REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE FERHAT ABBAS-SETIF 1

THESE

Présentée à la Faculté de Technologie
Département de Génie des Procédés
Pour l'Obtention du Diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Option: Génie Chimique

Par

Melle GHEBRID Nassima

THEME

Etude des problèmes de conduction thermique dans un matériau composite à matrice polymère pigmenté de dioxyde de Titane

Soutenue le 28/01/2018 devant un jury composé de

Djafer Benachour	Professeur à l'Université F. Abbas Sétif 1	Président
Messaoud Guellal	Professeur à l'Université F. Abbas Sétif 1	Directeur de thèse
Lahcène Bencheikh	Professeur à l'Université F. Abbas Sétif 1	Co-directeur
Hocine Benmoussa	Professeur à l'Université de Batna 2	Examinateur
Chérif Bougriou	Professeur à l'Université de Batna 2	Examinateur
Salaheddine Bensalem	M. Recherche 'A' au C.D.E.R Alger	Examinateur
Farid Rouabah	Professeur à l'Université F. Abbas Sétif 1	Invité

REMERCIEMENTS

*Je tiens d'abord à remercier **Dieu** le miséricordieux pour nous avoir donné la force, la patience et l'espoir pour arriver à réaliser ce modeste travail.*

*Je n'oublie pas notre cher professeur **Djellouli Brahim**, qui m'avait toujours appris la rigueur, le sérieux et l'amour du travail. Que Dieu le tout puissant lui accorde sa grâce et sa miséricorde et l'accueille en son vaste paradis.*

*Mes remerciements vont à mon directeur de thèse, **Monsieur le Professeur Guellal Messaoud**, pour sa confiance et sa sagesse qui m'ont permis d'´évoluer avec une grande liberté. Merci pour ses discussions scientifiques passionnées et passionnantes, toujours agrémentées de bons mots. Je le remercie pour son soutien, sa présence et sa confiance à toute épreuve. Il m'a accompagné dans chaque étape de ma vie de doctorante, les bonnes comme les plus difficiles et m'a suivi tout au long de ce travail avec passion et rigueur, merci pour sa gentillesse.*

*Je remercie également mon honorable Co-encadreur **Monsieur le Professeur Bencheikh Lahcène,** pour m'avoir aidé dans l'accomplissement de ce travail. Merci pour les qualités de ses orientations et de ses connaissances et pour la sympathie qu'il m'a témoignée. Qu'il trouve ici la reconnaissance de ma profonde gratitude.*

*J'adresse toute ma gratitude à **Monsieur le Professeur Djafer Benachour** pour avoir accepté de présider mon jury. Qu'il trouve ici, avec mes remerciements, l'expression de ma reconnaissance.*

*J'adresse tous mes remerciements à **Messieurs le Professeur Chérif Bougriou, le Professeur Hocine Benmoussa** et **le Docteur Salaheddine Bensalem** pour avoir accepté d'examiner mon travail. Leur présence dans ce jury est pour moi un grand honneur.*

*Je remercie **Monsieur le Professeur Farid Rouabah** pour sa compétence et son aide plus que significative dans la partie expérimentale de cette thèse. Je remercie également **Monsieur Barka Ibrahim** pour son aide dans le laboratoire et ses conseils. Qu'ils trouvent ici la reconnaissance de ma profonde gratitude.*

*Mes remerciements vont également à **Madame la Docteure Fois Magali** de m'avoir accueillie au sein de son laboratoire 'Centre d'Etudes et de Recherche en Thermique,*

Environnement et Systèmes (CERTES), Université Paris Est, Créteil', durant mon stage en France.

Je tiens à remercier le personnel du laboratoire de Génie des Procédés Chimiques, le laboratoire de Physico-Chimie des Hauts Polymères de l'Université Ferhat Abbas Sétif 1,la société de CHIALI PROFIPLAST et le Centre d'Etudes et de Recherche en Thermique, Environnement et Systèmes de l'Université Paris Est, qui m'ont permis d'effectuer la partie expérimentale de cette thèse.

Je remercie aussi les membres du laboratoire de physique énergétique appliquée, à l'université El-Hadj Lakhdar de Batna.
Je remercie toute personne m'ayant aidée de près ou de loin pour l'achèvement de ce travail.

Mes remerciements à tous mes collègues du Laboratoire de Génie des Procédés Chimiques (LGPC) de l'Université Ferhat Abbas Sétif 1.

Enfin, un très grand merci à mes parents, à toute ma famille et à mes amies et à tous ceux qui sont chers à mon cœur pour leur soutien moral.

SOMMAIRE

Nomenclature……... i

Liste des figures…… iii

Liste des tableaux……... viii

INTRODUCTION GENERALE…….. 01

Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I. INTRODUCTION…… 04

II. LES CONSTITUANTS D'UN MATERIAU COMPOSITE…….. 04

II.1. La matrice……..... 05

II.1.1. Matrice organique…… 06

II.1.2. Matrice métallique…… 06

II.1.3. Matrice céramique……..... 06

II.2. Les renforts……..…… 07

II.2.1. Renforts organiques……07

II.2.2. Renforts inorganiques…… 08

II.3. L'interface……...…… 09

III. CLASSIFICATION DES COMPOSITES SUIVANT LA FORME DE LEURS CONSTITUANTS…….. 09

III.1. Composites à fibres…….. 09

III.2. Composites à particules…….. 09

IV. ARCHITECTURE D'UN MATERIAU COMPOSITE……..… 10

IV.1. Composites tissés……..... 10

IV.2. Composites stratifiées……. 11

IV.3. Composites sandwichs…… 12

V**. PROPRIETES THERMIQUES DES COMPOSITES**……. 12

V.1. La conduction……..... 13

V.2. La conductivité thermique……..... 13

V.3. La diffusivité thermique……..... 14

V.4. La chaleur spécifique……... 14

V.5. La résistance thermique de contact……..... 14

VI. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS LES MATERIAUX COMPOSITES……..... 15

VII. CONCLUSION…….. 23

REFERENCES…….. 24

Chapitre 2

CONDUCTIVITE THERMIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES

I. INTRODUCTION……..... 28

II.MODELES ANALYTIQUES DE PREDICTION DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE EFFECTIVE…… …….. 28

II.1. Modèles en série et en parallèle.…….. 29

II.2. Modèle de Maxwell……..... 30

II.3. Modèle de Bruggeman……..... 30

II.4. Modèle de Topper……..... 31

II.5. Modèle de Donea……..…….. 31

II.6. Modèle de Chang Vachon……..….. 32

II.7. Modèle de Hashin et Shtrikman…….. 33

II.8. Modèle de Hatta et Taya……. 33

II.9. Modèle de Torquato……... 34

III. MODELES SEMI EMPIRIQUES (SEMI ANALYTIQUES)…… 37

III.1. Modèle de Hamilton et Crosser……. 37

III.2. Modèle de Springer et Tsai……. 37

III. 3. Modèle de Nielsen et Lewis…….. 38

III.4. Modèle d'Agari…….…….. 39

IV. MODELES EMPIRIQUES…… 39

IV.1. Modèle de Norton…….. 39

IV.2. Modèle de Progelhof et Throne…….. 40

IV.3. Modèle de Ratcliffe ……..…. 40

V. METHODES EXPERIMENTALES DE MESURE DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE EFFECTIVE…….. 40

V.1. Les méthodes en régime stationnaire……. 41

V.2. Les méthodes en régime non-stationnaire……..41

VI. METHODES NUMERIQUES…….… 42
VI.1. Méthode des différences finies (M.D.F)……... 43
VI.1.1. Le maillage…….. 43
VI.1.2 Approximation des dérivées par des différences finies……... 44
VI.2. Méthode des volumes finis (M.V.F)…… 45
VI.3. Méthode des éléments finis (M.E.F)…….… 46
REFERENCES…… 47

Chapitre 3

METHODOLOGIE EXPERIMENTALE

I. INTRODUCTION ……..…..... 52
II. PRESENTATION DES MATERIAUX COMPOSITES ETUDIES……..… 52
II.1. Le composite polystyrène /dioxyde de titane (PS/TiO_2)……..……. 52
II.1.1. Le dioxyde de titane (TiO_2)…….. 52
II.1.1.1. Généralités……..……..……. 52
II.1.1.2. Utilisation, propriétés et applications diverses……. 53
II.1.1.3. Les propriétés du dioxyde de titane…….…… 54
II.1.1.4. Le dioxyde de titane utilisé dans la présente étude…….. 55
II .1.2. La matrice…… 55
II.1.2.1. Généralités sur le polystyrène (PS)…… 55
II.1.2.2. Propriétés du polystyrène utilisé dans la présente étude……... 56
II.1.3. Préparation des échantillons du composite PS/TiO_2……. 56
II.1.4. Procédure de la trempe…… 57
II.2. Le composite poly(méthacrylate de méthyle)/dioxyde de titane ($PMMA/TiO_2$)……. 57
II.2.1. Généralités sur le poly(méthacrylate de méthyle) (PMMA)…… 57
II.2.2. Propriétés du PMMA……..… 58
II.2.3.Utilisations du PMMA……. 58
II.2.4. Propriétés du PMMA utilisé dans la présente étude…….. 58
II.2.5. Préparation des échantillons de composite $PMMA/TiO_2$……. 59
II.2.6. Procédure de la trempe……. 60
III. METHODE DE MESURE DES PROPRIETES THERMIQUES……. 60
III.1. Dispositif expérimental……... 60
III.2. Estimation des propriétés thermiques……..... 61
REFERENCES……..… 62

Chapitre 4
METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE

I. INTRODUCTION…… 66
II. OUTIL MULTIPHYSIQUE UTILISE..... 66
II.1. Présentation du logiciel COMSOL…….. 66
II.1.1. Introduction à COMSOL Multiphysics…… 66
II.1.2. Avantages de la conception de modèles avec COMSOL Multiphysics……67
II.1.3. Les potentialités et les performances de COMSOL Multiphysics……..... 68
II.2. L'interface utilisateur de COMSOL……..... 68
III. METHODE DES ELEMENTS FINIS..... 69
III.1. Rappels sur la méthode des éléments finis…….. 70
III.2. Les grandes lignes de la méthode……..…. 70
III.3. Les différentes formes des éléments de maillage……. 72
III.3.1. Eléments à une dimension…… 73
III.3.2. Eléments à deux dimensions……73
III.3.3 Eléments à trois dimensions……. 73
III.4. Base mathématique de la méthode……. 73
III.4.1. Problèmes d'équilibre (système continu)……. 74
III.4.2. Quelques notions…… 74
III.4.3. Approximation…… 75
III.4.4. Construction d'une fonction approchée……. 75
III.4.5. Approximation nodale…… 75
III.4.6. Formulation intégrale…….. 76
III.4.6.1. Calcul des fonctions de pondération…… 77
III.4.6.2. Formulation intégrale dite "faible"……..…… 78
IV. RESOLUTION DE L'EQUATION DE LA CONDUCTION DE LA CHALEUR EN REGIME PERMANENT PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS…….. 78
IV.1. L'équation intégrale……... 79
IV.2. L'intégration par parties…….. 80
IV.3. L'approximation par éléments finis…….…… 80
IV.4. Calcul des intégrales……..... 80
IV.5. Regroupement des différentes équations en un système d'équations……..... 82

IV.6. La résolution du système d'équations……. 82
REFERENCES……..… 84

CHAPITRE 5

ETUDE DU COMPORTEMENT THERMIQUE DU COMPOSITE PS/TIO_2

I. INTRODUCTION…….. 85
II. ETUDE EN REGIME PERMANENT…….. 85
II.1. Formulation mathématique……. 85
II.2. Conditions aux limites…….. 86
II.3. Le maillage de la géométrie……. 87
II.4. Post-traitement des données calculées…….. 88
II.5. Validation du modèle numérique…….. 88
II.6. Effet de la résistance de contact…….. 91
II.7. Effet de la fraction de la charge……. 92
II.8. Effet de la conductivité thermique de la charge…… 93
II.9. Distribution de la température dans le matériau composite……. 94
III. ETUDE EN REGIME TRANSITOIRE……. 96
III.1 Effet de la température de trempe sur la température…… 99
III.2 Comparaison entre le matériau composite PS/TiO_2 et le matériau pur PS……..... 102
III.3. Effet de l'épaisseur de la plaque…….. 107
III.4. Effet de la température de trempe sur le flux échangé……. 109
REFERENCES…….. 109

CHAPITRE 6

ETUDE DU COMPORTEMENT THERMIQUE DU COMPOSITE $PMMA/TiO_2$

I. INTRODUCTION……... 111
II. ETUDE EN REGIME PERMANENT…… 111
II.1. Validation du modèle numérique…… 111
II.2. Effet de la fraction de la charge……. 114
II.3. Effet de la conductivité thermique de la charge……. 115
II.4. Distribution de la température dans le matériau composite ……115
III. ETUDE EN REGIME TRANSITOIRE…….. 117
III.1. Effet de la température de trempe sur la distribution de la température……... 118

III.2. Effet de la fraction de la charge sur la température……..... 126
III.3. Effet de la température de trempe sur le flux thermique échangé…… 131
III.4. Effet de la fraction de la charge sur le flux thermique échangé…… 132
CONCLUSION GENERALE……..…… 136

NOMENCLATURE

Symbole	Définition	Unité
A	surface d'échange	m²
a	diffusivité thermique du matériau	m^2/s
Bi	nombre de Biot	-
C_p	chaleur spécifique du matériau	J/kg.K
D	diamètre	m
Fo	nombre de Fourier	-
h	coefficient de convection entre la paroi du solide (composite) et le fluide	$W.m^{-2}.K^{-1}$
L	longueur	m
m	masse	kg
Q	flux de chaleur	W
q_0	densité de flux de chaleur traversant le périmètre entourant la charge	W/m
R_c	résistance thermique de contact adimensionnelle	-
r_c	résistance thermique de contact dimensionnelle	$K.m^2.W^{-1}$
r	rayon	m
T	température	K
T_{trempe}	températures de trempe	K
T_1	température de la face inferieure	K
T_2	température de la face supérieure	K
T_i	température initiale de la plaque	K
T_∞	température de fluide (trempe)	K
t	Temps de la trempe	s
	Caractères grecs	
ρ	masse volumique du matériau	kg/m^3
Δ	gradient	-
Φ	densité de flux thermique	W/m^2
φ	fraction de la charge	-

Indices

i et j	indices relatifs aux deux phases du composite
max	maximum
eff	effective
m	matrice
ch	charge

LISTES DES FIGURES

Figures	Titre	Page
Figure 1.1	Constituants d'un matériau composite…….....	05
Figure 1.2	Différentes familles de matrices……..	05
Figure 1.3	Les différents types de renfort …….....	07
Figure 1.4	Exemples de tissus (a) Les tissus sont équilibrés, (b) tissu plan non équilibré……...……	10
Figure 1.5	Exemples de tissus tridimensionnels : (a) tissu tri-orthogonal, (b) tissu « 4D »(les renforts sont orientés selon les quatre diagonales d'un cube)....	11
Figure 1.6	Composite stratifié ……..	11
Figure 1.7	Composite sandwichs …….	12
Figure 1.8	Contact entre deux solides ……	15
Figure 2.1	Modèles de premier ordre…….....	29
Figure 2.2	Assemblage de sphères ou de cylindres dans un composite selon Hashin pour $k_2 > k_1$. La matrice est représentée en blanc et la phase dispersée en noir …….....	33
Figure 2.3	Distribution de fibres courtes orientées dans différentes directions dans la matrice…….	34
Figure 2.4	Distribution de la phase dispersée de sphères dans la matrice, (A) sphères pénétrables et (B) sphères impénétrables…….	37
Figure 2.5	Maillage utilisé en différences finies……..	44
Figure 2.6	Discrétisation du domaine et implantation de la maille……..	44
Figure 2.7	Représentation du pas de discrétisation suivant l'axe des x……	46
Figure 2.8	Représentation du volume de contrôle dans le domaine de calcul……	46
Figure 3.1	Structures cristallographiques de TiO_2 : (a) anatase et (b) rutile. (en noir Ti^{4+}et en blanc O^{2-})…… …….	53
Figure 3.2	Eprouvettes de PS/TiO_2……...…….....	57
Figure 3.3	Echantillon du poly(méthacrylate de méthyle)utilisé…… …..	59
Figure 3.4	Dispositif expérimental…….....	60
Figure 3.5	Schéma de principe d'une méthode en régime périodique…….	61
Figure 4.1	Interface utilisateur de COMSOL …….....	68
Figure 4.2	Discrétisation du domaine - éléments triangulaires…….....	70
Figure 4.3	Etapes générales de la méthode des éléments finis……	71

Figure 4.4 Processus de regroupement des matrices de rigidité en une seule matrice globale…….. 82
Figure 4.5 Variation de la température en fonction de la position X. Comparaison entre la solution exacte et la solution numérique par éléments finis pour 250 itérations …… 83
Figure 4.6 Variation de la température en fonction de la position X. Comparaison entre la solution exacte et la solution numérique par éléments finis pour 500 itérations…… 83
Figure 5.1 Géométrie physique et conditions aux limites…….. 87
Figure 5.2 Maillage de la géométrie…… 87
Figure 5.3 Distribution de la température dans la cellule élémentaire…….. 88
Figure 5.4 Effet du maillage sur la conductivité thermique effective pour k_m=0.14W/m.K ; k_{ch}=2.5W/m.K et $R_c=10^{-3}$…….. 89
Figure 5.5 Variation de la conductivité thermique effective du composite (PS/Tio_2) en fonction de la fraction de la charge. Comparaison entre les modèles analytiques et le modèle numérique k_m= 0.14W/m.K, k_{ch}= 2.5W/m.K et $R_c= 10^{-3}$…… 89
Figure 5.6 Variation de la conductivité thermique effective en fonction de la fraction surfacique φ pour différentes valeurs de la résistance de contact……...…… 92
Figure 5.7 Conductivité thermique effective en fonction de la fraction de la charge pour une résistance de contact $R_c= 10^{-3}$…… 93
Figure 5.8 Effet de la conductivité thermique de la charge sur la conductivité thermique effective du composite…… 94
Figure 5.9 Distribution de la température à la position X=1µm en fonction de la longueur Y de la cellule et de la fraction de la charge…… 95
Figure 5.10 Distribution de la température en fonction de la longueur Y pour différentes positions X dans la charge …….. 95
Figure 5.11 Schéma d'une cellule avec les 3 positions de X …… 96
Figure 5.12 Schéma d'une plaque plane trempée dans un fluide …….. 97
Figure 5.13 Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2……... 100

Figure 5.14 Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0.3 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2……..... 101
Figure 5.15 Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0.5 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2…….. 101
Figure 5.16 Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0.7 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2…….. 101
Figure 5.17 Evolution de la température en fonction du temps à la position X=1 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2……... 102
Figure 5.18 Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =273 K et X = 0……... 103
Figure 5.19 Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =293 K et X =0……..... 103
Figure 5.20 Evolution de la température pour la PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} = 303 K et X = 0…… 104
Figure 5.21 Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =313 K et X = 0……. 104
Figure 5.22 Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =273 K et X = 1……... 105
Figure 5.23 Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =293 K et X = 1…….. 105
Figure 5.24 Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =303 K et X =1…….. 105
Figure 5.25 Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =313 K et X = 1……..... 105
Figure 5.26 Evolution de la température en fonction du temps pour différentes épaisseurs de la plaque au centre (X=0) et pour T_{trempe} = 308 K …….. 108
Figure 5.27 Evolution de la température en fonction du temps pour différentes épaisseurs de la plaque à la surface (X= 1) et pour T_{trempe} = 308 K……. 108
Figure 5.28 Evolution du flux de chaleur échangé en fonction du temps à la position X=1 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2… 109
Figure 6.1 Conductivité thermique effective en fonction de a fraction de la charge pour une résistance de contact R_c= 10^{-3}…….. 115
Figure 6.2 Effet de la conductivité thermique de la charge sur la conductivité thermique effective du composite…….…….. 116

Figure 6.3 Distribution de la température à la position X=1µm en fonction de la longueur Y de la cellule et de la fraction de la charge 116

Figure 6.4 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X =0 et X=1 pour T_{trempe}=-20°C et φ = 3%..... 119

Figure 6.5 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= -10°C et φ = 3%..... 119

Figure 6.6 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 0°C et φ = 3%..... 120

Figure 6.7 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}=10°C et φ = 3%..... 120

Figure 6.8 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 20°C et φ = 3%..... 121

Figure 6.9 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 25°C et φ = 3%..... 121

Figure 6.10 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 30°C et φ = 3%..... 122

Figure 6.11 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 35°C et φ = 3%..... 122

Figure 6.12 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 40°C et φ = 3%..... 123

Figure 6.13 Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 50°C et φ = 3%..... 123

Figure 6.14 Evolution de la température en fonction du temps à différentes températures de trempe pour X = 0 et φ = 3%..... 124

Figure 6.15 Evolution de la température en fonction du temps à différentes températures de trempe pour X = 1 et φ = 3%..... 124

Figure 6.16 Evolution du terme $C_1 exp(-\zeta_1^2 Fo) cos(\zeta_1 x)$ en fonction du temps à X = 0 pour φ = 3%..... 125

Figure 6.17 Evolution du terme $C_1 exp(-\zeta_1^2 Fo) cos(\zeta_1 x)$ en fonction du temps à X = 1 pour φ = 3%..... 125

Figure 6.18 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 20 °C..... 126

Figure 6.19 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 25 °C…… 127
Figure 6.20 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 35 °C…….. 127
Figure 6.21 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 40 °C……..... 128
Figure 6.22 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 50 °C…… 128
Figure 6.23 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 20 °C…… 129
Figure 6.24 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 25 °C…… 129
Figure 6.25 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 35 °C……... 130
Figure 6.26 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 40 °C……..... 130
Figure 6.27 Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 50 °C……..... 131
Figure 6.28 Evolution du flux échangé en fonction du temps pour φ = 3%…….. 132
Figure 6.29 Effet de la fraction du TiO_2 sur le flux échangé pour T_{trempe} = +10 °C…… 133
Figure 6.30 Effet de la fraction du TiO_2 sur le flux échangé pour T_{trempe} = +20 °C…… 133
Figure 6.31 Effet de la fraction du TiO_2 sur le flux échangé pour T_{trempe} = +25 °C…… 134
Figure 6.32 Effet de la fraction du TiO_2 sur le flux échangé pour T_{trempe} = +35 °C…… 134
Figure 6.33 Effet de la fraction du TiO_2 sur le flux échangé pour T_{trempe} = +40 °C…… 135
Figure 6.34 Effet de la fraction du TiO_2 sur le flux échangé pour T_{trempe} = +50 °C…… 135

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Titre	Page
Tableau 2.1	Valeurs de ξ_i pour des inclusions sphériques en fonction de la fraction volumique des inclusions……	36
Tableau 2.2	Fraction volumique maximale de dopant Φ_{max} pour des inclusions sphériques…….	36
Tableau 2.3	Valeurs de A pour différents types d'inclusions……...	39
Tableau 5.1	Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PS/TiO_2 pour $R_c = 10^{-2}$…..	90
Tableau 5.2	Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PS/TiO_2 pour $R_c = 10^{-3}$…..	91
Tableau 5.3	Valeurs expérimentales de la conductivité et de la diffusivité thermique du PS pur à différentes températures de trempe……..	98
Tableau 5.4	Valeurs expérimentales de la conductivité et de la diffusivité thermique du composite PS / TiO_2 à différentes températures de trempe……...	99
Tableau 6.1	Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour φ = 3 % et $R_c = 10^{-3}$…….	112
Tableau 6.2	Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour φ = 3 % et $R_c = 10^{-4}$……...	113
Tableau 6.3	Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour φ = 3 % et $R_c = 10^{-5}$……	113
Tableau 6.4	Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour T_{trempe}=35°C et $R_c = 10^{-3}$.....	114
Tableau 6.5	Mesures expérimentales de la conductivité et de la diffusivité thermiques du composite PMMA/TiO_2 en fonction de la fraction φ et de la température de trempe…….……..	117

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

La technologie moderne à besoin de matériau qui allient à la fois rigidité ; résistance mécanique, ténacité élevée et une grande légèreté. Aucun matériau simple ne permet de combiner ces caractéristiques physiques et, pour atteindre cet objectif il faut nécessairement utiliser un matériau composite. Le développement des matériaux composites est suscité par la volonté de combiner les qualités techniques au besoin d'allégement dans un même matériau. Qui, par la suite, doit s'ajuster aux solutions technologiques des problèmes à résoudre. Ces nouveaux matériaux combinent les propriétés physiques des différents matériaux utilisés pour leur fabrication. En général, les composites sont réalisés pour subir de nombreuses contraintes physiques qu'ils doivent supporter sans modification de leurs propriétés au cours de leur utilisation.

Les matériaux composites sont généralement des matériaux solides conçus par l'association de deux ou plusieurs matériaux aux caractéristiques complémentaires. Actuellement, ils connaissent un important essor dans de nombreux domaines d'activités. L'utilisation des matériaux composites croît de plus en plus dans différents secteurs technologiques (microélectronique, aéronautique, transports…).

Les matériaux composites sont considérablement employés dans les applications de transfert de chaleur et de la gestion thermique des équipements. La composition et la structure de ces matériaux affectent considérablement leurs propriétés thermophysiques. La conductivité thermique, effective ou équivalente, est une propriété nécessaire pour étudier le comportement thermique de ces matériaux hétérogènes. Plusieurs méthodes numériques, semi-empiriques, empiriques et expérimentales ont été développées pour déterminer la conductivité thermique des composites.

Notre travail consiste à étudier le comportement thermique des matériaux composites à matrice polymère pigmentée de sphères de dioxyde de titane. L'objectif ici est de modéliser numériquement la conductivité thermique de deux matériaux, le Polystyrène pigmenté de Dioxyde de Titane (PS/TiO2) et le Poly(méthacrylate de Méthyle) pigmenté également de grains de Dioxyde de Titane (PMMA/TiO_2). La résolution numérique passe essentiellement par l'approximation des éléments finis de l'équation de la conduction et les conditions aux

limites internes et externes. Une attention particulière est accordée à l'effet de la résistance de contact, de la fraction de la charge, de la température de trempe et de l'épaisseur du composite sur la conductivité thermique effective et sur le comportement global du composite.
Les résultats numériques obtenus sont comparés aux modèles analytiques classiques et aux valeurs expérimentales de la conductivité thermique mesurées dans différentes conditions de trempe.

Ce manuscrit est articulé en six chapitres.

Dans l'étude bibliographique (chapitre1), nous apportons quelques connaissances sur les matériaux composites. Nous présentons quelques définitions concernant ces matériaux, leurs structures, leurs propriétés thermiques, en se focalisant sur le transfert thermique par conduction. Nous donnons un aperçu sur les divers travaux entrepris portant sur la résolution de l'équation de conduction thermique et la détermination de la conductivité thermique des matériaux hétérogènes.

Nous développons, dans le chapitre 2, la modélisation de la conductivité thermique effective des matériaux hétérogènes, les outils de prédiction de cette propriété y sont présentés et analysés.

Le chapitre 3 décrit les méthodologies de préparation des deux composites à matrice polymère (PS/TiO_2) et ($PMMA/TiO_2$) ainsi que la méthode expérimentale utilisée pour mesurer leurs propriétés thermophysiques comme la conductivité et la diffusivité thermique.

Dans le chapitre 4, nous proposons une analyse dela méthode de résolution numérique utilisée pour la résolution du problème thermique dans un matériau hétérogène. Il est composé de deux parties, dans la première partie, on s'intéresse au logiciel COMSOL Multiphysics qui est basé sur la méthode des éléments finis. La deuxième partie est dédiée à la présentation d'une synthèse sur la méthode des éléments finis.

Le chapitre 5 concerne la présentation des résultats numériques, expérimentaux et analytiques, décrivant le comportement thermique du composite PS/TiO_2. Il s'agit d'un polymère, le polystyrène (PS), pigmenté avec des inclusions sphériques de dioxyde de titane (TiO_2).

Le chapitre 6 consiste à étudier le comportement thermique dans les deux régimes permanent et transitoire du composite PMMA/TiO_2, le Poly (méthacrylate de Méthyle) (PMMA) pigmenté avec des inclusions sphériques de dioxyde de titane (TiO_2). La confrontation des valeurs numériques de la conductivité thermique effective du composite aux valeurs expérimentales et analytiques, permet de valider le modèle numérique proposé.

Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre 1
GÉNÉRALITÉS ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I. INTRODUCTION

Un matériau composite peut être défini comme une association d'au moins deux matériaux non miscibles. Le nouveau matériau ainsi obtenu possède des propriétés que les matériaux seuls ne possèdent pas. Ceci permet d'améliorer la qualité des produits face à une certaine utilisation (légèreté, rigidité à un effort, conductivité, etc.) ; ce qui explique l'utilisation croissante des matériaux composites dans différents secteurs industriels [1].

Un matériau composite est très souvent constitué d'une protection appelée matrice, qui garantit la cohésion de la structure et la transmission des efforts vers le renfort, et d'une ossature appelée renfort, qui assure la tenue mécanique. Il existe aujourd'hui un grand nombre de matériaux composites que l'on classe en trois familles en fonction de la nature de la matrice :

- les composites à matrices organiques (CMO) qui constituent, de loin, les volumes les plus importants aujourd'hui à l'échelle industrielle.
- les composites à matrices céramiques (CMC) réservés aux applications de très haute technicité et travaillant à haute température comme le spatial, le nucléaire et le militaire, ainsi que le freinage.
- les composites à matrices métalliques (CMM).

Les composites trouvent leurs principales applications dans le transport aérien (civil et militaire), maritime et ferroviaire, le bâtiment, l'aérospatial ainsi que les sports et les loisirs, notamment grâce à leur bonne tenue mécanique comparés aux matériaux homogènes comme l'acier, et grâce à leur faible masse volumique [2].

II. LES CONSTITUANTS D'UN MATERIAU COMPOSITE

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites peuvent être classés en composites à matrice organique, métallique ou minérale. Divers renforts sont associés à ces matrices. Actuellement, seuls certains couples d'associations possèdent un usage industriel, d'autres font l'objet de développement dans les laboratoires de recherche. Les composites à matrice organique sont utilisés dans le domaine où les températures ne dépassent pas 300°C, alors que les composites à matrices métalliques ou minérales sont utilisés au-delà de ces températures [3, 4].

Les matériaux composites sont constitués principalement [5]:

- d'une matrice à laquelle sont ajoutés, dans certains composites des charges ;
- d'un renfort ;

Entre le renfort et la matrice existe une zone de liaison appelée interface (interphase) ;

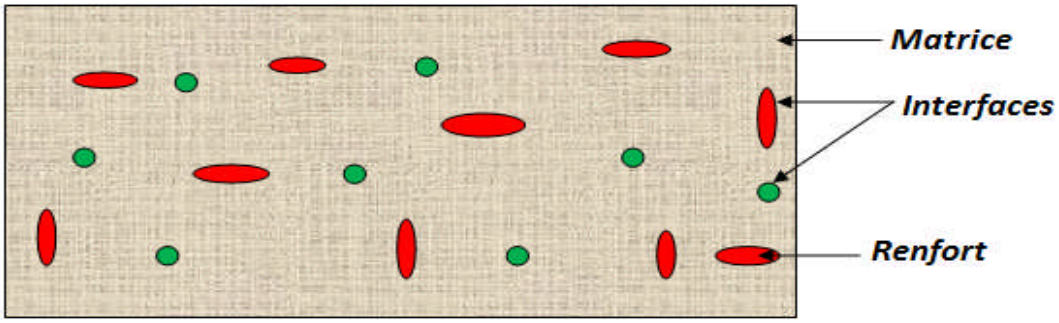


Figure 1.1 : Constituants d'un matériau composite

II.1. La matrice

La matrice permet de lier les renforts entre eux, ainsi que la répartition des efforts (résistance à la compression ou à la flexion). La matrice est facilement déformable et maintient le renfort dans sa position initiale. L'organigramme ci-dessous illustre les différentes familles de matrices.

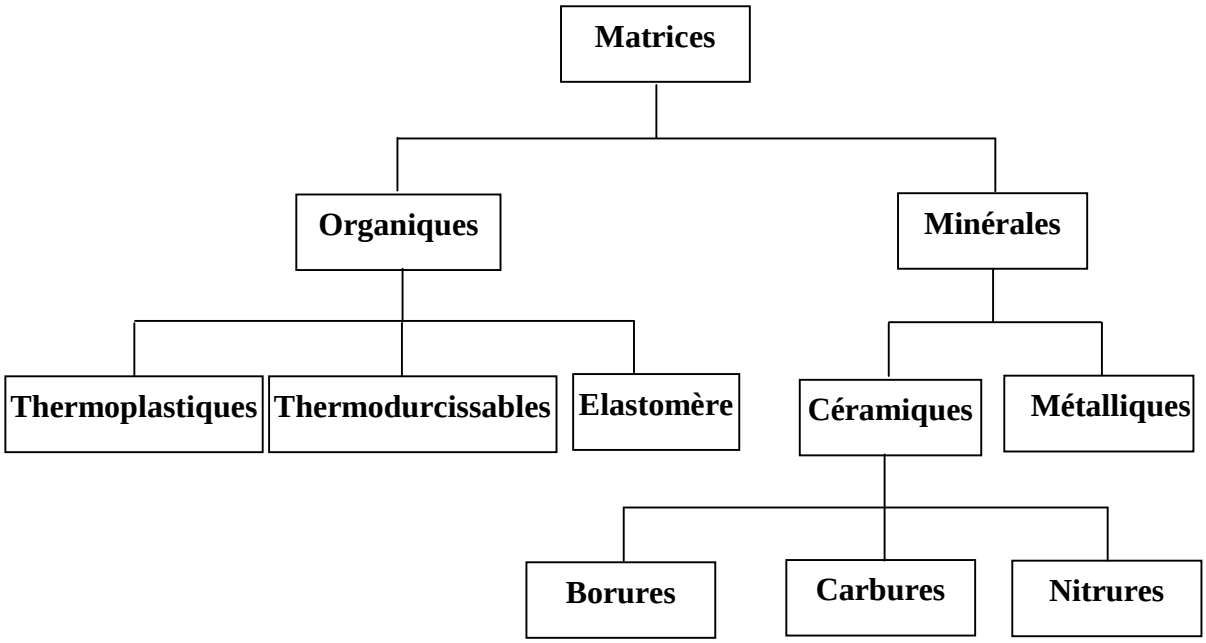


Figure 1.2: Différentes familles de matrices [6]

II.1.1. Matrices organiques

Ces matériaux possèdent de bonnes propriétés mécaniques et une faible masse volumique. Les résines les plus employées dans les matériaux composites sont les résines thermodurcissables et les résines thermoplastiques.

Les résines thermodurcissables sont des polymères qui, après un traitement thermique ou physico-chimique (catalyseur, durcisseur), se transforment en des produits essentiellement infusibles et insolubles. Ces résines ont donc la particularité de ne pouvoir être mises en forme qu'une seule fois.

Les résines thermoplastiques, en revanche, peuvent être alternativement ramollies par chauffage et durcies par refroidissement dans un intervalle de température spécifique du polymère étudié. De plus ces résines présentent l'aptitude à l'état fondu de se mouler facilement. Les élastomères sont caractérisés par une forte élasticité avec un module de Young très faible [6].

Les résines organiques de faible densité sont des isolants électriques et thermiques. Elles résistent à l'oxydation et à la corrosion, et permettent de réaliser des pièces de formes complexes, intégrant un maximum de fonctions [3].

La matrice constituant les matériaux composites de la présente étude, est une matrice thermoplastique (polystyrène et poly(méthacrylate de méthyle)).

II.1.2. Matrice métallique

Les composites à matrice métallique ont été développés pour améliorer certaines caractéristiques des métaux, ainsi que pour pallier certains inconvénients des composites à matrice organique (température d'utilisation limitée, vieillissement). Le renforcement des métaux et de leurs alliages par des fibres permet une amélioration de la rigidité, de la résistance mécanique et de la tenue à la fatigue à température ambiante.

Ces matériaux ont une excellente tenue à l'environnement, sont insensibles aux rayons UV, et présentent une bonne stabilité dimensionnelle ainsi qu'une bonne conductivité électrique et thermique [3].

II.1.3. Matrice céramique

Pour les composites à matrice céramique (CMC), le matériau est utilisé pour des applications à très haute résistance. Les céramiques sont des matériaux fragiles. Avec les CMC, les renforts permettent d'avoir un matériau plus ductile. Les matrices les plus utilisées sont composées de carbone, de silicium de carbure (SiC), d'alumine ou de verre. Les renforts

les plus utilisés sont les fibres de carbone et les fibres de silicium de carbure. Les applications des CMC sont entre autres les disques de freinage d'avion et de voiture.

II.2. Les renforts

Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des matériaux composites et se présentent le plus souvent sous forme fibreuse ou filamentaire. Les différents types de renforts sont cités dans l'organigramme ci-dessous.

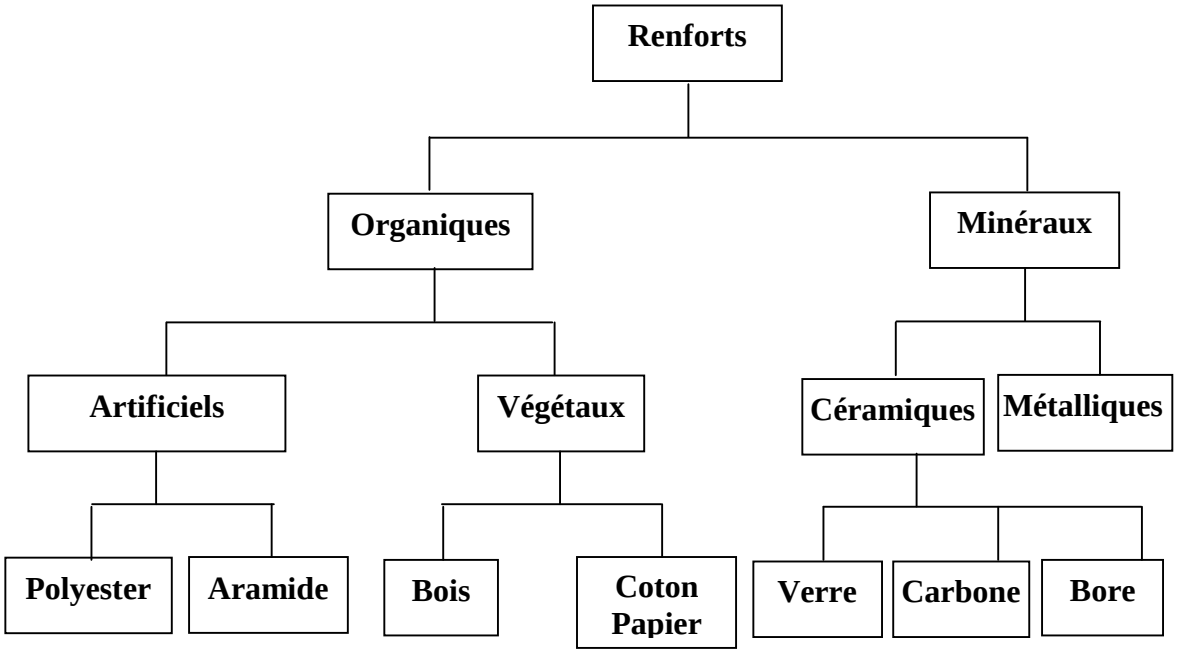


Figure 1.3: Les différents types de renfort de base [6]

II.2.1. Matériaux organiques

On cite particulièrement les fibres aramides qui ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les carbones mais leurs résistances à la compression est faible. La faible tenue mécanique en compression est généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite. Pour y remédier, des enzymages des fibres peuvent être utilisés. L'utilisation de composites à fibres hybrides permet également de remédier aux faiblesses des composites à fibres aramides. Des renforts hybrides de type verre–kevlar ou carbone–kevlar sont largement utilisés dans le domaine des loisirs (ski, raquette de tennis).
Quelques exemples de fibres aramides : KEVLAR (Dupont de Nemours, USA), TWARON (Akzo, Allemagne-Hollande), TECHNORA (Teijin, Japon) [8].

II.2.2. Matériaux Inorganiques

Les principaux matériaux inorganiques sont :

- Fibres de verre: le terme fibres de verre désigne à la fois les fibres utilisées comme isolant thermique et celles utilisées comme renfort, s'associant à des matrices organiques pour donner des composites. La principale application des fibres de verre est le renforcement des plastiques. Cependant leur champ d'applications s'est élargi à d'autres matrices (ciment, plâtre, bitume…) et à d'autres utilisations [7].

- **Fibres de carbone :** elles sont obtenues à partir de la pyrolyse d'une fibre organique appelée précurseur. Le brai qui est un résidu de raffinerie issu du pétrole ou de la houille est également utilisé pour produire des fibres de carbone. Les fibres de carbone se différencient par le taux de carbone plus ou moins élevé. Ces fibres sont utilisées en raison des propriétés de l'élément de Carbone et en raison de leur flexibilité [8].

- Fibres de bore : Fibres de haut module, insensibles à l'oxydation à haute température ; elles sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène.

- Fibres de silice : elles sont produites, comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de fusée.

- Fibres de céramique : elles proviennent des matériaux réfractaires et sont des fibres de type carbure, borure et nitrure. Elles sont élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Les plus couramment produites sont: les fibres de bore, les fibres de carbure de silicium, les fibres de bore-carbure de bore (B4C), les fibres de bore - carbure de silicium (BorSiC). Ces fibres de matériaux réfractaires sont formées en couches. Leurs caractéristiques mécaniques respectives sont assez voisines et se conservent à des températures pouvant aller de 500°C à 2000°C. Ces matériaux sont utilisés notamment dans les parties chaudes des moteurs d'avions [8].

- **Fibres métalliques** : les fibres métalliques (acier, cuivre, aluminium) qui sont utilisées souvent avec des matrices métalliques sont appréciées pour diverses raisons telles que : leur prix de revient assez bas, leur haute capacité d'isolation thermique, leur bonne conductivité thermique et électrique, leur propriété d'isolation acoustique.

II.3. L'interface

Entre le renfort et la matrice existe une zone de liaison appelée interface (interphase) qui se forme spontanément lorsque deux phase sont mises en contact l'une de l'autre au moment

de l’élaboration du matériau et qui se maintient entre ces deux phases pendant toute la vie du matériau [9].

III. CLASSIFICATION DES COMPOSITES SUIVANT LA FORME DE LEURS CONSTITUANTS

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à fibres et les matériaux composites à particules [7].

III.1. Composites à fibres

Un matériau composite est un composite à fibre si le renfort est sous forme de fibres.
Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes : linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus). Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues (fibres longues), soit sous forme de fibres discontinues (fibres courtes, coupées, etc.).

III.2. Composites à particules

Un matériau composite est dit à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres ne possède pas de dimension privilégiée. Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l’abrasion (l'abrasion pour les matériaux solides est causée par le frottement des pièces mécaniques, ou de tout composant mécanique, entre elles). Ce frottement a généralement lieu pendant le transport, le chargement et le déchargement. L'abrasion conduit à la formation de fines poussières et donc à la perte de matières premières précieuses ou caractéristiques de valeur. Le choix de l’association matrice/particules dépend des propriétés souhaitées du composite. Les particules peuvent être classées suivant leur forme géométrique [10-12] :

- **Particules sphériques:** Leurs intérêts résident dans la forme sphérique qui évite les concentrations de contrainte et, par conséquent, diminuent la susceptibilité de la fissuration de la matrice par rapport à des particules non sphériques. Les sphères possèdent généralement un diamètre compris entre 10 et 150 μm. Elles peuvent être en verre, en carbone ou en matière organique.
- **Particules non sphériques:** Le mica est le matériau le plus étudié. Il est incorporé sous forme d’écailles de dimensions transversales de 100 à 500 μm, et d’épaisseur de 1 à 20 μm.

Il est souvent ajouté à des résines thermoplastiques ou thermodurcissables. Ce type de composite est généralement utilisé dans des applications électriques ou électroniques.

IV. ARCHITECTURE D'UN MATERIAU COMPOSITE

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types :

- les tissus ;
- les stratifiées ;
- les sandwichs ;

IV.1. Composites tissés

Dans ces structures, les fibres sont tressées ou alignées en « câbles » nommés torons ou simplement fils, comptant chacun quelques centaines ou milliers de fibres. Ces fils sont ensuite tissés selon des motifs plus ou moins sophistiqués. Une fois la mise en forme terminée, la matrice est présente à deux niveaux : au sein des fils (*i.e.* entre les fibres), et au sein du tissu (*i.e.* entre les fils), Les motifs du tissu peuvent être extrêmement variés. De nombreux tissus sont plans (figure 1.4) et ne comportent qu'une couche de fils ; l'épaisseur de la pièce est alors obtenue en cousant plusieurs couches entre elles, ou encore en les empilant pour former un stratifié (décrit ci-dessous). Les tissus de la figure 1.4 (a) sont équilibrés, c'est-à-dire qu'ils comportent autant de fils dans les deux directions de tissage. Ils possèdent donc la même résistance et la même rigidité dans ces deux directions, mais il faut bien noter qu'ils n'ont pas pour autant un comportement isotrope : ils résistent a priori mieux en traction dans la direction des fils qu'en traction à 45° ou en cisaillement. En outre, il est possible de faire varier la proportion de fils dans les deux directions pour jouer sur cette anisotropie, lorsque le chargement appliqué à la pièce le justifie : les tissus ainsi obtenus sont dits non équilibrés (voir figure 1.4(b)) [13].

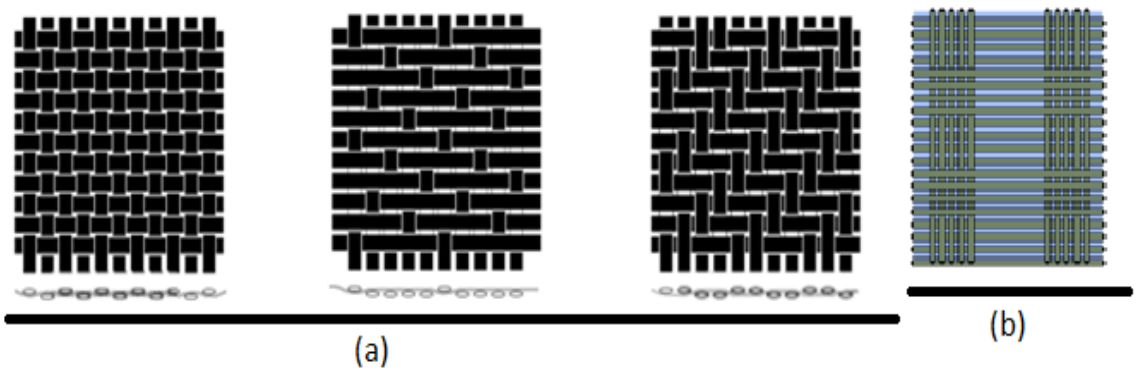


Figure 1.4 : Exemples de tissus (a) tissus plans équilibrés, (b) tissu plan non équilibré [13]

D'autres tissus sont tridimensionnels et possèdent des fils dans plusieurs directions non coplanaires (figure 1.5). Ces tissus permettent de réaliser directement des pièces d'épaisseur variable et, par rapport aux assemblages de tissus plans, résistent mieux à l'arrachement, moyennant une fabrication plus complexe [13].

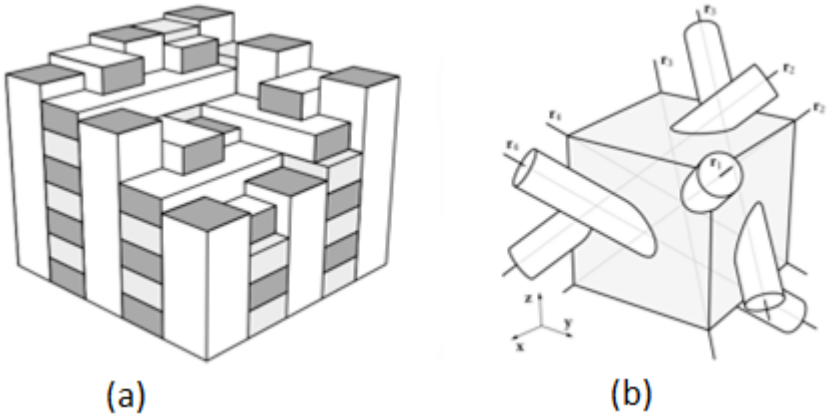


Figure 1.5 : Exemples de tissus tridimensionnels : (a) tissu tri-orthogonal, (b) tissu « 4D » (les renforts sont orientés selon les quatre diagonales d'un cube) [13]

IV.2. Les stratifiés

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié. Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques [14].

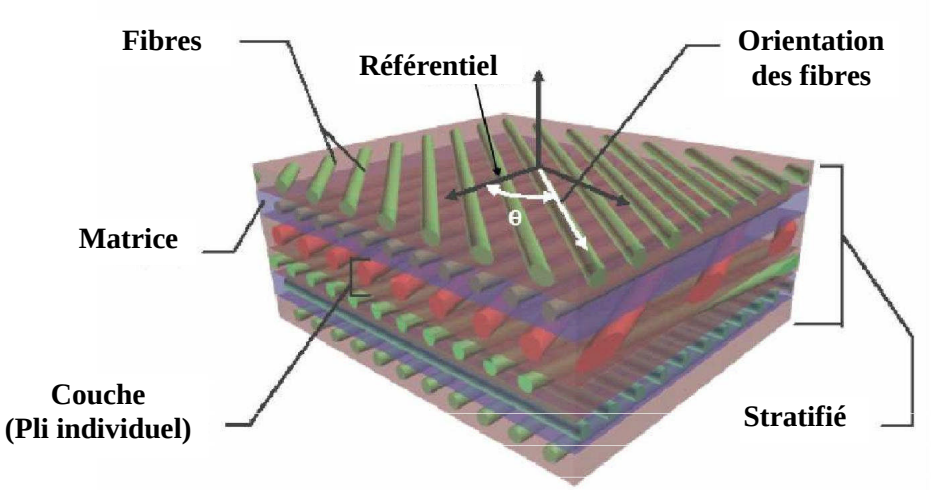


Figure 1.6: Composite stratifié [14]

IV.3. Les sandwichs

Les structures composites subissant des sollicitations de type flexion ou torsion sont généralement construites en matériaux sandwichs. Une structure sandwich est composée d'une âme et de deux peaux en matériaux composites. L'assemblage est réalisé par collage à l'aide d'une résine compatible avec les matériaux en question (figure 1.7). Les âmes les plus utilisées sont de type nid d'abeilles, âme ondulée ou mousse. Les peaux sont généralement constituées de structures stratifiées. Ces structures ont une grande rigidité en flexion et torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement et de compression hors plan, les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan.

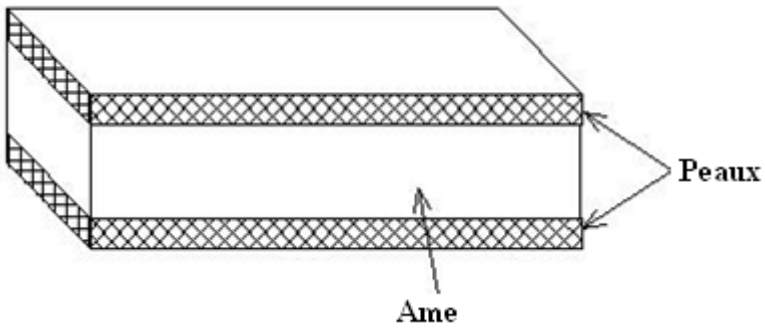


Figure 1. 7: Composite sandwichs [15]

V. PROPRIETES THERMIQUES DES COMPOSITES

La chaleur est une représentation thermodynamique du transport d'énergie via une différence de température entre deux substances. Elle peut être transportée par conduction, convection ou par rayonnement [16-18]. Dans ce travail seulement le transfert par conduction est pris en compte.

Le sujet de transfert thermique dans les matériaux composites est l'un des problèmes classiques. Récemment, il a reçu une attention considérable en raison de l'importante croissance des systèmes à haute température, comme dans l'automobile, les structures spatiales,…etc.

Les propriétés thermophysiques d'un matériau caractérisent son comportement et sa réaction face à un gradient de température. Les mesures de flux de chaleur, de densités de flux et de propriétés thermophysiques telles que la conductivité ou la diffusivité thermique sont essentielles dans l'étude des procédés thermiques. Elles permettent de prévoir la manière avec laquelle le matériau va réagir face à un environnement donné.

L'information sur la conductivité thermique des matériaux est nécessaire pour

déterminer les conditions optimales pendant le traitement des matériaux, ainsi que pour analyser le transport de chaleur dans les matériaux pendant les applications pratiques.

V.1. La conduction

Le transfert de chaleur par conduction correspond à un transfert d'énergie interne dû aux interactions entre les particules qui constituent le système thermodynamique (exemple : chocs de molécules dans les gaz, vibrations dans les solides cristallins, etc.). Il est présent dans tous les corps, quel que soit leur état (solide, liquide ou gaz). On peut faire directement l'expérience de ce mode de transfert en tenant à la main un barreau métallique, et en mettant l'autre extrémité au contact d'une flamme. Au bout d'un certain temps, on est obligé de lâcher le barreau, pour éviter de se bruler.

L'expérience du barreau suggère que le flux de chaleur qui se propage par conduction dans la matière est lié aux variations spatiales de température. Joseph Fourier a trouvé expérimentalement, en 1822, la relation entre la densité de flux de chaleur et le champ de température (loi de Fourier) :

$$\vec{q} = -k\overrightarrow{grad}T \tag{1.1}$$

T : température (K) ;

k : conductivité thermique (W. m^{-1}. K^{-1}) ;

$\vec{q}$: vecteur densité de flux thermique ($\|\vec{q}\|$s'exprime en W. m^{-2}).

Le flux de chaleur à travers une surface S s'obtient par intégration sur S :

$$Q = \iint_S \vec{q}.\vec{n}dS \tag{1.2}$$

$\vec{n}$: vecteur normal à la surface S.

Le flux de chaleur est donc nul si le champ de température est uniforme (le système est alors dans un état d'équilibre thermique), et augmente avec les variations spatiales de température. Par ailleurs, à gradient de température fixé, le flux est d'autant plus grand que la conductivité thermique k est élevée [19].

V.2. La conductivité thermique

En physique la conductivité thermique est la grandeur introduite pour mesurer la capacité d'une substance à conduire la chaleur. Elle intervient dans la formulation de la loi de Fourier pour la conduction de la chaleur (1.1).

L'importance de la conductivité thermique des polymères et des composites à matrice polymère n'a cessé d'augmenter ces dernières années. Il est également important de connaitre

la conductivité thermique des inclusions afin d'analyser le procédé de transfert de chaleur pendant la modélisation [16-18].

V.3. La diffusivité thermique

Dans l'analyse du transfert de chaleur, le rapport de la conductivité thermique à la capacité de chaleur, est une propriété importante nommée 'diffusivité thermique' [16]. Elle caractérise la capacité qu'a le matériau à diffuser la chaleur. Ce paramètre intervient directement dans l'équation de transfert de la chaleur, il dépend de trois autres paramètres (la conductivité thermique, la chaleur spécifique Cp et la masse volumique ρ). On le définit par la formule suivante :

$$a = \frac{\mathrm{k}}{\rho \mathrm{Cp}} \tag{1.3}$$

V.4. La chaleur spécifique

Considérons un solide de masse m. S'il reçoit une quantité de chaleur dQ, sa température s'élève de dT telle que :

$$dQ = -m.C.dT \tag{1.4}$$

Avec dQen Joule, m en kg, dT en K et C désigne la chaleur massique (ou spécifique) du solide en J. $kg^{-1}.K^{-1}$.

Ce paramètre est caractéristique d'un matériau donné. Il est fonction de la structure moléculaire du matériau et de sa phase (solide, liquide ou gaz).

V.5. La résistance thermique de contact

On utilise la notion de résistance thermique pour décrire les transferts de chaleur entre deux solides en contact mutuel. En effet, une surface solide possède une rugosité qui peut aller de quelques dixièmes à quelques centaines de microns. La conséquence est que la surface réelle de contact entre les deux solides ne représente que quelques pourcent de la surface totale (Figure 1.8). Or, l'espace disponible entre les points de contact est occupé par un fluide (par exemple de l'air) qui peut avoir une conductivité thermique plus faible que celle des deux solides. À l'échelle macroscopique (c'est à dire à une échelle spatiale très supérieure à la rugosité des surfaces), cela entraine une discontinuité de la température lorsque l'on passe d'un solide à l'autre. Par définition, la résistance de contact r_c relie le «saut» de température $(T_{P1} - T_{P2})$ à la densité de flux thermique q qui traverse le contact :

$$T_{P1} - T_{P2} = r_c q \tag{1.5}$$

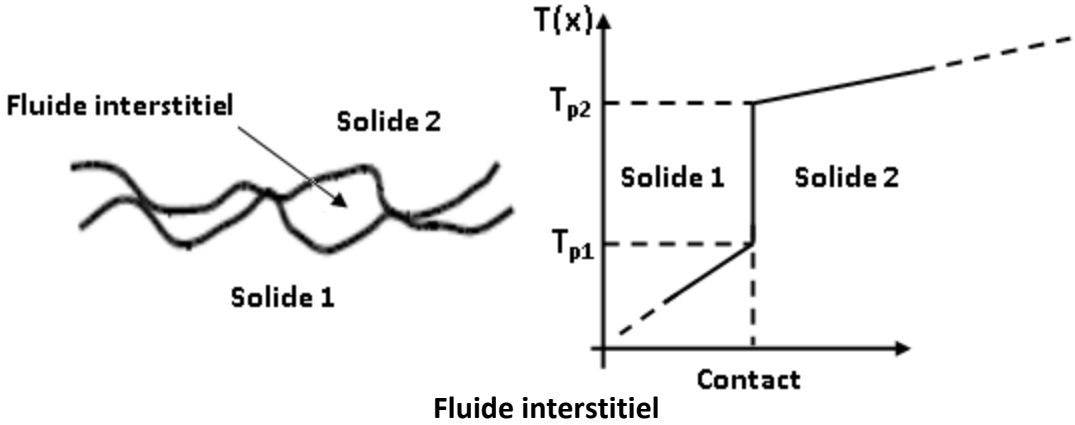


Figure 1.8: Contact entre deux solides.

Une résistance de contact dépend d'un grand nombre de paramètres : nature des solides et du fluide interstitiel, défauts géométriques et rugosité des surfaces, pression de contact, etc. Il est très difficile de prédire par le calcul sa valeur dans une situation donnée. L'ordre de grandeur vaut typiquement 10^{-3} à 10^{-6} $K.m^2.W^{-1}$ [19, 20]. Une résistance de contact est généralement négligeable lorsque l'un des deux solides au moins est un mauvais conducteur thermique. On peut alors faire l'hypothèse de contact parfait ($r_c = 0$ ou $T_{p1}=T_{p2}$). Il n'en va pas de même lorsque les deux solides sont de bons conducteurs thermiques (contact entre deux parois métalliques, par exemple). La résistance thermique totale de l'ensemble des deux solides peut alors être quasiment égale à celle du contact [19].

VI. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS LES MATERIAUX COMPOSITES

De nombreux modèles théoriques et empiriques sont proposés pour prédire la solution de l'équation de conduction thermique des matériaux hétérogènes [21, 24].

Les matériaux composites sont largement utilisés dans les applications de transfert de chaleur et de la gestion thermique des équipements. La conception des matières composites pour une application donnée exige une compréhension complète du phénomène de la conduction thermique. L'information sur la conductivité thermique est également nécessaire pour déterminer les conditions optimales pendant le traitement de ces matériaux. Différents modèles expérimentaux, théoriques et numériques ont été employés pour prévoir la conductivité thermique d'un matériau hétérogène.

Pour la résolution numérique de l'équation de la conduction thermique multidimensionnelle avec des propriétés thermophysiques dépendantes de la température,

C. Bonacina et G. Comini [21] ont utilisé le schéma implicite à trois niveaux. Comme les propriétés thermophysiques sont évaluées au niveau du temps intermédiaire, la complication de résoudre un ensemble des équations non linéaires à chaque pas de temps est évitée. Sur la base de conditions aux limites de premier type la méthode est inconditionnellement stable et convergente. Les conditions aux limites de deuxième et troisième type sont ensuite traitées de la même manière en définissant convenablement des "conductivités thermiques équivalentes". Cette procédure est utilisée pour simuler les propriétés thermophysiques de plusieurs tests de chauffage et de refroidissement par convection sur des échantillons "Tylose" qui ont des propriétés fortement dépendantes de la température. Les champs de température dans des carrés soumis à des conditions aux limites de deuxième et troisième type sont ainsi calculés de manière satisfaisante et comparés aux résultats expérimentaux.

J. L. Auriault [22] a réalisé une étude pour déterminer les paramètres efficaces pour le comportement macroscopique de composites périodiques, concernant la conduction thermique statique ou transitoire, lorsque la longueur d'onde est grande par rapport à la longueur de la période. Différentes situations sont analysées en utilisant le procédé d'homogénéisation, qui conduit à différentes descriptions macroscopiques: équations simples classiques aux dérivées partielles, équations partielles à une seule différentielle avec effet mémoire, systèmes d'équations aux dérivées partielles, etc. Quelques exemples simples sont donnés où les résultats d'analyse sont possibles.

P. G. Klemens [23] donne une expression générale de la conductivité thermique effective d’un matériau hétérogène qui s'exprime en termes de composantes de Fourier. La variation spatiale de la conductivité est appliquée à des composites, comprenant des inclusions dans une matrice continue. Elle est reformulée en termes de fluctuation quadratique moyenne de la conductivité. Des cas particuliers sont traités tels que les inclusions sphériques et les cylindres longs, à la fois aléatoire et avec des directions privilégiées.

A. Sutradhar et al. [24] présentent une méthode simple basée sur les éléments de frontière (BEM) pour la conduction thermique dans les matériaux FGM (Matériaux fonctionnellement gradués), qui conduit à une formulation de frontière. Pour une large gamme de variation (quadratique, exponentielle et trigonométrique) de la conductivité thermique et de la chaleur spécifique, le problème non homogène peut être transformé en problème homogène standard de diffusion.

B. Agoudjil et al. [25] ont étudié le comportement thermique et électrique de composites polymères conducteurs et non-conducteurs en utilisant une matrice d'éthylène acétate de vinyle (EVA) remplie de particules de verre revêtu d'argent. Les composites sont préparés de différentes concentrations et à différentes tailles de sphère (47 μm, 36 μm et 14 μm). Ils montrent que la surface de la charge est un facteur important dans le contrôle des propriétés thermiques et rhéologiques des systèmes de polymères chargés de particules.

M-X. Shen et al. [26] ont proposé des modèles théoriques et empiriques pour prédire la conductivité thermique des composites polymères. Les effets de la forme des particules, la quantité de remplissage, l'état de charge de dispersion et la barrière thermique interfaciale sur la conductivité thermique ont été étudiés et l'accord des données expérimentales sur des modèles théoriques dans la littérature, a été discuté.

M. Chikhi et al. [27] ont étudié la conductivité thermique effective de plusieurs séries de matériaux composites de polymère constituant deux matrices polymériques: éthylène-acétate de vinyle (EVA) rempli des particules de baryum de titanate ($BaTiO_3$) et le polypropylène (PP) rempli avec des particules de cuivre (Cu). Le logiciel COMSOL 3.5a, basé sur la méthode des éléments finis, a été utilisé pour modéliser le transfert de chaleur thermique pour une cellule élémentaire afin d'estimer la conductivité thermique effective des composites. L'effet des concentrations de charge et la nature des particules sur la conductivité thermique effective, a été également discuté. Le travail compare les valeurs calculées et mesurées de la conductivité thermique pour différents échantillons.

M. Haddadi et al. [28] ont étudié le comportement thermique des particules conductrices creuses remplies de résine époxy en utilisant le calcul par éléments finis 3D. L'effet de la concentration de la charge associée à la résistance de contact particule/matrice sur la conductivité thermique effective des composites, a été examiné. La relation entre l'épaisseur de la paroi des particules creuses et le rapport des conductivités thermiques de la charge à la matière de matrice, a été également prise en compte. Les résultats numériques montrent une augmentation de la conductivité thermique effective avec l'augmentation de l'épaisseur de la paroi de la particule creuse. Cependant, pour une grande résistance de contact et / ou pour une conductivité thermique effective élevée, il est démontré que la résistance de contact a une influence dominante sur la conductivité thermique effective du composite. Les résultats numériques ont été également comparés à certains modèles connus de la conductivité thermique effective.

W.J. Mansur et al. [29] présentent un nouvel algorithme de solution numérique pour l'équation de conduction de chaleur transitoire linéaire en utilisant l'approche 'Explicit Green' (Ex.GA). La méthode utilise la matrice de Green qui représente le domaine du problème à résoudre en termes de propriétés physiques et de caractéristiques géométriques. La matrice de Green est le problème discret de la fonction de Green déterminée numériquement par la méthode des éléments finis (MEF). L'Ex.GA permet une marche explicite du temps avec un temps plus grand que celui requis par la méthode des éléments finis, sans perdre de précision. Les résultats numériques de l'Ex.GA sont assez précis par rapport aux solutions analytiques et aux solutions numériques obtenues par la MEF.

Y. Xu et K. Yagi [30] ont proposé une nouvelle méthode pour générer des modèles par éléments finis en 3 D pour des composites à arrangement aléatoire. Certains modèles de base sont utilisés pour représenter la structure des composites. Dans chaque modèle de base, on suppose que les dispersions ont la même géométrie, et la structure peut être décrite par certains paramètres structurels tels que la géométrie, le nombre, la fraction volumique de la dispersion et ainsi de suite. Un programme a été développé pour générer automatiquement le modèle géométrique et le maillage de la MEF des modèles de base selon les paramètres de structure donnés. Des structures de composite plus compliquées peuvent être composées à partir de la combinaison des modèles de base. La conductivité thermique effective du composite est calculée en fonction des modèles générés par cette méthode. L’optimisation des paramètres tels que l'échelle du modèle et le raffinement du maillage ont été discutés en tenant compte de la précision et de l’efficacité du calcul. La conductivité thermique calculée est comparée aux valeurs obtenues à partir de la méthode analytique.

L’étude de S. A. Abdul Sukkur et al. [31] concerne l'analyse de la réponse dynamique d'un panneau composite en aluminium avec un noyau en nid d'abeille limité par deux plans minces soumis à un choc par une boule rigide. Une analyse paramétrique par éléments finis est effectuée pour étudier les facteurs dominants, leurs interdépendances et les déformations se produisant pour diverses charges.

J. Floury et al. [32] ont développé des simulations tridimensionnelles par éléments finis pour prédire la conductivité thermique effective des matériaux composites théoriques ayant des structures complexes. Dans leurs modèles ils simulent un dispositif de mesure de la conductivité thermique en régime permanent sur des matériaux théoriques ayant des structures différentes. La structure du composite est supposée composée de certains modèles de base simplifiés. Lorsque la géométrie, le type d'orientation et le nombre de dispersion sont

spécifiés, l'ordinateur génère aléatoirement la position et l'orientation de chaque dispersion et crée le modèle géométrique et le maillage des éléments finis. La conductivité thermique effective du composite théorique est calculée à l'aide de cette méthode et comparée aux valeurs obtenues par des modèles simples. L'influence de certains paramètres tels que la fraction volumique et le rapport des conductivités thermiques des hétérogénéités et du matériau environnant sur la conductivité thermique effective est également étudié.

K. Fedaoui et al. [33] ont utilisé la technique d'homogénéisation numérique pour calculer la conductivité thermique effective des composites aléatoires à multi-phases. Deux microstructures basées sur le processus de Poisson sont considérées: une microstructure de distribution aléatoire d'inclusions non-chevauchantes identiques de 3 phases et une microstructure avec des inclusions non-chevauchantes de 4 phases. Deux conditions aux limites sont appliquées sur l'élément de volume représentatif des microstructures. L'objectif était d'examiner l'influence de la distribution spatiale et de la fraction de volume des particules sur la conductivité thermique effective du composite. Les résultats sont comparés à différents modèles analytiques.

R. Latta et al. [34] ont réalisé une modélisation thermique d'un combustible composite composé d'une phase continue dans une matrice de céramique (oxyde d'uranium) à l'aide d'un examen détaillé de la microstructure du composite et de la structure de l'interface. Le BeO et le SiC représentent, avec un taux de 0 à 15%, une phase dispersée dans une matrice de UO_2 pour améliorer la conductivité thermique. Ils ont constaté qu'avec 10% de SiC, la conductivité thermique augmente de 5,8 à 9,8 W / m.K à 500 K. Un programme informatique basé sur les éléments finis (ANSYS) est utilisé pour créer des géométries du combustible composite avec des conditions aux limites permettant de prédire avec précision la conductivité thermique. Les résultats numériques sont comparés aux calculs analytiques pour vérifier la validité de la modélisation. Un bon accord a été trouvé entre la conductivité thermique mesurée expérimentalement pour la matrice BeO-UO_2 et le modèle proposé.

S. C. Cheng et R. I. Vachon [35] ont développé une technique théorique pour modéliser la conductivité thermique des mélanges solides hétérogènes. Ils ont modifié et étendu l'application du modèle de Tsao pour prédire la conductivité thermique des mélanges solides à deux phases. La technique utilisée ne nécessite pas de données expérimentales sur l'écart type et l'écart moyen de la fonction de porosité décrivant la distribution de la phase discontinue comme c'est le cas avec le modèle de Tsao. La phase discontinue est représentée par une distribution parabolique dont les constantes sont déterminées en fonction de la fraction

volumique de la phase discontinue. Ainsi, la nécessité d'utilisation de l'écart type et l'écart moyen est contournée. La conductivité thermique équivalente d'un cube unitaire du mélange, est exprimée en fonction de la conductivité thermique des constituants et la fonction de distribution.

G. Every et al. [36] ont observé que la conductivité thermique du sulfure de zinc, augmente en ajoutant de grosses particules de diamant très conducteur, et diminue par l'ajout de particules de diamant de taille submicrométrique. Cet effet s'explique par la prédominance de la résistance thermique interfaciale lorsque les particules deviennent plus petites (car cela fait augmenter le rapport surface/volume). Ils ont ainsi présenté un modèle phénoménologique dans lequel la résistance de l'interface est exprimée comme étant un rayon efficace de Kapitza. La conductivité du composite est analysée pour différentes valeurs du rapport : (rayon de Kapitza/rayon de la particule). Si ce rapport est égal à un, c’est à dire le rayon réel des particules est égal au rayon de Kaptiza, alors la conductivité thermique effective des particules est égale à celle de la matrice. S’il est supérieur à un, c'est-à-dire que les particules sont très petites, alors la contribution des particules à la conductivité thermique du composite est dominée par les interfaces; s’il est inférieur à un alors la conductivité des particules à l’état massif est importante.

L. C. Davis et B. E. Artz [37] ont utilisé la technique des éléments finis et la théorie du milieu effectif pour calculer la conductivité thermique des composites métal-matrice, qui sont des matériaux potentiels dans l'emballage électronique. La résistance thermique de contact, qui se produit à l'interface entre le métal et la phase incluse (généralement des particules céramiques), a un effet important pour les petites particules. Ils ont constaté que le rayon des particules du SiC incluses dans Al doit être au moins égal à 10 μm pour que la phase céramique ait un effet avantageux sur la conductivité thermique. Les distributions bimodales sont envisagées pour la taille des particules, étant donné qu'elles sont souvent utilisées pour fabriquer des composites à grande fraction volumique. Par ailleurs, ils ont noté que l'ajout de petites particules (dans une distribution bimodale) ayant un rayon inférieur à 2,5 μm dans le matériau SiC/Al réduit la conductivité thermique du composite. L'effet de la résistance de contact sur la conductivité thermique du composite contenant du diamant est analysé. Pour valider leur étude, les auteurs ont procédé à la comparaison des résultats obtenus par l'utilisation de la théorie du milieu effectif aux calculs réalisés par la technique des éléments finis pour les modèles axisymétriques d'une unité cellulaire à trois dimensions.

C-W. Nana et R. Birringer [38] ont introduit une méthodologie pour prédire la conductivité thermique effective des composites particulaires arbitraires avec une résistance thermique interfaciale en utilisant l'approche du milieu effectif et le concept de la résistance thermique d'interface de Kapitza. Les résultats de ce modèle sont comparés aux modèles existants et aux résultats expérimentaux disponibles. L'approche proposée retrouve les résultats théoriques existants pour des cas limites simples. Pour les composites: matrice de ZnS renforcée de particules de diamant, matrice de cordierite renforcée de particules de diamant et matrice d'Al renforcée de particules de SiC, un très bon accord entre les résultats de calcul et expérimentaux a été trouvé. Pour ces trois types de composites, la forme et la taille des particules et la résistance thermique interfaciale sont des paramètres à étudier.

Les travaux de A. Boudenne et al. [39] sont dédiés à l'étude des paramètres thermiques des matériaux composites. Le critère des moindres carrés non linéaires est appliqué sur les fonctions de transfert expérimentales pour identifier la conductivité thermique et la diffusivité des matériaux composites aluminium-polymère. La chaleur spécifique est déduite à partir des mesures de densité qui sont comparées aux valeurs mesurées par calorimétrie à balayage différentiel. Les paramètres thermiques du composite Polypropylène / Aluminium sont étudiés pour deux dimensions de la charge (Aluminium). Les données expérimentales sont comparées à plusieurs modèles théoriques de prédiction de la conductivité thermique. Il a été constaté que les modèles de Agari et Bruggeman fournissent une meilleure estimation de la conductivité thermique. Plus récemment, ces auteurs [40] ont utilisé une matrice de polypropylène chargé d'Aluminium (légèrement oxydé) et de Cuivre pour étudier les propriétés thermiques des deux composites. Pour chacune de ces charges, deux granulométries différentes ont été testées. Un comportement thermique anormal a été observé lorsque ces charges métalliques sont légèrement oxydées, c'est-à-dire qu'une amélioration du transfert thermique est obtenue pour les composites PP/Al lors de l'utilisation des particules plus grandes. Ainsi, le comportement thermique du PP/Al ne concorde pas avec celui du PP/Cu, ni avec les résultats de la littérature rapportés sur les particules de charge diélectriques ou conductrices dans une matrice polymère.

A. Minnich et G. Chen [41] ont introduit une formulation modifiée de la théorie du milieu effective pour les composites où la longueur caractéristique de l'inclusion est de l'ordre ou inférieure au libre parcours moyen des phonons. Cette formulation prend en compte l'augmentation de la diffusion de l'interface dans les différentes phases du nanocomposite et la résistance de contact entre les phases. La densité d'interface des inclusions est introduite et se

révèle être un facteur principal dans la détermination de la conductivité thermique. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats de simulation de Monte Carlo et les solutions de l'équation de Boltzmann.

M-S. Jeng et al. [42] ont appliqué le schéma de simulation de Monte Carlo pour étudier le transport de phonons et la conductivité thermique des nanocomposites Silicium-Germanium (Si-Ge). Une attention particulière a été accordée à la mise en place de conditions de limites périodiques dans la simulation. Ces nanocomposites présentent un grand intérêt pour le développement de matériaux thermoélectriques à haute efficacité. La simulation a d'abord été validée en reproduisant les résultats des composites nano-fils bidimensionnels en utilisant la solution déterministe de l'équation de transport de phonons Boltzmann ainsi que la conductivité thermique expérimentale du Germanium. La méthode de simulation a été utilisée par la suite pour étudier des nano-composites tridimensionnels. Les résultats ont montré que la conductivité thermique des composites nanoparticules peut être inférieure à celle de la valeur minimale de l'alliage, ce qui est d'un grand intérêt pour la conversion de l'énergie thermoélectrique. Il a été également constaté que les nanoparticules distribuées aléatoirement dans les nanocomposites rendent les valeurs de la conductivité thermique proches de celles des structures alignées périodiquement. Les auteurs ont montré que la surface interfaciale par unité de volume est un paramètre utile pour corréler l'effet de taille de la conductivité thermique dans les nanocomposites.

S. Yu et al. [43] ont développé un modèle multi-échelle séquentiel pour caractériser les effets de taille des nanoparticules sur la conductivité thermique effective des nanocomposites SiC/époxy par des simulations de Non-Equilibrium-Molecular-Dynamics (NEMD) et des micromécaniques en continu. Même à l'état de fraction volumique fixe d'une nanoparticule sphérique, un effet significatif de la taille de particule sur la conductivité thermique des nanocomposites a été démontré en utilisant des simulations NEMD. Les principales contributions de la dépendance granulométrique sont la résistance thermique de Kapitza à l'interface entre la particule et la matrice et la formation d'un revêtement polymère fortement densifié (couche d'adsorption) près de la particule. Pour tenir compte de ces deux effets dans un régime continu, l'interface de Kapitza et l'interphase effective sont définies dans un modèle de micromécanique, et une méthode multi-échelles à quatre phases est proposée. La conductivité thermique de l'interphase effective est implicitement obtenue à partir du modèle de micromécanique à quatre phases. La précision et l'effet de la concentration relative de la particule, l'interface de Kapitza et l'interphase effective sont discutés par analyse des éléments

finis (FEA). En définissant la conductivité de l'interphase effective en fonction du rayon de la particule, le modèle proposé reproduit fidèlement la dépendance de la taille des particules observée à partir des simulations NEMD.

En raison de leurs applications pratiques diverses, notamment dans le domaine médical, N. A. El-Zaher et al. [44] se sont intéressés à l'étude des composites de poly (méthacrylate de méthyle) / nanoparticules d'oxyde de titane à différentes concentrations pour être utilisés comme matériaux bioéquivalents. Les propriétés thermiques ainsi que les analyses par diffraction des rayons X, ont été utilisées pour caractériser les propriétés de la structure d'un tel composite. Les résultats obtenus ont montré des variations de la température de transition vitreuse (Tg), de la température de fusion (Tm), de la forme et de la surface des pics thermiques attribués aux différents degrés de cristallinité et à l'existence d'interactions entre les molécules de nanoparticules PMMA et TiO_2. Les résultats ont montré que la poudre de nano-TiO_2 mélangé avec le PMMA peut améliorer la stabilité thermique de l'homopolymère, conduisant à des applications technologiques intéressantes.

Dans leur étude, S. A. Faroughi et C. Huber [45] ont proposé un modèle théorique pour calculer la conductivité thermique effective des composites métalliques et diélectriques renforcés par des particules sphériques en tenant compte de la résistance thermique interfaciale. Ils ont considéré une large gamme de fraction volumique de la charge avec des dimensions variant du nano au macro-échelle. Le modèle, basé sur la théorie du milieu effectif, tient compte des interactions entre les particules au moyen de deux séries de corrections de la fraction volumique. La première correction tient compte du volume fini du composite et la deuxième correction introduit un facteur d'auto-agglomération qui nous permet de développer un modèle précis pour l'interaction des particules même pour une fraction de charge élevée. Le modèle est comparé aux résultats issus d'autres modèles de la littérature, aux valeurs expérimentales et aux simulations numériques pour différents types de composites. Un excellent accord est observé pour une large gamme de fractions volumique.

VII. CONCLUSION

L’étude que nous allons présenter constitue une nouvelle étape dans la contribution à l’étude du comportement thermique des matériaux composites à matrice polymère, en analysant particulièrement l’effet de la température de trempe sur les propriétés thermiques des matériaux.

REFERENCES

[1] CARMA Centre d'animation régional en matériaux avancés, « Glossaire des matériaux composites», 2006.

[2] B. E. H. Ly, « Nouveaux matériaux composites thermoformables à base de fibres de cellulose», Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2008.

[3] N. Bourgois, « Caractérisation et modélisation micromécanique du comportement et de l'endommagement d'un composite à matrice métallique : Al/SiCp», Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris, 1993.

[4] L. Berreur, B. D. Maillard, et S. Nösperger, « L'industrie française des matériaux composites», Etude stratégique réalisée par NODAL CONSULTANTS pour le compte de la DIGITIP / SIM, 2002.

[5] A. Boudenne, « Etude expérimentale et théorique des propriétés thermo-physiques de matériaux composite à matrice polymère», Thèse de Doctorat de l'Université Paris XII, 2003.

[6] E. J. Jules, « Couplages entre propriétés thermiques, réactivité chimique et viscosité des matériaux composites thermodurcissables en relation avec les conditions de leur élaboration fondée sur l'hystérésis Diélectrique», Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, 2001.

[7] D. Guillon, « Fibres de verre de renforcement», Techniques de l'Ingénieur, Vol. A2110.

[8] L. Gornet, « Généralités sur les matériaux composites», Engineering School, École Centrale de Nantes. 2008.

[9] N. Kaouche, « Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites», Mémoire de Magister, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, 2016.

[10] D. Gay, « Matériaux Composites», édition Hermès, Paris, 1987.

[11] G. W. Ehrenstein, F. Montagne, « Matériaux Polymères: structure, propriétés et applications», Edition Hermès Science Publication, Paris, 2000.

[12] J. M. Berthelot, « Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures», Edition Lavoisier, Paris, 2012.

[13] L. GENDRE, « Matériaux composites et structures composites», cour présenté à L'université de Paris SACLAY, 2011.

[14] S. Bensaid, « Contribution à la caractérisation et à la modélisation électromagnétique et thermique des matériaux composites anisotropes», Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 2006.

[15] N. Gupta, « Characterization of syntactic foams and their sandwich composites: modeling and experimental approaches», LSU Doctoral Dissertations, Graduate Faculty of the Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College, 2003.

[16] J-F. Sacadura, « Initiation aux transferts thermiques», Technique et Documentation, Paris, 1993.

[17] J.L. Battalgia, A.Kusiak, J. R.Puigali, « Introduction aux transferts thermiques», Dunod, Paris, 2010.

[18] T. L. Bergman, A. S. Lavine, F.P. Dewitt, « Fundamentals of heat and mass transfer», Edition John Wely& Sons, 2011.

[19] F. Doumenc, « Cours Eléments de thermodynamique et thermique», Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2009/2010.

[20]M. Karkri, « Effective thermal conductivity of composite: Numerical and experimental study», Proceedings of the COMSOL Conference, Université Paris East, 2010.

[21] C. Bonacina, G. Comini, « On the solution of the nonlinear heat conduction equations by numerical methods», Int. J. Heat and mass transfer, Vol.16, pp.581-589, 1973.

[22] J. L. Auriault, « Effective macroscopic description for heat conduction in periodic composites», Int. J. Heat and mass transfer, Vol.26, N°6, pp.861-869, 1983.

[23] P. G. Klemens, « Thermal Conductivity of Composites», Int. J. of Thermophysics, Vol. 11, N°5, pp. 971-976, 1990.

[24] A. Sutradhar, G. H. Paulino, « The simple boundary element method for transient heat conduction in functionally graded materials», Comput. Methods Appl. Engrg.Vol. 193, pp. 4511-4539, 2004.

[25] B. Agoudjil, L. Ibos, J. C. Majesté, Y. Candau, Ye.P.Mamunya, « Correlation between transport properties of ethylene vinyl acetate/glass, silver-coated glass spheres composites», Composites: Part A,Vol. 39, pp. 342–351, 2008.

[26] M-X. Shen, Y-X. Cui, J. He, Y-M. Zhang, « Thermal conductivity model of filled polymer composites», Int. J. of Minerals, Metallurgy and Materials, Vol. 18, N°5, pp.623, 2011.

[27] M. Chikhi, B. Agoudjil, M. Haddadi, « Numerical modeling of the effective thermal conductivity of heterogeneous materials», J. of Thermoplastic Composite Materials, Vol. 26, pp. 336–345, 2013.

[28] M. Haddadi, B. Agoudjil, A.Boudenne, B. Garnier, « Analytical and Numerical Investigation on Effective Thermal Conductivity of Polymer Composites Filled with Conductive Hollow Particles», Int. J. Thermophys,Vol. 34, pp. 101-112, 2013.

[29] W. J. Mansur, C. A. B. Vasconcellos, N. J. M. Zambrozuski, O. C. Rotunno Filho, «Numerical solution for the linear transient heat conduction equation using an Explicit Green's Approach», Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 694–701, 2009.

[30] Y. Xu, K. Yagi, « Calculation of the Thermal Conductivity of Randomly Dispersed Composites using a Finite Element Modeling Method», Materials Transactions, Vol. 45, N°.8, pp. 2602-2605, 2004.

[31] S. A. Abdul Sukkur, P. Palanisamy, K. R. Vijayakumar, « Experimental investigations and finite element analysis of composite sandwich with honeycomb core – Evaluation for strength and quality», Applied Science Innovations Pvt. Ltd., India Carbon – Sci. Tech. 8/1 pp. 63-73 , 2016.

[32] J. Floury, J. Carson, Q. Tuan Pham, « Modeling Thermal Conductivity in Heterogeneous Media with the Finite Element Method», Food Bioprocess Technol. Vol. 1, pp. 161–170, 2008.

[33] K. Fedaoui, S. Madan, T. Kanit, « Prediction of effective thermal conductivity of heterogeneous random multi-phase composites», U.P.B. Sci. Bull., Series D, Vol. 78, N°3, pp. 91-100, 2016.

[34] R. Latta, S.D. T. Revankar, A. A. Solomon, « Modeling and Measurement of Thermal Properties of Ceramic Composite Fuel for Light Water Reactors», Heat Transfer Engineering, Vol. 29, N°4, pp. :357–365, 2008.

[35] S. C. Cheng et R. I. Vachon, « The prediction of the thermal conductivity of two and three phase solid heterogeneous mixtures», Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 12, pp. 249-264, 1969.

[36] A. G. Every, Y. Tzou, D. P. H. Hasselman, R. Raj, « The effect of particle size on the thermal conductivity of ZnS/diamond composites», Acta Metall, Mater. Vol. 40, N°1, pp. 123-129, 1992.

[37] L. C. Davis, B. E. Artz, « Thermal conductivity of metal-matrix composites», J. Appl. Phys. Vol. 77, N°10, pp. 4954-4960, 1995.

[38] C.-W. Nan, R. Birringer, D. R. Clarke, and H. Gleiter, « Effective thermal conductivity of particulate composites with interfacial thermal resistance», J. Appl. Phys. Vol.81, N°10, pp 6692-6699, 1997.

[39] A. Boudenne, L. Ibos, M. Fois, E. Gehin, J.-C.Majest, « Thermophysical Properties of Polypropylene/Aluminum Composites», Journal of Polymer Science: Part B: Polymer Physics, Vol. 42, pp. 722–732, 2004.

[40] A. Boudenne, L. Ibos, E. Gehin, « Anomalous behavior of thermal conductivity and diffusivity in polymeric materials filled with metallic particles», Journal of Materials Science, Vol. 40, pp. 4163-4167, 2005.

[41] A. Minnich, G. Chen, «Modified effective medium formulation for the thermal conductivity of nanocomposites», Applied physics Letters, Vol. 91, 073105, 2007.

[42] M-S.Jeng, R. Yang, D. Song,G. Chen, « Modeling the Thermal Conductivity and Phonon Transport in Nanoparticle Composites Using Monte Carlo Simulation», Journal of Heat Transfer, Vol. 130, 042410-1, 2008.

[43] S. Yu, S. Yang, M. Cho, « Multiscale modeling of cross-linked epoxy nanocomposites to characterize the effect of particle size on thermal conductivity», Journal of Applied Physics, Vol. 110, 124302, 2011.

[44] N.A. El-Zaher, M.S. Melegy, O. W. Guirguis, « Thermal and Structural Analyses of PMMA/TiO_2 Nanoparticles Composites'', Natural Science, Vol. 6, pp. 859-870, 2014.

[45] S. Faroughi, C. Huber, « Effective thermal conductivity of metal and non-metal particulate composites with interfacial thermal resistance at high volume fraction of nano to macro-sized spheres», Journal of Applied Physics, Vol. 117, 055104, 2015.

Chapitre 2

CONDUCTIVITE THERMIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES

Chapitre 2
CONDUCTIVITE THERMIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES

I. INTRODUCTION

Les propriétés thermo-physiques d'un matériau (métaux, céramiques…..) caractérisent son comportement et sa réaction face à un gradient de température. Les mesures de flux de chaleur, de densité de flux et des propriétés thermo-physiques telle que la conductivité ou la diffusivité thermique sont essentielles dans l'étude des procédés thermiques. Elles permettent de prévoir la manière avec laquelle le matériau va réagir face à un environnement donné.

La valeur de la conductivité thermique k pour des matériaux isotropes et homogènes est constante dans toutes les directions et en chaque point du matériau ; par contre elle varie localement dans le cas des matériaux composites en raison de l'existence de plusieurs phases. L'une des particularités du composite est qu'il peut être assimilé à un bloc avec des propriétés globalement homogènes. La conductivité peut être alors estimée statistiquement par une moyenne dans le cas où les particules sont petites [1]. Le sujet de la conductivité thermique effective des matériaux composites est l'un des problèmes classiques dans les milieux hétérogènes. Récemment, il a reçu une attention considérable en raison de l'importante croissance des systèmes à haute température, par exemple, l'automobile, les structures spatiales, etc. [2].

La conductivité thermique effective des matériaux composites est une fonction complexe de leur géométrie, de la conductivité thermique des différentes phases, de la répartition des inclusions dans le milieu, et du contact entre l'inclusion et de la matrice.

Jusqu'à présent, aucune équation générale n'existe pour prédire la conductivité thermique des mélanges à deux phases [3].En effet, la modélisation de la conductivité thermique effective de matériaux hétérogènes est d'un grand intérêt dans de nombreuses applications de transfert de chaleur [4]. Dans ce chapitre, les outils de prédiction de cette propriété sont présentés et analysés. Les outils les plus utilisés sont les méthodes expérimentales, théoriques (ou bien analytiques) et numériques.

II. MODELES ANALYTIQUES DE PREDICTION DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE EFFECTIVE

La modélisation de la conductivité thermique effective des matériaux hétérogènes ou composites est d'un intérêt important dans les applications de transfert de chaleur. Ce

paramètre est fortement affecté par la composition et la structure des matériaux hétérogènes [5].

De nombreuses corrélations théoriques et empiriques ont été indiquées dans la littérature pour prédire la conductivité thermique des composites, voir la synthèse bibliographique présentée par R. C. Progelhof [6] et Gorring et Churchill [7].

Nous présentons dans ce qui suit les principaux modèles analytiques de prédiction de la conductivité thermique.

II.1. Modèles en série et en parallèle

D'après cette approche, on peut supposer deux modèles extrêmes. L'un est un système de conduction série où tous les blocs de conduction sont alignés en série par rapport au flux thermique, l'autre est parallèle au flux (Figure 2.1) [8,9]. Ce modèle a été proposé par Wiener en 1912[1], qui lui a appliqué une analogie électrique au problème du transfert de chaleur dans les matériaux hétérogènes [10].

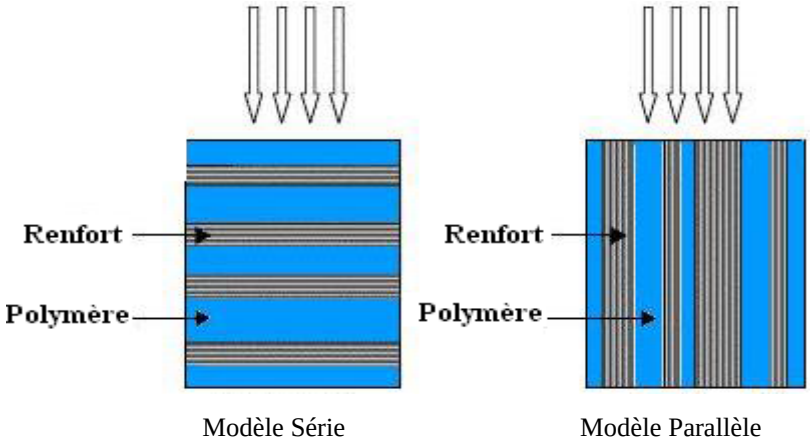


Figure 2.1 : Modèles de premier ordre [11]

$$\frac{K_{sup}}{K_m} = \varphi_m + \frac{K_{ch}}{K_m}\varphi_{ch} \tag{2.1}$$

Où :

k_{sup} représente la conductivité de la borne supérieure ;

k_m la conductivité thermique de la matrice ;

k_{ch} la conductivité thermique de la charge ;

φ_m la concentration volumique de la matrice ;

φ_{ch} la concentration volumique de la charge.

$$\varphi_m = 1 - \varphi_{ch} \tag{2.2}$$

II.2. Modèle de Maxwell

Les premiers travaux relatifs au transfert macroscopique en milieu hétérogène avec contact parfait entre phases et auxquels se réfèrent encore de nombreux auteurs aujourd'hui, sont dus à Maxwell en 1873[12] et Rayleigh en 1892 [13].

L'approche de Maxwell, initialement associée à un problème de conduction électrique dans un milieu hétérogène suppose que le composite est constitué de sphères dispersées dans un milieu continu, a abouti à la formulation de la conductivité effective d'un milieu homogène équivalent sous la forme [6] :

$$k_{eff} = k_m \frac{2k_m + k_{ch} - 2\Phi_2(k_m + k_{ch})}{2k_m + k_{ch} + \Phi_2(k_m + k_{ch})} \tag{2.3}$$

k_{eff} est la conductivité thermique effective du composite ;

k_m et k_{ch} sont respectivement les conductivités thermiques du milieu continu et des sphères ;

Φ_2 est la fraction volumique des sphères tel que :

$\Phi_2 = \frac{V_2}{V}$ et $V = V_1 + V_2$;

V_2 est le volume de la phase 2 ;

V_1 est le volume de la phase 1

V le volume total du composite.

Ce modèle présente les limites suivantes :

- valable pour les sphères dispersées dans une matrice ;
- n'est pas valable pour des concentrations finies des particules ;
- l'interaction entre les particules n'est pas prise en compte ;
- les phases des constituants doivent être macroscopiquement isotropes et homogènes ;
- les inclusions doivent être toutes de même forme ;
- le contact parfait entre les deux phases est exigé;
- le composite est constitué de deux phases non poreuses ;
- les phénomènes de transfert par convection et rayonnement sont négligés (milieux non poreux et opaque) ;

II.3. Modèle de Bruggeman

Proposé en 1935, le modèle de Bruggeman est l'une des corrélations utilisées pour la prédiction de la conductivité thermique effective [14]. Ce modèle est basé sur les suppositions de Maxwell [12] et présenté par l'équation suivante :

$$1-\varphi=\frac{k_{eff}-k_{ch}}{k_m-k_{ch}}\left(\frac{k_m}{k_{eff}}\right)^{\left(\frac{1}{1+x}\right)} \tag{2.4}$$

Où k_{eff}, k_m et k_{ch} sont respectivement les conductivités thermiques du composite, de la matrice et des charges.

φ est la concentration volumique des charges.

x est une constante qui dépend de la géométrie des inclusions (x= 2 pour les inclusions sphériques, x =1 pour les inclusions cylindriques).

II.4. Modèle de Topper [15]

Ce modèle utilise un modèle d'énergie série parallèle pour un système de vides cubiques dans une matrice ordonnée. La conductivité thermique équivalente est donnée par [6, 15] :

$$\frac{1}{k_{eff}}=\left[\frac{1-\Phi^{\frac{1}{3}}}{k_c}+\frac{\Phi^{\frac{1}{3}}}{k_d\Phi^{\frac{2}{3}}+k_c\left(1-\Phi^{\frac{2}{3}}\right)}\right] \tag{2.5}$$

Pour les sphères réparties dans un simple réseau cubique:

$$\frac{1}{k_{eff}}=\left\{\frac{1-2(\frac{3\Phi}{4\pi})^{\frac{1}{3}}}{k_c}+\frac{Tan^{-1}\left[\frac{(\frac{3\Phi}{4\pi})^{\frac{1}{3}}}{(\frac{k_c}{\pi(k_c-k_d)}-[\frac{3\Phi}{4\pi}]^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}}\right]}{\pi(k_c-k_d)\left[(\frac{k_c}{\pi(k_c-k_d)}-[\frac{3\Phi}{4\pi}]^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}\right]}\right\} \tag{2.6}$$

Avec :

k_{eff} : conductivité thermique du composite.

k_c : conductivité thermique de la phase continue (matrice).

k_d : conductivité thermique de la phase discrète (charge).

Φ : fraction volumique de la charge.

Le transfert radiatif est négligeable dans ce modèle.

II.5. Modèle de Donea [16]

En utilisant les principes des variations, Donea a obtenu la limite supérieure k^+ et inférieure k^- pour la conductivité thermique effective d'un matériau composite statistiquement homogène et contenant deux phases ayant chacune une conductivité thermique isotrope et uniforme [6, 16]

$$k^{+} = \Phi k^{-} + (1 - \Phi) k_c \tag{2.7}$$

$$k^{-} = \frac{\hat{k} k_c}{k_c + (1 - \Phi)\hat{k}} \tag{2.8}$$

Pour une sphère :

$$\hat{k} = k_c \left[\frac{(P+2) + 2S(P-1)}{(P+2) - (P-1)S} \right] \tag{2.9}$$

Où :

$P = \frac{k_c}{k_d}$;

$S = \left({}^{a}/_{b} \right)^{3}$;

a : le rayon de l'inclusion (charge).

b : le rayon de la plus grande coquille sphérique possible entourant l'inclusion.

k_c : conductivité thermique de la phase continue (matrice).

k_d : conductivité thermique de la phase discrète (charge).

Pour une dispersion aléatoire des sphères : $k^{+} = k^{-} = \hat{k}$

II.6. Modèle de Chang Vachon

Parmi d'autres modèles présents dans la littérature portant sur le comportement de la conductivité thermique des composites à matrice polymères, on trouve le modèle de Cheng-Vachen. Ce modèle se trouve être un modèle dérivé de celui de Tsao [17]. Cheng et Vachen [18, 19] supposent une distribution parabolique de la phase discontinue. Les constantes de cette distribution sont déterminées par l'analyse des données en fonction de la fraction volumique de la phase discontinue. La conductivité thermique équivalente d'un cube unité de mélange est obtenue à l'aide de la fonction de distribution et avec celles des conductivités thermiques des constituants [17]. La conductivité thermique équivalente est alors donnée par:

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{\sqrt{C(k_m - k)[k_m + B(k_{ch} - k_m)]}} \, ln \frac{\sqrt{[k_m + B(k_{ch} - k_m)] + \frac{B}{2}\sqrt{[C(k_m - k_{ch})]}}}{\sqrt{[k_m + B(k_{ch} - k_m)] - \frac{B}{2}\sqrt{[C[k_m - k_{ch}]]}}} + \frac{1 - B}{k_m} \tag{2.10}$$

Où :

k_{eff} , k_m et k_{ch} sont respectivement les conductivités thermiques du composite, de la matrice et des charges.

$$B = \sqrt{\frac{3\varphi_{ch}}{2}} \quad \text{et} \quad C = -4\sqrt{\frac{2}{3\varphi_{ch}}}$$

II.7. Modèle de Hashin et Shtrikman

En 1965,Hashin et Shtrikman s'inspirèrent de l'approche de Maxwell et, en utilisant l'hypothèse de la perturbation, développèrent un modèle pour différents types d'inclusions [20]. La distribution des tailles prise par Hashin et Shtrikmann n'est pas aléatoire mais elle a des caractéristiques particulières et la conductivité thermique des dopants est supérieure à celle de la matrice ($k_2 > k_1$). Les dopants sont des sphères de conductivité k_2 et de rayon r_2 entourés par une coquille de conductivité k_1 et de rayon r_1 (Figure 2.2). La distribution est telle qu'elle remplit tout le volume avec $\Phi_2 = (r_1/ r_2)^3$. La conductivité thermique effective k_{eff} s'exprime suivant Hashin et Shtrikman par :

$$\frac{k_{eff}}{k_1} = \frac{1+(d-1)\Phi_2\beta}{1-\Phi_2\beta} \tag{2.11}$$

Avec :

$$\beta = \frac{k_2-k_1}{k_2+(d-1)k_1} \tag{2.12}$$

d est un paramètre qui représente la dimension du système et définit la forme des charges. Dans le cas d'une dispersion sphérique (x = y = z) *d* = 3 ; et pour les cylindres *d* = 2.

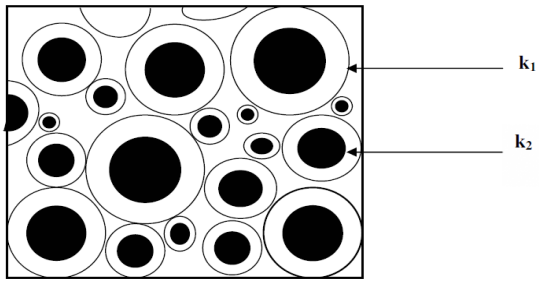


Figure 2.2: Assemblage de sphères ou de cylindres dans un composite selon Hashin pour $k_2 > k_1$. La matrice est représentée en blanc et la phase dispersée en noir [20].

II.8. Modèle de Hatta et Taya

L'utilisation de l'analogie avec les propriétés mécaniques des matériaux a permis, en 1985 à Hatta et Taya [21, 22] de développer un modèle de prédiction de la conductivité thermique effective k_{eff} pour des fibres courtes de différentes orientations. Le principe de cette approche est basé sur l'analyse d'une valeur équivalente de la conductivité thermique d'échantillon en régime stationnaire. Cette approche prend en compte la forme et les interactions entre les inclusions de différentes orientations (Figure 2.3**)**. La solution finale selon Hatta et Taya pour l'estimation de la conductivité thermique de ce type de composite est

donnée par l'équation (2.13) dans le cas général (inclusion de fibres courtes ou sous forme d'ellipsoïde) :

$$k_{eff} = k_m\left(1 - \frac{\varphi_{ch}(k_{ch}-k_m)[(k_{ch}-k_m)(2S_{33}+S_{11})+3k_m]}{3(k_{ch}-k_m)^2(1-\varphi_{ch})S_{11}S_{33}+k_m(k_{ch}-k_m)C+3{k_m}^2}\right) \quad (2.13)$$

Où *C* est un facteur lié à la géométrie des inclusions :

$$C = 3(S_{11} + S_{33}) - \varphi_{ch}(2S_{11} + S_{33}) \quad (2.14)$$

Avec :

$S_{11}+S_{22}+S_{33}=1$telsque:

- $S_{11} = S_{22} = 0$, $S_{33} = 1$ pour des inclusions en forme de disque ;
- $S_{11} = S_{22} = S_{33} = 1/3$ pour des inclusions en forme de sphère ;
- $S_{11} = S_{22} = 1/2$, $S_{33} = 0$ pour des inclusions en forme de cylindres longs
- $S_{11} = \frac{\alpha}{2(\alpha^2-1)^{3\backslash 2}}[\alpha(\alpha^2-1)^{1\backslash 2} - \cosh^{-1}\alpha\ ]$, $S_{33} = 1 - 2S_{11}$, $\alpha = L/D$pour des fibres courtes orientées aléatoirement (de longueur L et de diamètre D).

Pour des sphères dispersées aléatoirement dans une matrice continue $C = 2 - \varphi_{ch}$

Si les inclusions sont sphériques, alors $S_{11} = S_{22} = S_{33} = 1/3$ et l'équation (2.13) se réduit à :

$$k_{eff} = k_m\left(1 + \frac{\varphi_{ch}}{\frac{(1-\varphi_{ch})}{3} + \frac{k_m}{k_{ch}-k_m}}\right) \quad (2.15)$$

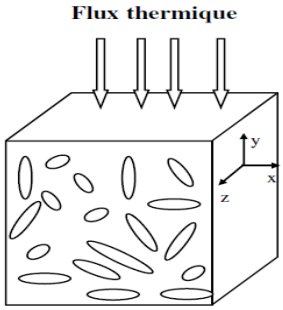


Figure 2.3 : Distribution de fibres courtes orientées dans différentes directions dans la matrice [22].

II.9. Le modèle de Torquato

Ce modèle prend en compte la perturbation entre les phases du composite et la géométrie des inclusions. Il fait apparaître un terme supplémentaire relatif à une fonction statistique de répartition [23].

Selon Torquato, un réseau de transport de chaleur est développé seulement quand la fraction de compactage maximale en charges est atteinte, car le mécanisme de transfert

thermique au sein du matériau composite est loin d'être comparable à celui du transport électrique [23].Il développe un modèle plus général que celui de Hashin et Shtrikman. Pour le calcul moyen de la conductivité thermique du matériau composite, il introduit un paramètre qui tient compte de la statistique de perturbation autour de chaque particule [24]. Torquato utilise l'expression de perturbation de la conductivité électrique pour chacune des deux phases du composite avec une valeur dimensionnelle d=3 dans le cas des sphères et d=2 dans le cas des cylindres. Une expression théorique plus générale de la conductivité thermique effective pour des dispersions tridimensionnelles est alors établie et elle est donnée par :

$$\frac{k_{eff}}{k_j} = \frac{1+[(d-1)\phi_i-(\gamma_i/\xi_i)]\beta_{ij}+(1-d)[\phi_j\xi_i-\phi_i(\gamma_i/\xi_i)]\beta_{ij}^{\ 2}}{1-[\phi_i-(\gamma_i/\xi_i)]\beta_{ij}+[(1-d)\phi_j\xi_i-\phi_i(\gamma_i/\xi_i)]\beta_{ij}^{\ 2}} \tag{2.16}$$

Où i et j sont les indices relatifs aux deux phases du composite (avec i ≠ j).

Les paramètres macro structuraux ζ_i et γ_i sont représentés par les relations suivantes :

$$\xi_i = \frac{A_3^i}{\Phi_i\Phi_j(d-1)} \tag{2.17}$$

$$\gamma_i = \frac{A_4^i}{\Phi_i\Phi_j(d-1)} \tag{2.18}$$

Où A_3^i et A_4^i sont des coefficients d'interaction sur un ensemble de n points de la fonction de probabilité.

De plus, on a :

$$\beta_{ij} = \frac{k_i-k_j}{k_i+(d-1)k_j} \tag{2.19}$$

et $$-1 \leq \frac{\gamma i}{\xi i} \leq 1-2\xi_i,$$

Le rapport $\frac{\gamma i}{\xi i}$ peut tendre vers 0.

Pour le cas de dispersion d'inclusions sphériques l'équation (2.16) devient :

$$\frac{k_{eff}}{k_1} = \frac{1+\Phi_2\beta_{12}-\Phi_1\xi_1\beta_{12}^{\ 2}}{1-\Phi_2\beta_{12}-\Phi_1\xi_1\beta_{12}^{\ 2}} \tag{2.20}$$

Avec $0 < \xi_i < 1$.

Les valeurs de $\xi_i$sont données par le tableau 2.1 pour différentes formes d'inclusions sphériques de même taille qui sont pénétrables ou de distribution aléatoire impénétrable. Ces différentes configurations du matériau composite sont représentées dans la figure 2.4. Les valeurs de la fraction maximale de remplissage Φ_{max} sont données dans le tableau 2.2 [22].

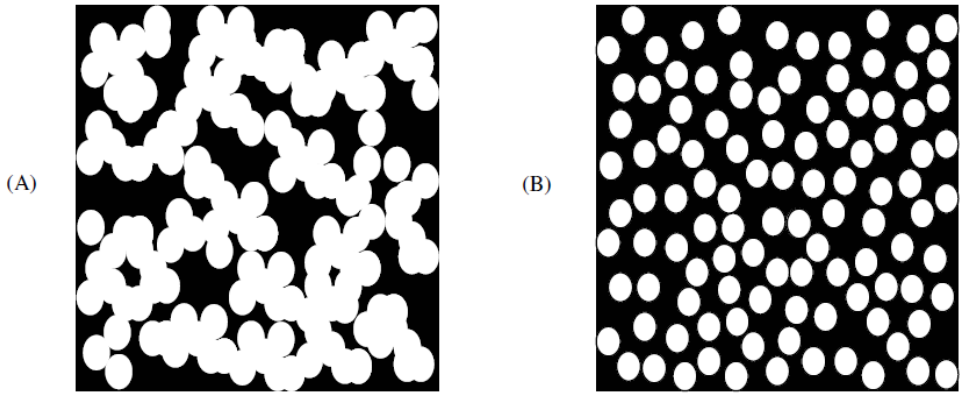


Figure 2.4 : Distribution de la phase dispersée de sphères dans la matrice, (A) sphères pénétrables et (B) sphères impénétrables [25].

Tableau 2.1 : Valeurs de ξ_i pour des inclusions sphériques en fonction de la fraction volumique des inclusions [25].

Fraction volumique de particules sphériques	Valeurs de ξ_i pour des sphères totalement pénétrables	Valeurs de ξ_i pour des sphères aléatoirement impénétrables
0,10	0,114	0,040
0,20	0,171	0,059
0,30	0,230	0,084
0,40	0,290	0,141
0,50	0,351	0,328
0,60	---	---
0,65	0,415	---
0,70	---	---
0,80	0,483	---
0,90	0,558	---

Tableau 2.2 : Fraction volumique maximale de dopant pour des inclusions sphériques [25].

Charge	Forme	Remplissage	Φ_{max}
Générique	Sphères	Hexagonal	0.74
Générique	Sphères	Cubique centré	0.60
Générique	Sphères	Cubique simple	0.52
Générique	Sphères	Aléatoire écarté	0.60
Générique	Sphères	Aléatoire proche	0.64
Générique	Irrégulières	Aléatoire proche	0.64
Talc	Flocons	Aléatoire 3D	0,40-0,56
Mica	Flocons	Aléatoire 3D	0,38-0,45
Amiante	Fibres	Aléatoire 3D	0,60

III. MODELES SEMI EMPIRIQUES (SEMI ANALYTIQUES)

III.1. Modèle de Hamilton et Crosser [26]

Hamilton et Crosser ont défini la conductivité théorique pour deux composants mélangés de conductivités thermiques k_c et $k_d$par :

$$k_{eff} = \frac{k_c(1-\Phi)\frac{dT}{dx}\Big|_1 + k_d\frac{dT}{dx}\Big|_2}{(1-\Phi)\frac{dT}{dx}\Big|_1 + \Phi\frac{dT}{dx}\Big|_2} \tag{2.21}$$

Les rapports des gradients thermiques peuvent être déterminés à partir du travail théorique de Maxwell [12] et Fricke [27]:

$$\frac{\frac{dT}{dx}\Big|_d}{\frac{dT}{dx}\Big|_c} = \frac{nk_c}{k_d+(n-1)k_c} \tag{2.22}$$

On les remplace dans l'équation (2.21) on obtient :

$$k_{eff} = \left[\frac{k_d+(n-1)k_c-(n-1)\Phi(k_c-k_d)}{k_d+(n-1)k_c-\Phi(k_c-k_d)}\right] \tag{2.23}$$

n est une constante empirique pour les particules sphériques donnée par Maxwell [12] n=3 ; pour les non sphériques, Hamilton et Crosser ont corrélé de nombreux ensembles de données tels que :

$$n = \frac{3}{\psi} \tag{2.24}$$

Avec $0{,}58 < \psi < 1$

Où ψ est la sphéricité.

La sphéricité est définie comme étant le rapport de la surface d'une sphère, avec un volume égal à celui de la particule, à la surface des particules. D'une manière similaire, la conductivité thermique d'un mélange multi-phases est exprimée par :

$$k_{eff} = k_c\left[\frac{1-\sum_{i=2}^{m}\frac{\Phi_i(n_i-1)(k_c-k_i)}{k_i+(n_i-1)k_i}}{1+\sum_{i=2}^{m}\frac{\Phi_i(k_1-k_i)}{k_i+(n_i-1)k_i}}\right] \tag{2.25}$$

Avec :

k_i : Conductivité thermique d'une phase i (charges).

k_1 : Conductivité thermique de la matrice.

III.2. Modèle de Springer et Tsai [6, 28]

La conductivité thermique d'un composite à filaments unidirectionnels dans la direction le long des filaments (modèle parallèle) s'exprime selon ces auteurs par :

$$k_{eff} = k_c \left[\Phi \frac{k_d}{k_c} + (1 - \Phi) \right] \tag{2.26}$$

Dans la direction normale au filament, une analogie entre la réponse d'un composite unidirectionnel à une charge longitudinale de cisaillement et un transfert de chaleur entraîne:

$$k_{eff} = k_c \left[\left(1 - \frac{S}{2b}\right) + \frac{a}{b} \int_0^S \frac{dy}{(2a-h)+\frac{k_c}{k_d}} \right] \tag{2.27}$$

Où S représente la dimension transversale maximale du filament ;

h la largeur du filament ;

a et b sont les dimensions du volume élémentaire dans lequel le filament est monté.

Pour les filaments cylindriques dans un carré on a :

$$k_{eff} = k_c \left[1 - 2\sqrt{\frac{\Phi}{\pi}} + \frac{1}{B} \left(\pi - \frac{4}{\sqrt{1-\left(\frac{B^2\Phi}{\pi}\right)}} tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\frac{B^2\Phi}{\pi}}}{1+\sqrt{\frac{B^2\Phi}{\pi}}} \right) \right] \tag{2.28}$$

Avec :

$$B = 2\left(\frac{k_c}{k_d} - 1\right) \tag{2.29}$$

III. 3. Modèle de Nielsen et Lewis [6, 29]

Nielsen et Lewis proposent en 1970 un modèle semi-empirique qui tient compte de la forme, de la distribution et de plusieurs types d'inclusions. Ils ajoutent dans le modèle semi-empirique un paramètre qui est celui de l'effet maximal de la fraction volumique Φ_{max} des dopants. Ce paramètre est relatif à l'existence d'un nombre important de particules de la phase dispersée au sein de la matrice. Il se trouve être le seuil critique pour lequel les particules qui sont en contact forment une pâte continue dans la mixture pour la propagation du flux thermique. Le modèle semi empirique s'écrit :

$$\frac{k_{eff}}{k_1} = \frac{1+(A-1)U\phi_2}{(1-\psi U\phi_2)} \tag{2.30}$$

Avec :

$$U = \frac{\frac{k_2}{k_1}-1}{\frac{k_2}{k_1}-A-1} \text{et} \psi = \left(1 + \frac{1-\phi_{max}}{{\phi_{max}}^2}\right)\phi_2 \tag{2.31}$$

Φ_{max} représente la fraction volumique de l'empilement maximum de sphères. Le coefficient *A* dépend de la géométrie et de l'orientation des particules. Nielsen donne des valeurs de *A* pour différents types d'inclusions. Un exemple de ces valeurs est présenté dans le tableau 2.3. Dans

le cas d'inclusions sphériques (A = 2.5).Le modèle semi-empirique de Nielsen est similaire au modèle théorique de Hashin et Shtrikman. La majeure contribution apportée par Nielsen concerne le terme qui tient compte de la fraction volumique maximale Φ_{max} en charges.

Tableau 2.3 : Valeurs de A pour différents types d'inclusions [6].

Type d'inclusions	Direction du flux thermique	A
Sphères	Quelconque	2.5
Particules isotropes	Quelconque	3.5
Collectif de sphères	Quelconque	3.5/(Φmax –1)
Cubes	Quelconque	2.0
Fibre unidirectionnelle	Perpendiculaire	1.5
Fibres aléatoires	Quelconque	1.58
Fibres	Perpendiculaire	0.5

III.4. Modèle d'Agari

Agari a développé un modèle basé sur la généralisation des modèles série et parallèle [30].Cette approche semi-empirique a été proposée pour la prédiction de la conductivité thermique effective de tous les types d'inclusions [31]. L'équation logarithmique d'Agari est donnée par :

$$\log k_{eff} = \varphi C_2 \log k_{ch} + (1-\varphi)\log(C_1 k_m) \tag{2.32}$$

Où C_1 est un facteur d'effet sur la cristallinité de la matrice polymère. C_2 est un facteur de facilité de formation de la chaînes conductrices de particules [31, 32].

IV. MODELES EMPIRIQUES

IV.1. Modèle de Norton [6, 33]

Les techniques de Norton étaient basées sur l'hypothèse suivante: la matrice polymère qui constitue le réseau de mousse est si complexe qu'il serait impossible de modéliser le transfert d'énergie conducteur et radiatif dans la mousse. La conductivité thermique d'une mousse de polymère avec une teneur en gaz connue est mesurée expérimentalement. En soustrayant la conductivité thermique du gaz en supposant qu'il avait le même volume total, il donnerait la conductivité "efficace" du polymère pour cette structure:

$$k_{eff-\,polymer} = k_{measured} - k_{gaz} \tag{2.33}$$

La conductivité thermique de la mousse avec un gaz différent est alors supposée être:

$$k_{foam} = k_{eff-polymer} + k_{gaz} \tag{2.34}$$

IV.2. Modèle de Progelhof et Throne [6, 34]

En ajustant les données expérimentales pour plusieurs plastiques en mousse, ils ont constaté que l'équation empirique suivante était la meilleure:

$$k_{eff} = k_d \left[1 + A\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^B\right] \tag{2.35}$$

Où : $A = \frac{K_c}{K_d}$

B est une constante empirique [34].

IV.3. Modèle de Ratcliffe [6, 35]

Ratcliffe a proposé une corrélation de géométrie moyenne [36] :

$$k_{eff} = k_c^{\Phi} k_d^{(\Phi-1)} \tag{2.36}$$

et a analysé environ 150 ensembles de données et a déterminé la variation des points de données individuels avec la corrélation. Sur la base d'un effet de variation moyenne, il a préparé un graphique définissant des limites probables (supérieure et inférieure) de la conductivité thermique efficace du milieu à deux phases. Sur la base de ces résultats, il a présenté un nomographe pour prédire une conductivité thermique efficace.

V. METHODES EXPERIMENTALES DE MESURE DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE EFFECTIVE

Les techniques expérimentales de mesure de la conductivité thermique connaissent un important progrès. Le choix d'une méthode de mesure de la conductivité thermique dépend de certains paramètres. En effet, lorsque le choix de la combinaison matériau-précision se pose de manière précise, de nombreux paramètres sont à prendre en compte [33]:

- le type du produit : milieu granulaire, milieu semi-infini ;
- le type de régime thermique : stationnaire, transitoire, ou quasi établi ;
- la forme géométrique du milieu (2D, 3D, axisymétrique, …) ;
- les dimensions et les rapports de dimensions ;
- la simplicité de la méthode ;
- les tolérances (ou précisions) de certains paramètres ;

Afin de classifier les méthodes de mesure, les définitions de l'excitation et du temps temporel s'imposent. En première analyse, l'excitation repose sur deux méthodes: les méthodes photothermiques et les méthodes électrothermiques. Une deuxième distinction entre

les différentes méthodes s'appuie sur la définition du régime thermique temporel du milieu. Ainsi, il apparut deux types: les mesures stationnaires et non-stationnaires [33, 37].

V.1. Les méthodes en régime stationnaire

Ces méthodes sont conçues pour mesurer les conductivités thermiques des milieux isolants [38]. Elles consistent à supposer le milieu en équilibre thermique, et soumis à un flux stationnaire. Le principe de mesure repose sur l'exploitation des mesures de la température en divers points du milieu, ainsi en s'appuyant sur la loi de Fourier et les conditions aux limites nous pouvons déterminer les grandeurs physiques du milieu. Le champ d'application de ces méthodes est limité. Dans la littérature, on peut citer certaines méthodes: la méthode de la plaque chaude gardée [39], la méthode de la barre [40], la méthode des boites [41] et la méthode du flux radial [40]. D'une façon générale, ces méthodes de mesure présentent des difficultés expérimentales telles que:

- l'existence de résistance de contact ;
- les fuites axiales et radiales ;
- les difficultés de mesure de la température surtout celles de la surface ;

Ces méthodes de mesure ne sont pas destinées à mesurer toutes les grandeurs physiques. En effet, avec ces méthodes, seules la conductivité thermique et la résistance de contact sont mesurées, limitant ainsi leurs champs d'application.

Cette technique est particulièrement adaptée à la détermination de la conductivité thermique de matériaux isolants. Ce type de méthode est difficile à mettre en œuvre et pose beaucoup de problèmes d'ordre expérimental comme:

- atteindre le régime permanent qui est particulièrement long et peut atteindre une durée de 24h ;
- obtenir un flux unidirectionnel dans l'échantillon ;
- mesurer le flux et les températures avec précision ;

V.2. Les méthodes en régime non-stationnaire

Le champ de leur application est très vaste, grâce à plusieurs avantages: mesures directes des paramètres thermophysiques du milieu, la durée d'excitation thermique est courte, et elles sont faciles à mettre en œuvre. Les mesures de la conductivité thermique par les méthodes non-stationnaires consistent à exploiter des signaux de températures répartis dans un milieu en régime transitoire. Le principe de mesure s'appuie sur un modèle

développé à partir de l'équation de conservation de l'énergie qui permet de trouver une relation directe entre les paramètres d'entrée et les grandeurs mesurées.

Ces méthodes constituent un progrès incontestables dans la caractérisation thermophysique des milieux et donnent de bons résultats de mesure. En contreparties de ces bons résultats, ces méthodes présentent un défaut dû à un grand nombre de limitations liées aux difficultés d'analyse des données obtenues, au problème de mise au point de matériaux à étudier et au problème de l'évaluation de la précision de la méthode. Parmi les méthodes non-stationnaires utilisées pour les mesures de la conductivité thermique, on trouve: méthode à fil chaud [42,43], ruban chaud [44] et Hot Disk [45].

En plus des inconvénients cités ci-dessus, la mesure de la conductivité thermique effective des matériaux hétérogènes est un processus relativement complexe. Elle dépend principalement de deux facteurs très importants [46]:

- la précision qui est souvent limitée par l'échantillon lui-même particulièrement pour les matériaux anisotropes (homogénéité des matériaux) ;
- pour les matériaux réels, il est très difficile d'isoler et de manipuler la structure et la composition des échantillons et d'examiner les effets de chaque variable individuellement.

VI. METHODES NUMERIQUES

La simulation numérique consiste à reproduire sur un ordinateur un phénomène physique par l'utilisation de calculs. En effet certaines expériences complexes ne peuvent pas être réalisées et surtout analysées en grandeur réelle, d'où l'emploi de la simulation qui permet d'étudier plusieurs phénomènes différents indépendamment ou simultanément. Cette approche est limitée par la puissance du calculateur. Le problème est en général simplifié soit géométriquement soit en limitant les phénomènes étudiés ou en limitant le nombre de variables. Lors d'une étude numérique, un problème mathématique continu est approché par un problème discret (matriciel) revenant à limiter l'étude à un nombre fini d'éléments de comportement simple. En réalité, la subdivision en éléments devrait être infinie pour approcher exactement la solution du problème. Chaque méthode implique une approximation qui permet de s'approcher au mieux de la solution du problème continu. Parmi les techniques numériques les plus courantes: les différences finies, les éléments finis, les volumes finis.

Ces méthodes ont par la suite été formalisées pour traiter certains problèmes précis.

Pour le problème de la conduction thermique, on utilise l'approche la plus simple permettant de discrétiser le problème défini par la variable $u(x_i\,,t)$sur un ensemble de points

de contrôle répartis dans l'espace [11]. On cherche alors à décrire la solution en chacun des points.

VI.1. Méthode des différences finies (M.D.F)

La méthode des différences finies consiste à approximer les dérivées des équations décrivant les phénomènes physiques au moyen des développements de Taylor et se déduit directement de la définition de la dérivée. Elle est due aux travaux de plusieurs mathématiciens du 18ème siècle (Euler, Taylor, Leibniz...). [47-50]

Soit $u(x, y, z, t)$ une fonction de l'espace et du temps. Par définition de la dérivée, on a :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x(x+\Delta x,y,z,t)-u(x,y,z,t)}{\Delta x} \tag{2.37}$$

Si Δx est petit, un développement de Taylor de $u(x + \Delta x, y, z, t)$ au voisinage de x donne :

$$u(x+\Delta x, y, z, t) = u(x, y, z, t) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} u(x, y, z, t)$$

$$+ \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y, z, t) + \frac{\Delta x^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(x, y, z, t) + \cdots \tag{2.38}$$

En tronquant la série au premier ordre en Δx, on obtient :

$$\frac{u(x+\Delta x,y,z,t)-u(x,y,z,t)}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, z, t) + O(\Delta x) \tag{2.39}$$

L'approximation de la dérivée $\frac{\partial u}{\partial x}(x)$ est alors d'ordre 1 indiquant que l'erreur de troncature $O(\Delta x)$ tend vers zéro comme la puissance première de Δx.

La puissance de Δx avec laquelle l'erreur de troncature tend vers zéro est appelée l'ordre de la méthode.

VI.1.1. Le maillage

Pour un problème plan de domaine rectangulaire Γ, nous choisissons les directions $\vec{x}$ et $\vec{y}$ parallèles aux cotés du rectangle. Nous traçons alors un réseau de droites parallèles à l'axe x, équidistantes de pas $k\ (\Delta x)$, ainsi qu'un réseau de droites parallèles a l'axe y, équidistantes de pas $h\ (\Delta y)$. Les intersections des deux réseaux sont les points ou les nœuds $m_{i,\ j}$ de coordonnées (ih, jk) tels que $i \in Z$ et $j \in Z$.

Les points $m_{i,\ j}$ constituent l'ensemble $hZ \times kZ$, qu'on appelle « maillage ».

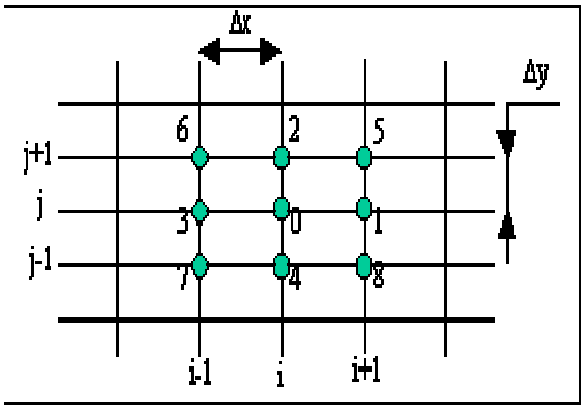


Figure 2.5 : Maillage utilisé en différences finies

VI.1.2. Approximation des dérivées par des différences finies

Considérons un point $m_{i,\ j}$ intérieur au domaine Γ, ainsi que les points voisins du maillage. Les pas *h et k* sont supposés petits par rapport aux dimensions de Γ, c'est-à-dire par rapport à l'échelle de variation d'une grandeur « *u* ». On peut estimer que *u* varie peu lorsqu'on passe de $m_{i,j}$ aux points voisins et que cette variation doit s'écrire en première approximation à l'aide des dérivées partielles de *u* au point $m_{i,j}$ grâce au théorème des accroissements finis :

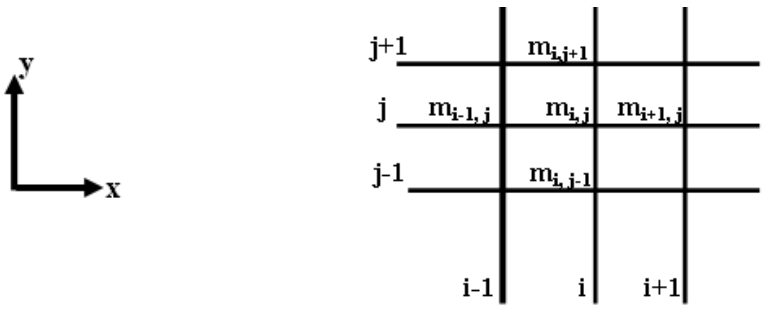


Figure 2.6 : Discrétisation du domaine et implantation de la maille

Soit *f* une fonction d'une variable *x*, de classe C^4. Alors, si *h* tend vers 0, on a :

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4) \qquad (2.40)$$

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4) \qquad (2.41)$$

D'où :

$$f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + o(h) \qquad (2.42)$$

$$f'(x) = \frac{-f(x-h)+f(x)}{h} + o(h) \qquad (2.43)$$

$$f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} + o(h^2) \quad (2.44)$$

$$f''(x) = \frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2} + o(h^2) \quad (2.45)$$

Si la grandeur u est de classe C^4 dans Γ, en appliquant les équations (2.42) à (2.45) dans chacune des directions $\vec{x}$ et $\vec{y}$ on peut déduire :

- l'approximation d'une dérivée première par des différences finies décentrées à droite :

$$u_x(m_{i,j}) = \frac{u(m_{i+1,j})-u(m_{i,j})}{h} + o(h) \quad (2.46)$$

- l'approximation d'une dérivée première par des différences finies décentrées à gauche :

$$u_x(m_{i,j}) = \frac{u(m_{i-1,j})-u(m_{i,j})}{h} + o(h) \quad (2.47)$$

- l'approximation d'une dérivée première par des différences finies centrées :

$$u_x(m_{i,j}) = \frac{u(m_{i+1,j})-u(m_{i-1,j})}{2h} + o(h^2) \quad (2.48)$$

- l'approximation d'une dérivée seconde par des différences finies centrées :

$$\Delta u(m_{i,j}) = \frac{u(m_{i+1,j})-2u(m_{i,j})+(m_{i-1,j})}{h^2} + \frac{u(m_{i,j+1})-2u(m_{i,j})+(m_{i,j-1})}{k^2} + o(h^2, k^2) \quad (2.49)$$

Au lieu de chercher u dans Γ vérifiant l'équation différentielle et les conditions aux limites considérées, nous cherchons $\hat{u}$ dans la partie (hZ× kZ) du maillage situé dans Γ vérifiant une équation « proche » de l'équation considérée et des conditions aux limites « proches » des conditions considérées. On peut définir ainsi un problème discret $\hat{P}$ « proche » du problème continu P.

VI.2. Méthode des volumes finis (M.V.F)

L'approche des volumes finis consiste à diviser l'ensemble du domaine de calcul en un nombre fini de petits volumes. Ces volumes seront considérés comme des surfaces élémentaires regroupant un ensemble des données physiques au niveau desquelles sera fait le calcul. Chaque volume est composé d'un centre (i, j) et d'une cellule l'entourant de dimension), (Δx, Δy).

La concentration dans un volume (i, j) dépend donc de l'influence des volumes voisins décrite par un ensemble de flux sur chacune des frontières du volume (Nord, Sud, Est et Ouest).

Le domaine de calcul est discrétisé en NxP mailles de centre (x_i, y_j) (Figures 2.7 et 2.8).

Avec :

$$\begin{cases} \Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2} \\ \Delta y = y_{j+1/2} - y_{j-1/2} \end{cases}$$

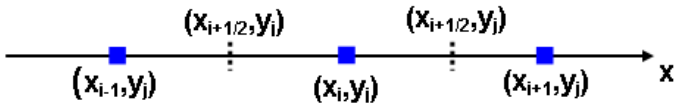


Figure 2.7 : Représentation du pas de discrétisation suivant l'axe des x

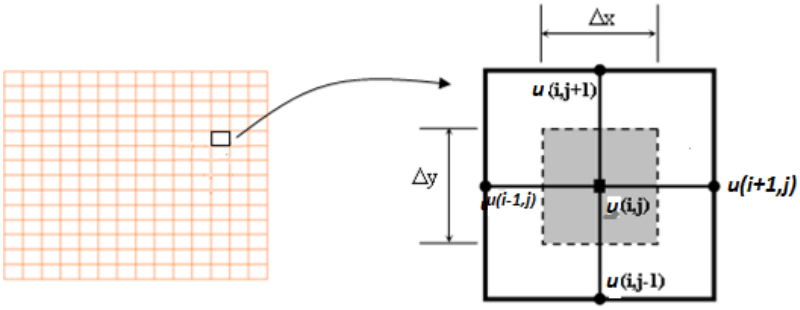


Figure 2.8 : Représentation du volume de contrôle dans le domaine de calcul

La discrétisation spatiale en volumes finis consiste à intégrer maille par maille l'équation aux dérivées partielles du problème. La MVF est une formulation intégrale sur un volume d'une maille de l'équation de conservation. Elle offre plus d'avantages dans le cas où le domaine est hétérogène car les problèmes de discontinuité et des interfaces seront évités. [11].

La différence majeure entre la MDF et la MVF réside dans la manière de définir les points où sont prises les valeurs des températures par rapport au maillage du domaine. En MDF, les nœuds sont représentés par les points d'intersection du quadrillage du domaine, tandis qu'en MVF les nœuds représentent le centre de gravité de la maille.

VI.3. Méthode des éléments finis (M.E.F)

Au départ, la méthode des éléments finis (FEM : Finite Element Method) a été utilisée pour le calcul de structures mais elle s'applique aujourd'hui pour tout phénomène physique. Cette méthode peut être définie comme « une méthode générale de discrétisation de problèmes continus posés en termes mathématiques bien définis ».

Elle a été choisie pour résoudre le problème de la conductivité thermique par calcul matriciel. Une fois les lois physiques thermiques et les lois mathématiques associées sélectionnées, il faut procéder aux étapes suivantes :

- la construction : construire la géométrie ou une géométrie représentative simplifiée du domaine étudié, pour laquelle le phénomène sera simulé. Ce volume, lorsqu'il est de taille minimum, de telle sorte à représenter tout de même l'échantillon dans sa globalité, est appelé VER (Volume Elémentaire Représentatif).
- le maillage : la discrétisation du milieu continu en éléments finis de formes simples et adéquates sur lesquels porte l'approximation.
- l'approximation nodale et la construction des matrices élémentaires pour chaque élément : l'approximation du problème continu est faite aux nœuds et points d'intégration et est posée sous forme matricielle.
- l'assemblage des matrices élémentaires : il est nécessaire pour assurer la continuité entre les éléments. Il tient compte des conditions aux limites.
- la définition des conditions initiales et aux limites du volume étudié.
- la résolution numérique : la méthode des éléments finis étant une approximation de la solution exacte d'un problème mathématique, il existe donc une erreur entre cette valeur exacte et celle issue du calcul numérique. Le type de maillage doit être choisi en fonction de la géométrie et l'erreur sera d'autant plus faible que le maillage sera fin ou raffiné. Enfin le choix de la géométrie de calcul doit être représentatif dans le cas d'une simplification du matériau réel à une géométrie simple [12].

REFERENCES

[1] A. Boudenne, « Etude expérimentale et théorique des propriétés thermophysiques de matériaux composites à matrice Polymère », Thèse Doctorat, Université Paris XII, Val de Marne, 2003.

[2] M. Chikhi, « Métrologie et modélisation des transferts dans les composites naturels à faible cout pour l'isolation thermique dans les panneaux solaires », Thèse de Doctorat, Université de Batna 2013.

[3] S. C. Cheng and R. I. Vachon, « The prediction of the thermal conductivity of two and three phase solid heterogeneous mixtures», Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 12, pp. 249-264, 1969.

[4] N. Benmansour, «Développement et caractérisation de composites naturels locaux adaptes à l'isolation thermique dans l'habitat », Thèse de Doctorat, Université de Batna, 2015.

[5] J. Wang, J. K. Carson, M. F. North and D. J. Cleland, «A new approach to modeling the effective thermal conductivity of heterogeneous materials», Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 3075-3083, 2006.

[6] R. C. Progelhof, « Methods for predicting the thermal conductivity of composite systems: a review», Polymer Engineering and Science, Vol. 76(9), 1976.

[7] R. L. Gorring and S. W. Churchill, «Thermal conductivity of heterogeneous materials», Chemical Engineering Progress, Vol. 57, pp. 53-59, 1961.

[8] Y. Agari, M. Tanaka and S. Nagai, « Thermal Conductivity of a Polymer Composite Filled with Mixtures of Particles», Journal of Applied Polymer Science, Vol. 34, pp.1429-1437, 1987.

[9] I. Krupa, A. Boudenne and L. Ibos, « Thermophysical properties of polyethylene filled with metal coated polyamide particles», European Polymer Journal, Vol. 43, pp. 2443-2452, 2007.

[10] J. T. Mottram and R. Taylor, « Thermal transport properties», International Encyclopedia of Composite, pp. 476-496, 1991.

[11] K. Bourai, «Etude du comportement thermique d'un composite bois-polymère pour une application en roto-moulage», Mémoire de Maitrise, Université Laval, 2010.

[12] J. C. Maxwell, «Treatise on Electricity and magnetism», Oxford University press, London, 1873.

[13] L. Rayleigh, «On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium», Philosophical Magazine Series 5, 34:211, pp. 481-502, 1892.

[14] Von D.A.G.Bruggamen, « Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzan», (Calcul de diverses constantes physiques de substances hétérogènes), Annales de Physique, 1935.

[15] L. Topper, «Analysis of porous thermal insulating materials», Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 47(7), 1955.

[16] J. Donea, «Thermal conductivities based on variational principles», J. Composite Materials, Vol.6, pp. 262-266, 1972.

[17] G. T. Tsao, «Thermal conductivity of two-phase materials», Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 53(5), pp 395–397, 1961.

[18] S. C. Cheng and R. I. Vachon, «A technique for predicting the thermal conductivity of suspensions, emulsions and porous materials», Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 13, pp. 537-546, 1970.

[19] S. C. Cheng, Y. S. Law and C. C. Y. Kwan, «Thermal conductivity of two-phase and three phase heterogeneous solid mixtures», Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 15, pp. 355-358. 1972.

[20] Z. Hashin and S. Shtrikman, «A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials », J. Appl. Phys. 33, 3125, 1962.

[21] D.M. Bigg, «Thermal Conductivity of heterophase polymer compositions», Advances in Polymer Science, Vol. 119, 1995.

[22] H. Hatta and M. Taya, «Effective thermal conductivity of a misoriented short fiber composite», J. Appl. Phys, Vol. 58, pp. 2478-2486, 1985.

[23] S. Torquato, «Effective stiffness tensor of composite media, I. Exact series expansions», J. Mech. Phys. Solids, Vol. 45, pp. 1421-1448, 1997.

[24] J. Gurland, «An Estimate of contact and continuity of dispersions in opaque samples», Transcaction of the Metallurgical Society of AIME, Vol. 236, pp. 642-646, 1966.

[25] S. Torquato and G. Stell, « Microstructure of two-phase random media, II. The Mayer–Montroll and Kirkwood–Salsburg Hierarchies», J. Chem. Phys.,Vol.78(6), pp.3262–3272, 1983.

[26] R .L. Hamilton and O.K. Crosser, «Thermal two-com conductivity of heterogeneous component systems», Ind .Eng. Chem, Fund, Vol. 1(3),pp. 187-191, 1962.

[27] H. Fricke, «A mathematical treatment of the electric conductivity and capacity of disperse systems, I. The electric conductivity of a suspension of homogeneous spheroids», Phys. Rev., Vol. 24(5), pp. 575-587, 1924.

[28] G.S. Springer and S. W. Tsai, «Thermal Conductivities of Unidirectional Materials», J. Composite Materials, Vol. 1, pp.166-173, 1967.

[29] T. B. Lewis and L. E. Nielsen, «Dynamic mechanical properties of particulate- filled composites», Journal of Applied Polymer Science, Vol. 14, pp. 1449-1471, 1970.

[30] Y. Agari, A. Ueda, and S. Nagai, «Thermal Conductivity of a Polymer Composite», Journal of Applied Polymer Science, Vol. 49, pp. 1625-1634, 1993.

[31] A. Boudenne, L. Ibos, M. Fois, E. Gehin and J.-C.Majeste, «Thermophysical Properties of Polypropylene/Aluminum Composite», Journal of Polymer Sciences, Vol. 42, pp. 722-732, 2003.

[32] Y. Agari, A. Ueda, M. Tanaka and S. Nagai, «Thermal conductivity of a polymer filled with particles in the wide range from low to super-high volume content», Journal of Applied Polymer Science, Vol. 40, pp. 929-941, 1990.

[33] F. J. Norton, «Thermal conductivity and life of polymer foams», Journal of Cellular Plastics, Vol. 3(23), pp. 23-37, 1967.

[34] R. C. Progelhof and J. L. Throne, «Cooling of structural foams», J. Cell. Plust.,Vol. 11, pp. 152-163, 1975.

[35] E. H. Ratcliffe, «Estimation of the effective thermal conductivities of two-phase media», J. appl. Chem., Vol. 18, pp. 25-30, 1968.

[36] W. Woodside and J. H. Messmer, «Thermal Conductivity of Porous Media. I. Unconsolidated Sands », J. Appl. Phys.Vol. 32(9), pp. 1688-1699, 1961.

[37] J. Henon, «Elaboration de matériaux poreux géopolymère à porosité multi échelle et contrôlée», Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2012.

[38] E. Coment, «Contribution à la mise au point de techniques de mesures de propriétés thermophysiques par sondes à chocs», Thèse de Doctorat, École Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, 2001.

[39] J. Xaman, L. Lira and J. Arce, «Analysis of the temperature distribution in a guarded hot plate apparatus for measuring thermal conductivity», Applied Thermal Engineering, Vol. 29, pp. 617-623, 2009.

[40] M. Filali, «Conductivité thermique apparente des milieux granulaires soumis à des contraintes mécaniques: modélisation et mesures», Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.

[41] P. Meukam, «Valorisation des briques de terre stabilisées en vue de l'isolation thermique de bâtiments», Thèse de Doctorat, Université de Cergy-Pontoise, 2004.

[42] A. Franco, «An apparatus for the routine measurement of thermal conductivity of materials for building application based on a transient hot-wire method», Applied Thermal Engineering, Vol. 27, pp. 2495-2504, 2007.

[43] R. Coquard and D. Quenard, «Experimental and theoretical study of the hot-wire method applied to low-density thermal insulators », Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 4511-4524, 2006.

[44] Y. Jannot and P. Meukam, «Simplified estimation method for the determination of the thermal effusivity and thermal conductivity using a low cost hot strip», Meas. Sci. Technol, Vol. 15, pp. 1932-1938, 2004.

[45] Y. He, «Rapid thermal conductivity measurement with a hot disk sensor Part 1.Theoretical considerations», Thermochimica Acta, Vol. 436, pp. 122-129, 2005.

[46] M. Chikhi, B. Agoudjil, M. Haddadi and A. Boudenne, «Numerical modeling of the effective thermal conductivity of heterogeneous materials», Journal of Thermoplastic Composite Materials, Vol.26, pp. 336-345, 2013.

[47] S.V. Patankar, «Numerical Heat Transfer and Fluid Flow», Ed. Hemisphere, New York, 1980.

[48] I. Danaila, P. Joly, S-M. Kaber et M. Postel, «Introduction au calcul scientifique par la pratique», Ed. Dunod, Paris, 2005.

[49] E. Goncalves, « Résolution numérique, discrétisation des EDP et EDO», Institut National Polytechnique de Grenoble 2005.

[50] S. C. Chapra and R. P. Canal, «Numerical methods for engineers with programming and software applications », Ed. Mcga W-Hill, Singapore, 1998.

Chapitre 3

METHODOLOGIE EXPERIMENTALE

Chapitre 3
METHODOLOGIE EXPERIMENTALE

I. INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est la présentation des méthodologies de préparation des deux composites à matrice polymère (PS/TiO_2) et ($PMMA/TiO_2$) ainsi que la méthode expérimentale utilisée pour mesurer leurs propriétés thermophysiques comme la conductivité thermique et la diffusivité thermique.

II. PRESENTATION DES MATERIAUX COMPOSITES ETUDIES

II.1. Le composite polystyrène /dioxyde de titane (PS/TiO2)

Le matériau étudié est un composite constitué de polystyrène (PS) pigmenté de poudre de dioxyde de titane (TiO_2).

II.1.1. Le dioxyde de titane (TiO_2)

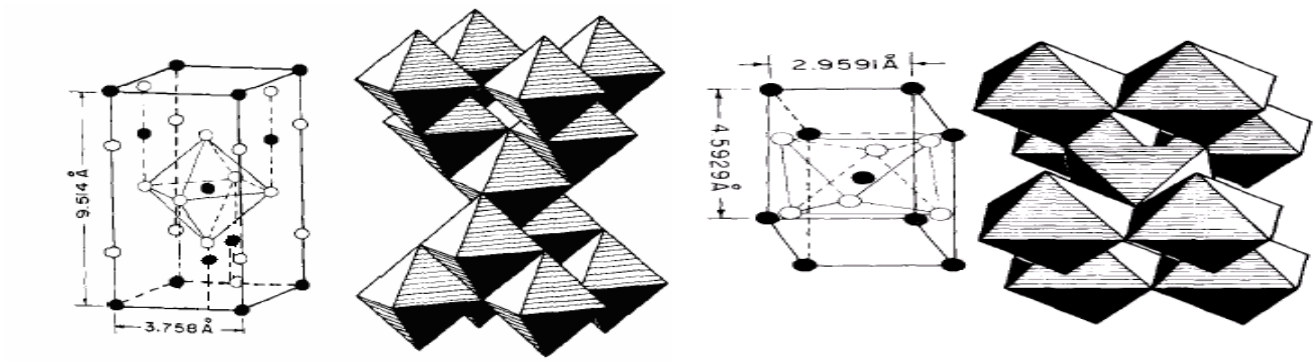
II.1.1.1. *Généralités*

Le dioxyde de titane, matériau, chimiquement stable et non toxique, a été découvert en 1791 par un prêtre Britannique nommé William Gregor dans du sable noir désigné ultérieurement par l'appellation 'minéral ilménite'. Le dioxyde de titane est parfois appelé titane blanc ou pigment de titane. En 1916, Titanium Pigment Corporation de Niagara Falls (New York) et Titan Co. AS de Norvège ont commencé la production commerciale du TiO_2 comme pigment blanc. Outre son utilisation largement médiatisée comme pigment, le TiO_2 est également un bon photocatalyseur aussi bien comme étant un composant pour les capteurs d'oxygène que pour les matériaux de revêtement antimicrobiens [1]. Depuis sa production commerciale au début du XXe siècle, le TiO_2 a été largement utilisé comme pigment ainsi que dans les écrans solaires, les peintures, les onguents, les dentifrices, etc.

En 1972, Fujishima et Honda ont découvert le phénomène de décomposition photocataytique de l'eau sur une électrode TiO_2 sous une lumière ultraviolette (UV) [2-6]. Depuis lors, des efforts énormes ont été consacrés à la recherche sur le matériau TiO_2, ce qui a conduit à de nombreuses applications prometteuses dans des domaines allant du photovoltaïque et de la photocatalyse à la photo/électrochromique et aux capteurs [5,6].

Le dioxyde de titane se présente sous différentes formes cristallines aux conditions ambiantes : l'anatase, le rutile, et la brookite, dont les plus courantes sont l'anatase, et le rutile, la brookite est très rare [7]. Ces structures de TiO_2 peuvent être synthétisées par différentes méthodes. La structure brookite est obtenue par la méthode sol gel à une température de 450°C [8-13].

Les deux phases anatase et le rutile sont des structures tétragonales, par contre la brookite est une structure orthorhombique [12]. La structure cristallographique des deux premières phases est présentée sur la figure 3.1.



(a) (b)

Figure 3.1: Structures cristallographiques de TiO_2 : (a) anatase et (b) rutile. En noir Ti^{4+} et en blanc O^{2-} [11].

Dans les deux structures, l'atome de titane est entouré de six atomes d'oxygène et chaque atome d'oxygène est entouré de trois atomes de titane. Le TiO_2 possède une bande interdite de (3,23- 3,40 eV) pour l'anatase et 3,04 eV pour le rutile [11].

La brookite est une phase difficile à synthétiser en laboratoire et peu abondante, elle a une structure orthorhombique. Bien que les distances Ti-O soient similaires aux autres deux structures, sa structure est plus complexe [8,11].

II.1.1.2. *Utilisation, propriétés et applications diverses*

Le dioxyde de titane est un matériau utilisé dans une large gamme d'applications communes et de haute technologie. Il est bon marché, chimiquement stable et non toxique.

Le titane est utilisé avec succès comme matériau d'implant pour l'application dentaire, orthopédique et d'ostéosynthèse et son oxyde natif est principalement constitué de dioxyde de titane [15,16]. La poudre de TiO_2 est utilisée comme pigment blanc dans la peinture [4], et

dans le dentifrice en remplacement de l'oxyde de plomb toxique. Les cristaux simples transparents ou les films minces, ont un indice de réfraction élevé qui rend le TiO_2 adapté aux applications optiques [17]. Les couches multiples composées de TiO_2 et de SiO_2 sont conçues pour fabriquer des revêtements antireflets dans toute la gamme visible [18]. Le TiO_2 est largement utilisé pour la photocatalyse [19-22], par exemple pour le traitement de l'eau par oxydation des molécules organiques dissoutes. Les électrodes en TiO_2 sont utilisées dans les dispositifs électrorochimiques et les cellules solaires sensibilisées aux colorants. Les cellules solaires photovoltaïques à semi-conducteurs avec une couche de TiO_2 poreuse présentent des résultats prometteurs [23, 6]. Ainsi, les recherches dans différents domaines portent sur le dioxyde de titane sous diverses formes telles que les monocristaux, la céramique et les films minces.

Les propriétés photoélectriques et photochimiques sont les plus intéressantes. Ces applications peuvent être la purification des effluents liquides, la désinfection basée sur les propriétés bactéricides de TiO_2 (par exemple, dans les salles d'opérations des hôpitaux) et l'utilisation de dépôts de TiO_2 comme autonettoyant sur les vitres de voitures ou d'immeubles [24].

II.1.1.3. *Les Propriétés du dioxyde de titane*

Cette section du chapitre est consacrée à la présentation des propriétés mécaniques, physiques, thermiques, électriques et chimiques du matériau [21].

a- Caractéristiques mécaniques

Module de traction : 250-300 GPa
Résistance à la compression : 800-1000 MPa

b- Caractéristiques physiques

Densité : 4.05g cm^{-3}
Porosité apparente : 0%

c- Caractéristiques thermiques

Coefficient d'expansion thermique à 20-1000 °C : $8\text{-}10 \times 10^{-6}\ K^{-1}$
Conductivité thermique à 20 °C : $2.5\text{-}5 Wm^{-1}.K^{-1}$
Point de fusion : 1850 °C

d- Caractéristiques électriques

Constante diélectrique : 80-100 $F.m^{-1}$

Résistivité volumique à 25 °C: 10^{13}-10^{18}Ohm.cm

e- Résistance chimique

Acides-concentrés: Passable

Acides-dilués : Bonne

Alcalins : Mauvaise

Métaux : Mauvaise

II.1.1.4. *Le dioxyde de titane utilisé dans la présente étude*

L'introduction du dioxyde de titane comme pigment dans le polystyrène permet d'améliorer les caractéristiques thermiques et mécaniques du matériau. C'est un pigment rutile commercial, de type kronos RN56 fourni par Leverkusen Bayer (Allemagne) (Figure 3.2). Il est traité en surface au moyen de combinaisons d'alumine et de silice. La distribution de la taille a été mesurée en utilisant un granulomètre laser de type (Malvern instruments, UK). La taille moyenne des particules est de 0,6 micron.

II .1.2. La matrice

II.1.2.1. *Généralités sur le polystyrène (PS)* [25-26]

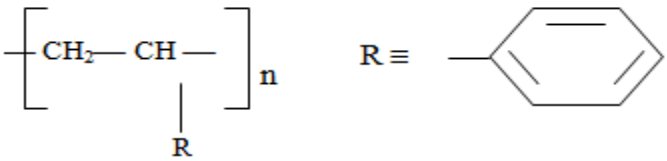
Le polystyrène est un polymère thermoplastique qui est obtenu par polymérisation du styrène (CH_2=CH-C_6H_5). Structurellement, c'est une longue chaîne hydrocarbonée, possédant un groupe phényle attaché sur certains atomes de carbone. Il se présente sous trois formes selon le positionnement des groupes phényles: la forme syndiotactique dans laquelle les groupes phényles se situent alternativement d'un côté et de l'autre de la chaîne, la forme atactique dans laquelle les groupes phényles sont attachés de façon aléatoire d'un côté ou de l'autre de la chaîne et la forme isotactique dans la quelle la répartition des groupes phényles sur les carbones asymétriques est uniforme le long de la chaîne principale. Le polystyrène syndiotactique, de structure régulière, est cristallin, alors que le polystyrène atactique, irrégulier, est amorphe.

Le polystyrène est transparent, incolore, rigide, relativement dur et cassant. Ses applications sont multiples : contenants alimentaires pour yaourts, œufs ou fromages, bouchons, électroménager, vaisselle jetable ou pour four micro-ondes, audiovisuel (cassettes vidéo, téléviseur, boîtier et support de disque compact), jouets, vitres.

II.1.2.2. *Propriétés du polystyrène utilisé dans la présente étude*

Le polymère utilisé est un polystyrène commercial (nom commercial: Lacqrene 1450N), produit par Atofina (France) avec un poids moléculaire moyen d'environ (Mw ~ 190000). Son indice de fluidité à 200 ° C est de 6,5 g/10 min. L'indice de polydispersité est de 2,7 et la température de transition vitreuse est d'environ 103 °C. Sa conductivité thermique varie entre 0,08 et 0,14 W. Il présente les caractéristiques complémentaires suivantes:

- Structure chimique



- Température de mise en œuvre T=149-260°C
- Absorption de l'eau Taux variant de 0,01% à 0,03% par 24 heures
- Constante diélectrique variant de 2,4-2,7 $F.m^{-1}$

II.1.3. Préparation des échantillons du composite PS/TiO_2

Le TiO_2, est connu pour avoir un pouvoir colorant élevé et se disperse bien dans des matrices polymères à faible charge [27]. Cependant, pour améliorer encore sa dispersion dans le Polystyrène, les mélanges à base de PS/TiO_2 sont préparés par malaxage à l'aide d'un mélangeur à deux cylindres du type SCHWABENTHAN Baujahr 1973 BERLIN Fabr.-Nr.5250. Les caractéristiques techniques du mélangeur sont les suivantes:

- Vitesse du cylindre avant = 21 tours/min.
- Vitesse du cylindre arrière = 21tours/min.
- Température de malaxage = 200°C.

La formulation du composite PS/TiO_2 a été réalisée avec une concentration de 3% de dioxyde de titane.

Les mélanges obtenus ont été par la suite broyés et séchés, puis moulés par compression à une température de 200°C.

Les éprouvettes à tester ont été moulées par compression dans une presse hydraulique à plateaux de marque Davenport et de capacité maximale 25 tonnes.

Toutes les éprouvettes sont façonnées dans un seul moule et dans les mêmes conditions opératoires. Les dimensions des éprouvettes sont conformes aux normes

ASTM D 638-72. Pour cela, les éprouvettes broyées du composite PS/TiO_2 ont été séchées durant 24 heures à une température de 110°C afin d'éliminer toute trace d'humidité. Elles sont ensuite moulées par compression puis trempées à l'air libre. La force de compression de 150Kgf/cm^3 et le temps de maintien du moule sous pression de 12 minutes sont maintenus constants durant toute la phase de préparation des éprouvettes. Après décompression, le moule est transféré rapidement (3 à 5s) dans le milieu de la pré-trempe qui est l'air où les échantillons vont être exposés et laissés refroidir jusqu'à la température ambiante (Figure 3.2).

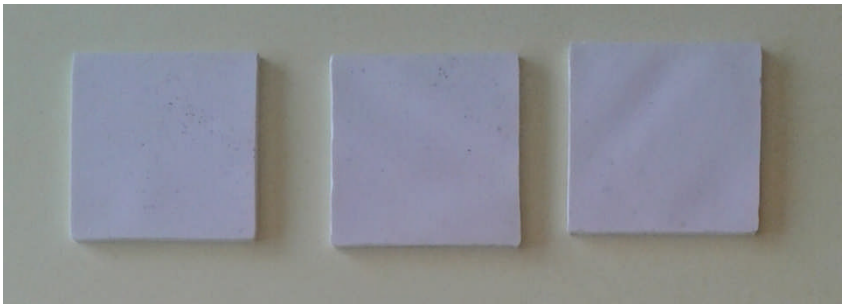


Figure 3.2 : Eprouvettes de PS/TiO_2

II.1.4. Procédure de la trempe

Les éprouvettes du composite PS/TiO_2, pré-trempées à l'air libre subissent, un traitement thermique dans une étuve à 110°C, pendant 3 heures pour permettre à toutes orientations moléculaires de se relaxer, puis trempées rapidement dans l'eau à différentes température: 0, 20, 30, 35, 40 et 50°C durant 10 minutes.

Le temps de transfert des éprouvettes à partir de l'étuve jusqu'au bain d'eau doit être le minimum possible.

II.2. Le composite poly(méthacrylate de méthyle)/dioxyde de titane(PMMA/TiO_2)

Le deuxième matériau composite étudié est composé de poly(méthacrylate de méthyle) (PMMA) pigmenté de poudre de dioxyde de titane (TiO_2).

II.2.1. Généralités sur le poly(méthacrylate de méthyle) PMMA

Le poly(méthacrylate de méthyle) PMMA, est issu de la polymérisation du méthacrylate de méthyle, MMA. L'acide acrylique a été découvert en 1843. L'acide méthacrylique, dérivé de l'acide acrylique, a été formulé en 1865. Les chimistes allemands Fittig et Paul ont découvert en 1877 le procédé de polymérisation qui transforme le méthacrylate de méthyle en

poly(méthacrylate de méthyle). En 1933, le chimiste allemand Otto Röhm a breveté la marque Plexiglas et lancé la première production commerciale. Simultanément, ICI lança le PMMA sous forme de feuilles coulées. Au cours de la seconde guerre mondiale, le verre acrylique a été utilisé pour les périscopes de sous-marins, les pare-brises, les auvents et tourelles pour les avions.

La polymérisation du PMMA se fait selon trois procédés classiques : par coulée, en suspension et en masse [28]. La polymérisation par coulée permet d'obtenir des plaques de forte épaisseur, à parfait état de surface, entre deux plaques de verre. Les deux autres procédés, suspension et masse, permettent d'obtenir des granulés et des plaques extrudées.

Le PMMA est un plastique essentiellement amorphe. Le monomère, sans adjonction d'inhibiteurs, est très instable. L'action de la chaleur, de l'oxygène, des rayons UV ou l'addition d'un peroxyde suffisent pour provoquer la polymérisation. Cette propriété est ainsi utilisée pour la coulée de plaques, entre autres [28].

II.2.2. Propriétés du PMMA

Avec une résistance moindre que celle du verre mais une plus grande légèreté, on ne compte plus ses propriétés : transparent et incolore, sa densité permet un assemblage même par soudure, sa transmission optique lumineuse est supérieure à celle du verre, il résiste aux rayons ultra-violets et à la corrosion...

II.2.3. Utilisations du PMMA

Les multiples applications du PMMA sont : la publicité (enseignes lumineuses, signalétique urbaine, porte-affiches, éclairage), la maison et l'architecture (mobilier design, objets courants, électroménager, cabines de douches, verrières et menuiseries, luminaire, agencement de magasin, aquariums...), le médical (lentilles optiques, couveuses, matériel de soin, prothèses dentaires, implants en ophtalmologie), la haute technologie (fibre optique, pièces de sécurité, lentilles de phare maritime), l'automobile (phares de voiture, toits et vitres), le sport (visières de casque) et l'aéronautique (hublots).

II.2.4. Propriétés du PMMA utilisé dans la présente étude

Le poly (méthacrylate de méthyle) commercial fabriqué par ACRYREX CM-205 CHIMIE CORPORATION poly(methyl methaclyrate) possède les propriétés physico-chimiques suivantes :

- la température de transition vitreuse est 110 °C ;

- le point de fusion est égal à 210°C ;
- absorption de l'eau : taux à 23 °C (HR 50 %) de 0,03% ;
- conductivité thermique variant de 0,16-0,25 W/m.K ;
- rigidité diélectrique 20 KV/mm.

II.2.5. Préparation des échantillons de composite PMMA/TiO2

Les mélanges à base de PMMA/TiO_2 sont préparés à une température de 210 °C par malaxage à l'aide du mélangeur à deux cylindres utilisé dans le composite PS/TiO_2 (Voir II.1.3).

La formulation du composite PMMA/TiO_2 a été réalisée avec des concentrations de 0.5%, 1%, 3% de dioxyde de titane.

Les mélanges obtenus ont été par la suite broyés et séchés, puis moulés par compression à une température de 240°C.

Les éprouvettes à tester ont été moulées par compression dans une presse hydraulique à plateaux de marque Davenport et de capacité maximale de 25 tonnes.

Toutes les éprouvettes sont façonnées dans un seul moule et dans les mêmes conditions opératoires. Les dimensions des éprouvettes sont conformes aux normes ASTM D 638-72 de dimensions 40x40x2mm^3.Pour cela, les éprouvettes broyées du composite PMMA/TiO_2 ont été séchées durant 24 heures à une température de 110°C afin d'éliminer toute trace d'humidité. Ils sont ensuite moulés par compression puis trempées à l'air libre. La température des plateaux est fixée à 240°C. La force de compression de 150Kgf/cm^3 et le temps de maintien du moule sous pression de 16 minutes sont maintenus constants durant toute la phase de préparation des éprouvettes. Après décompression, le moule est transféré rapidement (3 à 5 s) dans le milieu de la pré-trempe qui est l'air où les échantillons vont être exposés jusqu'à la température ambiante.

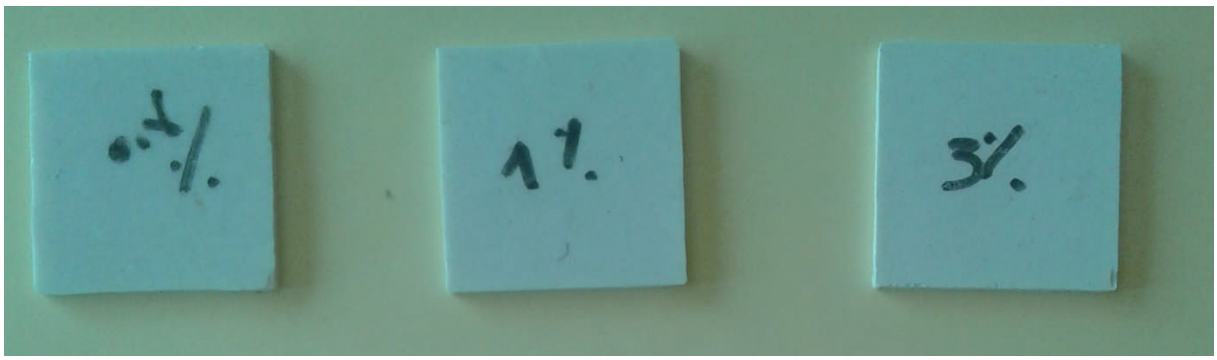


Figure 3.3 : Eprouvettes de PMMA/TiO_2

II.2.6. Procédure de la trempe

Les éprouvettes du composite PMMA/TiO_2 pré-trempés à l'air libre subissent un traitement thermique dans une étuve à 160°C, pendant 3 heures pour permettre à toutes orientations moléculaires de se relaxer, puis trempées rapidement dans l'eau à -20, -10, 0, 10, 20, 25, 30,35, 40 et 50°C pour une durée de 10 minutes.

Le temps de transfert des éprouvettes à partir de l'étuve jusqu'au bain d'eau doit être le minimum possible.

III. METHODE DE MESURE DES PROPRIETES THERMIQUES

III.1. Dispositif expérimental

Le montage réalisé est un dispositif conçu au centre de recherche en thermique énergétique et systèmes (CERTES), Université Paris Est, Créteil, France (Figure 3.4) [29-30]. Le principe de la méthode adoptée consiste à moduler la température de l'échantillon et à mesurer les variations de température sur chacune de ses faces. Les mesures sont effectuées sous vide (pression < 10^{-4} mbar) pour réduire les pertes par convection sur les faces latérales. Le dispositif comporte plusieurs parties :

- un porte échantillon
- une source d'excitation
- une enceinte à vide reliée à un groupe de pompage
- un système de contrôle et d'acquisition

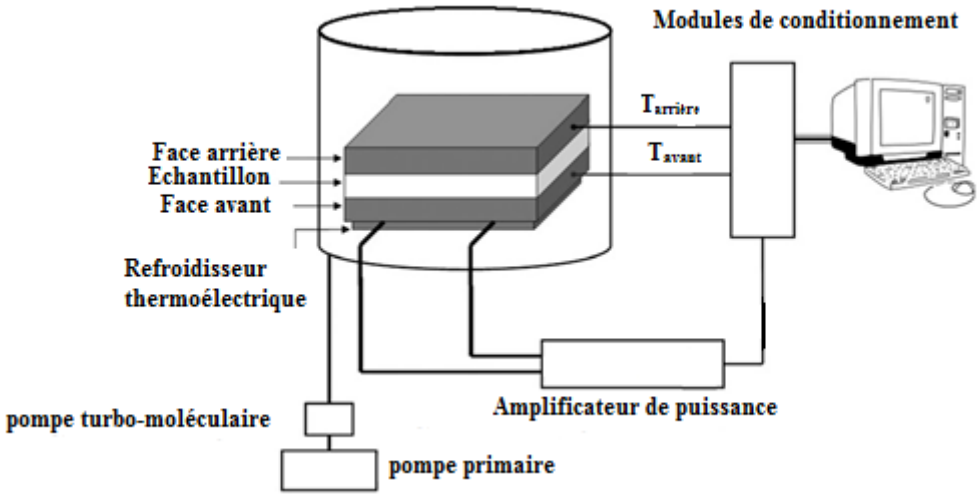


Figure 3.4: Dispositif expérimental

III.2. Modélisation thermique du dispositif

L'échantillon de forme parallélépipédique est inséré entre les deux plaques métalliques (figure 3.5). L'ensemble est placé dans l'enceinte sous vide secondaire. La plaque d'entrée est soumise à une excitation thermique périodique grâce à un bloc Peltier.

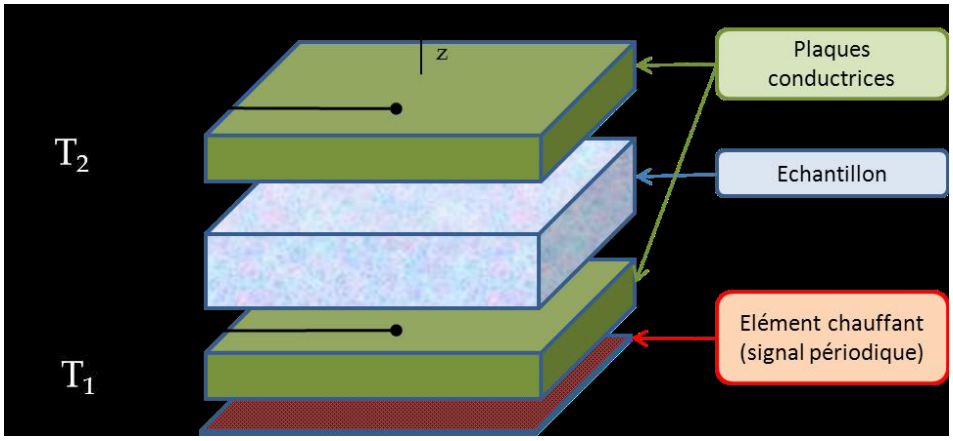


Figure 3.5 : Schéma de principe de la méthode de mesure [29]

La propagation de chaleur est supposée unidirectionnelle et les échanges avec les côtés sont négligeables. La plaque arrière est en contact avec le vide dans l'enceinte. La température est mesurée sur les deux plaques (avant et arrière) à l'aide de thermocouples. Différentes approches permettent de donner une expression analytique de la fonction de transfert thermique du dispositif [31]. La première consiste à écrire l'évolution de la température au sein des couches (laiton, échantillon et le cuivre) en fonction de l'épaisseur et cela en utilisant l'équation de conservation de l'énergie et les conditions aux limites. Une autre approche suppose que la face avant de l'échantillon soit soumise à une excitation thermique sinusoïdale de température et que la face arrière est soumise à l'effet d'une impédance équivalente (qui tient compte des propriétés thermiques du cuivre et du coefficient d'échange de la face arrière). Il est également possible d'obtenir l'expression de la fonction de transfert théorique à partir de la méthode des quadripôles.

Les températures $T_1(t)$ et $T_2(t)$ des blocs sont enregistrés au cours du temps. Selon les cas de figure, notamment les dimensions des différents éléments, les blocs peuvent être soit considérés comme des capacités pures soit font l'objet d'une modélisation complète, la position des points de mesure sur ou à l'intérieur de ceux-ci prend alors de l'importance.

Une mesure consiste donc à relever le signal d'excitation en température en face avant $T_1(t)$ et le signal de la réponse en face arrière $T_2(t)$ en fonction de la pulsation. De ces deux mesures sont déduits le gain et la phase associés à cette pulsation. Ainsi, en balayant sur une large gamme de pulsations, la fonction de transfert expérimentale H_{exp} du système est mesurée [29-31].

La méthode décrite ici propose d'identifier non pas une réponse thermique théorique à une réponse thermique expérimentale mais une fonction de transfert théorique à une fonction de transfert expérimentale. Cette fonction caractérise le matériau et dépend de sa conductivité thermique et de sa diffusivité thermique. Ainsi, le formalisme des quadripôles permet d'écrire dans le domaine fréquentiel les températures des deux blocs conducteur θ_1 et θ_2 qui sont les transformées intégrales de $T_1(t)$ et$T_2(t)$ et de formuler l'expression de la fonction de transfert du système entre les deux points de mesure :

$$H = \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

Finalement, une minimisation des écarts quadratiques entre la partie réelle de la fonction de transfert théorique Re(H) et celle de la fonction de transfert expérimentale $Re(H_{exp})$ puis entre les parties imaginaires Im(H) et Im (H_{exp}) de ces deux fonctions permet d'estimer les propriétés thermiques inconnues de l'échantillon. Ces deux minimisations peuvent s'effectuer simultanément ou séparément si les sensibilités le permettent.

REFERENCES

[1] X. Chen and S.S. Mao, «Synthesis of titanium dioxide (Tio_2) nanomaterials», Journal of Nanoscience and Nanotechnology, Vol.6, pp. 906–925, 2006.

[2] A. Salvador, M. C. Pascual-Martí, J. R. Adell, A. Requeni and J.G. March, «Analytical methodologies for atomic spectrometric determination of metallic oxides in UV sunscreen creams», J. Pharm. Biomed. Anal., Vol. 22(2), pp. 301-6, 2000.

[3] R. Zallen and M.P. Moret, «The optical absorption edge of brookite TiO_2 », Solid State Communications, Vol. 137, pp. 154–157, 2006.

[4] H. B. Juergen, A. Baidins and E. M. Robert, «TiO_2 pigment technology: a review», Progress in Organic Coatings, Vol. 20, pp. 105-138, 1992.

[5] X. Chen and S.S. Mao, «Titanium dioxide nanomaterials: synthesis, properties, modifications, and applications», Chem. Rev., Vol. 107, pp. 2891-2959, 2007.

[6] A. Fujishima and K. Honda, «Electochemical photolysis of water at a semiconductor electrode», Nature, Vol.238, pp. 37-38, 1972.

[7] P. Pascal, « Nouveau traité de chimie minérale», Tome IX, Ed. Masson, Paris, 1964.

[8] J. Haines and J.M. Leger, «X-ray diffraction study of TiO_2 up to 49 GPa»,Physica B, Vol. 192, pp. 233-237, 1993.

[9] S. Springer, «Free carriers in nanocrystalline titanium dioxide thin films», Thèse de Doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004.

[10] A. Bally, «Electronic properties of nano crystalline titanium dioxide thin films », Thèse de Doctorat, École Polytechnique Fédérale De Lausanne, 1999.

[11] M. Faiza, «Structuration 1D et 2D de matériaux diélectriques par ablation laser nanoseconde : applications aux couches minces et monocristaux de LiNbO3 et couches minces de TiO_2», Thèse de Doctorat, Université de Constantine, 2008.

[12] X. Chen and S. S. Mao, «Synthesis of titanium dioxide TiO_2 nanomaterials », J. Nanosci. Nanotechnol, Vol. 6, pp. 906–925, 2004.

[13] N. N. Dinh, N. T. T. Oanh, P. D. Long, M. C. Bernard and A. H-L. Goff, «Electrochromic properties of TiO_2anatase thin films prepared by a dipping sol-gelmethod», J. Thin Solid Films,Vol. 423(1), pp.70-73, 2003.

[14] J. K. Dewhurst and J. E. Luther, «High-pressure structural phases of titanium dioxide», Physical Review B, Condensed Matter, Third Series, Vol. 54(6), pp. R.3673-R3675, 1996.

[15] M. T. Mohammed, Z. A. Khan and A. N. Siddiquee, «Titanium and its alloys, the imperative materials for biomedical applications», International Conference on Recent Trends in Engineering & Technology (ICRTET), 2012.

[16] R. Bhola, S. M. Bhola, B. Mishra and D. L. Olson, «Corrosion in titanium dental implants/prostheses - A review», Trends Biomater Artif Organs,Vol. 25(1),pp. 34-46, 2011.

[17] W. Clark and P. Broadhead, «Optical absorption and photochromism in iron-doped rutile», J . Phys. c: Solid ST. P h y s., Vol. 3, pp. 1047-1054, 1970.

[18] X. Orignac, H.C. Vasconcelos, X.M. Du and R.M. Almeida, «Influence of Solvent Concentration on the Microstructure of SiO_2-TiO_2 Sol-Gel Films», Journal of Sol-Gel Science and Technology, Vol. 8, pp. 243–248, 1997.

[19]S.K. Deb, R. Ellingson, S. Ferrere, A.J. Frank, B.A. Gregg, A.J. Nozik, N. Park and G. Schlichthörl, «Photochemical solar cells based on dye- sensitization of nanocrystalline TiO_2», 2nd World Conference and Exhibition on Photovoltaic Solar Energy Conversion, Vienna, Austria, 6-10 July 1998.

[20]A. Kay and M. Gratzel, «Low cost photovoltaic modules based on dye sensitized nanocrystalline titanium dioxide and carbon powder», Solar Energy Materials and Solar Cells Vol. 44, pp. 99-117, 1996.

[21] http://www.Goodfellow.com/F/Dioxyde-de-titane.html, Site de la Société «Goodfellow », Fournisseur de matériaux pour la recherche et l'industrie.

[22] G. Riegel and J.R. Bolton, «Photocatalytic efficiency variability in TiO_2 particles», J. Phys. Chem., Vol. 99, pp. 4215-4224, 1995.

[23] A. N. Banerjee, «The design, fabrication, and photocatalytic utility of nanostructured semiconductors: focus on TiO_2-based nanostructures», Nanotechnology, Science and Applications, Vol. 4, pp. 35-65, 2011.

[24] U. Diebold, «The surface science of titanium dioxide», Surface Science Reports 48, Vol. 53, pp. 53-229, 2003.

[25] J. Scheirs and D. B. Priddy, «Modern styrenic polymers: polystyrenes and styrenic copolymers», Ed. John Wiley& Sons Ltd, 2003.

[26] A. Seyni, «Propriétés physico-chimiques et d'usage de matériaux composites à charge dégradable produits par co-broyage », Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2008.

[27]T. P. Selvin, J. Kuruvilla and T. Sabu, «Mechanical properties of titanium dioxide-filled polystyrene microcomposites», Materials Letters, Vol. 58, pp. 281-289, 2004.

[28] F. Pardos, «Poly(méthacrylate de méthyle) (PMMA)- Aspects économiques», Techniques de l'ingénieur, AM3350. V2.

[29] A. Boudenne, L. Ibos, E. Gehin and Y. Candau, «A simultaneous characterization of thermal conductivity and diffusivity of polymer materials by a periodic method», J. Phys. D: Appl. Phys. Vol. 37, pp. 132-139, 2004.

[30] A. Boudenne «Etude expérimentale et théorique des propriétés thermophysiques de matériaux composites a matrice polymère », Thèse de Doctorat, Université Paris XII – Val de Marne, 2003.

[31] V. Félix, «Caractérisation Thermique de Matériaux Isolants Légers Application à des Aérogels de Faible Poids Moléculaire », Thèse de Doctorat, Université Nancy INPL, 2011.

Chapitre 4

METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE

Chapitre 4

METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE

I. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la présentation de la méthode utilisée pour la résolution du problème thermique dans un matériau hétérogène. Il est composé de deux parties ; dans la première partie, on s'intéresse au logiciel COMSOL Multiphysics qui est basé sur la méthode des éléments finis ; la deuxième partie est dédiée à la présentation d'une synthèse sur la méthode des éléments finis. Le chapitre se termine par l'application de la méthode des éléments finis pour la résolution de l'équation de conduction en régime permanent dans un matériau homogène dans le cas unidimensionnel.

II. OUTIL MULTIPHYSIQUE UTILISE

La modélisation mathématique est l'art (ou la science) de représenter (ou de transformer) une réalité physique en modèles abstraits accessibles à l'analyse et au calcul.

La simulation numérique est le processus qui permet de calculer sur ordinateur les solutions de ces modèles et donc de simuler la réalité physique.

La modélisation mathématique et la simulation numérique ont pris une importance considérable ces dernières décennies dans tous les domaines de la science et des applications industrielles (ou sciences de l'ingénieur).

Aujourd'hui une large gamme d'outils numériques est disponible. Elle repose sur la mise en œuvre des modèles théoriques utilisant différents outils mathématiques dont la technique des éléments finis. La simulation numérique permet d'étudier le fonctionnement et les propriétés d'un système ainsi qu'a en prédire son évolution. Il est très intéressant d'avoir un environnement de simulation qui inclut la possibilité d'ajouter différents phénomènes physiques au modèle étudié.

Comsol Multiphysics est un logiciel de calcul numérique par éléments finis modulaire permettant de modéliser une grande variété de phénomènes physiques caractérisant un problème réel.

II.1. Présentation du logiciel COMSOL

II.1.1.Introduction à COMSOL Multiphysics

Pour la conception de notre modèle thermique, nous avons utilisé le logiciel **COMSOL**

MuItiphysics. C'est un logiciel conçu par l'entreprise «Comsol » qui est fondée en 1986. Elle se spécialise dans le domaine de développement de logiciels, de support technique, de formation spécialisée et de conseil. Le logiciel est utilisé par plusieurs grandes entreprises à travers le monde. On peut modéliser et simuler tout système basé sur la physique en utilisant le logiciel de COMSOL 1].

COMSOL Multiphysics comprend l'interface COMSOL Desktop utilisateur graphique (GUI) et un ensemble d'interfaces d'utilisateur prédéfinis avec des outils de modélisation associés, appelés interfaces de physique, pour la modélisation des applications courantes. Une suite de produits add-on élargit cette plate-forme de simulation multiphysique pour la modélisation des domaines d'applications spécifiques ainsi que l'interface avec des logiciels tiers. COMSOL Multiphysics est nécessaire pour exécuter l'un des produits add-on.

La notion de multi-physique peut être est représentée par la combinaison de plusieurs phénomènes physiques lors de la description d'un processus. On peut décrire mathématiquement des phénomènes physiques très différents par les mêmes équations générales. Alors que des géométries et des phénomènes complexes nécessitent la modélisation avec des équations complexes et des conditions aux limites, COMSOL Multiphysics offre un couplage des différentes formulations physiques (multiphysiques) simple. Le résultat de ses systèmes est un ensemble d'équations qui peuvent être résolues de façon séquentielle ou dans une formulation entièrement couplée.

La notion de Multiphasiques étendus est la physique dans différentes géométries pouvant être facilement combinées. Les variables de couplage peuvent être utilisées pour lier des physiques ou des géométries différentes comme dans notre cas. Lors de la modélisation et la simulation, ces descriptions sont basées sur les lois de la physique [2].

II.1.2. Avantages de la conception de modèles avec COMSOL Multiphysics

Le principal but de la création de COMSOL Multiphysics est d'avoir un logiciel où les scientifiques et les ingénieurs peuvent formuler, à l'aide de l'interface utilisateur, n'importe quel système d'équations aux dérivées partielles (EDP) sur la base des lois de la physique et surtout de se baser sur les zones les plus communes dans la physique et en engineering. Cette interface est basée sur un interpréteur. Grâce à cette technologie, les équations complètes, les propriétés, les sources et les conditions aux limites peuvent être des fonctions et des variables à modéliser [3].

II.1.3. Les potentialités et les performances de COMSOL Multiphysics[1]

Les potentialités de Comsol Multiphysics sont nombreuses et dépendent du nombre d'applications que le logiciel permet de résoudre grâce à son environnement complet pour le calcul scientifique. Il est capable de coupler et de résoudre des équations dans différents domaines tels que la mécanique des fluides, le transfert thermique, l'électromagnétisme, la dynamique des fluides, la chimie, l'électromécanique et la mécanique des structures. Il offre également plusieurs solveurs de très haut niveau capables de traiter des problèmes avec des temps de résolution optimaux. Ces caractéristiques font de COMSOL un environnement inégalé de modélisation pour la conception industrielle, la recherche, le développement et l'enseignement.

II.2.L'interface utilisateur de COMSOL [1, 3]

L'interface de COMSOL peut être divisée en quatre parties présentées sur la figure 4.1.

Figure 4. 1: Interface utilisateur de COMSOL

<u>1ère partie</u>: **Model Builder**, dans lequel est défini le problème à étudier. Le menu *Global Définitions* regroupe notamment les variables et les paramètres du problème. Dans le menu

Component 1 sont définis le système de coordonnées (*Définitions*); par défaut le système est cartésien, la géométrie (*Geometry*), les matériaux (*Materials*), la ou les physique(s) appliquées au problème et le maillage (*Mesh*). Le menu suivant *Study 1* permet de définir les paramètres de résolution, stationnaire ou dépendant du temps, ainsi que les options du solveur. Finalement, le menu *Results* regroupe l'ensemble des options de post-traitement des données.

2ème partie: **Settings**, permet d'entrer les données relatives aux options sélectionnées dans le *Model Builder*; par exemple, les dimensions de l'objet créé dans *Geometry*. C'est aussi dans cette fenêtre que les valeurs initiales et les conditions aux frontières de la simulation et les modèles physiques nécessaires sont choisis.

3ème partie: **Graphics**, **l'interface d'affichage graphique** qui permet de visualiser la géométrie, le maillage ou les résultats. Au haut de cette fenêtre se trouvent les options permettant de changer le grossissement de l'affichage, l'orientation d'un objet tridimensionnel, cacher certains éléments, etc. Les options permettant de sélectionner des objets, des domaines, des frontières ou des points se retrouvent aussi au haut de cette fenêtre.

4ème partie: **La fenêtre**, permet de visualiser les éventuels messages d'erreurs, la progression des simulations, la liste des opérations effectuées lors du calcul de la solution ainsi que les résultats numériques calculés une fois la simulation terminée.

III. METHODE DES ELEMENTS FINIS [4,5]

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés lors de la conception et à l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions. Il lui faudra :

- formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème.
- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits.
- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie du chapitre est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du processus de calcul. L'approximation par éléments finis s'appuie sur un découpage (ou maillage) du domaine d'étude en domaines élémentaires ou élément finis.

L'approximation est construite sur chaque domaine élémentaire à partir des valeurs de la fonction en certains points particuliers appelés nœuds, tout en assurant certaines conditions de régularité de l'approximation globale sur tout le domaine.

III.1. Rappels sur la méthode des éléments finis [6-10]

La méthode consiste à rechercher une solution approchée sous la forme d'un champ globale F défini par morceaux sur des sous-domaines du domaine global Ω. Les P sous domaines Ω_i sont définis tels que :

$$\cup_{i=1}^{P} \Omega_i = \Omega \text{ et } \breve{\Omega_i} \cap \breve{\Omega_j} = 0 \qquad \forall\, i \neq j$$

Où $\breve{\Omega_i}$désigne l'intérieur deΩ_i. Les familles de champs locaux$\breve{f_i}$ ou globaux $\breve{F}$ sont les espaces des fonctions d'interpolation de l'élément ou du domaine respectivement. Plusieurs points et nœuds sont choisis arbitrairement dans chaque sous domaine. La solution globale est une approximation de ce champ par interpolation des valeurs nodales. La qualité de la solution approximée dépend de la division en sous domaines (nombre et dimensions des éléments), du choix de la famille des champs locaux (généralement polynomiaux) et des conditions de continuité imposées aux frontières.

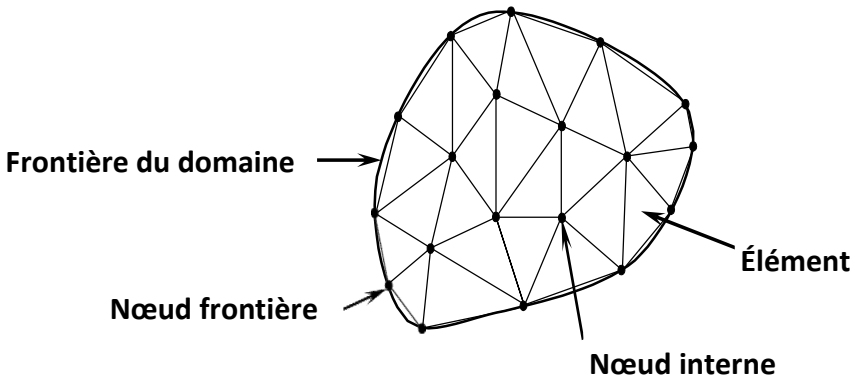


Figure 4.2: Discrétisation du domaine - éléments triangulaires

III.2. Les grandes lignes de la méthode

Dans ce paragraphe, nous essayons de présenter d'une manière simplifiée les étapes d'application de la méthode des éléments finis et les outils nécessaires à sa mise en œuvre. La

résolution d'un problème physique par éléments finis suit sommairement les étapes présentées sur la figure 4.3.

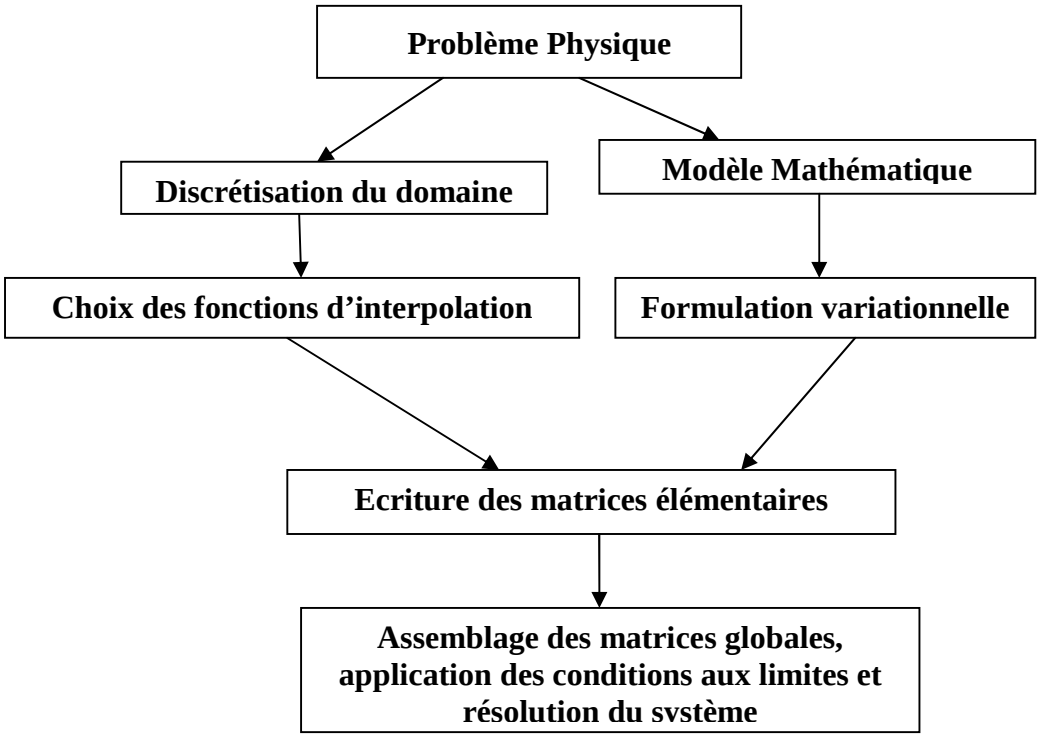


Figure 4.3 : Etapes générales de la méthode des éléments finis [9]

Pour résoudre un problème par la méthode des éléments finis, nous procédons donc par étapes successives :

1. le problème physique est décrit par une équation différentielle ou aux dérivées partielles. est satisfaite en tout point du domaine Ω et les conditions aux limites sont définies sur la frontière $\partial\Omega$.
2. le système différentiel est mis sous sa forme intégrale. Il s'agit de la formulation variationnelle du problème, appelée également formulation faible.
3. le domaine Ω est divisé en sous domaines appelés mailles. On construit ainsi le maillage du problème.
4. on procède à la discrétisation du problème en déterminant les valeurs aux nœuds des éléments.
5. enfin, la résolution proprement dite consiste à construire la solution approchée à partir des valeurs nodales.

Etape 1 : *Formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites*

La majorité des problèmes d'ingénierie sont décrits par des équations différentielles aux dérivées partielles associées à des conditions aux limites définies sur un domaine et son contour. L'application de la MEF exige une réécriture de ces équations sous forme intégrale. La formulation faible est souvent utilisée pour inclure les conditions aux limites.

Etape 2 : *Division du domaine en sous domaines*

Cette étape consiste à discrétiser le domaine en éléments et calculer les connectivités de chacun ainsi que les coordonnées de ses nœuds. Elle constitue ainsi la phase de préparation des données géométriques.

Etape 3 : *Approximation sur un élément.*

Dans chaque élément la variable tel que le déplacement, la pression, la température, est approximée par une simple fonction linéaire, polynomiale ou autre. Le degré du polynôme d'interpolation est relié au nombre de nœuds de l'élément. L'approximation nodale est appropriée. C'est dans cette étape que se fait la construction des matrices élémentaires.

Etape 4 : *Assemblage et application des conditions aux limites*

Toutes les propriétés de l'élément (masse, rigidité,...) doivent être assemblées afin de former le système algébrique pour les valeurs nodales des variables physiques. C'est à ce niveau qu'on utilise les connectivités calculées à l'étape 2 pour construire les matrices globales à partir des matrices élémentaires.

Etape 5 : *Résolution du système global*

Le système global peut être linéaire ou non linéaire. Il définit soit un problème d'équilibre qui concerne un cas stationnaire ou statique ou un problème de valeurs critiques où il faut déterminer les valeurs et vecteurs propres du système qui correspondent généralement aux fréquences et modes propres d'un système physique.

III.3. Les différentes formes des éléments de maillage

Nous présentons maintenant les formes de quelques éléments finis correspondant à des domaines à une, deux ou trois dimensions. Chaque élément est identifié par un nom précisant sa forme ainsi que par le type de courbe ou de surface qui en forme la frontière. De plus nous donnons le nombre de nœuds géométriques nécessaires pour définir l'élément [11].

III.3.1. Eléments à une dimension

Ils peuvent être linéaires à (2) nœuds, quadratiques à (3) nœuds ou cubiques à (4) nœuds.

III.3.2. Eléments à deux dimensions

Ce sont des triangles ou des quadrilatères dont les côtés sont des courbes polynomiales de 1er, 2ème ou 3ème degré.

a. Eléments triangulaires :

Ils sont linéaires avec (3) nœuds, quadratiques à (6) nœuds ou cubiques à (9) nœuds.

b. Eléments quadrilatères :

Ils sont linéaires avec (4) nœuds, quadratiques à(8) nœuds ou cubiques à (12) nœuds.

III.3.3 Eléments à trois dimensions

Ce sont des tétraèdres, des hexaèdres ou des prismes dont les faces sont des surfaces polynomiales de1^{er}, 2ème ou 3^{ème}degré.

a. Eléments tétraédriques :

Ils sont linéaires avec (4) nœuds, quadratiques à (10) nœuds ou cubiques à (16) nœuds.

b. Eléments hexaédriques :

Ils sont linéaires avec (8) nœuds, quadratiques à (20) nœuds ou cubiques à (32) nœuds.

III.4. Base mathématique de la méthode

Pour un système discret (réseaux électriques, transfert thermique, réseaux hydrauliques,..), les équations de comportement peuvent en général s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$[K]\{U\} = \{F\} \tag{4.1}$$

$[K]$: matrice caractérisant le système (pour le problème de transfert thermique K c'est la conductivité thermique).

$\{U\}$: Variables inconnues du problème (pour le problème de transfert thermique U c'est la température)

$\{F\}$: Sollicitations connues (second membre) (pour le problème de transfert thermique F c'est le flux de chaleur)

III.4.1. Problèmes d'équilibre (système continu)

Pour un système continu, prenons comme exemple le problème thermique :
d'une manière générale, le comportement d'un système continu est décrit par les équations aux dérivées partielles (E.D.P).

$L(u) + F_v = 0$ sur un domaine D

$C(u) = F_s$ sur la frontière A de D

L et C : Opérateurs différentiels caractérisant le système,

u : Fonctions inconnues,

F_v et F_s: Fonctions connues appelées sollicitations (conditions aux limites).

III.4.2. Quelques notions [10]

Un système discret est linéaire si les termes de $[K]$ et $\{F\}$ sont des constantes indépendantes de $\{u\}$.

Un système continu est linéaire si les expressions $L(u)$ et $C(u)$ sont linéaires en u et ses dérivées. De plus F_v et F_s sont indépendantes de u. Nous pouvons alors écrire :

$$\{L(u)\} = [L]\{u\} \tag{4.2}$$

$$\{C(u)\} = [C]\{u\} \tag{4.3}$$

Un système d'équations différentielles est d'ordre m s'il fait intervenir des dérivées de u jusqu'à l'ordre m

Un opérateur différentiel L est dit homogène si : $L(u = 0) = 0$

Un système d'équations linéaires différentielles $[L]\{u\} + \{F_v\} = 0$ est dit homogène si $\{F_v\} = 0$

Les conditions aux limites $[C]\{u\} + \{F_s\} = 0$ sont dites homogènes si $\{F_s\} = 0$

Un système différentiel linéaire est dit auto-adjoint ou symétrique si :

$$\{C(u)\} = [C]\{u\} \tag{4.4}$$

$$\int \langle v \rangle [L]\{u\} dV = \int \langle u \rangle [L]\{v\} dV \tag{4.5}$$

pour tous les facteurs u et v qui satisfont :

$$\{C(u)\} = [C]\{u\} \tag{4.6}$$

$$[C]\{u\} = [C]\{v\} = 0 \tag{4.7}$$

III.4.3. Approximation

Un modèle mathématique d'un système physique fait intervenir plusieurs variables ou fonctions, dites exactes $u_{ex}(x)$ (température, déplacement, potentiel, vitesse, etc.). Celles-ci sont représentées par des fonctions "approchées" $u(x)$telles que la différence$e(x)$soit la plus petite possible (de l'ordre de grandeur de la précision désirée) :

$$e(x) = u_{ex}(x) - u(x) \tag{4.8}$$

III.4.4. Construction d'une fonction approchée

Deux étapes sont à considérer :

Étape 1 :

Choisir un ensemble fini de fonctions dépendant de n paramètres a_i, $u(x, a_1, a_2, \dots\dots\dots\dots, a_n)$:

$$u(x) = P_1(x)a_1 + P_2(x)a_2 + \cdots \dots\dots\dots\dots + P_n(x)a_n = \langle P \rangle \{a\} \tag{4.9}$$

Les fonctions sont souvent choisies de manière à être faciles à évaluer, à intégrer ou dériver explicitement.

Cas de polynômes:

$$u(x) = a_1 + a_2 x + \cdots \dots\dots\dots\dots + a_n x^{n-1} \tag{4.10}$$

Étape 2 :

Déterminer les paramètres$a_1,\ a_2, \dots\dots\dots\dots, a_n$ en faisant coïncider$u_{ex}(x)$ et$u(x)$ en n points $x_1, x_2, \dots\dots\dots\dots, x_n$, c'est-à-dire en annulant $e(x)$ en ces n points.

L'approximation peut fournir une solution approchée d'une équation différentielle ou aux dérivées partielles en tout point x d'une fonction difficile à évaluer ou connue seulement en certains points.

III.4.5.Approximation nodale [10]

En général, les paramètres $a_1, a_2, \dots\dots\dots\dots, a_n$ n'ont pas de sens physique. Cependant nous pouvons choisir comme paramètres a_i les valeurs de la fonction $u_{ex}(x)$en n points appelés « Nœuds » de coordonnées$x_1, x_2, \dots\dots\dots\dots, x_n$. Imposons de plus que la fonction approchée $u(x)$ coïncide avec la fonction exacte $u_{ex}(x)$ en ces nœuds :

$$u(x_1) = u_{ex}(x_1) = u_1$$
$$u(x_2) = u_{ex}(x_2) = u_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$u(x_n) = u_{ex}(x_n) = u_n \tag{4.11}$$

La fonction approchée (approximation globale) :

$$u(x) = P_1(x)a_1 + P_2(x)a_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + P_n(x)a_n = \langle P \rangle \{a\} \tag{4.12}$$

S'écrit alors (approximation nodale) :

$$u(x) = W_1(x)u_1 + W_2(x)u_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + W_n(x)u_n = \langle W(x) \rangle \{u^2\} \tag{4.13}$$

Avec :

$\{a\}$: Paramètres généraux de l'approximation ;

$\{u^2\}$: Variables nodales de l'approximation ;

$\langle P(x) \rangle$: Fonctions de base de l'approximation

$\langle W(x) \rangle$: Fonctions d'interpolation (fonctions de forme).

III.4.6. Formulation intégrale

Pour résoudre le système d'équations différentielles avec des conditions aux limites :

$$L(u) + F_v = 0 \tag{4.14}$$

$$C(u) = F_s \tag{4.15}$$

Où :

L : opérateur différentiel,

u: inconnue du système,

F_v: fonction d'excitation,

F_s : condition appliquée sur la frontière S,

Considérons un problème stationnaire, linéaire ou non linéaire et dérivable jusqu'à l'ordre n sur le domaine V.

La meilleure solution est la solution analytique. Mais, en pratique, la méthode analytique est inapplicable pour des problèmes réels: domaine irrégulier, multi-matériaux, matériaux anisotropes, équations non linéaires, etc. On cherche à trouver des solutions

approchées aux points discrets en utilisant la méthode des résidus pondérés (Base mathématique de la méthode des éléments finis).

La méthode des résidus pondérés repose sur une transformation des équations aux dérivées en une forme intégrale basée sur un calcul variationnel.

Les variables inconnues du système sont remplacées par des fonctions d'approximation sur les sous-domaines de géométrie connue appelés éléments finis. Les variables inconnues du problème sont solutions de celui-ci, si elles vérifient les équations (4.14) et (4.15).

Le résidu *R(u)* est défini par l'expression :

$$R(u) = L(u) + F_v \tag{4.16}$$

Il a la propriété de s'annuler quand il est solution du problème.

La forme intégrale *W(u)* est alors définie par :

$$W(u) = \int_v \langle\psi\rangle \{R(u)\} dv = \int_v \langle\psi\rangle \{L(u) + F_v\} dv \tag{4.17}$$

Où ψ est une fonction de pondération.

La méthode des résidus pondérés consiste ensuite à annuler *W(u)* pour en déduire les fonctions appartenant à un ensemble de fonctions admissibles satisfaisant les conditions aux limites et dérivables jusqu'à l'ordre n.

III.4.6.1. Calcul des fonctions de pondération

L'une des opérations de base de la méthode des éléments finis est de rechercher les fonctions de pondération ψ vérifiant les propriétés suivantes :

a) Continuité

Pour obtenir une fonction approchée *W(u)* continue sur l'élément, nous devons utiliser des fonctions $\psi_i(u)$ continues.

On a:

$$W(u) = \sum \psi_i(u) W_i \tag{4.18}$$

Pour vérifier la continuité sur les interfaces inter-élément, on remplace *u* par les coordonnées des nœuds u_i. On obtient :

$$W_i(u_i) = \sum \psi_i(u_i) . W_i\,(u_i) \tag{4.19}$$

On a alors :

$$\sum \psi_i(u_i) = 1 \tag{4.20}$$

Les produits $\sum \psi_i(u_i) W_i\,(u_i)$ doivent être nuls si W_i n'est pas une variable nodale associée à un nœud de l'interface pour les éléments conformes. Cette condition résulte de la continuité de $W(u)$ à travers les frontières de l'élément [12].

b) Complétude

Un élément fini est dit complet quand il permet de définir un champ de température complet, c'est-à-dire quand l'approximation de $W(u)$ et $\frac{\partial W}{\partial u}$ dans l'élément permet de représenter n'importe quelle valeur des W quand on diminue la taille de l'élément.

Or, l'ordre de la dérivée le plus élevé qui apparait dans les formes intégrales faibles de notre problème est 1, on approche alors W au moins par un polynôme d'ordre 1 [13].

III.4.6.2. Formulation intégrale dite "faible"

Pour diminuer les contraintes imposées aux fonctions admissibles, on effectue une intégration par partie de *W(u)* pour en déduire une forme intégrale dite "faible".

Cette opération offre les avantages suivants :

- l'ordre maximum des dérivées présentant dans *W(u)* diminue ce qui a pour conséquence de rendre les conditions de dérivabilité moins fortes ;
- certaines conditions aux limites qui apparaissent dans la forme faible peuvent être prises en compte dans la formulation intégrale.

IV. RESOLUTION DE L'EQUATION DE LA CONDUCTION DE LA CHALEUR EN REGIME PERMANENTPAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

L'équation de la conduction de la chaleur à une dimension en régime permanent peut être obtenue à partir d'un bilan simple dans un élément de matériau conducteur de chaleur.

Celle-ci s'écrit sous la forme [14] :

$$\frac{d}{dx}\left(-k\frac{du}{dx}\right) + q(u,x) = 0 \qquad (4.21)$$

Où u est la température, $q(u,x)$représente une absorption de chaleur et k la conductivité thermique du matériau.

On va considérer le cas où *q=u*, avec les conditions aux limites suivantes:$u(0) = 0$ et $u(1) = 1$

En prenant *k*= 1, l'équation (4.21) possède la solution exacte suivante :

$$u(x) = \frac{e}{e^2-1}(e^x - e^{-x}) \qquad (4.22)$$

Avec laquelle nous allons comparer la solution numérique obtenue par la méthode des éléments finis.

La résolution par la méthode des éléments finis de l'équation considérée nécessite les étapes suivantes :

- écriture sous forme d'équation intégrale de l'équation de la chaleur ;
- intégration par parties (cas unidimensionnel) ou l'utilisation du théorème de Green (deux ou trois dimensions) dans le but de réduire l'ordre des dérivées ;
- approximation sur chaque élément fini du champ de température avec les paramètres nodaux et les fonctions d'interpolation ;
- calcul des différentes intégrales sur les éléments ;
- regroupement des différentes équations en un système d'équations ;
- utilisation des conditions aux limites ;
- résolution du système d'équations ;
- calcul des flux.

IV.1. L'équation intégrale

Au lieu de résoudre l'équation différentielle directement, on construit le résidu pondéré :

$$\int_0^1 R.\omega\, dx = 0 \tag{4.23}$$

Où *R* est le résidu défini par :

$$R = -\frac{d}{dx}\left(k\frac{du}{dx}\right) + u \tag{4.24}$$

Pour une solution approchée *u*, ω est une fonction de pondération qui sera définie plus tard.
Si *u* était une solution exacte sur tout le domaine, le résidu R serait nul partout. Mais comme dans la plupart des problèmes réels d'engineering la solution exacte n'est pas accessible, on se contentera d'une solution approchée. De ce fait, le résidu ne sera pas nul sur tout le domaine. On essayera alors de distribuer le résidu de manière uniforme sur le domaine. Ce qui nous donne donc :

$$\int_0^1 \left(-\frac{d}{dx}\left(k\frac{du}{dx}\right)\omega + u.\omega\right) dx = 0 \tag{4.25}$$

IV.2. L'intégration par parties

Un des avantages de l'équation intégrale est la possibilité de réduire l'ordre des dérivées par une intégration par parties. Donc, si on pose $f = \omega$ *et* $g = -k\frac{du}{dx}$on aura *:*

$$\int_0^1 f.\frac{dg}{dx}dx = f.g|_0^1 - \int_0^1 g\frac{df}{dx}dx \tag{4.26}$$

On aura alors pour notre équation intégrale :

$$\int_0^1 \omega.\frac{d}{dx}\left(-k\frac{du}{dx}\right)dx = \omega.(-k\frac{du}{dx})\Big|_0^1 - \int_0^1\left(-k\frac{du}{dx}.\frac{d\omega}{dx}\right)dx \tag{4.27}$$

IV.3.L'approximation par éléments finis

On divise le domaine $0 \leq x \leq 1$ en N éléments de longueurs égales et on remplace la fonction variable $u(x)$ à l'intérieur de chaque élément par l'approximation paramétrée suivante:

$$u(\xi) = \varphi_1(\xi)u_1 + \varphi_2(\xi)u_2 = \varphi_n(\xi)u_n \tag{4.28}$$

$$x(\xi) = \varphi_1(\xi)x_1 + \varphi_2(\xi)x_2 = \varphi_n(\xi)x_n \tag{4.29}$$

Convention de sommation sous-entendue sur les indices répétés.

On choisit aussi $\omega = \varphi_m(m = 1, 2, 3, 4, \ldots., N)$(hypothèse de Galerkin). Ce choix garantie que le reste ou l'erreur diminue de manière monotone au fur est à mesure que la taille de la maille est réduite.

Le domaine d'intégration peut maintenant être remplacé par la somme d'intégrales calculées sur chaque élément :

$$\int_0^1 .dx = \sum_{n=0}^{N}\int_{x_n}^{x_{n+1}}.dx \tag{4.30}$$

Chaque intégrale sur un élément peut être transformée en une intégrale par rapport à la variable ξ :

$$\sum_{n=0}^{N}\int_{x_n}^{x_{n+1}}.dx = \sum_{n=0}^{N} h\int_0^1 d\xi \tag{4.31}$$

IV.4. Calcul des intégrales

Les intégrales à calculer sont de la forme :

$$h\int_0^1\left(k\frac{du}{dx}.\frac{d\omega}{dx} + u.\omega\right)d\xi \tag{4.32}$$

Où :

$$u = \varphi_n(\xi)u_n = \varphi_1(\xi)u_1 + \varphi_2(\xi)u_2$$

$$\text{et} \qquad \omega = \varphi_n . \varphi_m$$

Puisque φ_n et φ_m sont des fonctions de la variable ξ, les dérivées par rapport à *x* doivent être converties en dérivées par rapport à ξ. Ce qui conduit à :

$$h\int_0^1 \left(k\frac{d\varphi_m}{d\xi}.\frac{d\xi}{dx}.\frac{d\varphi_n}{d\xi}.\frac{d\xi}{dx} + \varphi_m\varphi_n\right)d\xi \qquad (4.33)$$

On note que u_n a été sorti de l'intégrale car il ne dépend pas de ξ. Le terme $\frac{d\xi}{dx}$ peut facilement être évalué et on trouve :

$\frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{h}$avec$h = 1 \;\; (n-1)$

Notre intégrale devient alors :

$$E_{mn}u_n$$

Où :

$$u_n = h\int_0^1 \left(k\frac{d\varphi_m}{d\xi}.\frac{d\xi}{dx}.\frac{d\varphi_n}{d\xi}.\frac{d\xi}{dx} + \varphi_m\varphi_n\right)d\xi = h\int_0^1 \left(\frac{k}{h^2}\frac{d\varphi_m}{dx}.\frac{d\varphi_n}{dx} + \varphi_m\varphi_n\right)d\xi \qquad (4.34)$$

C'est un élément de la matrice dite de rigidité avec m et n qui prennent les valeurs 1 ou 2.

Pour calculer les E_{mn}, on aura besoin des résultats suivants :

$\varphi_1(\xi) = 1 - \xi$et$\frac{d\varphi_1}{dx} = -1$; $\varphi_2(\xi) = \xi$ et$\frac{d\varphi_2}{dx} = 1$

Ce qui donne par exemple pour E_{11} :

$$E_{11} = h\int_0^1 \left[\frac{k}{h^2}\left(\frac{d\varphi_1}{dx}\right)^2 + (\varphi_1)^2\right]d\xi = h\int_0^1 \left[\frac{k}{h^2}(-1)^2 + (1-\xi)^2\right]d\xi = h(\frac{k}{h^2} + \frac{1}{3}) \qquad (4.35)$$

Et de la même manière :

$$E_{12} = E_{21} = h\left(-\frac{k}{h^2} + \frac{1}{6}\right)\text{et}E_{22} = h(\frac{k}{h^2} + \frac{1}{3}) \qquad (4.36)$$

Et plus généralement :

$$E = \begin{bmatrix} h(\frac{k}{h^2} + \frac{1}{3}) & h(-\frac{k}{h^2} + \frac{1}{6}) \\ h(-\frac{k}{h^2} + \frac{1}{6}) & h(\frac{k}{h^2} + \frac{1}{3}) \end{bmatrix} \qquad (4.37)$$

On note que la matrice de rigidité est symétrique et qu'elle est la même pour tous les éléments.

IV.5. Regroupement des différentes équations en un système d'équations

Les trois matrices de rigidité sont regroupées en une seule matrice globale de rigidité. Ce processus est illustré par la figure suivante :

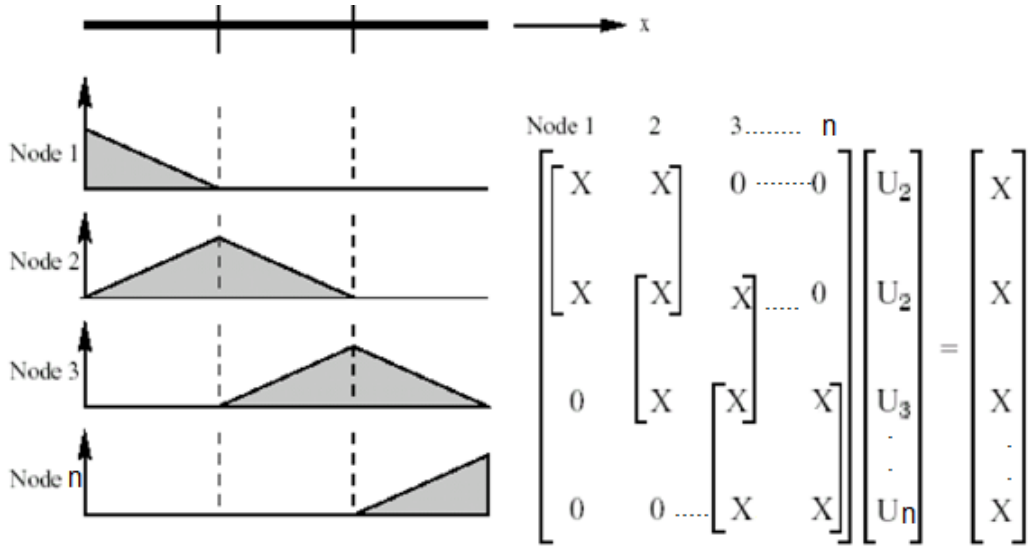


Figure 4.4 : Processus de regroupement des matrices de rigidité en une seule matrice globale

Ceci conduit au résultat suivant :

$$K.U = f \tag{4.38}$$

En utilisant les conditions aux limites $U_1=0$ et $U_n=1$.

K : est la matrice globale de rigidité ;

U : est le vecteur contenant les inconnues (dans notre cas le vecteur des températures) ;

f : est le vecteur appliqué.

IV.6. La résolution du système d'équations

La résolution de l'équation (4.38) conduit à un système d'équations sous forme matricielle. On utilise l'itération de Jacobi pour sa résolution. Et on compare la solution obtenue par la méthode des éléments finis avec la solution exacte de l'équation. Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures 4.5 et 4.6 pour 250 et 500 itérations respectivement. On observe que la solution numérique obtenue par éléments finis est en très bon accord avec la solution exacte dans le cas de 500 itérations.

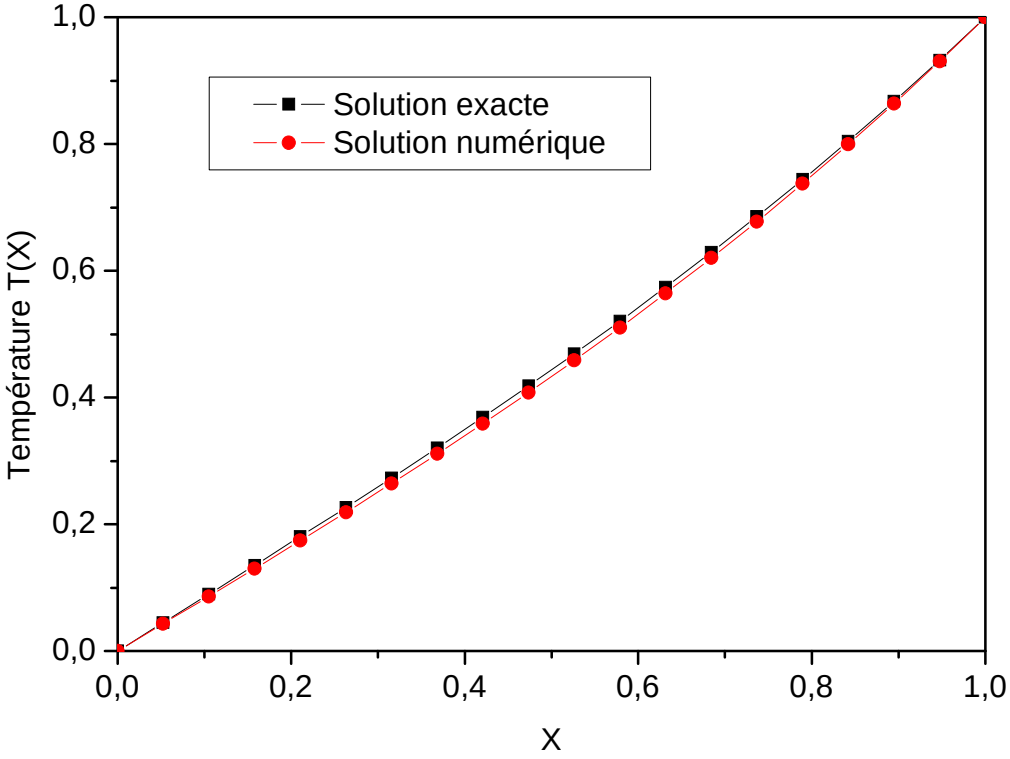


Figure 4.5 : Variation de la température en fonction de la position X. Comparaison entre la solution exacte et la solution numérique par éléments finis pour 250 itérations.

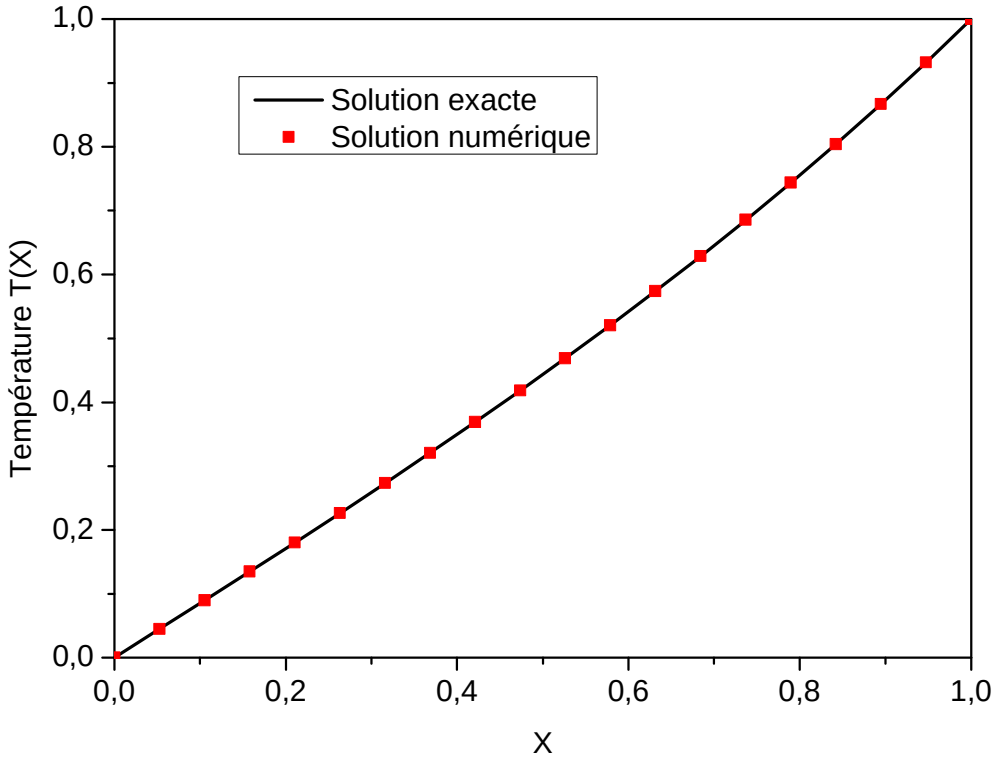


Figure 4.6: Variation de la température en fonction de la position X. Comparaison entre la solution exacte et la solution numérique par éléments finis pour 500 itérations.

REFERENCES

[1] R. W. Pryor, «Multiphysics Modeling Using COMSOL», Jones and Bartlett Publishers, Burlington, USA, 2011.

[2] N. Fekiri, «Transferts de chaleur dans des éléments micro et nano structurés : Simulation et expérimentation par thermographie infrarouge et microscopie SThM », Rapport de Stage, Université de Lorraine, France, 2013.

[3] M. Ben Hamouda, «Etude, conception et modélisation de la diffusion de la chaleur dans les tissus biologiques», Mémoire de Maitrise, Université du Québec, Canada, 2015.

[4] J.M. Bergheau et R. Fortunier, «Simulation numérique des transferts thermiques par éléments finis », Ed. Lavoisier, Cachan, France, 2004.

[5] A. Châteauneuf, «Comprendre les éléments finis : principes, formulations et exercices corrigés», Ed. Ellipses, Paris, France, 2010.

[6] J. Chaskalovic, «Méthode des éléments finis pour les sciences de l'ingénieur», Ed. Lavoisier, Cachan, France, 2004.

[7] R. Hassani, «Mise en œuvre de la méthode des éléments finis », Cours, Université de Savoie, Chambéry, France, 2004-2005.

[8] G. Allaire, «Analyse numérique et optimisation», Éditions de l'École Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées, Palaiseau, France2005.

[9] A. Seghir, «Cours, Méthode des éléments finis », Université de Bejaia, 2005-2014.

[10] G. Dhatt et G. Touzot, «Une présentation de la méthode des éléments finis », Ed. Maloine S .A. et Presses de l'Université Laval Québec, Canada, 1981.

[11] D. Euvrard, «Résolution numérique des équations aux dérivés partielles», Ed. Masson, Paris, France, 1994.

[12] W. B. Bickford, «A first course in the finite element method», Richard D. Irwin, New York, USA.1990.

[13] O. Rahmani et S. Kebdani, «Introduction à la méthode des éléments finis pour les ingénieurs», Office des Publications Universitaires, Algérie, 1988.

[14] A. Leontiev, «Théorie des échanges de chaleur et de masse», Traduit du Russe, Ed. Mir, Moscou, Russie, 1985.

Chapitre 5

ETUDE DU COMPORTEMENT THERMIQUE DU COMPOSITE PS/TiO_2

Chapitre 5
ETUDE DU COMPORTEMENT THERMIQUE DU COMPOSITE PS/TiO_2

I. INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est de présenter les résultats décrivant le comportement thermiquedu composite PS/TiO_2.La comparaison des valeurs numériques, expérimentales et analytiques de la conductivité thermique concerne le polystyrène (PS) pigmenté avec des inclusions sphériques de dioxyde de titane (TiO_2). L'effet de quelques paramètres principaux tels que la résistance thermique de contact, la fraction du TiO_2, la température de trempe et l'épaisseur du composite sur la conductivité thermique effective et sur la distribution de la température dans le matériau sera également étudié dans ce chapitre.

La deuxième partie du chapitre est consacrée à l'utilisation de la méthode des gradients non nuls pour déterminer le comportement thermique du composite pendant la période de la trempe (régime transitoire).

II. ETUDE EN REGIME PERMANENT

Une étude thermique complète est réalisée sur le composite PS/TiO_2. Pour ce faire, les paramètres utilisés dans les calculs sont:

- conductivité thermique du TiO_2: $k_{ch} = k(TiO_2)$= 2,5-5W / m.K
- rayon des particules de (TiO_2): r = 0,3-0,8 µm
- conductivité thermique du PS $k_m = k(PS)$ = 0,08-0.14W / m. K
- températures de trempe T_{trempe} = 0°C, 20°C, 30°C, 40°C, 50 °C.
- fraction du pigment : φ = 3%

II.1. Formulation mathématique

Une simulation numérique bidimensionnelle basée sur la méthode des éléments finis a été utilisée pour résoudre le problème transfert de chaleur par conduction en régime stationnaire. Les transferts de type radiatifs et convectifs sont négligeables. L'objectif de cette étude est d'estimer la conductivité effective du matériau composite PS/TiO_2 en considérant la configuration géométrique représentée sur la figure 5.1. Afin de modéliser le transfert conductif au sein du composite, il n'est pas possible de produire des géométries représentant la globalité de l'échantillon. La configuration choisie est représentée par une cellule élémentaire modélisée par une particule deTiO_2 de forme circulaire de rayon r compris entre 0.3 µm et 0.8µm, centrée dans la matrice (PS) de forme carrée de L=2µm de dimension.

Le domaine de température dans le matériau composite a été défini par la résolution numérique de l'équation de conduction imposant des conditions aux limites externes et internes.

Les transferts thermiques dans un matériau sont dus au phénomène de la conduction décrit par l'équation :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \vec{\nabla}\left(k\vec{\nabla}T\right) = 0 \tag{5.1}$$

La simulation est réalisée en régime stationnaire, le temps n'intervient pas, et le premier terme de l'équation (5.1) est nul. Nous pouvons donc utiliser l'équation de Fourier pour calculer le flux de chaleur traversant la surface A du composite :

$$\phi = \int_A k \frac{\partial T}{\partial n} dA \tag{5.2}$$

k: Conductivité thermique du composite [W.m^{-1}.K^{-1}]

$\frac{\partial T}{\partial n}$: Variation de la température selon la direction n

Pour déterminer la conductivité thermique effective du matériau modélisé nous utilisons l'équation suivante [6, 1] :

$$k_{eff} = \frac{\phi}{A} \frac{L}{(T_1 - T_2)} \tag{5.3}$$

II.2. Conditions aux limites

- Les deux faces perpendiculaires à la direction de l'écoulement de la chaleur sont supposées isothermes de températures T_1= 298 K et T_2= 323 K.
- Pour produire un flux unidirectionnel, les deux faces parallèles à la direction de l'écoulement de la chaleur sont supposées adiabatiques $\left(\vec{n}.\left(k\vec{\nabla}T\right) = 0\right)$.
- Si q_0 est la densité de flux de chaleur traversant le périmètre entourant la charge, la condition aux limites appliquée sur l'interface est de la forme:

$$(k\nabla T) = q_0 \tag{5.4}$$

q_0 est donné par [2]:

$$q_0 = \frac{k_m(T_m - T_{ch})}{r.R_c} \tag{5.5}$$

R_c : résistance de contact adimensionnelle définie par[2]:

$$R_c = \frac{r_c.k_m}{r} \tag{5.6}$$

En introduisant la résistance de contact adimensionnelle $R_c$définie par (5.6), l'équation (5.5) s'écrit :

$$q_0 = \frac{(T_m - T_{ch})}{r_c} \tag{5.7}$$

r_c : résistance de contact thermique dimensionnelle ($K.m^2.W^{-1}$)

T_{ch} et T_m sont respectivement les températures du pigment et de la matrice.

k_m : conductivité thermique de la matrice (W/K.m)

r : rayon de la particule du pigment.

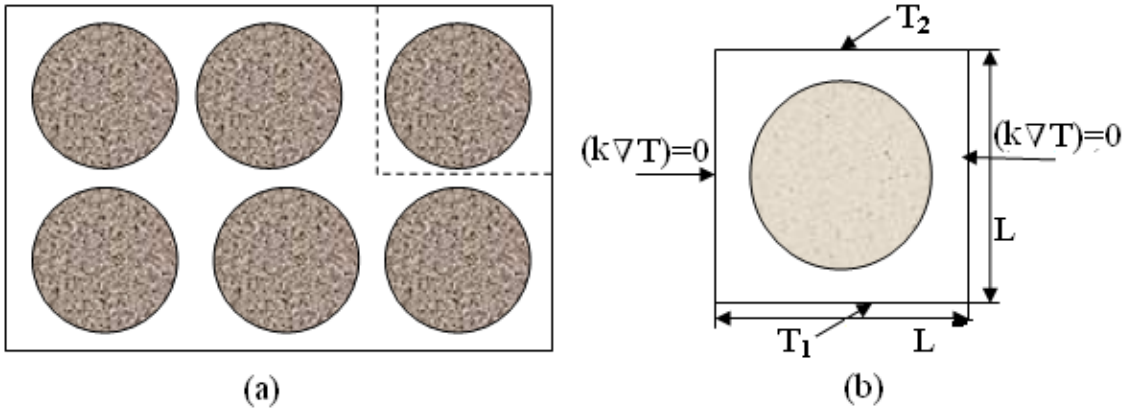


Figure 5.1 : Géométrie physique et conditions aux limites

(a) Composite (b) Cellule élémentaire

II.3. Le maillage de la géométrie

Le maillage permet de diviser le milieu continu en un nombre fini d'éléments. Nous choisissons la géométrie triangulaire pour les maillages parce qu'il donne le meilleur résultat de calcul (Figure 5.2).

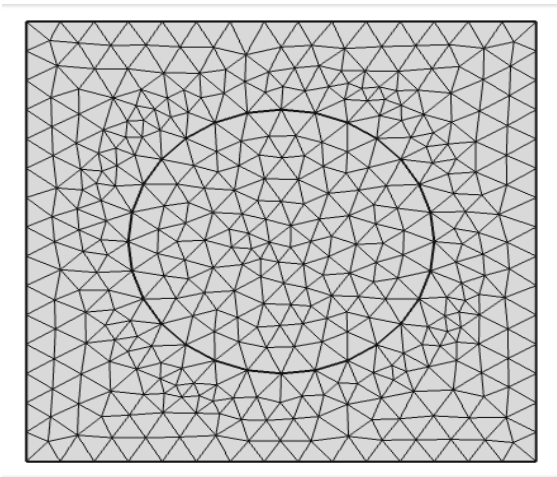


Figure 5.2 : Maillage de la géométrie

II.4. Post-traitement des données calculées

Dans cette étape de calcul, nous déterminons la valeur du flux de la chaleur, à partir de laquelle nous pouvons calculer toutes les propriétés thermophysiques du composite.

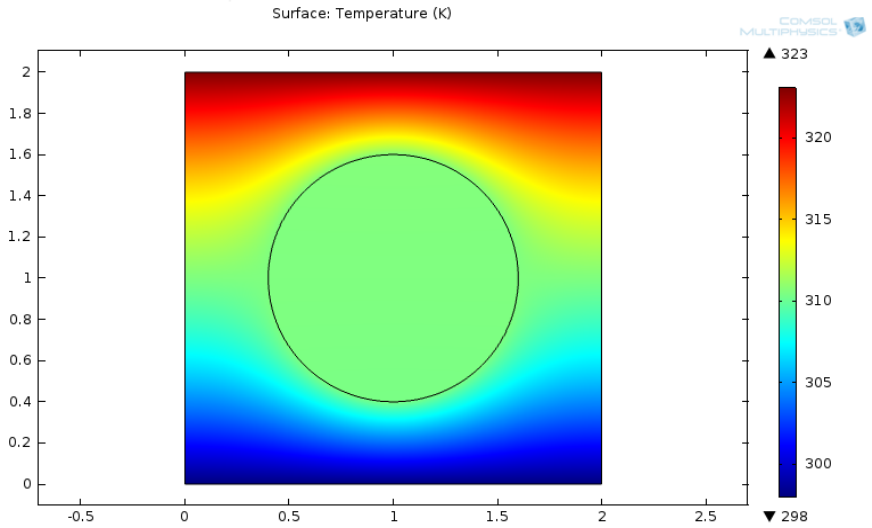


Figure 5.3 : Distribution de la température dans la cellule élémentaire

II.5. Validation du modèle numérique

La **Figure 5.4** représente l'effet du maillage sur la conductivité thermique effective du composite en fonction de la fraction de la charge. Nous remarquons que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation du nombre de nœuds et son effet diminue lorsque le maillage devient très raffiné.

La figure 5.5 montre l'évolution de la conductivité thermique effective du composite en fonction du taux de la charge et compare les différents modèles analytiques aux résultats numériques. Nous remarquons que le modèle numérique est proche, dans certain domaine de fraction (φ= 23% à φ= 44%),aux modèles de Chang-Vachin, Nielson, Hatta et Taya, Hashin et Shtrikman, Brugman ainsi que les deux modèles de Tarqoto.

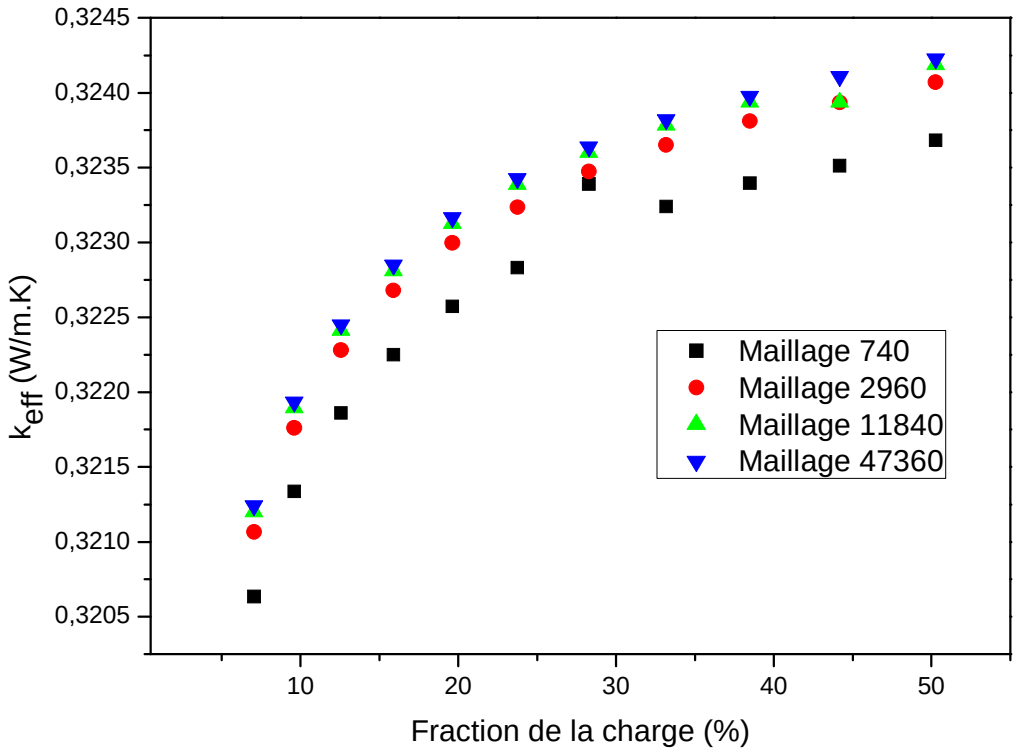


Figure 5.4: Effet du maillage sur la conductivité thermique effective pour k_m=0.14W/m.K ; k_{ch}=2.5W/m.K et R_c=10^{-3}

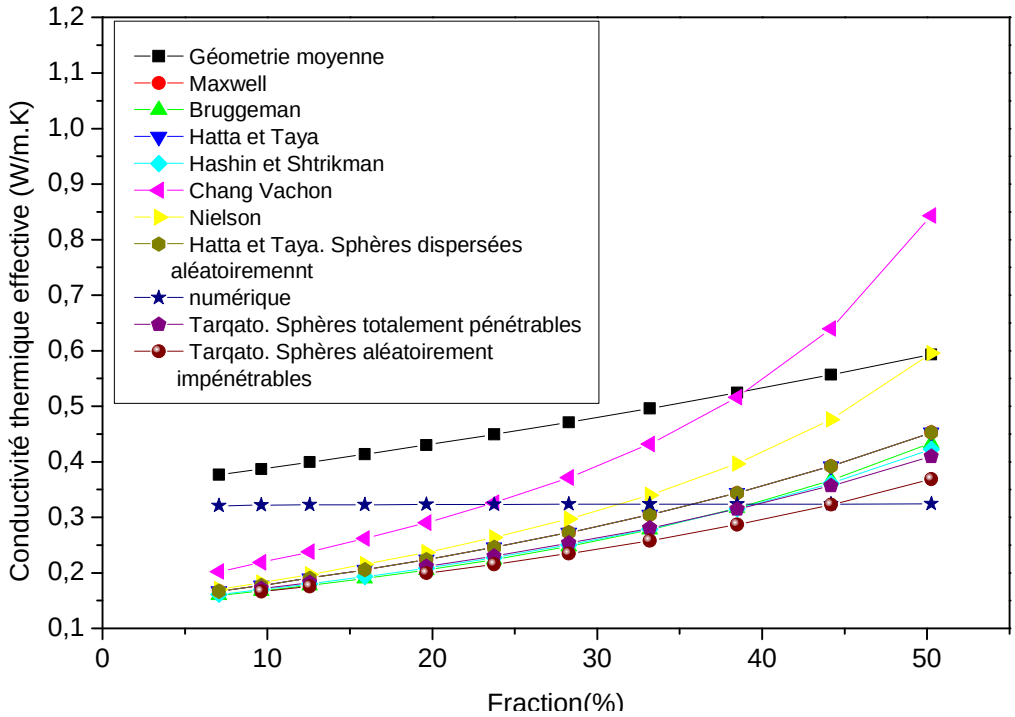


Figure 5.5: Variation de la conductivité thermique effective du composite (PS/TiO_2) en fonction de la fraction de charge. Comparaison entre les modèles analytiques et le modèle numérique k_m= 0.14W/m.K , k_{ch}= 2.5W/m.K et R_c= 10^{-3}

Dans le cas d'un polymère pigmenté de TiO_2 à un taux φ= 3%, les tableaux 5.1 et 5.2 illustrent les résultats analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du (PS/TiO_2) comparés aux résultats obtenus expérimentalement en fonction de la température de trempe pour $R_c=10^{-2}$ et $Rc=10^{-3}$ respectivement. Pour cela, nous avons utilisé les propriétés suivantes pour les deux matériaux: k_m = 0,08 W / m.K pour le polymère et k_{ch} = 2,5 W/mK pour le TiO_2. Le cercle est centré sur un carré de côté L = 2 µm. Les résultats montrent que, pour la fraction testée de 3 %, les mesures expérimentales sont très proches aux valeurs numériques pour une résistance de contact $R_c = 10^{-2}$ avec un écart de **2,86%** pour une température de trempe de 50 ° C et **3,55%** pour une température de trempe de 20 ° C. On note également que le modèle analytique de Hashin et Shtrikman est en très bon accord avec les valeurs expérimentales (un écart de **1,49%** à T = 20 ° C et **2,12%** à T = 50 ° C) et avec les résultats numériques pour un écart de **5,22 %.** À la lumière de ces résultats, on peut conclure que la température de trempe correspondant aux meilleurs résultats est de 20 ° C et le modèle analytique fournissant les meilleurs résultats est celui de Hashin et Shtrikman.

Tableau 5.1. Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PS/TiO_2 pour $R_c = 10^{-2}$

Température de trempe (°C)	Données expérimentales (W/m.K)	Résultats numériques		Modèles analytiques					
				Hatta et Taya			Hashin et Shtrikman		
		k_{eff} (W/m.K)	E_{n-e} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)
0	0.127	0.136	7,09	0.1631	28,43	19.93	0.1431	12,68	5.22
20	0.141		3,55		15,67			1,49	
30	0.095		43,16		71,68			50,63	
40	0.130		4,62		25,46			10,08	
50	0.140		2,86		16,5			2,21	

- E_{a-e}: Ecart entre les valeurs analytiques et expérimentales de la conductivité thermique effective
- E_{a-n}: Ecart entre les valeurs analytiques et numériques de la conductivité thermique effective
- E_{n-e}: Ecart entre les valeurs numériques et expérimentales de la conductivité thermique effective

Tableau 5.2. Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PS/TiO_2 pour $R_c = 10^{-3}$

Température de trempe (°C)	Données expérimentales (W/m.K)	Résultats numériques		Modèles analytiques					
				Hatta et Taya			Hashin et Shtrikman		
		k_{eff} (W/m.K)	E_{n-e} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)
0	0.127	0.188	48,03	0.1631	28,43	13..24	0.1431	12,68	23.88
20	0.141		33,33		15,67			1,49	
30	0.095		97,89		71,68			50,63	
40	0.130		44,62		25,46			10,08	
50	0.140		34,28		16,5			2,21	

- E_{a-e}: Ecart entre les valeurs analytiques et expérimentales de la conductivité thermique effective
- E_{a-n}: Ecart entre les valeurs analytiques et numériques de la conductivité thermique effective
- E_{n-e}: Ecart entre les valeurs numériques et expérimentales de la conductivité thermique effective

II.6. Effet de la résistance de contact

La figure 5.6 montre l'effet de la résistance de contact R_c sur la conductivité thermique effective (k_{eff}) du composite en fonction de la fraction surfacique φ. Nous remarquons que pour une résistance de contact élevée, la conductivité thermique effective (k_{eff}) augmente avec la fraction surfacique et la différence entre les distributions de la conductivité est significative; alors que pour une faible valeur de la résistance de contact, la conductivité thermique effective (k_{eff}) est presque insensible aux variations de la résistance de contact.

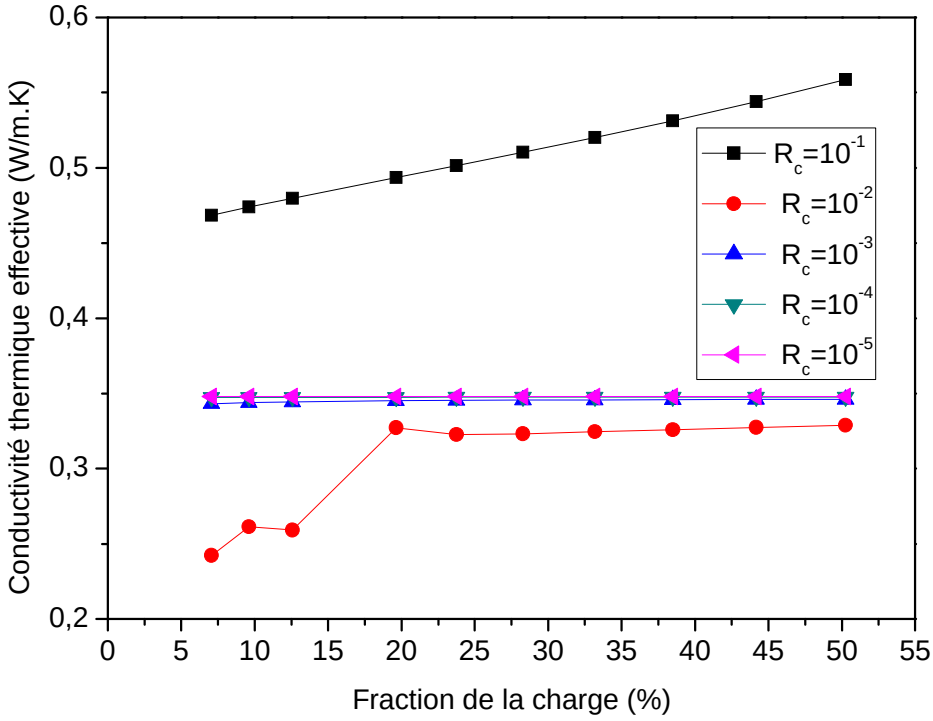


Figure 5.6: Variation de la conductivité thermique effective en fonction de la fraction surfacique φ pour différentes valeurs de la résistance de contact

II.7. Effet de la fraction de la charge

La **Figure 5.7** représente la conductivité thermique effective (k_{eff}) en fonction de la fraction surfacique φ de la charge pour une résistance de contact $R_c=10^{-3.}$ (Cette valeur de la résistance de contact est choisie du fait que son effet sur la conductivité thermique est insignifiant dans ce domaine). Nous remarquons que (k_{eff}**)** augmente avec φ avant d'atteindre une valeur presque constante proche de φ=38%. D'après cette figure, Nous observons que l'addition de TiO_2 dans la matrice de polystyrène augmente la conductivité thermique du composite. Cette augmentation est prévisible, car la poudre de TiO_2possède une conductivité thermique plus grande que celle de la matrice du composite. L'évolution asymptotique de la conductivité thermique du composite peut être due à un état de saturation où les variations deviennent de plus en plus petites. Sachant que l'effet des charges sur les propriétés des composites dépend de leur concentration, de la taille des particules, de leurs formes et de l'interaction avec la matrice [3], l'augmentation de la fraction de la charge peut créer un phénomène d'agrégation conduisant à l'apparition de polymère occlus [4]. Cette partie de la matrice pénètre dans les vides interparticulaires et peut ainsi être piégée dans les agglomérats. Le polymère ne subit pas l'effet de contraintes mécaniques et ne participe donc pas aux variations [5].

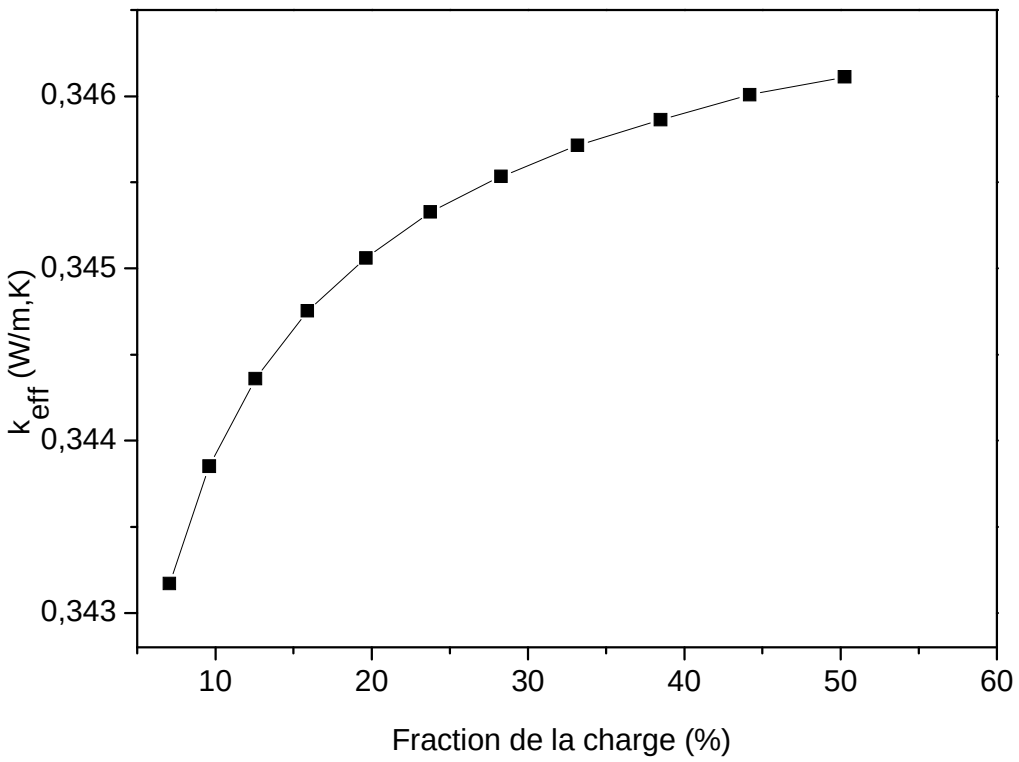


Figure 5.7: Conductivité thermique effective en fonction de la fraction de la charge pour une résistance de contact $R_c = 10^{-3}$

II.8. Effet de la conductivité thermique de la charge

La **figure 5.8** illustre l'effet de la conductivité thermique de la charge sur la conductivité thermique effective du composite en fonction de la fraction de la charge k_{ch}. Nous remarquons que si k_{ch} augmente la conductivité thermique effective du composite augmente du fait que k_{ch} est largement supérieure à k_m.

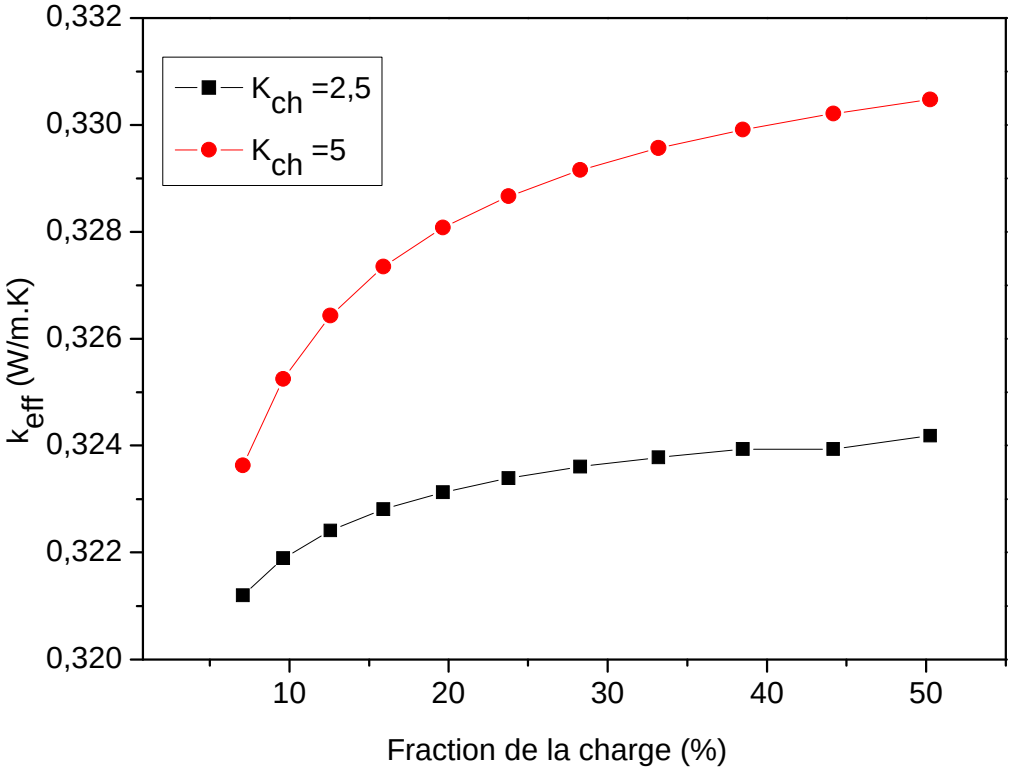


Figure 5.8: Effet de la conductivité thermique de la charge sur la conductivité thermique effective du composite

II.9. Distribution de la température dans le matériau composite

La f**igure 5.9** représente la distribution de la température dans le composite pour différentes valeurs de la fraction du TiO_2. Nous remarquons que dans le domaine occupé par la matrice, la température augmente linéairement en fonction de la dimension de la cellule quel que soit la fraction et elle est presque constante (un gradient thermique très faible) dans le domaine occupé par le TiO_2, et ce en raison de la conductivité thermique du TiO_2 qui est plus élevée que celle de la matrice (Polystyrène), ce qui favorise l'échange thermique dans la particule du dioxyde de Titane.

Pour les paramètres: k_m = 0,08, k_{ch} = 2,5 (W / m.K) et φ= 28%, la **figure 5.10** montre l'évolution de la température en fonction de la dimension Y de la cellule pour différentes positions X du domaine occupée par le TiO_2 (**figure 5.11**). La superposition des différentes courbes indique l'effet presque négligeable de la position X sur la température en raison des conditions aux limites appliquées sur les faces verticales (adiabatiques).

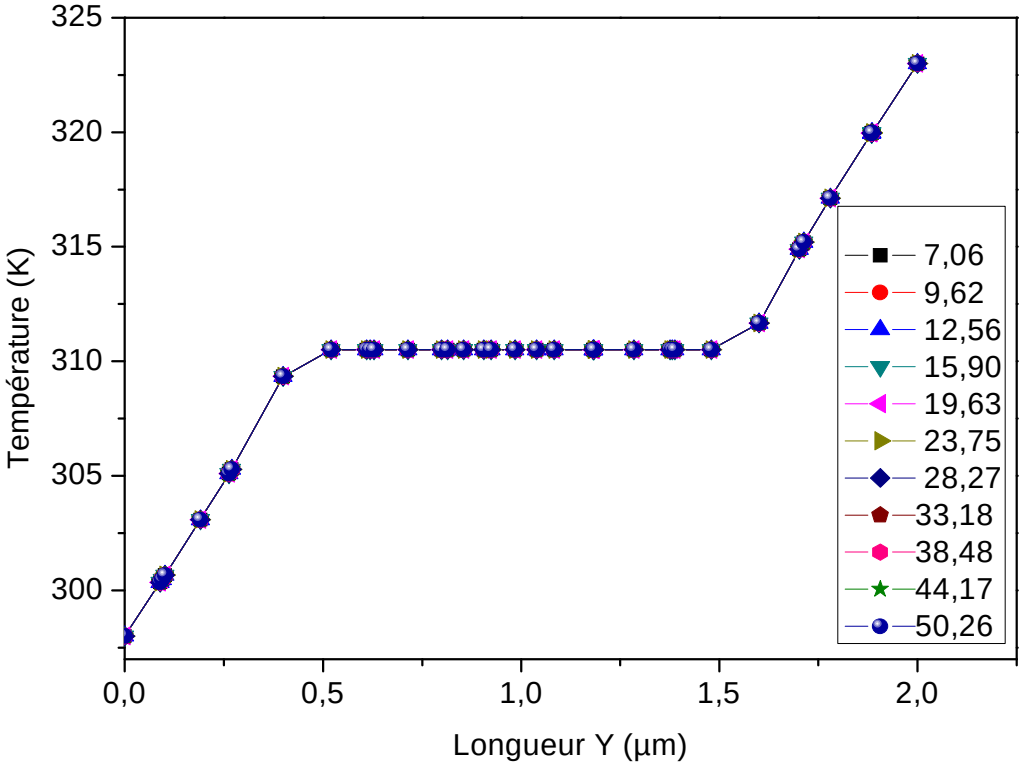


Figure 5.9: Distribution de la température à la position X=1µm en fonction de la longueur Y de la cellule et de la fraction de la charge

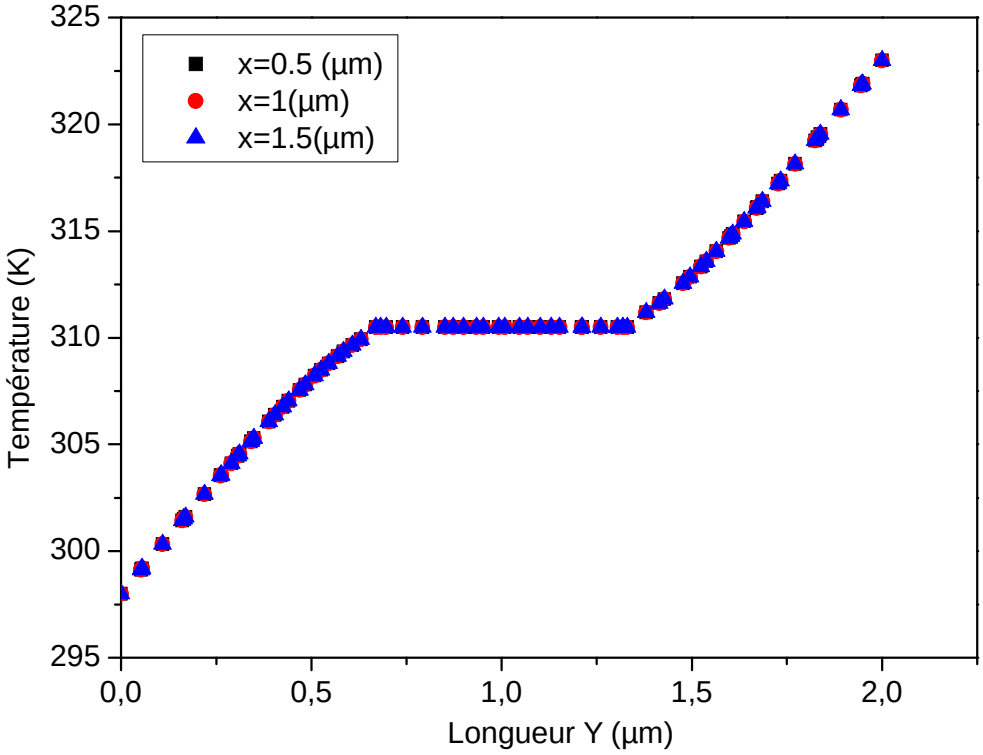


Figure 5.10 : Distribution de la température en fonction de la longueur Y pour différentes positions X dans la charge

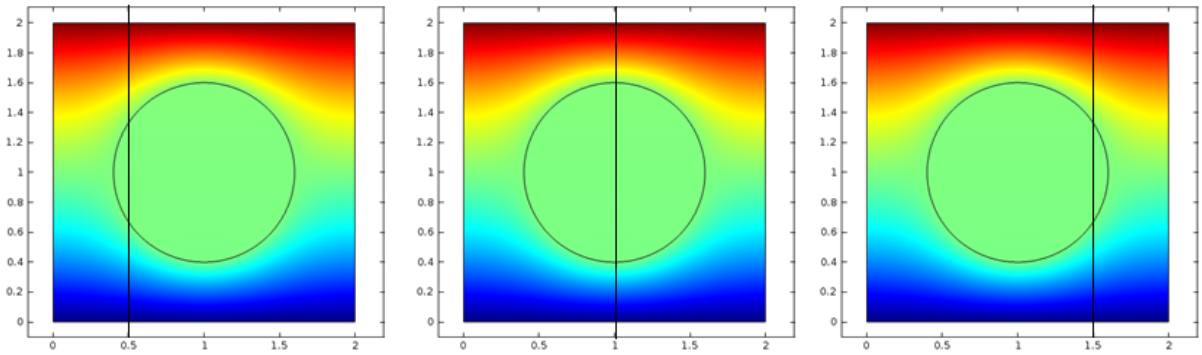


Figure5.11: Schéma d'une cellule avec les 3 positions X

III. ETUDE EN REGIME TRANSITOIRE

Le régime non stationnaire peut apparaitre quand on impose un changement de température en un point donné. Quand une perturbation de la température se produit, les températures dans le milieu changent avec le temps pour rechercher un nouvel équilibre thermique correspondant aux nouvelles conditions. Si cet équilibre thermique est atteint alors le régime devient à nouveau stationnaire.

Nous considérons une plaque plane d'épaisseur 2 L (**figure 5.12)**, que nous considérons comme petite par rapport aux autres dimensions. Si la plaque de température initiale $\mathrm{T}(x,0) = T_i$ est brusquement immergée dans un fluide de température$T_\infty \neq T_i$, le champ de température est obtenu en résolvant le système d'équations constitué de l'équation de la chaleur et des conditions aux limites [6] :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{5.8}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \text{(conditions de symétrie)} \tag{5.9}$$

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h[T(L,t) - T_\infty] \tag{5.10}$$

$$\frac{\mathrm{T}(x,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n exp(-\zeta_n^2 Fo) cos(\zeta_n x) \tag{5.11}$$

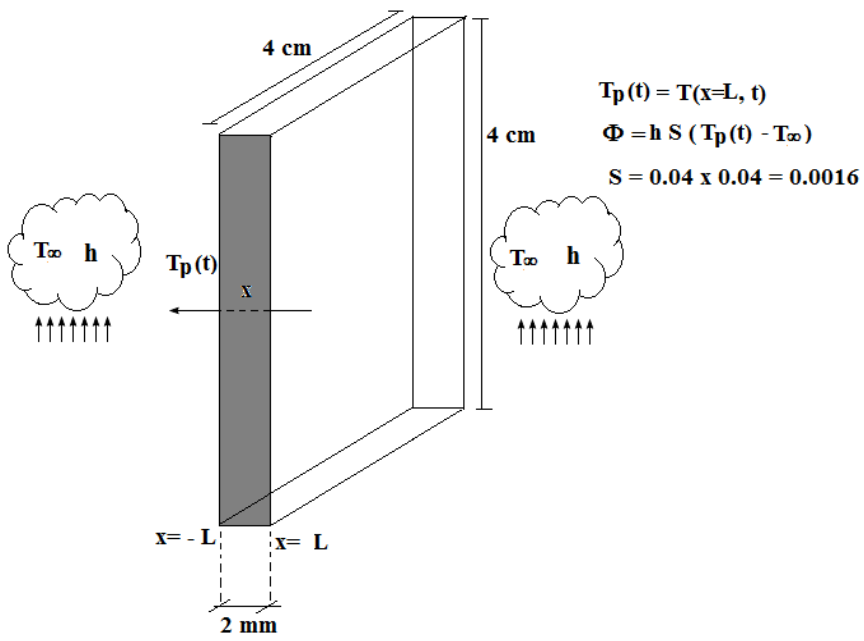


Figure 5.12 : Schéma d'une plaque plane trempée dans un fluide

Fo est le nombre de Fourier exprimé en fonction de la diffusivité thermique a [$m^2.s^{-1}$] du matériau, de la longueur caractéristique de la plaque L [m] et du temps de la trempe t [s] :

$$Fo = \frac{at}{L^2} \tag{5.12}$$

Les coefficients C_n :

$$C_n = \frac{4sin\zeta_n}{2\zeta_n + sin(2\zeta_n)} \tag{5.13}$$

$\zeta_n$sont les racines (valeurs propres) de l'équation transcendante :

$$\zeta_n tan(\zeta_n) = Bi \tag{5.14}$$

Biest le nombre de Biot défini par:

$$Bi = \frac{hL}{k} \tag{5.15}$$

k : Conductivité thermique du matériau composite ($W.m^{-1}.K^{-1}$)

h : coefficient de convection entre la paroi du solide (composite) et le fluide ($W.m^{-2}.K^{-1}$).

Pour des valeurs du nombre de Fourier Fo > 0.2, la solution en série de termes infinis peut être approximée au premier terme de la série n = 1. Ce qui donne :

$$\frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C_1 exp(-\zeta_1^2 Fo) cos(\zeta_1 x) \tag{5.16}$$

Nous pouvons par la suite calculer le flux de chaleur défini par la loi de newton:

$$\phi = hS\left(T_p - T_\infty\right) \tag{5.17}$$

Ainsi que la quantité de chaleur qui est liée au flux par :

$$\phi = \frac{dQ}{dt} \tag{5.18}$$

Ce qui donne :

$$Q = \int_{t_i}^{t_f} \phi dt \tag{5.19}$$

t_i et t_f sont respectivement les instants du début et de la fin de la procédure de trempe.

L'objectif consiste à étudier l'influence de certains facteurs tels que la température de trempe, la position dans le matériau, le taux du pigmentφet l'épaisseur de l'échantillon de mesure sur le comportement thermique transitoire du matériau. Les parmètres utilisés dans le calcul sont les suivants :

t = 10 mn ;
L = 1 mm ;
h = 100 $W.m^{-2}.K^{-1}$;
T_i=110 °C.

La procédure expérimentale présentée au chapitre 3 nous permet de mesurer la conductivité thermique et la diffusivité du matériau pur (PS) et du composite (PS/TiO_2) à φ = 3% que nous reportons dans les tableaux (5.2) et (5.3).
Les valeurs des coefficients ζ_1 et C_1 sontdonnées en fonction du nombre de Biot [7].

Tableau 5.3 : Valeurs expérimentales de la conductivité et de la diffusivité thermique du PS pur à différentes températures de trempe

Température de trempe (°C)	k ($Wm^{-1}K^{-1}$)	a (m^2s^{-1})
0	0.14	$1.40\ 10^{-7}$
20	0.15	$1.42\ 10^{-7}$
30	0.14	$1.23\ 10^{-7}$
40	0.15	$1.37\ 10^{-7}$
60	0.14	$1.23\ 10^{-7}$

Tableau 5.4 : Valeurs expérimentales de la conductivité et de la diffusivité thermique du composite PS / TiO_2 à différentes températures de trempe.

Température de trempe (°C)	k ($Wm^{-1}K^{-1}$)	a (m^2s^{-1})
0	0.127	$1.12\ 10^{-7}$
20	0.141	$1.22\ 10^{-7}$
30	0.095	$0.77\ 10^{-7}$
35	0.077	$0.606\ 10^{-7}$
40	0.130	$1.10\ 10^{-7}$
50	0.140	$1.18\ 10^{-7}$

III.1. Effet de la température de trempe sur la température

Les figures (5.13) à (5.17) montrent l'évolution temporelle des profils de température pour différentes températures de trempe et à différentes positions dans le composite (en allant du centre de la plaque X=0 jusqu'à sa surface externe X=1).Les températures diminuent rapidement au début de la trempe, ce qui est signe d'un important échange thermique, avant qu'elles deviennent presque constantes au tour de t = 120 s, ce qui correspond à un transfert thermique de plus en plus faible. Ce comportement est observé pour toutes les températures de trempe et à toutes les positions dans le matériau.

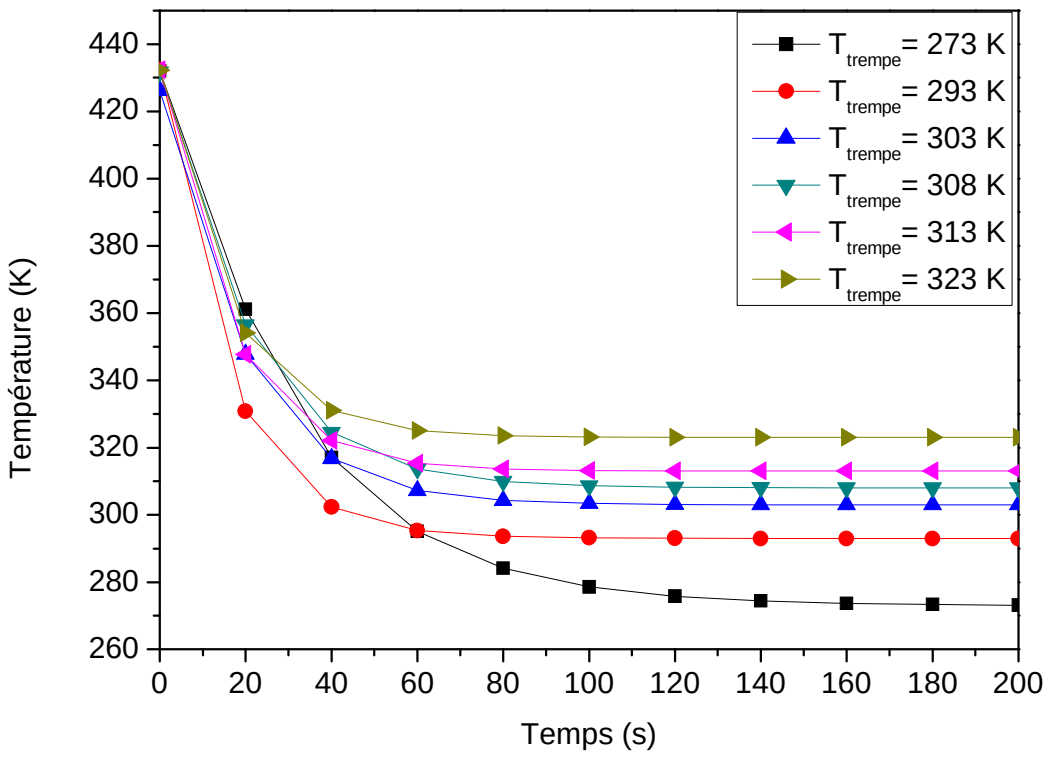


Figure 5.13: Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2

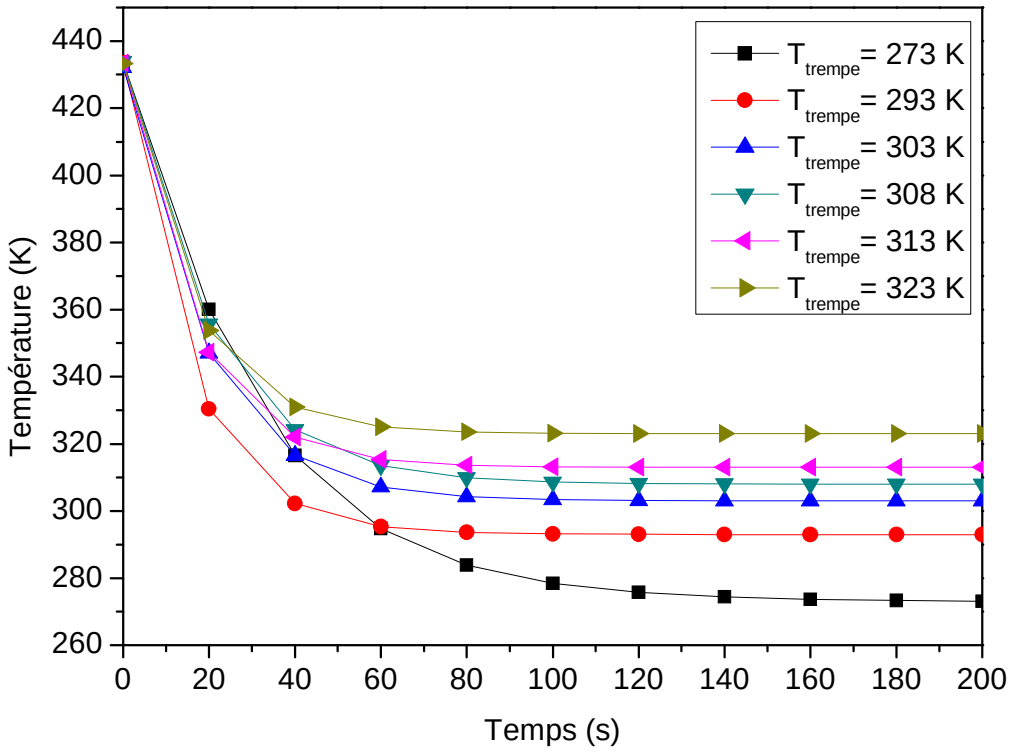


Figure 5.14: Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0.3 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2

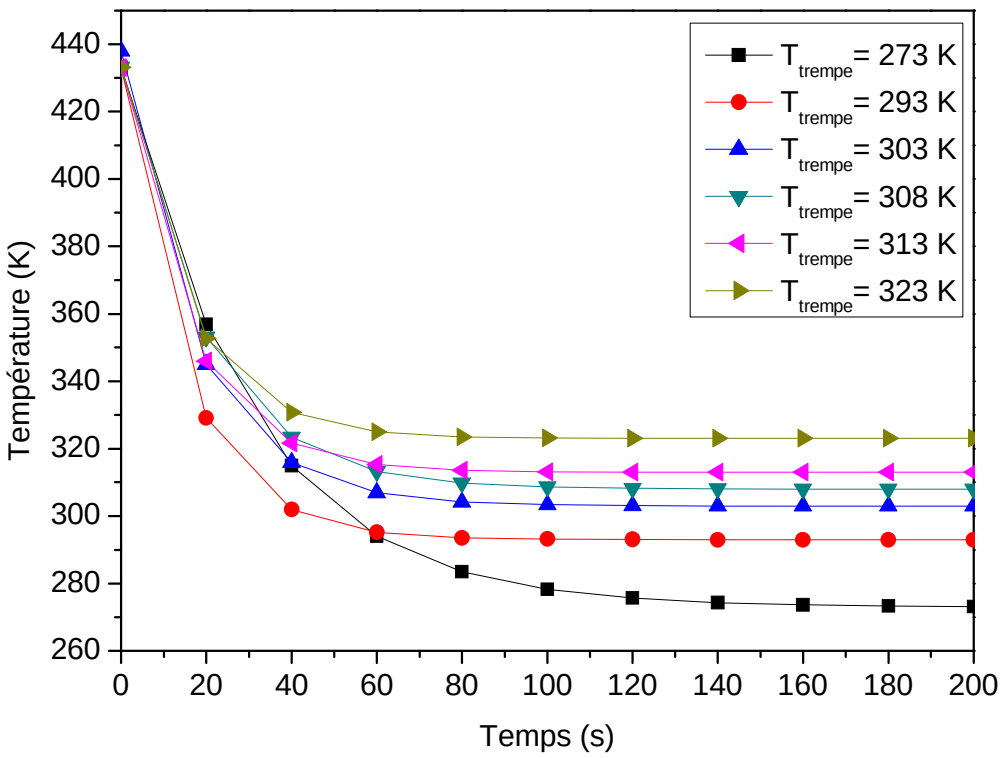


Figure 5.15: Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0.5 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2

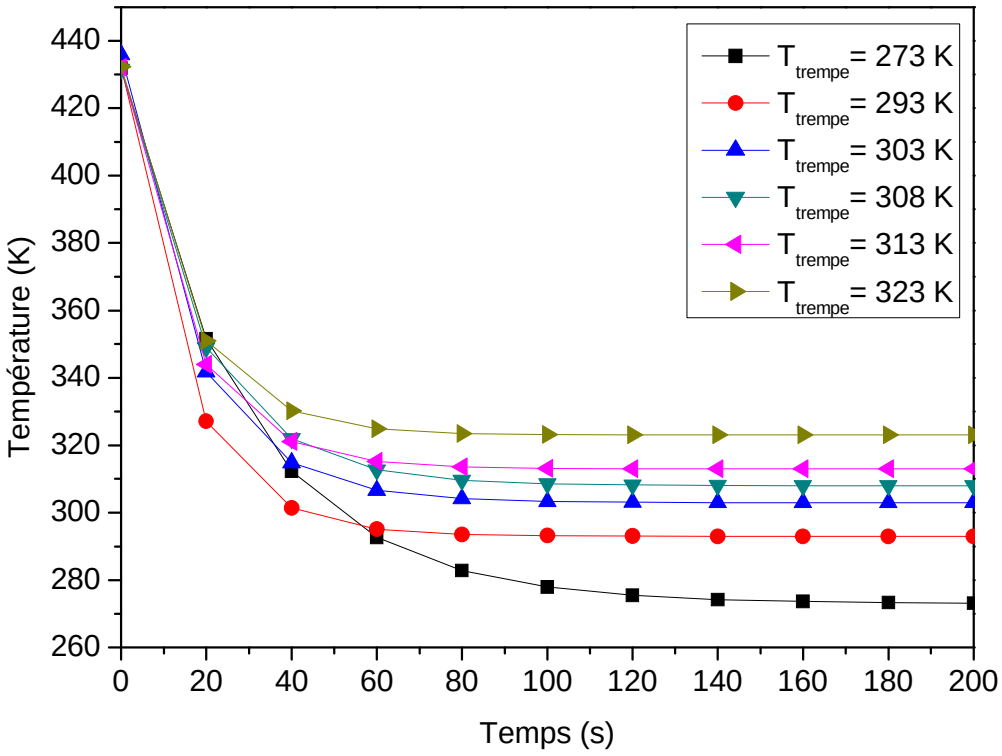


Figure 5.16: Evolution de la température en fonction du temps à la position X=0.7 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2

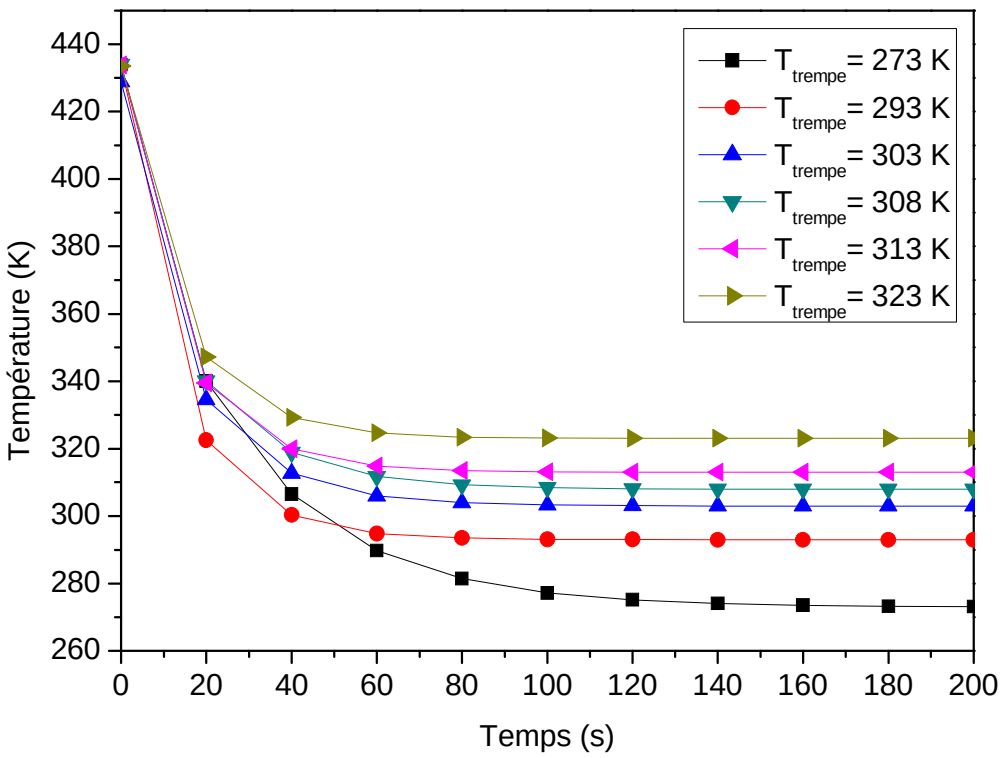


Figure 5.17: Evolution de la température en fonction du temps à la position X=1 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2

III.2. Comparaison entre le matériau composite PS/TiO_2 et le matériau pur PS

Pour examiner l'effet de l'addition du TiO_2 à 3 % au Polystyrène en termes de comportement transitoire, nous avons tracé sur les figures (5.18-5.25) les variations de température en fonction du temps pour les deux matériaux, PS et PS/TiO_2, au centre (X=0) et sur la surface (X=1),ainsi que pour différentes températures de trempe. La même allure de l'évolution des températures est observée pour les deux types de matériaux et pour toutes les températures de trempe, néanmoins l'écart entre les courbes s'accroit au fur et à mesure que la température de trempe augmente indiquant un rapprochement du comportement du matériau pur à celui du composite trempé à T=273 K, ce qui est signe de l'effet presque négligeable du TiO_2 sur le comportement transitoire du composite. Cet effet est plus remarquable pour des températures de trempe plus élevées où les gradients thermiques dans le cas du composite sont nettement supérieures à ceux du matériau pur traduisant ainsi une amélioration de l'échange thermique dans le cas du composite.

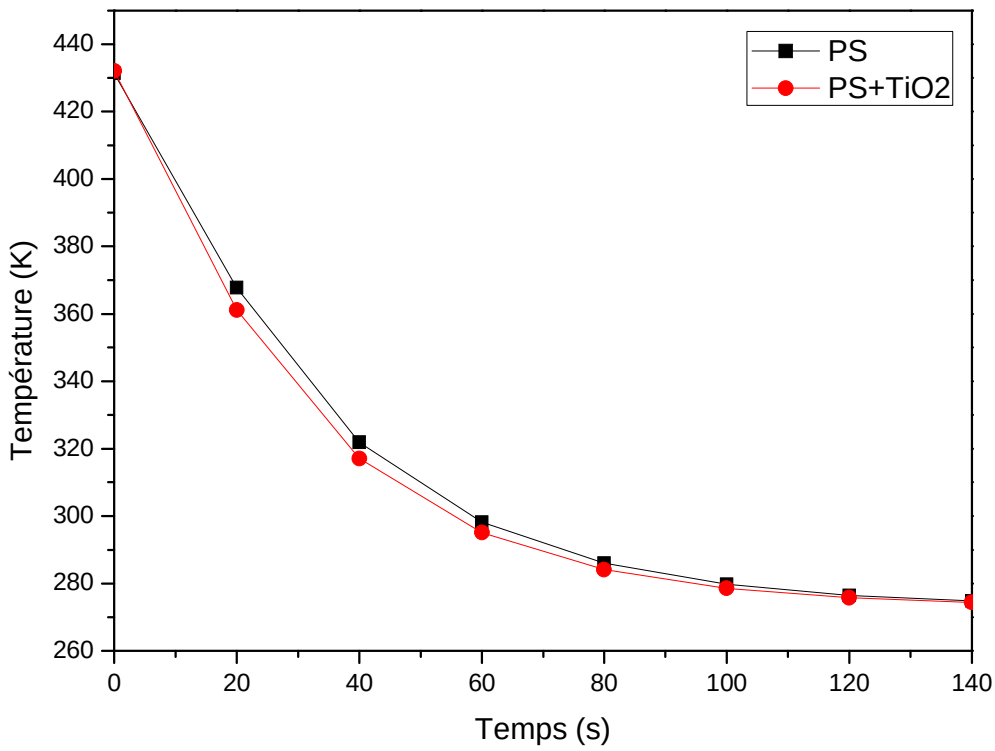


Figure 5.18: Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =273K et X = 0

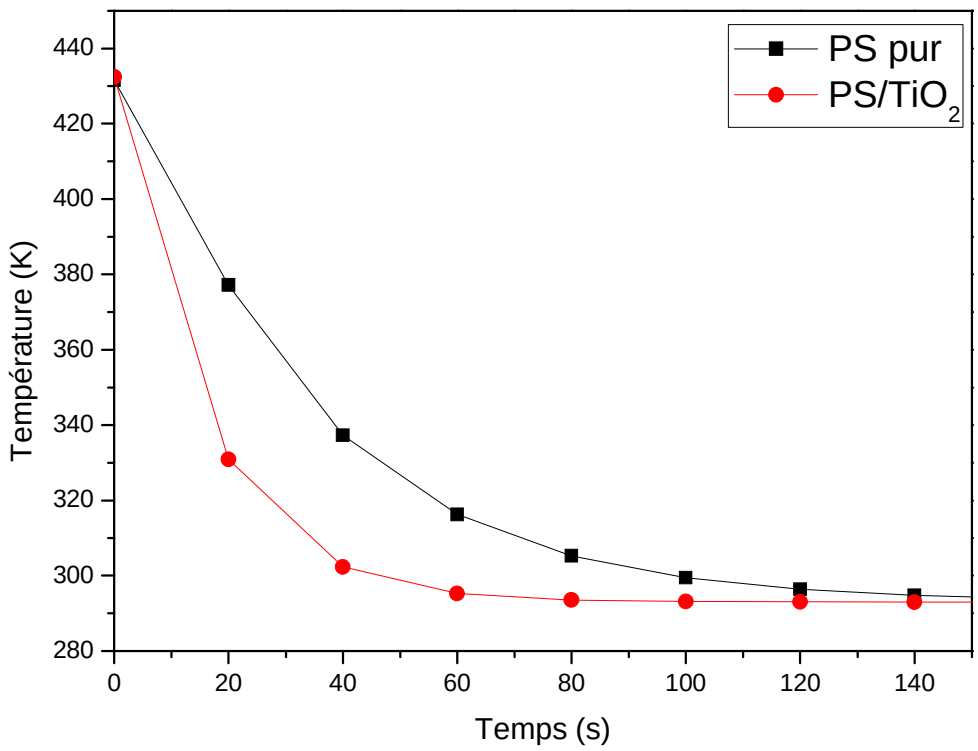


Figure 5.19: Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =293K et X =0

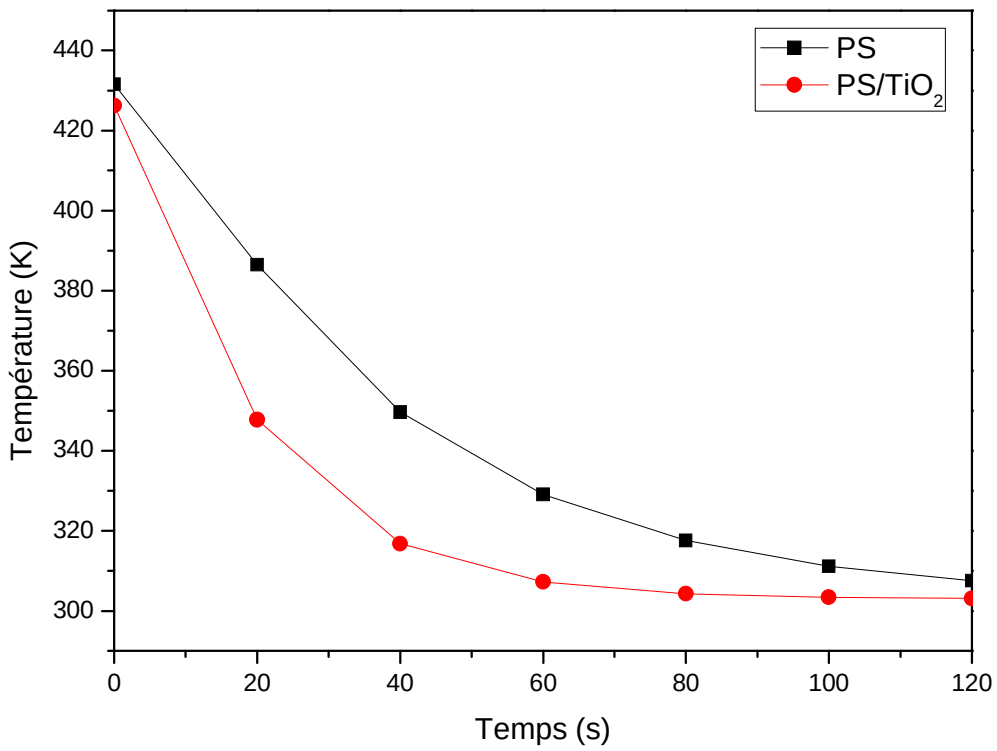


Figure 5.20: Evolution de la température pour la PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} = 303K et X = 0

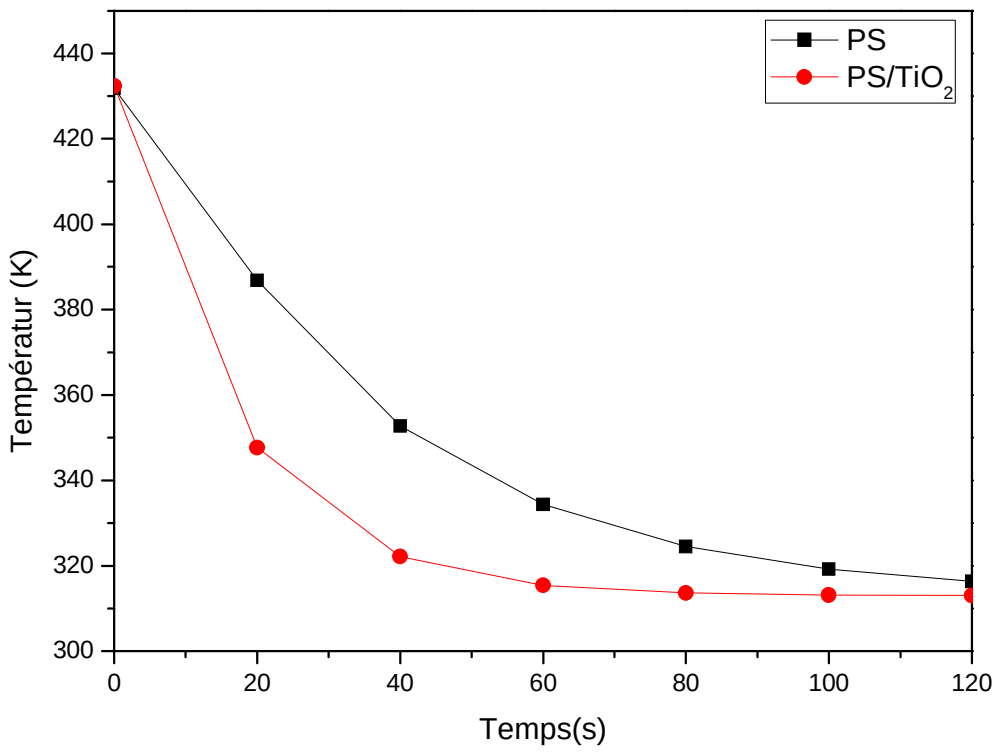


Figure 5.21 : Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =313K et X = 0

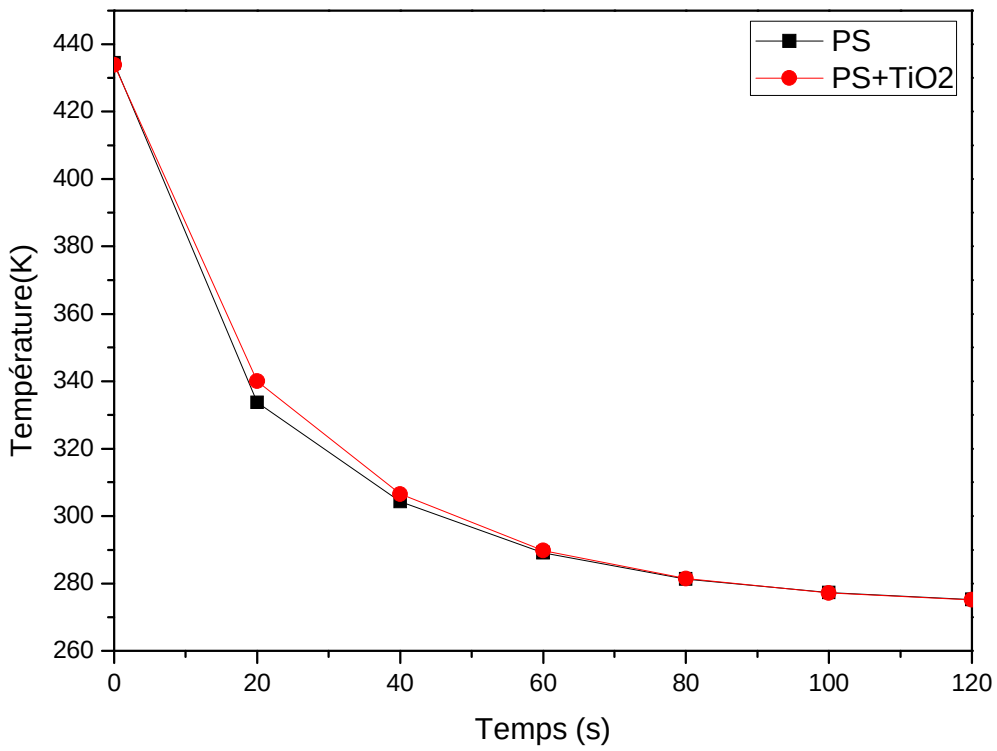


Figure 5.22: Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =273K et X = 1

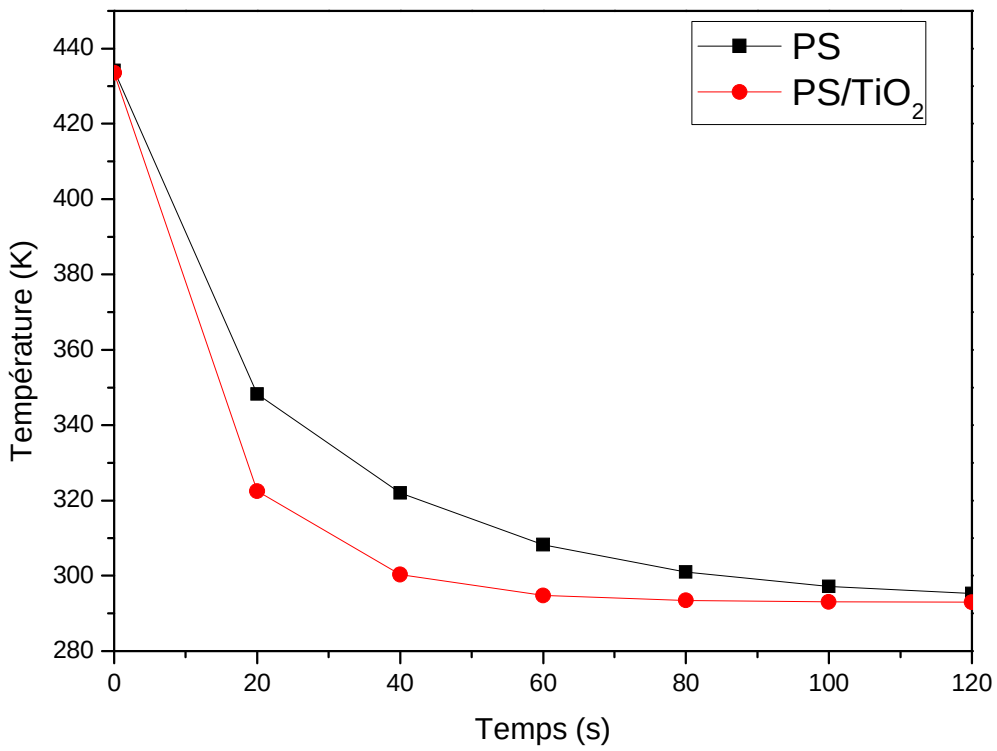


Figure 5.23: Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =293K et X = 1

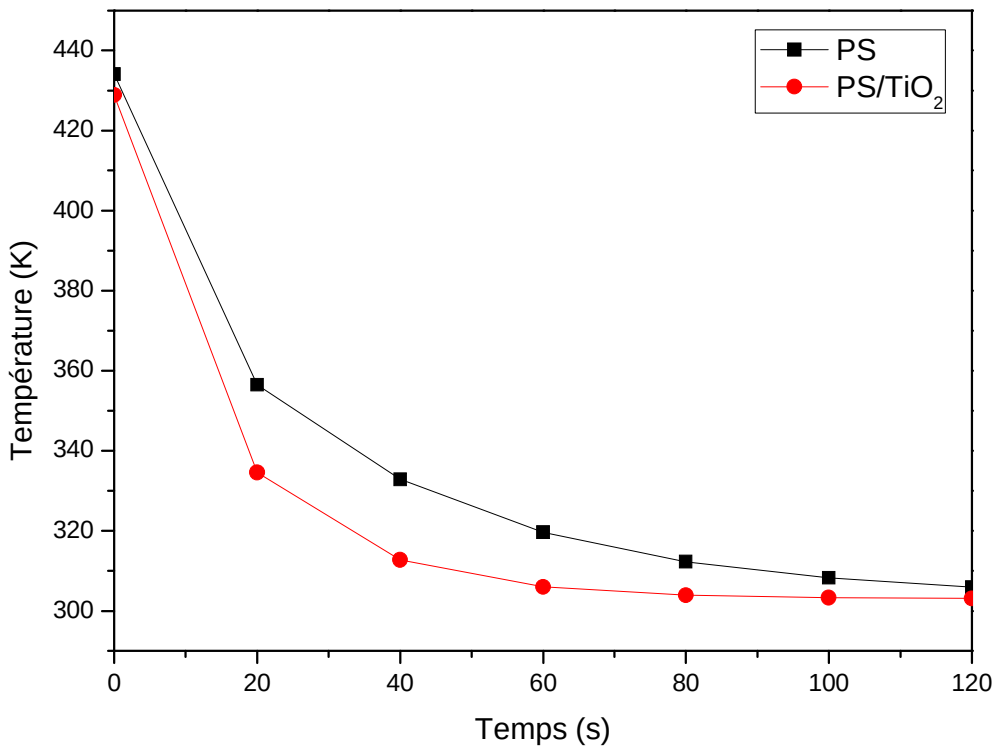


Figure 5.24: Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =303K et X =1

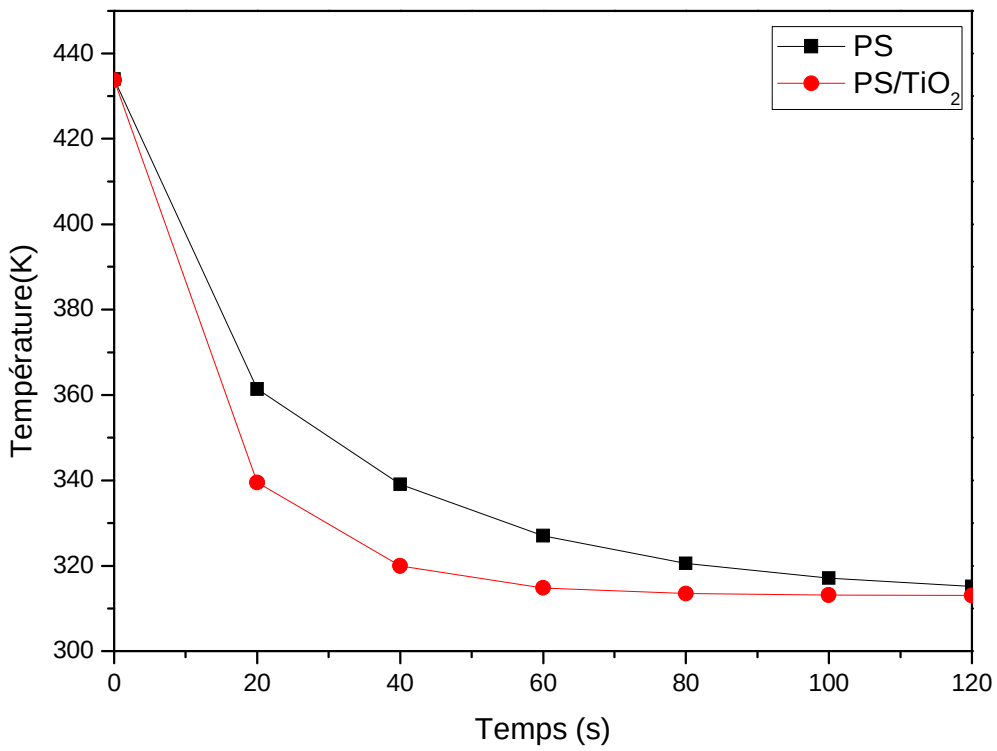


Figure 5.25: Evolution de la température pour le PS pur et le composite PS /TiO_2 pour T_{trempe} =313K et X = 1

III.3. Effet de l'épaisseur de la plaque

Dans cette section, nous nous proposons d'analyser l'effet de l'épaisseur '**e**'de la plaque de l'échantillon et donc de la diffusivité thermique sur le comportement thermique transitoire du composite. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 5.26 et 5.27 sous forme de profils de température au milieu (X=0) et sur la surface (X=1) pour une température de trempe de 308 K. En faisant varier l'épaisseur de la plaque de 1 à 3 mm (la diffusivité thermique varie ainsi de 0.554×10^{-7} $m^2.s^{-1}$ à 0.928×10^{-7} $m^2.s^{-1}$), le fait le plus marquant est que l'échange thermique est d'autant plus important que l'épaisseur est faible (ce qui correspond à des faibles valeurs de la diffusivité thermique). La diffusivité thermique, qui est une propriété thermo-physique importante des matériaux, caractérise la conduction de chaleur en régime non-stationnaire. Elle décrit comment un matériau réagit rapidement à un changement de température. Cela signifie que les corps possédant une diffusivité plus élevée s'échauffent (ou se refroidissent) plus vite que ceux pour lesquels elle est faible. On s'attend donc à une diminution plus rapide de la température pour les matériaux dont l'épaisseur est élevée. Mais nous assistons à l'effet inverse, l'échange est plus rapide quand l'épaisseur est faible (diffusivité faible). Ce phénomène peut être expliqué par le fait que les valeurs expérimentales de la diffusivité thermique ne peuvent pas représenter seules le comportement thermique global du matériau composite ; d'autres paramètres essentiels peuvent intervenir, l'épaisseur de l'échantillon, la température de trempe, la conductivité thermique, etc.

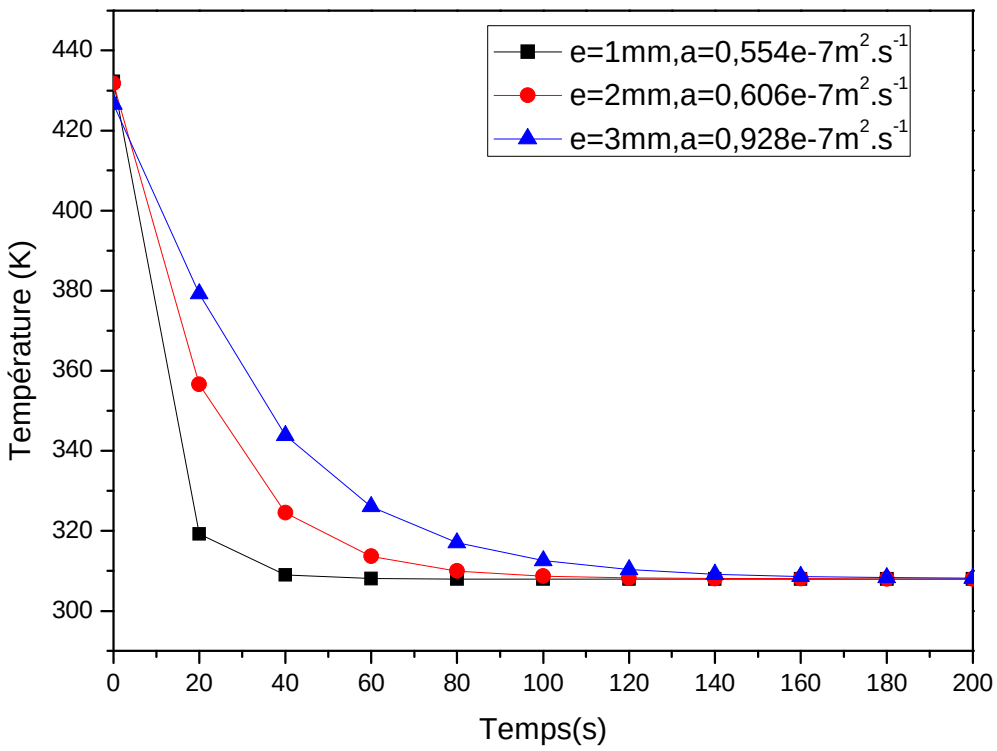


Figure 5.26: Evolution de la température en fonction du temps pour différentes épaisseurs de la plaque au centre (X=0) et pour T_{trempe} = 308 K

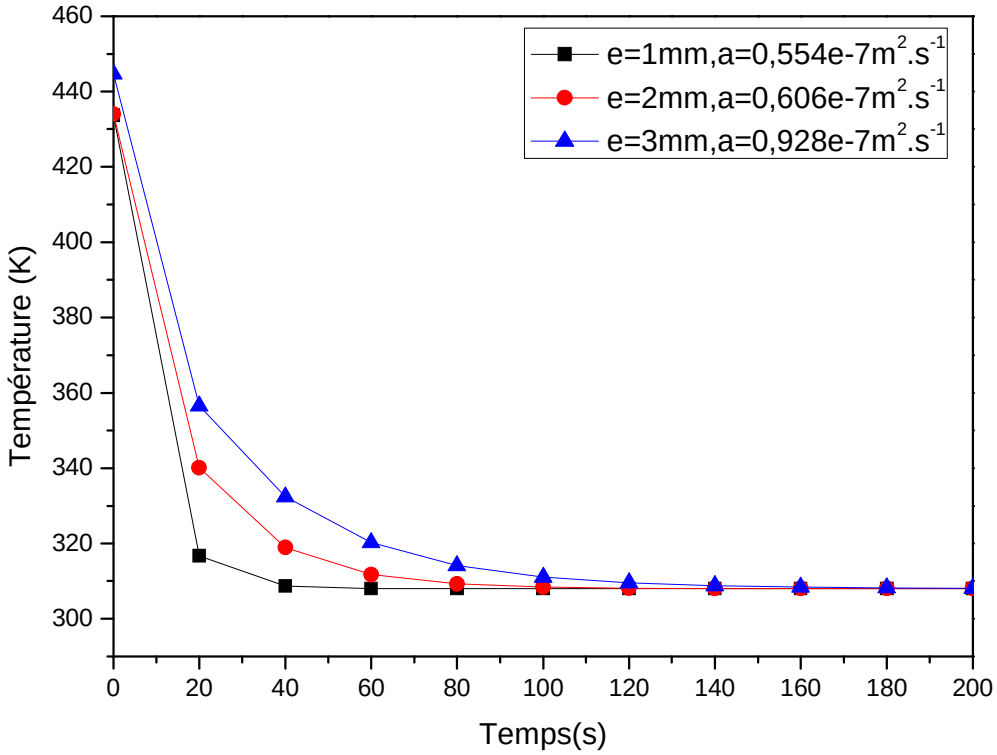


Figure 5.27: Evolution de la température en fonction du temps pour différentes épaisseurs de la plaque à la surface (X= 1) et pour T_{trempe} = 308 K

III.4. Effet de la température de trempe sur le flux échangé

La figure 5.28 illustre l'évolution du flux de chaleur échangé au cours du processus de la trempe en fonction du temps pour différentes valeurs de la température de trempe. Nous remarquons qu'il y a une diminution du flux en fonction du temps avant d'atteindre l'équilibre thermique à t=120 s pour T_{trempe}=273K et t=80s pour les autres températures de trempe, ce qui traduit l'importance du flux échangé pour des faibles températures de trempe comparées aux cas de températures de trempe élevées.

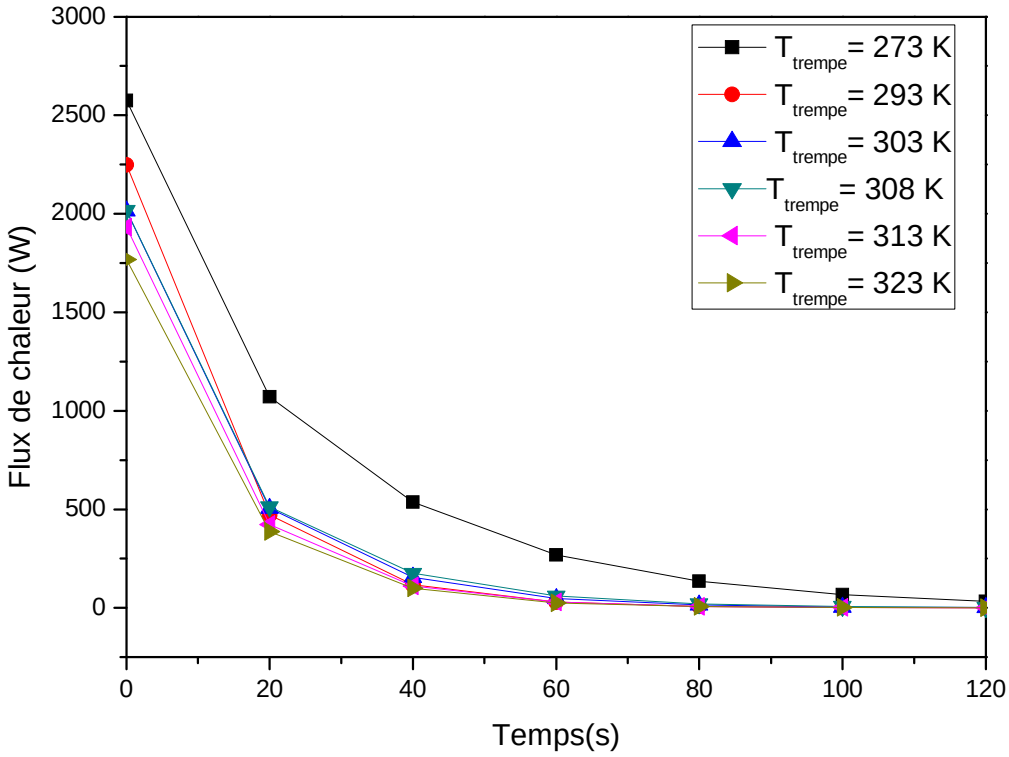


Figure 5.28: Evolution du flux de chaleur échangé en fonction du temps à la position X=1 et pour différentes températures de trempe du composite PS/TiO_2

REFERENCES

[1] M. Chikhi, « Métrologie et modélisation des transferts dans les composites naturels à faible cout pour l'isolation thermique dans les panneaux solaires », Thèse de Doctorat, Université de Batna, Algérie, 2013.

[2] M. Karkri, «Effective thermal conductivity of composite: numerical and experimental study», COMSOL Conference, Paris, 17-19 Novembre 2010.

[3] T. P. Selvin, J. Kuruvilla, T. Sabu, «Mechanical properties of titanium dioxide-filled polystyrene microcomposites», Materials Letters, Vol. 58(3-4), pp.281-289, 2004.

[4] N. Jouault, «Nanocomposites Silice/Polymère, Structure des charges, Renforcement mécanique, Conformation des chaînes, Evolution sous déformation», Thèse de Doctorat, Université de Bretagne, France, 2009.

[5] J. Ramier, «Comportement mécanique d'élastomères chargés, Influence de l'adhésion charge–polymère, Influence de la morphologie», Thèse de doctorat, INSA Lyon, France, 2004.

[6] T. L. Bergman, «Fundamental of Heat And Mass Transfert», 7ème edition, John Wiley and sons, New York, USA,2011.

Chapitre 6

ETUDE DU COMPORTEMENT THERMIQUE DU COMPOSITE PMMA/TiO_2

Chapitre 6
ETUDE DU COMPORTEMENT THERMIQUE DU COMPOSITE PMMA/TiO_2

I. INTRODUCTION

Ce chapitre consiste à étudier le comportement thermique dans les deux régimes permanent et transitoire du composite PMMA/TiO_2.L'objectif ici est de valider le modèle numérique utilisé pour modéliser la conductivité thermique effective du composite en comparant cette dernière aux valeurs expérimentales et analytiques.

L'effet de quelques paramètres principaux, tels que la résistance thermique de contact, la fraction de la charge et la température de trempe sur la conductivité thermique effective et sur la distribution de la température dans le matériau sera également examiné et analysé.

II. ETUDE EN REGIME PERMANENT

En servant du logiciel COMSOL Multiphysics basé sur la technique des éléments finis, une simulation numérique bidimensionnelle a été réalisée pour résoudre le problème de transfert de chaleur par conduction en régime stationnaire. Les transferts de type radiatifs et convectifs sont négligeables. Nous avons suivi un raisonnement semblable au cas du composite PS/TiO_2 (Paragraphes II.1 à II.4 du chapitre 5) pour estimer la conductivité thermique effective du matériau composite PMMA/TiO_2 en considérant une configuration géométrique représentée par une cellule élémentaire constituée d'un cercle de rayon r représentant le (TiO_2), centré dans un carré de dimension L=2µm représentant la matrice (PMAA).

Les paramètres utilisés dans les calculs sont:

- conductivité thermique du TiO_2 k_{ch} = k(TiO_2)= 2,5-5W/m.K
- conductivité thermique de la matrice k_m = k(PMMA) = 0.16 W/m. K
- fractions du pigment φ = 0.5%, 1%, 3%
- températures de trempe T_{trempe} = -20°C, -10°C, 0°C, 10°C, 20°C, 25°C, 30°C, 35°C, 40°C, 50 °C.

II.1. Validation du modèle numérique

Dans les tableaux 6.1-6.3 les résultats analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du (PMMA/TiO_2) sont comparés aux résultats obtenus expérimentalement pour différentes températures de trempe et pour différentes valeurs de la résistance de contact (R_c=10^{-3}, 10^{-4} et 10^{-5}). Pour cela, nous avons utilisé les propriétés

suivantes pour les deux matériaux: k_m = 0,16 W / m.K pour le polymère et k_{ch} = 2,5 W/mK pour le dioxyde de Titane. Le cercle est centré sur un carré de côté L = 2 µm. Les résultats montrent que les mesures expérimentales sont très proches aux valeurs numériques pour toutes les résistances de contact, particulièrement pour $R_c = 10^{-3}$ avec un écart moyen de **12,3%** et un écart minimal de **0.6 %** obtenu pour la température de trempe de 10° C. Nous notons également que les deux modèles analytiques sont en très bon accord avec les valeurs expérimentales, en particulier celui de Hatta et Taya qui présente un écart de **0 %** à T_{trempe} = 30 ° C et **1.1%** à T_{trempe}= 10°C, et avec les résultats numériques pour un écart de **1,7 %.** Nous pouvons ainsi conclure que la température de trempe correspondant aux meilleurs résultats est de 10 ° C et le modèle analytique fournissant les meilleurs résultats est celui de Hatta et Taya.

Tableau 6.1. Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour φ = 3 % et $R_c = 10^{-3}$

Température de trempe (°C)	Données expérimentales (W/m.K) à φ = 3 %	Résultats numériques		Modèles analytiques					
				Hatta et Taya			Hashin et Shtrikman		
		k_{eff} (W/m.K)	E_{n-e} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)
- 20	0,181	0,178	1,7	0,175	3,3	1,7	0.189	4,4	5,8
-10	0,182		2,2		3,8			3,8	
0	0,163		9,2		7,4			16,0	
10	0,177		0,6		1,1			6,8	
20	0,184		3,3		4,9			2,7	
25	0,186		4,3		5,9			1,6	
30	0,175		1,7		0,0			8,0	
35	0,188		5,3		6,9			0,5	
40	0,108		64,8		62,0			75,0	
50	0,137		29,9		27,7			38,0	
Ecart moyen			12,3		12,3			15,7	

- E_{a-e}: Ecart entre les valeurs analytiques et expérimentales de la conductivité thermique effective
- E_{a-n}: Ecart entre les valeurs analytiques et numériques de la conductivité thermique effective
- E_{n-e}: Ecart entre les valeurs numériques et expérimentales de la conductivité thermique effective

Tableau 6.2. Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour φ = 3 % et $R_c = 10^{-4}$

Température de trempe (°C)	Données expérimentales (W/m.K) à φ = 3 %	Résultats numériques		Modèles analytiques					
				Hatta et Taya			Hashin et Shtrikman		
		k_{eff} (W/m.K)	E_{n-e} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)
- 20	0,181	0,173	4,4	0,175	3,3	1,1	0,189	4,4	8,5
-10	0,182		4,9		3,8			3,8	
0	0,163		6,1		7,4			16,0	
10	0,177		2,3		1,1			6,8	
20	0,184		6,0		4,9			2,7	
25	0,186		7,0		5,9			1,6	
30	0,175		1,1		0,0			8,0	
35	0,188		8,0		6,9			0,5	
40	0,108		60,2		62,0			75,0	
50	0,137		26,3		27,7			38,0	
Ecart moyen			12,6		12,3			15,7	

- E_{a-e}: Ecart entre les valeurs analytiques et expérimentales de la conductivité thermique effective
- E_{a-n}: Ecart entre les valeurs analytiques et numériques de la conductivité thermique effective
- E_{n-e}: Ecart entre les valeurs numériques et expérimentales de la conductivité thermique effective

Tableau 6.3. Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour φ = 3 % et $R_c = 10^{-5}$

Température de trempe (°C)	Données expérimentales (W/m.K) à φ = 3 %	Résultats numériques		Modèles analytiques					
				Hatta et Taya			Hashin et Shtrikman		
		k_{eff} (W/m.K)	E_{n-e} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)	k_{eff} (W/m.K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)
- 20	0,181	0,172	5,0	0,175	3,3	7,4	0,189	4,4	0,5
-10	0,182		5,5		3,8			3,8	
0	0,163		5,5		7,4			16,0	
10	0,177		2,8		1,1			6,8	
20	0,184		6,5		4,9			2,7	
25	0,186		7,5		5,9			1,6	
30	0,175		1,7		0,0			8,0	
35	0,188		8,5		6,9			0,5	
40	0,108		59,3		62,0			75,0	
50	0,137		25,5		27,7			38,0	
Ecart moyen			12,8		12,3			15,7	

- E_{a-e}: Ecart entre les valeurs analytiques et expérimentales de la conductivité thermique effective
- E_{a-n}: Ecart entre les valeurs analytiques et numériques de la conductivité thermique effective
- E_{n-e}: Ecart entre les valeurs numériques et expérimentales de la conductivité thermique effective

Pour examiner l'effet du taux du pigment TiO_2 sur la précision du modèle numérique, nous présentons dans le tableau 6.4 une comparaison entre les valeurs numériques, expérimentales et analytiques de la conductivité thermique effective du composite en fonction de la fraction φ pour une température de trempe égale à 35°C et pour une résistance de contact égale à 10^{-3}.Un très bon accord a été observé entre les résultats numériques et expérimentaux pour toutes les fractions avec un écart moyen de **8,2 %.** Nous notons également que le modèle analytique de Hashin et Shtrikman approche convenablement les valeurs expérimentales avec un écart moyen de **4,5 %** et les résultats numériques avec un écart moyen de **6,2 %.**

Tableau 6.4. Résultats expérimentaux, analytiques et numériques de la conductivité thermique effective du PMMA/TiO_2 pour T_{trempe}=35°C et $R_c = 10^{-3}$

Fraction de la charge φ (%)	Données expérimentales (W/m.K)	résultats numériques		Modèles analytiques					
				Hata&Taya			Hashin&shtrikman		
	K_{eff} (W/m K)	K_{eff} (W/m K)	E_{e-n} (%)	K_{effe} (W/m K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)	K_{effe} (W/m K)	E_{a-e} (%)	E_{a-n} (%)
0,5	0,163	0,189	15,9	0,162	0,6	14,3	0,173	6,1	8,5
1,0	0,189	0,183	3,2	0,164	13,2	10,0	0,176	6,9	3,8
3,0	0,188	0,178	5,3	0,175	6,9	1,7	0,189	0,5	6,2
Ecarts moyens			8,2		6,9	8,7		4,5	6,2

II.2. Effet de la fraction de la charge

Dans la **Figure 6.1** on représente la conductivité thermique effective (k_{eff}) en fonction de la fraction surfacique φ de la charge pour une résistance de contact R=10^{-3} .On remarque que k_{eff} augmente avec φ avant d'atteindre une valeur presque constante proche de φ=38%. D'après cette figure, nous observons que l'addition de TiO_2 dans la matrice de poly(méthacrylate de méthyle) (PMMA) augmente la conductivité thermique du composite. Cette augmentation est prévisible, car la poudre de TiO_2 possède une conductivité thermique plus grande que celle de la matrice du composite. L'évolution asymptotique de la conductivité thermique du composite peut être due à un état de saturation comme c'était le cas dans le composite PS/TiO_2 où les variations deviennent de plus en plus petites. L'augmentation de la fraction de la charge peut créer un phénomène d'agrégation conduisant à l'apparition de régions occluses ne participant pas aux contraintes qui peuvent avoir lieu.

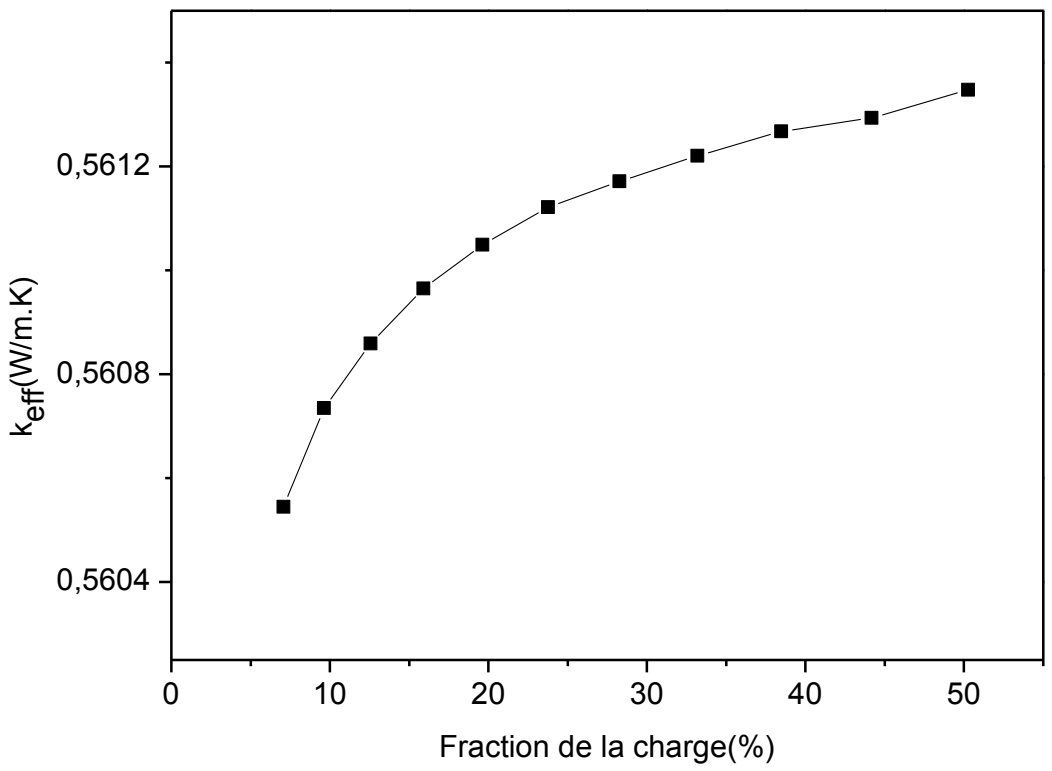


Figure 6.1: Conductivité thermique effective en fonction de a fraction de la charge pour une résistance de contact $R_c = 10^{-3}$

II.3. Effet de la conductivité thermique de la charge

La **figure 6.2** montre l'effet de la conductivité thermique de la charge sur la conductivité thermique effective du composite en fonction de la fraction de la charge k_{ch}. On remarque que si k_{ch} augmente la conductivité thermique effective du composite augmente du fait que k_{ch} est largement supérieure à k_m.

II.4. Distribution de la température dans le matériau composite

La **figure 6.3** représente la distribution de la température dans le composite pour différentes valeurs de la fraction de la charge. On remarque que dans le domaine occupé par la matrice, la température augmente linéairement en fonction de la dimension de la cellule quel que soit la fraction de la charge et elle est presque constante (un gradient thermique très faible) dans le domaine occupé par la charge, et ce en raison de la conductivité thermique de la charge (TiO_2) qui est plus élevée que celle de la matrice (PMMA), ce qui favorise l'échange thermique dans la charge.

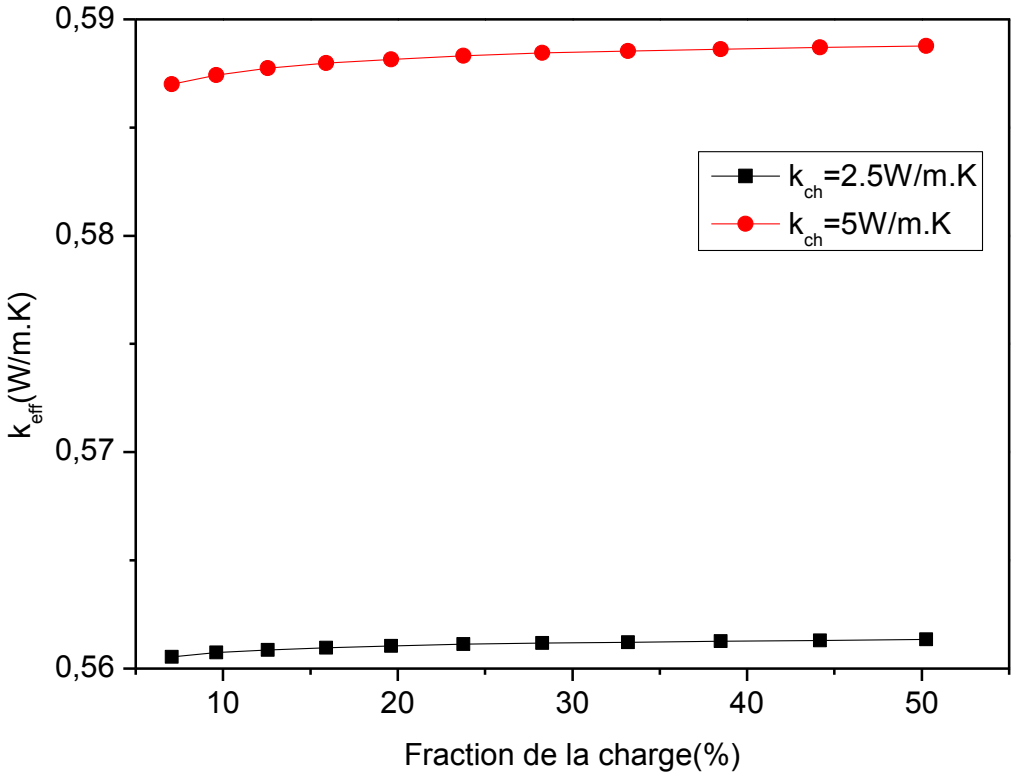


Figure 6.2: Effet de la conductivité thermique de la charge sur la conductivité thermique effective du composite

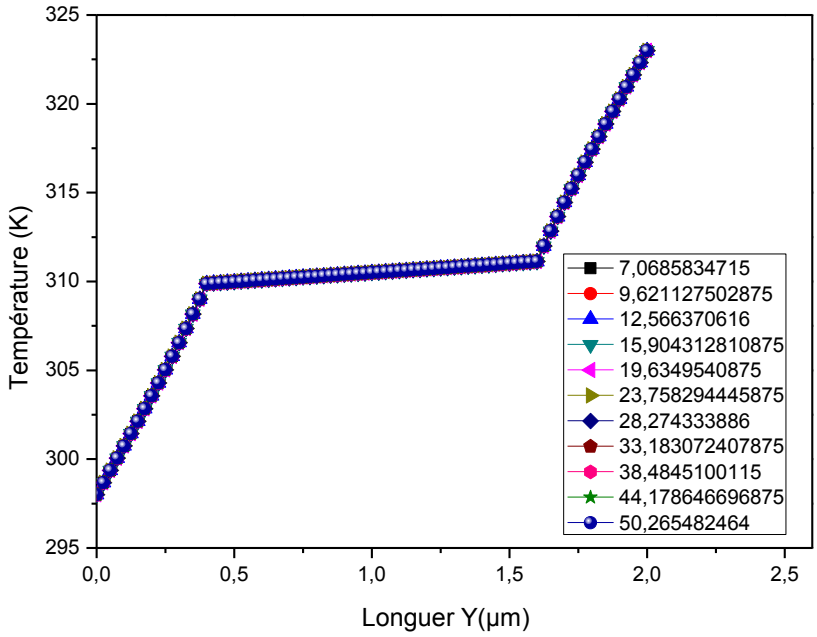


Figure 6.3 : Distribution de la température à la position X=1µm en fonction de la longueur Y de la cellule et de la fraction de la charge

III. ETUDE EN REGIME TRANSITOIRE

Un raisonnement identique à celui présenté au chapitre 5 permet d'étudier le régime transitoire du composite PMMA/TiO_2 en considérant une plaque de ce matériau d'épaisseur 2L et de température initiale $T(x,0) = T_i$= 160 °C, et brusquement immergée dans un fluide de température T_∞ = -20, -10, 0, +10, +20, +25, +30, +35, +40 et +50 °C. Différents taux du dioxyde de Titane ont été testés : 0.5 %, 1 % et 3 %.

Le but de cette section est de calculer la distribution de la température T(x,t) en utilisant l'équation (5.16) nous permettant d'étudier l'influence de certaines grandeurs telles que la température de trempe, la position dans le matériau et le taux du TiO_2 sur les profils de température et du flux échangé. Les parmètres utilisés dans les calculs sont les suivants :

t = 10 mn ;

L = 1 mm ;

h = 100 $W.m^{-2}.K^{-1}$;

T_i=160 °C.

La procédure expérimentale présentée au chapitre 3 nous permet de mesurer la conductivité thermique et la diffusivité thermique du composite (PMAA/TiO_2) que nous reportons dans le tableau (6.5).

Tableau 6.5. Mesures expérimentales de la conductivité et de la diffusivité thermiques du composite PMMA/TiO_2en fonction de la fraction φ du TiO_2 et de la température de trempe

Fraction de la charge (%)	0.5 %		1 %		3%	
T de trempe (°C)	k (W/m.K)	a $(m^2/s)\times10^{-7}$	k (W/m.K)	a $(m^2/s)\times10^{-7}$	k (W/m.K)	a $(m^2/s)\times10^{-7}$
-20	0,178	1,302	0,124	1,115	0,181	1,537
-10	0,180	1,401	0,101	0,772	0,182	1,544
0	0,156	1,225	0,07	0,663	0,163	1,096
10	0,184	1,283	0,131	1,100	0,177	1,247
20	0 ,188	1,214	0,144	1,046	0,184	1,328
25	0,148	1,215	0,153	1,145	0,186	1,424
30	0,11618	1,028	0,192	1,262	0,175	1,335
35	0,163	1,232	0,189	1,256	0,188	1,354
40	0,169	1,1399	0,202	1,262	0,108	0,973
50	0,144	1,056	0,116	0,844	0,137	1,212

III.1. Effet de la température de trempe sur la distribution de la température

Cette partie est consacrée à l'étude de l'effet de la température de trempe et de la position X dans le matériau sur le comportement thermique dynamique du composite, pour une fraction φ = 3%. L'ensemble des résultats sont présentés sous forme de profils de température. Les figures 6.4 à 6.13 montrent l'évolution de la température pendant la phase transitoire pour différentes températures de trempe (-20, -10, 0, +10, +20, +25,+30, +35, +40 et +50°C) au centre de la plaque (X=0) et sur sa surface (X=1). Nous notons une diminution rapide des températures au début de la trempe, ce qui est signe d'un important échange thermique, avant qu'elles deviennent presque constantes à t = 150 s, ce qui correspond à un transfert thermique de plus en plus faible. Ce comportement est observé pour toutes les températures de trempe et aux deux positions dans le matériau. Bien que l'écart entre les courbes pour les deux positions X=0 et X=1 est presque le même pour toutes les températures de trempe, le profil de température au centre de la plaque X=0 reste cependant supérieur à celui de la surface X=1 indépendamment de T_{trempe}. Cette différence en valeurs de T(t) entre les deux cas est due au contact direct entre la surface du matériau et le fluide qui fait que l'échange thermique est beaucoup plus rapide pour les régions externes du matériau que pour les régions internes. Nous notons également une réduction de la différence de température entre les deux états initial et final en fonction de la température de trempe (Figures 6.14 et 6.15). Ceci est prévisible à cause d'une part du terme $(T_i - T_\infty)$ qui diminue lorsque T_∞ augmente, d'autre part la diffusivité et la conductivité thermique interviennent d'une manière non linéaire dans le terme $C_1 exp(-\zeta_1^2 Fo) cos(\zeta_1 x)$ et contribuent à la diminution de la température (Figures 6.16 et 6.17).

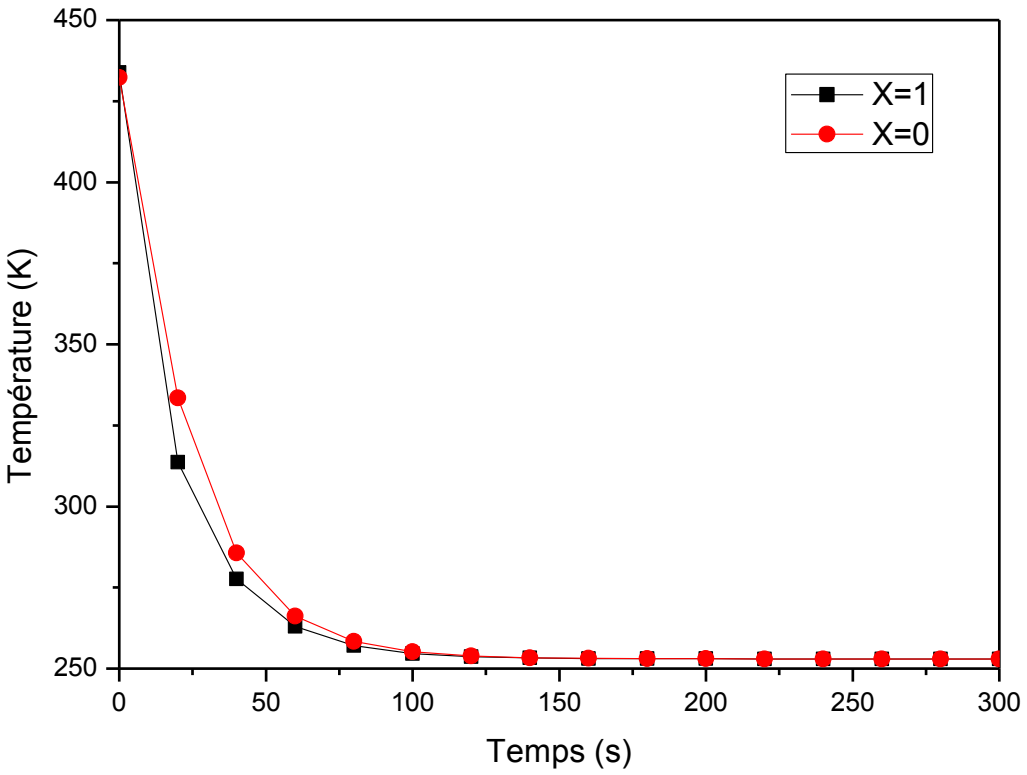


Figure 6.4: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X =0 et X=1 pour T_{trempe}=-20°C et φ = 3%

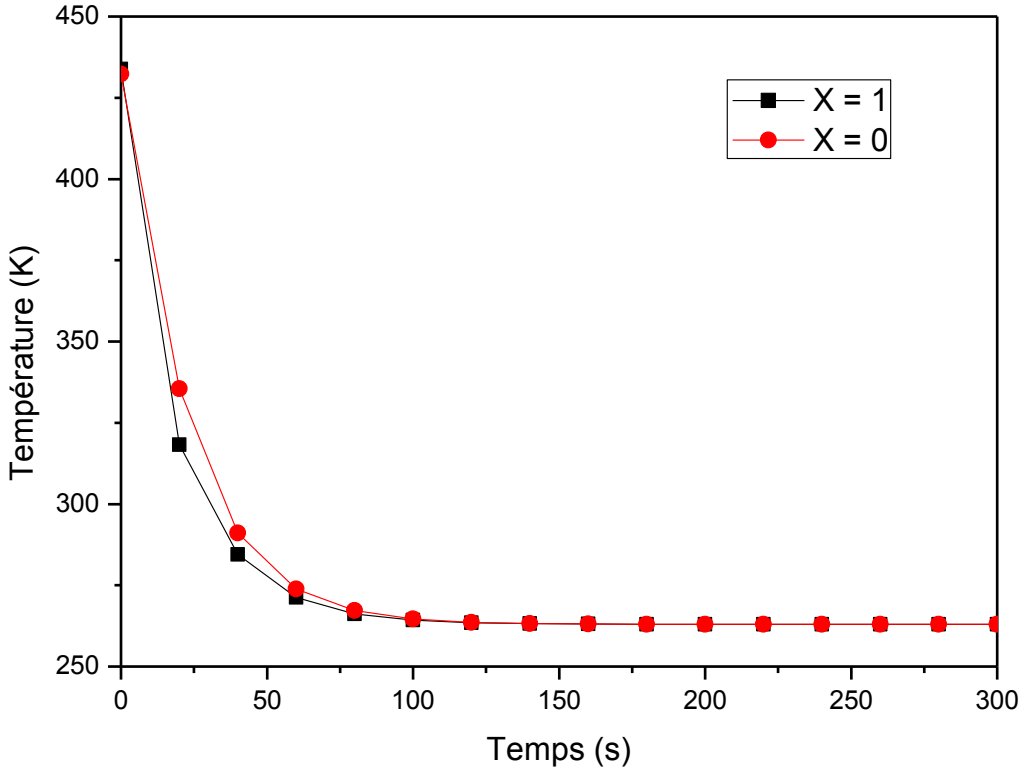


Figure 6.5: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= -10°C et φ = 3%

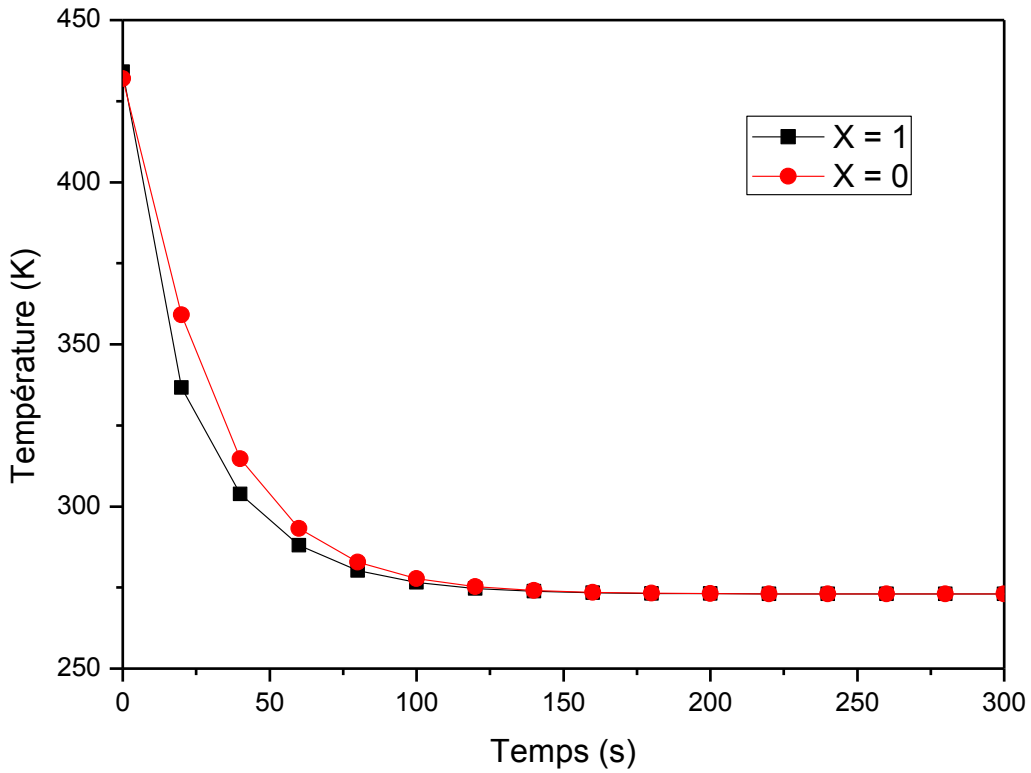


Figure 6.6: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 0°C et φ = 3%

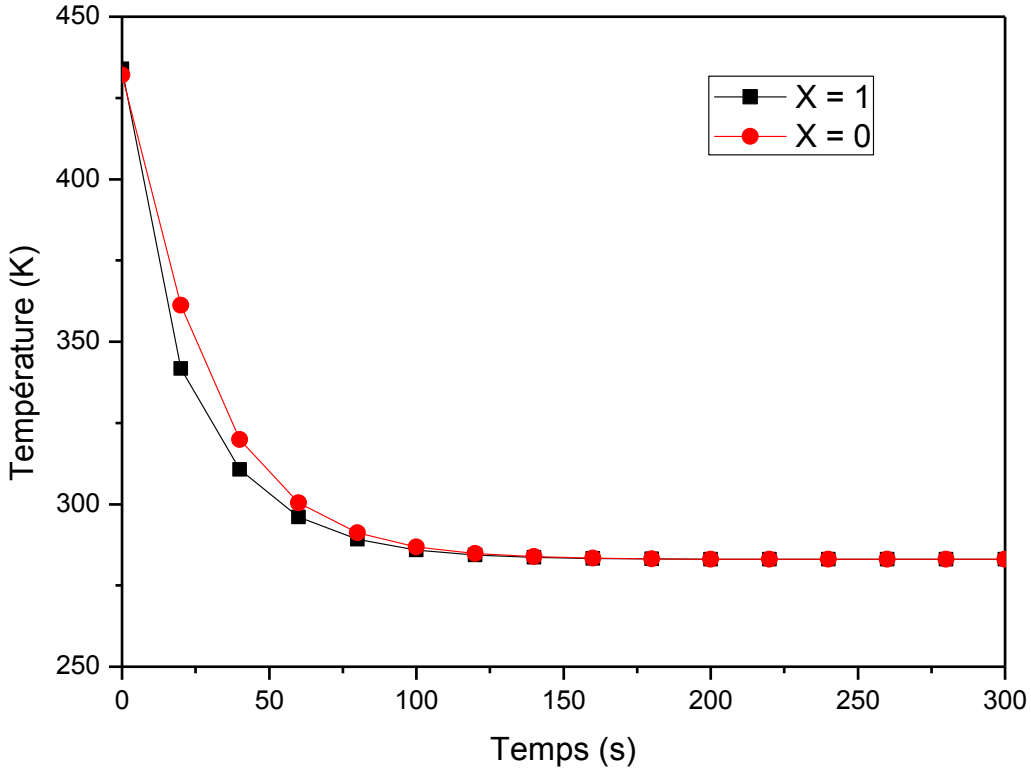


Figure 6.7: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}=10°C et φ = 3%

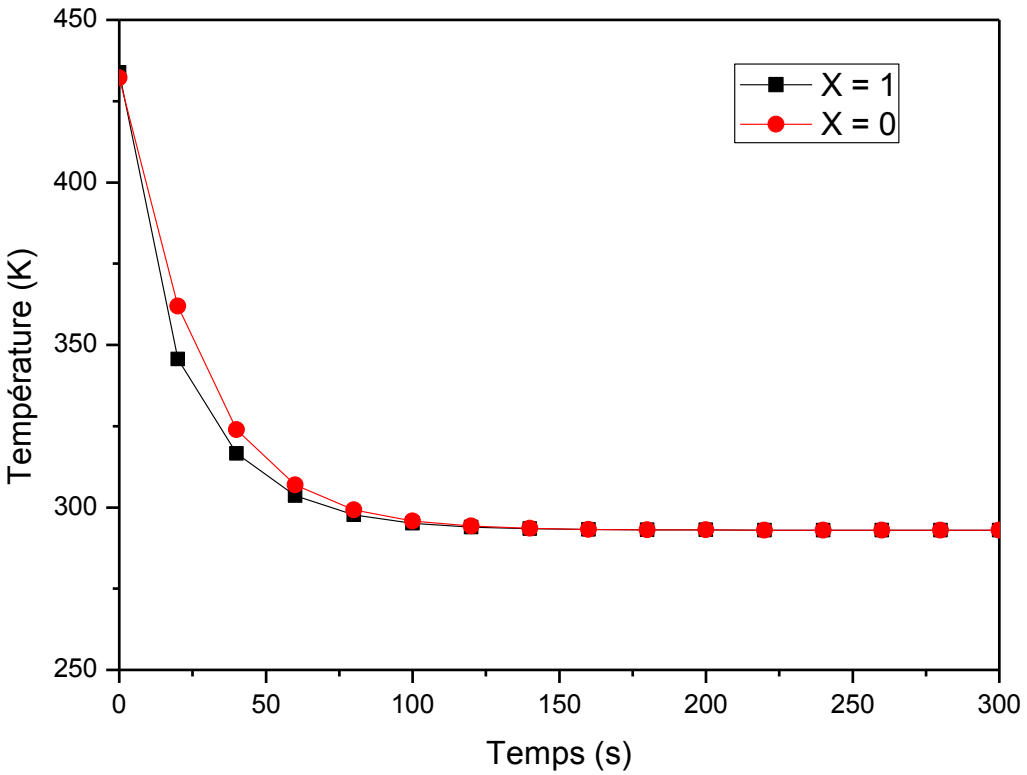


Figure 6.8: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 20°C et φ = 3%

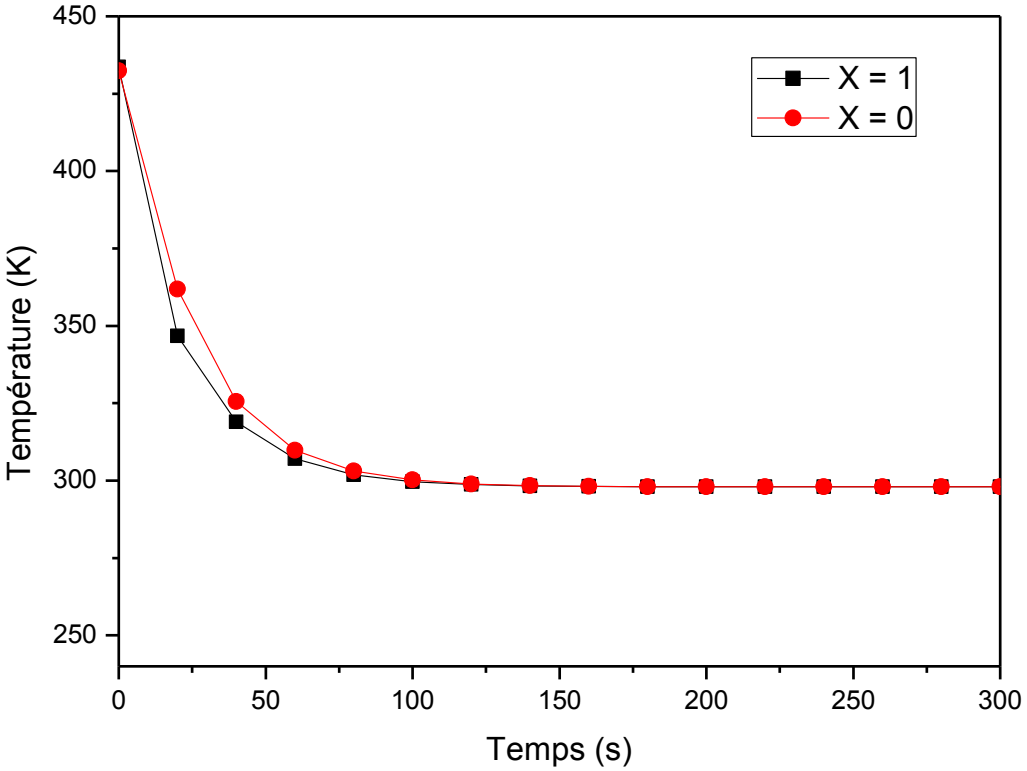


Figure 6.9: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 25°C et φ = 3%

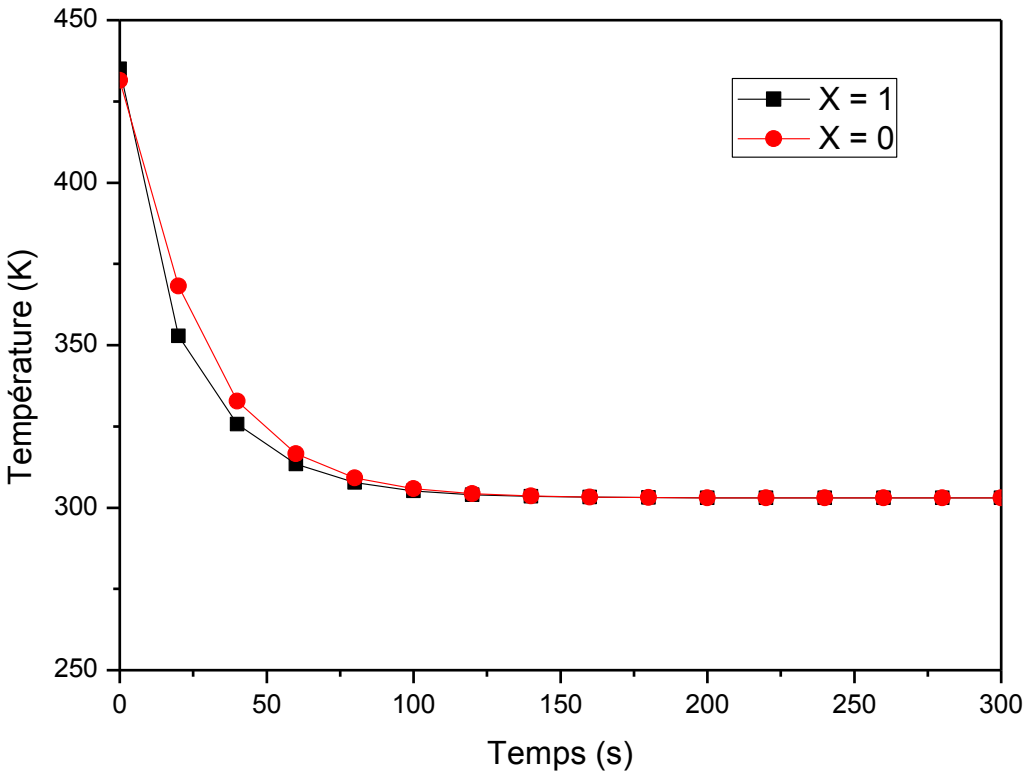


Figure 6.10: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 30°C et φ = 3%

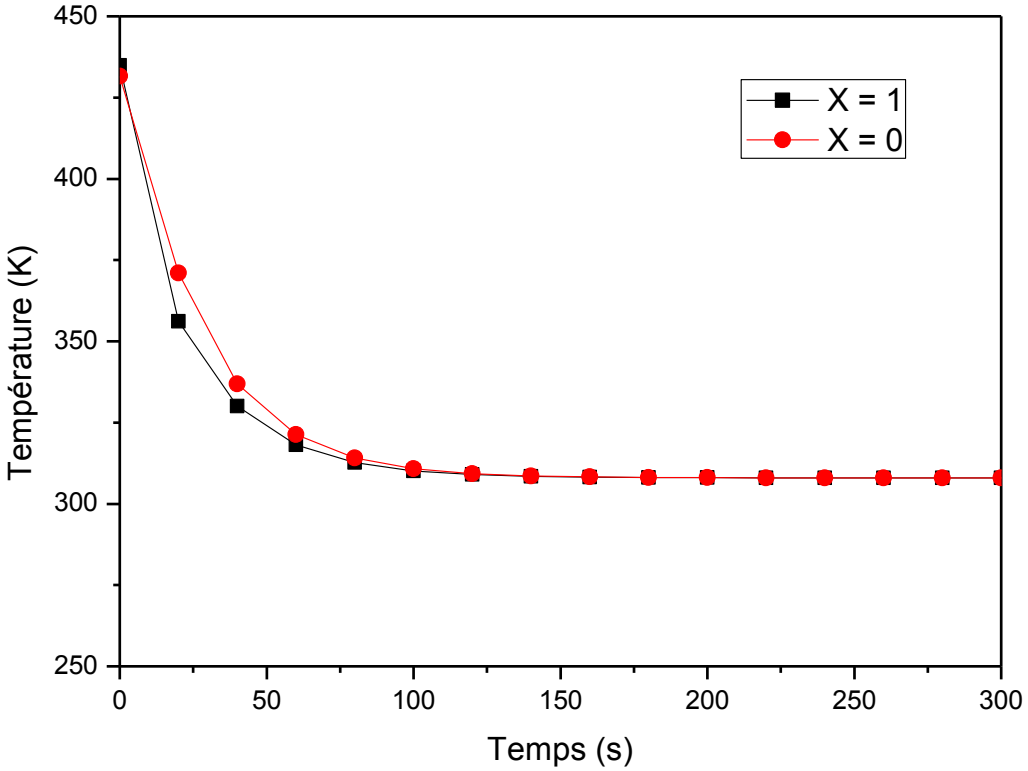


Figure 6.11: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 35°C et φ = 3%

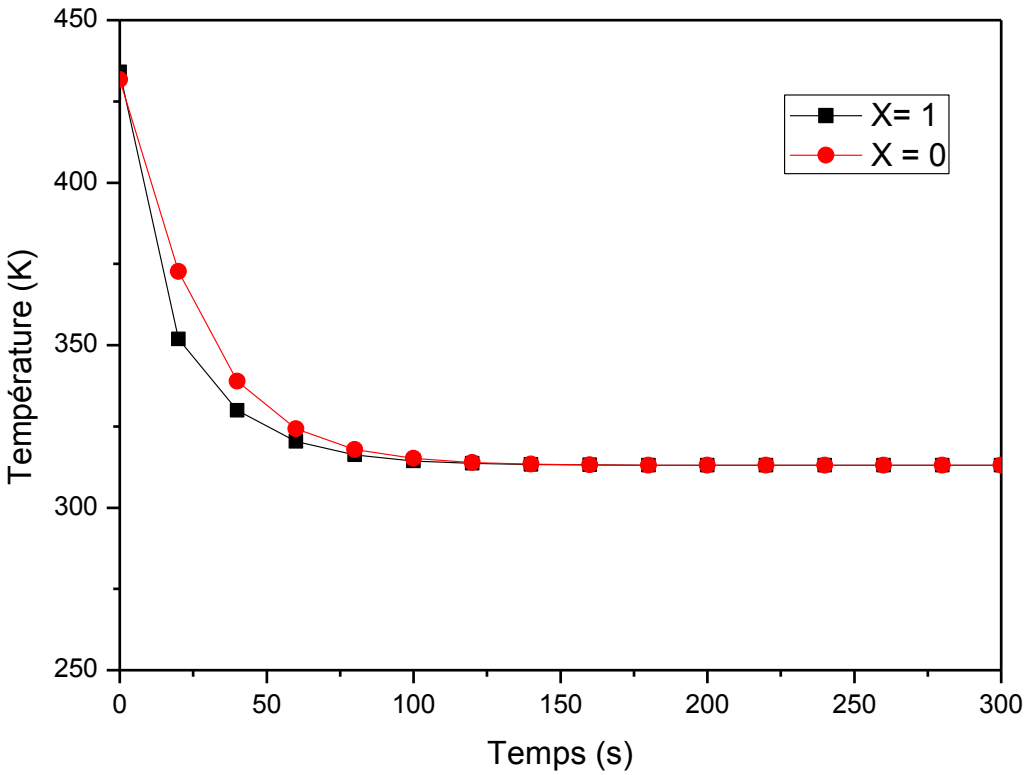


Figure 6.12: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 40°C et φ = 3%

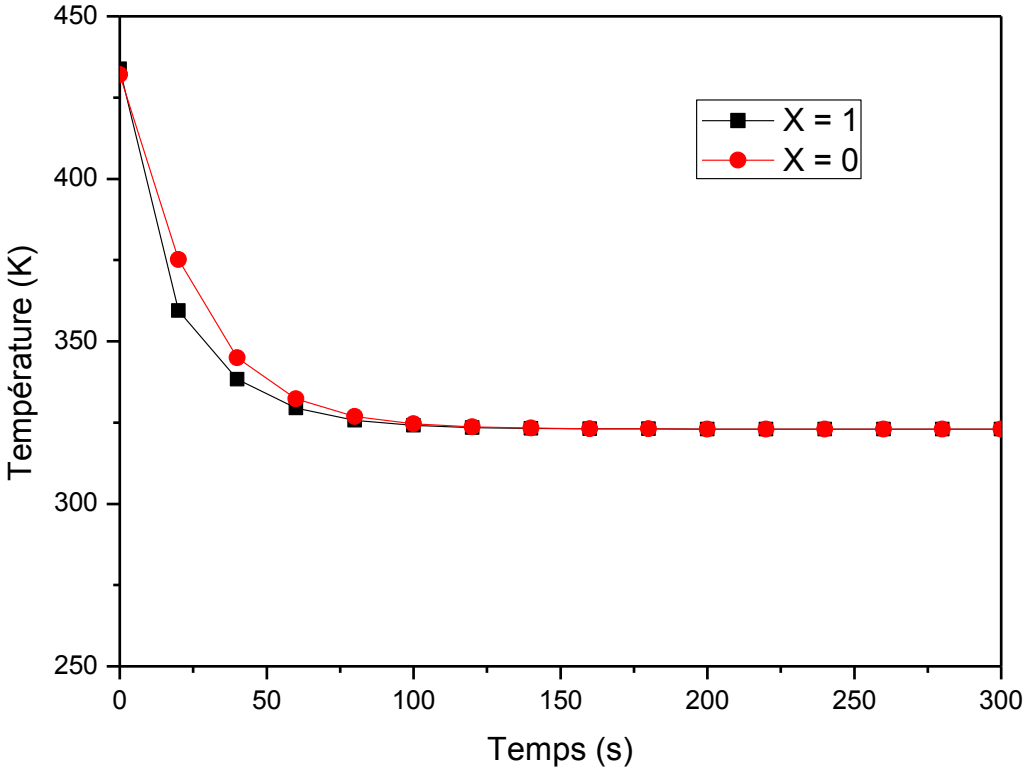


Figure 6.13: Evolution de la température en fonction du temps aux positions X = 0 et X=1 pour T_{trempe}= 50°C et φ = 3%

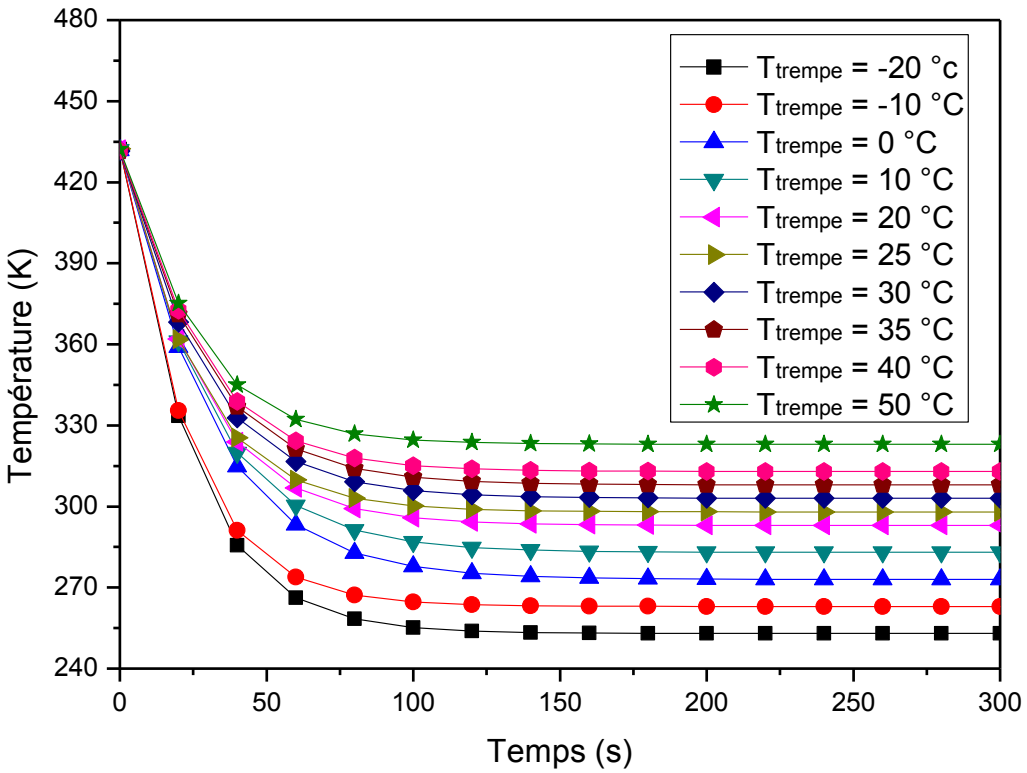


Figure 6.14: Evolution de la température en fonction du temps à différentes températures de trempe pour X = 0 et φ = 3%

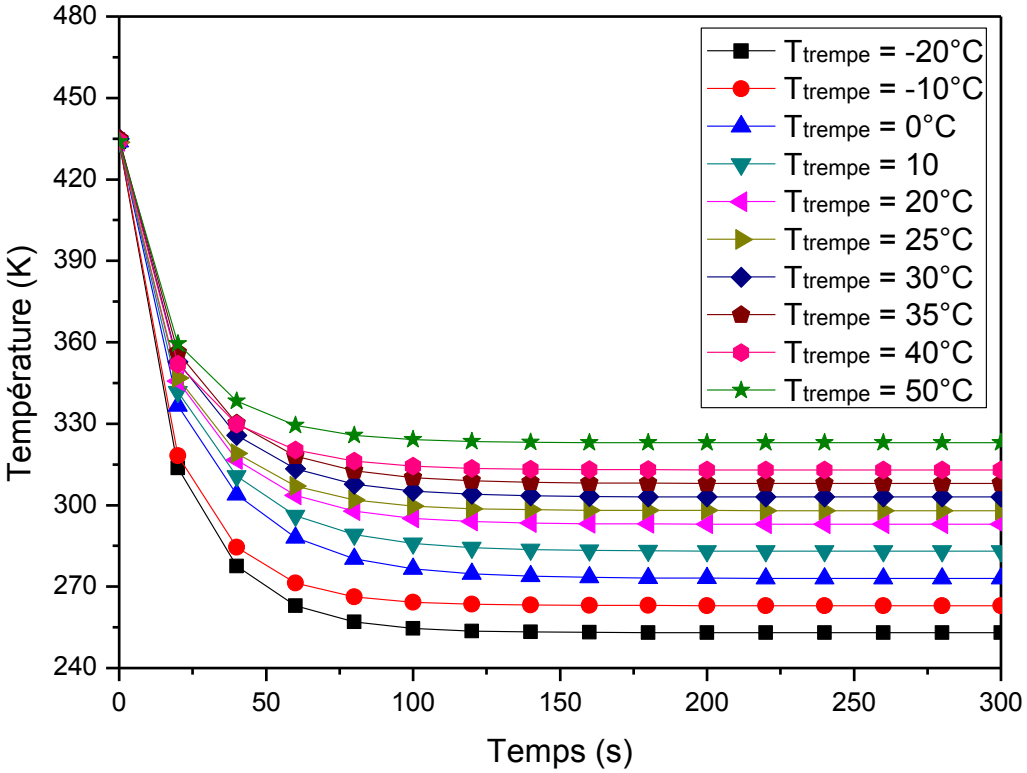


Figure 6.15: Evolution de la température en fonction du temps à différentes températures de trempe pour X = 1 et φ = 3%

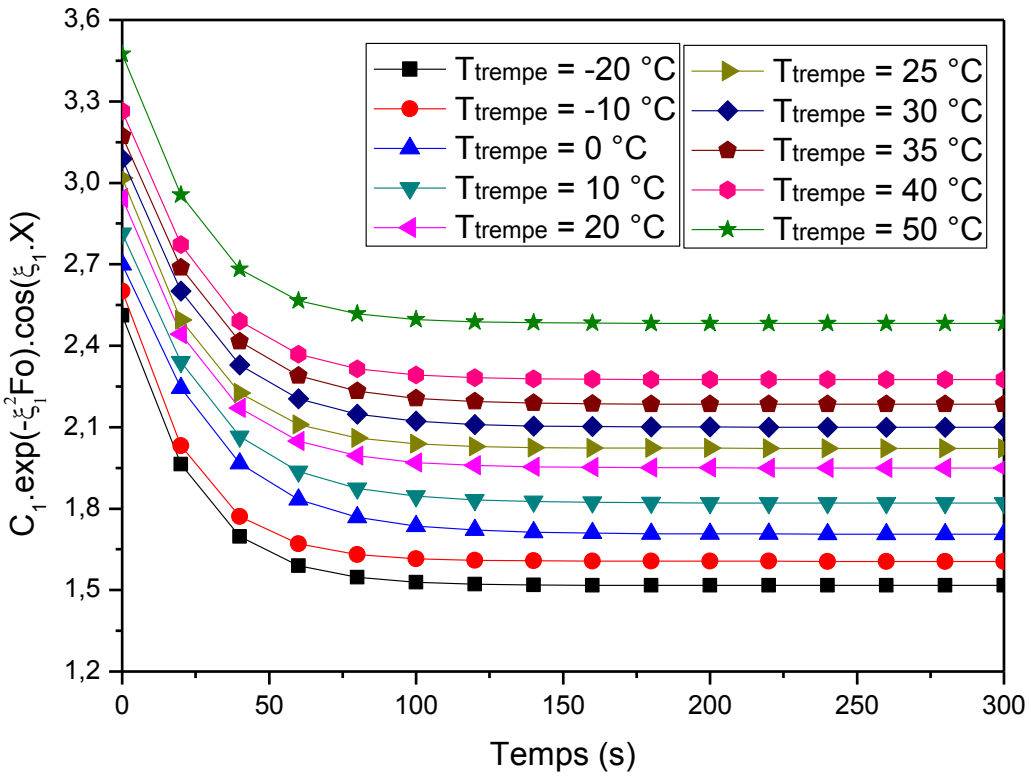


Figure 6.16: Evolution du terme $C_1 exp(-\zeta_1^2 Fo) cos(\zeta_1 x)$ en fonction du temps à X = 0 pour φ = 3%

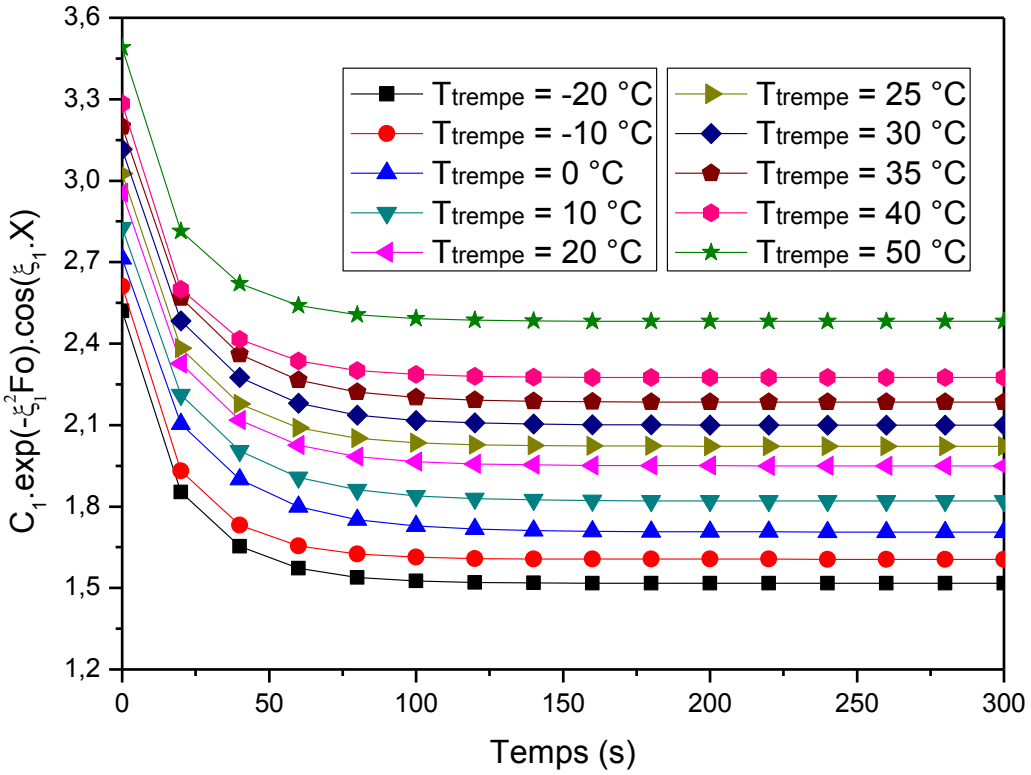


Figure 6.17: Evolution du terme $C_1 exp(-\zeta_1^2 Fo) cos(\zeta_1 x)$ en fonction du temps à X = 1 pour φ = 3%

III.2. Effet de la fraction du TiO_2 sur la température

Parmi les résultats obtenus, nous présentons les courbes des figures 6.18-6.27 illustrant la comparaison de la distribution de température entre les différentes fractions φ du TiO_2 dans la plage des températures de trempe (20°C à 50°C) pour les deux positions X=0 et X=1 respectivement. Une augmentation significative des gradients thermiques est observée lorsque la fraction augmente (le régime permanent est atteint plus rapidement pour des fractions élevées), traduisant ainsi une amélioration de l'échange thermique dans le composite à forte fraction de TiO_2. Par opposition, les profils de températures suivent une évolution irrégulière en fonction de la fraction dans la plage de température de trempe (-20 °C à +10°C), ce qui est signe de complexité du comportement physique du composite pour les faibles températures de trempe.

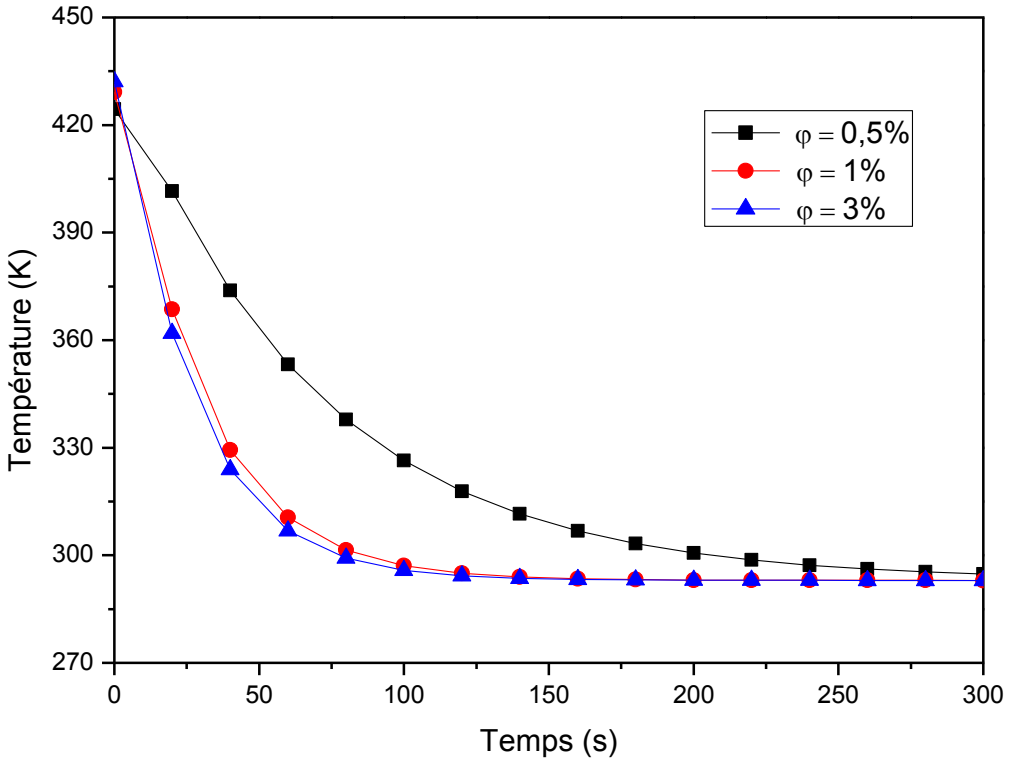


Figure 6.18: Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 20 °C

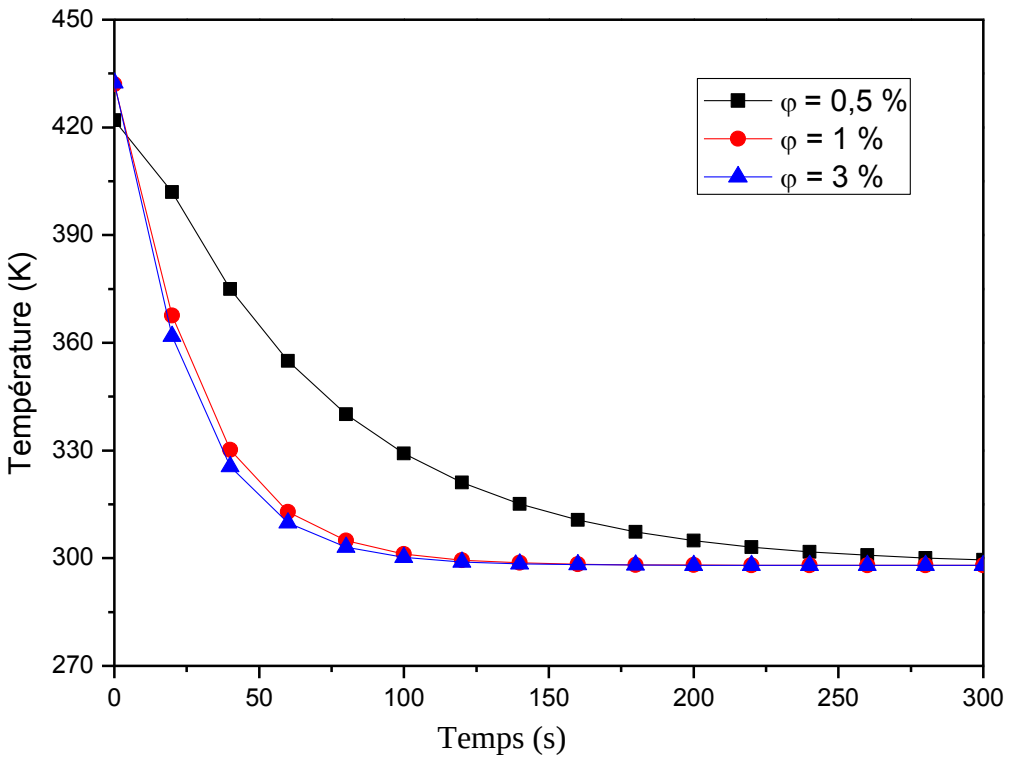


Figure 6.19: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 25 °C

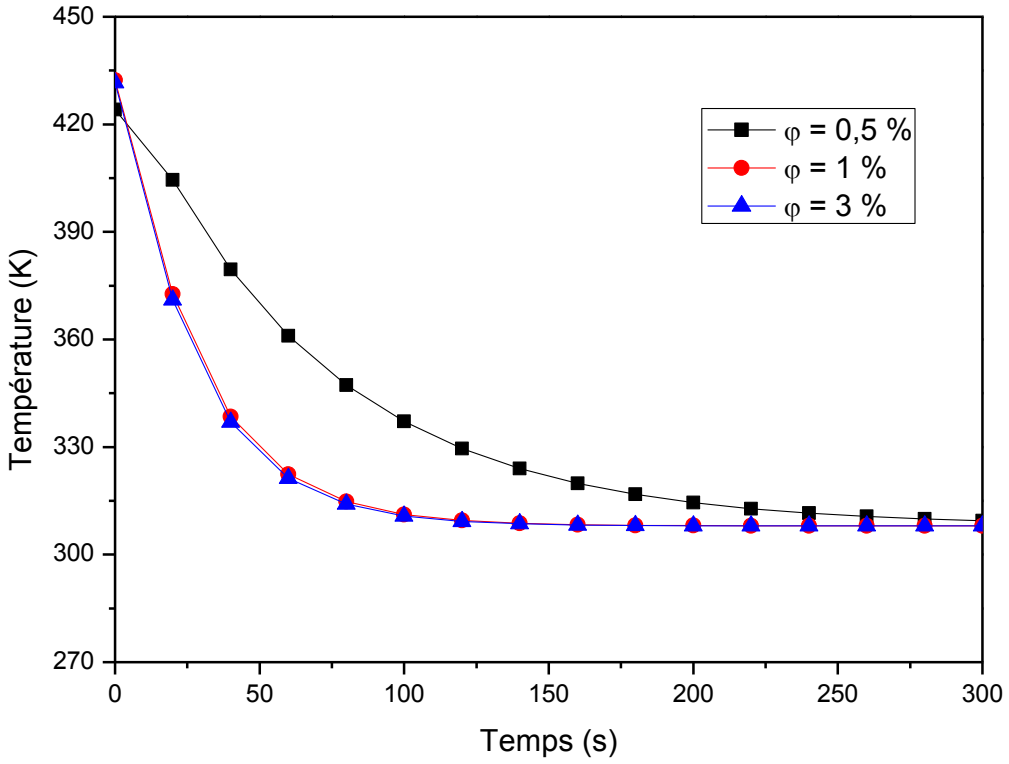


Figure 6.20: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 35 °C

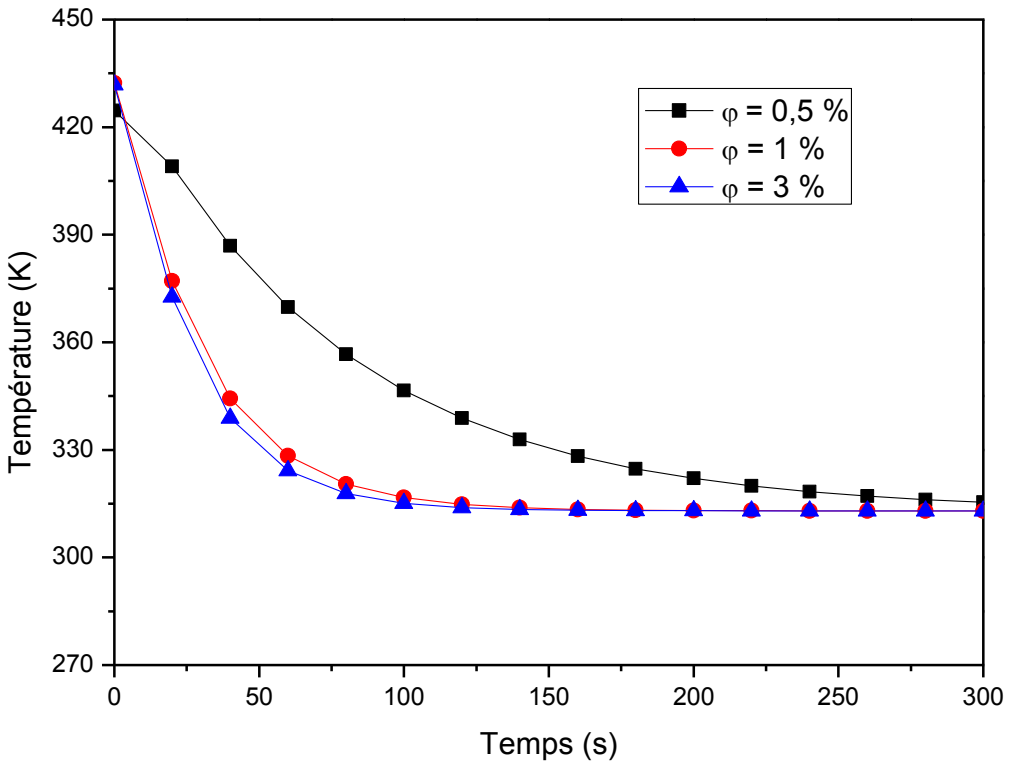


Figure 6.21: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 40 °C

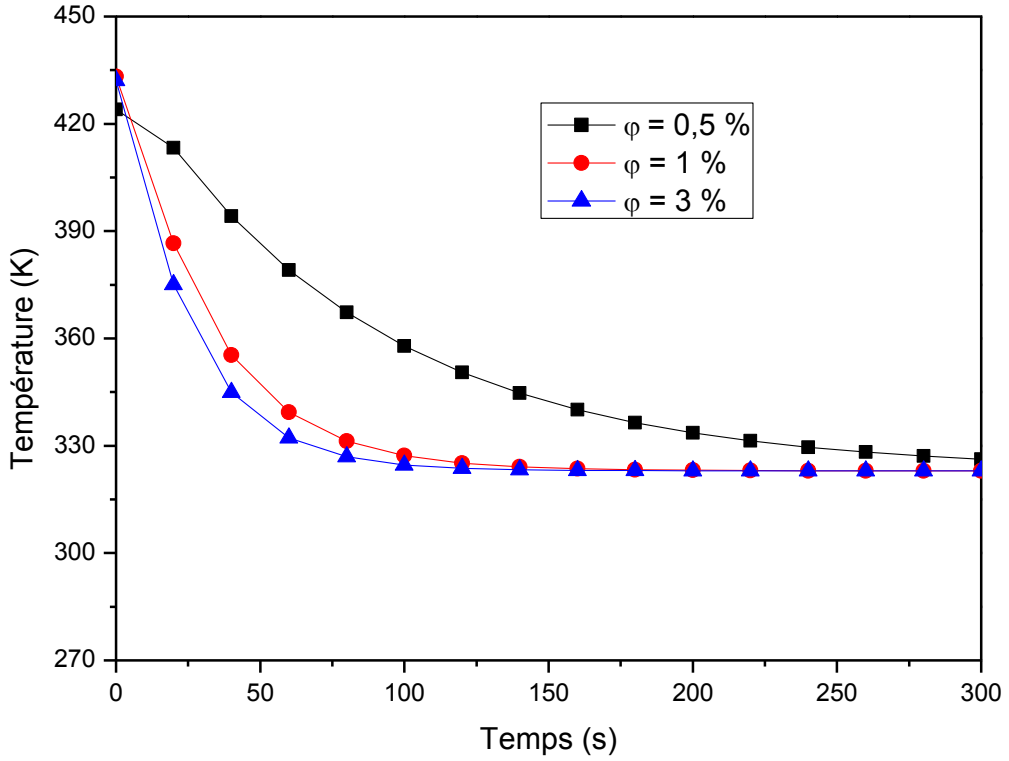


Figure 6.22: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=0 et T_{trempe} = 50 °C

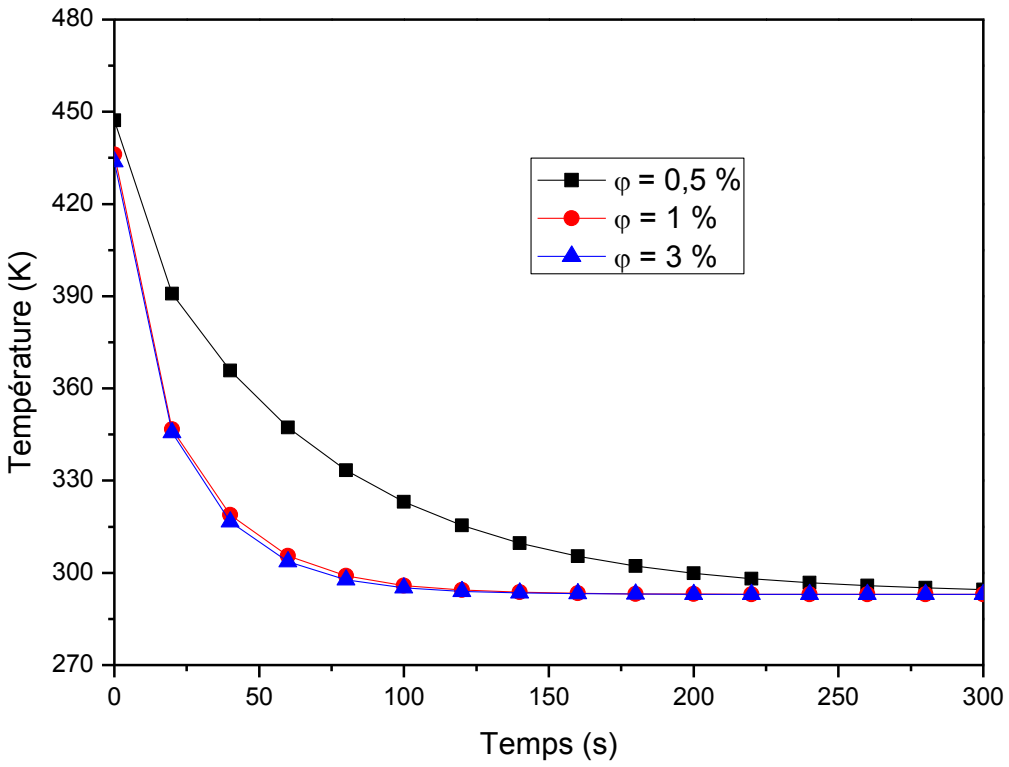


Figure 6.23: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 20 °C

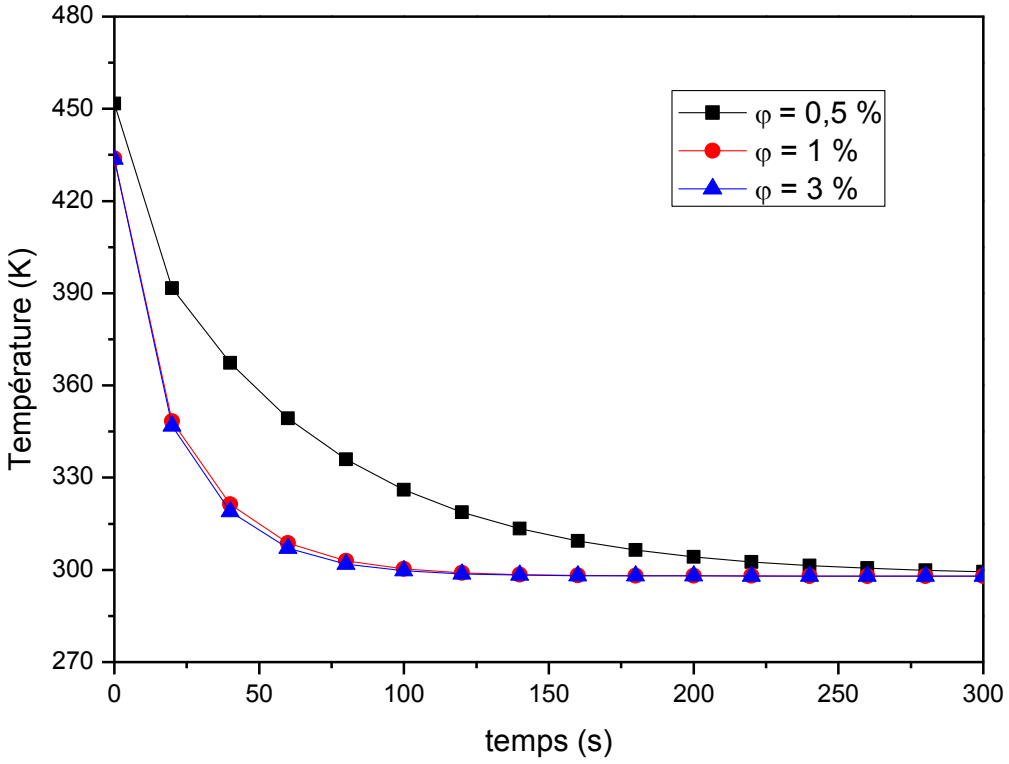


Figure 6.24: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 25 °C

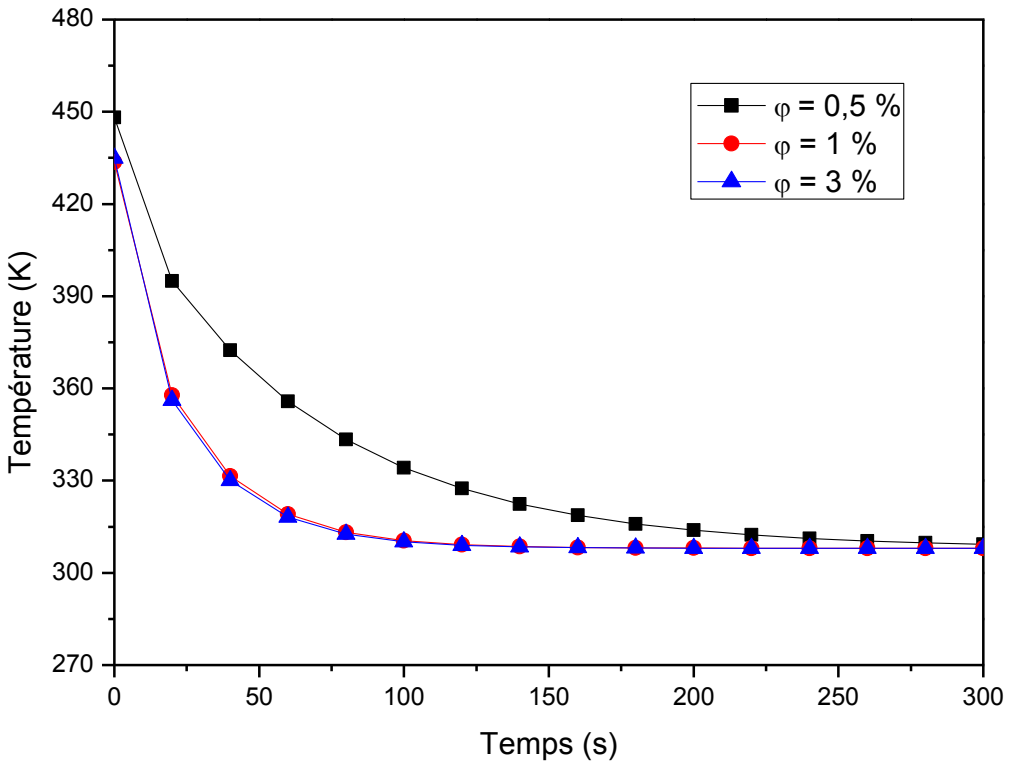


Figure 6.25: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 35 °C

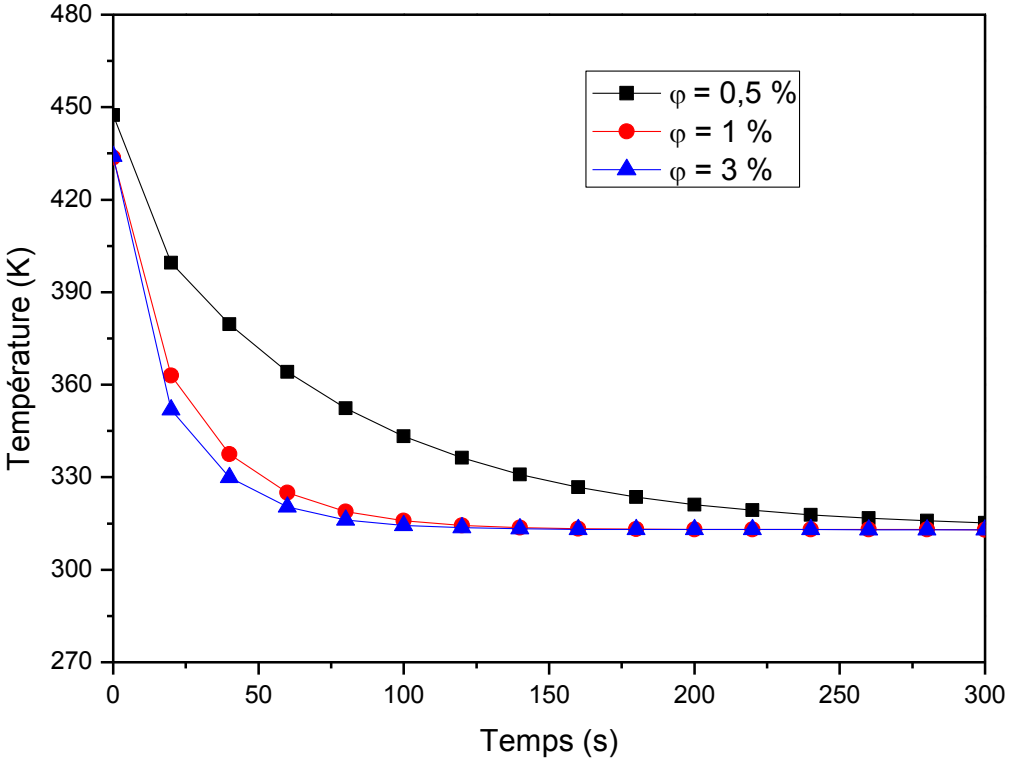


Figure 6.26: Effet de la fraction du TiO_2 sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 40 °C

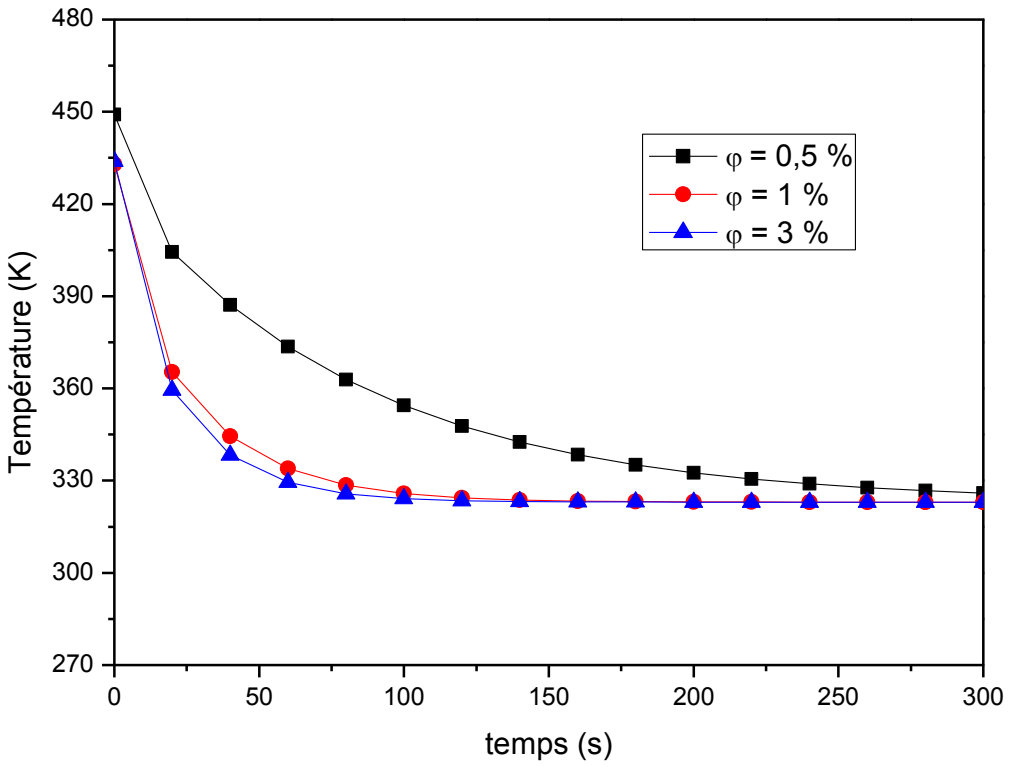


Figure 6.27: Effet de la fraction du TiO_2sur la distribution de la température pour X=1 et T_{trempe} = 50 °C

III.3. Effet de la température de trempe sur le flux thermique échangé

La figure 6.27 représente les profils de flux en fonction de la température de trempe dans un composite de TiO_2pigmenté à 3 %. Nous remarquons qu'il y a une diminution de flux en fonction du temps et l'état d'équilibre est atteint à des temps différents selon la température de trempe, ce qui traduit l'importance du flux échangé pour des faibles températures de trempe comparées aux cas des températures de trempes élevées.

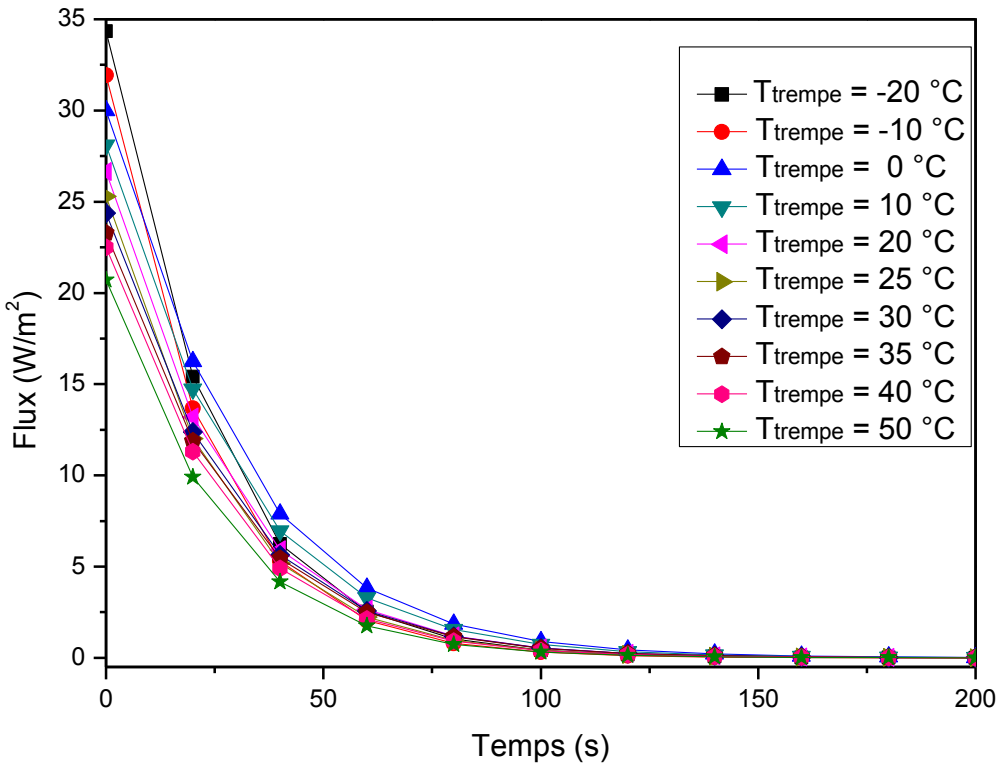


Figure 6.28: Evolution du flux échangé en fonction du temps pour φ = 3%

III.4. Effet de la fraction du TiO_2 sur le flux thermique échangé

A partir des figures (6.29- 6.34) qui représentent l'évolution du flux de chaleur en fonction du temps à différentes valeurs de la fraction de la charge et différentes températures de trempe, un comportement similaire à celui de la température est observé. Nous remarquons que l'impact de la fraction du pigment TiO_2 dans la plage de température de trempe (-20°C et 0°C) sur l'évolution du flux est important mais ne suit pas un comportement régulier, puis l'effet de la charge devient négligeable à (T_{trempe}=+10°C) ; cet effet est plus remarquable pour $T_{trempe} \geq 20°C$ où l'échange thermique devient plus rapide pour les fractions (1% et 3%) et moins rapide pour (0.5%).

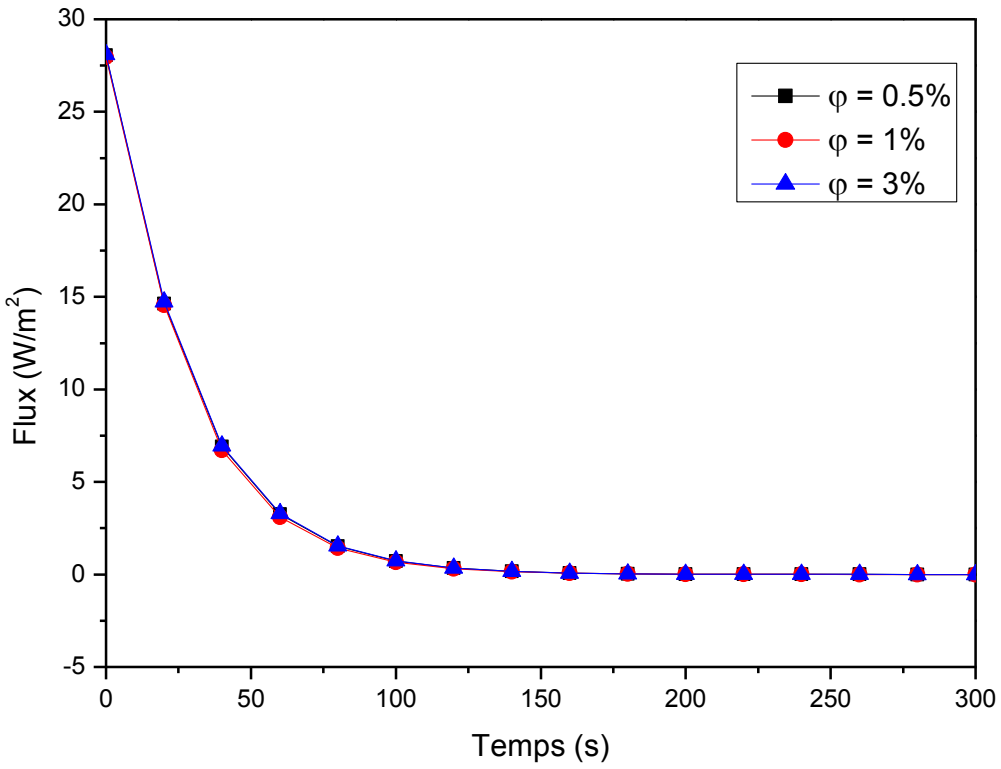


Figure 6.29: Effet de la fraction du TiO_2sur le flux échangé pour T_{trempe} = +10 °C

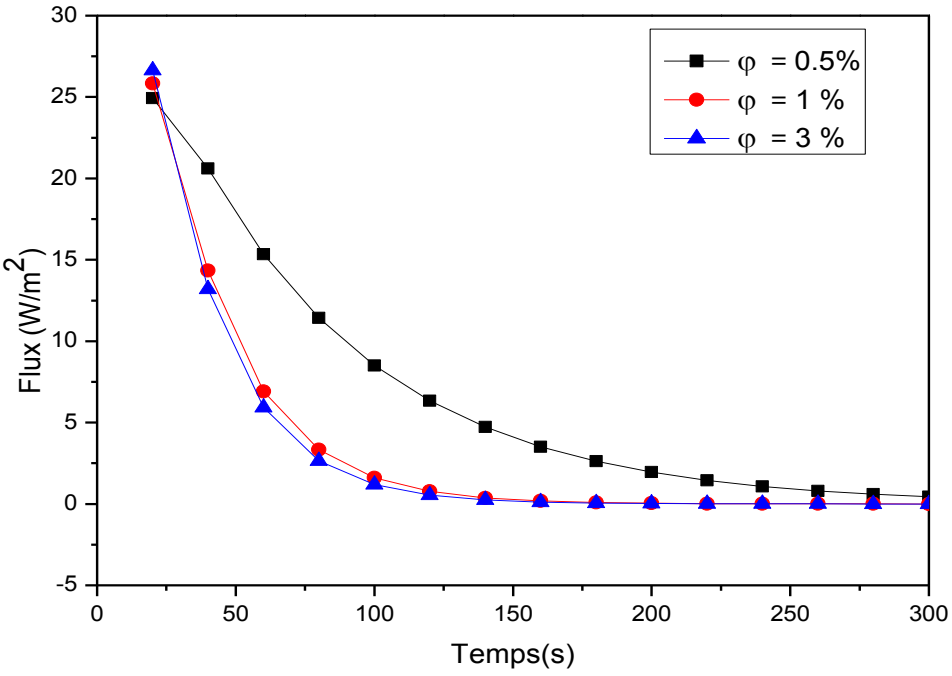


Figure 6.30: Effet de la fraction du TiO_2sur le flux échangé pour T_{trempe} = +20 °C

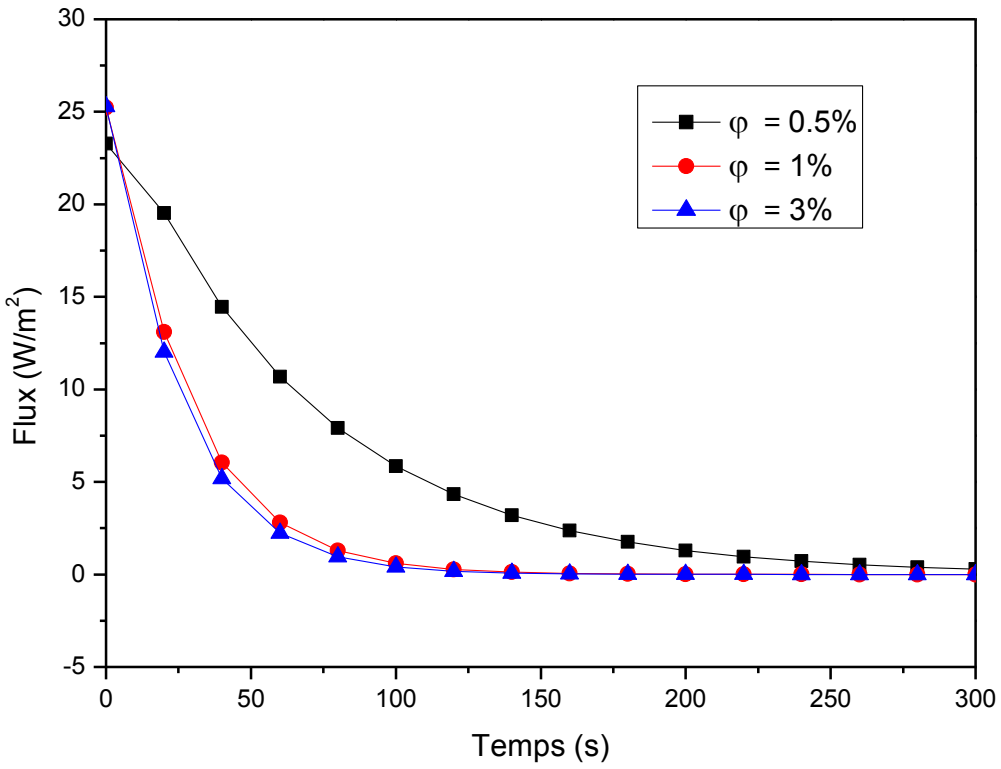


Figure 6.31: Effet de la fraction du TiO_2sur le flux échangé pour T_{trempe} = +25°C

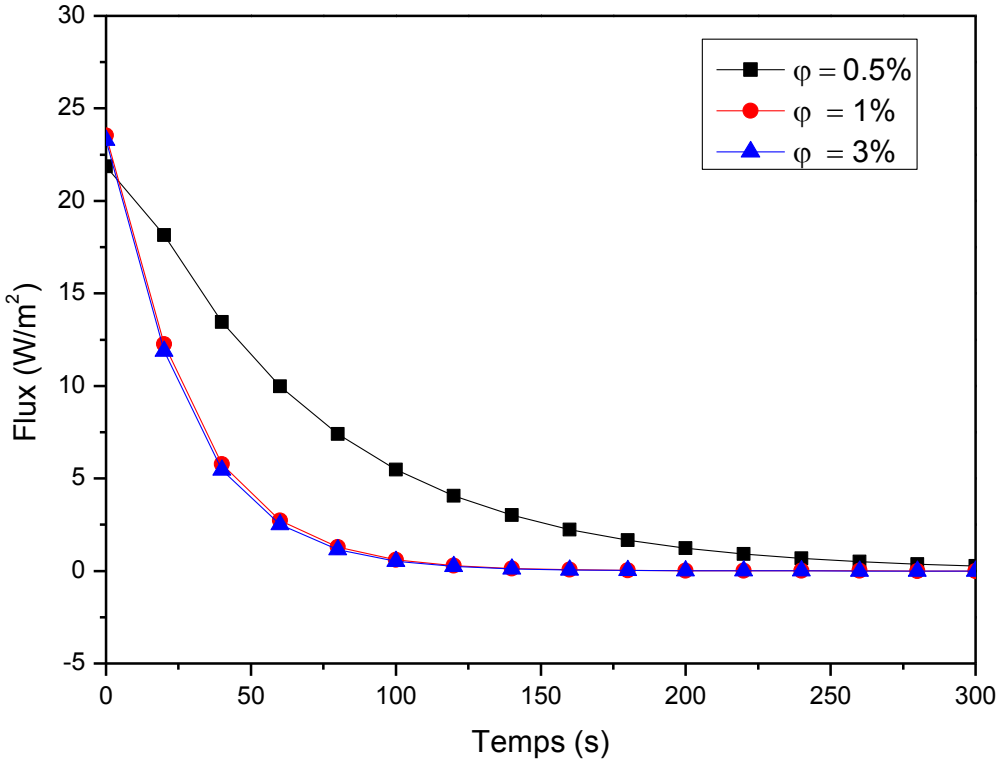


Figure 6.32: Effet de la fraction du TiO_2sur le flux échangé pour T_{trempe} = +35°C

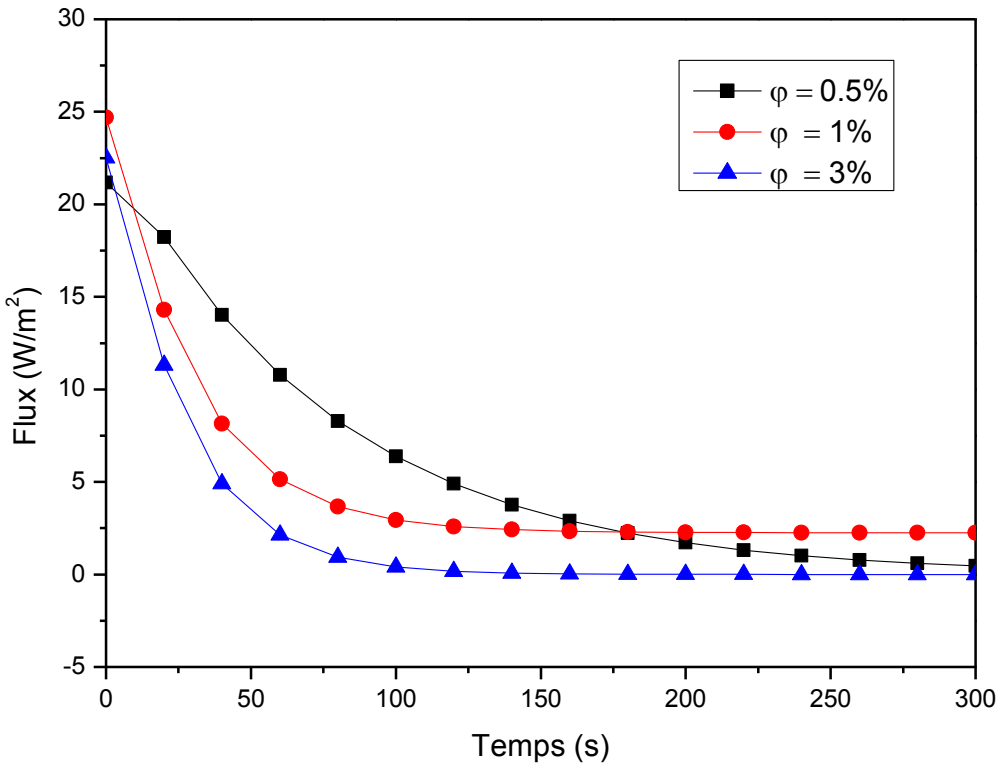


Figure 6.33: Effet de la fraction du TiO_2sur le flux échangé pour T_{trempe} = +40°C

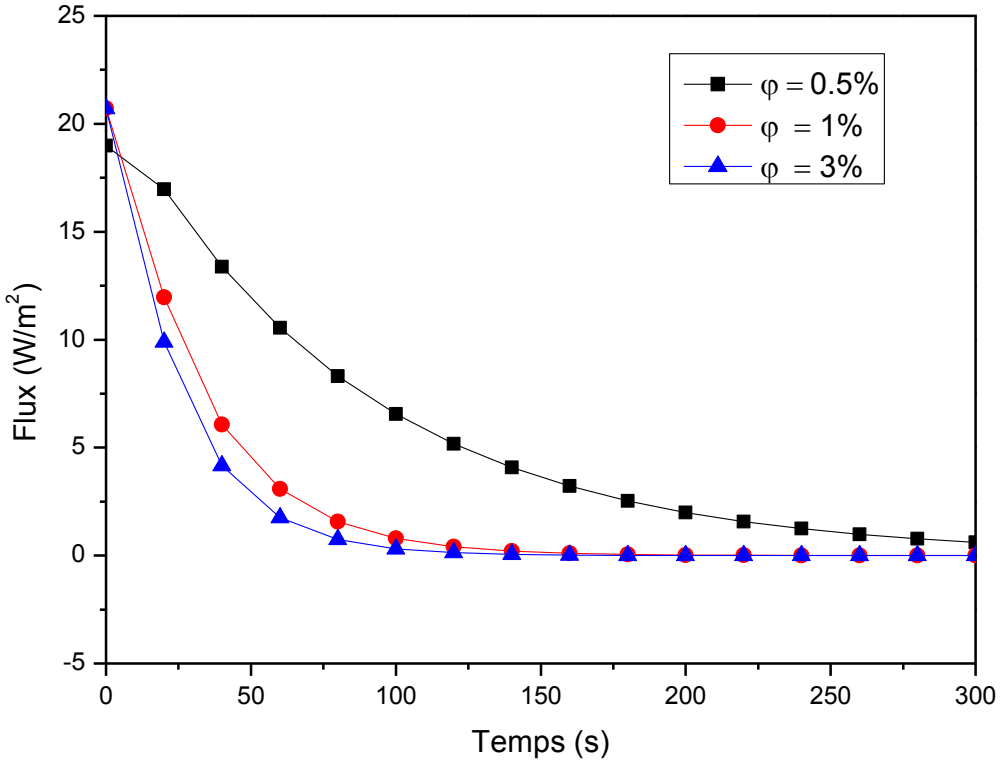


Figure 6.34: Effet de la fraction du TiO_2sur le flux échangé pour T_{trempe} = +50°C

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Le travail réalisé dans le cadre de cette thèse est destiné à mieux comprendre le phénomène de la conduction thermique dans les matériaux composites.

Au cours de cette étude, nous avons modélisé numériquement la conductivité thermique effective de deux matériaux à matrice polymère, le (PS/TiO_2) et le ($PMMA/TiO_2$). Une attention particulière a été portée à l'effet de la résistance de contact, la fraction du TiO_2 dans le composite et la température de trempe sur la conductivité thermique effective et sur le comportement thermique transitoire du composite.

Nous avons d'abord présenté une synthèse bibliographique sur les matériaux composites, leurs propriétés thermiques en se focalisant sur les propriétés thermophysiques telles que la conductivité et la diffusivité thermique, ainsi que les différentes méthodes analytiques, expérimentales et numériques de prédiction de la conductivité thermique effective. Puis nous avons mis au point les méthodologies de préparation des deux composites à matrice polymère (PS/TiO_2) et ($PMMA/TiO_2$) ainsi que la méthode expérimentale utilisée pour mesurer leurs propriétés thermophysiques comme la conductivité thermique et la diffusivité thermique.

Nous avons discuté la méthode de résolution numérique utilisée pour la résolution du problème thermique dans un matériau hétérogène. Nous nous sommes intéressés au logiciel Comsol Multiphysics et à la méthode des éléments finis dont l'application à une géométrie simple de matériau homogène unidimensionnel a donné de très bons résultats.

La caractérisation des propriétés thermophysiques des composites peut se faire numériquement. Nous avons, ainsi, développé une modélisation numérique permettant d'obtenir la conductivité thermique effective des composites. Ce modèle est validé par la comparaison avec les résultats expérimentaux et analytiques pour un arrangement d'une surface carrée (représentant la matrice) avec un cercle centré représentant le renfort (TiO_2) (carré centré).

Compte tenu des résultats présentés, il s'avère que :

- Dans le cas du composite PS/TiO_2 :
  - du point de vue de la modélisation de la conductivité thermique, le modèle de Hashin et Shtrikman permet d'obtenir des prédictions proches des données numériques dans ce cas d'étude.

- la température de trempe de 20 °C est celle qui donne les écarts minimums entre les valeurs numériques, expérimentales et analytiques de la conductivité thermique effective du composite.
- en terme de comportement thermique transitoire, la comparaison entre un matériau pur et un matériau composite a permis de conclure que l'effet de la fraction du dioxyde de titane est plus remarquable pour des températures de trempe élevées (où la distribution de température dans le cas du matériau pur est nettement supérieure à celle du composite) traduisant ainsi une amélioration de l'échange thermique dans le cas du composite.
- l'effet de l'épaisseur du composite sur son comportement thermique transitoire peut être détecté à travers l'échange thermique qui est d'autant plus important que l'épaisseur est faible.
- la température de trempe peut avoir une influence significative sur le flux échangé particulièrement pour des valeurs modérées de la température de trempe qui correspondent au mode de relaxation du polymère.

- Dans le cas du composite PMMA/TiO_2 :
  - l'effet de la fraction du TiO_2 sur la précision du modèle numérique a été analysé et une comparaison entre les valeurs numériques, expérimentales et analytiques de la conductivité thermique effective du composite en fonction de la fraction montre un très bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux pour toutes les fractions. Nous notons également que les modèles analytiques de Hashin et Shtrikman et de Hatta et Taya approchent convenablement les résultats numériques.
  - une amélioration de l'échange thermique dans le composite à forte pigmentation en TiO_2 est observée. Nous remarquons, en effet, que le flux de chaleur est significativement affecté par la fraction de la charge dans les plages de température de trempe (-20°C-0°C) et (20°C-50°C).

Cette étude pourrait être poursuivie dans des cas plus complexes tels que : la modélisation en trois dimensions, géométries complexes du renfort, milieux poreux, etc.

PRODUCTION SCIENTIFIQUE

Publication Internationale

- **N. Ghebrid,** M. Guellal & F. Rouabah, "Thermal conductivity of polymer composite pigmented with titanium dioxide", Appl. Phys. A Materials Science and Processing, 123:276, 2017, ISSN : 0947-8396, Impact Factor (2016) : 1.455

Communications internationales

- **Ghebrid Nassima**, Guellal Messaoud, Farid Rouabah, "Etude de l'effet de la fraction de la charge sur le comportement thermique d'un matériau composite (PMMA/TiO2)", 1st International Workshop on Chemical Engineering (IWCE'17), Université Ferhat Abbas Sétif-1 (Algérie), 2-3 Décembere 2017.

- **Ghebrid Nassima,** Guellal Messaoud, Farid Rouabah, "Etude du comportement thermique d'un composite polymère pigmenté avec des particules de dioxyde de titane", 18èmes Journées Internationales de Thermique, Monastir, Tunisie, 25- 27 Octobre 2017.

- **Ghebrid Nassima,** Guellal Messaoud, Farid Rouabah, "Modélisation numérique de la conductivité thermique d'un matériau composite à matrice polymère chargé de dioxyde de Titane Effet de la température de trempe", 3ème Conférence Internationale de Mécanique, Annaba, 26- 27 Avril 2017.

- **Nassima Ghebrid,** Messaoud Guellal, "Modélisation de la conductivité thermique d'un matériau composite à matrice polymère", 1st Conference on Mechanical, Energy and Material Engineering, Biskra University, December 08-09, 2015.

- **Nassima Ghebrid,** Massaoud Guellal, Abdelkrim Kessai, "Numerical study of the inverse heat conduction in composite material", 1st International symposium on innovative technologies in enginnering and science, University of Sakarya, Turkey, 7-9 June 2013.

- **Nassima Ghebrid,** Massaoud Guellal, "Transfert d'énergie couplé dans une cavité fermée. Interaction convection naturelle-rayonnement surfacique", Séminaire sur l'Energie, Faculté de génie mécanique et génie des procédés (USTHB) Alger, Algérie, 25- 27 Mars 2012.

Communications nationales

- **Ghebrid Nassima,** Guellal Messaoud, “Etude du problème de conduction thermique dans un matériau composite”, 2ème Journées des Doctorants, Département de Génie des Procédés, Sétif, 24 Avril 2012.

- **Ghebrid Nassima,** Guellal Messaoud, “Résolution d’un problème de conduction thermique dans un matériau hétérogène par la méthode des éléments finis”, 3ème Journées des Doctorants, Département de Génie des Procédés, Sétif, 24 Avril 2013.

- **Ghebrid Nassima,** Guellal Messaoud, “ Résolution d’un problème de conduction thermique par la méthode des éléments finis”, 4ème Journées des Doctorants, Département de Génie des Procédés, Sétif, 07 Mai 2014.

Résumé: Ce travail de thèse a pour objet l'étude numérique et expérimentale du comportement thermique des matériaux composites à matrice polymère le (PS/TiO_2) et le ($PMMA/TiO_2$). La résolution numérique du problème de conduction thermique est basée sur la technique des éléments finis. Une attention particulière est accordée à l'effet de la résistance de contact, de la fraction du dioxyde de Titane et de la température de trempe sur la conductivité thermique effective et sur le comportement dynamique du composite. Les résultats obtenus montrent que le modèle numérique proposé s'accorde convenablement avec les mesures expérimentales et les modèles analytiques de Hatta-Taya et de Hashin-Shtrikman.
En outre l'étude du comportement thermique dynamique des composites a permis d'observer l'effet important de l'addition du TiO_2 aux polymères en fonction de la température de trempe et de la fraction.
Mots-clés: Composite, Modélisation, Eléments finis, Conductivité thermique effective, température de trempe, fraction de la charge.

Abstract: This work aims to study numerical and experimental thermal behaviorof polymer matrix composite materials (PS/TiO_2) and ($PMMA/TiO_2$). The numerical resolution of the thermal conduction problem is based on the finite element method using Comsol comsol multiphysics software. Special attention is devoted to the effect of the contact resistance, the fraction of titanium dioxide and the quenching temperature on the effective thermal conductivity and on the dynamic behavior of the composite. The obtained results show that the proposed numerical is in very good agreement with experimental measurements and analytical models of Hatta-Taya and Hashin-Shtrikman. Moreover, the study of the dynamic thermal behavior of composites allowed observing the significant effect of the addition of TiO_2 to polymers as a function of the quenching temperature and of the fraction.
Keywords: Composite, Modeling, Finite elements, Effective thermal conductivity, quenching temperature, fraction of the charge.

ملخص: العمل هو عبارة عن دراسة عددية و تجريبية للسلوك الحراري لمواد مركبة مبلمرة (PS/TiO_2) و ($PMMA/TiO_2$). ويستند الحل العددي لمشكلة التوصيل الحراري على تقنية العناصر المحدودة. ويولى اهتمام خاص لتأثير بعض العناصر المهمة كمقاومة الاتصال، و نسبة ثاني اكسيد التيتانيوم ودرجة حرارة التبريد على الناقلية الحرارية الفعالة وعلى السلوك الديناميكي للمركب. أظهرت النتائج أن النموذج العددي المقترح يتفق تماما مع القياسات التجريبية والنماذج التحليلية لـHatta-Taya و Hashin-Shtrikman. وعلاوة على ذلك، فإن دراسة السلوك الحراري الديناميكي للمركبات مكنت من متابعة الأثر الهام لإصافة ثاني أكسيد التيتانيوم للبوليمرات بدلالة درجة حرارة التبريد ونسبة الحشو.
الكلمات الدالة: المركب، النمذجة، العناصر المحدودة، الناقلية الحرارية الفعالة، درجة حرارة التبريد، نسبة الحشو.