

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
جامعة فرحات عباس سطيف
UNIVERSITÉ FERHAT ABBASS – SETIF
UFAS (ALGERIE)

Thèse de Doctorat en science

Présentée au département d'Electrotechnique
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences en Electrotechnique

Par

M^R. BACHIR MAOUCHE

Thème

**Elaboration de modèles par les Grandeurs Electromagnétiques Couplées.
Application au Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault.**

Soutenue le **21/01/2007** devant la commission d'examen composée de :

<i>Mr. MERZOUKI A/Aziz</i>	<i>Prof. à l'Université de Sétif, Algérie.</i>	<i>Président</i>
<i>Mr. Mouloud FELIACHI</i>	<i>Prof. à l'Université de Nantes, France.</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>Mr. Nabil KHENFER</i>	<i>Prof. à l'Université de Sétif, Algérie.</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>Mr. Md. El Hadi LATRECHE</i>	<i>Prof. à l'Université de Constantine, Algérie.</i>	<i>Examineur</i>
<i>Mr. Youcef ZEBOUDJ</i>	<i>Prof. à l'Université de Béjaïa, Algérie.</i>	<i>Examineur</i>
<i>Mr. Saad BELKHIAT</i>	<i>M.C. à l'Université de Sétif, Algérie.</i>	<i>Examineur</i>
<i>Mr. Gérard BERTHIAU</i>	<i>M.C. U à l'Université de. Nantes, France.</i>	<i>Invité</i>

Avant propos

Inscrit à l'université de Ferhat ABBAS de Sétif, le travail de recherche que décrit ce mémoire de thèse est mené, en partie, à l'université A. MIRA de Béjaïa où j'exerce mon travail d'enseignant-chercheur et en partie à l'Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes Atlantique « IREENA », IUT de Saint-Nazaire, Université de Nantes, France. C'est un travail qui rentre dans le cadre de coopération entre l'Université de Nantes et l'Université de Constantine : Accord Programme N°.00MDU497, de 2000 à 2003 et Programme d'Action Intégrée Tassili N°.06MDU684 à partir de 2006 et jusqu'en 2009.

Mon travail de recherche a été encadré principalement par M. **Mouloud FELIACHI**, professeur des universités, responsable du Groupe Modélisation et Optimisation de Systèmes à Induction (GMOSI), IREENA, Saint-Nazaire et chef de projets, du côté français, des programmes de coopération. A sa grande expérience scientifique et à ses qualités humaines s'ajoute une capacité de prospection magique. Par sa disponibilité lors de mes différentes sollicitations distantielles et présentes, et par ses conseils répétés, il m'a constamment guidé et formé. Je lui serais toujours redevable. J'ai passé beaucoup de temps à chercher la meilleure formule de remerciement ; la plus expressive ; la «superlative» si j'ose dire ; j'ai même demandé autour de moi, mais toutes celles que j'ai obtenues, aussi recherchées soient-elles, ne semblent pas exprimer ma gratitude autant que peut le faire un seul mot : « **Merci M. FELIACHI** ». Ce que j'ai pu accomplir n'aurait pas été possible sans votre présence. Merci d'avoir cru en moi.

Mon travail est aussi guidé par Monsieur **Nabil KHENFER**, Maître de conférence à l'université de Sétif, qu'il soit profondément remercié pour son encadrement, ses conseils scientifiques et administratifs. Je le remercie vivement pour être montré à chaque fois disponible. Je tiens particulièrement à exprimer mon admiration pour ses qualités humaines.

Monsieur **Mohamed EL Hadi LATRECHE**, professeur à l'université de Constantine et chef de projets, du côté algérien, des programmes d'accord et d'action, je le remercie vivement pour les discussions fructueuses échangées, pour avoir été toujours disponible, pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux de recherche et pour avoir accepté de les évaluer. Je lui témoigne ici mon admiration pour ses grandes compétences scientifiques et qualités humaines.

Je souhaite remercier également Monsieur **Gérard BERTHIAU**, maître de conférence à l'université de Nantes, pour toutes les informations concernant le code MESSINE, pour les discussions relatives aux CND et pour avoir accepté mon invitation.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur **Youcef ZEBOUJ** et **Saad BELKHIAT** d'avoir accepté de faire partie du jury de ma thèse ainsi que **MERZOUKI A/Aziz** de l'avoir présidé.

Je remercie aussi Monsieur **LARBI-CHERIF Mouhoub**, enseignant formateur en langue Anglaise, pour avoir été toujours là dans toutes mes traductions de documents.

Je n'oublie pas M^{me} **Fransoise Haté**, secrétaire du LRTI, pour son accueil chaleureux, sa disponibilité et pour toutes ses bonnes attentions.

Mes remerciements vont aussi à Mr. DJAAFRI A/Karim dit Nacir, agent administratif chargé de la post graduation au niveau du département d'Electrotechnique de l'Université de Sétif, pour avoir été très intentionné et pour son soutien moral et logistique.

Je tiens à remercier aussi tous les membres administratifs et scientifiques de l'université de Sétif, particulièrement ceux de la Faculté des Sciences de l'Ingénieur et du département d'Electrotechnique pour leur contribution à la réalisation de ce travail.

Que soient remerciés, aussi, les membres de la Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur de l'université de Béjaia, particulièrement ceux du département d'Electrotechnique et du vis-rectorat chargé de la post graduation et des relations extérieures.

Je suis aussi l'obligé des membres du CRTT de Saint-Nazaire de l'université de Nantes, et particulièrement ceux du LRTI.

A tous ceux qui contribuent à rendre le monde meilleur

Table des matières

Résumé.....	07
Abstract	09
Notations et symboles	11
Sigles utilisés.....	15
Introduction	17
Chapitre I. Technologie et Méthodologie du Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault	21
I.1. Introduction	23
I.2. Historique	24
I.3. Principe physique	24
I.4. Phénomènes électromagnétiques mis en jeu	25
I.4.1. Schéma fonctionnel du phénomène d'induction.....	25
I.4.2. Techniques de contrôle par courant de Foucault	26
I.5. Nature du contrôle non destructif par courant de Foucault	26
I.6. Schéma synoptique du dispositif.....	27
I.7. Modes d'excitation	27
I.7.1. Gammes de fréquences	28
I.7.2. Excitation mono fréquence	28
I.7.3. Excitation multi fréquences	29
I.7.4. Excitation pulsée.....	30
I.8. Capteurs.....	30
I.8.1. Types de capteurs	30
I.8.1.1. Capteur axial encerclant ou bobine encerclante.....	30
I.8.1.2. Capteur axial interne ou sonde.....	31
I.8.1.3. Sonde interne tournante	31
I.8.1.4. Palpeur externe ou bobine ponctuelle	31
I.8.2. Fonctions du capteur.....	32
I.8.2.1. Les capteurs à double fonction.....	32
I.8.2.2. Les capteurs à fonctions séparées	32
I.8.3. Mode de contrôle	33
I.8.3.1. Mode de contrôle absolu	33
I.8.3.2. Mode de contrôle compensé	34
I.8.3.3. Mode de contrôle différentiel.....	

I.9. Matériau à inspecter	35
I.9.1. Epaisseur de peau.....	35
I.9.2. Caractéristiques électromagnétiques du matériau à contrôler.....	36
I.9.3. Caractéristiques géométriques du matériau à contrôler	37
I.9.4. Défauts	37
I.10. Eléments perturbateurs.....	39
I.11. Visualisation	39
I.11.1. Grandeurs mesurées	39
I.11.2. Impédance normalisée.....	40
I.12. Conclusion	41
 Chapitre II. Analyse physico-mathématique des équations de l'électromagnétisme.....	 43
II.1. Introduction	45
II.2. Equations de base de l'électromagnétisme	45
II.3.1. Historique	45
II.3.2. Equations de Maxwell	45
II.3.3. Lois de comportement des milieux.....	46
II.3. Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire	47
II.3.1. Hypothèses simplificatrices	47
II.3.2. Equations de Maxwell simplifiées.....	48
II.4. Equations électromagnétiques couplées	48
II.5. Formulation bidimensionnelle en coordonnées cylindriques	49
II.5.1. Equation de diffusion électromagnétique généralisée	49
II.5.2. Equation des différentes régions.....	50
II.6. Techniques de calcul d'impédance.....	50
II.6.1. Hypothèses.....	50
II.6.2. Impédance à travers les énergies électromagnétiques	51
II.6.3. Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique.....	52
II.6.4. Impédance à travers la théorie des circuits	53
II.7. Bibliométrie des modèles existants	54
II.7.1. Les modèles inverses	54
II.7.2. Les modèles directs	55
II.7.2.1. Critères de classification.....	55
II.7.2.2. Synthèse sur les modèles bidimensionnels directs.....	56
II.8. Méthodes de résolution.....	59
II.8.1. Méthodes et outils analytiques.....	59

II.8.1.1. Méthode de séparation des variables	59
II.8.1.2. Noyau de Green	59
II.8.1.3. Equation de Fredholm	60
II.8.1.4. Loi de Biot et Savart.....	61
II.8.1.5. Théorème de réciprocité de Lorentz.....	62
II.8.2. Méthodes numériques.....	62
II.8.2.1. Méthodes des éléments finis « MEF ».....	63
II.8.2.2. Méthodes des moments « MM »	63
II.8.3. Méthodes semi analytiques	65
II.9. Conclusion.....	66

Chapitre III. Formulation Intégrale des Grandeurs Electromagnétiques Couplées..... 67

III.1. Introduction.....	69
III.2. Equations électromagnétiques couplées.....	69
III.3. Expression du potentiel magnétique vecteur dans le vide	70
III.4. Expression du gradient du potentiel électrique scalaire	72
III.5. Les circuits électriques couplés « CEC ».....	73
III.5.1. Principe du couplage et équation élémentaire.....	73
III.5.2. Equation intégrale	73
III.5.3. Cas du régime sinusoïdal	74
III.5.4. Impédance d'un bobinage à vide.....	74
III.5.4.1. Impédance élémentaire à vide	74
III.5.4.2. Impédance totale à vide.....	75
III.5.5. Modélisation d'un système source – charge	76
III.5.5.1. Définition des paramètres et grandeurs du domaine d'étude	76
III.5.5.2. Equation intégrale relative à la source	76
III.5.5.3. Equation intégrale relative à la charge	77
III.5.5.4. Impédance en charge.....	77
III.5.6. Cas d'une excitation en courant	77
III.6. Les champs électriques couplés « CHEC »	78
III.7. Les potentiels magnétiques couplés « PMC »	78
III.7.1. Principe du couplage.....	78
III.7.2. Equations intégrales relatives aux domaines conducteurs	80
III.7.2.1. Définition des variables dans le domaine d'étude.....	80
III.7.2.2. Equation intégrale des potentiels dans la source	80
III.7.2.3. Equation intégrale des potentiels dans la charge.....	81

III.7.3. Expression intégrale de l'impédance.....	81
III.8. Conclusion.....	82
Chapitre IV. Modélisations, par les grandeurs couplées, des dispositifs de CND-CF à capteur absolu	83
IV.1. Introduction.....	85
IV.2. Modélisation d'une spire filiforme	85
IV.2.1. Intérêt du calcul d'inductance propre.....	85
IV.2.2. Inductance mutuelle entre deux spires circulaires.....	86
IV.2.3. Expression analytique d'une inductance propre d'une spire	87
IV.2.3.1. Expression bidimensionnelle générale	87
IV.2.3.2. Spire de section rectangulaire.....	88
IV.2.3.3. Spire de section circulaire	89
IV.2.4. Application.....	90
IV.2.4.1. Validation	90
IV.2.4.2. Influence des caractéristiques géométriques	90
IV.2.4.2.1. Influence du rayon moyen de la spire	91
IV.2.4.2.2. Influence du rayon de la section de la spire	92
IV.2.4.2.3. Influence de la largeur d'une section rectangulaire	92
IV.3. Modélisation d'un bobinage à vide.....	94
IV.3.1. Impédance élémentaire d'une bobine.....	94
IV.3.2. Impédance totale d'une bobine	95
IV.3.3. Application et exploitation.....	95
IV.3.3.1. Validation	96
IV.3.3.2. Inductance d'une bobine en fonction du nombre de spires	97
IV.3.3.3. Effet de l'inductance propre élémentaire sur l'impédance d'une bobine	98
IV.4. Capteur en présence d'un matériau conducteur	101
IV.4.1. Modèle des circuits électriques couplés.....	101
IV.4.1.1. Définition des paramètres et grandeurs du domaine d'étude	101
IV.4.1.2. Equations couplées dans le capteur (source)	101
IV.4.1.3. Equations couplées dans le matériau (charge).....	102
IV.4.1.4. En résumé	102
IV.4.1.5. Impédance du système capteur-pièce	103
IV.4.1.6. Cas de l'excitation en courant	103
IV.4.2. Modèle des champs électriques couplés.....	103
IV.4.2.1. Système d'équations matricielles	104
IV.4.2.2. Impédance différentielle en fonction du champ électrique	104

IV.4.3. Modèle des potentiels magnétiques couplés	104
IV.4.3.1. Discrétisation et équations des potentiels magnétiques vecteurs couplés	104
IV.4.3.2. Expression de la tension appliquée au capteur	105
IV.4.3.3. Expression de l'impédance différentielle	105
IV.4.3.4. Cas de l'excitation en courant	106
IV.5. Application à la détection et à l'évaluation des caractéristiques des matériaux et des défauts .	106
IV.5.1. Dispositifs de configuration pancake	107
IV.5.1.1. Description du dispositif	107
IV.5.1.2. Choix de la discrétisation	107
IV.5.1.3. Matériau sans défauts et validation	111
IV.5.1.4. Lignes iso valeurs du potentiel magnétique vecteur	112
IV.5.1.5. Matériau présentant des défauts et validation par la MEF	114
IV.5.1.6. Analyse des résultats de comparaison	116
IV.5.2. Application à la détection par sonde en mouvement des configurations cylindriques	117
IV.5.2.1. Présentation et description du dispositif d'application	117
IV.5.2.2. Variation d'impédance et impédance normalisée	118
IV.5.2.3. Signature de défauts par la variation d'impédance paramétrique	119
IV.5.2.4. Signature de défauts par les paramètres de l'impédance	121
IV.5.2.5. Lignes iso valeurs du potentiel magnétique vecteur	122
IV.5.3. Applications en vu de caractériser les matériaux	124
IV.5.3.1. Variation de l'impédance en fonction des caractéristiques géométriques	124
IV.5.3.2. Variation de l'impédance en fonction de la conductivité électrique	126
IV.6. Conclusion	126
 Chapitre V. Modélisation, par les CEC, des dispositifs à capteurs différentiels	129
V.1. Introduction	131
V.2. Principe du capteur différentiel	131
V.3. Modélisation	131
V.3.1. Capteur différentiel à vide	131
V.3.2.1. Forme intégrale des équations	131
V.3.3.1. Forme discrétisée des équations	132
V.3.2. Capteur en présence d'une pièce à contrôler	134
V.3.2.1. Equations intégrales	134
V.3.2.2. Discrétisation	136
V.3.3. Conclusion	137
V.4. Application et validation	138

V.4.1. Introduction	138
V.4.2. Description du dispositif d'étude.....	138
V.4.3. Modèle géométrique et maillage	139
V.4.4. Description de la simulation.....	140
V.4.5. Validation du modèle	141
V.5. Etude et exploitation du modèle.....	143
V.5.1. Variation des paramètres de l'impédance.....	143
V.5.2. Signatures des défauts pour différentes valeurs de la fréquence	144
V.5.3. Etude de l'influence des caractéristiques géométriques du défaut	145
V.5.3.1. Position du défaut	146
V.5.3.2. Profondeur radiale du défaut	148
V.5.3.3. Longueur axiale du défaut	149
V.5.4. Effet du paramètre géométrique (Lift-off).....	151
V.5.5. Effet du paramètre électrique (Conductivité)	153
V.5.6. Lignes équipotentielles issues d'un dispositif différentiel	155
V.6. Conclusion.....	161
Conclusion et perspectives	163
Bibliographie	167
Annexe A1. Intégrales elliptiques de Legendre	177
Annexe A2. Formules déduites de la loi de Biot et Savart.....	181
Annexe A3. Méthode d'intégration numérique de Gauss	189
Annexe A4. Dispositif de CND-CF à capteur absolu encerclant.....	195
Annexe A5. Dispositif de CND-CF à capteur différentiel encerclant.....	203

Titre

Elaboration de modèles par les Grandeurs Electromagnétiques Couplées. Application au Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault

Résumé

Le travail présenté dans cette thèse est lié au développement de modèles directs explicitant les caractéristiques géométriques et électromagnétiques des dispositifs de contrôle non destructif par courants de Foucault, en vue de traiter la modélisation inverse en temps réel. Notre contribution consiste à proposer une méthodologie générale et précise de calcul en magnétodynamique de systèmes axisymétriques et l'établissement d'expressions d'impédances explicitant les caractéristiques du dispositif ; ce qui conduit à une identification directe de la pièce à caractériser et à promouvoir l'inversion. Avant de traiter la modélisation, nous avons, à travers une recherche bibliographique, synthétisé des techniques de CND en mettant en évidence les paramètres caractéristiques des dispositifs à courant de Foucault tant du point de vue physique et technologique que modélisation. Partant de la source d'excitation, à travers le capteur et le matériau à examiner, nous arrivons à la mesure de la variation de l'impédance complexe aux bornes du capteur. Cette grandeur, résultante de la topologie des courants de Foucault, nous informe sur l'état dimensionnel, physique et de santé du matériau à contrôler. Pour le contrôle et l'évaluation non destructive des caractéristiques électromagnétiques et géométriques d'un matériau conducteur amagnétique et de forme axisymétrique, nous avons orienté le modèle général de Maxwell vers la modélisation des courants de Foucault et le calcul de l'impédance qui en découle. Après avoir réduit les équations de Maxwell en deux équations couplées, nous présentons les orientations retenues pour la construction du modèle semi analytique ; et cela à travers le recensement des techniques de calcul de l'impédance, des modèles bidimensionnels existants et des méthodes de résolution. Le principe de la méthodologie proposée est basé sur l'utilisation du noyau de Green associé à l'équation de Poisson dans le vide, et du théorème de superposition appliqué à l'équation d'induction électromagnétique. Cette élaboration est motivée par un besoin de généralisation de calcul et de commodité d'expression de l'impédance du système sous forme intégrale. Ainsi, sont exposées différentes formulations faisant appel chacune à une variable d'état appropriée (courant électrique, potentiel vecteur magnétique et champ électrique) conduisant à la méthode dite des grandeurs électromagnétiques couplées. Chaque formulation aboutit à l'expression intégrale de l'impédance facilement exploitable. La finalité de la formulation est obtenue après la discrétisation du domaine d'étude en parties élémentaires et la discrétisation des intégrales correspondantes. Le circuit élémentaire de subdivision du domaine est constitué de spires filiformes. Le couplage des grandeurs se traduit par l'interaction électromagnétique entre ces spires. L'un des problèmes majeurs rencontrés est l'évaluation de l'effet d'un élément sur lui-même. Pour le surmonter, nous proposons une formulation originale de l'inductance propre de la cellule élémentaire. L'expression de l'inductance élémentaire est appliquée à une micro spire. Incluant les effets élémentaires propres et mutuels, nous aboutissons aux expressions d'impédances absolue et différentielle relatives aux capteurs modélisés. Le calcul de ces impédances est appliqué, dans un premier temps, à la détection, par capteur absolu, de pièces métalliques saines ou comportant des défauts et également à l'évaluation non destructive de l'épaisseur des couches conductrices et isolantes, et l'évaluation de la conductivité électrique. Dans un deuxième temps, l'application concerne les capteurs différentiels pour l'inspection de pièces de forme cylindrique. La simulation du contrôle est faite en déplaçant le capteur à proximité de la pièce inspectée. Les différents résultats obtenus ont été validés par comparaison à des données expérimentales publiées dans la littérature et à des données issues de calcul par éléments finis développé à cet effet.

Mots clés

Contrôle Non destructif, Evaluation Non destructive, Courants de Foucault, Capteur absolu, Capteur différentiel, Méthode des Moments, Grandeurs Electromagnétiques Couplées, Semi analytique, Inductance propre élémentaire, Impédance électromagnétique.

Title**Elaboration of models by Coupled Electromagnetic Quantities.
Application to Non Destructive Control by Eddy Current.****Abstract**

The work presented in this thesis is bound to the direct model development clarifying the geometric and electromagnetic features of non-destructive control devices by eddy currents, in order to treat the inverse modelling in real time. Our contribution consists in proposing a general and precise methodology of magnetodynamic calculation of axisymmetric systems, and the establishment of impedance expressions clarifying features of the device; which thing leads to a direct identification of the piece to characterize and to promote inversion. Before treating the modelling, we have synthesized NDT techniques, through a bibliographic research, by sticking out the characteristic parameters of devices to eddy currents as much from a physical and technological view point as from that of modelling viewpoint. Starting from the source of excitation, through the sensor and the material to examine, we get to the measure of the variation of the complex impedance to boundary-marks of the sensor. This size, consequence of the topology of eddy currents, informs us of the dimensional, physical state and of the health of the material to control. For the non-destructive testing and evaluation of the electromagnetic and geometric features of a conductive and non-magnetic material of axisymmetric shape, we have oriented the general model of Maxwell toward the modelling of eddy currents and the calculation of impedance that results from it. After having reduced equations of Maxwell into two coupled equations, we presented orientations for the construction of the semi analytic model; and this, through the census of calculation techniques of impedance, the existing bidimensional models and through methods of resolution. The principle of the proposed methodology is based upon the use of Green's core associated to the equation of Poisson in the vacuum, and the theorem of superposition applied to the electromagnetic induction equation. This development is motivated by a need of generalization of calculation and by the convenience of impedance expression of the system under integral form. Thus, different formulations, each needing an appropriate variable of state (electric current, magnetic vector potential and electric field) leading to the method, called, of the coupled electromagnetic quantities, are exposed. Every formulation easily leads up to a complete and exploitable expression of impedance. The final step of the formulation is obtained after the meshing of the domain of study into elementary parts and the meshing of the corresponding integral. The elementary circuit of subdivision of the domain consists of threadlike loops. The coupling of sizes is the expression of the electromagnetic interaction between these loops. One of the major problems met is the evaluation of the effect of an element on itself. To surmount it, we propose an original formulation of self-inductance of the elementary cell. The expression of the elementary inductance is applied to a micro loop. Including the appropriate and mutual elementary effects, we come up to the expressions of absolute and differential impedances relative to the modelled sensors. The calculation of these impedances is applied, first, to the detection, by absolute sensor, of healthy metal pieces or containing defects and also in the non destructive evaluation of the thickness of the conductive and insulating layers, and the evaluation of the electric conductivity. In the second time, the application concerns the differential sensors for the inspection of pieces of cylindrical shape. The simulation of the control is made by moving the sensor near the inspected piece. The different results obtained were validated by comparison to experimental data published in the literature and to data stemming from calculation by finite elements developed for that purpose.

Key words

Non Destructive Testing, Non Destructive Evaluation, Eddy Currents, absolute Sensor, differential Sensor, Method of Moments, Coupled Electromagnetic quantities, Semi analytics, elementary self Inductance, electromagnetic Impedance.

Notations et symboles

H	: Excitation magnétique
B	: Induction magnétique
E	: Champ électrique
D	: Induction électrique
V	: Potentiel électrique scalaire
J	: Densité de courant électrique
I	: Intensité de courant électrique
I _s	: Courant électrique dans la source
I _c	: Courant électrique dans la charge
A	: Potentiel magnétique vecteur
A _θ	: Composante angulaire du potentiel magnétique vecteur
J _θ	: Composante angulaire de la densité de courant électrique
A _s	: Potentiel magnétique vecteur dans la source
A _c	: Potentiel magnétique vecteur dans la charge
N	: Nombre de spires
N _s	: Nombre d'éléments (spires) de la source (capteur)
N _c	: Nombre d'éléments (spires) de la charge (pièce)
Z	: Impédance électrique
R	: Résistance électrique
X	: Réactance électrique
Z _e	: Impédance élémentaire
Z _{0e}	: Impédance élémentaire à vide
Z ₀	: Impédance totale à vide
R _e	: Résistance élémentaire
X _e	: Réactance élémentaire
Z _n	: Impédance normalisée
R _n	: Résistance normalisée
X _n	: Réactance normalisée
ΔZ	: Variation de l'impédance
ΔR	: Variation de la résistance
ΔX	: Variation de la réactance
L	: Inductance d'un bobinage en présence d'un matériau
L ₀	: Inductance à vide
M	: Mutuelle inductance

u : Tension appliquée à une spire
 U : Tension appliquée à une bobine
 E_1 : Fonction elliptique de Legendre de première espèce
 E_2 : Fonction elliptique de Legendre de deuxième espèce
 x : Axe des abscisses en coordonnées cartésiennes
 y : Axe des ordonnées en coordonnées cartésiennes
 r : Axe des abscisses en coordonnées cylindriques
 θ : Axe angulaire en coordonnées cylindriques
 z : Axe des ordonnées en coordonnées cylindriques
 \vec{e}_r : Vecteur radial unitaire
 \vec{e}_θ : Vecteur angulaire unitaire
 S : Section d'une spire
 dl : Longueur élémentaire d'une spire
 τ : Volume
 δ_D : Fonction de Dirac
 Γ : Frontière
 $\vec{\nabla}$: Opérateur différentiel
 Ω : Domaine d'étude
 Ω_s : Domaine de la source (capteur)
 Ω_c : Domaine de la charge (pièce)
 δ : Profondeur de pénétration standard en régime sinusoïdale (épaisseur de peau)
 σ : Conductivité électrique
 σ_s : Conductivité électrique de la source
 σ_c : Conductivité électrique de la charge
 σ_d : Conductivité électrique d'un défaut
 φ : Déphasage entre la tension et le courant (phase de l'impédance)
 ϕ : Flux magnétique
 ω : Pulsation électrique
 f : Fréquence électrique
 ε : Permittivité électrique
 ε_0 : Permittivité électrique du vide
 ε_r : Permittivité électrique relative
 μ : Perméabilité magnétique
 μ_0 : Perméabilité magnétique du vide
 μ_r : Perméabilité magnétique relative

ρ et α : Respectivement le rayon et l'angle en coordonnées cylindriques relatives à la section d'une spire

λ : Scalaire utilisé dans l'équation de Fredholm

w_i : Poids de l'intégrale de Gauss

ξ_i : Racines de l'intégrale de Gauss

C : Vitesse de la lumière

T : Période

t : Variable temporelle

$\text{Re}(\cdot)$: Partie réelle d'une grandeur complexe

$\text{Im}(\cdot)$: Partie imaginaire d'une grandeur complexe

Sigles utilisés

CND : Contrôle Non destructif

CF : Courants de Foucault

CND-CF : Contrôle Non destructif à Courants de Foucault

MGEC : Méthode des Grandeurs Electromagnétiques Couplées

CEC : Circuits Electromagnétiques Couplés

PMC : Potentiels Magnétiques Couplés

CHEC : Champs Electriques Couplés

MM : Méthode des Moments

MEF : Méthode des Eléments Finis.

MESSINE: Model for Electromagnetic Simplified Simulation In Non destructive Evaluation.

ACFM : Alternative Current Field Measurement

EFIE : Electrical Field for the Integral Equation (15odellin intégrale sur le champ électrique)

MFIE : Magnetic Field for the Integral Equation (Equation intégrale sur le champ magnétique)

CFIE : Equation intégrale conjuguée des deux précédentes

RMN : Résonance Magnétique Nucléaire.

CPU : Central Processing Unit

Mo : Méga octets

2D : Bidimensionnel

3D : Tridimensionnel

CIR : Circulaire

RET : Rectangulaire

DI : Défaut sur la surface Interne du tube

DE : Défaut sur la surface Externe du tube

DM : Défaut au Milieu de l'épaisseur du tube

Introduction

Depuis les démineurs durant et après les guerres, des chercheurs d'objets métalliques dangereux ou coûteux dans les plages jusqu'à l'identification des caractéristiques géométriques et physiques d'une pièce et son contrôle pendant sa mise en œuvre et au cours de son utilisation, les moyens de mesure et de contrôle suivent toutes les découvertes des lois physiques et les technologies apparentées. Les anciennes méthodes de mesure et de détection des défauts sont basées sur un prélèvement statistique ou la mise d'un échantillon sous des essais destructifs. Les techniques modernes permettent l'extraction des informations dans une structure sans porter atteinte à son intégrité. On les appelle Contrôle Non Destructif « CND ». Les techniques utilisées sont diverses. Elles dépendent des caractéristiques du matériau constituant la pièce, de la détection envisagée et de la nature de la mesure.

L'augmentation de la productivité, la fabrication des produits de qualité et la méfiance de l'insécurité sont des préoccupations de tous. Ces préoccupations associées à la complexité croissante des pièces à contrôler obligent les techniques de CND à évoluer. Cette évolution est faite et elle se poursuit grâce au développement des moyens électroniques et informatiques. Les systèmes électromagnétiques n'échappent pas à cette évolution. Parmi ces systèmes, nous nous intéressons au contrôle non destructif par courant de Foucault « CND-CF ». Dans ces dispositifs, l'élément principal est le capteur. Ce dernier est une bobine ou un ensemble de bobines situées à proximité du produit à identifier ou à contrôler. La grandeur électromagnétique essentiellement exploitée est l'impédance mesurée aux bornes du capteur.

Ce procédé est employé dans tous les types d'industrie utilisant des pièces en matériau conducteur d'électricité, particulièrement la métallurgie, le nucléaire, la pétrochimie, l'aéronautique, l'aérospatiale, l'armement, l'industrie navale, automobile et ferroviaire. La méthode des courants de Foucault peut opérer sur une chaîne de production, dans une installation en fonctionnement et dans des opérations de maintenance. Cette popularité et cette diversité sont dues aux caractéristiques techniques incluant la simplicité, la mise en œuvre sur des structures complexes avec des capteurs adaptables, les appareillages transportables, la sensibilité élevée, la non nécessité de contact avec la cible, la réponse en temps réel, la possibilité d'automatiser les essais de test et l'analyse des résultats.

Le développement de toute technologie s'appuie sur la simulation informatique du comportement du dispositif en cours de conception associée à des expérimentations. Cette simulation passe par le développement des modèles qui reproduisent fidèlement le phénomène mis en jeu. La technique des courants de Foucault suit continuellement cette règle qui est guidée par le modèle électromagnétique général de Maxwell. Le développement et la résolution semi analytique des modèles axisymétriques, sous différentes variables d'état, est l'objectif à atteindre à travers cette thèse.

Dans le domaine du CND, le but principal de la modélisation des courants de Foucault est d'arriver à des modèles directs qui établissent une réponse en fonction des caractéristiques

géométriques et électromagnétiques du dispositif et de celles des défauts éventuellement présents. Ces modèles nous permettent de disposer d'un outil d'apprentissage, d'optimiser les capteurs et de faciliter le traitement du phénomène inverse pour l'évaluation des paramètres physiques de la cible à partir des grandeurs électriques mesurées.

Plusieurs modèles et méthodes de résolution ont été développés pour ces objectifs. La résolution du modèle fait appel aux méthodes analytiques et numériques. Les méthodes analytiques présentent des temps de calcul relativement courts mais utilisent des restrictions géométriques et électromagnétiques qui influencent la réalité des résultats. Les méthodes numériques traitent des configurations sans aucune restriction dimensionnelle et phénoménologique mais présentent des temps de calcul exorbitants et n'explicitent pas les grandeurs physiques pour favoriser l'inversion.

Nous développons une modélisation semi analytique et alternative aux méthodes précédentes. La méthodologie adoptée est appelée Méthode des Grandeurs Electromagnétiques Couplés (MGEC). Les grandeurs électromagnétiques concernées sont ; le courant électrique, le potentiel magnétique vecteur et le champ électrique. Nous élaborons ainsi trois formulations du problème électromagnétique dont lesquelles le domaine d'étude, restreint aux milieux conducteurs, est subdivisé en parties élémentaires. Nous affectons à chaque élément une expression analytique de la grandeur électromagnétique choisie comme variable d'état. En se basant sur la loi d'induction et du théorème de superposition, nous développons une technique de couplage entre les différents éléments du domaine. La formulation aboutit à l'expression semi analytique d'une impédance absolue ou différentielle en vue de la détection des défauts et l'évaluation des caractéristiques des matériaux conducteurs.

Pour qu'on puisse mener à bien l'étude du phénomène électromagnétique intervenant dans les dispositifs de CND-CF, nous présentons d'abord une recherche bibliographique et une description détaillée de ces installations qui feront l'objet du premier chapitre. Cette description aborde le principe de fonctionnement, le rôle de chaque élément du dispositif de contrôle, les différents types de capteurs, les modes d'excitation, les paramètres d'influence et les grandeurs électriques mesurables. Au cours de la description, nous évoquons les configurations géométriques déjà traitées et les formes des défauts étudiées.

Etant familiarisé avec la technique du contrôle par courants de Foucault et ayant cerné les éléments électromagnétiques essentiels intervenant dans son fonctionnement, le deuxième chapitre traitera brièvement les équations électromagnétiques de base qui décrivent la création et le comportement des courants de Foucault. Il est consacré, d'une part, à un rappel de la simplification de ces équations aux configurations géométriques imposées et aux matériaux conducteurs linéaires, et d'autre part, à l'exposé des différentes formulations de l'impédance, et une étude bibliographique des modèles bidimensionnels existants et des méthodes de résolution.

Toutes les méthodes de calcul d'impédance nécessitent la connaissance des grandeurs électromagnétiques. Ces grandeurs proviennent de la résolution des modèles issus des équations de Maxwell. C'est à cette résolution que le troisième chapitre est consacré. Nous développons, pour la modélisation semi analytique du phénomène électromagnétique, des formulations intégrales des grandeurs électromagnétiques couplées « MGEC ». Commenant par la modélisation d'une spire filiforme et en passant par celle d'une bobine à vide, nous atteignons la formulation intégrale des modèles pour des configurations de CND-CF. Ce développement est enrichi par trois formulations ; les circuits électriques couplés, les potentiels magnétiques couplés et les champs électriques couplés. Les circuits électriques couplés ont déjà été appliqués dans le domaine du chauffage par induction [1] [4] [5] [6] [7], particulièrement couplés avec la méthode des éléments finis [7] [8] et au calcul de la pression magnétique dans les dispositifs de magnétoformage [2] [10] [11] [12].

Pour faciliter la pratique, tout effort théorique doit aboutir à une exploitation numérique. C'est dans ce contexte que les deux derniers chapitres s'inscrivent. Le chapitre IV est réservé à l'application des modèles au capteur absolu. Dans un premier temps, nous traiterons l'effet électromagnétique propre d'un élément filiforme. Nous établissons l'inductance propre d'une spire circulaire de section rectangulaire puis circulaire. Nous traitons le cas d'une micro spire [17] [18]. Nous exploitons le modèle pour étudier l'influence de cette inductance propre sur l'inductance d'un bobinage. Dans un deuxième temps, ces capteurs se trouvent ponctuelle à proximité d'une pièce de type pancake et en mouvement le long d'une pièce de type cylindrique. Ces configurations sont utilisées pour étudier les caractéristiques géométriques et électromagnétiques de la pièce ainsi que la détection des défauts. Pour valider les différents résultats, nous utilisons, d'une part, des configurations déjà traitées [17] [18] [19] [20] qui disposent des résultats expérimentaux et numériques et d'autre part, un code en éléments finis que nous avons développé à cet effet. Enfin de ce chapitre, nous exploitons le modèle pour étudier l'influence des paramètres électromagnétiques et géométriques sur l'impédance du capteur.

La modélisation et la simulation de la détection des défauts par des capteurs différentiels sont traitées dans le dernier chapitre. Ces défauts sont supposés être localisés sur la surface interne ou externe ou en volume d'un tube métallique. Nous élargissons d'abord les formulations intégrales aux cas de bobines différentielles. Ensuite, nous discrétisons ces formulations pour aboutir à l'impédance différentielle donnant l'image des courants de Foucault dus à la présence des défauts. La validation est faite par comparaison à des résultats numériques par éléments finis [19] [20] [21].

Chapitre I.

Technologie et Méthodologie du Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault

I.1. Introduction

Le contrôle non destructif «CND» est un ensemble de méthodes qui permet de caractériser l'état d'intégrité de structures ou d'un matériau, sans les dégrader, en vue d'établir un diagnostic. Au cours d'une production, les pièces qui sortent des fonderies ne sont jamais exemptes de défaut. En cours d'utilisation, sous l'effet des contraintes extérieures ou du vieillissement, les défauts apparaissent. Dans les deux cas, l'application des techniques de CND sont nécessaires. Souvent, on débute, à la casse et de façon empirique, par la détermination de la taille de défaut acceptable et ensuite pouvoir les détecter, sans casser la pièce. En règle générale, l'application de ces techniques de contrôle est réalisé dans tous les secteurs produisant des pièces à coût de production élevé et en quantité faible (nucléaire, pétrochimique...) et des pièces dont la fiabilité de fonctionnement est critique (nucléaire, canalisation de gaz...).

Les tests de CND sont pour la plupart fondés sur l'observation d'un phénomène physique perturbé par la présence d'une anomalie ou d'une hétérogénéité. On distingue diverses techniques [22] [23] [24] dont principalement :

- ✓ Les ultrasons,
- ✓ Les rayons X ou Gamma,
- ✓ L'émission acoustique,
- ✓ Le ressuage ou la thermographie infrarouge,
- ✓ La magnétoscopie,
- ✓ Les courants de Foucault.

Leur principe, leur domaine d'utilisation et leur exploitation sont très différentes l'une de l'autre. Le choix de l'une d'entre elles dans une application est basé par la nécessité que les propriétés de la pièce à contrôler soient compatibles avec le phénomène physique mis en jeu.

Pour les matériaux conducteurs de l'électricité, le choix est évident ; c'est les courants de Foucault. Le contrôle non destructif par courants de Foucault [23] [24] [25] est une méthode d'inspection des pièces métalliques sans contact. La technique des courants de Foucault se différencie des autres procédés de CND :

- ✓ Le caractère abstrait des phénomènes électromagnétiques.
- ✓ La difficulté d'interprétation des résultats.
- ✓ La complexité des modèles théoriques pour intégrer les paramètres expérimentaux.
- ✓ La difficulté de réalisation des défauts artificiels représentatifs des défauts naturels.

Le CND-CF est actuellement en forte exploitation. Les considérations de sûreté des centrales nucléaires de production d'électricité ont fortement évoluées dans les dix dernières années. De même on a intérêt à surveiller la fiabilité des pièces composant les installations aérospatiales. C'est une méthode importante et largement répandue.

Comme d'autres méthodes non destructives, les essais par courants de Foucault ne se limitent pas à la détection des défauts mais aussi ils permettent la mesure des propriétés électromagnétiques, géométriques et la détection des discontinuités des pièces conductrices.

Les essais par courants de Foucault fournissent des mesures presque instantanées. Par conséquent, ils peuvent opérer d'une manière continue et simultanée avec le fonctionnement d'une installation. Ils sont employés dans des chaînes pour examiner des barres en mouvement, des tubes qui acheminent des gaz toxiques, des tôles, l'état des soudures, etc.

1.2. Historique

Dans le domaine du contrôle non destructif (CND), la technique des courants de Foucault est l'une des plus anciennes. Elle repose sur les phénomènes d'induction auxquels il faut associer les noms de : André-Marie Ampère (1775-1836), Michaël Faraday (1791-1867), Léon Foucault (1819-1868), Heinrich Lenz (1804-1865) et James Maxwell (1831-1879).

Les premiers appareils de mesure d'épaisseur datent de 1926. Dès 1930, on commence à utiliser les courants de Foucault au niveau industriel pour inspecter des tubes soudés. A partir de l'année 1950, l'industrie du nucléaire développe les techniques de contrôle par Courants de Foucault et en établit les bases.

De la balance pour peser la monnaie en électrum du VIII^{ème} siècle avant J.C à l'interférométrie holographique de nos jours, ces méthodes de contrôle sont maintenant banalisées et nous les retrouvons dans de nombreuses applications quotidiennes. Ainsi, dans une salle d'attente d'aéroport un portique détecte tous les objets métalliques (les trousseaux de clefs, les porte-monnaie), en été, sur les plages, des «démineurs» utilisent des «poêles à frire» pour rechercher des pièces perdues etc.

1.3. Principe physique

Le CND par courants de Foucault n'est applicable que sur les pièces réalisées, du point de vue électrique, en matériaux conducteurs. L'élément essentiel est le capteur. Celui-ci est une bobine ou formé d'un ensemble de bobines. Ces dernières sont parcourues par un courant d'excitation variable dans le temps. Le capteur génère un champ magnétique d'excitation variable qui dépend de la géométrie et des caractéristiques électromagnétiques de son entourage. Si un matériau conducteur d'électricité baigne dans ce champ, il sera le siège des courants de Foucault (Figure I.1).

Ces courants induits créent à leur tour un champ magnétique de réaction négative. Le champ résultant donnera l'image de la répartition et de la valeur des courants induits. La mesure de ce champ ou des courants induits n'est pas directement accessible à l'expérience. On passe par la mesure d'une grandeur dérivée : l'impédance aux bornes du capteur. Cette grandeur nous permettra de caractériser le matériau en ce qui concerne sa conductivité, sa perméabilité, sa géométrie et son état de santé. Suivant

ces caractéristiques et les fréquences utilisées, les variations des champs créées par ces courants permettent d'examiner le matériau en surface ou en profondeur.

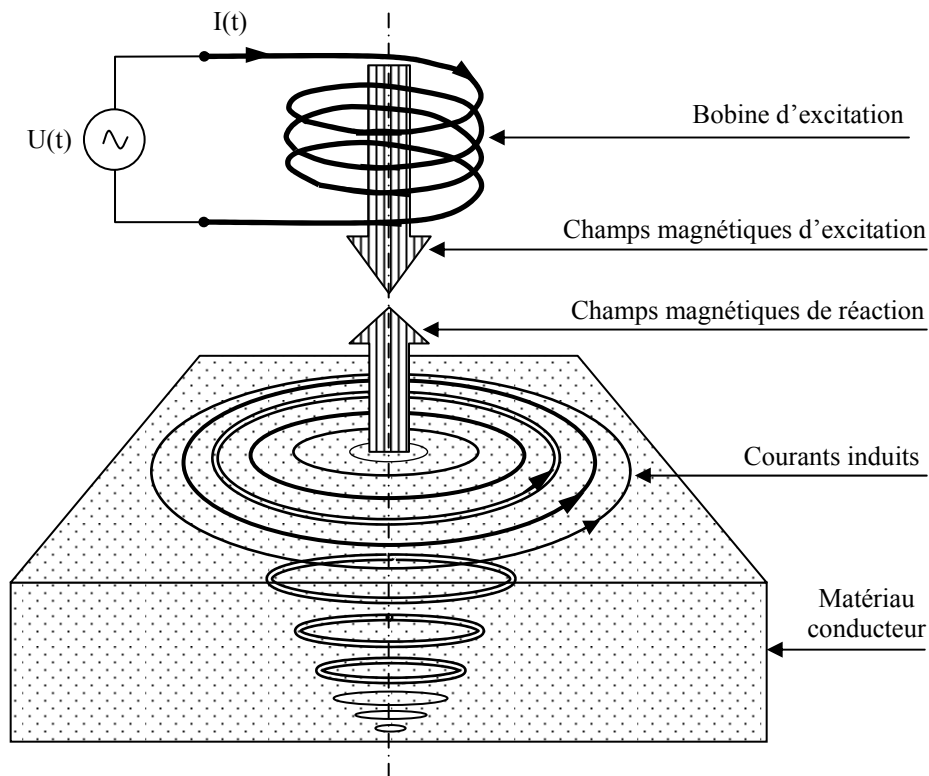


Figure I.1. Schéma de principe du contrôle non destructif par courant de Foucault.

I.4. Phénomènes électromagnétiques mis en jeu

I.4.1. Schéma fonctionnel du phénomène d'induction

Lorsqu'un bobinage est excité par une tension électrique variable dans le temps $V(t)$, il sera parcouru, sous la loi d'Ohm, par un courant électrique variable $I(t)$. Ce courant génère, sous la loi de Maxwell-Ampère, un champ d'excitation variable $H(t)$. Par la relation magnétique, ce champ fait apparaître une induction magnétique $B(t)$. En appliquant la loi de Maxwell-Faraday, cette induction crée à son tour un champ électrique variable dans le temps et dans l'espace. À ce stade, on revient à la loi d'Ohm sous laquelle les courants sont induits dans le matériau baignant dans ce champ. Ces courants génèrent un champ magnétique réactif qui s'oppose à l'action qui lui a donné naissance d'après la loi de Lenz. Ce dernier se combine au champ source pour enfin modifier le courant dans l'inducteur. Le courant résultant nous permet de calculer l'impédance globale de l'ensemble bobine et matériau à examiner. La figure I.2 illustre le schéma synoptique du phénomène.

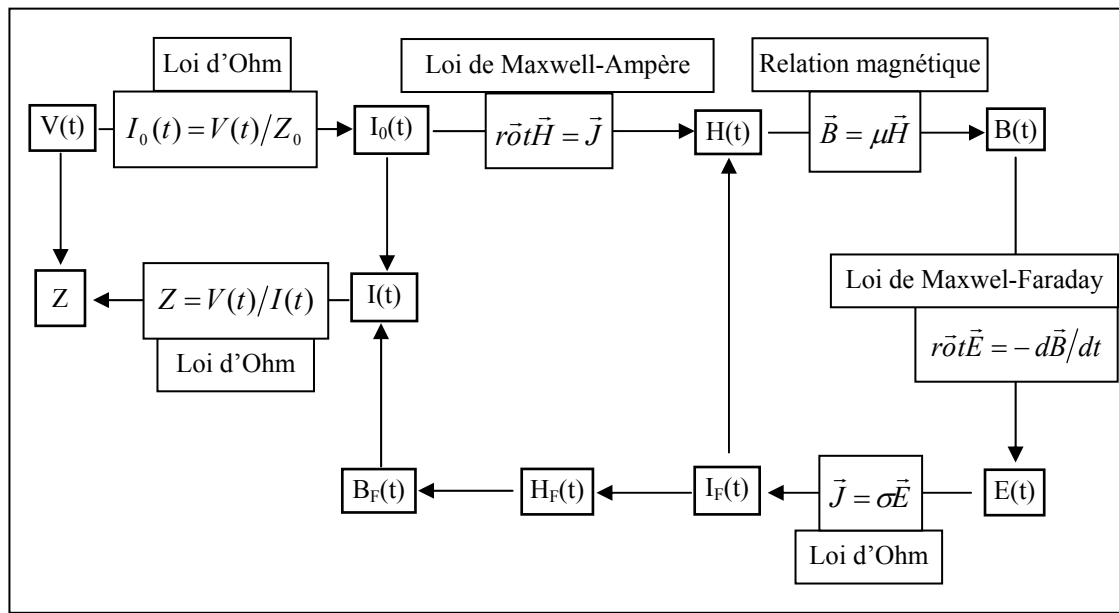


Figure I.2. Schéma synoptique du phénomène électromagnétique

I.4.2. Techniques de contrôle par courant de Foucault

Les courants de Foucault sont gérés par les lois du phénomène électromagnétique d'induction schématisé sur la figure I.2. Ce phénomène d'induction a pour racine la variation temporelle du flux magnétique. Cette variation est due soit à celle de la section traversée par le champ magnétique ou à la variation temporelle de ce champ lui-même ou les deux simultanément. Dans le contrôle non destructif par courant de Foucault, c'est la variation temporelle du champ d'excitation qui cause l'induction.

Sur la base de génération des champs d'excitations variables dans le temps, on peut distinguer plusieurs techniques de contrôle [23] [24] [25] :

- ✓ Les courants de Foucault sinusoïdaux,
- ✓ Alternative Current Field Measurement « ACFM » et ses dérivées,
- ✓ les courants de Foucault pulsés,
- ✓ les champs lointains.

Nous nous intéressons dans notre travail à la technique de contrôle par courants de Foucault sinusoïdaux. Cette technique est un cas particulier des techniques des courants de Foucault pulsés et très proche de la technique de l'ACFM. Le contrôle par des champs lointains n'est qu'un cas particulier du contrôle par courants de Foucault.

I.5. Nature du contrôle non destructif par courant de Foucault

La répartition et l'intensité des courants de Foucault dépendent de la conductivité électrique σ , de la perméabilité magnétique μ , de la fréquence de travail f , de la géométrie du matériau à contrôler, du

couplage entre le capteur et le matériau et d'éventuels défauts dont la présence se manifeste à travers une combinaison complexe des paramètres précédents. Le procédé de contrôle par courants de Foucault permet donc d'effectuer des contrôles dimensionnels, des contrôles de l'état de santé et de réaliser des caractérisations métallographiques.

Le contrôle dimensionnel s'applique à des mesures d'épaisseur de revêtement (ex : peinture, dépôt électrolytique) et la détermination des caractéristiques géométriques du matériau (ex : l'épaisseur de petits tubes ou de plaque). Le contrôle de santé recherche la présence de défauts (fissures, inclusions,...). Le contrôle métallographique est destiné à discriminer les matériaux, de dureté, de composition chimique ou de structure métallographique différente.

1.6. Schéma synoptique du dispositif

La chaîne de contrôle non destructif par courant de Foucault comprend essentiellement un générateur alimentant le capteur, le capteur lui-même, le produit à contrôler dont éventuellement la présence de défauts et enfin le système d'observation qui visualise une grandeur dérivée des courants de Foucault. Les paragraphes suivants décrivent chaque élément de cette installation.

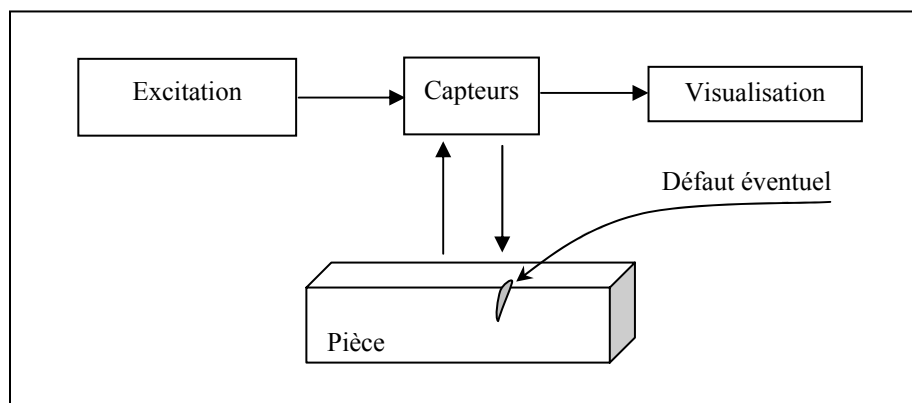


Figure I.3. Schéma synoptique de la chaîne de contrôle

1.7. Modes d'excitation

La sensibilité de la méthode dépend de la fréquence du courant d'excitation. Celle-ci conditionne en effet, la profondeur de pénétration des courants induits dans le matériau à inspecter, ce qui destine la technique au contrôle surfacique (pièces minces) et volumique (pièces de grande épaisseur).

L'excitation est réalisée par un générateur délivrant un signal variable dans le temps ou périodique dans une gamme de fréquences déterminées.

Les mesures peuvent être faussées par une mauvaise définition de la forme de l'onde fournie ou par une variation de la fréquence. Par conséquent, le générateur doit impérativement délivrer un signal

asservi en fréquence de manière à assurer une grande stabilité d'excitation et à réduire le bruit de fond et les dérives lentes.

I.7.1. Gammes de fréquences

a. Gamme basse fréquence [1Hz : 1kHz]

Les courants de Foucault à basse fréquence [26] permettent de déterminer l'état global d'une pièce en la mettant au centre de la bobine. Cette technique convient pour le contrôle de produits de forte épaisseur ou le contrôle de qualité (tri de matériaux selon leur nuance à cœur) et les défauts volumiques et profonds [27] [28]. Elle est utilisée préférentiellement pour les produits ferromagnétiques en raison des problèmes liés à la profondeur de pénétration [29] [30]. C'est une technique très répandue dans l'industrie. Elle est relativement simple à mettre en œuvre, très peu coûteuses, très sensibles au manque de matières et une résolution spatiale réduite. Néanmoins, si la fréquence est trop basse, l'amplitude des courants de Foucault sera faible et la mesure ne sera pas précise à cause du bruit [17].

b. Gamme moyenne fréquence [1kHz : 1MHz]

C'est le domaine le plus employé en mesure de faibles épaisseurs [31] [32] [33], telles que les plaques ou barres co-filées. Ce domaine fréquentiel couvre également le contrôle de santé (détection d'hétérogénéité du type fissures débouchantes, inclusions, occlusion, ...) [19] [20] [21] ainsi que le contrôle de caractéristiques métallurgiques (traitements superficiels, conductivité, ...) [32] [33].

c. Gamme haute fréquence : >1MHz

Les fréquences supérieures à 1MHz sont très peu utilisées. Elles peuvent engendrer des capacités parasites entre les spires du capteur et entre le capteur et le matériau. Son utilisation se limite essentiellement à des mesures d'entrefer, la détection de micro fissure de surface et la modélisation de micro bobines utilisées dans le domaine de la télécommunication et de la résonance magnétique nucléaire [17] [18].

L'information extraite du matériau à travers les courants de Foucault dépend alors du mode d'excitation en fréquence. On distingue trois modes d'excitation :

- ✓ Excitation mono fréquence
- ✓ Excitation multi fréquence
- ✓ Excitation pulsée

I.7.2. Excitation mono fréquence

Le courant d'excitation est une onde sinusoïdale de fréquence fixe qui peut-être fournie par un générateur ayant une ou quelques fréquences fixes commutables. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres recherchés. La fréquence intervient sur la profondeur de pénétration et sur la séparation en phase des réponses de divers défauts. Il n'y a pas cependant des critères simples et uniques de choix de la fréquence. Pratiquement, le choix

de la fréquence de sondage doit se faire après des essais sur échantillons de façon à mettre en évidence les paramètres perturbateurs. Ce mode d'excitation est limité en utilisation car il ne délivre pas une caractérisation fine des contrôles et il n'élimine pas l'influence de l'ensemble des paramètres perturbateurs.

I.7.3. Excitation multi fréquences

Le contrôle multi fréquences a été développé en particulier pour le contrôle des tubes des générateurs de vapeur [19] [20] [21] et des rails ferroviaires [74] [75]. Ces environnements présentent en particulier des parties droites, des coudes et des éléments de fixation. Le contrôle dans certaines zones est rendu très délicat par l'apparition de signaux parasites de fortes amplitudes pouvant se superposer au signal du défaut. La méthode pratiquée consiste à neutraliser les signaux parasites en procédant à leur soustraction pour deux signaux de fréquences différentes injectées dans le capteur.

L'origine de la technique multi fréquence est encore liée au développement des programmes électronucléaires. Il semble que le problème se soit posé pour la première fois lors du contrôle des tubes formant l'échangeur de chaleur dans les générateurs de vapeur [19]. Ces tubes en Inconel sont assemblés en faisceau. Chaque tube est cintré en épingle à cheveux. Il repose sur une plaque tubulaire et traverse des plaques servant d'entretoises. Lors du passage de la sonde de contrôle à l'intérieur du tube, un signal dit «signal plaque» apparaît au niveau de celles-ci. Un tel signal, relativement grand, est susceptible de masquer un éventuel défaut réel.

De même, si lors d'un contrôle, deux défauts se trouvent sur une même zone de la pièce à examiner, le signal est difficilement interprétable car le signal électrique contient des informations relatives à chacun d'eux. L'opérateur doit alors rechercher les conditions optimales de réglage du matériel. Le développement de matériels multi fréquences répond au besoin impératif de séparer puis d'éliminer ce signal perturbateur.

Dans ce mode particulier d'utilisation des courants de Foucault, les générateurs excitent la bobine simultanément sur plusieurs fréquences. Le signal reçu est ensuite filtré par des passes bandes à forte pente. En ayant plus d'information, il est possible d'éloigner les signaux perturbateurs du signal recherché. Pour beaucoup d'informations, il faut faire des mesures à plusieurs fréquences d'excitation. En effet, l'utilisation de n fréquences engendre $2n$ informations et peut permettre l'élimination de $2n-1$ perturbations [17] [34].

La technique de mesure peut être réalisée en fréquences séquentielles ou en fréquences simultanées. La mesure en séquence excite le capteur par mono fréquence successive. Cette technique met un temps d'exécution et d'acquisition des données important. La mesure en fréquences simultanées consiste à injecter au capteur simultanément plusieurs signaux de fréquences différentes. En pratique, on utilise un système d'excitation en double fréquence (10kHz et 100kHz) pour le contrôle des rails ferroviaires [74] et à trois fréquences simultanées (100kHz, 240kHz, 500kHz) pour les tubes de vapeur [19].

I.7.4. Excitation pulsée

Elle consiste à émettre un champ magnétique à large bande de fréquence. Le courant d'excitation n'est pas une onde sinusoïdale mais variable dans le temps. C'est une excitation impulsionnelle de formes rectangulaires, triangulaires ou autres. Toute fois, on préfère utiliser une forme semi sinusoïdale en raison de sa simplicité de mise en œuvre.

La décomposition en série de Fourier de l'onde engendre des signaux de fréquences multiples. Cette méthode représente donc une alternative à l'excitation multi fréquence. On utilise l'évolution temporelle des signaux pour extraire des informations. Une telle technique est plus riche en informations qu'en mono fréquence ou en multi fréquences.

Cette technique a été utilisée pour évaluer l'épaisseur de revêtements [35] et les dépôts sur les pièces métalliques [36], pour la détection des défauts profonds [37] et dans le domaine de l'inversion du phénomène [17].

I.8. Capteurs

Le capteur est une bobine ou un ensemble de bobines. Il sert à générer les courants de Foucault ainsi qu'à capter leurs effets. La grandeur mesurée est l'impédance ou une différence de potentiel représentant l'image des courants de Foucault. La forme du capteur, sa position relative au matériau, sa fonction et sa conception varient en fonction de son utilisation. Il peut être classé en fonction de trois caractéristiques :

- ✓ Type
- ✓ Fonction
- ✓ Mode de contrôle

I.8.1. Types de capteurs

Du point de vue géométrique, on distingue trois types de capteurs :

- ✓ Bobine encerclante
- ✓ Sonde
- ✓ Palpeur

I.8.1.1. Capteur axial encerclant ou bobine encerclante

Ce sont des capteurs dont les enroulements de mesure entourent la pièce à contrôler. Ils sont destinés au contrôle des produit longs ou des pièces au défilé (Tubes, barres,...). Ils sont les plus répandus dans le domaine industriel.

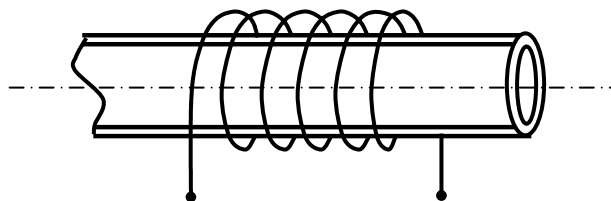


Figure I.4. Bobine encerclante

I.8.1.2. Capteur axial interne ou sonde

C'est un capteur destiné à l'examen d'un produit par l'intérieur dont les enroulements de mesures entourent l'axe de translation. Ils sont utilisés pour contrôler les produits creux (tubes). Ces capteurs opèrent soit avec noyau ferromagnétique ou sans noyau.

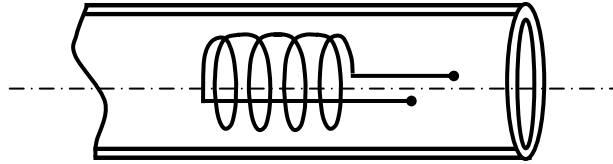


Figure I.5. Bobine interne glissante

I.8.1.3. Sonde interne tournante

Ce capteur est constitué d'un inducteur tournant autour de l'axe de translation. Le champ magnétique axial de la bobine est perpendiculaire à l'axe de translation.

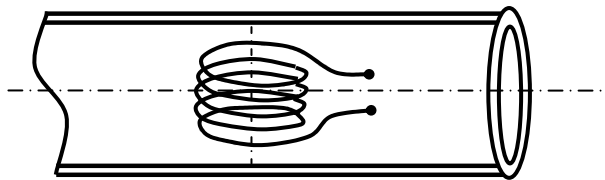


Figure I.6. Capteur interne tournant

I.8.1.4. Palpeur externe ou bobine ponctuelle

Le palpeur est un capteur destiné à l'examen local d'un produit à partir de sa surface sur laquelle il peut se déplacer avec 2 degrés de liberté. Ce palpeur est constitué d'une bobine dont l'axe du bobinage est perpendiculaire à la pièce à contrôler. Il possède une zone d'action réduite et permet une inspection locale de la pièce même dans des régions d'accès réputé difficile pour les autres capteurs. Dans certains cas de contrôle, on adjoint un noyau ferromagnétique pour canaliser le champ magnétique.

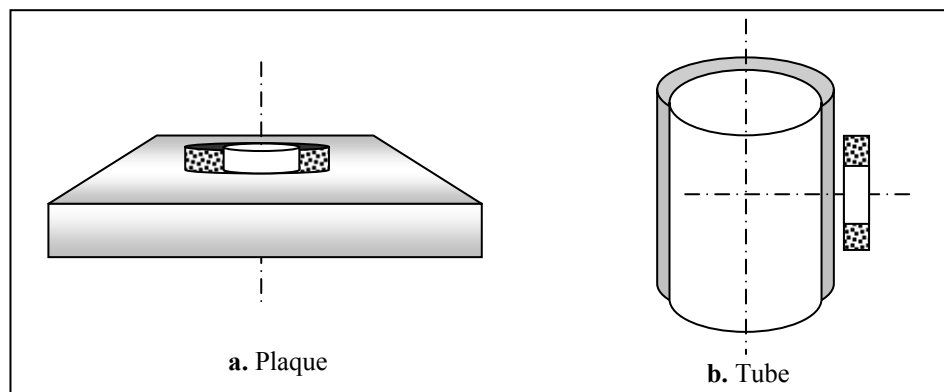


Figure I.7. Sonde ou bobine ponctuelle.

I.8.2. Fonctions du capteur

Le fait qu'un bobinage peut être inducteur ou induit donne la possibilité au capteur de jouer le rôle de l'émetteur ou de récepteur ou les deux fonctions simultanées.

I.8.2.1. Les capteurs à double fonction

C'est le cas dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par la ou les même(s) bobines (Figure I.8).

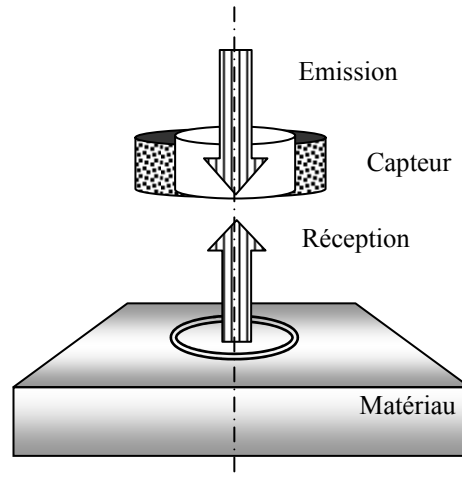


Figure I.8. Capteur à double fonction

L'extraction des informations se fait par la mesure de l'impédance équivalente ou de la variation de l'impédance due à la présence du matériau au voisinage du capteur ou due à la présence d'un défaut dans ce matériau. Ce type de capteur favorise la mesure de grandeurs à évolution lentes tels que l'épaisseur de revêtement, l'entrefer (lift-off) et la conductivité.

I.8.2.2. Les capteurs à fonctions séparées

Ces capteurs possèdent un enroulement dédié à l'excitation et un autre à la mesure. Cette conception est souvent utilisée pour la détection de défaut de grande taille ou profond.

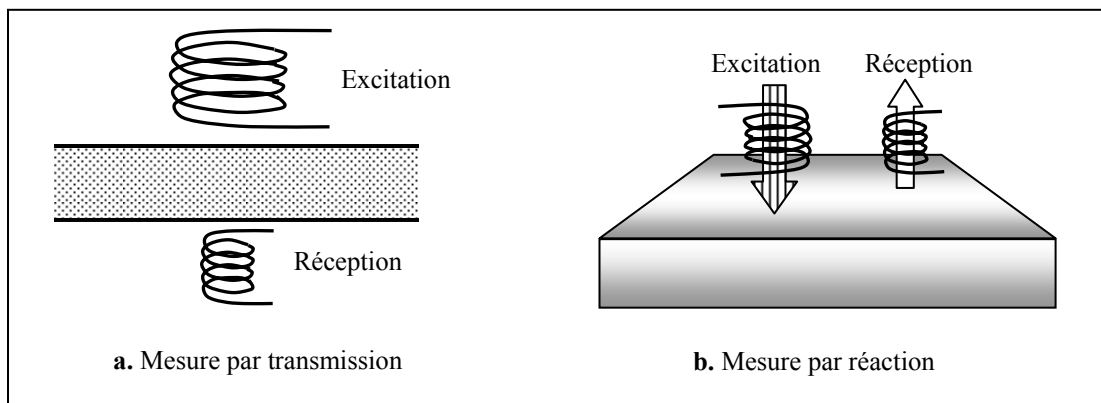


Figure I.9. Capteur à fonction séparée.

Le principe de la détection est basé sur la traversée du champ d'une zone à une autre. La détection de ce genre de défaut nécessite l'augmentation des dimensions de la bobine d'excitation. Cette augmentation de la taille du capteur se fait au détriment de sa résolution spatiale lors de la réception. C'est alors qu'on associe la réception à une autre bobine de taille souvent plus petite que celle de l'émetteur. Les enroulements peuvent être alors enchevêtrés (Figure I.9.a) ou séparés comme dans le cas de mesures par transmission (Figure I.9.b).

Une des variantes de la technique de capteur à fonction séparée est le champ lointain. Les bobines de détection sont séparées par une distance qui équivaut à deux ou trois fois le diamètre du tube. Les bobines de réception perçoivent les lignes de flux qui traversent deux fois le mur du tube (Figure I.10). Le champ lointain est sensible tant aux indications internes qu'externes, tandis que le décalage de phase est directement proportionnel à la perte de paroi.

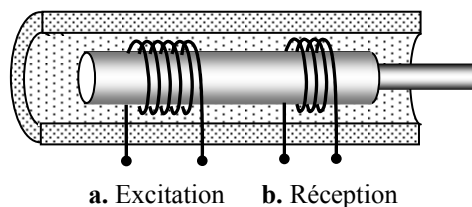


Figure I.10. Configuration utilisée pour champ lointain

I.8.3. Mode de contrôle

En fonction de l'intensité du champ, qui dépend des caractéristiques électromagnétiques de la pièce à identifier ou à contrôler et des perturbations éventuelles, on compte trois modes de mesure :

- ✓ Mode de contrôle absolu
- ✓ Mode de contrôle compensé
- ✓ Mode de contrôle différentiel

I.8.3.1. Mode de contrôle absolu

Un capteur absolu est destiné à mesurer la valeur effective des caractéristiques du produit à examiner par rapport à une référence fixe. Le signal récupéré par la bobine est très faible en comparaison au signal émis. C'est pourquoi on utilise, en contrôle par courants de Foucault, une mesure comparative. La méthode absolue utilise un capteur à double fonction et la mesure se fait par comparaison du signal reçu à une référence artificielle électronique. Ce mode de mesure permet d'accéder simultanément aux grandeurs utiles et perturbatrices (par exemple la température qui fait varier la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau à tester).

Ce type de contrôle est préférentiellement utilisé dans le domaine de l'évaluation non destructive des caractéristiques électromagnétique et géométrique [3] [13] [14] [15] [18] [19].

I.8.3.2. Mode de contrôle compensé

Pour s'affranchir des grandeurs perturbatrices, on réalise le mode absolu compensé. Dans ce mode de contrôle on utilise deux bobines.

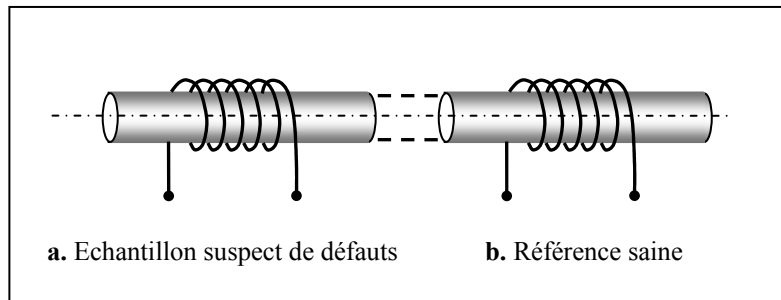


Figure I.11. Mesure absolue compensée

L'une est positionnée à proximité d'une surface d'une pièce à contrôler et l'autre à proximité d'une autre surface saine du même matériau, comme le montre la figure I.11. La première capte les grandeurs utiles et perturbatrices alors que l'autre ne capte que les signaux perturbateurs. Une mesure comparative permet d'extraire seulement les signaux utiles.

I.8.3.3. Mode de contrôle différentiel

Cette technique utilise deux capteurs absolus écartés, montés en tête-bêche parcourus par le même courant mais de signe opposé comme le montre la figure I.12. La mesure différentielle est équivalente à la comparaison permanente de deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins. Dans le cas de pièce saine, l'impédance du capteur différentiel est nulle. La réponse est sensible seulement aux variations brusques de la géométrie de la pièce à contrôler. La figure I.12 présente un montage différentiel pour le contrôle d'un tube.

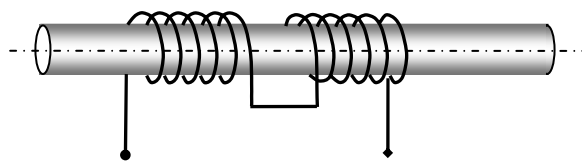


Figure I.12. Mesure différentielle

Cette méthode est essentiellement utilisée en contrôle de santé [16] [19] [20] [21]. Elle permet de mettre en évidence des défauts métallurgiques (anisotropie) et les variations dimensionnelles brutales telles que des fissures. Les défauts ponctuels sont bien détectés.

L'avantage de ce mode de mesure réside dans la suppression de tout signal dû à des variations lentes telles que les variations dimensionnelles ou les fluctuations de température ou de conductivité.

I.9. Matériau à inspecter

Au cours des ans, la technologie des capteurs et le traitement des données ont continuellement progressé et aujourd'hui la technique par courants de Foucault est reconnue comme étant rapide, simple et précise. C'est la raison pour laquelle elle est utilisée largement dans les industries de production et d'utilisation de produits métalliques pour la détection en surface ou en volume et l'évaluation non destructive des caractéristiques physiques des matériaux comme l'aluminium, l'acier inoxydable, le cuivre, le titane, le laiton, l'Inconel et même l'acier au carbone, le matériau à inspecter étant le siège des courants de Foucault

I.9.1. Epaisseur de peau

Les courants de Foucault sont très sensibles à différents paramètres géométriques (la présence de défauts, la distance entre la bobine et la pièce, l'épaisseur de la pièce), électromagnétiques (la conductivité, la perméabilité) et thermiques. Le paramètre perturbateur est la température car elle modifie localement ou totalement la perméabilité ou la conductivité du matériau et donc l'impédance de la bobine réceptrice.

Quant on s'intéresse à une caractéristique électromagnétique ou géométrique, les autres sont par conséquent des paramètres perturbateurs. Cependant, si un contrôle cherche à mettre en évidence une caractéristique, il faut déterminer les paramètres de réglages optimaux (points de fonctionnement) et minimiser au maximum leurs variations. Par conséquent, la connaissance de l'influence de ces différents paramètres est nécessaire.

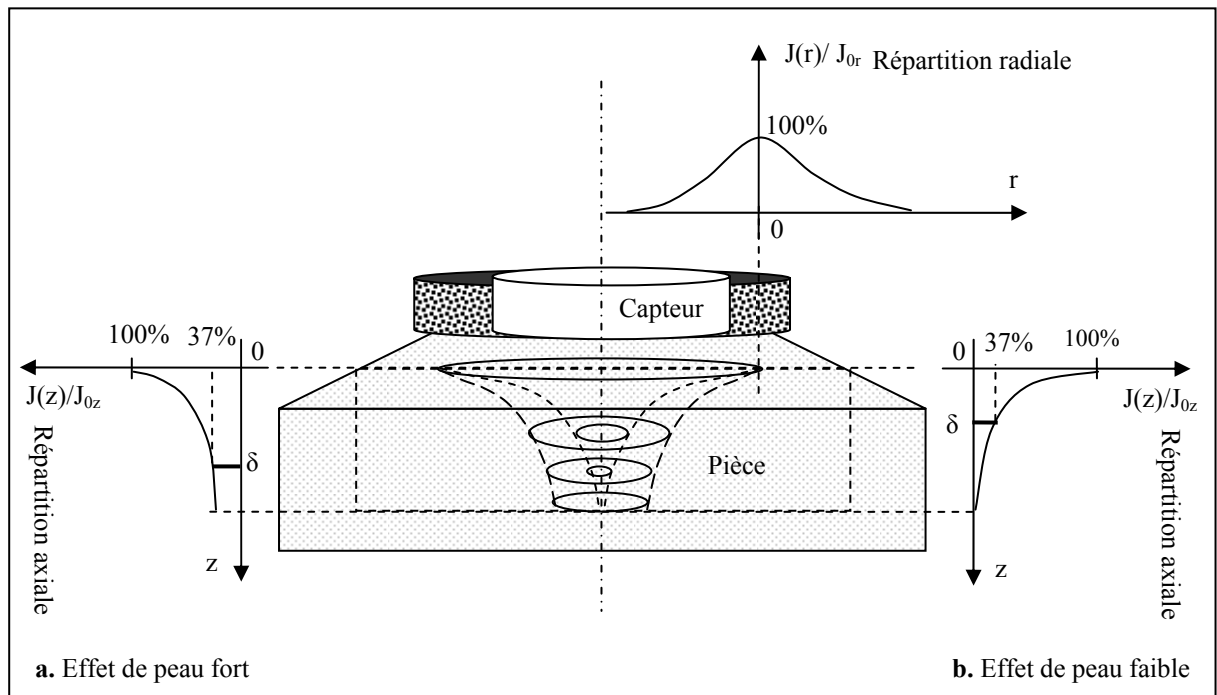


Figure I.13. Effet de peau électromagnétique

La fréquence de travail, la conductivité et la perméabilité apparaissent dans l'épaisseur de peau électromagnétique telle que :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu \sigma f}} \quad (\text{I.1})$$

Ce phénomène engendre une décroissance exponentielle de la densité de courant de Foucault, soit :

$$J(z) = J_0 e^{-z/\delta} \quad (\text{I.2})$$

L'analyse globale des caractéristiques à travers l'épaisseur de peau électromagnétique est réalisée en [94] en utilisant le modèle développé en [64]. Cette analyse consiste à comparer la profondeur de pénétration standard avec la profondeur de pénétration réelle en fonction du rayon moyen de la bobine du capteur.

I.9.2. Caractéristiques électromagnétiques du matériau à contrôler

Les faibles variations de la composition chimique d'un matériau (exemple de l'acier) influent sur l'amplitude et la phase du signal. Ces variations de composition agissent surtout sur la dureté qui, à son tour, par l'intermédiaire de la conductivité et de la perméabilité, modifie l'amplitude du signal fondamental et de ses harmoniques.

L'induction magnétique est directement proportionnelle à la perméabilité d'un matériau. L'inductance résultante d'une bobine avec un noyau ferromagnétique augmente donc d'un facteur μ_r ; ce qui rend l'épaisseur de peau très faible.

La conductivité est directement liée à la densité de courant inducteur et induite. Dans ce contexte, on cite un exemple élaboré en [39] où les auteurs étudient la sensibilité à la variation de conductivité d'un capteur en fonction de la fréquence. Cette sensibilité est définie par la dérivée de la variation d'impédance par rapport à la conductivité.

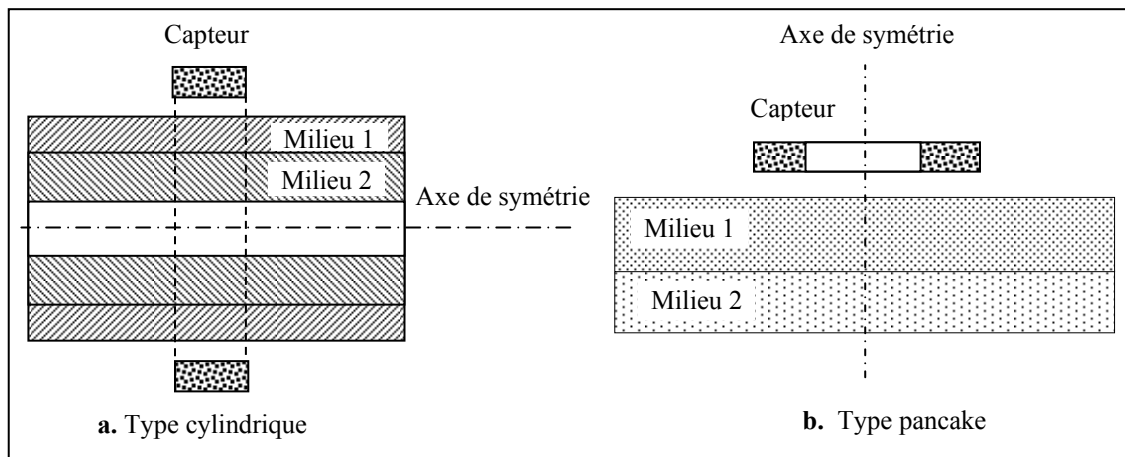


Figure I.14. Configuration axisymétrique multi couches

Si la conductivité et la perméabilité sont considérées comme étant des éléments perturbateurs dans la détection des défauts et dans l'évaluation non destructive des caractéristiques géométriques, il n'en est pas de même quand on s'intéresse à leurs évaluations. C'est l'évaluation non destructive des caractéristiques électromagnétiques des matériaux. Dans cette application, plusieurs travaux ont été réalisés [3] [29] [32] [33] [37] [38] [40]. Entre autres, l'identification des différents matériaux dans une pièce en multi couches (Figure I.14) [38] [41] [42].

I.9.3. Caractéristiques géométriques du matériau à contrôler

Pour réaliser le contrôle complet d'une pièce, il faut déplacer, à une vitesse qui peut atteindre quelques mètres par seconde, la bobine à la surface de celle-ci et déceler les variations d'impédance qui traduisent la présence d'une anomalie à l'intérieur de la pièce. Ce déplacement provoque des variations de position du capteur par rapport à la surface de la pièce (coefficient de remplissage) et engendre ainsi des fluctuations d'impédance dites lift-off (Figure I.15). Ces fluctuations peuvent prendre une amplitude telle qu'elles masqueront des indications sur les caractéristiques des défauts. Il est donc essentiel d'en connaître l'influence et de maîtriser au mieux ce paramètre expérimental.

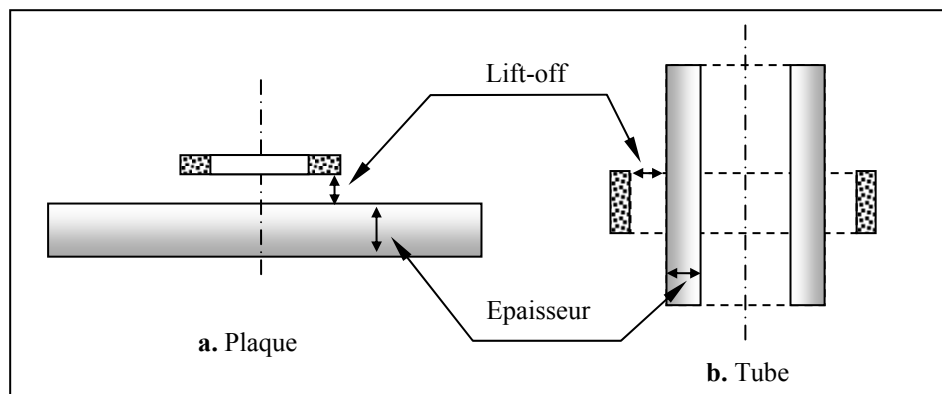


Figure I.15. Définition des paramètres géométriques.

Une des utilisations de la technique du contrôle par courants de Foucault est l'évaluation dimensionnelle des couches constitutives de la pièce [3] [13] [31] [32] [33] [43]. Cela revient à mesurer l'épaisseur des différentes couches isolante et conductrice. La détection dimensionnelle des couches isolantes, du point de vue électromagnétique, est équivalente à la mesure de l'entrefer entre le capteur et la partie conductrice. C'est le lift-off. Dans ce cas, ce paramètre n'est plus perturbateur.

Dans le cadre de l'optimisation des capteurs, d'autres travaux ont été réalisés à cet effet. Comme exemple, en [39], les auteurs étudient la variation d'impédance en fonction de la hauteur et de l'épaisseur du capteur.

I.9.4. Défauts

Les défauts (trous, fissures, rayures,...) tendent de modifier le parcours des courants de Foucault dans le matériau. On peut donc considérer qu'un défaut non-conducteur (inclusion, trou,...) provoque

la même variation d'impédance qu'une variation de conductivité. De même, un défaut en surface peut être assimilé à une variation du coefficient de remplissage. La forme et la position des défauts relativement au matériau imposent des modèles géométriques bidimensionnel ou tridimensionnel.

Dans le cas d'étude bidimensionnelle qui nous intéresse, les défauts peuvent avoir une vue axisymétrique ou longitudinale. La figure I.16 montre un défaut cylindrique sur une plaque qui peut être traitée par un modèle axisymétrique [3] [19] [20] avec un capteur absolu ponctuel. Cette mesure a pour principal défaut de ne permettre une évaluation d'impédance qu'en un seul point. Le modèle n'est valable que si l'axe du défaut coïncide avec celui du capteur. Si ce type de défaut se présente dans une pièce cylindrique, il ne peut être traité par un modèle axisymétrique sauf si on associe, au modèle mathématique, les transformations conformes [44], sinon il s'agit d'une vue tridimensionnelle [45]. Un autre type de défaut axisymétrique est celui montré en coupe sur la figure I.17. Ce type de défaut, rarement rencontré en pratique, peut être détecté par un capteur absolu ou différentiel fixe ou en déplacement [3] [15] [16]. Les défauts axisymétriques peuvent avoir d'autres formes tout en restant axisymétriques. Un des exemples est montré sur les figures I.18 et I.19 et dont la forme est sphérique [19].

Plusieurs autres types de défauts sont traités. On trouve : des fissures de longueur infinie dont la vue est bidimensionnelle [43], des fissures de longueur finie [47], des défauts ponctuels de formes quelconques sur une surface cylindrique [45] [48], des défauts sous forme de couches [49], une fissure parallélépipédique [50], [51] ou elliptique [52] [53], etc.

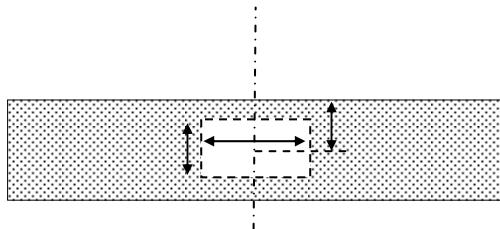


Figure I.16. Pièce présentant un défaut cylindrique

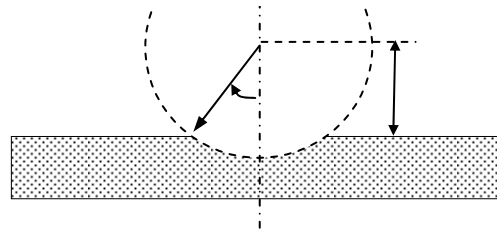


Figure I.17. Pièce présentant un défaut sphérique

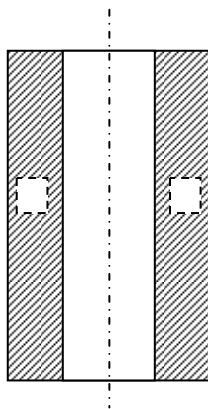


Figure I.18. Défaut cylindrique et axisymétrique dans une pièce cylindrique

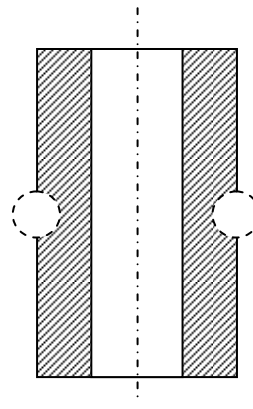


Figure I.19. Défaut sphérique et axisymétrique dans une pièce cylindrique

L'objectif de la recherche de défauts, est lié à son identification et sa caractérisation à partir des signaux mesurés. Les dispositifs de contrôle utilisant les techniques présentées précédemment, permettent d'obtenir des signaux suffisamment riches en informations. Un traitement numérique adapté, à base d'un calcul direct et inverse permet de remonter aux différentes informations d'identification. L'utilisateur de CND doit choisir la fréquence qui détectera le défaut avec la sensibilité et la fiabilité les plus élevées, tout en gardant dans l'esprit que dans les applications de caractérisation des matériaux, le défaut est un élément perturbateur.

I.10. Eléments perturbateurs

Dans tous les traitements de problèmes à plusieurs variables, quand on s'intéresse à une grandeur, les autres des paramètres doivent être maîtrisés. Dans les descriptions précédentes nous avons précisé, pour chaque nature de détection, les perturbations qui peuvent surgir lors de la pratique du contrôle. Pour la maîtrise des paramètres, on conçoit généralement des capteurs spécifiques (capteur différentiel) et des excitations en multi fréquences (double et triple fréquence) [74].

Dans le domaine de contrôle et d'évaluation non destructifs par courant de Foucault, la température est le seul élément purement perturbateur. La perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau varient avec la température. Toute variation thermique devient très gênante pour les appareils qui assurent une mesure absolue tels que ceux destinés à des mesures d'épaisseur ou de détection d'anomalies.

La température peut également varier en raison du courant d'excitation (effet joules) ou de l'environnement (différence de température entre la référence et les pièces à mesurer). Pour neutraliser cette perturbation, on utilise généralement des bobines de compensation, les thermistances ou les thermocouples. Cependant, cette compensation ne présente de l'intérêt que dans la mesure absolue.

I.11. Visualisation

I.11.1. Grandeurs mesurées

En régime sinusoïdal, si V est la tension complexe appliquée à la bobine et I le courant qui la parcourt, l'impédance complexe du capteur est définie par la relation suivante :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} \quad (I.3)$$

L'une des grandeurs, tension ou courant, étant fixée et connue, la mesure de l'impédance passe par la mesure de la deuxième grandeur, et selon qu'il s'agit d'une excitation en courant ou en tension.

Dans le cas où la source d'excitation serait un générateur de tension de valeur efficace V , la grandeur mesurée est le courant électrique complexe I_{mes} .

L'impédance est :

$$\underline{Z}_{mes} = \frac{V}{I_{mes}} \quad (I.4)$$

Dans le cas contraire où la source d'excitation est un générateur de courant de valeur efficace I , la grandeur mesurée est la tension complexe V_{mes} . L'impédance est :

$$\underline{Z}_{mes} = \frac{V_{mes}}{I} \quad (I.5)$$

Souvent les bobines du capteur ont un grand nombre de spires et sont optimisées de manière à réduire les pertes électriques. Si la bobine est idéale, on parle de bobine purement inductive. Par conséquent, le courant qui la traverse est de valeur efficace constante, on parle alors de générateur de courant et c'est souvent le cas.

I.11.2. Impédance normalisée

L'inspection des matériaux consiste à mesurer les variations d'impédance de la bobine. En général, on utilise une méthode comparative, dont l'objet est de mesurer la différence entre l'impédance Z de la bobine en présence de la pièce à inspecter et l'impédance Z_0 de la bobine pour une pièce de référence. En absence du matériau à contrôler, l'impédance complexe Z_0 du capteur est :

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0 \quad (I.6)$$

R_0 et X_0 sont respectivement la résistance et la réactance à vide de la bobine du capteur.

En présence du matériau à contrôler, le champ réactif provoque une modification de l'impédance du capteur. L'impédance complexe en charge Z est :

$$\underline{Z} = R + jX \quad (I.7)$$

R est la composante résistive qui englobe les pertes internes du bobinage d'excitation et les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans le matériau. X est la composante inductive qui représente la réactance du bobinage d'excitation, liée à la topologie des lignes de champ magnétique émises par le capteur.

Pour éliminer les composantes de l'impédance à vide R_0 et X_0 (pertes à vide, l'inductance propre du capteur) et garder uniquement la géométrie du capteur, sa position relative au matériau (lift-off) et les caractéristiques géométriques et physiques du matériau, on procède à la normalisation de l'impédance complexe du capteur en présence du matériau. Cette normalisation est donnée par :

$$\underline{Z}_n = \frac{\underline{Z} - R_0}{X_0} = R_n + jX_n \quad (I.8)$$

$$\begin{cases} R_n = \frac{R - R_0}{X_0} & (a) \\ X_n = \frac{X}{X_0} & (b) \end{cases} \quad (I.9)$$

R_n et X_n sont respectivement la résistance et la réactance normalisées du capteur.

I.12. Conclusion

Une recherche bibliographique approfondie sur le contrôle non destructif par courants de Foucault a été réalisée. Elle est cependant limitée aux éléments intervenant dans le phénomène électromagnétique. Partant de la source d'excitation, à travers le capteur et le matériau à examiner, nous arrivons à la mesure de l'impédance complexe aux bornes du capteur. Cette grandeur, résultante de la topologie des courants de Foucault, nous informera sur l'état dimensionnel, physique et de santé du matériau à contrôler. De ce fait, nous ne nous intéressons qu'au calcul des courants de Foucault et de la variation d'impédance qui en résulte. Pour ce faire, on aborde d'abord la présentation du modèle général de Maxwell qui fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre II

Analyse physico-mathématique des équations de l'électromagnétisme

II.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de résumer les équations mathématiques de base qui décrivent les phénomènes électromagnétiques intervenant dans le contrôle non destructif par courants de Foucault. Nous présentons la simplification de ces équations aux cas de régimes quasi-stationnaires ainsi que leurs formulations à des configurations géométriques spécifiques. Nous établissons différentes formulations de l'impédance et cela en fonction de la grandeur d'état, selon laquelle les équations simplifiées de Maxwell sont résolues. Nous exposerons ensuite brièvement les modèles déjà développés et les méthodes de résolution utilisées dans ce type de problème.

II.2. Equations de base de l'Electromagnétisme

II.2.1. Historique

Tout au début, les phénomènes électriques et magnétiques ont été étudiés séparément. Les interactions entre ces deux phénomènes ont été mises en évidence pour la première fois par : Ampère (1775-1836), qui a prouvé que la source du magnétisme est le courant électrique, Gauss (1777-1855), qui a démontré que la source du champ électrique est la charge électrique statique, et Faraday (1791-1867) qui relie la création de l'un des champs électrique et magnétique par l'autre et vis versa. Le couplage des deux phénomènes qu'on regroupe en un mot «Electromagnétisme », on le doit à James Clerk Maxwell (1831-1879). Ce génie a exploité les découvertes des précédents, pour donner une formulation la plus complète de l'électromagnétisme liant les grandeurs électriques et magnétiques [54] [55] [56] [57].

II.2.2. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes.

Ainsi, dans tous les problèmes nécessitant le calcul du champ électromagnétique qui règne dans un système matériel, on utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de MAXWELL, qui sous leurs formes la plus générale s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Maxwell - Ampère :} & \text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (a) \\ \text{Maxwell - Faraday :} & \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (b) \\ \text{Conservation du flux magnétique :} & \text{div} \vec{B} = 0 \quad (c) \\ \text{Maxwell - Gauss :} & \text{div} \vec{D} = \rho \quad (d) \end{array} \right. \quad (II.1)$$

$\vec{E}[V/m]$ et $\vec{H}[A/m]$: Champ électrique et magnétique.

$\vec{D}[A.s/m]$ et $\vec{B}[T]$: Induction électrique et magnétique.

$\vec{J}[A/m^2]$ et $\rho[C/m^3]$: Densités de courant de conduction et de charge électrique.

L'équation (II.1.a) est une généralisation du théorème d'Ampère. Elle permet d'établir la relation entre le champ électromagnétique et les courants électriques. Elle traduit la création d'un champ magnétique par les courants électriques de conduction et de déplacement.

L'équation (II.1.b) correspond à la loi d'induction de Faraday, qui établit le lien entre un champ électrique et un flux magnétique. Cette loi traduit le phénomène inductif qui se produit dans un conducteur soumis à un champ magnétique variable ou dans un conducteur en mouvement soumis à un champ magnétique constant.

Ces deux équations (II.1.a) et (II.1.b) définissent la relation entre les champs et leurs sources.

Les équations (II.1.c) et (II.1.d) traduisent respectivement la conservation du champ magnétique et de la charge électrique.

II.2.3. Lois de comportement des milieux

Les grandeurs et les liaisons des cinq champs vectoriels précédents dépendent des caractéristiques électromagnétiques du milieu où ils règnent. Ainsi, pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, on rajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu :

55. Loi d'Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (II.2)$$

$\sigma[(\Omega.m)^{-1}]$: Conductivité électrique.

b. Relations magnétiques

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu \vec{H} & (a) \\ \mu = \mu_0 \mu_r & (b) \end{cases} \quad (II.3)$$

$\mu[H/m]$: Perméabilité magnétique.

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$: Perméabilité magnétique du vide.

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu.

c. Relation diélectrique

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} & (a) \\ \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r & (b) \end{cases} \quad (II.4)$$

$\varepsilon [F / m]$: Permittivité électrique.

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 C^2} = \frac{10^{-9}}{36 \pi} F/m : \text{Permittivité électrique du vide.}$$

ε_r : Permittivité électrique relative du milieu considéré.

$C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$: Vitesse de la lumière.

II.3. Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire

II.3.1. Hypothèses simplificatrices

Les équations qui précèdent décrivent globalement les phénomènes électromagnétiques et s'appliquent à des états quelconques [54] [56]. Dans la pratique, en fonction du domaine d'utilisation, on simplifie ces équations. Ces dernières se découpent alors en donnant naissance à des modèles plus simples [57].

Dans le cas d'une excitation sinusoïdale, les courants de conduction et de déplacement sont définis respectivement comme suit :

$$\begin{cases} \vec{J}_C = \sigma \vec{E} & (a) \\ \vec{J}_D = j2\pi f \varepsilon \vec{E} & (b) \end{cases} \quad (II.5)$$

Les hypothèses à considérer pour le phénomène inductifs dans les matériaux conducteurs sont :

- Dans le domaine de l'électrotechnique, la fréquence utilisée est au maximum de l'ordre de 1MHZ.
- Les distances de la région où on observe les phénomènes sont faibles devant la longueur d'onde du champ électromagnétique.
- Les matériaux utilisés dans le contrôle non destructif par courants de Foucault sont suffisamment conducteurs pour considérer que le rapport (ε/σ) très faible.

Des ces trois hypothèses, on conclut que l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) est valable. Cette approximation consiste à négliger, d'une part la charge d'espace dans les conducteurs, et d'autre part la durée de propagation des champs électromagnétiques devant toute durée caractéristique de la variation de ces derniers. En d'autres termes, l'effet propagatif du champ est négligé. En terme de courant, cela revient à négliger le courant de déplacement $\partial \vec{D} / \partial t$ devant le courant de conduction \vec{J} .

De la troisième hypothèse, on déduit que la charge électrique statique ρ ainsi que l'effet capacitif du système sont négligés.

II.3.2. Equations de Maxwell simplifiées

Dans ces conditions, le problème général consiste à trouver les grandeurs locales liées par les équations suivantes :

$$\begin{cases} r\vec{\partial}t\vec{H} = \vec{J} & (a) \\ r\vec{\partial}t\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} & (b) \\ \text{div}\vec{B} = 0 & (c) \\ \text{div}\vec{E} = 0 & (d) \end{cases} \quad (II.6)$$

II.4. Equations électromagnétiques couplées

Les approximations précédentes ont pour rôle de réduire le phénomène électromagnétique à un phénomène d'induction. Tout de même, les équations restent toujours globales. On ne peut pas les résoudre directement. Le phénomène comporte six inconnues (03 composantes pour chacun des champs électriques et magnétiques). Pour remédier à ce problème, on étudie le phénomène selon la géométrie des dispositifs avec un choix approprié de la variable d'état.

Les méthodes utilisées sont généralement celles qui font appel à l'une des grandeurs locales (\vec{H} , \vec{E} et \vec{A}) comme inconnue principale (variable d'état). A chacune de ces grandeurs correspond une équation aux dérivées partielles. On peut alors choisir indifféremment l'une comme l'autre de ces grandeur qui présente un jeu d'avantages et d'inconvénients comparables, sauf toutefois, si on dispose de simplifications géométriques possibles du phénomène [57].

Dans une configuration cylindrique, on a intérêt à choisir le potentiel vecteur magnétique comme variable d'état ou le champ électrique car ils n'ont qu'une composante orthogonale au plan de l'étude comme le montre la figure II.1. Dans le cas des systèmes axisymétriques, traités en coordonnées cylindriques, cette composante est dans la direction angulaire et elle ne dépend que de r et z [58] [59].

En introduisant le potentiel magnétique vecteur, dont l'induction magnétique dérive dans l'espace, et le potentiel scalaire électrique où le champ électrique dérive de celui-ci, le problème se résume à résoudre les deux équations couplées suivantes :

$$\begin{cases} r\vec{\partial}t\left(\frac{1}{\mu}r\vec{\partial}t\vec{A}\right) = \vec{J} & (a) \\ \vec{J} = -\sigma\left(\frac{d\vec{A}}{dt} + \text{grad}V\right) & (b) \end{cases} \quad (II.7)$$

Où $\vec{A}[T \cdot m]$ est le potentiel vecteur magnétique et $V[V]$ est le potentiel scalaire électrique.

II.5. Formulation bidimensionnelle en coordonnées cylindriques

II.5.1. Equation de diffusion électromagnétique généralisée

En considérant la configuration dont l'inducteur est un plan spiral face à une charge plane (Figure II.1.a) ou une forme cylindrique (Figure II.1.b) et en négligeant l'hélicité des spires inductrices, ce système possède une symétrie de révolution. Le problème devient bidimensionnel.

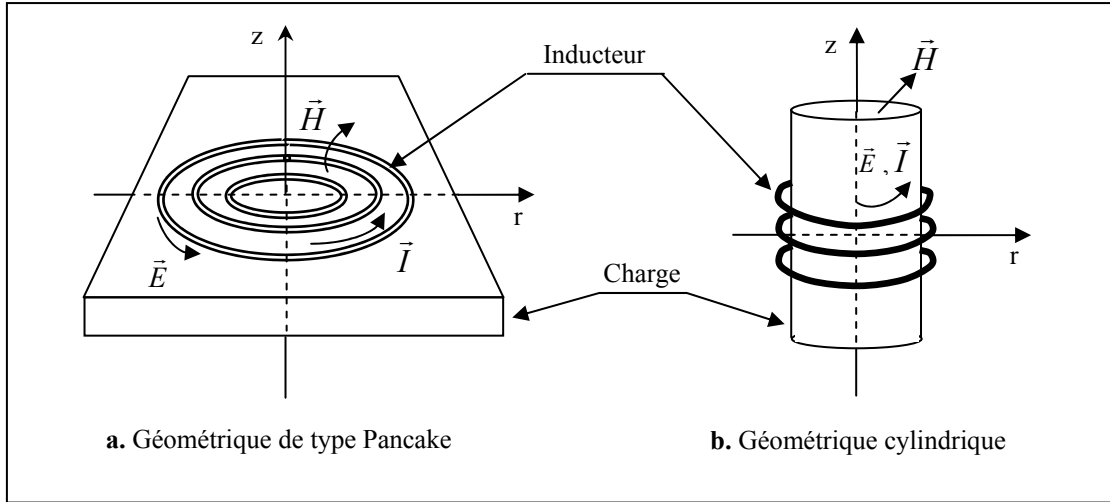


Figure II.1. Dispositifs d'étude

Le potentiel se réduit à sa composante azimutale suivant l'axe θ qui ne dépend que de r et z et où l'inconnue est perpendiculaire au plan r - z (Figure II.2). D'où :

$$\begin{cases} \vec{A} = A_\theta(r, z) \vec{e}_\theta & (a) \\ \vec{J} = J_\theta(r, z) \vec{e}_\theta & (b) \end{cases} \quad (II.8)$$

A , J seront considérés dans la suite de l'étude comme étant des scalaires et sont égaux respectivement à A_θ , J_θ . L'induction \vec{B} n'a que deux composantes, l'une suivant r et l'autre suivant z .

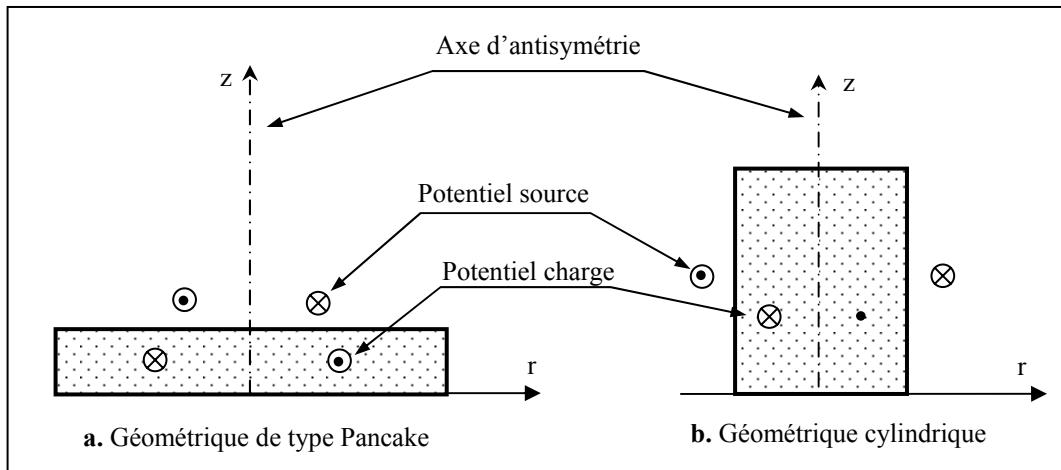


Figure II.2. Domaines d'étude

Dans ce cas, on trouve que la condition de jauge [54] [56] [58] ou encore que $\text{div}(J\vec{e}_\theta)=0$ est constamment vérifiée. Cela impose à une ligne de courant qui passe par un point donné d'y revenir après un trajet plus au moins long à une distance de ce point d'autant plus petite que l'élécite des spires inductrices est négligeable. Ainsi, les lignes de courants sont des circonférences d'axe z. Le calcul vectoriel en coordonnées cylindriques et l'utilisation de la notation complexe permettent d'atteindre le résultat suivant :

$$\begin{cases} \text{div}(\text{gr}\vec{a}dA) = -\mu J & (a) \\ \vec{J} = -\sigma(j\omega\vec{A} + \text{gr}\vec{a}dV) & (b) \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

II.5.2. Equation des différentes régions

55. Equation dans le vide

Les régions non-conductrices sont caractérisées par une conductivité nulle et l'équation (II.9.a) se réduit à l'équation de Laplace.

$$\text{div}(\text{gr}\vec{a}dA) = 0 \quad (\text{II.10})$$

b. Equation dans l'inducteur

L'inducteur est caractérisé par une perméabilité magnétique égale à celle du vide ($\mu=\mu_0$). Lorsque celui-ci est alimenté par un générateur de tension, l'équation généralisée (II.9.a) devient :

$$\text{div}(\text{gr}\vec{a}dA) = -\mu_0 J \quad (\text{II.11})$$

Dans ce cas, le potentiel scalaire V doit être relié à la tension du générateur alimentant l'inducteur, le courant de celui-ci étant inconnue.

c. Equation dans la charge

Puisque le système est axisymétrique, le gradient du potentiel scalaire électrique est nul et le courant n'est crée que par la première composante de l'équation (II.9.b) qui est la variation temporelle du potentiel vecteur magnétique. Par conséquent, on a :

$$\begin{cases} \text{div}(\text{gr}\vec{a}dA) = -\mu J & (a) \\ J = -j\omega\sigma A & (b) \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

II.6. Techniques de calcul d'impédance

II.6.1. Hypothèses

Considérant une bobine de section Ω et formée de N spires jointives disposées en séries (Figure II.3). La densité de courant est de répartition uniforme. La spire élémentaire à la bobine est soumise à une tension du et parcourue par une l'intensité du courant I . [57] [19]

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{1}{N} \iint_{\Omega} \vec{J} \cdot d\vec{\Omega} \quad (a) \\ I = \frac{J \Omega}{N} \quad (b) \end{array} \right. \quad (II.13)$$

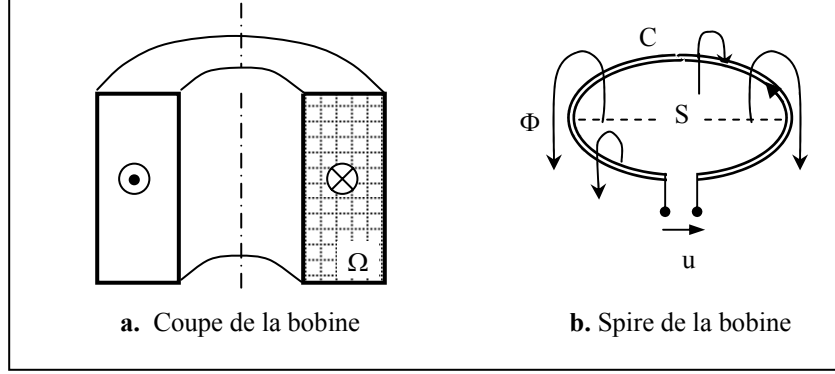


Figure II.3. Bobine à N spires jointives

La tension totale est la somme des tensions élémentaires de chaque spire car les spires sont disposées en séries, soit :

$$U = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} u d\Omega \quad (II.14)$$

Différents types de formulation de l'impédance sont possibles. Ces formulations se différencient dans la variable d'état utilisée. Le choix de la variable d'état est relatif aux configurations du problème et à la solution issue de la résolution des équations de Maxwell.

II.6.2. Impédance à travers les énergies électromagnétiques

Le comportement électromagnétique de l'ensemble bobine – matériau à contrôler peut-être étudié au moyen d'une analogie électrique : un circuit constitué de deux bobines couplées de manière inductive est équivalent à un seul circuit dont les paramètres sont ramenés à la bobine source. D'après cette équivalence, l'énergie magnétique du système (capteur – pièce) est égale à l'énergie magnétique du circuit équivalent. Il en est de même pour l'énergie dissipée par effet Joule [17] [54].

La résistance R vue par le capteur peut-être évaluée à travers le calcul de la puissance perdue par effet Joule, soit :

$$W_J = \iiint_{\text{espace}} \frac{\|\vec{J}\|^2}{\sigma} dv ; P_J = RI^2 \text{ d'où } R = \frac{N^2}{S^2 J^2} W_J \quad (II.15)$$

De même l'énergie magnétique emmagasinée nous permet de déduire l'inductance du système.

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_{\text{conducteur}} \frac{\|\vec{B}\|^2}{\mu} dv ; W_m = \frac{1}{2} LI^2 \text{ d'où } L = \frac{2N^2}{J^2 S^2} W_m \quad (II.16)$$

Cette méthode permet de calculer la résistance et l'inductance (réactance) d'une bobine de manière extrêmement simple et rapide même si cette bobine est en présence d'un matériau réactif. Néanmoins, cette méthode est applicable uniquement aux capteurs double fonctions, c'est-à-dire aux capteurs faisant office en même temps d'émetteur et de récepteur. Nous devons donc nous tourner vers d'autres types de méthodes pour les capteurs à fonctions séparées.

II.6.3. Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique

En configuration double fonction ou fonctions séparées, L'impédance du bobinage peut-être calculée à l'aide d'une méthode générale reposant sur le calcul du flux de l'induction magnétique [19] [55].

Partant de l'équation de Maxwell – Faraday (équation II.6.b), après intégration sur la surface S enveloppée par le contour C de la bobine (Figure II.3) et application du théorème de Stokes [54], nous arrivons à :

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -j\omega \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.17})$$

Pour obtenir la tension aux bornes de la bobine, nous faisons la somme de toutes les tensions élémentaires des spires. Ainsi, l'équation (II.17) appliquée à l'ensemble des spires formant la bobine devient :

$$\iint_{\Omega} \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} d\Omega = -j\omega \iint_{\Omega} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} d\Omega = -j\omega \iint_{\Omega} \phi d\Omega \quad (\text{II.18})$$

Sachant que l'impédance électrique peut être évaluée à partir de :

$$Z = R + jX = \frac{1}{I} \iint_{\Omega} \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} d\Omega \quad (\text{II.19})$$

Et en introduisant la forme complexe du flux magnétique, la combinaison des équations (II.18) et (II.19) donne :

$$Z = \frac{\omega}{I} \left(\iint_{\Omega} \text{Im}(\phi) d\Omega + j \iint_{\Omega} \text{Re}(\phi) d\Omega \right) \quad (\text{II.20})$$

Les paramètres de l'impédance sont alors :

$$\left(\begin{array}{l} R = \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \iint_S \text{Im}(\vec{B} \cdot d\vec{s}) d\Omega \\ X = -j \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \iint_S \text{Re}(\vec{B} \cdot d\vec{s}) d\Omega \end{array} \right) \text{ ou } \left\{ \begin{array}{l} R = \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \text{Im}(\phi) d\Omega \\ X = -j \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \text{Re}(\phi) d\Omega \end{array} \right. \quad (\text{II.21})$$

L'expression de l'impédance ainsi établie peut s'appliquer indifféremment aux capteurs à double fonction ou à fonctions séparées. Cependant, la majorité des méthodes de résolution utilisent une

variable d'état autre que l'induction ou le flux magnétique. Par conséquent, il est préférable de formuler l'impédance en fonction du potentiel vecteur magnétique.

II.6.4. Impédance à travers la théorie des circuits

La théorie des circuits est généralisée par les équations (II.6.b) et (II.6.d) de Maxwell. L'équation (II.6.d) traduit la continuité électrique (loi des nœuds en théorie des circuits). L'équation (II.6.b) de Maxwell – Ampère généralise la deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles). Cette équation écrite en fonction du potentiel vecteur magnétique et du potentiel scalaire électrique est donnée par l'équation (II.9.b) ; réécrite en fonction du champ électrique et en notation complexe, elle devient [1] [3] [58] :

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - \text{grad} V \quad (\text{II.22})$$

Après intégration sur le contour d'une spire élémentaire cette équation devient :

$$-\int_C \text{grad} V \cdot d\vec{l} = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} + j\omega \int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (\text{II.23})$$

Elle exprime que la somme algébrique de toutes les tensions le long d'un contour C ou d'une maille est nulle. Autrement dit, la tension appliquée aux bornes d'un contour ou d'un circuit est égale à la somme des chutes de tensions résistive et inductive le long de celui-ci.

Notant que du est la tension appliquée à ce contour, soit :

$$u = -\int_{du}^0 \text{grad} V \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.24})$$

Ainsi l'équation (II.23) devient :

$$u = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} + j\omega \int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.25})$$

La combinaison de (II.14) et (II.25) aboutit à l'expression de la tension totale en fonction des champs.

$$U = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \right) d\Omega + j \frac{\omega}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \right) d\Omega \quad (\text{II.26})$$

Faisant intervenir le courant total traversant la section du contour, l'impédance n'est autre que :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{N}{\Omega} \frac{U}{J} = R + jX \quad (\text{II.27})$$

$$Z = \frac{1}{\Omega I} \left[\iint_{\Omega} \left(\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \right) d\Omega + j\omega \iint_{\Omega} \left(\int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \right) d\Omega \right] \quad (\text{II.28})$$

Si dans l'entourage de la bobine se trouve un matériau qui provoque une réaction sur celle-ci, le potentiel vecteur magnétique ne sera plus réel et sera composé d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Ainsi, le potentiel magnétique vecteur peut-être écrit sous la forme complexe suivante :

$$\vec{A} = \vec{A}e^{-j\omega t} = \text{Re}(\vec{A}) - j \text{Im}(\vec{A}) \quad (\text{II.29})$$

En injectant cette forme complexe du potentiel (II.29) dans l'expression de la tension totale (II.26), cette dernière devient :

$$U = \iiint_{\Omega} \vec{E} \cdot d\vec{l} d\Omega - \omega \iiint_{\Omega} \text{Im}(\vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega + j\omega \iiint_{\Omega} \text{Re}(\vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega \quad (\text{II.30})$$

Appliquant la relation (II.27) de l'impédance en fonction de la tension et du courant, nous arrivons à la forme générale de l'impédance.

$$\begin{cases} R = \frac{1}{I} \iiint_{\Omega} \vec{E} \cdot d\vec{l} d\Omega - \frac{\omega}{I} \iiint_{\Omega} \text{Im}(\vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega & (\text{a}) \\ X = j \frac{\omega}{I} \iiint_{\Omega} \text{Re}(\vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega & (\text{b}) \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

Ces expressions des paramètres de l'impédance s'appliquent que ce soit à une bobine seule ou en présence d'un matériau conducteur.

II.7. Bibliométrie des modèles existants

La recherche bibliographique est restreinte aux modèles bidimensionnels. La géométrie de ces modèles est définie par une demi surface. Cette demi surface s'obtient soit par une plaque infinie et d'épaisseur finie et constante soit par un cylindre plein ou creux de longueur infinie. Les modèles bidimensionnels issus des formes cylindriques sont des modèles axisymétriques. Ces modèles sont élaborés pour des configurations qui admettent une symétrie suivant un axe de révolution

La conception d'un dispositif s'appuie non seulement sur l'expérimentation mais aussi sur un modèle mathématique qui prévoit son comportement. Une fois le modèle mathématique est validé, il est possible, à travers des essais numériques sur le modèle, de dimensionner le dispositif avant de le réaliser. Les dispositifs du contrôle non destructif par courants de Foucault nécessitent, d'une part, pour leur conception un modèle dit « direct », qui consiste à prévoir la réponse du capteur en fonction des caractéristiques géométriques et électromagnétiques du dispositif et d'une part, un modèle dit « inverse » qui consiste à reconnaître l'une ou l'autre de ces caractéristiques à partir de la réponse du capteur.

II.7.1. Les modèles inverses

Parmi les objectifs finaux d'une modélisation directe est sa reconstitution d'une manière inverse [95]. Cette reconstitution permet d'estimer les caractéristiques électromagnétiques et géométriques

d'un matériau et de celles des défauts éventuels, à partir de la mesure de l'impédance aux bornes du capteur. Le phénomène inverse du contrôle non destructif par courants de Foucault est en général établi par les réseaux de neurones [17] et par les méthodes analytiques [43].

L'un des objectifs de la méthode des grandeurs électromagnétiques couplés, appliquée au CND-CF est d'établir une expression de l'impédance en fonction des caractéristiques physiques du matériau d'une manière explicite. Cette forme explicite de l'impédance permettra d'aboutir à des relations mathématiques inverses. La principale entrée du modèle inverse est l'impédance mesurée. Cependant parmi les caractéristiques géométriques et électromagnétiques certaines sont des entrées. La sortie du modèle dépend de la nature du contrôle à réaliser ; recherche de défaut ou mesure d'une caractéristique. Dans tous les cas la forme générale d'un modèle inverse basé sur le modèle direct est représentée sur la figure II.4.

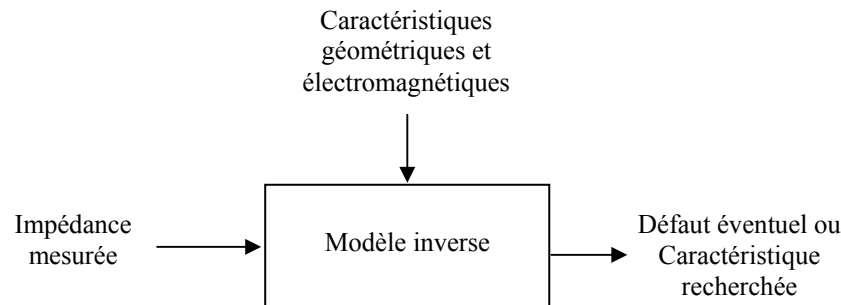


Figure II.4. Schéma général d'un modèle inverse

II.7.2. Les modèles directs

II.7.2.1. Critères de classification

Il existe une diversité de modèles directs. Ces derniers permettant d'évaluer les courants de Foucault en connaissant les propriétés géométriques et électromagnétiques du système capteur-pièce et de celles des défauts éventuels. Ces modèles se différencient principalement par les caractéristiques géométriques (monodimensionnel, bidimensionnel et tridimensionnel), par les caractéristiques électromagnétiques (modèles linéaire et non linéaire), par les méthodes de modélisation et de résolution adoptée (analytique, semi analytique et numérique) et par la nature de la mesure (modèles de caractérisation électromagnétique et géométrique du matériau, et de caractérisation des défauts dans le matériau).

De ces considérations, on peut distinguer :

- ✓ Modèles tridimensionnels [60] [68].
- ✓ Modèles bidimensionnels (Modèle cartésien dont l'une des directions est infinie et Modèles cylindriques axisymétriques) [63] [64] [65] [66] [67].

- ✓ Modèles basés sur les méthodes analytiques [46] [63] [64] [65] [66] [69], semi analytiques [3] [62], numériques [69] et semi empiriques [70].
- ✓ Modèles de caractérisation électromagnétique et géométrique des matériaux [3] [17] [36].
- ✓ Modèles de caractérisation des défauts dans les matériaux [19] [20] [21].

Les entrées du modèle direct sont les différentes caractéristiques géométriques et électromagnétiques du dispositif capteur-pièce et des caractéristiques des défauts éventuellement introduits. Par contre sa sortie se résume au calcul de l'impédance vue par le capteur vis-à-vis de la pièce. Sa forme générale est montrée sur la figure II.5.

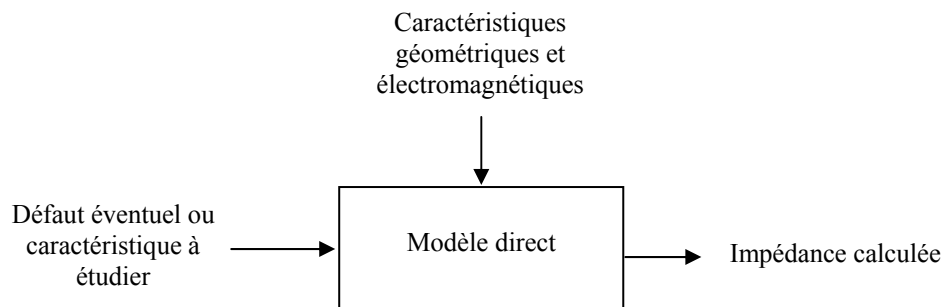


Figure II.5. Schéma général d'un modèle direct

II.7.2.2. Synthèse sur les modèles bidimensionnels directs

La nature de la mesure à effectuer, les difficultés géométriques et électromagnétiques rencontrées ont pour conséquence le développement de plusieurs modèles ; analytiques, numériques et semi analytiques.

- Parmi les premiers modèles analytiques développés sont ceux basés sur la **méthode de séparation des variables** [41] [42] [64]. Les configurations traitées sont d'une part de type pancake où la bobine du capteur est située au-dessus de deux plaques métalliques parallèles, de matériaux différents, de surfaces infinies et d'épaisseur constante [41], et d'autre part, de type cylindrique où la bobine entoure deux conducteurs cylindriques coaxiaux de différents matériaux et de longueurs illimitées [64]. Dans un premier temps, la séparation des variables est appliquée en [64] sous l'approximation des états quasi stationnaires et dans un deuxième temps, les mêmes auteurs étendent l'application à des régimes non quasi-stationnaires [65].
- Le **théorème de réciprocité de Lorentz** a été appliqué au calcul de la variation d'impédance due à un défaut de taille inférieure à l'épaisseur de peau électromagnétique [81] [82]. Cette méthode de calcul nécessite la connaissance des champs électromagnétiques dans le cas sans défaut et ceux qui règnent en présence du défaut.
- En ramenant les équations de Maxwell à une seule équation (équation de diffusion électromagnétique), on définit le **noyau de Green** associé à cette équation et à l'équation

représentant les conditions aux limites [78] [55] [56] [57]. Cette manière d'obtenir la solution a été adoptée par plusieurs auteurs. Elle s'adapte au calcul de toutes les grandeurs électromagnétiques : le champ magnétique au coin d'une fissure droite de longueur infinie [48], le potentiel magnétique vecteur en présence d'un défaut axisymétrique [83] et le champ électrique entre deux demi-espaces conducteurs [67]. Dans les cas de détection des défauts, le noyau de Green est souvent associé avec *l'équation de Fredholm*.

- Plusieurs auteurs, pour arriver au calcul de la variation d'impédance, réduisent les équations électromagnétiques en une seule équation appelée *équation de Fredholm*. La variable d'état de cette équation peut être le potentiel magnétique vecteur [84] ou le champ électrique ou magnétique [85]. L'équation de Fredholm exprime la différence entre des grandeurs électromagnétiques en absence du défaut et de celles en présence de celui-ci en fonction d'une intégrale dont la fonction est donnée par le noyau de Green. Dans certains cas [83] [91] [92], pour résoudre cette équation, on utilise *l'approximation de Born* où on suppose que les grandeurs électromagnétiques dans le défaut sont égales à ceux en absence de défaut. En [27] [48] [93], les auteurs, sans cette approximation, calculent la variation d'impédance due à une fissure en appliquant la *méthode des moments*.
- A l'issue de la résolution analytique des équations de Maxwell, certaines méthodes comme celles qui utilisent la réciprocité de Lorentz, le noyau de Green ou la séparation des variables, aboutissent à une équation intégrale. Cette équation est souvent résolue par la *méthode des moments* [27] [48] [66] [84] [85] [93]. Cette méthode numérique consiste à discrétiser le volume d'intégration et à approcher l'équation intégrale par un système d'équations linéaires. Les inconnues du système sont les composantes de l'induction, considérées comme constantes dans chaque élément de discrétisation. Le système d'équations linéaires est souvent résolu par la méthode du gradient conjugué.
- La théorie des circuits électriques utilisée dans le calcul des transformateurs a été adoptée pour traiter les courants de Foucault dans les dispositifs de contrôle non destructif [19]. La technique développée est appelée méthode des *multi transformateurs*. Elle consiste à découper le capteur et le matériau conducteur en tubes de courant et à calculer leurs résistances et inductances propres et mutuelles entre ces tubes en utilisant les lois qui régissent les transformateurs. Ces résistances et inductances sont respectivement obtenues à partir de la puissance Joule dissipée et de l'énergie magnétique propre et mutuelle. Ce calcul permettra ensuite d'évaluer la distribution des courants de Foucault et de calculer l'impédance du capteur. Le code développé est nommé *MESSINE* : acronyme pour « Model for Electromagnetic Simplified Simulation In Non destructive Evaluation » [20].

- Pour obtenir des expressions analytiques qui explicitent les paramètres de la description des courants de Foucault, certains auteurs [19] [20] [21] utilisent des **approches paramétriques**. La méthode adoptée est basée sur l'observation du phénomène réel en présence du défaut et des expressions analytiques des grandeurs électromagnétiques du dispositif en 2D ou en 3D sans défaut. La distribution réelle des courants de Foucault à décrire est observée à travers les résultats issus d'un code éléments finis. Les expressions analytiques à paramétrer sont obtenues de la méthode des **multi transformateurs**. La modélisation paramétrique consiste à définir des fonctions et des paramètres propres adéquats qui fournissent une description tridimensionnelle des courants induits autour d'un défaut. C'est une modélisation bidimensionnelle modifiée développée en vue de réaliser un compromis entre la généralité et le temps de calcul. Elle est développée particulièrement pour décrire les défauts rencontrés dans les tubes des générateurs de vapeur [19].
- On a montré, à partir d'un calcul aux éléments finis et par l'expérimentation, qu'un **défaut** se comporte qualitativement **comme une source de champs électromagnétique** [88]. La technique de calcul a été débutée en [47] [89] où les défauts sont supposés éloignés de la surface du conducteur et sont de taille très faible et aux dimensions de la bobine d'excitation. On suppose qu'à l'intérieur des défauts, les champs électrique et magnétique sont constants et égaux à ceux qui existent en absence de défaut. Les champs électrique et magnétique en présence de défaut sont calculés analytiquement en considérant les **défauts comme des dipôles électrique et magnétique** et en approchant leur géométrie par des ellipsoïdes. En [90] les auteurs modélisent une fissure comme une **distribution continue de sources élémentaires de courant**, appelées « **vortex** ». Ce modèle ne s'applique qu'aux plaques contenant des fissures traversantes, dont l'épaisseur est très faible. Les vortex engendrent les courants différence, correspondant à la différence des courants en présence de la fissure et ceux en absence de la fissure. La variation du courant est égale à la somme pondérée des courants engendrés par les vortex de la fissure. La variation d'impédance due à la présence de la fissure est égale à la somme, pondérée par une fonction, des variations d'impédance dues à chaque vortex. La difficulté de ce modèle réside dans la détermination de la fonction de pondération.
- Dans le cas des configurations géométriques complexes, d'un phénomène non linéaire et exigences dimensionnelles réalistes, la description des courants de Foucault nécessite des méthodes numériques générales. Parmi celles couramment utilisées en CND-CF, on pourra citer la méthode des **éléments finis** [17] [18] [70] [80] et les méthodes **intégrales de volume** et de **frontière** [60] [61], souvent appelées **méthodes des moments**.

Nous signalons que nous nous sommes concentrés plus particulièrement sur les modèles bidimensionnels. Ces modèles ne se limitent pas seulement à l'utilisation des théorèmes et des méthodes cités précédemment mais aussi d'autres techniques sont utilisées comme : la méthode des

perturbations, les développements asymptotiques, etc. ; et les méthodes analogiques comme : le calcul de la déformation élastique en Mécanique, les méthodes de Sommerfeld qui traitent les problèmes de diffraction optique, etc. Pour une vue plus générale, les articles [96] [97] [98] [99] réalisent une synthèse de la modélisation du Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault.

II.8. Méthodes de résolution

II.8.1. Méthodes et Outils analytiques

Dans la majorité des cas, les méthodes analytiques sont utilisées pour la modélisation des configurations ayant des structures électromagnétiques et géométriques simples. Les modèles électromagnétique et géométrique traités sont respectivement linéaires et unidimensionnels ou bidimensionnels mais rarement tridimensionnels. Outre les méthodes analytiques comme celle de séparation des variables, on distingue plusieurs outils analytiques de formulation d'un problème électromagnétique (noyau de Green, équation de Fredholm, loi de Biot et Savart, théorème de réciprocité de Lorentz, théorème des images utilisé en optique, etc.). Dans ce qui suit, nous donnons un bref aperçu de la méthode de séparation des variables et nous limitons la description des outils analytiques à ceux qui vont servir à la formulation des modèles semi analytiques que nous élaborerons.

II.8.1.1. Méthode de séparation des variables

La méthode consiste à chercher une solution à l'équation différentielle (II.32) sous la forme d'une fonction à variables séparées. Par la séparation des variables, on obtient un système d'équations différentielles ordinaires. La simplification qui en résulte est considérable et permet une analyse approfondie de certaines classes de problèmes. Afin de pouvoir appliquer cette méthode, il faut que les conditions aux limites soient formulées sous une forme séparable. Selon la situation physique, un problème peut être formulé dans un repère cartésien, cylindrique et sphérique. Dans chacun de ces systèmes, les équations différentielles ordinaires engendrées par la séparation définissent les différentes classes de fonctions. Ainsi, les fonctions de Bessel sont obtenues par la séparation des variables dans un repère axisymétrique ; les polynômes de Legendre apparaissent lorsque le problème est traité dans un repère sphérique.

II.8.1.2. Noyau de Green

Les noyaux de Green sont des solutions élémentaires des équations électromagnétiques écrites au sens des distributions. La combinaison des équations (II.9.a) et (II.9.b) permet d'obtenir une équation différentielle en potentiels magnétique vecteur et scalaire électrique, tel que :

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} A) - j\mu\sigma\omega\vec{A} = \sigma\operatorname{grad} V \quad (\text{II.32})$$

De même on peut obtenir une équation différentielle en champ électrique ou en champ magnétique.

L'équation (II.32) ainsi que tout autre équation linéaire peut être mise sous la forme suivante :

$$\vec{O}[\vec{F}(\vec{x})] = \vec{S}(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \tau \quad (\text{II.33})$$

Où \vec{O} est un opérateur différentiel, $\vec{F}(\vec{x})$ est la fonction vectorielle inconnue, représentant un des champs (\vec{E}, \vec{B}) ou leurs potentiels (V, \vec{A}) associés au champ électromagnétique, $\vec{S}(\vec{x})$ est la fonction source connue, \vec{x} représente les coordonnées spatiales et τ est le domaine où les phénomènes sont étudiés.

Les fonctions de Green représentent la réponse due à une source ponctuelle (réponse impulsionnelle) dans le contexte étudié. Cette fonction de Green associée à l'équation (II.33) est définie par :

$$\vec{O}[G(\vec{x}, \vec{\xi})] = \delta_D(\vec{x} - \vec{\xi}), \quad (\vec{x}, \vec{\xi}) \in \tau \quad (\text{II.34})$$

δ_D est la fonction de Dirac. Elle représente une source impulsionnelle.

Sur la frontière du domaine, après application des conditions aux limites, on aboutit l'écriture générale suivante :

$$\vec{O}_\Gamma[G(\vec{x}, \vec{\xi})] = 0, \quad (\vec{x}, \vec{\xi}) \in \Gamma \quad (\text{II.35})$$

Connaissant le noyau de Green correspondant à la géométrie étudiée, une solution des équations (II.33) et (II.35) est donnée par :

$$\vec{F}(\vec{x}) = \iiint_{\tau} G(\vec{x}, \vec{\xi}) \vec{S}(\vec{\xi}) d\vec{\xi} \quad (\text{II.36})$$

En théorie, même si l'expression analytique du noyau de Green existe, le calcul analytique de l'intégrale de l'équation (II.36) n'est pas évident. Ceci est d'autant plus vrai que la structure est complexe.

II.8.1.3. Equation de Fredholm

Le point p repère tous les points appartenant à un domaine Ω où la fonction est inconnue et le point q représente une source dont la fonction est connue.

En théorie, l'équation de Fredholm inhomogène est donnée par la relation (II.37). C'est une équation de deuxième espèce.

$$\lambda f(p) = \iint_{\Omega} G(p, q) f(q) d\Omega + g(p) \quad (\text{II.37})$$

Où f est la fonction inconnue aux points p et q que l'on souhaite déterminer. $G(p)$ est le terme de source calculé au point p . $G(p, q)$ est le noyau associé à l'équation à résoudre dépendant particulièrement de la géométrie. λ est un scalaire introduit par commodité pour la suite de traitement de cette équation.

Si la fonction g est nulle, on parle d'équation de Fredholm homogène. Dans le cas où g est différent de zéro, la solution existe et est unique à condition que λ ne soit pas l'une des valeurs propres du noyau.

Comme exemple d'application, le potentiel vecteur magnétique $A(p)$ en présence d'un défaut dans un matériau est obtenu, à partir des équations de Maxwell, par une équation de Fredholm [84].

$$A(p) = A_0(p) + j\omega(\sigma_0 - \sigma_d)\mu_0 \iint_{\Omega} G(p, q) A(q) d\Omega \quad (\text{II.38})$$

Le potentiel vecteur magnétique $A_0(p)$ est celui calculé en absence du défaut. Σ_0 et σ_d sont respectivement les conductivités électriques du matériau à inspecter et du défaut.

II.8.1.4. Loi de Biot et Savart

Les scientifiques français, Jean-Baptiste Biot (1774-1862) et Félix Savart (1791-1841), ont formulé en 1820 la loi expérimentale qui porte leurs noms ; loi de Biot et Savart.

Notons par (c) la courbe géométrique représentant le circuit filiforme, et soit P un point de cette courbe C . On note $d\vec{l}$ le vecteur déplacement élémentaire tangent à la courbe C au point P . Le circuit, parcouru par un courant continu d'intensité I , crée en tout point M de l'espace sauf aux points appartenants à la source un champ magnétique de la forme suivante :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{I d\vec{l} \times \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3} \quad (\text{II.39})$$

Dans le cas d'une densité surfacique de courant \vec{J} existant sur la surface S , le champ magnétique créé est :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{J}(P) \times \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3} dS \quad (\text{II.40})$$

En déduit ainsi la loi de Biot et Savart relative au potentiel vecteur magnétique :

$$\vec{A}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{J}(P) \times \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^2} dS \quad (\text{II.41})$$

Cette expression du potentiel n'est autre que le noyau de Green associé à l'équation de Laplace (II.10). C'est la réponse du système dans le vide due à une source ponctuelle.

II.8.1.5. Théorème de réciprocité de Lorentz

La démonstration de certaines propriétés des circuits passifs linéaires fait appel à un théorème peu utilisé appelé théorème de réciprocité. Ce théorème se généralise à l'électromagnétisme de Maxwell sous l'appellation de théorème de réciprocité de Lorentz. Il est à la base d'une propriété fondamentale des ondes électromagnétiques : le rayonnement est identique à l'émission et à la réception pour tout élément rayonnant passif au comportement linéaire et réciproque.

Considérons deux densités surfaciques de courants de même fréquence J_1 et J_2 qui sont à l'origine des champs électromagnétiques (E_1, H_1) et (E_2, H_2) . On suppose que ces sources rayonnent dans un milieu linéaire, isotrope et homogène, caractérisé par une conductivité électrique et une perméabilité magnétique.

Le développement des relations vectorielles issues de l'application des équations (II.6.a) et (II.6.b) aux champs précédents donne :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) = \vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 \quad (\text{II.42})$$

En intégrant cette dernière relation, sur un volume V , entouré par une surface fermée S ne contenant aucun point source et après application du théorème de la divergence, on a :

$$\oint_S (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) d\vec{S} = \iiint_V (\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2) dv \quad (\text{II.43})$$

On montre assez simplement [55], pour un domaine ne contenant aucun point source, que l'intégrale de surface présente dans l'équation (II-43) est nulle [19] :

$$\oint_S (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) d\vec{S} = 0 \quad (\text{II.44})$$

Ce résultat conduit à l'expression du théorème de réciprocité ; analogie parfaite à celui qui a été présenté pour les circuits électriques :

$$\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 = \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 \quad (\text{II.45})$$

En conséquence, l'action électromagnétique d'un point 1 sur le point 2 est identique à celle établie par le point 2 sur le point 1. Autrement dit, l'interaction électromagnétique entre les points est identique.

II.8.2. Méthodes numériques

L'essor de l'informatique, dans les années 50, a permis de mettre au point plusieurs méthodes numériques dans le domaine de l'électromagnétisme [100]. Celles-ci sont d'autant plus utilisées que les configurations à traiter sont complexes que ce soit du côté géométrie ou phénoménologiquement hétérogène et non linéaire. Même si, elle est la plus simple et historiquement la première, la méthode des *différences finies* est rarement utilisée à cause de son maillage qui s'adapte mal aux géométries à

frontières complexes. La méthode généralement utilisée en CND-CF est la méthode des *éléments finis* [99] ; vient ensuite la *méthode des moments* [102] qui traite les équations des *intégrales de volume* et celles des *frontières*.

II.8.2.1. Méthodes des éléments finis « MEF »

La caractéristique, qui rend la *méthode des éléments finis* populaire, réside dans le fait que la méthode est basée sur une *formulation intégrale* du phénomène analysé plutôt que sur la forme différentielle que représente l'équation aux dérivées partielles et les conditions aux limites. Cette formulation intégrale peut être de type *variationnelle* ou *projectives* (Galerkin).

- La *formulation variationnelle* consiste à résoudre l'équation par la minimisation sur un certain espace d'une fonctionnelle associée à la forme intégrale.
- La formulation *résidus pondérés*, qui fait partie des méthodes projectives, est une formulation intégrale qui consiste à rechercher des fonctions qui satisfont les conditions aux limites, et qui sont suffisamment dérivables. Cette méthode possède l'avantage par rapport à la formulation variationnelle de pouvoir s'appliquer à toute équation indépendamment de l'existence et de la connaissance d'une formulation variationnelle du problème.
- Que ce soit la formulation variationnelle ou les résidus pondérés, la méthode des éléments finis consiste à chercher une solution approchée du problème en se plaçant dans un espace de dimension finie. La résolution se déroule en plusieurs étapes :
 - ✓ Analyse mathématique du problème avec son écriture sous forme variationnelle ou recherche de fonction qui satisfont les conditions aux limites et l'étude des propriétés (existence et unicité de la solution, et propriétés de convergence) ;
 - ✓ Discrétisation en éléments (en 2D, ces éléments sont des triangles ou quadrangles rectilignes ou curvilignes) un ou une partie d'un objet dont on veut étudier certaines de ses propriétés. Ces éléments sont connectés entre eux par des noeuds. Ils sont disjoints et leur union recouvre tout le domaine ; c'est le maillage. Sur chacun de ces éléments, la fonction inconnue est approchée par des fonctions harmoniques ou généralement par des polynômes dont le degré est lié à la précision à atteindre. Ainsi, la représentation de l'objet est définie par des fonctions appliquées sur chaque élément ;
 - ✓ Analyse de la réponse associée à chaque élément par construction des matrices et des vecteurs élémentaires. Une fois cette tâche est réalisée, on assemble le tout dans la matrice globale. Il ne reste qu'à appliquer les conditions aux limites ;
 - ✓ Résolution du système algébrique pour approcher la solution cherchée ;
 - ✓ Présentation et exploitation des résultats.

II.8.2.2. Méthodes des moments « MM »

C'est une méthode, populairement utilisée dans le domaine de diffusion et de diffraction des ondes électromagnétiques, qui consiste à traiter les problèmes de l'interaction d'une onde électromagnétique sur des obstacles complexes qu'ils soient métalliques ou diélectriques [101]. Dans le domaine de CND-CF, elle est principalement utilisée dans les dispositifs fonctionnant par la technique du champ lointain dont les capteurs sont à fonctions séparées.

Historiquement, elle est issue de la théorie des probabilités. Dans ce domaine, la fonction recherchée est la loi de probabilité. Celle-ci est introduite afin de connaître la probabilité que tel événement se produise parmi d'autres possibles. L'expression de la loi de probabilité est approchée à partir des données de ses différents moments ; d'où l'appellation *méthode des moments* « **MM** ». En électromagnétisme, les moments sont analogues aux valeurs de la grandeur électromagnétique à calculer aux différents points du domaine d'étude.

- Pour être appliquée à la résolution de l'équation de type (II.35), la méthode des moments nécessite :
 - ✓ Un milieu linéaire, homogène et isotrope avec des éléments de longueur caractéristique inférieure à la longueur d'onde.
 - ✓ L'opérateur doit être linéaire et la solution doit être unique.
 - ✓ L'opérateur étant en général non inversible, par conséquent, l'équation (II.35) est transformé en une équation intégrale dont le noyau est la fonction de Green.
- La formulation du problème et les étapes de résolution peuvent se résumer comme suit :
 - ✓ Une source électromagnétique induit des courants dans le matériau étudié.
 - ✓ Ces courants créent à leur tour un champ électromagnétique réactif, qui additionné au champ issu de la source forme le champ total dans l'espace.
 - ✓ Discretisation du domaine d'étude en un ensemble d'éléments de même type que ceux utilisés par la méthode des éléments finis.
 - ✓ Le courant induit dans le matériau est approché par une combinaison linéaire de N fonctions de base indépendantes. Le problème revient donc à déterminer l'amplitude du courant sur chacune de ces fonctions.
 - ✓ En utilisant la méthode de Galerkin, on établit un système linéaire de N équations à N inconnues. La matrice du système, dite d'impédance, correspond aux interactions entre les cellules élémentaires du domaine décrites par les N fonctions de base. Quant au second membre, il traduit l'influence de la source sur ces fonctions de base.
 - ✓ La résolution de ce système permet d'obtenir les amplitudes du courant pour chaque fonction de base.

- Les particularités de la méthode des moments sont :
 - ✓ Elle s'applique à n'importe quel type de corps homogène. Elle ne convergera vers la solution exacte que si la taille des éléments de discrétisation est bien inférieure à la longueur d'onde. Généralement, un maillage avec des éléments de dimension inférieure à $\lambda/10$ permet d'obtenir de bons résultats [101].
 - ✓ Suivant le maillage, les fonctions de base utilisées et leur limite aux milieux linéaires, la méthode des moments peut être considérée comme un cas particulier de la méthode des éléments finis.
 - ✓ Contrairement à d'autres méthodes matricielles, la méthode des moments est dite exacte car l'erreur engendrée tend vers zéro lorsque la taille du système matricielle augmente.
 - ✓ Elle souffre du principal inconvénient qui est l'augmentation de la taille de la matrice en fonction du nombre d'inconnues. La matrice du système est pleine car chaque cellule interagit avec toutes les autres. Il en découle un fort accroissement de la place mémoire occupée et du temps CPU, si bien que la taille du problème est très vite limitée par les performances du ordinateur utilisé. Elle convient donc à des structures de taille de l'ordre de quelques longueurs d'onde.
- La méthode des moments est souvent appelée la **méthode intégrale** car elle ne s'applique aux équations de Maxwell que si celles-ci sont transformées en équations intégrales de **volume** ou de **frontière**. Suivant le type de problème et le type de résolution envisagée, les équations intégrales peuvent être : l'EFIE (équation intégrale sur le champ électrique), la MFIE (équation intégrale sur le champ magnétique) ou la CFIE (équation intégrale conjuguée des deux précédentes).
 - ✓ Une fois les fonctions de Green correspondantes à la géométrie étudiée sont obtenues, les champs électrique et magnétique sont obtenus par convolution entre le noyau de Green et leurs sources correspondantes. L'équation obtenue est une **intégrale de volume** de type (II.35). Les cellules de la discrétisation par la méthode des moments sont des volumes élémentaires.
 - ✓ **Les équations intégrales aux frontières** consistent à ramener le problème des équations de Maxwell à un problème aux limites. Les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations intégrales aux frontières dont le noyau est la fonction de Green. Les cellules du maillage de la méthode des moments sont des arrêtes élémentaires.

II.8.3. Méthodes semi analytiques

Dans le domaine de la diffraction des ondes électromagnétiques et des techniques de CND par champ lointain, l'expression de la fonction de Green dans le vide qui est le noyau du champ diffracté, s'obtient facilement par : $G(r) = (1/r)e^{-j\omega\mu r}$ où r est la distance entre le point d'observation et celui situé sur la frontière du dispositif de diffraction [101]. La méthode des moments appliquée à ce domaine peut être considérée comme étant une méthode semi analytiques. La résolution est

mathématiquement faite en deux étapes. L'étape analytique consiste à obtenir le noyau de Green. L'étape numérique consiste à discrétiser le domaine d'étude et parallèlement les intégrales des fonctions de Green.

Dans notre cas où les configurations de CND-CF sont à capteurs double fonction, l'expression du noyau de Green associé à l'équation généralisée (II.35) dans un matériau conducteur n'est pas facile à déterminer. Dans ces conditions, pour construire des modèles semi analytiques, nous nous basons sur ce qui suit :

- ✓ Nous limitons l'utilisation du noyau de Green à l'équation de Laplace ; c'est-à-dire à la résolution de l'équation (II.12.a) dans le vide. La solution de cette équation ne nécessite pas la discrétisation. Elle est obtenue par la loi de Biot et Savart, appliquée au potentiel vecteur magnétique créé par un courant ; c'est une étape analytique.
- ✓ Ce potentiel est ensuite injecté dans le matériau conducteur où il induira, sous la loi d'induction de Maxwell-Faraday (II.12.b), un courant électrique. Ce dernier engendrera un autre potentiel magnétique vecteur.
- ✓ En superposant sur chaque point les potentiels induits par source et par les autres points (chaque point interagit sur tous les autres), nous aboutissons à système de grandeurs électromagnétiques couplées. C'est une deuxième étape analytique, qui pour un domaine continu, l'interaction des points est décrite par une intégrale. L'équation obtenue est de la même forme que l'équation de Fredholm.
- ✓ La dernière étape est numérique. Elle consiste à discrétiser le domaine d'étude en parties élémentaires où les grandeurs électromagnétiques sont supposées uniformes. L'intégrale de la formulation se ramène alors à un système matriciel.
- ✓ En dehors des éléments de la diagonale de la matrice, l'utilisation du théorème de réciprocité de Lorentz permet de ne calculer que la partie supérieure ou la partie inférieure de la matrice.

II.9. Conclusion

En se limitant aux configurations axisymétriques et aux caractéristiques électromagnétiques linéaires et en utilisant l'approximation des états quasi-stationnaires, nous avons réduit les équations de Maxwell à deux équations exprimant le couplage entre le potentiel vecteur magnétique et la densité de courant électrique. Les grandeurs électromagnétiques peuvent être réduites à une variable d'état. Cette variable peut ainsi être soit le potentiel vecteur magnétique, le flux magnétique, l'induction magnétique ou le courant électrique. A chaque variable d'état correspond une formulation du calcul d'impédance. Les modèles bidimensionnels existants et les méthodes de résolution sont divers. A travers une recherche bibliographique détaillée, sur la base du principe de la méthode des moments et particulièrement de la loi de Biot et Savart, nous élaborerons une méthode semi analytique nouvelle, que nous nommons : « Méthode des Grandeurs Electromagnétiques Couplées » « MGEC ». Sa formulation intégrale fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre III

Formulation Intégrale des Grandeurs Electromagnétiques Couplées

III.1. Introduction

Les modèles, que nous développerons, ont pour but d'établir principalement l'expression de l'impédance d'un bobinage servant à alimenter, en champ électromagnétique, un matériau conducteur non magnétique, homogène et isotrope.

La modélisation concernera les dispositifs de contrôle et d'évaluation non destructif par courants de Foucault dont le capteur est à double fonction [22] [23]. Dans ce cas, les capteurs permettent d'une part, de caractériser le matériau et d'autre part, de détecter une anomalie dans ce dernier. Pour atteindre ces deux objectifs, nous établissons l'expression intégrale de l'impédance aux bornes du capteur en fonction de la répartition et de l'intensité de la variable d'état électromagnétique induite dans ce matériau.

Les grandeurs électromagnétiques d'état auxquelles nous nous intéressons sont ; la densité de courant électrique, le champ électrique et le potentiel vecteur magnétique. La formulation du problème en fonction de l'une ou l'autre des variables définit les méthodes respectives ; les circuits électriques couplés, les champs électriques couplés et les potentiel magnétique vecteurs couplés.

Les modèles des grandeurs électromagnétiques couplées que nous développons sont basés sur l'expression analytique de Biot et Savart, du potentiel magnétique vecteur, associée à la loi d'induction de Faraday par superposition.

III.2. Equations électriques couplées

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, la manière la plus adaptée pour décrire le phénomène électromagnétique par les grandeurs électromagnétiques couplées est de réduire les équations de Maxwell en un système de deux équations aux dérivées partielles exprimant le potentiel vecteur magnétique et la densité de courant d'une manière couplée.

L'effet électromagnétique d'un point q, sur un point p de l'espace (Figure III.1), se formalise par les équations de Maxwell simplifiées suivantes :

$$\begin{cases} \text{div}(\text{grad} A(p)) = -\mu_0 J(q) & (a) \\ \frac{J(p)}{\sigma(p)} + \frac{dA(p)}{dt} + \text{grad} V(p) \cdot \vec{e}_\theta = 0 & (b) \end{cases} \quad (III.1)$$

L'équation (III.1.a) traduit, que la densité de courant J(q) au point q, est la source du potentiel vecteur A(p,q) au point p. L'équation (III.1.b) définit le phénomène d'induction ; telle que la densité de courant J(p) est induite sous la variation temporelle du potentiel magnétique A(p,q) et spatiale du potentiel électrique V(p). Autrement dit, la source de A(p,q) est J(q) et la source de J(p) est la variation temporelle de A(p,q) et spatiale de V(p). D'où le nom des « *Grandeurs Electromagnétiques Couplées* ».

Avant de procéder à la résolution de ces deux équations, nous exprimons d'abord le potentiel magnétique vecteur ainsi que le potentiel électrique scalaire en deux dimensions.

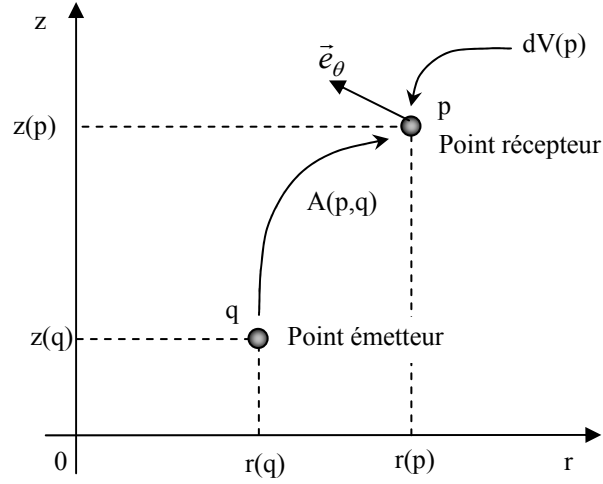


Figure III.1. Effet mutuel entre deux points quelconques

III.3. Expression du potentiel magnétique vecteur dans le vide

Pour résoudre le système d'équations (III.1), nous cherchons d'abord la solution de l'équation (III.1.a) qui sera injectée dans (III.1.b). C'est cette dernière qui formera le système d'équations à résoudre et par conséquent à définir le couplage des grandeurs électromagnétiques.

L'équation (III.1.a) est appelée équation de poisson vectoriel contrairement à l'appellation scalaire en électrostatique. Elle peut être résolue par transformation de fourrier, on montre qu'elle aboutie à l'expression de Biot et Savart du potentiel vecteur magnétique. [54] [57]

$$A(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} \iiint_{\tau} \frac{J(q) d\tau}{|\vec{op} - \vec{oq}|} \quad (III.2)$$

Ce potentiel est fonction des coordonnées des points p où on calcule le potentiel A(p), et q où est situé la densité de courant J(q) source de ce potentiel. Ces deux points peuvent appartenir ou non au même domaine.

Le potentiel est calculé au point récepteur p(r,z). Celui-ci est créé par une spire de section s(q), de contour (c), située au point q de coordonnées (r(q),z(q)) et parcourue par une intensité de courant J(q)dτ.

On admet par approximation que le courant est constant dans la section de la spire (Figure III.2).

$$\begin{cases} J(q) d\tau = I(q) dl & (a) \\ I(q) = J(q) s(q) & (b) \end{cases} \quad (III.3)$$

Le système est à symétrie de révolution. Le potentiel magnétique vecteur A(p) n'a qu'une composante dirigée suivant θ. Le courant circule donc sur un contour © de rayon r(q) et de longueur l(q) comme le montre la figure III.2.

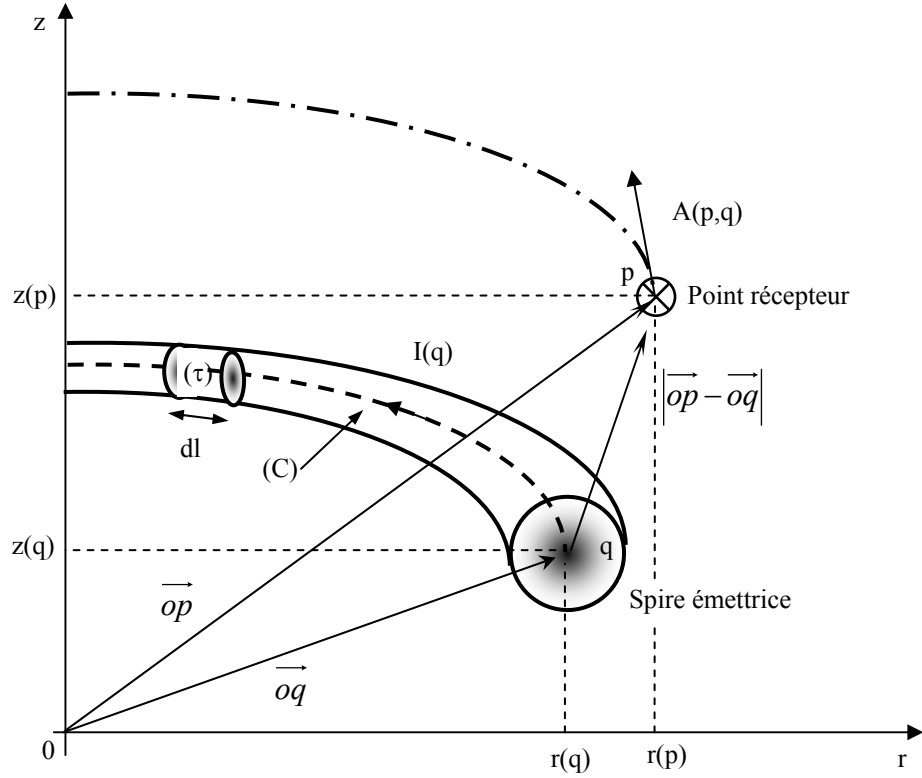


Figure III.2. Représentation des spires élémentaires

$$\vec{A}(p, q) = A_\theta(p, q) \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} I(q) \int_C \frac{d\vec{l}}{|\vec{op} - \vec{oq}|} \quad (\text{III.4})$$

En développant l'intégrale de l'équation (III.4) sur le contour de la spire q relativement au point p (voir Annexe A2), on obtient l'expression du potentiel en fonction des intégrales elliptiques [54] [85] :

$$A(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} G(p, q) I(q) \quad (\text{III.5})$$

$$\begin{cases} G(p, q) = \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} E[k(p, q)] & (a) \\ E[k(p, q)] = \frac{(2 - k^2) E_1(k) - 2 E_2(k)}{k} & (b) \\ k(p, q) = \sqrt{\frac{4r(p)r(q)}{[r(p) + r(q)]^2 + [z(p) - z(q)]^2}} & (c) \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

$E_1(k)$ et $E_2(k)$ sont respectivement des fonctions elliptiques de première et de seconde espèce de Legendre [3]. $R(p)$ et $r(q)$ sont respectivement les rayons des points émetteur et récepteur. $Z(p)$ et $z(q)$ sont leurs hauteurs respectives.

III.4. Expression du gradient du potentiel électrique scalaire

Pour exprimer le gradient du potentiel, considérons, comme exemple une spire de section circulaire et nous remarquerons que le résultat est applicable à n'importe quelle forme de section. La figure III.3 donne le schéma d'une spire circulaire p de rayon moyen r. Elle montre la circulation du courant dans cette spire ainsi que la variation du potentiel scalaire. Le gradient du potentiel en coordonnées cylindrique s'écrit :

$$\text{grad}V(p) = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \quad (\text{III.7})$$

Notons que la circulation du courant est angulaire et qu'elle se fait le long du périmètre moyen de la spire. Cela, implique que le gradient du potentiel suivant l'axe radial est nul $\partial V / \partial r = 0$, ce qui réduit le gradient du potentiel électrique à :

$$\text{grad}V(p) = \frac{1}{r(p)} \frac{dV(p)}{d\theta} \vec{e}_\theta \quad (\text{III.8})$$

Or tout le long du périmètre moyen, le courant est le même. Nous en déduisons que le gradient du potentiel est constant. En notant par $u(p)$ la tension appliquée aux bornes du contour, cette déduction nous amène à écrire :

$$\int_{u(p)}^0 dV(p) = (\text{grad}V(p) \cdot \vec{e}_\theta) r(p) \int_0^{2\pi} d\theta \Rightarrow u(p) = -2\pi r(p) (\text{grad}V \cdot \vec{e}_\theta) \quad (\text{III.9})$$

Enfin, la variation spatiale du potentiel électrique scalaire est exprimée en fonction de la tension appliquée ou induite $u(p)$ aux bornes de la spire et de sa géométrie, comme suit :

$$\text{grad}V \cdot \vec{e}_\theta = -\frac{u(p)}{2\pi r(p)} \quad (\text{III.10})$$

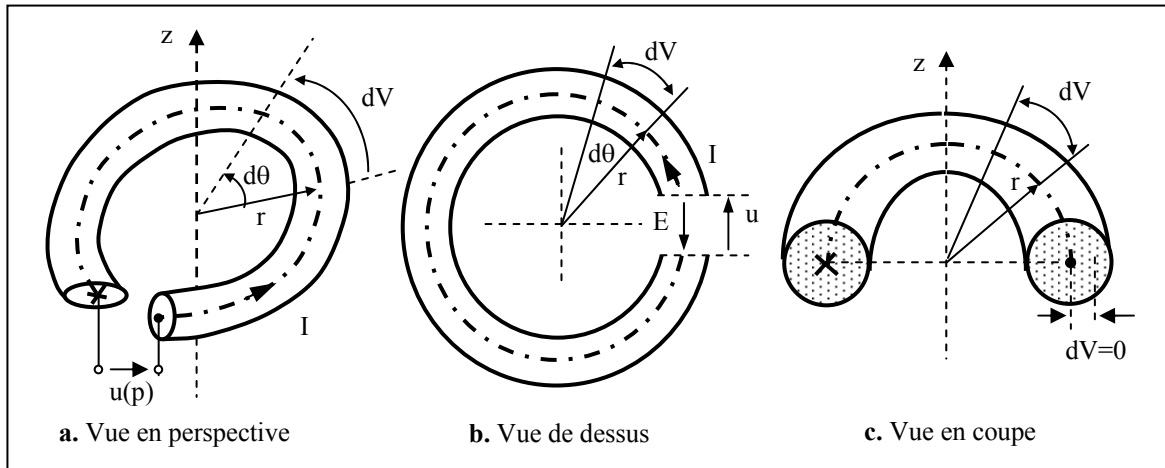


Figure III.3. Vues d'une spire élémentaire

III.5. Les circuits électromagnétiques couplés « CEC »

III.5.1. Principe du couplage et équation élémentaire

En remplaçant l'expression (III.5) du potentiel vecteur magnétique ainsi que celle du potentiel scalaire (III.10) dans l'équation (III.1.b), nous arrivons à exprimer l'équation électromagnétique élémentaire en fonction de la densité de courant et de la tension des points source « q » et charge « p » [3] [15] [16].

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} J(p) + \mu_0 r(p) G(p, q) \frac{dI(q)}{dt} = u(p) \quad (\text{III.11})$$

C'est l'équation ponctuelle des circuits électromagnétique couplés. Elle exprime la création de la densité de courant J(p) en un point « p » sous l'effet de la tension appliquée en ce point u(p) et d'un potentiel magnétique vecteur créé par l'intensité de courant I(q) située au point « q ».

Le même raisonnement au point « q » qu'au point « p » abouti à une équation du même type que (III.11). La résolution simultanée des équations relatives aux points « p » et « q » permet de superposer des effets magnétiques et définir ainsi le couplage électromagnétique entre deux points dans un système axisymétrique.

III.5.2. Equation intégrale

La figure III.4 montre un domaine bidimensionnel traversé par une densité de courant de répartition non uniforme. Le potentiel A(p) en un point « p » est généré par la somme de toutes les densités de courants J(q), soit :

$$A(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} \iint_{\Omega} G(p, q) J(q) d\Omega \quad (\text{III.12})$$

L'équation (III.11) décrit l'effet électromagnétique d'un point sur un autre. Pour réaliser la contribution électromagnétique du domaine Ω sur le point « p », nous intégrons toutes les densités de courants J(q) appartenant à ce domaine. Autrement dit, nous remplaçons le potentiel de la relation (III.12) dans l'équation (III.1.b) ainsi que la variation du potentiel scalaire (III.10), nous obtenons :

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} J(p) + \mu_0 r(p) \iint_{\Omega} G(p, q) \frac{dJ(q)}{dt} d\Omega = u(p) \quad (\text{III.13})$$

C'est l'équation intégrale généralisée, des circuits électromagnétiques couplés «MCEMC», qui décrit n'importe quel domaine conducteur soumis à une tension électrique extérieure.

Dans le cas des conducteurs massifs où le domaine n'est pas soumis à un potentiel électrique scalaire, l'équation (III.13) s'écrit :

$$\frac{2\pi}{\sigma(p)} J(p) + \mu_0 \iint_{\Omega} G(p, q) \frac{dJ(q)}{dt} d\Omega = 0 \quad (\text{III.14})$$

Elle décrit la création des densités de courants induites sous l'effet seulement de l'induction électromagnétique ou sous l'effet de la variation temporelle du potentiel vecteur magnétique. Il s'agit alors des courants de Foucault.

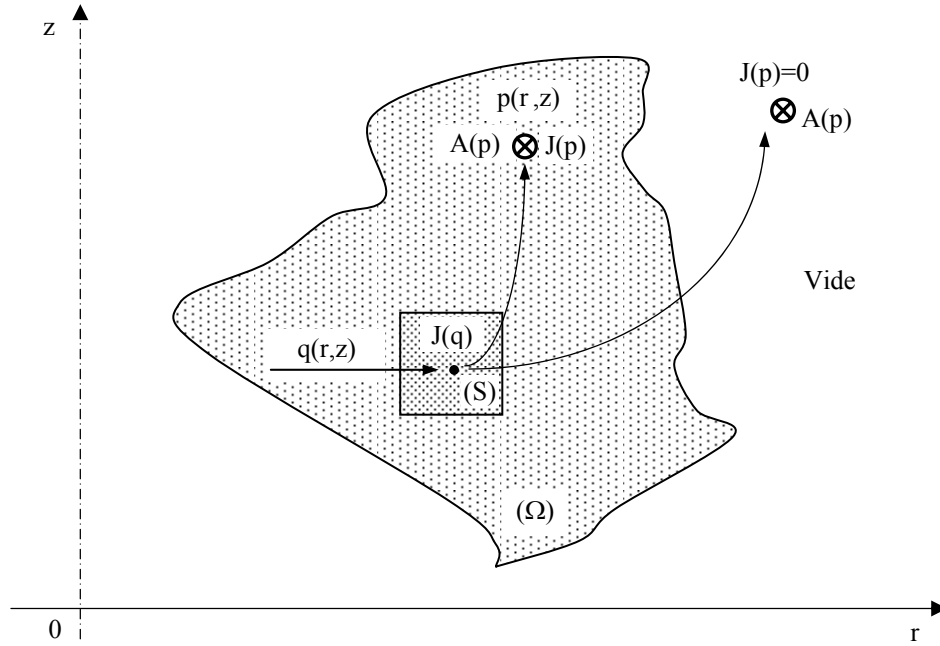


Figure III.4. Domaine d'étude

III.5.3. Cas du régime sinusoïdal

Si l'excitation est sinusoïdale, on utilise la notation complexe, telle que :

$$\begin{cases} u(p, t) = u_{ef} \sqrt{2} e^{j\omega t} = u(p) e^{j\omega t} & \text{où } u(p) = u_{ef} \sqrt{2} \\ I(p, t) = I_{ef} \sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi(p))} = I(p) e^{j\omega t} & \text{où } I(p) = I_{ef} \sqrt{2} e^{j\varphi(p)} \end{cases} \quad (III.15)$$

L'impédance et la phase élémentaires se déduisent automatiquement :

$$\begin{cases} z(p) = \frac{u(p)}{I(p)} = \frac{u_{ef}}{I_{ef}} e^{j\varphi(p)} & (a) \\ \varphi(p) = \arg(z(p)) & (b) \end{cases} \quad (III.16)$$

L'équation électromagnétique généralisée (III.13) devient dans ce cas comme suit :

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} J(p) + j\mu_0 \omega r(p) \iint_{\Omega} G(p, q) J(q) d\Omega = u(p) \quad (III.17)$$

III.5.4. Impédance d'un bobinage à vide

III.5.4.1. Impédance élémentaire à vide

Les bobines destinées à réaliser des capteurs à courants de Foucault sont généralement constituées de plusieurs spires jointives et disposées en séries. Dans ce cas, on peut considérer que la section de la

coupe de cette bobine est un domaine bidimensionnel et continu, et sera représentée par le domaine Ω comme dans la figure III.4. L'impédance, notée $Z_{0e}(p)$, d'une spire élémentaire ou d'un point « p » du domaine Ω se déduit de l'équation (III.17), par application de la loi d'Ohm de l'électrocinétique comme suit :

$$Z_{0e}(p) = \frac{u(p)}{I(p)} = \frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} \frac{J(p)}{I(p)} + j \frac{\mu_0 \omega r(p)}{I(p)} \iint_{\Omega} G(p, q) J(q) d\Omega \quad (\text{III.18})$$

Du fait que les spires sont en séries, la densité de courant est de répartition uniforme dans ce domaine. Si on note par N le nombre de spire constituant la bobine, la section élémentaire du domaine Ω sera Ω/N et par conséquent, l'intensité et la densité du courant traversant les spires sont reliées par :

$$J(p) = \frac{N}{\Omega} I(p) \quad (\text{III.19})$$

Dans ces conditions, l'impédance élémentaire (III.18) devient :

$$Z_{0e}(p) = \frac{N}{\Omega} \left(\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} + j\mu_0 \omega r(p) \iint_{\Omega} G(p, q) d\Omega \right) \quad (\text{III.20})$$

III.5.4.2. Impédance totale à vide

Chaque élément « p » est soumis à une tension $u(p)$ et a une impédance $Z_{0e}(p)$. Nous rappelons que ces spires sont en séries et par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} U = \frac{N}{\Omega} \iint_{\Omega} u(p) d\Omega & (a) \\ Z_0 = \frac{N}{\Omega} \iint_{\Omega} Z_{0e}(p) d\Omega & (b) \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

L'introduction de la tension totale (III.21.a) nous permet, à travers l'équation (III.16.a), de déduire l'impédance totale vue entre les bornes de la bobine. Une autre manière de la déduire est de sommer les impédances élémentaires (III.20). Dans les deux cas, nous arrivons à l'expression suivante :

$$Z_0 = \frac{N^2}{\Omega^2} \left(\iint_{\Omega} \frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} d\Omega + j\mu_0 \omega \iint_{\Omega} r(p) \iint_{\Omega} G(p, q) d\Omega d\Omega \right) \quad (\text{III.22})$$

Nous constatons que l'impédance à vide n'est pas une fonction des grandeurs électromagnétiques. Elle n'est en fonction que des caractéristiques géométriques et électromagnétiques du capteur. Donc cette impédance n'a aucun avantage ni inconvénient dans le choix de la variable d'état.

III.5.5. Modélisation d'un système source – charge

III.5.5.1. Définition des paramètres et grandeurs du domaine d'étude

On représente dans la figure III.5, une configuration géométrique d'un système électromagnétique axisymétrique comportant une source de domaine Ω_s et une pièce conductrice massive de domaine Ω_c . Le domaine Ω_s est source principale de champs électromagnétiques alors que Ω_c est le siège des courants de Foucault et qui s'opposent au champ de la source.

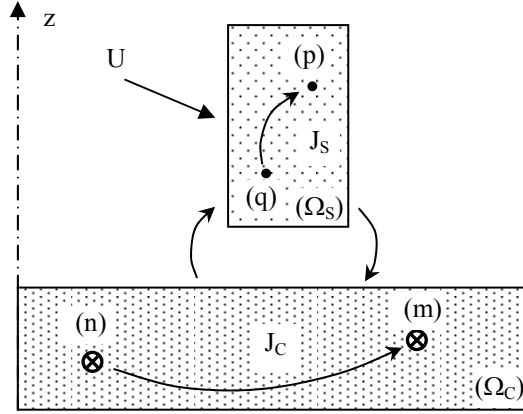


Figure III.5. Système électromagnétique (source + charge)

On note par (p) et (q) les points appartenant au domaine Ω_s . Deux autres points (m) et (n) qui décrivent le domaine Ω_c . On note par indice (s) tous ce qui est relatif à la source de champ (excitation) et par © tous ce qui est relatifs à la charge (courants de Foucault).

III.5.5.2. Equation intégrale relative à la source

La présence des courants de Foucault influence les courants d'excitation. Pour exprimer cette influence, nous appliquons l'équation (III.17) en décomposant le domaine Ω en deux sous domaines ; le domaine de la source Ω_s et celui de la charge Ω_c , comme le montre la figure III.5.

$$\frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s} J_s(p) + j\mu_0 \omega r(p) \left(\iint_{\Omega_s} G(p,q) J_s(q) d\Omega_s + \iint_{\Omega_c} G(p,n) J_c(n) d\Omega_c \right) = u(p) \quad (\text{III.23})$$

En tenant compte de la relation (III.21.a) nous exprimons la répartition des densités de courants en fonction de la tension totale, telle que :

$$U = \frac{2\pi N_s}{\Omega_s} \iint_{\Omega} \frac{r(p)}{\sigma_s(p)} J_s(p) d\Omega_s + j \frac{N_s \mu_0 \omega}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \left(\iint_{\Omega_s} G(p,q) J_s(q) d\Omega_s + \iint_{\Omega_c} G(p,n) J_c(n) d\Omega_c \right) d\Omega_s \quad (\text{III.24})$$

III.5.5.3. Equation intégrale relative à la charge

La charge est une pièce massive en matériau conducteur. L'équation (III.14) réécrite en notation complexe, appliquée au domaine Ω_c et particulièrement au point m par :

$$\frac{2\pi J_c(m)}{\sigma_c(m)} + j\mu_0\omega \iint_{\Omega_c} G(m,n)J_c(n)d\Omega_c + j\mu_0\omega \iint_{\Omega_s} G(m,q)J_s(q)d\Omega_s = 0 \quad (III.25)$$

III.5.5.4. Impédance en charge

En appliquant la loi d'Ohm à l'équation (III.23), nous obtenons l'impédance élémentaire du système en charge. Puisque nous intéressons à l'impédance mesurée aux bornes du capteur, nous appliquons la loi d'Ohm à l'expression de la tension totale (III.24). Cette application nous amène à :

$$Z = \frac{2\pi N_s^2}{\Omega_s^2} \iint_{\Omega} \frac{r(p)}{\sigma_s(p)} d\Omega_s + j \frac{N_s \mu_0 \omega}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \left(\frac{N_s}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} G(p,q)d\Omega_s + \frac{1}{I_s} \iint_{\Omega_c} G(p,n)J_c(n)d\Omega_c \right) d\Omega_s \quad (III.26)$$

En retranchant l'impédance à vide (équation III.22) de l'impédance absolue (équation III.26), nous obtenons l'expression de la variation de l'impédance ou l'impédance différentielle ΔZ due à la présence de la charge à proximité du capteur, telle que :

$$\Delta Z = Z - Z_0 = j \frac{N_s \mu_0 \omega}{\Omega_s I_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \iint_{\Omega_c} G(p,n)J_c(n)d\Omega_c d\Omega_s \quad (III.27)$$

Cette variation de l'impédance est une fonction explicite des caractéristiques géométriques et magnétique mais elle ne l'ait pas pour la conductivité électrique. Cette caractéristique électrique est prise en compte implicitement à travers les courants induits.

III.5.6. Cas d'une excitation en courant

Dans le cas où la source serait un générateur de courant dont la valeur efficace de la densité du courant est constante et imposée J_0 , il n'est pas nécessaire d'y établir les équations électromagnétiques. Nous ne nous intéressons donc qu'à la distribution des courants de Foucault. De ce fait la répartition de ces courants dans le matériau conducteur sera donnée par l'équation ci-dessous déduite de l'équation (III.25).

$$\frac{2\pi J_c(m)}{\sigma_c(m)} + j\mu_0\omega \iint_{\Omega_c} G(m,n)J_c(n)d\Omega_c = -jJ_0\mu_0\omega \iint_{\Omega_s} G(m,q)d\Omega_s \quad (III.28)$$

Une fois les courants induits sont calculés, l'impédance différentielle se calcule par la même équation que (III.27) dont l'intensité de courant d'excitation est I_0 connue.

III.6. Les champs électriques couplés « CHEC »

En introduisant la loi d'Ohm (II.2), les équations (III.1) réduites de Maxwell s'écrivent en fonction des champs électriques comme suit :

$$\begin{cases} \text{div}(\text{grad}A(p)) = -\mu_0 \sigma(q)E(q) & (a) \\ E(p) + \frac{dA(p)}{dt} + \text{grad}V(p) \cdot \vec{e}_\theta = 0 & (b) \end{cases} \quad (III.29)$$

La tension aux bornes du capteur s'exprime en fonction du champ électrique généré par les courants de Foucault par l'équation suivante :

$$U = \frac{2\pi N_s}{\Omega_s} \iint_{\Omega} \frac{r(p)}{\sigma_s(p)} J_s(p) d\Omega_s + j \frac{N_s \mu_0 \omega}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \left(\iint_{\Omega_s} G(p, q) J_s(q) d\Omega_s + \iint_{\Omega_c} G(p, n) \sigma_c(n) E_c(n) d\Omega_c \right) d\Omega_s \quad (III.30)$$

La répartition et l'intensité de ces champs électriques à l'intérieur du matériau à contrôler ou à caractériser sont données par :

$$E_c(m) + \frac{j\mu_0 \omega}{2\pi} \left(\iint_{\Omega_c} G(m, n) \sigma_c(n) E_c(n) d\Omega_c + \iint_{\Omega_s} G(m, q) J_s(q) d\Omega_s \right) = 0 \quad (III.31)$$

Enfin, la variation de l'impédance due à la présence d'un matériau conducteur s'écrit en fonction du champ électrique par :

$$\Delta Z = j \frac{N_s \mu_0 \omega}{I_s \Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \iint_{\Omega_c} G(p, n) \sigma_c(n) E_c(n) d\Omega_c d\Omega_s \quad (III.32)$$

Cette seconde formulation (III.32) de la variation de l'impédance fait apparaître explicitement les caractéristiques géométriques et électromagnétiques du dispositif de contrôle, et du champ électrique qu'y règne. La particularité de cette formulation réside dans le fait que la conductivité apparaît explicitement dans l'expression de la variation de l'impédance. Le champ électrique choisi comme variable d'état permettra à la méthode de s'associer avec un modèle d'électrostatique pour l'évaluation de l'effet capacitif dans le domaine des hautes fréquences [18].

III.7. Les potentiels magnétiques couplés « PMC »

III.7.1. Principe du couplage

La méthode est basée simultanément sur le théorème de superposition et sur le couplage électromagnétique des potentiels des différents points du domaine d'étude [13] [14].

Prenons comme exemple deux spires p et q, de sections respectives s(p) et s(q), parcourues par des densités de courant J(p) et J(q). Le potentiel vecteur magnétique créé par la spire p au point q dans

le vide (absence de la spire q) est la solution de l'équation (III.1.a). Cette solution est l'expression (III.5) du potentiel magnétique vecteur [54].

En ajoutant à l'effet magnétique du point q sur le point p celui de ce dernier sur lui-même noté $A_p(p)$, le potentiel magnétique en ce point est donné par :

$$A(p) = A_0(p) + \frac{\mu_0}{2\pi} G(p, q) s(q) J(q) \quad (\text{III.33})$$

Le potentiel $A_0(p)$ est une source d'excitation éventuellement extérieure au point p :

$$A_0(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} G(p, p) I_0(p) \quad (\text{III.34})$$

La densité de courant donnée par l'équation (II.12.b), appliquée au point telle que :

$$J(q) = -j\omega\sigma(q)A(q) \quad (\text{III.35})$$

Cette équation est ensuite introduite dans l'expression (III.33) pour obtenir l'équation suivante :

$$A(p) = A_0(p) - \frac{\mu_0\sigma(q)s(q)G(p, q)}{2\pi} \frac{dA(q)}{dt} \quad (\text{III.36})$$

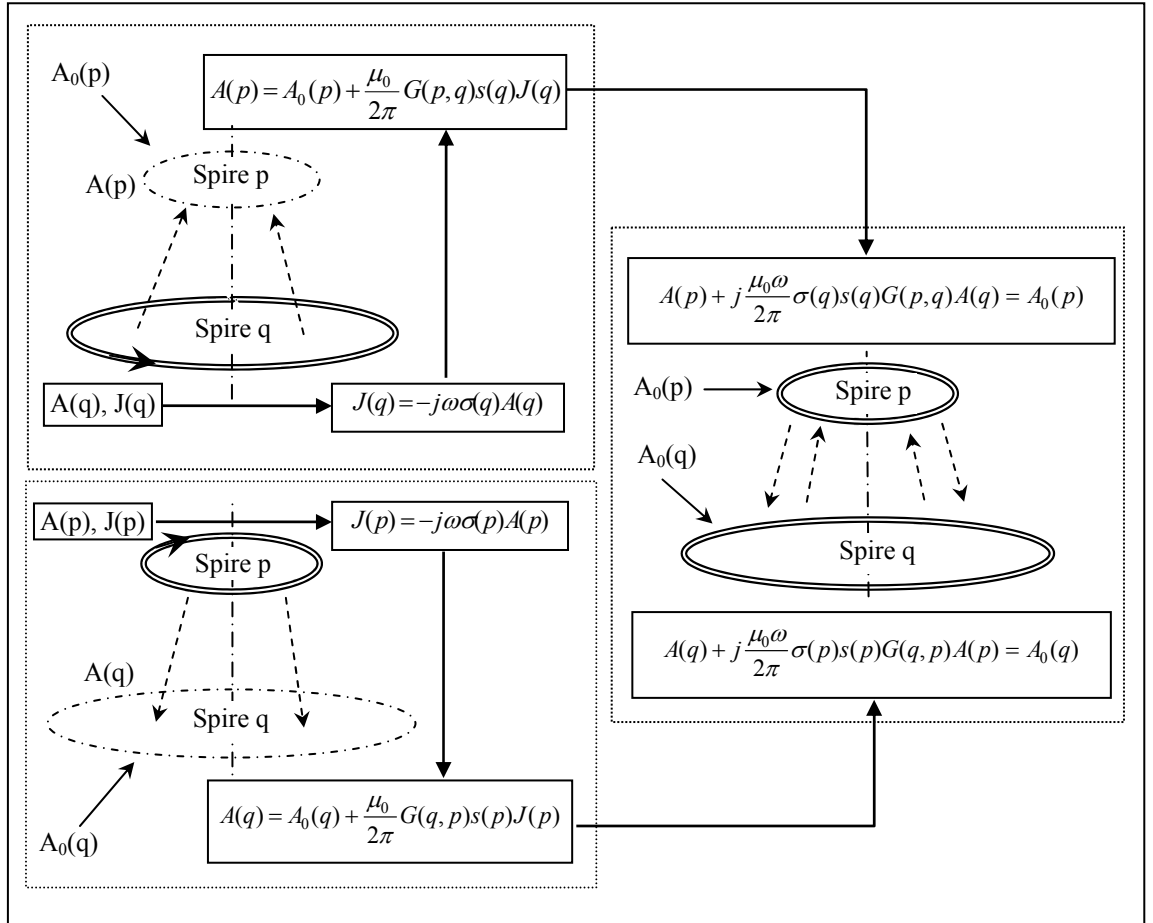


Figure III.6 : Superposition des effets et couplage électromagnétique de deux spires

Dans le cas d'une excitation sinusoïdale, en notation complexes, l'équation (III.36) devient :

$$A(p) + j \frac{\mu_0 \omega}{2\pi} \sigma(q) s(q) G(p, q) A(q) = A_0(p) \quad (\text{III.37})$$

Le même raisonnement permet d'obtenir la même équation concernant la spire q en absence de la spire p. La résolution simultanée des deux équations (III.38) permet de superposer les effets électromagnétiques propres et mutuels des deux spires, et de traduire ainsi le couplage électromagnétique.

$$\begin{cases} A(p) + j \frac{\mu_0 \omega}{2\pi} \sigma(q) s(q) G(p, q) A(q) = A_0(p) & (a) \\ A(q) + j \frac{\mu_0 \omega}{2\pi} \sigma(p) s(p) G(q, p) A(p) = A_0(q) & (b) \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

III.7.2. Equations intégrales relatives aux domaines conducteurs

III.7.2.1. Définition des variables dans le domaine d'étude

Rappelant que le domaine Ω_s est la source d'excitation dont la densité de courant est J_s et d'intensité I_s . Le domaine Ω_c est le siège des courants de Foucault caractérisés par les potentiels magnétiques vecteurs A_c .

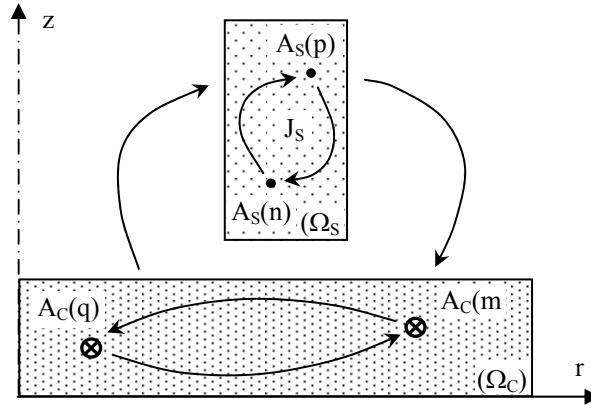


Figure III.7 : Système électromagnétique (source + charge)

$A_s(p)$, $A_s(q)$ sont des potentiels vecteurs magnétiques dans la source respectivement aux points « p » et « q ». $A_c(n)$, $A_c(m)$ sont des potentiels vecteurs magnétique dans le matériau respectivement aux points « n » et « m ».

III.7.2.2. Equation intégrale des potentiels dans la source

La spire « p » de la bobine subit l'influence électromagnétique des spires « q » du même domaine et des spires « n » parcourues par les courants de Foucault. Autrement dit, l'expression du potentiel en un point p de la source est fonction de la densité de courant d'excitation et des potentiels magnétiques induits dans le matériau.

$$A_s(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} \iint_{\Omega_s} G_{ss}(p, n) J_s(n) d\Omega_s - j \frac{\mu_0 \omega}{2\pi} \iint_{\Omega_c} \sigma_c(q) G_{cs}(p, q) A_c(q) d\Omega_c \quad \forall p \in \Omega_s \quad (\text{III.39})$$

$G_{ss}(p, n)$ est une fonction des coordonnées p et n de la source. $G_{sc}(p, q)$ est une fonction des coordonnées p et q appartenant respectivement à la source et à la charge. Ces deux fonctions sont définies de la même forme que celle donnée en [3].

III.7.2.3. Equation intégrale des potentiels dans la charge

Même phénomène de superposition est appliqué au matériau. Le potentiel dans la spire « n » de ce dernier est généré par tous les courants des spires « p » de la bobine inductrice et par ceux des spires « m » du matériau lui-même.

$$\frac{2\pi}{\mu_0} A_c(q) + j\omega \iint_{\Omega_c} G_{cc}(q, m) \sigma_c(m) A_c(m) d\Omega_c - \iint_{\Omega_s} G_{sc}(q, p) J_s(p) d\Omega_s = 0 \quad \forall n \in \Omega_c \quad (\text{III.40})$$

$G_{cc}(q, m)$ est une fonction des coordonnées q et m appartenants à la charge. $G_{cs}(q, p)$ est une fonction des coordonnées q et p reliant la charge et la source.

III.7.3. Expression intégrale de l'impédance

La bobine est formée de N_s spires de contour noté C . Chaque spire est soumise à une tension élémentaire $u(p)$ sous l'effet du champ électrique $E_s(p)$ et le potentiel magnétique $A_s(p)$. La tension totale U est la somme des tensions élémentaires. En appliquant l'expression (II.26) de l'impédance du chapitre précédent au cas actuel, nous obtenons :

$$U = \frac{N_s}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} u(p) d\Omega_s = \frac{N_s}{\Omega_s} \left(\iiint_{\Omega_s C} E_s(p) (\vec{e}_\theta \cdot d\vec{l}) d\Omega_s + j\omega \iiint_{\Omega_s C} A_s(p) (\vec{e}_\theta \cdot d\vec{l}) d\Omega_s \right) \quad (\text{III.41})$$

Sachant que le potentiel vecteur magnétique ne dépend pas de l'angle θ et que le contour de la spire est $l(p) = 2\pi r(p)$, il vient :

$$U = \frac{2\pi N_s}{\Omega_s} \left(\iint_{\Omega_s} r(p) E_s(p) d\Omega_s + j\omega \iint_{\Omega_s} r(p) A_s(p) d\Omega_s \right) \quad (\text{III.42})$$

En tenant compte de la d'Ohm et de l'expression du potentiel magnétique vecteur dans la source (III.39), nous obtenons :

$$U = \frac{2\pi N_s}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} \frac{r(p) J_s(p)}{\sigma_s(p)} d\Omega_s + j \frac{N_s \mu_0 \omega}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \iint_{\Omega_s} G_{ss}(p, q) J_s(p) d\Omega_s d\Omega_s + \frac{N_s \mu_0 \omega^2}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \iint_{\Omega_c} \sigma_c(n) G_{cs}(p, n) A_c(n) d\Omega_c d\Omega_s \quad (\text{III.43})$$

En tenant compte de la relation (II.13.b) de la théorie de circuits, nous aboutissons enfin à l'expression intégrale de l'impédance en fonction des caractéristiques physiques et des grandeurs des grandeurs électromagnétiques d'excitation et induites.

$$Z = \frac{N_s^2}{\Omega_s^2} \left(2\pi \iint_{\Omega_s} \frac{r(p)}{\sigma_s(p)} d\Omega_s + j\mu_0\omega \iint_{\Omega_s} r(p) \iint_{\Omega_s} G_{ss}(p,q) d\Omega_s d\Omega_s \right) + \frac{N_s\mu_0\omega^2}{I_s\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \iint_{\Omega_c} \sigma_c(n) G_{cs}(p,n) A_c(n) d\Omega_c d\Omega_s \quad (\text{III.44})$$

En retranchant de l'expression (III.44), l'impédance à vide, nous obtenons la variation de l'impédance due à la présence de la charge en fonction du potentiel magnétique vecteur :

$$\Delta Z = \frac{N_s\mu_0\omega^2}{I_s\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \iint_{\Omega_c} \sigma_c(n) G_{cs}(p,n) A_c(n) d\Omega_c d\Omega_s \quad (\text{III.45})$$

Relativement aux caractéristiques géométriques et électromagnétiques, l'expression de la variation de l'impédance (III.45) établie en fonction du potentiel vecteur magnétique présente les mêmes avantages que celle établie en fonction du champs électrique (III.32). Cependant, le potentiel vecteur magnétique pris comme grandeur d'état facilitera le couplage avec la méthode des éléments finis pour le traitement des matériaux à caractère non linéaire.

III.8. Conclusion

Les variations d'impédance dépendent de très nombreux paramètres, notamment de la géométrie de la pièce à contrôler et des caractéristiques du matériau. Il importe donc d'être très rigoureux, tant au niveau de la forme de la bobine, du placement de celle-ci, de l'intensité, de la fréquence du courant appliqué et de la procédure d'étalonnage. C'est à ces conditions que l'on pourra mettre en évidence le phénomène utile et réduire l'influence des phénomènes nuisibles.

A travers les équations de Maxwell réduites, la loi de Biot et Savart et le théorème de superposition, nous avons développé trois modèles équivalents. Cependant, les expressions des variations des impédances correspondantes se distinguent par les grandeurs électromagnétiques prises comme variables d'état et par l'explicitement de la conductivité électrique.

Par soucis de généralisation, les formulations sont sous forme intégrale. Cette manière de faire permet de traiter toutes les géométries axisymétriques possibles. Concernant le capteur, il peut être absolu ou doublé en différentiel, à double fonction ou séparées. Relativement à la charge, elle peut être de type pancake, cylindrique ou un empilement de pièces.

Chapitre IV.

**Modélisations, par les grandeurs couplées, des dispositifs de
CND-CF à capteur absolu**

IV.1. Introduction

Tout dispositif d'induction électromagnétique utilise comme source de champ une bobine. Cette dernière est formée de plusieurs spires de fil conducteur. Ces spires sont de tailles filiformes dans les applications de faibles excitations comme la détection.

Pour mieux faire fonctionner un dispositif et optimiser son utilisation, il est nécessaire de connaître sa source. C'est dans ce contexte que nous proposons dans ce chapitre, avant l'étude des configurations de contrôle et d'évaluations non destructives par courant de Foucault, de traiter d'abord le phénomène électromagnétique qui régit le fonctionnement d'une bobine à vide. Ce phénomène à son tour est précédé par celui d'une spire filiforme. Donc, le calcul de l'inductance d'une bobine passe à travers celui de l'inductance propre élémentaire et les mutuelles entre les éléments de cette bobine. Pour atteindre ce but, nous établissons un modèle original de calcul de l'inductance propre d'une spire filiforme et un autre pour celui de l'impédance totale d'un bobinage.

Une fois la source de champs est identifiée, nous intéresserons aux configurations de types pancake dont le capteur est absolu et situé à proximité d'une plaque de longueur infinie et d'épaisseur finie. Nous explicitons les modèles développés au chapitre précédant relativement aux différents domaines d'étude.

La validation des modèles est basée sur la confrontation des résultats à ceux mesurés et éventuellement, à défauts de ces derniers, nous utiliserons ceux obtenus par la méthode des éléments finis [17] [18] [19] [20] [21].

IV.2. Modélisation d'une spire filiforme

IV.2.1. Intérêt du calcul d'inductance propre

L'importance de l'inductance vient du fait que le terme lui-même est lié au phénomène d'induction électromagnétique. Ce phénomène est la base du fonctionnement de plusieurs dispositifs électromagnétiques, (comme les moteurs, le chauffage par induction, le magnétoformage, le contrôle non destructif par courant de Foucault, etc.). Dans plusieurs cas, le fonctionnement de ces dispositifs se ramène à l'étude des circuits électriques analogues. Chaque élément du réseau est en fait formé de résistance et de réactance électrique d'où l'inductance.

De nombreux travaux analytiques et numériques ont fait l'objet de calcul des inductances des bobines mais rarement ceux qui calculent l'inductance propre d'un élément filiforme où l'évaluation du champ électromagnétique créé par ce dernier sur lui-même est très délicate. La méthode des éléments finis traite difficilement ce cas. Certains calculs semi analytiques existent [19] [20] mais sans établir des expressions explicites.

Dans les méthodes de résolution directe comme celle des multi transformateurs [19] et des circuits électromagnétiques couplés [1] [2], on exprime généralement l'inductance propre d'un

bobinage par la somme des mutuelles inductances entre les spires formant ce dernier et cela pour les sections des spires relativement faibles. Lorsqu'il s'agit d'un bobinage formé de spires de sections importantes, les travaux faits en [1] [2] calculent l'inductance par une décomposition de la section de la spire principale en spires élémentaires. Le couplage entre les différentes mutuelles élémentaires donne l'inductance individuelle des spires principales.

En aucun cas, l'inductance propre d'un élément n'est négligeable car elle est de l'ordre d'une inductance mutuelle entre deux spires très voisines. En basse et moyenne fréquences, il n'est pas nécessaire de décomposer une spire, de section importante, en spires élémentaires. Cela présente un calcul long et sans intérêt [3]. De même la décomposition est inutile pour une spire filiforme dont le rayon de sa section est très faible ou comparable à l'épaisseur de peau électromagnétique engendrée par n'importe qu'elle fréquence. Dans ces cas, le calcul de l'effet électromagnétique d'un élément filiforme sur lui-même apparaît indispensable. Dans ce contexte, nous présentons dans cette section un calcul semi analytique d'inductance propre d'une spire circulaire dont la section peut être de forme rectangulaire ou circulaire.

IV.2.2. Inductance mutuelle entre deux spires circulaires

Le fait que la conductivité électrique des matériaux conducteurs utilisés dans ce domaine est très grande et le fait de ne s'intéresser qu'au phénomène d'induction, nous négligeons, dans le raisonnement qui suit, le phénomène de conduction devant celui de l'induction. De cette hypothèse, l'équation (III.17) du chapitre précédent s'écrit :

$$u(p) = j\mu_0\omega r(p) \iint_{S(q)} G(p,q) J(q) ds \quad (IV.1)$$

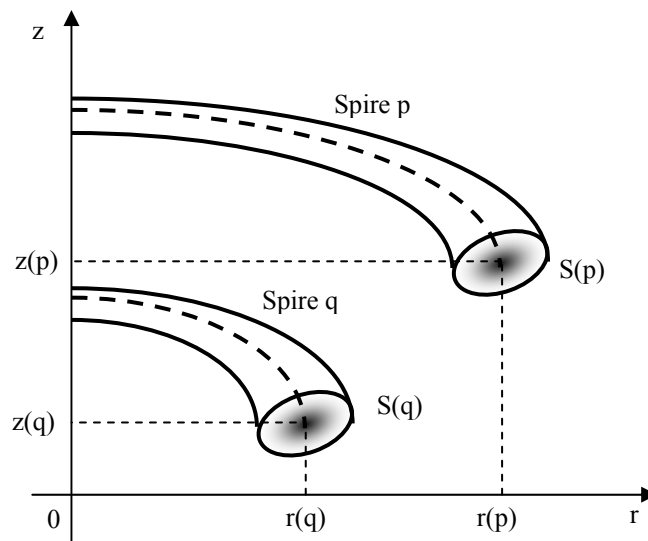


Figure IV.1. Représentation de deux spires élémentaires.

Sachant que la densité de courant dans la section est uniforme et que le courant qui y circule est : $I(q) = J(q)S(q)$. Par l'introduction de l'intensité de courant, l'équation (IV.1) devient :

$$u(p) = j\mu_0\omega r(p) \frac{I(q)}{S(q)} \iint_{S(q)} G(p, q) ds \quad (IV.2)$$

La mutuelle entre deux spires étant définie par :

$$M(p, q) = \frac{1}{j\omega} \frac{u(p)}{I(q)} \quad (IV.3)$$

Par application de (IV.3) à l'expression (IV.2), nous déduisons la mutuelle inductance entre deux spires p et q, telle que :

$$M(p, q) = \mu_0 \frac{r(p)}{s(q)} \iint_{S(q)} G(p, q) ds \quad (IV.4)$$

Dans le cas où les dimensions de la section des spires seraient très faibles devant le rayon $r(p)$ et les distances entre ces spires (Figure IV.1), l'expression (IV.4) se réduit à :

$$M(p, q) = \mu_0 r(p) G(p, q) \quad (IV.5)$$

IV.2.3. Expression analytique d'une inductance propre d'une spire

IV.2.3.1. Expression bidimensionnelle générale

L'idée est d'utiliser l'expression de l'inductance mutuelle pour obtenir celle de l'inductance propre. Dans ce contexte, il faut tendre le point q vers le point p. Dans ces conditions, l'expression (IV.4) s'écrit pour la spire p par :

$$L(p, p) = \frac{1}{j\omega} \frac{u(p)}{I(p)} = \mu_0 r(p) G(p, p) \quad (IV.6)$$

Dans ce cas le paramètre k, définie par (III.6.c), est égal à 1. Cela engendre une indéfinie pour la fonction elliptique de première espèce ($E_1(k=1) \rightarrow \infty$). (Voir annexe A.1)

Pour remédier à ce problème, l'idée originale est d'utiliser la même technique de mutualité entre les points émetteur et récepteur. Dans ce cas, nous choisissons comme récepteur (p) le centre de la section de la spire et comme émetteurs, une infinité de points (q) entourant le point (p). Autrement dit, le centre de l'élément est récepteur de l'effet de sa section.

$$L(p) = \frac{1}{j\omega} \frac{u(p)}{I(p)} = \mu_0 \frac{r(p)}{s(p)} \iint_{S(p)} G(p, p) ds \quad (IV.7)$$

Cette expression dépend fortement de la forme de la section des spires. Dans la pratique, nous rencontrons des spires dont la forme de leurs sections est circulaire ou rectangulaire.

IV.2.3.2. Spire de section rectangulaire

La figure IV.2 montre une section d'une spire circulaire de section rectangulaire de largeur a et de hauteur b respectivement sur les axes x et y . La position des points émetteurs q et récepteur p est donnée respectivement :

Dans le repère lié à la section de la spire, en coordonnées cartésiennes, par $p(0,0)$ et $q(x,y)$.

Dans le plan où se situe la spire, en coordonnées cylindriques, par :

$$p = \begin{bmatrix} r \\ z \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad q = \begin{bmatrix} r_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r+x \\ z+y \end{bmatrix} \quad (\text{IV.8})$$

En injectant ces coordonnées données en (IV.8) dans l'expression (III.6.c) du paramètre k , ce dernier devient une fonction de x et y , telle que :

$$k(x,y) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{4r(r+x)}}} \quad (\text{IV.9})$$

De même l'expression de la fonction $G(p,q)$ donnée en (III.6.a) est fonction aussi de x et y , telle que :

$$G(p,q) = G(x,y) = E[k(x,y)] \sqrt{1 + \frac{x}{r}} \quad (\text{IV.10})$$

Pour obtenir l'inductance propre, il faut inclure tous les effets du potentiel magnétique des points émetteurs (x,y) sur le centre (p) de la section de la spire. En développant l'intégrale figurante dans l'expression (IV.7) et en faisant intervenir la fonction $E(k)$ qui rassemble les deux fonctions elliptiques (III.6.b), nous aboutissons à :

$$L(p) = \frac{\mu_0}{ab} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \sqrt{(x+r)r} E[k(x,y)] dx dy \quad (\text{IV.11})$$

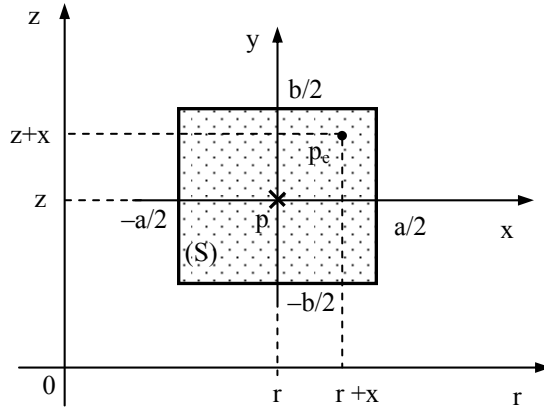


Figure IV.2. Section rectangulaire d'une spire circulaire.

IV.2.3.3. Spire de section circulaire

Pour exprimer l'inductance propre d'une spire de section circulaire, nous utilisons les résultats trouvés précédemment (section rectangulaire). Pour cela, il suffit d'exprimer les variables x et y en fonction des coordonnées cylindriques comme le montre la figure IV.3.

En exprimant les variables en coordonnées cylindriques liées à la section de la spire et en les remplaçant dans les expressions (IV.9) et (IV.10), ces dernières deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} G[k(\rho, \theta)] = \sqrt{1 + \frac{\rho \cos \alpha}{r}} E[k(\rho, \alpha)] \quad (a) \\ \text{avec } k(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\rho^2}{4r(r + \rho \cos \alpha)}}} \quad (b) \end{array} \right. \quad (IV.12)$$

En rapportant les expressions données en (IV.12) dans l'expression générale (IV.7) de l'inductance propre, cette dernière se transforme à :

$$L(p) = \frac{\mu_0}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho \sqrt{r(r + \rho \cos \alpha)} E[k(\rho, \alpha)] d\rho d\alpha \quad (IV.13)$$

Le calcul des inductances données par les expressions (IV.11) et (IV.13) est fait numériquement par la méthode de Gauss (voir annexe A3).

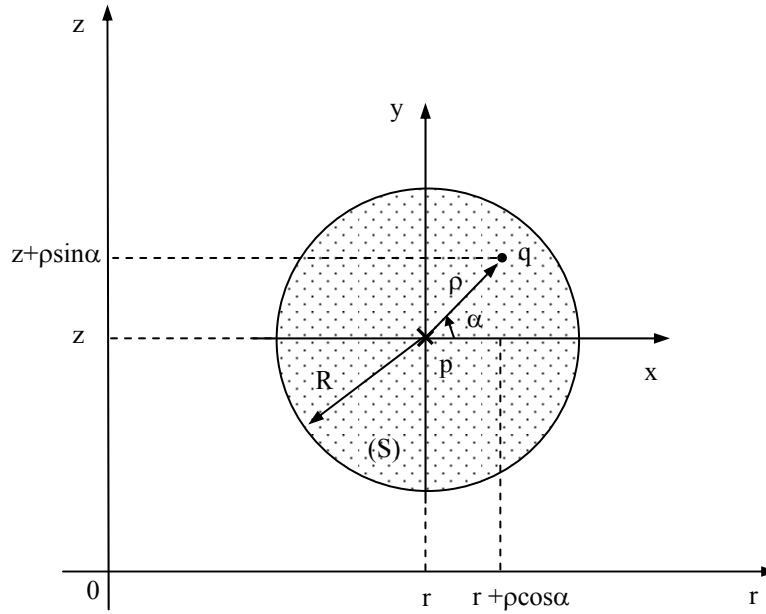


Figure IV.3. Section circulaire d'une spire circulaire.

IV.2.4. Application

La première partie de cette section traitera la validité de la formulation de l'inductance propre d'une spire filiforme de section rectangulaire scellée sur une bakélite de substrat en verre. En suite, nous étudierons l'influence des paramètres géométriques d'une spire sur son inductance propre.

IV.2.4.1. Validation

Pour valider la modélisation, nous calculons l'inductance propre d'une micro spire déjà traitée par la méthode des éléments finie en [18]. La structure des micros bobines est destinée à des applications dans le domaine de la résonance magnétique nucléaire (RMN). Ce domaine utilise les hautes fréquences. Dans notre cas, nous calculons l'inductance pour les basses fréquences dont les résultats en éléments finis sont disponibles en [17].

La spire est circulaire de longueur de 1.8mm, de section $10\mu\text{m}^2$ et de conductivité de $58.82\text{M}/\Omega\text{m}$. Sa géométrie est montrée par la figure IV.4.

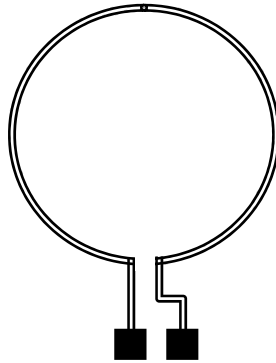


Figure IV.4. Micro spire.

La valeur calculée par la méthode des éléments finie en trois dimensions [17] est de $1.2\mu\text{H}$. Celle calculée par le modèle proposé est $1.35\mu\text{H}$. La différence est de 11%. Cette différence est probablement due à la forme des extrémités de connexion de la spire et aussi au support du substrat en verre. Le résultat, en géométrie axisymétrique, par les éléments finis est de $1.36\mu\text{H}$. Ce calcul, qui ne tenait pas compte de la forme des extrémités de la spire, est plus proche du résultat du modèle développé avec une erreur de 0.74%.

IV.2.4.2. Influence des caractéristiques géométriques

Nous étudions d'abord l'inductance d'une spire en fonction de son rayon moyen. En suite, nous exposerons l'inductance en fonction de la taille de la section de la spire d'une part et d'autre part, en fonction de la forme de cette section.

Pour faciliter le choix d'une spire à étudier, nous reprendrons celle considérée en [17] dont le rayon moyen est de 20mm.

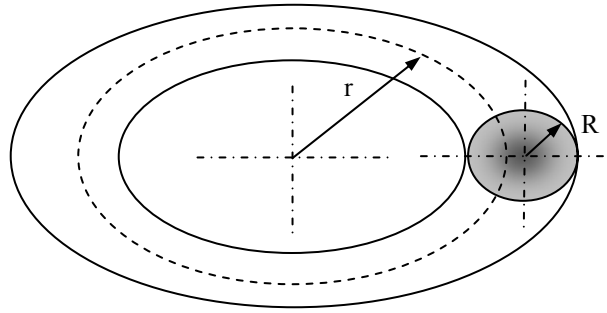


Figure IV.5. Paramètres géométriques d'une spire.

IV.2.4.2.1. Influence du rayon moyen de la spire

Pour différentes valeurs fixes du rayon de la section, nous traçons l'inductance propre en fonction du rayon moyen de la spire. Ces courbes sont regroupées dans la figure VI.6.

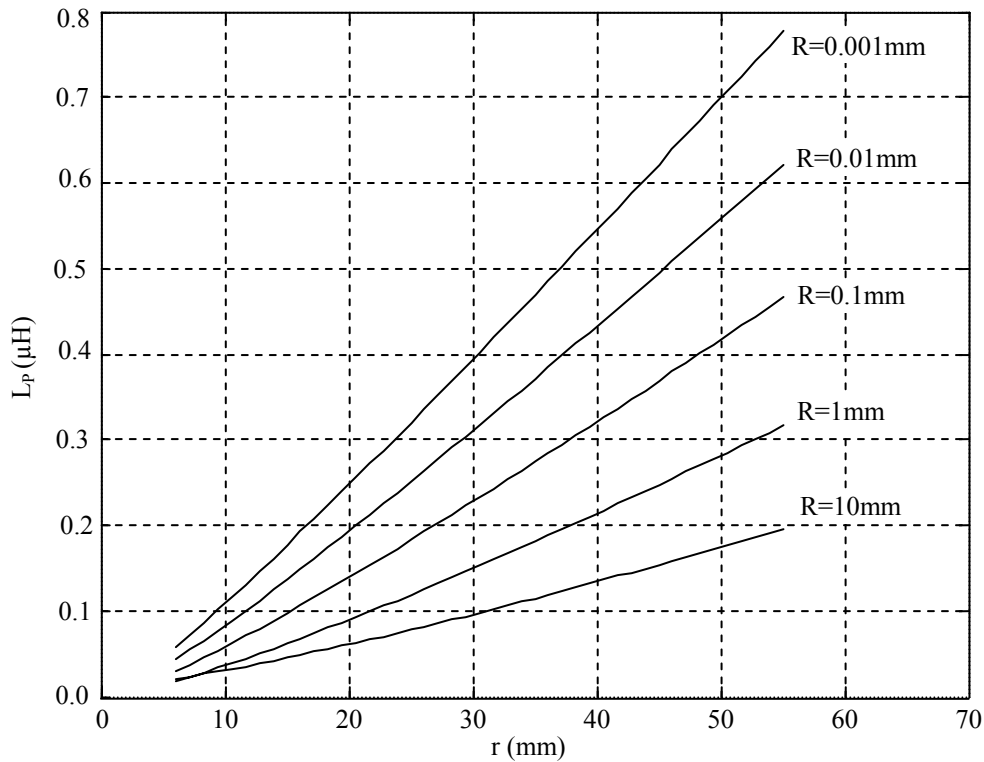


Figure IV.6. L'inductance propre en fonction du rayon de la spire.

Les expressions (IV.11) et (IV.13) montrent que l'inductance propre d'une spire est une fonction complexe de son rayon moyen. Si nous négligeons le rapport (R/r) entre le rayon de sa section et son rayon moyen, nous obtenons une fonction proportionnelle au rayon de la spire. De ce fait, les courbes de la figure IV.6 sont presque des droites, néanmoins l'effet de ce rapport (R/r) apparaît tout de même en y introduisant une faible courbure. Les pentes de ces droites diffèrent d'une spire à une autre suivant la taille de leurs sections.

IV.2.4.2.2. Influence du rayon de la section de la spire

Pour une spire de section circulaire, pour différentes valeurs fixées du rayon de la section, nous traçons l'inductance propre en fonction du rayon moyen de la spire. Ces courbes sont montrées dans la figure VI.7.

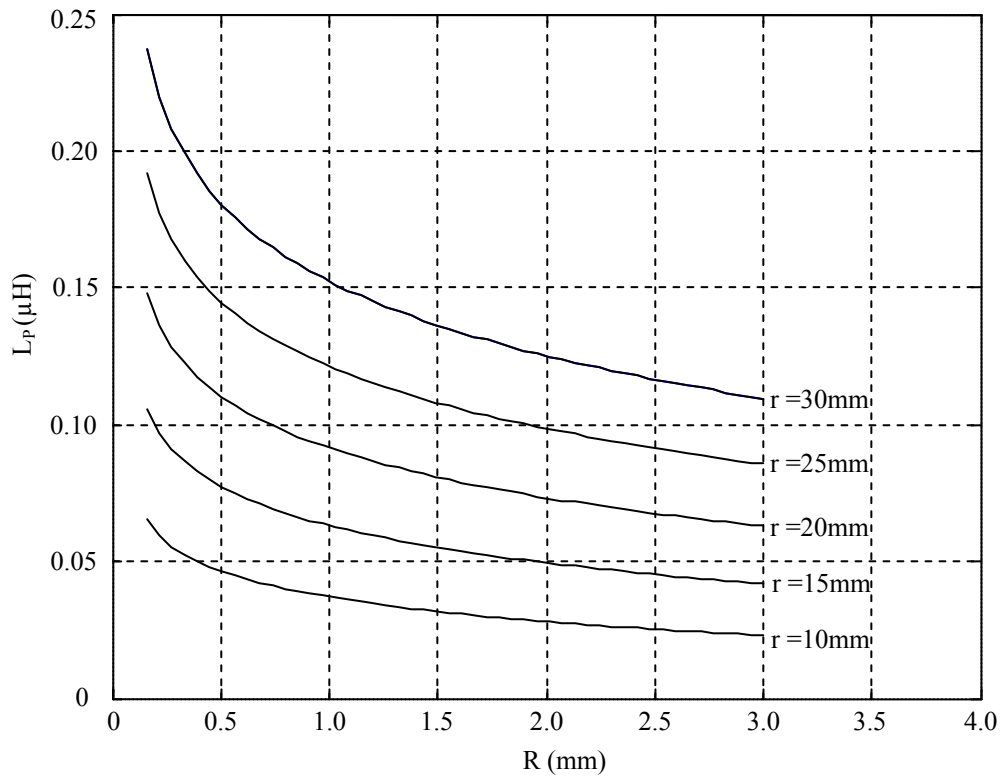


Figure IV.7. L'inductance propre en fonction du rayon de la section de la spire.

Nous constatons que l'effet magnétique propre est relativement important quand le rayon de la section tends vers zéro. Cela est analytiquement justifié par le fait que la fonction elliptique de première espèce (Annexe A1) tend vers l'infini quand le paramètre k (équation III.6.c) tend vers 1.

IV.2.4.2.3. Influence de la largeur d'une section rectangulaire.

Dans le cas d'une spire de section rectangulaire, on trace l'inductance en fonction de la largeur de la section et cela pour différentes valeurs de sa hauteur. La figure IV.8 rassemble les courbes pour les hauteurs faibles. Dans le cas contraire, les courbes sont regroupées dans la figure IV.9.

La largeur de la section d'une spire de section rectangulaire a un effet parabolique sur l'inductance contrairement à l'influence du rayon d'une section circulaire qui influe d'une manière hyperbolique. Les courbes sont de plus en plus aplaties quand la hauteur devient grande. Cela est dû au fait que le rapport entre le rayon de section et celui de la spire est négligeable.

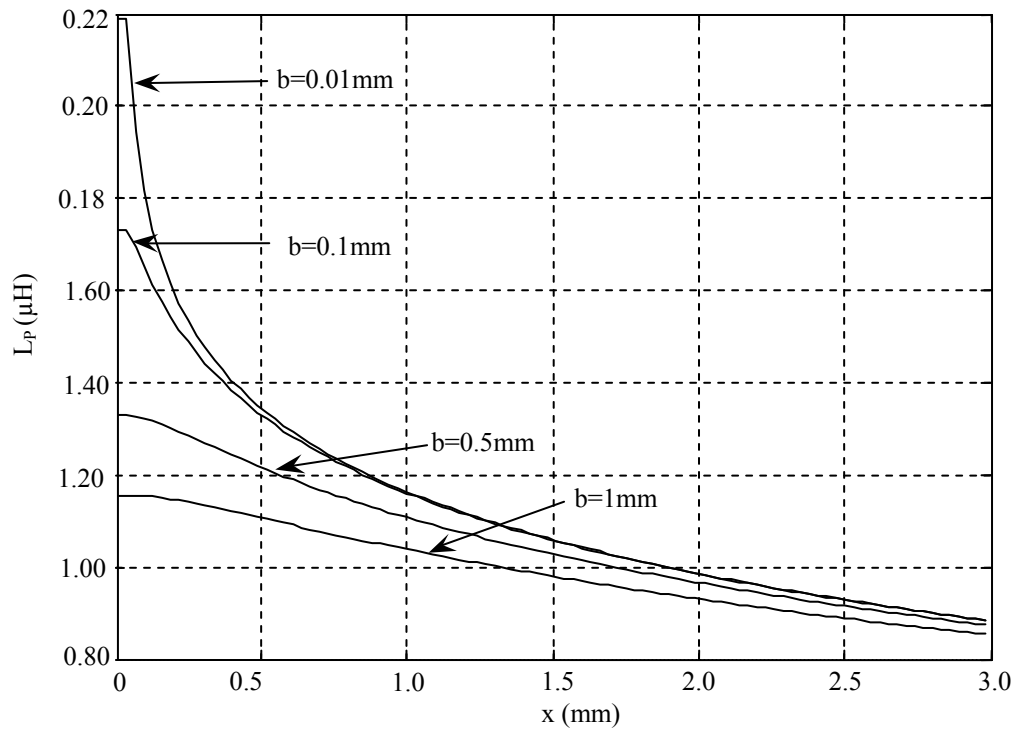


Figure IV.8. L'inductance propre en fonction de la largeur de la section de la spire ($b \leq 1\text{mm}$).

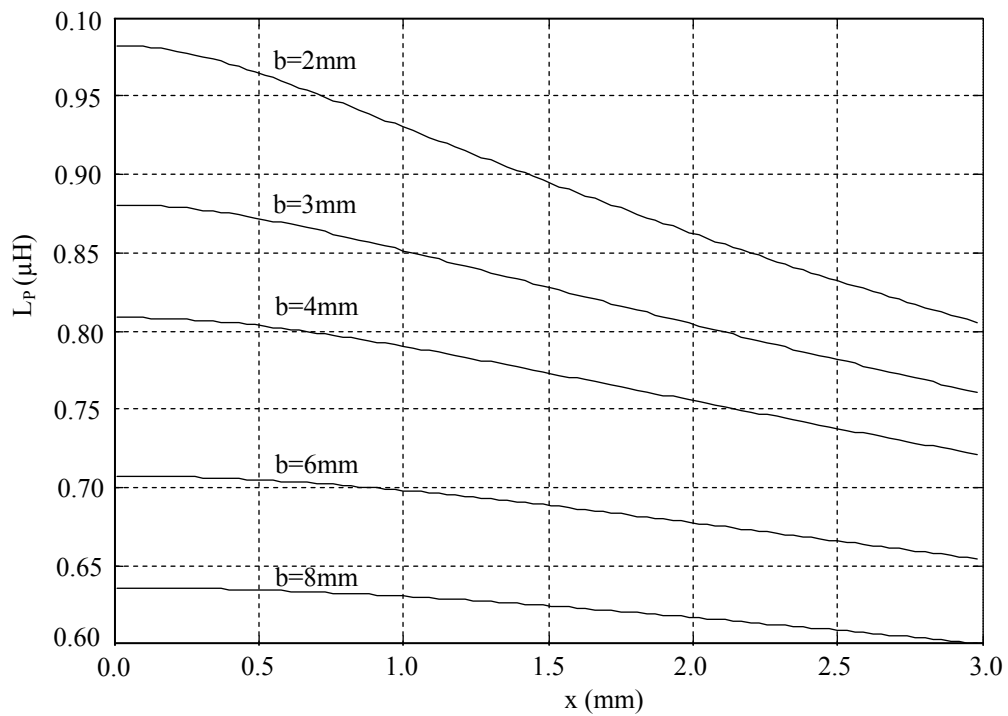


Figure IV.9. Inductance propre en fonction de la largeur de la section de la spire ($b > 1\text{mm}$).

IV.3. Modélisation d'un bobinage à vide

IV.3.1. Impédance élémentaire d'une bobine

Généralement les capteurs utilisés sont des bobinages constitués d'un grand nombre de spires filiformes dont le rayon de leurs sections est faible ou comparable à l'épaisseur de peau électromagnétique. Cela nous conduit à supposer que la répartition du courant est uniforme.

Nous exploitons l'équation (III.20) qui exprime l'impédance élémentaire sous forme intégrale. On subdivise le domaine Ω en « N_s » éléments de section « s », comme le montre la figure IV.10. La discrétisation de l'intégrale de l'équation (III.20), nous permet d'aboutir à :

$$Z_e(p) = \frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)s(p)} + j\mu_0\omega \frac{r(p)}{I(p)} \sum_{q=1}^{N_s} G(p,q)I(q) \quad (IV.14)$$

$$\text{On pose : } \begin{cases} g(p,q) = r(p)G(p,q) = \sqrt{r(q)}E[k(p,q)] & (a) \\ g_p(p) = g(p,p) & (b) \end{cases} \quad (IV.15)$$

En faisant apparaître la réactance propre de la spire élémentaire p et le fait que les courants soient de répartition uniforme et invariable d'une à une autre (Figure IV.10), nous arrivons à l'expression finale de l'impédance élémentaire d'une bobine.

$$Z_e(p) = \frac{2\pi r(p)}{\sigma s(p)} + j\mu_0\omega g_p(p) + j\mu_0\omega \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{N_s} g(p,q) \quad (IV.16)$$

Les deux premiers termes expriment respectivement la résistance et la réactance propre à la spire p . Le troisième terme identifie la réactance mutuelle entre la spire p et le reste des spires élémentaires.

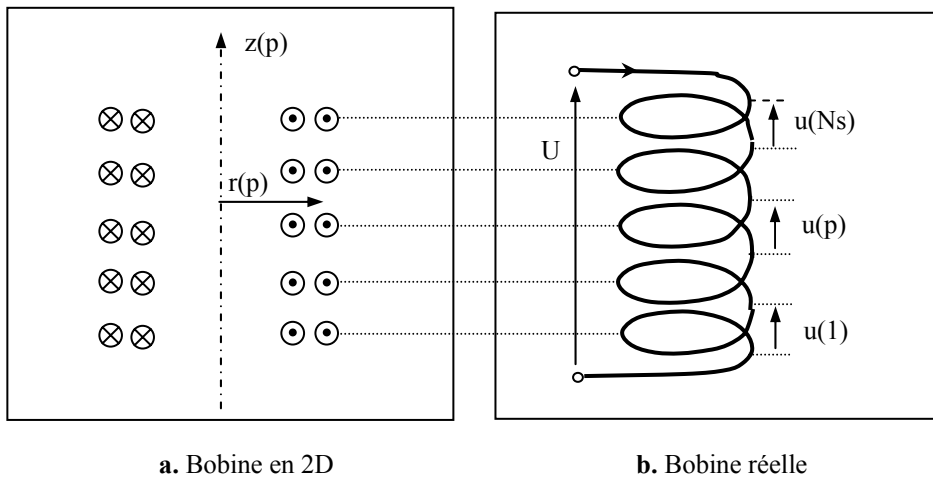


Figure IV.10 : Bobine à plusieurs spires filiformes.

La résistance et l'inductance élémentaires sont :

$$\begin{cases} R_e(p) = \frac{2\pi r(p)}{\sigma s(p)} & (a) \\ L_e(p) = \mu_0 \left(g_p(p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{N_s} g(p, q) \right) & (b) \end{cases} \quad (IV.17)$$

$R_e(p)$ et $L_e(p)$ sont respectivement la résistance et l'inductance élémentaires. Cette dernière englobe l'inductance propre donnée par l'équation (IV.7) et la mutuelle avec les autres spires voisines.

IV.3.2. Impédance totale d'une bobine

Rappelons que les spires sont en séries. Dans ce cas, l'impédance totale est la somme des impédances élémentaires données par l'expression (IV.14). Une autre manière de l'obtenir est de discrétiser l'équation (III.22). Dans les deux cas, nous obtenons l'expression suivante :

$$Z_0 = \sum_{p=1}^{N_s} Z_e(p) = \frac{2\pi}{\sigma} \sum_{p=1}^{N_s} \frac{r(p)}{s(p)} + j\mu_0 \omega \left(\sum_{p=1}^{N_s} g_p(p) + \sum_{p=1}^{N_s} r(p) \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{N_s} G(p, q) \right) \quad (IV.18)$$

La résistance et l'inductance de la bobine se déduisent aisément de l'équation ci-dessus, telles que :

$$\begin{cases} R_0 = \frac{2\pi}{\sigma} \sum_{p=1}^N \frac{r(p)}{s(p)} & (a) \\ X_0 = \mu_0 \omega \left(\sum_{p=1}^N g_p(p) + \sum_{p=1}^N r(p) \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N G(p, q) \right) & (b) \end{cases} \quad (IV.19)$$

De l'expression (IV.19.a), nous déduisons l'inductance totale d'une bobine formée de N spires.

$$L_0 = \mu_0 \sum_{p=1}^N r(p) E[k(p, p)] + \mu_0 \sum_{p=1}^N \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N \sqrt{r(p)r(q)} E(k) \quad (IV.20)$$

IV.3.3. Application et exploitation

IV.3.3.1. Validation

Nous comparons les résultats du modèle développé à ceux calculés par la méthode des éléments finis. Pour cela, nous considérons un capteur, utilisé pour la détection des défauts en [19]. Ce capteur est une bobine formée de 328 spires, de diamètre interne de 1mm, de largeur de 0.75mm et de hauteur de 2mm. La figure (IV.11) montre le modèle et les caractéristiques géométriques ainsi que la forme des sections des spires.

Pour que le nombre de spires se déduise d'un produit entre les nombres radial et axial, nous devons réajuster le nombre à 330 spires dont le rayon de leur section est de $33.57\mu\text{m}$. Ce qui revient à prendre 11 spires suivant l'axe radial et 30 spires suivant z . Dans ces conditions, les spires de sections circulaires imposent une épaisseur du capteur de 0.744mm au lieu de 0.75mm .

Le modèle, développé, est exploité pour fournir l'impédance dans le cas des spires de section circulaire et rectangulaire. Le calcul par éléments finis est fait pour une bobine rectangulaire discrétisée en éléments triangulaires et suppose que le courant occupe tout le domaine d'une manière continue. Les différents résultats sont rassemblés dans le tableau IV.1.

Tableau IV.1. Calcul des composantes de l'impédance et comparaison avec les éléments finis

Types de sections	Section rectangulaire		Section circulaire	
Résistance et Inductance	$R(\Omega)$	$L(\mu\text{H})$	$R(\Omega)$	$L(\mu\text{H})$
MGEC	10.58	192.36	13.45	191.37
MEF	/	191.97	/	191.97
Erreur relative (%)	/	0.20	/	0.31

La méthode des éléments finis ne permet pas de calculer la résistance à vide car le mode d'excitation est en courant. On ne peut alors calculer par le code éléments finis que l'inductance et cette dernière sera comparée à celle issue du modèle de MGEC.

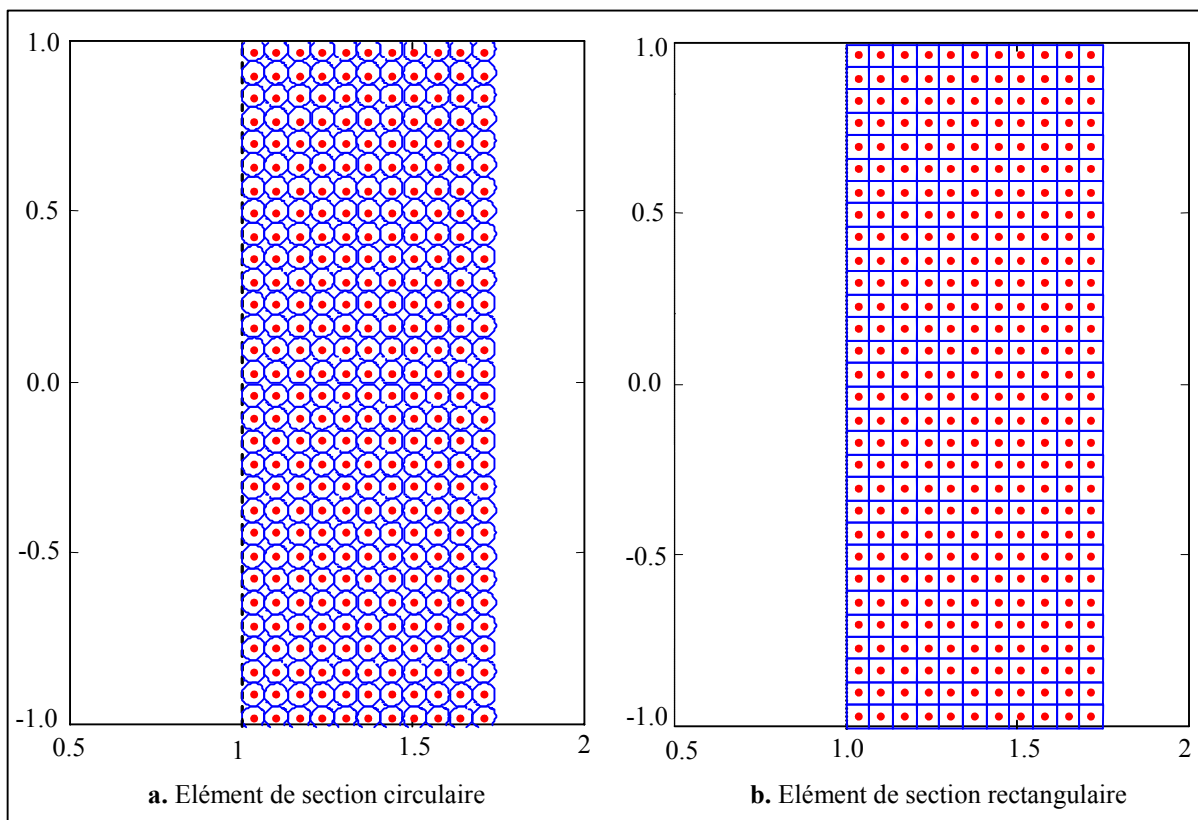


Figure IV.11. Discretisation de la section de la bobine.

La concordance des résultats entre le modèle «MGEC» et les éléments finis est acceptable. Elle est beaucoup plus satisfaisante dans le cas de spires de sections rectangulaires. C'est évident car dans ce cas les deux méthodes de calcul ont la même hypothèse en ce qui concerne la continuité du domaine de la section de la bobine. En pratique, c'est les spires de sections circulaires qui sont considérées.

IV.3.3.2. Inductance d'une bobine en fonction du nombre de spires

Considérons une bobine dont la section est fixée à 1.47mm^2 . Dans cette section nous faisons varier le nombre de spires. L'augmentation de ce nombre fait diminuer la section de ces spires. Le calcul de l'inductance correspondant à ces nombres est donné par la figure IV.12. On constate que le nombre de spires a un effet parabolique sur l'inductance de la bobine.

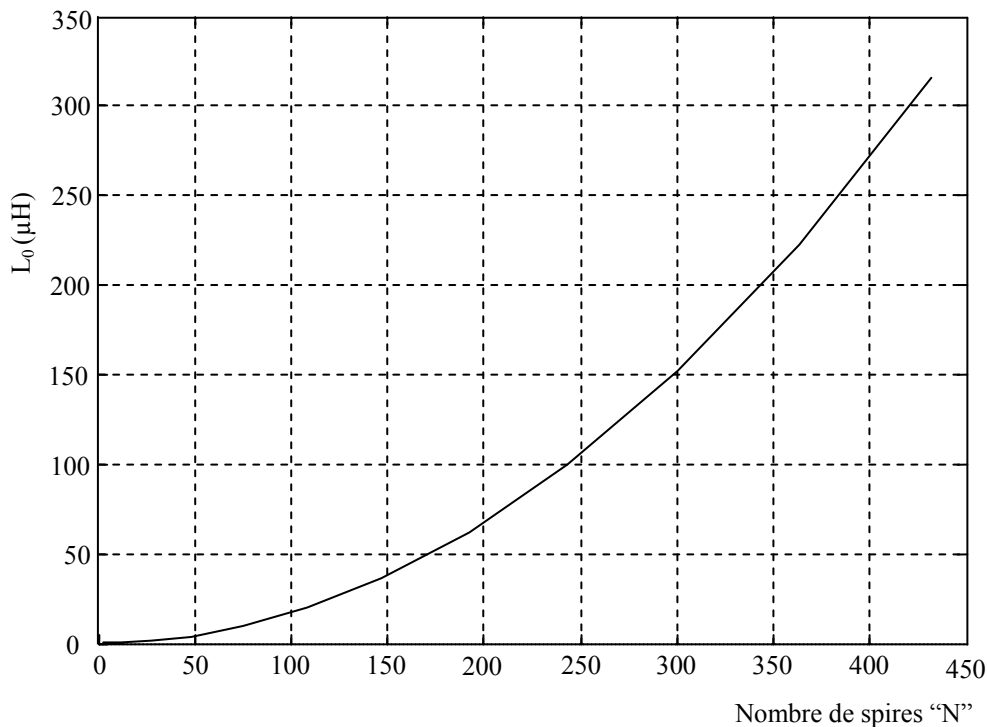


Figure IV.12. Inductance en fonction du nombre de spires

En effet, si dans l'expression (IV.20) nous arrondissons les rayons élémentaires au rayon moyen de la bobine, l'inductance peut-être approchée par l'expression suivante :

$$L_0 \cong N^2 \mu_0 r_{\text{moy}} E(k_{\text{moy}}) \quad (\text{IV.21})$$

L'expression approchée (IV.21) montre bien que l'inductance est proportionnelle au carré du nombre de spires. Ce tracé est paramétré par la valeur de la section des spires. Pour éliminer ce paramètre, nous proposons d'utiliser, comme variable, le rapport entre le nombre de spires et leurs sections. Cette nouvelle fonction aboutie au tracé de la figure IV.13. Elle montre que l'inductance est proportionnelle à ce rapport.

Pour justifier ce résultat, nous exploitons l'expression approximée (IV.21). Pour cela, si on note par Ω la section de la bobine et $d\Omega$ celle des spires, le nombre d'éléments peut s'écrire par $N=\Omega/d\Omega$. En introduisant cette relation dans l'expression (IV.21) approximé de l'inductance, cette dernière devient :

$$L_0 \cong \left(\frac{N}{d\Omega} \right) \Omega \mu_0 r_{moy} E(k_{moy}) \quad (IV.22)$$

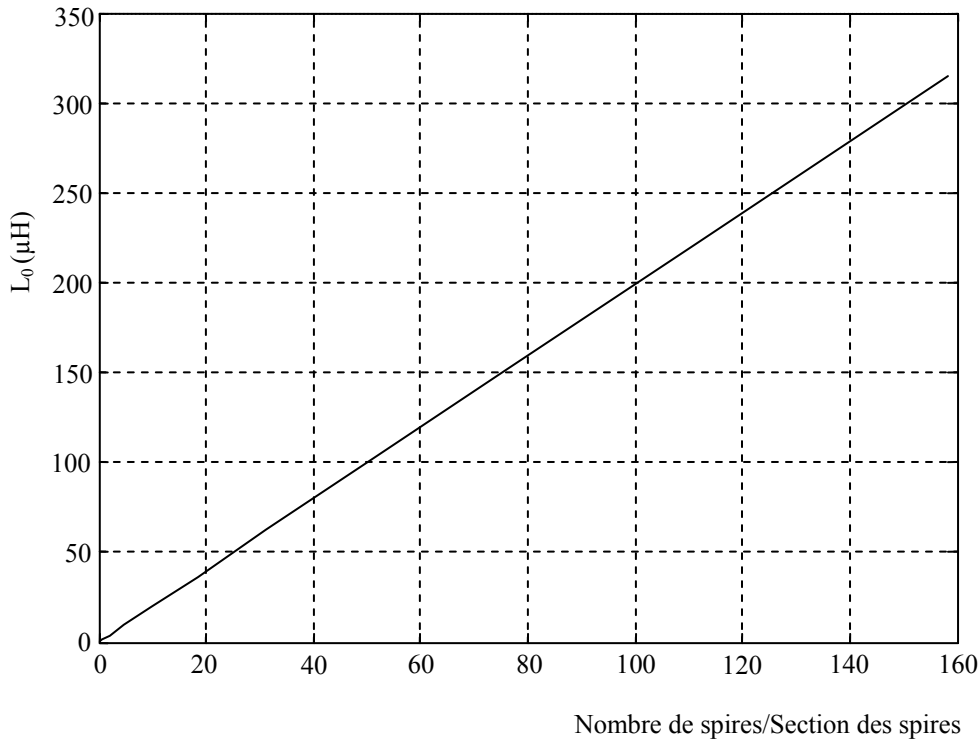


Figure IV.13. Inductance en fonction du rapport (nombre/section) de la spire

IV.3.3.3. Effet de l'inductance propre élémentaire sur l'impédance d'une bobine

Nous avons vu précédemment (cf. sp.IV.2.4.2, p.76), que la taille de la section de la spire ainsi que le rayon de cette dernière, influe considérablement sur l'inductance propre élémentaire. D'après les figure (IV.6) et (IV.7), nous remarquons que l'effet électromagnétique d'un élément sur lui-même est très important quand la section de ces éléments est faible et quand son rayon est grand. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'étudier leur effet sur l'impédance totale d'une bobine mais leur impact en fonction du nombre de spires qui constituent la bobine.

Pour mettre en évidence l'effet de ce phénomène élémentaire, en fonction du nombre de spires, sur l'impédance totale d'une bobine, nous traiterons deux types de bobines. La première est la précédente, la deuxième est formée de 70 spires de rayon intérieur de 7.75mm de section identique à la précédente. Cette bobine est utilisée en [16] pour réaliser un capteur différentiel et qui fera l'objet du chapitre qui suit. Dans les deux cas, nous calculons l'inductance, d'une part, en tenant compte de l'inductance propre élémentaire et d'une autre part, sans tenir compte de cet effet. Les résultats de

comparaison sont montrés sur le tableau IV.2. Analytiquement, il s'agit de comparer l'inductance réelle donnée par l'expression (IV.20) à celle issue des effets mutuels. Cette dernière se déduit de (IV.20) et s'exprime par :

$$M_0 = \mu_0 \sum_{p=1}^N \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N \sqrt{r(p)r(q)} E(k) \quad (\text{IV.23})$$

Tableau IV.2. Comparaison entre l'inductance réelle et celles des mutuelles pour deux types de bobines

Types de bobines	Bobine 1	Bobine 2
$L_0 (\mu\text{H})$	191.13	133.01
$M_0 (\mu\text{H})$	188.69	129.24
Erreur absolue	2.440	3.770
Erreur relative (%)	1.277	2.834

Nous mettons en évidence que certaines méthodes [19], qui ne prennent pas en compte cet effet, engendrent une erreur, qui dépend des caractéristiques géométriques de la bobine. Dans le cas de la bobine 2, l'erreur est plus grande. A ce stade, en exploitant la figure IV.6, nous pouvons dire que cela est dû au fait que cette bobine ait un rayon moyen très grand devant celui de la bobine 1.

Du fait que ces deux bobines aient la même section globale (1.5mm^2) et que leurs spires élémentaires ont des sections différentes ainsi leur rayon moyen, la conclusion sur l'effet propre est difficile à réaliser. Pour l'étudier efficacement, nous calculons l'inductance totale de la bobine en fonction du nombre de spires. La géométrie est choisie de telle sorte à avoir un nombre de spires axial multiple de celui des spires radiales. Dans ce cas, la taille de la bobine est proche de celle de la figure IV.11.a, avec une hauteur de 2.1mm et une largeur de 0.70mm qui donne la section de 1.47mm^2 .

La figure IV.14 exprime l'erreur, engendrée dans le cas où l'effet élémentaire propre est négligé. L'erreur est de l'ordre de 60% pour 3 spires formant la bobine de section 1.47mm^2 . Cette erreur diminue au fur et à mesure que nous augmentons le nombre de spires. Ce résultat est expliqué par le fait que, si la bobine était formée d'une seule spire où l'effet mutuel n'existe pas, l'erreur serait de 100%. Quand le nombre de spires devient important, l'effet mutuel augmente et l'emporte devant l'effet propre. En effet, le nombre d'effet propre est N alors que celui des effets mutuels est une combinaison de 2 parmi N ; soit $C_2^N = N!/(N-2)!$.

Si nous augmentons le nombre de spires tout en gardant constante la section de la bobine, le rayon de la section des spires diminue. Dans ces conditions, en se référant aux résultats exprimés par la figure IV.7, l'inductance sans les effets propres, qui se réduit aux mutuelles, doit augmenter. C'est ce que confirme la figure IV.15 qui exprime l'erreur commise à défaut de l'effet propre.

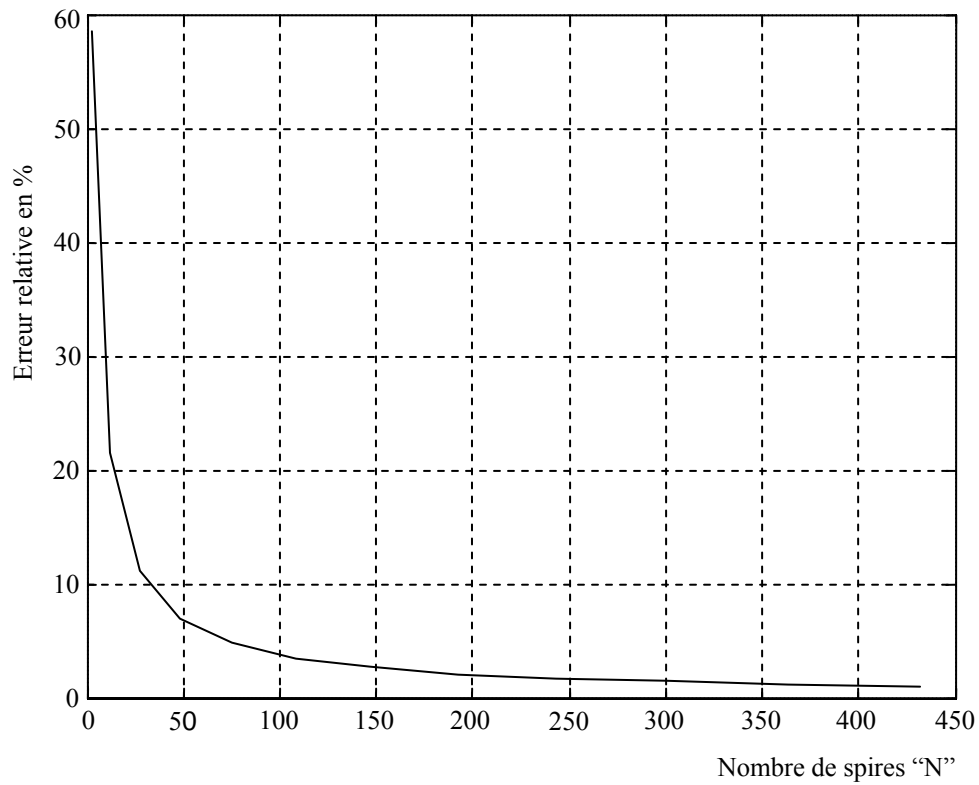


Figure IV.14. Erreur engendrée à défaut de l'effet propre élémentaire en fonction du nombre de spires

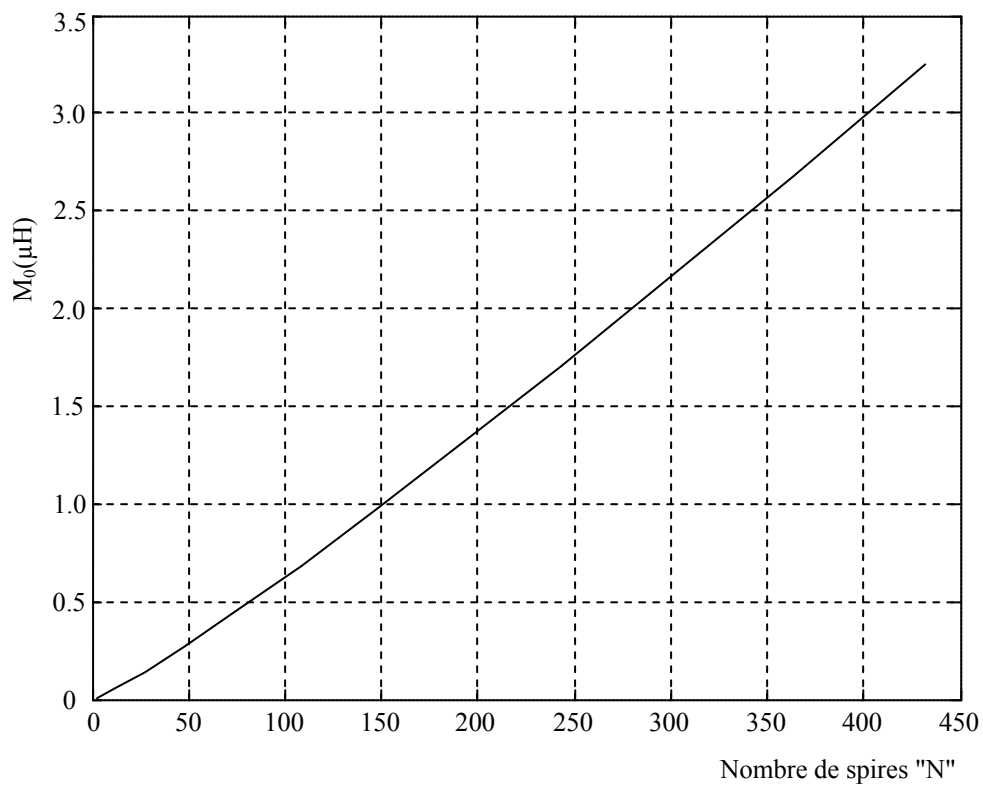


Figure IV.15. Inductance sans effets propres élémentaires en fonction du nombre de spires.

IV.4. Capteur en présence d'un matériau conducteur

IV.4.1. Modèle des circuits électriques couplés

IV.4.1.1 Définition des paramètres et grandeurs du domaine d'étude

La décomposition des domaines de la figure (III.5) en éléments permet d'obtenir la figure (IV.16). Le domaine Ω_S représente la section de la coupe de la bobine du capteur. Il est constitué « N_S » éléments circulaires représentant les spires élémentaires disposées en séries. Le matériau conducteur de domaine Ω_C est décomposé en « N_C » éléments rectangulaires. Il représente une répartition continue de spires disposées en parallèles. Le capteur est de conductivité σ_S constante. Le matériau est de conductivité σ_C éventuellement variable.

Dans certains cas la visualisation de la répartition des courants d'excitation et induits est nécessaire. Avant donc d'établir l'expression discrétisée de l'impédance, nous calculons d'abord le courant d'excitation et les courants de Foucault.

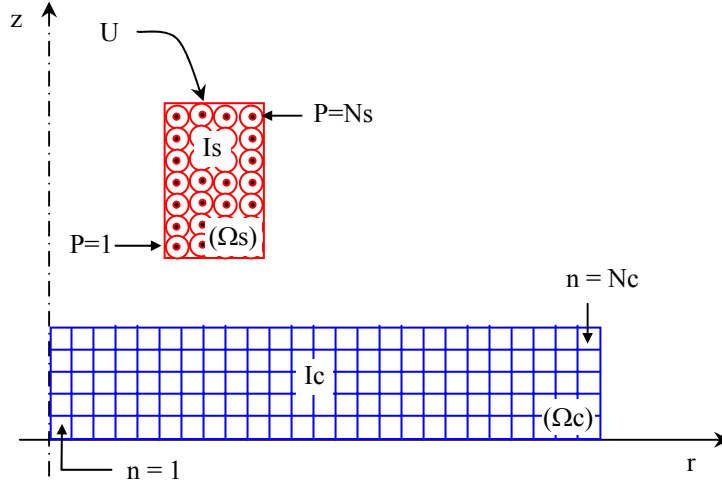


Figure IV.16. Capteur en présence d'un matériau à contrôler

IV.4.1.2. Equations couplées dans le capteur (source)

Pour établir les équations du couplage des circuits électriques dans le capteur, nous discrétisons l'équation intégrale (III.23) du chapitre précédent selon la figure IV.16.

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma_S s_S(p)} I_S(p) + j\mu_0 \omega r(p) \left(\sum_{i=1}^{N_S} G_{SS}(p, i) I_S(i) + \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p, j) I_C(j) \right) = u(p) \quad (IV.24)$$

$G_{SS}(p, i)$ est une fonction des coordonnées des points « p » et « i » de la source. $G_{CS}(p, j)$ est une fonction des coordonnées des points « p » et « j » appartenant respectivement à la source et à la charge. Ces deux fonctions ont la même forme que celle donnée en (III.6.a).

En tenant compte du fait que les spires sont en séries dont la tension totale appliquée est U et traversées par un courant I_S , telle que :

$$\begin{cases} U = \sum_{p=1}^{N_S} u(p) \\ I_S = I_S(1) = \dots = I_S(p) = \dots = I_S(N_S) \end{cases} \quad \begin{matrix} (a) \\ (b) \end{matrix} \quad (IV.25)$$

Nous obtenons l'équation à résoudre suivante :

$$\left(\frac{2\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{N_S} \frac{r(p)}{s_S(p)} + j\mu_0\omega \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{i=1}^{N_S} G_{SS}(p,i) \right) I_S + j\mu_0\omega r(p) \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p,j) I_C(j) = U \quad (IV.26)$$

C'est une équation à (1+Nc) inconnues. Il reste à formuler Nc équations qui seront obtenues en discrétisant le domaine de la charge à Nc spires élémentaires.

IV.4.1.3. Equations couplées dans le matériau (charge)

Nous reprendrons l'équation (III.25). Nous décomposons le domaine d'étude de la même manière que précédemment, nous obtenons :

$$\frac{2\pi I_C(q)}{\sigma_C(q)s_C(q)} + j\mu_0\omega \sum_{j=1}^{N_C} G_{CC}(q,j) I_C(j) + j\mu_0\omega I_S \sum_{i=1}^{N_S} G_{SC}(q,i) = 0 \quad \forall q = \overline{1, N_C} \quad (IV.27)$$

$G_{CC}(q,j)$ est une fonction des coordonnées des spires élémentaires liées à la charge et $G_{SC}(q,i)$ est fonction des coordonnées relatives entre le source et la charge.

IV.4.1.4. En résumé

Les Nc équations de (IV.31) expriment le phénomène inductif des courants de Foucault dans le matériau à contrôler. Ces Nc équations à (1+Nc) inconnues s'associe avec l'équation (IV.26), pour donner un système de (1+Nc) équations couplées à 1+Nc inconnues. Ces inconnues forment l'ensemble des courants de Foucault et le courant d'excitation I_S . L'association des équations (IV.26) et (IV.27) exprime le couplage électromagnétique entre les différents points du domaine conducteur. En exploitant le résultat du capteur à vide, autrement dit, en faisant apparaître l'impédance à vide donnée par (IV.18) dans l'équation (IV.26), le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} Z_0 I_S + j\mu_0\omega \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p,j) I_C(j) = U \\ j I_S \sum_{i=1}^{N_S} G_{SC}(q,i) + \frac{2\pi I_C(q)}{\mu_0\omega \sigma_C(q)s_C(q)} + j \sum_{j=1}^{N_C} G_{CC}(q,j) I_C(j) = 0 \quad \forall q = \overline{1, N_C} \end{cases} \quad \begin{matrix} (a) \\ (b) \end{matrix} \quad (IV.28)$$

Les entrées du problème sont : la tension U appliquée au capteur et les caractéristiques géométriques et électromagnétiques du dispositif de contrôle. Les sorties sont : l'intensité du courant d'excitation I_S et les « Nc » intensités des courants de Foucault dans la charge.

IV.4.1.5. Impédance du système capteur-pièce

Ayant résolu le système d'équations (IV.28), nous déduisons aisément la variation ΔZ de l'impédance due à la présence d'une pièce au voisinage du capteur.

$$\Delta Z = Z - Z_0 = j \frac{\mu_0 \omega}{I_S} \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p, j) I_C(j) \quad (IV.29)$$

Sachant que les courants d'excitation et induits sont des valeurs complexes, nous en déduisons la variation de la résistance et celle de la réactance du système comme suit :

$$\begin{cases} \Delta R = -\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p, j) \operatorname{Im}\left(\frac{I_C(j)}{I_S}\right) & (a) \\ \Delta X = \mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p, j) \operatorname{Re}l\left(\frac{I_C(j)}{I_S}\right) & (b) \end{cases} \quad (IV.30)$$

IV.4.1.6. Cas de l'excitation en courant

Dans le raisonnement précédent (excitation en tension), l'origine des phases étant la tension d'alimentation. Autrement dit, la tension U est réelle et constante. Par contre le courant d'excitation est complexe et dépend des courants de Foucault. Dans le cas actuel, on s'intéresse au cas contraire où le courant d'excitation est pris comme origine des phases, considéré constant et imposé, noté I_0 . Dans ce cas, c'est la tension d'alimentation qui dépend des courants de Foucault. Le problème se réduit alors au calcul simultané de l'impédance différentielle et des courants de Foucault. Ces derniers sont regroupés dans le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \Delta Z = \frac{j\mu_0 \omega}{I_0} \sum_{p=1}^{N_S} \sum_{j=1}^{N_C} r(p) G_{CS}(p, j) I_C(j) & (a) \\ \frac{2\pi I_C(q)}{\mu_0 \omega \sigma_C(q) s_S(q)} + j \sum_{j=1}^{N_C} G_{CC}(q, j) I_C(j) = -j I_0 \sum_{i=1}^{N_S} G_{SC}(q, i) \quad \forall q = \overline{1, N_C} & (b) \end{cases} \quad (IV.31)$$

Les variations de la résistance et de la réactance se déduisent des parties réelle et imaginaire des courants de Foucault, telles que :

$$\begin{cases} \Delta R = -\frac{\mu_0 \omega}{I_0} \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p, j) \operatorname{Im}(I_C(j)) & (a) \\ \Delta X = \frac{\mu_0 \omega}{I_0} \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{j=1}^{N_C} G_{CS}(p, j) \operatorname{Re}l(I_C(j)) & (b) \end{cases} \quad (IV.32)$$

IV.4.2. Modèle des champs électriques couplés

Le problème consiste à exprimer le phénomène en fonction du champ électrique. L'utilité du changement de la variable d'état réside dans le type de problème électromagnétique à traiter. Dans le

cas de haute fréquence et des circuits de résonance [17] où le problème nécessite la détermination simultanée des effets inductifs et capacitifs, la grandeur d'état comme champ électrique est mieux adaptée.

IV.4.2.1. Système d'équations matricielles

Ce modèle ne nécessite pas un développement détaillé car, à travers la loi d'Ohm (II.2), le modèle, des circuits électriques, lui est équivalent. Dans ces conditions, le système d'équations matricielles (IV.32) se réécrit en fonction du champ électrique lié aux courants de Foucault comme suit :

$$\begin{cases} Z_0 I_s + j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_c} r(p) \sigma_c(j) s_c(j) G_{cs}(p, j) E_c(j) = U & (a) \\ j I_s \sum_{i=1}^{N_s} G_{sc}(q, i) + \frac{2\pi E_c(q)}{\mu_0 \omega} + j \sum_{j=1}^{N_c} \sigma_c(q) s_c(q) G_{cc}(q, j) E_c(j) = 0 \quad \forall q = \overline{1, N_c} & (b) \end{cases} \quad (IV.33)$$

Les entrées du problème sont la tension U appliquée au capteur et les caractéristiques géométriques et électromagnétiques du dispositif de contrôle. Les sorties sont l'intensité du courant d'excitation I_s et les « N_c » champs électriques dans la charge.

IV.4.2.2. Impédance différentielle en fonction du champ électrique

Une fois déterminer les inconnues à travers la résolution du système (IV.33), nous procédons au calcul de l'impédance différentielle due à la présence d'un matériau.

$$\Delta Z = \frac{j\mu_0 \omega}{I_s} \sum_{p=1}^{N_s} r(p) \sum_{j=1}^{N_c} \sigma_c(j) s_c(j) G_{cs}(p, j) E_c(j) \quad (IV.34)$$

Dans le cas de l'excitation en courant où le courant de la source est imposé et pris comme origine des phases, le calcul se réduit à la résolution de l'équation matricielle (IV.33.b) et à la déduction directe de la variation de l'impédance. Les parties réelle et imaginaire de la l'impédance différentielle sont liées aux parties inverses du champ électrique dans la charge.

Comparée à l'expression de l'impédance (IV.29), issue des circuits électriques couplés, l'expression (IV.34) est plus complexe. Elle est une fonction explicite des caractéristiques électriques et géométriques de la charge, de la géométrie relative entre la charge et le capteur et du champ électrique induit ; tout en sachant que ce dernier dépendait de la conductivité électrique.

IV.4.3. Modèle des potentiels magnétiques couplés

IV.4.3.1. Discrétisation et équations des potentiels magnétiques vecteurs couplés

La spire « p » de la bobine subit l'influence électromagnétique des spires « i » du même domaine et des spires « j » parcourues par les courants de Foucault. La forme des éléments issus de la discrétisation est montrée en figure IV.16. La discrétisation de l'équation intégrale (III.39) et en tenant

compte de l'uniformité du courant d'excitation (IV.25.b), nous aboutissons à l'équation matricielle suivante :

$$A_s(p) = \frac{\mu_0 I_s}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_s} G_{ss}(p, i) - \frac{j\mu_0 \omega}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_c} \sigma_c(j) S_c(j) G_{cs}(p, j) A_c(j) ; p = \overline{1, N_s} \quad (IV.35)$$

C'est une équation qui comporte comme inconnues N_s potentiels sources et N_c potentiels induits. Nous ne nous intéressons pas particulièrement aux potentiels magnétiques dans la source car le but visé est la variation de l'impédance à ses bornes. Par contre, la connaissance de la répartition des potentiels induits est nécessaire pour établir l'image de l'état structural du matériau.

Pour calculer ces potentiels, nous discrétisons l'équation intégrale (III.40) relativement à la figure IV.16. Ce qui nous, permet d'atteindre l'équation matricielle ci-dessous :

$$\frac{2\pi}{\mu_0} A_c(q) + j\omega \sum_{j=1}^{N_c} G_{cc}(q, j) \sigma_c(j) S_c(j) A_c(j) - I_s \sum_{i=1}^{N_s} G_{sc}(q, i) = 0 ; q = \overline{1, N_c} \quad (IV.36)$$

C'est une équation matricielle de rang ($N_c \times N_c$) dont les inconnues sont les N_c potentiels magnétiques vecteurs dans le matériau.

IV.4.3.2. Expression de la tension appliquée au capteur

La forme intégrale de la tension appliquée au capteur est formulée sous forme d'une équation intégrale (III.43) au chapitre précédent. Sa discrétisation relativement à la figure IV.16 nous permet d'écrire :

$$U = I_s \sum_{p=1}^{N_s} r(p) \left(\frac{2\pi}{\sigma_s S_s} + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_s} G_{ss}(p, q) \right) + \mu_0 \omega^2 \sum_{p=1}^{N_s} r(p) \sum_{j=1}^{N_c} \sigma_c(j) s_c(j) G_{cs}(p, j) A_c(j) \quad (IV.37)$$

La résolution simultanée de l'équation matricielle (IV.36) et de (IV.37), nous permet de connaître le courant source et les potentiels magnétiques vecteurs induits dans le matériau.

IV.4.3.3. Expression de l'impédance différentielle

La discrétisation de l'équation (III.45) ou encore à travers l'expression de la tension totale (IV.37) nous déduisons la variation de l'impédance, telle que :

$$\Delta Z = \frac{\mu_0 \omega^2}{I_s} \sum_{p=1}^{N_s} r(p) \sum_{j=1}^{N_c} \sigma_c(j) s_c(j) G_{cs}(p, j) A_c(j) \quad (III.38)$$

Pour extraire la variation de la résistance (ΔR) et la variation de la réactance (ΔX) de l'expression (III.42), nous remplaçons dans cette dernière le potentiel magnétique vecteur par ses parties imaginaire et réelle, telles que :

$$A_c(n) = A_c^0(n) + jA_c^{-90}(n) \quad (III.39)$$

De ce fait, la décomposition de l'expression (IV.38) conduit à :

$$\begin{cases} \Delta R = \frac{\mu_0 \omega^2}{I_S} \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{i=1}^{N_C} \sigma_C(i) s_C(i) G_{CS}(p, i) A_C^0(i) & (a) \\ \Delta X = \frac{\mu_0 \omega^2}{I_0} \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{i=1}^{N_C} \sigma_C(i) s_C(i) G_{CS}(p, i) A_C^{-90}(i) & (b) \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

Pour atteindre le calcul de l'impédance, il faut d'abord résoudre les équations couplées (IV.37) et (IV.38) dont la donnée électrique est la tension d'alimentation. Il s'agit de l'excitation en tension. Une fois le courant d'excitation et les potentiels induits sont calculés, nous déduisons la variation de l'impédance.

IV.4.3.4. Cas de l'excitation en courant

Comme dans la section (IV.4.1.6) où le courant d'excitation, noté I_0 , est de valeur efficace constante et imposée, le problème se réduit, dans son calcul, à la variation de l'impédance couplée aux potentiels magnétiques induits dans le matériau.

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{\mu_0} A_C(q) + j\omega \sum_{j=1}^{N_C} G_{CC}(q, j) \sigma_C(j) S_C(j) A_C(j) = I_0 \sum_{i=1}^{N_S} G_{SC}(q, i) = 0; \quad q = \overline{1, N_C} \\ \Delta Z = \frac{\mu_0 \omega^2}{I_0} \sum_{p=1}^{N_S} r(p) \sum_{i=1}^{N_C} \sigma_C(i) s_C(i) G_{CS}(p, i) A_C(i) \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

Le temps d'exécution des calculs sera plus court car le nombre d'inconnues est réduit.

IV.5. Application à la détection et à la caractérisation des matériaux et des défauts

Pour valider le modèle, nous présentons d'abord les résultats de comparaison dans le cas d'une pièce saine et ensuite ceux d'une plaque présentant un trou dont l'axe est confondu avec celui de la bobine du capteur. Le cas étudié est axisymétrique. La distribution des courants induits peut être approchée par des spires circulaires dont l'axe de révolution est celui du capteur. Nous avons comparé nos résultats à ceux mesurés [4] [19] et à ceux obtenus par un code aux éléments finis pour les trois fréquences standard d'excitation (100kHz, 240kHz, 500kHz) utilisées en Contrôle Non destructif par courant de Foucault.

En plus des calculs des variations de l'impédance dues, d'une part, à la présence d'une pièce sans défaut et d'autre part, à la présence de défauts dans ces pièces, nous exploitons le modèle pour exposer les lignes iso valeurs du potentiel magnétique vecteur, simuler la détection des défauts dans des tubes longs par un capteur en mouvement et étudier l'influence des caractéristiques géométriques et électriques d'une plaque.

IV.5.1. Dispositifs de configuration pancake

IV.5.1.1. Description du dispositif

Le capteur est une bobine, précédemment décrite dans le paragraphe (IV.3.3.1.), dont l'axe est normal à la plaque. Cette dernière, d'épaisseur de 1.55mm, de conductivité de 1MS/m et de perméabilité relative de 1, est supposée avoir une longueur infinie [3], [19].

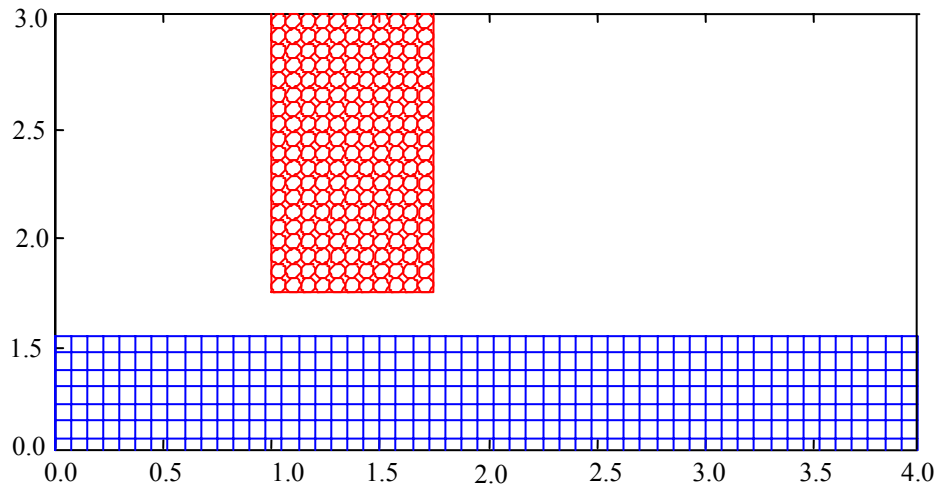


Figure IV.17. Exemple de maillage.

Le système étant à symétrie de révolution, le domaine de résolution se réduit à la moitié du dispositif. Pour les fréquences standard de contrôle [4], [5], [6] ; on admet que, du fait que l'épaisseur de peau dans le capteur est comparable au rayon de la section des spires, la distribution de la densité de courant dans les spires est uniforme. De même pour la plaque, l'épaisseur de peau est comparable à l'épaisseur de cette dernière, par conséquent la discrétisation dans celle-ci est régulière suivant les deux axes. La figure IV.17 montre un exemple du maillage effectué.

IV.5.1.2. Choix de la discrétisation

La discrétisation est la tâche finale de cette modélisation. Elle joue un rôle très important du fait que le nombre d'équations linéaires à résoudre est égal au nombre d'éléments de la discrétisation. Une discrétisation moins fine peut causer, à l'intérieur des éléments, une répartition non uniforme des grandeurs électromagnétiques. Une discrétisation plus fine engendrera un grand nombre d'équations à résoudre ; ce qui provoque des temps de calcul exorbitants. Dans ce contexte, le choix de la discrétisation sera déterminer à partir d'un calcul d'erreur entre une discrétisation et une autre plus fine. Une fois que l'erreur devient faible, discrétiser davantage engendrera un temps de calcul inutile.

L'étude de la discrétisation est menée sur le calcul des variations de résistances et de réactances dues à la présence d'une plaque sans défaut et cela pour les trois fréquences standard du CND-CF. Relativement à ces fréquences et à l'épaisseur de la plaque, la discrétisation est de type régulière.

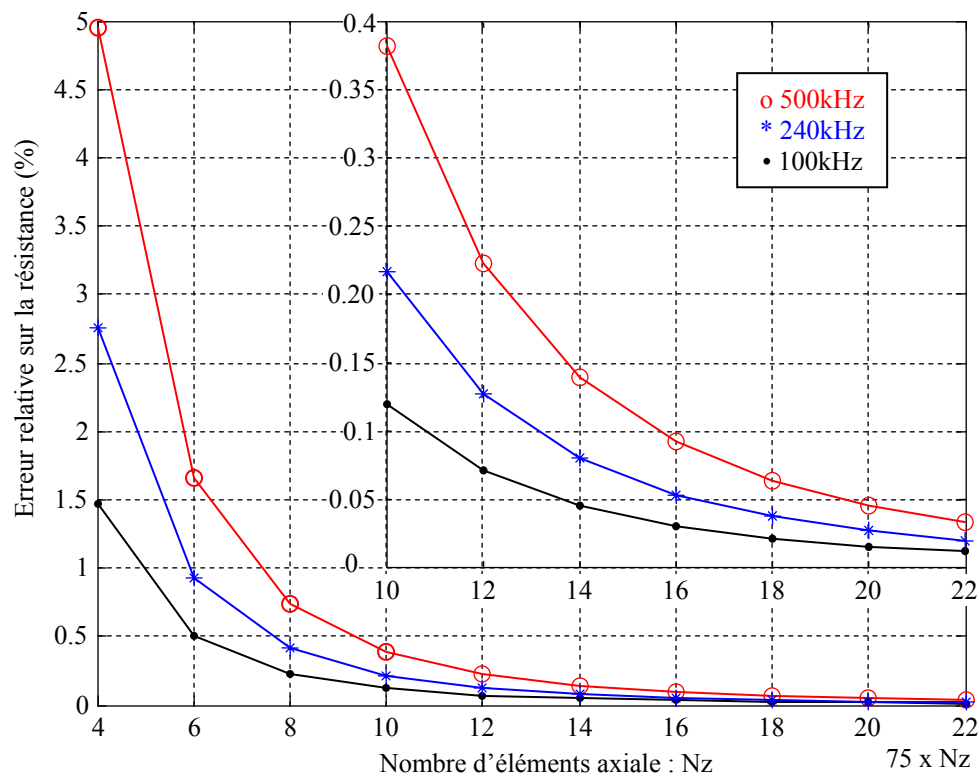


Figure IV.18. Evolution de la précision du calcul de la variation de la résistance en fonction de la discrétisation axiale.

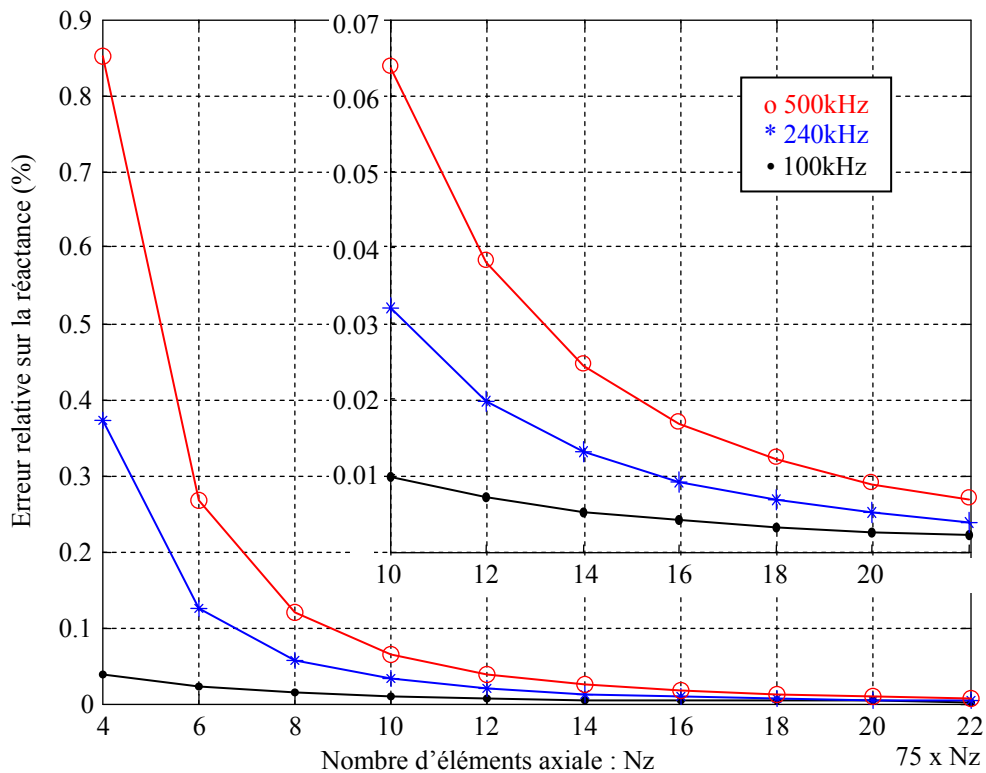


Figure IV.19. Evolution de la précision du calcul de la variation de la réactance en fonction de la discrétisation axiale.

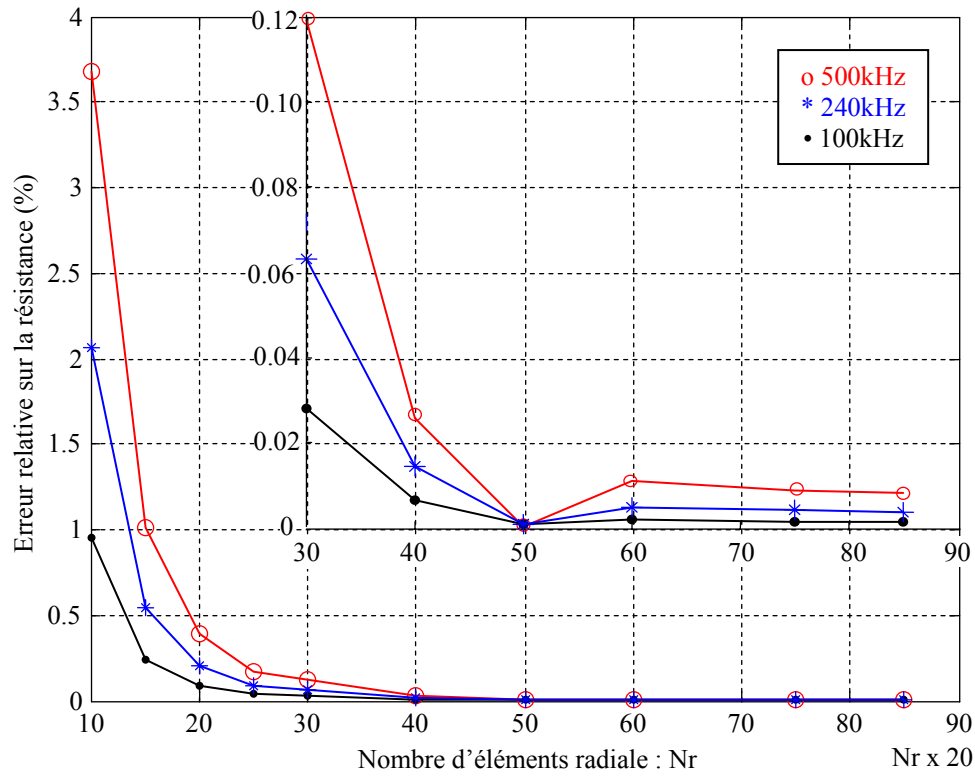


Figure IV.20. Evolution de la précision du calcul de la variation de la résistance en fonction de la discrétisation radiale.

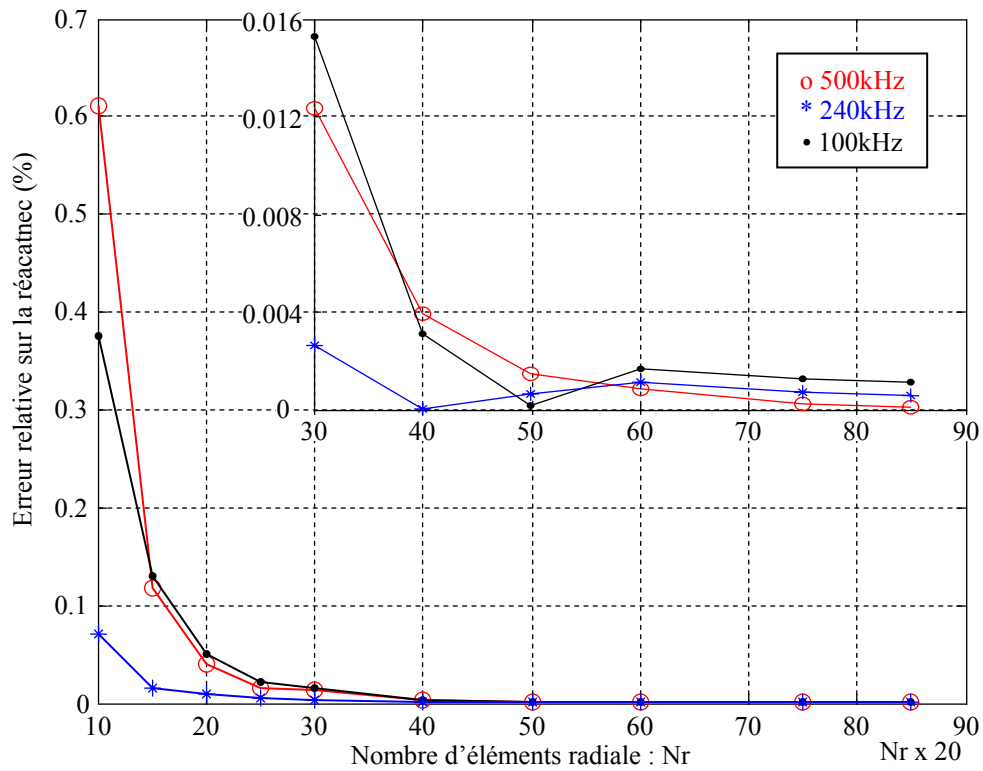


Figure IV.21. Evolution de la précision du calcul de la variation de la réactance en fonction de la discrétisation radiale.

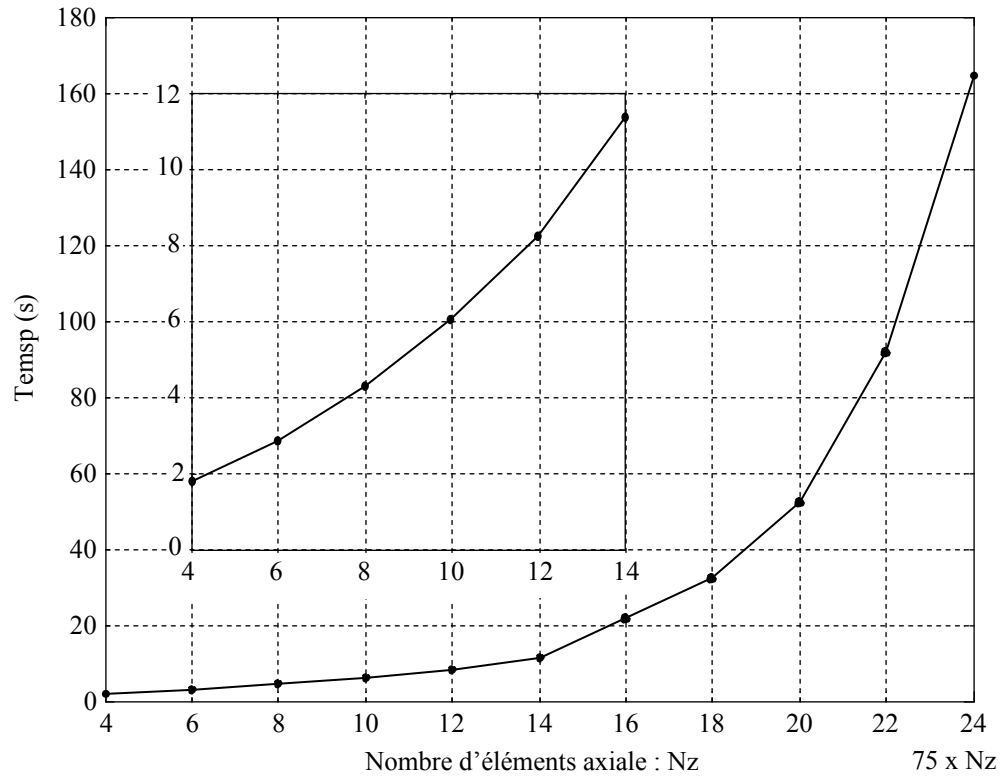


Figure IV.22. Temps de calcul en fonction de la discrétisation axiale de la pièce.

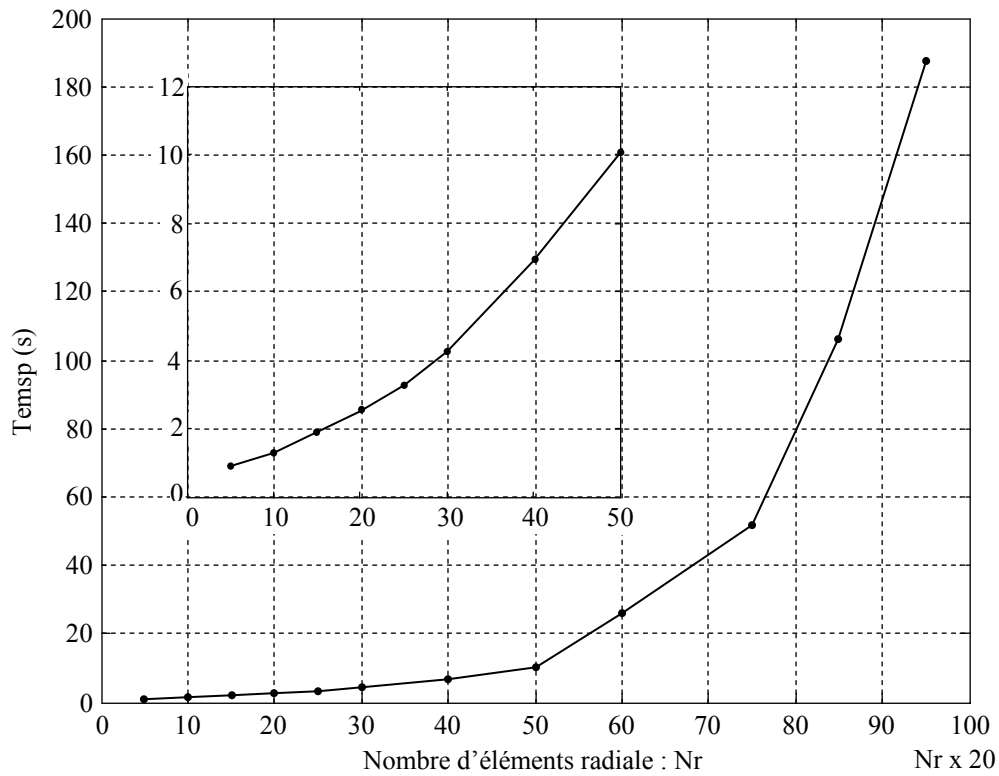


Figure IV.23. Temps de calcul en fonction de la discrétisation radiale de la pièce.

Dans chacun cas de fréquence étudiés, nous observons la décroissance de l'erreur relative en fonction du raffinement de la discrétisation que ce soit pour la variation de la résistance ou celle de la réactance. Pour le calcul de la variation de la résistance, à partir d'une discrétisation de 20×10 (Figures IV.18 et IV.20), l'erreur relative devient inférieure à 0.5%. A la même discrétisation, pour le calcul de la variation de la réactance (Figures IV.19 et IV.21), l'erreur est encore plus faible. Elle est inférieure à 0.1%. Au nombre d'éléments égale à 75×20 et pour toutes les fréquences, l'erreur des calculs des variations de la résistance et de la réactance sont respectivement inférieures à 0.04% et à 0.01%.

Les calculs ont été réalisés par un P4 de 256Mo de RAM et de 2.8GHZ de CPU. Pour chaque élément de la discrétisation axiale (Figures IV.18 et IV.19), correspond des temps de calcul montrés par la figure IV.22. De même, les temps de calcul correspondants aux éléments de la discrétisation radiale (Figures IV.20 et IV.21), sont montrés par la figure IV.23. A partir de la discrétisation (50×14), le temps de calcul augmente plus rapidement. Il est alors évident de trouver un compromis entre la précession et le temps des calculs.

IV.5.1.3. Matériau sans défauts et validation

Le tableau IV.3 montre la comparaison des résultats de la variation d'impédance issus du modèle proposé et de l'expérience. Le capteur est situé face à une pièce sans défaut avec un entrefer (lift-off) de 0.2mm (figure IV.24).

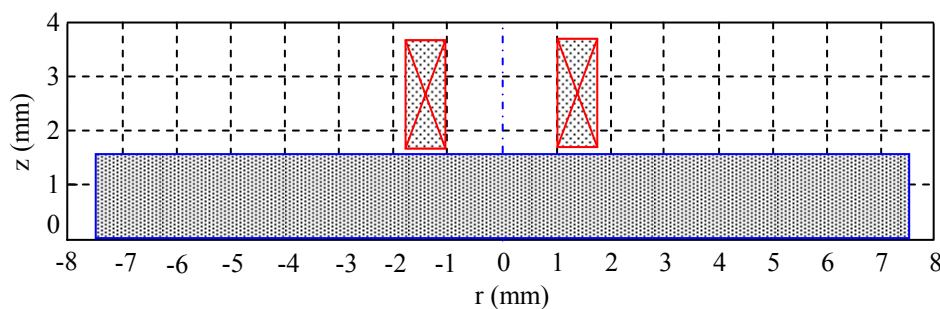


Figure IV.24. Plaque sans défaut.

Tableau IV.3. Comparaison avec l'expérience de ΔZ due à la présence d'une plaque conductrice.

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
Expérience : ΔZ (Ω)	4.36 – 3.13i	12.61 – 15.44i	28.11 – 47.35i
MGEC : ΔZ (Ω)	4.896 – 3.721i	14.007 – 17.386i	29.940 – 51.877i
Différences relatives (%)	12.972	10.731	8.152

Le tableau IV.4 expose la comparaison des résultats issus du même modèle à ceux obtenus par la méthode des éléments finis (FEM). La configuration géométrique ne diffère de la précédente que dans l'entrefer, dont la valeur est de 0.1mm.

Tableau IV.4. Comparaison avec MEF de ΔZ due à la présence d'une plaque conductrice.

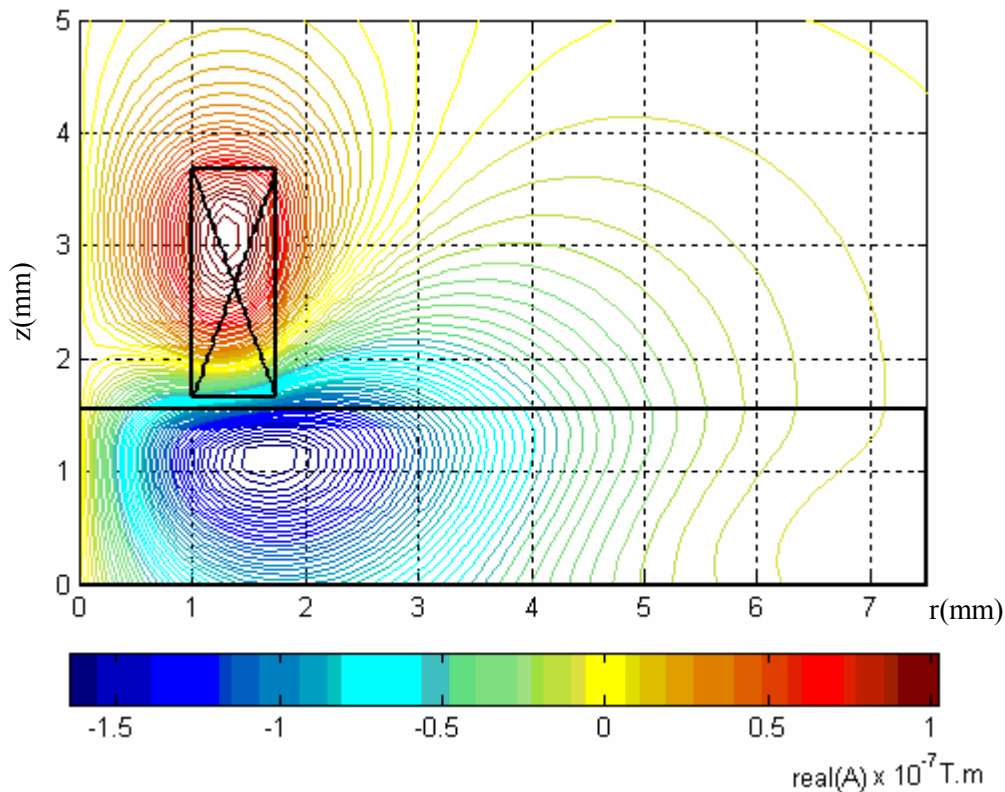
Fréquences : f (kHz)	100	240	500
EMF : ΔZ (Ω)	5.65 – 4.15i	16.89 – 19.95i	36.89 – 60.79i
MGEC : ΔZ (Ω) (REC)	5.67 – 4.13i	16.70 – 19.78i	36.39 – 60.15i
Différences relatives (%)	0.390	0.968	1.142

Dans le tableau IV.3., pour se rapprocher de l'expérience, le calcul de la variation d'impédance par le modèle proposé, considère que les spires du capteur sont de section circulaire. Par contre dans le tableau IV.4., le calcul est fait en supposant que les spires du capteur sont de section rectangulaire et cela dans le but de se rapprocher des hypothèses de la méthode des éléments finis. La comparaison des résultats montrée dans les deux tableaux est acceptable.

IV.5.1.4. Lignes iso valeurs du potentiel magnétique vecteur.

Pour une fréquence de 240kHz, nous montrons, dans les figures IV.25, IV.26 et IV.27, les lignes iso valeurs respectivement de la partie réelle, la partie imaginaire et du module du potentiel magnétique vecteur.

Le capteur est alimenté par une tension de 5V. L'intensité de courant source circulant dans les spires du capteur est de 18.37mA dont la densité est 5.145A/mm². Ces grandeurs électriques associées aux caractéristiques électromagnétiques et géométriques du dispositif engendrent une distribution du potentiel magnétique vecteur à l'intérieur et aux alentours des milieux conducteurs.

**Figure IV.25.** Lignes iso valeurs de la partie réelle du potentiel magnétique vecteur.

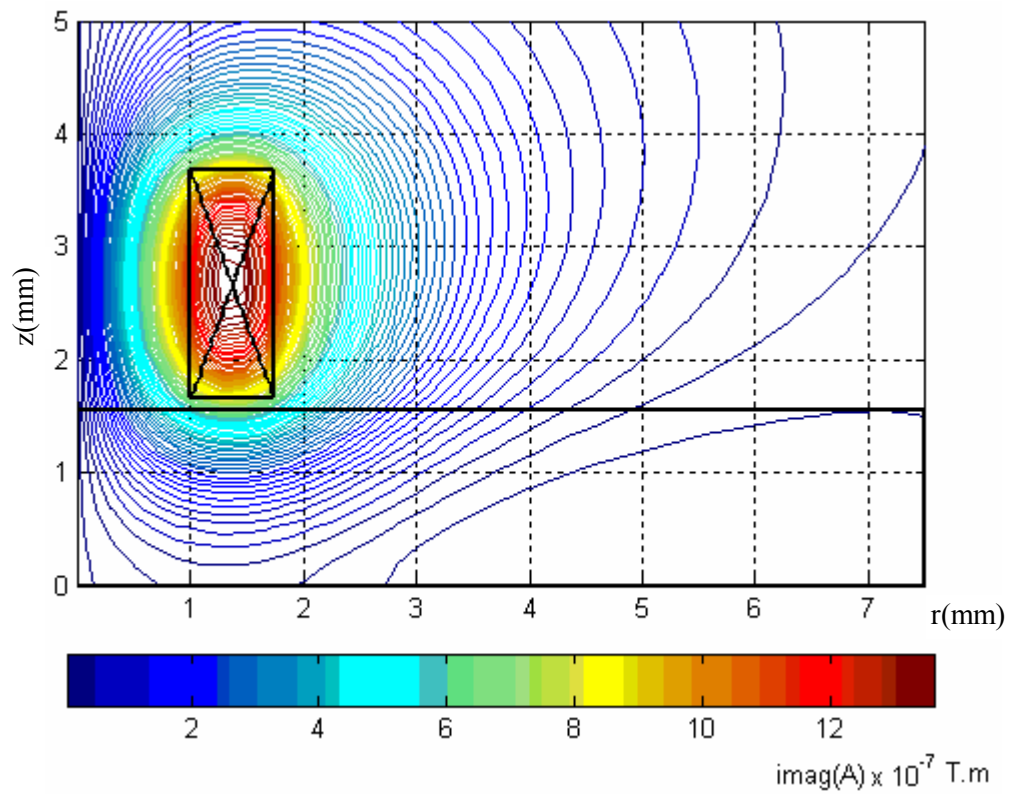


Figure IV.26. Lignes iso valeurs de la partie imaginaire du potentiel magnétique vecteur.

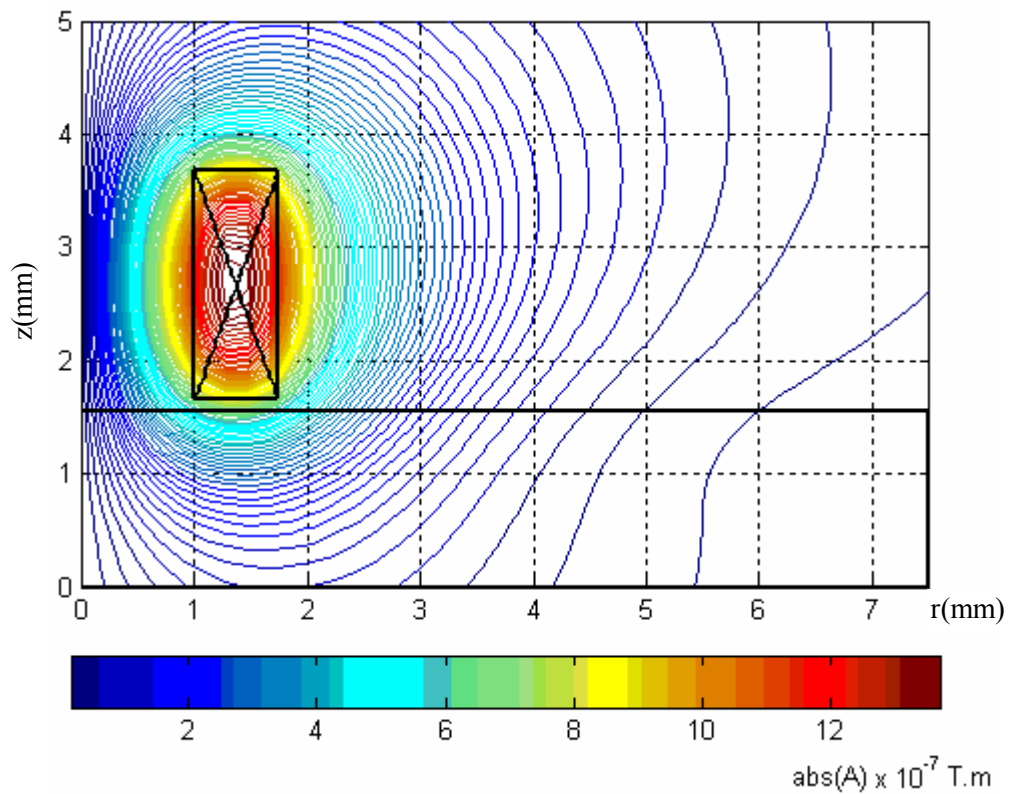


Figure IV.27. Lignes iso valeurs de l'amplitude du potentiel magnétique vecteur.

La comparaison des figures IV.25 et IV.26 montre que la composante réactive est dominante devant la composante active. Cette constatation est concrétisée par le tracé des lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur montré par la figure IV.27 dont la forme des lignes et leurs intensités ressemblent fortement aux résultats de la figure IV.26.

Nous notons aussi que la composante active, du potentiel magnétique vecteur, est positive au voisinage et à l'intérieur du capteur alors qu'elle est négative à l'intérieur de la pièce à contrôler et ces alentours.

IV.5.1.5. Matériau présentant des défauts et validation par la MEF

Les défauts peuvent se présenter sous forme d'un creux de formes aléatoires ou de la présence d'un corps étranger. Ces défauts peuvent être localisés soit à l'intérieur ou à la surface de la pièce et peuvent surgir soit au moment de la construction ou d'usure due au vieillissement ou d'un accident. Dans tous les cas, dans certains domaines comme le nucléaire et l'aérospatial, il est nécessaire de procéder au contrôle quotidien de ces pièces. Nous présentons les calculs de la variation d'impédance due à la présence de défauts circulaires dont l'axe est confondu avec celui du capteur. Nous considérons 04 exemples : un défaut sur la face supérieure montré en figure IV.28, sur la face inférieure en figure IV.29, un défaut débouchant en figure IV.30 et un défaut volumique en figure IV.31. Les résultats obtenus, pour un lift-off de 0.1mm, ont été comparés avec ceux de la méthode des éléments finis comme le montre les tableaux IV.5, IV.6, IV.7, IV.8. De nouveau un écart très faible est observé pour les trois fréquences utilisées.

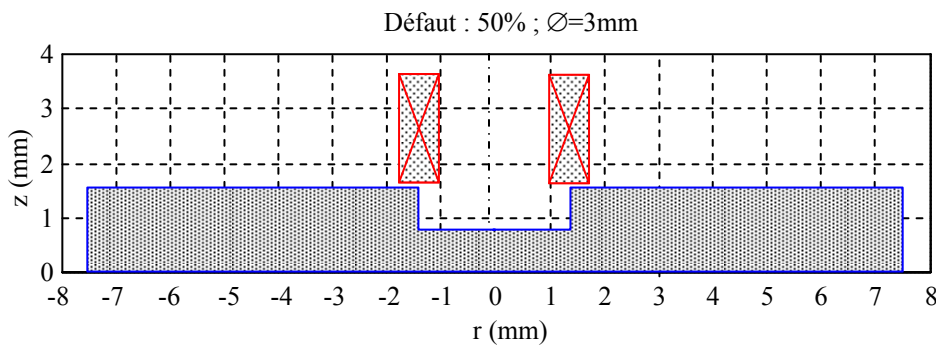


Figure IV.28. Pièce avec défaut sur la face supérieure.

Tableau IV.5. Comparaison avec EMF de ΔZ due à la présence d'un défaut sur la face supérieure de la plaque.

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
EMF : ΔZ (Ω)	-1.002 + 0.480i	-3.572 + 3.057i	-8.366 + 11.033i
MGEC : ΔZ (Ω)	-0.987 + 0.476i	-3.528 + 3.018i	-8.274 + 10.899i
Différences relatives (%)	1.349	1.242	1.175

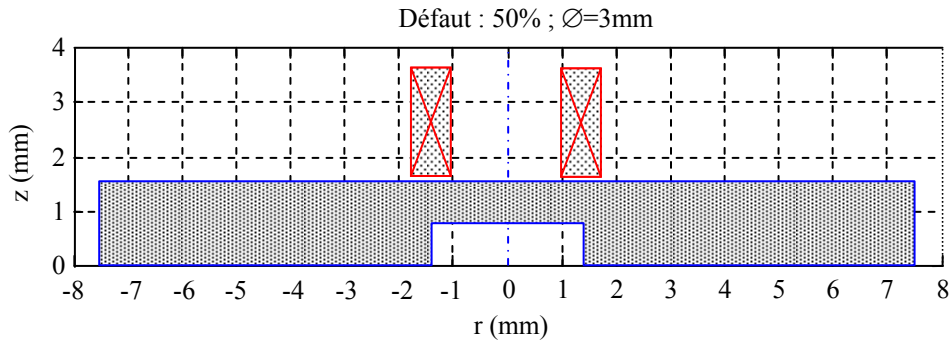


Figure IV.29. Pièce avec défaut sur la face inférieure.

Tableau IV.6. Comparaison avec EMF de ΔZ due à la présence d'un défaut sur la face inférieure de la plaque.

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
EMF : ΔZ (Ω)	$-0.088 + 0.158i$	$0.187 + 0.540i$	$0.970 + 0.239i$
MGEC : ΔZ (Ω)	$-0.086 + 0.157i$	$0.185 + 0.532i$	$0.958 + 0.236i$
Différences relatives (%)	1.325	1.368	1.177

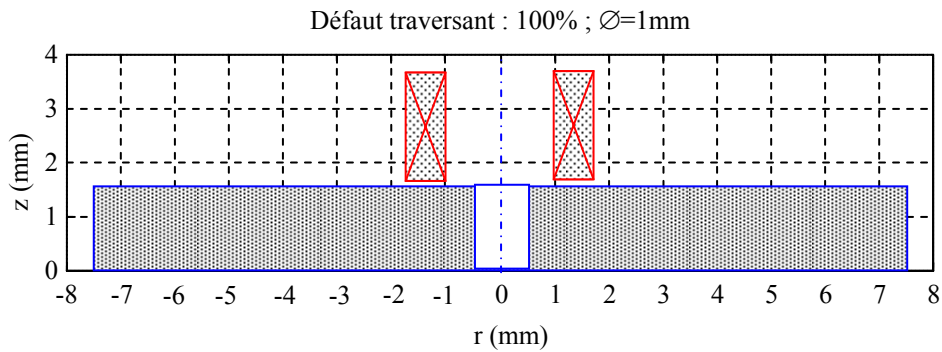


Figure IV.30. Pièce avec défaut débouchant.

Tableau IV.7. Pièce avec défaut traversant.

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
EMF : ΔZ (Ω)	$-0.0186 + 0.0129i$	$-0.0454 + 0.0735i$	$-0.0406 + 0.2073i$
MGEC : ΔZ (Ω)	$-0.0182 + 0.0125i$	$-0.0447 + 0.0720i$	$-0.0405 + 0.2038i$
Différences relatives (%)	2.494	1.900	1.666

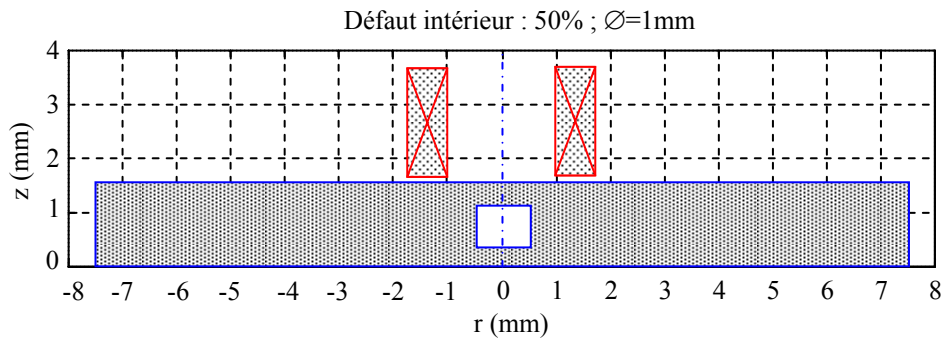


Figure IV.31. Pièce avec défaut volumique.

Tableau IV.8. Pièce avec défaut situé à l'intérieur de la pièce.

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
MGEC : ΔZ (Ω) (CIR)	- 0.00556 + 0.005753i	- 0.00373 + 0.0286i	0.0337 + 0.0508i
MGEC : ΔZ (Ω) (REC)	- 0.00567 + 0.005895i	- 0.00377 + 0.0293i	0.0345 + 0.0518i
Différences relatives (%)	2.238	2.263	2.046

La comparaison des résultats montre une bonne correspondance. Evidemment, le temps de calcul est plus réduit par rapport au traitement de pièces saines car l'introduction du défaut fait réduire le nombre d'éléments de la discrétisation et par conséquent le nombre d'équations à résoudre. Plus le défaut est de grande taille plus le temps de résolution est faible. Pour ces cas de présence de défaut, le temps de résolution est de l'ordre de 29 secondes pour un calcul effectué sur un P4 de 1G.o de RAM et de CPU 2.8GHz.

IV.5.1.6. Analyse des résultats de comparaison

Nous présentons, dans le tableau IV.9, la variation de l'impédance due à la présence d'une plaque sans défaut de la figure IV.24. Pour ces calculs, l'entrefer est de 0.2mm.

Tableau IV.9. L'impédance différentielle due à la présence d'une pièce sans défaut de la figure IV.24.

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
Expérience : ΔZ_{EXP} (Ω)	4.36 – 3.13i	12.61 – 15.44i	28.11 – 47.35i
MEF : ΔZ_{MEF} (Ω)	4.986 – 3.781i	14.199 – 17.591i	30.309 – 52.437i
MGEC : ΔZ_{GEC} (Ω) (CIR)	4.896 – 3.720i	14.007 – 17.386i	29.940 – 51.876i
MGEC : ΔZ_{GEC} (Ω) (REC)	5.006 – 3.796i	14.338 – 17.763i	30.659 – 53.042i
$ \Delta Z_{GEC} - \Delta Z_{EXP} / \Delta Z_{EXP} $ (%) (CIR)	12.963	10.729	8.151
$ \Delta Z_{GEC} - \Delta Z_{EXP} / \Delta Z_{EXP} $ (%) (REC)	14.768	12.683	10.180
$ \Delta Z_{GEC} - \Delta Z_{MEF} / \Delta Z_{MEF} $ (%) (REC)	0.3995	0.9782	1.1540
$ \Delta Z_{GEC} - \Delta Z_{MEF} / \Delta Z_{MEF} $ (%) (CIR)	1.7375	1.2424	1.1087

Le tableau IV.9 montre que, pour les sections de formes circulaires, les résultats issus du modèle proposé sont plus proche de l'expérience. Par contre, pour les sections rectangulaires les résultats se concordent mieux avec les éléments finis. En pratique, les bobines sont formées de spires de section circulaire ; ce qui engendre la discontinuité du courant sur la section de la bobine. En numérique, par éléments finis, ce domaine est continu ; ce qui correspond à la discrétisation du domaine de la bobine en éléments rectangulaires.

IV.5.2. Application à la détection par sonde en mouvement des configurations cylindriques

IV.5.2.1. Présentation et description du dispositif d'application

Le dispositif que nous étudions est montré en figure IV.32. Il comporte un tube de rayon interne 9.84mm, d'épaisseur 1.27mm, de longueur 50mm et de conductivité 1MS. Le capteur est en cuivre de conductivité 59.6 MS, de rayon intérieur 7.75mm, d'épaisseur 0.75mm, de longueur axiale 2mm et il comporte 70 spires.

Le capteur est une sonde glissante à l'intérieur du tube. Le défaut peut être situé sur la surface latérale externe ou interne du tube. La simulation est faite pour les trois fréquences standard du contrôle non destructif par courant de Foucault.

Le système étant à symétrie de révolution, le domaine de résolution se réduit à la moitié du dispositif comme le montre la figure IV. 33. Le défaut provoqué est géométriquement axisymétrique, de profondeur 20% et de longueur 1mm.

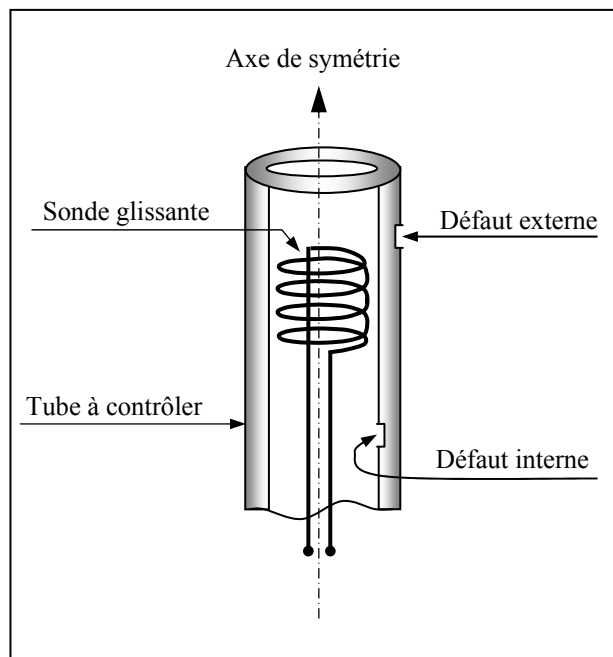


Figure IV. 32. Structure géométrique du dispositif de contrôle à capteur absolu en mouvement.

En supposant que le défaut est situé au milieu longitudinal du tube, le déplacement du capteur le long du tube débute à partir d'une position où ce dernier voit le tube comme sain et s'achève à une position symétrique à celle du départ par rapport à la position du défaut. Cette stratégie permet d'éviter les effets de coin causé par les extrémités du tube. A chaque pas du déplacement, l'impédance absolue, celle normalisée et l'impédance différentielle sont calculées ainsi que les courants de Foucault et le potentiel magnétique vecteur qui en découle.

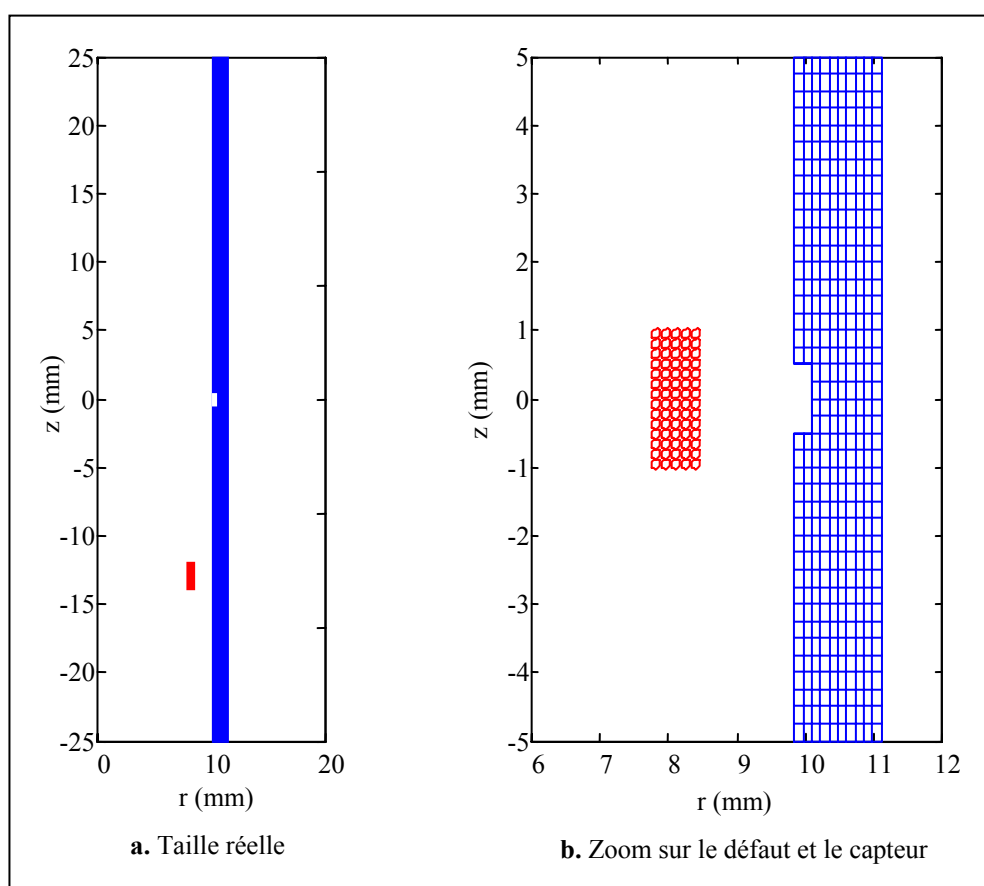


Figure IV.33. Dispositif en 2D et maillage

IV.5.2.2. Variation d'impédance et impédance normalisée

Le tableau IV.10 regroupe, pour les trois fréquences standard du CND-CF, les différents types d'impédances qui peuvent être exploitées pour analyser un contrôle des matériaux conducteurs avec un capteur absolu. Z_0 correspond à l'impédance propre de la bobine du capteur. Z_s est l'impédance du capteur calculée en présence d'un tube sain décrit précédemment (sp.IV.5.2.1., p.99). L'impédance normalisée Z_{ns} est calculée avec la formule (I.8) établie au chapitre I qui caractérise la présence d'une pièce. L'impédance différentielle ΔZ_s est obtenue par la différence entre Z_s et Z_0 et qui reflète l'image de l'expression (III.27) établie au chapitre III.

Tableau IV.10. Types d'impédances caractérisant un contrôle

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
Impédance sans pièce : $Z_0 (\Omega)$	3.558+83.575i	3.558+200.580i	3.558+417.876i
Impédance avec pièce sans défaut : $Z_S (\Omega)$	12.427+60.613i	16.313+137.296i	22.145+279.145i
$Z_{ns} = (Z_S - R_0) / X_0 (\%)$	10.612 +72.525i	6.359 +68.449i	4.448 +66.801i
$\Delta Z_S = Z_S - Z_0 (\Omega)$	8.868-22.962i	12.754-63.285i	18.587-138.730i
Impédance avec défaut : $Z_d (\Omega)$	12.331+61.142i	16.119+138.542i	21.536+281.992i
$Z_{nd} = (Z_d - R_S) / X_S (\%)$	-0.158 +100.873	-0.141 +100.910	-0.218 +101.020
$\Delta Z_d = Z_S - Z_d (\Omega)$	-0.096+0.529i	-0.194+1.246i	-0.610+2.846i

Z_{nd} est l'impédance normalisée relative à la présence d'un défaut dans la pièce. ΔZ_d est la l'impédance différentielle due à la présence de ce défaut.

Dans le cas de détection de matériau, l'impédance normalisée décrit la signature du défaut en éliminant les caractéristiques du capteur par le retranchement de la résistance à vide de la résistance globale et en comparant l'impédance résultante à la réactance propre du capteur. Cette description permet d'évaluer le taux de valeur entre la résistance et la réactance ainsi que le taux de variation entre la réactance calculée en présence du matériau et celle calculée en absence du matériau. Dans le cas de détection de défaut, la résistance retranchée et la réactance de comparaison sont celles du capteur en présence du matériau sans défaut. Les informations extraites sont évaluées en pourcentage. L'analyse de ces informations est plus complexe que celles extraites de l'impédance différentielle où la détection est signée par un résultat issu d'une simple différence entre l'état à vide et l'état en charge ou entre l'état sain et celui infecté de défaut. Cette représentation est plus efficace et elle permet au capteur absolu d'être comparé au capteur différentiel.

IV.5.2.3. Signature de défauts par la variation d'impédance paramétrique.

Pour visualiser la signature du défaut par un capteur absolu en mouvement, nous établissons, pour les trois fréquences standard, les courbes de Lissajous de la variation d'impédance (Figures IV.34 et IV.35).

La figure IV.34 montre, pour un défaut situé sur la surface interne du tube, l'évolution de la variation de l'impédance paramétrée par le déplacement du capteur. Ce même déplacement est réalisé dans le cas d'un défaut provoqué sur la surface externe du tube et le résultat est montré sur la figure IV.35. Les caractéristiques du défaut sont celles décrites au paragraphe IV.5.2.1., p.99.

Pour un défaut situé sur la surface en regard du capteur (voir aussi en annexe A4, la bobine encerclante), d'une fréquence à une autre, seule l'amplitude varie alors que la phase reste quasiment inchangée (Figure IV.34). Un phénomène inverse est constaté dans le cas d'un défaut situé sur la surface opposée au capteur (figure IV.35).

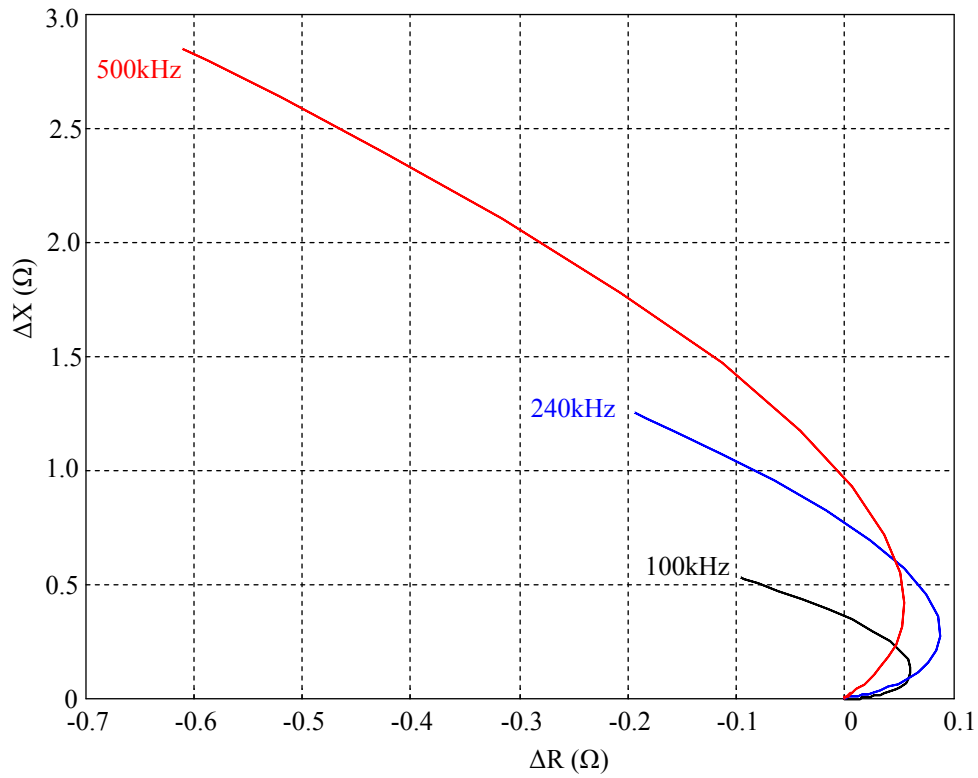


Figure IV.34. Evolution de la variation de l'impédance due à la présence du défaut sur la surface interne du tube.

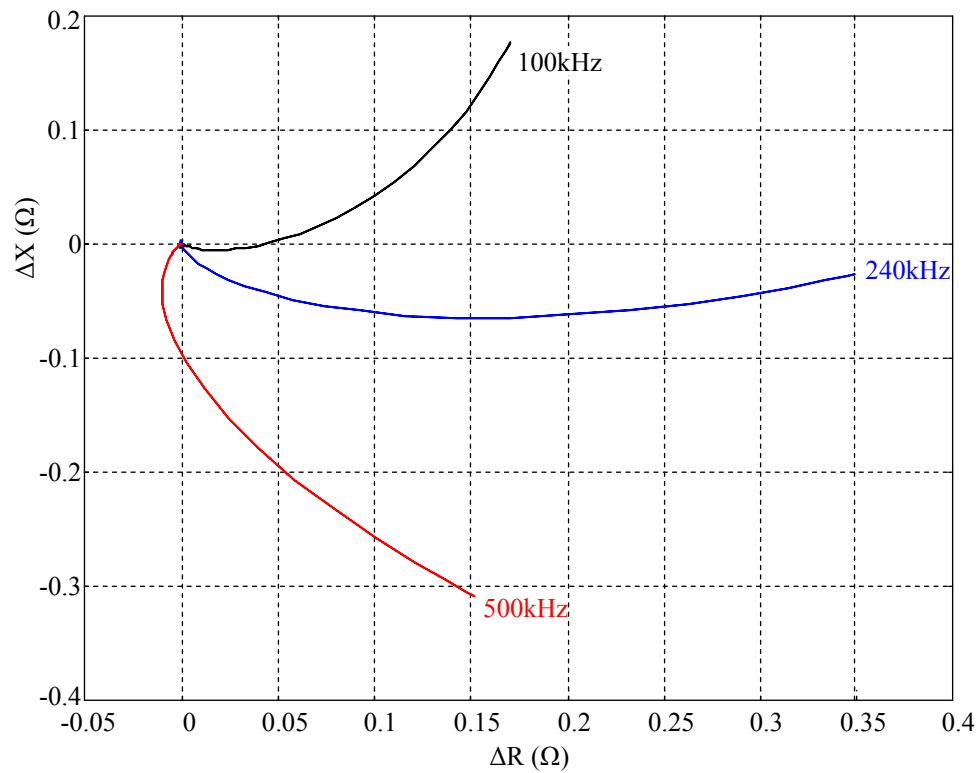


Figure IV.35. Evolution de la variation de l'impédance due à la présence du défaut sur la surface externe du tube.

IV.5.2.4. Signature de défauts par les paramètres de l'impédance.

Pour une fréquence de 240kHz, nous exposons les informations détaillées sur la détection des défauts interne et externe respectivement dans les figures IV.36 et IV.37.

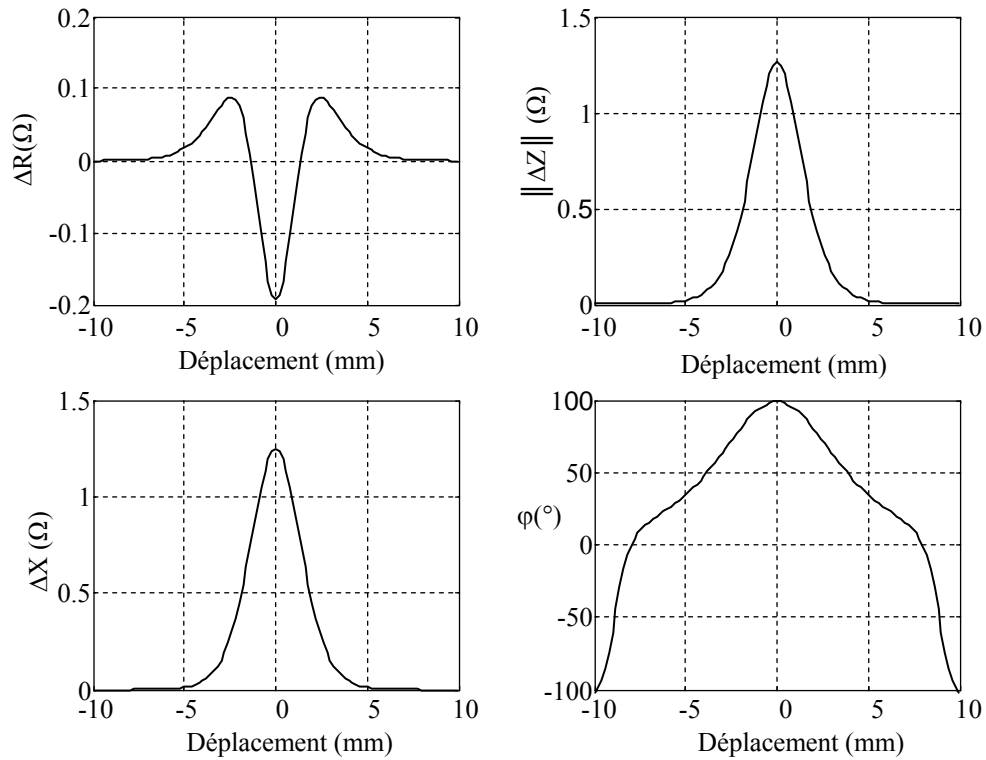


Figure IV.36. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut interne à 240kHz.

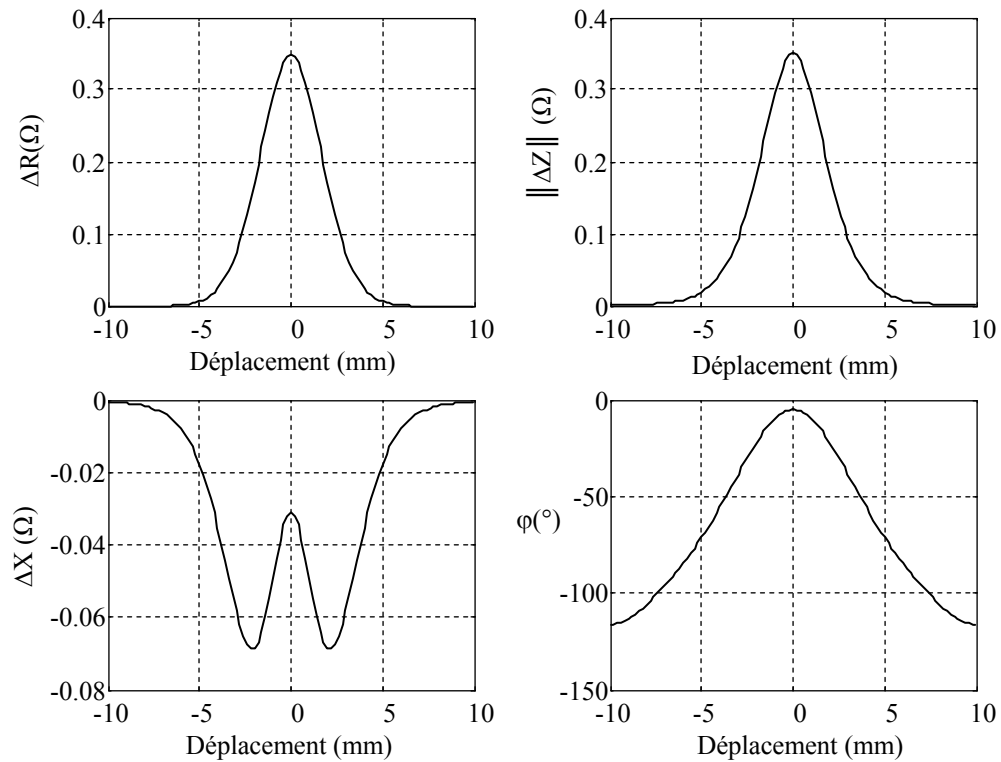


Figure IV.37. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut externe à 240kHz.

Ces représentent les variations de la résistance, de la réactance, du module et de la phase en fonction du déplacement du capteur le long du tube. Pour le défaut sur la surface interne, la variation de la réactance est dominante devant la variation de la résistance. Le contraire est constaté pour le défaut situé sur la surface externe.

IV.5.2.5. Lignes iso valeurs du potentiel magnétique vecteur

Nous appliquons aux bornes du capteur une tension de 1V. En présence de la charge, celle-ci génère une intensité de courants dans le capteur de 7.17mA qui correspond à une densité de courant de 0.426A/mm^2 .

Relativement à la géométrie et aux propriétés électromagnétiques du dispositif, la tension appliquée génère une distribution du potentiel magnétique vecteur composé des parties active et réactive.

Pour la fréquence de 240kHz, nous représentons sur la figure IV.38, les lignes iso valeurs de la partie réelle du potentiel magnétique vecteur. En ce qui concerne la partie imaginaire, les lignes iso valeurs sont montrées sur la figure IV.39. Pour le module, les équipotentiels sont représentées sur la figure IV.40.

Le même phénomène de dominance de la partie réactive par rapport à la partie active est remarqué pour la configuration cylindrique que pour la configuration pancake. A noter que les lignes équipotentiels obtenues pour les configurations pancake et cylindrique sont des représentations absolues du potentiel magnétique vecteur.

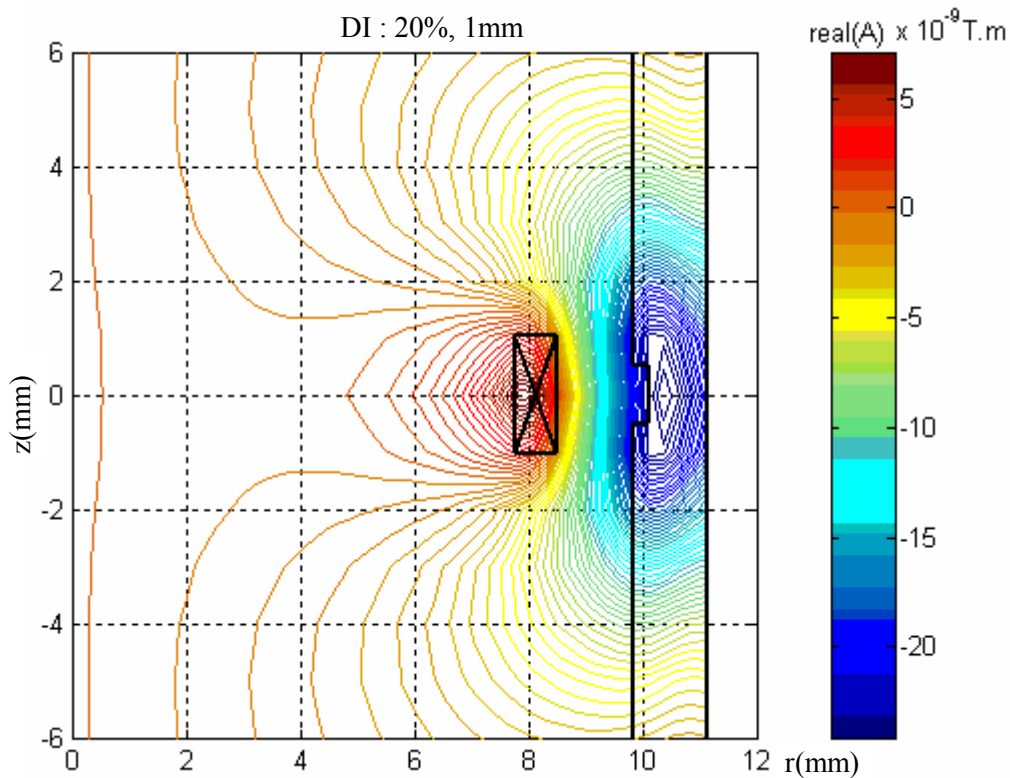


Figure V.38. Lignes iso valeurs de la partie réelle du potentiel magnétique vecteur pour $f=240\text{kHz}$.

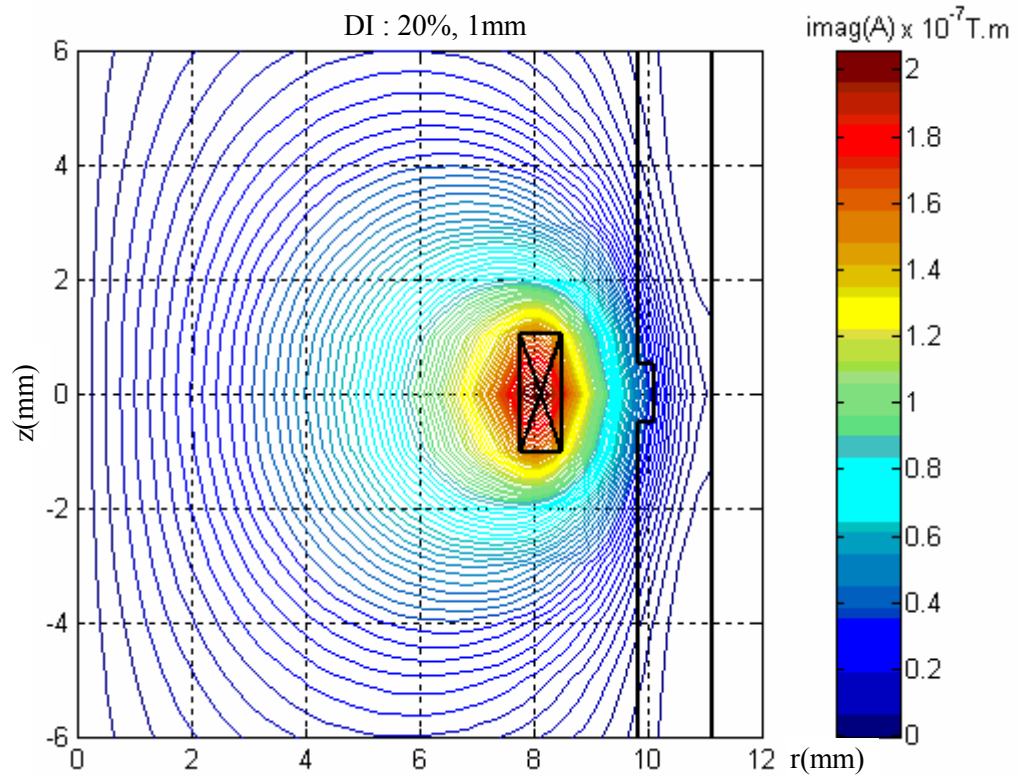


Figure V.39. Lignes iso valeurs de la partie imaginaire du potentiel magnétique vecteur pour $f=240\text{kHz}$.

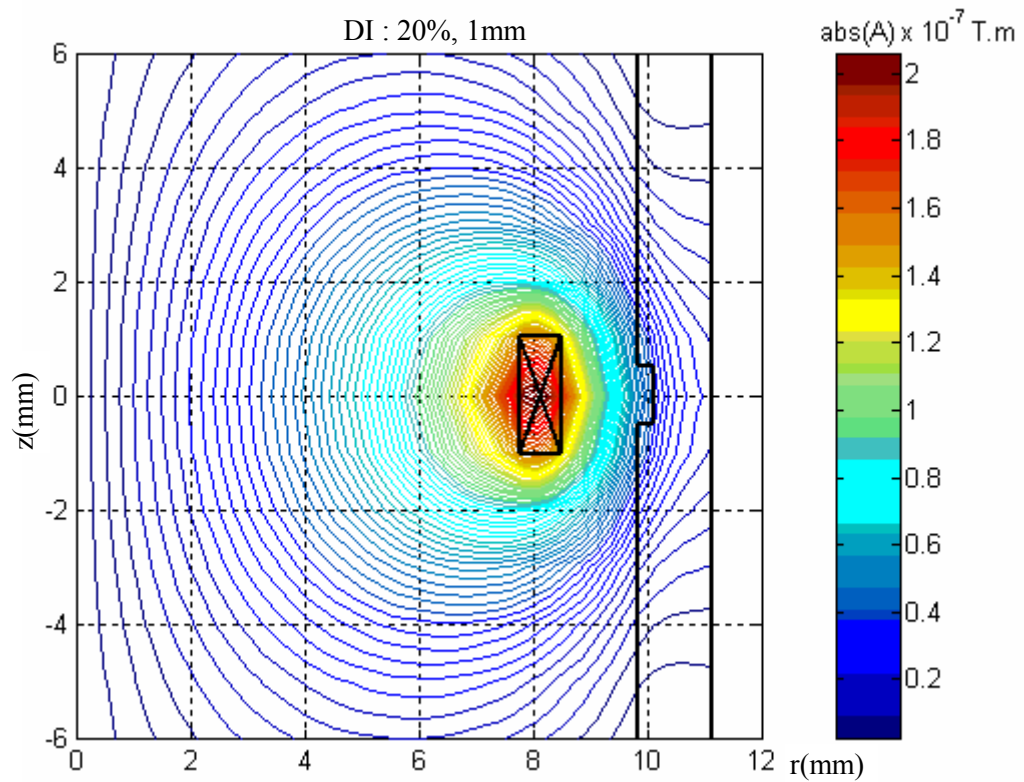


Figure V.40. Lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur pour $f=240\text{kHz}$.

IV.5.3. Applications en vu de caractériser les matériaux

Le modèle proposé est applicable à toutes configurations axisymétriques ; plaque, cylindre plein ou creux, bobine axiale intérieur au tube (sonde), bobine encerclante et pour tous types de défauts axisymétriques. Le modèle étant validé, il peut-être exploiter pour visualiser l'influence des caractéristiques géométriques et électromagnétiques.

IV.5.3.1. Variation de l'impédance en fonction des caractéristiques géométriques

Il s'agit de l'épaisseur de la plaque et de l'entrefer entre celle-ci et le capteur. Le modèle délivre l'évolution de la variation des paramètres de l'impédance en fonction de l'épaisseur de la plaque (Figure IV.41) pour les trois fréquences de contrôle.

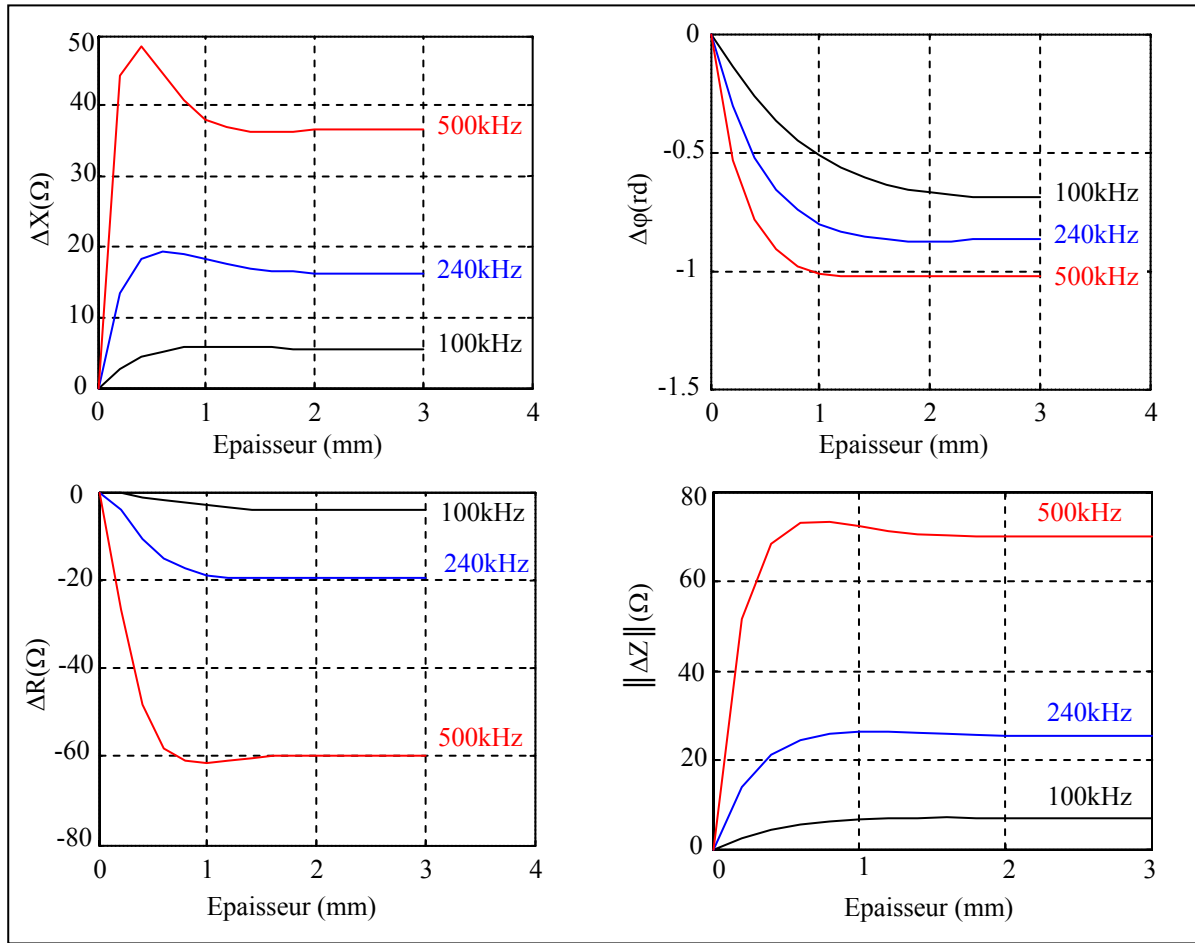


Figure IV.41. Variation des paramètres de l'impédance en fonction de l'épaisseur de la plaque pour les trois fréquences standard du CND-CF.

La figure IV.42 résume les quatre sous figures de la figure IV.41, par des courbes paramétriques donnant la variation de la réactance en fonction de la variation de la résistance. En figure IV.43, nous rassemblons, pour les trois fréquences standard, les courbes paramétriques de l'impédance dont le paramètre est l'entrefer entre le capteur et la plaque.

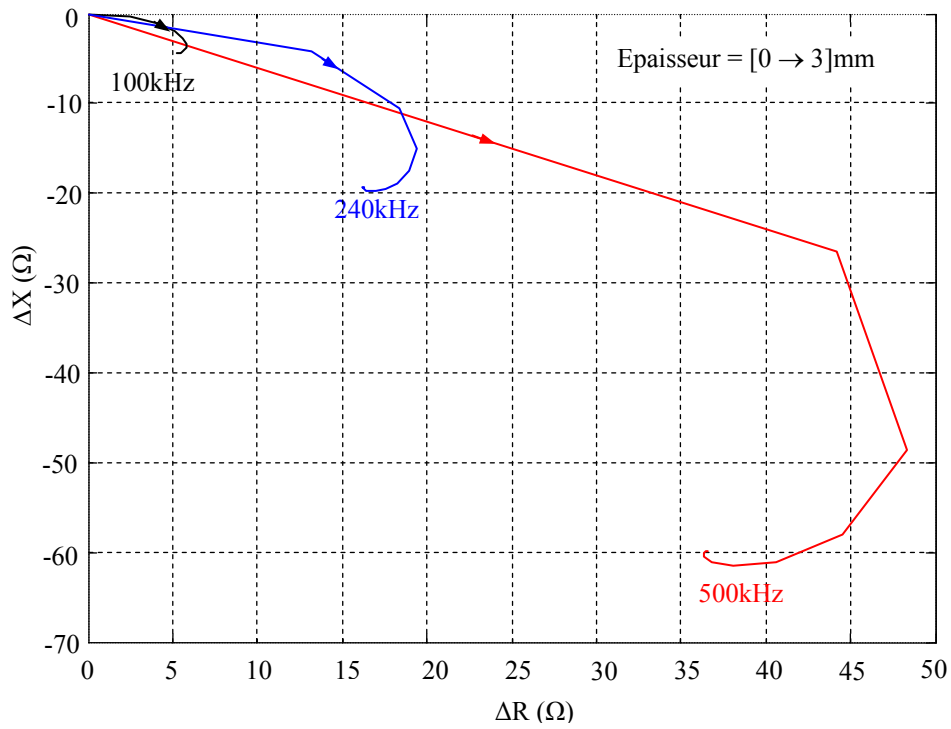


Figure IV.42. Variation de l'impédance paramétrée par l'épaisseur de la plaque pour les trois fréquences standard du CND-CF.

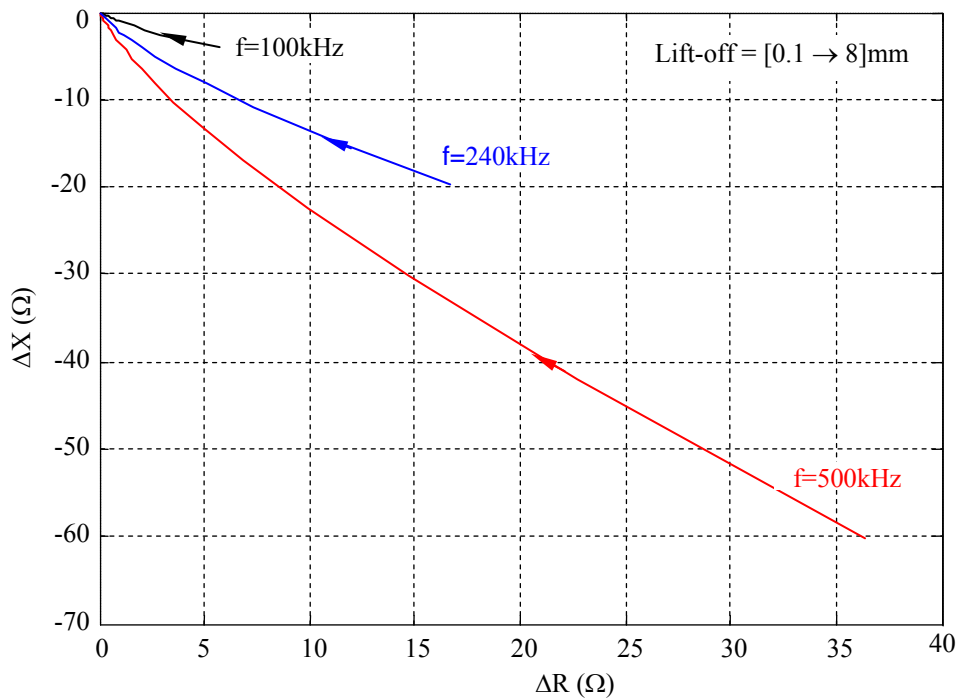


Figure IV.43. Variation de l'impédance paramétrée par le lift-off pour les trois fréquences standard du CND-CF.

IV.5.3.2. Variation de l'impédance en fonction de la conductivité électrique

Nous traçons, pour les trois fréquences standard, les variations de la résistance et de la réactance en fonction de la conductivité électrique ainsi que les courbes paramétriques de l'impédance correspondantes. Ces courbes sont montrées en figure IV.44. La variation de la résistance diminue avec l'augmentation de la conductivité alors que la variation de la réactance augmente en valeur absolue. La conductance est inversement proportionnelle à la résistance, ce qui fait que son augmentation provoque l'augmentation des courants induits. Ces derniers génèrent une réaction négative (loi de Lenz) qui s'oppose à la source. Ce qui justifie la valeur négative de la réactance.

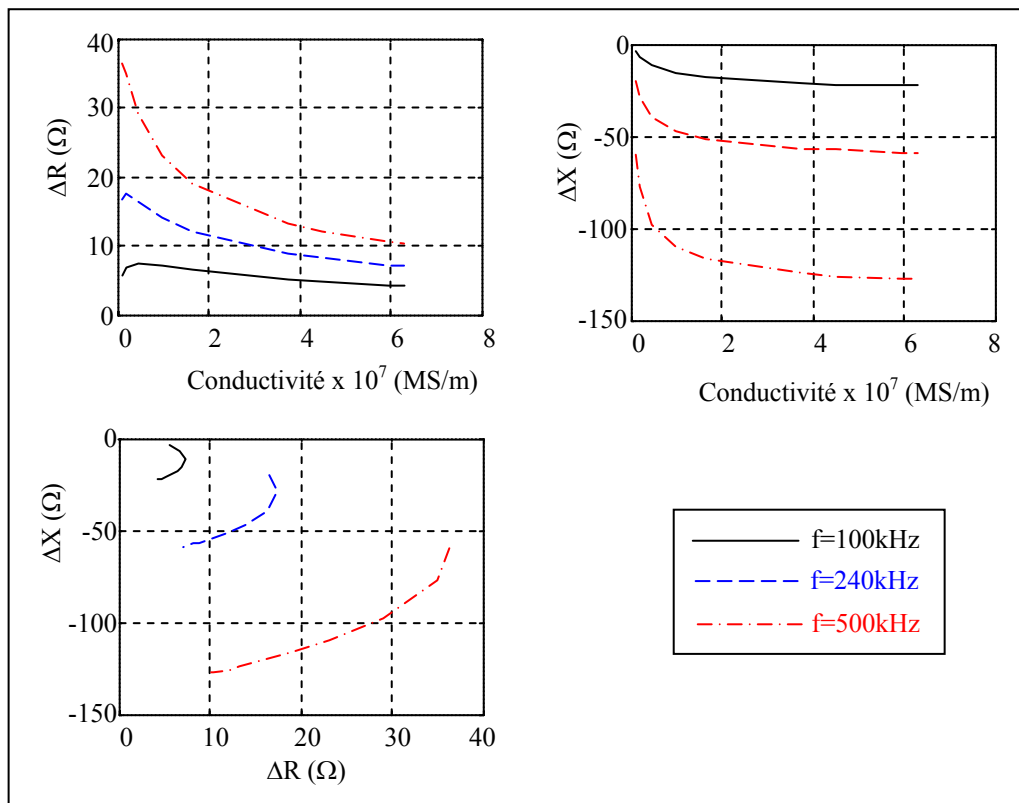


Figure IV.44. Variation des paramètres de l'impédance en fonction de la conductivité.

IV.6. Conclusion

Pour arriver à la modélisation d'un système de contrôle et d'évaluation non destructif, nous sommes passés par l'introduction de l'expression de l'inductance propre d'une spire filiforme et de celle de l'impédance d'une bobine. Le calcul de l'effet électromagnétique propre est pour plusieurs méthodes très délicat. La formulation originale développée permet de traiter cet effet pour des spires aussi fines que possible. La validation du modèle est confirmée par la méthode des éléments finis appliquée aux modèles à trois et à deux dimensions. Pour montrer l'erreur que commettent les méthodes qui négligent cet effet, nous avons, d'une part, étudié cet effet en fonction des caractéristiques géométriques de la spire et d'autre part, nous avons calculé l'erreur engendrée, en

négligeant cet effet, sur l'inductance totale d'une bobine. Cette erreur est très grande pour les spires de rayon grand, pour celles de section faible et enfin pour les bobines ayant un nombre de spire faible.

La modélisation des configurations de contrôle et d'évaluations non destructives par courant de Foucault à capteur absolu est appliquée aux dispositifs de type pancake et cylindrique. L'application concerne la détection des matériaux conducteurs et des défauts axisymétriques ainsi qu'à l'étude de l'impédance en fonction des caractéristiques géométriques et électromagnétiques du dispositif.

Dans le cas d'excitation en tension associée à la discrétisation de la section des spires inductrices, il est obligatoire d'adopter la méthode des courants électriques couplés [1] [2] [58]. Dans le cas des spires filiforme dont la section est non discrétisée [3] [13] [14] [15] [16], l'adoption comme grandeurs d'état du courant, du potentiel magnétique ou du champ électrique est indifférent. Cependant, dans le domaine de télécommunication où l'effet capacitif ne peut pas être négligé [17] [18], il faut utiliser le modèle des champs électriques couplés associé à un modèle d'électrostatique pour l'évaluation de la capacité de ce phénomène. Le modèle en potentiel magnétique vecteur couplé peut être utilisé pour le calcul des grandeurs électromagnétiques aux frontières des zones conductrices d'un problème non linéaire traité par la méthode éléments finis. Ce qui permet de limiter l'application des éléments finis aux milieux conducteurs et d'en réduire considérablement le temps de résolution. Cette particularité réside dans le fait que la méthode des éléments finis utilise généralement, dans les problèmes d'induction, le potentiel magnétique vecteur comme variable d'état.

Chapitre V

Modélisation, par les CEC, des dispositifs de CND-CF à capteurs différentiels

V.1. Introduction

Deux bobines sont montées en opposition série où le signal reçu par une bobine annule celui de l'autre. Si les zones sous les deux bobines sont identiques la réactance résultante est nulle. La méthode différentielle compare deux zones voisines d'une même pièce. Cette méthode est essentiellement utilisée en contrôle de santé. Elle permet de mettre en évidence des défauts métallurgiques (anisotropie macroscopique) et des variations dimensionnelles brutales telles que des fissures.

V.2. Principe du capteur différentiel

La technique utilise deux capteurs absolus écartés, montés en tête-bêche et parcourus par le même courant mais de signe opposé. Le fait, que les deux bobines soient identiques, annule la réactance aux bornes de ces dernières dans le cas du système à vide et dans celui de pièces saines. La réponse est sensible seulement aux variations de la géométrie et des propriétés électromagnétiques brusques de la pièce à contrôler.

V.3. Modélisation

V.3.1. Capteur différentiel à vide

V.3.1.1. Forme intégrales des équations

Les indices (p et q) représentent les points récepteurs et (i et j) les points émetteurs. Les éléments indiqués par (s) repère la source (capteur) et © la charge (pièce à contrôler).

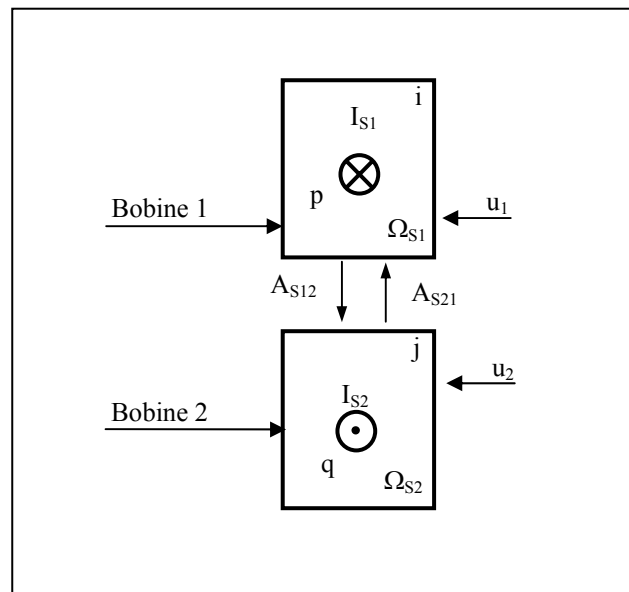


Figure V.1. Schéma de principe du contrôle différentiel.

Considérons un capteur de conductivité σ_s constante. L'équation (III.17) s'écrit dans le cas de la figure V.1, comme suit :

$$\begin{cases} \text{Bobine 1 : } \frac{I}{\sigma_s} J_{S1}(p) + j\omega [A_{S1}(p, i) + A_{S12}(p, j)] = \frac{u_1(p)}{2\pi r(p)} & (a) \\ \text{Bobine 2 : } \frac{I}{\sigma_s} J_{S2}(q) + j\omega [A_{S2}(q, j) + A_{S21}(q, i)] = \frac{u_2(q)}{2\pi r(q)} & (b) \end{cases} \quad (V.1)$$

$A_{S1}(p, i)$ et $A_{S2}(q, j)$ sont des potentiels créés respectivement par les bobines (1) et (2) sur elles-mêmes. $A_{S12}(p, j)$ et $A_{S21}(q, i)$ sont des potentiels respectivement créés par la bobine (1) sur (2) et vis versa.

Les différents potentiels obéissent à la formule (III.5). En posant $g(p, q) = r(p)G(p, q)$, le système d'équations (V.1) devient :

$$\begin{cases} \frac{2\pi r(p)}{\sigma_s} J_{S1}(p) + j\mu_0\omega \left(\iint_{\Omega_{S1}} g_{S1}(p, p_0) J_{S1}(p_0) d\Omega_{S1} + \iint_{\Omega_{S2}} g_{S12}(p, q) J_{S2}(q) d\Omega_{S2} \right) = u_1(p) & (a) \\ \frac{2\pi r(q)}{\sigma_s} J_{S2}(q) + j\mu_0\omega \left(\iint_{\Omega_{S2}} g_{S2}(q, q_0) J_{S2}(q_0) d\Omega_{S2} + \iint_{\Omega_{S1}} g_{S21}(q, p) J_{S1}(p) d\Omega_{S1} \right) = u_2(q) & (b) \end{cases} \quad (V.2)$$

V.3.1.2. Forme discrétisée des équations

La discrétisation du domaine d'étude est montrée en figure V.2. Chaque bobine est formée de N_s spires disposées en série et de section S_s .

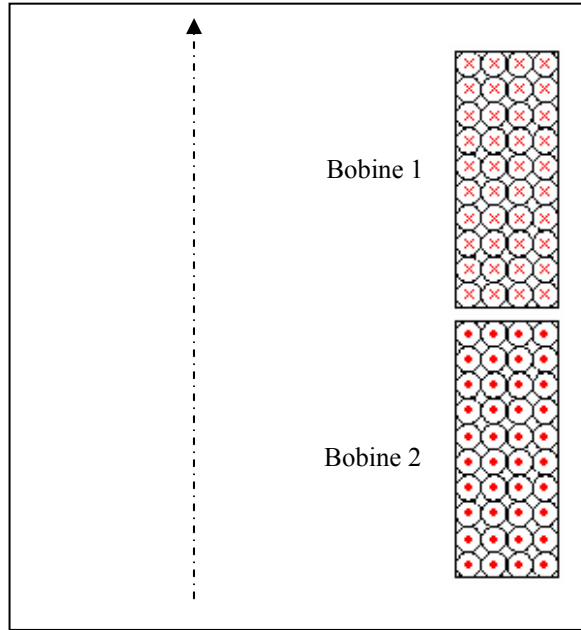


Figure V.2. Discretisation du capteur.

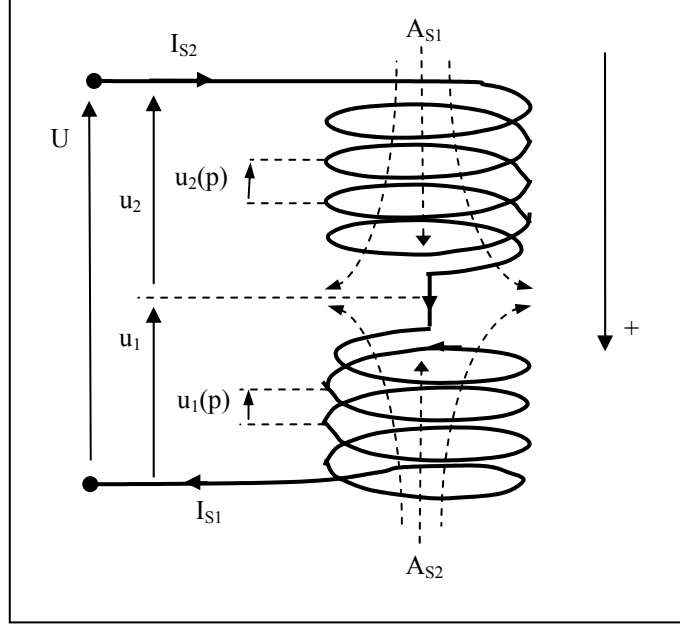


Figure V.3. Bobine différentielle.

L'intensité de courant se déduit alors :

$$\begin{cases} I_{S1}(p) = J_{S1}(p)S_S(p) \\ I_{S1} = \dots = I_{S1}(p) = \dots = I_{S1}(N_S) \end{cases} \quad (V.3)$$

En tenant compte des équations (V.3), l'équation intégrale (V.2.a) se discrétise pour devenir :

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma_S S_S(p)} I_{S1} + j\mu_0 \omega \left(I_{S1} \sum_{i=1}^{N_S} g_{S1}(p, i) + I_{S2} \sum_{j=1}^{N_S} g_{S12}(p, j) \right) = u_1(p) \quad (V.4)$$

Les deux bobines sont parcourues par des courants identiques en module mais de sens opposés.

De ce fait l'équation (V.4) devient :

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma_S S_S(p)} I_S + j\mu_0 \omega \left(\sum_{i=1}^{N_S} g_{S1}(p, i) - \sum_{j=1}^{N_S} g_{S12}(p, j) \right) I_S = u_1(p) \quad (V.5)$$

La bobine 1 est soumise à une tension totale, telle que : $U_I = \sum_{p=1}^{N_S} u_1(p)$. L'introduction de cette

relation dans l'équation (V.5) donne :

$$\frac{2\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{N_S} \frac{r(p)}{S_S(p)} I_S + j\mu_0 \omega \left(\sum_{p=1}^{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} g_{S1}(p, i) - \sum_{p=1}^{N_S} \sum_{j=1}^{N_S} g_{S12}(p, j) \right) I_S = U_1 \quad (V.6)$$

Le même raisonnement permet d'établir l'équation électromagnétique dans la bobine 2. Cependant, il faut tenir compte du sens du courant. Par conséquent, nous aboutissons à :

$$\frac{2\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{N_S} \frac{r(p)}{Ss(p)} I_S - j\mu_0 \omega \left(\sum_{p=1}^{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} g_{S2}(p, i) - \sum_{p=1}^{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} g_{S21}(p, i) \right) I_S = U_2 \quad (V.7)$$

La tension totale vue par le capteur est la somme des tensions appliquées à chacune des deux bobines ($U_T = U_1 + U_2$) et sachant que les bobines sont identiques (même rayon, même nombre de spires et même section des spires), il vient :

$$\frac{2\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{2N_S} \frac{r(p)}{Ss(p)} I_S + j\mu_0 \omega \left(\sum_{p=1}^{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} [g_{S1}(p, i) - g_{S2}(p, i)] + \sum_{q=1}^{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} [g_{S21}(p, i) - g_{S12}(p, i)] \right) I_S = U_T \quad (V.8)$$

En appliquant la loi d'Ohm, nous tirons l'impédance d'un bobinage différentiel à vide :

$$Z_0 = \frac{U_T}{I_S} = \frac{2\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{2N_S} \frac{r(p)}{Ss(p)} + j\mu_0 \omega \left(\sum_{p=1}^{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} [g_{S1}(p, i) - g_{S2}(p, i) + g_{S21}(p, i) - g_{S12}(p, i)] \right) \quad (V.9)$$

Pour comparer les fonctions g_{S1} , g_{S2} , g_{S12} , g_{S21} , nous passons par l'étude du paramètre k donné par la relation (III.6.c). Nous écrivons ce paramètre en fonction des coordonnées de deux spires repérées par les indices (1) et (2) et en tenant compte du fait que : $r_1 = r_2 = r_S$ et $z_1 - z_2 = h_S$.

$$k_{S12} = k_{S21} = \frac{\sqrt{\frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}}}{\sqrt{\frac{4r_S^2}{4r_S^2 + (z_1 - z_2)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h_S^2}{4r_S^2}}} \quad (V.10)$$

En tenant compte du résultat du paramètre k et d'après la formule (IV.10), nous déduisons que :

$$\begin{cases} g_{S1}(p, i) = g_{S2}(p, i) & (a) \\ g_{S12}(p, i) = g_{S21}(p, i) & (b) \end{cases} \quad \forall p \neq i \quad (V.11)$$

Ce qui réduit l'expression (V.9) de l'impédance à vide à la somme des résistances des bobines du capteur différentiel :

$$Z_0 = \frac{2\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{2N_S} \frac{r(p)}{Ss(p)} \quad (V.12)$$

Nous montrons ainsi que l'impédance du capteur différentiel se réduit à sa résistance dans le cas d'absence de la pièce à contrôler (système à vide).

V.3.2. Capteur en présence d'une pièce à contrôler

V.3.2.1. Equations intégrales

Une spire élémentaire, située au point p de la bobine (1) est soumise à une tension élémentaire u_1 . Celle, située au point q de la bobine (2) est soumise à une tension u_2 . La pièce est un matériau massif dont chaque spire, située au point l est en court-circuit, donc la tension à ses bornes est nulle ($u = 0$).

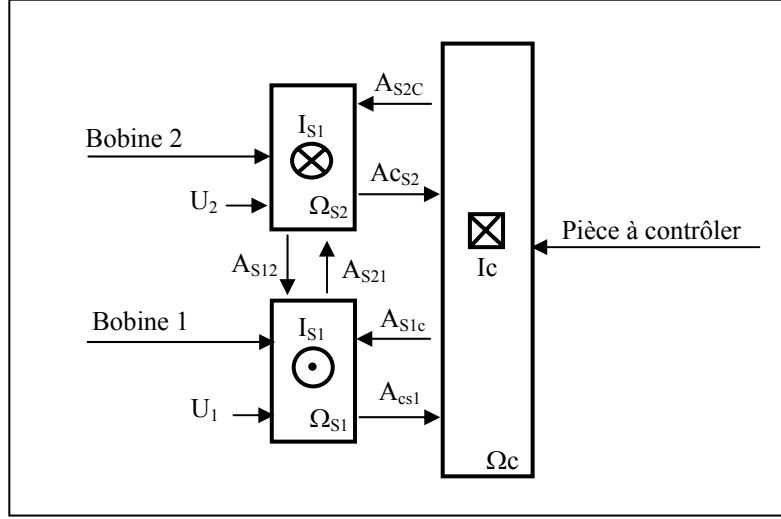


Figure V.4. Schéma de principe du contrôle différentiel.

L'équation (III.17) s'écrit dans le cas de la figure V.4, comme suit :

$$\begin{cases}
 \text{Bobine 1: } \frac{J_{S1}(p)}{\sigma_S} + j\omega[A_{S11}(p,i) + A_{S12}(p,j) + A_{S1C}(p,q)] = \frac{u_1(p)}{2\pi r(p)} & (a) \\
 \text{Bobine 2: } \frac{J_{S2}(p)}{\sigma_S} - j\omega[A_{S22}(p,i) + A_{S21}(p,i) + A_{S2C}(p,q)] = \frac{u_2(p)}{2\pi r(p)} & (b) \\
 \text{Pièce : } \frac{J_C(q)}{\sigma_C(q)} + j\omega[A_C(q,j) + A_{CS1}(q,p) + A_{CS2}(q,p)] = 0 & (c)
 \end{cases} \quad (V.13)$$

$A_{S11}(p)$ et $A_{S22}(q)$: potentiels créés respectivement par les bobines (1) et (2) sur elles même.

$A_{S21}(p)$ et $A_{S12}(q)$: potentiels respectivement créés par la bobine (1) sur (2) et vis versa.

$A_{S1C}(p)$ et $A_{S2C}(q)$: potentiels créés par la pièce respectivement sur les bobines (1) et (2).

$A_C(l)$, $A_{CS1}(l)$ Et $A_{CS2}(l)$: Potentiels créés par la pièce sur elle-même, et par les bobines (1) et (2) respectivement sur la pièce.

En exprimant les différents potentiels suivant la relation (III.12), on arrive à :

$$\begin{cases}
 \frac{2\pi}{\sigma_S} J_{S1}(p) + j\mu_0\omega \iint G_{S11}(p,q) J_{S1}(q) d\Omega_S + j\mu_0\omega \iint G_{S12}(p,q) J_{S2}(q) d\Omega_S + \\
 j\mu_0\omega \iint G_{S1C}(p,pq) J_C(q) d\Omega_C = \frac{u_1(p)}{r(p)} & (a) \\
 \frac{2\pi}{\sigma_S} J_{S2}(q) + j\mu_0\omega \iint G_{S22}(p,q) J_{S2}(q) d\Omega_S + j\mu_0\omega \iint G_{S21}(p,q) J_{S1}(q) d\Omega_S - \\
 j\mu_0\omega \iint G_{S2C}(p,q) J_C(q) d\Omega_C = \frac{u_2(q)}{r(q)} & (b) \\
 \frac{2\pi}{\sigma_C(q)} J_C(q) + j\mu_0\omega \left(\iint G_C(p,q) J_C(q) d\Omega_C + J_S \iint [G_{CS1}(p,q) - G_{CS2}(p,q)] d\Omega_S \right) = 0 & (c)
 \end{cases} \quad (V.14)$$

V.3.2.2. Discrétisation

La discrétisation des intégrales intervenant dans le système d'équation (V-14) donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2\pi r(p)}{\sigma_S Ss(p)} I_S + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_s} g_{S11}(p, q) Ss(q) Js(q) + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_s} g_{S12}(p, q) Ss(q) Js(q) \\ + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_c} g_{S1C}(p, q) Sc(q) J_C(q) = u_1(p) \quad (a) \\ \frac{2\pi r(p)}{\sigma_S Ss(p)} I_S + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_s} g_{S22}(p, q) Ss(q) Js(q) + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_s} g_{S21}(p, q) Ss(q) Js(q) \\ + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_c} g_{S2C}(p, q) Sc(q) J_C(q) = u_2(p) \quad (b) \\ \frac{2\pi}{\sigma_C(q)} J_C(q) + j\mu_0 \omega \left(\sum_{j=1}^{N_c} G_C(q, j) Sc(j) J_C(j) + I_S \sum_{p=1}^{N_s} [G_{CS1}(q, p) - G_{CS2}(q, p)] \right) = 0 \quad (c) \end{array} \right. \quad (V.15)$$

En appliquant l'équation suivante (V.16) aux équations (V.15.a) et (V.15.b) :

$$U = \sum_{p=1}^{N_s} [u_1(p) + u_2(p)] \quad (V.16)$$

On arrive à l'équation électromagnétique dans le capteur :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{2N_s} \frac{r(p)}{Ss(p)} I_S + j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} \sum_{q=1}^{N_c} [g_{CS1}(p, q) - g_{CS2}(p, q)] Sc(q) J_C(q) = U \quad (a) \\ \frac{2\pi}{\sigma_C(q)} J_C(q) + j\mu_0 \omega \left(\sum_{j=1}^{N_c} G_C(q, j) Sc(j) J_C(j) + I_S \sum_{p=1}^{N_s} [G_{SC1}(q, p) - G_{SC2}(q, p)] \right) = 0 \quad (b) \end{array} \right. \quad (V.17)$$

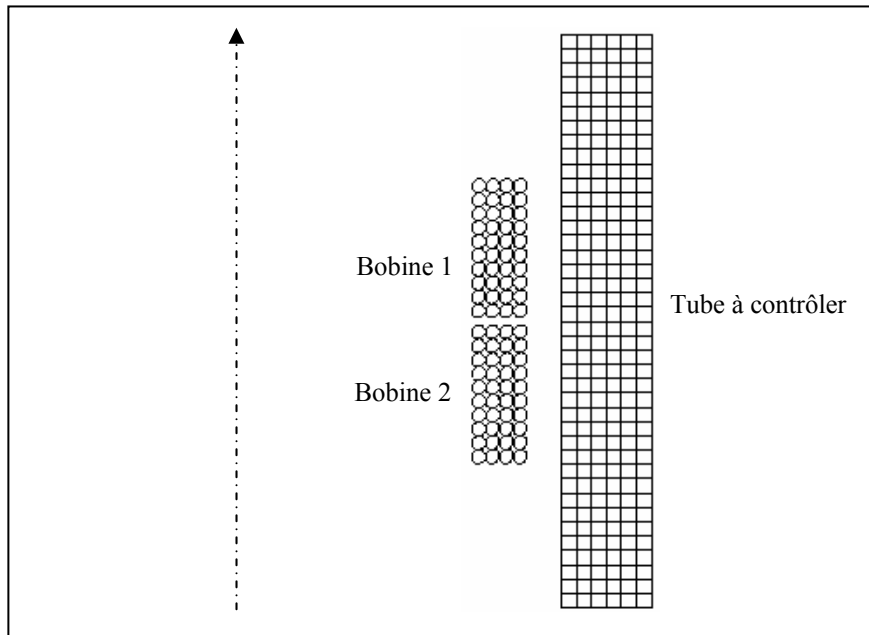


Figure V.5. Discrétisation du domaine d'étude du système en charge.

Sachant que :

$$\begin{cases} I_C(q) = J_C(q)S_C(q) & \forall q & (a) \\ \sum_{p=1}^{2N_s} \frac{r(p)}{Ss(p)} = 2 \sum_{p=1}^{N_s} \frac{r(p)}{Ss(p)} & & (b) \end{cases} \quad (V.18)$$

Nous pouvons reformuler le système d'équations (V.17) en fonction seulement des intensités de courant source et charge, tel que :

$$\begin{cases} \frac{4\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{N_s} \frac{r(p)}{Ss(p)} I_S + j\mu_0\omega \sum_{q=1}^{N_c} \sum_{p=1}^{N_s} [g_{CS1}(p, q) - g_{CS2}(p, q)] I_C(q) = U & (a) \\ j \sum_{p=1}^{N_s} [G_{SC1}(q, p) - G_{SC2}(q, p)] I_S + \frac{2\pi}{\mu_0\omega\sigma_C(q)S_C(q)} I_C(q) + j \sum_{j=1}^{N_c} G_{CS2}(q, j) I_C(j) = 0 & (b) \end{cases} \quad (V.19)$$

De l'équation (V.19.a), nous exprimons ainsi l'impédance vue par le capteur différentiel.

$$Z = \frac{4\pi}{\sigma_S} \sum_{p=1}^{N_s} \frac{r(p)}{Ss(p)} + j \frac{\mu_0\omega}{I_S} \sum_{q=1}^{N_c} \sum_{p=1}^{N_s} [g_{CS1}(p, q) - g_{CS2}(p, q)] I_C(q) \quad (V.20)$$

La variation de l'impédance se déduit, en tenant compte de l'impédance à vide :

$$\Delta Z = Z - Z_0 = \frac{j\mu_0\omega}{I_S} \sum_{q=1}^{N_c} \sum_{p=1}^{N_s} [g_{CS1}(p, q) - g_{CS2}(p, q)] I_C(q) \quad (V.21)$$

La variation de l'impédance dépend ainsi de la géométrie des deux bobines vis-à-vis de la pièce et du rapport entre le courant induit et inducteur. Pour calculer cette variation, nous sommes amenés à connaître le courant source et la répartition des courants induits. Cette connaissance doit passer par la résolution du système d'équations (V.19).

V.3.3. Conclusion

En plus du fait que les deux bobines soient identiques et si on dispose d'une pièce saine de telle sorte qu'elle soit vue de la même manière par les deux bobines, les fonctions g_{CS1} et g_{CS2} seront par conséquent identiques. De ce fait, l'impédance vue par le capteur différentiel se réduit à la résistance de son bobinage et sa variation deviendra nulle.

Dans le cas où la pièce présente des vues différentes envers les deux bobines, autrement dit, si la pièce est affectée par une anomalie physique ou géométrique, les fonctions g_{CS1} et g_{CS2} seront différentes. Par conséquent, la variation de l'impédance ne sera pas nulle.

Ainsi, nous montrons que l'impédance du capteur différentiel se réduit à la résistance de son bobinage que ce soit en absence de la pièce à contrôler (système à vide) ou en présence d'une pièce saine (pièce sans défaut). En effet, c'est là où réside l'avantage du capteur différentiel. Peu importe la nature de la perturbation ; par exemple, les variations géométriques lentes où la variation de la

température ne modifie pas l'impédance mesurée par le capteur. Seuls les défauts ponctuels seront détectés par la variation de l'impédance.

V.4. Application et validation

V.4.1. Introduction

La simulation a pour but d'étudier les différents défauts produits au niveau d'une pièce conductrice d'électricité. Ces défauts se différencient par leurs caractéristiques géométriques ; leurs tailles, leurs positions relatives dans la pièce (surfactive interne, surfactive externe ou volumique).

La détection des défauts et l'étude des paramètres sont traitées par le calcul de la variation de l'impédance aux bornes du capteur par la méthode des circuits électriques couplés.

Avant toutes études, nous devons nous assurer de la validité du modèle développé. Pour cela, nous reprenons le dispositif déjà étudié en [11] et nous comparons les résultats à ceux obtenus par les éléments finis.

V.4.2. Description du dispositif d'étude

Le dispositif étudié est montré en figure V.6. Il comprend un tube d'épaisseur 1.27mm, de rayon intérieur 9.84mm et de longueur 50mm. Le capteur différentiel est une sonde glissante à l'intérieur du tube. Celui-ci étant la pièce à contrôler. Le capteur est en cuivre de conductivité $59.6 \cdot 10^{+6} (\Omega m)^{-1}$. Chaque bobine de ce capteur comporte 70 spires réparties en 5 spires suivant la direction axiale et 14 spires suivant la direction radiale. Chaque bobine du capteur a une hauteur de 2mm, un rayon intérieur de 7.75mm et une largeur de 0.75mm. La distance qui sépare les bobines est de 0.5mm.

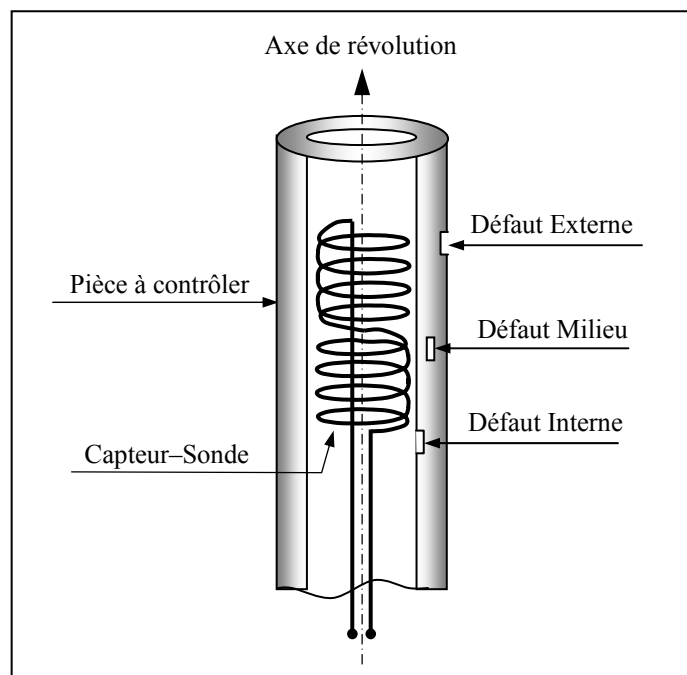


Figure V.6. Structure géométrique du dispositif à capteur différentiel.

V.4.3. Modèle géométrique et maillage

Le système étant à symétrie de révolution, le domaine de résolution se réduit à la moitié du dispositif comme le montre la figure V.7.

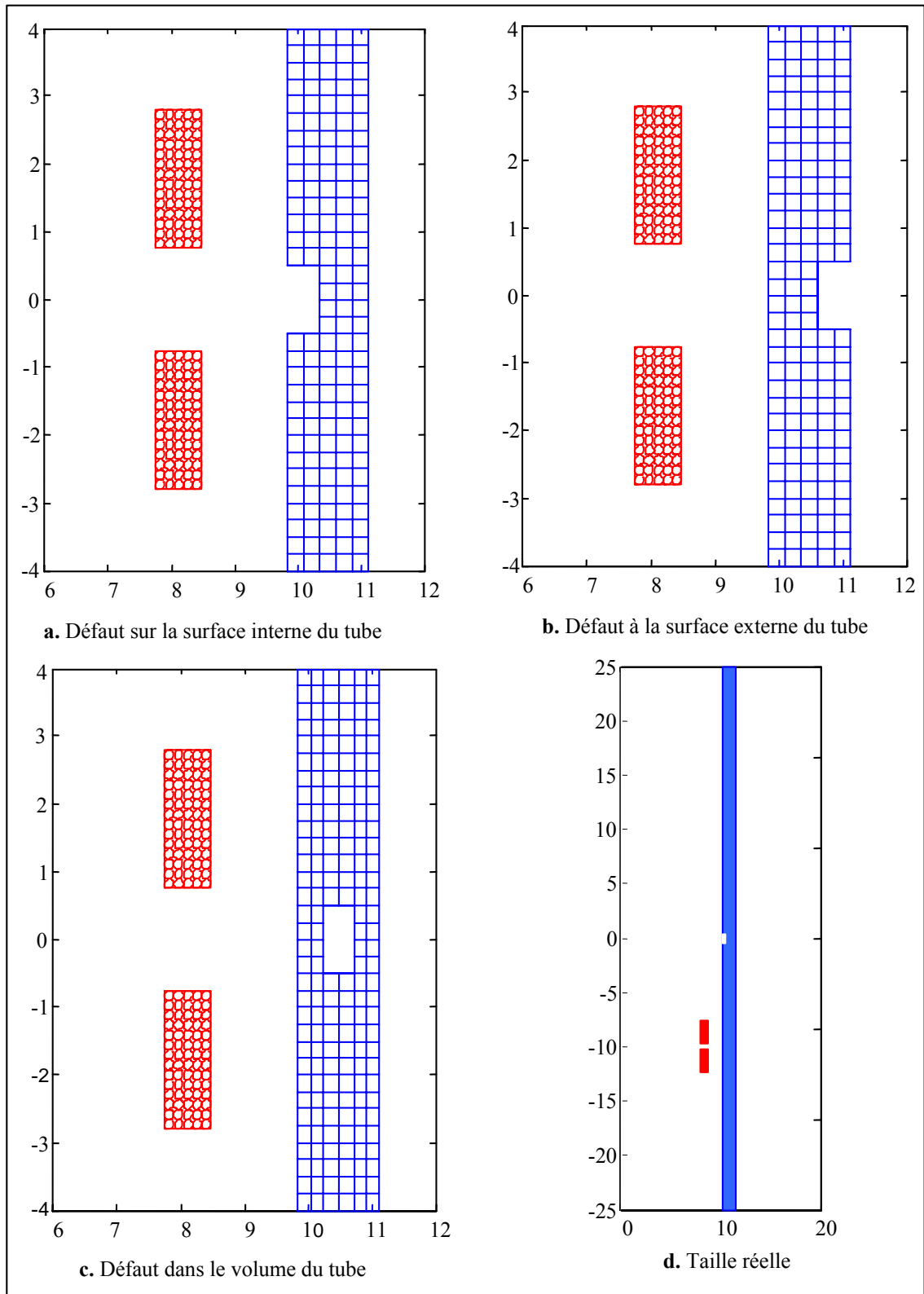


Figure V.7. Formes et positions des défauts

Tableau V.1 : Epaisseur de peau en fonction de la fréquence

Fréquences (KHz)	100	240	500
δ_s (mm)	0.21	0.14	0.10
δ_c (mm)	1.6	1.0	0.71

δ_s et δ_c sont les épaisseurs de peau électromagnétique respectivement dans la source (capteur) et dans la charge (pièce à contrôler).

Pour les fréquences standard de contrôle (100kHz, 240kHz, 500kHz), du fait que l'épaisseur de peau dans l'inducteur est relativement grande par rapport au rayon (0.073mm) de la section des spires comme le montre le tableau V.1, on admet que la distribution de la densité de courant dans celui-ci est uniforme. De même pour le tube, l'épaisseur de peau est comparable à l'épaisseur de ce dernier (1.27mm). Par conséquent la discrétisation dans celui-ci est régulière suivant les deux directions, comme le montre la figure V.7 qui représente le domaine de résolution.

V.4.4. Description de la simulation

Nous présentons, dans ce qui suit, les résultats de la modélisation, par la méthode des circuits électromagnétiques couplés, du contrôle non destructif par courant de Foucault des tubes présentant des défauts axisymétriques surfaciques (interne et externe) et volumique. Le capteur utilisé est une sonde différentielle glissante à l'intérieur du tube.

Après l'introduction des paramètres géométriques et électromagnétiques du dispositif, le modèle délivre la géométrie complète du système ; en ce qui concerne le maillage, les formes du capteur, de la pièce à contrôler ainsi que celle du défaut et sa position. Par la suite, le système d'équations, liant le courant source aux courants induits, est formulé. Sa résolution nous permet de visualiser la répartition des courants de Foucault dans la pièce, les lignes d'induction magnétique ainsi que les lignes équipotentielles. Ces résultats sont en fait secondaires, le plus important est le calcul de l'impédance à partir du courant source des courants induits.

La simulation est faite pour les trois fréquences standard de contrôle utilisées pour le CND par courants de Foucault à savoir 100khz, 240khz et 500khz. Le défaut, de longueur 1mm, peut être, du côté géométrie ; sur la surface interne ou externe du tube ou à l'intérieur de l'épaisseur du tube. Du côté nature, il se traduit soit par l'absence de matière ou par une inclusion non conductrice.

Pour simuler la détection de ces défauts, le capteur est supposé se déplacer le long du tube. A chaque pas de déplacement, nous recueillons l'impédance vue par le capteur. Pour éviter les effets de coin causés par les extrémités du tube, nous faisons déplacer le capteur à partir d'une position où ce dernier voit le tube comme sain et uniforme. En supposant que le défaut est situé au milieu de la longueur du tube, le déplacement du capteur s'achève à une position symétrique par rapport à la position de départ.

V.4.5. Validation du modèle

Pour vérifier la validité de la méthode des circuits électromagnétiques couplés, appliquée au contrôle différentiel, le modèle est testé sur le dispositif cité précédemment (Figure V.6), pour lequel nous disposons des résultats obtenus par la méthode des éléments finis [11].

Les figures V.8, V.9 et V.10 donnent la comparaison des variations d'impédance obtenues, d'une part, par le modèle développée et, d'autre part, par la méthode des éléments finis. Le résultat de la comparaison est très acceptable.

On donne, aussi en Annexe A6, les courbes de Lissajous de la variation de l'impédance d'un capteur différentiel encerclant.

La technique des éléments finis est une méthode très connue. Elle approche correctement les phénomènes physiques et permet de modéliser des géométries complexes, mais avec des temps de calculs pouvant devenir prohibitifs. L'avantage du modèle développé réside dans sa précision, car il est semi analytique, et sa rapidité, mais s'il est limité aux géométries axisymétriques.

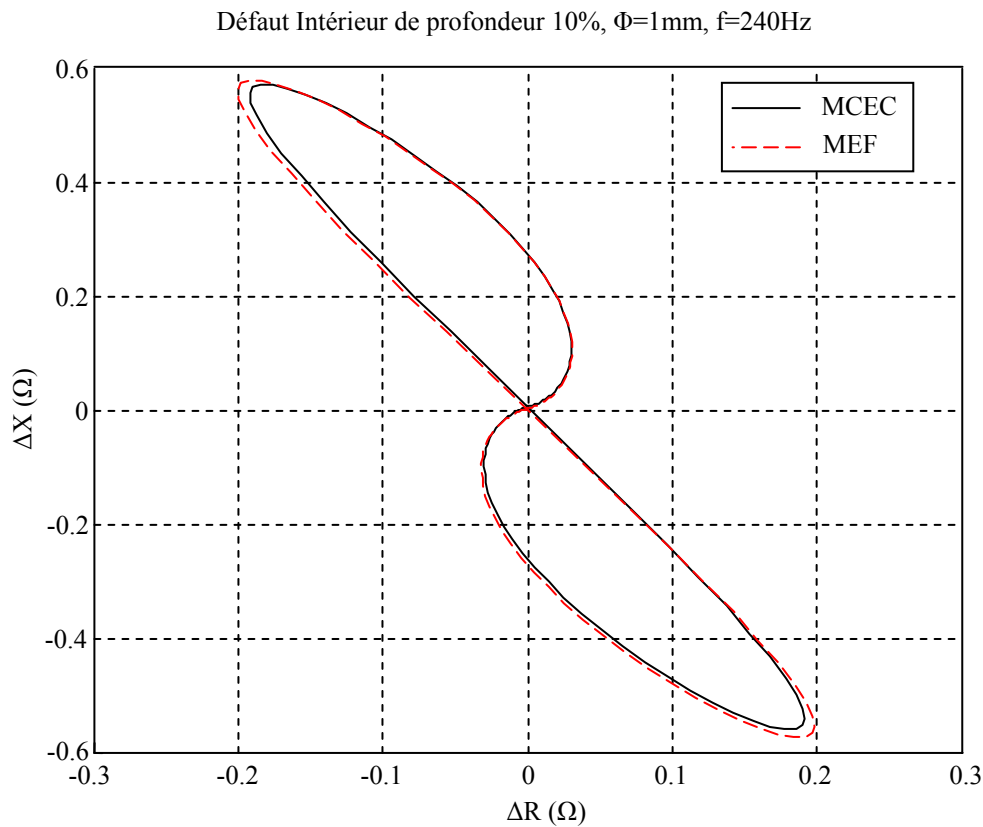


Figure V.8. Variation d'impédance pour un défaut sur la surface interne.

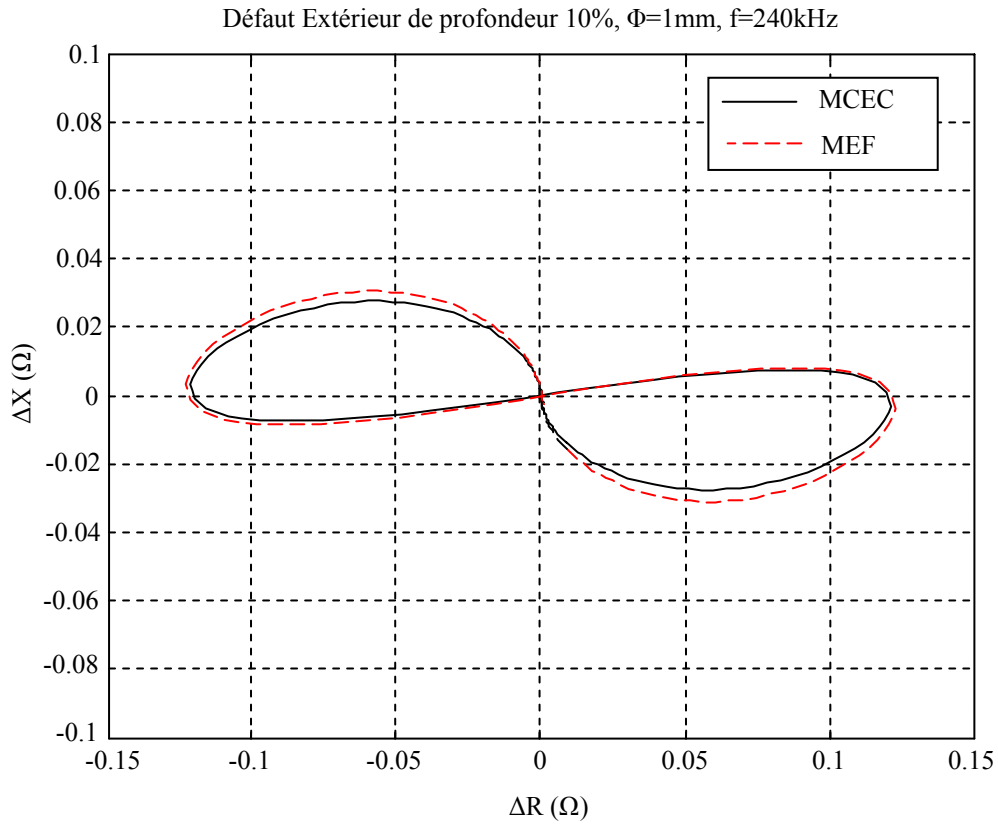


Figure V.9. Variation d'impédance pour un défaut sur la surface externe.

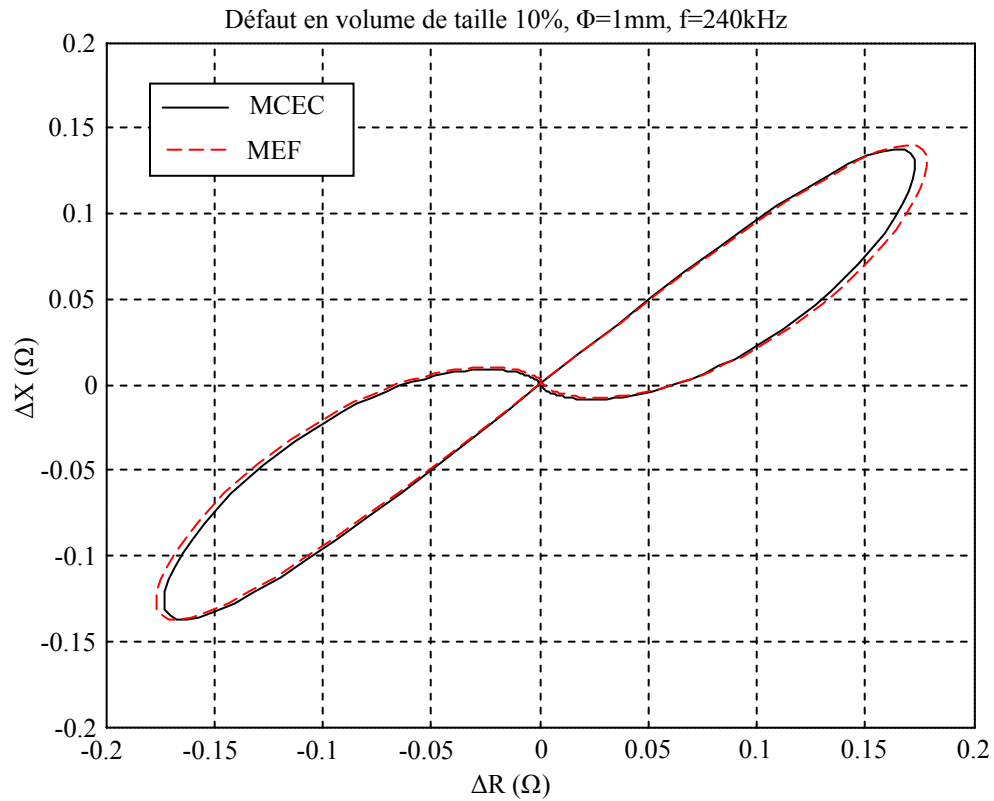


Figure V.10. Variation d'impédance pour un défaut au milieu de l'épaisseur du tube.

V.5. Etude et exploitation du modèle

V.5.1. Variation des paramètres de l'impédance

Pour étudier la variation de la résistance, de la réactance, du module de l'impédance et du déphasage due à la présence d'un défaut, nous limitons la présentation des résultats à ceux obtenus à la fréquence de 240kHz. Il s'agit de l'évaluation non destructive des caractéristiques des défauts interne et externe, de profondeur 10% et de longueur 1mm, déjà traitée par une représentation paramétrique de la variation d'impédance. Les résultats exposés par les figures V.11 et V.12 donnant les variations des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement du capteur le long du tube, ne sont autres que des informations explicites extraites des figures V.8 et V.9.

Lorsque le capteur ne voit pas de défaut, les variations des paramètres de l'impédance (résistance, réactance, module de l'impédance, déphasage) sont nuls. Cela s'explique par le fait que la partie de la pièce en face du capteur est saine.

Lorsque le capteur se rapproche du défaut, nous observons l'augmentation de la variation de ces paramètres jusqu'à une valeur maximale. Cette augmentation est due au fait que la première bobine du capteur voit le défaut à une position différente de celle de la deuxième bobine. Cela engendre une perturbation du champ source et par conséquent la variation d'impédance.

Quand le capteur arrive en face du défaut, nous n'enregistrons aucune variation car les deux bobines sont situées symétriquement par rapport au centre du défaut.

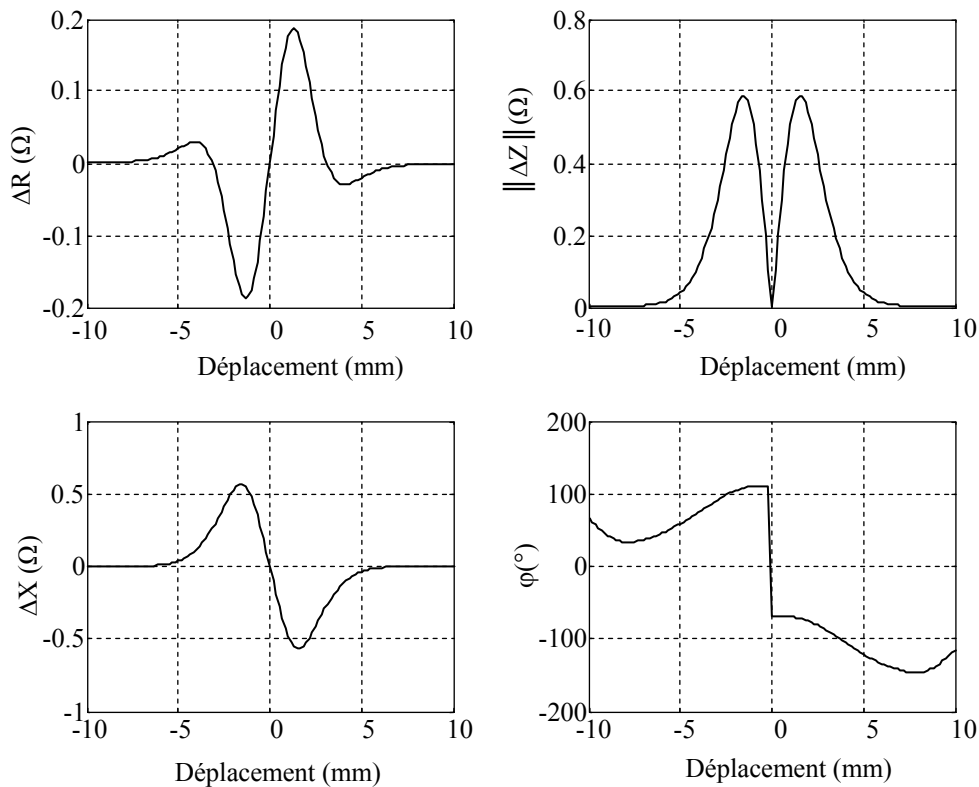


Figure V.11. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut interne à $f=240\text{kHz}$.

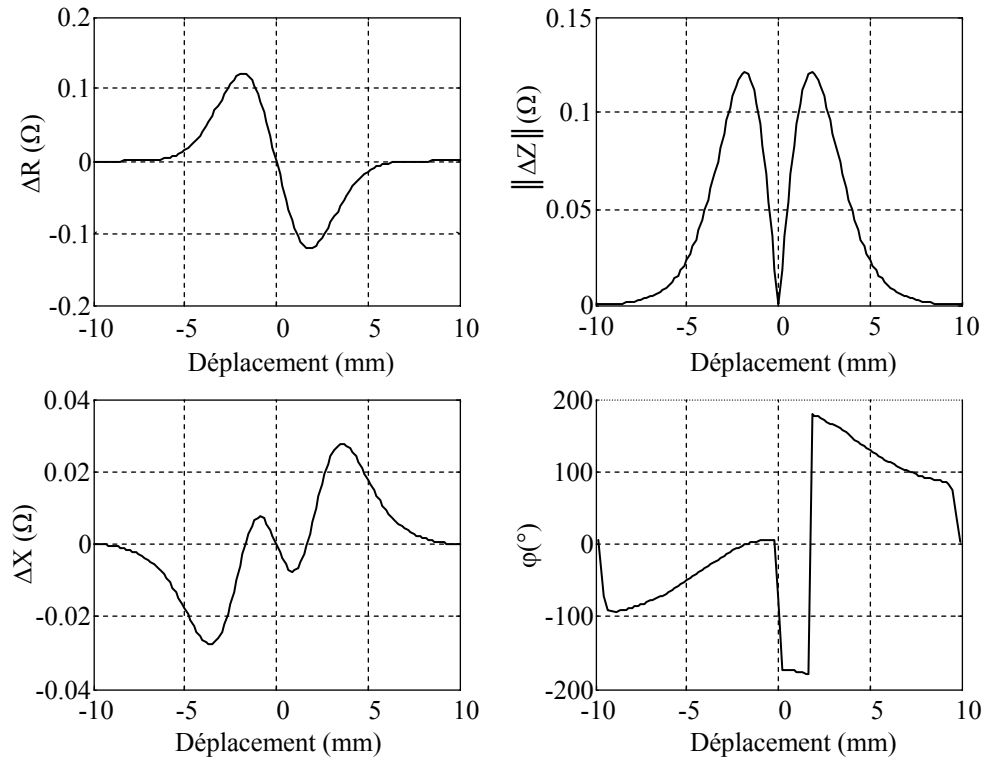


Figure V.12. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut externe à $f=240\text{kHz}$.

V.5.2. Signatures des défauts pour différentes valeurs de la fréquence

Les courbes de la variation de l'impédance d'un défaut surfacique interne et externe pour les trois fréquences standard sont regroupées dans la figure V.13 et V.14.

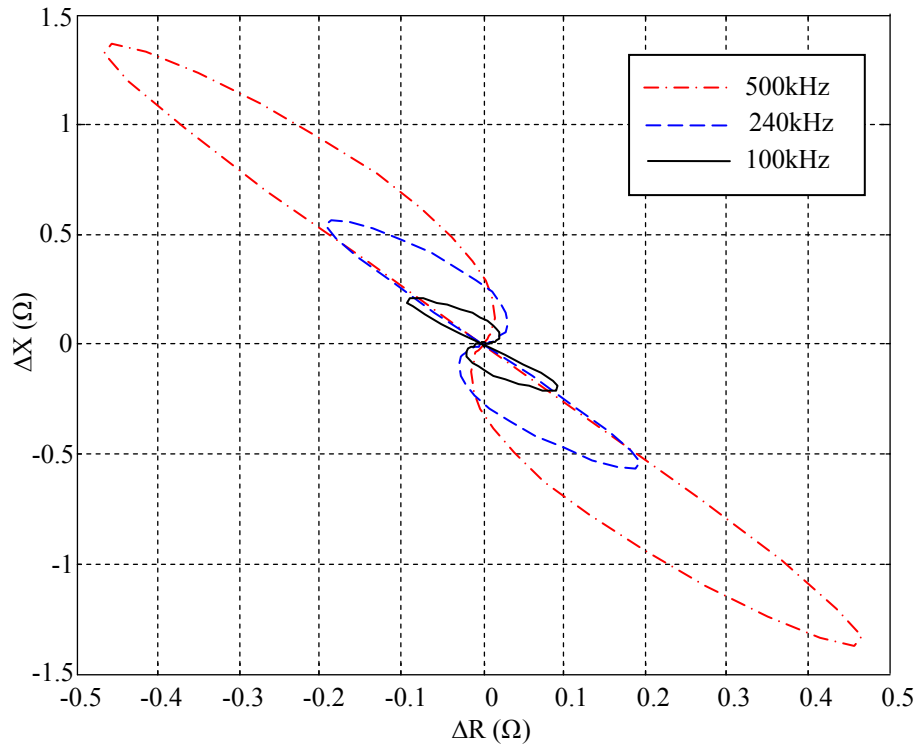


Figure V.13. Variation de l'impédance d'un défaut interne pour les trois fréquences standard.

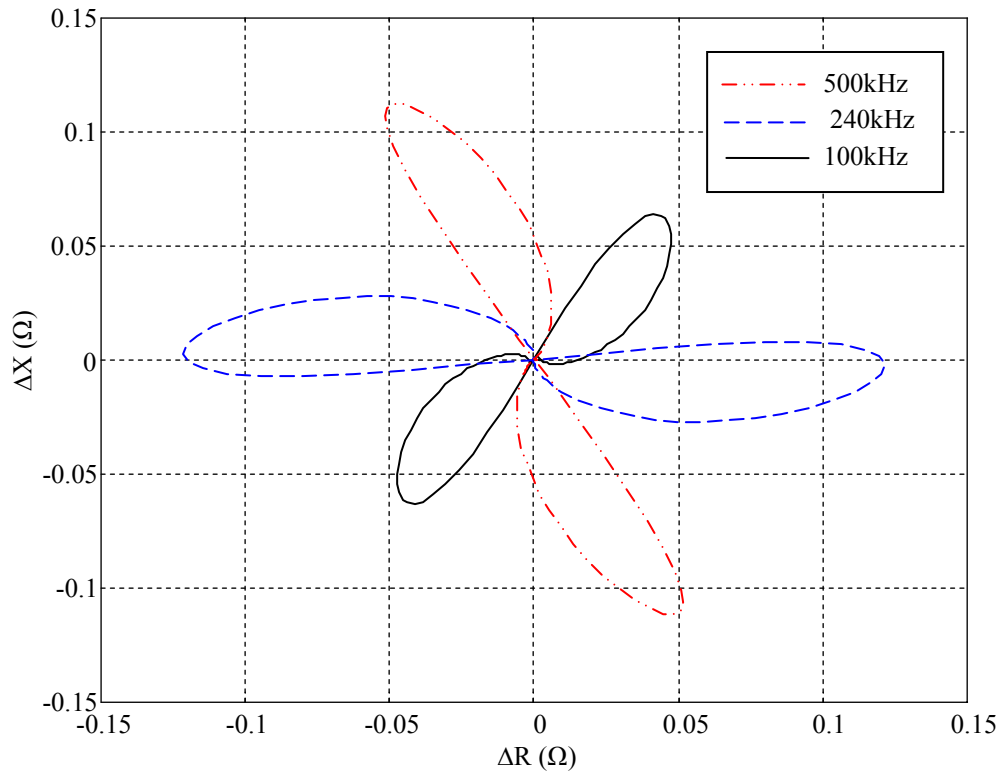


Figure V.14. Variation de l'impédance d'un défaut externe pour les trois fréquences standard.

Nous observons, dans le cas de défaut interne (proche du capteur), que la variation de l'impédance est marquée seulement par la variation de son module. Cette variation est d'autant plus importante que la fréquence est élevée. Cela est dû au phénomène de l'effet de peau dont l'épaisseur est inversement proportionnelle à la fréquence. Par contre, le déphasage reste sensiblement inchangé.

Dans le cas d'un défaut surfacique externe (coté opposé au capteur), la variation de l'impédance est affectée fortement par la variation de sa phase. Ces déphasages tournent dans le sens des aiguilles d'une montre avec l'augmentation de la fréquence. Le module de l'impédance n'est quasiment pas affecté par le changement car dans cette région l'intensité des courants de Foucault est faible.

V.5.3. Etude de l'influence des caractéristiques géométriques du défaut

L'étude du défaut, par l'évaluation de la résistance et de la réactance ou par l'intermédiaire du module de l'impédance et de son déphasage, est complète mais elle est encombrante et lente. Le moyen le plus rapide est de disposer d'une courbe qui rassemble toutes les informations concernant l'existence du défaut, sa taille, sa position et ses caractéristiques physiques. Il s'agit des courbes paramétriques ou de Lissajous déjà évoquées au chapitre IV. Ces courbes, donnent la variation de l'impédance sous forme de l'évolution de la variation de la réactance en fonction de l'évolution de la variation de la résistance ; le paramètre étant le déplacement.

En absence du défaut, la caractéristique prend la forme d'un point centré appelé spot. En présence d'un défaut, la courbe prend des formes qui dépendent de la nature de l'anomalie. Sur l'axe des

ordonnées, on s'informe sur la réactance. La résistance est extraite de l'axe des abscisses. Le module et la phase s'en déduisent facilement.

V.5.3.1. Position du défaut

Les figures V.15, V.16 et V.17 rassemblent les réponses de trois types de défauts surfaciques (interne et externe) et volumique, de profondeur 10% et de longueur 1mm, respectivement pour les trois fréquences standard de contrôle par courants de Foucault.

Pour les trois fréquences, nous constatons que la variation de l'impédance est d'autant plus importante que le défaut est proche du capteur. Ce phénomène est dû à la distribution radiale du courant dans le tube. Le courant est maximal à la surface interne (proche du capteur) et diminue au fur et à mesure qu'il pénètre dans l'épaisseur du tube. C'est l'effet de peau électromagnétique. C'est toujours cet effet qui explique la distinction des positions des défauts. Ainsi, pour la fréquence 500kHz, l'épaisseur de peau engendrée est très faible relativement aux autres fréquences. La signature du défaut surfacique interne est plus claire.

Pour les autres défauts la variation est très faible car les zones où sont situés les défauts ne sont pas traversées ou peu par les courants de Foucault.

Contrairement au défaut surfacique interne dont la signature est caractérisée par la variation du module de l'impédance, le défaut surfacique externe se distingue par la variation du déphasage. Ainsi, le déphasage de la variation maximale de l'impédance évolue avec l'augmentation de la fréquence.

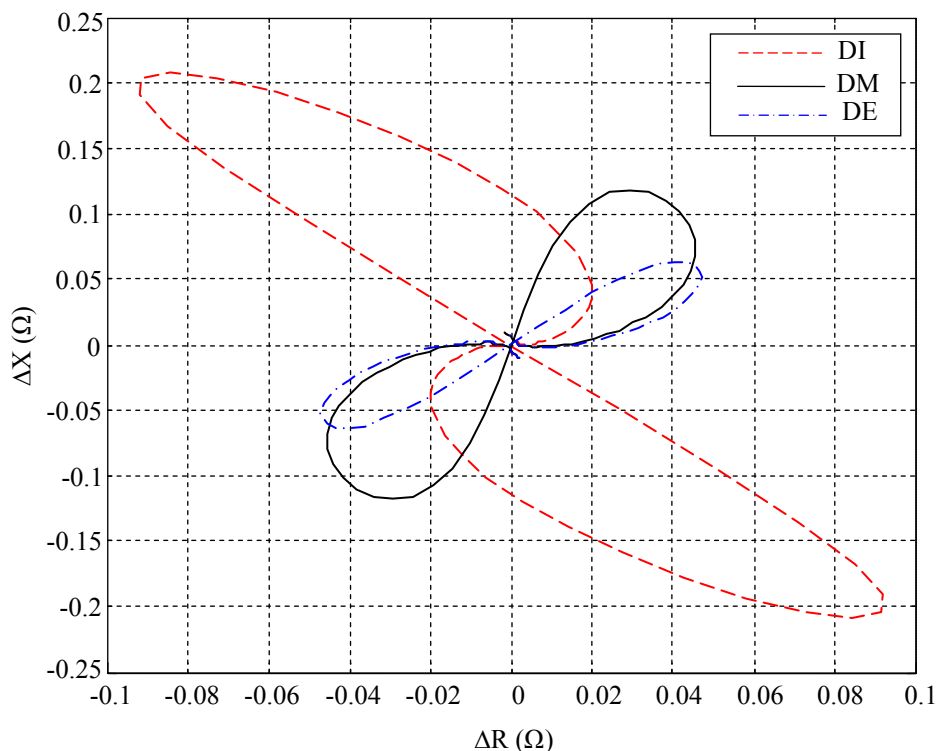


Figure V.15. Courbes de Lissajous de l'impédance pour différentes positions du défaut à 100kHz.

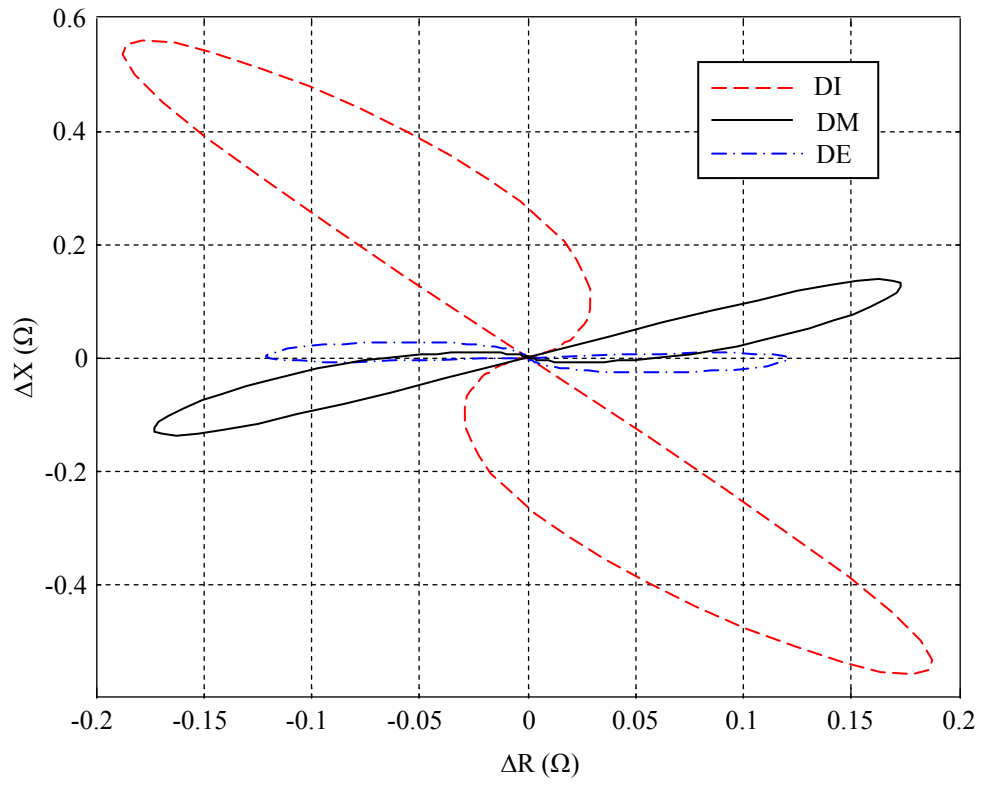


Figure V.16. Variation de l'impédance dans le plan des phases pour les trois types de défauts à 240kHz.

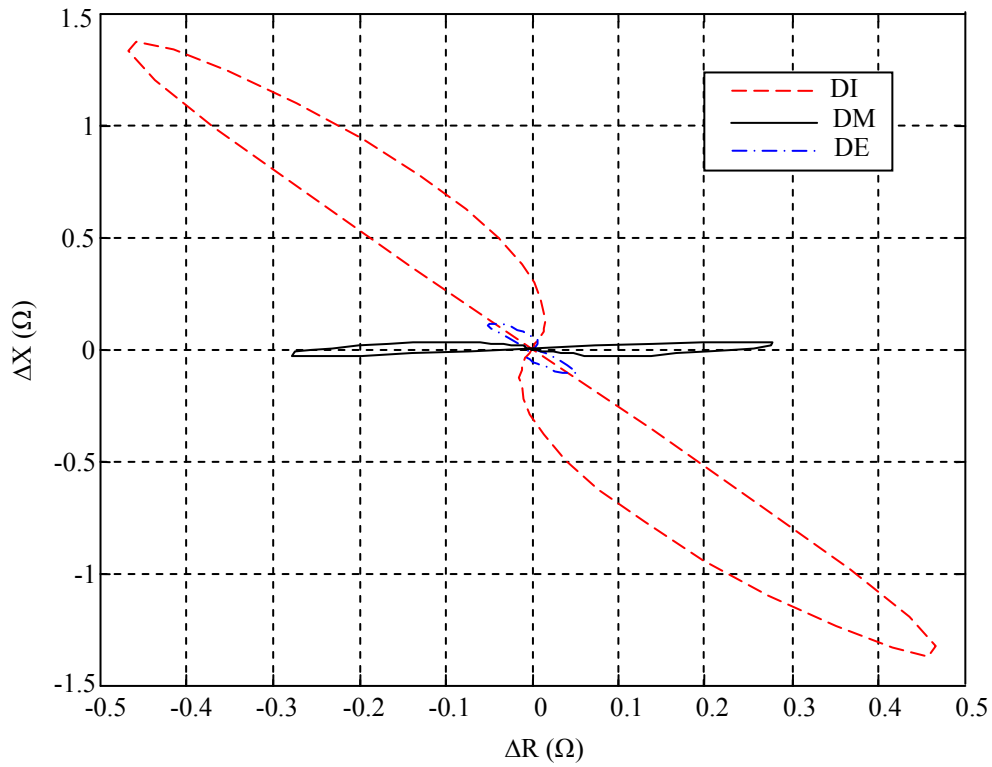


Figure V.17. Variation de l'impédance dans un plan de phase pour les trois types de défauts (f=500kHz).

V.5.3.2. Profondeur radiale du défaut

Nous présentons, dans les figures V.18, V.19 et V.20, la comparaison des variations d'impédance dues à des défauts présentant des profondeurs différentes pour les trois fréquences standard.

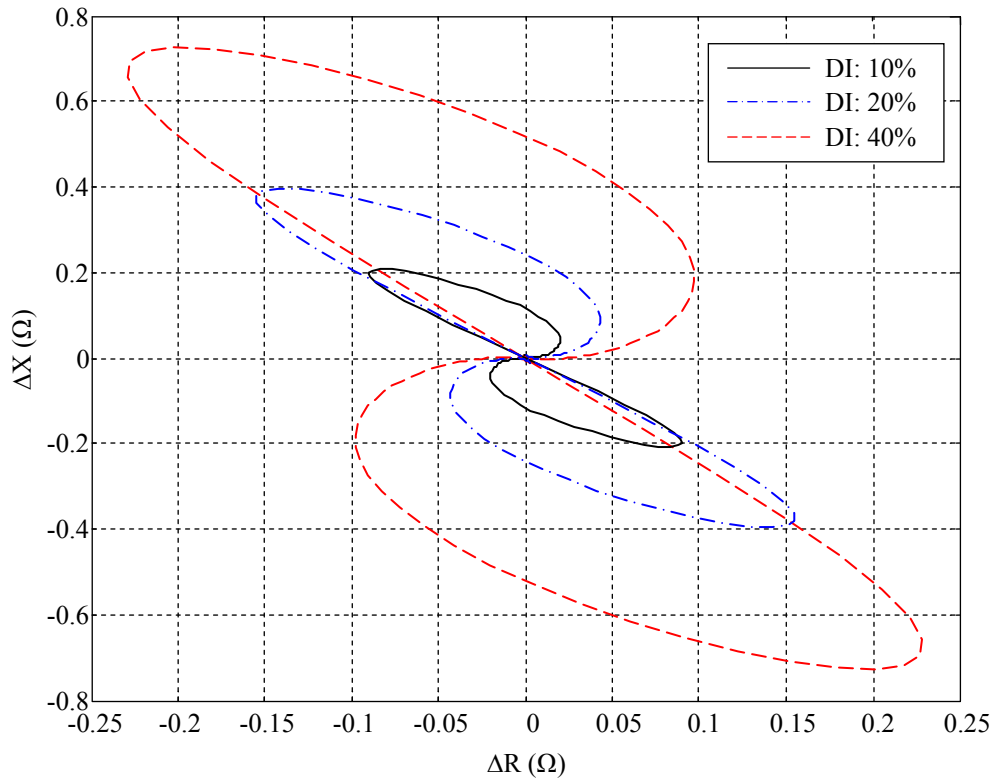


Figure V.18. Variation de l'impédance pour différentes profondeurs du défaut à 100kHz.

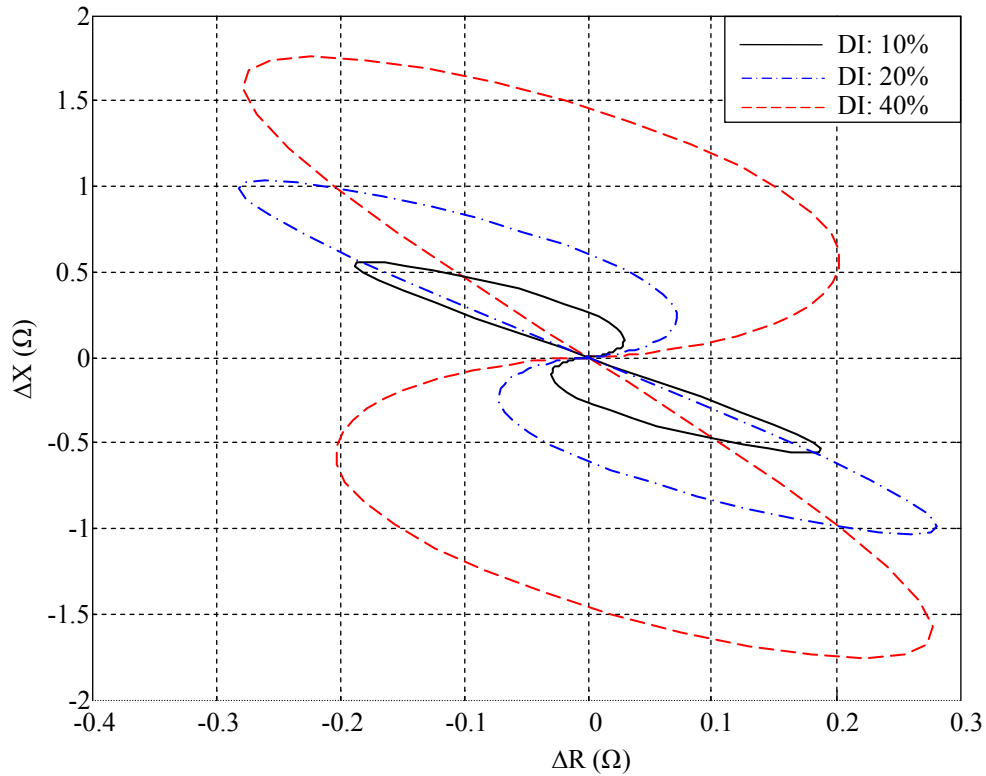


Figure V.19. Variation de l'impédance pour différentes profondeurs du défaut à 240kHz.

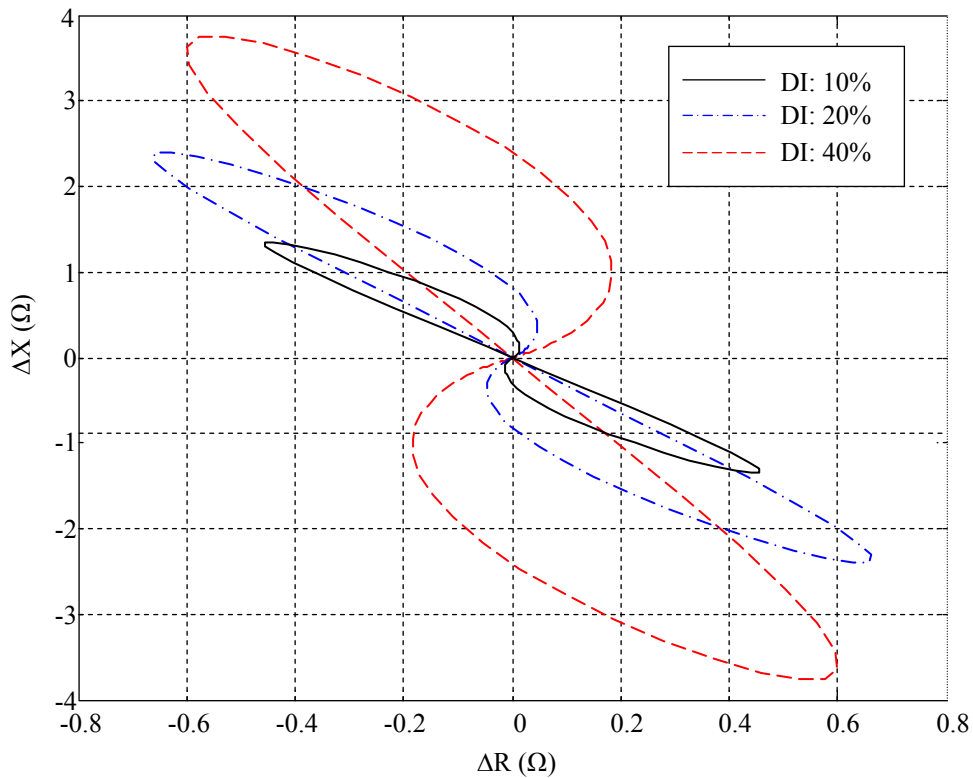


Figure V.20. Variation de l'impédance pour différentes profondeurs du défaut à 500kHz.

On constate que la variation de l'impédance est plus marquée pour les défauts de profondeurs importantes. Cela s'explique par le fait que les courants de Foucault sont très perturbés par des défauts de grande taille. Plus la fréquence est grande plus la détection est plus marquée. Une distinction relativement peut être faite pour la fréquence de 500kHz où les profondeurs du défaut se distinguent par la mesure de la phase de la variation maximale de l'impédance.

V.5.3.3. Longueur axiale du défaut

Concernant toujours la taille du défaut, cette fois-ci, nous modifions sa longueur axiale. Selon les fréquences 100kHz, 240kHz et 500kHz, nous obtenons respectivement les figures V.21, V.22 et V.23. Le défaut concerné est celui situé sur la surface latérale interne du tube.

En modifiant la longueur du défaut tout en gardant sa profondeur de 10%, nous constatons que contrairement à l'influence de sa profondeur, sa longueur n'agit que sur l'amplitude de la variation d'impédance. En repérant la valeur maximale de l'amplitude, on aperçoit que la phase de la variation d'impédance est parfaitement inchangée par la modification de la longueur axiale du défaut.

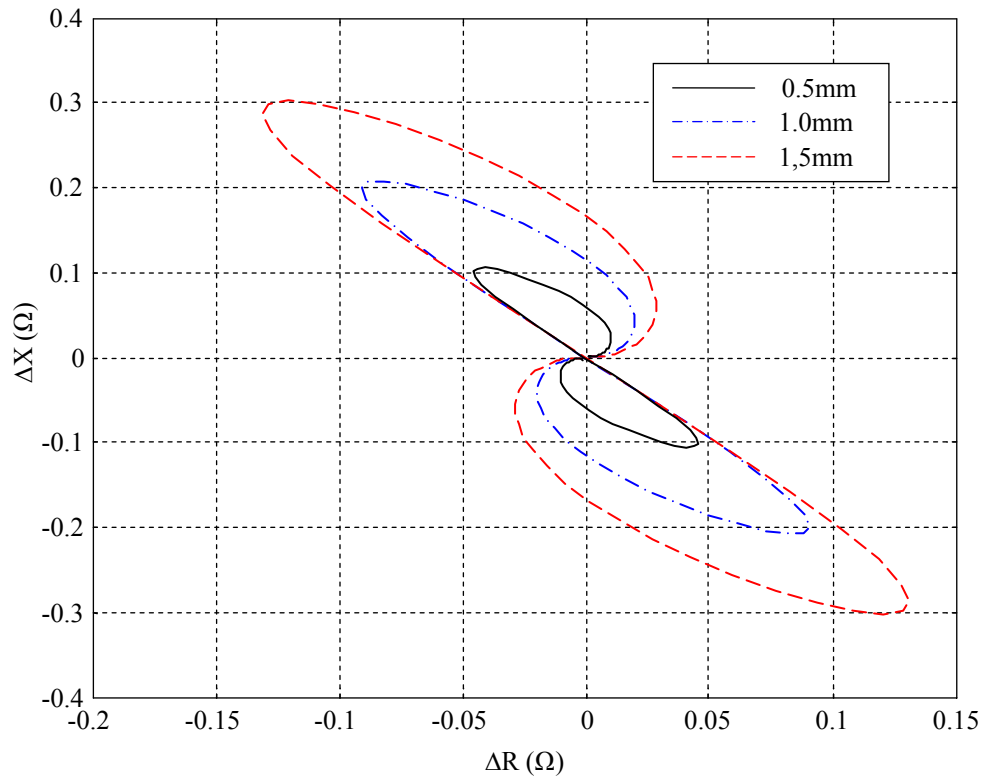


Figure V.21. Variation de l'impédance pour différentes longueurs du défaut à 100kHz.

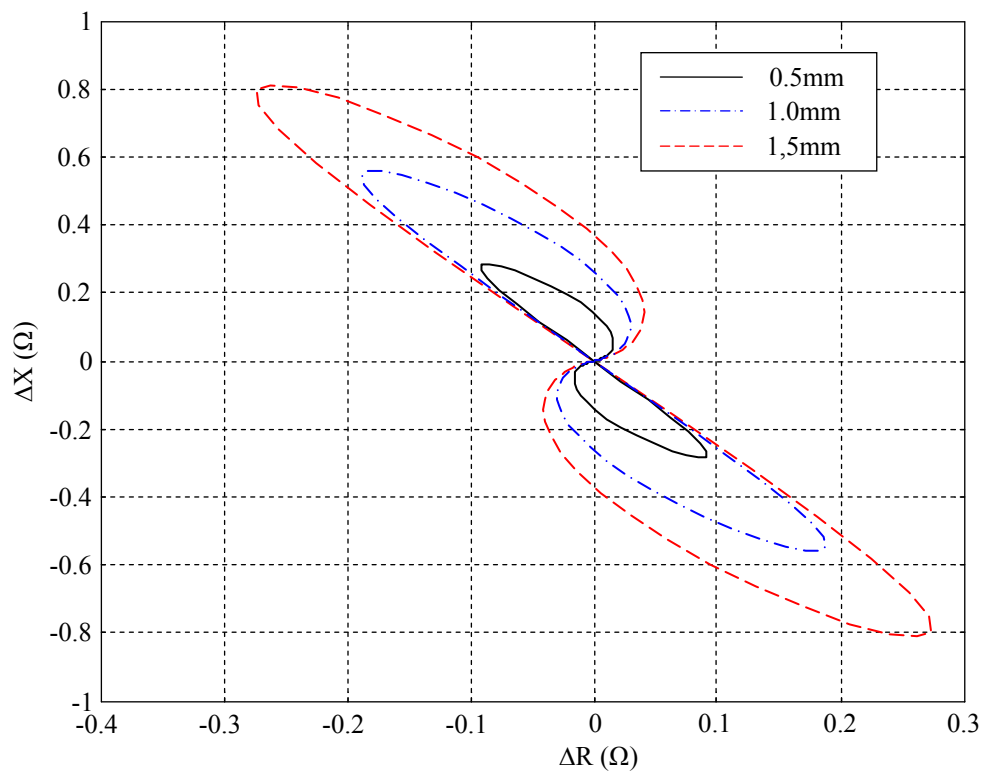


Figure V.22. Variation de l'impédance pour différentes longueurs du défaut à 240kHz.

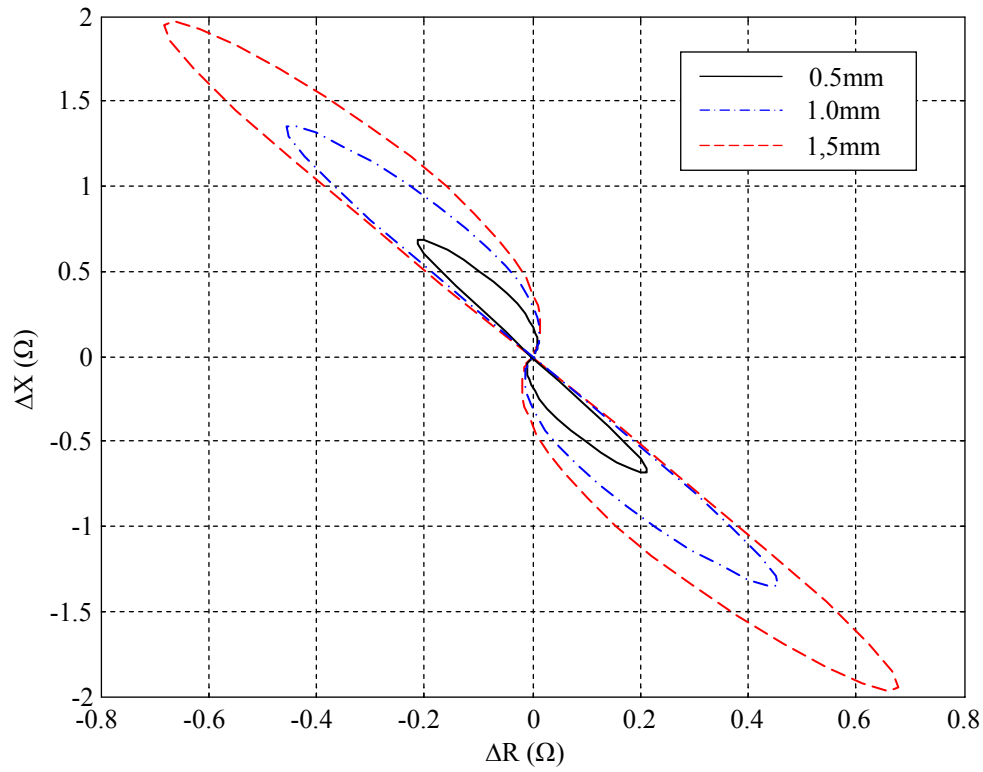


Figure V.23. Variation de l'impédance pour différentes longueurs du défaut à 500kHz.

V.5.4. Effet du paramètre géométrique (Lift-off)

Les figures V.24, V.25 et V.26 établies respectivement pour les fréquences 100kHz, 240kHz et 500kHz, comparent les variations de l'impédance obtenues pour trois valeurs de lift-off.

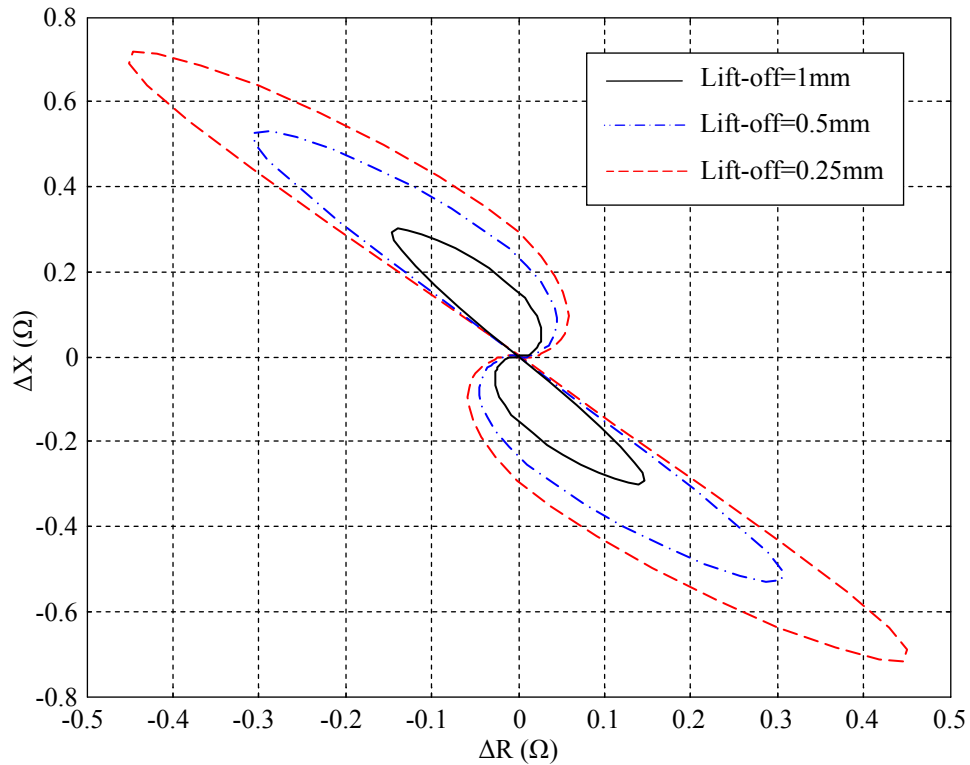


Figure V.24. Variation de l'impédance à 100kHz pour trois valeurs de lift-off.

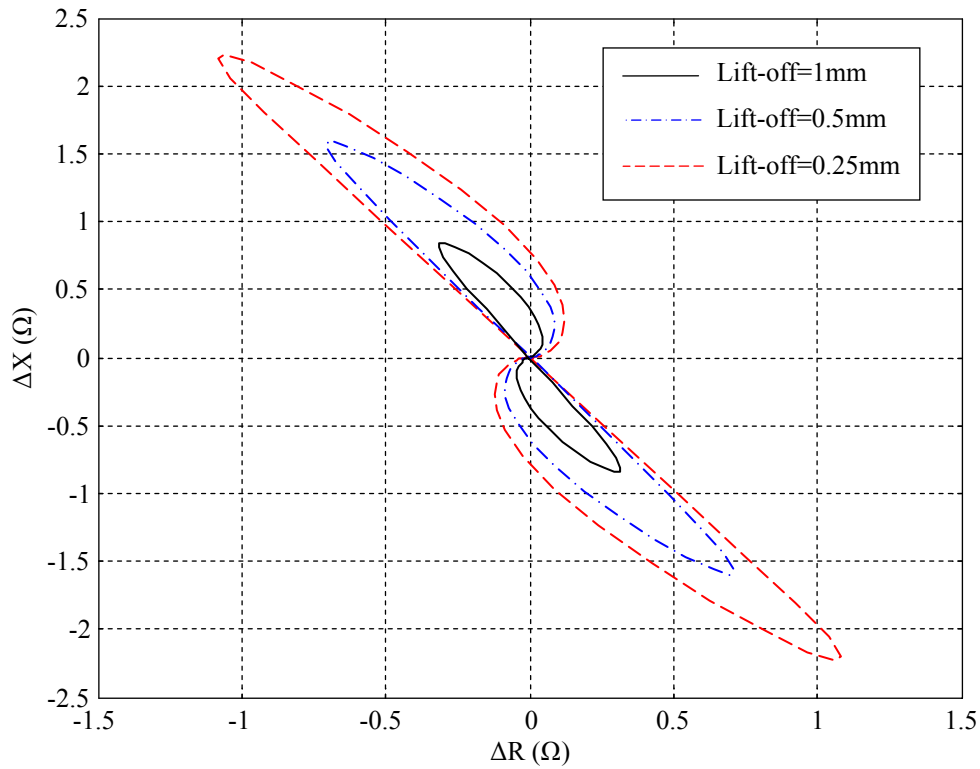


Figure V.25. Variation de l'impédance à 240kHz pour trois valeurs de Lift-off.

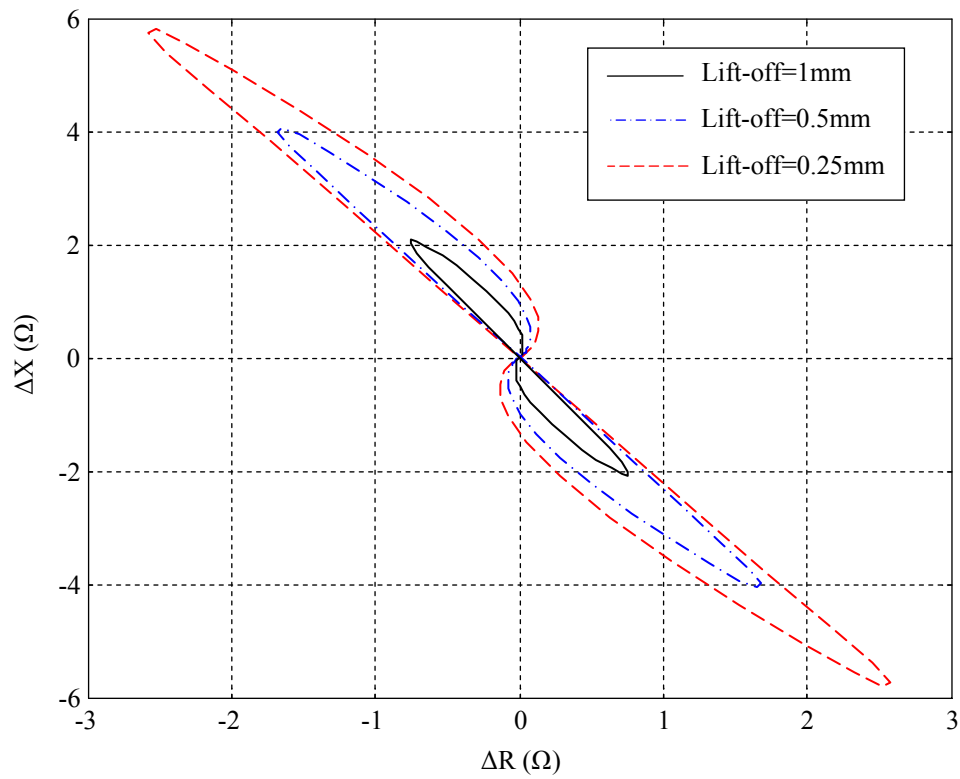


Figure V.26. Variation de l'impédance à 500kHz pour deux valeurs de Lift-off.

Les courbes sont obtenues en modifiant les rayons intérieur et extérieur du capteur tout en gardant son épaisseur fixe et sans modifier les caractéristiques géométriques du tube ainsi que celles du défaut (DI : 10%, 1mm). Les allures obtenues montrent que ce paramètre géométrique influence principalement sur l'amplitude de la variation d'impédance et pour toutes les fréquences. Cependant, contrairement à l'influence de la longueur du défaut, nous décelons une légère influence sur le déphasage.

V.5.5. Effet du paramètre électrique (Conductivité)

Les figures V.27, V.28 et V.29 donnent, respectivement pour les fréquences 100kHz, 240kHz et 500kHz, les variations de l'impédance pour divers matériaux de conductivités électriques différentes.

Le défaut provoqué est situé sur la surface interne du tube. Il est caractérisé par une profondeur de 10% et de longueur de 1mm.

A 100kHz, quand que la conductivité du matériau à tester augmente, les courbes paramétriques de l'impédance ont tendance à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. A une fréquence moyenne de 240kHz, cette rotation change de sens pour un matériau de conductivité égale à celle du cuivre. Ce changement devient fréquent pour une fréquence élevée (500kHz). Ce phénomène ne peut être engendré que par l'effet de peau dont l'épaisseur est liée étroitement et simultanément à la conductivité électrique et à la fréquence. Lorsque la conductivité et la fréquence augmentent simultanément, l'effet de peau engendrée est doublement important.

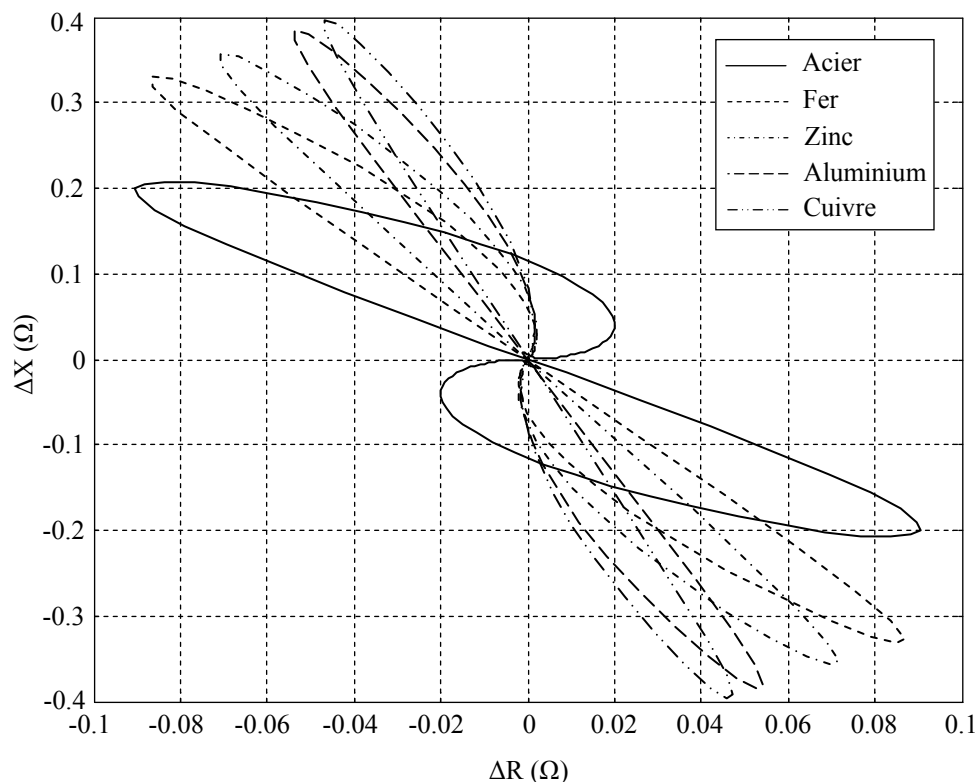


Figure V.27. Variation de l'impédance à 100kHz pour différentes valeurs de la conductivité électrique

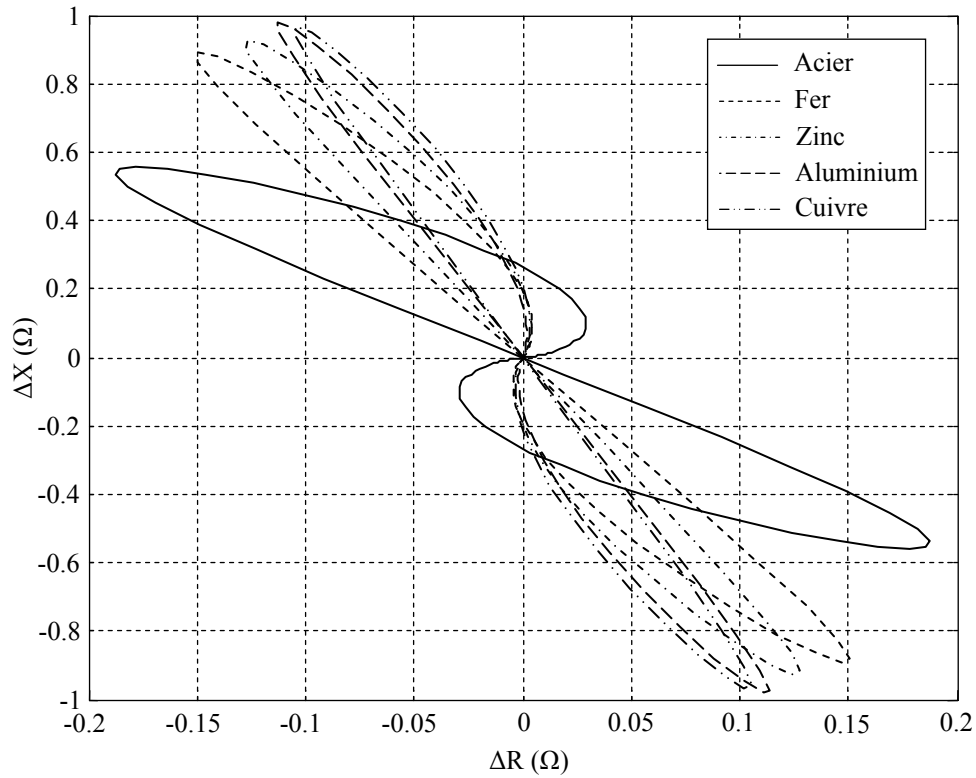


Figure V.28. Variation de l'impédance à 240kHz pour différentes valeurs de la conductivité électrique

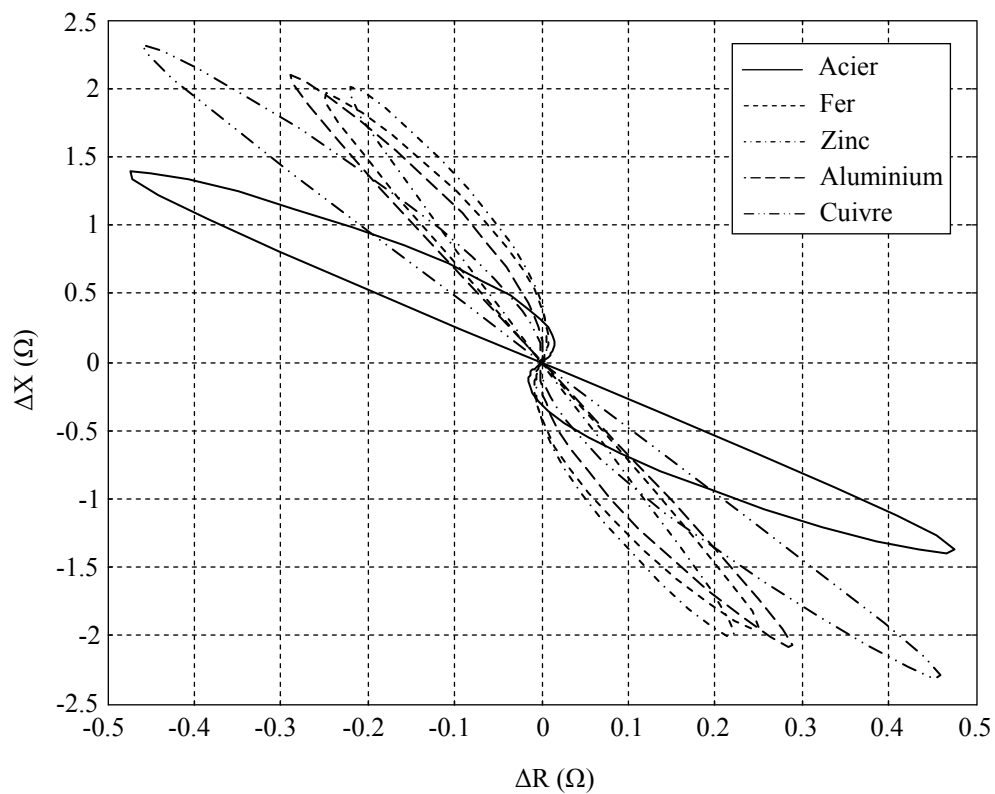


Figure V.29. Variation de l'impédance à 500kHz pour différentes valeurs de la conductivité électrique

V.5.6. Lignes équipotentielles issues d'un dispositif différentiel

Pour différentes positions du capteur relativement au défaut, nous captions les lignes iso valeurs du potentiel magnétique vecteur pour un défaut interne de 10% de profondeur et de 1mm de longueur. Nous choisissons pour ces captures une fréquence de 240kHz dans le but d'enregistrer les mêmes perturbations que celles déjà réalisées par l'impédance différentielle (cf. sp.V.4.5. p.120) et de ces paramètres (cf. sp.V.5.1. p.122). Le tracé des iso valeurs concerne la composante active, réactive et le module du potentiel magnétique vecteur dans l'environnement bidimensionnel du dispositif de contrôle.

Les figures V.30, V.31, V.32, V.33 et V.34 montrent les lignes équipotentielles magnétiques pour différentes positions du capteur bien choisies. Nous choisissons la position de perturbation maximale correspondante à -1.5mm, la position face au défaut, une autre loin du défaut et deux positions de part et d'autre de celle de la détection maximale.

Les lignes équipotentielles représentent des valeurs réduites. Elles sont évaluées par rapport à la valeur maximale du module du potentiel magnétique vecteur repéré à la position -1.5mm où la perturbation est maximale.

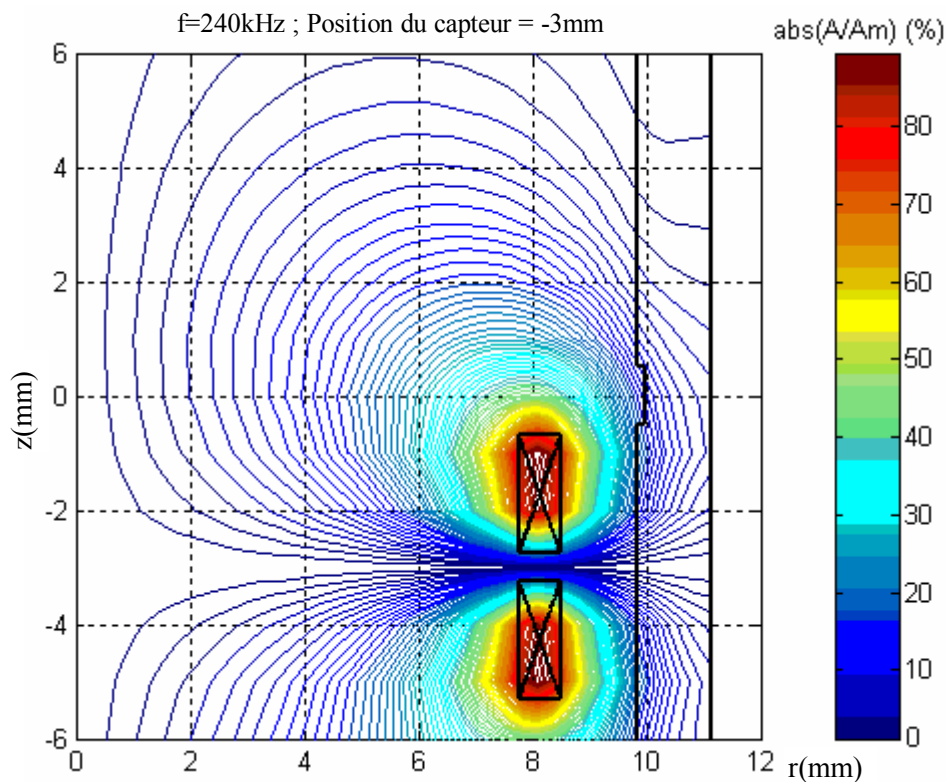


Figure V.30. Lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur à la position de 3mm du capteur par rapport au défaut.

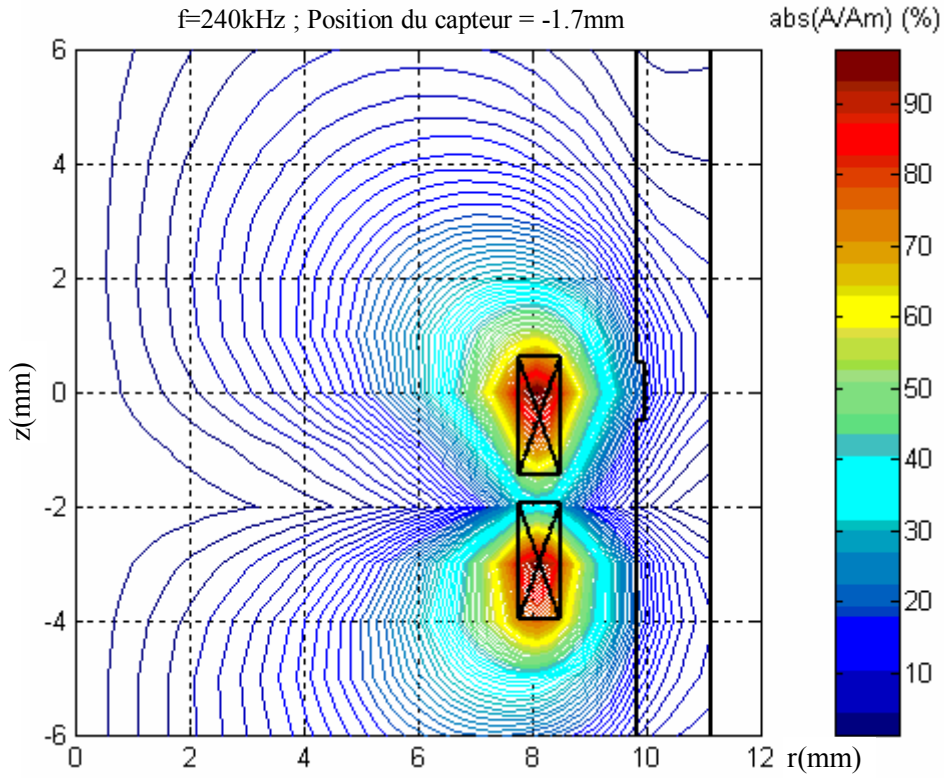


Figure V.31. Lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur à la position de 1.7mm du capteur par rapport au défaut.

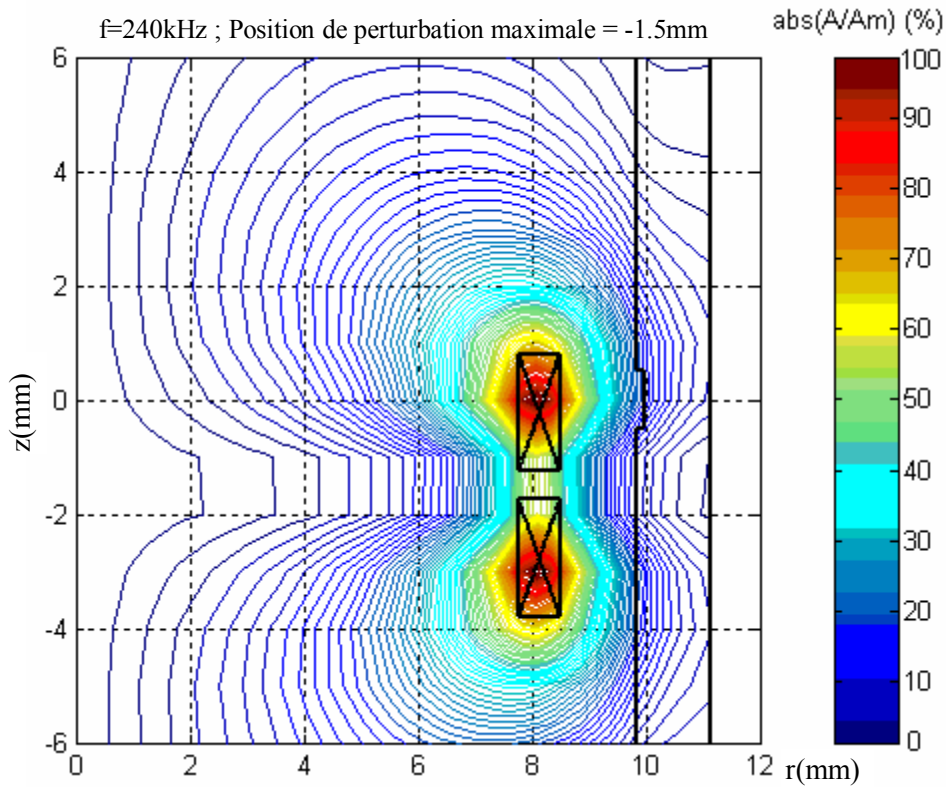


Figure V.32. Lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur à la position de 1.5mm du capteur par rapport au défaut.

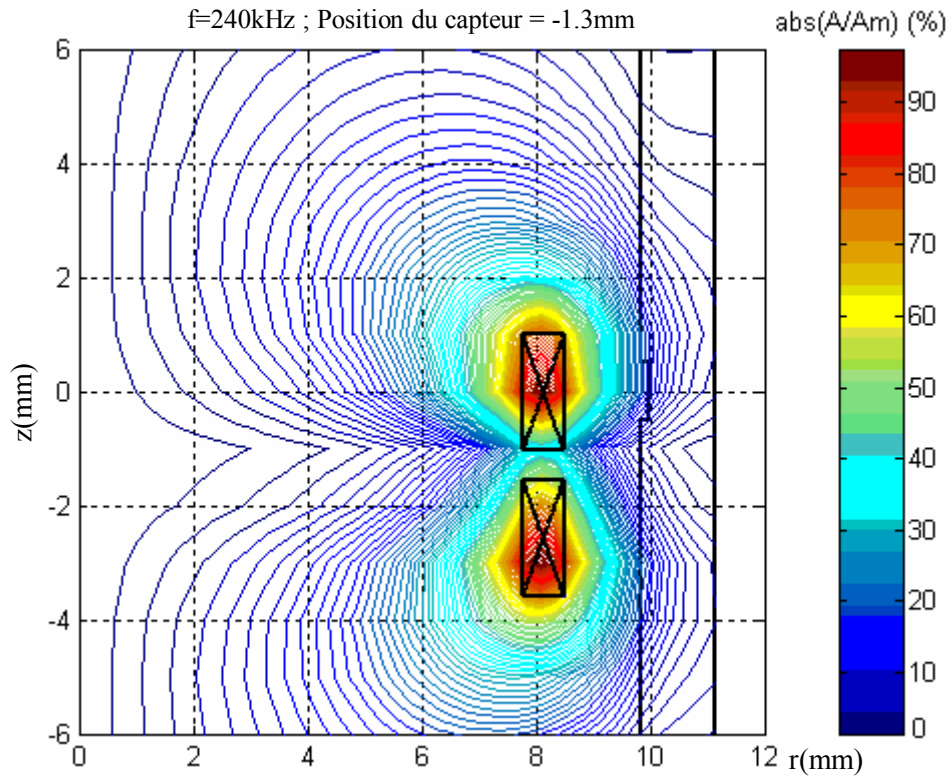


Figure V.33. Lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur à la position de 1.3mm du capteur par rapport au défaut.

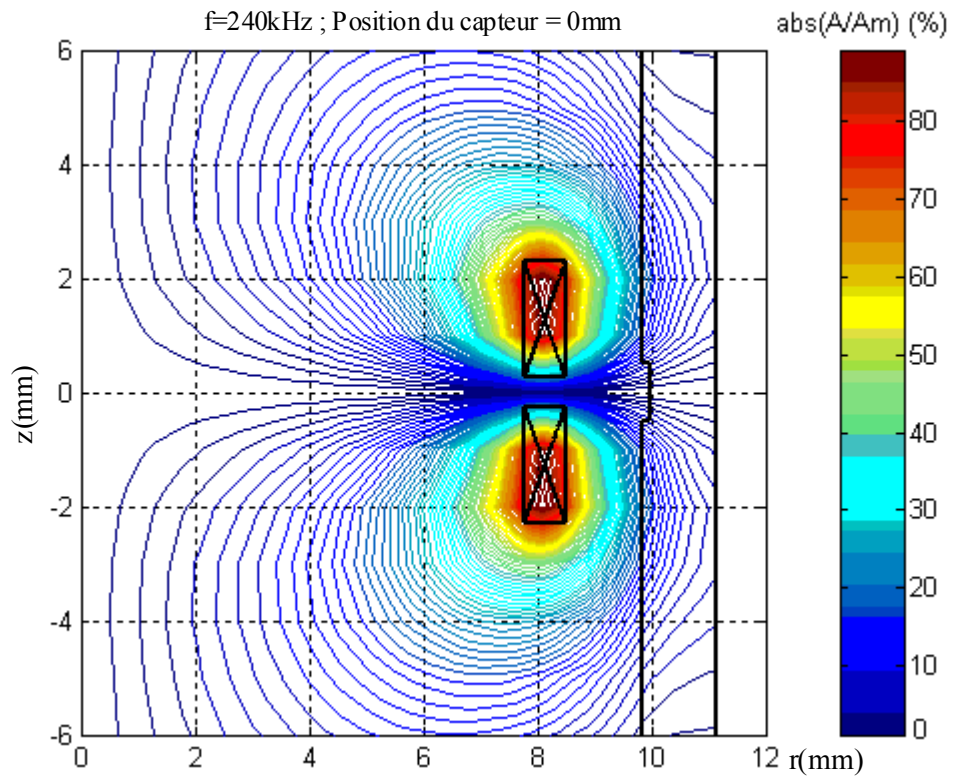


Figure V.34. Lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur à la position du capteur face au défaut.

A la position loin du défaut (figure V.30) et à celle face au défaut (figure V.34), les lignes de champs ne subissent aucune déformation car les bobines du capteur sont, relativement à la pièce, géométriquement symétriques ou presque pour la position -3mm . Dans la figure V.32, la perturbation que subit le champ est maximale. Elle correspond à une variation de l'amplitude de l'impédance de $0.558\ \Omega$ dont la variation de la réactance est de $0.56\ \Omega$ et celle de la résistance est de $-0.183\ \Omega$. Ces valeurs sont extraites de la figure V.11. Les lignes de champs (figures V.31 et V.33), enregistrées aux deux positions symétriques par rapport à la position de détection maximale, ont des formes qui caractérisent deux phénomènes inverses et dont les intensités sont identiques.

La perturbation de l'amplitude du champ est principalement causée par la perturbation de la composante réactive du potentiel magnétique vecteur comme le montre la comparaison des figures V.35 et V.36. Elles montrent aussi que la partie active, atteignant presque 90% de la valeur maximale de l'amplitude, est dominante devant la partie réactive qui arrive à 10%. C'est la neutralisation du phénomène inductif par deux bobines différentielles. Un phénomène inverse a été remarqué dans le cas de capteurs absolus traités au chapitre précédent (cf. sp. IV.5.1.3., p. 94 et sp. IV.5.2.5., p. 104).

Au cours de la visualisation de l'effet de la fréquence sur la répartition du potentiel magnétique vecteur, nous en profitons pour préciser son intensité du potentiel à l'intérieur de l'épaisseur du tube. Dans ce contexte, nous exposons pour les fréquences de 240kHz et de 100kHz, les iso valeurs des composantes active (figures V.37 et V.39) et réactive (figures V.38 et V.40) du potentiel magnétique vecteur.

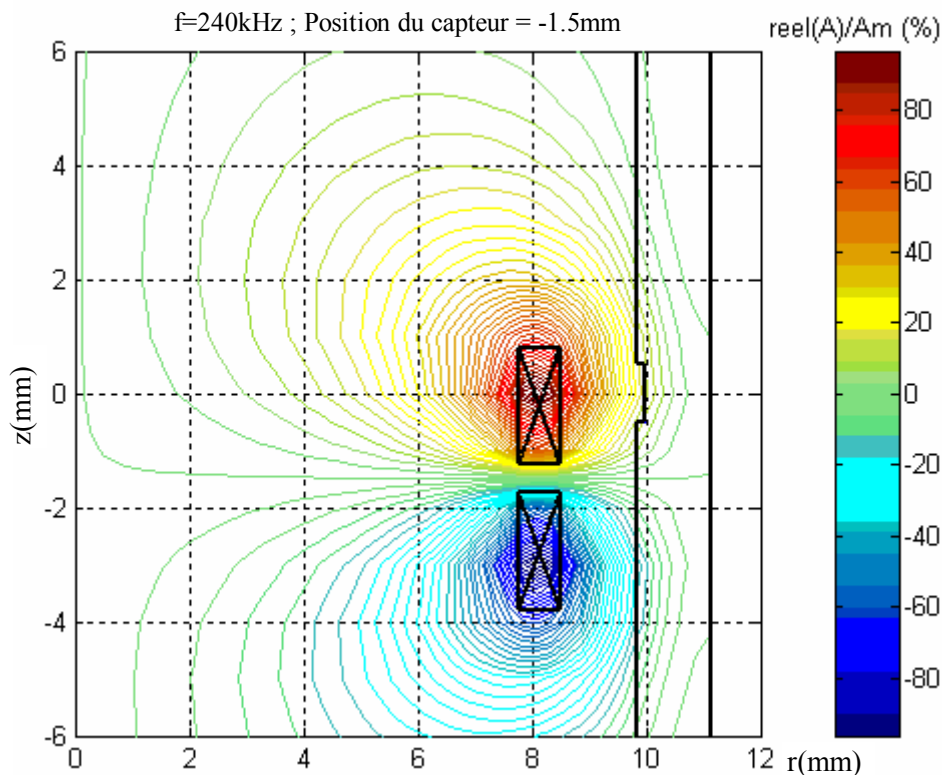


Figure V.35. Lignes iso valeurs de la partie réelle du potentiel magnétique vecteur.

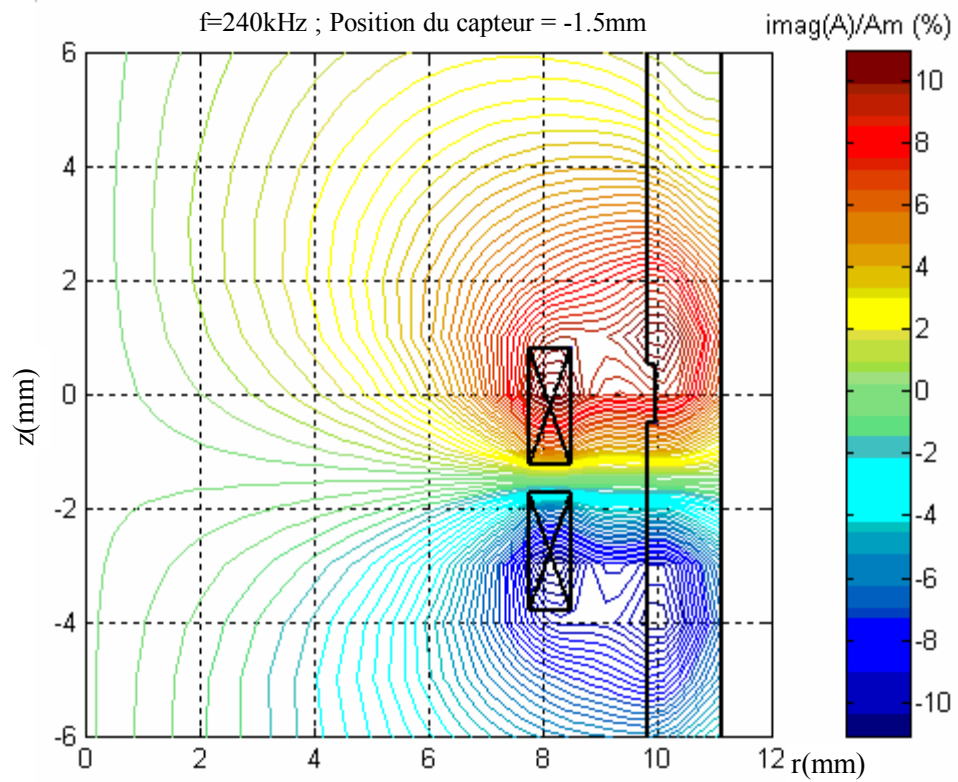


Figure V.36. Lignes iso valeurs de la partie imaginaire du potentiel magnétique vecteur.

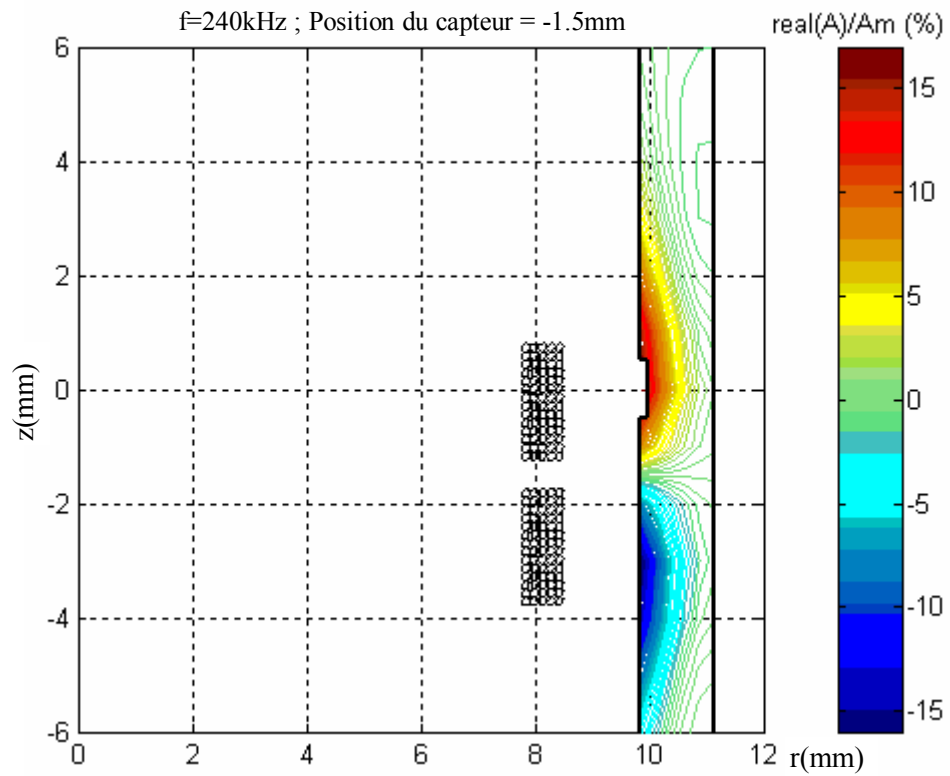


Figure V.37. Lignes iso valeurs de la partie réelle du potentiel magnétique vecteur dans l'épaisseur du tube.

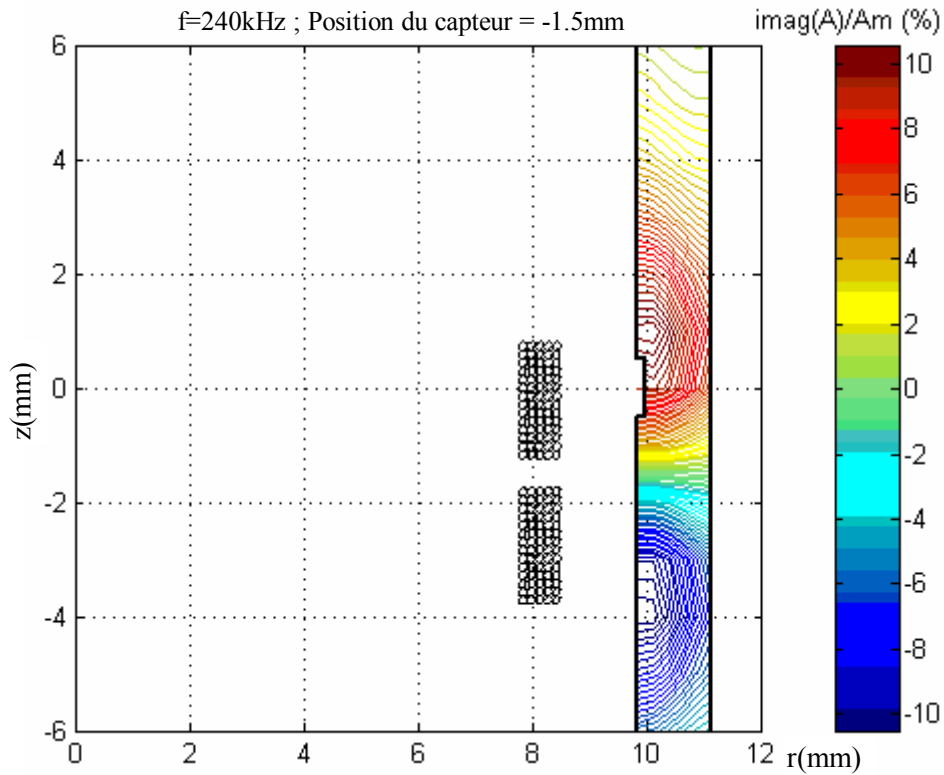


Figure V.38. Lignes iso valeurs de la partie imaginaire du potentiel magnétique vecteur dans l'épaisseur du tube.

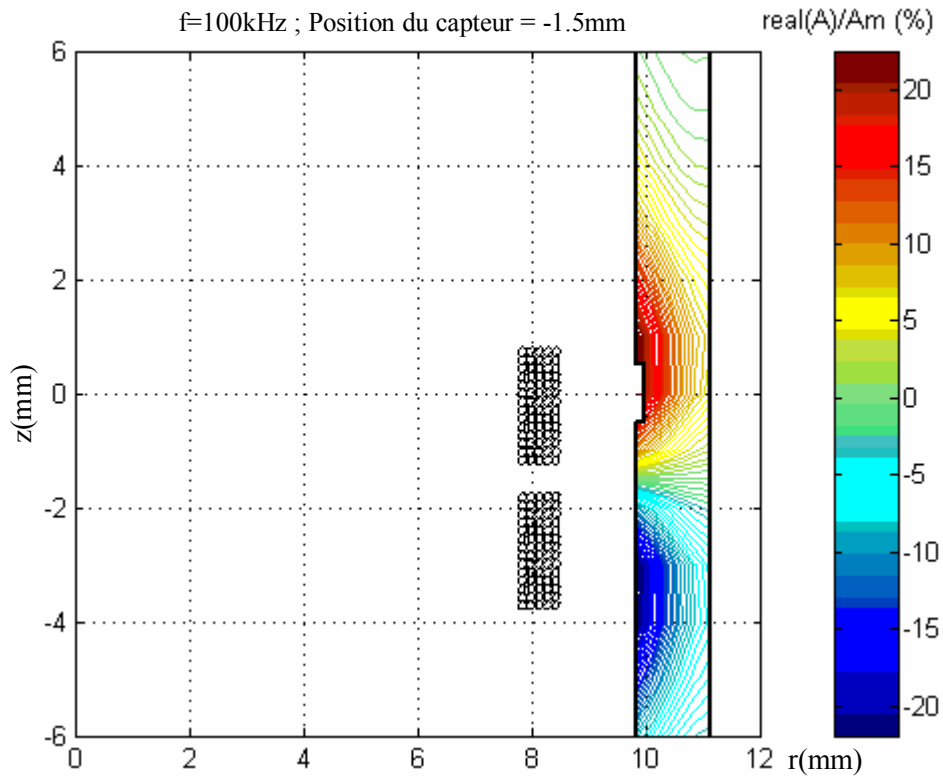


Figure V.39. Lignes iso valeurs de la partie imaginaire du potentiel magnétique vecteur dans l'épaisseur du à 100kHz.

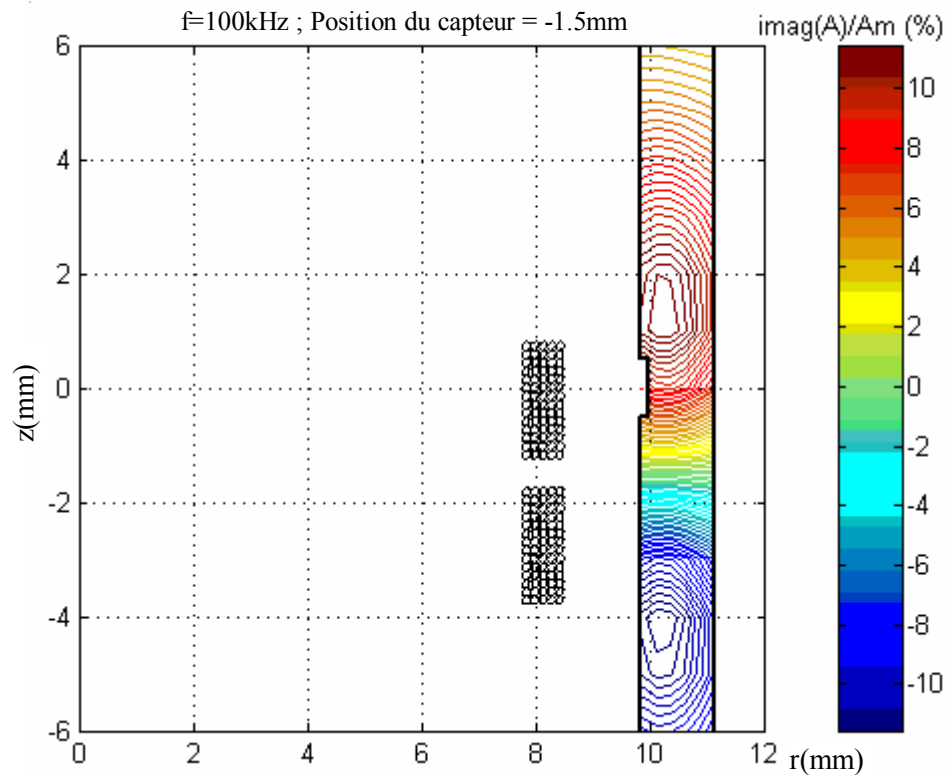


Figure V.40. Lignes iso valeurs de la partie imaginaire du potentiel magnétique vecteur dans l'épaisseur du tube à 100kHz.

En comparant les figures V.35 et V.36, nous constatons que la composante active du potentiel magnétique vecteur est principalement focalisée dans le capteur dont la valeur maximale est de 90% (figure V.35) alors qu'elle est de 17% dans la pièce à contrôler (figure V.37). Par contre la partie imaginaire de ce potentiel prend naissance à l'intérieur de la pièce dont la valeur maximale est de 11% (figure V.38) et atteint, avec la même intensité, les bobines du capteur (figure V.36). De nouveau un phénomène inverse est remarqué dans le cas de capteur absolu.

La présentation des lignes équipotentiels aux fréquences de 240kHz (figures V.37 et V.38) et de 100kHz (figures V.39 et V.40), a mis en évidence l'effet de peau électromagnétique.

V.6. Conclusion

Pour contrôler la surface d'une pièce, nous sommes amenés à utiliser des fréquences d'excitation élevées. Pour la détection des défauts loin de la surface, nous utilisons des basses et moyennes fréquences.

Un défaut surfacique proche du capteur est repéré par la variation du module de l'impédance. La détection d'un défaut sur la surfacique externe est faite par la phase de la variation maximale de l'impédance.

La profondeur d'un défaut modifie considérablement la valeur de la variation de l'impédance. Les informations sur la taille radiale d'un défaut sont extraites à la fois des variations de l'amplitude et de

la phase de l'impédance, ce qui peut rendre l'analyse difficile. En ce qui concerne la longueur axiale du défaut, l'analyse est plus simple du moment où l'influence n'agit que sur l'amplitude.

Le paramètre géométrique (lift-off) influe considérablement sur le module de la variation de l'impédance alors qu'il ne génère quasiment aucune modification du déphasage. Par contre, la conductivité électrique est un paramètre qui modifie principalement la phase de la variation de l'impédance. Cependant, nous constatons, pour les hautes fréquences (500kHz), une légère modification du module.

L'effet actif du potentiel magnétique vecteur se concentre au niveau du capteur et ces lignes de champs sont tourbillonnaires au centre des bobines. Par contre, l'effet réactif de ce potentiel est fortement généré par les courants de Foucault circulants dans la pièce à contrôler.

Conclusion et Perspectives

Le phénomène moteur du Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault est l'induction électromagnétique. La modélisation semi analytique de ce phénomène, utilisant différentes variables d'état, est l'objectif à atteindre à travers cette thèse. Dans ce cadre, nous avons développé une méthode alternative aux méthodes analytiques et numériques existantes. Le principe de la formulation est basé sur l'utilisation de la loi de l'induction électromagnétique et le processus de superposition. L'expression analytique, qui sert de base à la formulation, est la loi de Biot et Savart des grandeurs électromagnétiques dans le vide. La finalité de la formulation est obtenue après discrétisation du domaine d'étude en parties élémentaires.

Contrairement aux modèles numériques, l'objectif principal de la modélisation semi analytique est d'arriver à des relations mathématiques explicites qui facilitent le traitement du phénomène inverse pour l'évaluation des paramètres physiques de la cible à partir de grandeurs électriques mesurables. Dans ce contexte, la formulation développée aboutit à l'impédance vue aux bornes du capteur et dont l'expression est une fonction explicite des grandeurs électromagnétiques et géométriques du dispositif de contrôle.

Avant d'aborder les objectifs de cette étude, nous avons jugé utile, à travers une recherche bibliographique, de rappeler et de synthétiser les éléments constituant les dispositifs du CND-CF, les défauts étalons et les grandeurs électriques mesurables. De même, un bref rappel est consacré aux équations de Maxwell, leurs simplifications relatives aux données géométriques et électromagnétiques et les méthodes générales de résolution du modèle simplifié de Maxwell ainsi que les différentes techniques de calcul d'impédance. A travers cette recherche et en fonction des objectifs à atteindre, nous avons sélectionné : pour les capteurs ; la forme circulaire, la fonction double, le type absolu et différentiel. Pour la cible, elle peut être de type pancake ou cylindrique. L'impédance électrique constitue l'élément qui traduit la détection. La technique de son calcul est celle de la théorie des grandeurs électromagnétiques couplées.

Dans le but de généraliser l'application aux différentes formes de géométries axisymétriques, nous avons, dans un premier temps, utilisé une formulation intégrale de la méthode des grandeurs électromagnétiques couplées. Nous avons développé trois modèles équivalents. Chacun de ces modèles aboutit à une forme intégrale de l'impédance. A chacune de ces formes correspond une variable d'état comme grandeur électromagnétique induite. Le choix de l'une ou l'autre des variables dépend du problème électromagnétique à résoudre.

L'effet électromagnétique propre d'un élément filiforme est très difficile à exprimer par les méthodes numériques, voir même impossible analytiquement. C'est ainsi que nous avons été amenés à développer une formulation originale de l'inductance propre d'un élément filiforme permettant la

modélisation des spires aussi fines que possible. La validation du modèle est confirmée par la méthode des éléments finis en 3D et en 2D.

Pour détecter la présence d'une pièce ou la présence d'un défaut dans celle-ci, nous avons développé des modèles semi analytiques directs basés sur les grandeurs électromagnétiques couplés. En absence ou en présence de défauts, la comparaison a montré une bonne correspondance entre les résultats du modèle et ceux obtenus par les mesures et par la méthode des éléments finis. L'application du modèle ne se limite pas à la détection de défaut mais aussi à l'évaluation non destructive des caractéristiques géométriques et physiques des pièces, comme l'entrefer entre le capteur et la plaque, les couches isolantes, l'épaisseur de la pièce et la conductivité électrique.

Dans la dernière partie du travail, nous nous sommes intéressés au capteur différentiel en déplacement relativement à la pièce à contrôler. Avec ce type de défaut, l'influence des paramètres perturbateurs est anéantie. Nous avons élargi les modèles absolus au modèle différentiel. Le modèle obtenu est testé sur une configuration pour laquelle nous disposons des résultats obtenus par la méthode des éléments finis. Le résultat de la comparaison est très satisfaisant.

Les variations d'impédance dépendent de très nombreux paramètres, notamment de la géométrie de la pièce à contrôler et des caractéristiques du matériau. Il importe donc d'être très rigoureux, tant au niveau de la forme de la bobine, du placement de celle-ci, de l'intensité et de la fréquence du courant appliqué, sans oublier la procédure d'étalonnage. C'est à ces conditions que l'on pourra mettre en évidence le phénomène utile qui est la détection de défaut ou la mesure d'une caractéristique et réduire l'influence des phénomènes nuisibles.

Les modèles développés permettent aussi d'optimiser et de dimensionner les bobines non seulement comme capteur mais aussi comme composant électrique de divers systèmes, et vue leurs formes explicites, ces modèles peuvent s'adapter au traitement des problèmes inverses.

En perspective, la diversité des modèles semi analytiques développés et l'intérêt des résultats obtenus ouvrent le champ à des axes de recherche dont les objectifs feront l'objet de développements futurs :

- Pour compléter la panoplie des « Grandeurs Electromagnétiques Couplées », il reste à introduire l'induction magnétique comme variable d'état. Cette introduction deviendra nécessaire dans le cas de capteurs équipés de noyau de fer et dans le cas de contrôle de pièces magnétiques.
- Les grandeurs physiques du dispositif du CND-CF étant présentes de manière explicite dans la formulation, Cette théorie est prometteuse quant à l'extraction des informations géométriques et physiques d'une pièce à partir de l'impédance. C'est la modélisation inverse du phénomène.
- La pénétration des courants de Foucault dans un matériau conducteur dépend de la fréquence. De ce fait, l'inspection des pièces de différentes dimensions et la détection des défauts aux

différents endroits nécessitent l'excitation en multi fréquences. L'idéal est d'avoir une multitude de fréquences véhiculées par un seul signal. Cette technique utilise un signal d'excitation non sinusoïdal mais périodique dont la décomposition en séries de Fourier aboutit à une infinité de signaux harmoniques de fréquences multiples. C'est le contrôle non destructif par courant de Foucault pulsé.

- Le couplage électromagnétique formulé à travers la loi d'induction et le théorème de superposition laisse le choix de l'expression analytique à utiliser. De ce fait, la méthode peut également être développée pour un conducteur de forme rectiligne en coordonnées cartésiennes.
- La technique du couplage utilisée entre les parties élémentaires issues de la discrétisation du domaine d'étude présentant un seul capteur peut être étendue au cas multi capteurs ainsi qu'aux pièces à multi couches.
- Les fréquences élevées peuvent engendrer des effets capacitifs. Pour évaluer cet effet, il devient nécessaire d'associer un modèle électrostatique au modèle des champs électriques couplés.
- Enfin, nous pourrions imaginer l'extension du principe de couplage ainsi développé au cas tridimensionnel.

Références bibliographiques

- [1] B. Maouche, M. Feliachi, « Analyse de l'effet des courants induits sur l'impédance d'un système électromagnétique alimenté en tension BF ou HF. Utilisation de la méthode des circuits couplés », Journal de Physique III, N°10, France 7, Oct.1997, pp.1967-1973.
- [2] B. Maouche, M. Feliachi, « A discretized method for eddy current computation in moving objects with the coexistence of the velocity and time terms » IEEE Transactions on Magnetic. Vol. 34, N°5, September 1998, pp. 2567-2569.
- [3] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, «A half-analytical formulation for the impedance variation in axisymmetrical modelling of eddy current non destructive testing». European Physical Journal Applied Physics, Vol. 33, February 2006, pp. 59-67.
- [4] B. Maouche, M. Feliachi, M. Mékidèche, K. Srairi «Calculation of the impedance and the inductor current density distribution in electromagnetic devices LF and HF », 3rd International Workshop on Electric and Magnetic Fields, From Numerical models to Industrial Applications LIEGE, Belgium, 6-9 May 1996, pp. 345-350.
- [5] B. Maouche, M. Feliachi, M. Mékidèche, «Analyse de l'effet des courants induits sur l'impédance du système électromagnétique alimenté en tension BF et HF – utilisation de la méthode des circuits couples» Conférence européenne « NUMELEC'96 » sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, Lyon, France, 1996, pp. 184-185
- [6] B. Maouche, M. Feliachi, «Analysis of paramagnetic and diamagnetic effect in electromagnetic conduction devices excited in tension in LF and HF ». Conférence Européenne International, « COMPUMAG'97 », Rio de Janeiro, Brazil 2-6 novembre 1997, pp. 215-216.
- [7] B. Maouche, M. Feliachi, M. Mékidèche, «Modèle analyco-numérique pour le couplage magnéto-thermique dans le cas axisymétrique. – application au chauffage par induction», Conférence International « CIMASI' 96 », Casablanca, Maroc, 1996.
- [8] A. Messaoudène, B. Maouche, M. Feliachi, «Induction et chauffage de deux pièces métalliques ». ICEL'2000 International Conference on Electrotechnics, November 13-15, 2000, UST Oran, pp. 592-595.
- [9] B. Maouche, M. Feliachi, «Half analytical transient electromagnetic model electromagnetic phenomena», 3rd International Workshop on Electric and Magnetic Fields, From Numerical models to Industrial Applications, LIEGE, Belgium, 6-9 May 1996, pp. 231-236.
- [10] B. Maouche, M. Feliachi, M. Mékidèche, «Modélisation semi analytique des phénomènes électromagnétiques transitoires – considération du mouvement par une formulation dans un

repère mobile», Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, “NUMELEC’96”, Lyon, France, 1996, pp. 80-81.

- [11] B. Maouche, M. Feliachi, «A discretized integral method for eddy current computation in moving objects with the coexistence of the velocity and time terms». Conference European International “COMPUMAG’97”, Rio de Janeiro, Brazil 2-6 November 1997, pp. 391-392.
- [12] B. Maouche, «Etude comparative de trois types de formulation par la méthode des circuits électromagnétiques couplés du phénomène électromagnétique transitoire de pièces en mouvement ». JCGE’03, 5 – 6 Juin 2003, Saint-Nazaire, Nantes, France, pp. 443–447.
- [13] B. Maouche, M. Feliachi, «Calcul d’impédance par les potentiels magnétiques couplés d’un système de caractérisation par courants de Foucault» Colloque sur les Matériaux du Génie Electrique, “MGE’05”, 8 et 9 décembre 2005, Lyon, France.
- [14] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, «A coupled magnetic vector potentials method for impedance calculation – application to eddy current non destructive testing– » 8th International Conference on Modelling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems “ELECTRIMACS’05”, April 17-20, Hammamet, Tunisia, 2005.
- [15] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, « Modélisation semi analytique du contrôle non destructif par courants de Foucault à capteur absolu ». 3rd Conference on Electrical Engineering, “CEE’04”, 04-06 Batna, October 2004, pp 149-152.
- [16] B. Maouche, M. Feliachi, DJ. Slimani, «Electromagnetic coupled circuits modelling of non destructive testing with differential sensor». The 9th International Workshop on Electromagnetic Non-destructive Evaluation, “ENDE’03”, Saclay, May 15-16, 2003, France.
- [17] M. Bensetti « Etude et modélisation de capteur destinés au contrôle non destructif par courant de Foucault. Mise en œuvre de méthodes d’inversion », Thèse de Docteur en sciences de l’université Paris sud-XI, France, 14 décembre 2004.
- [18] Bensetti M., Biham Y., Marchand C., Tassiti C., Lissorgues G., Dufour E., Gilles J.P., «A hybrid Finite-Element Method for the 168odelling of Microcoils », IEE Transaction on magnetics, Vol. 41, N0. 5, pp. 1868-1871, May 2005.
- [19] Rémy LA, « Modélisation phénoménologique des signaux courants de Foucault en vue de l’évaluation non destructive des caractéristiquesdes défauts des tubes de générateurs de vapeur ». Thèse de doctorat, Université de technologie de Compiègne, CEA\Saclay, France, février 1997.

- [20] G. Berthiau, B. de Barmon, « MESSINE, An Eddy Current Parametric Model for flaw characterization », Review of Progress in Quantitative Non Destructive Evaluation, QNDE'98, (Snowbird Utah, USA, 1998).
- [21] R. La, B. Benoist, B de Barmon, R. Langellé, P. Gaillard, J. Reuchet, «An Eddy Current Model Based on Parametric Description of Induced Current Loops ». Review of Progress in Quantitative Non Destructive Evaluation, Vol. 16A, (Plenum Press, New York, 1997), p.295.
- [22] J. DUMONT-FILLON « Contrôle non destructif (CND) », Technique de l'ingénieur, Réf. R1400, 1996
- [23] J. Blitz, "Electrical and Magnetic Methods of Nondestructive Testing", Adam Hilger, Bristol, UK, 1991.
- [24] J. Dumont-Fillon, « Contrôle non destructif ». Technique de l'ingénieur. Traité, Mesure et contrôle, 1992.
- [25] P.L. Vuillermoz, « Les courants de Foucault, Principes, mesure et contrôle », AFNOR, 1994.
- [26] N. Harfield, Y. Yoshida, and J. R. Bowler, «Low-frequency perturbation theory in eddy-current non-destructive evaluation ». J. Appl. Phys. 80 (7), 1 October 1996, pp. 4090-4100.
- [27] J.R. Bowler, S.A. Jenkins, L.D. Sabbagh, H.A Sabbagh, « Eddy Current Probe Impedance due to a Volumetric Flaw », Journal of Applied Physics, Vol.70, No.3, 1991, p.1107.
- [28] F. Thollon, « Conception et optimisation de capteur à courant de Foucault pour la détection de défauts profonds dans les pièces amagnétiques ». Ecole centrale de Lyon, 31 Janvier 1995.
- [29] Lê M. Q. Placko D. « Nouvelle structure de capteur à courants de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électriques et magnétiques d'un métal. » Journal de Physique III, pp. 807-824, 1995.
- [30] J.C. Moulder, C. C. Tai, B. F. Larson, H. Rose «Inductance of a coil on a thick ferromagnetic metal plate ».IEEE Transaction on Magnetic, Vol.34, N°2, March 1998.
- [31] Y. Le Bihan, « Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour caractérisation de l'épaisseur de paroi d'aube de turbine creuses » Thèse de docteur de l'Ecole Normale Supérieure Cachan, 10 juillet 2000.
- [32] J.C. Moulder, E. Uzal et J. H.Rose «Thickness and conductivity of layers from eddy current measurements ». Rev. Sci. Instru. 63, 6 june 1992.

- [33] A. Sethuraman, J .H. Rose, “Rapid Inversion of Eddy Current Data for Conductivity and Thickness of Metal Coatings”, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 14, No. 1, 1995, pp.39-46.
- [34] P. Weber. « Application des courants de Foucault pulsés au contrôle non destructif. Approches expérimentales et théorique ». Thèse de docteur en sciences appliquées, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 20 juin 1990.
- [35] D. L. Waidehch, « The attenuation of a pulsed field by conducting sheet », IEE Transaction on Instrumentation and measurements, Vol. 18, N°4, 1960, pp.326-330.
- [36] M. Bensetti, Y. Le Bihan, C Marchand, J. Pavo, « deposit characterisation by eddy current non destructif evaluation ». International Journal of Applied Electromagnetic and Mecanics, Vol 19, 2004, pp 537-540
- [37] J.C. Bour, E. Zubiri, P. Vasseur, A. Billmat, « Etude de la répartition des courants pulsés dans une configuration de contrôle non destructif », J. Phys. III, Janvier 96, pp. 7-22.
- [38] M.Q Lê, D. Placko, « Nouvelle Structure de Capteur à Courants de Foucault et Algorithme Associé pour la mesure des propriétés électrique et magnétique d’un métal » Journal de Physique III, Vol .5, n°6, 1995, pp.807-824.
- [39] F.T. Skopal, F. Tobias, P. Ivanov, “Some Problems fo Eddy Current Testing with Air-Cored Probe Coils”, NDT Int . 21, no. 3, June 1988, pp. 159-166.
- [40] E. Uzal, J.H. Rose, “The Impedance of Eddy-Current Probes above Layered Metals whose conductivity and Permeability vary Continuously”, IEEE Transaction on Magnetics, Vol.29, No .2, 1993, pp. 1869-1873.
- [41] J.W. Luquire, W.E. Deeds, C.V. Dodd, “Alternating Current Distribution Between Planar Conductors”, Journal of Applied Physics, Vol. 41, No. 10, September 1970, pp. 3983-3991.
- [42] C. C. Cheng, C.V. Dodd, W.E. Deeds, “General Analysis of Probe Coils Near Stratified Conductors”, International Journal of Nondestructive Testing, Vol. 3, 1971, pp. 109-130.
- [43] O. Baltzersen, “Model-based inversion of plate thickness and lift-off from eddy current probe coil measurements”, Materials Evaluation, Vol .51, No.1, Jan. 1993, pp . 72-76.
- [44] A. diche, “Développement de modèles analytiques pour l’étude des capteurs à courants de Foucault”. Thèse de Magister en électrotechnique. Université de M. Mammeri de Tizi-Ouzou, 2002.

- [45] T. p. Theodoulidis, S. K. Burke, «Theoretical and experimental of current Induction in a conducting cylinder », Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VIII) Vol.24 T. Sollier and at. (Eds) (IOS Press, 2004), pp.11-18.
- [46] N. Harfield, J.R. Bowler, “Analytical Calculations of Eddy Current Probe Impedance”, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, 13A, 1994, pp .279-286.
- [47] M.L. Burrows, « Theory of Eddy Current Flaw Detection », Ph.D. dissertation, The University of Michigan, 1964.
- [48] R. Spal, A.H. Kahn, “Eddy Currents in a Conducting Cylinder with a Crack”, Journal of Applied Physics, Vol .50, No.10, October 1979, pp.6135-6138.
- [49] R. Satveli, J .C. Moulder, B. Wang, J.H. Rose, “Impedance of a Coil Near an Imperfectly Layered Metal Structure”, Journal of Applied Physics, Vol. 79, N°. 6, 15 March 1996, pp.2811-2821.
- [50] B .A. Auld, F.G. Muennemann, D.K. Winslow, “Eddy Current Probe Response to Open and Closed Surface Flaws”, Journal of Nondestructive Evaluation Vol. 2, No. 1, 1981, pp. 1-21.
- [51] F. Muennemann, S. Ayter, B.A. Auld, “Computation of Eddy Current Signals and Quantitative Inversion with Realistic Probe Models”, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation Vol. 3, Plenum Press, New York, 1984, pp. 621-632.
- [52] B.A. Auld, S.R. Jefferies, J. C. Moulder, J. C. Gerlitz, “Semi-Elliptical Surface Flaw EC Interaction and Inversion: Theory”, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol . 5A, Plenum Press, New York, 1986, pp. 383-393.
- [53] B. A. Auld, S. R. Jefferies, J. C. Moulder, “Eddy-Current Signal Analysis and Inversion for Semielliptical Surface Cracks”, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol . 7, June 1988, pp. 79-94.
- [54] E. Durand, «Magnétostatique », Université de Paris –VI, (1969).
- [55] P. Lorrain, D.P. Corson, F. Lorrain, “Electromagnetic fields and Waves”, 3rd edition, W.H. Freeman and Co. New York 1988.
- [56] R. Petit, “Ondes électromagnétiques”, Masson 1989.
- [57] E.Boridy, « Electromagnétique théorie et application »,1992.
- [58] B.MAOUCHE, « Etude et développement semi analytique de l'équation de diffusion électromagnétique avec terme du déplacement dans le cas des dispositifs axisymétrique excité

en courant ou en tension. ». Thèses de magistère en génie électrique, université A. Mira de Bejaia, 1996.

- [59] K.J. Binns, P.J. Lawrenson, C.W. Trowbridge, "The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields", Wiley 1992.
- [60] E. Cardelli, A. Faba, R. Fresa, S. Ventre, « Numerical Modelling of eddy current non destructive evaluation bay integral formulation and parallel implementation. » Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VIII), Vol. 24 T. Sollier and. (Eds) (IOS Press, 2004), p.27.
- [61] N. Ida, "Numerical modelling for electromagnetic non destructive evaluation" Chapman et Hall, London 1995.
- [62] S. Babic, C. Akyel, J. Sheppard, « New procedures for Calculating the mutual inductance of the system: Filamentary cylinder Coil- Massive circular Solenoid » IEEE Transaction on Magnetic Vol.39 No.3, May 2003, pp.1131-1134.
- [63] A.M. Lewis, « A Theoretical Model of the Response of an Eddy-Current Probe to a Surface-Breaking Metal Fatigue Crack in a Flat Test-piece », Journal of Physics, D: Applied Physics, Vol.25, no.2, (1992), p.319.
- [64] C.V. Dodd, W.E. Deeds, "Analytical Solutions to Eddy-Current Probe-Coil Problems", Journal of Applied Physics, Vol. 39, number 6, May 1968, pp. 2829-2838.
- [65] C.V. Dodd, W.E. Deeds, "Integral Solutions to some Eddy Current Problems", International Journal of Nondestructive Testing, vol. 1, 1969, pp. 29-90.
- [66] J.R. Bowler, L.D. Sabbagh, H .A. Sabbagh, "A Theoretical and Computational Model of eddy Current Probes Incorporating Volume Integral and Conjugate Gradient Methods", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 25, No. 3, May 1989, pp . 2650-2664.
- [67] S.M. Nair, J.H. Rose, « Electromagnetic Induction (Eddy Currents) in a Conducting half-space in the Absence of Inhomogeneities: A new Formalism », Journal of Applied Physics, Vol.68, n°12, (1990), p.5995.
- [68] E. Cardelli, A. Faba, R. Fresa, S. Ventre, « Numerical Modeling of eddy current non destructive evaluation bay integral formulation and parallel implementation. » Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VIII), Vol. 24 T. Sollier and. (Eds) (IOS Press, 2004), p.27.
- [69] T.H. Fawzi, P.E. Burke: « The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils » IEEE Trans. On power apparatus and systems, Vol. Pas-97, N°2, March/april 1978.
- [70] J. Pavo "Numérical calculation method for pulsed eddy current testing, transaction on magnetic", IEEE Transaction on Magnetic, Vol. 38, N°2, march 2002, pp1169-1172.

- [71] T. p. Theodoulidis, S. K. Burke, «Theoretical and experimental of current Induction in a conducting cylinder », Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VIII) Vol.24 T. Sollier and at. (Eds) (IOS Press, 2004), p.11.
- [72] M.L. Burrows, « Theory of Eddy Current Flaw Detection », Ph.D. dissertation, The University of Michigan, (1964).
- [73] I. Dufour, “Contribution à l’évaluation des procédés de contrôle non destructif par capteur inductif : application au cas des matériaux composites carbone”, thèse de docteur en sciences, Orsay, Paris XI, 28 avril 1993.
- [74] L. Oukhellou. « Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif. Application à la reconnaissance des défauts de rails par courant de Foucault ». Thèse de docteur en science, Orsay, paris XI, 04 juillet 1997.
- [75] P. Aknin, M. Bentoumi, F. Fessant, F. Raux « Chaîne d’instrumentation embarquée pour la détection temps réel de défauts de rails débouchant », Colloque interdisciplinaire instrumentation, C21’2001, CMAP, Paris, 2001.
- [76] J.R. Bowler, S.A. Jenkins, L.D. Sabbagh, H.A Sabbagh, « Eddy Current Probe Impedance due to a Volumetric Flaw », Journal of Applied Physics, Vol.70, No.3, 1991, p.1107.
- [77] M.Ya. Antimorov, A.A. Kolyshkin, R. Vaillancourt, « Application of a Perturbation Method to the Solution of Eddy Current Testing Problems », IEEE Transactions on Magnetics, Vol.30, No.3, May 1994, pp.1247-1250.
- [78] R. F. Harrington, “Field Computation by Moment Methods”, Macmillan, New York, 1968.
- [79] C.-T. Tai, Dyadic Green’s Functions in Electromagnetic Theoty (Intext, 1971).
- [80] Y. LE BIHAN, “Lift-off and Tilt Effects on Eddy Current Sensor Measurements: a 3-D Finite Element Study “, The European Physical Journal – Applied Physics, vol. 17, n°1, pp. 25-28, janvier 2002.
- [81] B .A. Auld, F.G. Muennemann, D.K. Winslow, “Eddy Current Probe Response to Open and Closed Surface Flaws”, Journal of Nondestructive Evaluation Vol. 2, No. 1, 1981, pp. 1-21 .
- [82] A.J .M. Zaman, C.G. Gardner, S .A. Long, “Change in Impedance of a Single-Turn Coil Due to a Flaw in a Conducting Half Space”, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 3, No. 1, 1982, pp. 37-43.
- [83] J. Y. Yi, S. Lee, “Analytical Solution for Impedance Change Due to Flaw in Eddy Current Testing”, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol . 4, Nos. 3/4, 1984, pp. 197-202.

- [84] R. La, « Modélisation des courants de Foucault, Synthèse bibliographique », 1995, Rapport CEA N° DT 1692.
- [85] R.E. Beissner, “Approximate Model of Eddy-Current Probe Impedance for Surface-Breaking Flaws”, *Journal of Nondestructive Evaluation*, Vol. 7, No.1-2, 1988, pp.25-34.
- [86] M.Ya. Antimorov, A.A. Kolyshkin, R. Vaillancourt, “Eddy Current Nondestructive Testing by a Perturbation Method”, *Journal of Nondestructive Evaluation*, Vol. 10, No. 1, 1991.
- [87] M.Ya. Antimorov, A .A. Kolyshkin, R. Vaillancourt, “Application of a Perturbation Method to the Solution of Eddy Current Testing Problems”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol .30, No.3, May 1994, pp .1247-1250.
- [88] B. J. Mergelas, D. L. Atherton, “Discontinuity Interaction and Anomalous Source Models in Through Transmission Eddy Current Testing”, *Materials Evaluation*, January 1996, pp.87-92.
- [89] D.A. Hill, J .R. Wait, “Electromagnetic Field Perturbation by an Internal void in a Conducting Cylinder Excited by a Wire Loop”, *Applied Physics*, Vol. 18, 1979, pp.141-147.
- [90] S .K. Burke, L.R.F. Rose, Interaction of Induced Currents with Cracks in Thin Plates”, *Proceedings of Royal Society of London, A*, 418, 1988, pp .229-246.
- [91] R.E. Beissner, “Frequency Dependence of Electric Current Perturbation Probe Response”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol . 4A, Plenum Press, New York, 1985, pp. 421-428.
- [92] W.S. Dunbar, “The Volume Integral Method of Eddy Current Modeling”, *Journal of Nondestructive Evaluation* Vol.5, No. 1, 1 985, pp.9- 14.
- [93] A.H. Kahn, “Impedance of a Coil in The Vicinity of a Crack”, *J. Res. NBS*, Vol.89, No.1, January-February, 1984, pp .47-54.
- [94] Z. Mottl, “The Quantitative Relations Between True and Standard Depth of Penetration for Aid Cored Probe Coils in Eddy Current Testing”, *NDT Int.* 23, no. 1, Feb. 1990, pp . 11-18.
- [95] H.A. Sabbagh, L.D. Sabbagh, “Development of a System to Invert Eddy-Current Data and Reconstruct Flaws”, *International Advances in Nondestructive Testing*, Vol. 10, 1984, pp. 267-305.
- [96] W. Lord, S. Nath, Y.K. Shin, Z. You, “Electromagnetic Methods of Defect Detection”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol .26, No.5, 1990, pp.2070-2075.
- [97] A.M. Lewis, “Electromagnetic Methods for NDE of Metal Fatigue Cracks: Practical Techniques and Theoretical Models”, *Nondestructive Testing and Evaluation*, Vol .6, 1992, pp.389-409.

- [98] R. La, « Modélisation des courants de Foucault, Synthèse bibliographique », 1995, Rapport CEA N° DT 1692.
- [99] J. Mackerle, « Finite-element modelling of non-destructive material evaluation: a bibliography (1976–1997) », *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 7 (1999) 107–145. Printed in the UK.
- [100] A. Peterson, S. Ray, R. Mittra, « Computation Methods for Electromagnetic », IEEE Press Series On Electromagnetic Waves, 1997.
- [101] N. Guérin « Etude théorique et numérique de la diffraction par des réseaux bi périodiques en électromagnétisme. Application aux cristaux photoniques et aux antennes directives compactes », Thèse de docteur en science, Aix-Marseille, France, 25 septembre 2003.
- [102] R. Harrington, « Matrix Methods for Field Problems », *Proceeding of the IEEE*, Vol.55, N°2: February 1967, pp. 136-149.
- [103] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover, 1970. Consultable sur : <http://www.convertit.com>.
- [104] M. Abramowitz and I.A. Dtegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications 1965, 17.6.

Annexe A1

Intégrales elliptiques de Legendre

A1.1. Définition des intégrales elliptiques de Legendre

Il est fréquent de rencontrer des intégrales dont les noyaux présentent une ou plusieurs singularités sur un intervalle donné. Le traitement correct d'une singularité nécessite que l'on connaisse sa forme explicite ou implicite, sa nature et sa localisation. La fonction elliptique de Legendre de première espèce $E_1(k)$ est l'une des fonctions à singularité implicite et localisée [103]. Elle possède une divergence logarithmique pour $k \rightarrow 1$. Cette intégrale est souvent rencontrée dans les problèmes à symétrie cylindrique et c'est une fonction spéciale définie, pour $0 \leq k < 1$, par :

$$E_1(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (\text{A1.1})$$

Une forme singulière de fonction est aussi rencontrée dans les problèmes axisymétriques ; c'est l'intégrale elliptique de Legendre de deuxième espèce définie, pour $0 \leq k \leq 1$, par :

$$E_2(k) = \int_0^{\pi/2} \left(\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \right) d\varphi \quad (\text{A1.2})$$

Ces fonctions, dont la méthode adoptée, jouent un rôle très important et primordial car l'expression analytique manipulée par les théorèmes utilisés est une fonction composée de ces fonctions elliptiques. Il est donc très important de connaître leurs propriétés et de pouvoir les calculer avec précision. En effet, le potentiel vecteur magnétique en dépend totalement. Il en est de même pour l'induction magnétique qui est une fonction composée des dérivées spatiales de ces fonctions. Les expressions de ces dérivées sont données par :

$$\begin{cases} \frac{dE_1(k)}{dk} = \frac{E_2(k) - (1 - k^2)E_1(k)}{(1 - k^2)k} \\ \frac{dE_2(k)}{dk} = \frac{E_2(k) - E_1(k)}{k} \end{cases} \quad (\text{A1.3})$$

A1.2. Approximation des intégrales elliptiques de Legendre

Pour calculer ces fonctions, on utilise généralement les développements limités autour de la variable k . Dans ce contexte, en considérant que k est très petit, les intégrales elliptiques peuvent être remplacées par leur développement en série. Cependant, quand la variable k est proche de 1, la fonction de Legendre de première espèce devient infinie ; ce qui nécessite un autre développement au voisinage de 1. Pour éviter ce double développement, on utilise des développements limités optimisés [54] tels que :

$$\begin{cases} E_1(k) = \log 4 + \sum_{i=1}^n a_i (1-k^2)^i + \log\left(\frac{1}{1-k^2}\right) \left(0.5 + \sum_{i=1}^n b_i (1-k^2)^i\right) & (a) \\ E_2(k) = 1 + \sum_{i=1}^n c_i (1-k^2)^i + \log\left(\frac{1}{1-k^2}\right) \sum_{i=1}^n d_i (1-k^2)^i & (b) \end{cases} \quad (A1.4)$$

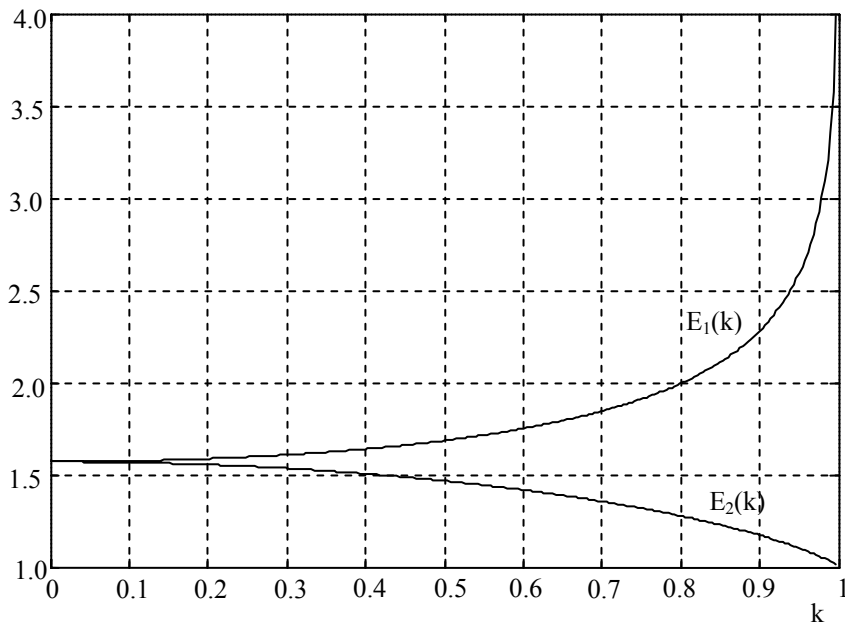
Tableau N°.A1.1. Valeur des coefficients d'interpolation.

i	a _i	b _i	c _i	d _i
1	9.666338350	1.249859468	4.432515145	2.499836641
2	3.589980090	6.880295505	6.260761942	9.200109374
3	3.742539571	3.328521016	4.757404429	4.069468414
4	1.451338556	4.418398230	1.736314854	5.263789328

Une autre manière de calculer ces fonctions est la méthode de la moyenne arithmétique et géométrique issue de [104]. C'est celle utilisée par les sources de MATLAB. Il s'agit d'un calcul itératif dont l'algorithme est le suivant :

$$\begin{cases} \alpha_0 = 1, \quad \beta_0 = \sqrt{1-k^2}, \quad \gamma_0 = k & (a) \\ \alpha_i = \frac{1}{2}(\alpha_{i-1} + \beta_{i-1}) & (b) \\ \beta_i = \sqrt{\alpha_{i-1} \beta_{i-1}} & (c) \\ \gamma_i = \frac{1}{2}(\alpha_{i-1} - \beta_{i-1}) & (d) \end{cases} \quad (A1.5)$$

Le calcul s'arrête quand le nombre d'itérations n provoque $c_n \approx 0$. La figure A1.1 montre les allures de la variation de ces fonctions elliptiques.

**Figure A1.1.** Fonctions elliptiques de première et de deuxième espèce

Annexe A2

Formules déduites de la loi de Biot et Savart

A2.1. Expression analytique du potentiel vecteur magnétique

Reprenons l'expression de la loi de Biot et Savart (III.4) et supposons qu'un courant circule dans la spire q de circonférence \odot située dans le plan xoy à une hauteur $z(q)$. Cette spire génère un potentiel vecteur magnétique au un point p tangent à une circonférence de centre o .

$$A(p, q) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{I(q) d\vec{l}}{\left| \vec{op} - \vec{oq} \right|} \quad (A2.1)$$

Le point q est représenté par les points M et M' . L'association de $I(q)d\vec{l}$ avec son symétrique $I(q)d\vec{l}'$, revient à considérer un courant $I dy$ porté par l'axe oy . Ce dernier produit un potentiel vecteur magnétique au point p parallèle à l'axe oy (Figure A.2.2).

$$A_\theta(p) = A_y(p) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{2I(q) dy}{\left\| \vec{MP} \right\|} \quad (A2.2)$$

A partir de la figure (A.2.1), on exprime les paramètres et les variables comme suit :

$$\begin{cases} y = r(q) \sin \theta & (a) \\ dy = r(q) \cos \theta d\theta & (b) \end{cases} \quad (A2.3)$$

$$\begin{cases} \left\| \vec{MP} \right\| = \sqrt{\overline{MH}^2 + [z(p) - z(q)]^2} & (a) \\ \overline{MH}^2 = (\overline{OH} - \overline{OM})^2 = \overline{OH}^2 + \overline{OM}^2 - 2\left\| \overline{OM} \right\| \left\| \overline{OH} \right\| \cos \theta & (b) \end{cases} \quad (A2.4)$$

Du fait que les points M et H sont situés respectivement sur les contours des spires q et p , on déduit que :

$$\begin{cases} \left\| \overline{OM} \right\| = r(q) \text{ et } \left\| \overline{OH} \right\| = r(p) & (a) \\ \left\| \vec{MP} \right\| = \sqrt{r^2(q) + r^2(p) - 2r(q)r(p)\cos\theta + [z(p) - z(q)]^2} & (b) \end{cases} \quad (A2.5)$$

Après introduction des expressions (A2.3.b) et (A2.5.a) dans l'expression du potentiel (A2.2), on aboutit à :

$$A_\theta(p) = \frac{\mu_0 I(q)}{2\pi} \int_0^\pi \frac{r(q) \cos \theta d\theta}{\sqrt{r^2(q) + r^2(p) - 2r(q)r(p)\cos\theta + [z(p) - z(q)]^2}} \quad (A2.6)$$

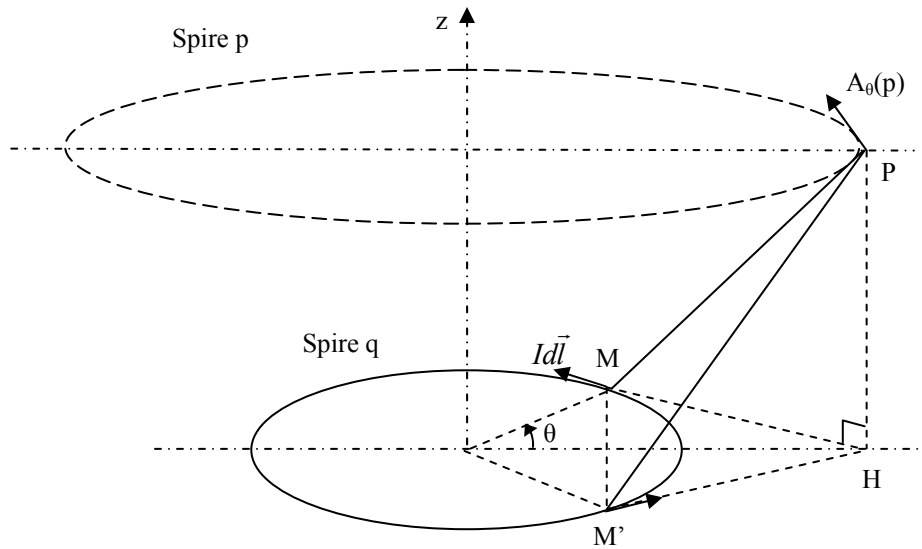


Figure A2.1. Potentiel vecteur magnétique créé par une spire circulaire

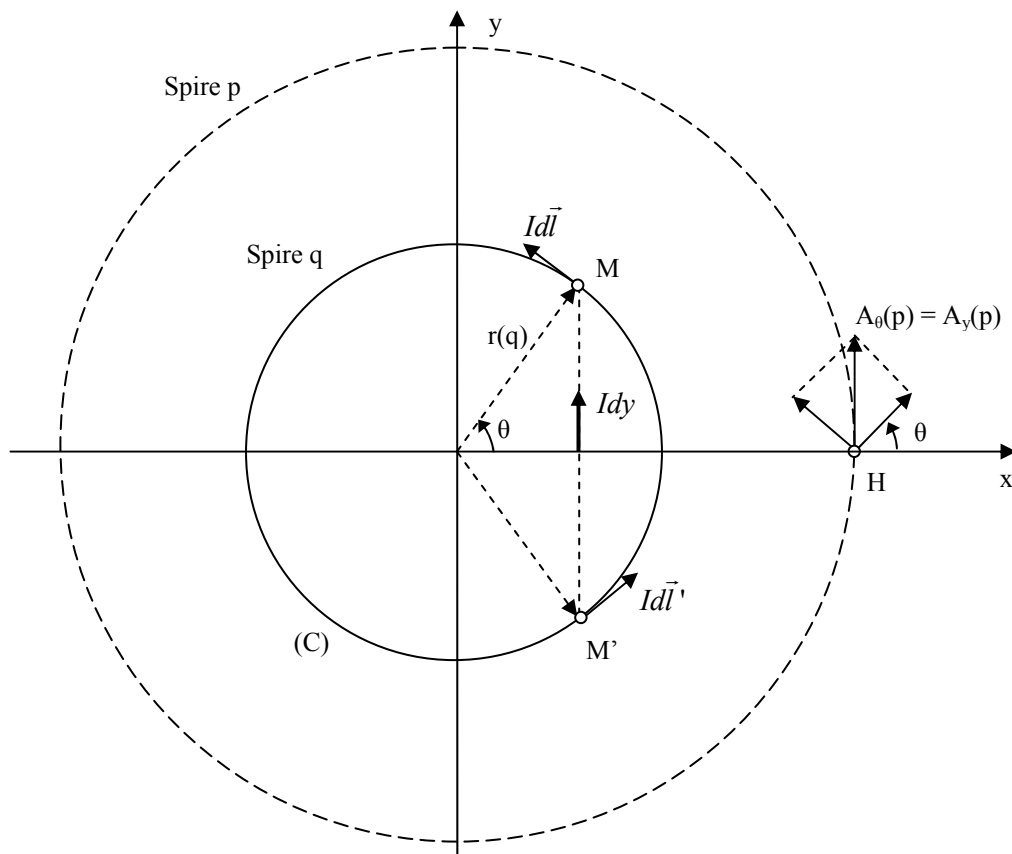


Figure A2.2. Vue du plan de la spire

En vue de ramener l'expression (A2.6) à une expression composée de fonctions connues, on introduit d'autres paramètres et après le changement de variables ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \pi - 2\varphi \Rightarrow \begin{cases} d\theta = -2d\varphi \\ \cos \theta = 2 \sin^2 \varphi - 1 \end{cases} \quad (a) \\ k = \sqrt{\frac{4r(p)r(q)}{[r(p)+r(q)]^2 + [z(p)-z(q)]^2}} \quad (b) \end{array} \right. \quad (A2.7)$$

On abouti à l'expression suivante :

$$A_\theta(p) = \frac{\mu_0 I(q)}{2\pi} \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} k \int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin^2 \varphi - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi \quad (A2.8)$$

$$\text{En notant que : } \frac{k^2 \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} - \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \quad (A2.9)$$

L'expression (A2.9) devient :

$$A_\theta(p) = \frac{\mu_0 I(q)}{2\pi} k \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} \left\{ \left(\frac{2}{k^2} - 1 \right) \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} - \frac{2}{k^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \right\} \quad (A2.10)$$

En faisant intervenir les fonctions elliptiques de Legendre $E_1(k)$ et $E_2(k)$ respectivement de première et de deuxième espèce donnée en (A1.1), on obtient finalement une expression du potentiel vecteur magnétique composée de ces fonctions de Legendre.

$$A_\theta(p, q) = \frac{\mu_0 I(q)}{2\pi} \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} \frac{(2 - k^2)E_1(k) - 2E_2(k)}{k} \quad (A2.11)$$

Une première étude approximative peut être faite en considérant deux circonférence très proches. Dans ce cas, la variation du potentiel en fonction de k peut se ramener à celle (Figure A2.3) de la fonction $E(k)$ composée des fonctions elliptiques, telle que :

$$E(k) = \frac{(2 - k^2)E_1(k) - 2E_2(k)}{k} \quad (A2.12)$$

$$\text{En introduisant : } G(k) = \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} E(k) \quad (A2.13)$$

L'expression du potentiel magnétique vecteur peut s'écrire :

$$A_\theta(p, q) = \frac{\mu_0 I(q)}{2\pi} G(k) \quad (A2.14)$$

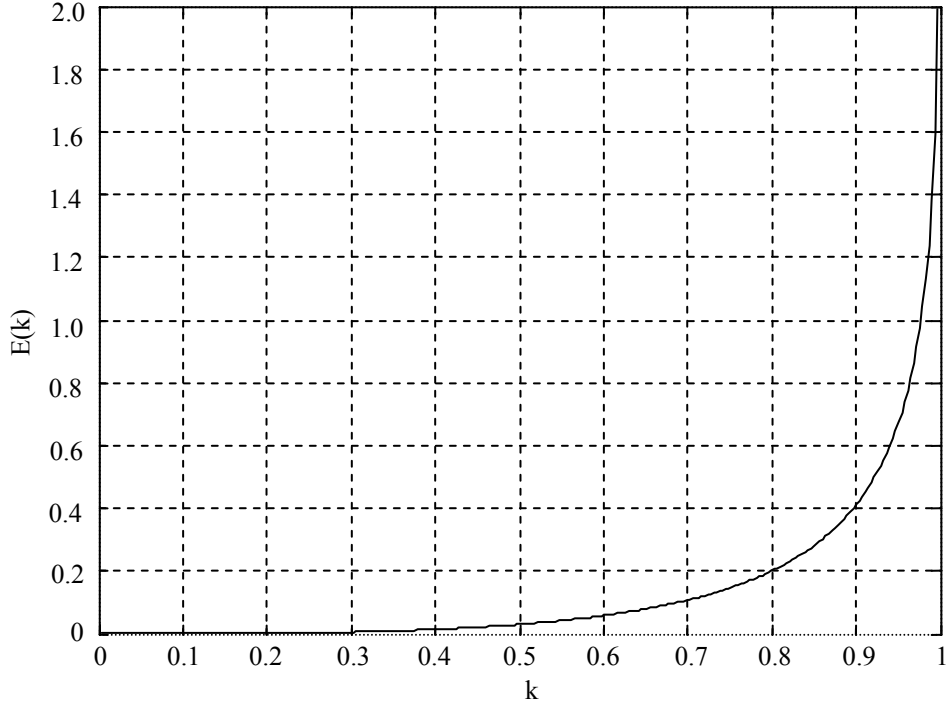


Figure A2.3. Fonction elliptique composée

A2.2. Expression analytique de l'induction magnétique

L'induction magnétique dans une configuration axisymétrique s'écrit :

$$\vec{B} = r \vec{\omega} t \vec{A} = -\frac{\partial A}{\partial z} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial z} \vec{e}_z = B_r \vec{e}_r + B_z \vec{e}_z \quad (\text{A2.15})$$

$$\begin{cases} B_r(p, q) = -\frac{\partial A(p, q)}{\partial z} & (a) \\ B_z(p, q) = \frac{I}{r(p)} \frac{\partial \{r(p)A(p, q)\}}{\partial r} = \frac{A(p, q)}{r(p)} + \frac{\partial A(p, q)}{\partial r} & (b) \end{cases} \quad (\text{A2.16})$$

En remplaçant le potentiel vecteur par son expression en fonction de $G(p, q)$, nous obtenons :

$$\begin{cases} B_r(p, q) = -\frac{\mu_0}{2\pi} I(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial z} & (a) \\ B_z(p, q) = \frac{\mu_0}{2\pi} I(q) \left(\frac{G(p, q)}{r(p)} + \frac{\partial G(p, q)}{\partial r} \right) & (b) \end{cases} \quad (\text{A2.17})$$

On calcule les dérivées de $G[k(p, p_e)]$ par rapport aux coordonnées et cela en faisant apparaître le paramètre k , tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial G(k)}{\partial r} = \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} \left(\frac{\partial E(k)}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r} - \frac{E(k)}{2r^2(p)} \right) \quad (a) \\ \frac{\partial G(k)}{\partial z} = \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} \frac{\partial E(k)}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial z} \quad (b) \end{array} \right. \quad (A2.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{k}{2r(p)} - \frac{r(p) + r(q)}{4r(p)r(q)} k^3 \quad (a) \\ \frac{\partial k}{\partial z} = -\frac{z(p)}{4r(p)r(q)} k^3 \quad (b) \end{array} \right. \quad (A2.19)$$

$$\frac{dE(k)}{dk} = -\left(1 + \frac{2}{k^2}\right) E_1(k) + \frac{2}{k^2} E_2(k) + \frac{2-k^2}{k} \frac{dE_1(k)}{dk} - \frac{2}{k} \frac{dE_2(k)}{dk} \quad (A2.20)$$

En tenant compte des dérivées par rapport à k données par les expressions (A1.3), on arrive à :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_r(p, q) = \frac{\mu_0}{8\pi} I(q) \frac{z(p) - z(q)}{r(p)} \frac{k}{\sqrt{r(p)r(q)}} \left[\frac{2-k^2}{1-k^2} E_2(k) - 2E_1(k) \right] \quad (a) \\ B_z(p, q) = -\frac{\mu_0}{8\pi} I(q) \frac{k}{\sqrt{r(p)r(q)}} \left[\frac{2-(1+r(p)/r(q))k^2}{1-k^2} E_2(k) - 2E_1(k) \right] \quad (b) \end{array} \right. \quad (A2.21)$$

Sur l'axe de révolution l'induction radiale est nulle et l'induction axiale se réduit à :

$$B_z(0, z) = \frac{\mu_0 I(q)}{2} \frac{r^2(q)}{\sqrt[3]{[z(p) - z(q)]^2 + r^2(q)}} \quad (A2.22)$$

Annexe A3

Méthode d'intégration numérique de Gauss

A3.1. Intégration simple

Lorsque la fonction est connue analytiquement ou lorsqu'elle peut être tabulée numériquement en des points précis, la méthode de quadrature de Gauss peut être appliquée. C'est une méthode très précise. Elle utilise des points qui ne sont pas régulièrement espacés et convenablement choisis.

En développant la fonction $f(x)$ sur une base de polynômes, l'intégrale de $F(x)$ peut s'écrire comme une combinaison linéaire des valeurs que prend la fonction en un certain nombre n de points :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_A^B f(x) dx = \frac{B-A}{2} \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (a) \\ \text{où } x_i = \frac{B+A}{2} + \frac{B-A}{2} \xi_i \quad (b) \end{array} \right. \quad (A3.1)$$

où ξ_i et w_i sont tabulés. W_i sont des facteurs de pondération qui dépendent de la fonction par laquelle on approche $f(x)$ (segment de droite pour la méthode des trapèzes, arcs de paraboles pour la méthode de Simpson). Les i sont des racines des polynômes orthogonaux avec lesquels la fonction $f(x)$ est approximée. Ces polynômes sont définis dans l'intervalle $[-1,1]$, Pour intégrer une fonction dans un intervalle quelconque, il fallait faire un changement de variable et on obtient les nouvelles racines x_i données par l'équation (A3.1.b).

A3.2. Intégration double

Le fait que la fonction à intégrer soit décrite par deux variables x et y , alors on définit une fonction $g(y)$ et en appliquant l'équation (A3.1.a), on obtient :

$$g(y) = \int_A^B f(x, y) dx = \frac{B-A}{2} \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (A3.2)$$

L'intégration de la fonction $g(y)$, par la même technique que précédemment, nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_n = \int_A^B g(y) dy = \frac{D-C}{2} \sum_{j=1}^n w_j g(y_j) \\ y_j = \frac{D+C}{2} + \frac{D-C}{2} \xi_j \end{array} \right. \quad (A3.3)$$

Enfin, en remplaçant $g(y_i)$ donnée en (A3.2.) dans l'équation (A3.3), on arrive à l'expression finale de l'intégration double par la méthode de Gauss.

$$I_n = \int_C^D \int_A^B f(x, y) dx dy = \frac{D-C}{2} \sum_{j=1}^n w_j \frac{B-A}{2} \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_j) \quad (A3.4)$$

$$\begin{cases} I_n = \frac{(B-A)(D-C)}{4} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n w_i w_j f(x_i, y_j) & (a) \\ \text{avec} \begin{cases} x_i = \frac{B+A}{2} + \frac{B-A}{2} \xi_i \\ y_j = \frac{D+C}{2} + \frac{D-C}{2} \xi_j \end{cases} & (b) \end{cases} \quad (A3.5)$$

A3.3. Les poids et les racines utilisés

Le nombre d'éléments est n=6. Les racines et les poids utilisés sont :

Tableau A3.1. Racines et les poids utilisés de la méthode de Gauss

i	ξ_i	w_i
1	+0.2386191861	+0.4679139346
2	-0.2386191861	+0.4679139346
3	+0.6612093865	+0.3607615730
4	-0.6612093865	+0.3607615730
5	+0.9324695142	+0.1713244924
6	-0.9324695142	+0.1713244924

A3.4. Expression numérique de l'inductance élémentaire

Nous allons utiliser la méthode de Gauss pour le calcul numérique de l'inductance dans les cas de sections rectangulaires (Equation IV.11) et circulaire (Equation IV.13).

A3.4.1 Spire de section rectangulaire

Dans ce cas, la fonction à intégrer est donnée par :

$$f(x, y) = \sqrt{1 + \frac{x}{r}} E[k(x, y)] \quad (A3.6)$$

Cette fonction, une fois introduite dans l'expression (A3.5.a) avec les bornes d'intégration correspondantes, donne l'inductance propre d'une spire circulaire à section rectangulaire :

$$\begin{cases} L(p) = \frac{\mu_0 r(p)}{4} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n w_i w_j \sqrt{1 + \frac{x}{r(p)}} E[k(x, y)] & (a) \\ \text{avec} \begin{cases} x_i = \frac{a}{2} \xi_i \\ y_j = \frac{b}{2} \xi_j \end{cases} & (b) \end{cases} \quad (A3.7)$$

Où ξ_i et w_i sont des paramètres de l'intégration de Gauss. w_i sont des facteurs de pondération qui dépendent de la fonction par laquelle on approche $f(x)$. Les ξ_i sont des racines des polynômes orthogonaux avec lesquels la fonction $f(x)$ est approximée.

A3.4.2 Spire de section circulaire

De l'équation (IV.13), nous identifions la fonction à intégrer, tel que :

$$f(x, y) = \rho \sqrt{1 + \frac{\rho \cos \theta}{r}} E[k(\rho, \theta)] \quad (\text{A3.8})$$

En remplaçant cette fonction et en identifiant les bornes d'intégration, nous arrivons à exprimer l'inductance propre d'une spire circulaire à section circulaire, qui est donnée par la formule suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} L(p) = \frac{\mu_0 r(p)}{2R} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n w_i w_j \rho_i \sqrt{1 + \frac{\rho_i \cos \theta_j}{r(p)}} E[k(\rho_i, \theta_j)] \quad (\text{a}) \\ \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho_i = \frac{R}{2} (1 + \xi_i) \\ \theta_j = \pi (1 + \xi_j) \end{array} \right. \quad (\text{b}) \end{array} \right. \quad (\text{A3.9})$$

Annexe A4

Dispositif de CND-CF à capteur absolu encerclant

A4.1. Présentation et description

Généralement un capteur encerclant en mouvement sert à inspecter les surfaces latérales des tubes que ce soit creux ou plein. Dans ce contexte, nous consacrons cette annexe à la présentation des résultats dont la hiérarchie est similaire à celle développée au chapitre IV dans la section IV.5.2. Les défauts étudiés sont supposés être sur les surfaces latérales interne et externe dont la profondeur est de 20% et la longueur de 1mm. Le tube à contrôler reste inchangé par rapport à l'application du capteur interne traitée dans la section IV.5.2. Le capteur a un rayon interne de 11.61mm, une épaisseur de 0.75mm, une hauteur 2mm et constitué de 70 spires (figure A4.1).

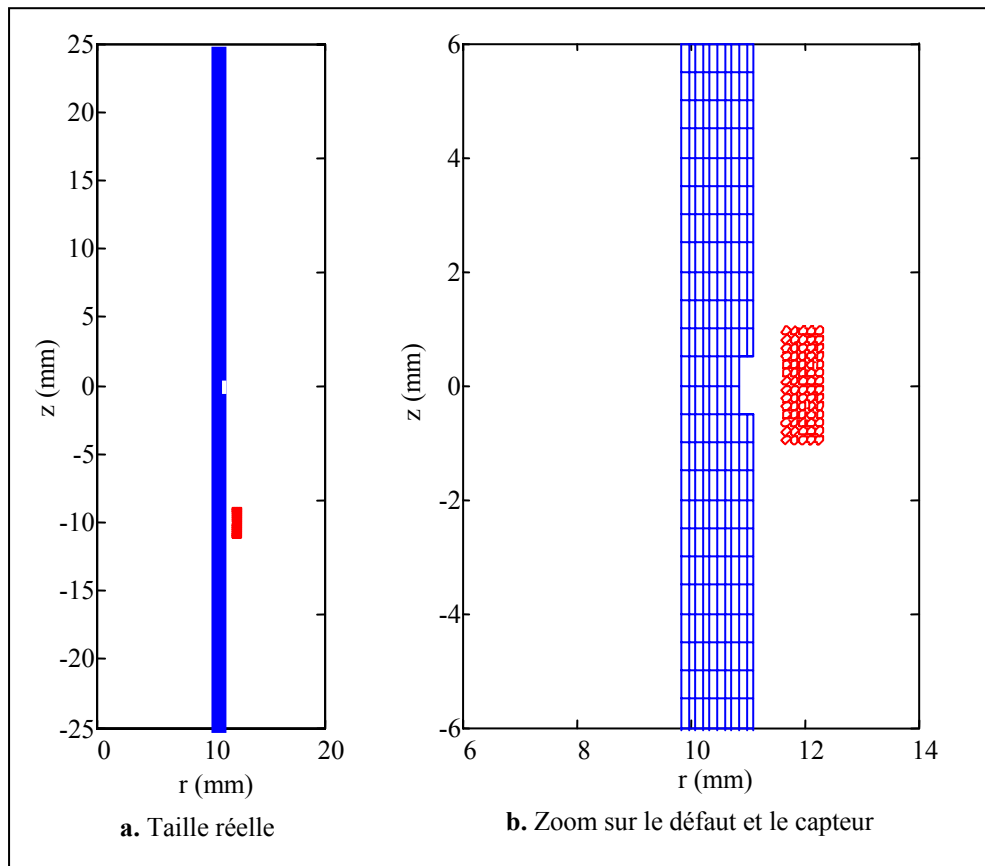


Figure A4.1. Dispositif à capteur absolu encerclant et maillage

A4.2. Variation de l'impédance et impédance normalisée

Tableau A4.1. Impédance normalisée et différentielle dues à la présence d'un matériau

Fréquences : f (kHz)	100	240	500
Impédance sans pièce : $Z_0 (\Omega)$	5.251+141.171i	5.251+338.810i	5.251+705.855i
Impédance avec pièce sans défaut : $Z (\Omega)$	29.632+80.856i	42.321+169.916i	60.677+331.797i
$Z_n = (Z - R_0) / X_0 (\%)$	17.270+57.275i	10.941+50.151i	7.852+47.006i
$\Delta Z = Z - Z_0 (\Omega)$	24.381-60.315i	37.070-168.894i	55.4259-374.058i

A4.3. Variation d'impédance et ces paramètres

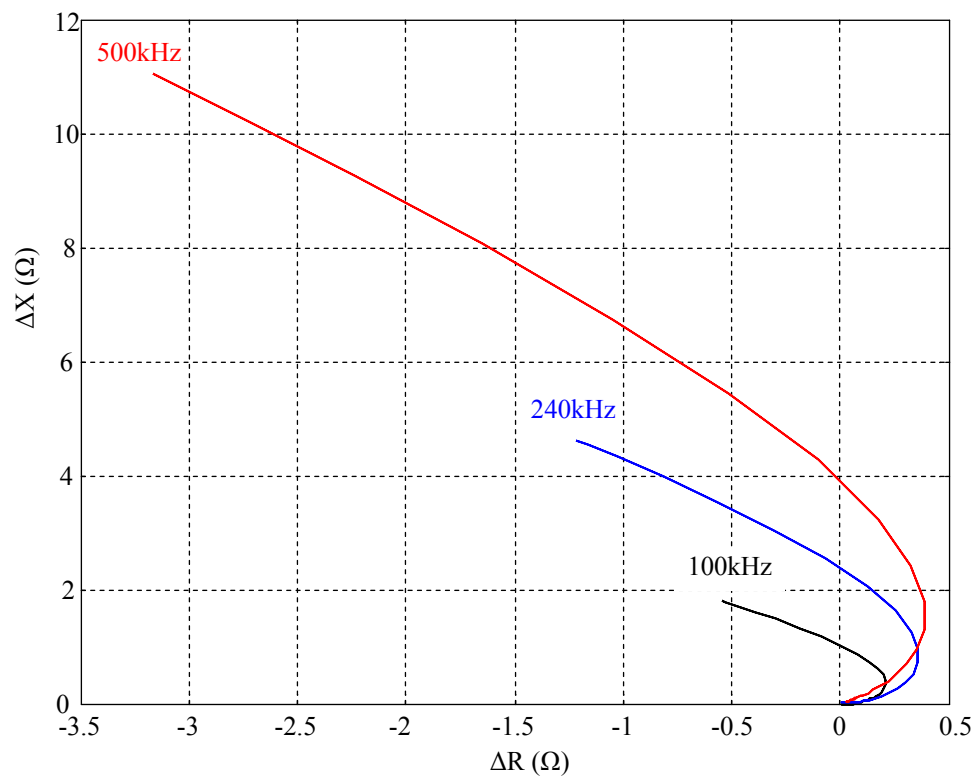


Figure A4.2. Evolution de la variation de l'impédance due à la présence du défaut sur la surface externe du tube.

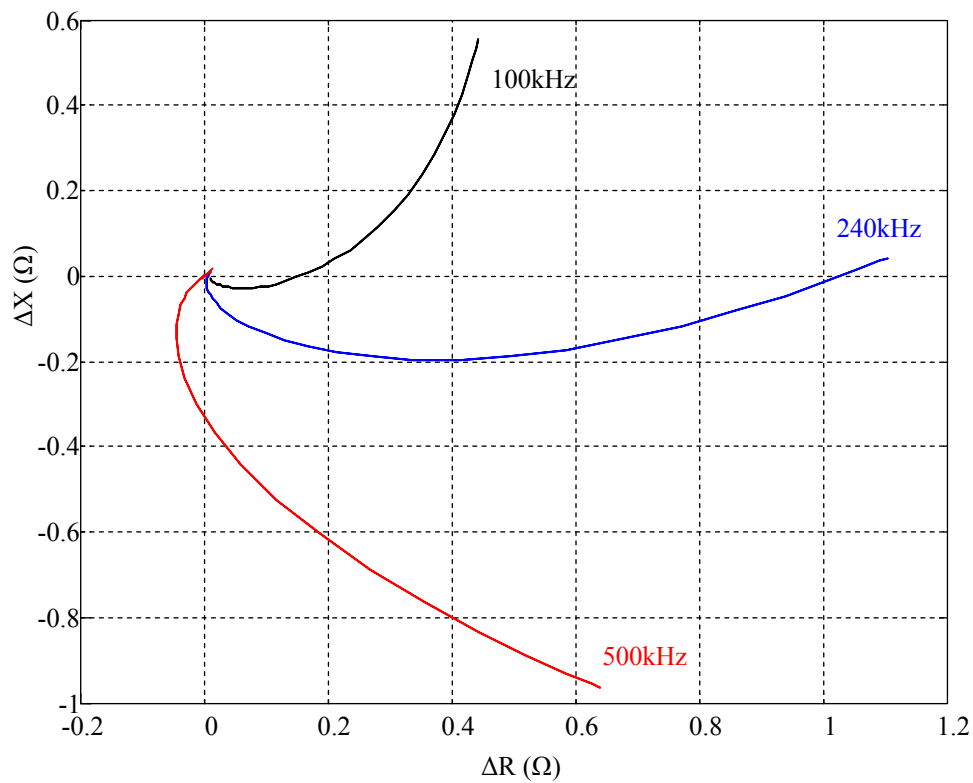


Figure A4.3. Evolution de la variation de l'impédance due à la présence du défaut sur la surface interne du tube.

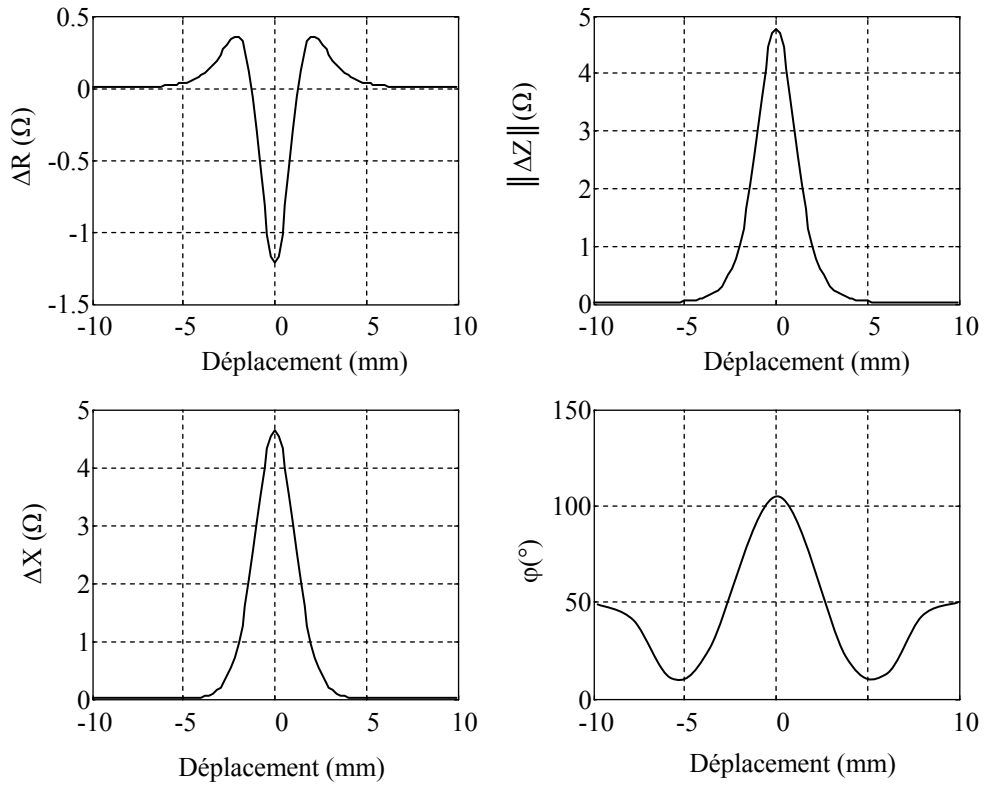


Figure A4.4. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut externe à $f=240\text{kHz}$.

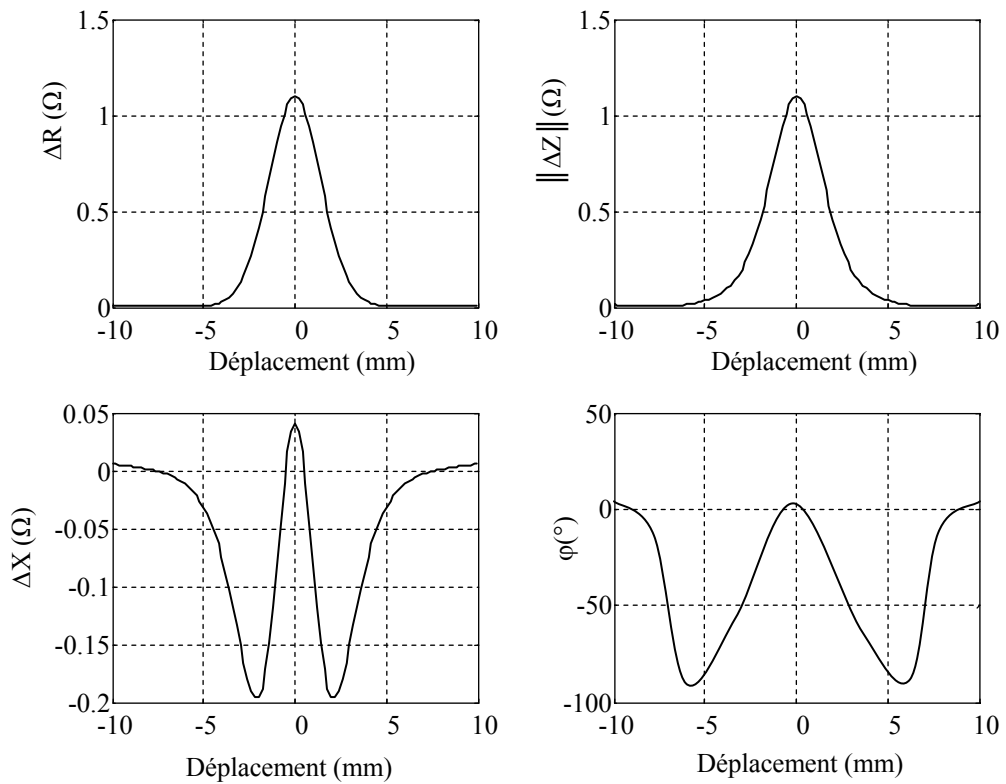


Figure A.5. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut interne à $f=240\text{kHz}$.

A4.4. Ligne iso valeurs du potentiel magnétique vecteur

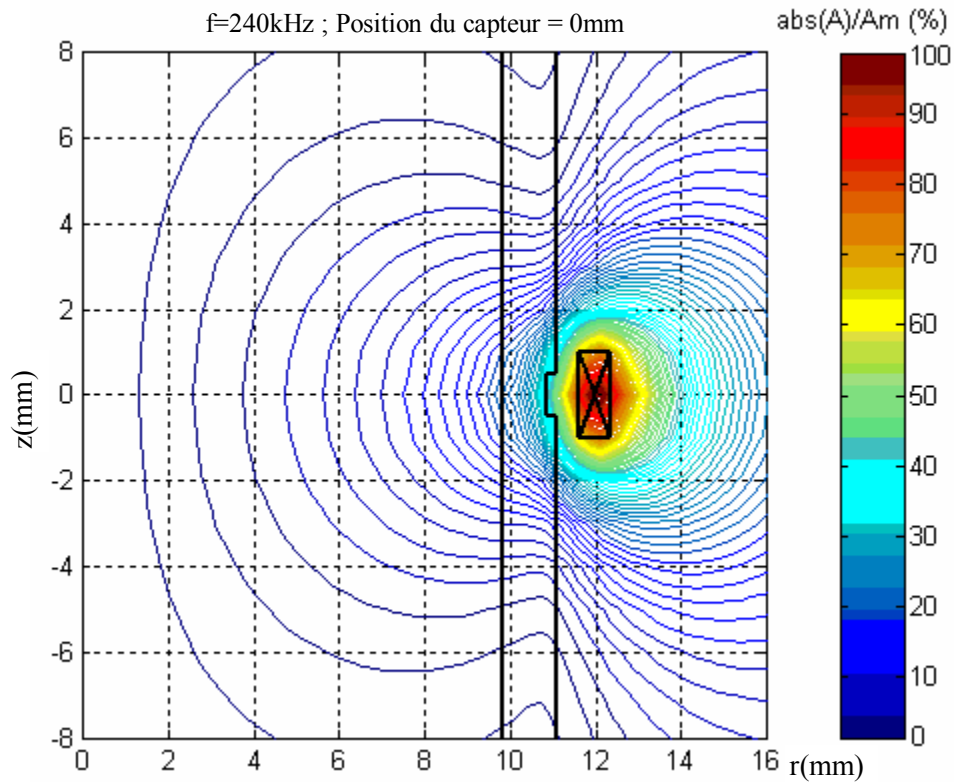


Figure A4.6. Lignes iso valeurs du module du potentiel magnétique vecteur.

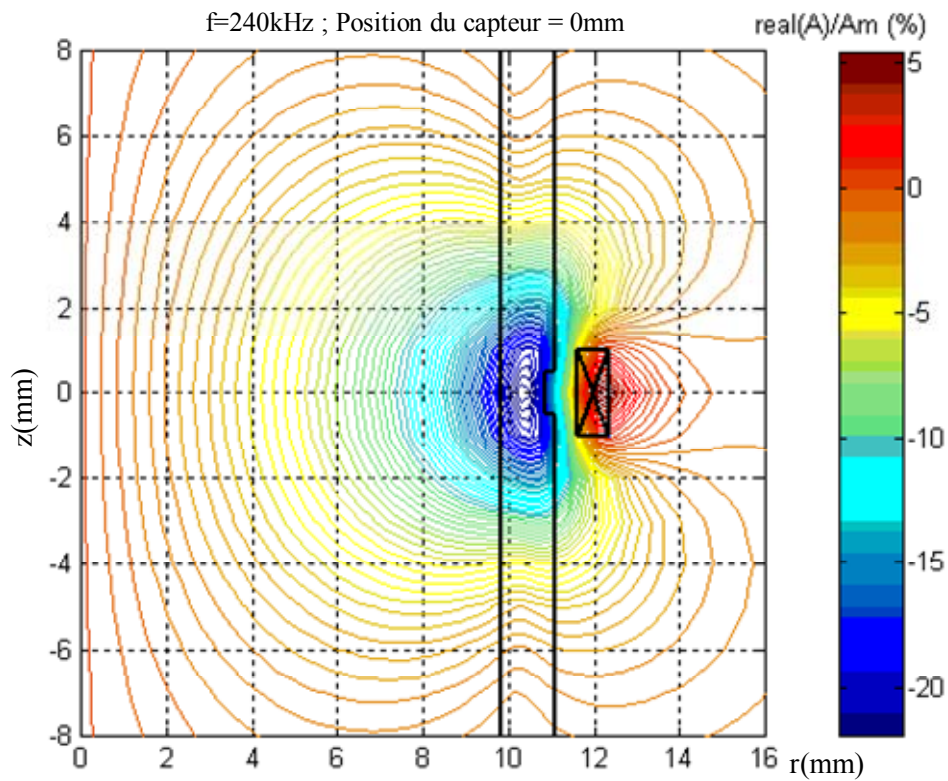


Figure A4.7. Lignes iso valeurs de la composante active du potentiel magnétique vecteur.

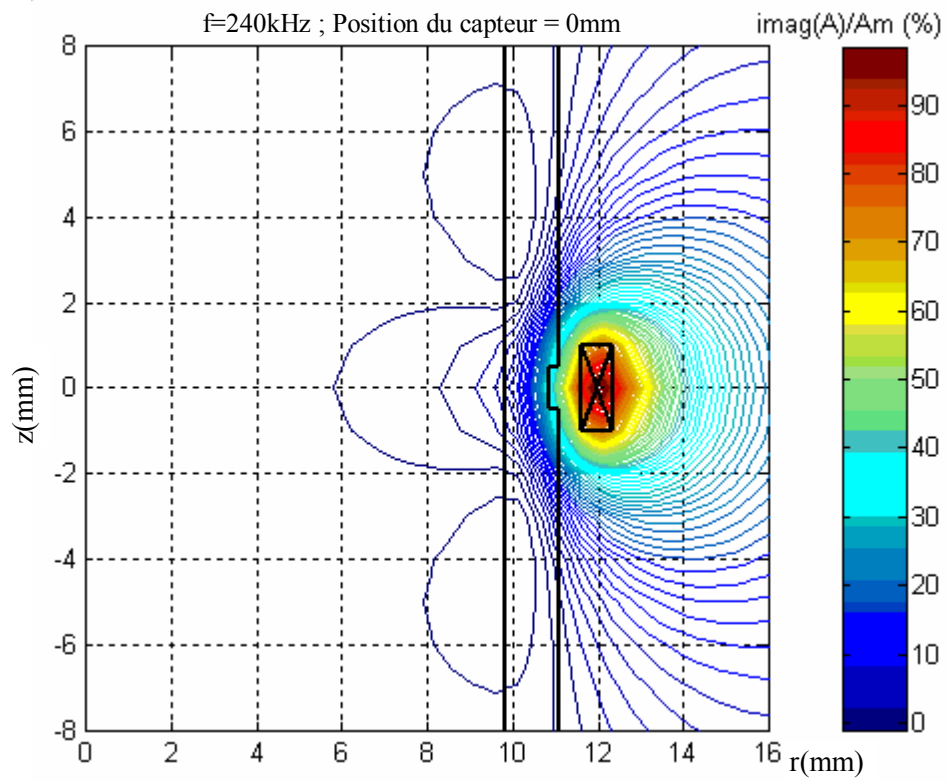


Figure A4.8. Lignes iso valeurs de la composante réactive du potentiel magnétique vecteur.

Annexe A5

Dispositif de CND-CF à capteur différentiel encerclant

A5.1. Présentation et description

L'étude du dispositif de CND-CF à capteur différentiel encerclant est menée sur le calcul de l'impédance différentielle et le tracé des lignes iso valeurs. La configuration géométrique du capteur est celle du capteur absolue (Annexe A4) à laquelle on ajoute une bobine montée en tête bêche. La longueur axiale du capteur différentiel résultant est 4.6mm dont la distance entre les deux bobine est de 0.5mm. Le tube à contrôler, de structure géométrique identique aux précédents (§IV.5.2., §V.5. et §A4), est affecté de défauts interne et externe dont la profondeur est de 20% et de longueur de 1mm. (Figure A5.1.)

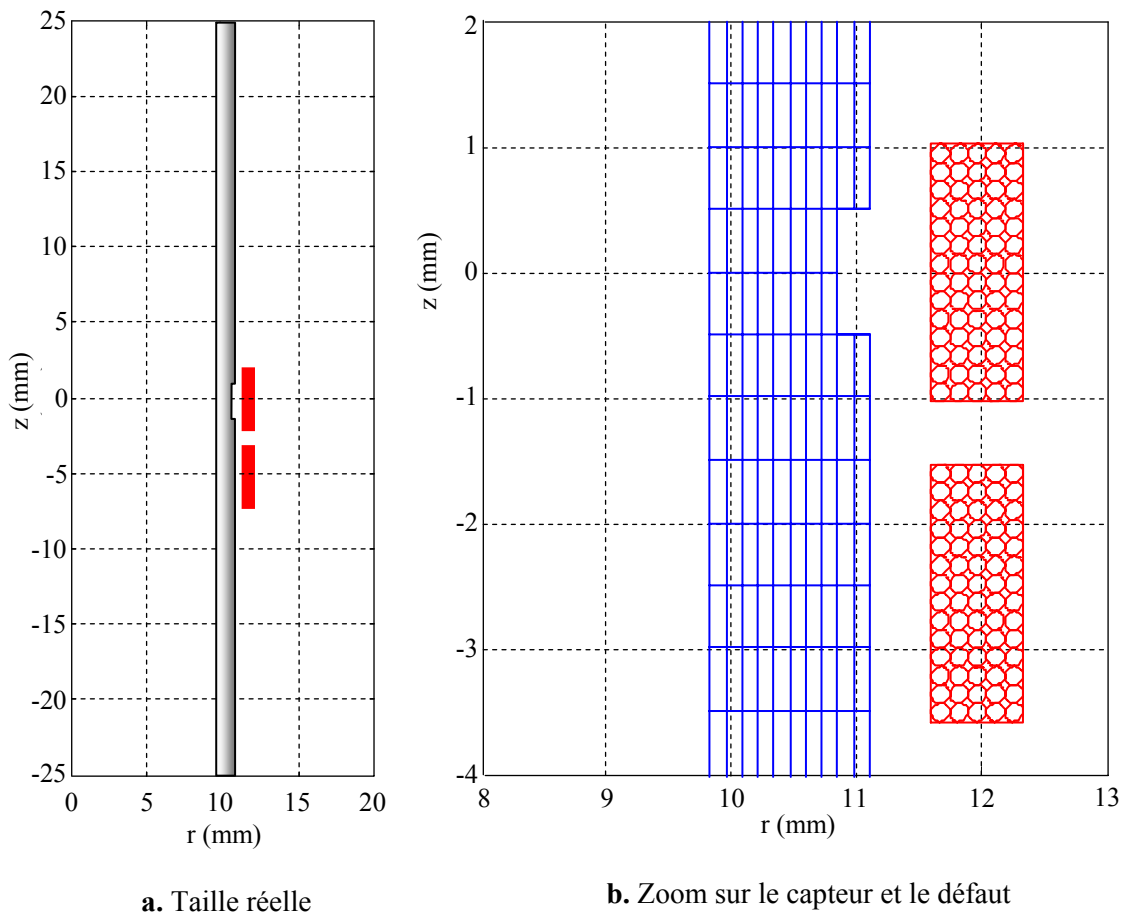


Figure A5.1. Dispositif différentiel à capteur encerclant

A5.2. Variation d'impédance et ces paramètres

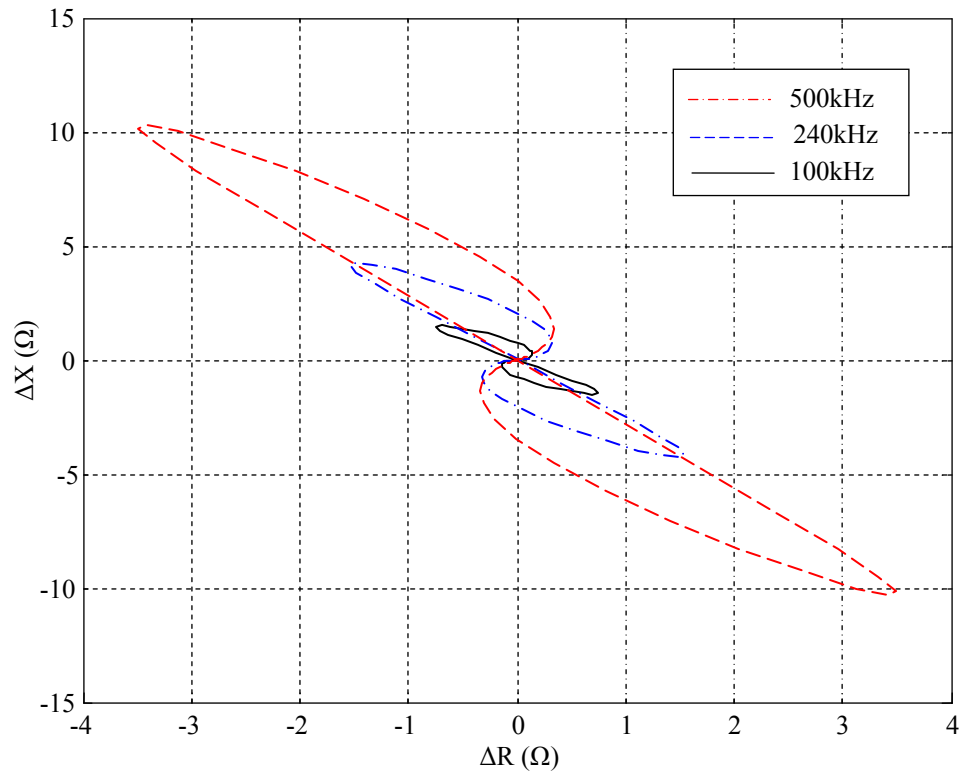


Figure A5.2. Evolution de la variation d'impédance due à la présence du défaut sur la surface interne du tube.

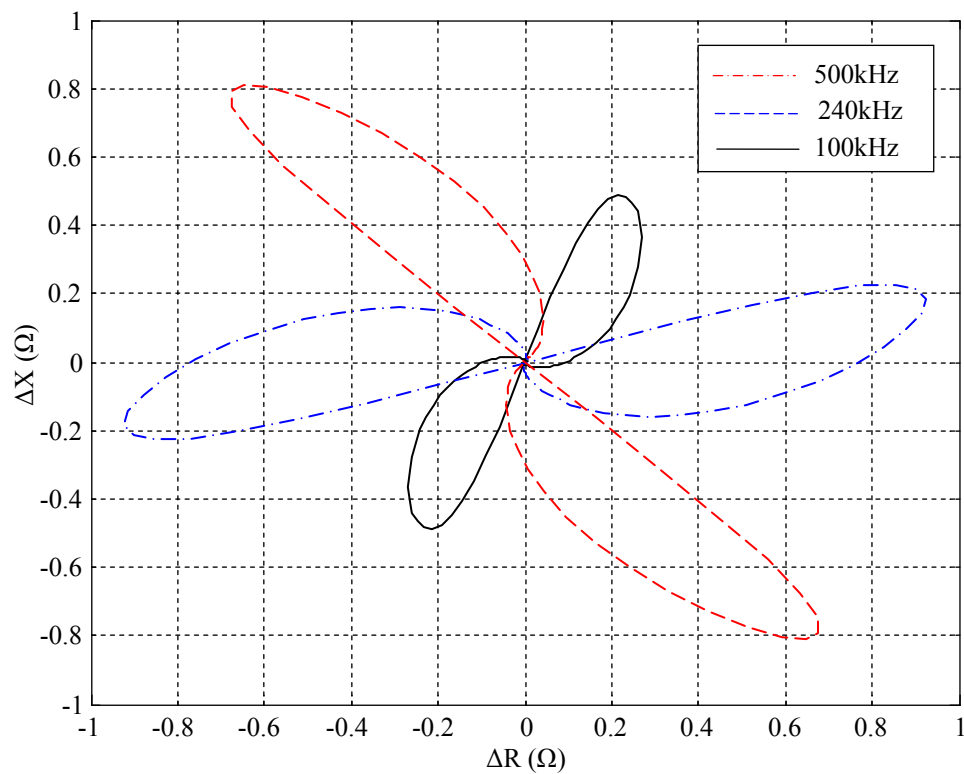


Figure A5.3. Evolution de la variation de l'impédance due à la présence du défaut sur la surface interne du tube.

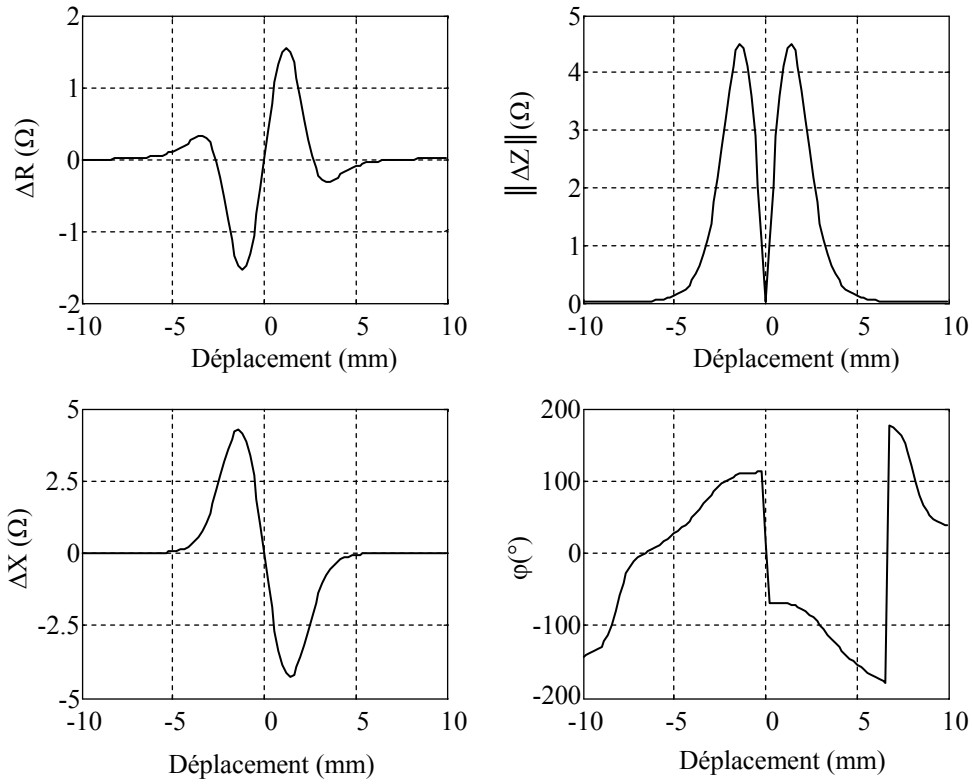


Figure A5.4. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut externe à $f=240\text{kHz}$.

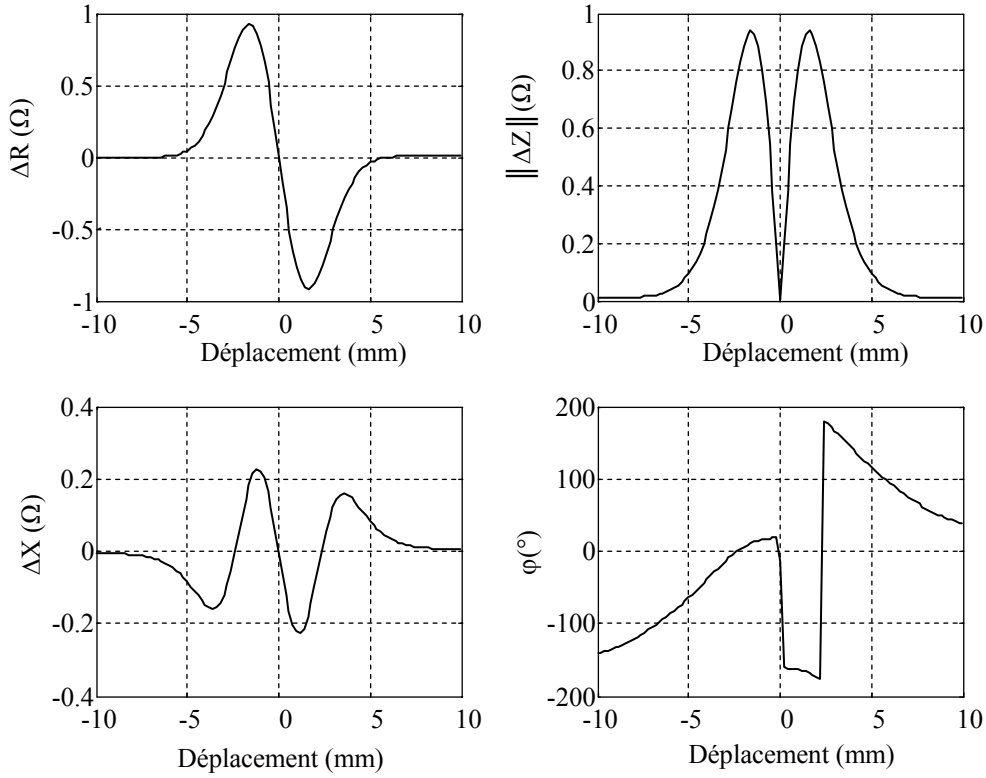


Figure A5.5. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut interne à $f=240\text{kHz}$.

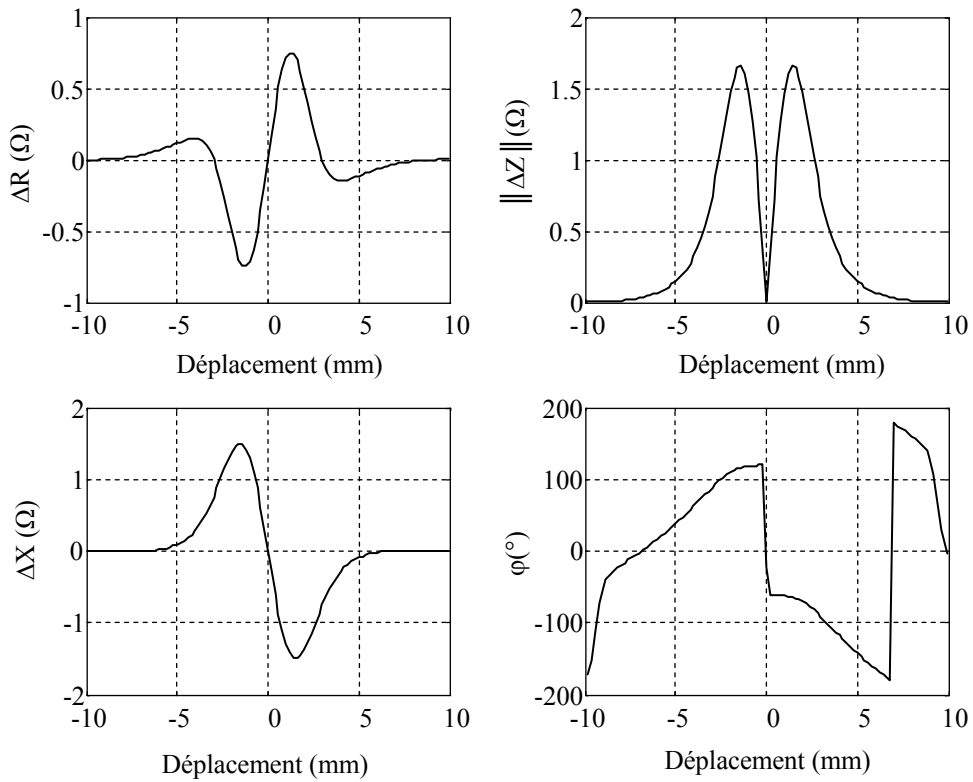


Figure A5.6. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut externe à $f=100\text{kHz}$.

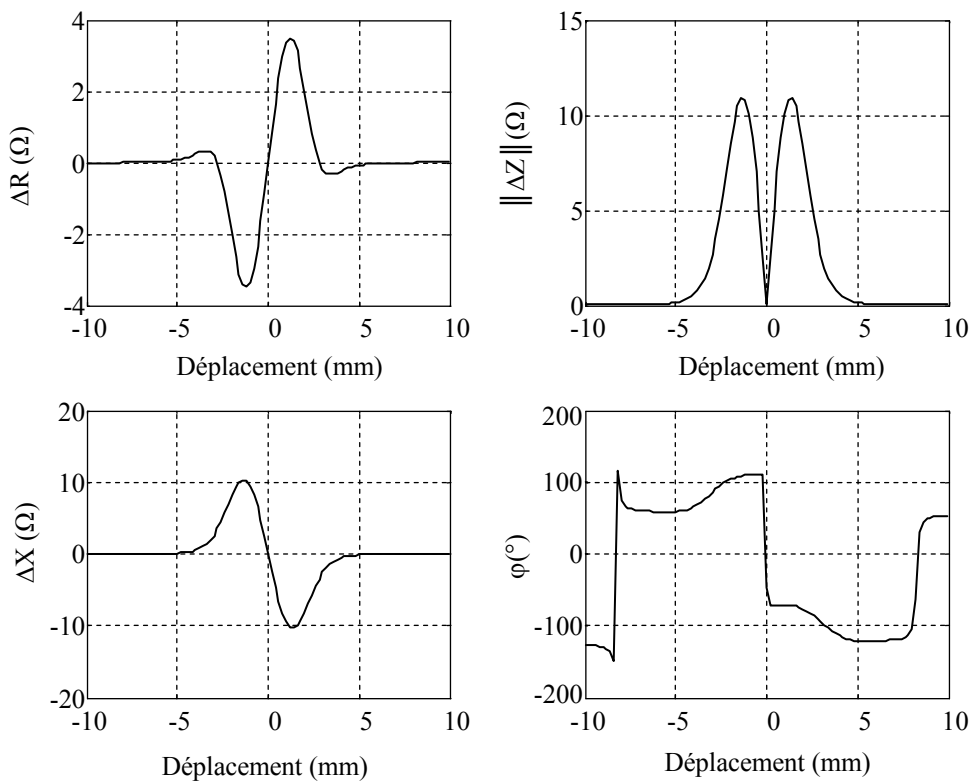


Figure A5.6. Variation des paramètres de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut externe à $f=100\text{kHz}$.

A5.3. Ligne iso valeurs du potentiel magnétique vecteur

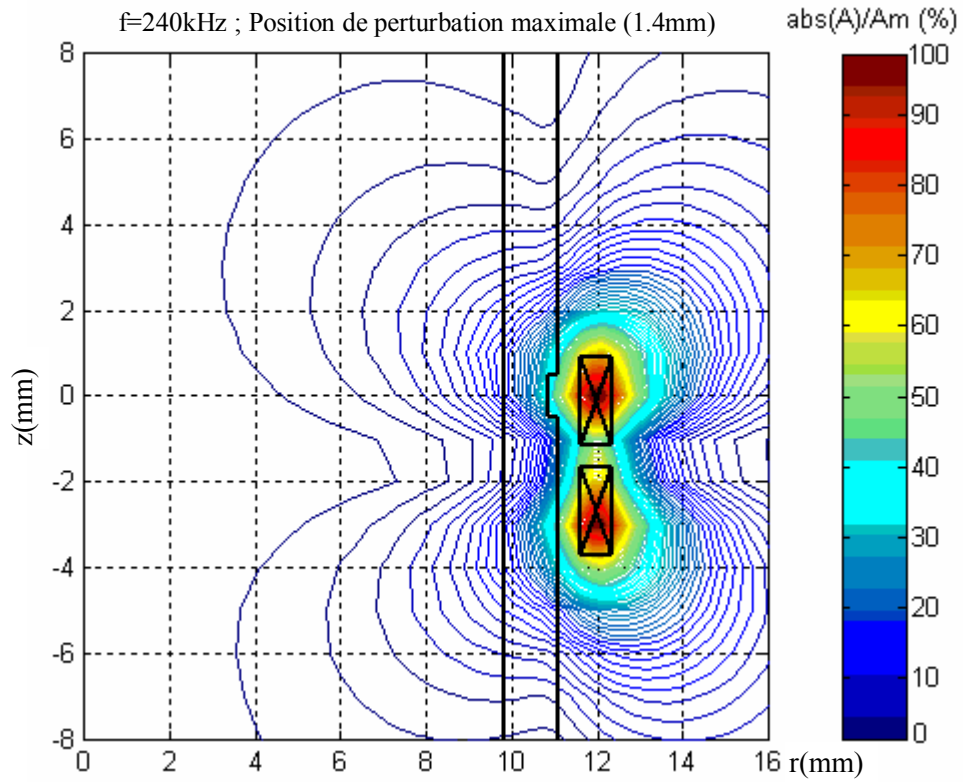


Figure A5.8. Lignes iso valeurs de l'amplitude du potentiel magnétique vecteur (défaut externe).

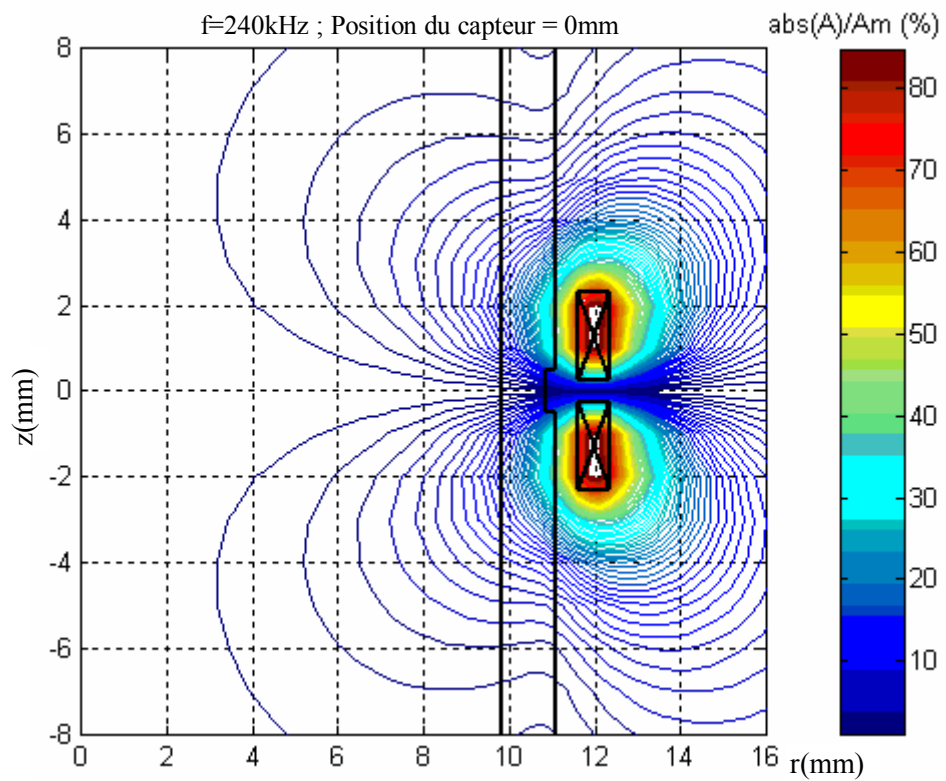


Figure A5.9. Lignes iso valeurs de l'amplitude du potentiel magnétique vecteur (capteur face à un défaut externe).

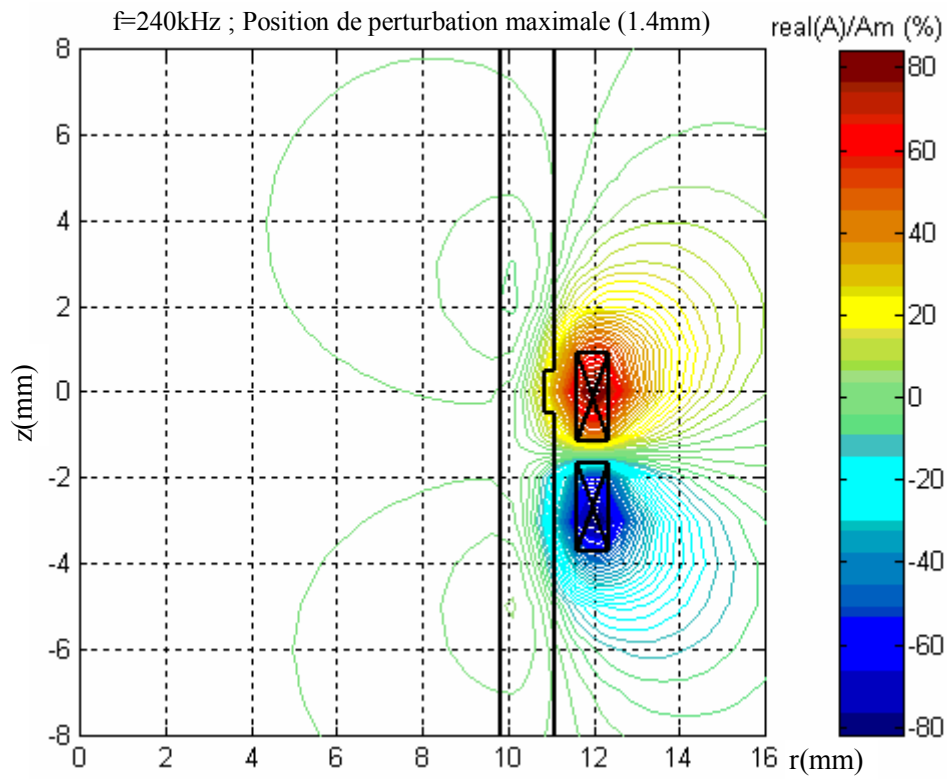


Figure A5.10. Lignes iso valeurs de la composante active du potentiel magnétique vecteur (défaut externe).

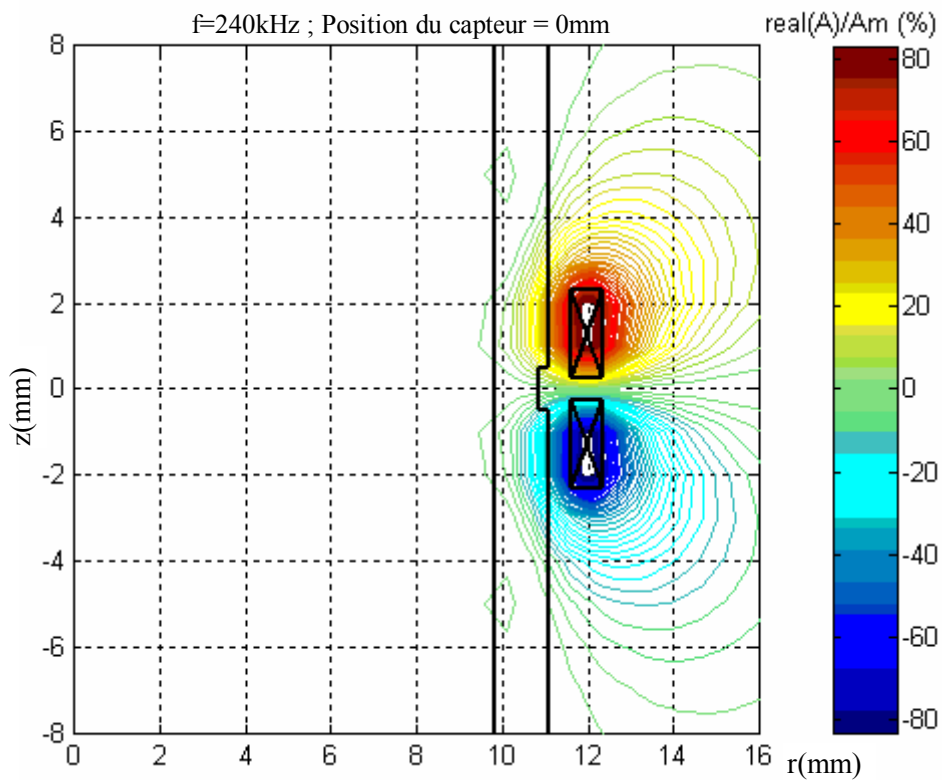


Figure A5.11. Lignes iso valeurs de la composante active du potentiel magnétique vecteur (capteur face à un défaut externe).

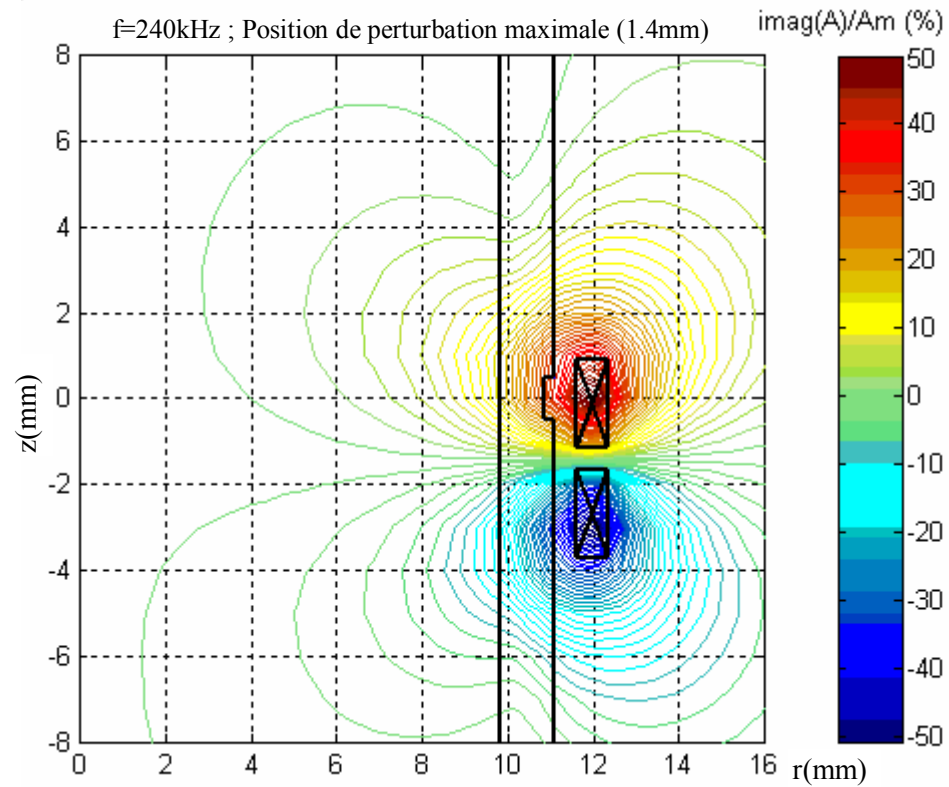


Figure A5.12. Lignes iso valeurs de la composante réactive du potentiel magnétique vecteur (défaut externe).

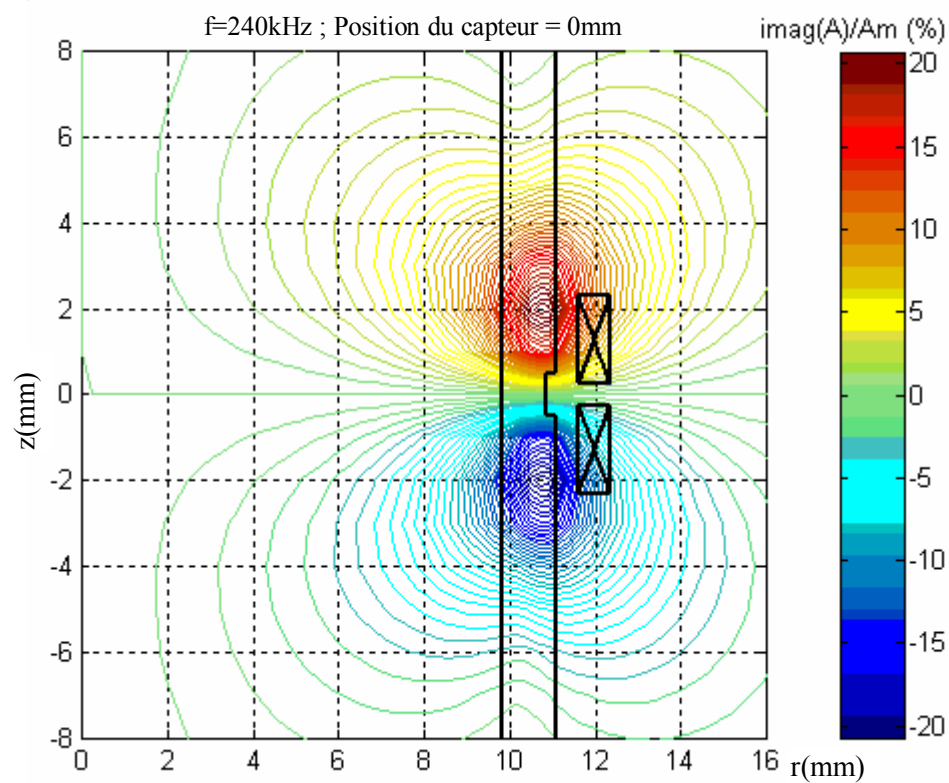


Figure A5.13. Lignes iso valeurs de la composante réactive du potentiel magnétique vecteur (capteur face à un défaut externe).

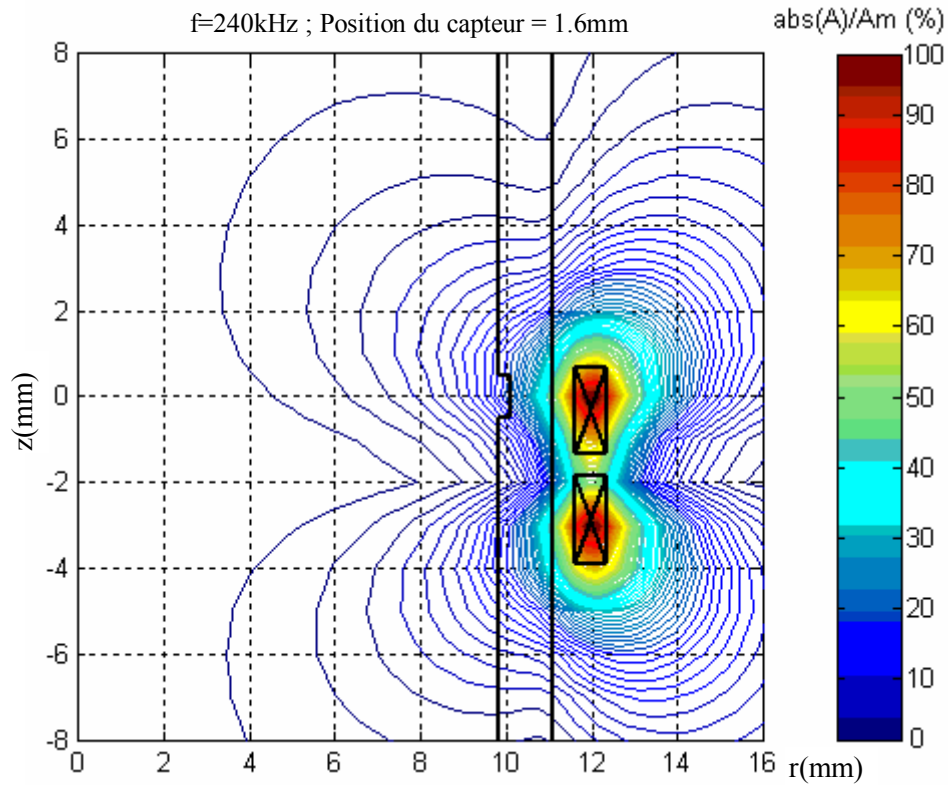


Figure A5.14. Lignes iso valeurs de l'amplitude du potentiel magnétique vecteur (défaut interne).

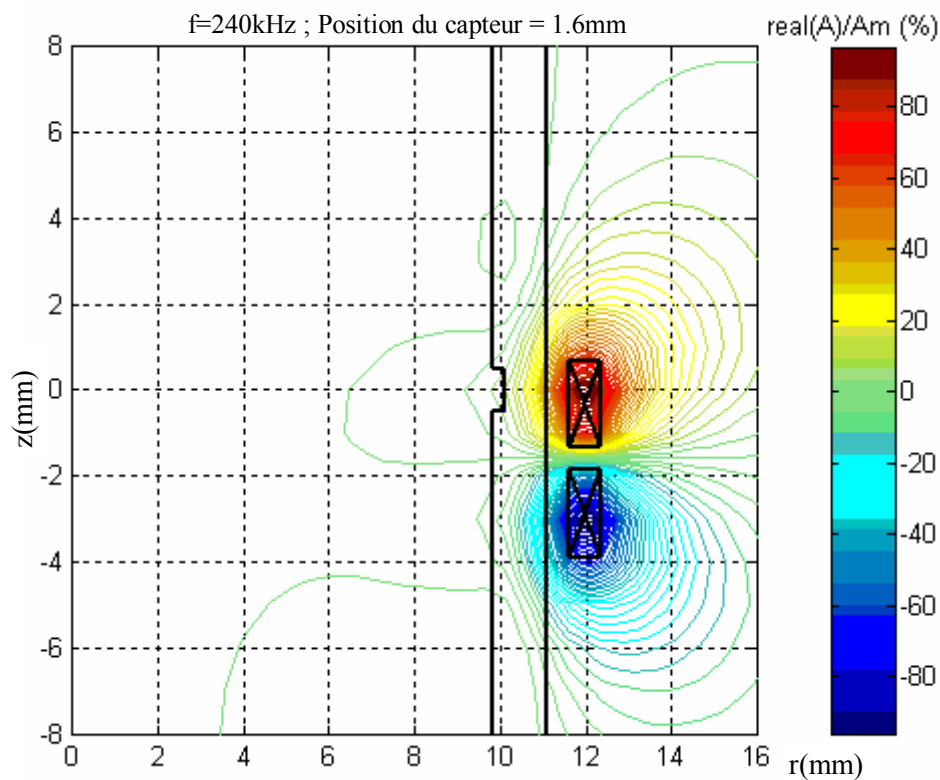


Figure A5.15. Lignes iso valeurs de la composante active du potentiel magnétique vecteur (défaut interne).

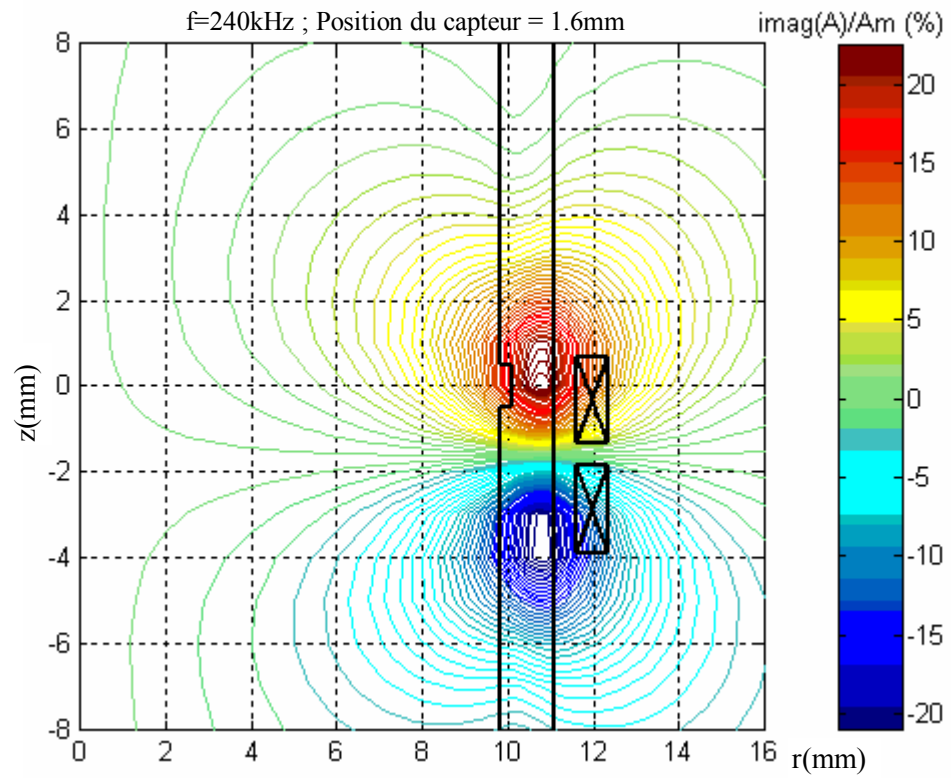


Figure A5.16. Lignes iso valeurs de la composante réactive du potentiel magnétique vecteur (défaut interne).

Titre

Elaboration de modèles par les Grandeurs Electromagnétiques Couplées. Application au Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault.

Résumé : Le travail présenté dans cette thèse est lié au développement de modèles directs explicitant les caractéristiques géométriques et électromagnétiques des dispositifs de contrôle non destructif par courants de Foucault, en vue de traiter la modélisation inverse en temps réel.. Nous avons, à travers une recherche bibliographique, synthétisé des techniques de CND des dispositifs à courant de Foucault tant du point de vue physique et technologique que modélisation. Le principe de la méthodologie proposée est basé sur l'utilisation du noyau de Green associé à l'équation de Poisson dans le vide, et du théorème de superposition appliqué à l'équation d'induction électromagnétique. Nous exposons différentes formulations faisant appel chacune à une variable d'état appropriée (courant électrique, potentiel vecteur magnétique et champ électrique) conduisant à la méthode dite des **Grandeurs Electromagnétiques Couplées**. Les différents résultats obtenus ont été validés par comparaison à des données expérimentales publiées dans la littérature et à des données issues de calcul par éléments finis développé à cet effet.

Mots clés

Contrôle, Evaluation, Non destructif, Courants de Foucault, Capteur absolu, Capteur différentiel, Méthode des Moments, Grandeurs Electromagnétiques Couplées, Semi analytique, Inductance propre élémentaire, Impédance électromagnétique.

Title

Elaboration of models by Coupled Electromagnetic Quantities. Application to Non Destructif Control by Eddy Current.

Abstract: The work presented in this thesis is bound to the direct model development clarifying the geometric and electromagnetic features of non-destructive control devices by eddy currents, in order to treat the inverse modelling in real time. Through a bibliographic research, we have synthesized NDT techniques of devices to eddy currents as much from a physical and technological view point as from that of modelling viewpoint. The principle of the proposed methodology is based upon the use of Green's core associated to the equation of Poisson in the vacuum, and the theorem of superposition applied to the electromagnetic induction equation. We exposed different formulations, each needing an appropriate variable of state (electric current, magnetic vector potential and electric field) leading to the method, called, of the **Coupled Electromagnetic Quantities**. The different results obtained were validated by comparison to experimental data published in the literature and to data stemming from calculation by finite elements developed for that purpose.

Key words

Non Destructive, Testing, Evaluation, Eddy Currents, absolute Sensor, differential Sensor, Method of Moments, Coupled Electromagnetic quantities, Semi analytics, elementary self Inductance, electromagnetic Impedance.

عنوان

تصميم نماذج اعتمدا على المقادير كهرومغناطيسية المزدوجة. تطبيق على الفحص عدم الإتلاف بتيار فوكو.

جرد : إن العمل المقدم في هذه الأطروحة مرتبط بتطوير أصناف مباشرة موضحة للميزات الهندسي- الكهرومغناطيسية لأجهزة الفحص عدم الإتلاف بطريقة التيار الكهربائي فوكو؛ و هذا لكي نتمكن من التطرق للتصنيف المعاكس. لقد تمكنا عبر بحث بيليوغرافي أن نتوصل إلى تقنيات الفحص عدم الإتلاف لأجهزة التيار الكهربائي فوكو على الصعيد الفيزيائي، التكنولوجي و التصنيفي. مبدأ المنهجية المقترحة مؤسس على استعمال مركز <<قرين>> المشترك مع معادلة <<بواسون>> في العدم، و استعمال قانون التراكم، مطبق على معادلة الإستنتاج الكهرومغناطيسي. سنقدم بصيغات مختلفة كل منها مستعملتا متغيرات حال مناسبة (تيار كهربائي، كمون شعاع مغناطيسي و حقل كهربائي) و التي تؤدي لطريقة كميات الكهرومغناطيسية المزدوجة. النتائج المختلفة المتحصل عليها بُرهنّت بمقارنتها مع معطيات تجريبية نشرت في الأدب و مع معطيات مستنتجة من حساب بعناصر كاملة مطورة لهذا الغرض.

كلمات المفتاح

فحص، تقييم، عدم الإتلاف، تيارات إيدي، المتحسس المطلق، المتحسس التفاضلي، طريقة العزوم، كميات الكهرومغناطيسية المزدوجة، نصف تحليلي، محاثة نفس أولية، المعاوقة الكهرومغناطيسية.