + 2RG + \frac{2(LG + RG)}{\Delta t} + \frac{2LC}{\Delta t^2} \right] \quad (III.80)$$

Le vecteur [B] est généré à partir de l'expression suivante :

-si la propagation est dans une seule direction

$$B(r, n) = - \left[ \frac{(RC + LG)}{\Delta t} + \frac{2LC}{\Delta t^2} \right] U(i, j, n-1) + \frac{LC}{\Delta t^2} U(i, j, n-2) \quad (III.81)$$

-si la propagation est suivant deux directions

$$B(r, n) = - \left[ \frac{2(RC + LG)}{\Delta t} + \frac{4LC}{\Delta t^2} \right] U(i, j, n-1) + \frac{2LC}{\Delta t^2} U(i, j, n-2) \quad (III.82)$$

En faisant varier l'indice  $i$  de 1 à  $N$  et l'indice  $j$  de 1 à  $N$ , nous obtenons le système matriciel linéaire constitué de l'ensemble des relations liants les tensions nodales. Sa résolution nous permet de déduire les tensions en chaque nœud de la grille.

#### IV.1.3.4. Prise en compte des frontières ouvertes

Les équations des lignes découlent directement de la théorie générale du champ électromagnétique et de ses propriétés, il est donc impératif de tenir compte des deux milieux semi infini qui sont l'air et le sol.

Le formalisme que nous proposons, nous permet seulement de déduire la répartition des courants et des potentiels. La notion de frontières ouvertes et d'interface sol-air est déjà prise en compte lors des calculs des paramètres linéiques [38] du circuit électrique représentant la mise à la terre (Annexe 2).

Cette prise en compte des milieux semi infinis avec interface plane, est identique à celle que nous rencontrons pour une ligne aérienne dont le retour s'effectue par le sol. Cependant, lors du calcul du champ électromagnétique émis par la mise à la terre, l'effet de l'interface intervient une fois de plus par la prise en compte du champ électromagnétique émis par l'électrode image [39].

#### IV.1.3.5 Conditions aux extrémités de la grille

La résolution de l'équation de propagation (III.73) nécessite la connaissance des conditions aux extrémités. De ce fait, les tensions au point d'injection et aux extrémités (sur les frontières) de la grille doivent être fixées.

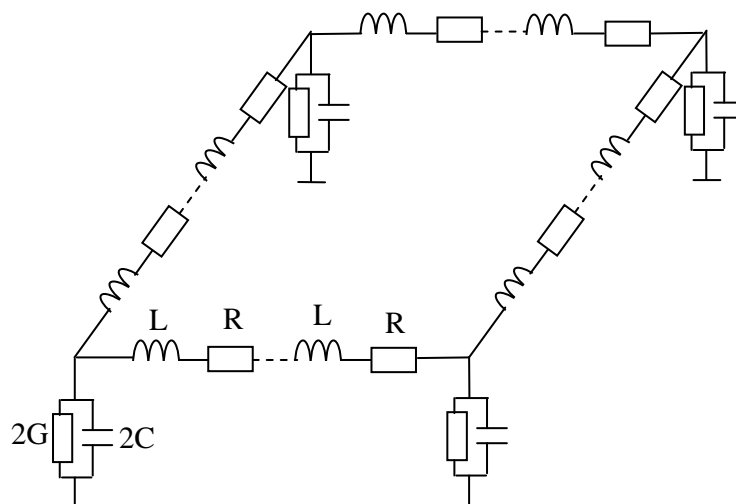


Figure III.14. Circuit électrique équivalent pour une maille

Le modèle de représentation de la grille de mise à la terre (figure III.14), nous permet de remarquer que les noeuds frontières de cette dernière sont reliés au point de référence (masse) à travers un circuit comprenant une conductance  $\mathbf{G}$  et une capacité  $\mathbf{C}$  en parallèle.

Nous pouvons alors écrire que la tension nodale sur un nœud frontière est :

$$U(t) = \left( \frac{1}{\mathbf{G}} \right) I(t) \quad (\text{III.83})$$

$I(t)$  : courant circulant dans la conductance.

En supposant que le courant traversant la capacité  $\mathbf{C}$  est faible par rapport à celui qui passe dans la conductance  $\mathbf{G}$  [40], et qu'aux nœuds frontières, seulement, les tensions nodales sont pratiquement les mêmes à deux instants successifs ( $u(t) \cong u(t-\Delta t)$ ), nous aurons alors :

$$U(t) = \left( \frac{1}{\mathbf{G}} \right) I(t - \Delta t) \quad (\text{III.84})$$

$I(t-\Delta t)$  : le courant passant dans la branche transversale connu à l'instant antérieur ( $t-\Delta t$ ).

#### **IV.1.3.6 Détermination des courants de branches**

Pour chaque tronçon de barre on peut écrire l'équation des lignes

$$\frac{\partial}{\partial x} U(x,t) + R I(x,t) + L \frac{\partial}{\partial t} I(x,t) = 0 \quad (\text{III.85})$$

Par intégration numérique de cette équation on détermine le courant traversant chaque branche et cela à chaque pas de calcul. Le courant de fuite vers le sol est déduit à chaque pas d'itération par application de la loi des nœuds.

## **V Conclusion**

Un formalisme permettant la quantification du champ électromagnétique rayonné par une structure de mise à la terre a été présenté. Pour cela nous avons développé des expressions en temporelles permettant de calculer le champ EM émis par un dipôle électrique dans un milieu dissipatif et infini. La prise en compte de l'interface sol-air par la méthode des images modifiées nous a permis de nous affranchir de l'utilisation des intégrales de Sommerfeld.

Ce formalisme nécessite la connaissance de la répartition du courant le long de la structure. Pour cela le modèle basé sur la théorie des lignes est utilisé. La répartition du courant est obtenue en résolvant par FDTD les équations des lignes de transmission pour le traitement d'une simple électrode, et l'intégration d'une équation de diffusion en tension pour le traitement de la grille de mise à la terre.

Notre formalisme permet une analyse directe en temporel, et une mise en œuvre simplifiée.

# *Chapitre IV*

## *Applications*

## **Introduction**

Afin de valider le concept que nous proposons, nous confrontons nos résultats de simulation pour quelques applications à ceux publiés dans la littérature.

Pour la première application, nous comparons le champ électrique rayonné par une électrode enterrée en un point dans l'air à celui publié par Gao et al [41]. Notons que Gao et al utilisent le formalisme des antenne en fréquence ainsi que la transformée de Fourier pour le passage en temporel.

Dans la deuxième application, proposée par Dawalibi et al [6-42-44] nous comparons les résultats obtenus pour le champ électromagnétique à ceux publiés par l'auteur pour une simple électrode sous différentes configurations ainsi que pour une grille de mise à la terre.

Enfin, nous terminons par des applications pour étayer la localisation d'un défaut par rayonnement électromagnétique.

## I. Validation des grandeurs Electromagnétiques

La première étape de notre paragraphe consiste en la validation du formalisme de calcul du champ électromagnétique. Pour ce faire nous traitons trois applications publiées dans la littérature.

### I.1. Electrode horizontale

#### I.1.1 Champ électrique en un point dans l'air

Soit une électrode de longueur 20 m, de rayon 8 mm, enfouie horizontalement à 1 m de l'interface dans un sol de résistivité 100  $\Omega$ -m et de permittivité relative  $\mu_r = 1$ , excitée par un courant de forme onde de foudre, d'expression mathématique suivante :

$$I(t) = I_m (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) ; I_m = 20.938 \text{ KA} ; \alpha = 0.0146 \mu\text{s}^{-1} ; \beta = 1.883 \mu\text{s}^{-1}$$

Le point d'observation M est situé dans l'air à 1 m du sol au dessus du point d'injection (figure IV.1).

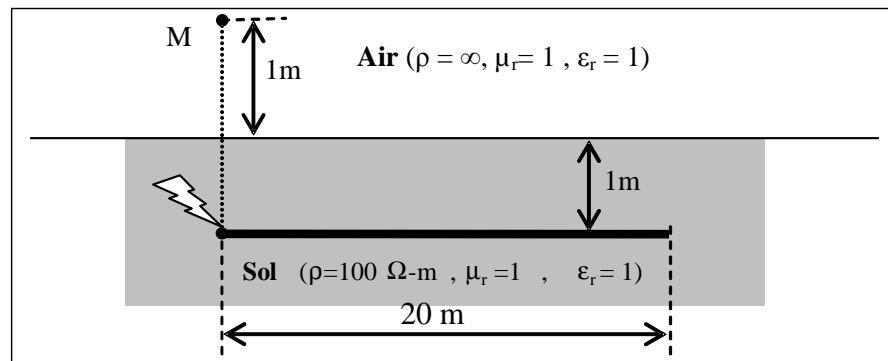


Figure IV.1. Configuration de base pour le calcul du champ électrique en un point

La figure IV.2 représente la variation en fonction du temps du champ électrique rayonné par cette électrode au point M. Notre résultat est conforté aussi bien en allure qu'en amplitude par celui obtenu (figure IV.3, point 1) par Gao et Al. [41], en l'absence de l'ionisation du sol.



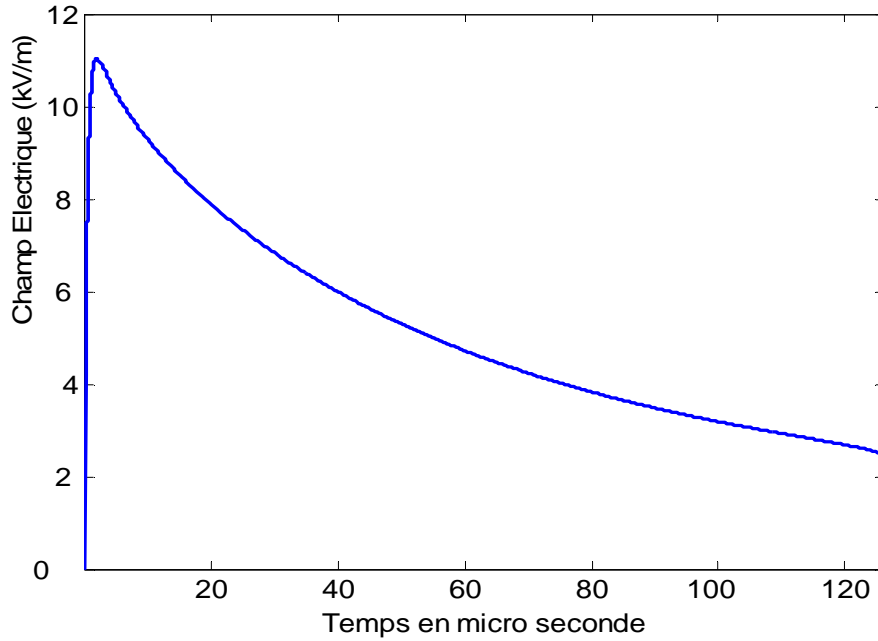


Figure IV.2. Champ électrique en un point M situé à 1 m du sol

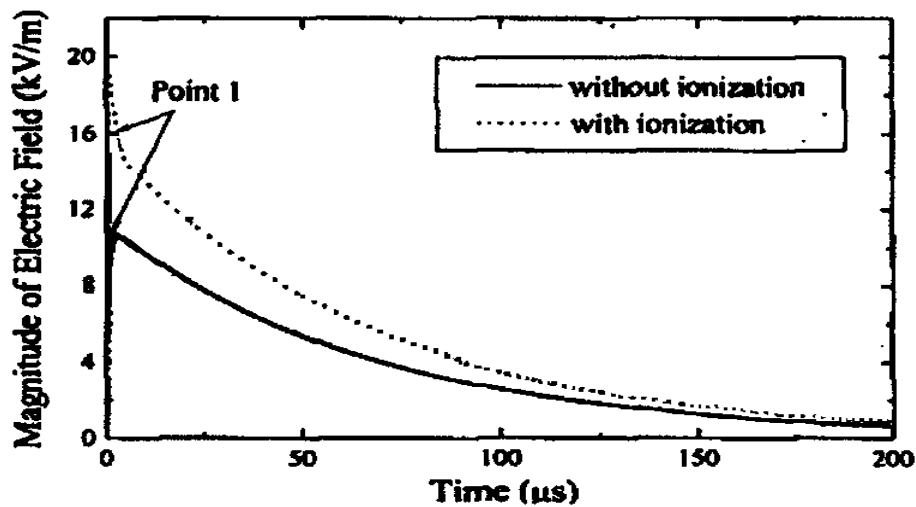


Figure IV. 3. Champ électrique en un point M situé à 1 m du sol [41]

### I.1.2. Champ électrique le long d'un profil parallèle à l'interface.

L'électrode est de 15 m de longueur, de 7 mm de rayon, enfouie horizontalement à 1.m de profondeur dans un sol de résistivité  $\rho = 2000 \Omega\text{-m}$  et de permittivité  $\epsilon_r = 4$ .

On injecte un courant harmonique de la forme  $i(t) = I_m \cos(\omega_0 t)$  à l'une de ses extrémités avec  $I_m = 1 \text{ A}$  et  $f = 0 \text{ hz}$  puis  $f = 2.24 \text{ Mhz}$  et on calcul la composante  $E_x$  du

champ électrique à l'instant ou l'amplitude de l'injection est maximale, le long d'un profil parallèle à l'électrode et situé sur l'interface sol-air (figure IV.4).

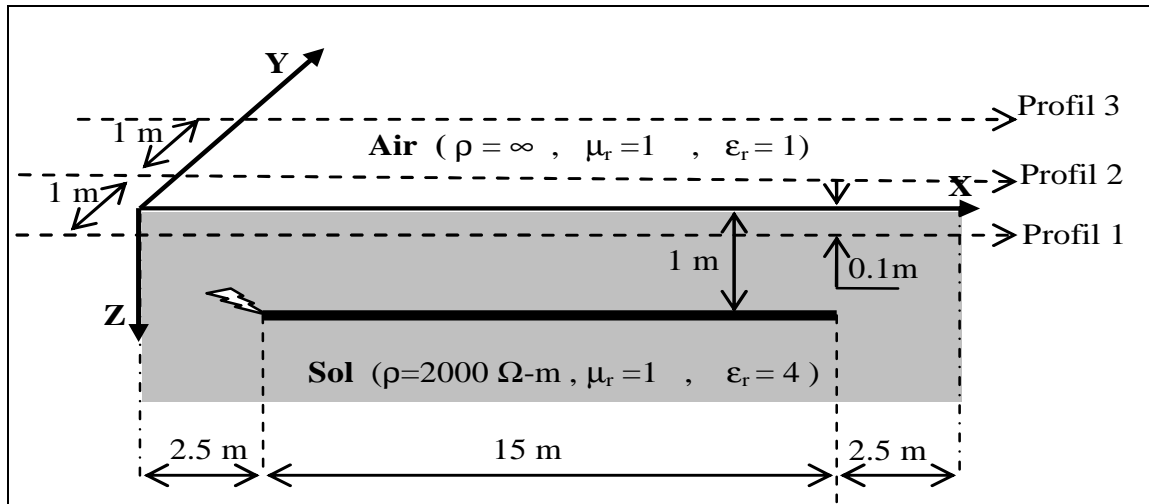


Figure IV.4. Configuration de base pour le calcul du champ électrique

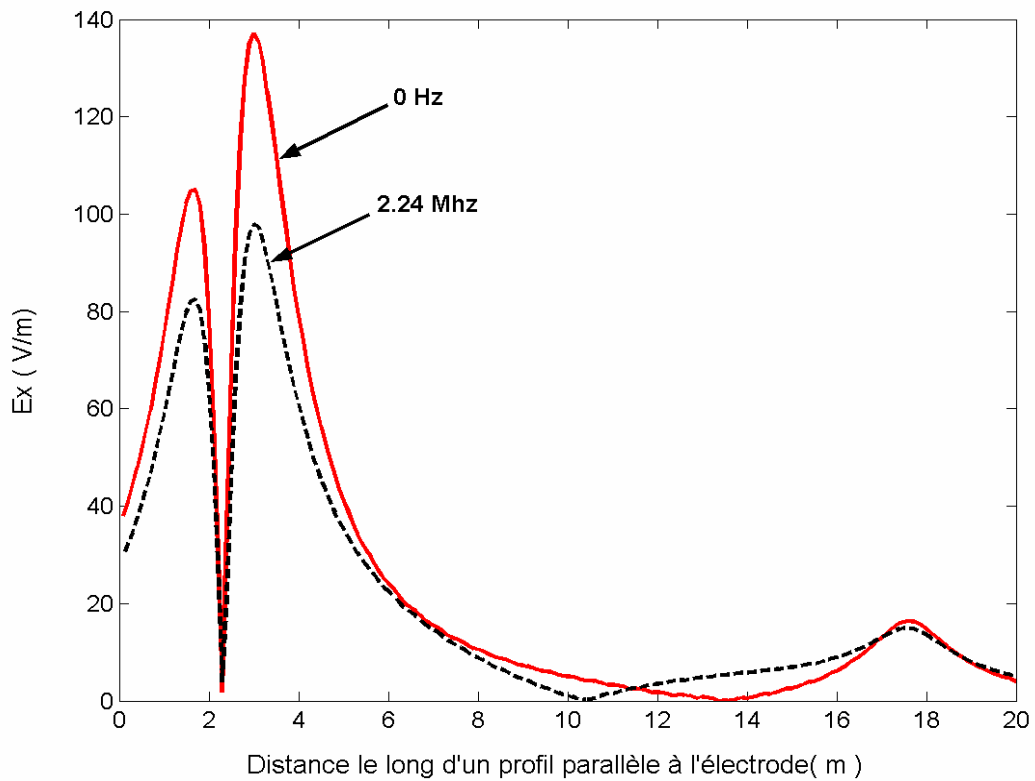


Figure IV.5. Composante  $E_x$  du champ électrique.

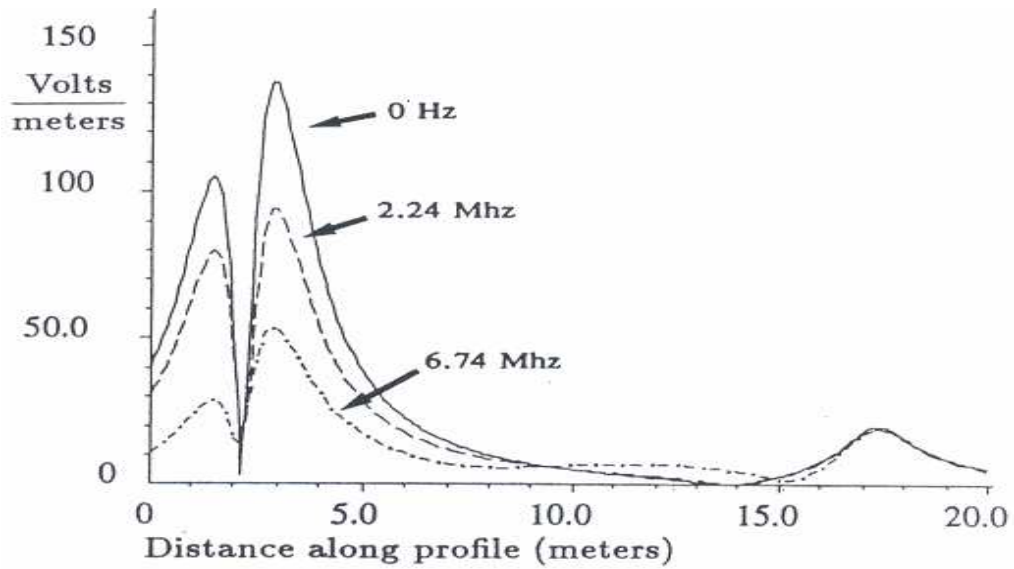


Figure IV.6. Composante  $E_x$  du champ électrique [42]

Nos résultats de calculs (figure.IV.5) sont bien confortés par ceux obtenus par Dawalibi et Al [42], qui utilisent un formalisme semi analytique. La nette concordance entre les résultats renforce notre formalisme. La cartographie du champ électrique observée sur une superficie (2 x 20 m) au niveau de l'interface montre que son allure est conservée (figure IV.7.), mais son amplitude décroît quand on s'éloigne du point d'impact.

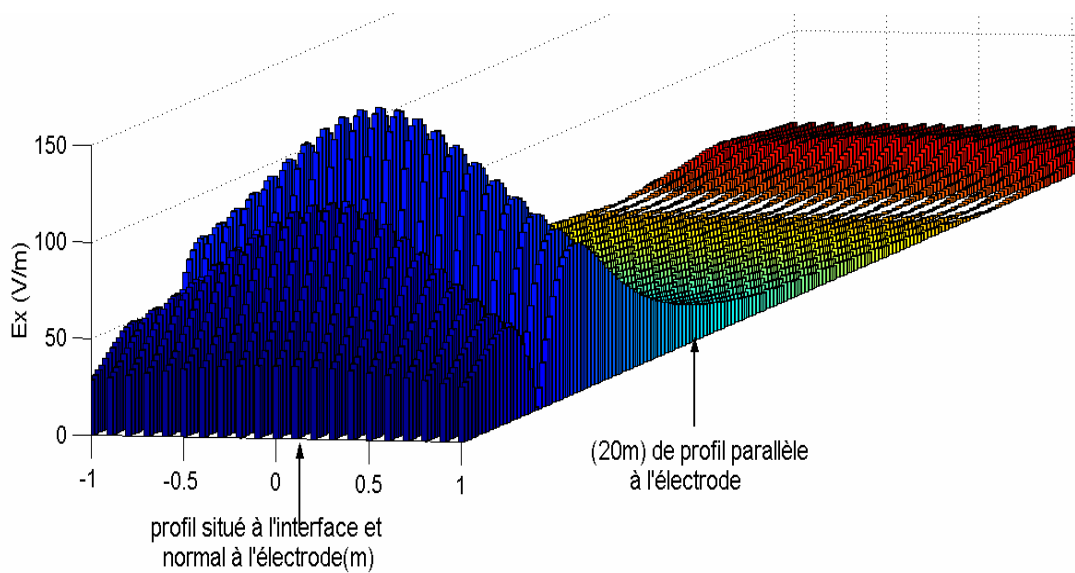


Figure IV.7. Cartographie de la composante  $E_x$  du champ électrique rayonné par l'électrode sur une surface (2 x 20 m) au niveau de l'interface centré sur l'électrode

En figure IV.8 et IV.9, nous proposons quelques résultats que nous obtenons pour différents profils (profil 1, 2 et 3 en figure IV.4) et points d'injections (à l'extrémité et au milieu de l'électrode) d'un courant en bi exponentielle ( $I_m = 1.0167$  A,  $\alpha = 0.0142\mu s^{-1}$  et  $\beta = 5.073\mu s^{-1}$ ).

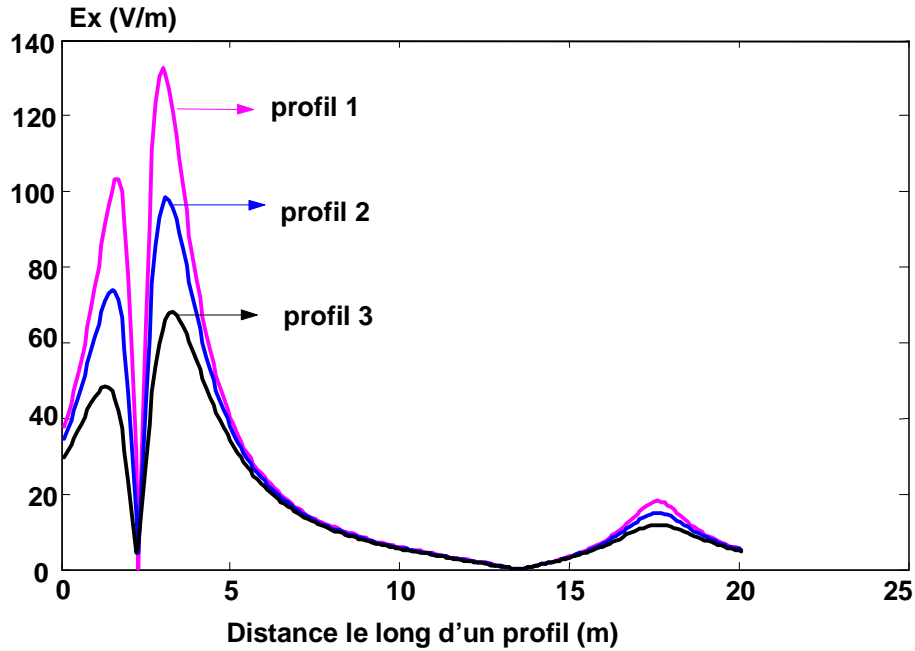


Figure IV.8. Composante  $E_x$  du champ électrique pour différent profils (simple injection à une des extrémités).

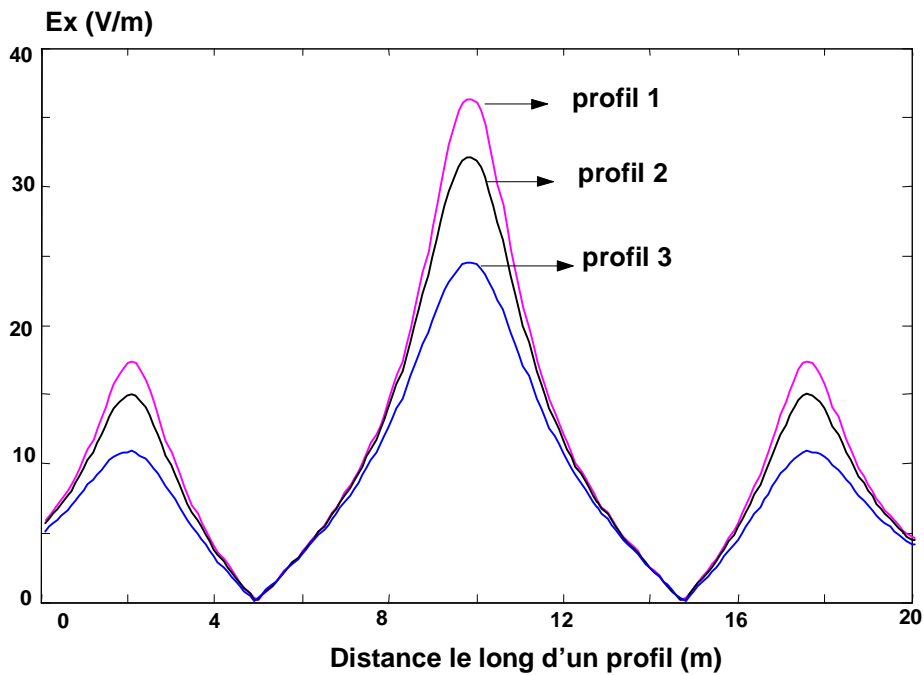


Figure IV.9. Composante  $E_x$  du champ électrique pour différent profils (injection au milieu de l'électrode).

En figure IV.10, nous proposons quelques résultats que nous obtenons pour différentes longueurs de l'électrode relevés le long du profil1, injection à l'extrémité de la même bi exponentielle que précédemment ( $I_m = 1.0167$  A,  $\alpha = 0.0142\mu s^{-1}$  et  $\beta = 5.073\mu s^{-1}$ ):

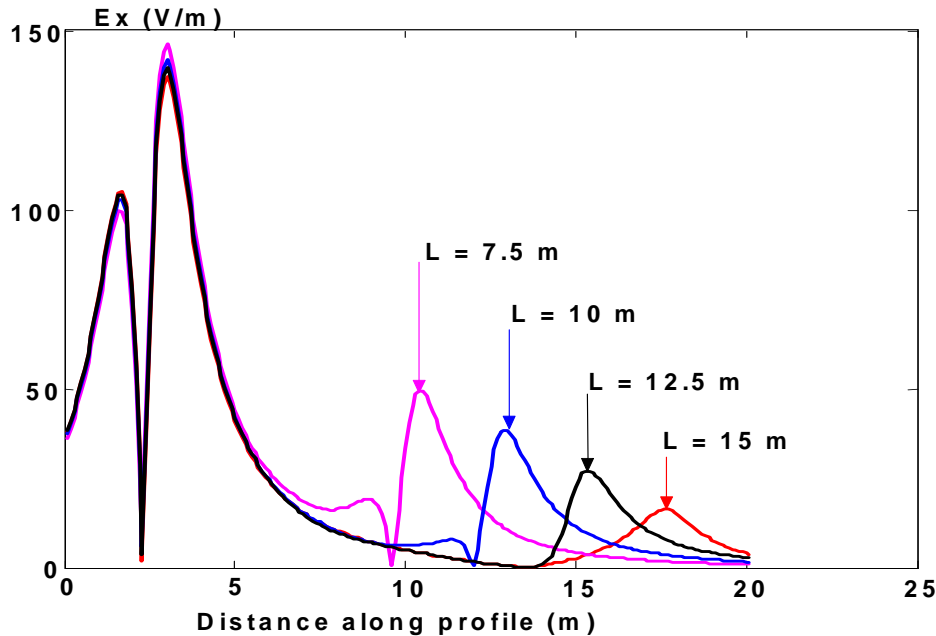


Figure IV10 Composante  $E_x$  du champ électrique pour différentes longueurs de l'électrode

Les figures (IV.8) et (IV.9) montre l'influence du point d'injection sur le champ rayonné au niveau de trois profils différents. On constate qu'une injection au milieu entraîne un champ rayonné moins important (avec un rapport de 1/3), ceci met en évidence une diminution des boucles de rayonnement.

Sur la figure (IV.10) nous représentons l'influence de la longueur de l'électrode sur le champ rayonné. Ce résultat montre que le lobe situé au dessus de la deuxième extrémité de l'électrode est d'autant plus important que l'électrode est plus courte. Ceci peut s'expliquer par un coefficient de réflexion plus sévère lorsque la longueur est réduite.

### I.1.3. Champ magnétique le long d'un profil au dessus de l'interface

Pour cette application l'électrode est de longueur 10 m et de rayon 7 mm, enterrée à une profondeur de 0.5 m dans un sol de résistivité 100  $\Omega$ -m, excitée par la même bi-exponentielle que précédemment avec ( $I_m = 1.0167$  A,  $\alpha = 0.0142\mu s^{-1}$  et  $\beta = 5.073\mu s^{-1}$ ). Les points de calcul du champ correspondent à un profil parallèle à l'électrode et situé dans l'air à 0.1 m du sol (figure IV.11).

Dans cette application F. Dawalibi [6] propose le paramétrage de l'angle  $\beta$  (formé par l'inclinaison de l'électrode et l'horizontale). Dans notre cas, nous traitons uniquement le cas où  $\beta = 0$ .

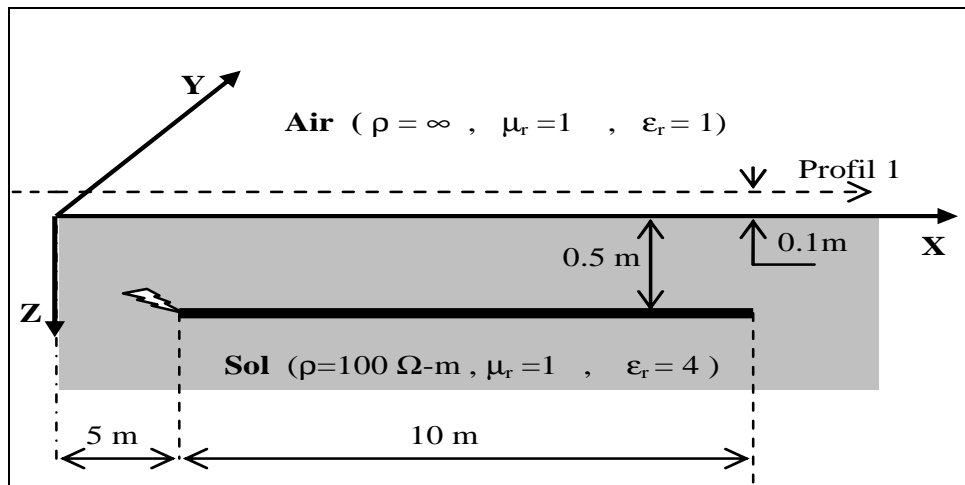


Figure IV.11. Configuration de base pour le calcul du champ magnétique

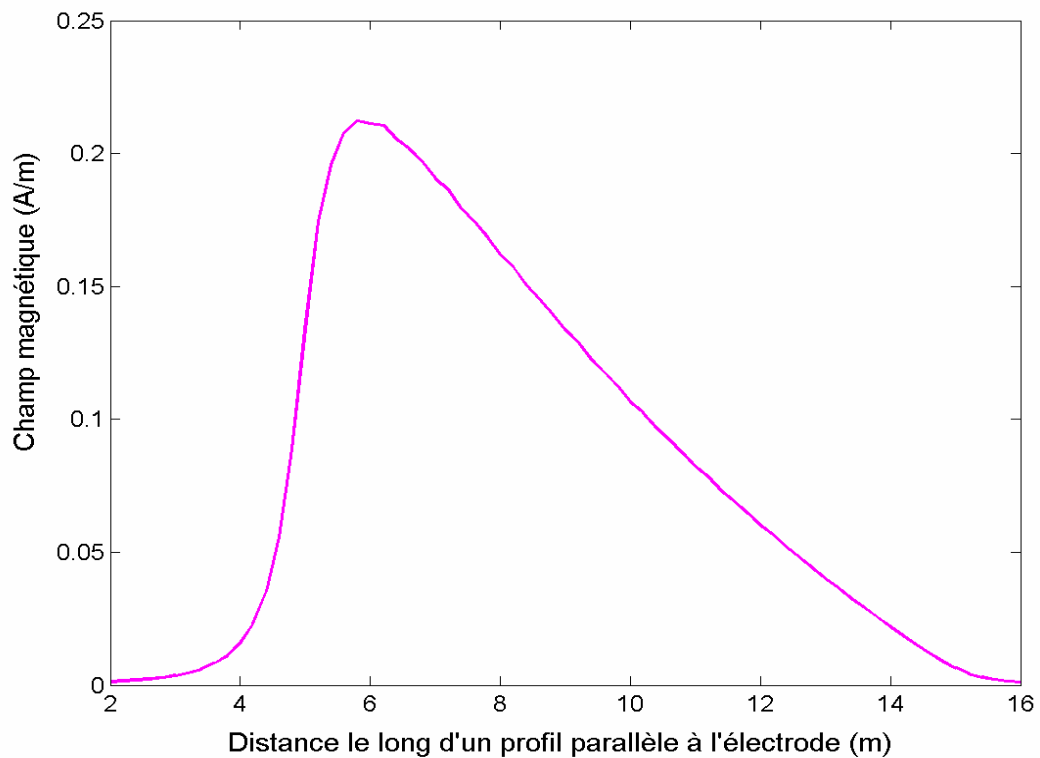


Figure IV.12 Champ magnétique ( $\hat{a} t = 1 \mu\text{s}$ ) le long d'un profil parallèle à l'électrode

Le résultat que nous obtenons pour le champ magnétique (figure IV.12) est similaire à celui obtenu (figure IV.13,  $\beta = 0^\circ$ ) par Dawalibi [6] en allure et en amplitude en supposant le sol comme milieu homogène.

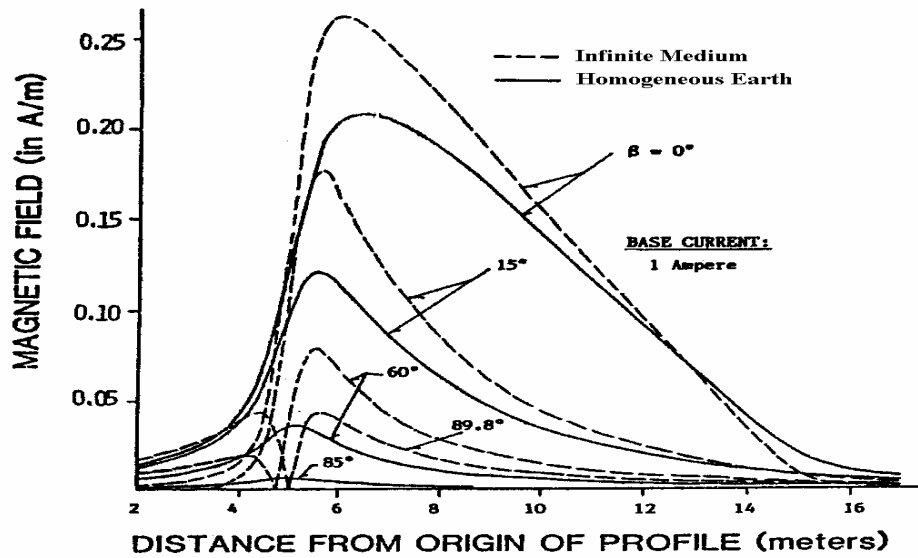


Figure IV.13. Champ magnétique le long d'un profil [6].

## I.2. Champ électrique rayonné par une prise de terre en forme de patte d'oie

Dans cette application nous considérons une prise de terre en forme de patte d'oie, constituée de deux électrodes de 15 m de long et de 7 mm de rayon chacune, enfouie à une hauteur  $h = 1\text{m}$  dans un sol homogène, linéaire et isotrope de résistivité  $\rho = 2000 \Omega\text{-m}$  et de permittivité  $\epsilon_r = 4$ .

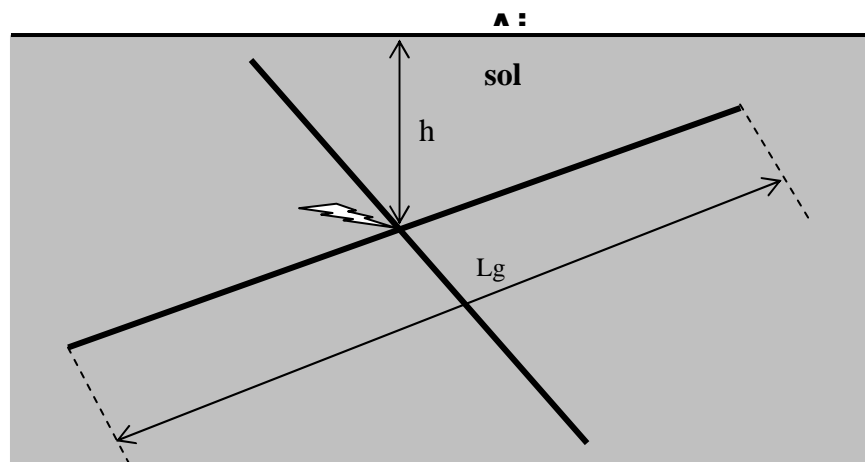


Figure. IV.14 prise de terre en forme de patte d'oie

Une onde de courant en bi exponentielle ( $I_m = 1.0167$  A,  $\alpha = 0.0142\mu s^{-1}$  et  $\beta = 5.073\mu s^{-1}$ ), est injectée au point d'intersection des deux électrodes (Figure IV.14)

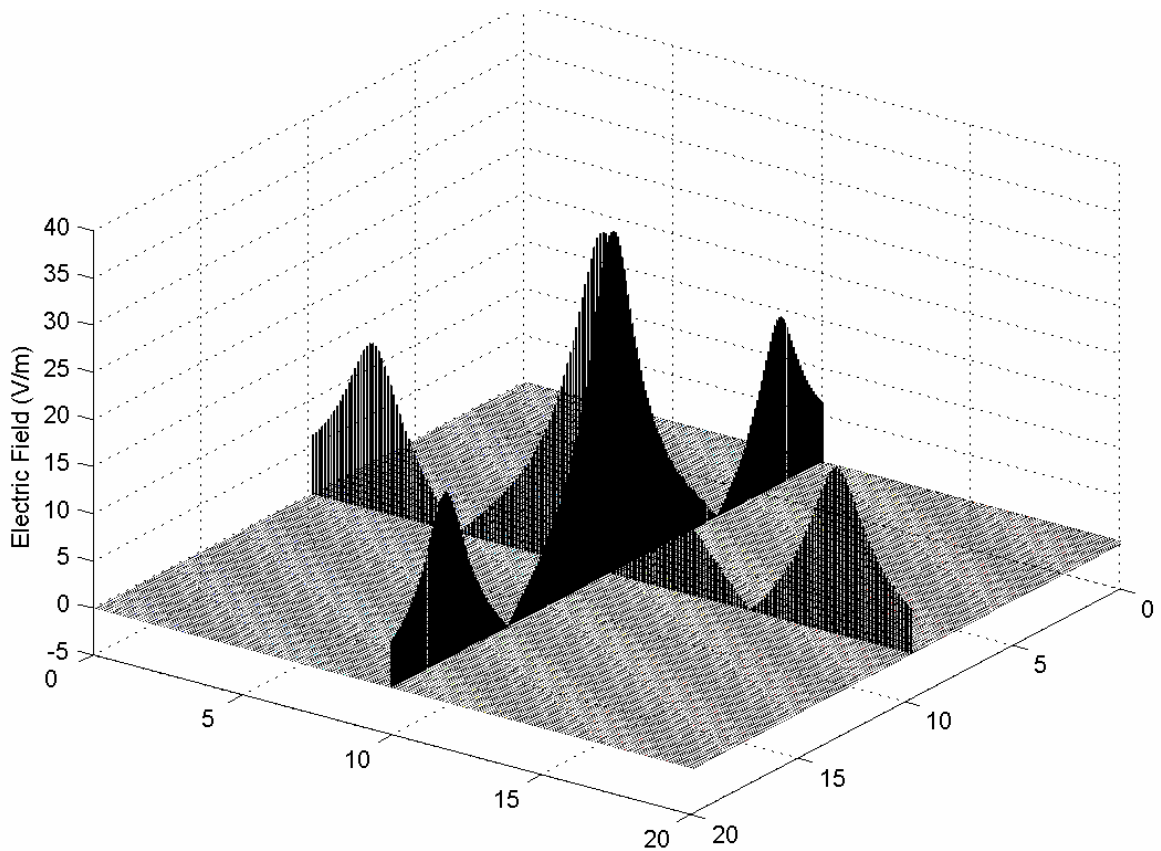


Figure IV.15 Champ électrique rayonné au niveau de l'interface par une prise de terre en forme de croix (15 m x 15 m) injection au centre

nous traçons la composante la plus dominante du champ électrique (figure IV.15) rayonné par cette structure, sur un profil en forme de croix (20m x 20 m) parallèle à cette dernière, et situé au niveau de l'interface. On remarque que le champ rayonné est moins important que celui rayonné par une seule électrode excitée au milieu, ce qui est prévisible puisque l'écoulement du courant de défaut (injection) s'effectuera dans des directions différentes, ce qui entraîne une compensation.

### I.3 Champ magnétique rayonné par une grille de mise à la terre

Afin de valider notre formalisme de calcul du champ électromagnétique rayonnée par une grille de mise à la terre, nous proposons de reprendre une application déjà traitée par F. Dawalibi [44].

Il s'agit d'une grille de mise à la terre de forme carré (60m x 60 m) formée de plusieurs conducteurs de rayon  $a = 7$  cm (figure IV.16) enterrée à une profondeur  $h=0.5$  m



dans un sol supposé linéaire, homogène et isotope de caractéristiques ( $\rho=100 \Omega.m$ ,  $\epsilon_r = 36$ ). Excitée par une onde de courant basse fréquence [44].

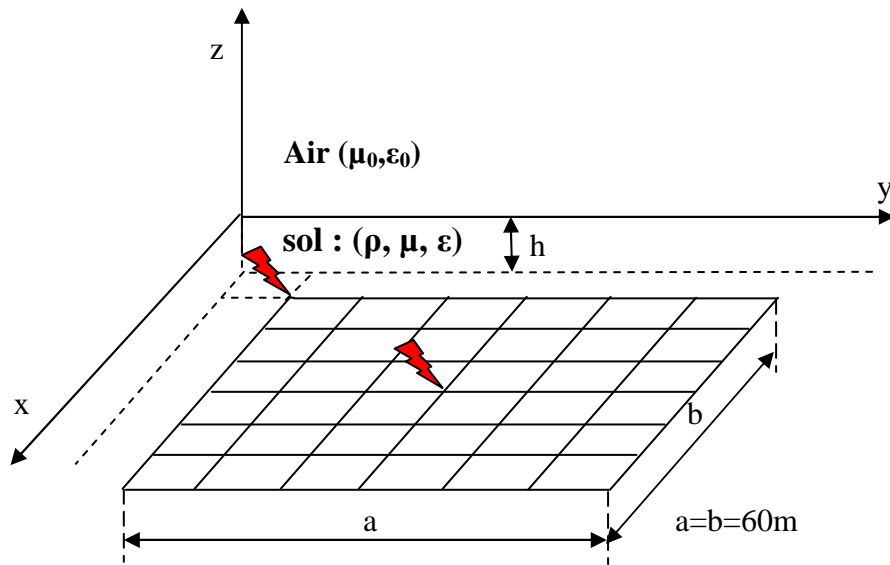


Figure IV.16. Grille de mise à la terre

Notons que F. Dawalibi traite cette application avec un courant harmonique très basse fréquence. Notre formalisme étant en temporel, nous présentons notre résultat à  $t = 10 \mu S$ . A cet instant, nous remarquons (figure IV.17) que seul les fréquences très basses subsistent dans le courant, nous sommes sur une pente de très faible valeur.

$$I(t) = 1.0635 \left( e^{-0.142t} - e^{-1.073t} \right) \text{ [KA]}$$

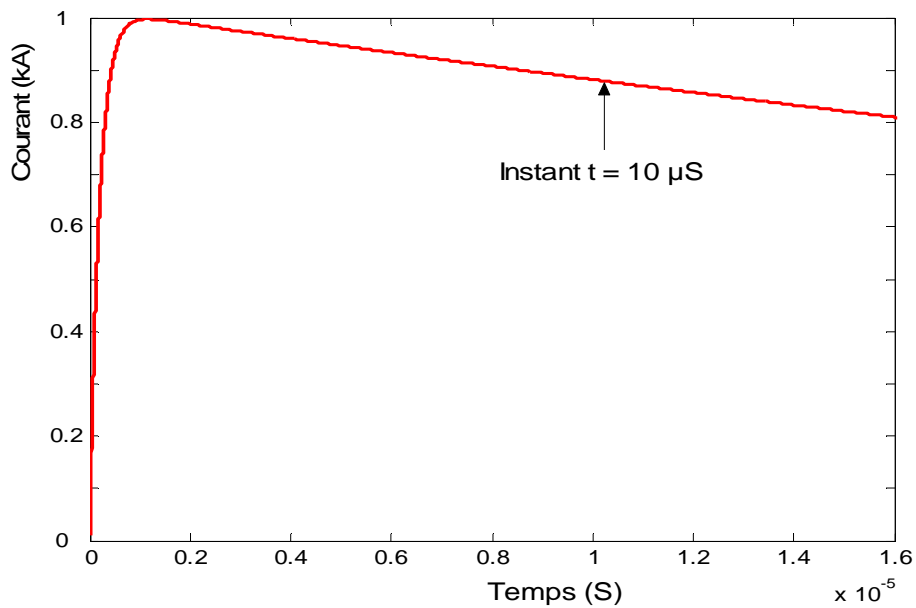


Figure IV.17 Courant d'injection

Pour une excitation au centre puis sur la corne, nous traçons la variation 2D (surface de 70x70 m centrée sur la grille) du champ magnétique transitoire au niveau de l'interface sol-air sur un relief (70x70m) centré sur la grille à deux instants différents.

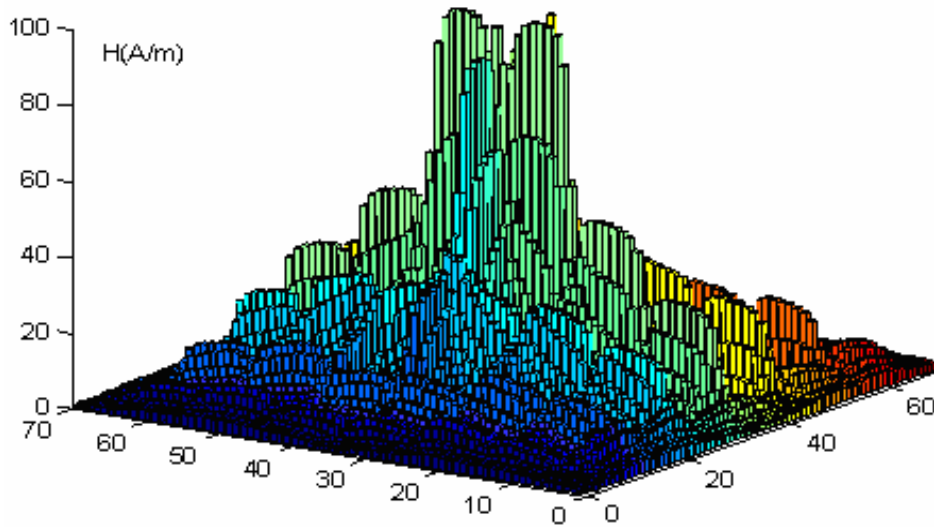


Figure IV.18 Champ magnétique rayonné à l'interface par la grille à  $t = 10 \mu\text{S}$  (injection au centre)

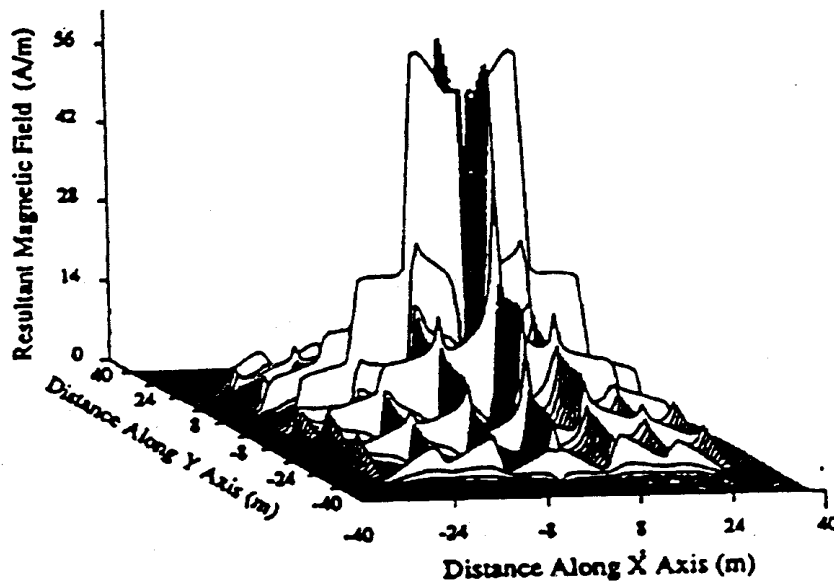


Figure IV.19 Champ magnétique en relief rayonné à l'interface par la grille [44] (injection au centre)

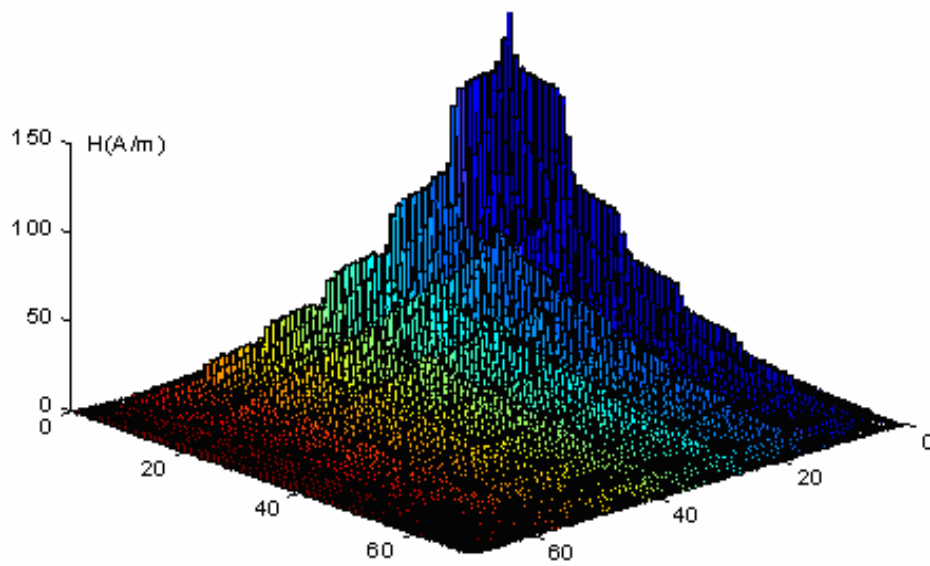


Figure IV.20 Champ Magnétique rayonné à l'interface par la grille à  $t = 10 \mu\text{S}$   
(injection sur la corne)

Le résultat que nous obtenons (figure IV18) pour la variation du champ magnétique en 2D sur l'interface, dans le cas d'une injection au centre est bien conforté en allure par celui obtenu (figure IV.19) par F.Dawalibi et al [44].

## II Caractérisation d'un défaut

On se propose maintenant de localiser un défaut sur une structure de mise à la terre (électrode ou grille) par rayonnement électromagnétique.

### II.1 Electrode enterrée horizontalement

Afin de caractériser le défaut, nous comparons les variations des champs électromagnétiques à un instant donné le long d'un profil parallèle à l'électrode et situé à la surface du sol, émis par une l'électrode saine et une électrode présentant un défaut (rupture). Nous traiterons le cas d'une simple et d'une double injection.

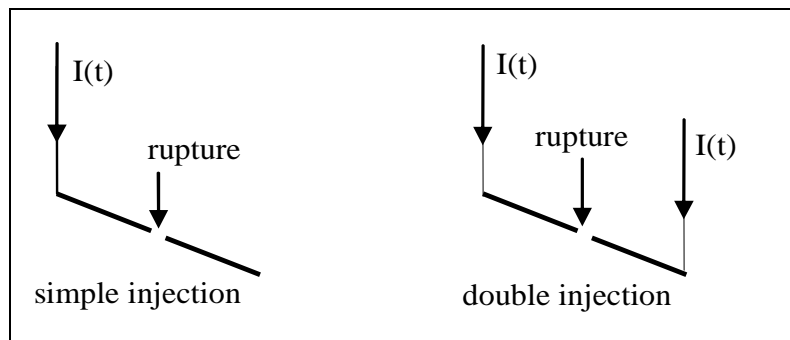


Figure IV.21 Cas d'une double ou simple injection

#### II.1.1 Localisation par le Champ électrique

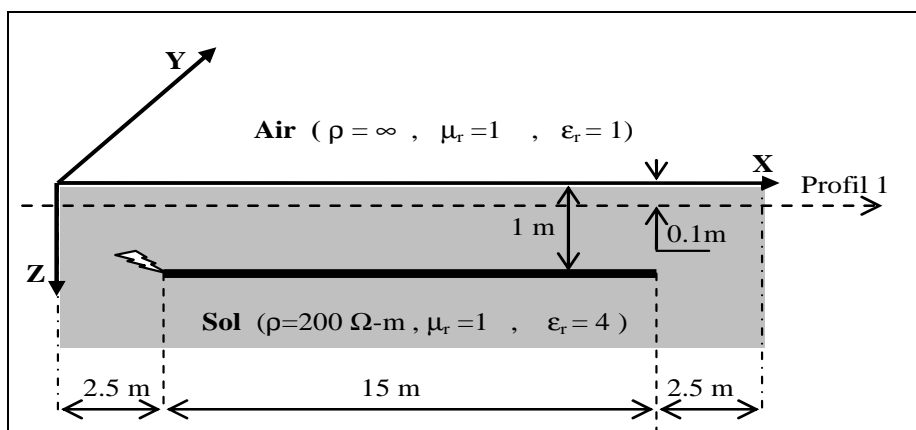


Figure IV.22 Electrode et profil du calcul du champ

Nous considérons l'électrode représentée sur la figure IV.22, que nous excitions (en simple puis en double injection) par un courant de forme onde de foudre, d'expression mathématique suivante :

$$I(t) = I_m (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) ; I_m = 10.167 \text{ KA} ; \alpha = 0.0142 \mu \text{ s}^{-1} ; \beta = 5.073 \mu \text{ s}^{-1}$$

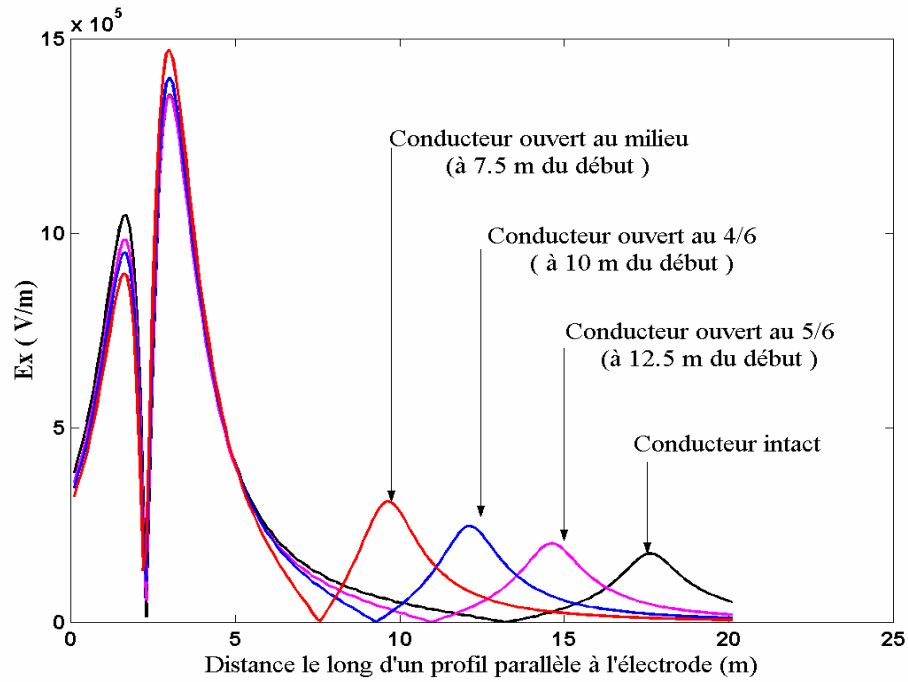


Figure IV.23 Composante Ex (à  $t = 1 \mu\text{s}$ ) du champ électrique rayonné par une électrode avec et sans défaut (simple injection)

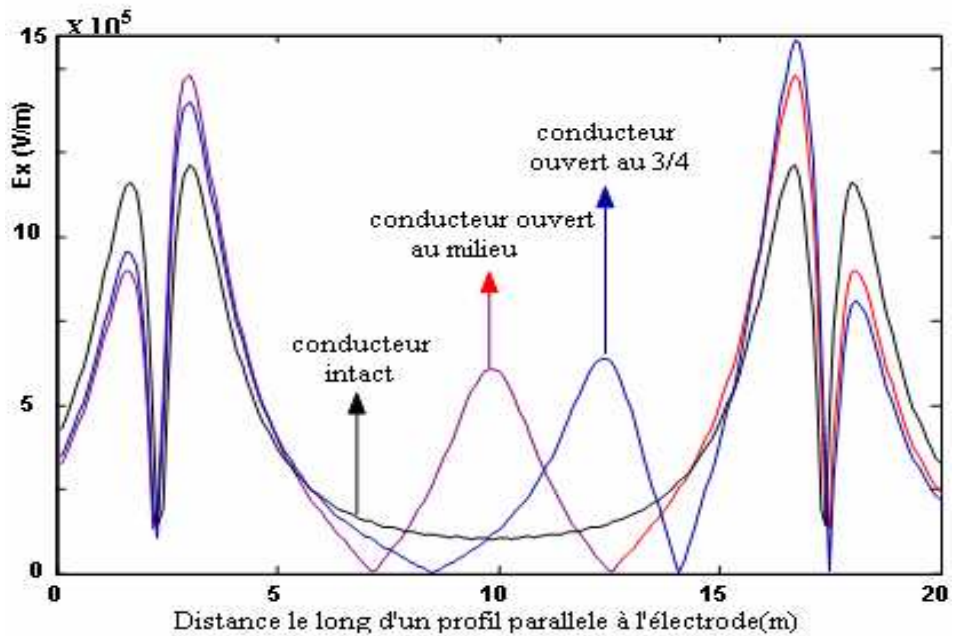


Figure IV.24 Composante Ex (à  $t = 1\mu\text{s}$ ) du champ électrique rayonné par une électrode avec et sans défaut (double injection).

Sur la figure IV.23 est représentée l'allure du champ électrique le long du profil 1, émis par une électrode intacte et une électrode ouverte successivement en son centre, au 4/6 et au 5/6 de sa longueur dans le cas d'une simple injection.

Le champ électrique de l'électrode sans défaut se caractérise par l'apparition de deux lobes de part et d'autre du point d'injection, un troisième lobe apparaît à sa deuxième extrémité. Ceci nous amène à conclure que le changement de milieu (sol vers cuivre ou cuivre vers sol) provoque un renforcement du champ électrique au niveau des extrémités que nous pouvons considérer comme des pointes.

Nous constatons aussi que le déplacement du point de rupture (défaut) entraîne le déplacement du troisième lobe. En effet l'apparition du défaut s'apparente à une électrode de longueur variable.

En double injection, nous avons représenté sur la figure IV.24 l'allure du champ électrique le long du même profil, émis par une électrode intacte et une électrode ouverte successivement en son centre et au 3/4 de sa longueur (à partir de la gauche). Le défaut se caractérise par l'apparition d'un lobe d'amplitude plus importante à la position du défaut.

### II.1.2 Localisation par le champ magnétique

Pour le champ magnétique on excite avec la même bi exponentielle mais avec une amplitude de 1 A l'électrode représentée sur la figure IV.25

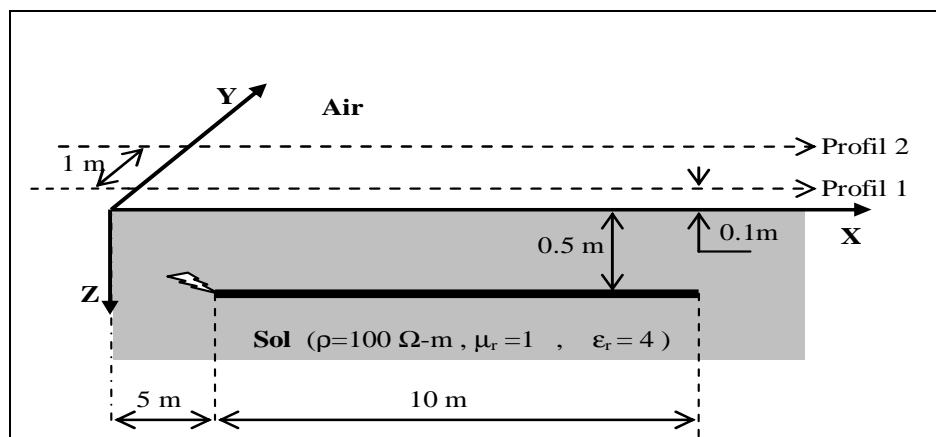


Figure IV 25 Electrode et profil de calcul du champ

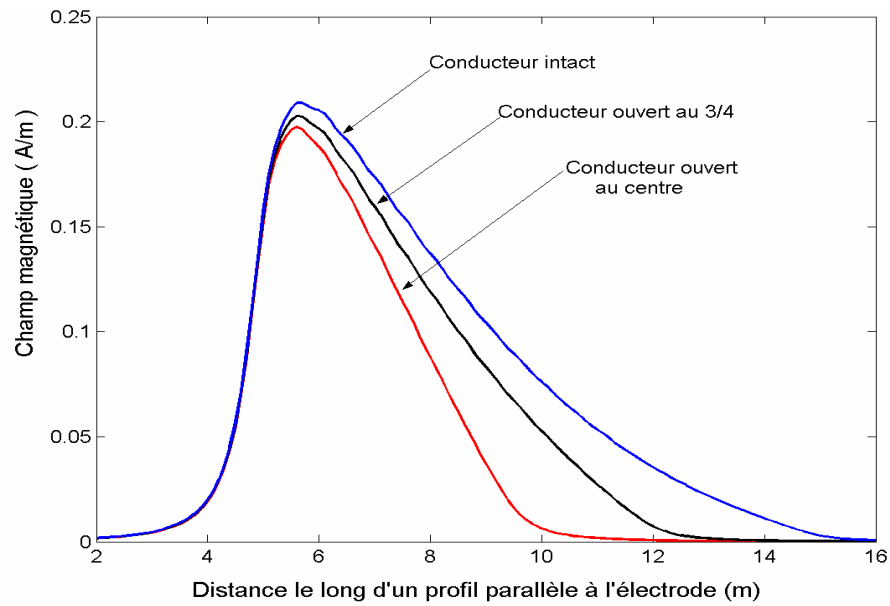


Figure IV.26 Champ magnétique (à  $t = 1 \mu\text{s}$ ) le long du profil 1 avec et sans défaut (simple injection)

En simple injection, nous remarquons (figure IV.26) que plus l'électrode est grande (sans défaut ou rupture la plus éloignée du point d'injection), plus le champ magnétique a une variation plus importante (en amplitude et en ouverture), ce qui est confirmé par la théorie générale du rayonnement.

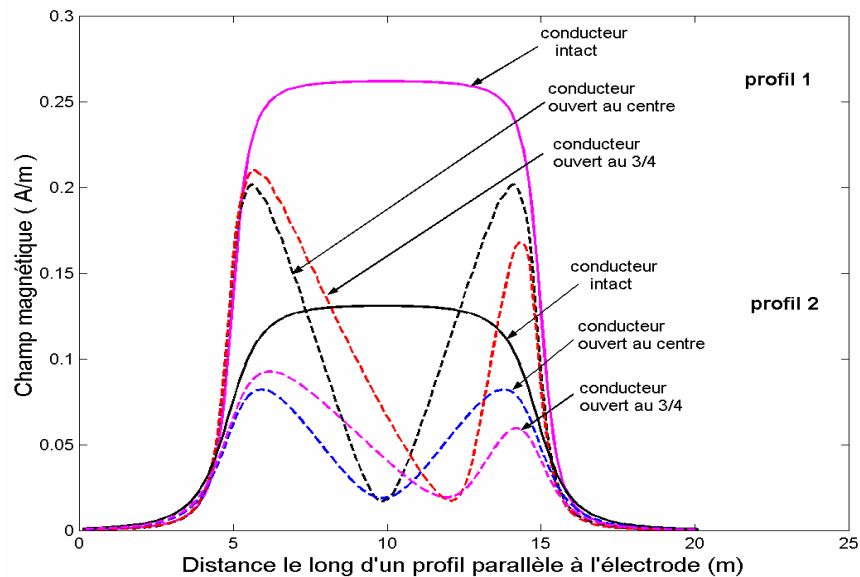


Figure IV.27 Champ magnétique (à  $t = 1 \mu\text{s}$ ) le long d'un profil parallèle à l'électrode avec et sans défaut (double injection)

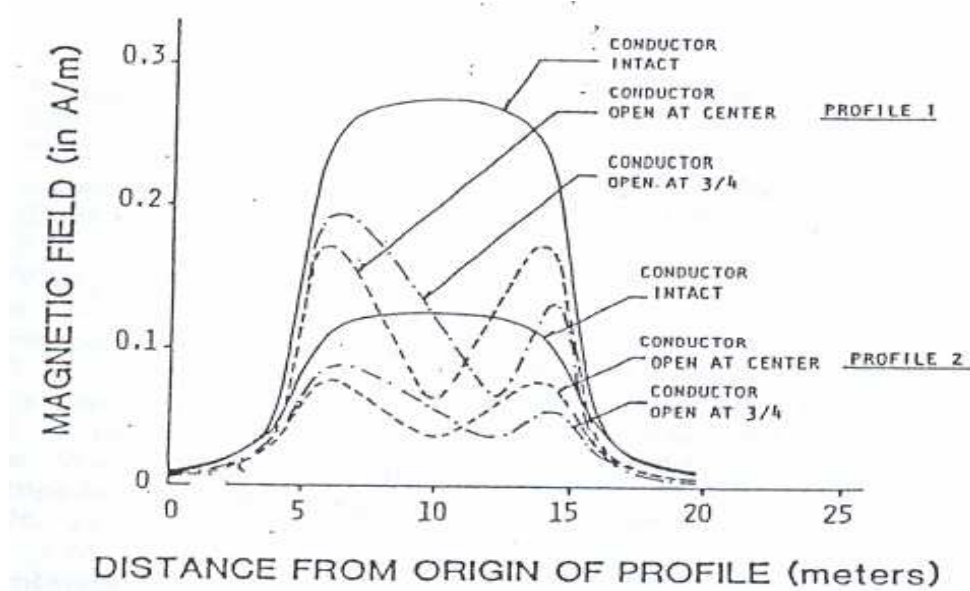


Figure IV.28 Champ magnétique - double injection [6].

En double injection, le rayonnement se caractérise (figure IV.27) par deux maximums et un minimum si l'électrode est ouverte en un point. Notre résultat est conforté par celui obtenu (figure IV.28) par Dawalibi [6]. Nous constatons une parfaite symétrie des deux lobes pour la variation du champ magnétique dans le cas d'une électrode sans défaut et avec une rupture au milieu. Une dissymétrie intervient avec la présence d'un défaut au 3/4 d'une extrémité.

Nos résultats concernent uniquement le champ émis par les courants circulant le long de l'électrode, il est alors évident que la deuxième extrémité ou le point de rupture traduit un circuit ouvert ou très faiblement chargé, donc le courant est plus important au plus proche des points d'injections, ce qui entraîne un rayonnement plus important au plus proche de ces derniers.

## II.2 Grille de mise à la terre

Pour cette application, on se propose de localiser un défaut sur une grille par comparaison du champ magnétique rayonné par cette dernière lorsqu'elle est saine puis endommagée, calculés le long d'un profil et en 2D sur une surface (70x70m) centrée sur la grille, et cela pour deux types d'injections (courant d'injection représenté en figure IV.17).

- injection à la corne
- injection au centre



### II.2.1 Injection sur la corne

Pour une excitation sur la corne, nous traçons à un instant donné le champ magnétique le long du profil 1 (figure IV.29 et IV.30) et la variation 2D (x,y,t) (surface 70x70m centrée sur la grille) du champ magnétique au niveau de l'interface sol-air, pour les trois cas de figures suivants :

- une grille saine
- une grille présentant une rupture sur le coté à 10 m du point d'injection (Fig.IV.29)
- une grille présentant une rupture sur le coté à 40 m du point d'injection (Fig.IV.30)

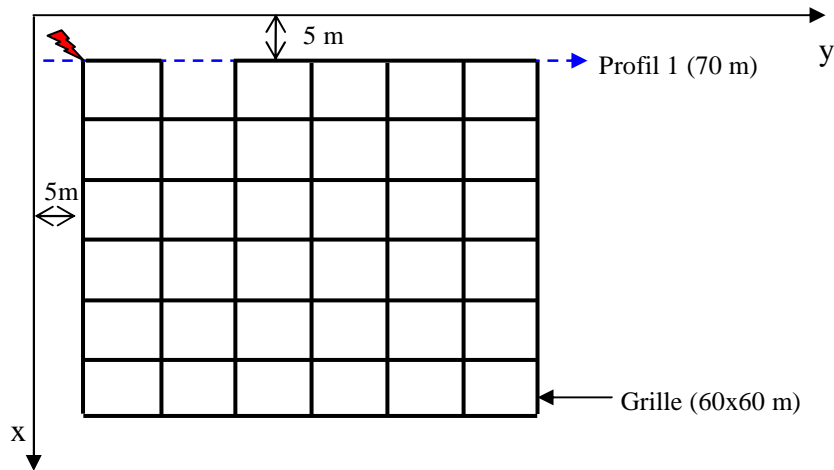


Figure IV.33 Grille endommagée sur le coté entre 10 et 20m

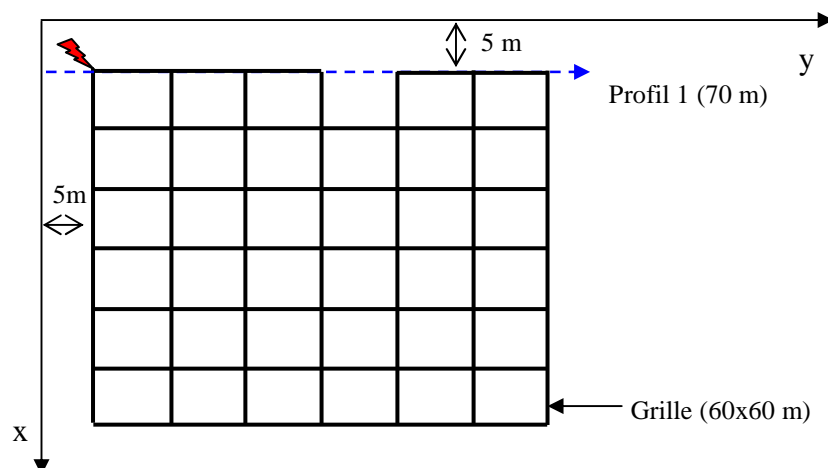
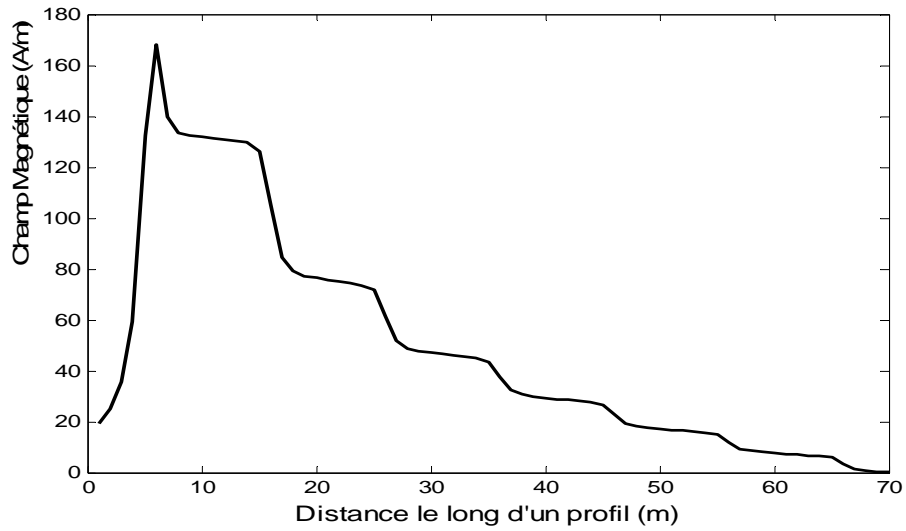
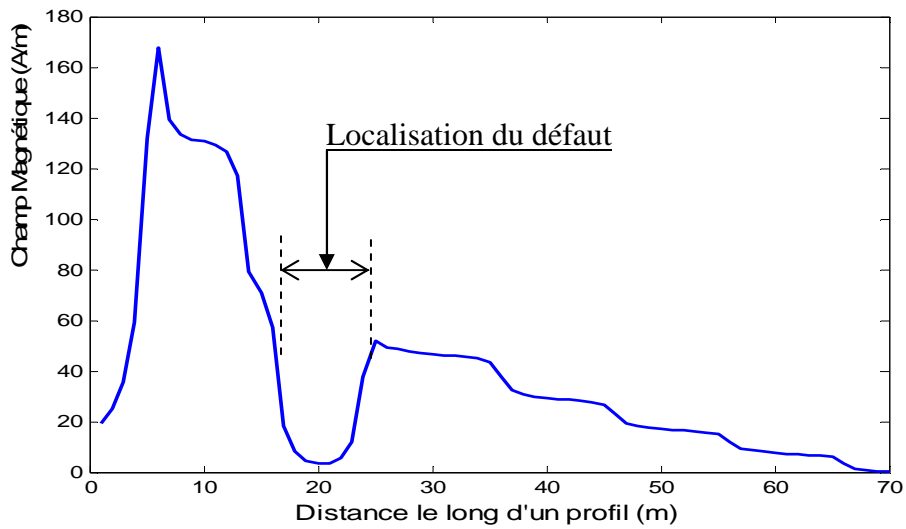


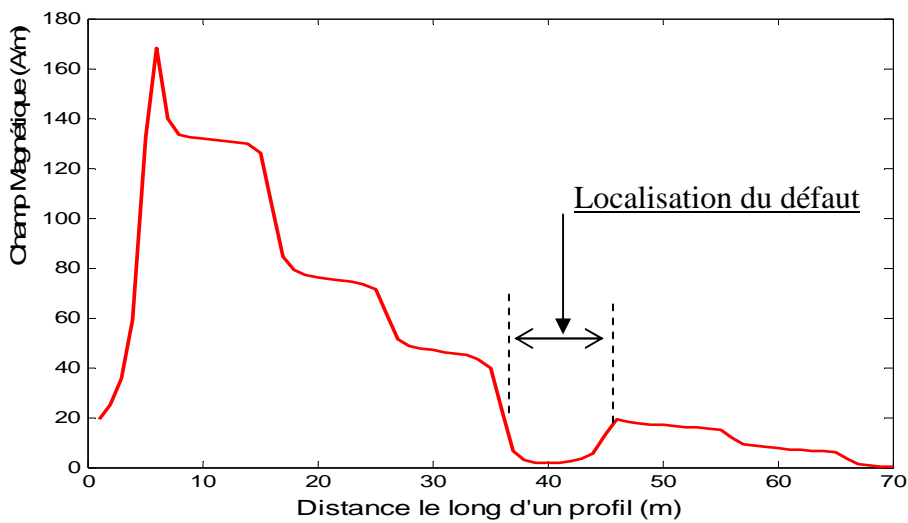
Figure IV.30 Grille endommagée sur le coté entre 30 et 40m



(a) Grille Saine

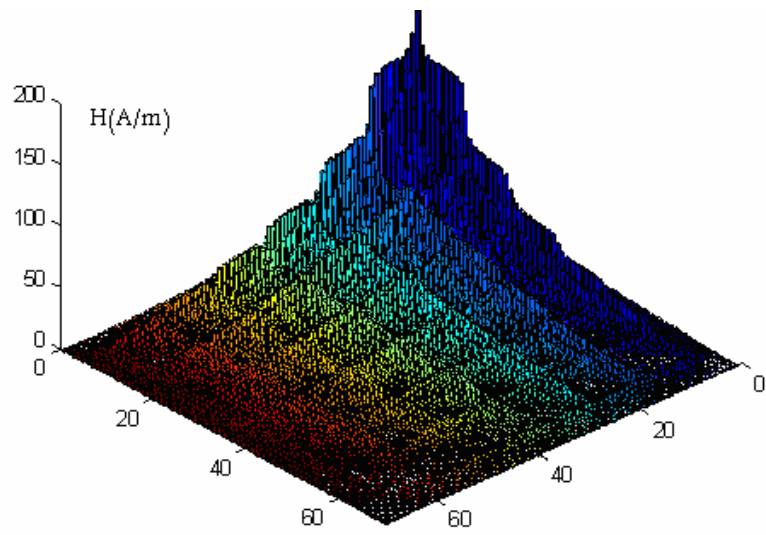


(b) Grille endommagée entre 10 et 20 m

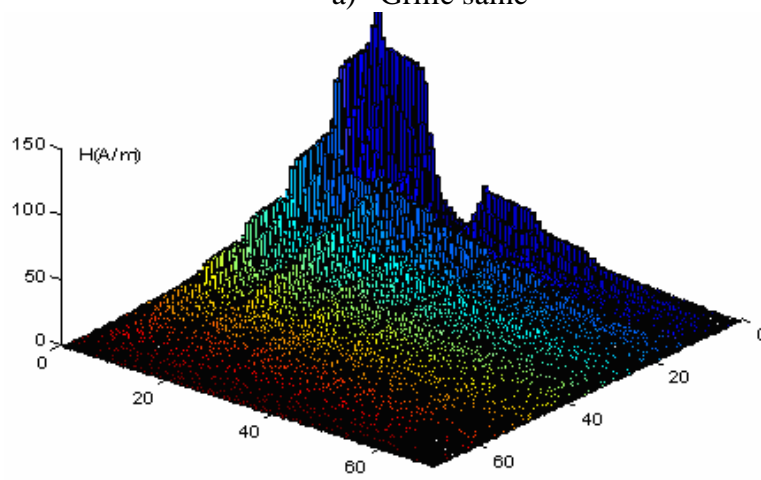


(c) Grille endommagée entre 30 et 40 m

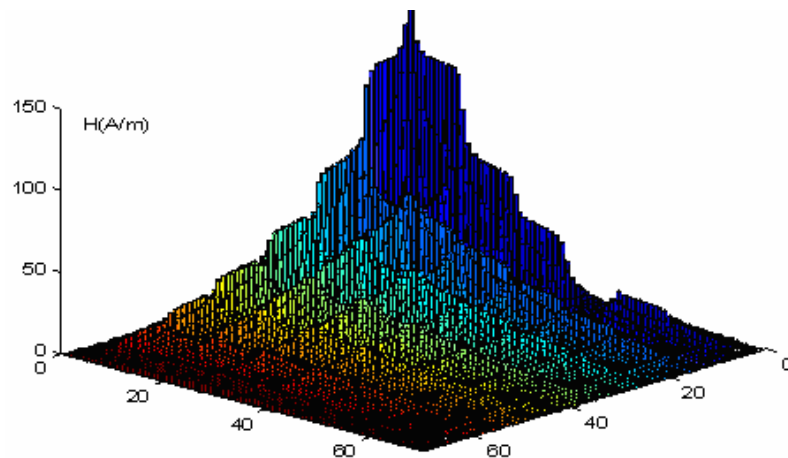
Figure IV.31 Champ Magnétique (à  $t = 10\mu\text{s}$ ) à l'interface le long du profil 1



a) Grille saine



b) Grille endommagée entre 10 et 20 m



c) Grille endommagée entre 30 et 40 m

Figure IV.32 Champ magnétique 2D rayonné par la grille à l'interface

Les résultats en figure IV.31, montrent la variation du champ magnétique le long du profil.1 pour les trois cas cités précédemment. Nous constatons clairement une nette variation de l'allure du champ magnétique à l'endroit du défaut. En effet vu le calcul en zone proche du champ magnétique les termes d'induction sont prépondérants, d'où la brusque variation au milieu du défaut. En figure IV.32, nous présentons les mêmes résultats sous formes de relief qui confirment les mêmes remarques.

### II.2.1 Injection au centre

Pour une excitation au centre, nous traçons à un instant donné le champ magnétique le long du profil 2 (figure IV.33 et IV.34) et la variation 2D (x,y,t), sur une surface de 70x70m centrée sur la grille, du champ magnétique au niveau de l'interface sol air, pour les trois cas de figures suivants :

- a) une grille saine
- b) une grille présentant une rupture à partir du centre (Fig.IV.33)
- c) une grille présentant une rupture à 20 m du centre (Fig.IV.34)

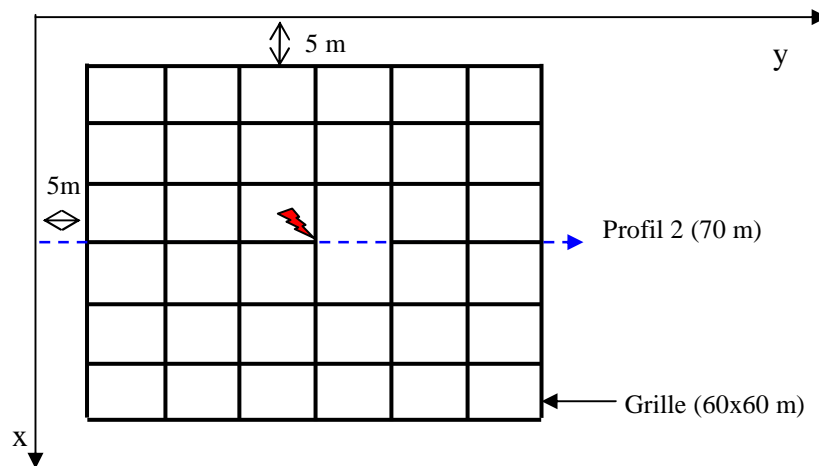


Figure IV.33 Grille endommagée à partir du centre

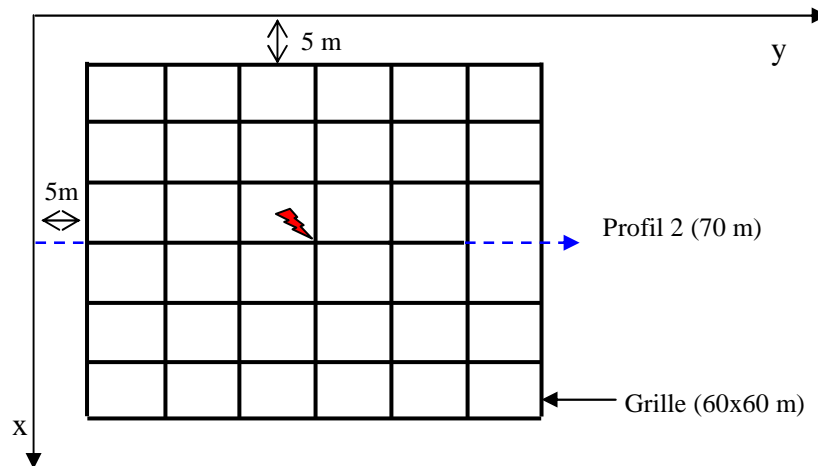


Figure IV.34 Grille endommagée à 20m du centre

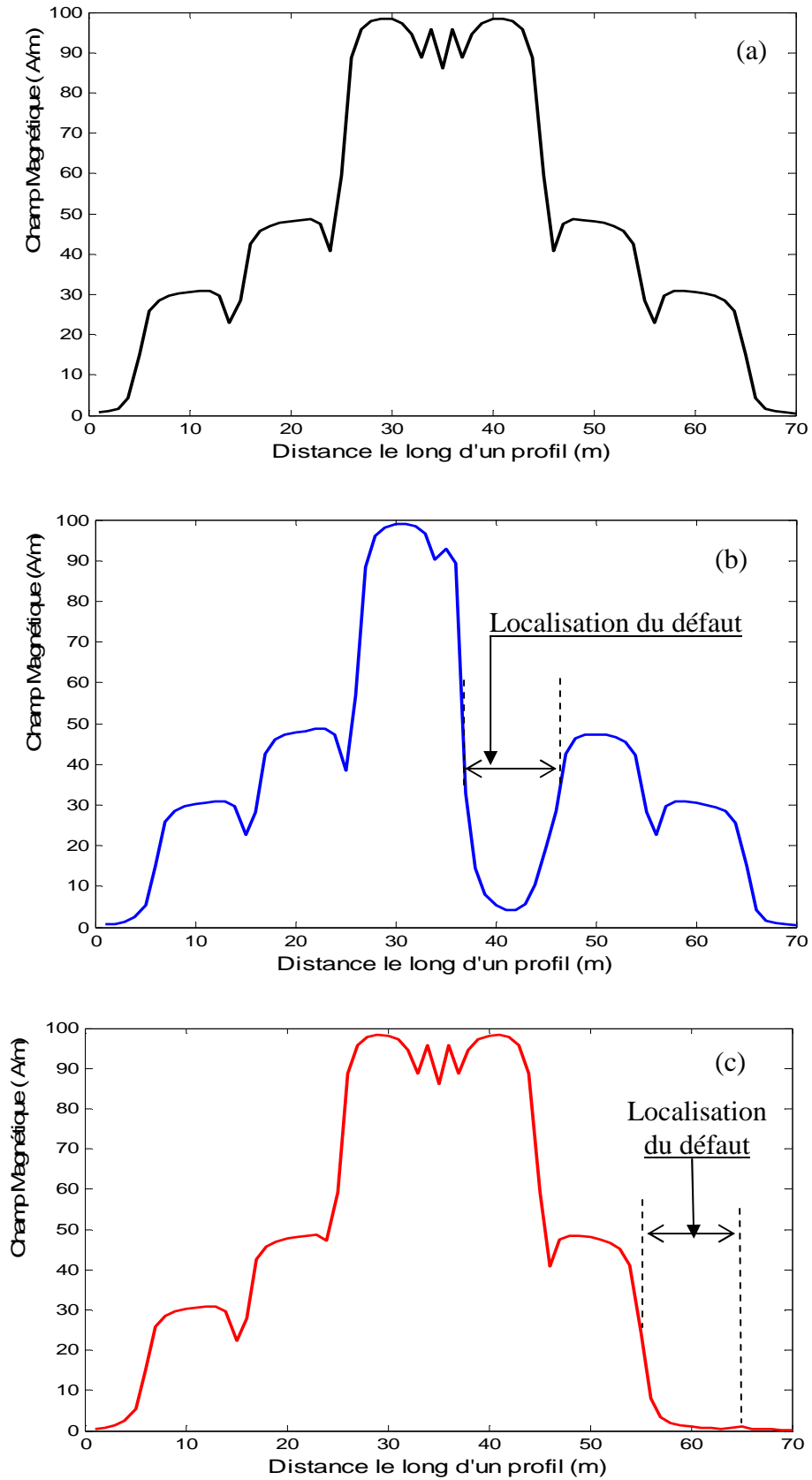
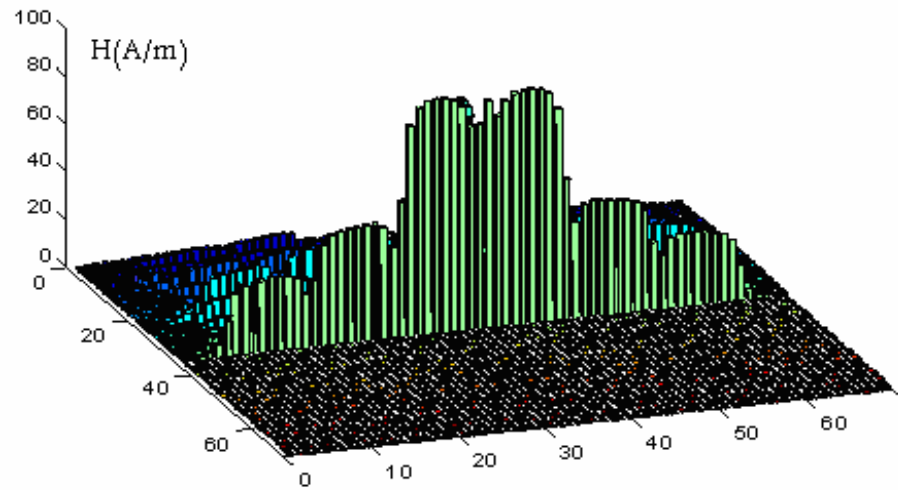
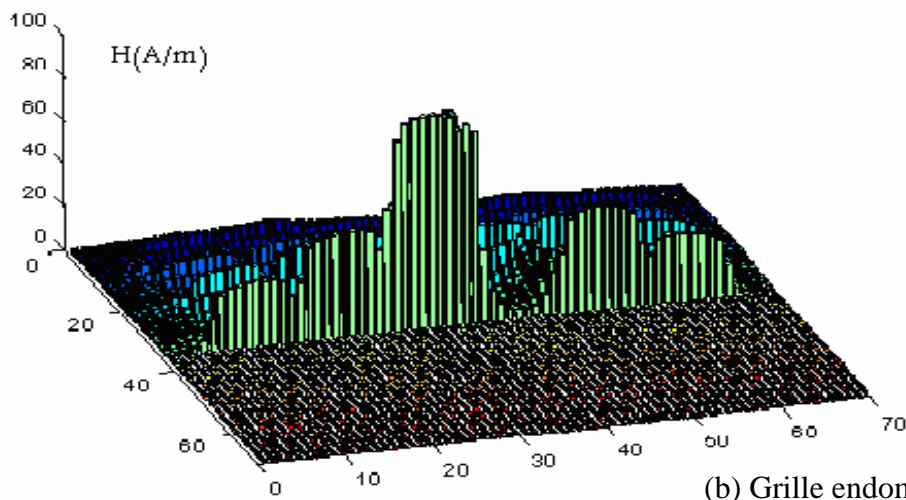


Figure IV.35 Champ Magnétique rayonné à l'interface par la grille le long du profil 2

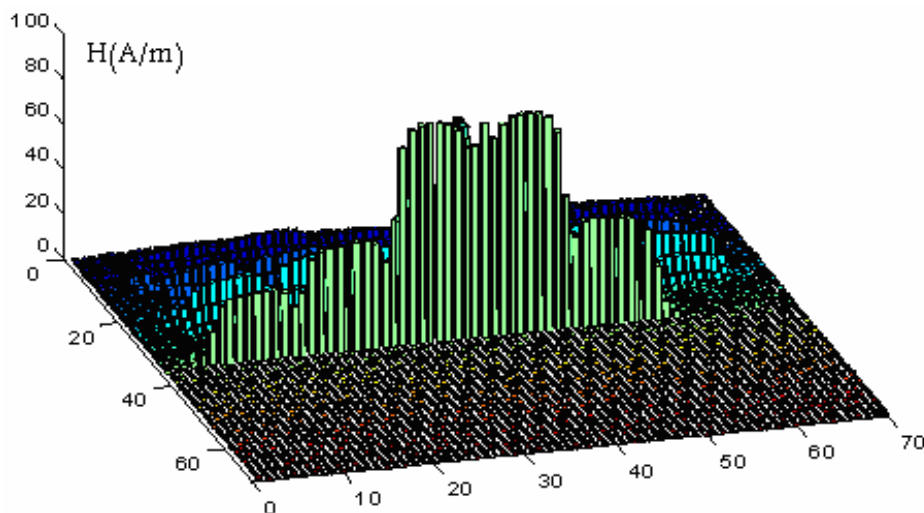
- a) Grille saine
- b) Grille endommagée à partir du centre
- c) Grille endommagée à 20 m du centre



(a) Grille saine



(b) Grille endommagée à partir du centre



(c) Grille endommagée à 20 m du centre

Figure IV.36 Champ Magnétique 2D (coupe transversale) rayonné à l'interface par la grille

Pour une injection au centre, les résultats que nous obtenons le long du profil 2 (figure IV.35) conduisent aux mêmes remarques que pour le cas de l'injection à la corne et les résultats le long du profil 1.

Pour les reliefs 2D (grille 70x70), afin de mieux mettre en évidence nos résultats de calcul, nous les présentons en coupe transversale lorsque la grille est saine puis endommagée (figure IV.36). Ces coupes (figure IV.36) montrent bien la brusque variation de la cartographie du champ magnétique. Pour une grille saine, lorsque l'injection est au centre le relief est bien symétrique, cette symétrie disparaît en présence d'un défaut. Le brusque affaissement de l'amplitude du champ magnétique, caractérise la présence du défaut

### **III. Conclusion**

Ce chapitre nous a permis de valider notre concept et de proposer quelques applications. Après avoir validé notre concept par confrontation de nos résultats de calcul à ceux publiés dans la littérature, nous avons modélisé des cas de figures propres aux mises à la terre. Nous pouvons affirmer que la cartographie du champ magnétique est un excellent moyen de caractérisation d'une prise de terre.

# *Conclusion générale*



## ***Conclusion générale***

L'objectif de notre travail est la caractérisation numérique par rayonnement électromagnétique d'une prise de terre à géométrie complexe.

Cette caractérisation va nous permettre de juger de l'état de la prise de terre. Pour atteindre cet objectif, et après avoir passé en revue les techniques de détection de défauts, nous proposons une analyse en confrontant les champs électromagnétiques émis par la prise de terre lorsqu'elle est saine, et en présence d'un défaut.

Cette analyse nous impose donc la quantification par calcul du champ électromagnétique rayonné par un système filaire à topologie complexe et enterré.

Dans la littérature deux formalismes numériques sont proposés pour l'étude du rayonnement électromagnétique des structures enterrées :

-résolution d'une équation intégrale par la méthode des moments avec prise en compte des frontières ouvertes

-résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis avec prise en compte des frontières ouvertes.

Ces deux concepts élaborés à partir des équations générales de l'électromagnétisme, certes rigoureux, mais de l'avis même de leurs auteurs sont prohibitifs en temps de calcul et de mise en œuvre informatique (implémentation) lourde en tridimensionnelle.

La modélisation du rayonnement électromagnétique d'une prise de terre ne peut se faire en toute rigueur, en effet la nature des sols (stratification horizontale et verticale, pourcentage en eau,...) est par excellence inhomogène et anisotrope. Il nous paraît donc assez clair que les formalismes numériques suscités, qui considèrent le sol comme milieu homogène ne peuvent reproduire les résultats de mesure.

Dans notre travail afin d'éviter l'utilisation du tout numérique et permettre une modélisation simplifiée, nous proposons un concept fondé sur l'utilisation du formalisme dipolaire et de la méthode des images modifiées.

L'utilisation du formalisme des dipôles nécessite la connaissance de la répartition des courants. Pour cet objectif, nous résolvons par FDTD les équations des lignes pour une

simple électrode et une équation de diffusion en tension pour une mise à la terre à topologie complexe (grille de mise à la terre).

La présence de deux demi milieux (sol-air) nécessite la correction du formalisme des dipôles pour un milieu infini. A cet effet nous utilisons la méthode des images modifiées pour la prise en compte de l'interface sol-air.

Afin de valider le concept que nous proposons nous avons confronté nos résultats de calcul à ceux publiés dans la littérature.

Nous avons aussi traité des applications où nous avons mis en évidence le défaut sur une prise de terre en confrontant les champs électromagnétiques sur un profil ou sur un relief.

De ces résultats nous pouvons affirmer que notre proposition permet une bonne localisation d'un défaut. En effet la cartographie du champ électromagnétique s'avère un élément très révélateur des changements qui peuvent s'opérer dans le temps ou suite à l'écoulement de très fort courant (endommagement de l'électrode, phénomène d'ionisation,...).

Nous pouvons aussi affirmer que nous avons développé un code de simulation complet, avec un calcul préalable intégré des paramètres linéiques et de la répartition du courant le long de la structure enterrée, permettant de quantifier le champ EM rayonné en tout point de l'espace par cette structure.

# **Annexes**

## Annexe 1

### I- Inversion de $G_1(r, s) = \text{expo}(-\gamma r)$

En utilisant les tables des transformées inverses de Laplace nous avons :

$$\mathfrak{S}^{-1} \left[ e^{-r\sqrt{as^2 + bs + c}} \right] = e^{-(b/\sqrt{a})r} \delta(t - r\sqrt{a}) + \sqrt{\frac{d}{a}} e^{-(b/2a)t} I_1 \left( \frac{\sqrt{d}}{a} \sqrt{t^2 - ar^2} \right) \frac{u(t - r\sqrt{a})}{\sqrt{t^2 - ar^2}} \quad (\text{A.1})$$

Avec :

$$s = j\omega \quad \text{et} \quad d = (b/2)^2 - ac$$

Et  $I_1$  : fonction de Bessel modifiée

$$\text{On tire la transformée inverse de } G_1(r, s) = e^{-\gamma r} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{avec } \gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)}$$

Dans ce cas ( $a = \mu\varepsilon$ ,  $b = \mu\sigma$  et  $c = 0$ )

$$g_1(r, t) = e^{-\alpha r} \delta(t - r/v) + \alpha r e^{-t/2\tau_0} I_1 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t - r/v)}{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{avec } \alpha = \sigma \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \text{et} \quad \tau_0 = \frac{\varepsilon}{\sigma} \quad (\text{A.4})$$

Et de ce fait l'expression du potentiel vecteur en temporel devient :

$$\begin{aligned} \vec{A}(r, t) &= \frac{\mu I dl}{4\pi r} e^{-\gamma r} \vec{k} \\ &= \frac{\mu I dl}{4\pi r} \left[ e^{-\frac{\alpha r}{2}} \delta(t - r/v) + \frac{\alpha r}{2} e^{-t/2\tau_0} I_1 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t - r/v)}{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}} \right] \vec{k} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

### II- Inversion de $G_2(r, s) = (1 + \gamma r)e^{-\gamma r}$

En utilisant la transformée inverse de  $G_1(r, s) = e^{-\gamma r}$  nous obtenons l'expression du potentiel vecteur en temporel :

$$\begin{aligned}\vec{A}(r,t) &= \frac{\mu I dl}{4\pi r} \left[ e^{\frac{-\alpha r}{2}} \delta(t-r/v) + \frac{\alpha r}{2} e^{-t/2\tau_0} I_1 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t-r/v)}{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}} \right] \vec{k} \\ &= A_z(r,t) \vec{k}\end{aligned}\quad (\text{A.6})$$

A partir de l'expression (A.5) du potentiel vecteur magnétique et la relation le reliant au champ magnétique, nous déduisons l'expression du champ magnétique en temporel

$$\vec{H}(r,t) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(r,t) = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z(r,t) \vec{i} - \frac{\partial}{\partial x} A_z(r,t) \vec{j} \right) \quad (\text{A.7})$$

Tout calcul fait nous obtenons :

$$\begin{aligned}\vec{H}(r,t) &= \frac{I dl}{4\pi r^3} \left\{ e^{\frac{-\alpha r}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8} \right) \delta(t-r/v) + \frac{r}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} e^{\frac{-t}{2\tau_0}} I_2 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t-r/v)}{(t^2 - r^2/v^2)} \right\} \left( -y \vec{i} + x \vec{j} \right)\end{aligned}\quad (\text{A.8})$$

L'expression du champ magnétique en fréquentiel est donnée par

$$\vec{H}(r,s) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(r,s) = \frac{I dl}{4\pi r^2} [1 + \gamma r] e^{-\gamma r} \left( -y \vec{i} + x \vec{j} \right) \quad (\text{A.9})$$

Par identification des expressions (A.7) et (A.8) nous déduisons la transformée de Laplace inverse de

$G_2(r,s) = (1 + \gamma r) e^{-\gamma r}$  qui est :

$$\begin{aligned}g_2(r,t) &= \left[ \left( 1 + \frac{\alpha r}{2} + \frac{\alpha^2 r^2}{8} \right) \delta(t-r/v) + \frac{r}{v} \frac{\partial}{\partial t} \delta(t-r/v) \right] e^{\frac{-\alpha r}{2}} \\ &\quad + \frac{\alpha^2 r^3}{4v} e^{\frac{-t}{2\tau_0}} I_2 \left( \frac{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}}{2\tau_0} \right) \frac{u(t-r/v)}{(t^2 - r^2/v^2)}\end{aligned}\quad (\text{A.10})$$

### III- inversion de $G_3(r,s) = 1/(s+1/\tau_0)$

$$\text{L'inverse de } G_3(r,s) = 1/(s+1/\tau_0) \quad \text{est :} \quad g_3(r,t) = \exp(-t/\tau_0) u(t) \quad (\text{A.11})$$

## Annexe 2

### I. Détermination des paramètres linéiques d'une électrode [38]

#### I.1 Eléments théoriques pour le calcul des prises de terre

L'électrode sphérique de rayon « a » enfouie dans le sol à une profondeur « h », traversée par un courant « I » qui se dissipe uniformément vers la terre à travers la surface latérale de l'électrode, est l'élément de base pour le calcul des prises de terre [38].

L'application de l'équation de Maxwell-Gauss associée aux lois de l'électricité permet l'évaluation de l'impédance de l'électrode sphérique.

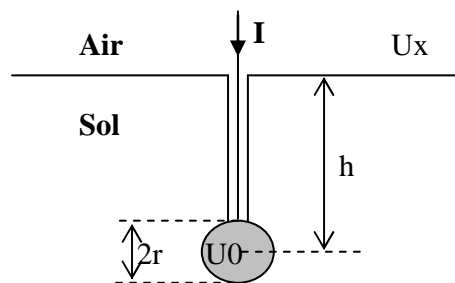


Figure A.1.Électrode sphérique enfouie à une profondeur h très supérieur à son rayon a.

Lorsque « h » est assez grand devant « a » on peut supposer que le courant se dissipe uniformément, dans ce cas :

La densité du courant à une distance r du centre de l'électrode est :

$$J(r) = I / (4\pi r^2) \quad (\text{A.12})$$

Elle est reliée au champ électrique en ce point par :

$$E(r) = \frac{1}{(\sigma + j\omega\epsilon)} J(r) \quad (\text{A.13})$$

Le potentiel en ce point avec l'infini comme référence est :

$$U(r) = \int_{\infty}^r E(r) dr = \frac{I}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{1}{r} \quad (\text{A.14})$$

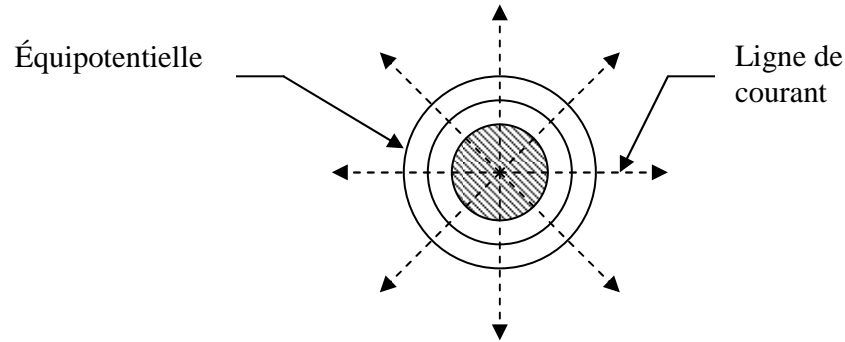


Figure A.2. Répartition des équipotentiels et des lignes de courant.

L'impédance du volume de terre limité par l'infini et la surface de la sphère de rayon  $r$  sera :

$$Z(r) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{1}{r} \quad (\text{A.15})$$

Pour  $r = a$ , nous aurons l'impédance d'une électrode sphérique enfouie à une profondeur assez grande.

$$Z(a) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{1}{a} \quad (\text{A.16})$$

-En courant continu et pour les sols relativement conducteurs elle représente une résistance.

-En courant harmonique et aux sols résistants elle représente une capacité.

Dans le cas général, elle est composée d'une résistance et d'une capacité.

$$Z(a) = \frac{1}{4\pi a} \left[ \frac{\rho}{1+q^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon \left(1 + \frac{1}{q^2}\right)} \right] \quad (\text{A.17})$$

On pose  $Z(a) = R(a) + 1/(j\omega C(a))$  avec :

$$R(a) = \frac{\rho}{4\pi a} \left[ \frac{1}{1+q^2} \right] \quad \text{et} \quad C(a) = 4\pi a\epsilon \left[ \frac{1}{1+q^2} \right]$$

Avec :  $q = \omega\epsilon\rho$  : Facteur de qualité du milieu.

## I.2 Impédance d'un conducteur enterré horizontalement dans un milieu dissipatif

En premier lieu, le conducteur de longueur  $l$  et de rayon  $a$  est supposé dans un milieu homogène et infini. Un courant  $I$  pénètre ce conducteur en un point  $x = 0$  au milieu de sa longueur.

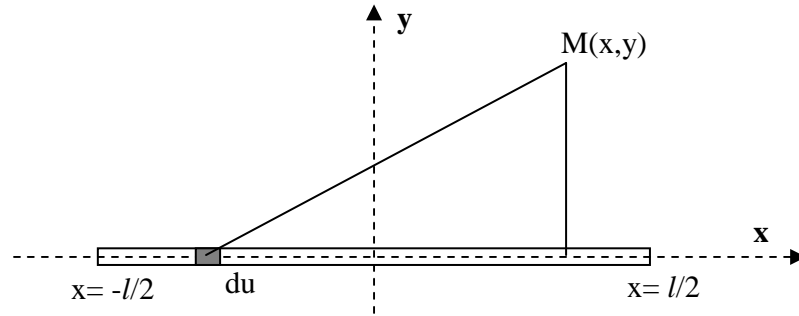


Figure A.3. Conducteur horizontal dans un milieu dissipatif.

Le potentiel en un point  $M(x, y)$  produit du courant d'un élément « $du$ » d'après (A.13) est :

$$dU(x, y) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} [(x-u)^2 + y^2]^{-1/2} dI(u) \quad (\text{A.18})$$

Le potentiel total sera l'intégrale de toutes les contributions des élément « $du$ »

$$U(x, y) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dI(u)}{du} [(x-u)^2 + y^2]^{-1/2} du \quad (\text{A.19})$$

où :  $dI(u)/du$ , représente la distribution de courant de fuite le long de l'électrode. Si on suppose que cette distribution est uniforme, c'est à dire  $dI(u)/du = I/l$ , la relation (A.19) peut être intégrée directement.

$$U(x, y) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \ln \alpha(x, y) \quad (\text{A.20})$$

Avec :

$$\alpha(x, y) = \frac{\left(x + \frac{l}{2}\right) + \sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2}}{\left(x - \frac{l}{2}\right) + \sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2}} \quad (\text{A.21})$$



À la surface de l'électrode,  $y = a$  et on peut écrire

$$\left[ \left( \frac{l}{2} \right)^2 + a^2 \right]^{1/2} - \frac{l}{2} \cong \frac{a^2}{l}$$

Le potentiel moyen est obtenu en intégrant la relation (A.20) entre ( $x=0$ , et  $x = l/2$ ), on divise le résultat sur le courant total, on obtient ainsi l'impédance transversale.

$$Z(a) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left[ \ln \left( \frac{l}{a} \left( 1 + \sqrt{1 + (a/l)^2} \right) \right) + \frac{a}{l} - \sqrt{1 + (a/l)^2} \right] \quad (\text{A.22})$$

Pour les longueurs telle que :  $l \gg a$ .

$$Z(a) \approx \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left[ \ln \left( \frac{2l}{a} \right) - 1 \right] \quad (\text{A.23})$$

Avec :

$$R(a) \approx \frac{\rho}{2\pi l} \frac{1}{1+q^2} \left[ \ln \left( \frac{2l}{a} \right) - 1 \right] \quad (\text{A.24})$$

$$C(a) \approx 2\pi l\epsilon \left( \frac{1}{1+q^2} \right) \left[ \ln \left( \frac{2l}{a} \right) - 1 \right]^{-1} \quad (\text{A.25})$$

L'admittance  $Y = \frac{1}{Z}$  d'après (A.23) est :

$$Y(a) = \frac{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l}{\left[ \ln \left( \frac{2l}{a} \right) - 1 \right]} \quad (\text{A.26})$$

Permet de déduire les paramètres linéiques transversal  $G$  et  $C$  de l'électrode.

$$G = \frac{4\pi}{\rho} \left[ \ln \left( \frac{2l}{a} \right) - 1 \right]^{-1} \quad (\text{A.27})$$

$$C = 4\pi\epsilon \left[ \ln \left( \frac{2l}{a} \right) - 1 \right]^{-1} \quad (\text{A.28})$$

### I.3 Prise en compte de l'interface sol-air

#### I.3.1 Prise de terre sphérique :

L'électrode sphérique se trouve dans un demi milieu inférieur, homogène, isotrope de conductivité  $\sigma$ , limité par le demi milieu supérieur l'air.

A l'opposé d'un conducteur, le diélectrique est un milieu dépourvu de charges susceptibles de se mouvoir librement; il n'y a donc aucune pénétration des lignes de courant dans le milieu supérieur. La surface air-sol joue le rôle d'un mur magnétique (figure A.4).

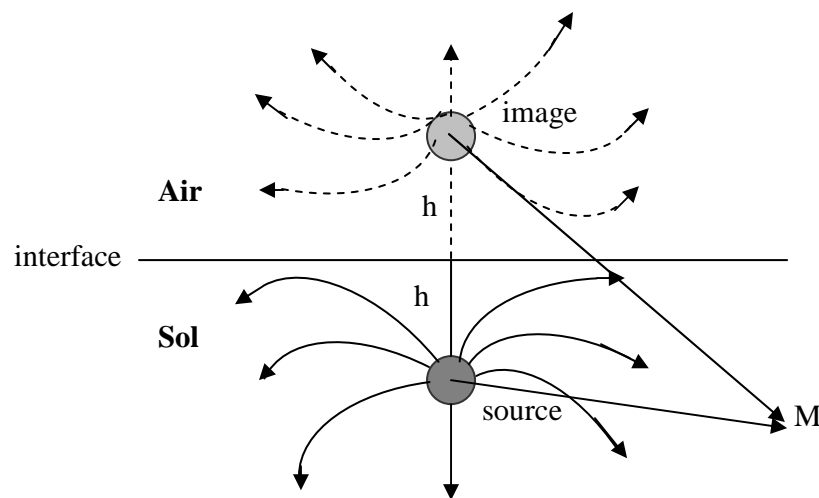


Figure A .4. Introduction de l'image d'une électrode par rapport au sol.

L'électrode source et l'électrode image écoulant le même courant  $I$ . L'impédance totale est :

$$Z = Z(a) + Z(2h)$$

$Z(2h)$  : contribution de l'image

$$Z = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{2h} \right) \quad (\text{A.29})$$

#### I.3.2 Electrode enterrée horizontalement :

Pour un conducteur de longueur «  $l$  » enterré horizontalement à une profondeur «  $h$  », on considère le potentiel auquel est portée la prise de terre comme la somme des effets dus à la l'électrode réelle et de son image au dessus du sol. Son impédance est donnée par:

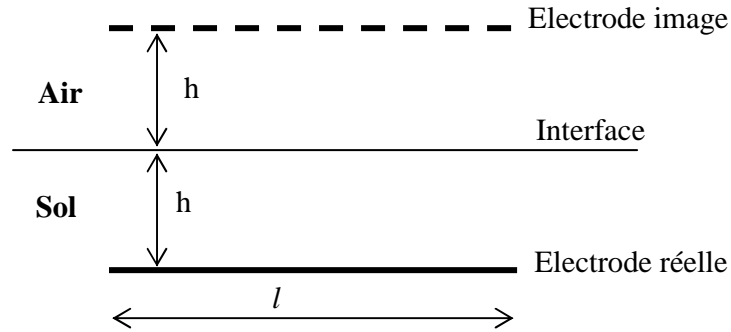


Figure A .5: conducteur horizontal et son image

$$Z = Z(a) + Z(2h) = \frac{1}{2\pi l(\sigma + j\omega\epsilon)} \left( \ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ah}}\right) - 1 \right) \quad (\text{A.30})$$

D'où, la capacité et l'inductance linéique sont:

$$C = 2\pi\epsilon \left[ \ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ah}}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (\text{A.31})$$

$$G = \frac{2\pi}{\rho} \left[ \ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ah}}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (\text{A.32})$$

### I.3.3 Impédance longitudinale

#### - cas d'une électrode enterrée horizontalement

L'impédance longitudinale est calculée en appliquant l'équation de Maxwell-Faraday sur un contour fermé, ce qui permet de déduire l'inductance linéique de l'électrode [38].

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[ \ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ah}}\right) - 1 \right] \quad (\text{A.33})$$

La résistance linéique de l'électrode est donnée simplement par l'expression suivant :

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (\text{A.34})$$

**- cas d'un piquet de terre**

L'inductance et la résistance longitudinale sont [38]:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[ \ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right] \quad (\text{A.35})$$

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (\text{A.36})$$

---

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Schmitt A. et Deflande T.  
“Les surtensions et les transitoires rapides de tension, en milieux industriel et tertiaire”, Editions Eyrolles 1997.
- [2] Ropars A.  
“Verifications des installations électriques : les mesures de terre et d’isolement”, TLE- S- NO 479 ,1982.
- [3] Mrakawa K. et al  
“Earthing resistance measurement technique without using auxiliary electrodes” IEEE-EMC’2003, Istanbul-Turquie, 2003.
- [4] Dumont-Fillon J.  
“Contrôle non destructif (CND)" Technique de l’ingénieur, traité mesures et contrôle R 1 400.
- [5] Devgan S.S. and Whitehead E.R  
“Analytical Models for Distributed Grounding Systems” IEEE PES WM New York.1970.
- [6] Dawalibi F.  
“Electromagnetic fields generated by overhead and buried short conductors part 1- Single -Conductor” IEEE Transactions on power Delivery, Vol.PWRD-1, N° 4, October 1986.
- [7] Dawalibi F.  
“Electromagnetic fields generated by overhead and buried short conductors part 2- Ground Networks” IEEE Transactions on power Delivery, Vol.PWRD-1, N° 4, October 1986.
- [8] Grcev L. and Dawalibi F.  
“An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems” IEEE Transactions on power Delivery, Vol.5, N° 4, November 1990.
- [9] Nekhoul B. Guerin C. Labie P. Menier G. Feuillet R. and Brunotte X.  
“A finite element method for calculating the electromagnetic fields generated by substation grounding systems” IEEE Trans on magnetic, Vol.11, No3, May 1995.
- [10] Yaqing Liu  
“Transient response of grounding systems caused by lightning: Modelling and Experiments”, Thèse de doctorat ACTA Universitatus Upsaliensis 2004.
- [11] Akke M. and Biro T.  
“Measurements of the Frequency-Dependent Impedance of a Thin Wire With Ground Return”, IEEE Transactions on power Delivery, Vol.20, N° 2, November 1990.
- [12] Gabillard R.  
“Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs. Applications aux télécommunications souterraines”, Publ. Interne Université de Lille, Tome I et II, 1967.
- [13] Degauque P. et Hamelin J.  
“Compatibilité électromagnétique”, Dunod. Bordas. Paris 1990.

- 
- [14] Sabonnadière J.C. and Coulomb J.L.  
“Calcul des champs électromagnétiques”, Technique de l’ingénieur, traité génie électrique D3 0 20.
- [15] Rascalou B.  
“Approche théorique de la mise à la terre : De l’étude du régime continu à l’analyse électromagnétique”, Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal, 1987.
- [16] Banos A.Jr  
“Dipole radiation in the presence of a conducting half-space”, Pergamon Press, 1966.
- [17] Umbert A.  
“Prise en compte de la conductivité du sol sur le comportement d’une structure filiforme et sur le couplage d’une onde électromagnétique avec une ligne de transmission”, thèse de docteur ingénieur, Université de Clermont II, 1981.
- [18] Biro O. and Preis K.  
“On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy currents” IEEE Transactions on magnetics. Vol.25, N°4, July 1989.
- [19] Nekhoul B. Labie P. Zgainski F.X. and Menier G.  
“Calculating the Impedance of a Grounding System” IEEE Trans on Magnetic, Vol. 32 N°3, May 1996.
- [20] Lorrain P. et Corson D.R  
“Champs et ondes Electromagnétiques”, Armond colin, collection U, Paris 1979
- [21] Brunotte X.  
“Modelisation de l’infini et prise en compte des régions Magnétiques Minces- Applications à la modelisation des aimantations de Navires” Thèse de doctorat de l’INPG Grenoble france 1991.
- [22] **Lefouili M.** Nekhoul B. Harrat B. Kerroum K. and El Khamlichi Drissi K  
“Transient EM fields generated by buried conductor”, International Review of Electrical Engineering (IREE). Praise Worthy Prize Vol.1 N°1 Marsh April 2006
- [23] **Lefouili M.** Nekhoul B. Harrat B. Kerroum K. and El Khamlichi Drissi K  
“Detection et localisation par rayonnement électromagnétique d’un défaut sur une électrode enterrée” Revue Internationale de Génie Electrique (RIGE). Vol.9 N.2-3 /2006
- [24] **Lefouili M.** Nekhoul B. Harrat B. Kerroum K. and El Khamlichi Drissi K.  
“Detection and localisation of defect on buried conductor by EM fields radiation” International symposium on Electromagnetic compatibility EMC Europe 2006 Barcelona.
- [25] Harrat B. **Lefouili M.** Nekhoul B.. Kerroum K. and El Khamlichi Drissi K.  
“Etude en régime transitoire des mises à la terre pour le réseau de transport d’énergie” Colloque international Télécom 2003 & J.F.M.Ma, Maroc, Octobre 2003.
- [26] Nekhoul B. Harrat B. Kerroum K. El khamlichi Drissi K.  
“Caractérisation d’une grille de mise à la terre par résolution d’une équation de propagation” Revue Internationale de Génie Electrique (RIGE) Volume 8 -N° 3-4 /2005.
- [27] Harrat B. Nekhoul B. **Lefouili M.** Kerroum K. and El Khamlichi Drissi K.  
“Transient analysis of grounding systems associated to substation structures under lightning strokes” EMC Europe 2006, Barcelona.
-

- [28] Sommerfeld A.  
"Über die Ausbreitung der Wellen in der Drahtlosen Telegraphie" *Annalen der Physik* (4<sup>th</sup> Folge), Vol.28. 1909.
- [29] Sivaprasad K. and King R.W. P.  
"A study of arrays of dipoles in a semi-infinite dissipative medium", *IEEE. Trans. On antennas and propagation*, 1963.
- [30] Song J, and Chen K-M,  
"Propagation of EM pulses excited by an electric dipole in a conducting medium" *IEEE Trans on antenna and propagation* Vol.41, N°10, October 1993.
- [31] Abramowitz M. and Stegun I.A.  
"Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables". National bureau of standards, 1964.
- [32] Doetsch G.  
"Guide to the application of the Laplace and Z-transforms" London. Van Nostrand 1966.
- [33] Roberts G.E. and Kaufman H.  
"Table of Laplace transforms" W.R.Sounders company 1966.
- [34] Nekhoul B. Kechicheb M. Mekideche M. et Feuillet R.  
"Comportement transitoire d'une prise de terre" *Revue Internationale de Génie Electrique (RIGE)*. Volume 5-N° 3-4 / 2002.
- [35] Takashima T. Nakae T. and Ishibashi R.  
"High frequency characteristics of impedances to ground and field distribution of ground electrodes" *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, Vol. PAS-100 N°4 April 1981.
- [36] Takashima T. Nakae T. and Ishibashi R.  
"High frequency characteristics of impedances to ground and field distribution of ground electrodes" *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, Vol. PAS-100 N°4 April 1981.
- [37] Dennis M Sullivan.  
"Electromagnetic Simulation Using The FDTD Method", *IEEE Press Series on RF and Microwave Technology*. Roger D. Pollard and Richard Booton Series Editors.
- [38] Sunde E.d.  
"Earth conducting effects in transmission systems", New York, N.Y. Dover publications, inc 1968.
- [39] Greev L.D.  
"Computer analysis of transient voltages in large grounding systems", *IEEE Transactions on power delivery*, Vol.11, N°2, April 1996.
- [40] Ramamoorthy M. Narayanan M.M.B. Parameswaran S. and Mukhadar M.  
"Transient Performance of grounding Grids" *IEEE Trans on PWRD* Vol.4 1989.
- [41] Gao Y. He J. Chen S. Zou J. Zeng R and Liang X.  
"Lightning electromagnetic environments of substation considering soil ionisation around grounding systems" *International conference on Power System Technology, Proceedings, power, con 2002* Vol.4, October 2002.

- [42] Dawalibi F. Selby A.  
“Electromagnetic fields of energized conductors.” IEEE Transactions on power delivery, Vol.8 N<sup>o</sup>.3 July 1993.
- [43] Greev L.D.  
“Transient electromagnetic fields near large earthing systems” IEEE Transactions on magnetics Vol.32, N<sup>o</sup> 3. 1996.
- [44] Xiong W. Dawalibi F.P. and Selby A.  
“Frequency Response of substation Groud Systems Subject to Lightning Strikes” CIGRE International Symposium, Power System Electromagnetic Compatibility Switzerland Lausanne 1993.



## **ABSTRACT:**

In this work a new approach for detection and localization of fault on buried conductor is developed. This study is based on the analysis of electromagnetic field with and without fault. The theoretical expressions in time domain of electromagnetic field radiated by electric dipole in infinite conductive medium are used, in the half space the interface soil-air is taken into account using modified method of images. The computation results are based on a general formulation, in time domain, which permits the observation points in air or soil. The study revealed that both electric and magnetic fields can be used to detect opening in current-carrying conductors.

**KEYWORDS:** Default, Radiation, Electromagnetic field, Hertzian dipoles, Transient, Images method, Grounding system.

## **ملخص**

نقترح في هذا العمل نموذج جديد لدراسة الإشعاعات الكهرومغناطيسية في هيكل حديدي مدفون في الأرض مرفق بعطب. يعتمد هذا النموذج على حساب الحقل الكهرومغناطيسي الصادر عن هيكل بدون عطب بواسطة طريقة ثنائي الأقطاب ومقارنته بالحقل الكهرومغناطيسي الصادر عن نفس الهيكل مع وجود عطب (انقطاع). للقيام بهذا العمل شكلنا العلاقات الزمنية التي تحيط إشعاعات الحقل الكهرومغناطيسي في وسط وحيد مع وجود ضياع في الطاقة. في نصف وسط (وسط منتهي) استعملت طريقة الصور المتطورة للأخذ بعين الاعتبار التأثيرات الناتجة عن الوسط الثاني. على ضوء التطبيقات التي قمنا بها في هذا العمل، نستطيع الجزم بأن هذا النموذج أعطى نتائج مرضية.

**الكلمات المفتاحية:** عطب، إشعاعات، حقل مغناطيسي، ثنائي الأقطاب، عابر، طريقة الصور، نظام أرضي.