

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
جامعة فرحات عباس - سطيف 1  
UNIVERSITE FERHAT ABBES - SETIF 1  
UFAS (ALGERIE)

## THESE

Présenté à la Faculté de Technologie  
Département D'électrotechnique  
Pour l'Obtention du Diplôme de

### DOCTORAT SCIENCES

#### Option : électrotechnique

Présentée par

**M<sup>r</sup> : Tahar ROUIBAH**

Thème :

## Contribution à la modélisation et à la simulation des prises de terre des installations électriques

Soutenu le : 11/11/2015 devant un Jury composé de:

Pr. Ahmed GHERBI	Prof à l'université de Sétif1	Président
Pr Abdelhafid BAYADI	Prof à l'université de Sétif1	Rapporteur
Pr. Aissa BOUZID	Prof à l'université de Constantine1	Examineur
Pr. Djellel DIB	Prof à l'université de Tébessa	Examineur
Dr. Moussa LEFOUILI	M.C.A à l'université de Jijel	Examineur
Dr. Hamou NOURI	M.C.A à l'université de Sétif1	Examineur

## Remerciements

Un travail de cette envergure ne s'accomplit pas en un jour. Même s'il est porté par le dynamisme de son auteur, il est le résultat des nombreuses influences, proches ou lointaines.

Qu'il me soit donc permis de remercier les personnes qui m'ont accompagné dans ce cheminement, parfois sévèrement, souvent justement, et plus particulièrement mon encadreur professeur Bayadi Abdelhafid, toujours été présent et guider mon travail de recherche même s'il y a eu des moments difficiles.

Je remercie tout d'abord les membres extérieurs du jury pour avoir accepté d'évaluer mon travail : Lefouili Moussa, université de Jijel, Bouzid aissa, université de Constantine et Dib Djallal, université de Tébessa, pour avoir estimé que mon projet de recherche est de qualité à être soutenu.

Je remercie également Gherbi Ahmed, université de sétif pour avoir présidé le jury, ainsi que Hamou Nouri, université de sétif qui bien voulu se joindre au jury.

Je remercie plus particulièrement, Pro. R. Meys, directeur du Laboratoire d'images signaux et dispositifs télécommunication Service LIST, Université Libre de Bruxelles, Belgique, et Dr Rouibah Ammar qui ont eu la gentillesse de m'accorder un séjour de stage pratique d'un mois.

Un remerciement très spécial est voué au Professeur, Kerroum Kamal pour ses conseils très objectifs.

Ma gratitude va ensuite à ma femme, pour sa relecture attentive et ses nombreuses corrections.

Je terminerai ces remerciements par ceux que j'adresse à ma famille pour leur soutien tout au long de ces années d'études supérieures.

## ملخص

الهدف من هذا العمل المطروح في مذكرة الدكتوراه يكرس في دراسة ونمذجة أنظمة الربط بالأرض المتعرضة لحالة عابرة لصاعقة البرق.

في البداية حددنا و ميزنا مختلف العوامل التي تؤثر على سلوك أنظمة الربط بالأرض خاصة عند بث تيار من الصاعقة للقيام بذلك نموذج كهرومغناطيسي ناتج عن نظرية الهوائيات يسمح بتمثيل سلوك أنظمة الربط بالأرض في مجال التردد.

التيار المتدفق في أنظمة الربط بالأرض يقوم ببث إشعاع كهرومغناطيسي بجوار النظام قدمنا شكلية لتحديد كمية الإشعاع الكهرومغناطيسي العابر بواسطة أنظمة الربط بالأرض.

قدمنا تقنية جديدة فعالة لتسريع حل معادلة تكامل الحقل الكهربائي.

**كلمات:** أنظمة الربط بالأرض ، طرق اللحظات' نموذج نظرية الهوائيات، نموذج يستند على معايير التقدير ، مصفوفة الموجات.

## Summary

The objective of the work exhibited in this doctoral thesis is dedicated to the study and modeling of grounding systems subjected to lightning transients.

We identify and initially characterize the different parameters that influence the behavior of earthing systems, especially when broadcast a stream of lightning. To do so, an electromagnetic model from the antenna theory allows representing the behavior of a grounding system in the frequency domain.

The current flowing in a grounding system radiated electromagnetic field in the vicinity of the system. A formalism to quantify transient electromagnetic radiation by the ground is presented. A new effective technique to speed the resolution of the electric field integral equation EFIE was presented.

**Key-words:** Grounding grid, Antenna theory model, Method of moment, Model-based parameter estimation and Wavelet matrix.

## Résumé

L'objectif du travail exposé dans cette thèse de doctorat est consacré à l'étude et la modélisation des systèmes de mise à la terre soumis à des transitoires de foudre.

Nous identifions et caractérisons tout d'abord les différents paramètres qui influencent le comportement des systèmes de mise à la terre, en particulier lorsqu'ils diffusent un courant de la foudre. Pour ce faire, un modèle électromagnétique issu sur la théorie des antennes permet de représenter le comportement d'un système de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.

Le courant qui circule dans un système de mise à la terre rayonne un champ électromagnétique dans le voisinage du système. Un formalisme pour quantifier le rayonnement électromagnétique transitoire par la prise de terre est présenté.

Une nouvelle technique efficace pour accélérer la résolution de l'équation intégrale en champ électrique EFIE a été présentée.

**Mots clés :** Grille de mise à la terre, modèle de théorie des antennes, Méthodes des moments, méthode basée sur les paramètres d'estimation, Matrice des ondelettes.

# **Sommaire**

# Sommaire

## Chapitre 1 : Introduction générale

1.1 Introduction .....	01
1.2 Objectif .....	06
1.3 Structure de thèse .....	06

## Chapitre 2 : Revue de littérature sur les systèmes de mise à la terre

2.1 Introduction.....	8
2.2 Mise à la terre du réseau de transport d'énergie .....	9
2.2.1 Systèmes des mises à la terre .....	9
2.2.2 Conception et réalisation des systèmes de mise à la terre d'un poste ...	9
2.2.2.1 Critères et contrainte à respecter .....	10
2.2.3 Configurations .....	11
2.2.3.1 Mise à la terre des postes .....	12
2.2.3.2 Mise à la terre des pylônes .....	13
2.2.3.2.1 Configurations des prises de terre des pylônes.....	13
2.3 Environnement : Sol et Fondations .....	14
2.3.1 Nature du sol .....	14
2.3.1.1 Résistivité .....	15
2.3.1.2 Permittivité .....	17
2.3.1.3 Perméabilité .....	17
2.3.2 Variation fréquentielle des paramètres électriques du sol .....	17
2.3.2.1 Phénomène d'ionisation .....	17
2.3.2.2 Evaluation de l'intensité critique du champ électrique ( $E_c$ ) .....	19
2.3.2.3 Paramètres électriques et fréquence .....	20
2.4 Méthode d'amélioration de la résistivité du sol .....	21
2.5 Mise à la terre dans le sol non homogène .....	27
2.5.1 Sol en deux couches de résistivités différentes .....	27
2.5.2 Sol en plusieurs couches de résistivités différentes .....	29
2.6 Méthodes numérique de modélisation des systèmes de mise à la terre ..	29
2.6.1 Méthode des circuits équivalents .....	32
2.6.2 Modèle des lignes de transmission (TL) .....	35
2.6.3 Approche hybride .....	37
2.6.4 Modèle électromagnétique .....	38
2.7 Conclusion .....	40

## **Chapitre 03 : Comportement fréquentiel des systèmes de mise à la terre**

<b>3.1 Introduction</b> .....	41
<b>3.2 Théorie des antennes</b> .....	42
3.2.1 L'équation intégrale en champ électrique dans le cas général .....	44
3.2.2 Approximation des antennes minces –Equation de POCKLINGTON .....	46
3.2.3 Modélisation d'une mise à la terre par la théorie des antennes .....	49
3.2.3.1 Modélisation d'une structure filaire avec pertes .....	52
3.2.3.2 Prise en compte de l'interface sol-air .....	53
<b>3.3 Résolution numérique de l'équation intégrale par la méthode des moments</b> .....	55
3.3.1 Approximation du courant dans la prise de terre .....	56
<b>3.4 Le logiciel NEC 4</b> .....	59
<b>3.5 Validation des grandeurs électriques</b> .....	60
3.5.1 Cas d'une simple électrode .....	60
3.5.1 .1 Electrode enterrée verticalement.....	60
3.5.1 .2 Electrode enterrée horizontalement .....	64
3.5.2 Cas d'une grille de mise à la terre .....	67
3.5.3 Interaction entre électrode .....	70
3.5.3.1 Deux électrodes enterrées verticalement .....	71
3.5.3.2 Deux électrodes enterrées horizontalement .....	74
<b>3.6 Conclusion</b> .....	72

## **Chapitre 04 : Rayonnement électromagnétique d'un Système de mise à la terre**

<b>4.1 Introduction</b> .....	75
<b>4.2 Arc en retour: les différents modèles existants</b> .....	76
4.2.1 Modèle de Bruce et Golde (BG) .....	76
4.2.2 Modèle : Ligne de transmission (TL) .....	77
4.2.3 Modèle : Ligne de Transmission Modifiée (MTL) .....	78
• Décroissance exponentiel (MTLE) .....	78
• Décroissance linéaire (MTLL) .....	78
4.2.4 Modèles ingénieurs .....	79
4.2.5 The travelling current Source model (TCS).....	79
4.2.5 The Diendorfer Uman model (DU) .....	79
<b>4.3 Modélisation du courant de foudre à la base du canal</b> .....	80
4.3.1 Forme analytique du courant de foudre .....	80
<b>4.4 Champs électromagnétiques rayonnés par une décharge orageuse</b> .....	82
4.4.1 Calcul du champ au dessus du sol .....	83

4.4.1.1 Equations général du champ .....	83
4.4.1.2 Cas d'un sol parfaitement conducteur .....	84
4.4.1.3 Formule de Cooray-Rubinstein .....	85
4.4.2 Calcul du champ au dessous du sol .....	86
4.4.2.1 Equations général du champ .....	86
4.4.2.2 Expressions de Cooray .....	87
<b>4.5 Évaluation des champs électromagnétiques rayonnés par un dipôle .....</b>	<b>88</b>
4.5.1 Expressions exactes pour le champ proche du sol .....	88
4.5.2 Méthodes des dipôles Hertiens .....	89
<b>4.6 Applications .....</b>	<b>90</b>
4.6.1 Courant à la base du canal et arc en retour .....	90
4.6.2 Champ électromagnétique émis par un canal de foudre .....	93
4.6.2.1 Point d'observation dans l'air .....	93
4.6.2.1.1 Cas d'un sol parfait .....	93
4.6.2.1.2 Cas d'un sol de conductivité finie .....	94
4.6.2.2 Point d'observation dans le sol .....	96
4.6.3 Calcul du rayonnement électromagnétique d'un réseau de terre .....	97
4.6.3.1 Champ électrique en un point dans l'air .....	97
4.6.3.2 Champ électrique le long d'un profil parallèle à l'interface .....	99
4.6.3.3 Champ magnétique le long d'un profil au dessus de l'interface .....	100
4.6.3.4 Champ électromagnétique rayonné par une grille de mise à la terre d'un poste THT ou HT .....	101
<b>4.7 Conclusion .....</b>	<b>105</b>

## **Chapitre 05 : Technique d'accélération de résolution de l'EFIE**

<b>5.1 Introduction .....</b>	<b>106</b>
<b>5.2 Techniques d'accélération de résolution de l'EFIE .....</b>	<b>106</b>
<b>5.3 Présentation de la technique des Ondelette .....</b>	<b>110</b>
<b>5.4 Présentation de la technique MBPE .....</b>	<b>115</b>
<b>5.5 Résultats et discussions numériques .....</b>	<b>117</b>
5.5.1 Électrode de terre Horizontal .....	118
5.5.2. Grille de mise à la terre .....	120
5.5.3. Grille de mise à la terre de grande taille .....	123
<b>5.6 Conclusion .....</b>	<b>127</b>

## **Chapitre 06 : Conclusion Générale et perspectives** 129

### **Annexes**

#### **Annexe A : Méthode des moments**

<b>A.1 Définition .....</b>	<b>A.1</b>
<b>A.2 Principe générale de la méthode des moments .....</b>	<b>A.1</b>

<b>A.3 Fonctions de base <math>f_n</math> et fonctions de test <math>w_m</math></b> .....	A.2
B.3.1 Fonctions de base .....	A.4
B.3.2 Fonctions de test .....	A.6

## **Annexe B : Expression du champ électromagnétique rayonné par un dipôle**

<b>B.1 Source élémentaire horizontale</b>	B.1
a. Source et point d'observation dans le sol	B.1
b. Source dans le sol et point d'observation dans l'air	B.3
<b>B.2 Source élémentaire verticale</b>	B.4
a. Source et point d'observation dans le sol	B.4
b. Source dans le sol et point d'observation dans l'air	B.5

## **Références bibliographiques**

# **Listes des Figures et des Tableaux**

# Listes des Figures et des Tableaux

## Les Figures

Fig.2.1 Réseau de transport et mise à la terre des pylônes et d'un poste.....	12
Fig.2.2 Mise à la terre d'un poste. ....	13
Fig.2.3 Profils de résistivité en modèle de résistance dynamique [11].....	18
Fig.2.4 Modèle simplifié de la résistance d'une électrode enterrée [11].....	19
Fig.2.5 Ajout d'une matière de faible résistivité autour de l'électrode.....	22
Fig.2.6 Prise de terre avec trous profonds [32].....	24
Fig.2.7 Réseau de terre avec des fissures de faible résistivité [33].....	25
Fig.2.8 Ajout de l'eau de la mer morte au trou du système de mise à la terre [34]..	25
Fig.2.9 Ajout de l'eau de la Mer Morte avec du charbon et de la limaille de fer dans le trou du système de mise à la terre [34].....	26
Fig.2.10 Sol en deux couches de résistivités différentes.....	27
Fig.2.11 Circuit équivalent d'une maille carrée de la grille.....	33
Fig. 2.12 Circuit équivalent du système de mise à la terre par Otero [28].....	34
Fig.2.13 Modèle des lignes de transmission.....	35
Fig.3.1 Géométrie de la distribution volumique $v(\vec{J}_v, \rho_v)$ .....	45
Fig.3.2 Conducteur filiforme dans un milieu infini et dissipatif.....	47
Fig.3.3 Antenne cylindrique dans un milieu infini.....	47
Fig.3.4 Illustration de la situation physique.....	49
Fig.3.5 Interaction entre segments [68].....	50
Fig.3.6 Système de coordonnées [68].....	54
Fig.3.7 Segmentation du système de mise à la terre [1].....	57
Fig.3.8 Electrode enterrée verticalement.....	60
Fig.3.9 Variation temporelle du courant en différents points de l'électrode.....	61
Fig.3.10 Variation temporelle de la tension en différents points de l'électrode.....	62
Fig.3.11 Impédance harmonique cas électrode verticale $Z(f)$ .....	62
Fig.3.12 Evolution de l'impédance transitoire $z(t)$ .....	63
Fig.3.13 Electrode enterrée horizontalement.....	64
Fig.3.14 Variation temporelle du courant en différents points de l'électrode.....	65
Fig.3.15 Variation temporelle de la tension en différents points de l'électrode.....	65
Fig.3.16 Evolution de l'impédance transitoire $z(t)$ .....	66
Fig.3.17 Impédance harmonique cas d'électrode verticale $Z(f)$ .....	66
Fig.3.18 Grille de mise à la terre enterrée horizontalement.....	67
Fig.3.19 Variation temporelle des courants aux différents points A, B, C et D.....	69
Fig.3.20 Variation des potentiels aux points A, B, C et D dans le domaine temporelle.....	69
Fig.3.21 Impédance harmonique d'une grille de mise à la terre $Z(f)$ .....	70
Fig.3.22 Deux électrodes enterrées verticalement.....	71
Fig.3.23 Variation du courant induit.....	71
Fig.3.24 Deux électrodes enterrées horizontalement.....	72
Fig.3.25 Variation du courant induit.....	72
Fig.4.1 Propagation d'arc en retour par le modèle de BG [89].....	77
Fig.4.2 Modèle de propagation selon la méthode TL [89].....	77
Fig.4.3 représentation du canal de foudre dans la méthode du dipôle Hertzien pour le calcul des champs électromagnétiques émis.....	84
Fig. 4.4 Géométrie pour le calcul des champs électromagnétiques rayonné par un	

canal de foudre vertical au-dessous de la surface du sol.....	86
Fig.4.5 Coordonnées de l'évaluation du champ dû à une source enterrée.....	89
Fig.4.6 Structure segmentée en dipôles.....	89
Fig. 4.7 Courant à la base du canal.....	91
Fig. 4.8 Distribution temporelle du courant de l'arc en retour le long du canal pour les différents modèles.....	92
Fig.4.9 Géométrie pour le calcul du champ électromagnétique rayonné dans l'air ....	93
Fig.4.10 Champ électrique vertical à 50 m du point d'impact.....	94
Fig.4.11 Champ magnétique azimutal à 50 m du point d'impact.....	94
Fig.4.12 Champ électrique horizontal à $r = 100 m$ et $h = 6 m$ .....	95
Fig.4.13 Champ électrique horizontal à $r = 1500 m$ et $h = 6 m$ .....	95
Fig.4.14 Géométrie pour le calcul du champ électromagnétique rayonné dans le sol.....	96
Fig.4.15 Champ électrique horizontal à $r = 100 m$ du point d'impact.....	97
Fig.4.16 Champ électrique horizontal à $r = 100 m$ du point d'impact.....	97
Fig.4.17 Configuration de base pour le calcul du champ électrique en un point.....	98
Fig.4.18 Champ électrique en un point P.....	98
Fig.4.19 Configuration de base pour le calcul du champ électrique.....	99
Fig.4.20 Composante $E_x$ du champ électrique.....	99
Fig.4.21 Variation temporelle de la composante du champ électrique $E_x$ le long du profil.....	100
Fig.4.22 Configuration de base pour le calcul du champ magnétique.....	101
Fig.4.23 Champ magnétique le long d'un profil parallèle à l'électrode.....	101
Fig.4.24 Grille de mise à la terre.....	102
Fig.4.25 Variation temporelle de la composante $E_y$ du champ électrique.....	103
Fig.4.26 Variation temporelle du champ électrique $E_t$ .....	103
Fig.4.28 Variation temporelle du champ électrique $E_t$ .....	104
Fig.4.29 Variation temporelle du champ magnétique $H_t$ .....	104
Fig.4.29 Champ électrique total pour différent instants.....	105
Fig. 5.1 Électrode de terre Horizontale.....	118
Fig. 5.2 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A du conducteur de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.....	119
Fig. 5.3 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A du conducteur de mise à la terre dans le domaine temporelle .....	119
Fig. 5.4 Grille de mise à la terre.....	120
Fig.5.5 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A de la grille de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.....	121
Fig.5.6 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B de la grille de mise à la terre dans le domaine de fréquentiel.....	121
Fig.5.7 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A de la grille de mise à la terre dans le domaine de temporelle.....	122
Fig.5.8 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B de la grille de mise à la terre dans le domaine de fréquentiel.....	122
Fig.5.9 Grille de mise à la terre de grande taille.....	124
Fig.5.10 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A du conducteur de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.....	124
Fig.5.11 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B du grille de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.....	125

Fig. 5.12 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A de la grille de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.....	125
Fig. 5.13 Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B de la grille de mise à la terre dans le domaine de fréquentiel.....	126

## Les Tableaux

Tab. 2.1 La résistivité de divers types de sol [6].....	16
Tab.3.1 Données du fichier d'entrée du code NEC 4.....	61
Tab.3.2 Données du fichier d'entrée du code NEC 4.....	64
Tab.3.3. Données du fichier d'entrée du code NEC-4 pour une grille enterrée.....	68
Tab 4.1 Paramètres des fonctions de l'Heidler correspondant au premier coup et arcs en subséquent, d'après les données expérimentales par Berger et al [105].....	81
Tab 4.2 Paramètres du courant à la base du canal, d'après Nucci et al [106].....	82
Tab.4.3 Paramètres du courant à la base du canal (fonction de Heidler).....	90
Tab.5.1 Temps d'exécutions CPU et mémoire de stockage.....	127

# **Chapitre 1**

## **Introduction générale**

# Chapitre 1

## Introduction générale

### 1.1 Introduction

Le réseau de transport d'électricité rassemble les connexions hautes et très hautes tensions (63 kV à 420 kV en Algérie) qui assurent le lien, souvent sur de longues distances, entre les centrales de production d'énergie électrique et les réseaux de distributions alimentant les consommateurs. De ce fait, c'est un maillon clé du système électrique sur lequel toute défaillance doit rester rare, puisque ses conséquences peuvent aller jusqu'au '**black-out**', c'est-à-dire la coupure de l'alimentation en électricité d'une zone géographique plus ou moins grande.

Les entreprises d'électricité consacrent des efforts constants à l'optimisation de leur réseau de transport, afin d'en améliorer la qualité de fourniture et la sûreté de fonctionnement, en contrôlant et/ou en évitant les principaux phénomènes qui pourraient conduire à l'effondrement du système électrique.

Une source potentielle d'incidents, qui, par nature, est difficile à maîtriser, est la foudre. Ce phénomène est relativement fréquent. On estime ainsi à 1 million le nombre de coups de foudre qui s'abattent chaque année sur le territoire algérien, alors que le réseau de transport d'énergie électrique subit en moyenne un peu plus de mille défauts par an imputables à la foudre.

La foudre a toujours été une cause de perturbations dans l'utilisation de l'électricité.

Mais il faut noter l'exigence assez récente et croissante de la qualité des systèmes électriques (fiabilité, continuité de service...) ainsi que le souci toujours permanent de

minimiser les coûts de production. Cela conduit à constater que la foudre est devenue un 'point dur' dans l'amélioration de la fiabilité des systèmes électriques.

C'est pour cela qu'elle fait maintenant partie des grandes préoccupations des électriciens, qu'ils soient distributeurs d'énergie, constructeurs de matériels, concepteurs ou installateurs.

Pour un ingénieur électricien, un coup de foudre peut être vu comme une impulsion de courant à front rapide (quelques  $\mu\text{s}$ ) et dont la valeur crête peut prendre une valeur comprise entre quelques kA et 200 kA. La protection contre cette perturbation et nécessitent généralement un système de mise à la terre pour l'écoulement rapide des courants de défauts dans le sol. Ce dernier joue un rôle essentiel dans la protection des individus contre les accidents électriques et l'assurance du fonctionnement adéquat des installations électriques.

Elle consiste à relier les masses ou le neutre de l'installation à une prise de terre par l'intermédiaire d'un ou plusieurs conducteurs de terre, qui sert à évacuer les courants permanents et aux courants de défaut vers la terre. Cette fonction exige un dimensionnement bien approprié d'un système de mise à la terre.

Cependant, même dans un bon fonctionnement de l'installation de mise à la terre, le passage du courant de foudre dans cette installation métallique est à l'origine d'un rayonnement électromagnétique qui peut devenir très importante avec la taille des boucles de courants (taille des mailles d'une grille de mise à la terre).

Malheureusement, les installations de contrôle-commande des postes, nécessaire au système de télé conduite, sont soumises à des perturbations électriques provenant soit

des circuits à haute tension, soit de l'appareillage de contrôle-commande lui-même, soit des sources de rayonnement électromagnétique.

Les perturbations électromagnétiques, pénètrent dans les équipements bas niveaux des installations de contrôle-commande par action directe des champs électrique et magnétique et des rayonnements électromagnétiques, génèrent par diaphonie des perturbations conduites qui se propagent en mode commun et/ou différentiel.

Le problème de rayonnement électromagnétique d'un système de mises à la terre, indispensables dans les postes, qui écoulent généralement des courants de très fortes intensités au cours des périodes de perturbations comme le court-circuit et la décharge orageuse. Ce rayonnement électromagnétique peut constituer un sérieux danger pour les équipements de bas niveaux du dispositif de contrôle-commande si des mesures de protection appropriées ne sont pas prises.

Le domaine de la compatibilité électromagnétique (CEM) étudie le bon fonctionnement d'un appareil ou d'un système électrique ou électronique, dans un environnement électromagnétique mais vérifie également que celui-ci ne produira pas lui-même des perturbations électromagnétiques intolérables pour son environnement. Il convient donc de limiter le niveau des émissions non désirées provenant de l'appareil mais également de vérifier que cet appareil est suffisamment immunisé contre les perturbations extérieures quelles que soient leurs origines.

Afin d'étudier ces phénomènes électromagnétiques, de nombreuses études théoriques et campagnes expérimentales ont été toujours menées. Cependant, devant le coût de certaines expérimentations et la complexité de certains cas, les simulations numériques ont pris une place de plus en plus importante lors des dernières décennies. Ceci est

également dû en grande partie à l'amélioration constante des calculateurs informatiques, des modèles utilisés et des méthodes de résolution des équations de Maxwell qui permettent aux simulations numériques de s'approcher toujours plus près de la réalité. Ainsi, la modélisation et l'étude de problèmes complexes sont désormais possible via la simulation numérique.

De nombreux simulateurs en électromagnétisme basés sur des méthodes numériques qui résolvent les équations de Maxwell sous leurs formes dérivées (Flux3D, Flux, Vector Field, ...) ou sous formes intégrales (NEC, FEKO, ...) sont commercialisés pour certains depuis plus de deux décennies. Ces méthodes sont appliquées sur des formulations différentes, généralement fréquentiel, et possèdent toutes leurs avantages et leurs inconvénients.

Cependant, il est bien connu que la résolution numérique des équations de Maxwell est peu adaptée au traitement de dispositifs électromagnétiques d'importantes dimensions et particulièrement à frontières ouvertes. Les temps de calcul trop excessif et l'instabilité numérique sont les deux inconvénients rencontrés lors de la modélisation de ce genre de dispositifs.

Dans ce travail de thèse de doctorat, notre intérêt est porté sur la réponse transitoire d'une grille de mise à la terre excitée par une décharge orageuse (foudre). Ce sujet à déjà fait l'objet de plusieurs travaux publiés consacrés majoritairement à l'analyse de l'augmentation du potentiel de la terre ainsi qu'à la variation de l'impédance transitoire de la mise à la terre (la résolution numérique d'une équation intégrale est souvent utilisée).

Les méthodes numériques sont devenues incontournables pour l'analyse du comportement transitoire des systèmes des prises de terre et la résolution des équations de Maxwell.

Dans de nombreuses applications (calcul du courant, champ électromagnétique et impédance transitoire) les quantités électromagnétiques doivent être déterminées sur une large bande de fréquences et le système linéaire doit être résolu pour chaque fréquence d'intérêt. Ceci entraîne un coût de calcul important.

Dans le but de réduire les temps de calcul tout en réalisant une modélisation permettant d'accéder à l'ensemble des grandeurs (champ électromagnétique rayonné, répartition des potentiels et des courants transitoires) nécessaires à l'analyse CEM (écoulement rapide des courants de défauts et émission électromagnétique dans le poste) du comportement transitoire d'une grille de mise à la terre, nous proposons une approche réaliste utilisant la technique des ondelettes et la méthode basée sur les paramètres d'estimations (MBPE). Cette approche à deux étapes dans le domaine fréquentiel. Elle sert à accélérer l'analyse du comportement transitoire d'un système de mise à la terre par la méthode du moment (MoM).

Dans un premier temps, en basant sur un processus de réduction des coefficients différentiels d'ordre élevés des éléments de la matrice d'impédance. La matrice transformée en ondelettes (WMT) est utilisée pour obtenir une équation de matrice d'impédance creuse dans le domaine des ondelettes, qui est résolu sur une large bande de fréquence. Dans la deuxième étape, en basant sur une technique qui cherche à réduire le nombre de points de calcul dans le domaine fréquentiel nécessaires pour l'évaluation de la distribution spatio-temporelle du courant.

## 1.2 Objectif

Les objectifs de ce travail sont :

1. De calculer des différents paramètres des systèmes de mise à la terre courants, tensions et impédances transitoire.
2. De calculer le champ électromagnétique produit par l'arc en retour, en se basant sur des modèles d'ingénieur.
3. De quantifier le rayonnement électromagnétique transitoire par un système de mise à la terre, en se basant sur la méthode des dipôles.
4. De développer une nouvelle technique efficace pour l'accélération de la résolution de l'équation intégrale en champ électrique EFIE.

## 1.3 Structure de thèse

Le présent travail comporte six chapitres.

Le deuxième chapitre aborde un bref rappel des notions théoriques les plus rencontrées dans la littérature. A cet effet, une première partie de ce chapitre est dédiée à la définition de la mise à la terre des différents éléments du réseau de transport d'énergie. Nous identifierons les paramètres qui peuvent influencer le comportement d'un tel système, en particulier la nature du sol environnant, et des fondations de la structure. Un bref examen des méthodes numériques disponibles pour l'analyse de la grille de mise à la terre sera présenté.

Le troisième chapitre présentera une méthode qui permet de construire une représentation d'un système de mise à la terre dans le domaine fréquentiel. Cette méthode s'appuie sur le modèle électromagnétique proposé par Grcev. On définira donc

les bases théoriques de ce modèle ainsi que ses limites, et on s'attachera à le valider pour des configurations de mise à la terre proches de celles qui équipent le réseau de transport d'énergie électrique. Les résultats obtenus par le présent travail sont comparées avec ceux obtenus en utilisant le logiciel NEC-4.

Dans le quatrième chapitre, après une brève comparaison des différents modèles d'arcs en retours disponibles dans la littérature, nous rappellerons dans un premier temps les différentes formulations analytiques temporelles et fréquentielles du champ électromagnétique associées à ces modèles. D'autre part on donnera les équations qui décrivent le rayonnement électromagnétique d'un système de mise à la terre.

Dans le cinquième chapitre nous présenterons un état d'art des méthodes d'accélération de la résolution de l'équation intégrale en champ électrique EFIE. Par la suite nous exposerons une nouvelle approche en se basant sur la technique des ondelettes combinée avec une méthode basée sur les paramètres d'estimation.

Enfin, le dernier chapitre constituera une conclusion générale sur le travail présenté et traitera des perspectives futures et des améliorations qui pourraient y être apportées.

# **Chapitre 2**

## **Revue de littérature sur les systèmes de mise à la terre**

# Chapitre 2

## Revue de littérature sur les systèmes de mise à la terre

### 2.1 Introduction

Un système de mise à la terre des lignes de transmission ou de distribution des réseaux d'énergies sont importants pour la sécurité du système et la sécurité des personnels dans et autour des structures associées aux installations électriques.

La foudre, par exemple, peut affecter les systèmes électriques en écoulant de courants transitoires qui nécessitent la dissipation à la terre d'une manière contrôlée. Ainsi, un système de mise à la terre correctement conçu capable de dissiper des courants importants en toute sécurité à la terre est nécessaire, quel que soit le type de défaut enregistrés, de telles mesures de sécurité doivent minimiser les dommages à l'équipement de système d'alimentation électrique et de protéger les êtres humains contre le mal. Le principal facteur qui détermine l'efficacité de ces systèmes est la résistivité du sol environnant.

Dans ce chapitre nous identifierons les paramètres qui peuvent influencer le comportement d'un tel système, en particulier la nature du sol environnant, et des fondations de la structure.

Enfin, nous conclurons par un bref examen des méthodes disponibles pour l'analyse du comportement transitoire des systèmes de mise à la terre.

## **2.2 Mise à la terre du réseau de transport d'énergie**

Une mise à la terre d'un réseau de transport d'énergie est une exigence pour détourner les courants indésirables et potentiellement dangereux de toutes les parties métalliques exposées, telles que châssis d'équipement (pylône, poste, portique....) à des fins de protection des personnes et afin d'éviter tout endommagement potentiel de l'équipement.

Comme les courants utilisent toujours le chemin à l'impédance la plus basse, un conducteur doté d'une impédance faible peut être utilisé pour connecter tous les composants à un système de mise à la terre.

### **2.2.1 Système de mise à la terre**

Un système de mise à la terre est défini comme 'une connexion conductrice intentionnelle ou non intentionnelle entre un circuit électrique ou un équipement doté d'une terre et un corps conducteur servant de terre'. Il constitue en outre un moyen de dérivation efficace des courants de défaut, des coups de foudre, des décharges électriques, des perturbations électromagnétiques et des interférences hautes fréquence. Cette protection a pour objectif d'assurer à l'utilisateur une mise à la terre garantissant toute sécurité à la l'intérieur de l'installation.

### **2.2.2 Conception et réalisation des systèmes de mise à la terre d'un poste**

Les dispositions constructives des systèmes de mise à la terre doivent être appropriées à l'environnement de l'ouvrage et ceci pour garantir la sécurité des personnes et des biens et limiter le nombre de défauts dus aux amorçages en retour.

Les systèmes de mise à la terre peut être assurée soit par la nature même des matériaux constituant la fondation (par exemple : pieu battu lisse), soit par des aménagements appropriés (boucle de terre, piquet de terre...). Une liaison équipotentielle doit être réalisée entre la mise à la terre, les pieux et la virole ou l'armature métallique noyée dans le béton armé.

Plus généralement, et quelle que soit la configuration de la fondation d'un système de mise à la terre, il est nécessaire d'interconnecter tous les éléments métalliques enterrés.

D'autre part, les prises de terre doivent être dimensionnées, vis-à-vis de l'échauffement, de manière à éviter la diminution de leur résistance mécanique et la détérioration des matériaux environnants. La taille du conducteur doit être déterminée à partir des valeurs de courants de défaut de la ligne en tenant compte de la structure du réseau à long terme. Les électrodes, étant en contact direct avec le sol, celles-ci doivent être constituées de matériaux capables de supporter la corrosion (attaque chimique ou biologique, oxydation, électrolyse,...) et les contraintes mécaniques. Ainsi, pour des sols à teneur élevée en chlorure, il y aura lieu d'utiliser des conducteurs en acier inoxydable spéciaux adaptés aux caractéristiques du sol.

### **2.2.2.1 Critères et contrainte à respecter**

La conception des installations d'un système de mise à la terre doit répondre à 5 exigences :

- ✓ résisté aux contraintes mécaniques et à la corrosion,
- ✓ supporter, d'un point de vue thermique, le courant de défaut le plus élevé calculé,

- ✓ limiter les perturbations apportées aux installations électriques,
- ✓ assurer la sécurité des personnes vis-à-vis des tensions apparaissant sur l'installation de mise à la terre lors du défaut à la terre,
- ✓ assurer la fiabilité de la ligne vis-à-vis de la foudre.

Les paramètres à prendre en compte au départ pour le dimensionnement des installations des systèmes de mise à la terre sont :

- ✓ les caractéristiques du sol,
- ✓ la valeur du courant de défaut,
- ✓ la durée du défaut,
- ✓ la distance vis-à-vis des ouvrages tiers ou des personnes.

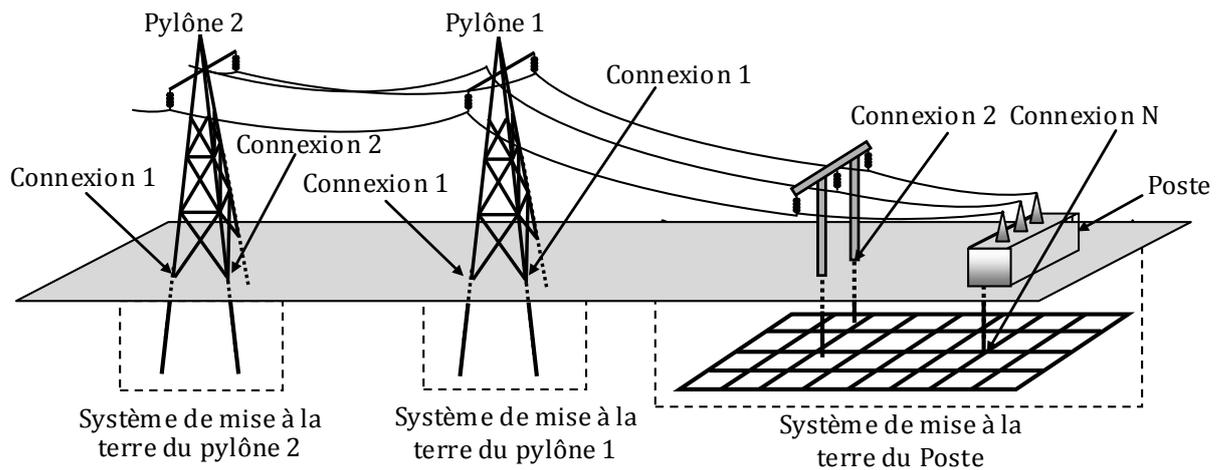
Le facteur coût de réalisation sera également intégré au cours de l'étude pour comparer différentes solutions possibles.

### **2.2.3 Configurations**

La configuration d'un système de mise à la terre dépend de la nature de la structure connectée et de l'environnement.

Un système de mise à la terre peut être composé d'un ou plusieurs sous-systèmes qui ne sont pas nécessairement connectés directement mais sont mutuellement influencés par couplage électromagnétique. On représente ainsi en Fig.2.1 le cas d'un réseau de transport. Chaque système de mise à la terre est relié en un ou plusieurs points de connexion au réseau électrique.

Pour des systèmes de mise à la terre de faible étendue, comme c'est le cas pour les pylônes, on pourra parler de 'prise de terre' [1].



**Fig. 2.1.** Réseau de transport et mise à la terre des pylônes et d'un poste.

### 2.2.3.1 Mise à la terre des postes

La mise à la terre des postes de transformation est cruciale, tout d'abord parce qu'ils constituent chacun un point clé du réseau sur lequel les incidents doivent rester exceptionnels, et ensuite parce qu'ils sont munis d'équipements onéreux et fréquentés par des opérateurs dont il faut assurer la sécurité.

Une mise à la terre de poste classique est constituée d'une grille dont les dimensions (L et H sur la Fig.2.2) approchent la centaine de mètres et dont le maillage est resserré autour des installations [1].

De nombreux éléments du poste sont connectés à la grille de mise à la terre (portiques, transformateurs, bâtiments ...). Par exemple, sur la Fig.2.2, le poste dispose de  $N$  points de connexion avec le reste du réseau. Cette configuration de type 'grille' permet de limiter les tensions de pas (liées au gradient de potentiel au sol) en maîtrisant la décroissance de potentiel autour de la structure (en 50Hz) et d'obtenir une valeur de résistance de terre  $R$  inférieure à  $1 \Omega$  [1].

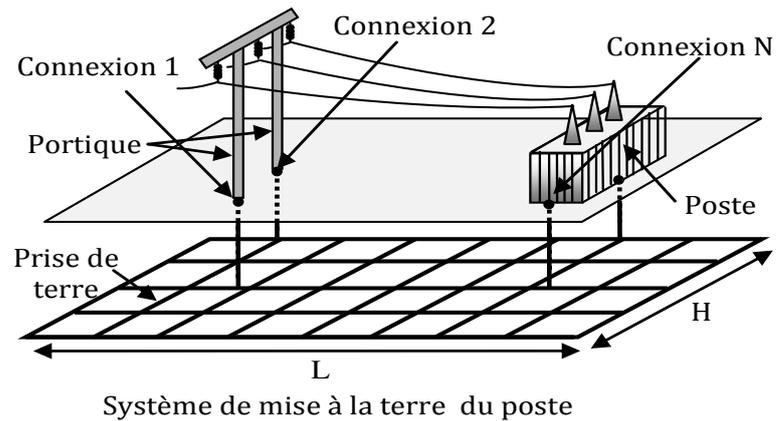


Fig.2.2. Mise à la terre d'un poste.

### 2.2.3.2 Mise à la terre des pylônes

Les pylônes des lignes de transport d'énergie sont reliés à des prises de terre conçues avec grande précaution afin de leur assurer une faible résistance [2].

#### 2.2.3.2.1 Configurations des prises de terre des pylônes

La prise de terre d'un pylône est dimensionnée en fonction du type de ses fondations et de la valeur de la résistivité du sol, pour obtenir une résistance de terre  $R$  à 50 Hz inférieure à  $10 \Omega$  pour les niveaux de tension HT 220 kV.

Ces valeurs ont été choisies de manière à limiter le nombre de défaillances des ouvrages HT par amorçage en retour à un niveau globalement acceptable sur le réseau et à permettre un fonctionnement correct des protections de distance (détection des défauts).

En pratique, la résistivité du sol est mesurée avant la mise en place des pylônes. Si sa valeur est trop élevée pour permettre d'obtenir avec les boucles une résistance de terre inférieure à  $10 \Omega$ , la prise de terre est complétée par des conducteurs enterrés horizontalement (antennes) ou verticalement (pieux).

## 2.3 Environnement : Sol et Fondations

Le comportement d'un système de mise à la terre dépend beaucoup des caractéristiques électriques de son environnement immédiat, c'est-à-dire du sol et des fondations.

### 2.3.1 Nature du sol

La nature des sols du territoire algérien est très variée. Elle dépend de la position géographique. Pour connaître précisément de façon locale la topologie d'un terrain et la nature des différentes couches, on effectue des 'forages'. Pratiquement c'est difficile d'exploiter dans le domaine qui nous intéresse. Il existe de nombreux types de sol et les caractéristiques électriques correspondantes ne sont pas évidentes à déterminer.

De plus, pour des raisons financières, il n'est pas raisonnable d'envisager de réaliser un forage avant chaque installation d'un pylône ou poste. Pour le dimensionnement d'un système de mise à la terre, on se contente donc en pratique de mesurer localement les paramètres électriques du sol.

Le comportement électrique du sol est caractérisé par les trois grandeurs suivantes :

- ✓ sa résistivité ;
- ✓ sa permittivité ;
- ✓ sa perméabilité.

#### 2.3.1.1 Résistivité

Les propriétés de conduction de sol sont importantes, en particulier sa résistivité spécifique qui est l'un des principaux facteurs qui déterminent la résistance d'une électrode de terre. La résistivité électrique du sol, notée  $\rho$ , dépend de la densité de

porteurs libres (ions) et est donc très étroitement liée à plusieurs facteurs [3, 4]. Ces principaux facteurs sont:

- ✓ Le type du sol (par exemple : l'argile, limon, grès et de granit) : la compaction du sol aura une incidence sur la résistivité car un sol meuble est moins conducteur par rapport à un sol compacté avec le même contenu [5].
- ✓ La dimension des grains.
- ✓ La porosité.
- ✓ Le pourcentage d'eau contenu dans le sol : L'augmentation de l'humidité relative du sol de quelques pour cents à quelques dizaines de pour cents amène une réduction de la résistivité par un facteur de dix.
- ✓ Le pourcentage d'acide et de bases : la présence de produits chimiques, est également importante d'un point de vue corrosif, ils peuvent augmenter la corrosion de l'électrode métallique [6].
- ✓ La température : une augmentation de la température à 100° C cause l'évaporation de l'eau du sol et ainsi une diminution de la résistivité du sol. Par contre une diminution de la température au-dessous de 0°C, comme le cas des régions froides, la conductivité du sol diminue et ainsi un accroissement rapide de la résistivité se produit.

En général, plus le sol n'est humide et mieux il conduira l'électricité [7]. Un autre facteur dont il faudra tenir compte est la caractéristique de l'électrode de mise à la terre : la matière, la forme, la profondeur dans le sol, le nombre d'électrodes, la structure, ...

Un tableau récapitulatif des valeurs de résistivité mesurées en 50 Hz pour les principaux sols est illustré au tab.2.1.

Type de sol	Résistivité $\rho$ ( $\Omega.m$ )	
	Plage de valeurs	Valeur moyenne
Argile, sol tourbeux, sol organique, sol végétal, humus, sol marécageux	2 à 200	40
Argile sablonneuse. argile poussiéreuse, sol blanc, marne sablonneuse	30 à 260	100
Sable argileux et poussiéreux, sol blanc composé d'argile sablonneuse	50 à 600	200
Sable. gravier. sol blanc composé de sable et de gravier	50 à 3000	400
Sable et gravier sec au-dessous de 3 m de profondeur	50 à 50 000	1000
Sol pierreux	100 à 8000	2000
Sol rocheux	1000 à 20 000	10 000
béton : 1 part de ciment + 3 de sable	50 à 300	150
1 part de ciment + 5 parts de gravier	100 à 8 000	400

**Tab. 2.1** La résistivité de divers types de sol [6].

### 2.3.1.2 Permittivité

La permittivité d'un matériau, notée  $\epsilon$ , caractérise son comportement diélectrique. Elle est en fonction de la permittivité propre des différents composants du sol et de leur proportion.

### 2.3.1.3 Perméabilité

On considère que le sol est constitué de matériaux amagnétiques (ce qui se vérifie toujours en pratique, sauf dans le cas de quelques roches riches en oxyde de fer comme

la magnétite). Sa perméabilité relative  $\mu$  est donc égale à 1 et nous ne considérerons plus ce paramètre dans la suite.

## 2.3.2 Variation fréquentielle des paramètres électriques du sol

### 2.3.2.1 Phénomène d'ionisation

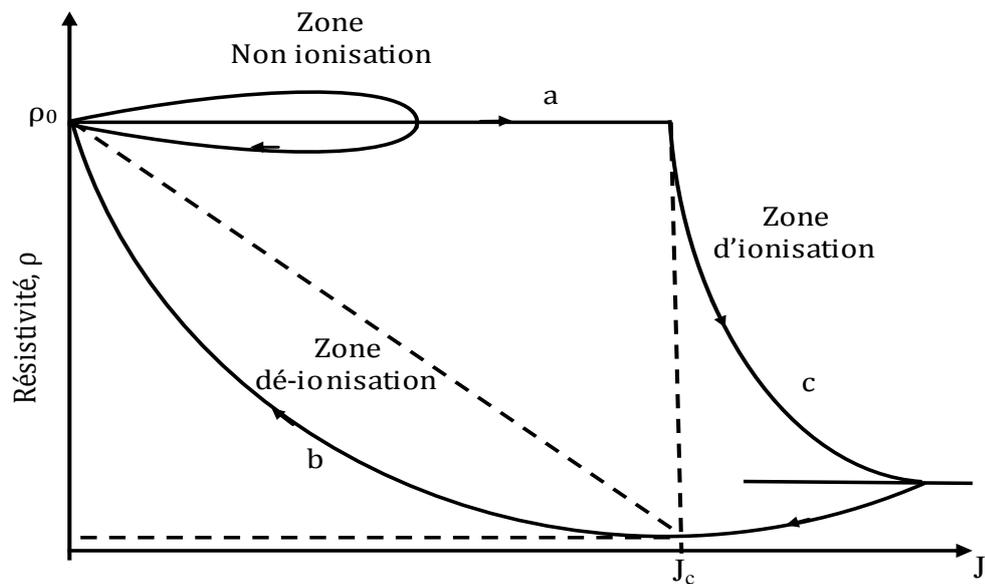
Dans la plupart des publications, l'initiation du processus de dégradation du sol est considérée principalement en raison de considérations électriques. Ce processus commence lorsque l'amplitude du champ électrique dans le vide entre les grains du sol devient suffisamment élevée pour ioniser l'air dans le vide [8-10].

Snowden et al [8] ont réalisé des essais de plaque parallèle AC pour mesurer le constant diélectrique relatif pour les sols humides et secs. Il a été constaté que, à 50 Hz, la constante diélectrique relative du sol avec une teneur en eau de 4% est supérieur à celui du sol sec et dépend de la fréquence.

Flanagan et al [9] ont réalisé une série de tests sur des échantillons de sable très fin, dans d'une chambre cylindrique. Ils ont utilisé des sources d'impulsion allant jusqu'à 100 kV avec un temps de montée de 17 ns. Il a été observé que lorsque l'échantillon a été immergé dans l'hexafluorure de soufre (SF<sub>6</sub>), la valeur du champ de claquage est de l'ordre de 2.5 fois plus élevé que dans l'air atmosphérique. Par contre dans un sol sec la valeur du champ de claquage est de l'ordre de 2.5 fois plus grandes que pour un sol avec une teneur en humidité de 4,5%.

Les deux chercheurs Liew et Darveniza [11] ont proposé un modèle dynamique des caractéristiques d'impulsion de terre pour expliquer le comportement de l'électrode de terre soumis à une forte impulsion de courant. Le modèle, composé de trois zones "non-ionisation, ionisation et zones dé-ionisation". La zone de non-ionisation

représente un état de résistivité constante avec l'augmentation de la densité de courant, la zone d'ionisation représente la situation lorsque le courant dépasse la densité de courant critique, où la rupture se produit vers le bas en même temps que la résistivité décroît de façon exponentielle et la zone dé-ionisation correspond à l'augmentation de la résistivité du sol vers sa valeur à l'état stable de façon exponentielle comme illustré dans la Fig.2.3.



**Fig.2.3** Profils de résistivité en modèle de résistance dynamique [11].

Un modèle en couches constituée des couches élémentaire a été utilisé pour simuler les trois zones pour une électrode, comme le montre la Fig. 2.4. Dans ce modèle, les paramètres de la résistivité du sol non-linéaire sont représentés en fonction du temps et le rayon de l'électrode.

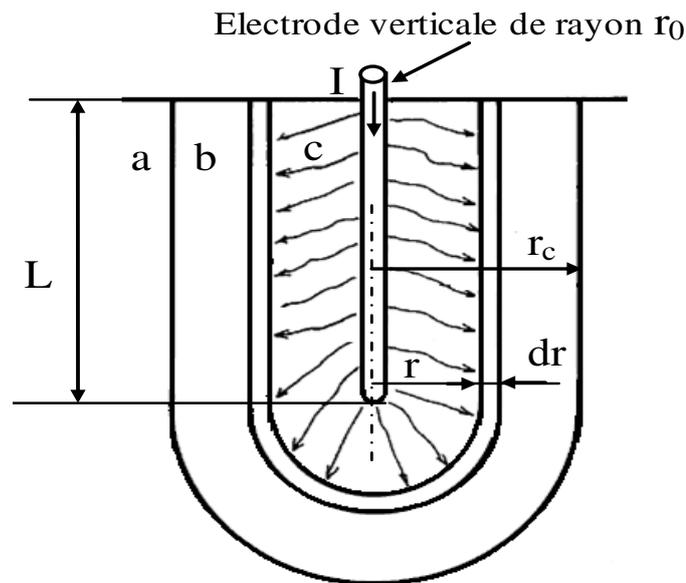


Fig. 2.4 Modèle simplifié de la résistance d'une électrode enterrée [11].

### 2.3.2.2 Evaluation de l'intensité critique du champ électrique ( $E_c$ )

Un paramètre clé dans la représentation du seuil d'ionisation dans le sol est l'intensité critique du champ électrique  $E_c$ . Il est le produit de la résistivité du sol mesurée ( $\rho$ ) et la densité de courant ( $J$ ) à la surface de l'électrode où la distribution du courant uniforme, donnée par cette relation  $E_c = \rho J$ .

Un grand nombre d'études [11-18] ont été menées pour déterminer la valeur limite  $E_c$  du champ électrique dans le sol au-delà de laquelle il y a ionisation. Ces études ont donné des valeurs de l'ordre de 1,3 à 18,5 kV/cm.  $E_c$  est généralement considérée comme l'amplitude à l'instant où la caractéristique électrique  $I = f(V)$  commence à devenir non linéaire.

Berger [13] a effectué un essai de choc sur des électrodes sphériques dans plusieurs types de sol, l'intensité du champ critique a été jugée dans une plage de 2,5 à 3 kV/cm.

D'autres expériences ont été menées par Petropoulos [14] sur des électrodes hémisphériques, de 5 et 3 cm de diamètre ont été placés dans un récipient en cuivre

hémisphérique, de rayon 30 cm, remplis de terre et tamisé avec des grains de diamètre maximum de 2 mm, la teneur en eau était de 5,9% et la résistivité était de 132  $\Omega\text{m}$ . Dans ce cas, le champ électrique critique était 8.3kV/cm.

Des expériences de laboratoire de test de haute tension ont été réalisées afin de déterminer la valeur critique du champ électrique dans le sol par Srisakot et al. [19]. La cellule de test se compose d'un récipient hémisphérique rempli de grain du sol moyen de différents teneurs en eau du sol et l'électrode hémisphérique actif placé au milieu. Le champ électrique critique était 5.6kV/cm. Cette valeur critique a été prise lors du deuxième pic de courant a commencé de se produire. Ce pic est dû à l'ionisation du sol.

### 2.3.2.3 Paramètres électriques et fréquence

Dans les études consultées, dont l'ouvrage de référence de Sunde [20], on considère que les paramètres électriques du sol sont constants pour les fréquences qui nous concernent (de 0 Hz à quelques Méga Hertz). Seuls les auteurs qui s'intéressent à des fréquences de l'ordre du giga Hertz s'accordent à noter une variation significative des paramètres électriques du sol avec la fréquence [21].

En marge de cette remarque, en [22] une étude qui tend à prouver que  $\rho$  et  $\varepsilon$  varient sur [0Hz; 1MHz]. D'après cet auteur, ces paramètres augmentent avec la fréquence  $f$  suivant une loi de la forme:

$$\rho = \frac{1}{(\alpha_1 + \alpha_2 \omega^{\alpha_3})} \quad \omega \varepsilon = \alpha_4 \omega^{\alpha_3} \quad (2.1)$$

Avec :  $\omega = 2\pi f$

Les constantes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , et  $\alpha_4$  sont obtenues dans [22] à partir de mesures.

## 2.4 Méthode d'amélioration de la résistivité du sol

La résistivité naturelle de certains sols est parfois si élevée qu'il est presque impossible d'obtenir une résistance satisfaisante avec les prises de terre.

Pour réduire cette résistance, le sol peut être traité chimiquement par l'addition de certains éléments tels que le sulfate de magnésium, le sulfate de cuivre, le charbon, le sel, le chlorure de sodium, le chlorure de calcium, la limaille de fer, enrobage de béton et ainsi de suite. Divers autres additifs, y compris un mélange d'eau et de graphite, ont également été essayés. La réduction de la résistance de terre et le choix ultime dépendent du coût, de la disponibilité et de la résistance à la corrosion.

### *Remarque :*

La norme CEI 62305-3 [23] recommande les matériaux à utiliser comme électrode de mise à la terre et les risques de corrosion en présence d'autres matériaux dans le sol, pour les mises à la terre d'autres produits sont disponibles sur le marché pour ce faire. Dans tous les cas, il faut éviter une solution tendant à réduire les performances de la mise à la terre avec le temps.

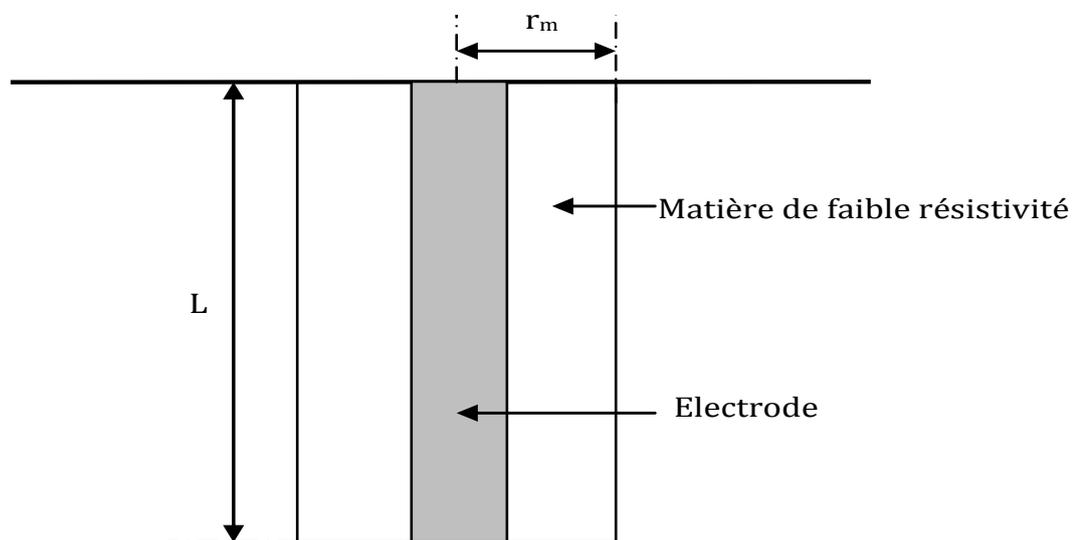
Le principal désavantage de la plupart des traitements chimiques est qu'ils attaquent et corrodent la plupart des métaux. Il permet d'accroître les dimensions apparentes de la prise de terre métallique elle-même et il entraîne une forte réduction de la résistance à la terre, souvent d'au moins 15 – 90%. Le sulfate de magnésium et le graphite n'ont presque pas d'effets corrosifs, mais d'autres additifs accélèrent généralement l'usure des prises de terre. Un autre désavantage consiste dans la plupart des traitements chimiques dissipés et transportés au loin par le drainage naturel dans le sol, le taux de

cette dissipation dépendant du type et de la porosité du sol, ainsi que des précipitations.

La durée utile de ce traitement chimique peut varier entre 2 et 5 années ou plus.

Des nombreuses solutions existent mais il nous faudra choisir celles qui minimisent le coût des installations, tout en respectant les normes. Dans les paragraphes qui suivent, nous allons énumérer ces différents moyens et évaluer l'impact de l'amélioration des résistivités des mises à la terre qu'ils permettent.

Plusieurs chercheurs [24-28] proposent une technique permet d'entourer l'électrode de terre d'une couche de matière peu résistive (Fig.2.5).



**Fig.2.5** Ajout d'une matière de faible résistivité autour de l'électrode.

Cette matière ne devra pas causer une corrosion aux piquets métalliques (qui sont souvent en cuivre ou en acier inoxydable). Plusieurs produits de faible résistivité sont utilisés (la bentonite par exemple). La matière qui conviendrait et coûte moins cher dans les régions tropicales est le charbon de bois.

La réduction de résistance justifie l'intérêt de bentonite. Fagan et Lee [29] ont développé la relation analytique (2.2) pour évaluer la résistance d'une électrode verticale.

$$R_m = \frac{1}{2\pi l} \left\{ \rho_m \left[ \ln \left( \frac{r_m}{r} \right) \right] + \rho \left[ \ln \left( \frac{4l}{r_m} \right) - 1 \right] \right\} \quad (2.2)$$

où  $l$  est la longueur du piquet,  $\rho$  la résistivité du sol,  $\rho_m$  est la résistivité de la matière autour de l'électrode,  $r$  le rayon de l'électrode et  $r_m$  le rayon de la matière autour de l'électrode.

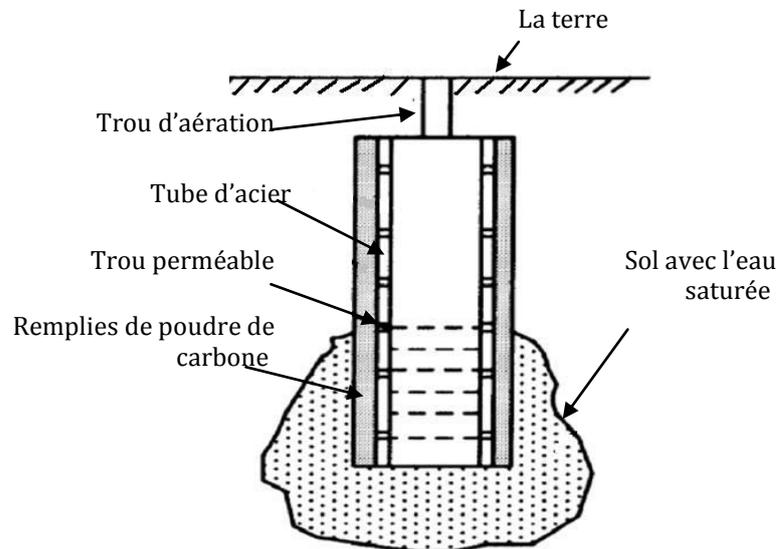
La résistivité électrique du charbon de bois a été évaluée avec des résultats dans plusieurs références.

Lev Weiner [30] indique que les mesures effectuées sur un échantillon de la poudre de charbon de bois avaient donné une résistivité assez faible de quelques ohmmètres, dépendant de l'espèce du bois utilisée pour fabriquer le charbon de bois. Il est donc intéressant de faire usage de la poudre de charbon de bois autour des piquets de terre car la résistivité diminue avec la diminution de la taille des grains.

S.Keith [31] propose une méthode de réduire la résistivité du sol et d'augmenter la teneur en humidité du sol (augmentation de la teneur en humidité de 5 à 10% abaisse la résistivité de façon significative). Une autre façon d'abaisser la résistivité est de traiter le sol avec le sel infiltré dans le sol (sulfate de cuivre, le magnésium le sulfate ou chlorure de sodium) [31]. Cette méthode est plus durable et plus pratique que la précédente car elle implique beaucoup moins de travaux d'entretien.

Jinliang He et GangYu [32] ont proposé une technique basée sur les trous profonds dans le sol Fig.2.6. Cette nouvelle technique a été appliquée dans les zones où la terre contient beaucoup d'eaux souterraines. Le puits de sol est formé par un tube métallique avec des ouvertures latérales qui permettent la pénétration d'eau souterraine, qui a la capacité de recueillir l'eau et de mouiller l'environnement au tour de sol. Le principe

des trous profonds est pour diminuer la résistivité de la région du sol entourant la mise à la terre, les eaux souterraines se déplacent sur le sol profond sous pression, et donc de diminuer la résistance de mise à la terre. Cette technique a été appliquée à un système de mise à la terre et un bon effet a été obtenu.



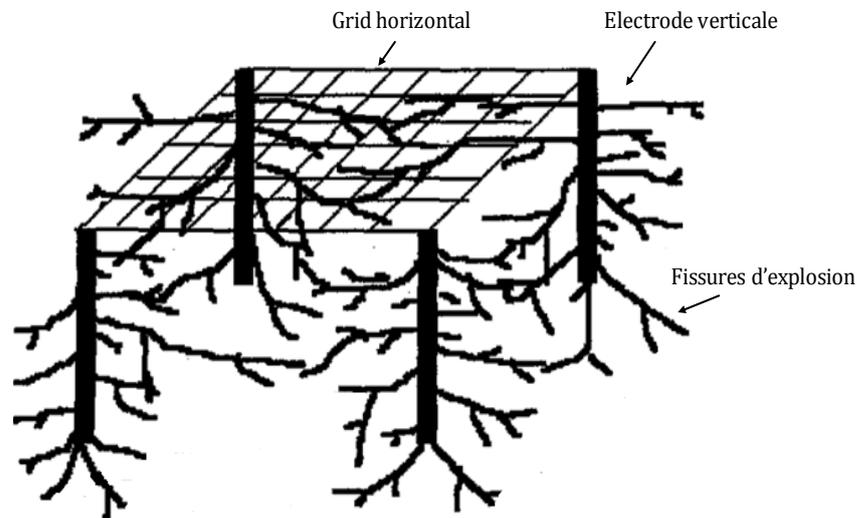
**Fig.2.6** Prise de terre avec trous profonds [32].

Les chercheurs Qingbo Meng, Jinliang He et F. P. Dawalibi [33] ont développé la méthode d'explosion pour le cas des mises à la terre dans les régions du sol à très haute résistivité. Cette méthode nécessite trois étapes:

- ✓ forer des trous profonds dans la terre dans les coins de la région de la mise à la terre.
- ✓ faire des nombreuses fissures dans le sol à l'aide des explosifs (par exemple les dynamites) dans les trous;
- ✓ remplir les trous par des matériaux de faible résistivité (matériaux d'amélioration de la mise à la terre) sous pression.

Ainsi, une structure en arbre d'un matériau à faible résistivité est formée sous la région de mise à la terre. Dans la phase finale, la partie supérieure des arbres sont connectés à

la grille de mise à la terre. La structure résultante des électrodes en forme d'arbre est donnée à la Fig.2.7.



**Fig.2.7** Réseau de terre avec des fissures de faible résistivité [33].

Les éléments de traitement chimique du sol sont coûteux et l'amélioration obtenue par addition de ces éléments n'est pas particulièrement important lorsque la profondeur de l'électrode est faible. Par conséquent, E.Yousif et A.Salim [34] ont proposé une méthode qui utilise l'eau de la mer morte à la place de ces éléments. Dans cette approche, l'eau de la mer morte est ajoutée dans un trou autour de l'électrode à une distance n'excédant pas 10 cm jusqu'à un niveau de 30 cm de la surface du sol (Fig. 2.8).



**Fig.2.8** Ajout de l'eau de la mer morte au trou du système de mise à la terre [34].

Pour réduire encore la résistance de terre, ils ajoutent l'eau de la mer morte avec du charbon et de la limaille de fer comme le montre la Fig.2.9. Le charbon et la limaille de fer ne sont pas chers et en plus sont disponibles. Ainsi, l'eau de la mer morte doit être renouvelée tous les deux ans en fonction de la porosité du sol et de la quantité de pluie.



**Fig.2.9** Ajout de l'eau de la Mer Morte avec du charbon et de la limaille de fer dans le trou du système de mise à la terre [34].

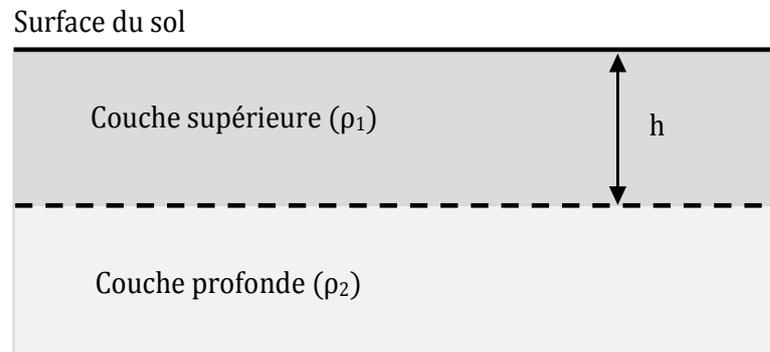
## 2.5 Mise à la terre dans le sol non homogène

En pratique, la résistivité du sol n'est pas homogène, le sol est constitué de plusieurs couches de résistivités différentes. Ce paragraphe a pour but de donner la modélisation des sols en couches dans le but d'évaluer la résistance et les autres paramètres des mises à la terre.

En général, les modèles du sol uniforme et à deux couches de résistivités différentes, sont les plus utilisés [35-38], mais pour plus de précision dans les calculs des mises à la terre, il est judicieux d'adopter le modèle de sol à plusieurs couches de résistivités différentes.

### 2.5.1. Sol en deux couches de résistivités différentes

La modélisation du sol en deux couches de résistivités différentes est la plus utilisée dans les calculs de mise à la terre.



**Fig. 2.10** Sol en deux couches de résistivités différentes.

Depuis plusieurs dizaines d'années, des formules simples ont été développées pour calculer la résistance d'une mise à la terre en modélisant le sol en deux couches. Tagg [3] établira une relation de la résistivité apparente du sol, donnée par la relation suivante :

$$\rho(a) = \rho_1 \left( 1 + 4 \sum \frac{K^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^n}} - \frac{K^n}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^n}} \right) \quad (2.3)$$

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (2.4)$$

avec :

$a$  : la distance entre les électrodes de terre lors de la mesure,

$h$  : la profondeur de la couche supérieure de résistivité  $\rho_1$ ,

$K^n$  : coefficient de réflexion, donné par la relation suivante,

$\rho_1$  : la résistivité de la couche supérieur du sol.

$\rho_2$  : la résistivité de la couche profonde du sol.

Une autre méthode est proposée par Rajab I [36, 37]. Cette méthode basée sur la méthode des expressions finis de résistivité de Wenner. L'expression de série infinie de résistivité apparente est donnée par l'équation suivante :

$$\rho_a = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left( \frac{1}{\sqrt{1 + (nh/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + (nh/a)^2}} \right) \right] \quad (2.5)$$

L'expression finis pour une résistivité  $\rho_a$  Lorsque  $\rho_2 < \rho_1$ ,

$$\rho_a = \rho_2 + (\rho_1 - \rho_2) [2e^{-b(a)a} - e^{-b(2a)a}] \quad (2.6)$$

où:

$$b = \frac{1}{h} [b_m - (b_m - X_1)e^{-X_2 a/h}] \quad (2.7)$$

$$b_m = X_3 - X_4 \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{X_5} \quad (2.8)$$

Les valeurs de  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_5$  sont respectives 0.673191, 0.479513, 1.33335, 0.882645 et 0.697106.

### 2.5.2 Sol en plusieurs couches de résistivités différentes

Cette modélisation de sol en différentes couches (elles peuvent être verticales ou horizontales) requiert des méthodes numériques ou graphiques car les méthodes analytiques sont limitées.

On peut aussi considérer le sol comme uniforme en lieu et place du sol en plusieurs couches de résistivités différentes. La résistivité apparente  $\rho_a$  du sol supposée homogène peut, dans ce cas, être trouvée par les deux relations suivantes [38].

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(1)} + \rho_{a(2)} + \rho_{a(3)} + \dots + \rho_{a(n)}}{n} \quad (2.9)$$

Où  $\rho_{a(1)}, \rho_{a(2)}, \rho_{a(3)}, \dots, \rho_{a(n)}$  sont les résistivités de  $n$  différentes couches du sol mesurées avec la méthode de quatre électrodes.

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(max)} + \rho_{a(min)}}{2} \quad (2.10)$$

Où  $\rho_{a(max)}$  et  $\rho_{a(min)}$  sont les valeurs respectivement maximale et minimale de la résistivité des différentes couches du sol.

## 2.6 Méthodes numérique de modélisation des systèmes de mise à la terre

Plusieurs méthodes expérimentales et théoriques du comportement transitoire des systèmes de terre sous les coups de foudre ont fleuri pour la première fois en 1934 par des travaux de Bewley.

Son travail a été une partie de la recherche pour la protection des systèmes électriques contre la foudre, où il a tiré l'impédance d'entrée au point d'injection pour une tension appliquée (échelon unité). Cette impédance, comme indiqué dans l'équation (2.11) a été dérivée en se basant sur l'hypothèse que l'électrode de terre est une ligne de transmission à long perte [39].

$$Z_c(t) = 1/Gl_c \left\{ 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8e^{-\delta t}}{(2k-1)^2 2\pi^2} \left[ \cos \omega_k t + \left( \frac{G}{4\omega_k C} - \frac{\omega_k C}{G} \right) \sin \omega_k t \right] \right\} \quad (2.11)$$

$$\omega_k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(2k-1)2\pi^2}{LCl_c^2} - \frac{G^2}{C^2}} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{G}{2C} \quad (2.12)$$

$l_c$  est la longueur d'électrode de terre.  $G$ ,  $L$  et  $C$  sont les valeurs par unité de longueur de la conductance, de l'inductance et de la capacitance d'électrode respectivement. L'impédance transitoire de la prise de terre commence avec un effet d'impédance initial

$\frac{L}{C}$  et se termine avec l'effet de la résistance de fuite finale  $\frac{1}{Gt_c}$ , et le temps de transition entre ces deux effets dépend de la résistivité du sol et de la surtension.

En 1943, Bellaschi et Armington [40], ont calculé analytiquement la tension de réponse transitoire des électrodes de mise à la terre au point d'injection pour des impulsions de courant avec des formes d'ondes différentes. Ils ont donnés les expressions de la tension développée au point d'injection par une série lentement convergentes. Pour une impulsion échelon ( $I = 1$ ), la tension de choc au point d'injection est donnée par la relation suivante [41]:

$$e(t) = \frac{I}{G_t} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t t}} \right] \quad (2.13)$$

Pour un courant de foudre de forme bi-exponentielle  $I(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$ , la tension au point d'injection est donnée par la relation suivante:

$$e(t) = I_0 \left[ \frac{\sqrt{\frac{L_t \alpha}{G_t}} e^{-\alpha t}}{\tan \sqrt{G_t L_t} \alpha} - \frac{\sqrt{\frac{L_t \beta}{G_t}} e^{-\beta t}}{\tan \sqrt{G_t L_t} \beta} + \frac{\alpha - \beta}{G_t^2 L_t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2 e^{-\frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t t}}}{\left( \alpha - \frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t} \right) \left( \beta - \frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t} \right)} \right] \quad (2.14)$$

$L_t$  est l'inductance de l'électrode,  $G_t$  est la conductance de sol,  $I_0$  est la valeur crête du courant d'injection.  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes du courant injecté pour des différentes formes d'onde.

Ces modèles ont été limitées à des systèmes de mise à la terre simple, à savoir l'électrode simple. Pour les systèmes de mise à la terre complexes, telles que les grilles de terre importantes, seule l'analyse empirique de la réflexion pourrait être exploité dont Gupta et Thapar ont tentés en 1980 [41]. Ils ont trouvé à travers des expériences que la réponse de grilles de terre pour une injection de courant unitaire pourrait être

représentée par l'équation (2.14);  $L_t$  et  $G_t$  sont les paramètres de l'électrode de mise à la terre, pour lesquels donna la méthode empirique de leur détermination pour le cas d'une grille basée sur des résultats expérimentaux.

Depuis des années, la puissance de l'ordinateur a considérablement augmenté, ce qui a accéléré presque toutes les recherches scientifiques et techniques dans des domaines complexes de résolution des problèmes pratiques fondées sur diverses méthodes numériques puissantes. Par conséquent, la modélisation du comportement transitoire complexe du système de terre soumis à un courant de foudre s'est améliorée pour les raisons suivantes.

- Les modèles antérieurs décrits dans la section précédente ont pris plusieurs reprises afin d'aboutir à des équations simples, mais avec l'utilisation des méthodes numériques, la plupart des équations complexes peuvent être résolues ;
- des systèmes complexes pratiques peuvent être modélisés facilement à cause de la grande mémoire et la vitesse de l'ordinateur.

Du point de vue théorique, la plupart des modèles numériques développés pour l'analyse transitoire des systèmes de mise à la terre peuvent être classés comme suit:

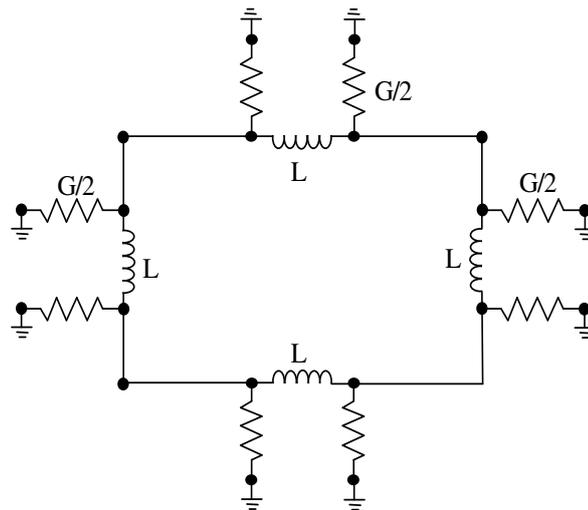
1. Modèle des circuits équivalents.
2. Modèle hybride.
3. Modèle des lignes de transmission (Transmission Line Method).
4. Modèle électromagnétique
  - 4.1. Méthode des éléments finis (Method of Finite Element).
  - 4.2. Méthode des moments (Method of Moments).

### 2.6.1. Méthode des circuits équivalents

Un des modèles numériques souvent utilisé pour la modélisation du comportement transitoire de mise à la terre des systèmes à géométrie complexe est l'approche par circuit. Les étapes principales de cette méthode sont les suivantes :

1. Diviser le système de mise à la terre en des plusieurs segments.
2. Créer le circuit équivalent regroupé pour chaque segment et calculer ses paramètres, tels que la self et la mutuelle ( $L$ ), la capacitance ( $C$ ), la conductance ( $G$ ) et la résistance interne.
3. Résoudre les équations nodales du circuit équivalent qui représente le système entier de terre basée sur les lois de Kirchhoff. L'équation nodale peut être présentée sous des formes différentes en fonction du circuit équivalent du système adopté à la terre.

L'approche par circuit pour l'analyse transitoire du système de mise à la terre a été développée pour la première fois par Meliopoulos et Moharam en 1983 [42], ils ont utilisés des paramètres indépendants de la fréquence pour chaque segment, qui sont calculés sur la base de l'équation de Laplace  $\Delta^2 V = 0$  dans le milieu semi-infini de la terre.



**Fig.2.11** Circuit équivalent d'une maille carrée de la grille.

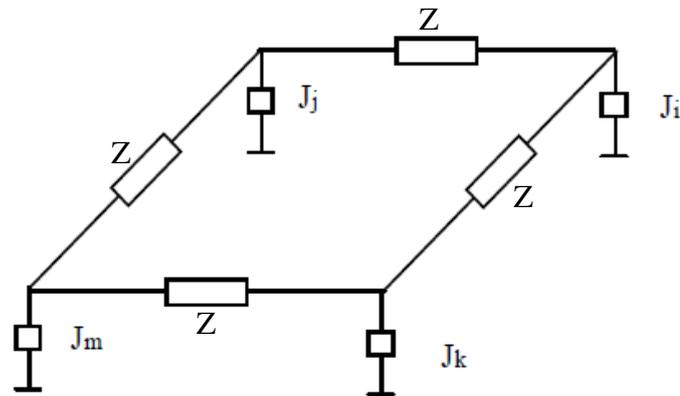
Plus tard, Meliopoulos et al [43] ont améliorés leur approche de circuit de mise à la terre pour les études de la foudre en calculant la réponse de chaque segment, de sorte que ses paramètres et le courant dépendent de la fréquence. Une technique de convolution récursive a été utilisée à cet effet.

En 1989, Ramamoory et Narayanan [44] ont développés un circuit simplifié pour la grille de mise à la terre (Fig.2.11). Dans leur approche, après avoir divisé le système de mise à la terre entier en  $n$  segments, chaque segment a été seulement représenté par un circuit regroupant les inductances propres et mutuelles ( $L$ ) et la conductance de fuite à la terre ( $G$ ). Par conséquent, l'équation nodale de leur circuit équivalent du système de mise à la terre est donnée par l'équation (2.15).

$$\frac{d[V]}{dt} = [G]^{-1} \left\{ \frac{d[I_s]}{dt} - [L]^{-1}[V] \right\} \quad (2.15)$$

Où  $[V]$  et  $[I_s]$  sont les vecteurs nodaux de tension et courant d'injection respectivement.  $[G]$  et  $[L]$  sont les matrices nodales de conductance et d'inductance respectivement. Ce modèle néglige le couplage capacitif aussi.

En 1999, deux modifications sur le circuit basé sur les travaux de Meliopoulos [42, 43] ont été publiées par Geri [45] et Otero [46], respectivement, et les deux ont inclus les phénomènes d'ionisation des sols dans leurs modèles. Le circuit équivalent du système de mise à la terre par Otero [46] est montré dans la Fig.2.12.



**Fig.2.12** Circuit équivalent du système de mise à la terre par Otero [46].

L'équation (2.16) représente l'équation nodale pour ce circuit. Elle a été résolue dans le domaine fréquentiel, ce qui fut probablement la première tentative pour l'analyse transitoire du système de mise à la terre.

$$[I_s] = [K]^t[G][V] + [Y][V] \quad (2.16)$$

Le circuit est facile à comprendre dans le sens que le comportement transitoire des systèmes complexe de terre est transformé en une simple analyse transitoire des circuits équivalents. Cette transformation rend le problème plus observable. Il peut facilement intégrer les phénomènes non-linéaires d'ionisation du sol. En outre, les circuits équivalents peuvent inclure tous le couplage mutuel entre les électrodes de terre. Cette théorie n'est pas la mieux adaptée à tous les besoins car :

- Les formules de décomposition ne sont en général validés que pour des configurations de terre simples (électrode, grille,...) ;

- Les phénomènes de propagation sur chaque élément sont négligés : on se trouve dans le cas d'une approximation quasi statique, ce que n'est pas nécessairement rigoureux en haute fréquence pour des systèmes étendus.

### 2.6.2. Modèle des lignes de transmission (TL)

Les modèles des lignes de transmission [47-58] sont basés sur l'approche des lignes de transmission (TL). Dans ce modèle, la grille de mise à la terre est considérée comme une ligne électrique ouverte à l'une de ces extrémités, chaque segment est modelé par un circuit équivalent  $\pi$  comme illustre dans La Fig.2.13. Certains modèles sont adaptés directement dans le domaine temporel, tandis que d'autres peuvent être résolus dans le domaine fréquentiel. Il est dominé que ces méthodes sont les moins précises des trois précité. Dans le même temps, ils ont extrêmement de calcul efficace et relativement facile à formuler.

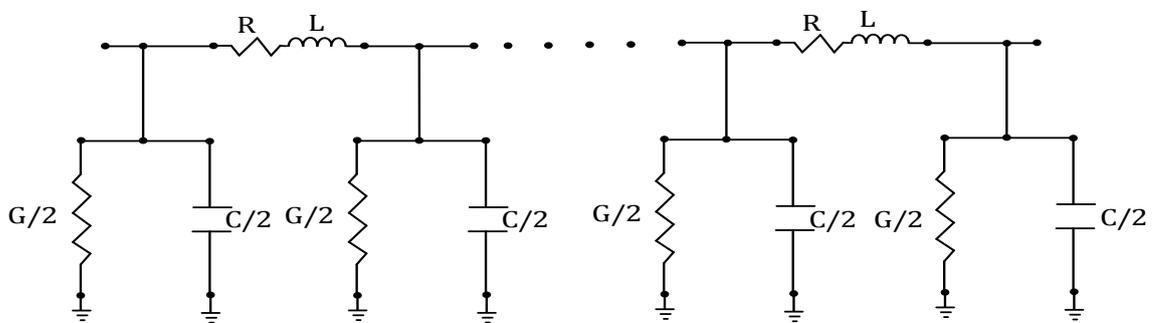


Fig.2.13 Modèle des lignes de transmission.

Verma et Mukhedkar [48] appliquent le concept des lignes de transmission sur l'électrode horizontale de terre, ce qui a été décrit par les deux équations du télégraphiste.

$$\frac{dI(x, j\omega)}{dx} = -YV(x, j\omega) \quad (2.17)$$

$$\frac{dV(x, j\omega)}{dx} = -ZI(x, j\omega) \quad (2.18)$$

Cet article porte avec une telle performance et établit une expression analytique simple pour déterminer l'impédance d'impulsion d'un fil de terre enterré à une décharge courte impulsion, en tenant compte de ses paramètres comme la résistance métallique, inductance, etc.

$R$  est la résistance interne linéique de l'électrode,  $S$  étant sa section,  $L$  est l'inductance mutuelle,  $C$  et  $G$  sont la capacité et la conductance de terre respectivement.

La constante de propagation est donnée par la relation :

$$\lambda = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + jC\omega)} \quad (2.19)$$

L'impédance de propagation est donnée par la relation :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + jC\omega)}} \quad (2.20)$$

L'impédance de l'électrode de terre  $Z_R$  est dans ce cas égale à l'impédance d'entrée  $Z_{in}$ , donnée par la relation :

$$Z_R = Z_{in} = Z_0 \frac{Z_R + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_R \tanh(\gamma l) + Z_0} \quad (2.21)$$

L'électrode est alors modélisée comme une ligne de transmission ouverte à l'extrémité.

L'impédance de charge tend alors vers l'infini  $Z_R \rightarrow \infty$ . La relation (2.21) devient :

$$Z_{in} = Z_0 \coth(\lambda l) \quad (2.22)$$

Cette approche n'est pas la mieux adaptée à une structure complexe, pour laquelle le nombre de lignes devient important et les paramètres  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $G$  devient difficiles à évaluer sans passer par une modélisation par éléments finis. On préférera alors les modèles de type électromagnétique, qui sont les plus rigoureux au niveau théorique.

### 2.6.3. Approche hybride

Le mot «hybride» signifie que cette approche est une combinaison des deux approches celle de champ électromagnétique et celle des circuits équivalents [59-63].

Papalexopoulos, A.D [59] présente une approche basée sur le concept de ligne de transmission et la méthode des éléments finis.

Le système de mise à la terre entière devrait être divisé en  $n$  segments de petite taille. Le champ électrique en tout point est donné par (2.23), qui ont été dérivé à partir des équations de Maxwell complète.

$$E = -gradV - j\omega\vec{A} \quad (2.23)$$

$\vec{A}$  est le potentiel vecteur magnétique et  $V$  est le potentiel scalaire  $V$  le long de chaque segment  $k$ . L'équation (2.23) peut être transformée comme suit :

$$Z_{zk}I_k + \sum_{i=1}^n (V_k - V_i) + j\omega \sum_{i=1}^n \int_{l_k} \bar{A}_{ik} dl = 0 \quad (2.24)$$

$Z_{zk}$  est l'impédance série interne du segment  $k$  ;  $V_k$  et  $V_i$  sont les potentiels des segments  $k$  et  $i$ . L'équation (2.22) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$Z_{zk}I_k + \sum_{i=1}^n (C - G)_{ik}I_{ik} + j\omega \sum_{i=1}^n L_{ik}I_i = 0 \quad (2.25)$$

Le mérite de l'approche hybride vient du fait de l'influence de fréquence sur les impédances internes, les composants inductifs et capacitifs de conducteur sont inclus, ce qui rend que cette approche plus précise que l'approche de circuit classique, surtout lorsque la fréquence de la source d'injection est élevée.

### 2.6.4. Modèle électromagnétique

L'approche de champ électromagnétique [28, 29], [64-73] est la méthode la plus rigoureuse pour la modélisation du comportement transitoire du système de mise à la terre, car elle résout les équations de Maxwell avec un minimum d'approximation. Du point de vue de la formulation du problème, elle peut être considérée en tant que différentiel, intégral, et intégro-différentiel. Cette approche peut être mise en œuvre soit par la méthode des moments (MoM) ou par la méthode des éléments finis (FEM).

Dans le but d'analyser le comportement transitoire d'un réseau de mise à la terre et de quantifier par le calcul de champ électromagnétique émis par ce dernier, L. Grcev [68] propose une approche basée sur la théorie des antennes en utilisant la méthode numérique dite des moments. Le formalisme des antennes est classiquement dédié à l'étude des dispositifs électromagnétiques en fréquentiel.

Afin d'étudier le problème de rayonnement en régime transitoire d'une prise de terre, en utilisant le formalisme des antennes, L. Grcev [66] propose d'utiliser des transformations temps-fréquence et inversement.

Pour traiter ce problème, l'auteur [68] considère les hypothèses suivantes :

- ✓ la terre est supposée homogène et forme avec l'air une interface plane ;
- ✓ les conducteurs de terre sont sujets à l'approximation des fils minces ;
- ✓ Le courant injecté est supposé fourni par un générateur idéal ;
- ✓ le courant longitudinal à l'extrémité ouverte du conducteur est imposé nul.

L'injection de courant est de forme arbitraire, et se fait par un générateur supposé idéal dont l'un de ses bornes est connecté au système de terre. L'auteur rejette à une terre à l'infini.

Il consiste à déterminer la distribution du courant dans un réseau enterré pour une excitation harmonique. Le champ électrique est calculé dans le cas où le réseau est considéré comme étant plongé dans un milieu conducteur infini, puis une correction est apportée à ce calcul afin de tenir compte de l'existence des deux demi-espaces (air et sol). Les détails de l'approche sera présenter et discuter dans le chapitre qui va suivre (chapitre trois).

La méthode des éléments finis (MEF) font partie des méthodes différentielles a été largement développée dans le domaine de la mécanique pour analyser des problèmes de matériaux et de structures. Elle a ensuite été utilisée en électricité pour résoudre des problèmes non homogènes et de géométrie complexe.

Une autre approche du champ électromagnétique pour l'analyse transitoire du système de mise à la terre est développée en utilisant la méthode des éléments finis (FEM) sont basées sur le principe de minimiser l'énergie dans le système.

La difficulté de cette approche [7 3] est de transformer les frontières ouvertes de l'air et l'environnement terrestre en un problème de frontière fermée en utilisant une transformation spatiale, ce qui va réduire la taille du problème. L'avantage principal de cette approche basée sur les champs électromagnétiques FEM est que la discrétisation du domaine (géométrie ou le milieu) du problème peut être très flexible non-uniforme des correctifs ou des éléments qui peuvent facilement décrire des formes complexes. C'est la raison pour laquelle les ionisations des sols peuvent facilement être incluses. Cependant, cette méthode est encore plus compliqué à comprendre que celui qui est basé sur la méthode des moments.

## **2.7 Conclusion**

Ce chapitre s'est intéressé à exposer l'essentiel des notions théoriques rencontrés dans ce domaine.

En premier, la notion de système de mise à la terre a été introduite brièvement ainsi que les différentes modes de couplage qui constituent la principale notion dans notre étude.

Dans ce premier chapitre une identification des paramètres qui peuvent influencer le comportement d'un tel système, en particulier la nature du sol environnant, la nature des fondations de la structure, est présentée.

Enfin, nous concluons ce chapitre par un bref examen des méthodes disponibles pour l'analyse du comportement transitoire des systèmes de mise à la terre.

# **Chapitre 3**

## **Comportement fréquentiel des systèmes de mise à la terre**

# Chapitre 3

## Comportement fréquentiel des systèmes de mise à la terre

### 3.1 Introduction

Il est connu en électromagnétisme que le calcul du champ électromagnétique rayonné (émission) par une antenne excitée par un générateur ou le calcul des courants induits (réception) par une onde électromagnétique sur une antenne par résolution d'une équation intégrale en champ électrique ou en champ magnétique dans une large gamme de fréquence est le formalisme le plus rigoureux.

Ce formalisme fréquentiel dit « des antennes », consiste à résoudre une équation intégrale par une technique numérique connue sous l'appellation de la méthode des moments. Elle est par ailleurs bien simplifiée lorsqu'il s'agit de dispositifs de natures filiformes. Actuellement des logiciels (NEC, FEKO, ...) sont commercialisés et permettent la modélisation de nombreux dispositifs électriques.

Dans ce chapitre, nous proposons un exposé de l'essentiel de ce formalisme en l'adaptant théoriquement à l'analyse d'une structure filaire excitée par un générateur de courant ou agressée par un champ électrique exciteur.

D'autre part, nous présentons une validation du modèle exposé pour des installations de mise à la terre, avec ceux que nous obtenons en utilisant logiciel NEC-4 (qui utilise le formalisme des antennes et la méthode numérique dites des moments).

---

## 3.2 Théorie des antennes

La méthode des équations intégrales, connue aussi sous l'appellation de théorie des antennes, est basée sur la résolution des équations de Maxwell, dans les domaines temporel ou fréquentiel, sous forme intégrale, dont l'inconnue est la densité de courant [74], et échantillonnée par des éléments finis de frontières. C'est une formulation surfacique. Il s'agit de déterminer les champs à partir des charges et des courants.

Dans la formulation intégrale, le champ électrique produit par les courants de surface est remplacé par son expression en termes de fonctions de Green, celles-ci n'étant autre que les solutions de la densité de courant. Cette méthode consiste à déterminer les distributions de courant induit à la surface d'une structure illuminée par une source connue, en mettant sous la forme d'une équation intégrale la relation entre les courants induits, la fonction de Green et la source. Elle implique donc de connaître la (ou les) source(s) de champ pour déterminer les distributions de courants à la surface de l'objet. Une procédure numérique, basée généralement sur la méthode des moments (MoM) doit ensuite être appliquée pour déterminer la solution des équations intégrales.

Une des caractéristiques principales de cette méthode est de réduire d'un degré la dimension (spatiale) d'un problème. L'étude d'une structure volumique se résout par une approche surfacique ce qui rend cette méthode particulièrement bien adaptée aux domaines finis en milieu infini. Déterminer le champ électromagnétique rayonné par un objet dans un certain volume de calcul revient à échantillonner la surface de cet objet et à déterminer les courants circulant sur cette surface, ce qui permet ensuite de trouver le champ électromagnétique rayonné par la structure dans tout l'espace [75]. Une

---

formulation portant non plus sur les surfaces mais sur les interfaces de la structure peut être établie, c'est la méthode des éléments de frontière (BEM) [76].

Par rapport aux méthodes volumiques, ce type de formulation ne rencontre pas de problème de troncature du domaine ni de conditions aux limites d'espace ouvert. Ces méthodes sont donc mieux adaptées aux problèmes de propagation en milieu infini. Cependant elles nécessitent un traitement de résolution plus lourd que les méthodes volumiques car elles génèrent des systèmes d'équations linéaires complexes et pleins à l'inverse des méthodes volumiques dont les systèmes sont relativement creux.

En théorie des antennes trois types d'équations intégrales sont proposées dans la littérature :

- ✓ l'équation intégrale en champ électrique "EFIE" (Electric Field Integral Equation) ;
- ✓ l'équation intégrale en champ magnétique "MFIE" (Magnetic Field Integral Equation)
- ✓ l'équation intégrale mixte EFIE-MFIE

Cette dernière (EFIE) est bien adaptée pour les structures dites à fils minces de petit volume, tandis que le MFIE, qui échoue pour le cas de fil mince, et plus attrayante pour les structures volumineuses ayant de grandes surfaces lisses. L'EFIE peut également être utilisé pour modéliser des surfaces et elle est utilisée pour représenter des surfaces de grilles métalliques avec un succès raisonnable. Pour une structure composée de fils minces et de surfaces l'EFIE et MFIE sont couplés pour donner l'équation hybride EFIE-MFIE [77].

Dans ce qui va suivre nous donnons quelques détails sur la détermination de l'équation intégrale en champ électrique dans son concept général, sa simplification dans le cas des

---

fils minces, sa formulation dans le cas d'un réseau enterré et enfin sa numérisation par la méthode des moments [78].

### 3.2.1 L'équation intégrale en champ électrique dans le cas général

Soit un corps métallique de densité volumique de courant  $\vec{J}$  et de densité volumique de charge  $\rho_v$  constituant une source d'un champ électromagnétique rayonné dans le milieu environnant, homogène, isotrope, conducteur et infini.

Le potentiel d'Hertz doit satisfaire l'équation de propagation vectorielle suivante :

$$\Delta \vec{\Pi} + k^2 \vec{\Pi} = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{J} \quad (3.1)$$

Dans un espace illimité à trois dimensions, l'équation de propagation se réduit à une équation scalaire. Une solution élémentaire vérifie l'équation particulière (3.2) et la condition de rayonnement à l'infini.

$$\Delta G + k^2 G = -\delta \quad (3.2)$$

$\delta$ : étant la distribution de Dirac ;

$G$ : est la fonction de Green ;

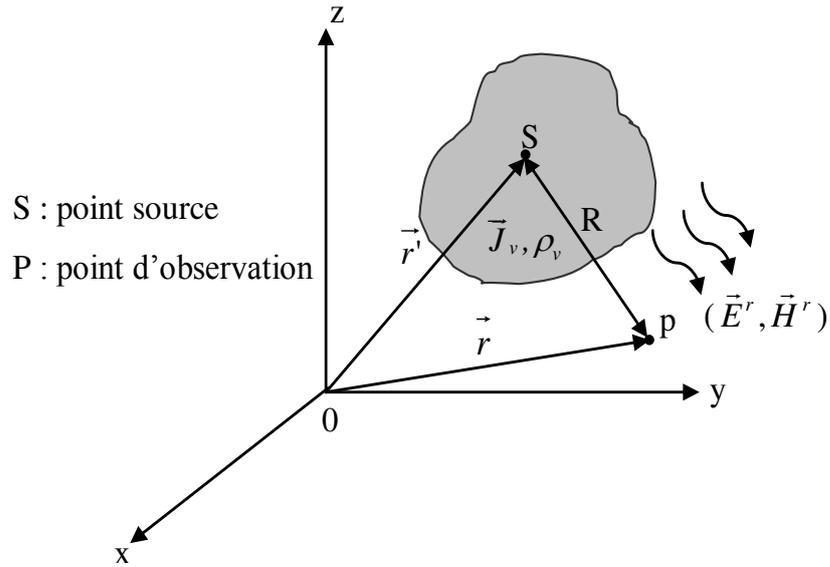
Dans un espace à trois dimensions, la solution de cette équation se met sous la forme suivante :

$$G(\vec{r}) = \frac{e^{-jk|\vec{r}|}}{4\pi|\vec{r}|} : \text{fonction de Green pour un milieu infini.}$$

où :

$\vec{r}$  : est la distance entre un point source "S" et un point d'observation « P » où est calculé le champ électrique (Fig. 3.1).

$v(\vec{J}, \rho)$  : représente le volume contenant toutes les sources.



**Fig.3.1** Géométrie de la distribution volumique  $v(\vec{J}_v, \rho_v)$ .

Les solutions générales des équations de propagation sont obtenues en effectuant le produit de convolution d'une solution élémentaire et du second membre de l'équation différentielle.

Le champ électromagnétique  $(\vec{E}^r, \vec{H}^r)$  rayonné par le corps s'écrit en fonction de potentiel vecteur  $\vec{A}$  et du potentiel scalaire  $\Phi$  comme suit :

$$\vec{E}^r = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{A} - \overrightarrow{grad}\Phi = -j\omega\vec{A} - \overrightarrow{grad}\Phi \quad (3.3)$$

$$\vec{H}^r = -\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\vec{A} \quad (3.4)$$

avec :

$$\vec{A} = \mu_0 \iiint_v \vec{J}_v(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' = \mu_0 \iiint_v \vec{J}_v(\vec{r}') G(R) dv' \quad (3.5)$$

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_c} \iiint_v \rho_v(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' = \frac{1}{\epsilon_c} \iiint_v \rho_v(\vec{r}') G(R) dv' \quad (3.6)$$

La condition de Lorentz nous permet d'exprimer le champ électrique rayonné uniquement en fonction du potentiel vecteur  $\vec{A}$  comme suit :

$$\vec{E}^r = -j\omega\vec{A} + \frac{1}{j\omega\mu\epsilon_c} \overrightarrow{grad}(div\vec{A}) = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon_c} [k^2\vec{A} + \overrightarrow{grad}(div\vec{A})] \quad (3.7)$$

En reportant l'expression du  $\vec{A}$  (3.5) dans l'équation (3.7) et (3.4), nous obtenons la solution générale en champ électrique et magnétique rayonné :

$$\vec{E}^r = \frac{1}{j\omega\epsilon_c} \iiint_v [\overrightarrow{grad}div\vec{A} + k^2]\vec{J}_v(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' \quad (3.8)$$

$$\vec{H}^r = -\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \iiint_v \vec{J}_v(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dv' \quad (3.9)$$

où:  $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$  représente la distance entre le point source et le point d'observation.

Ces dernières équations sont appelées l'équation intégral-différentielle du champ électrique (EFIE) en fréquentielle, et l'équation intégral-différentielle du champ magnétique (MFIE) en fréquentielle.

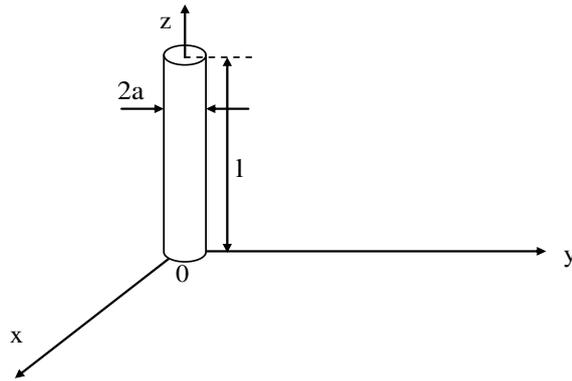
### 3.2.2 Approximation des antennes minces –Equation de POCKLINGTON

Dans le cas d'une antenne filaire (récepteur conducteur filiforme), Pocklington [79] propose une simplification de l'équation intégrale pour le champ émis.

Soit un fil rectiligne, conducteur de longueur  $l$  et de rayon de la section transversale  $a$  tel

que :  $\begin{cases} a \ll l \\ a \ll \lambda \end{cases}$  ( $\lambda$  étant la longueur d'onde du signal), placé dans un milieu infini.

Dans le cas où la densité de courant  $\vec{J}_v$  est restreinte à la surface du cylindre circulaire, l'équation intégrale (3.8) se réduit à une intégrale de surface [79].

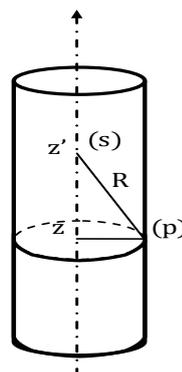


**Fig.3.2** Conducteur filiforme dans un milieu infini et dissipatif.

De plus, le rayon du conducteur  $a$  étant tel que  $a \ll \lambda$ , on admet que le courant est uniformément repartie autour du cylindre.

Comme  $a \ll l$ , les composantes circonférentielles et radiale de la densité de courant de surface induit, sur les deux extrémités sont négligeables. La densité se réduit à sa composante axiale.

Ces hypothèses permettent de déduire que le courant est localisé à la surface de l'antenne avec une répartition uniforme sur la circonférence avec une seule composante suivant l'axe de la structure étudiée.



**Fig.3.3** Antenne cylindrique dans un milieu infini.

Si l'on observe la distribution du courant d'un point de l'axe du conducteur (Fig.3.3),

nous avons :  $R = \sqrt{(z - z') + a^2}$

La densité de courant en surface s'écrit :

$$J(z') = \frac{I(z')}{2\pi a} \quad (3.10)$$

Afin d'éviter la singularité qui apparaît lorsque le point source tend vers le point d'observation ( $\vec{r} = \vec{r}'$ ), une interprétation consiste à localiser le point source sur l'axe de la structure, tandis que le point d'observation P est localisé sur la surface du fil (Fig.3.3). Afin de déterminer la répartition du courant  $I(z')$ , nous appliquons les hypothèses citées précédemment (théorie des fils minces). L'équation intégral-différentielle qui donne la composante tangentielle du champ rayonné en un point  $z$  de la surface du fil rectiligne se réduit alors à :

$$E^r = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_0^l \left[ \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} + k^2 \right] I(z') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dz' \quad (3.11)$$

Le courant  $I(z')$  a pour origine le champ électromagnétique qualifié du champ appliqué  $E^i$  (qui existe sur toute la surface du fil) dans le cas du champ incident (réception) ou d'une manière localisée dans le cas d'un générateur (émission).

La conductivité du fil est supposée infinie ; par conséquent le champ électrique tangentiel total à la surface du conducteur s'annule :

$$[\vec{E}^r(\vec{r}) + \vec{E}^a(\vec{r})] = \vec{0} \quad (3.12)$$

On en déduit:

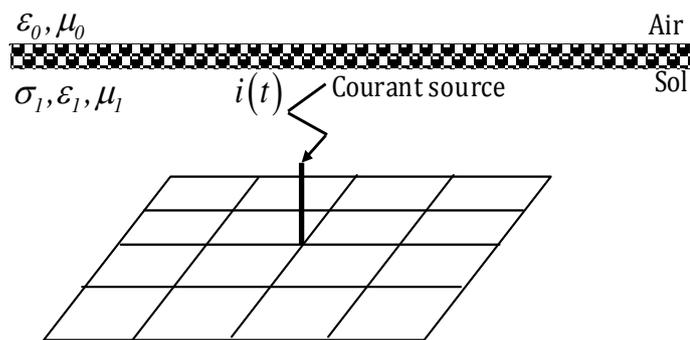
$$E^{app}(z) = \frac{-1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] \int_0^l I(z') \frac{\exp\left(-jk\sqrt{(z' - z)^2 + a^2}\right)}{\sqrt{(z' - z)^2 + a^2}} dz' \quad (3.13)$$

C'est l'équation intégrale de type électrique d'une antenne mince ou équation de Pocklington. Elle relie le champ appliqué (source) connue, au courant induit sur la structure (inconnu) par ce champ.

---

### 3.2.3 Modélisation d'une mise à la terre par la théorie des antennes

Dans le but d'analyser le comportement transitoire d'un réseau de mise à la terre L. Grcev [68] propose une approche basée sur la théorie des antennes dans le cas des fils minces. Bien que le formalisme de L. Grcev [68] soit plus général du point de vue mathématique, car il permet de tenir compte de l'interaction entre deux antennes filiformes, son fondement est inspiré de l'équation générale de Pocklington (3.13) [79]. Pour cette étude, L. Grcev [68] propose d'utiliser des transformations temps-fréquence et inversement. La Fig.3.4 représente une illustration de la situation physique du problème [68].



**Fig.3.4** Illustration de la situation physique.

Si  $i(t)$  représente le courant injecté en un point de l'électrode enterrée, sa réponse observée  $x(t)$  est calculé suivant la formule (3.14).

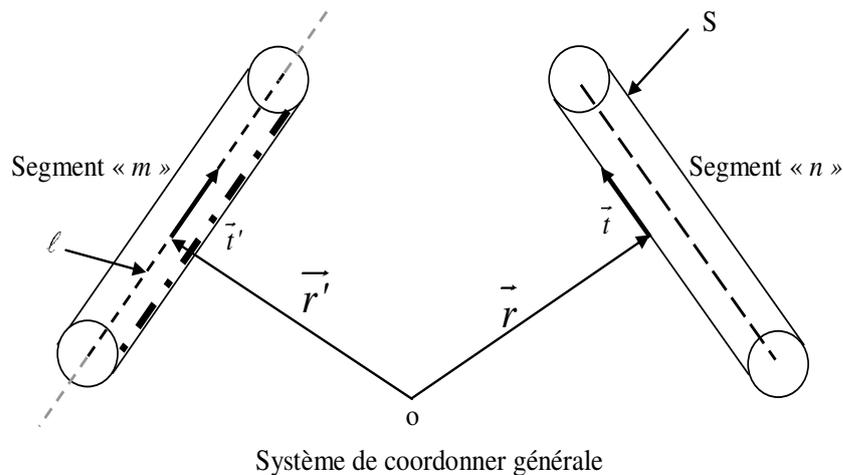
$$x(t) = F^{-1}(W(j\omega).F[i(t)]) \quad (3.14)$$

Où :  $F$  et  $F^{-1}$  sont respectivement la transformée de Fourier direct et inverse et  $W(j\omega)$  est une fonction de transfert.

La distribution du courant dans le réseau enterré pour une excitation harmonique est déterminée par le modèle mathématique. Le champ électrique est calculé dans le cas où le réseau est considéré comme étant plongé dans un milieu conducteur infini, puis une

correction est apportée à ce calcul afin de tenir compte de l'existence des deux demi-espaces.

Dans la suite, nous commençons avec des conducteurs sans pertes (le cas avec pertes est introduit par la suite en utilisant l'impédance de surface [80]). La Fig.3.5 illustre deux segments de conducteurs du système de mise à la terre situé dans un milieu conducteur et infini.



**Fig.3.5** Interaction entre segments [68].

$\vec{r}$ : La position d'un point sur l'axe du segment ;

$\vec{r}'$  : La position d'un point sur la surface "S" du segment ;

$\vec{t}'$ : Le vecteur unitaire le long de l'axe du segment  $m$  (tangent au segment);

$\vec{t}$  : Le vecteur axial unitaire tangentiel sur la surface du segment  $n$  (tangent au segment).

En général, le champ électrique en un point du milieu peut s'écrire :

$$\vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^s \quad (3.15)$$

$\vec{E}^i$ : Champ appliqué ;

$\vec{E}^s$ : Champ diffracté par la structure suite à l'application du  $\vec{E}^i$ .

Le champ électrique  $\vec{E}^s$  diffracté, produit par la composante axiale (approximation des fils minces) du courant électrique axiale  $I_l$  et la densité de charges  $\sigma_l$  dans le système de mise à la terre, peut être exprimée en termes de potentiels retardés comme suit [68]:

$$\vec{E}^s = -j\omega\vec{A} - \vec{\nabla}\varphi \quad (3.16)$$

avec :

$$\vec{A}(r) = \frac{\mu_1}{4\pi} \int_l I(r') \cdot g_1(r, r') \vec{dl} \quad (3.17)$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \int_l \sigma_l(r') g_1(r, r') dl \quad (3.18)$$

Nous aurons donc:

$$E^s = \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_l t' \cdot I_l(r') g_1(r, r') dl - \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \nabla \int_l \sigma_l(r') g_1(r, r') \quad (3.19)$$

en tenant compte de l'équation de conservation de la charge :

$$\sigma_l(r) = -\frac{1}{j\omega} \vec{\nabla} \cdot t' \cdot I_l(r') \quad (3.20)$$

Après quelques transformations mathématiques l'équation (3.19) s'écrit :

$$E^s = \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon_1} (\nabla\nabla - \gamma_1^2) \int_l t' \cdot I_l(r') g_1(r, r') dl \quad (3.21)$$

Avec :

$g_1(r, r') = \frac{1}{|r-r'|} \exp(-\gamma_1|r-r'|)$  : Fonction de Green pour un espace infini [68].

$\omega = 2\pi f_1$  : la pulsation à la fréquence  $f_1$ .

$\gamma_1 = -\omega^2\mu_1\varepsilon_1$ : Coefficient de propagation.

---

$\underline{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 + \frac{\sigma_1}{j\omega}$  : Permittivité complexe équivalente du milieu.

La conductivité du fil est supposée infinie, par conséquent, la composante tangentielle du champ électrique sur la surface de celui-ci doit s'annuler. En présence d'un champ électrique incident sur la surface du conducteur nous pouvons écrire :

$$\vec{t} \cdot (\vec{E}^i + \vec{E}^s) = 0 \quad (3.22)$$

Qui nous conduit à :

$$t \cdot E^i = -\frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_l I_l(r') G_1(r, r') dl \quad (3.23)$$

Où :

$G_1(r, r')$  : Dyadique de Green pour un milieu infini et conducteur :

$$G_1(r, r') = \left[ \frac{1}{\gamma_1^2} (t' \cdot \nabla)(t \cdot \nabla) - t \cdot t' \right] g_1(r, r') \quad (3.24)$$

L'équation (3.23) est l'équation intégrale en champ électrique ; connaissant le champ incident  $E^i$ , sa résolution donne la distribution axiale du courant recherché  $I_l(r')$ .

### 3.2.3.1 Modélisation d'une structure filaire avec pertes

Dans le cas des conducteurs avec pertes, la condition à la surface doit être modifiée. Dans ce cas, la composante tangentielle du champ électrique totale sur la surface d'un segment est égale à la chute de tension interne par unité de longueur le long de ce segment [68].

$$\vec{t} \cdot (\vec{E}^i(r) + \vec{E}^s(r)) = Z_s \cdot I_l(r') \quad (3.25)$$

$$Z_s = \frac{\lambda_2}{2\pi a(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2)} \frac{J_0(\lambda_2 a)}{J_1(\lambda_2 a)} \quad (3.26)$$

Où  $Z_s$  est l'impédance de surface ;  $\mu_2, \sigma_2, et \varepsilon_2$  sont les paramètres du conducteur et  $a$  son rayon.

$$\lambda_2 = \omega^2(\mu_2\varepsilon_2 - \mu_1\varepsilon_1) \quad (3.27)$$

$J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1.

L'équation devient alors :

$$\vec{t} \cdot \vec{E}^i = -Z_s \cdot I_l(r') - \vec{t} \cdot \vec{E}^s = -Z_s \cdot I_l(r') \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_l I_l(r') G_1(r, r') dr' \quad (3.28)$$

### 3.2.3.2 Prise en compte de l'interface sol-air

La prise en compte de l'interface entre deux demi-milieux (air et sol) est réalisée par correction de la fonction Dyadique de Green. La présence d'une interface modifie la présentation des lignes de champ. En effet le champ incident sur l'interface donne naissance à un champ réfléchi et un champ réfracté.

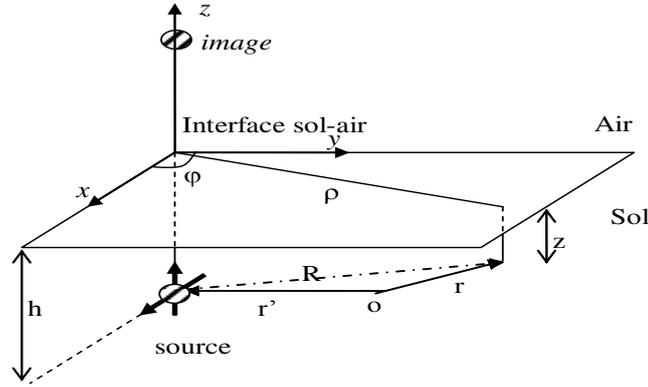
Afin de tenir compte de l'effet d'interface sur le rayonnement d'une antenne (verticale ou horizontale) situé au-dessus ou en-dessous de la séparation sol-air, plusieurs études sont proposées dans la littérature [81], [82]. En toute rigueur, il est montré que l'effet de l'interface se traduit par l'apparition dans l'expression du noyau de la fonction Dyadique de Green, en plus du terme de Green source, d'un terme de Green image et d'un autre terme de Sommerfeld.

Dans l'équation (3.23), la fonction Dyadique de Green est remplacée par l'expression générale  $G_n$  [68] définie comme suit :

$$G(r, r') = G_1(r, r') - G_i(r, r') + G_s(r, r') \quad (3.29)$$

$G_1(r, r')$  et  $G_i(r, r')$  : Correspondent respectivement à la source et son image par rapport à l'interface d'un plan parfaitement conducteur.

$G_1(r, r')$  : est donnée par l'équation (3.24).



**Fig.3.6** Système de coordonnées [68].

$G_s(r, r')$  : est le terme de correction exprimée en termes d'intégrales de Sommerfeld [83] due à l'effet de la conductivité finie du sol, ce qui était nécessaire pour la solution complète du champ électrique. Dans son travail L. Grcev [68], s'intéresse uniquement à l'augmentation du potentiel de la terre, dans ce cas lorsque la source et le point d'observation sont dans le sol, pour un dipôle d'orientation arbitraire s'exprime comme suit [68]:

$$G_s(r, r') = \vec{t} \cdot \left( (\vec{u}_x \cdot \vec{t}') (R_\rho^h \vec{u}_\rho + R_\phi^h \vec{u}_\phi + R_z^h \vec{u}_z) + (\vec{u}_z \cdot \vec{t}') (R_\rho^v \vec{u}_\rho + R_z^v \vec{u}_z) \right) \quad (3.30)$$

Avec :

$$R_\rho^v = C_1 \partial^2 \frac{(k_0^2 V_{11})}{\partial z \partial \rho} \quad (3.31)$$

$$R_z^v = C_1 \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right] k_0^2 V_{11} \quad (3.32)$$

$$R_{\rho}^h = C_1 \cdot \cos(\varphi) \left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} k_1^2 V_{11} + k_1^2 U_{11} \right] \quad (3.33)$$

$$R_{\varphi}^h = -C_1 \cdot \sin(\varphi) \left[ \frac{\partial}{\rho \partial \rho} k_1^2 V_{11} + k_1^2 U_{11} \right] \quad (3.34)$$

$$R_z^h = -C_1 \cdot \cos(\varphi) \left[ \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} k_0^2 V_{11} \right] \quad (3.35)$$

$$U_{11} = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{-\gamma_1(h-z)}}{\gamma_1 + \gamma_0} J_0(\lambda_p) \lambda d\lambda \quad (3.36)$$

$$V_{11} = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{-\gamma_1(h-z)}}{k_1^2 \gamma_0 + k_0^2 \gamma_1} J_0(\lambda_p) \lambda d\lambda \quad (3.37)$$

avec :

$$\gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}, \gamma_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} \text{ et } C_1 = \frac{1}{k_1^2}$$

Les constants de propagation intrinsèques de deux milieux: sol et air sont:

$$k_1^2 = \omega^2 \mu \underline{\varepsilon}_1 \left( \varepsilon_1 - \frac{j\sigma_1}{\omega \varepsilon_0} \right) : \text{Coefficient de propagation dans le sol ;}$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left( \varepsilon_2 - \frac{j\sigma_2}{\omega \varepsilon_0} \right) : \text{Coefficient de propagation dans l'air.}$$

$U_{11}$  et  $V_{11}$  sont les intégrales de Sommerfeld [83].

### 3.3 Résolution de l'équation intégrale par la méthode des Moments

Les équations intégrales obtenues (3.21), ne présentent pas des solutions analytiques.

Des méthodes matricielles plus connues sous le nom de « méthode des moments » [78], sont utilisées.

L'intégration de l'équation en champ électrique est réalisée par la méthode projective de Galerkin [84], et nécessite l'introduction de fonctions poids.

Généralement pour simplifier cette intégration la méthode dite point-matching est utilisée [85] (les fonctions poids sont des impulsions de Dirac).

La première étape dans ce concept consiste à calculer la répartition des courants après la construction d'un système matriciel à partir de l'équation intégrale en champ électrique.

### 3.3.1 Approximation du courant dans la prise de terre

L'expression du champ électrique dans le sol en fonction du courant dans le système de mise à la terre (3.28) est mise sous la forme:

$$\vec{E}^i \cdot \vec{t}' = L(I_l \cdot \vec{t}') \quad (3.38)$$

$L$  : est l'opérateur linéaire intégro-différentiel:  $L = -Z_s - \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_{L_T} G_n(r, r') dr'$ .

$I_l$  : est le courant longitudinal.

$\vec{E}^i \cdot \vec{t}'$  : est l'excitation connue.

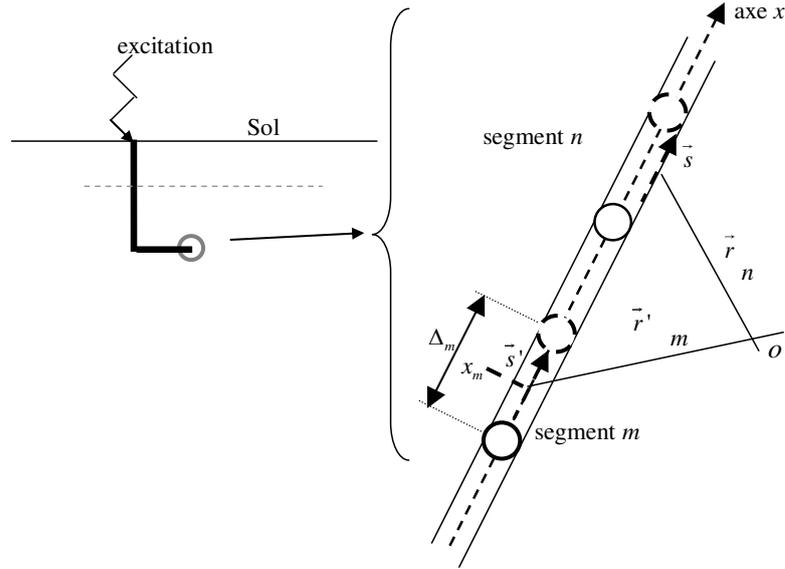
On applique l'opérateur linéaire intégro-différentiel sur le courant longitudinal, on obtient :

$$L(I_l) = -Z_s \cdot I_l(r') - \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_{L_T} I_l(r') G_n(r, r') dr' \quad (3.39)$$

L'équation intégro-différentielle ainsi présentée est résolue par la méthode des moments. Pour cet objectif, on segmente tout d'abord le système de mise à la terre en  $N_s$  éléments filaires comme le présente la Fig.3.7.

L. Grcev [68] considère pour chaque segment  $n$ , une « tension généralisée »  $V_n$ , définie comme le produit du champ  $E^i(r_n)$  par sa longueur  $\Delta_n$ :

$$V_n = -\Delta_n \cdot \vec{t} \cdot \vec{E}^i(r_n) \quad (3.40)$$



**Fig.3.7** Segmentation du système de mise à la terre [1].

La tension généralisée prise le long du segment  $n$  est égale à la somme des contributions de chaque courant dans chaque segment  $m$ .

$$V_n = \sum_1^{N_s} Z_{nm} \times I_m \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} V_n &= -\Delta_n \vec{E}^i \cdot \vec{t} = \Delta_n (-Z_s \cdot I_l(r') + \vec{E}^s \cdot \vec{t}) \\ &= \Delta_n \left( -Z_s \cdot I_l(r') + \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_{L_T} I_l(r') G_n(r, r') dr' \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

En approximant la distribution du courant le long des conducteurs de terre par :

$$I_l \approx \sum_{i=1}^{N_s} I_n \times F_n \quad (3.43)$$

Pour laquelle des fonctions de base  $F_n$  de type « portes » sont choisies:

$$F_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{sur le segment } n \left( x_n - \frac{\Delta_n}{2} \leq x \leq x_n + \frac{\Delta_n}{2} \right) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.44)$$

avec  $\Delta_n$  la longueur du segment  $n$ .

Aussi, pour la méthode des moments, les fonctions-test de type 'Dirac', définies le long du conducteur sont adoptées :

$$\delta(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_m \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.45)$$

Le système d'équation (3.42) peut alors se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$[V_m] = [Z_{mn}] \cdot [I_n] \quad (3.46)$$

Cette équation peut encore s'écrire comme suit :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N_s} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N_s1} & Z_{N_s2} & \dots & Z_{N_sN_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1^i \cdot \Delta \\ E_2^i \cdot \Delta \\ \vdots \\ E_{N_s}^i \cdot \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{N_s} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Où:

$[V_m]$  : le vecteur tension généralisé qui représente la tension entre les deux extrémités du segment de longueur  $\Delta$  centré en  $x_m$ ;

$[I_m]$  : le vecteur courant généralisé de terme général inconnue  $I_m$ ;

$[Z_{mn}]$  : la matrice des impédances généralisées.

Les termes  $Z_{mn}$  définissent les interactions électromagnétiques entre chaque segment. Ils ne dépendent que de la géométrie de la structure, des propriétés du milieu, et de la fréquence de l'excitation [68].

En développant l'expression de l'opérateur "L" nous aurons :

$$Z_{mn} = -\Delta_n \times L(F_n(r_m)) = -\Delta_n \times \left( -F_n(r') \cdot Z_s - \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_l F_n(r') G_n(r, r') dr' \right) \quad (3.48)$$

A partir de la définition des fonctions de base  $F_n$ , on trouve alors l'expression des impédances généralisées:

$$Z_{mn} = \begin{cases} \Delta_n \times \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_l G_n(r_m, r'_n) dr' & n \neq m \\ -\Delta_n \times Z_s + \Delta_n \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_l G_n(r_m, r'_n) dr' & n = m \end{cases} \quad (3.49)$$

Dans le cas où l'excitation est un générateur de courant, en fixant  $I_1 = I_s$  le courant source, nous obtenons le système à  $N_s$  équations et  $N_s - 1$  inconnues (de 2 à  $N_s$ ) suivant:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N_s1} & Z_{N_s2} & \cdots & Z_{N_sN_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Une fois les impédances  $Z_s$  et  $Z_{mn}$  déterminées relation (3.26) et (3.49), la distribution du courant est calculée simplement en résolvant le système matriciel (3.50).

### 3.4 Le logiciel NEC 4

NEC-4 [86] (*Numerical Electromagnetic code*), est un code développé sous sa première version NEC-1, pour le traitement du rayonnement et du couplage électromagnétique. Sa première version, limitée pour cause de l'insuffisance des calculateurs de l'époque (début des années 80), a évolué par la suite progressivement pour aboutir à celle actuellement commercialisée sous l'appellation NEC 4. Cette version permet une modélisation dans les milieux continus tout en tenant compte très particulièrement des interfaces air-sol ainsi que de la conductivité finie de ce dernier (sol).

Son fondement théorique est celui des antennes qui consiste à résoudre, par la méthode numérique dite des moments, dans les milieux continus une équation intégrale en champ électrique (EFIE), déduite à partir des équations de Maxwell, ou en champ magnétique (MFIE). La simulation numérique utilisant le code NEC4 est réalisable

---

uniquement en fréquentielle. L'analyse en régime temporel exige l'utilisation du passage temps-fréquence et inversement. Cette étape constitue généralement une source d'erreurs qui parfois peut être importante si des précautions particulières ne sont pas prises (discrétisation spatio-temporelle, la fréquence maximale,...). Enfin, notons que le logiciel NEC 4 permet uniquement d'accéder à la répartition des courants ainsi qu'au champ électromagnétique.

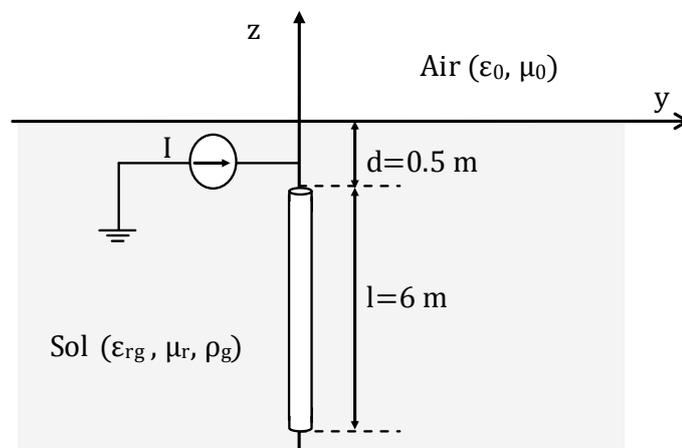
### 3.5 Validation des grandeurs électriques

Nous validons d'abord les grandeurs électriques (tension, courant et impédance transitoire) dans le cas d'un générateur "onde de foudre" ; pour cela nous utilisons le logiciel NEC 4.

#### 3.5.1 Cas d'une simple électrode

##### 3.5.1.1 Electrode enterrée verticalement

Il s'agit d'une électrode rectiligne de rayon  $a = 7 \text{ mm}$  et de longueur  $l = 6 \text{ m}$  (Fig.3.8), enterrée à une profondeur  $d = 0.5 \text{ m}$  dans un sol de résistivité  $\rho_g = 100 \Omega.m$ , de permittivité  $\epsilon_{rg} = 10$ , linéaire, homogène et isotrope.



**Fig.3.8** Electrode enterrée verticalement.

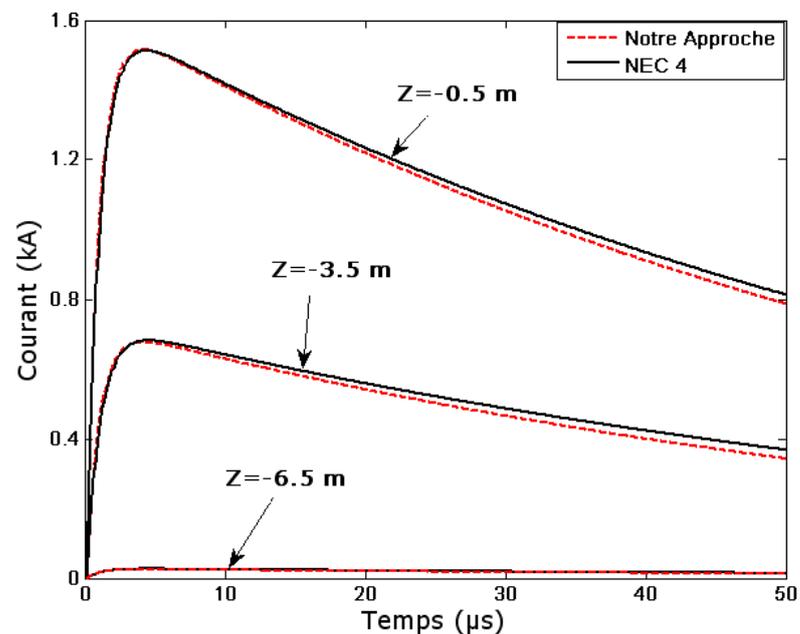
L'électrode est alimentée par une source de courant bi-exponentielle à l'une de ses extrémités.

$$I(t) = I_m(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}), I_m = 1.635 \text{ kA}; \alpha = 0.0146 \mu\text{s}^{-1}; \beta = 1.073 \mu\text{s}^{-1} \quad (3.51)$$

Pour valider les résultats en courant, nous utilisons le logiciel NEC-4. Le fichier des données que nous utilisons sur NEC-4 pour traiter cette application est présenté dans le tableau suivant:

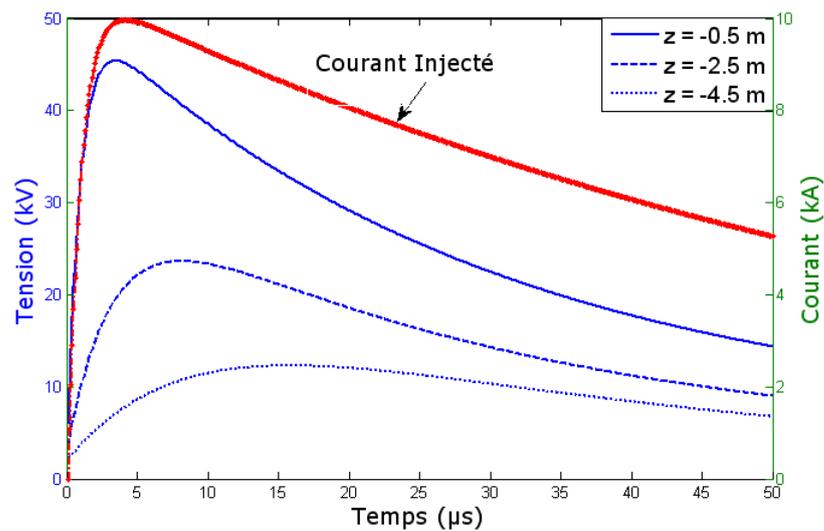
CE
GW 1 41 0 0 -0.5 0 6 -0.5 0.007
GE -1
GN 1 0 0 0 10 1E-2
FR 0 1024 0 0 0.004882813 0.004882813
EX 4 1 10 0 0. 0. -0.5 0. 90 0.0146412
xQ
EN

**Tab.3.1** Données du fichier d'entrée du code NEC 4.

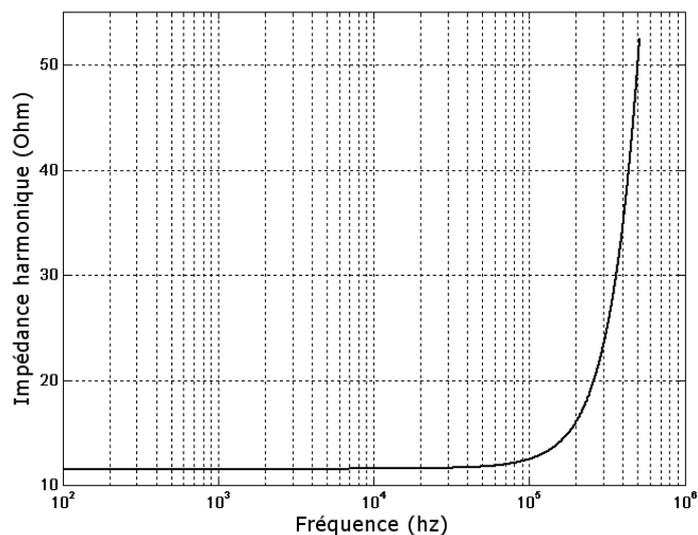


**Fig.3.9** Variation temporelle du courant en différents points de l'électrode.

Ces résultats donnent la variation du courant en différents points d'électrode que nous obtenons par notre modèle (résolution de l'équation intégral-différentiel de Pocklington par la méthode des moments) et par logiciel NEC-4. Nous constatons une légère différence entre les deux résultats, car notre formalisme utilise comme fonction de test et de base des fonctions impulsion (méthode de point-matching) par contre logiciel NEC-4 utilise des fonctions de test et de base sinusoïdales construite par lui-même.



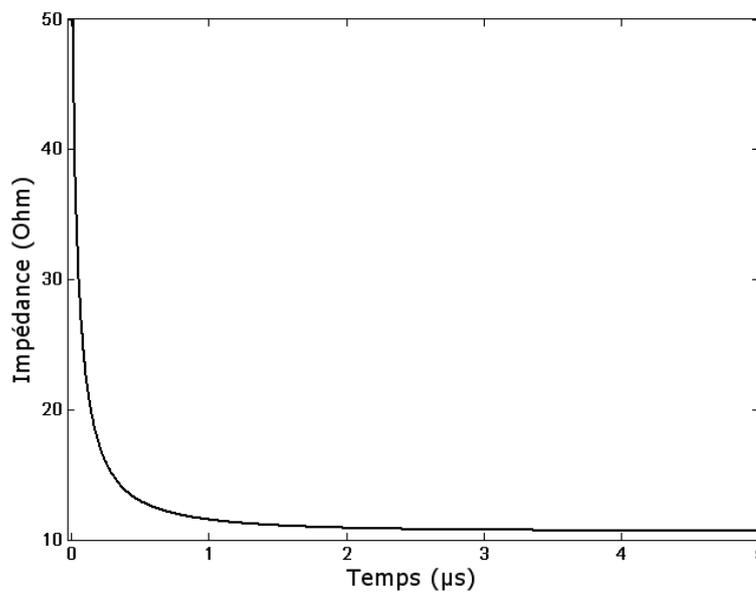
**Fig.3.10** Variation temporelle de la tension en différents points de l'électrode.



**Fig.3.11** Impédance harmonique cas électrode verticale  $Z(f)$ .

---

La Fig.3.11 montre la variation de l'amplitude de l'impédance harmonique en fonction de la fréquence pour une électrode verticale. En examinant cette figure on peut voir que l'impédance harmonique reste indépendante de la fréquence et égale à la résistance de terre  $R = 14 \Omega$ , dans le domaine des basses fréquences (BF) allant jusqu'à 10 kHz. Dans la gamme des hautes fréquences (HF), elle expose un comportement inductif et sa valeur devient plus grande que  $R$ .



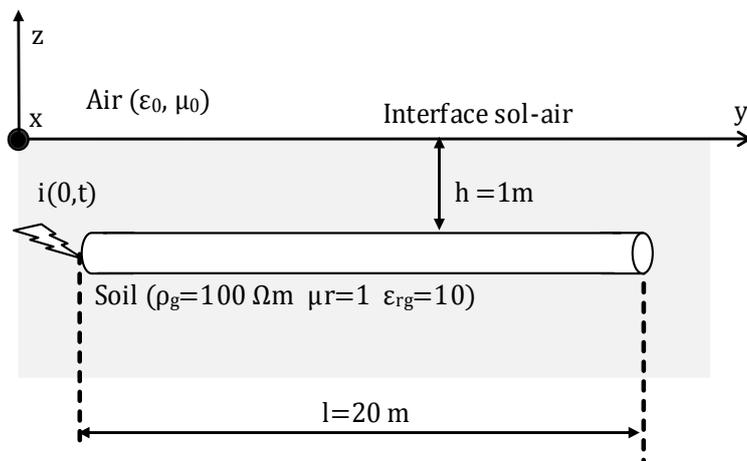
**Fig.3.12** Evolution de l'impédance transitoire  $z(t)$ .

D'après la Fig.3.12, nous constatons que l'impédance transitoire  $z(t)$  diminue très rapidement d'une valeur supérieure à 50  $\Omega$  puis elle s'installe rapidement à la valeur de la résistance basse fréquence.

Ceci détermine la période transitoire à environ de 3  $\mu\text{s}$ . Au-delà de laquelle le comportement de la mise à la terre est exclusivement déterminé par  $R$ . On remarque bien que l'impédance transitoire dépendra non seulement des caractéristiques géométriques de la mise à la terre et du milieu, mais aussi de la forme de l'onde du courant.

### 3.5 .1 .2 Electrode enterrée horizontalement

Il s'agit d'une électrode rectiligne de rayon  $a = 7 \text{ mm}$  et de longueur  $l = 20 \text{ m}$ , enterrée à une profondeur dans un sol de résistivité  $\rho_g = 100 \Omega \cdot m$ , permittivité  $\epsilon_{rg} = 10$ , linéaire, homogène et isotrope, et alimentée par une source de courant bi-exponentielle à l'une de ses extrémités. Nous reprenons le même générateur d'onde de foudre (3.51), comme le montre la Fig.3.13.

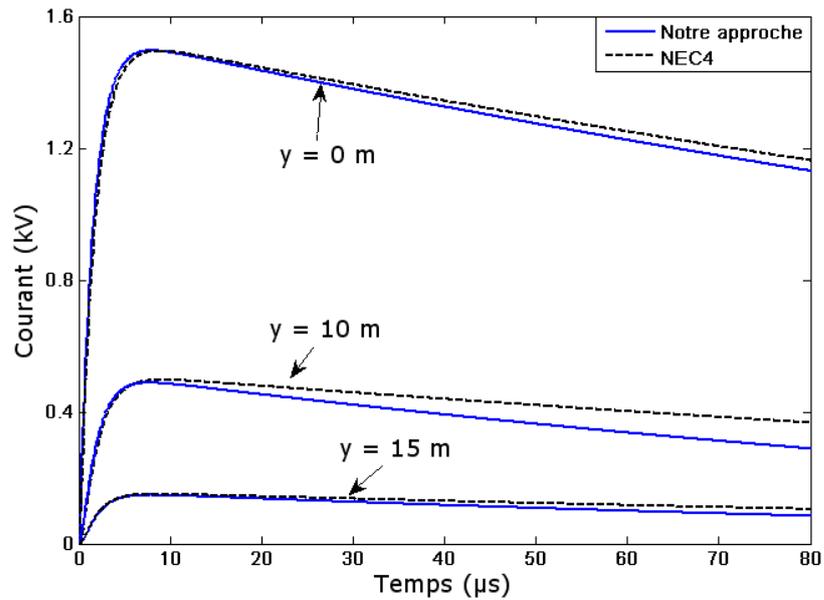


**Fig.3.13** Electrode enterrée horizontalement.

Pour valider les résultats en courant, nous utilisons le logiciel NEC-4. Le fichier des données que nous utilisons sur NEC-4 pour traiter cette application est présenté dans le tableau 2:

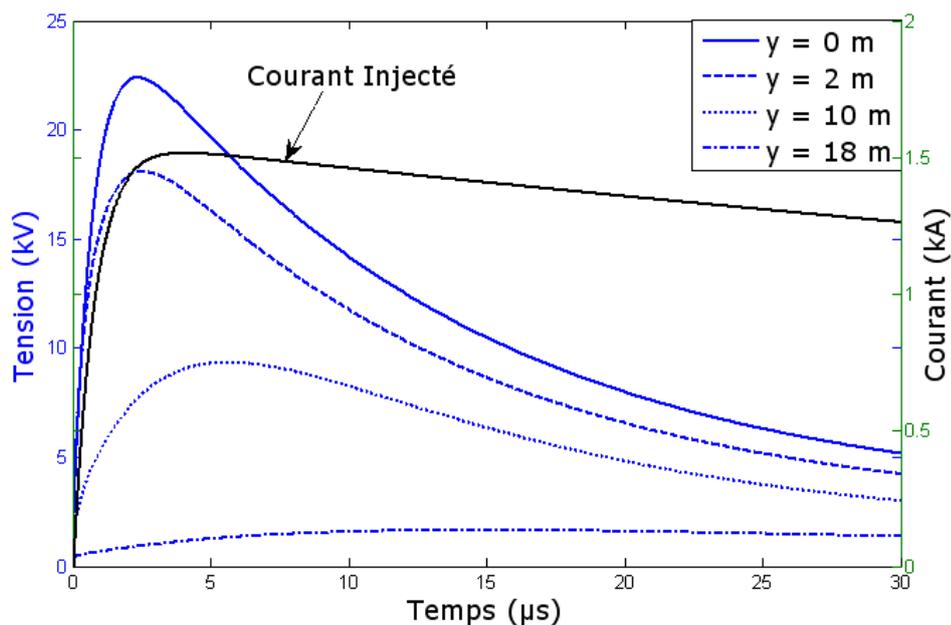
CE									
GW	1	61	0	0	-1	0	20	-1	0.007
GE	-1								
GN	1	0	0	0	10	1E-2			
FR	0	1024	0	0	0.004882813	0.004882813			
EX	4	1	10	0	0	0	-1	0	90
xQ									
EN									

**Tab.3.2** Données du fichier d'entrée du code NEC 4.



**Fig.3.14** Variation temporelle du courant en différents points de l'électrode.

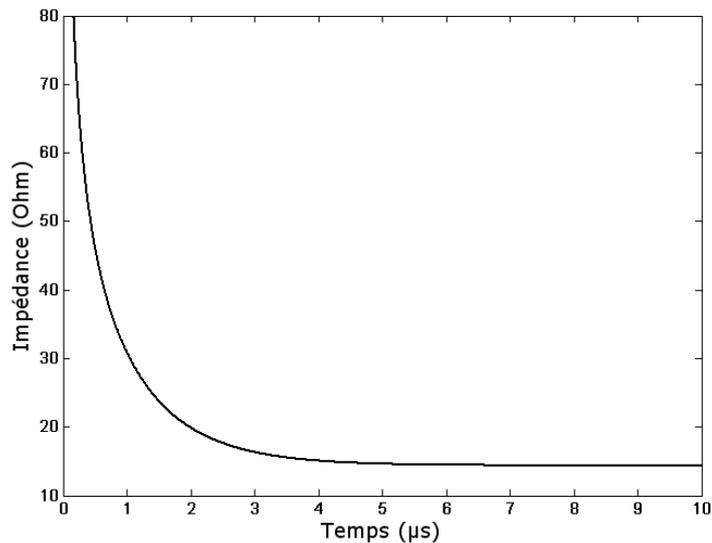
Fig.3.14 montre la variation du courant en différents points d'électrodes que nous obtenons par notre modèle (résolution de l'équation intégral-différentielle de Pocklington par la méthode des moments) et par le logiciel NEC-4. Ces résultats nous amène vers les mêmes remarques que pour le cas d'une électrode enterrée verticalement.



**Fig.3.15** Variation temporelle de la tension en différents points de l'électrode.

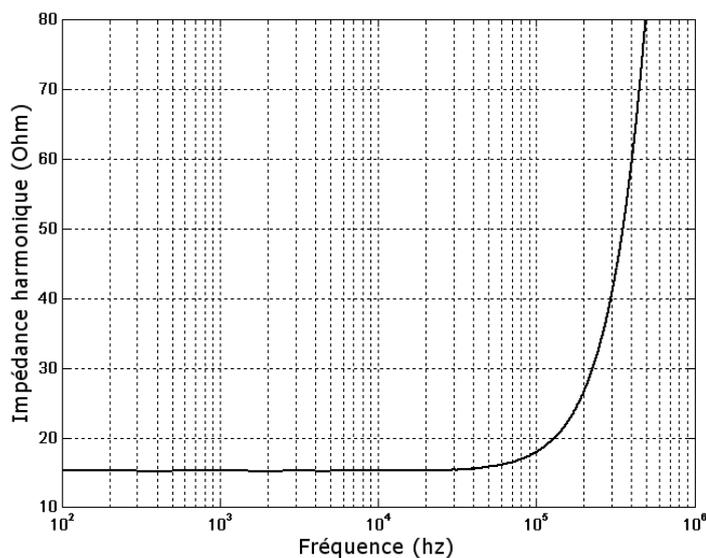
---

La Fig.3.15 montre la variation des potentiels en fonction du temps pour différentes point d'une électrode de mise à la terre.



**Fig.3.16** Evolution de l'impédance transitoire  $z(t)$ .

D'après la Fig.3.15, nous constatons que l'impédance transitoire  $z(t)$  diminue très rapidement d'une valeur supérieure à  $50 \Omega$ , puis elle s'installe rapidement à la valeur de la résistance basse fréquence. Ceci détermine la période transitoire à environ de  $t = 5 \mu\text{s}$ . Au-delà le comportement de la mise à la terre est exclusivement déterminée par  $R$ .



**Fig.3.17** Impédance harmonique cas d'électrode verticale  $Z(f)$ .

La Fig.3.17 montre la variation de l'amplitude de l'impédance harmonique en fonction de la fréquence pour une électrode de terre horizontale. En remarque que l'impédance harmonique reste indépendante de la fréquence dans la bande des basses fréquences (BF) allant jusqu'à  $f = 10 \text{ kHz}$  et égale à la résistance de terre  $R = 16 \Omega$ . Par contre, elle expose un comportement inductif dans la bande des hautes fréquences (HF) et sa valeur devient plus grande que  $R$ .

### 3.5.2 Cas d'une grille de mise à la terre

Soit une grille de mise à la terre excitée par un générateur d'onde de foudre comme le montre la Fig.3.18.

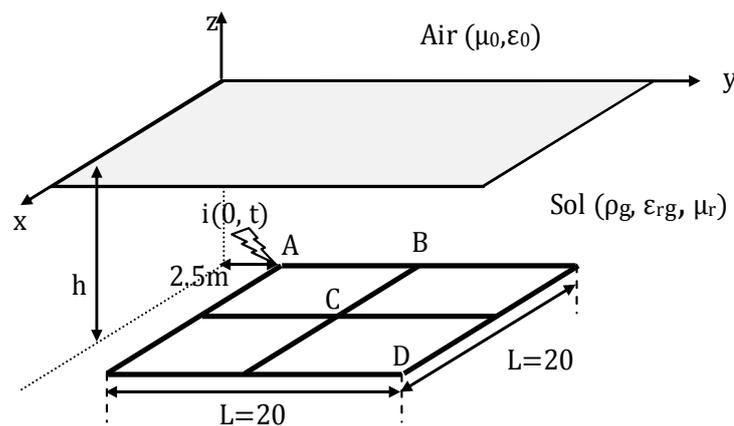


Fig.3.18 Grille de mise à la terre enterrée horizontalement.

#### Données de l'application

- Caractéristique du sol :  $\rho_g = 1000 \Omega \cdot m, \mu_r = 1, \epsilon_{rg} = 4$ .
- Paramètres des conducteurs :
  - a) longueur d'une barre = 10m
  - b) diamètre = 1.4 mm
  - c) résistivité  $\rho_e = 1000 \Omega m$
  - d) profondeur  $h = 0.6$  m

- Générateur d'onde de foudre:

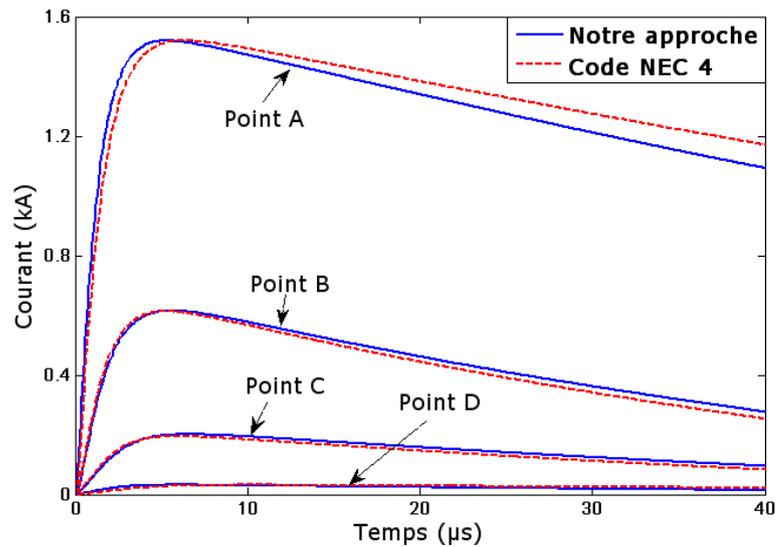
$$I(t) = I_m(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}), I_m = 1.635kA; \alpha = 0.0146\mu s^{-1}; \beta = 1.073\mu s^{-1} \quad (3.38)$$

Nous réalisons cette application par nos propres développements ainsi que par utilisation du logiciel NEC4 selon le fichier de données ci-dessus.

CE									
GW	1	21	-10.0	-10.0	-1	-10.0	.0	-1	.07
GW	2	21	-10.0	.0	-1	-10.0	10.0	-1	.07
GW	3	21	.0	-10.0	-1	.0	.0	-1	.07
GW	4	21	.0	.0	-1	.0	10.0	-1	.07
GW	5	21	10.0	-10.0	-1	10.0	.0	-1	.07
GW	6	21	10.0	.0	-1	10.0	10.0	-1	.07
GW	7	21	-10.0	-10.0	-1	.0	-10.0	-1	.07
GW	8	21	.0	-10.0	-1	10.0	-10.0	-1	.07
GW	9	21	-10.0	.0	-1	.0	.0	-1	.07
GW	10	21	.0	.0	-1	10.0	.0	-1	.07
GW	11	21	-10.0	10.0	-1	.0	10.0	-1	.07
GW	12	21	.0	10.0	-1	10.0	10.0	-1	.07
GE	-1								
GN	2	0	0	0	4	1E-3			
FR	0	1024	0	0	0.007	0.007			
EX	4	1	10	0	-10	-10	-1	450	0.01
XQ									
EN									

**Tab.3.3.** Données du fichier d'entrée du code NEC-4 pour une grille enterrée.

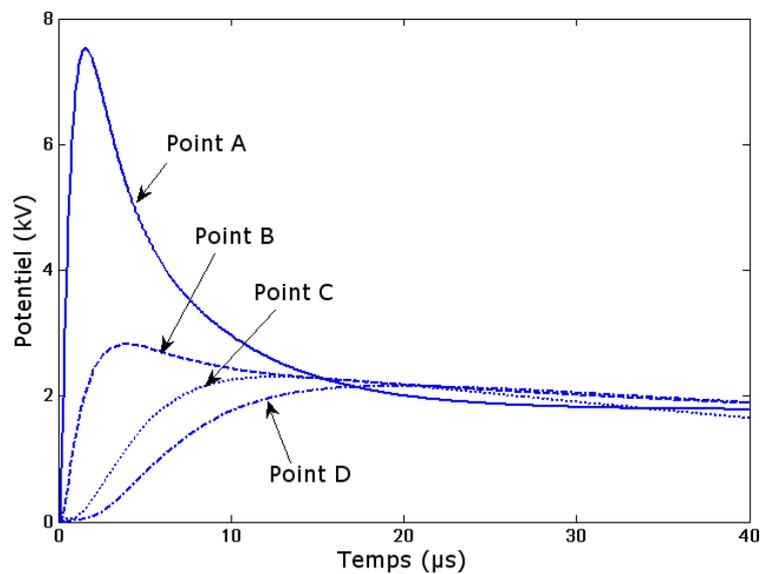
La Fig.3.19 montre la variation en temporelle du courant en différents points du grille de mise à la terre que nous obtenons par notre modèle et par logiciel NEC-4.



**Fig.3.19** Variation temporelle des courants aux différents points A, B, C et D.

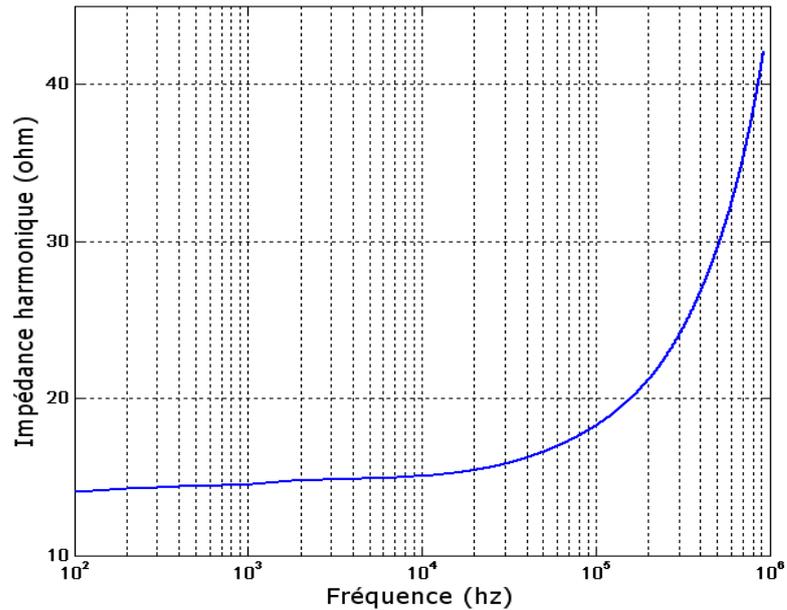
On constate que l'allure générale et l'amplitude sont conservées, mais un décalage temporel intervient entre les deux résultats.

La Fig.3.20 montre la variation des potentiels en temporelle pour différentes point d'une grille de mise à la terre.



**Fig.3.20** Variation des potentiels aux points A, B, C et D dans le domaine temporelle.

La Fig.3.21 représente la variation de l'amplitude de l'impédance harmonique pour une grille de mise à la terre  $Z(f)$ .



**Fig.3.21** Impédance harmonique d'une grille de mise à la terre  $Z(f)$ .

D'après la Fig.3.21, on constate que l'impédance harmonique reste indépendante de la fréquence dans la bande des basses fréquences (*BF*) allant jusqu'à  $f = 10 \text{ kHz}$  et égale à la résistance de terre  $R = 14 \Omega$ . Par contre, elle expose un comportement inductif dans la bande des hautes fréquences (*HF*) et sa valeur devient plus grande que  $R$ .

### 3.5.3 Interaction entre électrode

Afin de compléter notre travail de modélisation, nous proposons d'analyser l'interaction entre électrode lors d'un impact direct.

Dans ces applications, nous considérons deux électrodes identiques de même longueur  $l$  et de rayon  $a$ , enterrées à une profondeur  $h$  verticalement ou horizontalement dans un sol de résistivité fini  $\rho_g = 100 \Omega \cdot m$ , de permittivité électrique relative  $\epsilon_{rg} = 4$ , et situées à une distance  $d$  l'une de l'autre. Uniquement l'électrode N°1 est alimentée à l'une de ses extrémités par un générateur d'onde de foudre (expression (3.51)), avec les constantes :

$I_m = 1.635 \text{ kA}$ ;  $\alpha = 0.0146 \text{ } \mu\text{s}$ ;  $\beta = 1.073 \text{ } \mu\text{s}$  ce qui va nous permettre d'analyser l'interaction entre les deux électrodes.

### 3.5.3.1 Deux électrodes enterrées verticalement

Il s'agit de deux électrodes rectilignes de rayon  $a = 7 \text{ mm}$  et de longueur  $l = 6 \text{ m}$  séparées par une distance  $d$  (Fig.3.22). Nous proposons dans cette application de faire varier la distance de séparation et nous traçons la variation du courant en différents points des électrodes.

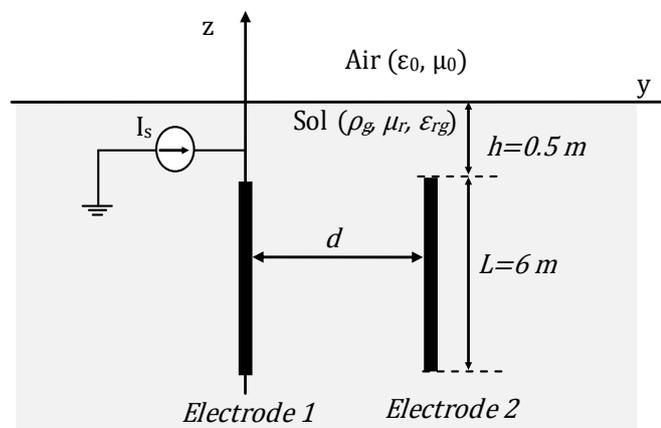


Fig.3.22 Deux électrodes enterrées verticalement.

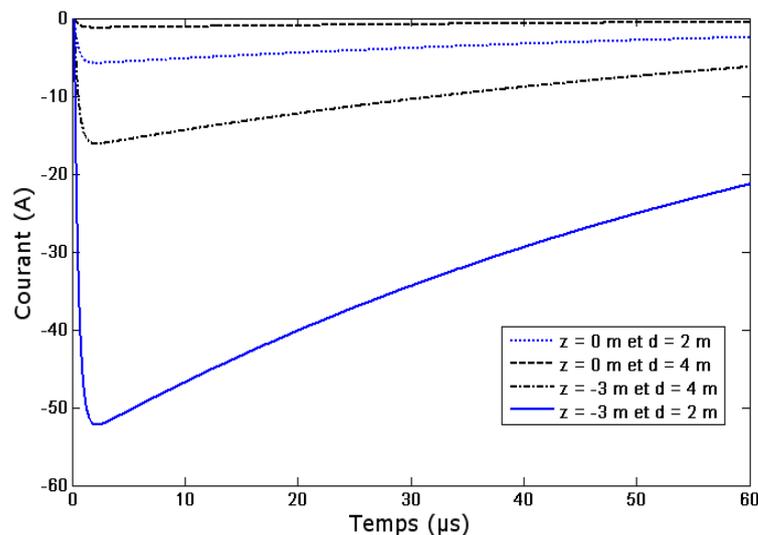


Fig.3.23 Variation du courant induit.

La Fig.3.23 montre la variation temporelle du courant induit en différents points de l'électrode N°2 pour différentes distance entre électrode  $d = 2 \text{ m}$  et  $d = 4 \text{ m}$ .

### 3.6.3.2 Deux électrodes enterrées horizontalement

Il s'agit de deux électrodes rectilignes de rayon  $a = 7 \text{ mm}$  et de longueur  $l = 6 \text{ m}$  séparées par une distance entre électrode  $d$  (Fig.3.24), ce qui va nous permettre d'analyser l'interaction entre les deux électrodes.

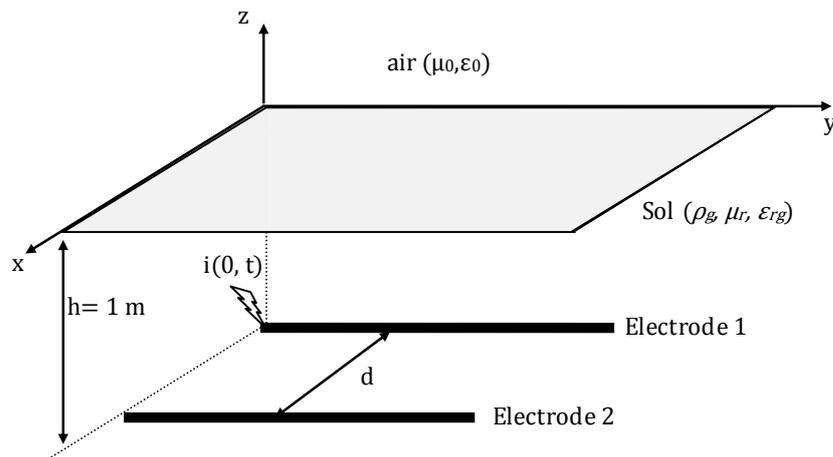


Fig.3.24 Deux électrodes enterrées horizontalement.

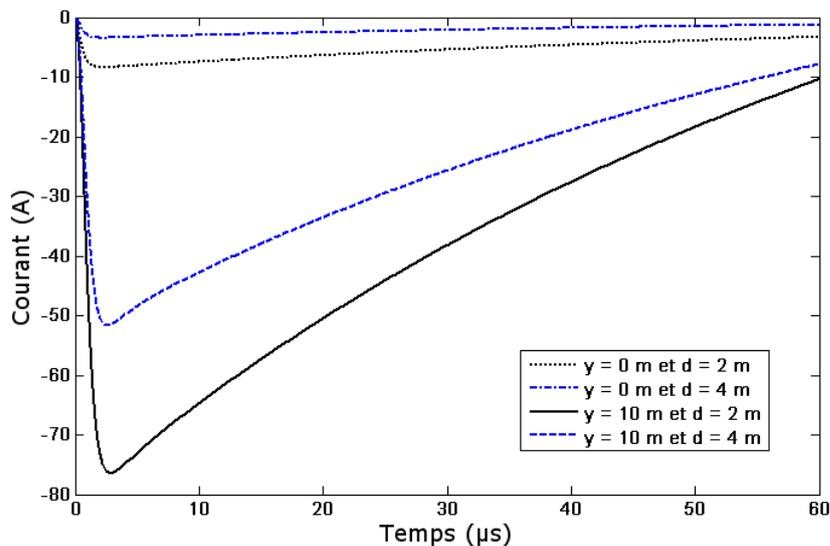


Fig.3.25 Variation du courant induit.

La Fig.3.25 montre la variation en fonction de temps du courant induit en différents points de l'électrode N°2 pour différentes distance entre électrode  $d = 2 \text{ m}$  et  $d = 4 \text{ m}$ .

---

A partir de ces deux applications on conclure que l'interaction diminue lorsque la distance entre électrodes augmente. Ces résultats confirment la loi de l'induction (loi de Lenz) qui indique que les courants induits s'opposent à l'effet qui leur donne naissance.

### **3.6 Conclusion**

D'un point de vue théorique, la mise à la terre est considérée comme un problème de diffraction électromagnétique. L'équation intégrale du champ électrique, établie dans le domaine fréquentiel, a été résolue numériquement par la méthode des moments. La présence de l'interface sol-air fait apparaître dans l'expression de la fonction de Green un second terme de Green image et une intégrale infinie dite intégrale de Sommerfeld.

Un programme informatique sous environnement MATLAB a été développé pour la détermination des courants, tensions et impédances transitoire. Ses résultats sont comparables à ceux obtenus par le logiciel commercial NEC-4.

On conclure que la performance impulsionnelle de prises de terre dépend essentiellement de trois facteurs : La géométrie de la mise à la terre, les propriétés électriques du sol et la forme d'onde du courant de foudre (c'est à dire l'intensité du courant, le temps de montée d'onde et le point d'excitation).

La théorie des antennes constitue le formalisme le plus rigoureux. Ce formalisme consiste à la résolution d'une équation intégral-différentielle dans le domaine fréquentiel par la méthode des moments.

La modélisation par la méthode des moments, bien que très attrayante car elle nécessite uniquement la discrétisation linéaire de la structure métallique, conduit à un système matriciel plein et impose la nécessité du calcul des intégrales de Sommerfeld sur

---

l'ensemble des segments (après discrétisation). Ces contraintes sont l'inconvénient de cette méthode.

Afin d'accélérer la résolution de l'équation intégrale en champ électrique EFIE, tout en gardant une bonne précision, nous proposons dans le cinquième chapitre une nouvelle approche en se basant sur la technique des ondelettes combinée avec une méthode basée sur les paramètres d'estimation.

# **Chapitre 4**

## **Rayonnement électromagnétique d'un system de mise à la terre**

# Chapitre 4

## Rayonnement électromagnétique d'un système de mise à la terre

### 4.1 Introduction

Les surtensions induites par une décharge orageuse peuvent provoquer d'importantes perturbations électromagnétiques dans les réseaux électriques de distribution d'énergie électrique. La protection correcte et efficace des systèmes électriques contre ces perturbations nécessite la caractérisation du champ électromagnétique rayonné par la foudre et nécessitent généralement une mise à la terre pour l'écoulement rapide des courants de défauts. Malheureusement, le passage des courants de défaut dans les réseaux de mise à la terre est souvent à l'origine d'une émission électromagnétique qui peut devenir très importante avec la taille des boucles de courants (taille des mailles d'une grille de mise à la terre, interconnexion des mises à la terre,....).

Dans un poste aérien THT ou HT, équipé d'une grille de mise à la terre, le rayonnement des réseaux de terre est à l'origine d'une auto-pollution. En effet, le poste aérien est l'endroit privilégié du réseau pour le prélèvement de l'information nécessaire au comptage ainsi qu'au contrôle et la gestion du réseau ; ce qui implique la présence d'un ensemble d'appareillages de mesures et de capteurs de très bas niveau de plus en plus sensible à l'émission électromagnétique ayant pour origine les jeux de barres en régime normale et les réseaux de mise à la terre en régime perturbé.

Donc il est indispensable d'évaluer les champs électromagnétiques émis, soit par la mesure qui s'avère très coûteuses et incomplètes car ne permettent pas de paramétrer différentes données tel que la taille des grilles, la résistivité des sols, la profondeur

d'enfouissement, soit par les calculs en utilisant la théorie générale des champs électromagnétiques.

## 4.2 Arc en retour: Revue des différents modèles existants.

Afin de pouvoir effectuer le calcul des champs rayonnés par l'arc en retour, il est nécessaire de diviser le canal en une somme de dipôles élémentaires alimentés par une source de courant. La représentation mathématique du courant le long du canal ionisé (arc en retour) a fait l'objet de plusieurs modèles mathématiques, dont les plus connues sont présentés dans la suite.

### 4.2.1 Modèle de Bruce et Golde (BG)

Le modèle de Bruce et Golde [87] considère que le courant de base  $I(0, t)$  circule de bas en haut dans l'arc en retour à une vitesse inférieure à la vitesse de la lumière. Ainsi qu'une valeur nulle du courant au-dessus du front d'onde. Mathématiquement, ces hypothèses peuvent se traduire par l'expression (4.1).

$$I(z', t) = \begin{cases} I(0, t) & \text{si } z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & \text{si } z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad (4.1)$$

$z'$  : altitude le long du canal,

$v_f$  : vitesse de propagation de l'onde dans l'arc en retour.

La discontinuité qui apparaît au front d'onde de l'arc en retour implique une neutralisation instantanée des charges avant l'arrivée du courant. De plus le modèle présente une autre limitation. En effet Bruce et Golde proposent que le courant en tout point du canal soit identique à celui situé à la base du canal à ce même instant Fig. 4.1. Ceci exigerait une vitesse de propagation des charges infinie, résultats contraires à la recherche présentée par Nucci [88] presque 50 ans plus tard (en 1988).

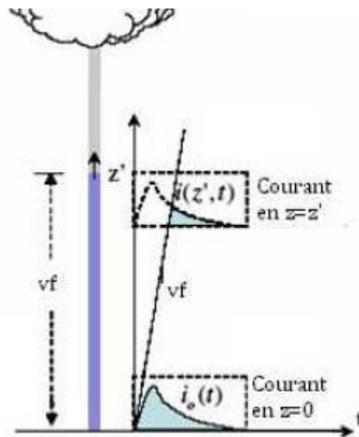


Fig.4.1 Propagation d'arc en retour par le modèle de BG [89].

#### 4.2.2 Modèle de Ligne de transmission (TL)

Ce modèle proposé par Uman et McLain [90], assimile le canal de foudre à une ligne de transmission verticale sans pertes. Le courant de foudre se propage donc vers le haut du canal avec une vitesse constante  $v$  sans subir de déformation (Fig.4.2).

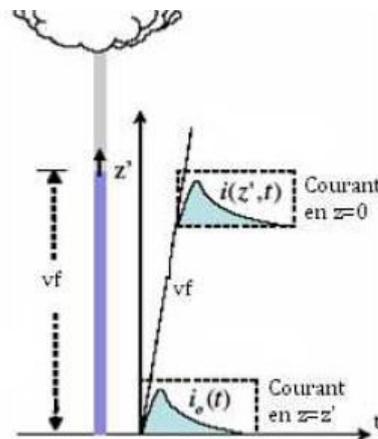


Fig.4.2 Modèle de propagation selon la méthode TL [89].

Mathématiquement, le courant à une altitude  $z'$  est décrit par la relation (4.2).

$$I(z', t) = \begin{cases} I\left(0, t - \frac{z'}{V}\right) & \text{si } z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & \text{si } z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad (4.2)$$

Le modèle TL n'est pas en accord avec les observations expérimentales. En effet, il ne prend pas en compte les distorsions et affaiblissements du courant de foudre le long du

canal. De plus, ce modèle ne permet pas l'intégration des variations de la vitesse de propagation le long du canal [91].

### 4.2.3 Modèle de Ligne de Transmission Modifiée (MTL)

Différents auteurs ont proposé deux modèles complémentaires basés sur le modèle TL, permettant de prendre en compte les pertes le long du canal.

- **Décroissance exponentiel (MTLE)**

Proposé d'abord par Nucci et Mazzetti en 1988 [88], puis repris par Rachidi et Nucci en 1990 [92], ce modèle rajoute au modèle TL existant, une décroissance du courant de foudre de forme exponentielle inverse en fonction de la hauteur du canal. D'où l'expression mathématiques donnée par (4.3).

$$I(z', t) = \begin{cases} I\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) \times \exp\left(-\frac{z'}{\lambda}\right) & \text{si } z' \leq v \cdot t \\ 0 & \text{si } z' > v \cdot t \end{cases} \quad (4.3)$$

$\lambda$  : est la constante d'affaiblissement du courant et a été estimée par Nucci et Rachidi à 2 km [92], d'après les publications et mesures expérimentales de Lin et Uman [93].

- **Décroissance linéaire (MTLL)**

De même que la méthode MTLE, le MTLL, proposée par Rakov et Dulzon [94], suggère une décroissance du courant le long de l'arc en retour. Dans le cadre de la méthode MTLL, la décroissance est de forme linéaire et peut être traduite par la relation suivante:

$$I(z', t) = \begin{cases} I\left(0, t - \frac{z'}{H}\right) \times \left(1 - \frac{z'}{H}\right) & \text{si } z' \leq v \cdot t \\ 0 & \text{si } z' > v \cdot t \end{cases} \quad (4.4)$$

Où  $H$  est la hauteur totale du canal.

#### 4.2.4 Modèles d'ingénieurs

Plusieurs études de Rakov [95-96] montrent que ces modèles peuvent être mis sous la forme mathématique généraliste (4.5).

$$I(z', t) = I\left(0, t - \frac{z'}{v_f}\right) \times P(z') \times U\left(t - \frac{z'}{v_f}\right) \text{ si } z' \leq v_f \cdot t \quad (4.5)$$

où  $U$  est la fonction de Heaviside ( $U = 0$  tant que  $t \leq z/v$ ),  $P(z)$  est une fonction d'atténuation.

#### 4.2.5 The travelling current Source model (TCS)

Proposé par Heilder en 1985 [97], ce modèle considère que les charges provoquées par le leader sont neutralisées par l'arc en retour. Un courant de source, associé à l'arc en retour, circule à la vitesse  $v$  de la terre vers le sommet.

$$I(z', t) = \begin{cases} I\left(0, t - \frac{z'}{c}\right) \times \left(1 - \frac{z'}{H}\right) & \text{si } z' \leq v \cdot t \\ 0 & \text{si } z' > v \cdot t \end{cases} \quad (4.6)$$

Ce modèle permet une modélisation plus précise de la propagation du courant de foudre dans l'arc en retour.

#### 4.2.6 Modèle de Diendorfer Uman (DU)

Présenté par Diendorfer et Uman en 1990 [98], ils ont ajouté un terme au modèle TCS permettant de prendre en compte une décroissance exponentielle inverse du courant de front ascendant grâce à l'expression (4.7) :

$$I(z', t) = \begin{cases} I\left(0, t + \frac{z'}{c}\right) - \exp\left(-\left(t - \frac{z'}{v_f}\right)\right) \times I\left(0, \frac{z'}{V^*}\right) & \text{si } z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & \text{si } z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad (4.7)$$

avec :  $V^* = v_f / \left(1 + \frac{v_f}{c}\right)$

### 4.3 Modélisation du courant de foudre à la base du canal

La mesure a permis de représenter mathématiquement le coup de foudre par un générateur de courant à la base du canal dont l'amplitude peut varier de quelques  $kA$  à quelques centaines de  $kA$  [99]. La propagation du courant d'arc en retour le long du canal ionisé est à l'origine d'un rayonnement électromagnétique.

Afin de pouvoir calculer le champ rayonné par l'arc en retour d'une décharge orageuse, il est important de connaître en premier lieu le courant situé à la base du canal, ainsi que sa vitesse de propagation le long de l'arc en retour [100].

#### 4.3.1 Forme analytique du courant de foudre

Les formes analytiques du courant de foudre, généralement rencontrées au sein de la littérature [101-103], se composent de sommes de fonctions exponentielles. Ce type de fonction présente l'intérêt d'avoir une transformée de Fourier pouvant être calculée de manière analytique, ce qui facilite l'analyse dans le domaine fréquentiel. Deux expressions analytiques sont le plus souvent utilisées pour représenter le courant à la base du canal.

En premier, la fonction bi-exponentielle [101-102], où  $I_0$  représente la valeur crête du courant,  $\alpha$  est l'inverse du temps de descente et  $\beta$  est l'inverse du temps de montée. Cette fonction est la plus utilisée dans la littérature.

$$i(0, t) = I_0(\exp(-\alpha \cdot t) - \exp(-\beta \cdot t)) \quad (4.8)$$

Puis, plus récemment F. Heideler [103] a proposé une nouvelle expression:

$$i(0, t) = \frac{I_0}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^n}{1 + (t/\tau_1)^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \quad (4.9)$$

où:

$\eta = \exp\left(-\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^n \cdot \sqrt{n \frac{\tau_2}{\tau_1}}\right)$  : est le facteur de correction d'amplitude ;

$I_0$  : l'amplitude du courant à la base du canal;

$\tau_1$  et  $\tau_2$  : la constante de temps de front et la constante de décroissance respectivement;

$n$  : un exposant ayant des valeurs comprises entre 2 à 10.

Une autre expression généralement utilisée pour décrire la forme d'onde à la base du canal proposé par Heidler [104] dans le cas d'arcs subséquents est la somme de deux fonctions d'Heidler :

$$I(0, t) = \frac{I_{01}}{\eta_2} \frac{(t/\tau_{11})^{n_1}}{1 + (t/\tau_{11})^{n_1}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{12}}\right) + \frac{I_{02}}{\eta_2} \frac{(t/\tau_{21})^{n_2}}{1 + (t/\tau_{21})^{n_2}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{22}}\right) \quad (4.10)$$

	$I_{01}(kA)$	$\tau_{11}(\mu s)$	$\tau_{21}(\mu s)$	$n_1$	$I_{02}(kA)$	$\tau_{12}(\mu s)$	$\tau_{22}(\mu s)$	$n_1$
Premier coup	28	1.8	95	2	-	-	-	-
Arc subséquent	10.7	0.25	2.5	2	6.5	2	230	2

**Tab 4.1** Paramètres des fonctions de l'Heidler correspondant au premier coup et arcs en subséquent, d'après les données expérimentales par Berger et al [105].

Nucci et al propose un autre modèle du courant à la base du canal [106] pour le cas d'arcs subséquents. Ce modèle a été récemment adopté comme une forme standard pour de nombreux groupes de recherche [107, 108]. Ce courant est exprimé comme la somme d'une fonction Heidler et une fonction double exponentielle selon l'équation (4.11).

$$i(0, t) = \frac{I_{01}}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^2}{1 + (t/\tau_1)^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) + I_{02} \left( \exp\left(-\frac{t}{\tau_3}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_4}\right) \right) \quad (4.11)$$

$I_{01}(kA)$	$\tau_1(\mu s)$	$\tau_2(\mu s)$	$\eta$	$I_{02}(kA)$	$\tau_3(\mu s)$	$\tau_4(\mu s)$
9.9	0.072	5.0	0.845	7.5	100.0	6.0

**Tab 4.2** Paramètres du courant à la base du canal, d'après Nucci et al [106].

Ce courant, présente une valeur de crête de 11  $kA$  et un dérivé de temps maximum de 105  $kA/ms$ .

La fonction Heidler a été préférée à la fonction bi-exponentielle couramment utilisé, car il présente:

- ✓ Une dérivée nulle pour  $t = 0$ , ce correspond aux observations expérimentales.
- ✓ Un réglage précis et facile de l'amplitude du courant, la dérivée maximale du courant de foudre et la charge électrique transférée près indépendamment en faisant varier  $I_0, \tau_1$  et  $\tau_2$ .

#### 4.4 Champs électromagnétiques rayonnés par une décharge orageuse

Pour le besoin de l'analyse de l'effet direct et indirect de la foudre, il est nécessaire de connaître la variation du champ électromagnétique au proche voisinage de l'installation de mise à la terre. Le calcul du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse repose sur l'hypothèse que le canal de foudre peut être assimilé à une antenne verticale filiforme, de hauteur  $H$  et dans laquelle un courant se propage du sol à une vitesse  $v$  vers le nuage selon l'axe vertical  $z$ .

Dans la réalité, le canal n'est pas rectiligne et comporte une succession de petits segments, dont les directions suivraient une loi de distribution de type gaussienne. Mais vu le caractère aléatoire de cette tortuosité, on se limitera dans notre étude au cas simple du canal vertical (Fig.4.3).

#### 4.4.1 Calcul du champ au-dessus du sol

##### 4.4.1.1 Equations général du champ

Le calcul du champ électromagnétique rayonnée par un dipôle situe au-dessus d'un sol de conductivité finie a été traité par Baños [109], il résoudre la solution des équations de Maxwell en conformité avec les conditions aux limites sur l'interface air-sol. Les équations résultantes de [109] dans le cas d'un dipôle électrique vertical placé à une hauteur  $z'$  (Fig.4.3), dans le domaine fréquentiel, sont données par les expressions suivantes en coordonnées cylindriques:

$$dE_r(r, z, j\omega) = \frac{j\omega I(z')\mu_0 dz'}{4\pi k_0^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} (G_{22} - G_{21} + k_g^2 V_{22}) \right] \quad (4.12)$$

$$dE_z(r, z, j\omega) = \frac{-I(z') dz'}{4\pi} \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right) (G_{22} - G_{21} + k_g^2 V_{22}) \right] \quad (4.13)$$

$$dH_\phi(r, z, j\omega) = \frac{j\omega I(z')\mu_0 dz'}{4\pi k_0^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (G_{22} - G_{21} + k_g^2 V_{22}) \right] \quad (4.14)$$

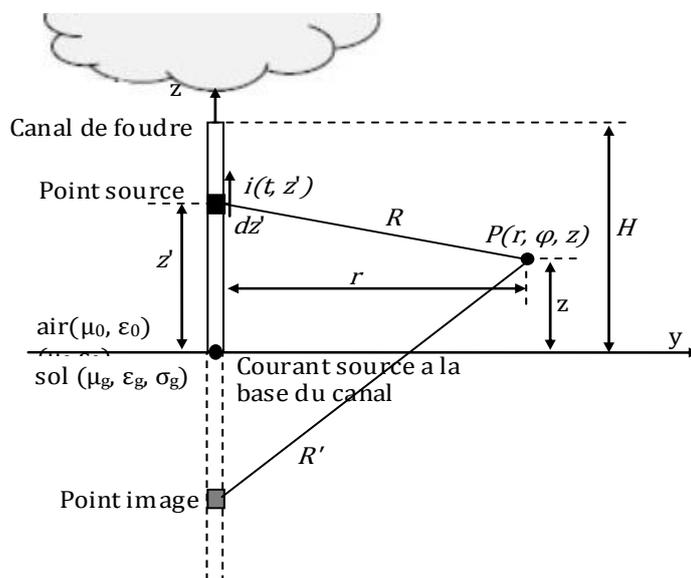
où  $G_{22}$ ,  $G_{21}$  sont les fonctions de Green.

$$V_{22} = \int_0^\infty \frac{2 \exp(-\gamma_0(z' + z))}{k_0^2 \gamma_g + k_g^2 \gamma_0} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (4.15)$$

$$\gamma_0 = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}; \quad \gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_g^2}, \quad k_g = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{rg} + j\omega \mu_0 \sigma_g}; \quad k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \quad (4.16)$$

$\mu_g$ ,  $\varepsilon_g$  et  $\sigma_g$ : désignent respectivement la permittivité, perméabilité et la conductivité du sol.  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre zéro et  $I(z')$  est la transformée de Fourier inverse de la distribution du courant le long du canal de foudre  $i(z', t)$ . Ces équations contiennent des intégrales dites de Sommerfeld qui présentent l'inconvénient d'être gourmandes en temps de calcul. De plus, la nécessité d'effectuer une transformée de

Fourier inverse afin de revenir dans le domaine temporel, sans poser des problèmes numériques.



**Fig.4.3** représentation du canal de foudre dans la méthode du dipôle Hertzien pour le calcul des champs électromagnétiques émis.

#### 4.4.1.2 Cas d'un sol parfaitement conducteur

En supposant un sol parfaitement conducteur, le calcul des rayonnements électromagnétiques peut être grandement simplifié. Dans ce cas, les composantes des champs électrique et magnétique à une point  $P(r, \varphi, z)$ , comme dans la Fig.4.3, produite par un dipôle élémentaire  $dz'$  du canal de foudre localisé à une hauteur  $z'$ ; parcouru par un courant en fonction du temps  $i(z', t)$  peut être calculée dans le domaine temporel en utilisant les relations suivantes [110-111]:

$$dE_z(r, \varphi, z, t) = \frac{dz'}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \begin{aligned} & \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau + \\ & \left( \frac{2(z-z')^2 - r^2}{cR^4} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) - \frac{r^2}{c^2R^3} \frac{\partial i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right)}{\partial t} \right) \end{aligned} \right. \quad (4.17)$$

$$dE_r(r, \varphi, z, t) = \frac{dz'}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \begin{aligned} & \frac{3r(z-z')}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau + \\ & \frac{3(z-z')}{cR^4} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) - \frac{r(z-z')}{c^2R^3} \frac{\partial i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right)}{\partial t} \end{aligned} \right. \quad (4.18)$$

$$dB_\varphi(r, \varphi, z, t) = \frac{\mu_0 dz'}{4\pi} \left\{ \frac{r}{R^3} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) + \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right)}{\partial t} \right. \quad (4.19)$$

avec:

$i(z', t)$ : est le courant porté par le dipôle  $dz'$  au moment  $t$ ;

$\epsilon_0$  et  $\mu_0$ : la permittivité est la perméabilité du vide respectivement ;

$R$  : est la distance entre le dipôle et le point d'observation ;

$r$  : est la distance horizontale entre le canal de foudre et le point d'observation.

Pour des distances ne dépassant pas plusieurs kilomètres, l'hypothèse d'un sol de conductivité finie est une approximation raisonnable pour la composante verticale du champ électrique et pour le champ magnétique azimutale comme indiqué par plusieurs auteurs [112-114].

### 3.4.1.3 Formule de Cooray-Rubinstein

L'une des approximations proposées dans la littérature, ce qui semble être un des plus simples et plus précis, est la formule Cooray-Rubinstein [113, 115]:

$$\underline{E}_r(r, z, j\omega) = \underline{E}_{rp}(r, z, j\omega) - \underline{H}_{\phi p}(r, z = 0, j\omega) \cdot \frac{(1+j)}{\sigma_g \delta} \quad (4.20)$$

avec :

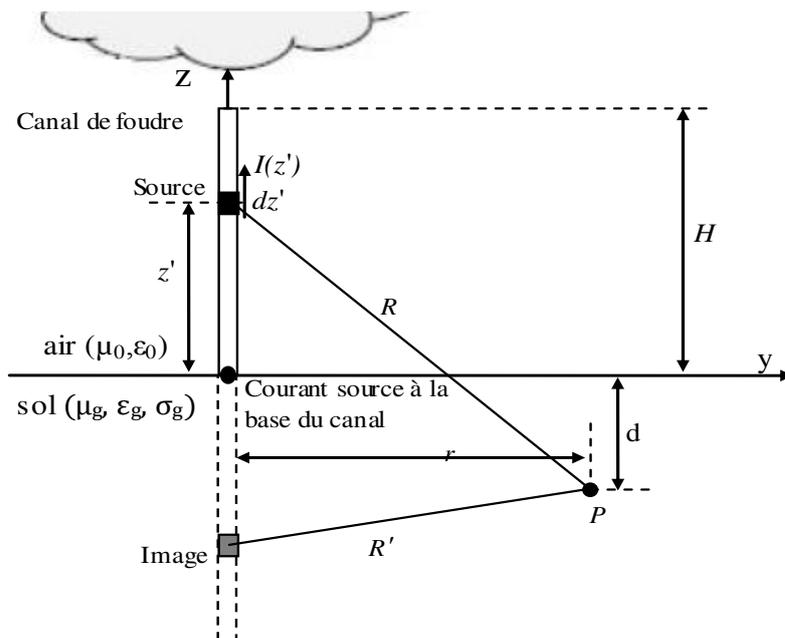
$\underline{E}_{rp}(r, z, j\omega)$  : La transformée de Fourier de la composante horizontale du champ électrique à une hauteur  $z$  du sol parfaitement conducteur.

$\underline{H}_{\phi p}(r, z, j\omega)$  : La transformée de Fourier de la composante azimutale du champ magnétique à une hauteur  $z$  du sol parfaitement conducteur.

## 4.4.2 Calcul du champ au-dessous du sol

### 4.4.2.1 Equations général du champ

La géométrie appropriée à ce problème est montré en Fig.4.4. Considérons un dipôle élémentaire du canal de foudre localisé à une hauteur  $z'$ ; au-dessus d'un sol de conductivité finie tel que le point d'observation est dans le sol.



**Fig. 4.4** Géométrie pour le calcul des champs électromagnétiques rayonné par un canal de foudre vertical au-dessous de la surface du sol.

En général les expressions du champ électrique verticale et horizontale rayonné par un dipôle élémentaire (à une hauteur  $z'$  au-dessus du sol, à une distance horizontale  $r$  du canal de foudre et à une profondeur  $d$  au-dessous du sol) sont donnés par [109] :

$$dE_r(r, d, z') = \frac{j\omega\mu_0 I(z') dz'}{4\pi} \left[ \frac{\partial^2 V_{12}(r, d, z')}{\partial r \partial z} \right] \quad (4.21)$$

$$dE_z(r, d, z') = \frac{j\omega\mu_0 I(z') dz'}{4\pi} \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_g^2 \right) V_{12}(r, d, z') \right] \quad (4.22)$$

Où  $V_{12}$  est l'intégrale de Sommerfeld exprimée par :

$$V_{12}(r, d, z') = \int_0^{\infty} \frac{2 \exp(-\gamma_g(z' + z))}{k_g^2 \gamma_0 + k_0^2 \gamma_g} J_0(\lambda r) \lambda d \lambda \quad (4.23)$$

L'équation (4.23) nécessite pour son évaluation numérique, beaucoup de temps de calcul. En outre, pour obtenir le champ électrique rayonné dans le domaine temporel, l'intégration de (4.21) et (4.22) le long du canal de foudre et la transformée de Fourier inverse sont également nécessaires. Par conséquent, l'utilisation directe des équations (4.21) et (4.22) peut être très coûteux en termes de temps de calcul.

En 2001, Cooray [116] propose des expressions simplifiées permettant le calcul des champs électriques pénétrant dans le sol et générés par une onde de type foudre. Ces expressions du champ se basent sur la connaissance du champ électrique dans le cas d'un sol de conductivité finie, au niveau de l'interface sol-air.

#### 4.4.2.2 Expressions de Cooray

Les expressions simplifiées pour la détermination des champs électromagnétique au-dessous du sol produit par le canal de foudre ont été proposées récemment par Cooray [116].

$$\underline{E}_z(j\omega, r, d) = \underline{E}_z(j\omega, r, 0) \cdot \frac{\varepsilon_0 \exp(-k_g d)}{\sigma_g + j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{rg}} \quad (4.24)$$

$$\underline{E}_r(j\omega, r, d) = \underline{E}_r(j\omega, r, 0) \cdot \exp(-k_g d) \quad (4.25)$$

où :  $k_g = \sqrt{\omega^2 \mu_g \varepsilon_g + j\omega \mu_0 \varepsilon_0}$  : Constant de propagation dans le sol.

Dans ces expressions, les composantes du champ électrique vertical et horizontal à la surface du sol  $\underline{E}_z(j\omega, r, 0)$  et  $\underline{E}_r(j\omega, r, 0)$  peuvent être calculées en supposant le sol comme parfait pour le champ électrique vertical.

L'expression du champ magnétique azimutal est comme suit :

$$H_{\phi,\sigma}(j\omega, r, d) = H_{\phi,\sigma}(j\omega, r, 0). \exp(-k_g d) \quad (4.26)$$

#### 4.5 Évaluation des champs électromagnétiques rayonnés par un dipôle

Le calcul du champ électromagnétique émis par un dipôle situé au voisinage du sol, disposé horizontalement ou verticalement par rapport à l'interface sol-air, a fait l'objet de nombreuses publications. La complexité de ce problème tient à la difficulté de prendre en compte l'effet du sol de façon exacte. Dans le cas de la présence d'une interface sol-air plane, la prise en compte de l'hétérogénéité est réalisé en introduisant généralement un terme dit image ainsi qu'un terme de correction. Pour chacun des éléments de courant il est nécessaire de résoudre des intégrales introduites par Sommerfeld [117].

Dans ce qui va suivre nous donnons les expressions exactes développées par Banos [109] dans le cas d'une source proche de l'interface ainsi que les expressions proposées par Sivaprasad et Al [118].

##### 4.5.1 Expressions exactes pour le champ proche du sol

La solution exacte pour le champ électromagnétique d'une source située près d'une interface a été publiée pour la première fois par A. Sommerfeld [117]. Aussi, l'ensemble des expressions du champ électromagnétique pour un point d'observation proche du sol ont été développées par Banos [109] en coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$ . La géométrie du problème est représentée sur la Fig.4.5.

La source de dipôle horizontal est orientée selon l'axe OY et immergé en dessous de l'interface dans le milieu 1.

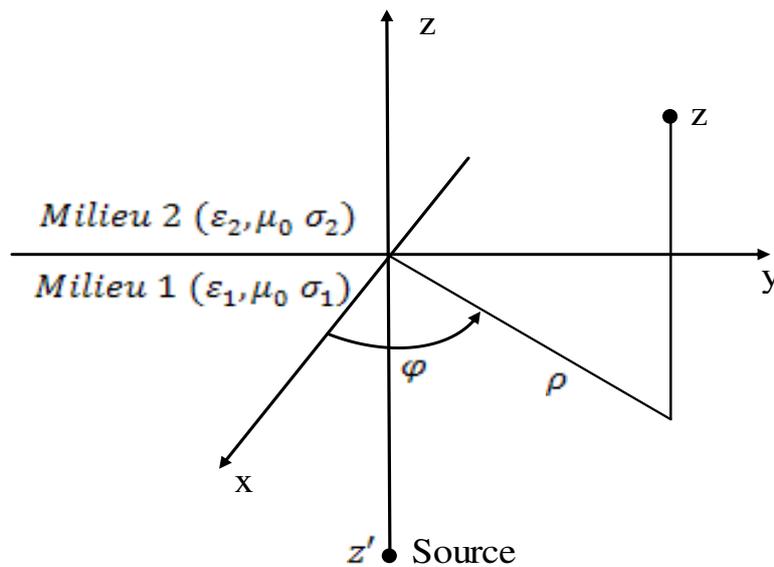


Fig.4.5 Coordonnées de l'évaluation du champ dû à une source enterrée.

On retrouve selon la position du point d'observation et la source, quatre cas selon la source soit dans le sol ou dans l'air (voire annexe B).

#### 4.5.2. Méthodes des dipôles Hertziens

La méthode des dipôles consiste en une subdivision du support « structure filaire » en éléments appelés dipôles Fig.4.5, dont la taille est choisie de façon à masquer la propagation. Le champ en tout point du milieu est obtenu par superposition des contributions de l'ensemble des dipôles.

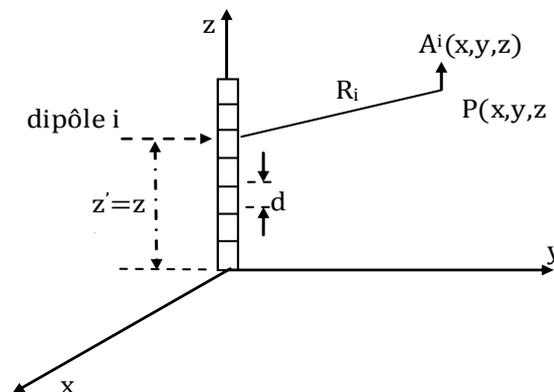


Fig.4.6 Structure segmentée en dipôles.

La taille des dipôles  $dl$  doit satisfaire aux deux conditions suivantes :

$$dl \leq \lambda/20 \quad (4.27)$$

$\lambda$  : étant la plus petite longueur d'onde significative.

Cette condition permet de masquer la propagation le long du dipôle, c'est à dire l'amplitude et la phase du courant le long du dipôle, sont toutes les deux indépendantes de  $z$ .

$$dl \leq R/10 \quad (4.28)$$

Cette condition permet de prendre en compte les petites variations de courant d'un point très proche de la structure filaire.

$R$  : étant la distance entre le dipôle considéré et le point d'observation.

## 4.6 Applications

### 4.6.1 Courant à la base du canal et arc en retour

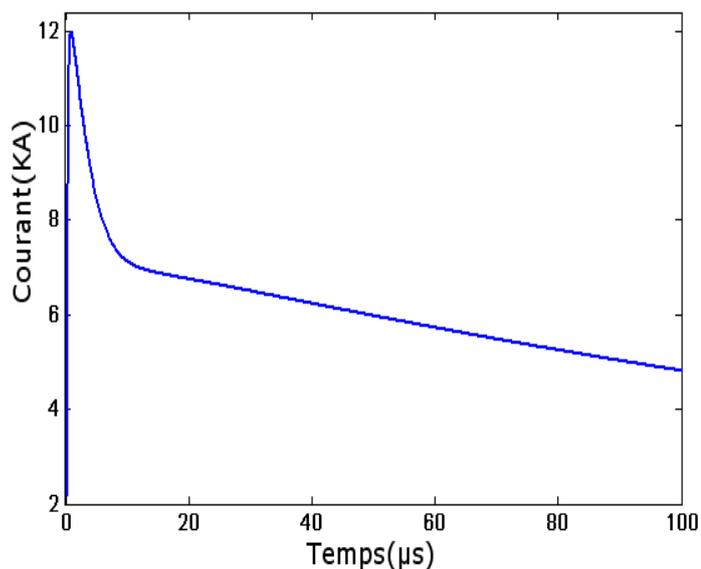
Pour modéliser le courant à la base du canal, on utilise l'expression de F. Heidler [102].

En général, la somme de deux fonctions de F. Heidler permet d'obtenir une bonne approximation analytique du courant à la base du canal de foudre.

La Fig.4.7 représente le courant à la base du canal en utilisant l'expression de F. Heidler pour les paramètres suivants :

$I_{01}(kA)$	$\tau_{11}(\mu s)$	$\tau_{21}(\mu s)$	$n_1$	$I_{02}(kA)$	$\tau_{12}(\mu s)$	$\tau_{22}(\mu s)$	$n_2$
10.7	0.25	2.5	2	6.5	2.1	230	2

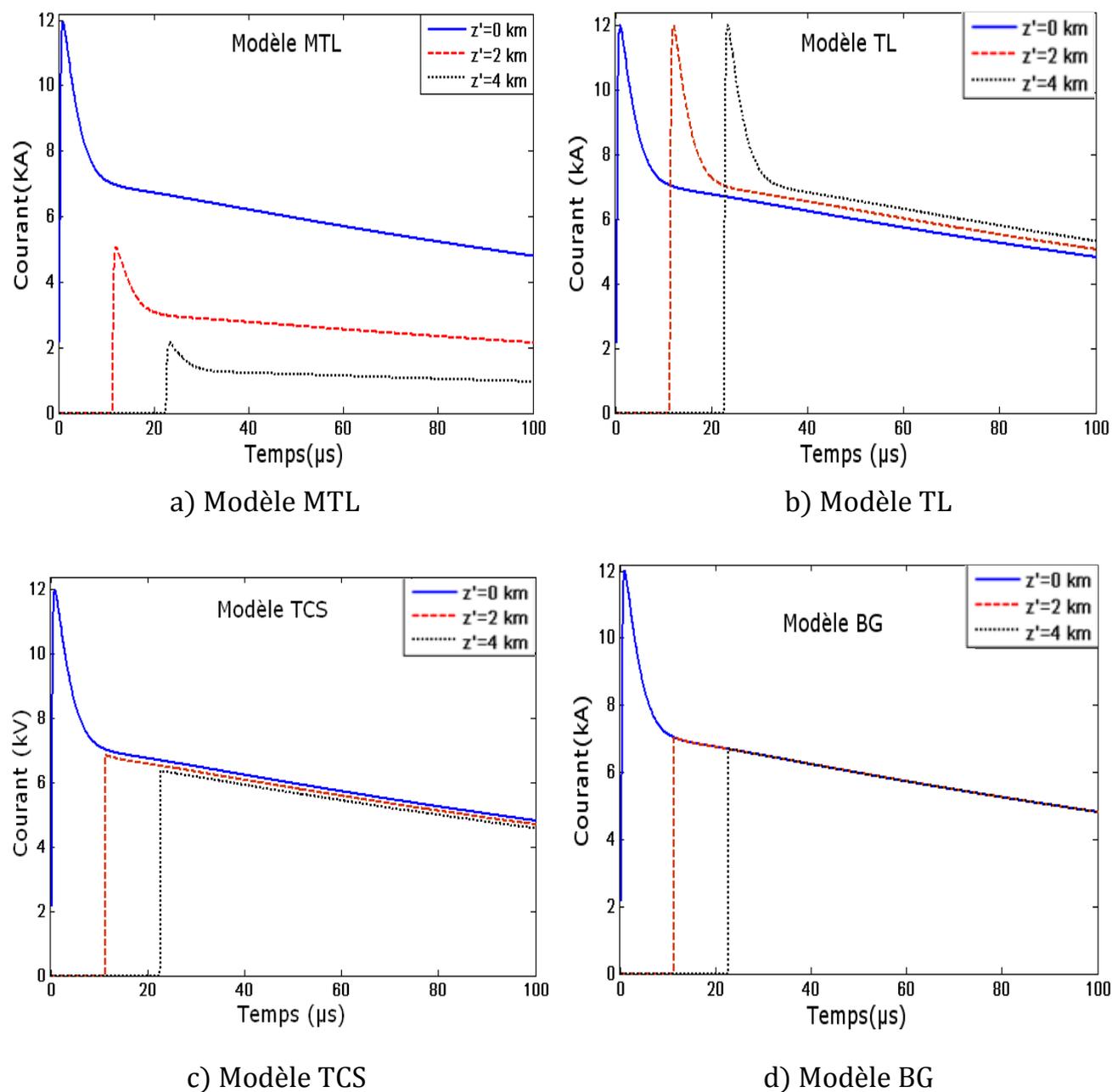
**Tab.4.3** Paramètres du courant à la base du canal (fonction de Heidler).



**Fig. 4.7** Courant à la base du canal.

Pour l'arc en retour nous présentons les résultats pour les différents modèles les plus utilisés dans la littérature [5]. Afin de représenter et de comparer ces deux modèles MTL et TL, nous utilisons le courant à la base du canal que l'on vient d'illustrer et les données suivantes pour l'arc en retour  $v = 1,3 \times 10^8 m/s$ ,  $\lambda = 2 km$ .

Les Fig. 4.8 (a, b, c et d) présentent la distribution temporelle du courant de l'arc en retour pour les quatre modèles MTL, TL, BG, TCS. D'après ces résultats nous constatons que le modèle TL présente une discontinuité sur le front de l'arc et ne tient pas compte de l'atténuation le long du canal. Pour tous les modèles excepté TL, il y a une décroissance de l'intensité du courant avec la hauteur ; la forme et l'origine de cette décroissance diffèrent d'un modèle à l'autre. Pour les modèles BG et TCS, cette décroissance est due à celle du courant à la base du canal; en d'autres termes, pour un courant à la base du canal ayant une amplitude constante avec le temps, on n'observerait aucune décroissance du courant le long du canal pour les modèles BG et TCS [106].



**Fig. 4.8** Distribution temporelle du courant de l'arc en retour le long du canal pour les différents modèles.

Ces ensembles des remarques, conduisent généralement vers le choix de l'utilisation du modèle MTL ; car il donne des résultats, assez proche de la mesure. En effet Nucci et al [111] ont montré que le modèle MTL reproduit d'une manière satisfaisante les principales caractéristiques des grandeurs trouvées par les mesures.

## 4.6.2 Champ électromagnétique émis par un canal de foudre

### 4.6.2.1 Point d'observation dans l'air

La configuration de base pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre vertical, de hauteur  $H = 7.5 \text{ km}$  en un point situé à une distance  $r = 100 \text{ m}$  et à une hauteur  $h = 10 \text{ m}$  au dessus de la surface du sol, est présentée en Fig.4.9.

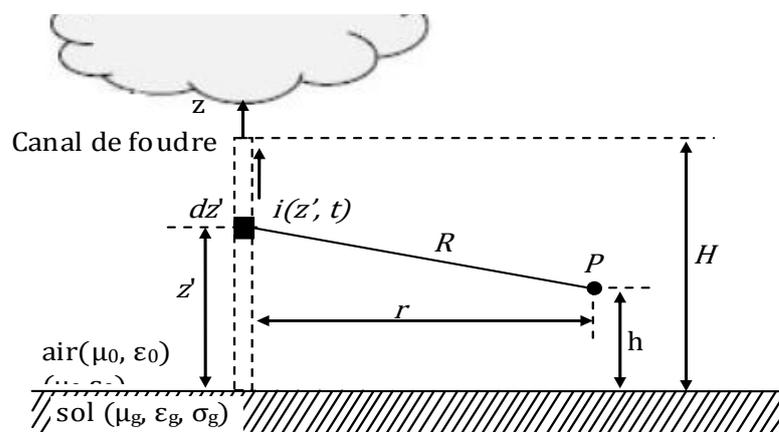


Fig.4.9 Géométrie pour le calcul du champ électromagnétique rayonné dans l'air.

#### 4.6.2.1.1 Cas d'un sol parfait

En figures 4.10 et 4.11 nous proposons quelques résultats donnant la variation des champs électrique et magnétique calculés à une distances ( $r = 50 \text{ m}$ ) de l'impact du canal de foudre. Pour la répartition du courant le long du canal de foudre, nous utilisons pour l'arc en retour; le modèle MTL avec une valeur typique de vitesse de l'arc  $v = 1.9 \times 10^8 \text{ m/s}$ , et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda = 2 \text{ km}$  Le courant à la base du canal utilisé est celui représenté en Fig. 4.7.

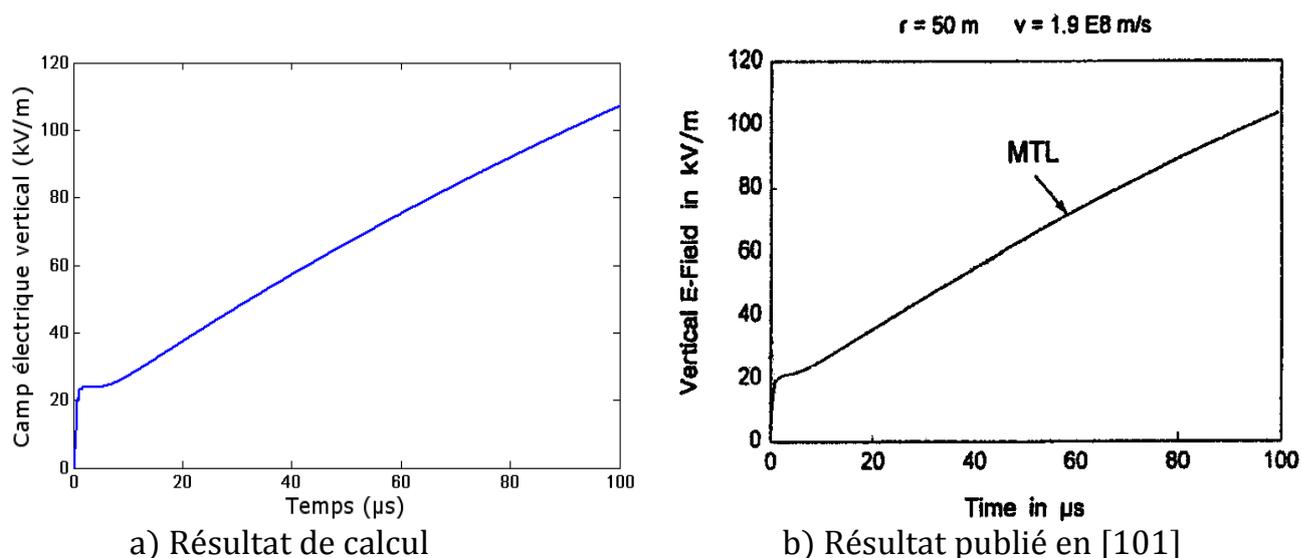


Fig.4.10 Champ électrique vertical à 50 m du point d'impact.

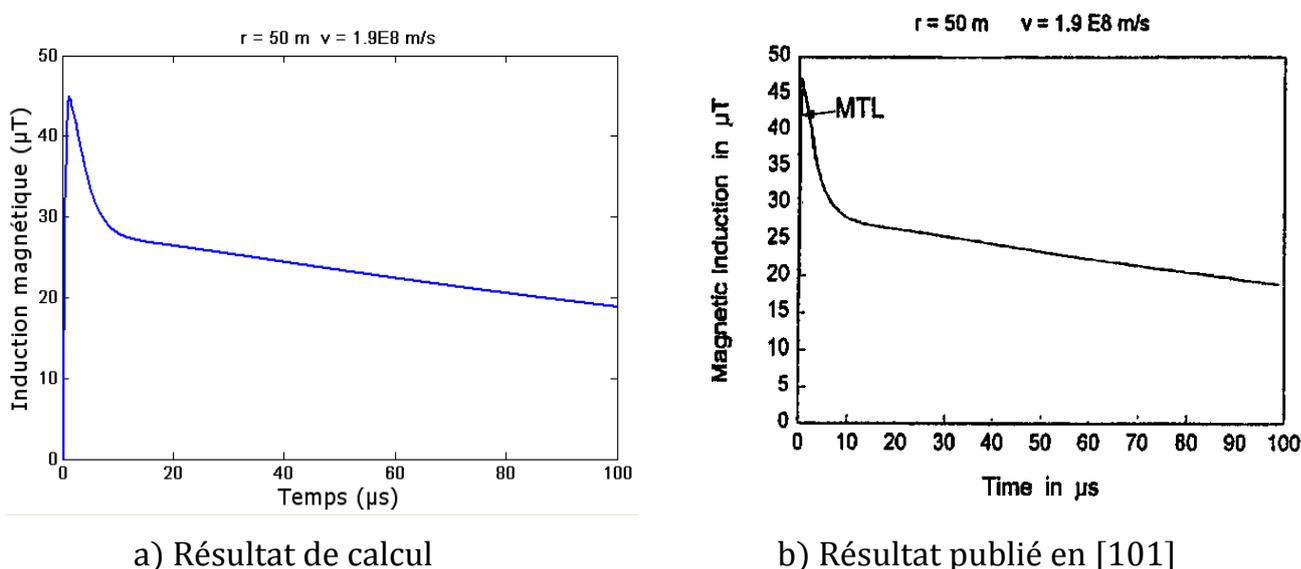


Fig.4.11 Champ magnétique azimuthal à 50 m du point d'impact.

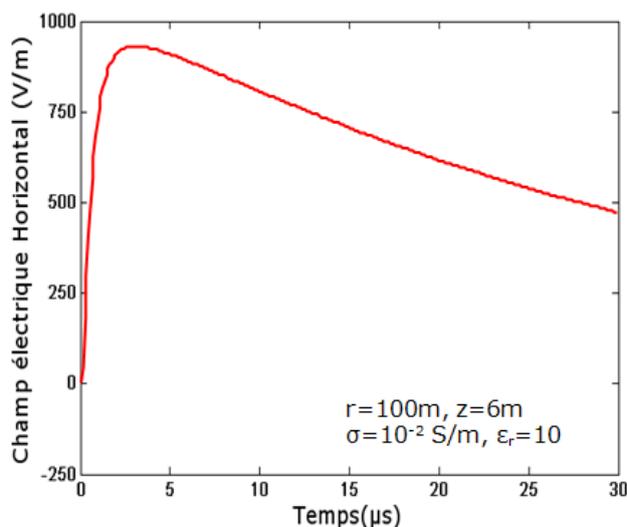
#### 4.6.2.1.2 Cas d'un sol de conductivité finie

Nous considérons maintenant le cas d'un sol de conductivité finie, et nous utilisons l'approche de Rubinstein [113] pour la correction de la composante du champ électrique horizontale.

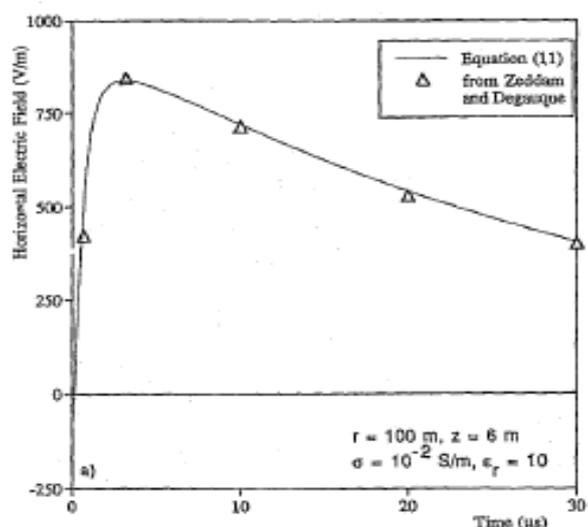
Pour une confrontation des résultats, nous utilisons le modèle TL pour l'arc en retour et une forme bi-exponentielle pour le courant à la base du canal donné par :

$$I(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}), I_0 = 10 \text{ kA}; \alpha = 3 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}; \beta = 10^7 \text{ s}^{-1} \quad (4.29)$$

La vitesse de l'arc en retour est  $v = 1.1 \times 10^8 \text{ m/s}$  et nos calculs sont réalisés en des points situés à des distances de 100 m et 1500 m du canal de foudre, à une hauteur  $h = 6 \text{ m}$  au dessus d'un sol de conductivité  $10^{-2} \text{ S/m}$ , de permittivité relative égale à 10.

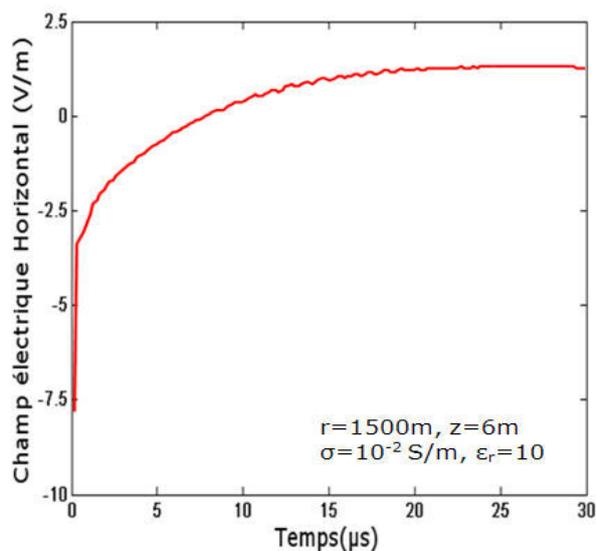


a) Résultat de calcul

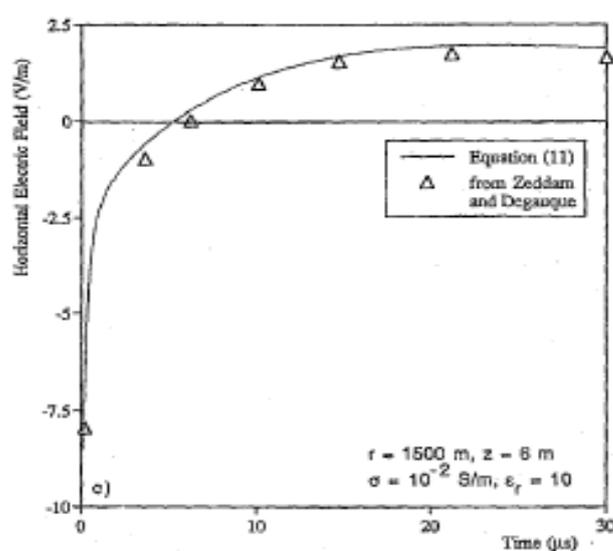


b) Résultat publié en [119]

**Fig.4.12** Champ électrique horizontal à  $r = 100 \text{ m}$  et  $h = 6 \text{ m}$ .



a) Résultat de calcul.



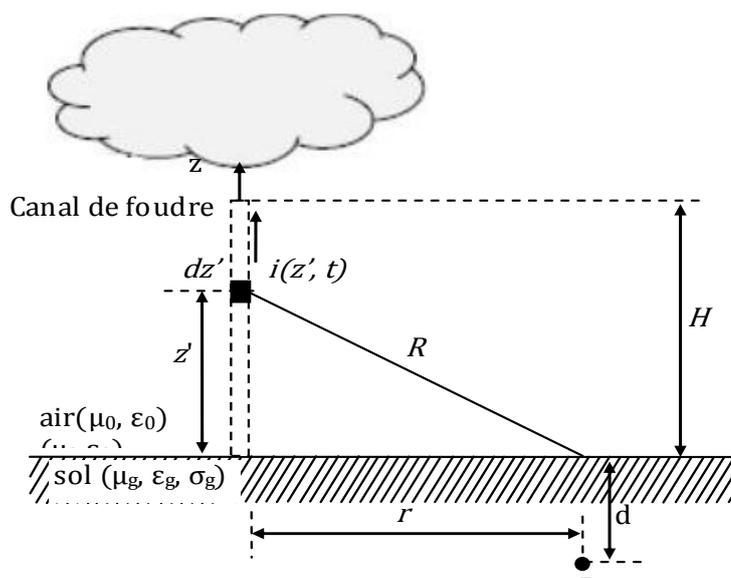
b) Résultat publié en [119].

**Fig.4.13** Champ électrique horizontal à  $r = 1500 \text{ m}$  et  $h = 6 \text{ m}$ .

Ces ensembles des résultats (Fig. 4.12 et 4.13) nous permet d'affirmer que l'approche de Rubinstein est correcte et acceptable car en adéquation avec ceux publiés par d'autres auteurs; signalons que pour le cas d'un sol de conductivité finie, les résultats de calculs réalisés par Zeddami [119] sont obtenus en résolvant une équation intégrale par la méthode des moments.

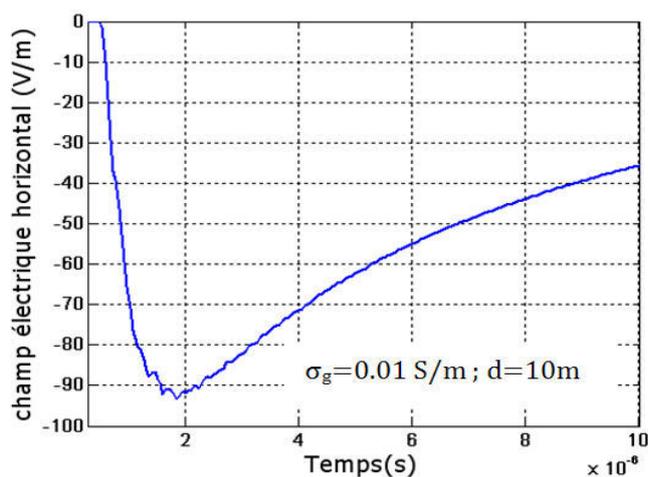
#### 4.6.2.2 Point d'observation dans le sol

La configuration de base pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre vertical de hauteur  $H = 7.5 \text{ km}$  en un point situé à une distance  $r = 100 \text{ m}$  et à une profondeur  $d = 10 \text{ m}$  au dessous de l'interface sol-air, est celle présentée en Fig.4.14.

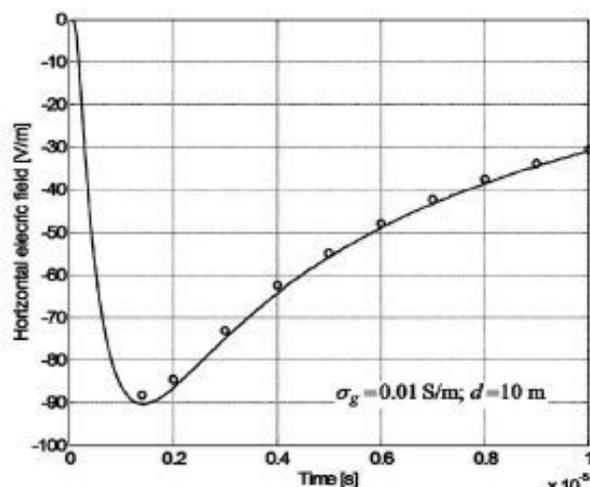


**Fig.4.14** Géométrie pour le calcul du champ électromagnétique rayonné dans le sol.

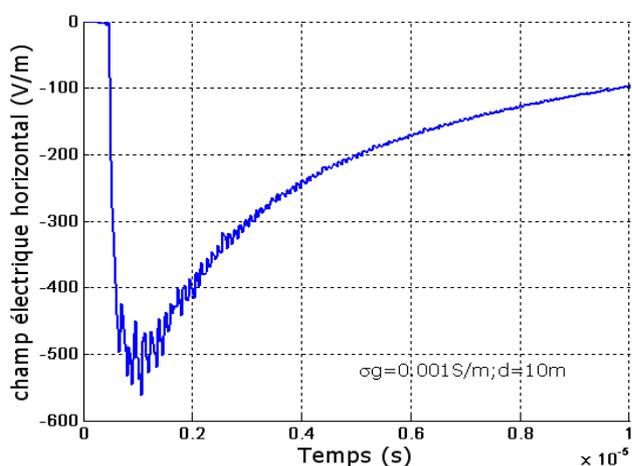
Les Fig.4.15 et 4.16 montrent la variation temporelle des champs électrique horizontal calculés à une distance ( $r = 100 \text{ m}$ ) de l'impact du canal de foudre pour différents conductivité  $\sigma_g = 0.01 \text{ S/m}$  et  $\sigma_g = 0.001 \text{ S/m}$  respectivement.



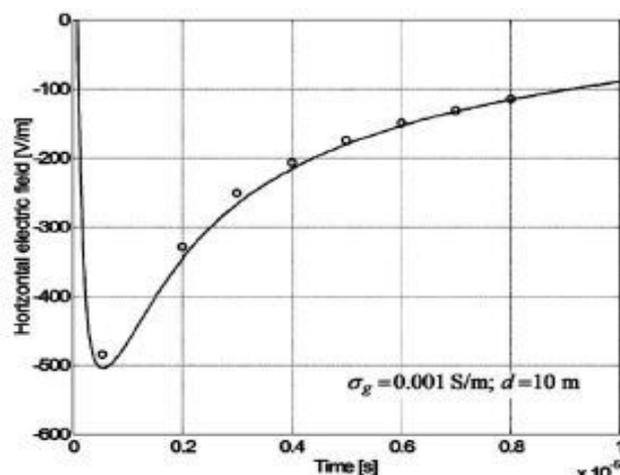
a) Résultat de calcul.



b) Résultat publié en [119].

Fig.4.15 Champ électrique horizontal à  $r = 100 \text{ m}$  du point d'impact.

a) Résultat de calcul.



b) Résultat publié en [119].

Fig.4.16 Champ électrique horizontal à  $r = 100 \text{ m}$  du point d'impact.

### 4.6.3 Calcul du rayonnement électromagnétique d'un réseau de terre

La première étape consiste à valider le formalisme de calcul du champ électromagnétique. Pour ce faire quelques applications disponibles dans la littérature ont été traitées.

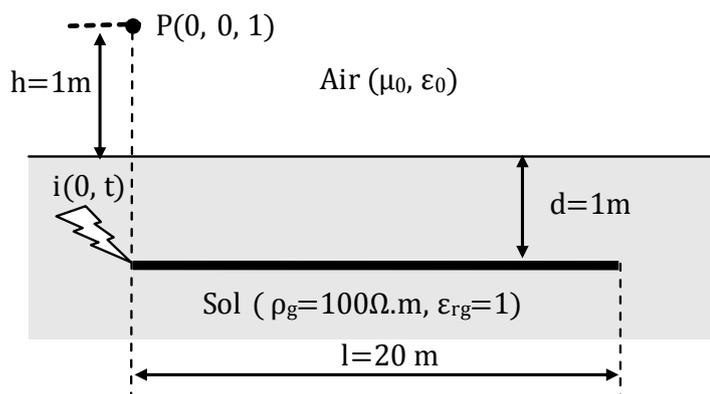
#### 4.6.3.1 Champ électromagnétique en un point dans l'air

Soit une électrode de longueur  $l = 20 \text{ m}$ , de rayon  $a = 8 \text{ m}$ , enfouie horizontalement à une profondeur  $d = 1 \text{ m}$  de l'interface dans un sol de résistivité  $\rho_g = 100 \Omega \cdot \text{m}$  et de

permittivité relative  $\epsilon_{rg} = 1$ , excitée par un courant de foudre d'expression mathématique suivante :

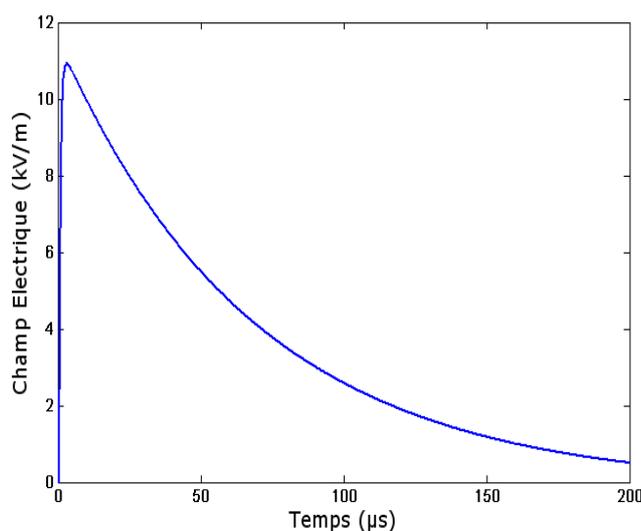
$$I(t) = I_m(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}), I_m = 20.938 \text{ kA}; \alpha = 0.0146 \mu\text{s}^{-1}; \beta = 1.883 \mu\text{s}^{-1} \quad (4.30)$$

Le point d'observation  $P$  est situé dans l'air à une hauteur  $h = 1 \text{ m}$  du sol au dessus du point d'injection (Fig.4.17).

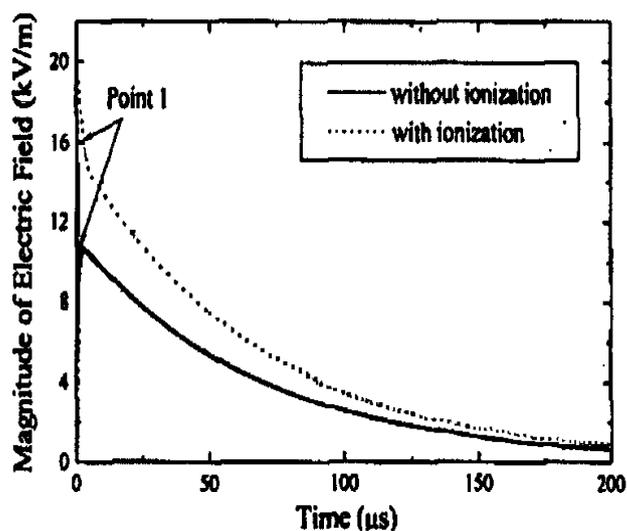


**Fig.4.17** Configuration de base pour le calcul du champ électrique en un point.

La Fig.4.18 au-dessous représente la variation temporelle du champ électrique rayonné par cette électrode au point  $P$ . Notre résultat est conforté aussi bien en allure qu'en amplitude par celui obtenu par Gao et Al [120], en l'absence de l'ionisation du sol.



a) Résultat de calcul.



b) Résultat publié en [120].

**Fig.4.18** Champ électrique en un point  $P$ .

4.6.3.2 Champ électrique le long d'un profil parallèle à l'interface

Soit un électrode de longueur  $l = 15\text{ m}$ , de rayon  $a = 7\text{ mm}$  enfouie horizontalement à une profondeur  $d = 1\text{ m}$  dans un sol de résistivité  $\rho_g = 2000\ \Omega.m$  et de permittivité  $\epsilon_{rg} = 4$ . On injecte un courant harmonique de la forme  $i(t) = I_m \cos(\omega_0 t)$  à l'une de ses extrémités avec  $I_m = 1\text{ A}$ . On calcul la composante  $E_x$  du champ électrique pour les fréquences suivantes  $f = 0\text{ Hz}$ ,  $f = 2.24\text{ Mhz}$  et  $f = 6.74\text{ Mhz}$ , le long d'un profil parallèle à l'électrode qui situe sur l'interface sol-air (Fig. 4.19).

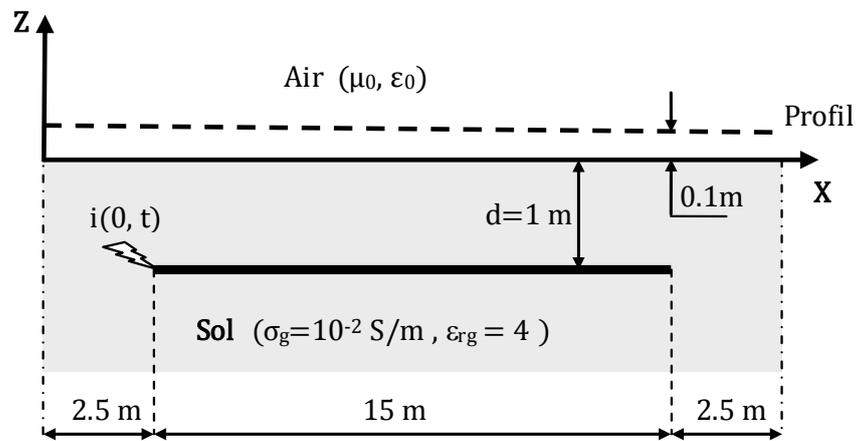


Fig.4.19 Configuration de base pour le calcul du champ électrique.

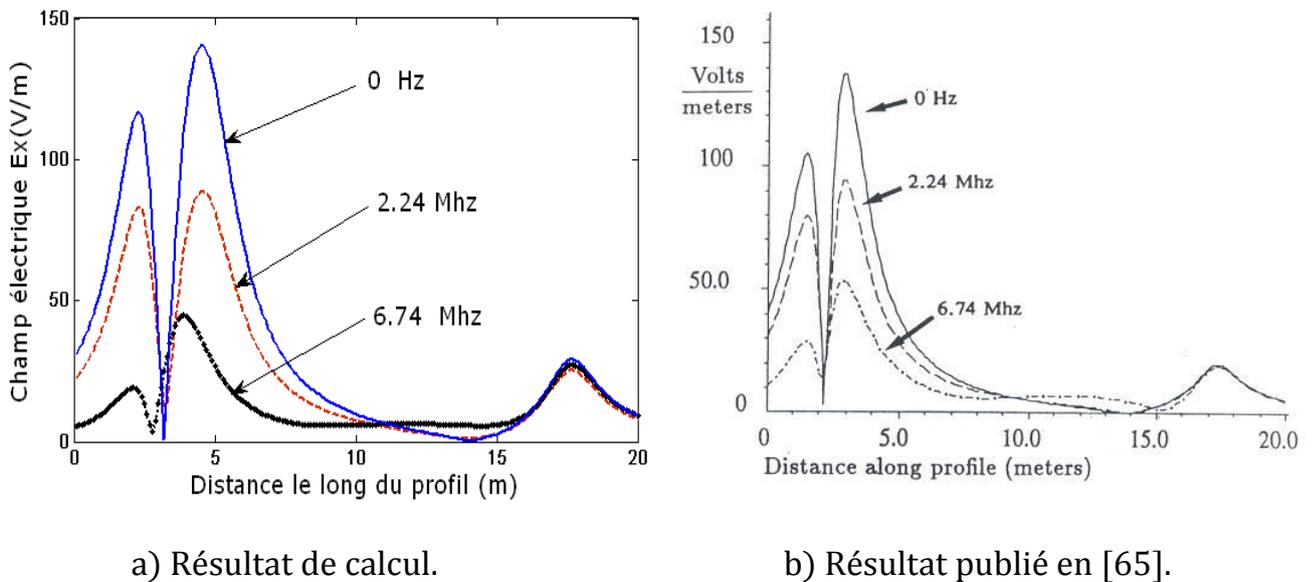
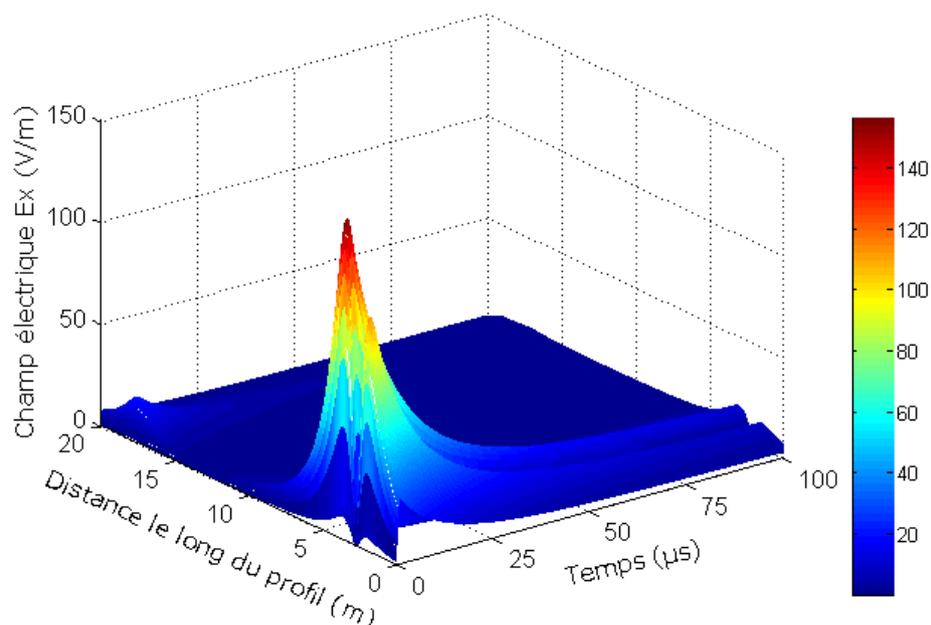


Fig.4.20 Composante  $E_x$  du champ électrique.



**Fig.4.21** Variation temporelle de la composante du champ électrique  $E_x$  le long du profil. La Fig.4.21 montre l'évolution temporelle de la composante  $E_x$  du champ électrique observée le long d'un profil de 20 m. En remarque que son amplitude décroît quand on s'éloigne du point d'impact et en fonction du temps.

#### 4.6.3.3 Champ magnétique le long d'un profil au-dessus de l'interface

Pour cette application l'électrode est de longueur  $l = 10 \text{ m}$  et de rayon  $a = 7 \text{ mm}$ , enterrée à une profondeur  $d = 0.5 \text{ m}$  dans un sol de conductivité  $\sigma_g = 10^{-2} \text{ S/m}$ , excitée par la même forme de courant bi-exponentielle que précédemment avec ( $I_m = 1.0167 \text{ kA}$ ;  $\alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}$  et  $\beta = 5.073 \mu\text{s}^{-1}$ ). Les points de calculs du champ électrique correspondent à un profil parallèle à l'électrode et situé dans l'air à une hauteur  $h = 0.1 \text{ m}$  du sol (Fig.4.22).

Dans cette application F. Dawalibi [65] propose le paramétrage de l'angle  $\beta$  (formé par l'inclinaison de l'électrode et l'horizontale). Dans notre cas, nous traitons uniquement le cas ou  $\beta = 0$ .

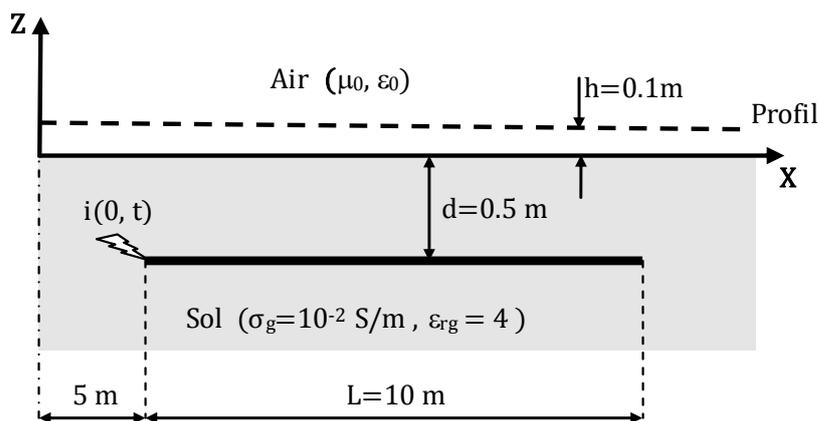
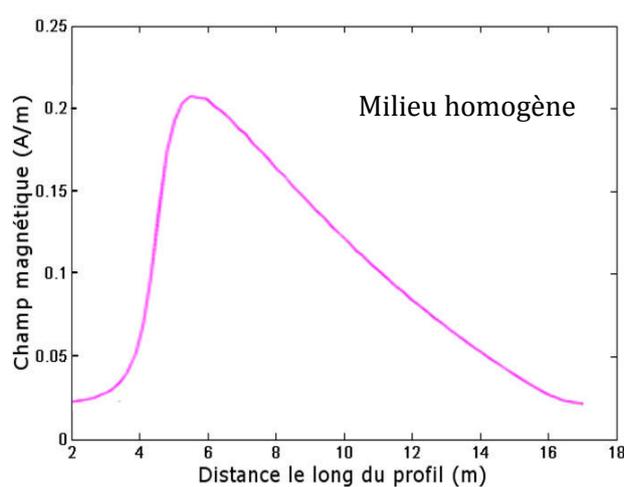
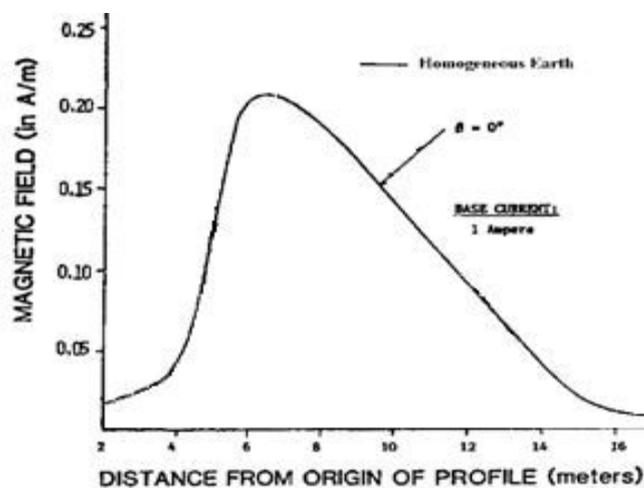


Fig.4.22 Configuration de base pour le calcul du champ magnétique.



a) Résultat de calcul



b) Résultat publié en [65]

Fig.4.23 Champ magnétique le long d'un profil parallèle à l'électrode.

Le résultat que nous obtenons pour le champ magnétique (Fig. 4.23.a) conduit pratiquement au même résultat qui est bien conforté, en allure générale et en amplitude, par celui publié par Dawalibi [65] (Fig. 4.23.b).

#### 4.6.3.4 Champ électromagnétique rayonné par une grille de mise à la terre d'un poste THT ou HT

Comme dernière application, nous traitons le cas d'une grille de mise à la terre pour un poste aérien THT ou HT ; une grille de mise à la terre, généralement carrée, pour un

poste un poste aérien. Dans cette application, nous complétons cette application en analysant la réponse électromagnétique transitoire de la grille lors d'un coup de foudre.

En Fig.4.24 nous présentons la configuration étudiée et les données de l'application sont les suivantes :

✓ Caractéristique du sol :  $\rho_g = 100 \Omega \cdot m$ ,  $\mu_r = 1$ ,  $\epsilon_{rg} = 4$ .

✓ Paramètres des conducteurs :

a) longueur d'une barre = 40 m

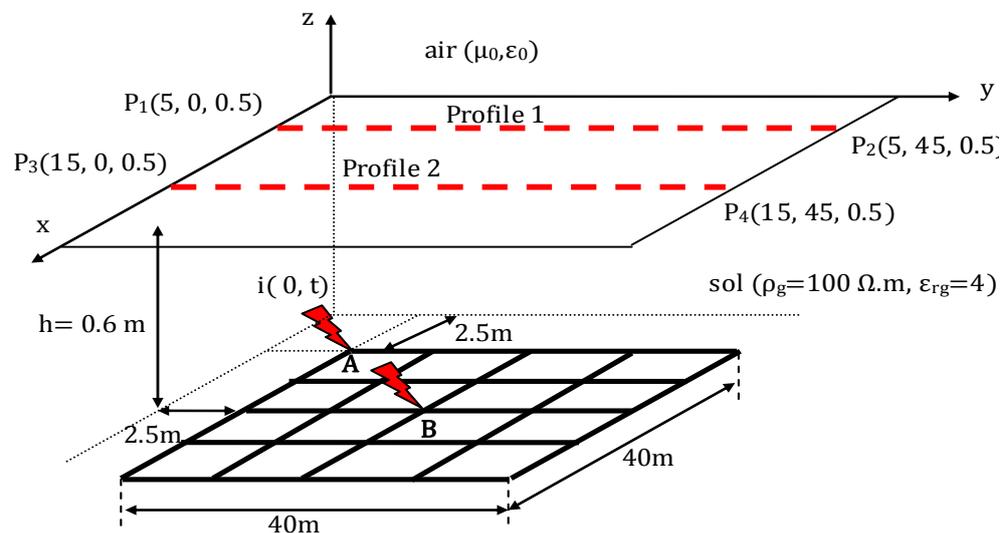
b) diamètre = 1.4 mm

c) résistivité  $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega m$

d) profondeur  $h = 0.6$  m

✓ Générateur onde de foudre de forme d'Haidler (4.9) avec les paramètres :

$$I_{max} = 10.7 \text{ kA}; \eta = 0.97; n = 10; \tau_1 = 0.8 \mu s; \tau_2 = 19 \mu s.$$



**Fig.4.24** Grille de mise à la terre.

Pour une excitation au centre puis sur la corne, nous traçons la variation du champ électromagnétique en 2D au niveau de l'interface sol-air le long des deux profils 1 et 2.

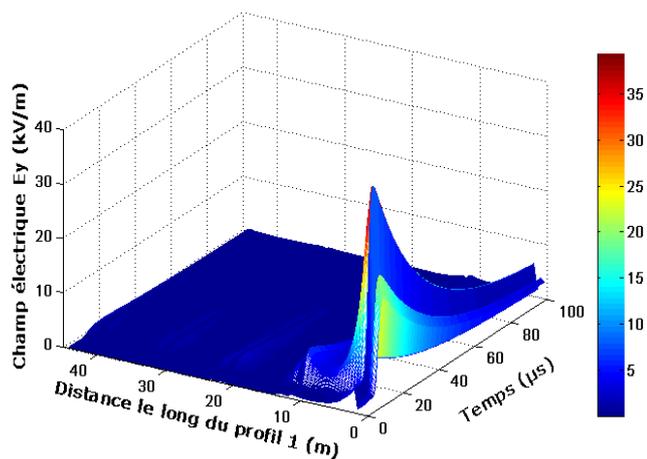


Fig.4.25 Variation temporelle de la composante  $E_y$  du champ électrique.

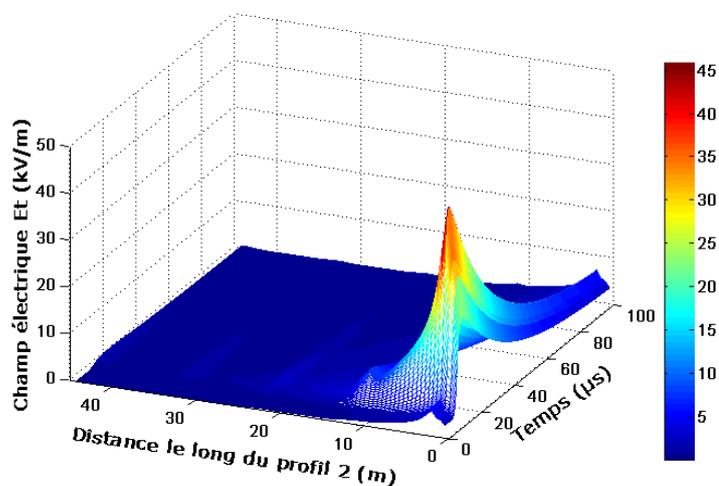


Fig.4.26 Variation temporelle du champ électrique  $E_t$ .

Les Fig.4.25 et 4.26 illustrent la variation du champ électrique total  $E_t$  et la composante  $E_y$  rayonnée le long du profil 1 pour une injection à la corne de la grille de mise à la terre.

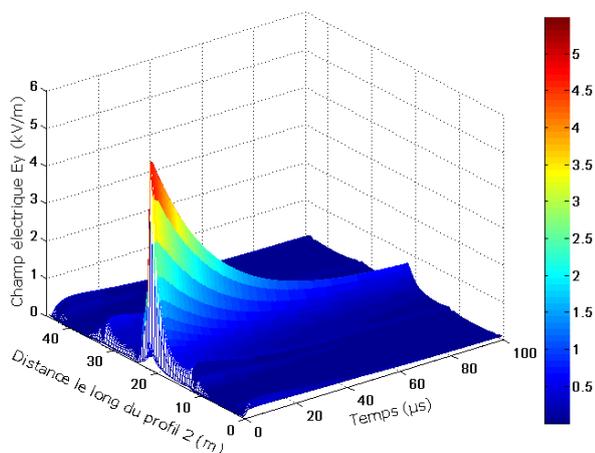
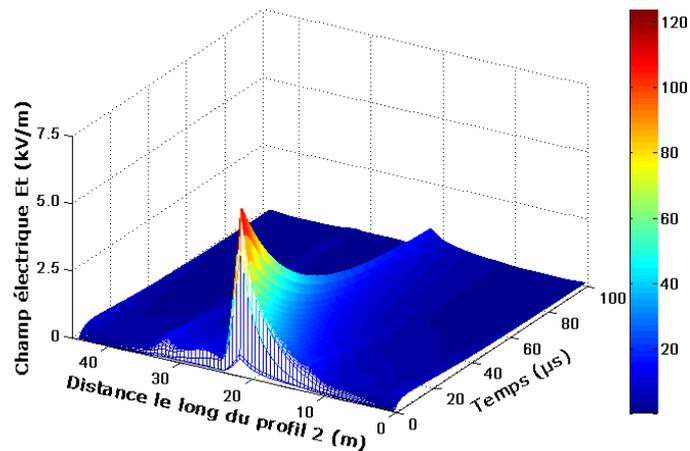
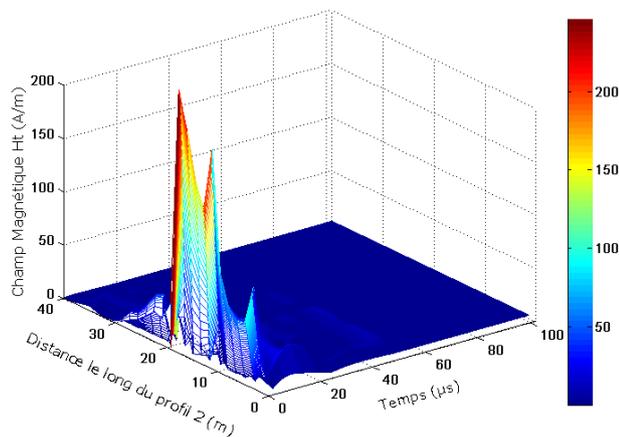


Fig.4.27 Variation temporelle de la composante  $E_y$  du champ électrique.



**Fig.4.28** Variation temporelle du champ électrique  $E_t$ .

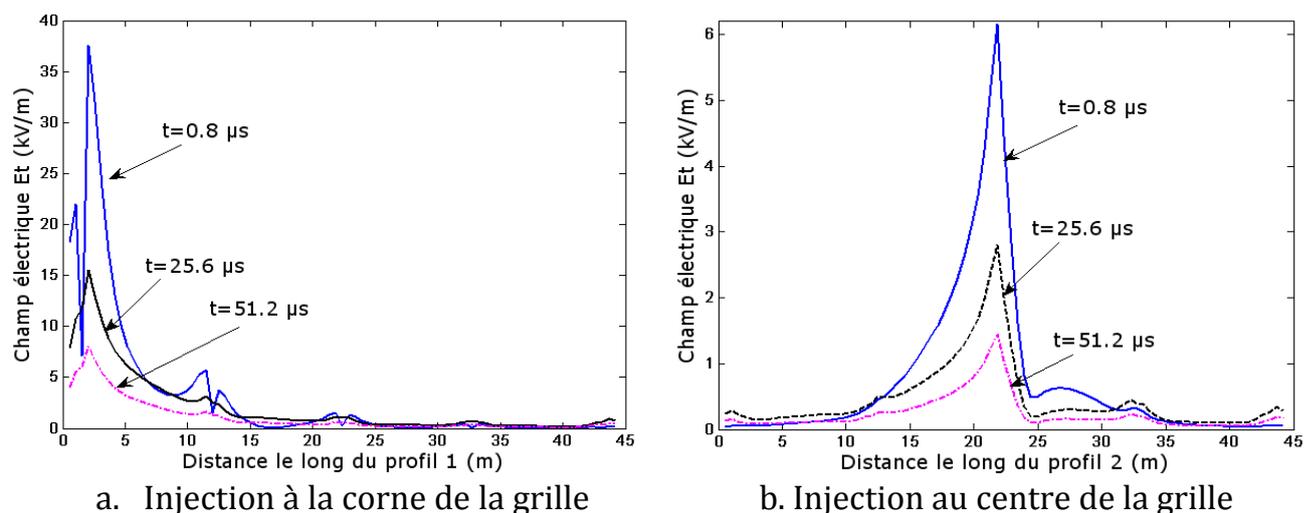
Les Fig.4.27 et 4.28 illustrent la variation du champ électrique total  $E_t$  et la composante  $E_y$  rayonnée le long du profil 2 pour une injection au centre de la grille de mise à la terre.



**Fig.4.29** Variation temporelle du champ magnétique  $H_t$ .

Les Fig.4.29 illustre la variation du champ magnétique total  $H_t$  rayonnée le long du profil 2 pour une injection au centre de la grille de mise à la terre.

En fig.4.29 a et b, nous proposons quelques résultats que nous obtenons pour différents profils (profil 1 et 2 fig.4.24) en différents instants et injections (à l'extrémité et au milieu de grille de mise à la terre).



**Fig.4.29** Champ électrique total pour différents instants.

Fig.4.29 illustre la variation temporelle du champ électrique total le long des profils 1 et 2 pour différents instants.

Ces résultats montrent l'influence du point d'injection sur le champ rayonné au niveau des deux profils. On constate qu'une injection au milieu entraîne un champ rayonné moins important, ceci met en évidence une diminution des boucles de rayonnement.

#### 4.7 Conclusion

Pour pouvoir calculer le rayonnement électromagnétique émis par une décharge atmosphérique, une analyse des différents modèles d'arc en retour a été présentée.

Nous avons rappelé dans un premier temps les différentes formulations analytiques temporelles et fréquentielles du champ électromagnétique associées à ces modèles.

En second lieu, les différentes expressions mathématiques permettant de calculer le champ électromagnétique rayonné par un dipôle électrique ont été présentées et discutées.

Dans une dernière partie, nous avons présenté les applications des différents modèles et les résultats obtenus étaient satisfaisants.

# **Chapitre 5**

## **Technique d'accélération de résolution de l'EFIE**

# Chapitre 5

## Technique d'accélération de résolution de l'EFIE

### 5.1 Introduction

La réponse transitoire d'un système linéaire peut être obtenue directement, en résolvant les équations dans le domaine temporel ou par approche du domaine fréquentiel et la transformée de Fourier inverse. Les méthodes numériques sont devenues incontournables pour l'analyse du comportement transitoire des systèmes des prises de terre et la résolution des équations de Maxwell.

Les quantités électromagnétiques (calcul du courant, champs électromagnétique et l'impédance transitoire) doivent être déterminées sur une large bande de fréquences et le système linéaire doit être résolu pour chaque fréquence d'intérêt. Ceci entraîne un coût de calcul important.

Dans un premier temps, nous rappelons un état d'art des techniques d'accélération de la résolution de l'équation intégral du champ électrique EFIE.

La seconde partie du chapitre est consacrée à la description de notre approche basée sur la technique des ondelettes et une méthode basée sur les paramètres d'estimation MBPE.

### 5.2 Techniques d'accélération de résolution de l'EFIE

L'approche du champ électromagnétique est la méthode la plus rigoureuse, basée sur la théorie des antennes (AM). Le formalisme des antennes qui conduit vers la résolution fréquentielle d'un système matriciel, est le plus rigoureux mais nécessite des moyens numériques importants. Cette méthode, lorsqu'elle est appliquée dans l'analyse des

phénomènes transitoires rapides, est caractérisée par une précision accrue car ils sont basés sur la résolution de l'ensemble des équations de Maxwell; nous devons répéter le calcul à chaque fréquence pour obtenir la réponse en fréquence sur une large bande de fréquence. De plus l'utilisation des passages temps-fréquence et inversement nécessitent des temps de calcul bien important (un grand nombre d'échantillons pour une bonne FFT) pour s'assurer d'un résultat acceptable dans le cas de l'injection d'une onde foudre. Cela peut être de calcul intensif pour les appareils électromagnétiques avec des réponses en fréquence compliquées. Pour cette raison, plusieurs différentes techniques ont été proposées pour accélérer l'ensemble des procédures de solution en améliorant l'une de ces étapes [121-127].

D'autre part, les bases d'ondelettes ont été appliquées à la solution des équations intégrales EFIE avec deux manières, approches directe et indirectes. Dans l'approche directe [128-137], on doit être utilisée directement comme fonctions de base et fonctions de test dans MoM, y compris les ondelettes périodiques et les ondelettes d'intervalles. Cependant, cette approche nécessite un travail de calcul considérable pour évaluer les intégrales complexes.

Dans l'autre, approche indirecte, consiste à générer la matrice d'impédance par MoM en utilisant les fonctions de base et de test conventionnelles, puis la Transformée en Ondelettes Discrète (de paquets) est appliqué à la matrice obtenue à l'aide du conventionnelle MoM pour obtenir une équation de la matrice creuse dans le domaine des ondelettes, [138-154]. Le coût de calcul est considérablement réduit par l'application de la matrice de transformation d'ondelettes (WMT). Il pourrait être plus attrayant dans la pratique, le grand nombre de calculs dans la construction de la matrice

des MoM, y compris dérivations numériques dans la détermination du noyau et double intégration dans l'évaluation des entrées de la matrice. L'approche indirecte poussée à ses limites pratiques, en particulier dans les grands problèmes électrique. Malheureusement, l'application des WMT est toujours limitée à l'équation de la matrice avec une dimension de  $2^n \times 2^n$ . Pour satisfaire cette condition de dimension, seulement des problèmes de taille électrique spéciale peuvent être résolus; sinon, le nombre d'inconnues dans l'équation intégrale discrétisée est généralement augmenté, ce qui entraînera plus d'opérations de calcul.

Ces ensembles techniques d'accélération est encore assez de temps en raison d'itération sur toute la bande de fréquences.

Une autre technique basée sur la fonction rationnelle est aussi un moyen efficace pour l'analyse du comportement transitoire d'un système de mise à la terre. Il existe deux approches pour les générer. La premier approche est une technique connue sous le nom de Model Based Parameter Estimation (MBPE), a été combinée dans un premier temps à la méthode des moments.

Dans La deuxième approche (MBPE), le courant électrique inconnu est étendu en fonction de la fonction rationnelle. Les coefficients de la fonction rationnelle sont obtenus en utilisant les données de fréquence et les données des dérivées de fréquence. Ce modèle a été proposé pour réduire le nombre de points de calcul dans le domaine fréquentiel nécessaires pour l'évaluation de la distribution spatio-temporelle du courant. Miller [155-157] présente des descriptions détaillées de la MBPE à l'égard des problèmes observables spécifiquement dans l'électromagnétique. Dans [158, 159], MBPE est utilisé pour interpoler les diagrammes de rayonnement de l'antenne dans les

deux domaines spatial et fréquentiel. Dans [160], MBPE est utilisée au MoM pour analyser de manière efficace les résonances intérieures et extérieures de l'antenne et des systèmes de diffusion. Récemment, une approche en deux étapes de MBPE est présentée pour construire un modèle de la réponse transitoire dans le domaine fréquentiel des systèmes de mise à la terre pour accélérer les calculs MoM [161]. Les coefficients de la fonction rationnelle sont déterminés par la méthode de point matching, qui est la façon la plus simple pour estimer les paramètres de MBPE. Dans [162], MBPE est utilisée pour interpoler le courant d'arc en retour d'un coup de foudre et calculée les champs électromagnétiques rayonnés. Jun Zou [163] présente un modèle multi-objet d'échantillonnage adaptatif dans le domaine spatial, pour construire le modèle ajusté de l'intensité du champ électrique généré par un dipôle électrique horizontal. Ils utilisent une méthode d'interpolation spatiale adaptative pour remplir efficacement la matrice d'impédance et réduire le calcul de la méthode des MoM.

La seconde approche est une technique connue sous le nom asymptotic waveform evaluation (AWE). Dans l'AWE, le courant inconnu est étendu dans une série de Taylor autour d'une fréquence. Les coefficients de la série de Taylor ont été évalués en utilisant les dérivés de fréquence de l'EFIE, qui était initialement développé pour l'analyse des circuits à grande vitesse [164]. L'application de l'AWE à une méthode d'éléments finis a été présentée dans [165-167]. Cette technique a démontré son efficacité pour l'analyse des jonctions micro-ondes impliquant des guides d'ondes et des cavités résonnantes. L'extension de l'AWE à la résolution d'un problème en domaine non borné a été réalisée dans [144] dans le cas bidimensionnel. Le modèle combine la méthode des éléments finis en trois dimensions 3D avec une approximation de Padé pour la

résolution du problème de diffraction. Dans [168, 169], AWE a également été appliqué à MoM pour résoudre le problème de diffusion. Mais ils se sont avérés difficilement pour le calcul complexe des coefficients différentiels d'ordre élevé des éléments de la matrice d'impédance.

Dans ce chapitre, un modèle à deux étapes dans le domaine fréquentiel est présenté, pour accélérer l'analyse du comportement transitoire d'un système de mise à la terre par la MoM, qui sera décrit plus en détail ci-dessous. Dans la première étape, basée sur un processus de réduction des coefficients différentiels d'ordre élevés des éléments de la matrice d'impédance, la matrice de transformée en ondelettes (WMT) est utilisée pour obtenir une équation de matrice d'impédance creuse dans le domaine des ondelettes, qui est résolu sur une large bande de fréquence. Dans la deuxième étape, basée sur une technique qui cherche à réduire le nombre de points de calcul dans le domaine fréquentiel nécessaires pour l'évaluation de la distribution spatio-temporelle du courant, la technique de MBPE est utilisée pour choisir les points de fréquence d'échantillonnage, le courant électrique est similaire d'une fonction rationnelle. Les coefficients de la fonction rationnelle sont obtenus en utilisant les données de fréquence et les données des dérivées de fréquence. Une fois que les coefficients de la fonction rationnelle on obtient..... . La distribution de courant électrique sur l'électrode de mise à la terre peut être obtenue à n'importe quelle fréquence dans la plage de fréquence.

### 5.3 Présentation de la technique des Ondelette

A l'aide de la méthode des moments (MoM), l'équation intégrale décrit par (3.13) peut être réduite à une équation matricielle:

$$Z(s) \cdot I(s) = V(s) \quad (5.1)$$

où  $Z(s)$ ,  $I(s)$  et  $V(s)$  désignent la matrice d'impédance de la méthode des moments, le vecteur de courant induit, et le vecteur d'excitation, respectivement. Notez que  $Z(s)$  est une matrice complexe et de taille  $N \times N$ .

En appliquant la matrice de transformée en ondelettes de l'équation ci-dessus, Le problème original est maintenant représenté dans le domaine des ondelettes comme suit:

$$\tilde{Z}(s) \cdot \tilde{I}(s) = \tilde{V}(s) \quad (5.2)$$

où:

$$\tilde{Z}(s) = W \cdot Z(s) \cdot W^T \quad (5.3)$$

$$\tilde{I}(s) = W^T \cdot I(s) \quad (5.4)$$

$$\tilde{V}(s) = W^T \cdot V(s) \quad (5.5)$$

et T représente la transposée d'une matrice.

L'équation (5.4) peut être résolue pour  $\tilde{I}(s)$  et la solution est alors obtenu directement en tant que:

$$I(s) = W \cdot \tilde{I}(s) \quad (5.6)$$

La matrice  $W$  doit être choisie de telle sorte que  $\tilde{Z}(s)$  contient un grand nombre de très petits éléments qui peuvent être réglés à zéro en raison d'un seuil présélectionné sans nuire à la précision de l'approximation de la solution. Ceci peut être réalisé en construisant à partir de l'ondelette Daubechies orthogonal (DOW) [170].

Les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  sont, respectivement, fonction d'ondelette et sa fonction de mise à l'échelle décrite par Daubechies [170-171]. Elles sont définies dans le cadre de la

théorie des ondelettes et peut être construit avec support spatial dans les conditions suivantes :

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} h_k \phi(2x - k) \quad (5.7)$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} g_k \phi(2x - k) \quad (5.8)$$

où  $h_n$  et  $g_n$  désignent la décomposition des coefficients de filtrage,  $L$  est la longueur des filtres d'ondelettes. Les coefficients de l'ondelette Daubechies avec  $m$  moments nuls, possèdent des filtres de longueur de  $2m + 2$ . Les filtres d'ondelettes sont liées par la relation suivante qui les transforme en un ensemble de filtres miroirs en quadrature, étant  $h_k$  un filtre passe-bas et  $g_k$  son filtre passe-haut correspondant.

$$g_k = (-1)^k h_{2m+1-k} \quad k = 0, \dots, 2m + 1 \quad (5.9)$$

Le niveau  $l$  de la transformée en ondelettes  $W$  peut alors s'écrire comme le produit d'un niveau transformée en ondelettes  $U_k$  :

$$W = U_{n-l+1} \dots U_{n-l} U_n \quad (5.10)$$

$$U_{n-l} = \begin{bmatrix} [H_{n-j}] & \\ [G_{n-j}] & \\ & I_{N-N/2^j} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

où  $I_k$  représente la matrice identité,  $H_{n-j}$  et  $G_{n-j}$  sont des matrices de dimension  $N/2^{j+1} \times N/2^j$  appelé filtres passe-bas et haut, respectivement. Définis par leur coefficients de filtre  $h_k$  et  $g_k$ . On obtient le système d'équations creuse par l'utilisation de la technique transformée en ondelettes ci-dessus.

D'autre par, nous introduisons la notion d'une matrice partitionnée en bloc. La matrice transformée en ondelettes doit être partitionnée à des sous-matrices diagonale par bloque. Chaque bloc et son vecteur d'excitation doit être creuse. Enfin nous combinent seulement les éléments non nuls à résoudre pour le vecteur inconnu. La matrice plein des MoM, et le vecteur d'excitation sont donnés comme suit :

$$W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_L \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$Z(s) = \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{11}(s) & \cdots & Z_{1K}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) & \cdots & Z_{2K}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{K1}(s) & Z_{K2}(s) & \cdots & Z_{KK}(s) \end{bmatrix} \text{ et } V(s) = \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \\ \vdots \\ V_K(s) \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Où  $W_i$  est une matrice de transformation à plusieurs niveaux, qui est construit à partir d'un seul niveau de la matrice de transformation  $P_n^i$  [172]:

$$W_i = P_{n-l+1}^i \cdots P_{n-l}^i P_n^i \quad (5.14)$$

$$P_{n-l+1}^i = \begin{bmatrix} [H_{n-j}^i] & [O] \\ [G_{n-j}^i] & \\ [O] & I_{N_i - N_i/2j} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$W_i$  exprime la matrice de décomposition, peut être exprimée comme matrice de transformation de paquets d'ondelettes adaptative.  $W_i (i = 1, 2, \dots, L)$  sont les orthogonaux et peut être les mêmes que les autres d'une matrice de la même taille.  $Z_{ij}(s)$  est une sous-matrice de l'ordre  $L_i$ , et  $V_i(s)$  est un sous-vecteur de longueur  $L_i$ . La matrice transformée d'ondelette  $\tilde{Z}(s)$ , le vecteur transformé  $\tilde{V}(s)$  et le vecteur inconnu  $\tilde{I}(s)$  deviennent :

$$\tilde{Z}(s) = \begin{bmatrix} W_1^T Z_{11}(s) W_1 & W_1^T Z_{12}(s) W_2 & \cdots & W_1^T Z_{1K}(s) W_K \\ W_2^T Z_{21}(s) W_1 & W_2^T Z_{22}(s) W_2 & \cdots & W_2^T Z_{2K}(s) W_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_K^T Z_{K1}(s) W_1 & W_K^T Z_{K2}(s) W_2 & \cdots & W_K^T Z_{KK}(s) W_K \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\tilde{V}(s) = \begin{bmatrix} W_1^T V_1(s) \\ W_2^T V_2(s) \\ \vdots \\ W_K^T V_K(s) \end{bmatrix} \text{ et } \tilde{I}(s) = \begin{bmatrix} W_1^T I_1(s) \\ W_2^T I_2(s) \\ \vdots \\ W_K^T I_K(s) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

où  $\tilde{I}(s)$  est un sous-vecteur de longueur  $L_i$ . Notez que chaque bloc de la matrice transformé  $\tilde{Z}(s)$  peut être transformé de façon indépendante, ce qui permet de générer la matrice en bloc et d'effectuer la transformation et le stockage dans la position appropriée dans la matrice creuse.

Dans ce cas la matrice  $Z^T(s)WZ(s)$  est diagonale par blocs, chaque bloc définissant un sous-système indépendant de tous les autres. La résolution de ce sous-système donne une estimation locale de l'endroit où la fonction est non-nulle. L'utilisation de la fonction d'échelle (spatialement localisées comme fonction de base) conduit à ce que la matrice  $Z^T(s)WZ(s)$  soit creuse, c'est-à-dire que la majorité des éléments qui les composent est nulle. Cette propriété est très intéressante car elle permet un gain de temps des calculs et d'espace mémoire lors de la résolution du système, et de fait, autorise l'utilisation de modèles définis par un plus grand nombre de paramètres.

Après la résolution du système creuse, l'inconnue des coefficients de courant  $I(s)$  est obtenu à partir de  $\tilde{I}(s)$  a travers l'inverse de la matrice transformée en ondelettes par l'équation (5.6).

## 5.4 Présentation de la technique MBPE

Le comportement transitoire de la distribution du courant peut être modélisé comme une fonction rationnelle sous la forme d'une fonction polynomiale fractionnaire donnée par [155, 156, 162, 163] :

$$\tilde{I}(s) = \frac{P_L(s)}{Q_M(s)} \quad (5.18)$$

Dans laquelle  $P_L(s)$  et  $Q_L(s)$  sont des polynômes en fonction de  $s$ , ayant l'ordre  $L$  et  $M$ , respectivement. L'argument  $s$  représente la fréquence complexe  $j\omega = j2\pi f$ , où  $f$  est la fréquence, sont définis par:

$$P_L(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + \dots + a_Ls^L \quad (5.19)$$

$$Q_L(s) = b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3 + \dots + b_Ms^M \quad (5.20)$$

Les coefficients de la fonction rationnelle sont obtenus en faisant correspondre les dérivés de fréquence  $I(s)$ . Si l'équation (5.18) se différencie en temps  $t$  fois par rapport à  $s$ , les équations résultantes peuvent être écrites sous la forme [156]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{I}Q_M = P_L \\ \tilde{I}'Q_M + \tilde{I}Q_M' = P_L' \\ \tilde{I}''Q_M + 2\tilde{I}'Q_M' + \tilde{I}Q_M'' = P_L'' \\ \vdots \\ \tilde{I}^{(t)}Q_M + t\tilde{I}^{(t-1)}Q_M^{(1)} + \dots + C_{t,t-m}\tilde{I}^{(m)}Q_M^{(t-m)} + \dots + \tilde{I}Q_M^{(t)} = P_L^{(t)} \end{array} \right. \quad (5.21)$$

Le coefficient binomial est défini par:

$$C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (5.22)$$

Pour résoudre les coefficients inconnus  $a_l (l = 0,1,2, \dots, L)$  et  $b_m (m = 0,1,2, \dots, M)$ , et nous réécrivons (5.8)

$$\tilde{I}(s)Q_M(s) = P_L(s) \quad (5.23)$$

Différenciés l'équation (5.23)  $t$  fois par rapport à  $s$ , on obtient l'équation suivante :

$$\sum_{i=0}^t \tilde{I}^{(t-i)}(s) Q_M^{(i)}(s) = P_L^{(t)}(s) \quad (5.24)$$

Dans les équations ci-dessus,  $I(t)$ , la dérivée  $t^{\text{ième}}$  peut être obtenue en utilisant la relation récursive :

$$\tilde{I}^{(t)}(s) = \tilde{Z}^{-1}(s) \left[ \tilde{V}^{(t)}(s) - \sum_{i=0}^{t-1} C_{t,i} \tilde{Z}^{(i)}(s) \tilde{I}^{(t-i)}(s) \right] \quad (5.25)$$

$Z^{(q)}(s)$  est la dérivée de  $q^{\text{ième}}$  par rapport à  $s$  de  $Z(s)$ . De même  $V^{(t)}(s)$  est la dérivée  $t^{\text{ième}}$  par rapport à  $s$  de  $V(s)$  et  $C_{t,i}$  est le coefficient binomial.

Le calcul des dérivées d'ordre élevé pour la matrice d'impédance est complexe et la complexité augmente à mesure que l'ordre augmente. Par conséquent, nous voulons présenter une technique des paramètres d'estimation basée sur un modèle à deux points de fréquence  $s_1$  et  $s_2$  pour former le  $P = L + M + 1$  équations conjointement. Lorsque  $L = 5$  et  $M = 4$  sont sélectionnés, l'équation de la matrice sera obtenue sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 & s_1 & s_1^2 & s_1^3 & s_1^4 & s_1^5 & -\tilde{I}(s_1)s_1 & -\tilde{I}(s_1)s_1^2 & -\tilde{I}(s_1)s_1^3 & -\tilde{I}(s_1)s_1^4 \\ 0 & 1 & 2s_1 & 3s_1^2 & 4s_1^3 & 5s_1^4 & M_{27} & M_{28} & M_{29} & M_{2,10} \\ 0 & 0 & 2 & 6s_1 & 12s_1^2 & 20s_1^3 & M_{37} & M_{38} & M_{39} & M_{3,10} \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24s_1 & 60s_1^2 & M_{47} & M_{48} & M_{49} & M_{4,10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 120s_1 & M_{57} & M_{58} & M_{59} & M_{5,10} \\ 1 & s_2 & s_2^2 & s_2^3 & s_2^4 & s_2^5 & -\tilde{I}(s_2)s_2 & -\tilde{I}(s_2)s_2^2 & -\tilde{I}(s_2)s_2^3 & -\tilde{I}(s_2)s_2^4 \\ 0 & 1 & 2s_2 & 3s_2^2 & 4s_2^3 & 5s_2^4 & M_{77} & M_{78} & M_{79} & M_{7,10} \\ 0 & 0 & 2 & 6s_2 & 12s_2^2 & 20s_2^3 & M_{87} & M_{88} & M_{89} & M_{8,10} \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24s_2 & 60s_2^2 & M_{97} & M_{98} & M_{99} & M_{9,10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 120s_2 & M_{10,7} & M_{10,8} & M_{10,9} & M_{10,10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{I}(s_1) \\ \tilde{I}^{(1)}(s_1) \\ \tilde{I}^{(2)}(s_1) \\ \tilde{I}^{(3)}(s_1) \\ \tilde{I}^{(4)}(s_1) \\ \tilde{I}(s_2) \\ \tilde{I}^{(1)}(s_2) \\ \tilde{I}^{(2)}(s_2) \\ \tilde{I}^{(3)}(s_2) \\ \tilde{I}^{(4)}(s_2) \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Le calcul des coefficients  $M_{ij}$  peut être trouvé dans [157].

Le taux d'échantillonnage est choisi de manière à donner des points adéquats couvrant le temps de montée du courant. Le procédé ci-dessus peut être généralisé pour des fréquences multiples avec des dérivés de fréquence évaluée à chaque fréquence pour augmenter la précision de la fonction rationnelle.

### 5.5 Résultats et discussions numériques

La précision et l'efficacité de l'approche présentée dans la section précédente est vérifiée et validées en considérant quelques exemples numériques (une électrode horizontale, une grille de mise à la terre, et une large grille de mise à la terre). Les calculs sont effectués sur une large bande de fréquence. Les résultats numériques obtenus par l'approche proposée sont également comparée avec les résultats calculés à chaque fréquence en utilisant la méthode directe des Moments. Nous ferons référence à cette dernière méthode, la notation "solution exacte". On peut remarquer que la technique de transformation rapide de Fourier (FFT) est utilisée pour la représentation spectrale du courant d'excitation. La conversion vers le domaine temporel est obtenue en appliquant l'algorithme FFT inverse (IFFT) sur le spectre de fréquence.

Dans les exemples présentés ci-dessous, le courant de foudre injecté est représenté mathématiquement par la formule de Heidler défini par la relation suivante :

$$i(t) = \frac{I_{max}}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^n}{1 + (t/\tau_1)^n} e^{-t/\tau_2} \quad (5.27)$$

où  $I_{max}$  est la valeur de crête de courant,  $\eta$  est le facteur de correction,  $n$  est une constante.  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont les constantes de temps de front et constante de décroissance respectivement.

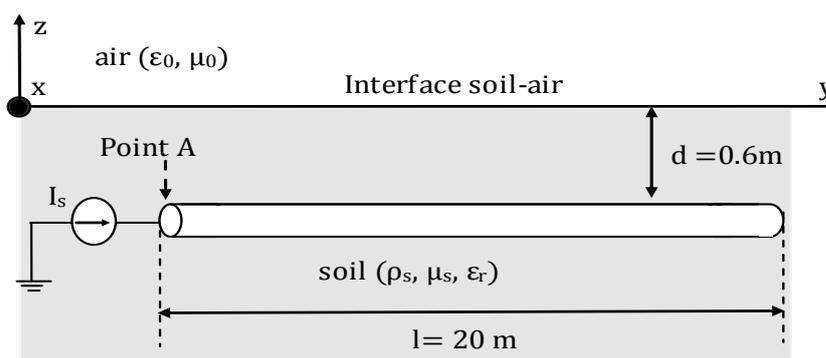
Les données numériques sont adoptées :

$$I_{max} = 10.7 \text{ kA}; \eta = 0.97; n = 10; \tau_1 = 0.8 \mu\text{s}; \tau_2 = 19 \mu\text{s}.$$

Tous les calculs ont été effectués sur un PC Toshiba Intel (R) Core (TM) 2 CPU 1,66 GHz et 2 Go de RAM.

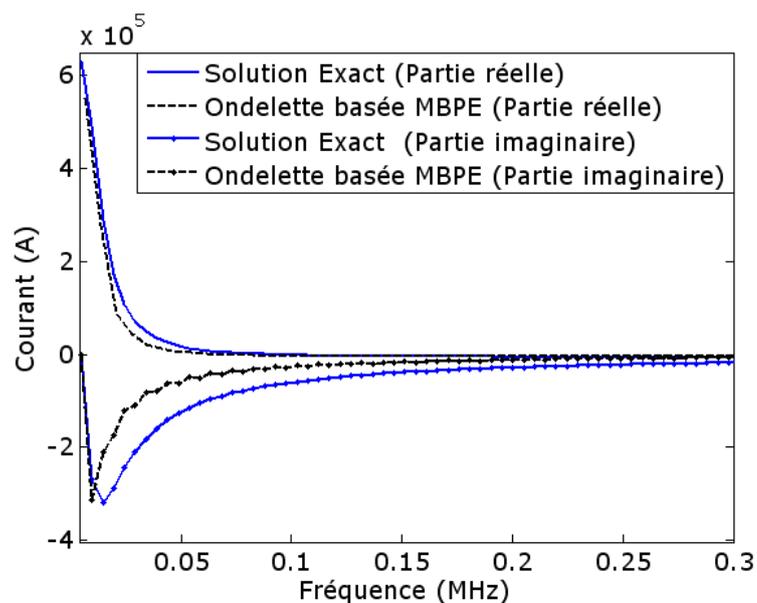
### 5.5.1 Électrode de terre Horizontale

Dans ce premier exemple, une électrode de terre horizontale ayant une longueur  $l = 20 \text{ m}$  et de rayon  $a = 0.007 \text{ m}$  (Fig. 5.1), enterré à une profondeur  $d = 0.6 \text{ m}$  dans un sol de résistivité  $\rho_s = 100 \Omega.m$ , permittivité relative  $\epsilon_r = 10$ , supposé linéaire, homogène et isotrope, et alimentée à l'une de ses extrémités par le générateur "onde de foudre" (5.27).

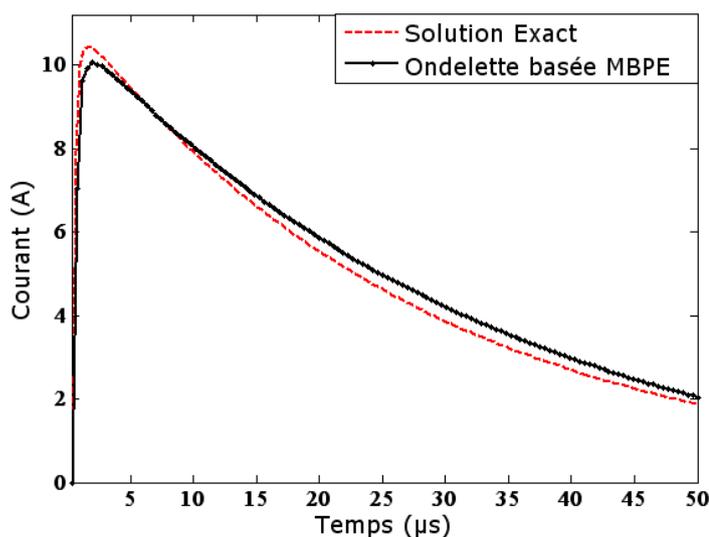


**Fig. 5.1** Électrode de terre Horizontale.

L'électrode de terre horizontale est discrétisée par la fonction de base en 64 coefficients inconnus du courant. Pour calculer la distribution de courant transitoire le long de l'électrode de terre horizontale entre 0 et 2.5 MHz avec un pas de fréquence de 0.0048 MHz. Le CPU prend un temps estimé à 220 s par la solution exacte. En revanche, notre approche (ondelettes basée MBPE) ne prend que 63s avec 10 points d'interpolation et 9 fonction rationnelle ( $L = 5, M = 4$ ).



**Fig. 5.2** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A du conducteur de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.



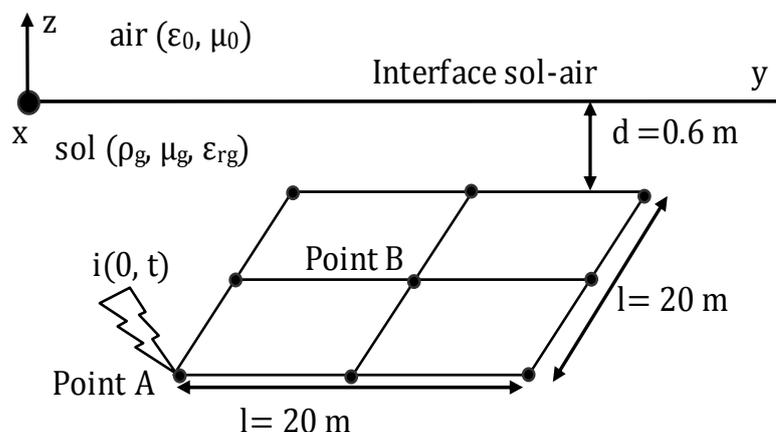
**Fig. 5.3** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A du conducteur de mise à la terre dans le domaine temporelle.

Les fig.5.2 et 5.3 montre les réponses transitoire du courant dans le domaine fréquentiel et temporel respectivement. Comme on peut le voir, un bon accord dans l'amplitude du courant le long du fil a été atteint pour notre approche par rapport à la solution exacte. De plus, le temps de montée prédite par les deux méthodes de calcul est identique.

### 5.5.2. Grille de mise à la terre

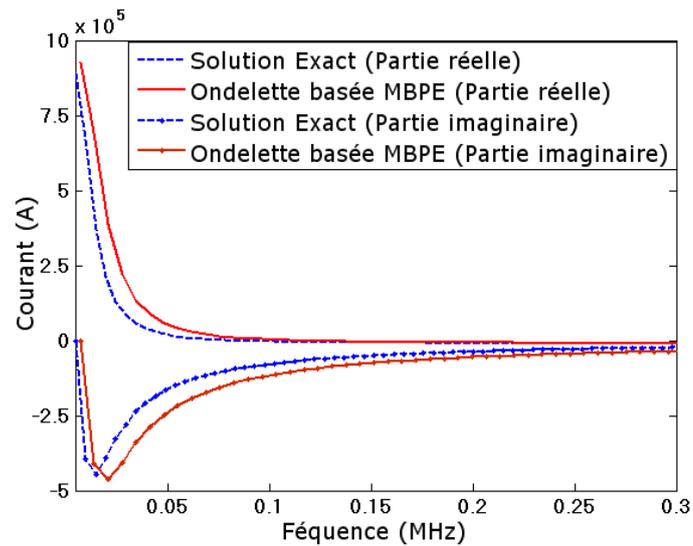
Dans le deuxième exemple, nous considérons le cas d'une grille de mise à la terre de forme carrée, régulière de dimension de  $20\text{ m} \times 20\text{ m}$  dont les dimensions d'une maille sont de  $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ , comme illustré dans la Fig. 5.4. Il est composé de conducteurs en cuivre de rayon  $a = 5\text{ mm}$ .

La grille est enterrée à une profondeur  $d = 0.6\text{ m}$  dans un sol de résistivité  $\rho_g = 100\ \Omega \cdot \text{m}$ , permittivité relative  $\epsilon_{rg} = 10$ , supposé linéaire, homogène et isotrope. Le courant de foudre injecté est similaire à celle appliquée dans le premier exemple.

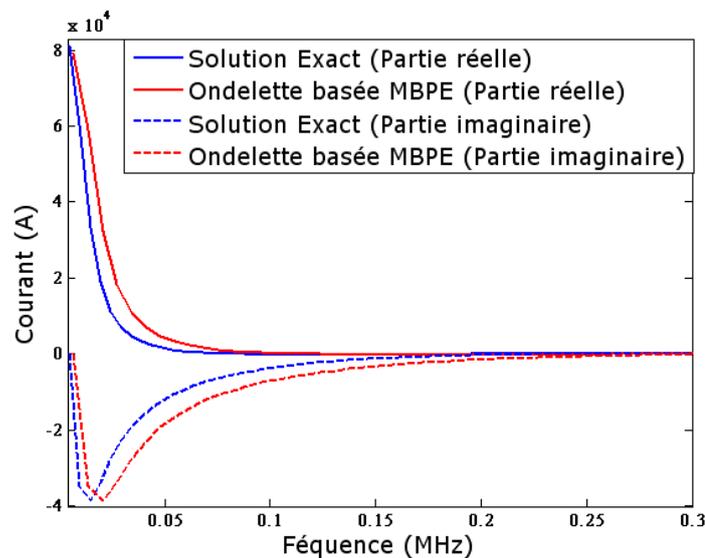


**Fig. 5.4** Grille de mise à la terre.

Les fonctions de base et de test de la méthode MoM sont utilisées pour discrétiser l'EFIE. Une matrice impédance pleine de taille  $512 \times 512$  est obtenue. La matrice transformée en ondelettes est effectuée avec un seuil de  $10^{-5}$  pour avoir un résultat d'une matrice creuse avec un taux de 72%. La bande de fréquence est approchée par la fonction rationnelle d'ordre 9 ( $L = 5, M = 4$ ) et 10 points d'interpolation.

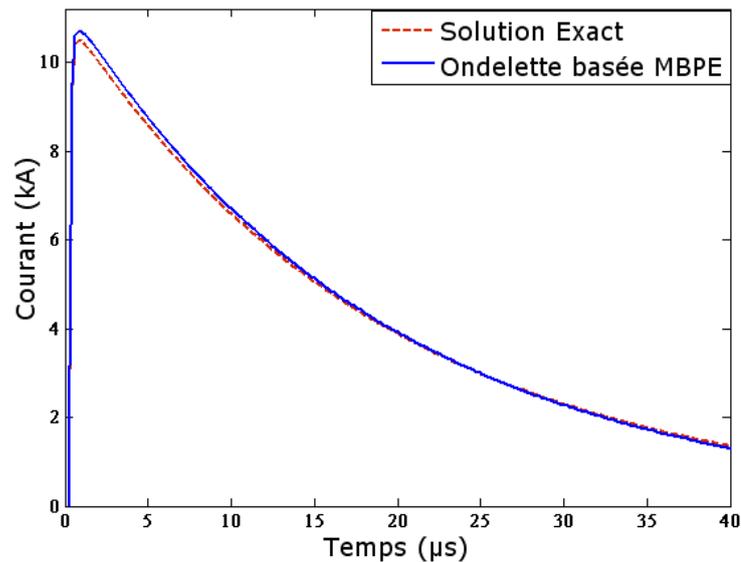


**Fig.5.5** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A de la grille de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.

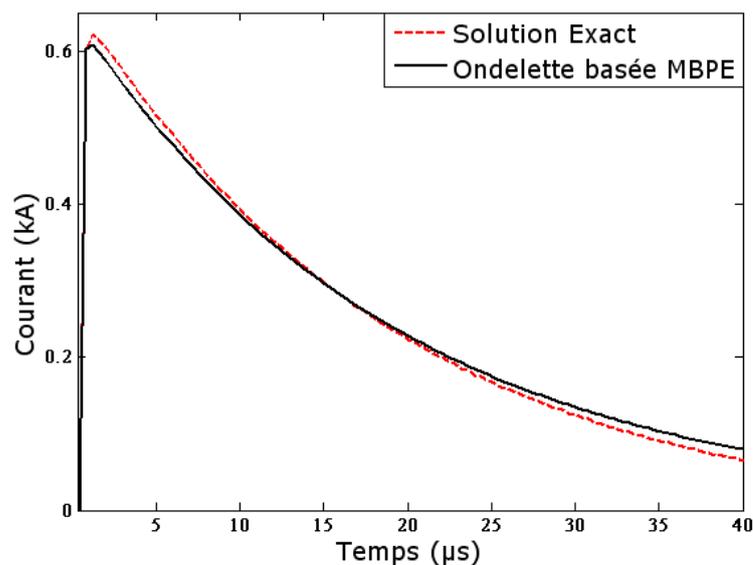


**Fig.5.6** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B de la grille de mise à la terre dans le domaine de fréquentiel.

Les Fig.5.5 et 5.6 montre les réponses transitoire du courant dans le domaine fréquentiel aux points A et B respectivement.



**Fig.5.7** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A de la grille de mise à la terre dans le domaine de temporelle.



**Fig.5.8** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B de la grille de mise à la terre dans le domaine de fréquentiel.

Les fig.5.7 et 5.8 montre les réponses transitoire du courant dans le domaine fréquentiel et temporel respectivement.

Les comparaisons des calculs en utilisant l'approche proposée et "solution exacte" aux points A et B, à la fois dans le domaine fréquentiel et temporelle, ont été prises pour

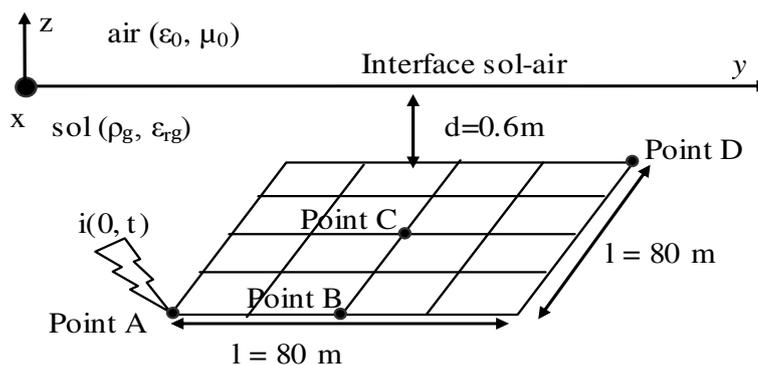
montrer les effets de la méthode décrite. Les résultats obtenus en utilisant MoM et l'approche d'ondelettes basée MBPE, ont été comparés sur une plage de fréquence de 0 à 0,3 MHz, ce qui est la gamme de fréquences la plus importante pour analyser les caractéristiques de fréquence et de temps d'un système de mise à la terre. Comme le montre les Fig.5.5 et 5.6, les courbes dans le domaine fréquentiel sont très proches les uns des autres. En outre, dans le domaine temporel (fig.5.7 et 5.8), sauf pour la petite différence dans l'amplitude du courant, le temps de montée du résultat prédit par les deux méthodes de calcul est similaire et indiquant une grande précision de la technique proposée.

On peut conclure d'après le tableau 1, que le procédé décrit permet d'obtenir une réduction significative du temps de calcul par rapport à la procédure classique MoM. En effet, notre approche (ondelettes basée MBPE) prend 844 s pour calculer le courant transitoire, alors que la solution exacte a pris 3.744 s.

### 5.5.3. Grille de mise à la terre de grande taille

Afin d'examiner l'efficacité et l'adéquation de notre approche pour des problèmes plus importants, nous considérons une grille de mise à la terre de grande taille de  $80\text{ m} \times 80\text{ m}$ , dont les dimensions d'une maille sont de  $20\text{ m} \times 20\text{ m}$  enterré à une profondeur  $d = 0.6\text{ m}$  dans un sol de résistivité  $\rho_g = 100\ \Omega\text{m}$ , permittivité relative  $\epsilon_{rg} = 10$ , supposé linéaire, homogène et isotrope.

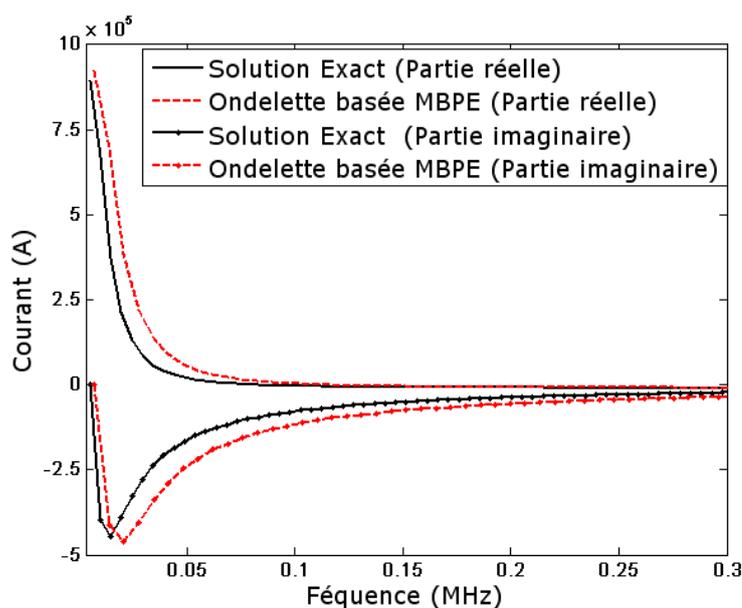
Les autres paramètres sont gardés les mêmes que celles utilisées dans l'exemple précédent. Le point A est au coin de la grille et soumis au coupe de foudre.



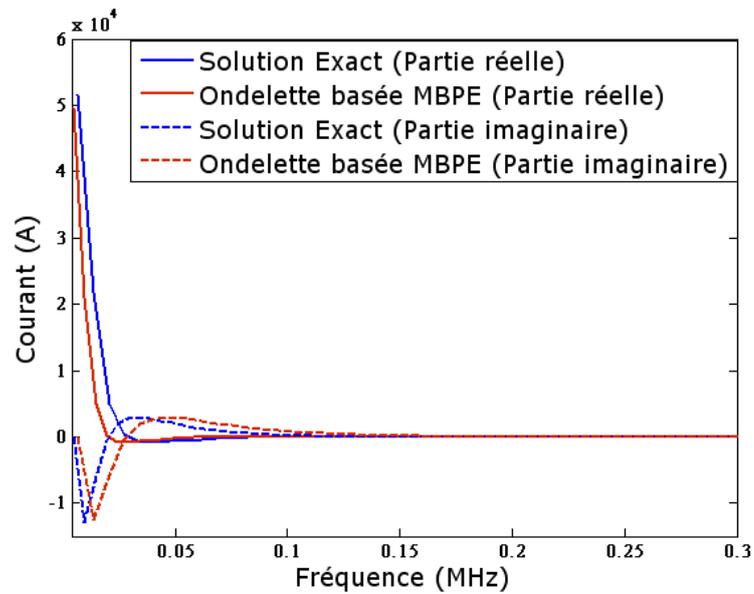
**Fig.5.9** Grille de mise à la terre de grande taille.

L'EFIE est discrétisé en utilisant la méthode des moments combinant la méthode de Galerkin. Une matrice d'impédance plane de taille  $2048 \times 2048$  est obtenu. Il est transformé à l'aide de la matrice transformé ondelettes à une matrice creuse. Elle conduit à une faible densité de 81% de la matrice, pour un seuil de  $10^{-5}$ . Comme prévu, un taux beaucoup plus important est obtenu lorsque la taille de l'espace de problème est augmentée, ce qui illustre l'efficacité de l'analyse du système creuse.

La totalité de la bande de fréquence est approchée par une fonction rationnelle d'ordre 9 ( $L = 5, M = 4$ ) et 10 points d'interpolation.

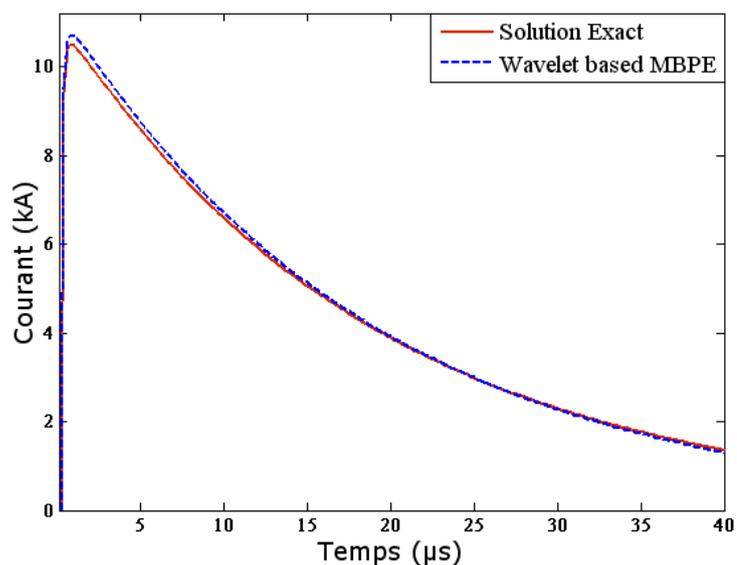


**Fig.5.10** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A du conducteur de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.

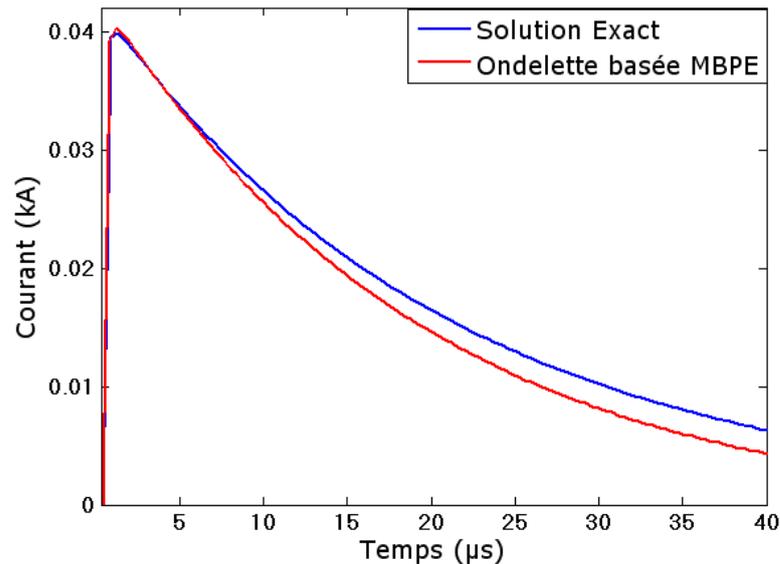


**Fig.5.11** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B du grille de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.

Les Fig.5.10 et Fig.5.11 montrent la comparaison entre la solution exacte et notre approche (Ondelettes basée MBPE) de la variation du courant transitoire au point A et B respectivement, dans le domaine fréquentiel.



**Fig. 5.12** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point A de la grille de mise à la terre dans le domaine fréquentiel.



**Fig. 5.13** Comparaison entre notre approche et la solution exacte du courant au point B de la grille de mise à la terre dans le domaine de fréquentiel.

Dans les Fig.5.12 et 5.13, la comparaison est effectuée dans le domaine temporel au point A et C respectivement. Un très bon accord entre les deux méthodes de résultats de calcul est obtenu, qui montre à nouveau une grande précision de l'approche proposée. Le temps de CPU en utilisant une technique d'ondelettes basée MBPE est comparée à celle utilisant la solution exacte dans le tab.5.1. Les résultats montrent que la solution exacte prend 97647s, tandis que l'approche d'ondelettes basée MBPE prend seulement 10703s pour terminer le calcul résultant en une économie énorme dans les exigences de temps de CPU et de mémoire sans perte de précision.

Encore une fois, la même conclusion que dans les autres exemples peuvent être faites. A titre de comparaison, l'approche d'ondelettes basée MBPE est environ huit fois plus rapide que la méthode des MoM directe.

Dans la méthode des MoM directe, la plupart du temps de calcul est consacré au remplissage de la matrice impédance  $[Z]$ .

En revanche, le temps dans notre approche (ondelettes technique basée MBPE) de procédé de remplissage d'interpolation est environ trois fois plus rapide que la méthode MoM directe. A fin d'obtenir la réponse dans le domaine temporel d'un système de mise à la terre, le procédé MoM directe peut avoir besoin de recalculer  $N$  fois à des fréquences différentes.

Problème	MoM Direct		Ondelette basée MBPE	
	Calculated points	Total CPU time (s)	Interpolation points	Total CPU time (s)
Grille de mise à la terre de grande taille	512	220	10	63
Électrode de terre Horizontal	512	3.744	10	844
Grille de mise à la terre	512	97.647	10	10.703

**Tab.5.1** Temps d'exécutions CPU et mémoire de stockage.

## 5.6 Conclusion

L'analyse du comportement transitoire d'un système de mise à la terre en utilisant la méthode des moments (MoM) peut prendre un certain temps. Une nouvelle méthode a été introduite dans ce chapitre pour accélérer le calcul de la réponse transitoire dans le domaine fréquentiel du système complexe de mise à la terre. Dans cette approche, les techniques MBPE et WMT sont combinées et appliquées à la méthode des moments.

La réponse transitoire des systèmes de mise à la terre en utilisant l'approche proposée est calculée et comparée à celle utilisant la solution exacte sur une bande de fréquences. Les résultats de l'approche proposée sont également comparés à ceux obtenus avec la méthode directe (MoM).

D'après les exemples numériques présentés dans ce travail, il a été démontré que l'approche proposée permet de réduire considérablement les besoins en mémoire et en temps d'exécution de la matrice d'impédance ainsi que le processus de la solution globale sans perdre de précision.

# **Chapitre 6**

## **Conclusion générale et perspectives**

## Chapitre 6

# Conclusion Générale et perspectives

Les réseaux électriques modernes sont des ensembles complexes de lignes, fortement maillés, fonctionnant à des tensions diverses. Du fait de leur grande étendue, elles sont fréquemment foudroyées (environ 70 000 fois par an).

Outre les lignes, un réseau électrique comporte des postes. Ce sont les nœuds du réseau où aboutissent les lignes qui apportent l'énergie. Dans un poste se trouvent l'appareillage de contrôle-commande faisant partie d'un dispositif beaucoup plus complexe "système de télé-conduite" dédié à la protection et à la surveillance du réseau électrique.

Les grands postes sont protégés contre les impacts directs de foudre par des câbles de garde (filet de garde) tendus au-dessus des jeux de barres. Lors d'un impact direct de foudre sur le poste, le courant de défaut, qui peut atteindre la centaine de kA, est dirigé vers une grille de mise à la terre (dispositif conducteur enfoui à une profondeur de 0.6 m environ).

Suite à une décharge orageuse, une grille de mise à la terre est responsable d'un rayonnement électromagnétique (auto-pollution électromagnétique)) en mesure d'altérer le bon fonctionnement de l'appareillage électronique nécessaire à la télé-conduite du réseau électrique, présent à l'intérieur même du poste, et entraîner ainsi une dégradation de la qualité du service (coupure ou énergie de mauvaise qualité).

Les exigences essentielles de la Compatibilité Electromagnétique (CEM) visent à assurer un fonctionnement optimal des systèmes électroniques vis-à-vis les phénomènes électromagnétiques extérieurs. L'utilisation croissante d'appareils électroniques et la

multiplicité des sources de perturbation ont conduit à l'étude de nouveaux moyens d'essais permettant d'améliorer la répétitivité des mesures CEM.

En électromagnétisme, la modélisation numérique d'un dispositif est un outil indispensable aujourd'hui pour atteindre des objectifs en termes de répartitions des courants, tensions, champs électromagnétique, .....tant spatiales que temporelles. Elle apporte également une bonne compréhension des phénomènes physiques et donc leur maîtrise.

Les travaux présentés dans cette thèse de doctorat contribuent à l'analyse de la réponse électromagnétique transitoire d'une mise à la terre en régime perturbé, particulièrement suite à une décharge de foudre.

La foudre est un phénomène naturel dangereux, imprévisible et inévitable pouvant avoir un impact important sur les systèmes électriques (destruction ou dysfonctionnement des équipements). La foudre constitue le principal phénomène naturel d'un générateur de perturbations électromagnétiques.

Les lignes électriques sont sujettes à des perturbations d'origine atmosphérique (foudre). Ces perturbations provoquent des déclenchements préjudiciables à la continuité de service. Pour les lignes à haute tension, le câble de garde permet une protection contre les coups de foudre, mais pour bien jouer son rôle, les mises à la terre des pylônes doivent avoir une impédance relativement faible.

L'importance que revêt le rôle des installations de mise à la terre a conduit depuis plusieurs décennies les industriels, au départ, à des études à échelles réduites aux laboratoires et même sur site pour juger de l'efficacité des installations de mises à la terre à écouler des courants de défaut.

Le fonctionnement des installations électriques dépend étroitement de la manière dont certains dispositifs sont mis à la terre et des valeurs des paramètres des mises à la terre (résistance, inductance, capacité,...). Le paramètre le plus important dans l'analyse des mises à la terre en fréquence industrielle est la résistance qui doit être la plus faible possible, pour assurer la sécurité des personnes et du matériel.

Les différents paramètres qui influencent le comportement transitoire des systèmes de mise à la terre, en particulier lorsqu'ils diffusent un courant de la foudre à été présentées au deuxième chapitre. La valeur de la résistance de mise à la terre dépend de la nature du sol (résistivité) et de la forme (géométrie) des électrodes de terre. Dans le même chapitre, une synthèse des méthodes disponibles pour l'analyse du comportement transitoire des systèmes de mise à la terre à été aussi décrite.

D'autre part un modèle à été décrit dans le chapitre trois pour représenter le comportement transitoire des systèmes de mise à la terre dans le domaine fréquentiel. A cet effet, nous nous sommes appuyés sur le modèle électromagnétique proposé par Grcev. Ce modèle basée sur la théorie des antennes en utilisant la méthode numérique dite des moments. Ils sont raisonnables pour les structures et la plage de fréquence qui nous intéressent. Une validation du modèle à été faite par comparaisant avec logiciel commercial NEC 4. Cette modélisation fréquentielle nous a finalement permis d'établir diverses règles d'ingénierie permettant d'optimiser la structure des systèmes de mise à la terre.

Depuis quelques années, l'importance que revêt la compatibilité électromagnétique en termes de perturbations électromagnétiques rayonnées a mis en exergue un autre intérêt pour les prises de terre qui consiste à analyser ces dernières comme source de

rayonnement suite à un défaut interne (court circuit) ou externe (impact direct d'une onde de foudre).

La modélisation de ce problème d'électromagnétisme pour la quantification du champ électromagnétique, rayonné par un système de mise à la terre, entraîner quelques approches surtout en fréquentiel. La modélisation numérique en fréquentiel la plus rencontrée est celle qui utilise le formalisme des antennes. Des expressions compactes pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par un dipôle situé dans un demi-milieu dissipatif proposé par Banos, Sivaprasad et al à été présenté. La validation de ce modèle fréquentiel à été faite par des applications disponibles dans la littérature.

L'approche du champ électromagnétique étudiée dans le chapitre trois est la méthode la plus rigoureuse. Le formalisme des antennes qui conduit vers la résolution d'un système matriciel en fréquentiel est le plus rigoureux mais de mise en œuvre délicate et nécessite des moyens numériques importants. Pour obtenir la réponse en fréquence nous devons répéter le calcul à chaque fréquence sur une large bande de fréquence. De plus l'utilisation des passages temps-fréquence et inversement nécessitent des temps de calcul bien important. Cela peut être le calcul intensif pour les appareils électromagnétiques avec des réponses en fréquence compliquées.

Le cinquième chapitre de cette thèse a porté sur l'élaboration d'une technique d'accélération de l'approche électromagnétique. Dans un premier temps, un état d'art des techniques d'accélérations de la résolution de l'équation intégral du champ électrique EFIE à été présenté. La seconde partie du chapitre est consacrée à la description de notre approche basée sur la technique des ondelettes et une méthode basée sur les paramètres d'estimation MBPE.

La validation de l'approche proposée à été faite en utilisant la méthode directe (MoM) sur une bande de fréquences. D'après les exemples numériques présentés dans ce travail, il a été démontré que l'approche proposée permet de réduire considérablement les besoins en mémoire et en temps d'exécution de la solution sans perdre de précision.

En perspective, un travail plus élaboré devra prendre en compte des points suivants :

- Etude des prises de terre des pylônes des lignes de transmission.
- Etude des prises de terre d'un système électrique complexe.
- Etude des prises de terre en compte des sols stratifiés horizontalement.

# **Annexes**

# Annexe A

## Méthode des moments

### A.1 Définition

La méthode des moments est une technique très générale de résolution d'équations fonctionnelles, développée par Harrington pour la résolution des équations intégrales différentielles de l'électromagnétisme. Cette technique numérique permet de résoudre efficacement les équations intégrales en les transformant en un système matriciel résolu par ordinateur. Elle consiste en une discrétisation géométrique du problème considéré qui induit une formulation de l'intégrale sous la forme d'un système linéaire matriciel dont la taille est proportionnelle au nombre d'éléments de discrétisation  $N$ . On aura donc  $N$  équations à  $N$  inconnues.

Les équations intégrales considérées peuvent être :

- ✓ L'EFIE (équation intégrale sur le champ électrique)
- ✓ La MFIE (équation intégrale sur le champ magnétique)
- ✓ La CFIE (équation intégrale conjuguée des deux précédentes)

Nous nous intéressons dans notre travail à l'EFIE.

La MoM ne converge vers la solution exacte que si la taille des éléments discrétisés est bien inférieure à la longueur d'onde. On utilise généralement un maillage des éléments de dimension inférieure à  $\lambda/10$ .

### B.2 Principe générale de la méthode des moments

D'une manière générale, l'équation initiale peut se ramener à une équation de type :

$$L(f) = g \tag{A.1}$$

avec :

$L$  : est un opérateur linéaire intégral-différentiel ;

$g$  : est la fonction d'excitation connue (source) ;

$f$  : est la fonction de réponse (inconnue).

Il s'agit donc de déterminer  $f$ . On va donc dans un premier temps l'approximer par une série :

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad (\text{A.2})$$

avec :

$\alpha_n$  : coefficients constants :

$f_n$  : série des fonctions de base.

Ce développement en série de  $f$  va donc être inséré dans l'équation (A.1), ce qui donne :

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n L(f_n) = g \quad (\text{A.3})$$

Les amplitudes inconnues  $\alpha_n$  ne peuvent pas encore être déterminées parce qu'il y a  $N$  inconnues, et une seule équation fonctionnelle. Un ensemble fixe d'équations peut être trouvé par la définition des fonctions poids  $w_m$ , avec lesquelles l'équation (A.3) est intégrée pour donner  $m$  différentes équations linéaires. L'intégration de cette équation avec les fonctions poids peut être écrite comme un produit interne des deux fonctions, donnant :

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (\text{A.4})$$

De façon courante, pour avoir un système matriciel carré, le nombre de fonctions test est pris égal au nombre de fonctions de base  $N = M$ .

On a donc un ensemble de  $N$  équations que l'on peut mettre sous forme matricielle :

$$[L_{mn}][\alpha_n] = [g_m] \quad (\text{A.5})$$

où:

$$[L_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \cdots & \langle w_1, L(f_n) \rangle \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \cdots & \langle w_2, L(f_n) \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_m, L(f_1) \rangle & \langle w_m, L(f_2) \rangle & \ddots & \langle w_m, L(f_n) \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$[\alpha_n] = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}, [g_m] = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_m, g \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Lorsque la matrice  $[L_{mn}]$  est inversible, les  $\alpha_n$  sont données par :

$$[\alpha_n] = [L_{mn}]^{-1}[g_m] \quad (\text{A.8})$$

On connaît alors les coefficients  $\alpha_n$ , donc  $\alpha_n f_n$  et donc l'approximation de  $f$  considérée.

### A.3 Fonctions de base $f_n$ et fonctions de test $w_m$

Une des tâches essentielles dans l'utilisation de la méthode des moments est le choix des fonctions  $f_n$  et  $w_m$ .

Le choix des fonctions  $f_n$  et  $w_m$  doit être fait en fonction de

- ✓ la précision de la solution désirée ;
- ✓ la facilité d'évaluation des éléments de la matrice  $[L_{mn}]$  ;
- ✓ la taille de la matrice  $[L_{mn}]$  qui peut être inversée.

### A.3.1 Fonctions de base

Ces fonctions sont classifiées en deux catégories :

Dans la première on trouve les fonctions définies sur tout le domaine de l'opérateur. Pour le cas qui nous intéresse il va s'agir d'un fil entier ou un tronçon filiforme de la structure compris entre deux jonctions. On va donc trouver dans cette catégorie :

- **Les approximations polynomiales** : MacLaurin, Tchebychev, Hermite, Legendre
- **Les approximations trigonométriques** : série de Fourier

Elles donnent une densité de courant et de charge continues sur un tronçon entier.

Dans la seconde, on trouve les fonctions définies sur une partie du domaine de l'opérateur. On va donc dans ce cas considérer un segment élémentaire plus ou moins court du fil ou du tronçon considéré. Ces fonctions sont plus largement sollicitées que celles de la première catégorie car elles présentent un usage plus commode et nécessitent un temps de calcul raccourci pour une précision comparable.

#### ➤ Fonctions de type impulsions rectangulaires

$$P_n(l) = \begin{cases} 1 & \text{quand } l_{n-1} < l < l_n \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

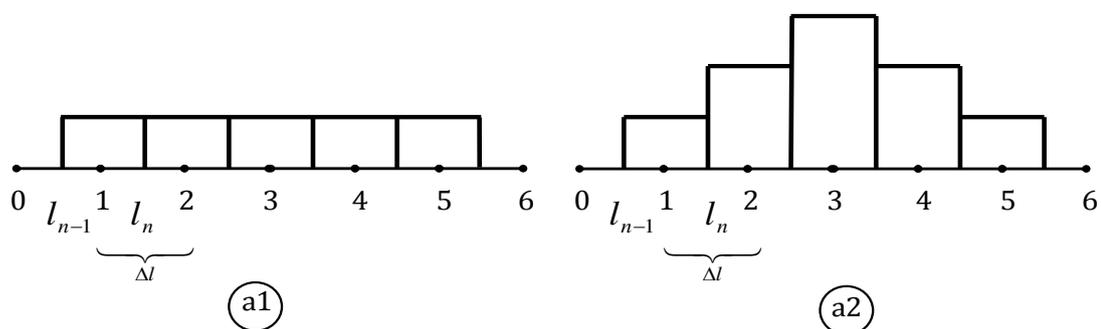


Fig. A.1 Fonctions impulsions rectangulaires

Elles amènent à une approximation en escalier du courant (Fig. A.1 a2) qui sera discontinue le long du fil.

➤ Fonctions triangulaires linéaires

$$T_n(l) = \begin{cases} \frac{\sin K (l - l_{n-1})}{\sin K (l_n - l_{n-1})} & \text{quand } l_{n-1} < l < l_n \\ \frac{\sin K (l_{n+1} - l)}{\sin K (l_{n+1} - l_n)} & \text{quand } l_n < l < l_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

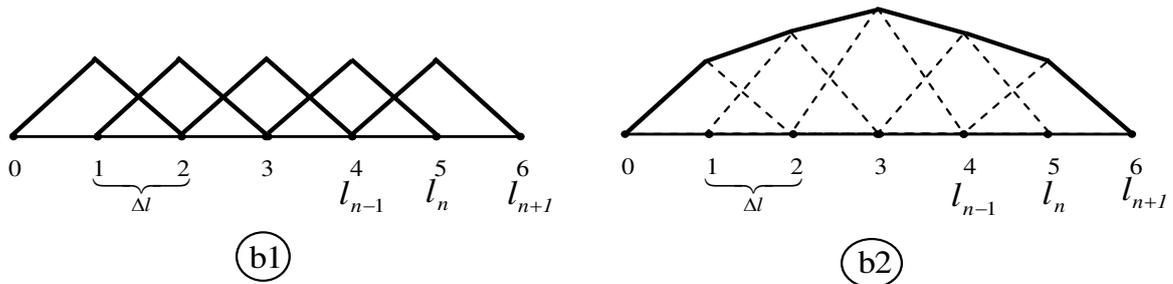


Fig. A.2 Fonctions triangulaires linéaires.

Ces fonctions donnent une approximation linéaire du courant qui sera continue par morceaux (Fig. A.2 b2).

➤ Fonctions triangulaires sinusoïdales

$$T_n(l) = \begin{cases} \frac{\sin K (l - l_{n-1})}{\sin K (l_n - l_{n-1})} & \text{quand } l_{n-1} < l < l_n \\ \frac{\sin K (l_{n+1} - l)}{\sin K (l_{n+1} - l_n)} & \text{quand } l_n < l < l_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

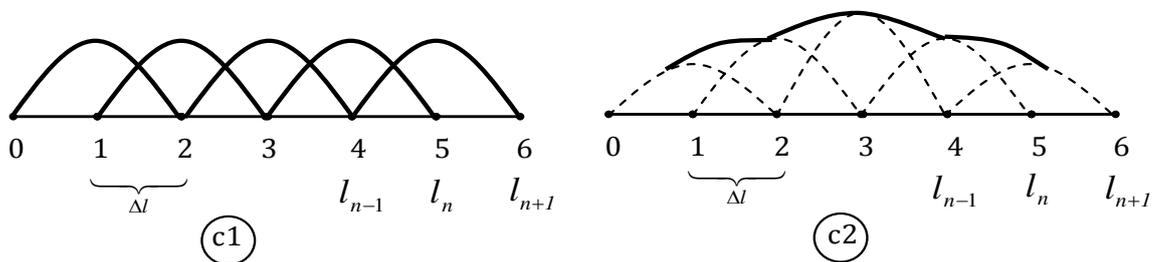


Fig. A.3 Fonctions triangulaires sinusoïdales

Cette approximation présente des résultats similaires à la précédente, mais présente certains avantages analytiques.

Ces fonctions triangulaires évitent les discontinuités de courant. Elles vont donc être préférées aux échelons. Cependant il est à noter que la densité de charge présente des discontinuités à la jonction de deux segments élémentaires.

### **A.3.2 Fonctions de test**

On va se limiter aux fonctions de test associées aux fonctions de base triangulaires. Ces fonctions sont généralement de deux types :

- ✓ distributions de Dirac pondérées (méthode de collocation ou point-matching) ;
- ✓ fonctions triangulaires.

Ces dernières sont les plus couramment utilisées dans le cas de structures filiformes isolées dans l'espace.

L'application de la méthode des moments est donc caractérisée par le choix des fonctions de base  $\{f_n\}_{n=1,2,\dots,N}$  qui approcheront au mieux la fonction  $f$  à déterminer, et par le choix des fonctions test  $\{w_m\}_{m=1,2,\dots,M}$ . Le choix particulier où les fonctions test et les fonctions de base sont identiques est appelé « Méthode de GALERKIN ».

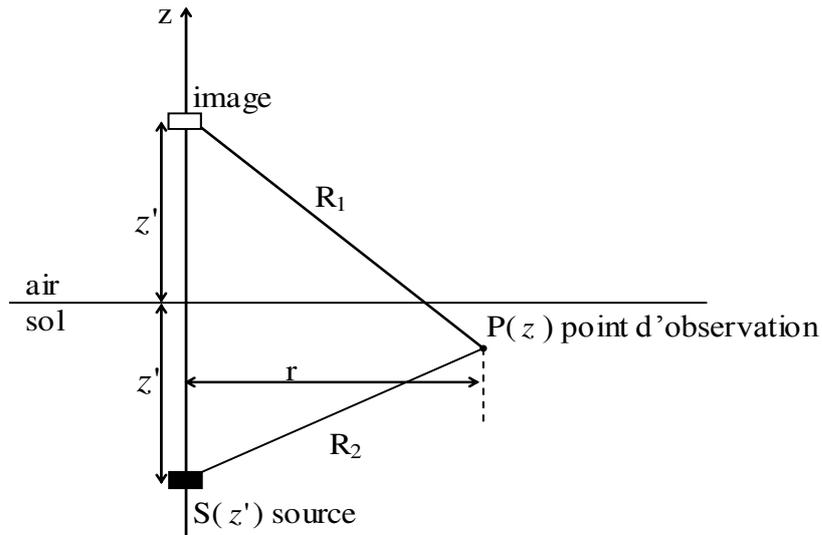
## Annexe B

# Expression du champ électromagnétique rayonné par un dipôle

### B.1 Source élémentaire horizontale

Les expressions des champs électromagnétiques rayonnés par une source élémentaire horizontale.

#### a. Source et point d'observation dans le sol



**Fig.B.1** Source et point d'observation dans le sol

$$E_{\rho} = \frac{-jP_z \omega \mu_0}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} (G_{11} - G_{12} + k_1^2 V_{11}) + k_1^2 (G_{11} - G_{12} + U_{11}) \right\} \quad (\text{B.1})$$

$$E_{\varphi} = \frac{-jP_z \omega \mu_0}{4\pi k_1^2} \sin\varphi \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (G_{11} - G_{12} + k_1^2 V_{11}) + k_1^2 (G_{11} - G_{12} + U_{11}) \right\} \quad (\text{B.2})$$

$$E_z = \frac{-jP_z \omega \mu_0}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} (G_{11} - G_{12} + k_1^2 V_{11}) \right\} \quad (\text{B.3})$$

$$H_\rho = \frac{jP_z}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \left\{ (1+n^2) \frac{\partial V_1}{\rho \partial \rho} + k_1^2 U_{11} + k_1^2 (G_{11} - G_{12}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial G_{12}}{\partial \rho} \right\} \quad (\text{B.4})$$

$$H_\theta = \frac{P_z}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1+n^2) \frac{\partial V_{11}}{\partial \rho^2} + k_1^2 U_{11} - \frac{\partial^2}{\partial r^2} (G_{12}) + k_1^2 (G_{11} - G_{12}) \right\} \quad (\text{B.5})$$

$$H_z = -\frac{-jP_z}{4\pi} \sin\varphi \frac{\partial}{\partial r} \{ +k_1^2 (G_{11} - G_{12} + U_{11}) \} \quad (\text{B.6})$$

où  $V_{12}$  et  $U_{12}$  sont les intégrales de Sommerfeld :

$$V_{11} = 2 \int_0^\infty \frac{e^{\gamma_1(z+z')}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.7})$$

$$U_{11} = 2 \int_0^\infty \frac{e^{\gamma_1(z+z')}}{\gamma_1 + \gamma_2} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.8})$$

Les intégrales de Sommerfeld traduisent l'effet de la conductivité finie de l'interface, elles dépendent de deux paramètres géométriques :

- ✓ La distance horizontale  $r$ , mesurée parallèlement à l'interface, entre la source et le point d'observation ;
- ✓ La distance verticale  $z+z'$  entre le point d'observation et l'image de la source.

Elles dépendent en outre de la fréquence par l'intermédiaire des nombres d'ondes  $k_1$  et  $k_2$ .

$$\text{avec : } G_{11} = \frac{e^{-jk_1 R_1}}{R_1} \text{ et } R_1 = [\rho^2 + (z - z')^2]^{1/2},$$

$$G_{12} = \frac{e^{-jk_1 R_1}}{R_1} \text{ et } R_1 = [\rho^2 + (z - z')^2]^{1/2},$$

$$\gamma_1 = (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} \text{ et } \gamma_2 = (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}$$

## b. Source dans le sol et point d'observation dans l'air

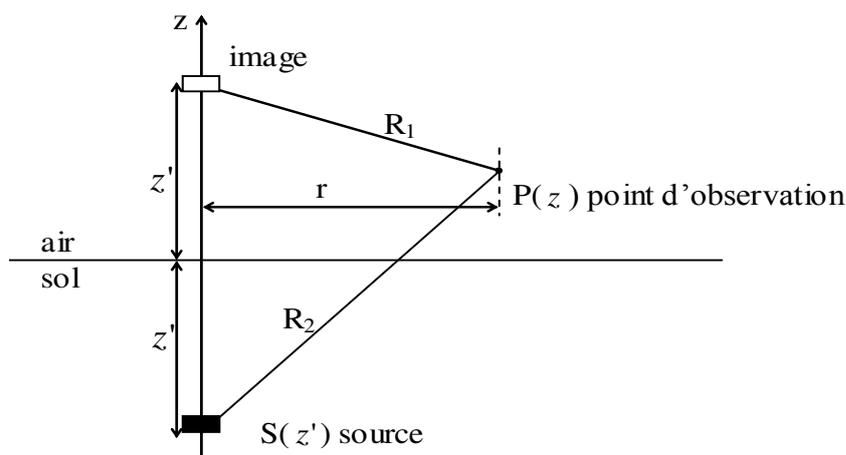


Fig.B.2 Source dans le sol et point d'observation dans l'air.

$$E_{\rho} = \frac{jP_z \omega \mu_0}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \left\{ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial \rho^2} + U_{12} \right\} \quad (\text{B.9})$$

$$E_{\varphi} = \frac{jP_z \omega \mu_0}{4\pi k_1^2} \sin\varphi \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_{12}}{\partial \rho} + U_{12} \right\} \quad (\text{B.10})$$

$$E_z = \frac{jP_z \omega \mu_0}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \left\{ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial z \partial \rho} \right\} \quad (\text{B.11})$$

$$H_{\rho} = \frac{jP_z}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \left\{ (1 + n^2) \frac{\partial V_{12}}{\rho \partial \rho} + k_1^2 U_{12} \right\} \quad (\text{B.12})$$

$$H_{\varphi} = \frac{-P_z}{4\pi k_1^2} \cos\varphi \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1 + n^2) \frac{\partial V_{12}}{\partial \rho^2} + k_1^2 U_{12} \right\} \quad (\text{B.13})$$

$$H_z = -\frac{-jP_z}{4\pi} \sin\varphi \frac{\partial U_{12}}{\partial r} \quad (\text{B.14})$$

où  $V_{12}$  et  $U_{12}$  sont les intégrales de Sommerfeld :

$$V_{12} = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{(\gamma_1 z' + \gamma_2 z)}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.15})$$

$$U_{12} = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{\gamma_1 z' + \gamma_2 z}}{\gamma_1 + \gamma_2} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.16})$$

## B.2 Source élémentaire verticale

Les expressions des champs électromagnétiques rayonnés par une source élémentaire verticale.

### a. Source et point d'observation dans le sol

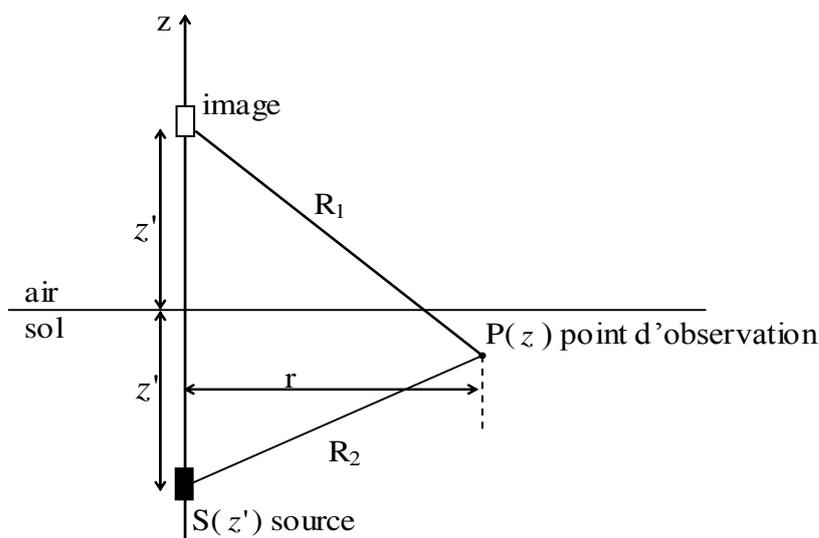


Fig.B.3 Source et point d'observation dans le sol.

$$E_{\rho} = \frac{-j\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} (G_{11} - G_{12} + k_2^2 V_{11}) \right\} \quad (\text{B.17})$$

$$E_{\varphi} = \frac{-jP_z \omega \mu_0}{4\pi k_1^2} \sin\varphi \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (G_{11} - G_{12} + k_1^2 V_{11}) + k_1^2 (G_{11} - G_{12} + U_{11}) \right\} \quad (\text{B.18})$$

$$E_z = \frac{-j\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \left\{ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right) (G_{11} - G_{12} + k_2^2 V_{11}) \right\} \quad (\text{B.19})$$

où  $V_{11}$  et  $U_{11}$  sont les intégrales de Sommerfeld :

$$V_{11} = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{\gamma_1(z+z')}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.20})$$

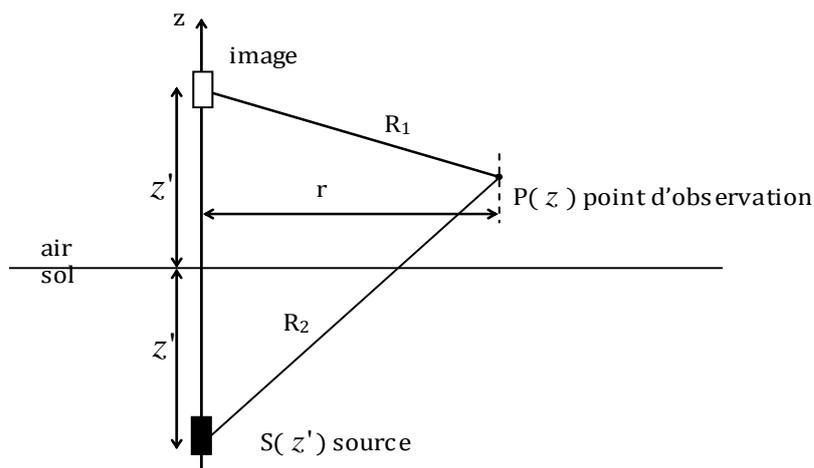
$$U_{11} = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{\gamma_1(z+z')}}{\gamma_1 + \gamma_2} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.21})$$

avec :

$$G_{11} = \frac{e^{-jk_1 R_1}}{R_1} \text{ et } R_1 = [\rho^2 + (z - z')^2]^{1/2},$$

$$G_{12} = \frac{e^{-jk_1 R_1}}{R_1} \text{ et } R_2 = [\rho^2 + (z - z')^2]^{1/2},$$

### b. Source dans le sol et point d'observation dans l'air



**Fig.B.4** Source dans le sol et point d'observation dans l'air.

$$E_\rho = -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial \rho \partial z} \right\} \quad (\text{B.22})$$

$$E_z = -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \left\{ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right) V_{12} \right\} \quad (\text{B.23})$$

où  $V_{12}$  et  $U_{12}$  sont les intégrales de Sommerfeld :

$$V_{12} = 2 \int_0^\infty \frac{e^{(\gamma_1 z' + \gamma_2 z)}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.24})$$

$$U_{12} = 2 \int_0^\infty \frac{e^{\gamma_1 z' + \gamma_2 z}}{\gamma_1 + \gamma_2} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (\text{B.25})$$

**Références**  
**bibliographiques**

## Références bibliographiques

- [1] Xavier Legrand, Modélisation des Systèmes de Mise a La Terre des Lignes Electrique Soumis des Transitoires de Foudre, thèse de doctorat, L'école doctorale de Lyon, 2007.
- [2] Semaan Georges, évaluation de l'effet de la mer et du contrepoids sur le profil de la tension d'un système de mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie à haute tension dans un sol résistif, thèse de doctorat, Montréal, le 10 Septembre 2001.
- [3] Tagg G.F, Earth Resistances, George Newness LTD, London, 1964.
- [4] Sunde E.D, Conduction Effects in Transmission Systems, Dover Publications Inc, New York, 1968.
- [5] IEEE, IEEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems, IEEE Std. 142-2007 (Revision of IEEE Std), pp. 1- 225, Nov. 30, 2007.
- [6] Vijayaraghavan and al, Practical Grounding, Bonding, Shielding and Surge Protection, Elsevier, Oxford, 2004.
- [7] R. Johnson, K. Kreiter, J. Zhu, B. Russo, T. Saarenketo, Electrical properties of water in clay and silty soils, Elsevier, Journal of Applied Physics 40, pp. 73- 88, 1998.
- [8] D. P. Snowden, G. C. Morris, Jr. and V.A.J. Van Lint, Measurement of the dielectric constant of soil, IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. NS-32, No. 6, pp. 4312-4314, 1985.
- [9] T. M. Flanagan, C. E. Mallon, R. Denson and R. E. Leadon, Electrical breakdown properties of soil, IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. NS-28, No. 6, pp. 4432-4439, 1981.
- [10] R. E. Leadon, T. M. Flanagan, C. E. Mallon and R. Denson, Effect of ambient gas on ARC initiation characteristics in soil, IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. NS-30, No. 6, pp. 4572-4576, 1983.
- [11] Liew A. C. and Darveniza M, Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths, Proc IEE, Vol. 121, N°. 2, pp. 123-135, 1974.
- [12] Bellaschi P. L., Armington R. E. and Snowden A. E, Impulse and 60-cycle characteristics of driven grounds-II, AIEE Transactions, vol. 61, pp. 349-363, 1942.
- [13] K. Berger, The behaviour of earth connections under high intensity impulse current, CIGRE, vol. 95, pp. 41-32, 1946.
- [14] Petropoulos G. M., The high-voltage characteristics of earth resistances, Journal of the institution of Electrical Engineers Part II: Power Engineering, Vol. 95, N°. 43 pp. 59-70, February 1948.

- [15] E. E. Oettle, A new general estimation curve for predicting the impulse impedance of concentrated earth electrodes, "IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 3, N°. 4, pp. 2020-2029, 1988.
- [16] Loboda M. and Scuka V., On the transient characteristics of electrical discharges and ionization processes in soil, Proceedings of the 23<sup>rd</sup> International Conference on Lightning Protection (ICLP), pp. 539-544, Italy, 1996.
- [17] I. Cotton, The soil ionization process, ERA Conference, pp. 4.4.1-4.4.11, 2000.
- [18] Junping Wang, Ah Choy Liew and Mat Darveniza, Extension of dynamic model of impulse behaviour of concentrated grounds at high currents, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, N°. 3, pp. 2160-2165, 2005.
- [19] Srisakot S., H. Griffiths and A. Haddad, Soil Ionisation Modelling under Fast Impulse, Proceedings of the 36<sup>th</sup> Universities Power Engineering Conference (UPEC), Swansea (UK), pp. 12-14, September 2001.
- [20] E. D. Sunde, Earth conduction effects in transmission systems, Dover Edition, 1967.
- [21] D.A. Robinson, C.M.K. Gardner, J.D. Cooper, Measurement of relative permittivity in sandy soils using TDR, capacitance and theta probes: comparison, including the effects of bulk soil electrical conductivity, Elsevier, Journal of Hydrology 223, pp. 198-211, 1999.
- [22] Portela, C., Frequency and transient behavior of grounding systems, I-Physical and methodological aspects, IEEE 1997 International Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp 379-384, août 1997.
- [23] Commission Electrotechnique Internationale (CEI), CEI 62305-3 : Protection contre la foudre, Partie 3 : Dommages physiques sur les structures et risques humains, première édition, 2006.
- [24] M.B. Kostic, Z.R. Radakovic, N.S. Radovanovic et M.R. Tomasevic-Canovic, Improvement of electrical properties of grounding loops by using bentonite and waste drilling mud, IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution, Vol. 146, N°. 1, pp. 1 - 6, January 1999.
- [25] Z.R. Radakovic et M.B. Kostic Behaviour of grounding loop with bentonite during a ground fault at an overhead line tower IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, Vol. 148, N°. 4, p. 275 - 278, July 2001.
- [26] V. P. Androvitsaneas, I. F. Gonos, I. A. Stathopoulos, Performance of Ground Enhancing Compounds During the Year International Conference on Lightning Protection (ICLP), Vienna, Austria 2012.
- [27] Siow Chun Lim, Chandima Gomes, Mohd Zainal Abidin et Ab Kadir Preliminary Grounding Performance of Bentonite Mixed Concrete Encased Steel Cage under High Soil Resistivity Condition, 8th LDCE-162 Asia-Pacific International Conference on Lightning, Seoul, Korea, Jun, pp. 26-28, 2013.
- [28] Siow Chun Lim, Chandima Gomes et Mohd Zainal Abidin Ab Kadir

Characterizing of Bentonite with Chemical, Physical and Electrical Perspectives for Improvement of Electrical Grounding, Systems International Journal of Electrochemical Science, Vol. 8, pp. 11429 – 11447, August 2013.

- [29] Fagan E.J., Lee R.H., The Use of Concrete-Enclosed Reinforcing Rods as Grounding Electrodes, IEEE Transactions on Industry and General Applications, Vol. IGA-6, N° 4, pp. 337-348, July/August 1970.
- [30] Ilit Cohen-Ofri, Lev Weiner, Elisabetta Boaretto, Genia Mintz, Steve Weiner Modern and fossil charcoal : aspects of structure and diagenesis, Journal of Archaeological Science Vol. 33, N°. 3, pp. 428-439, 2006.
- [31] Switzer, Keith. Achieving an Acceptable Ground in Poor Soil. Primedia Business Magazines & Media Inc., USA, 2003.
- [32] Jinliang. He, Gang Yu, Jingping Yuan, Decreasing Grounding Resistance of Substation by Deep-Ground-Well Method, IEEE Transactions On Power Delivery, Vol. 20, N°. 2, pp. 738-744, Avril 2005.
- [33] QingboMeng, Jinliang He F. P. Dawalibi, A New Method to Decrease Ground Resistances of Substation Grounding Systems in High Resistivity Regions, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, N°. 3, pp. 911-916, Juillet 1999.
- [34] Yousif El-Tous, Salim A. Alkhaldeh, An Efficient Method for Earth Resistance Reduction Using the Dead Sea Water, Energy and Power Engineering, Vol. 6, pp. 47-53, April 2014.
- [35] Nzuru J.P., Contribution à l'analyse et à la réalisation des mises à la terre des installations électriques dans les régions tropicales, thèse de doctorat, Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées.
- [36] Rajab Ibsaim Amer Ali Ammar Performance Assessment And Modeling Of Grounding Grid Case Study of Alkhom 400kV Substation Department of Electrical & Electronics Faculty of Engineering Zawia University University Bulletin – ISSUE, N°. 16, Vol.1, February - 2014.
- [37] Cheng-Nan Chang and Chien-Hsing Lee, Computation of Ground Resistances and Assessment of Ground Grid Safety at 161/23.9 kV Indoor-Type Substation, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 21, N°. 3, July 2006.
- [38] Standard 80-2000: IEEE guide for safety in AC substation grounding, 2000.
- [39] Yaqing Liu, Transient Response of Grounding Systems Caused by Lightning: Modelling and Experiments, thèse de doctorat , université de uppsala ,2004.
- [40] P.L.Belaschi, Impulse and 60-cycle Characteristics of Driven ground, Part III Effect of Lead in Ground Installation, AIEE Trans, Vol. 62, pp.334-345, 1943.
- [41] B.R. Gupta, B. Thapar, Impulse Impedance of Grounding Grid, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, N°. 6, Nov/Dec 1980.
- [42] A. Meliopoulos, M. Mohram, Transient Analysis of Grounding Systems, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No.2, pp.389-399, 1983.

- [43] A.D. Papalexopoulos et A. P. Meliopoulos , Frequency Dependent Characteristics of Grounding Systems, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 2, N°. 4, pp.1073-1081, October 1987.
- [44] M. Ramamoory, M. M. Babu Narayanan et S. Parameswaran, Transient Performance of Grounding Grids, IEEE Trans Power Delivery, Vol.4, pp.2053-2059, Octobre 1989.
- [45] A.Geri, Behaviour of Grounding Systems Excited by High Impulse Currents: The Model and Its Validation, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, N°. 3, pp.1008-1017, Juillet 1999.
- [46] A. F. Otero, J. L. del Alarno, Frequency-Dependent Grounding System Calculation by Means of a Conventional Nodal Analysis Technique, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, N°. 3, Juillet 1999.
- [47] S. S. Devgan and E. R. Whitehead, Analytical Models for Distributed Grounding Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-92, N°. 5, pp. 1763–1770, 1973.
- [48] R. Verma and D. Mukhedkar, Impulse Impedance of Buried Ground Wire, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, N°. 5, pp. 2003-2007, 1980.
- [49] C. Mazzetti and G. M. Vecca, Impulse Behavior of Ground Electrodes, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, N°. 9, pp. 3148-3156, 1983.
- [50] R. Velazquez and D. Mukhedkar: "Analytical Modelling of Grounding Electrodes Transient Behavior", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, N°. 6, pp. 1314-1322, 1984.
- [51] F. E. Menter and L. Grcev: "EMTP-Based Model for Grounding System Analysis", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, N°. 4, pp. 1838-1849, 1994.
- [52] Y. Liu, M. Zitnik, and R. Thottappillil, An improved transmission-line model of grounding system, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 43, N°. 3, pp. 348–355, 2001.
- [53] Y. Liu, N. Theethayi and R. Thottappillil, An Engineering Model for Ttransient Analysis of Grounding System Under Lightning Strikes: Nonuniform Transmission- Line Approach, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, N°.2, pp. 722–730, 2005.
- [54] R. Lucić, M. Kurtović and S. Vujević, Analysis of the Dynamic Characteristics of Grounding Electrodes Using the Finite Element Technique, 11<sup>th</sup> International Conference on Software Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM 2003), Split - Venice - Ancona - Dubrovnik, pp. 807-811, 2003.
- [55] S. Vujević, P. Sarajčev and I. Sarajčev, EMTP Modelling of Direct Lightning Strikes to the GSM Base Station Tower, 13<sup>th</sup> International Conference on Software Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM 2005), Split,

Marina Frapa, pp. 97-101, 2005.

- [56] S. Vujević et P. Sarajčev, Dangerous Voltages due to Direct Lightning Strike into the Communication Tower, *Journal for Communications Software and Systems (JCOMSS)*, Vol. 3, N°. 1, pp. 44-51, 2007.
- [57] S. Vujević and P. Sarajčev, An EMTP Extension for Computing Earthing System Transient Step and Touch Voltages, *CIGRE Symposium, Transient Phenomena in Large Electric Power Systems, CD ROM Proceedings, Zagreb, 2007.*
- [58] I. Jurić-Grgić, R. Lucić et M. Kurtović, Analysis of Grounding Electrode Dynamic Characteristics Using FEM, *International Review of Electrical Engineering (IREE)*, Vol. 3, N°. 3, pp. 479-483, 2008.
- [59] A. D. Papalexopoulos et A. P. Meliopoulos, Frequency Dependent Characteristics of Grounding Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. PWRD-2, N°.4, pp. 1073-1081, 1987.
- [60] M. Heimbach et L. D. Grcev, Grounding System Analysis in Transients Programs Applying Electromagnetic Field Approach, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 12, N°. 1, pp. 186-193, 1997.
- [61] S. Vujević, R. Lucić et D. Kolar, Lightning Transient Response of GSM Base Station Earthing Grid", *International Conference on Software Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM 2001)*, Split - Dubrovnik - Ancona -Bari, Vol. 1, pp. 225-230, 2001.
- [62] B. Zhang, J. He, J.-B. Lee, X. Cui, Z. Zhao, J. Zou and S.-H. Chang, Numerical Analysis of Transient Performance of Grounding Systems Considering Soil Ionization by Coupling Moment Method with Circuit Theory", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 41, N°. 5, pp. 1440-1443, 2005.
- [63] S. Visacro and A. Soares, HEM: A Model for Simulation of Lightning Related Engineering Problems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, No. 2, pp. 1206–1208, 2005.
- [64] F. Dawalibi, Electromagnetic Fields Generated by Overhead and Buried Short Conductors, Part II – Ground Networks, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. PWRD-1, N°. 4, pp. 112-119, 1986.
- [65] F. Dawalibi, Electromagnetic Fields Generated by Overhead and Buried Short Conductors, Part II – Ground Networks, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. PWRD-1, N°. 4, pp. 112-119, 1986.
- [66] L. Grčev, Computation of Grounding Systems Transient Impedance, (in Croatian), Ph.D. Thesis, University of Zagreb, Faculty of Electrical Engineering, Zagreb, 1986.
- [67] L. Grcev and Z. Haznadar, A Novel Technique of Numerical Modelling of Impulse Current Distribution in Grounding Systems, *Proceedings of International Conference on Lightning Protection (ICLP 1998)*, Graz, Austria, pp.165–169, 1988.

- [68] L. Grcev and F. Dawalibi, An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, N°. 4, pp. 1773-1781, 1990.
- [69] L. D. Grcev, Computer Analysis of Transient Voltages in Large Grounding Systems, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, N°. 2, pp. 815-823, 1996.
- [70] R. G. Olsen and M. C. Willis, A Comparison of Exact and Quasi-Static Methods for Evaluating Grounding Systems at High Frequencies, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, N°. 3, pp. 1071-1081, 1996.
- [71] L. Grcev and M. Heimbach, Frequency Dependent and Transient Characteristics of Substation Grounding System, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, N°. 1, pp. 172-178, 1997.
- [72] V. Dorić, D. Poljak and V. Roje, Transient Analysis of the Grounding Electrode Based on the Wire Antenna Theory, Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 28, No. 7, pp. 801-807, 2004.
- [73] D. Poljak and V. Dorić, Wire Antenna Model for Transient Analysis of Simple Grounding Systems. Part I: The Vertical Grounding Electrode, Progress In Electromagnetics Research (PIER), Vol. 64, pp. 149-166, 2006.
- [74] T. Weiland, a discretization Method for the Solution of Maxwell's Equation for six-component fields, Electronics and Communication (AEU), 1977.
- [75] P. B. Zhou, Numerical Analysis of Electromagnetic Field, Electric Energy Systems and Engineering Series, 1993.
- [76] D. Poljak, D. Cerdic, V. Doric, A. Peratta, V. Roje C.A Brebbia, Boundary Element Modeling of Complex Grounding systems: Study on current distribution, BEM 32, Southampton, UK, Sept, pp. 123-132, 2010.
- [77] James E. Richie and Hubert R. Gangl, III, EFIE-MFIE hybrid simulation using NEC: VSWR for the WISP experiment, Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on, Vol. 37, N°. 2, 1995.
- [78] Roger F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, Macmillan, pp.229, 1968.
- [79] B. Rascalou, Approche théorique de la mise à la terre : de l'étude de régime continu à l'analyse électromagnétique, Thèse de doctorat en électromagnétisme. L'université Blaise Pascal, 02 octobre 1987.
- [80] J. A Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, New York, 1941.
- [81] R. Gabillard, Propagation des ondes électromagnétique dans les milieux conducteurs, Application aux Télécommunications Souterraines, Pbl. Interne

Université de Lille, Tom I et II, 1967.

- [82] Alfredo Baños, Jr., Dipole radiation in the presence of a conducting half-space, International Series of Monographs on Electromagnetic Waves, Vol. 9. pp.245, New York, Pergamon Press, Inc., 1966.
- [83] O. Biro, K. Preis, On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy currents, IEEE Trans, On power delivery, vol.25, N°4, July 1989.
- [84] T. K. Sarkar, A note on the choice of weighting functions in the method of moments, IEEE Transactions on Antennas and Propagation Vol. Ap-33, N°. 4, pp. 436-441, April 1985.
- [85] J. Moore, R. Pizer, Moment Methods in Electromagnetics, Techniques and Application, Research Studies Press LTD, 1984.
- [86] NEC, Numerical Electromagnetic Code, Janvier, 1992.
- [87] C.E.R. Bruce and R.H. Golde, The lightning discharge, Vol. 88, pp. 487-520, 1941.
- [88] C.A. Nucci, C. Mazzetti, F. Rachidi and M. Ianoz, On lightning return stroke models for LEMP calculation, In. Proc. 19<sup>th</sup> Int. Conf. on Lightning Protection, Graz, Austria, pp.463-469, 1988.
- [89] J.L. Bermudez-Arboleda, Lightning currents and electromagnetic fields associated with return strokes to elevated strike objects, Thèse de l'école polytechnique federale de Lausanne, 2003.
- [90] M.A. Uman, D.K. McLain, Magnetic field of lightning return stroke, IEEE. Trans., vol. 88, pp. 646, 1969.
- [91] V. Rakov, Lightning return stroke speed, Journal of Lightning Research, Vol. 1, pp. 80-89, 2007.
- [92] C. Nucci, G. Diendorf, M. Uman and F.Rachidi, Lightning return stroke current models with specified channel based current: a review and comparaison, Journal of Geophysical Research, vol. 95, pp.811-828, 1990.
- [93] Y.T. Lin, M.A. Uman, R.B. Standler, Lightning return stroke models, Journal of Geophysical Research Vol. 3, pp. 1571-1583, 1980.
- [94] V.A. Rakov, A.A. Dulzon, Calculated Electromagnetic fields of lightning return stroke current, Tekh. Elektrodinam Vol. 1, pp. 87-89, 1987.
- [95] V.A. Rakov, Engeneering models of the lighthning return stroke, Proceedings of the VII International Symposium on Lightning Protection, pp. 511-530, Curitiba, Nov. 2003.
- [96] V.A. Rakov, Return Stroke Modeling: Recent Developments, International Conference on Grounding and Earthing (GROUND 2002) and 3<sup>rd</sup> Brazilian

Workshop on Atmospheric Electricity, Rio de Janeiro, Brazil, November 4-7, 2002.

- [97] F Heidler, Travelling current source model for LEMP calculation, 6<sup>th</sup> Symposium and technical exhibition on electromagnetic Compatibility, Zurich pp. 157-162, 1985.
- [98] G. Diendorfer M.A. Uman, An improved return stroke model with specified channel-base current. *Journal Geophysics Research*, Vol. 95, N°. D9, p. 13621-13644, August 1990.
- [99] K. Berger, Nouvel Observations on Lightning Discharges: Results of Reserchon Mount Salvatore, *Journal of Franklin Institute*, Vol. 283, N°. 6, June 1967.
- [100] P. Chowdhuri, J.G. Anderson, Parameters of Lightning Strokes: A Review *IEEE Transaction on Power Delivrery*, Vol. 20, 2005.
- [101] C.A. Nucci, Cigré 33.01: Lightning-induced voltages on overhead power lines, Part I: Return-stroke current models with specified channel-base current for the evaluation of the return-stroke Electromagnetic fields *Electra*, N°. 161, pp. 74-102, Aug 1995.
- [102] Zeddarn, A., and P. Degauque, Current and voltage induced on a telecommunication cable by a lightning stroke, edited by H.P. Corp., pp. 377-400, 1990.
- [103] Heidler, F., Analytic lightning current functions for LEMP calculations, *Conference Proceedings, ICLP '85: 18<sup>th</sup> International Conference on Lightning Protection*, VDE Verlag, Berlin, West Germany, 453, 1985.
- [104] F. Heidler, J.M. Cvetic, B.V. Stanic, Calculation of lightning Currentt, Parameters, *IEEE transaction on Power delivery*, Vol. 14, N°. 2, pp. 399-404, April 1999.
- [105] Rachidi, F., W. Janischewskyj, A.M. Hussein, C.A. Nucci, S. Guerrieri, B. Kordi, and J.S. Chang, Current and electromagnetic field associated with lightning return strokes to tall towers, *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 43, N°. 3, 2001.
- [106] Nucci, C. A., G. Diendorfer, M. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, and C. Mazzetti, Lightning return stroke current models with specified channel-base current: a review and comparison, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 95, N°. D12, pp. 20395-20408, Nov. 1990.
- [107] Moini, R., B. Kordi, G. Z. Rafi, and V. A. Rakov, A new lightning return stroke model based on antenna theory, *Journal of Geophysical Research*, N°. 105, pp.29693-29702, 2000.
- [108] Pavanello, D., F. Rachidi, V. A. Rakov, C. A. Nucci, and J. L. Bermudez, Return Stroke Current Profiles and Electromagnetic Fields Associated with Lightning Strikes to Tall Towers: Comparison of Engineering Models, *International Conference on Lightning Protection, ICLP 2004*, Avignon, France, 2004.

- [109] Baños, A., *Dipole Radiation in the Presence of a Conducting Half-Space*, Oxford, 1966.
- [110] Uman, M.A., R.D. Brantley, Y.T. Lin, J.A. Tiller, E.P. Krider, and D.K. McLain, Correlated electric and magnetic fields from lightning return strokes, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 80, N° 3, pp. 373-376, 1975.
- [111] C.A. Nucci, Cigré 33.01: "Lightning-induced voltages on overhead power lines", Part II: Coupling models for the evaluation of the induced voltages *Electra*, N° 162, pp. 120-145, Oct 1995.
- [112] Rachidi, F., C.A. Nucci, M. Ianoz, and C. Mazzetti, Influence of a lossy ground on lightning-induced voltages on overhead lines, *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, Vol. 38, N° 3, pp. 250-264, 1996.
- [113] Rubinstein, M., An approximate formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate, and long range, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 38, N° 3, 531-5, 1996.
- [114] Zeddani, A., and P. Degauque, Current and voltage induced on a telecommunication cable by a lightning stroke, edited by H.P. Corp., pp. 377-400, 1990.
- [115] Cooray, V., Horizontal fields generated by return strokes, *Radio Science*, 27 (4), 529-37, 1992.
- [116] Cooray, V., Underground electromagnetic fields generated by the return strokes of lightning flashes, *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, Vol. 43, N° 1, pp. 75-84, 2001.
- [117] Sommerfeld, rayonnement EM d'un dipôle en présence d'un demi-mi  
A. Sommerfeld, Über die Ausbreitung des wellen in der drahtlosen Telegraphie. *Annal Physics* Vol. 28. 1909.
- [118] Sivaprasad et al, A Study of Arrays of Dipoles in a Semi-Infinite Dissipative Medium, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 11, N° 3, pp. 240-256, May 1963.
- [119] E. Petrache, Lightning Induced Disturbances in Buried Cables-Part I: Theory, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 47, N° 3, August 2005.
- [120] GAO Y, HE J, CHEN S, ET AL., Lightning electromagnetic environments of substation considering soil ionization around grounding systems, *Proc. Int. Conf. Power System Technology*, vol. 4, pp. 2096-2100, 2002.
- [121] Zhong Ji, Tapan K. Sarkar, Baek Ho Jung, Young-Seek Chung, et Mengtao Yuan, A Stable Solution of Time Domain Electric Field Integral Equation for Thin-Wire Antennas Using the Laguerre Polynomials, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, N° 10, October 2004.
- [122] Z. H. Liu, E. K. Chua, K. Y. See, Accurate and Efficient Evaluation of method of moments Matrix based on a Generalized Analytical Approach, *Progress In*

Electromagnetics Research, Pier 94, pp.367-382, 2009.

- [123] M. Ghaffari-Miab, Z.H.Firouzeh, R.Faraji-Dana, R.Moini, S.H.H.Sadeghi and G.A.E. Vandenbosch, Time-domain MoM for the analysis of thin-wire structures above half-space media using complex-time Green's functions and band-limited quadratic B-spline temporal basis functions, *Engineering Analysis with Boundary Elements* Vol. 36, N°. 7, pp.1116–1124, 2012.
- [124] Poljak D, Roje V. Tme domain calculation of the parameters of thin wire antennas and scatterers in a half-space configuration. *IEE Proc-Microw Antennas Propag*; Vol. 145, N°. 1, pp. 57–63, 1998.
- [125] Poljak D, Tham CY, McCowen A and Roie V., Transient analysis of two coupled horizontal wires over a real ground, *IEE Proc-Microw Antennas Propag*; Vol.147, N°. 2, pp. 87–94, 2000.
- [126] Bagcı H, Yılmaz AE, Lomakin V, Michielssen E. Fast solution of mixed- potential time-domain integral equations for half-space environments. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*; Vol. 43, N°. 2, pp. 269–279, 2005.
- [127] Mosig JR., Arbitrarily shaped microstrip structures and their analysis with a mixed potential integral equation, *IEEE Trans Microw Theory Tech*; Vol. 36, N°. 2, pp. 314–23, 1988.
- [128] Lee YH, Lu Y. Accelerating numerical electromagnetic code computation by using the wavelet transform, *IEEE Trans Mag*; Vol. 34, N°. 5, pp. 3399–3402, 1998.
- [129] Zhang Q and Ida N. Biorthogonal wavelet analysis on 2D EM scattering from large objects, *IEEE Trans Mag*, Vol. 35, N°. 3, pp. 1526–1539, 1999.
- [130] Deng H, Ling H, On a class of predefined wavelet packet bases for efficient representation of electromagnetic integral equations, *IEEE Trans Antennas Propagation*, Vol. 47, N°. 12, pp. 1772–1779, 1999.
- [131] Shifman Y, Bahrava Z, Leviatan Y., Analysis of truncated periodic array using two-stage wavelet-packet transformations for impe dance matrix compression. *IEEE Trans Antennas Propagation*, Vol. 47, N°. 4, pp. 630–636, 1999.
- [132] Sarkar TK, Kim K. Solution of large dense complex matrix equations utilizing wavelet-like transforms. *IEEE Trans Antennas Propag*; Vol.47, N°. 10, 1628–1632, 1999.
- [133] G. A, M.L.D. Silvestre, E. Francomano, A. Tortorici, Wavelet-based efficient simulation of electromagnetic transients in a lightning protection system, *IEEE Trans. Mag*. Vol. 39, N°. 3, pp. 1257–1260, 2003.
- [134] Y. Tretiakov, G. Pan, Maler, wavelet based Pocklington equation solutions to thin wire antennas and scatterers, *Progress In Electromagnetics Research*, Pier 47, pp. 123–133, 2004.
- [135] Vipiana F, Pirinoli P, Vecchi G. A multiresolution method of moments for

- triangular meshes, IEEE Trans Antennas Propag, Vol. 53, N°. 7, pp. 2247–2258, 2005.
- [136] Geranmayeh A, Moini R, Sadeghi SHH, Numerical simulation of electromagnetic field radiation from lightning return stroke channels: a wavelet-based approach, IEEE Trans Electromagn Compat; Vol.48, N°1, pp. 225–233, 2006.
- [137] Amir Geranmayeh, Rouzbeh Moini and S.H. Hesam Sadeghi, On the use of piecewise linear wavelets for fast construction of sparsified moment matrices in solving the thin-wire EFIE, Engineering Analysis with Boundary Elements Vol.30, pp.869–881, 2006.
- [138] Steinberg BZ and Leviatan Y, On the use of wavelet expansions in the method of moments. IEEE Trans Antennas Propag; Vol.41, N°. 5, pp.610–619, 1993.
- [139] Steinberg BZ, Leviatan Y, A multiresolution, study of two-dimensional scattering by metallic cylinders, IEEE Trans Antennas Propag; Vol.44, N°. 4, pp. 572–579, 1996.
- [140] Wang G, Application of wavelets on the interval to the analysis of thin-wire antenna and scatteres. IEEE Trans Antennas Propag; Vol. 45, N°. 5, pp. 885–893, 1997.
- [141] Nevels RD, Goswami JC, Tehrani H, Semi-orthogonal vs. Orthogonal wavelet basis sets for solving integral equations, IEEE Trans Antennas Propagation, Vol.45, N°. 9, pp.1332–1339, 1997.
- [142] Goswami JC, Chan AK, Chui CK, On solving first-kind integral equations using wavelets on a bounded interval, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, Vol.43 , N°. 6, p.614-622, 1995.
- [143] Ala G, Silvestre MLD, Francomano E, Tortorici A. An advanced numerical model in solving thin-wire integral equations by using semi-orthogonal compactly supported spline wavelets. IEEE Trans Electromagn Compat, Vol. 45, N°. 2, pp.218–228, 2003.
- [144] Ala G, Silvestre MLD, Francomano E and Tortorici A, Wavelet-based efficient simulation of electromagnetic transients in a lightning protection system, IEEE Trans Mag; Vol. 39, N°. 3, pp.1257–1260, 2003.
- [145] Sabet KF, Cheng JC and Katehi LPB, Efficient wavelet-based modeling of printed circuit antenna arrays, IEE Proc. Microwave Antennas Propag, Vol. 146, N°. 4, pp. 298–304, 1999.
- [146] Zahn D, Sarabandi K, Sabet KF, Harvey JF, Numerical simulation of scattering from rough surfaces: a wavelet-based approach, IEEE Trans Antennas Propag; Vol. 48, N°. 2, pp.246–253, 2000.
- [147] Koro K, Ade K, Non-orthogonal spline wavelets for boundary element analysis, Eng Anal Bound Elements; Vol. 25, pp.149–164, 2001.
- [148] Geranmayeh A, Moini R, Sadeghi SHH, Comparison of various wavelet basis

functions in solving thin-wire EFIE for wide-band applications, International Symposium on Antennas and Propagation, Sendai, 2004.

- [149] Schneider G, Oberschmidt G, Jacob AF., Efficient implementation of a wavelet based Galerkin scheme, IEEE Trans Antennas Propag, Vol. 52, N°. 9, pp. 2298–304, 2004.
- [150] Geranmayeh A, Moini R, Sadeghi SHH, Fast construction of wavelet-based moment matrices in solving thin-wire electric field integral equations. In: IEEE/ACES International Conference on Wireless Communication and Applied Computational Electromagnetics, Hawaii, p. 337 – 340, April 2005.
- [151] E.Francomano a, A.T ortoricia, E.T oscanob, G.Ala c et F.Violac, Wavelet-like bases for thin-wire integral equations in electromagnetic, Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 175, N°. 1, pp. 77–86, March 2005.
- [152] Geranmayeh, A., Moini, R., Sadeghi, S.H.H. et Deihimi, A., A fast wavelet-based moment method for solving thin-wire EFIE, Magnetics, IEEE Transactions, Vol. 42 , N°. 4, April 2006.
- [153] Yotka Rickard, An efficient wavelet-based solution of electromagnetic field problems, Applied Numerical Mathematics, Vol. 58, N°. 4, pp. 472–485, April 2008.
- [154] S.M. Rao, D.R. Wilton, Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape, IEEE Trans, Vol. AP 30, N°. 3, pp. 409–418, May 1982.
- [155] K. Miller, Model-based parameter estimation in electromagnetic, Part I: Background and theoretical development, IEEE Antennas Propag. Soc. Mag. Vol. 40, N°. 1, pp. 42–52, 1998.
- [156] E.K. Miller, G.J. Burke, Using model-based parameter estimation to increase the physical interpretability and numerical efficiency of computational electromagnetic, Comput. Phys. Commun, Vol. 68, pp.43–75, 1991.
- [157] K. Miller, Model-based parameter estimation in electromagnetic. Part III: Applications to EM integral equation, IEEE Antennas Propag. Mag. Vol. 40, N°. 3, pp. 49–66, 1998.
- [158] Werner, D. H. and R. J. Allard, The simultaneous interpolation of antenna radiation patterns in both the spatial and frequency domains using model-based parameter estimation, IEEE trans. Antennas propagat., Vol. 48, N°. 3, pp. 383-400, Mar 2000.
- [159] Allard, R. J. and D. H. Werner, The model-based parameter estimation of antenna radiation patterns using windowed interpolation and spherical harmonics, IEEE trans. Antennas propagat., Vol. 51, N° 8, pp. 1891-1906, Aug. 2003.
- [160] Li, L. and C. H. Liang, Generalized system function analysis of exterior and interior resonances of antenna and scattering problems, IEEE trans. Antennas

- propagat., Vol. 52, N<sup>o</sup>. 8, pp. 2064-2072, Aug. 2004.
- [161] J Guo, J. Zou, B. Zhang, J.L. He, Z.C. Guan, An interpolation model to accelerate the frequency-domain response calculation of grounding systems using the method of moments, *IEEE Trans. Power Deliv.* Vol. 21, N<sup>o</sup>. 1, pp. 121-128, 2006.
- [162] H.R. Karami, R. Moini, S.H.H. Sadeghi, Using MBPE technique to accelerate solving the thin-wire EFIE used in numerical simulation of lightning, *Eng. Anal. Bound. Elem.* Vol. 33, N<sup>o</sup>. 6, pp. 866-871, 2009.
- [163] Jun Zou, Bo Zhang, Jian Guo, Jin-Liang He, Jaebok Lee, and Sughun Chang, Efficient Evaluation of the [Z] Matrix With Method of Moment in Grounding Analysis by Using Adaptive Spatial Sampling Approach, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 48, N<sup>o</sup>. 1, February 2006.
- [164] Pillage, L. T. and R. A. Rohrer, Asymptotic waveform evaluation for timing analysis, *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, Vol. 9, N<sup>o</sup>. 4, pp. 352-366, Apr. 1990.
- [165] Kolbehdari, M. A., M. Srinivasan, M. S. Nakhla, Q. J. Zhang, and R. Achar, Simultaneous time and frequency domain solutions of EM problems using finite element and CFH techniques, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 44, N<sup>o</sup>. 9, 1526-1934, Sep. 1996.
- [166] Zhang, J. P. and J. M. Jin, Preliminary study of AWE method for fem analysis of scattering problems, *Microwave Opt. Tech. Lett.*, Vol. 17, N<sup>o</sup>. 1, pp. 712, Jan 1999.
- [167] Polstyanko, S. V., R. D. Edlinger, and J. F. Lee, Fast frequency sweep technique for the efficient analysis of dielectric waveguides, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 45, N<sup>o</sup>. 7, pp. 1118-1126, July 1997.
- [168] Reddy C. J., M. D. Deshpande, C. R. Cockrell, and F. B. Beck, Fast RCS computation over a frequency band using method of moments in conjunction with asymptotic waveform evaluation technique, *IEEE trans. Antennas propagation*, Vol. 46, N<sup>o</sup>. 8, pp. 1229-1233, Aug 1998.
- [169] Jiao, D., X. Y. Zhu, and J. M. Jin, Fast and accurate frequency-sweep calculation using asymptotic waveform evaluation and the combined field integral equation," *Radio Science*, Vol. 34, N<sup>o</sup>. 5, pp. 1055-1063, Oct. 1999.
- [170] Daubechies, I., Orthonormal bases of compactly supported wavelets, *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 41, pp. 909-996, 1988.
- [171] Daubechies, I, Ten Lectures on Wavelets, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, Penn, 1992.
- [172] Van der Vorst, H. A., Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of bicg for the solution of non symmetric systems, *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, Vol. 12, pp. 631-644, March 1992.