

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de L'enseignement Supérieur Et de La Recherche Scientifique

جامعة فرحات عباس – سطيف 1

Université Ferhat Abbas Sétif 1

## **THESE**

Présentée à l'Institut d'Optique et de Mécanique de Précision

Pour l'obtention du diplôme de

## **Doctorat En Sciences**

Option : Optique et Mécanique de Précision

Par:

**M. Bakhouche Belkacem**

## **THÈME:**

**Application de la technique de polarisation pour la caractérisation  
des propriétés optiques des matériaux destinés pour l'optique**

Soutenue le : 23/05/2015

Devant le jury composé de :

M<sup>r</sup>. DJABI Smail

Prof. Université de Sétif 1

Président

M<sup>r</sup>. BENIAICHE Abdelkrim

Prof. Université de Sétif 1

Rapporteur

M<sup>r</sup>. DIAF Madjid

Prof. Université d'Annaba

Examineur

M<sup>r</sup>. CHIKOUCHE Djamel

Prof. Université de M'Sila

Examineur



*Je dédie ce travail à toute ma famille,  
Mes très chers parents, mes frères et mes sœurs,  
A ma Femme et mes enfants.*

*Belkacem Bakhouche*

## Remerciements

*Une thèse est un long chemin, parfois périlleux, parfois plein de promesses, c'est un chemin marqué par différentes étapes joyeuses, c'est un chemin dont on connaît l'issue puisque nombreux sont ceux qui l'ont déjà parcouru, mais c'est un chemin unique pour chacun.*

*Voilà, arrivé au bout de ce chemin, je tiens à remercier les personnes que j'ai pu rencontrer tout au long de ce parcours, puisque sans elles rien n'aurait été possible.*

*Mais préalablement, je dois remercier Dieu Tout Puissant de m'avoir donné beaucoup de patience et de courage tout au long de mes études.*

*Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire des systèmes photoniques et de l'optique non linéaire (Université Ferhat Abbas Sétif 1) et cette thèse n'aurait jamais vu le jour sans la confiance et la patience du directeur de ce laboratoire et mon directeur de thèse le professeur Abdelkrim Beniaiche, qui je veux vivement et chaleureusement remercier. La pleine confiance qu'il m'a accordée permis d'élaborer un plan de mémoire personnel et propre à mes aspirations.*

*Je voudrais aussi le remercier pour le temps et la patience qu'il m'accordée tout au long de mes années d'études, d'avoir cru en mes capacités et de m'avoir permis de réaliser ce travail. De plus les conseils qu'il m'a donnés tout au long de la rédaction, ont toujours été clairs et succincts, me facilitant grandement la tâche et me permettant d'aboutir à l'élaboration de cette thèse.*

*Je souhaite vivement remercier Messieurs Madjid Diaf, Professeur de l'Université d'Annaba, et Djamel Chikouche, Professeur de l'Université M'Sila, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être examinateurs de ce travail. Je remercie également Monsieur Smail Djabi, Professeur à l'Université de Sétif 1, d'avoir présidé le jury d'examen.*

*Je tiens également à remercier le professeur Christophe Stolz de laboratoire Le2i Université de Bourgogne pour ses multiples conseils.*

*Je remercie affectueusement ma famille, mes parents, mes amis et collègues sans exception, mes étudiants pour m'avoir aidé, supporté et encouragé.*

*Belkacem Bakhouche*

# Sommaire

<u>Introduction générale</u> .....	01
------------------------------------	----

## Chapitre I : La polarisation et ses formalismes

I.1 Introduction.....	03
I.2 Généralité sur la lumière polarisée.....	04
I.3 L'ellipse de Polarisation.....	05
I.4 Différents états de polarisation.....	06
I.4.1 Etats de polarisation linéaire et circulaire.....	06
I.5 Formalismes de polarisation.....	07
I.5.1 Formalisme de Jones.....	07
I.5.1.1 Vecteur de Jones- Matrice de Jones.....	07
I.5.1.2 Matrice de Jones.....	08
I.5.1.3 Etats de polarisation de polarisation .....	08
I.5.1.4 Construction d'une matrice de Jones Homogène.....	09
I.5.1.5 Matrice de cohérence de Wolf.....	09
I.5.1.6 Degré de polarisation.....	10
I.5.1.7 Conclusion.....	10
I.5.2 Formalisme de Stokes-Mueller.....	11
I.5.2.1 Paramètres de Stokes.....	11
I.5.2.2 Degré de polarisation.....	12
I.5.3 Matrice de Mueller.....	13
I.5.3.1 Définitions et propriétés.....	13
I.5.3.2 Indice de dépolarisation.....	14
I.5.3.3 Matrice Mueller-Jones.....	15
I.5.3.4 Condition pour que M soit une matrice de Mueller-Jones.....	16
I.5.4.La sphère de Poincaré.....	17
I.6 Conclusion.....	19



## Chapitre II : Représentation en éléments simples des milieux optiques

II.1 Introduction.....	20
II.2 Propriétés polarimétriques.....	21
II.2.1 Diatténuateurs.....	22
II.2.1.1 Matrice de Jones du diatténuateur elliptique homogène.....	23
II.2.1.2 Matrice de Mueller du diatténuateur elliptique.....	24
II.2.1.3 Propriétés de la matrice de Mueller du diatténuateur.....	25
II.2.1.3.1 Matrice de Mueller symétrique.....	25
II.2.1.3.2 Transmittance.....	25
II.2.1.3.3 Diatténuation.....	25
II.2.1.3.4 Vecteur diatténuation.....	25
II.2.1.3.5 Matrice de Mueller réduite.....	25
II.2.1.3.6 Diatténuation linéaire et circulaire.....	26
II.2.1.4 Cas particuliers.....	26
II.2.1.4.1 le polariseur parfait (idéal).....	26
II.2.1.4.2 Elément polarisant non idéal (polariseur partiel).....	27
II.2.1.4.3 Polariseur circulaire.....	27
II.2.1.5 Différents types de diatténuateurs.....	27
II.2.2 Retardateurs.....	29
II.2.2.1 Représentation d'un retardateur elliptique homogène.....	29
II.2.2.2 Matrice de Jones du retardateur elliptique homogène.....	30
II.2.2.3 Matrice de Mueller du retardateur elliptique homogène.....	31
II.2.2.4 Propriétés de la matrice de Mueller du retardateur.....	31
II.2.2.4.1 Matrice de Mueller unitaire.....	31
II.2.2.3.2 Retardance.....	31
II.2.2.3.3 Vecteur Retardance.....	32
II.2.2.3.4 Matrice de Mueller réduite.....	32
II.2.2.5 Cas particuliers.....	33
II.2.2.5.1 Lame quart d'onde.....	33
II.2.2.5.2 Rotateurs.....	34
II.2.2.5.3 Matrice d'un déphaseur dichroïque linéaire.....	34
II.2.2.5.4 Matrice de Mueller d'une surface réfléchissante.....	35

II.2. 3 Dépolariseurs.....	36
II.2.3.1 Les différents dépolariseurs.....	37
II.2.3.1.1 Dépolariseur idéal.....	37
II.2.3.1.2 Dépolariseur isotrope.....	37
II.2.3.1.3 Dépolariseur anisotrope.....	37
II.2.3.1.4 Forme générale du dépolariseur.....	38
II.2.3.2 Critères de caractérisation de la dépolarisation.....	38
II.2.3.3 Conclusion.....	39

### **Chapitre III : Analyse et décomposition de la matrice de Mueller**

III.1 Introduction.....	40
III.2 Matrice de Mueller d'un système optique physiquement réalisable.....	40
III.3 Détection de la dépolarisation.....	43
III.4 Décomposition d'une matrice de Mueller non dépolarisante.....	45
III.4.1 Décomposition polaire d'une matrice de Mueller-Jones.....	45
III.4.1.1 Matrice de Mueller du diatténuateur.....	47
III.4.1.2 Matrice de Mueller du retardateur.....	47
III.4.2 Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller non dépolarisante.....	47
III.5 Décomposition d'une matrice de Mueller dépolarisante.....	49
III.5.1 Décomposition classique.....	49
III.5.1.1 Principe du calcul des matrices élémentaires.....	50
III.5.1.2 Matrice de Mueller du diatténuateur.....	50
III.5.1.3 Matrice de Mueller du dépolariseur.....	51
III.5.1.4 Matrice de Mueller du retardateur.....	52
III.5.2 Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller dépolarisante.....	52
III.6 Algorithme de traitement des matrices de Mueller expérimentales.....	54
III.7 Conclusion.....	54

### **Chapitre IV : Analyse et exploitation du polarimètre de Mueller**

IV.1 Introduction.....	56
------------------------	----

---

IV.2	Procédure d'obtention des matrices de Mueller.....	57
IV.2.1	Description formelle du dispositif expérimental.....	57
IV.2.2	Principe de mesure.....	58
IV.2.3	Optimisation du processus de mesure.....	60
IV.2.4	Etalonnage à vide du polarimètre.....	60
IV.2.4.1	Croisement des polariseurs.....	61
IV.2.4.2	Recherche des axes neutres des lames quart d'onde.....	61
IV.2.4.3	Méthodologie de réduction des erreurs systématiques.....	61
IV.2.4.4	Compensation des défauts sur les retards des lames quart d'onde.....	61
IV.2.4.5	Influence des défauts de positionnement des lames quart d'onde et des polariseurs.....	62
IV.2.4.6	Exemple explicatif de correction des erreurs systématiques.....	63
IV.2.4.6.1	Correction des défauts sur les retards des lames quart d'onde.....	63
IV.2.4.7	Obtention des matrices d'écart-type associés.....	67
IV.2.4.8	Critère de qualité de l'étalonnage.....	67
IV.2.4.9	Critère de validité physique des matrices de Mueller.....	68
IV.2.5	Présentation de l'étalonnage à vide pour une longueur d'onde.....	69
IV.2.5.1	Matrice expérimentale à vide.....	69
IV.2.5.2	Matrice de Mueller à vide après correction des erreurs systématiques.....	70
IV.2.5.3	Interprétation des résultats obtenus à vide.....	71
IV.2.5.4	Conclusion.....	72
IV.3	Application de la polarimétrie de Mueller à la caractérisation des milieux optiques.....	72
IV.3.1	Introduction.....	72
IV.3.2	Application de la polarimétrie de Mueller à la caractérisation des milieux isotropes.....	72
IV.3.2.1	Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux isotropes.....	73
IV.3.2.2	Equations de Maxwell dans un milieu homogène, linéaire, isotrope.....	73
IV.3.2.2.1	Equation d'onde.....	73
IV.3.3	Réflexion sur une interface (milieux isotropes).....	74
IV.3.3.1	Etablissement des relations de Fresnel.....	75
IV.3.3.2	Interprétation des équations de Fresnel.....	77
IV.3.3.2.1	Les amplitudes.....	77
IV.3.3.2.2	Réfectance et transmittance.....	78
IV.3.3.2.3	Déphasage.....	80

---

IV.3.4 Réflexion interne totale.....	80
IV.3.5 Application du polarimètre de Mueller pour la caractérisation des propriétés optiques du rhomboèdre de Fresnel.....	83
IV.3.5.1 Rhomboèdre de Fresnel.....	83
IV.3.5.2 Caractérisation expérimentale des propriétés polarimétriques du rhombe de Fresnel.....	84
IV.3.5.2.1 Dispositif expérimental.....	84
IV.3.5.2.2 Résultats expérimentaux.....	85
IV.3.5.2.3 Classification polarimétrique de l'échantillon.....	85
IV.3.5.2.4 Détermination des propriétés d'une matrice de Mueller non Dépolarisante.....	86
IV.3.5.2.5 Interprétation des résultats obtenus.....	87
IV.3.5.3 Deuxième méthode utilisée pour mesurer le retard de phase induit par un rhomboèdre de Fresnel.....	88
IV.3.5.3.1 Retard de phase introduit par la réflexion interne totale (RIR)....	88
IV.3.5.3.1.2 Méthodologie.....	88
IV.3.5.3.1.3 Configuration optique.....	88
IV.3.5.3.1.4 Principe de mesure.....	89
IV.3.5.3.1.5 Application.....	90
IV.3.5.3.2 Conclusion.....	91
IV.4 Application de la polarimétrie de Mueller à la caractérisation des milieux anisotropes (biréfringents).....	91
IV.4.1 Introduction.....	91
IV.4.2 Milieux anisotropes.....	92
IV.4.3 Lames minces biréfringentes.....	93
IV.4.3.1 Lignes neutres.....	93
IV.4.3.2 Axes propres.....	93
IV.4.3.3 Champ électrique à la sortie de la lame.....	94
IV.4.3.3.1 Cas particuliers de lames.....	94
IV.4.4 Caractérisation expérimentale des propriétés polarimétriques d'une lame Biréfringente.....	95
IV.4.4.1 Dispositif expérimental.....	95
IV.4.4.2 Détermination des propriétés d'une matrice de Mueller d'une lame biréfringente non dépolarisante.....	96

IV.4.4.3	Interprétation des résultats obtenus.....	97
IV.4.5	Deuxième méthode utilisée pour déterminer les propriétés polarimétriques d'une lame biréfringente.....	98
IV.4.5.1	Méthodologie.....	98
IV.4.5.1.1	Configuration optique.....	98
IV.4.5.1.2	Principe de mesure.....	99
IV.4.5.2	Application.....	100
IV.4.6	Conclusion.....	101
IV.5	Application de la polarimétrie de Mueller à la caractérisation des polymères.....	101
IV.5.1	Introduction.....	101
IV.5.2	Les polymères.....	102
IV.5.2.1	Structure et classification des polymères.....	102
IV.5.2.2	Structure amorphe.....	103
IV.5.2.3	structure semi-cristalline.....	103
IV.5.3	Domaines d'état structural.....	103
IV.5.3.1	Les températures caractéristiques d'un polymère.....	103
IV.5.3.2	Effet de la température sur l'état structural : $T_g$ , $T_f$ , $T_d$ .....	103
IV.5.4	Caractérisation expérimentale des propriétés polarimétriques d'un polymère...	105
IV.5.4.1	Elaboration des polymères.....	105
IV.5.4.2	Dispositif expérimental.....	105
IV.5.4.3	Résultats expérimentaux.....	106
IV.5.4.4	Détermination des propriétés polarimétriques.....	109
IV.5.4.5	Classification polarimétrique des échantillons.....	114
IV.5.4.6	Interprétation des résultats obtenus.....	115
IV.5.4.7	Influence de la température de fonte sur les paramètres polarimétriques	116
IV.5.4.7.1	Degré de dépolarisation.....	116
IV.5.4.7.2	La retardance (retard de phase) .....	117
IV.5.4.7.3	Facteur de diatténuation.....	118
IV.5.4.8	Analyse et interprétation des résultats.....	119
	<b><u>Conclusion et perspectives</u></b>	120
	<b><u>Bibliographie</u></b>	122
	<b><u>Annexes</u></b>	128

## Liste des tables

Tables	Intitulé	Pages
<b>Tableau I.1</b>	Vecteur de Jones des états de polarisation classiques	<b>7</b>
<b>Tableau I.2</b>	Vecteurs de Stokes des états de polarisation fondamentaux	<b>12</b>
<b>Tableau II.1</b>	Matrices de Jones pour différents types de diatténuateurs	<b>28</b>
<b>Tableau II.2</b>	Matrices de Mueller pour différents types de diatténuateurs	<b>28</b>
<b>Tableau II.3.a</b>	Matrices de Jones des différents types de retardateurs	<b>35</b>
<b>Tableau II.3.b</b>	Matrices de Mueller des différents types de retardateurs	<b>36</b>
<b>Tableau IV.1</b>	Etats de polarisation d'entrée en fonction de $\theta$	<b>60</b>
<b>Tableau IV.2</b>	Combinaison des erreurs des défauts de retards des lames quart d'onde	<b>62</b>
<b>Tableau IV.3</b>	Influence des erreurs d'alignements angulaires des éléments optiques	<b>62</b>
<b>Tableau IV.4</b>	Influence de l'ellipticité des modes de vibration propre des lames quart d'onde sur la détermination de la matrice de Mueller.	<b>66</b>
<b>Tableau IV.5</b>	Critères de validité de matrice de Mueller à vide en absence d'erreurs.	<b>69</b>
<b>Tableau IV.6</b>	Matrice de Mueller à vide non corrigée pour une longueur d'onde de 543.5 nm et vérification de la validité de la procédure d'étalonnage.	<b>70</b>
<b>Tableau IV.7</b>	Matrice de Mueller à vide corrigée pour une longueur d'onde de 543.5 nm et vérification de la validité de la procédure d'étalonnage	<b>71</b>
<b>Tableau IV.8</b>	Matrice de Mueller corrigée du Rhéomètre de Fresnel et le critère de la détection de la dépolarisation.	<b>85</b>
<b>Tableau IV.9</b>	Caractéristiques polarimétriques du Rhéomètre de Fresnel.	<b>87</b>
<b>Tableau IV.10</b>	Matrice de Mueller corrigée de la lame biréfringente ( $\lambda/4$ ) et le critère de la détection de la dépolarisation.	<b>96</b>
<b>Tableau IV.11</b>	Caractéristiques polarimétriques de la lame biréfringente ( $\lambda/4$ ).	<b>97</b>
<b>Tableau IV.12</b>	Formules chimique de quelques polymères.	<b>102</b>
<b>Tableau IV.13</b>	Matrices de Mueller corrigées et le critère de la détection de la dépolarisation pour nos échantillons.	<b>108</b>

<b>Tableau IV.14</b>	Caractéristiques polarimétriques des échantillons de polyéthylène du Premier Groupe (milieux dépolarisants).	<b>111</b>
<b>Tableau IV.15</b>	Caractéristiques polarimétriques des échantillons de polyéthylène du deuxième Groupe (milieux non dépolarisants).	<b>114</b>

### **Liste des Figures**

<b>figures</b>	<b>Intitulé de la figure</b>	<b>Pages</b>
<b>Figure I.1</b>	Paramètre d'un état de polarisation elliptique.	<b>5</b>
<b>Figure I.2</b>	Le sens de parcours de l'ellipse de polarisation.	<b>5</b>
<b>Figure I.3</b>	Différents états de polarisation.	<b>6</b>
<b>Figure I.4</b>	Modification de l'état de polarisation par un système optique.	<b>8</b>
<b>Figure I.5</b>	Etats et Vecteurs propres.	<b>8</b>
<b>Figure I.6</b>	Modification de l'état de polarisation par un système optique.	<b>14</b>
<b>Figure I.7</b>	sphère de Poincaré.	<b>17</b>
<b>Figure I.8</b>	Représentation des principaux états de polarisation sur la sphère de Poincaré.	<b>18</b>
<b>Figure II.1</b>	Modification de l'état de polarisation par un système optique.	<b>21</b>
<b>Figure II.2</b>	les états propres d'un Diatténuateur.	<b>22</b>
<b>Figure II.3</b>	Etats propres d'un diatténuateur elliptique homogène.	<b>23</b>
<b>Figure II.4</b>	Action d'un polariseur linéaire parfait.	<b>26</b>
<b>Figure II.5</b>	Milieu biréfringent elliptique homogène dont les états propres sont elliptiques.	<b>29</b>
<b>Figure II.6</b>	Action d'une lame quart d'onde orientée à 45°.	<b>33</b>
<b>Figure II.7</b>	Action d'un rotateur (biréfringent circulaire homogène de retard $\delta$ ).	<b>34</b>
<b>Figure III.1</b>	Algorithme de détection de la dépolarisation.	<b>44</b>
<b>Figure IV.1</b>	Schéma du dispositif expérimental.	<b>58</b>
<b>Figure IV.2</b>	Matrice de Mueller avant et après la correction des erreurs de retard de phase et le mauvais alignement.	<b>64</b>
<b>Figure IV.3</b>	Onde plane incidente.	<b>75</b>
<b>Figure IV.4</b>	Onde incidence polarisée perpendiculaire au plan d'incidence.	<b>75</b>
<b>Figure IV.5</b>	Coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence; cas air /verre.	<b>77</b>
<b>Figure IV.6</b>	Coefficients de réflexion pour la réflexion interne interface ; cas verre/air.	<b>78</b>

<b>Figure IV.7</b>	La réflectance et la transmittance pour les deux composantes ; cas air/verre.	<b>79</b>
<b>Figure IV.8</b>	Les déphasages des composantes $\perp$ et $\parallel$ de $\vec{E}$ pour la réflexion cas $n_t > n_i$ .	<b>80</b>
<b>Figure IV.9</b>	Les déphasages des composantes $\perp$ et $\parallel$ de $\vec{E}$ pour la réflexion interne cas $n_i > n_t$ .	<b>81</b>
<b>Figure IV.10</b>	Dispositif à Rhomboèdre de Fresnel.	<b>83</b>
<b>Figure IV.11</b>	schéma du dispositif expérimental.	<b>84</b>
<b>Figure IV.12</b>	Schéma du principe de la méthode de mesure du retard de phase.	<b>89</b>
<b>Figure IV.13</b>	Onde plane en incidence normale sur une lame biréfringente à face parallèle.	<b>93</b>
<b>Figure IV.14</b>	Schéma du dispositif expérimental.	<b>95</b>
<b>Figure IV.15</b>	Schéma du principe de mesure.	<b>99</b>
<b>Figure IV.16</b>	Schéma du dispositif expérimental.	<b>106</b>
<b>Figure IV.17</b>	Variation du degré de dépolarisation ( $P_d$ ) en fonction de la température de fonte.	<b>117</b>
<b>Figure VI.18</b>	Variation du Retard de phase ( $R$ ) en fonction de la température de fonte.	<b>118</b>
<b>Figure IV.19</b>	Variation du facteur de diatténuation ( $D$ ) en fonction de la température.	<b>118</b>



## ***Introduction générale***

Les techniques de caractérisation par voie optique sont basées de façon générale sur les modifications et les changements des grandeurs fondamentales associées à l'onde optique tels que ; intensité, phase, fréquence, polarisation, lors de interaction lumière-matière. L'analyse de ces modifications, principalement la polarisation, permet d'identifier, de localiser et de caractériser des structures dans l'échantillon. En effet, la mesure de la réponse polarimétrique d'un milieu ou d'un système optique permet alors d'accroître de façon conséquente le nombre d'informations le concernant. C'est pourquoi l'exploitation de l'information polarimétrique des ondes électromagnétiques optiques fait aujourd'hui l'objet d'un intérêt croissant dans de nombreux domaines de recherches tels que la biochimie, la médecine, la télédétection [1], les télécommunications [2, 3], la physique des matériaux [4]...

Un domaine scientifique particulier, appelé "polarimétrie" s'est alors développé afin de mettre au point des appareils de mesures sensibles à la polarisation de la lumière. Celui-ci consiste à observer, à travers une succession d'éléments polarisants, les transformations d'états de polarisation engendrées par un milieu ou une surface (ou les deux à la fois). Différentes techniques ont été mises au point pour mesurer les caractéristiques polarimétriques de l'onde mais la plupart d'entre elles consistent à déterminer des paramètres de dimension énergétique (comme les paramètres de Stokes)[25], donc directement liés à des grandeurs mesurables, afin d'en extraire la matrice de Mueller représentant le système optique [6], la décomposition de cette matrice en éléments simples, diatténuateur, retardateur et dépolariseur, permet alors de caractériser les propriétés optiques des milieux à analyser.

Pour différencier les milieux optiques, l'idée est donc de comparer les caractéristiques de la lumière entrante et sortante du milieu étudié [7]. Le modèle retenu est celui de la matrice de Mueller; c'est une matrice de transfert qui contient toutes les informations sur les modifications induites lors de l'interaction lumière-matière [8].

Notre première préoccupation a été de réaliser un banc expérimental pour la détermination de la matrice de Mueller. Dans un deuxième temps, nous avons donc cherché à extraire de la décomposition de cette matrice de Mueller, les informations permettant de discriminer les propriétés physiques et particulièrement polarimétriques des différents milieux optiques tels que, milieu isotrope, anisotrope, absorbant, métallique, un milieu anisotrope

absorbant et dépolarisant. La réalisation et la validation de ce nouvel polarimètre constituent l'objet de notre travail.

Ce manuscrit se décompose alors comme suit.

Le **Chapitre I** est le premier des chapitres dans lesquels nous traiterons l'interaction entre la lumière et la matière. Il traite le concept de polarisation de la lumière ainsi que les différents formalismes fréquemment utilisés pour décrire la polarisation d'une onde électromagnétique.

**Les deuxième et troisième chapitres** traitent l'interprétation des matrices de Mueller obtenues à l'aide de la polarimétrie de Mueller. L'extraction de l'information à partir de cette matrice n'est pas immédiate lorsqu'elle est obtenue expérimentalement et que le milieu étudié est dépolarisant (cas de film de polyéthylène). C'est pourquoi, il est indispensable de décomposer toute matrice de Mueller expérimentale en éléments simples afin de découpler les différents effets polarimétriques présents. Le second chapitre décrit les différents éléments optiques simples (diatténuateur, retardateur, dépolariseur) ainsi que leurs matrices de Mueller tandis que le troisième présente les algorithmes de décomposition des matrices de Mueller expérimentales mise au point dans le cadre de cette étude. Ces algorithmes a pour fonction de classer et de caractériser n'importe quel système polarimétrique, qu'il soit dépolarisant ou non.

**Le dernier chapitre** est consacré à la présentation du dispositif expérimental utilisé dans le cadre de cette étude. Il s'agit d'un polarimètre de Mueller. Celui-ci est monté sur un goniomètre de telle façon à pouvoir étudier nos échantillons pour deux configurations, en réflexion et en transmission. Nous revenons notamment sur l'étalonnage de ce dispositif, étape nécessaire à la validation de résultats expérimentaux. Dans ce chapitre nous présentons les résultats expérimentaux que nous avons obtenus pour la caractérisation des nos échantillons.

# *Chapitre I*

## *La polarisation et ses formalismes*

# Chapitre I

## *La polarisation et ses formalismes*

### **I.1 Introduction**

Toute étude complète des interactions lumière-matière doit tenir compte de la polarisation avec l'intensité, la cohérence, la longueur d'onde. La polarisation est l'une des propriétés fondamentales de la lumière et on s'intéresse dans ce chapitre, à la polarisation des ondes lumineuses qui décrit l'évolution temporelle du vecteur champ électrique. Si l'évolution est stationnaire au cours du temps de mesure, l'onde est totalement polarisée, sinon elle est partiellement ou totalement dépolarisée.

Lorsqu'un faisceau de lumière polarisée se propage à travers une suite d'éléments optiques, tels qu'un polariseur, lame biréfringente ou lame douée de pouvoir rotatoire, chacun de ces éléments modifie l'état de polarisation du faisceau qui le traverse de façon particulière. La lumière transmise par le montage optique possède une polarisation et une intensité différentes de celles du faisceau polarisé incident. Pour être en mesure de calculer ces deux caractéristiques fondamentales du faisceau lumineux transmis, il est nécessaire de disposer d'un outil mathématique c'est-à-dire, d'une représentation pertinente et générale des états de polarisation de la lumière, qui permet de décrire le plus facilement possible, l'état de polarisation de la lumière transmise par le montage optique étudié. Ceci ne peut se faire que lorsque qu'on connaît l'état de polarisation de la lumière incidente et l'action de chacun des éléments optiques constituant le montage que la lumière traverse.

De tels outils permettant de représenter les états de polarisation de la lumière, et de calculer l'intensité de la lumière transmise par un montage optique, ont été développés depuis le milieu du dix-neuvième siècle. La première représentation des états de polarisation de la lumière par quatre paramètres réels, a été introduite par G.G. Stokes en 1852 [5,9,10]. Une représentation géométrique des états de polarisation par un point d'une sphère, a été introduite en 1892 par H. Poincaré [10]. Plus récemment, au cours des années 1940, deux méthodes de calcul matriciel ont été introduites, les matrices de Mueller et le calcul matriciel de Jones. Ces outils mathématiques sont parfaitement adaptés à la détermination des états de polarisation de la lumière transmise par les montages optiques, ainsi qu'au calcul de l'intensité de la lumière qu'ils transmettent.

En 1941, Jones [11], à travers une série d'articles, a introduit pour la première fois une méthode matricielle pour décrire la lumière polarisée traversant des composants optiques. Chaque opérateur de polarisation est décrit par une matrice de dimension  $2 \times 2$ . La simplicité du formalisme de Jones constitue un excellent outil pour décrire théoriquement les phénomènes polarimétriques, il présente deux inconvénients majeurs, il ne traite que les ondes polarisées et les paramètres utilisés sont des grandeurs complexes, non mesurables directement.

Un deuxième formalisme, développé par Mueller [6,86] en 1948, présente une alternative intéressante car il permet de traiter les ondes polarisées et également les ondes dépolarisées, tout en étant relié à des grandeurs mesurables.

Finalement, plusieurs travaux dans ce contexte ont été réalisés par BORN et WOLF [12] qui ont associé pour relier la polarisation partielle et la cohérence partielle par l'intermédiaire de la matrice de cohérence. Dans ce chapitre, on va présenter les différents formalismes décrivant la polarisation d'une onde en présentant les avantages et inconvénients de chacun d'entre eux.

## I.2 Généralité

Une lumière est définie comme onde électromagnétique composée de deux champs perpendiculaires entre eux qui sont le champ électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{H}$ . Si on suppose que la direction de propagation de la lumière est orientée selon l'axe  $Z$  et puisque les deux champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont des ondes transverses, ils sont alors perpendiculaires à la direction de propagation. Le champ électrique  $\vec{E}$  est défini dans le cas d'une onde monochromatique par:

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz - \varphi_x) \quad (\text{I.1})$$

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz - \varphi_y) \quad (\text{I.2})$$

$$E_z = 0 \quad (\text{I.3})$$

Avec :

- $k = 2\pi / \lambda n$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde (dans le milieu) et  $n$  est l'indice de réfraction
- $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  sont les amplitudes
- $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  représentent les phases relatives.

### I.3 L'ellipse de polarisation

En combinant les deux expressions  $E_x(z, t)$  et  $E_y(z, t)$  (I.1, I.2) et en éliminant la variable temporelle (t), [13] l'extrémité du champ électrique décrit dans le cas général une ellipse d'équation:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2 \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos\varphi = \sin^2 \varphi \tag{I.4}$$

avec :  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$  est le déphasage entre  $E_x$  et  $E_y$

L'ellipse de la figure I.1 est totalement définie en connaissant,  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$ ,  $\varphi$ .

- toutes les caractéristiques géométriques de cette ellipse tels que : l'ellipticité  $\varepsilon$ , l'azimut  $\alpha$  et l'angle diagonal  $\nu$  sont définis à partir des paramètres a et b.

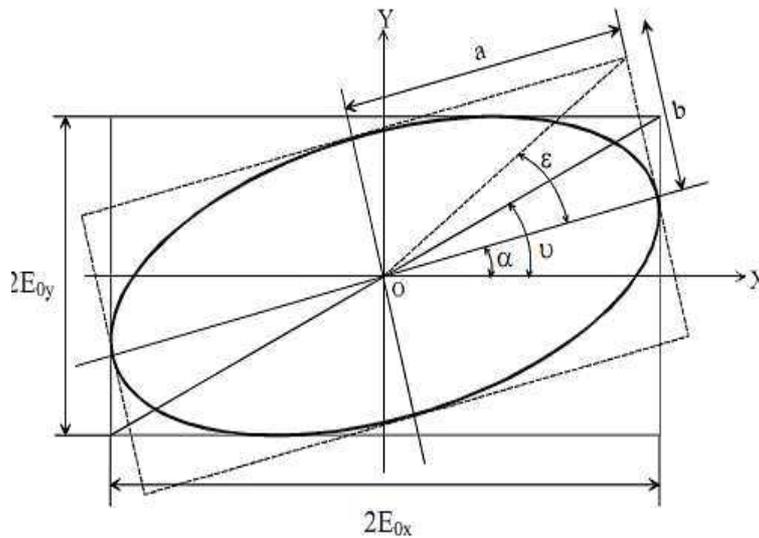


Figure I.1 : Paramètre d'un état de polarisation elliptique

Le sens de rotation d'ellipse a une relation directe avec le signe de  $\sin(\varphi)$ . Donc, si celui-ci est positif, l'ellipse est dite droite. Sinon l'ellipse elle est gauche [25].

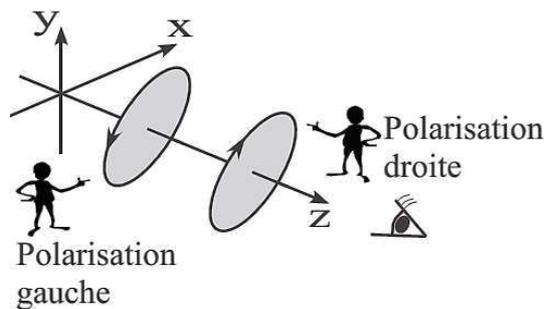


Figure I.2: Sens de parcours de l'ellipse de polarisation

## I.4 Différents états de polarisation

Lorsque les amplitudes  $E_x$ ,  $E_y$  et la phase  $\varphi$  sont indépendantes du temps, l'onde est complètement polarisée.

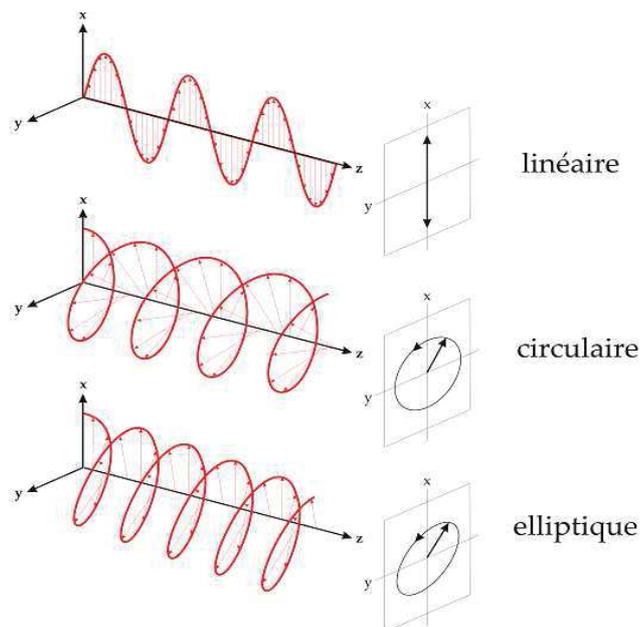
Dans ce cas, le vecteur champ électrique décrit dans son plan d'onde fixe une trajectoire elliptique (Figure I-1). Sous certaines conditions liées aux amplitudes et les phases, l'ellipse de polarisation peut se transformer en un segment de droite ou un cercle. Selon que cette trajectoire est elliptique, linéaire ou circulaire, l'état de polarisation est dit elliptique, linéaire ou circulaire.

### I.4.1 États de polarisation linéaire et circulaire

L'ellipse de polarisation (I.1) peut se transformer, sous certaines conditions, dégénérer en un cercle ou une droite :

- Lorsque  $(\varphi) = 0$  ou  $(\varphi) = \pi$  (modulo  $2\pi$ ), l'onde est polarisée linéairement.
- Lorsque  $(\varphi) = \pi/2$  ou  $(\varphi) = 3\pi/2$  et  $E_{ox}=E_{oy}$ , la polarisation est circulaire.

La figure I.3 illustre les différents états de polarisation pour différents champs électriques.



**Figure I.3:** Différents états de polarisation

Il est à souligner, que le sens de parcours [14,15] de l'ellipse de polarisation est aussi déterminé par ses paramètres géométriques. Lorsque l'ellipticité vérifie  $0 < \varepsilon < \pi/4$ , on a une polarisation gauche, elle est droite lorsque  $-\pi/4 < \varepsilon < 0$ . Quand  $\varepsilon = 0$ , on a un état de polarisation linéaire puisque l'ellipticité est nulle. Enfin, si  $\varepsilon = \pi/4$ , l'état de polarisation est circulaire et l'ellipticité est maximale.

Les paramètres géométriques de l'ellipse peuvent être reliés aux composantes du champ électrique par :

$$\text{L'orientation } \alpha \quad \tan 2\alpha = 2 \frac{E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} \cos \varphi \quad (\text{I.5})$$

$$\text{Et l'ellipticité } \varepsilon \quad \sin 2\varepsilon = 2 \frac{E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} \sin \varphi \quad (\text{I.6})$$

A la traversée ou après réflexion sur un milieu quelconque, la polarisation de l'onde peut être subie une modification. Pour traiter cette modification par le milieu, plusieurs formalismes mathématiques ont été développés. Le formalisme de Jones pour les ondes complètement polarisées, et le formalisme de Stokes-Mueller ou la matrice de cohérence de Wolf dans le cas général. Ces formalismes sont équivalents pour les ondes complètement polarisées et les systèmes optiques non dépolarisant.

## I.5 Formalismes de la polarisation

### I.5.1 Formalisme de Jones

#### I.5.1.1 Vecteur de Jones-Matrice de Jones

Le vecteur de Jones (Clark Jones en 1941) est une représentation succincte de la polarisation de l'onde. Il est défini par le vecteur complexe suivant [11,14]:

$$\vec{V}_j = \begin{bmatrix} \vec{E}_x \\ \vec{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} \quad (\text{I.7})$$

Où  $\varphi_x, \varphi_y$  sont les phases absolues dans les directions des composantes  $x$  et  $y$  de la base orthonormée. L'intensité d'une onde est alors donnée par le produit direct du vecteur  $\vec{V}_j$  par son transposé conjugué :

$$I_0 = \vec{V}_j * \vec{V}_j^* \quad (\text{I.8})$$

Le vecteur de Jones contient donc toutes les informations nécessaires à la connaissance de l'état de polarisation de l'onde lumineuse ( $E_{0x}, E_{0y}$  et  $\varphi$ ). Le tableau I.1 présente quelques exemples de vecteurs de Jones pour différents états de polarisation.

H	V	45°	-45°	CD	CG	Elliptique
$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos\theta \cos\varepsilon - i \sin\theta \sin\varepsilon \\ \sin\theta \cos\varepsilon + i \cos\theta \sin\varepsilon \end{bmatrix}$

**Tableau I.1 :** Vecteur de Jones des états de polarisation classiques

### I.5.1.2 Matrice de Jones

Quand il y a une l'interaction linéaire d'une onde totalement polarisée avec un milieu optique qui transforme la polarisation (non dépolarisant). Il est possible de traiter l'action de ce milieu sous forme matricielle. Le milieu est décrit par une matrice 2x2 appelée matrice de Jones  $[J]$ , comporte des coefficients complexes. La relation entre un vecteur de Jones entrant  $\vec{V}_j$ , et le vecteur de Jones sortant  $\vec{V}'_j$  est:

$$\vec{V}'_j = [J] \vec{V}_j \tag{I.9}$$

L'action séquentielle de N systèmes (Figure I.4) optiques de matrices de JONES respectives  $[J_1]; [J_2]; \dots; [J_n]$ , s'écrit alors :

$$\vec{V}'_j = [J_n] \cdot [J_{n-1}] \dots [J_2] \cdot [J_1] \cdot \vec{V}_j \tag{I.10}$$

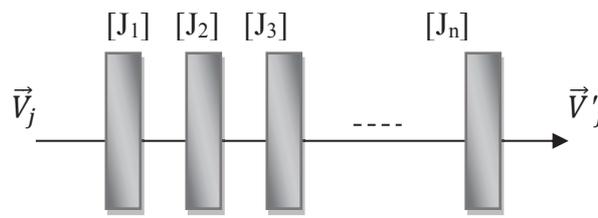


Figure I.4 : Modification de l'état de polarisation par un système optique

### I.5.1.3 États propres de polarisation

Les états propres de polarisation sont définis comme étant ceux qui ne sont pas affectés par l'action d'un élément optique. Si  $[J]$  est la matrice de Jones de cet élément, alors :

$$\begin{cases} [J] \cdot \vec{V}_{j1} = \lambda_1 \vec{V}_{j1} \\ [J] \cdot \vec{V}_{j2} = \lambda_2 \vec{V}_{j2} \end{cases} \tag{I.11}$$

Où  $\vec{V}_{j1}, \vec{V}_{j2}$  et  $\lambda_1, \lambda_2$  sont respectivement les vecteurs et valeurs propres associés à  $[J]$ .

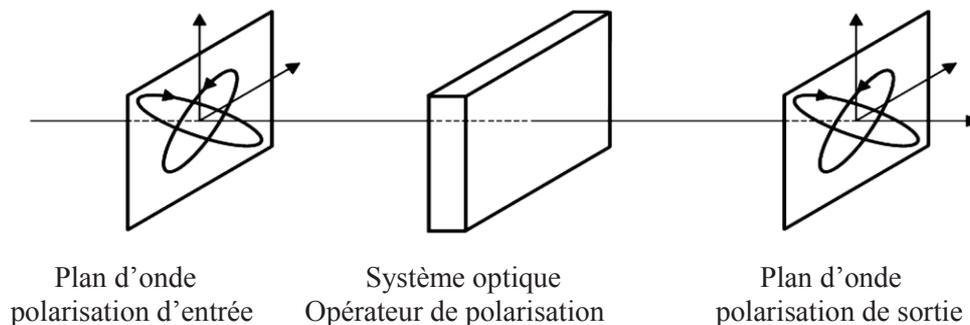


Figure I.5 : États et Vecteurs propres.

Dns le cas général, les valeurs propres associées aux états propres sont complexes et peuvent être définies par [14,16] :

$$\begin{cases} \lambda_1 = P_1 e^{i\varphi_1} \\ \lambda_2 = P_2 e^{i\varphi_2} \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

#### I.5.1.4 Construction d'une matrice de Jones homogène

Soient  $\vec{V}_{j1}, \vec{V}_{j2}$  deux vecteurs propres orthogonaux normés définis de la façon suivante:

$$\vec{V}_{j1} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{V}_{j2} = \begin{bmatrix} -b^* \\ a^* \end{bmatrix} \quad (\text{I.13})$$

Puisque les états propres sont normés, leurs composantes combent naturellement la relation :

$$aa^* + bb^* = 1 \quad (\text{I.14})$$

D'abord, construisons une matrice  $[M_{od}]$  appelée matrice modale, dont les colonnes sont formées par ces deux vecteurs propres. Nous obtenons alors :

$$[M_{od}] = [\vec{V}_{j1} \quad \vec{V}_{j2}] = \begin{bmatrix} a & -b^* \\ b & a^* \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

On construit maintenant une matrice diagonale  $[\Lambda]$  à partir des valeurs propres complexes :

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.16})$$

Nous obtenons alors l'expression de la matrice de Jones  $[J]$  à partir de sa forme diagonalisée [14] :

$$[J] = [M_{od}][\Lambda][M_{od}]^{-1} \quad \text{avec} \quad [M_{od}]^{-1} = \begin{bmatrix} a^* & b^* \\ -b & a \end{bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

La matrice de Jones homogène peut donc prendre la forme suivante :

$$[J] = \begin{bmatrix} \lambda_1 aa^* + \lambda_2 bb^* & (\lambda_1 - \lambda_2) ab^* \\ (\lambda_1 - \lambda_2) ba^* & \lambda_2 aa^* + \lambda_1 bb^* \end{bmatrix} \quad (\text{I.18})$$

#### I.5.1.5 Matrice de cohérence de Wolf

Afin de traiter ce caractère aléatoire de l'onde, on définit une matrice intermédiaire appelée "matrice de cohérence. Cette matrice représente la covariance des composantes  $V_x$  et

$V_y$  de l'onde. Cette matrice de cohérence se définit le produit tensoriel du vecteur champ avec son conjugué [14, 12, 17] :

$$\phi = \langle V(t) \otimes V^*(t) \rangle = \begin{bmatrix} \phi_{xx} & \phi_{xy} \\ \phi_{yx} & \phi_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1(t) \cdot V_1^*(t) & V_1(t) \cdot V_2^*(t) \\ V_2(t) \cdot V_1^*(t) & V_2(t) \cdot V_2^*(t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.19})$$

Avec :

$$V(t) = \begin{bmatrix} \vec{V}_1(t) \\ \vec{V}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{E}_x e^{i\theta_x(t)} \\ \vec{E}_y e^{i\theta_y(t)} \end{bmatrix} \quad (\text{I.20})$$

où  $\otimes$  est le produit tensoriel ou de Kronecker, et la notation  $\langle . \rangle$  représente une moyenne temporelle. Les éléments de la matrice de cohérence sont des termes quadratiques homogènes à des intensités et peuvent être mesurés par des détecteurs optiques. Sa trace représente l'intensité totale  $I_0$  de l'onde.

### I.5.1.6 Degré de polarisation

Le degré de polarisation est un paramètre optique qui caractérise la nature d'une onde lumineuse. Sa valeur comprise entre 0 et 1 selon l'état de polarisation il est donné par [14] :

$$D_p = \frac{I_{pol}}{I_0} = \sqrt{1 - \frac{4\det(\phi)}{tr(\phi)^2}} \quad (\text{I.21})$$

- $D_p = 1$  lorsque l'onde est complètement polarisée.
- $D_p = 0$  lorsque l'onde est complètement dépolarisée. Dans ce cas la matrice de Cohérence est proportionnelle à la matrice identité.

Entre ces deux cas extrêmes, l'onde est partiellement polarisée.

### I.5.1.7 Conclusion

Ce formalisme de Jones permet l'analyser et l'étude d'état de polarisation d'une onde électromagnétique traversant un ou plusieurs composants optiques. Cependant, seules les quantités réelles sont observables. Il faut noter que pour les cas des ondes non polarisée et partiellement polarisée ne peuvent être traités par ce formalisme de Jones. Donc il est indispensable d'utiliser d'autres formalismes polarimétriques globales adaptés à toutes les états de polarisation.

## I.5.2 Formalisme de Stokes-Mueller

### I.5.2.1 Paramètres de Stokes

Ce formalisme est similaire au formalisme de Jones dans le sens où il s'agit d'un formalisme matriciel linéaire. Mais les paramètres de Stokes introduits par Sir G. G. Stokes en 1852 sont homogènes à des intensités et ceux de Jones sont basés sur les amplitudes et les phases du champ. Ces paramètres sont définis par [5,18] :

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ox}^2 + E_{oy}^2 \\ E_{ox}^2 - E_{oy}^2 \\ 2E_{ox} \cdot E_{oy} \cos\phi \\ 2E_{ox} \cdot E_{oy} \sin\phi \end{bmatrix} \quad (\text{I.22})$$

Les paramètres de Stokes sont définis par des grandeurs directement observables par des détecteurs optiques. Ils peuvent également être définis comme :

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x + I_y \\ I_x - I_y \\ I_{+45^\circ} - I_{-45^\circ} \\ I_L - I_R \end{bmatrix} \quad (\text{I.23})$$

Où les paramètres de Stokes  $S_i$  s'expriment en fonction des intensités  $I_x, I_y, I_{\pm 45}$  mesurées respectivement derrière un polariseur linéaire orienté suivant  $x, y, \pm 45$  ou un polariseur circulaire gauche ou droit.

$I_0$  étant l'intensité totale de l'onde. Nous avons  $I_0 = (I_x + I_y) = (I_{+45^\circ} + I_{-45^\circ}) = (I_G + I_D)$ . On démontre également que pour toute onde, ces paramètres vérifient les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} S_0 &\geq 0 \\ S_0^2 &\geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \end{aligned} \quad (\text{I.24})$$

Nous pouvons écrire les quatre paramètres de stokes sous la forme d'un vecteur normalisé par rapport à  $S_0$  et peut s'exprimer en fonction des paramètres (ellipticité  $\varepsilon$  et azimut  $\alpha$ ) de l'ellipse de polarisation (Figure I.1).

pour une onde complètement polarisée les paramètres de Stokes sont les suivants :

$$\vec{S}_{CP} = \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\nu) \\ \sin(2\nu)\cos(\varphi) \\ \sin(2\nu)\sin(\varphi) \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{I.25})$$

Le tableau I.2 indique les vecteurs de Stokes normalisés pour les états de polarisation fondamentaux.

Vecteur de Stokes	H	V	45°	-45°	CD	CG	Elliptique
$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\varepsilon \cos 2\alpha \\ \cos 2\varepsilon \sin 2\alpha \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix}$

**Tableau I.2** : Vecteurs de Stokes des états de polarisation fondamentaux ; H : linéaire horizontale, V : linéaire verticale, +45° : linéaire orientée à 45°, -45° : linéaire orientée à -45°, CD : circulaire droite, CG : circulaire gauche).

### Remarque:

Un vecteur de Stokes d'une lumière partiellement polarisée peut être écrit comme la somme d'un vecteur de Stokes d'une lumière complètement polarisée et d'un vecteur de Stokes d'une lumière non polarisée. De même, une matrice de cohérence s'écrit comme la somme d'une matrice de cohérence d'une onde non polarisée et de la matrice de cohérence d'une onde polarisée [12,19].

$$\vec{S}_{PP} = S_{CP} + S_{CD} \quad (\text{I.26})$$

$$\vec{S}_{PP} = S_{CP} + S_{CD} = \begin{bmatrix} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_0 - \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.27})$$

### 1.5.2.2 Degré de polarisation

Le degré de polarisation représente l'aspect aléatoire d'une onde optique. On le définit à partir des paramètres de Stokes par [20]:

$$Dp = \frac{\sqrt{\langle S_1 \rangle^2 + \langle S_2 \rangle^2 + \langle S_3 \rangle^2}}{\langle S_0 \rangle} \quad (\text{I.28})$$

### 1.5.3 Matrice de Mueller

#### 1.5.3.1 Définitions et propriétés

Une matrice de Mueller est une matrice de diffusion d'un milieu donnée par analogie avec l'électronique, cette matrice représente la matrice de transfert du milieu considéré entre un vecteur de Stokes  $\vec{S}$  d'entrée et celui de sortie  $\vec{S}'$ .

Ce formalisme d'algèbre linéaire permet ainsi, d'analyser les modifications polarmétriques qu'engendre le système sur le rayonnement incident. En conservant le parallèle avec le formalisme de Jones, nous tenterons de caractériser les matrices de Mueller par des indices liant les aspects polarmétriques et les propriétés optiques [21].

Lorsqu'il s'agit d'étudier des systèmes pouvant dépolariser, le formalisme de Jones peut être remplacé par celui de Stokes-Mueller. C'est un formalisme matriciel permettant de décrire l'évolution d'un état de polarisation.

Les vecteurs de Stokes incident  $\vec{S}$  et émergent  $\vec{S}'$  sont [12,22,23] liés par la relation matricielle suivante :

$$\vec{S}' = M\vec{S} \quad (\text{I.29})$$

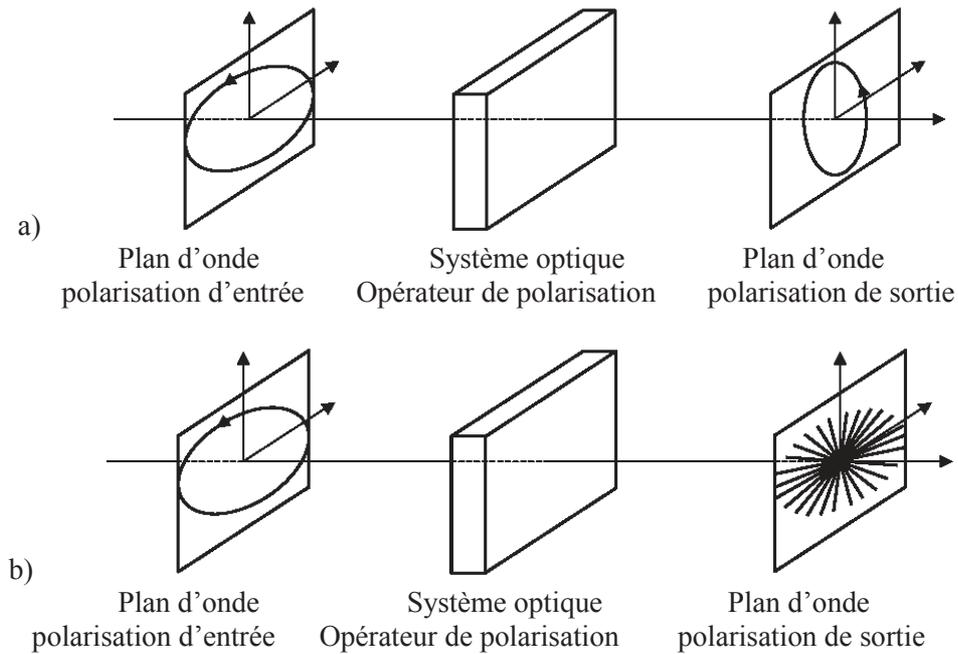
Ou bien

$$\begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (\text{I.30})$$

Où  $[M]$  est une matrice réelle 4 x 4 appelée matrice de Mueller qui regroupe les propriétés polarmétriques du dispositif optique, tel que :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{I.31})$$

Le formalisme de Stokes-Mueller, associé à des dimensions énergétiques qui sont reliées par des grandeurs réelles et mesurables. Ce formalisme prend en considération les phénomènes de dépolarisation.



**Figure I.6 :** Modification de l'état de polarisation par un système optique.  
a) milieu non dépolarisant, b) milieu dépolarisant.

En gardant le parallèle avec le formalisme de Jones, ce formalisme est tout à fait approprié pour décrire un système optique complexe composé de  $n$  éléments. Alors le vecteur de Stokes d'une onde lumineuse en sortie, est obtenu par multiplication matricielle des matrices de Mueller des  $n$  sous-systèmes avec le vecteur de Stokes d'entrée :

$$\vec{S}' = [M_n] \cdot [M_{n-1}] \dots [M_2] \cdot [M_1] \cdot \vec{S} = [M] \cdot \vec{S} \quad (\text{I.32})$$

### I.5.3.2 Indice de dépolarisation

Le paramètre qui est souvent exploité, à partir de la matrice de Mueller  $[M]$ , est l'indice de dépolarisation  $P_d$  [6,24,25]. Il traduit le caractère dépolarisant ou non du milieu décrit par  $[M]$ . Il est défini à partir de tous les éléments  $M_{ij}$  de la matrice de Mueller :

$$P_d = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^3 M_{ij}^2 - M_{00}^2}{3M_{00}^2}} \quad (\text{I.33})$$

Nous pouvons alors distinguer les trois cas suivants :

- Si  $P_d = 0$ , le milieu est complètement dépolarisant.
- Si  $0 < P_d < 1$ , le milieu dépolarise partiellement.
- Si  $P_d = 1$ , le milieu ne dépolarise pas.

### 1.5.3.3 Matrice Mueller- Jones

Une matrice de Jones, de dimension  $2 \times 2$ , contient sept paramètres indépendants (quatre amplitudes et trois phases référencées). Une matrice de Mueller, de dimension  $4 \times 4$  contient au plus 16 éléments indépendants, y compris l'information de dépolarisation. Cette matrice, peut aussi décrire un système non dépolarisant comme il est réalisé par l'opérateur de Jones. Dans ce cas, elle est dite de Mueller-Jones  $[M_j]$  et est liée à la matrice de Jones  $[J]$  et la matrice  $[A]$  selon l'expression :

$$[M_j] = [A]([J] \otimes [J]^+)[A^{-1}] \quad (\text{I.34})$$

Avec :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.35})$$

Et

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{I.36})$$

Le développement de l'expression (I.34) donne :

$$[M] = \begin{bmatrix} 1/2(E_1 + E_2 + E_3 + E_4) & 1/2(E_1 - E_2 - E_3 + E_4) & F_{13} + F_{42} & -G_{13} - G_{42} \\ 1/2(E_1 - E_2 + E_3 - E_4) & 1/2(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) & F_{13} - F_{42} & -G_{13} + G_{42} \\ F_{14} + F_{32} & F_{14} - F_{32} & F_{12} + F_{34} & -G_{12} - G_{34} \\ G_{14} + G_{32} & G_{14} - G_{32} & G_{12} + G_{34} & F_{12} - F_{34} \end{bmatrix} \quad (\text{I.37})$$

$$\text{Avec : } E_i = J_i * J_i = |J_i|^2 \quad i=1, 2, 3, 4$$

$$F_{ij} = \Re(J_i * J_j)$$

$$G_{ij} = \Im(J_i * J_j), J_1 = J_{11}, J_2 = J_{21}, J_3 = J_{12}, J_4 = J_{22}$$

La matrice de Jones peut être transformée en matrice de Mueller, par contre l'inverse n'est pas nécessairement vrai (sauf dans le cas des milieux non dépolarisants)

Une matrice de Mueller-Jones est une matrice de Mueller non dépolarisante ( $P_d=1$ ) qui comprend seulement sept paramètres indépendants [24].

### I.5.3.4 Condition pour que $[M]$ soit une matrice de Mueller-Jones

Pour vérifier si la matrice de Mueller est une matrice de Mueller-Jones Il existe plusieurs critères [25]. D'après Jones [11], si le système optique non dépolarisant, il existe neuf égalités indépendantes entre les éléments de la matrice de Mueller, ce concept repris ensuite par Van De Hulst [26] dans ses études sur la diffusion lumineuse de petites particules. En 1981, Fry et Kattawar ont établi sept égalités indépendantes entre tous éléments de la matrice de Mueller et démontrèrent qu'elles deviennent des inégalités si le système optique est dépolarisant. Cette partie est vérifiée plus tard par Kim, Mandel et Wolf [27].

Plusieurs autres auteurs ont prouvé d'autres conditions nécessaires pour qu'une matrice de Mueller soit de Mueller-Jones. Nous citons, à titre d'exemple, la condition portée sur l'indice de polarisation, équation introduite par Gil et Bernabeu [31] et la relation matricielle de Barakat) [32]. Ensuite, des conditions nécessaires et suffisantes ont été développées par Brosseau [33,34] ou encore Simon [35,28]. Finalement, la décomposition de la matrice de Mueller en opérateurs de polarisation introduite par S. R. Cloude [36] permet d'extraire une matrice de Mueller-Jones à partir d'une matrice de Mueller quelconque.

Soit  $[M]$  la matrice de Mueller d'un système optique (dépolarisant ou non). Nous pouvons écrire la matrice de passage  $[P]$  telle que :

$$[P] = [A]^{-1} \cdot [M] \cdot [A] \quad (\text{I.38})$$

Une matrice  $[N]$  dont les éléments s'écrivent à partir des coefficients de  $[P]$  peut ainsi être définie:

$$N_{ij,kl} = P_{ik,jl} \text{ avec } i,j, k, l=1,2 \quad (\text{I.39})$$

Le développement par rapport aux seize coefficients  $[M_{ij}]$  de la matrice de Mueller [37], nous donne:

$$[N] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} M_{00} + M_{11} + M_{01} + M_{10} & M_{02} + M_{12} + i(M_{03} + M_{13}) & M_{20} + M_{21} - i(M_{30} + M_{31}) & M_{22} + M_{33} + i(M_{23} - M_{32}) \\ M_{02} + M_{12} - i(M_{03} + M_{13}) & M_{00} - M_{11} - M_{01} + M_{10} & M_{22} + M_{33} - i(M_{23} + M_{32}) & M_{20} + M_{21} - i(M_{30} - M_{31}) \\ M_{21} + M_{21} + i(M_{31} + M_{31}) & M_{22} - M_{33} + i(M_{23} + M_{32}) & M_{00} - M_{11} + M_{01} - M_{10} & M_{02} - M_{12} + i(M_{03} - M_{13}) \\ M_{22} + M_{33} - i(M_{23} - M_{32}) & M_{20} - M_{21} + i(M_{30} - M_{31}) & M_{02} - M_{12} - i(M_{03} - M_{13}) & M_{00} + M_{11} - M_{01} - M_{10} \end{bmatrix} \quad (\text{I.40})$$

$$\text{avec} \quad \text{Tr}[N] = 2M_{00} \quad (\text{I.41})$$

La matrice  $[N]$ , hermitienne définie semi-positive, est une matrice diagonalisable elle possède quatre valeurs propres réelles  $\lambda_i$  associées à quatre matrices  $[N_i]$  telle que :

$$[N] = \lambda_0[N_0] + \lambda_1[N_1] + \lambda_2[N_2] + \lambda_3[N_3] \quad \text{avec} \quad |\lambda_0| \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \quad (\text{I.42})$$

Les matrices  $[N_i]$  sont déterminés à partir de vecteurs propres colonnes  $\vec{w}_i$  orthogonaux entre eux :

$$[N_i] = \vec{w}_i \vec{w}_i^* \quad (\text{I.43})$$

Si la matrice  $[M]$  est une matrice de Mueller-Jones, donc la relation suivante est vérifiée.

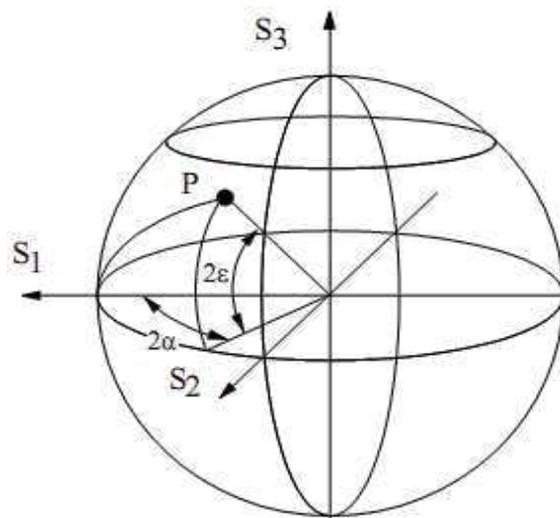
$$[N]^2 = \text{Tr}([N]) \cdot [N] \quad (\text{I.44})$$

La matrice  $[N]$  ne satisfait cette dernière équation que si ;  $\lambda_0 = 2M_{00}$  et  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ .

C'est une condition nécessaire et suffisante pour vérifier que  $[M]$  soit une matrice de Mueller-Jones ou non.

#### I1.5.4 Sphère de Poincaré

La sphère de Poincaré, conçue par Henri Poincaré en 1892, fournit une méthode commode pour représenter géométriquement la lumière totalement ou partiellement polarisée. Elle permet une interprétation physique élégante de la propagation des états de polarisation La Figure 1.7 montre un exemple de la sphère de Poincaré et la représentation d'un état de polarisation P sur cette sphère.



**Figure I.7 :** sphère de Poincaré

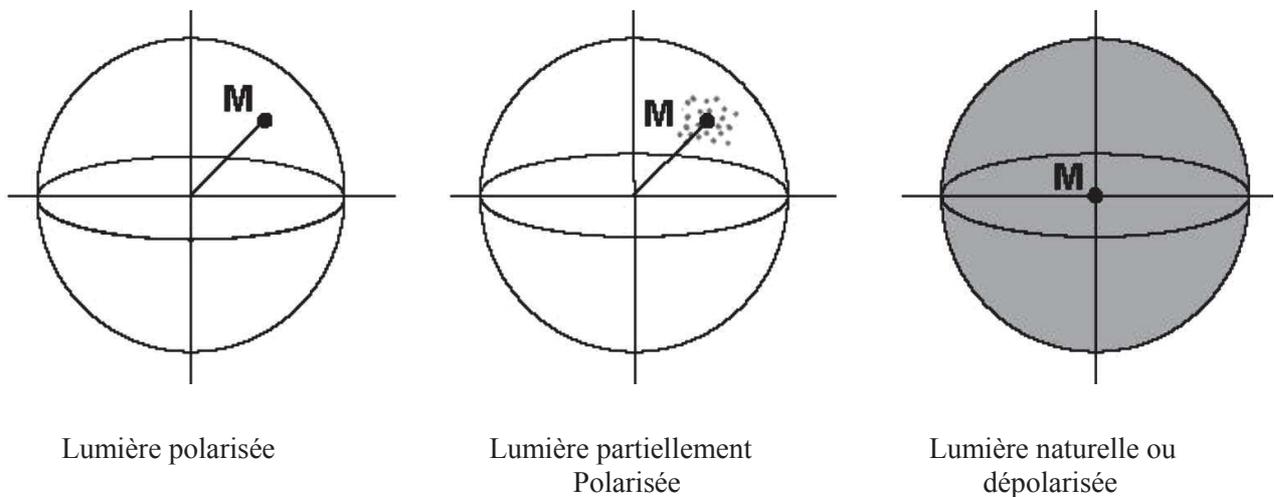
L'azimut  $\alpha$  et l'ellipticité  $\varepsilon$  d'une onde, correspondent au site et à l'élévation du point concordant sur la sphère. Chaque parallèle de la sphère correspond à des états de polarisation d'azimut fixe et chaque méridien représente des états dont l'ellipticité est fixe.

Les pôles nord (N) et sud (S) représentent les l'état circulaire droit et circulaire gauche. Ces points sont d'ellipticité  $\varepsilon=1$  et d'azimut indéterminé.

Le cercle équatorial représente les états de polarisation rectiligne ( $\varepsilon=0$ ). Deux points diamétralement opposés sur la sphère représentent deux états de polarisation linéaires orthogonaux. Un point P quelconque sur la sphère sera caractérisé par sa longitude  $2\alpha$  ( $-\pi \leq 2\alpha \leq \pi$ ) et par sa latitude  $2\varepsilon$  ( $-\pi/2 \leq 2\varepsilon \leq \pi/2$ ). Ce point représente un état de polarisation elliptique qui est gauche si  $\varepsilon$  est positif, droit dans le cas contraire. Les coordonnées du point P sur la sphère sont [14] :

$$P: \begin{cases} X = \frac{S_1}{S_0} = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \\ Y = \frac{S_2}{S_0} = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \\ Z = \frac{S_3}{S_0} = \sin(2\varepsilon) \end{cases} \quad (\text{I.45})$$

Une lumière complètement polarisée peut être représentée par un seul point sur la surface de la sphère. Une lumière complètement dépolarisée [39] peut être vue comme contenant tous les états et par conséquent, elle serait représentée par une distribution uniforme de points sur toute la surface de la sphère. Dans le cas d'une lumière partiellement polarisée, les points représentatifs sur la sphère de Poincaré se regroupent autour du point M qui est le point de probabilité maximum de l'état de polarisation. Plus la largeur de cette distribution sera étroite autour de M, plus la lumière se comportera comme une lumière polarisée. Ce comportement est quantifié par le degré de polarisation de l'onde.



**Figure I.8 :** Représentation des principaux états de polarisation sur la sphère de Poincaré

## I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré la possibilité de représenter l'état de polarisation d'une onde lumineuse par les vecteurs de Jones et de Stokes, ainsi que la transformation de ces vecteurs lors de la traversée d'un système optique. Cette transformation se traduit par les matrices de Jones et de Mueller de système optique considéré. Comme nous l'avons vu, le formalisme de Jones est bien adapté aux états totalement polarisés, et aux systèmes optiques non dépolarisants. En revanche, le formalisme de Stokes-Mueller est un outil mathématique très efficace et indispensable pour la description des états de polarisation partielle ou totalement dépolarisée. Dans tout ce qui suit, nous utiliserons exclusivement ce dernier formalisme, parce que l'instrument qui a été développé dans le cadre de ce travail mesure effectivement la matrice de Mueller de l'échantillon étudié.

## *Chapitre II*

### *Représentation en éléments simples des milieux optiques*

## Chapitre II

### Représentation en éléments simples des milieux optiques

#### II.1 Introduction

Une matrice de Mueller est une matrice de diffusion d'un milieu donné. Par analogie avec l'électronique, une matrice de Mueller représente la matrice de transfert d'un élément optique entre un vecteur de Stokes d'entrée et un autre de sortie.

Ce formalisme de Stokes-Mueller est un formalisme d'algèbre linéaire permet l'analyse de l'évolution de l'état polarisation qu'engendre le système sur la lumière incidente. Nous venons de voir que ce formalisme offre beaucoup d'avantages dans l'étude des propriétés polarimétriques de milieux à analyser.

La mesure de la matrice de Mueller d'un milieu optique, permet de remonter aux toutes propriétés physiques de ce dernier, telles que le dichroïsme (la diatténuation), la biréfringence (le déphasage), l'activité optique (la rotation du plan de polarisation) et la dépolarisation (variation aléatoire d'amplitude et de phase) [41].

Pour une matrice de Mueller-Jones  $[M_j]$  (non dépolarisante), il est possible d'extraire directement les informations polarimétriques. En effet, dans le cas général et pour un système présente le dichroïsme et la biréfringence, elle s'écrit sous la forme suivante [42,43] :

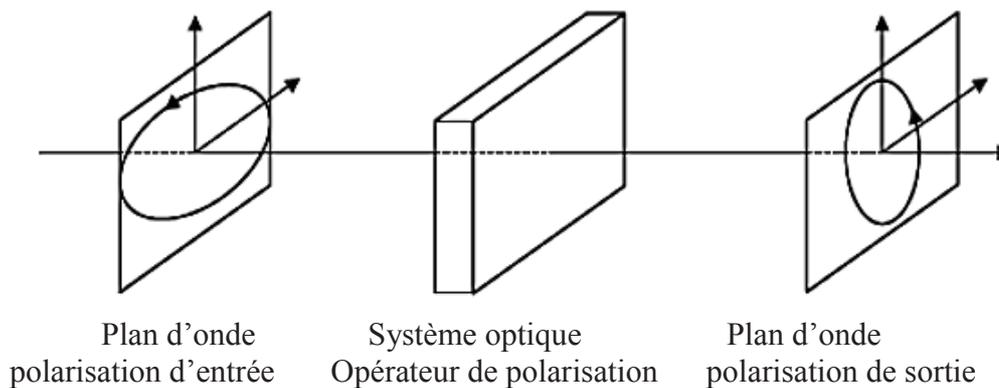
$$[M_j] = \begin{bmatrix} w & a & b & c \\ a & x & -f & -e \\ b & f & y & -d \\ c & e & d & z \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Où chaque élément est lié aux propriétés suivantes :

- $a$  : dichroïsme linéaire (horizontal ou vertical)
- $b$  : dichroïsme linéaire (orienté à  $45^\circ$  ou  $135^\circ$ )
- $c$  : dichroïsme circulaire (gauche ou droite)
- $d$  : biréfringence linéaire (horizontal ou vertical)
- $e$  : biréfringence linéaire (orienté à  $45^\circ$  ou  $135^\circ$ )
- $f$  : biréfringence circulaire (gauche ou droite)

L'interprétation de la matrice de Mueller peut être ardue lorsque cette matrice est obtenue expérimentalement (présence de bruit sur tous les éléments) et/ou caractéristique d'un milieu dépolarisant ou/et inhomogène. Donc si nous voulons déterminer les propriétés polarimétriques éventuelles, il est nécessaire de séparer tout effet optique. La solution consiste à décomposer la matrice de Mueller en éléments simples puis de quantifier leurs effets respectifs en recherchant leurs invariants (retardance, diatténuation et la dépolarisation).

Dans ce même chapitre, on va présenter les différents types d'éléments optiques (diatténuateur, retardateur, rotateur, dépolariseur) et leurs matrices de Mueller. Mais tout d'abord, on doit décrire le phénomène physique associé à chacun. En effet, lorsqu'une onde optique polarisée interagit avec un milieu, son état de polarisation subit une modification (Figure II.1). Cette modification peut affecter les états propres suivant l'amplitude, la phase, la direction et la dépolarisation.



**Figure II.1 :** Modification de l'état de polarisation par un système optique.

## II.2 Propriétés polarimétriques

Physiquement, un élément optique non dépolarisant qui transforme différemment les amplitudes des états propres d'une lumière incidents est appelé diatténuateur (ou polariseur lorsque l'un des états propres est totalement transmis et l'autre totalement absorbé).

Si le milieu optique, un élément optique qui introduit un déphasage entre les états propres incidents s'appelle retardateur (ou déphaseur).

De la même façon, si le milieu optique tourne le plan de polarisation d'une onde incidentes d'un angle donné, il est appelé rotateur (cas particulier du retardateur).

Cependant, si l'état de polarisation est transféré vers un autre état partiellement ou complètement dépolarisé alors cet élément est un dépolariseur [42].

### II.2.1 Diatténuateurs

Un diatténuateur est un élément optique homogène, non-dépolarisant [44]. Il modifie uniquement l'amplitude du champ électrique. Sa transmission en intensité dépend de l'état de polarisation incident. Les polariseurs sont un exemple de diatténuateurs [45]. Un tel élément dichroïque ou diatténuateur, peut être décrit par une matrice de Jones hermitienne.

La forme la plus générale du diatténuateur est représentée par des états propres elliptiques (Figure II.2). Donc les valeurs propres portées par ces vibrations sont réelles et sont notées  $P_1$  et  $P_2$ . Ces deux valeurs propres permettent de définir les transmittances minimum  $T_{min}$  et maximum  $T_{max}$  en énergie suivant les axes propres:

$$\begin{cases} T_{max} = P_1^2 \\ T_{min} = P_2^2 \end{cases} \quad (II.2)$$

avec  $P_1, P_2$  sont les valeurs propres.

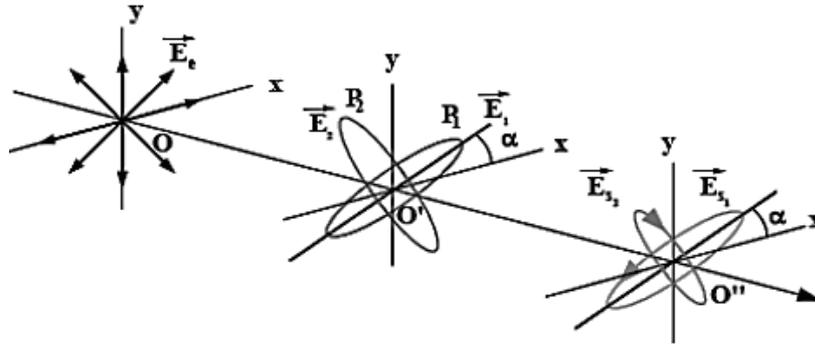


Figure II.2 : les états propres d'un Diatténuateur

On caractérise alors un tel élément par sa diatténuation [44, 46] définie par :

$$D = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}} \quad 0 \leq D \leq 1 \quad (II.3)$$

On distingue plusieurs cas de polariseurs selon les valeurs de  $D$ :

- Si  $D = 1$ , le diatténuateur est un polariseur parfait.
- Si  $0 < D < 1$ , le diatténuateur se comporte comme un polariseur partiel.
- Si  $D = 0$ , la transmission en intensité de cet élément est indépendante de l'état de polarisation incident et les valeurs propres sont alors complexes. C'est le cas du déphaseur.

A noter qu'il est possible de décrire le diatténuateur par son taux d'extinction

$$\tau = \frac{T_{max}}{T_{min}} \quad (II.4)$$

Afin de pouvoir caractériser un milieu, il nous faut revenir aux caractéristiques polarimétriques élémentaires. Pour cela, il est indispensable d'exprimer les matrices de Jones et de Mueller par ces éléments simples [11,45].

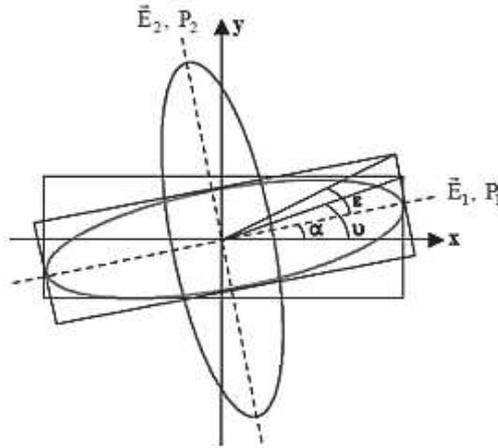
### II.2.1.1 Matrice de Jones du diatténuateur elliptique homogène

Le diatténuateur elliptique est défini comme étant homogène, ses états propres étant orthogonaux, ils ont pour azimuts  $\alpha$  et  $\alpha + 90^\circ$  et pour ellipticité  $\varepsilon$  et  $-\varepsilon$  (Figure II.3).

Les états propres sont elliptiques tels que les vecteurs propres normalisés sont de la forme suivante [42] :

$$\vec{E}_1 = \begin{bmatrix} \cos(2\nu) \\ \sin(2\nu)e^{i\varphi} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = \begin{bmatrix} -\sin(2\nu)e^{i\varphi} \\ \cos(2\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Les valeurs propres réelles  $P_1$  et  $P_2$  sont choisies arbitrairement telles que :  $P_1 > P_2$ .



**Figure II.3** : États propres d'un diatténuateur elliptique homogène.

La matrice de Jones  $[J_D]$  d'un diatténuateur elliptique en utilisant la formule (I.17) est donnée par [47, 48]:

$$[J_D] = \begin{bmatrix} \cos(2\nu) & -\sin(2\nu)e^{i\varphi} \\ \sin(2\nu)e^{i\varphi} & \cos(2\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(2\nu) & -\sin(2\nu)e^{-i\varphi} \\ -\sin(2\nu)e^{i\varphi} & \cos(2\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

Le développement de cette expression nous donne :

$$[J_D] = \begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) + P_2 \sin^2(\nu) & (P_1 - P_2)e^{i\varphi} \cos(\nu)\sin(\nu) \\ (P_1 - P_2)e^{i\varphi} \cos(\nu)\sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) + P_2 \cos^2(\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

### II.2.1.2 Matrice de Mueller du diatténuateur elliptique.

En utilisant l'équation (I.34) et à partir de  $[J_D]$ , nous obtenons la matrice de Mueller  $[M_D]$  du diatténuateur elliptique [45,49] :

$$[M_D] = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2v} & q_2 S_{2v} C_\varphi & q_2 S_{2v} S_\varphi \\ q_2 C_{2v} & q_1 C_{2v}^2 + q_3 S_{2v}^2 & C_{2v} S_{2v} (q_1 - q_3) & C_{2v} S_{2v} C_\varphi (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2v} C_\varphi & C_{2v} S_{2v} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2v}^2 + q_3 C_{2v}^2) + q_3 S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2v} S_\varphi & C_{2v} S_{2v} S_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 (q_1 - q_3) & S_\varphi^2 (q_1 S_{2v}^2 + q_3 C_{2v}^2) + q_3 C_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

$$\text{Avec : } q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2) ; q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2) ; q_3 = P_1 P_2$$

$$C_\varphi = \cos(\varphi) ; S_\varphi = \sin(\varphi) ; C_{2v} = \cos(2v) ; S_{2v} = \sin(2v)$$

A partir de ces expressions de  $[J_D]$  et  $[M_D]$ , Lu et Chipman [43] ont proposé une autre forme synthétique de la matrice  $[M_D]$  en fonction de l'azimut et l'ellipticité en utilisant les relations de passage tels que :

$$\begin{aligned} \cos(2v) &= \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \\ \sin(2v) \cos(\varphi) &= \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \\ \sin(2v) \sin(\varphi) &= \sin(2\varepsilon) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Nous obtenons alors :

$$[M_D] = [M_{Dij}] = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & [m_D] \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

Sachant que :

- $T_0$  représente la transmittance.
- $\vec{D}$  représente le vecteur diatténuation.
- $[m_D]$  une matrice réduite 3x3 du diatténuateur.
- $M_{Dij}$  sont les éléments de la matrice  $[M_D]$  avec  $i,j = 0 \dots 3$ .

De façon générale un diatténuateur peut être caractériser par la détermination de sa diatténuation  $D$  (II.3). Cependant, ce paramètre n'est pas suffisant puisque certains éléments optiques peuvent avoir la même diatténuation tout en ayant des matrices de Mueller différentes. En utilisant l'écriture synthétique de  $[M_D]$  (II.9), il est possible de montrer que celle-ci est définie si la transmittance  $T_0$  et le vecteur diatténuation  $\vec{D}$  sont connus [42].

### II.2.1.3 Propriétés de la matrice de Mueller du diatténuateur

#### II.2.1.3.1 Matrice de Mueller symétrique

La matrice de Mueller d'un diatténuateur  $[M_D]$  est une matrice symétrique puisque :

$$[M_D] = [M_D]^T \quad (\text{II.11})$$

#### II.2.1.3.2 Transmittance

La transmittance  $T_0$  pour une onde non polarisée est définie par :

$$T_0 = M_{D00} = q_1 = \frac{1}{2}(T_{max} + T_{min}) \quad (\text{II.12})$$

Les taux de transmission maximum et minimum peuvent s'écrire en fonction des éléments de la matrice de Mueller sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} T_{max} &= M_{00} + \sqrt{M_{01}^2 + M_{02}^2 + M_{03}^2} \\ T_{min} &= M_{00} - \sqrt{M_{01}^2 + M_{02}^2 + M_{03}^2} \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

#### II.2.1.3.3 Diatténuation

La diatténuation  $D$  (II.3) est obtenue directement à partir des éléments  $M_{Dij}$  de la matrice de Mueller d'un diatténuateur  $[M_D]$  :

$$D = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}} = \frac{\sqrt{M_{D01}^2 + M_{D02}^2 + M_{D03}^2}}{M_{D00}} \quad (\text{II.14})$$

#### II.2.1.3.4 Vecteur diatténuation

Le vecteur diatténuation  $\vec{D}$  est défini suivant l'axe propre de la transmittance maximum ( $T_{max}$ ). Il est obtenu à partir de la première ligne de la matrice de Mueller :

$$\vec{D}^T = D \hat{D} = \frac{1}{M_{D00}} \begin{bmatrix} M_{D01} \\ M_{D02} \\ M_{D03} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

avec  $\hat{D}$  vecteur unité représentant l'axe du dichroïsme

#### II.2.1.3.5 Matrice de Mueller réduite

La matrice réduite  $[m_D]$  d'un diatténuateur est définie à partir de  $D$  telle que :

$$[m_D] = \sqrt{1 - D^2} I_3 + (1 - \sqrt{1 - D^2}) \hat{D} \hat{D}^T \quad (\text{II.16})$$

$I_3$  : est la matrice identité (3x3)

### II.2.1.3.6 Diatténuation linéaire et circulaire

Le vecteur diatténuation est décrit dans le cas général sous une autre forme :

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} D_H \\ D_{45} \\ D_C \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

- Où :
- $D_H$  est la diatténuation linéaire horizontale avec  $-1 \leq D_H \leq 1$ .
  - $D_{45}$  est la diatténuation linéaire à  $45^\circ$  avec  $-1 \leq D_{45} \leq 1$ .
  - $D_C$  est la diatténuation circulaire avec  $-1 \leq D_C \leq 1$ .

Il est nécessaire dans certains cas de remonter à la diatténuation linéaire définie par :

$$D_L = \sqrt{D_H^2 + D_{45}^2} = \frac{\sqrt{M^2_{D_{01}} + M^2_{D_{02}}}}{M_{D_{00}}} \quad (\text{II.18})$$

Avec :  $0 \leq D_L \leq 1$

### II.2.1.4 Cas particuliers

Nous présentons dans ce qui suit, différents cas particuliers de diatténuateur couramment utilisés.

#### II.2.1.4.1 Le polariseur parfait (idéal)

Un polariseur parfait est un diatténuateur non déphaseur et ne dépolarise pas la lumière [45]. Un polariseur parfait peut être linéaire, circulaire ou elliptique suivant que l'état propre émergent est linéaire, circulaire ou elliptique. Dans le cas du polariseur linéaire qui fait un angle  $\alpha$  avec l'axe horizontal (Figure II.4), ce dernier transmet sans atténuer la composante de l'onde parallèle  $PP'$  et bloque totalement la composante orthogonale.

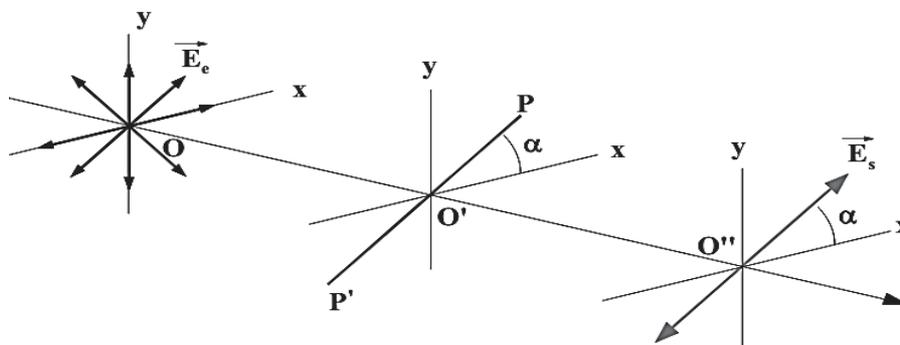


Figure II.4 : Action d'un polariseur linéaire parfait

À partir des états propres orthogonaux définissant cet élément, et en utilisant les relations (I.17) et (I.34). La matrice de Mueller  $[M_P]$  (II.19) peut être déterminée facilement :

$$[M_P] = \frac{P_1^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & C_{2\alpha} & S_{2\alpha} & 0 \\ C_{2\alpha} & C_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & 0 \\ S_{2\alpha} & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & S_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

Avec  $C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)$  ;  $S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$

#### II.2.1.4.2 Élément polarisant non idéal (polariseur partiel)

Il est important de réaliser un polariseur parfait car il est impossible d'avoir un taux d'extinction infini. Cependant, il existe des types de polariseurs qui permettent de s'approcher du polariseur parfait, ils sont couramment utilisés pour leurs faibles coûts. Mais dans ce cas, sa matrice de Mueller n'est plus celle de (II.19) mais  $[M_{Pd}]$  (II.20) qui caractérise un polariseur linéaire dichroïque homogène orienté d'un angle  $\alpha$  tel que :

$$[M_{Pd}] = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\alpha} & q_2 S_{2\alpha} & 0 \\ q_2 C_{2\alpha} & q_1 C_{2\alpha}^2 + q_3 S_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & 0 \\ q_2 S_{2\alpha} & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & q_1 S_{2\alpha}^2 + q_3 C_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

Avec :  $q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2)$  ;  $q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2)$  ;  $q_3 = P_1 P_2$

$$C_{2\alpha} = \cos(2\alpha) ;$$

$$S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$$

#### II.2.1.4.3 Polariseur circulaire

Pour réaliser un polariseur circulaire avec des états propres orthogonaux, il suffit d'associer un polariseur et une lame quart d'onde orientés à  $45^\circ$  par rapport à l'axe du polariseur, dans ce cas, les états propres de ce système optique ne sont plus orthogonaux.

#### II.2.1.5 Différents types de diatténuateurs

Les tableaux II.1 et II.2 présentent les matrices de Jones et de Mueller pour différents types de diatténuateurs :

Elément optique	Matrice de Jones
Polariseur linéaire d'orientation $\alpha$	$P_1 \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha)\sin(\alpha) & \sin^2(\alpha) \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire partiel d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\alpha) + P_2 \sin^2(\alpha) & (P_1 - P_2) \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ (P_1 - P_2) \cos(\alpha)\sin(\alpha) & P_1 \sin^2(\alpha) + P_2 \cos^2(\alpha) \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique d'ellipticité $\varepsilon$ et d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(v) & P_1 e^{-i\varphi} \cos(v)\sin(v) \\ P_1 e^{i\varphi} \cos(v)\sin(v) & P_1 \sin^2(v) \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique partiel d'ellipticité $\varepsilon$ et d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(v) + P_2 \sin^2(v) & (P_1 - P_2) e^{-i\varphi} \cos(v)\sin(v) \\ (P_1 - P_2) e^{i\varphi} \cos(v)\sin(v) & P_1 \sin^2(v) + P_2 \cos^2(v) \end{bmatrix}$

Tableau II.1 : Matrices de Jones pour différents types de diatténuateurs

Elément optique	Matrice de Mueller
Polariseur linéaire d'ellipticité $\varepsilon$ et d'orientation $\alpha$	$\frac{P_1^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & C_{2\alpha} & S_{2\alpha} & 0 \\ C_{2\alpha} & C_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & 0 \\ S_{2\alpha} & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & S_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire partiel d'ellipticité $\varepsilon$ et d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\alpha} & q_2 S_{2\alpha} & 0 \\ q_2 C_{2\alpha} & q_1 C_{2\alpha}^2 + q_3 S_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & 0 \\ q_2 S_{2\alpha} & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & q_1 S_{2\alpha}^2 + q_3 C_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique d'ellipticité $\varepsilon$ et d'orientation $\alpha$	$\frac{P_1^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & C_{2v} & S_{2\alpha} C_\varphi & S_{2v} S_\varphi \\ C_{2v} & C_{2v}^2 & C_{2v} S_{2v} C_\varphi & C_{2v} S_{2v} C_\varphi \\ S_{2v} C_\varphi & C_{2v} S_{2v} C_\varphi & C_\varphi^2 S_{2v}^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 \\ S_{2v} S_\varphi & C_{2v} S_{2v} S_\varphi & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 & S_\varphi^2 S_{2v}^2 \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique partiel d'ellipticité $\varepsilon$ et d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2v} & q_2 S_{2v} C_\varphi & q_2 S_{2v} S_\varphi \\ q_2 C_{2v} & q_1 C_{2v}^2 + q_3 S_{2v}^2 & C_{2v} S_{2v} (q_1 - q_3) & C_{2v} S_{2v} C_\varphi (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2v} C_\varphi & C_{2v} S_{2v} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2v}^2 + q_3 C_{2v}^2) + q_3 S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2v} S_\varphi & C_{2v} S_{2v} S_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 (q_1 - q_3) & S_\varphi^2 (q_1 S_{2v}^2 + q_3 C_{2v}^2) \end{bmatrix}$
<p>Avec : <math>q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2)</math> ; <math>q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2)</math> ; <math>q_3 = P_1 P_2</math></p> <p><math>C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)</math> ; <math>S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)</math> ; <math>C_{2v} = \cos(2v) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha)</math></p> <p><math>S_{2v} C_\varphi = \sin(2v) \cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha)</math> ; <math>S_{2v} S_\varphi = \sin(2v) \sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon)</math></p>	

Tableau II.2 : Matrices de Mueller pour différents types de diatténuateurs

### II.2.2 Retardateurs

Un retardateur (appelé aussi lame retard, déphaseur) est un convertisseur d'état de polarisation [46,50]. Sans modifier, l'amplitude ou le degré de polarisation de l'onde incidente polarisée, un retardateur crée un retard de phase entre les états propres de polarisation [51].

Selon que ces états propres soient linéaires, circulaires ou elliptiques, le déphaseur est appelé déphaseur linéaire, circulaire ou elliptique. Les états propres sont perpendiculaires lorsque le déphaseur est homogène. La majorité des déphaseurs sont des milieux biréfringents (une lame de quartz, de calcite ou de mica) ou utilisant la réflexion totale (prismes, rhomboédres de Fresnel).

#### II.2.2.1 Représentation d'un retardateur elliptique homogène

La forme la plus générale du retardateur est représentée par des états propres elliptiques (Figure II.5). Donc les valeurs propres de ces vibrations sont complexes puisque cet élément affecte la phase et non l'amplitude des composantes de l'onde incidente. La figure II.5 représente les états propres d'un retardateur elliptique homogène d'épaisseur  $d$ .

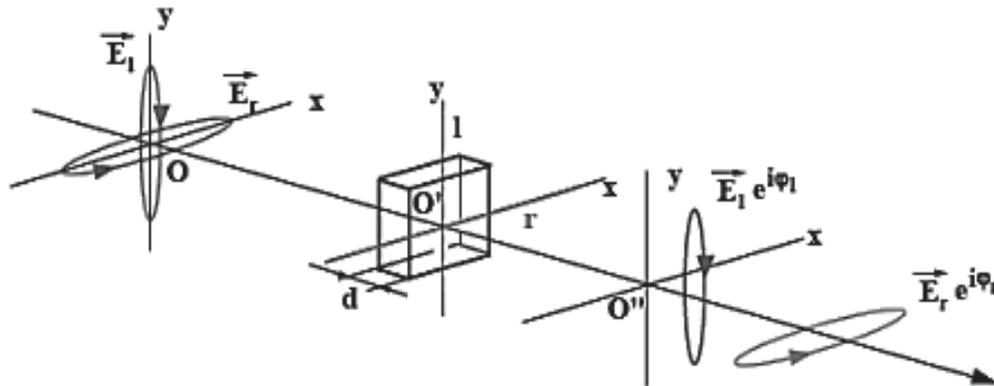


Figure II.5 : Milieu biréfringent elliptique dont les états propres sont elliptiques [42]

La composante elliptique du champ électrique incident, notée  $\vec{E}_r$ , se propage donc plus vite que celle notée  $\vec{E}_l$ , puisque les axes rapide et lent sont respectivement définis suivant l'horizontale et la verticale (Figure II.5). A la sortie de ce milieu, les deux composantes ( $r$ ,  $l$ ) sont donc déphasées de :

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \Delta n = \varphi_r - \varphi_l \tag{II.20}$$

Avec  $\begin{cases} \Delta n = n_l - n_r \\ n_l > n_r \end{cases}$

Où  $\Delta n$  est la biréfringence et  $(d)$  l'épaisseur du milieu traversé à la longueur d'onde  $\lambda_0$ . Contrairement au dichroïsme, la biréfringence n'apparaît pas directement sur les éléments d'une matrice de Mueller quelconque C'est pourquoi, un tel élément est généralement caractérisé par sa retardance (R) [43].

$$R = \varphi_r - \varphi_l. \text{ avec } 0 \leq R \leq 180^\circ \quad (\text{II.21})$$

Avec  $\varphi_r$ ,  $\varphi_l$  les phases suivant les deux axes propres orthogonaux du retardateur.

### II.2.2.2 Matrice de Jones du retardateur elliptique homogène

Le retardateur elliptique est défini comme étant homogène, ses états propres étant orthogonaux, ils ont pour azimuts  $\alpha_R$  et  $\alpha_R + 90^\circ$  et pour ellipticité  $\varepsilon_R$  et  $-\varepsilon_R$ . Un retardateur homogène est donc caractérisé par trois paramètres, la retardance  $R$ , l'azimut  $\alpha_R$  et l'ellipticité  $\varepsilon_R$  de l'axe rapide. Grâce aux paramètres de l'ellipse de polarisation et aux expressions (I.13, I.14, I.15), nous pouvons exprimer les matrices de Jones  $J_R$  de retard. Pour le retardateur elliptique, les états propres [52, 53] sont elliptiques tels que les vecteurs propres normalisés sont de la forme suivante :

$$\vec{E}_1 = \begin{bmatrix} \cos(2v) \\ \sin(2v)e^{i\varphi} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = \begin{bmatrix} -\sin(2v)e^{i\varphi} \\ \cos(2v) \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

En utilisant la formule (I.17) nous obtenons la matrice de Jones  $[J_R]$  d'un retardateur elliptique

$$[J_R] = e^{i\psi/2} \begin{bmatrix} \cos(2v) & -\sin(2v)e^{i\varphi} \\ \sin(2v)e^{i\varphi} & \cos(2v) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(2v) & -\sin(2v)e^{-i\varphi} \\ -\sin(2v)e^{i\varphi} & \cos(2v) \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

En introduisant la phase moyenne  $\psi$  et la phase différentielle  $\delta$ , définies par les expressions :  $\psi = \varphi_r + \varphi_l$ ,  $\delta = \varphi_r - \varphi_l$

Le développement de cette expression nous donne :

$$[J_R] = \begin{bmatrix} e^{i\delta/2} \cos^2(v) + e^{-i\delta/2} \sin^2(v) & i \sin(\delta/2) e^{i\varphi} \sin(v) \\ i \sin(\delta/2) e^{i\varphi} \sin(v) & \sin^2(v) e^{i\delta/2} + \cos^2(v) e^{-i\delta/2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

### II.2.2.3 Matrice de Mueller du retardateur elliptique homogène

A partir de  $[J_R]$  et en utilisant l'équation (I.34), nous trouvons la matrice de Mueller  $[M_R]$  du retardateur elliptique homogène :

$$[M_R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(e f + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(e f - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

$$\text{avec } \begin{cases} d = \cos(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ e = \cos(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ f = \sin(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ g = \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{cases}$$

Lu et Chipman [49] ont aussi proposé une écriture synthétique de  $[M_R]$  telle que :

$$[M_R] = [M_{Rij}] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_R] \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

Sachant que :

- $\vec{0}$  représente le vecteur nul.
- $[m_R]$  est la matrice réduite 3x3 du retardateur.
- $M_{Rij}$  sont les éléments de la matrice  $[M_R]$  avec  $i, j = 0 \dots 3$ .

### II.2.2.4 Propriétés de la matrice de Mueller du retardateur

#### II.2.2.4.1 Matrice de Mueller unitaire

Les matrices de Jones et de Mueller sont unitaires (déterminant égal à 1) :

$$[M_R]^{-1} = [M_R]^T \quad (\text{II.27})$$

#### II.2.2.4.2 Retardance

Le déphasage est obtenu directement à partir de la matrice de Mueller  $[M_R]$  :

$$R = \arccos\left(\frac{\text{tr}([M_R])}{2} - 1\right) \quad (\text{II.28})$$

La retardance (II.28) mesure la valeur absolue du déphasage introduit par le milieu étudié puisque  $\arccos(x)$  est par définition positif ou nul.

### II.2.2.4.3 Vecteur Retardance

Dans le cas général Un retardateur est représenté par deux axes propres orthogonaux, un axe rapide et un axe lent. Le vecteur retardance  $\vec{R}$  définis l'axe rapide est donné par :

$$\vec{R}^T = R\hat{R} = R \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_1 \\ \rho_1 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \cos(2\nu) \\ \sin(2\nu) \cos(\varphi) \\ \sin(2\nu) \sin(\varphi) \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

avec  $\hat{R}$  vecteur unité représentant l'axe rapide

Les paramètres  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  sont obtenus à partir des éléments de la matrice  $[M_R]$  :

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{1}{2\sin R} (M_{R_{23}} - M_{R_{32}}) \\ \rho_2 = \frac{1}{2\sin R} (M_{R_{31}} - M_{R_{13}}) \\ \rho_3 = \frac{1}{2\sin R} (M_{R_{12}} - M_{R_{21}}) \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

### II.2.2.4.4 Matrice de Mueller réduite

La matrice réduite  $[m_R]$  d'un retardateur est définie à partir du vecteur  $\vec{R}$  telle que :

$$[m_R] = \begin{bmatrix} \rho_1^2(1 - \cos R) + \cos R & \rho_1\rho_2(1 - \cos R) + \rho_3 \cos R & \rho_1\rho_3(1 - \cos R) + \rho_2 \cos R \\ \rho_2\rho_1(1 - \cos R) + \rho_3 \cos R & \rho_2^2(1 - \cos R) + \cos R & \rho_2\rho_3(1 - \cos R) + \rho_1 \sin R \\ \rho_3\rho_1(1 - \cos R) + \rho_2 \cos R & \rho_2\rho_3(1 - \cos R) + \rho_1 \sin R & \rho_3^2(1 - \cos R) + \cos R \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Il est possible de décrire physiquement le vecteur retardance. En effet :

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} R_H \\ R_{45} \\ R_C \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

Où : •  $R_H$  est la retardance linéaire horizontale avec  $-180^\circ \leq R_H \leq 180^\circ$ .

•  $R_{45}$  est la retardance linéaire à  $45^\circ$  avec  $-180^\circ \leq R_{45} \leq 180^\circ$ .

•  $R_C$  est la retardance circulaire avec  $-180^\circ \leq R_C \leq 180^\circ$ .

Dans certains cas, il est nécessaire de revenir à la retardance linéaire définie par la relation ci-dessous :

$$R_L = \sqrt{R_H^2 + R_{45}^2} \quad (\text{II.33})$$

Avec  $0 \leq R_L \leq 180^\circ$

Un élément biréfringent est dit linéaire si sa retardance circulaire  $R_C$  est soit nulle soit égale à  $180^\circ$ . Inversement, il sera dit circulaire si sa retardance linéaire est nulle.

### II.2.2.5 Cas particuliers

Nous présentons ci-dessous, les différents cas particuliers de retardateur homogène, tels que les lames quart d'onde (biréfringent linéaire) et le rotateur qui décrit par une biréfringence circulaire.

#### II.2.2.5.1 Lame quart d'onde

Une lame à retard est un outil optique capable de modifier la polarisation de la lumière la traversant, La plupart de ces lames à retard sont taillées dans un cristal de façon que l'axe optique soit parallèle à la face de la lame. Ainsi les axes lent et rapide sont également parallèles à la face de la lame. Il existe plusieurs types de ces lames, caractérisées par le déphasage qu'elles produisent entre les deux composantes de la polarisation. Elle est généralement caractérisée par son axe rapide et son axe lent (lignes neutres) [7].

Plaçons-nous maintenant dans le cas particulier de la lame dite quart d'onde, le retard engendré  $\delta$  est alors de  $90^\circ$  pour une lame parfaite.

Dans le cas, où l'axe rapide de cette lame quart d'onde est orienté à  $45^\circ$  par rapport à l'axe horizontal (Figure II.6), il est possible de montrer que sa matrice de Mueller s'écrit sous la forme :

$$[M_{\lambda/4}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

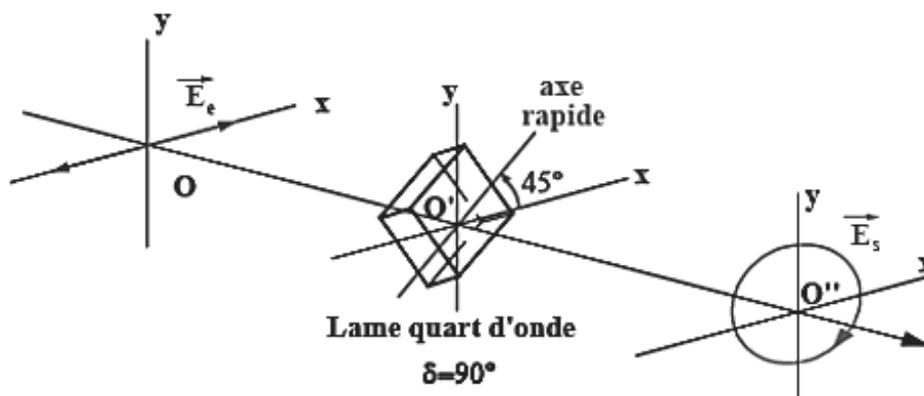


Figure II.6 : Action d'une lame quart d'onde orientée à  $45^\circ$ .

Si la lumière incidente est polarisée rectiligne et suivant l'horizontale, après la traversée de la lame, l'état de polarisation est devenu circulaire (droite).

### II.2.2.5.2 Rotateurs

Le rotateur est un autre cas particulier du déphaseur. Il s'agit d'une lame qui n'introduit que de la biréfringence circulaire pure (ou pouvoir rotatoire) [41]. La figure II.7 représente l'action d'un rotateur qui se traduit par la rotation du plan de polarisation de l'onde incidente d'un angle  $\delta/2$ . Ce rotateur est représenté par Les matrices de Jones et de Mueller suivantes :

$$[RT_{\delta/2}] = \begin{bmatrix} \cos(\delta/2) & \sin(\delta/2) \\ -\sin(\delta/2) & \cos(\delta/2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

$$[RT_{\delta/2}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & \cos(\delta) & -1 \\ 0 & -\cos(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

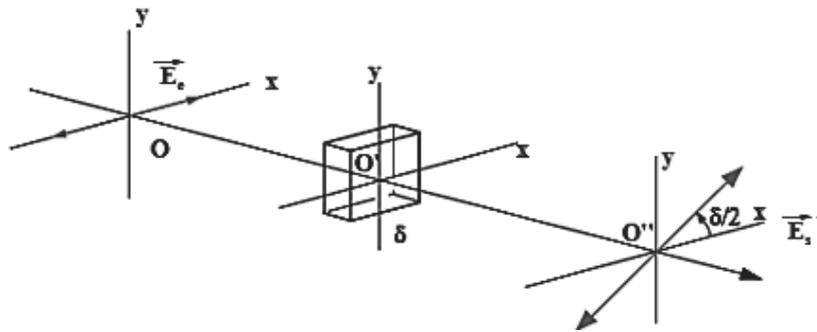


Figure II.7 : Action d'un rotateur

### II.2.2.5.3 Matrice d'un déphaseur dichroïque linéaire

Quand la lumière transmise ou réfléchié à travers un dioptre plan La matrice de réflexion  $R$  ou de transmission  $T$  s'écrivent comme le produit d'un polariseur partiel  $P(\psi)$  et d'un déphaseur linéaire.

Si on note  $\psi$  le coefficient de polarisation partielle,  $\tau$  coefficient de transmission et  $\delta$  différence de phase relative. Donc :

$$[R] = [T] = \tau \begin{bmatrix} 1 & -\cos(2\psi) & 0 & 0 \\ -\cos(2\psi) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(2\psi)\cos(\delta) & \sin(2\psi)\sin(\delta) \\ 0 & 0 & -\sin(2\psi)\sin(\delta) & \sin(2\psi)\cos(\delta) \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

Cette matrice à 4 valeurs propres, deux réels et deux complexes :

$$\begin{cases} 2\tau\sin^2\delta \\ 2\tau\cos^2\delta \\ \tau\sin(2\psi)\exp(i\delta) \\ \tau\sin(2\psi)\exp(-i\delta) \end{cases}$$

### II.2.2.5.4 Matrice de Mueller d'une surface réfléchissante

La matrice de Mueller d'une surface réfléchissante est par le produit des matrices de Mueller d'un polariseur partiel et d'un retardateur pur (déphaseur dichroïque linéaire) [54].

$$M_{refl} = M_{pp}(R_{\perp}, R_{\parallel}) \cdot M_R(\delta, 0) \quad (\text{II.38})$$

Où  $R_{\perp}, R_{\parallel}$  et  $\delta$  sont déterminés à partir des coefficients de Fresnel (chapitre IV). En effectuant le produit, nous obtenons la matrice de Mueller d'une surface réfléchissante  $[M_{refl}]$  :

$$[M_{refl}] = \begin{bmatrix} R_{\perp} + R_{\parallel} & R_{\perp} - R_{\parallel} & 0 & 0 \\ R_{\perp} - R_{\parallel} & R_{\perp} + R_{\parallel} & \cos(\delta) & -1 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{R_{\perp}R_{\parallel}} \cos\delta & 2\sqrt{R_{\perp}R_{\parallel}} \sin\delta \\ 0 & 0 & -2\sqrt{R_{\perp}R_{\parallel}} \sin\delta & 2\sqrt{R_{\perp}R_{\parallel}} \cos\delta \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

Les tableaux II.3.a présentent les matrices de Jones et de Mueller des différents types de retardateurs.

Élément optique	Matrice de Jones
Retardateur linéaire de retard $\delta$ d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) e^{\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\alpha) e^{-\frac{\delta}{2}} & i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(2\alpha) \\ i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(2\alpha) & \sin^2(\alpha) e^{\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\alpha) e^{-\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$
Retardateur elliptique de retard $\delta$ , d'ellipticité $\epsilon$ et d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} \cos^2(\nu) e^{\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\nu) e^{-\frac{\delta}{2}} & i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(2\nu) e^{-\phi} \\ i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(2\nu) e^{\phi} & \sin^2(\nu) e^{\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\nu) e^{-\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$

Tableau II.3.a : Matrices de Jones des différents types de retardateurs.

Élément optique	Matrice de Mueller
Retardateur linéaire de retard $\delta$ d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{2\alpha}^2 + S_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (1 - \cos(\delta)) & -S_{2\alpha} \sin(\delta) \\ 0 & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (1 - \cos(\delta)) & S_{2\alpha}^2 + C_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha} \sin(\delta) \\ 0 & S_{2\alpha} \sin(\delta) & -C_{2\alpha} \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix}$
Retardateur elliptique de retard $\delta$ , d'ellipticité $e$ et d'orientation $\alpha$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(ef + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(ef - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix}$
$C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)$ $S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$	$d = \cos(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$ $e = \sin(2\nu) \cos(\varphi) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$ $f = \sin(2\nu) \sin(\varphi) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \sin(2\varepsilon) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$ $g = \cos\left(\frac{\delta}{2}\right)$

Tableau II.3.b : Matrices de Mueller des différents types de retardateurs.

### II.2.3 Dépolariseurs

Les différents éléments optiques que nous avons présentés précédemment sont des éléments qui transforment un état totalement polarisé en un autre état totalement polarisé, ils peuvent être caractérisés par une matrice de Jones. Ils ont donc une action déterministe. En revanche, les milieux où on observe une dépolarisation ne peuvent être caractérisés que par une matrice de Mueller. Cela peut être le cas lorsque :

- ✓ la lumière possède une large bande spectrale
- ✓ le milieu fluctue pendant le temps de la mesure
- ✓ la structure du milieu n'est pas homogène spatialement
- ✓ le milieu diffuse la lumière qui engendre une "perte de mémoire" de l'état de polarisation incidente
- ✓ sans oublier, qu'à divers degrés, toute mesure est entachée de bruit.

Nous présentons ci-dessous les matrices de Mueller des différents dépolariseurs ainsi que les outils géométriques qui permettent de discriminer le type de dépolarisation engendrée [42,55,56,57].

### II.2.3.1 Les différents dépolariseurs

#### II.2.3.1.1 Dépolariseur idéal

Le cas le plus simple est celui d'un dépolariseur total qui transforme un vecteur de Stokes quelconque en vecteur de Stokes correspondant à une lumière totalement dépolarisée :

$$k \begin{bmatrix} S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [M_{\Delta_{ideal}}] \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \text{ avec } K \leq 1 \quad (\text{II.40})$$

Ceci impose que la matrice de Mueller d'un dépolariseur idéal  $[M_{\Delta_{ideal}}]$  soit de la forme :

$$[M_{\Delta_{ideal}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

#### II.2.3.1.2 Dépolariseur isotrope

Si le dépolariseur est partiel, et dans le cas où le milieu dépolarise de la même manière n'importe quel état de polarisation incidente, nous parlons alors de dépolarisation isotrope, sa matrice de Mueller peut s'écrire de la forme :

$$[M_{\Delta_{iso}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \text{ avec } 0 \leq a \leq 1 \quad (\text{II.42})$$

#### II.2.3.1.3 Dépolariseur anisotrope

Il se peut que dans certains cas le milieu dépolarise différemment selon les états de polarisation incidents (linéairement et circulairement par exemple), nous parlons alors de dépolarisation anisotrope et dans ce cas sa matrice de Mueller doit avoir la forme :

$$[M_{\Delta_{aniso}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \text{ avec } 0 \leq |a|, |b|, |c| \leq 1 \quad (\text{II.43})$$

### II.2.3.1.4 Forme générale du dépolarisateur

La forme générale du dépolarisateur est donc la suivante :

$$[M_{\Delta}] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_{\Delta} & [m_{\Delta}] \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

Où  $\vec{P}_{\Delta}$  est le vecteur polarisation correspond à la première colonne de  $M_{\Delta}$  et  $[m_{\Delta}]$ , la matrice symétrique réduite 3x3 du dépolarisateur. La diagonalisation de cette matrice réduite permet la détermination de ses valeurs propres et vecteurs propres qui donnent respectivement les trois facteurs de dépolarisation principaux et les trois axes de dépolarisation orthogonaux. Le dépolarisateur est donc caractérisé par neuf paramètres, et de surcroît des trois éléments du vecteur polarisation  $\vec{P}_{\Delta}$ .

### II.2.3.2 Critères de caractérisation de la dépolarisation

Il existe Plusieurs critères pour vérifier et caractériser la dépolarisation de la lumière. Ils permettent de classer les systèmes optiques dépolarisants selon que cette dépolarisation est forte ou faible et/ou qu'ils présentent de la dépolarisation isotrope ou anisotrope, la première introduit par Lu [58], est le facteur de dépolarisation moyen  $\Delta$  ( $0 \leq \Delta \leq 1$ ) qui est obtenu par la moyenne des facteurs de dépolarisation principaux  $a$ ,  $b$  et  $c$  de  $M_{\Delta}$ .

$$\Delta = 1 - \frac{|a|+|b|+|c|}{3} \quad \text{avec } 0 \leq \Delta \leq 1 \quad (\text{II.45})$$

On distingue les différents cas:

- $\Delta = 0$  : l'élément n'est pas dépolarisant
- $0 < \Delta < 1$  : l'élément est un dépolarisateur partiel
- $\Delta = 1$  : l'élément est un dépolarisateur total

Une autre mesure utile est l'indice de dépolarisation  $P_d$  (II.46), ce paramètre est souvent exploité à partir des matrices de Mueller. Ce critère, s'il est appliqué à la matrice de Mueller expérimentale du milieu, permet de dire si ce dernier est dépolarisant ou non.

$$P_d = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^3 M_{\Delta ij}^2 - M_{\Delta 00}^2}{3M_{\Delta 00}^2}} \quad 0 \leq P_d \leq 1 \quad (\text{II.46})$$

En effet si :

- $P_d = 1$  le milieu ne dépolarise pas.
- $P_d = 0$  le milieu est complètement dépolarisant.
- $0 < P_d < 1$  le milieu dépolarise partiellement.

Toutes matrice de Mueller obtenue expérimentalement d'un milieu qui ne dépolarise pas elle est forcément bruitée et dans ce cas l'indice de depolarisation  $P_d$  est diffère légèrement de 1.

La dépolarisation est forte lorsque l'indice de dépolarisation  $P_d$ , est inférieur à 0,85 et faible dans le cas contraire.

**Remarque :**

Si nous déterminons l'indice de dépolarisation du retardateur  $[M_R]$  et du diatténuateur  $[M_D]$ , il est tout à fait évident d'obtenir :

$$\begin{cases} P_d([M_D]) = 1 \\ P_d([M_R]) = 1 \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

**II.2.3.3 Conclusion**

Nous venons de présenter les trois composantes optiques élémentaires qui permettent d'interpréter les propriétés polarimétriques d'un milieu quelconque, le diatténuateur, le retardateur et le dépolariseur. Pour chaque élément, nous présentons ses propriétés ainsi que sa matrice de Mueller générale. Nous insistons, sur les différents critères associés à la dépolarisation, afin de caractériser plus précisément les milieux optiques que nous étudierons.

## *Chapitre III*

### *Analyse et décomposition de la matrice de Mueller*

## Chapitre III

### *Analyse et décomposition de la matrice de Mueller*

#### III.1 Introduction

Pour une matrice de Mueller déterminée, nous essayons toujours d'extraire une partie ou la totalité des paramètres Optiques ou physiques caractérisant un milieu, tels que le dichroïsme, la dépolarisation, la retardance, etc.....

Pour un système dépolarisant, nous serons amenés à la décomposition de la matrice en un produit ou une somme d'éléments regroupant les différents paramètres [49, 59].

Pour les milieux non dépolarisants, F. Le Roy-Brehonnet [60, 61, 62] a développé une méthode de décomposition qui permet de classer ces milieux en utilisant la décomposition polaire. Sachant que dans ce cas, nous associons une matrice de Jones à sa matrice de Mueller expérimentale. En commençant dans cette méthode par un filtrage de bruit expérimental puis en déterminant les propriétés optiques du milieu étudié (retardance, dichroïsme, ...). Cette décomposition polaire, ne convient pas pour des milieux qui peuvent être dépolarisants. Nous optons alors, pour une autre approche basée sur la décomposition proposée par Lu et Chipman [49], qui prend en considération le phénomène de dépolarisation. Dans ce qui suit, différents algorithmes ont été présentés pour traiter les matrices de Mueller de différents milieux [42].

#### III.2 Matrice de Mueller d'un système optique

Pour que la matrice de Mueller correspond à un système optique physiquement accepté, il est nécessaire de vérifier les cas suivants :

Premièrement pour un système non dépolarisant, sa matrice de Mueller doit être une matrice Mueller-Jones, donc le critère de Simon est vérifié. Dans le cas réel, les matrices de Mueller étant obtenues expérimentalement, donc les éléments de cette matrice sont affectés par des erreurs de mesures qui peuvent être systématiques ou aléatoires. Avec l'existence de ces erreurs notre matrice de Mueller expérimentale ne satisfait pas ce critère. Il convient par conséquent, d'utiliser un critère qui prend en compte l'influence de ces erreurs de mesures, comme celui proposé par Anderson et Barakat [63]. Dans ce critère le comportement non-dépolarisant de l'échantillon est isolé, cette partie doit être donc représentée par une matrice de

Mueller-Jones, ensuite on vérifie la partie restante qui correspond à du bruit, en comparant sa matrice à une matrice d'écart-types associés aux différents éléments de la matrice. Dans le cas contraire, notre milieu est dépolariseur, et peut être représenté s'il dépolarise de manière isotrope par la matrice de Mueller suivante [64, 86] :

$$[M] = [M_J] + [M_d] \quad (\text{III.1})$$

où  $[M_J]$  est une matrice de Mueller-Jones et  $[M_d]$  la matrice d'un dépolariseur isotrope donnée par:

$$[M_d] = \begin{bmatrix} P_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

$d$  : est le coefficient de dépolarisation

La matrice  $[M_J]$  doit vérifier la condition de la trace suivante.

$$\text{tr}([M]^T [M]) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 M_{ij}^2 = 4M_{00}^2 \quad (\text{III.3})$$

A partir de cette décomposition le coefficient de dépolarisation  $P_d$  se calcule en utilisant les éléments de  $[M]$  [62, 86] :

$$P_d = M_{00} - \sqrt{\frac{\text{tr}([M]^T [M]) - M_{00}^2}{3}} \quad (\text{III.4})$$

Dans cette décomposition l'état de polarisation de l'onde émergente est superposition incohérente d'un état complètement polarisé et d'autre non polarisé.

À partir de la théorie des groupes, Cloude [65, 36, 66, 67, 68], a introduire la décomposition de la matrice de Mueller en opérateurs de polarisation. Ces opérateurs permettent la séparation des composants matricielles, qui correspond la partie de la polarisation (un système physiquement réalisable. Pour cela on extrait la matrice de Mueller-Jones d'une matrice de Mueller quelconque, à partir de la matrice de Jones  $[J]$  représenté par un vecteur cible  $\vec{K}$ , de dimension quatre, donné par l'expression suivante :

$$\vec{k} = \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{xy} \\ k_{yx} \\ k_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

A partir de ce vecteur  $\vec{k}$  on construit une matrice d'ordre quatre

$$[N] = \vec{K} \cdot \vec{K}^T \quad (\text{III.6})$$

La matrice  $[N]$  est une matrice diagonalisable appelé matrice de cohérence de milieu, cette matrice possède quatre valeurs propres réelles positives (ou nulles) et quatre vecteurs propres orthogonaux entre eux. Chaque vecteur propre représenté par un vecteur unique  $\vec{K}$ , et par conséquent à une seule matrice de Jones.

Cette matrice  $[N]$  peut être exprimé par la somme de quatre composantes de cible chacune modérée par sa valeur propre respectivement :

$$[N] = \lambda_0[N_0] + \lambda_1[N_1] + \lambda_2[N_2] + \lambda_3[N_3] \quad (\text{III.7})$$

Si la matrice  $[N]$  peut être représenté par une seule valeur propre non nulle, donc matrice  $[M]$  est une matrice Mueller-Jones.

Avec cette décomposition on peut estimer la matrice  $[M]$  par une matrice de Mueller-Jones. Cette estimation reste applicable si  $[N]$  possède une valeur propre dominante et trois autres quasiment nulles, c.à.d. si  $\lambda_0 \cong \text{tr}[N] = 2m_{00}$  et  $\lambda_i \cong 0$  pour  $i = 1, 2, 3$ , une matrice de Mueller-Jones peut être construite à partir du vecteur propre  $\vec{W}_0$  associé à  $\lambda_0$ , en posant [86];

$$\vec{K} = \sqrt{\lambda_0} \vec{W}_0 \quad (\text{III.8})$$

En partant de l'équation (III.5), en déterminant la matrice de Jones associée.

Si  $[M]$  n'est pas une Mueller-Jones mais que  $\lambda_i \approx 2m_{00}$  et  $\lambda_i \approx 0$  pour  $i=1, 2, 3$ , une matrice de Mueller-Jones  $[\tilde{M}_J]$  peut être construite à partir de la matrice  $[\tilde{N}_J]$  telle que :

$$\begin{cases} [\tilde{N}_J] = \lambda_0 [\tilde{N}_0] \\ [\tilde{M}_J] = \frac{\lambda_0}{2} [\tilde{M}_0] \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

### III.3 Détection de la dépolarisation

Si la dépolarisation est anisotrope, le cas le plus complexe de comportement polarimétrique, il correspond, hélas, à la grande majorité des cas réels : la valeur du degré de polarisation de sortie dépend alors de l'état pur de polarisation incidente. La dépolarisation touche tous les thèmes de la matrice de Mueller et la répartition de la dépolarisation dans cette matrice est méconnue, ce qui interdit une détermination exacte des indices polarimétriques.

Il est possible de distinguer un milieu dépolarisant d'un autre milieu dépolarisant, en utilisant les critères décrits ci-dessus. Cette dernière a permis à F. Le Roy-Brehonnet [62] d'élaborer un algorithme, que nous développons dans ce qui suit (Figure III.1).

Introduisons la norme de Frobenius d'une matrice de Mueller expérimentale  $[M]$  pour laquelle nous avons évalué la matrice d'écart-type  $[S]$  [62,69], définie par :

$$\|M\|_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} |M_{ij}|^2} = \sqrt{\text{tr}([M]^+ [M])} \quad (\text{III.10})$$

En commençant par le calcul de la matrice  $[N]$  ainsi que les valeurs propres  $\lambda_i$  qui lui sont associées. En construisant ensuite la matrice de Mueller-Jones estimée  $[\tilde{M}_J]$  à partir de l'opérateur hermitien  $[\tilde{N}_J]$  (III.9). En évaluant les normes de Frobenius  $\|S\|_F$  et  $\|\Delta M\|_F$  comme suit.

$$\begin{aligned} \|\Delta[M]\|_F &= \left\| [M] - [\tilde{M}]_J \right\|_F \\ \|\Delta[N]\|_F &= \left\| [N] - [\tilde{N}]_J \right\|_F \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

où  $[\tilde{M}_J]$  et  $[\tilde{N}_J]$  sont respectivement la matrice de Mueller-Jones extraite de  $[M]$  et la matrice de cohérence de cible correspondant à la valeur propre  $\lambda_0$ .

Une autre manière peut être utilisée pour obtenir  $\|\Delta M\|_F$  à partir des valeurs propres  $\lambda_i$ , est celui de Anderson et Barakat [42, 63].

$$\|\Delta[M]\|_F = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2} \quad (\text{III.12})$$

Si la différence entre  $[M]$  et  $[\tilde{M}_J]$  est due aux erreurs expérimentales, donc :

$$\|\Delta[M]\|_F \leq \|S\|_F \quad (\text{III.13})$$

Si cette affirmation est juste, nous pouvons confirmer que la matrice de Mueller obtenue représente notre milieu non dépolarisant ne correspond que les erreurs de mesures. La détermination des caractéristiques physiques de ce milieu (retard, dichroïsme), nous verrons par la suite qu'il est intéressant d'utiliser une décomposition polaire [62] pour estimer une matrice Mueller-Jones sur  $[\tilde{M}_J]$ .

Mais si : 
$$\|\Delta[M]\|_F > \|S\|_F \tag{III.14}$$

Si le milieu étudié est dépolarisant. Il faut utiliser dans ce cas la décomposition de Lu et Chipman [42, 49].

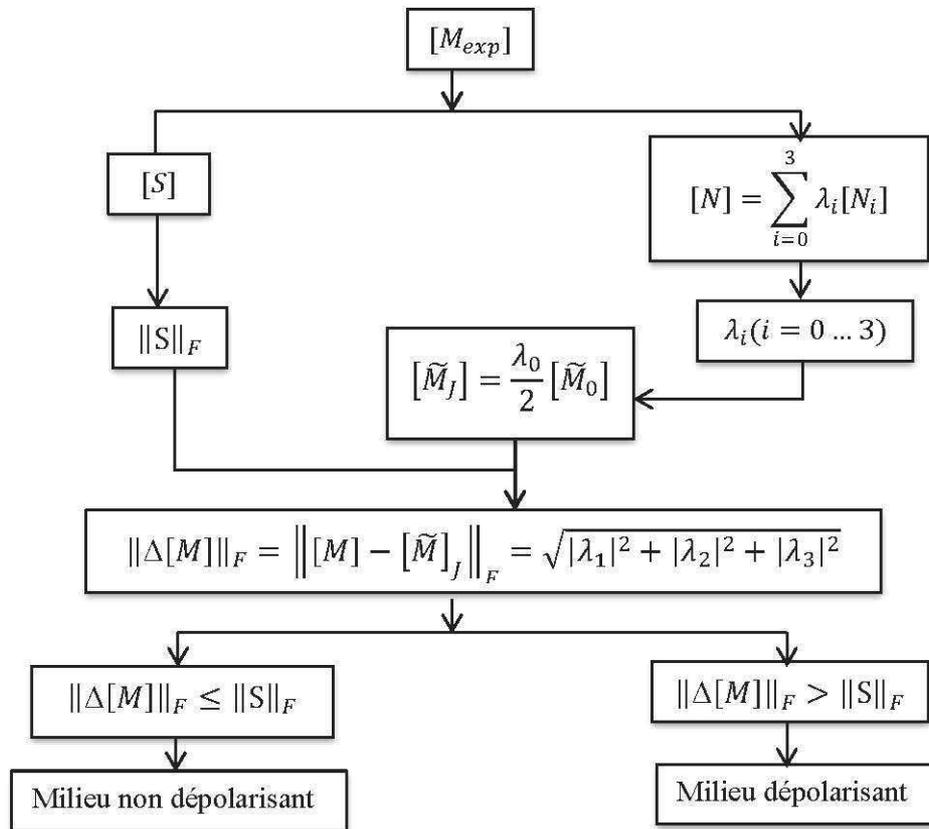


Figure III.1 : Algorithme de détection de la dépolarisation.

### III.4 Décomposition d'une matrice de Mueller d'un système dépolarisant

### III.4.1 Décomposition polaire d'une matrice de Mueller-Jones

Dans le cas général, la matrice de Mueller d'un diatténuateur elliptique peut représenter en fonction de la diatténuation  $D$  (II.14) et la transmittance  $T_\theta$  (II.12) sous la forme suivante :

$$[M_\theta] = T_0 \begin{bmatrix} 1 & aD & bD & cD \\ aD & \sqrt{1-D^2} + (1-\sqrt{1-D^2})a^2 & ab(1-\sqrt{1-D^2}) & ac(1-\sqrt{1-D^2}) \\ bD & ab(1-\sqrt{1-D^2}) & \sqrt{1-D^2} + (1-\sqrt{1-D^2})b^2 & bc(1-\sqrt{1-D^2}) \\ cD & ac(1-\sqrt{1-D^2}) & bc(1-\sqrt{1-D^2}) & \sqrt{1-D^2} + (1-\sqrt{1-D^2})c^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} T_0 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2), \quad D = \frac{P_1^2 - P_2^2}{P_1^2 + P_2^2} \\ a = \cos(2\varepsilon_d) \cos(2\alpha_d), \quad b = \cos(2\varepsilon_d) \sin(2\alpha_d), \quad c = \sin(2\varepsilon_d) \end{cases}$$

$P_1$  et  $P_2$  ( $P_1 > P_2$ ) sont les coefficients de transmission maximum et minimum d'amplitude, ils représentent les valeurs propres des états propres de polarisation orthogonaux de la matrice  $[M_D]$ . Qui ont les azimuts respectifs  $\alpha_d$  et  $\alpha_d + 90^\circ$  et les ellipticités  $\varepsilon_d$  et  $-\varepsilon_d$ . Cette matrice  $[M_D]$  est entièrement définie si nous connaissons  $D$ ,  $T_0$ ,  $\alpha_d$  et  $\varepsilon_d$ .

En exploitant la relation (II.25), un retardateur elliptique peut être représenté par la matrice de Mueller suivante :

$$[M_R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(e f + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(e f - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} d = \cos(2\varepsilon_r) \cos(2\alpha_r) \sin(\frac{\delta}{2}), & e = \cos(2\varepsilon_r) \sin(2\alpha_r) \sin(\frac{\delta}{2}) \\ f = \sin(2\varepsilon_r) \sin(\frac{\delta}{2}), & g = \cos(\frac{\delta}{2}) \end{cases}$$

$\delta = \varphi_r - \varphi_l$ , est le déphasage entre les deux états propres de polarisation elliptique orthogonaux : Où  $\varphi_r$  et  $\varphi_l$  sont les phases de ces états propres. Ces états propres sont représentés par azimuts  $\alpha_r$  et  $\alpha_r + 90^\circ$  et les ellipticités  $\varepsilon_r$  et  $-\varepsilon_r$ .

Toutes propriétés tels que ; la diatténuation  $D$  et la retardance  $R$ , peuvent être déterminés directement à partir de la matrice de Mueller-Jones  $[M_J]$ . Lu et Chipman ont proposés une autre écriture afin de simplifié  $[M_J]$  en utilisant les relations (II.10) et (II.26) représentant respectivement un diatténuateur avec une matrice  $[M_D]$  et un retardateur par une matrice  $[M_R]$ . La matrice de Mueller-Jones  $[M_J]$  caractérise un système non dépolarisant est donnée par [42]:

$$[M_J] = \begin{bmatrix} M_{j00} & M_{j01} & M_{j02} & M_{j03} \\ M_{j10} & M_{j11} & M_{j12} & M_{j13} \\ M_{j20} & M_{j21} & M_{j22} & M_{j23} \\ M_{j30} & M_{j31} & M_{j32} & M_{j33} \end{bmatrix} = [M_R] \cdot [M_D] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{O}^T \\ \vec{O} & m_R \end{bmatrix} T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & m_D \end{bmatrix} = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ m_R \cdot \vec{D} & m_R \cdot m_D \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

#### III.4.1.1 Matrice de Mueller du diatténuateur

En exploitant la matrice de Mueller-Jones  $[M_J]$  décrites précédemment en détermine la transmittance  $T_0$  et le vecteur diatténuation  $\vec{D}$ :

$$\begin{cases} T_0 = M_{j00} \\ \vec{D} = \frac{1}{M_{j00}} \begin{bmatrix} M_{j01} \\ M_{j02} \\ M_{j03} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

La norme de  $\vec{D}$  définit la diatténuation  $D$  (II.15). Le diatténuateur est entièrement défini en exprimant le vecteur  $\vec{D}$  par son azimut  $\alpha_d$  et son ellipticité  $\varepsilon_d$  (Annexe B.1).

### III.4.1.2 Matrice de Mueller du retardateur

Pour déterminer la matrice de Mueller d'un retardateur en exploitant la matrice  $[M_D]$  déterminée précédemment (II.15) et en utilisant la relation suivante :

$$[M_R] = [M_J] \cdot [M_D]^{-1} \quad (\text{III.20})$$

Une fois la matrice  $[M_R]$  (II.26) est déterminée on peut remonter aux différentes caractéristiques du retardateur tels que ; La retardance  $R$  et le vecteur retardance  $\vec{R}$  via les relations (II.26), (II.27) et (II.28). Ce retardateur est alors complètement caractérisé en exprimant le vecteur retardance par son azimut  $\alpha_r$  et son ellipticité  $\varepsilon_r$  (Annexe B.2).

### III.4.2 Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller non dépolarisante

Tout système optique ou physique non dépolarisant, peut être caractérisé à travers sa matrice de Mueller-Jones déterminée après filtrage du bruit expérimental. Ce traitement nous a permis de construire un algorithme de traitement (Annexe A.1) décrit ci-dessous.

Chaque matrice de Mueller  $[M]$  obtenue expérimentalement a une matrice des écarts-type  $[S]$  évaluant les incertitudes sur les éléments de matrice  $[M_{ij}]$ . En évaluant la matrice  $[N]$ , nous estimons la matrice de Mueller-Jones  $[\tilde{M}_J]$  suivante :

$$[\tilde{M}_J] = \frac{\lambda_0}{2} [\tilde{M}_0] \quad (\text{III.21})$$

Où  $[M_0]$  représente la normalisation de  $[M_J]$ .

Cette matrice  $[\tilde{M}_0]$  représentant un système optique non dépolarisant, peut être décomposé en deux matrices représentant respectivement un diatténuateur et retardateur tels que [42] :

$$[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D] \quad (\text{III.22})$$

Puisque  $[\tilde{M}_0]$  est une matrice normalisée, donc la transmittance  $T_0$  est égale à 1 (III.19). L'expression précédente nous a permis de déterminer les matrices  $[\tilde{M}_R]$  et  $[\tilde{M}_D]$ .

Pour confirmer que notre milieu est dichroïque, biréfringent, ou bien les deux à la fois, on doit comparer leurs matrices estimées  $[\tilde{M}_R]$ ,  $[\tilde{M}_D]$  avec la matrice  $[\tilde{M}_0]$  en évaluant les normes de Frobenius suivantes :

$$\begin{aligned}\|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F &= \|[\tilde{M}_0] - [\tilde{M}_R]\|_F \\ \|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F &= \|[\tilde{M}_0] - [\tilde{M}_D]\|_F\end{aligned}$$

Suivant ces effets on peut distinguer trois cas :

- Si notre milieu est purement **biréfringent**, alors il doit satisfaire la condition suivante :

$$\begin{cases} \|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

Si cette condition est remplie, alors la matrice  $[\tilde{M}_R]$  doit ressembler à la matrice  $[\tilde{M}_0]$ .

Tout milieu purement biréfringent est caractérisé par sa retardance  $R$ , l'azimut  $\alpha_r$  et l'ellipticité  $\varepsilon_r$  définissant l'axe rapide du retardateur.

Dans ce cas la diatténuation  $D$  issue de la décomposition polaire (III.22) doit alors être nulle, et l'azimut  $\alpha_d$  et l'ellipticité  $\varepsilon_d$  issus de la même décomposition représentent seulement le bruit expérimental.

- Si notre milieu est purement **dichroïque**, alors il doit satisfaire la condition suivante :

$$\begin{cases} \|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F \leq \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Si cette condition est remplie, alors la matrice  $[\tilde{M}_D]$  doit ressembler à  $[\tilde{M}_0]$ .

Tout milieu purement dichroïque est caractérisé par sa diatténuation  $D$  ainsi qu'à l'azimut  $\alpha_d$  et l'ellipticité  $\varepsilon_d$  définissant l'axe de diatténuation.

Dans ce cas la retardance  $R$  est proche de 0, et l'azimut  $\alpha_r$  et l'ellipticité  $\varepsilon_r$  représentent alors le bruit expérimental résiduel au filtrage.

• Si notre milieu présente les deux effets au même temps, la **biréfringence et dichroïsme**, alors il doit satisfaire la condition suivante :

$$\begin{cases} \|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

Si cette affirmation est vraie, alors  $[\tilde{M}_D]$  et  $[\tilde{M}_R]$  ne doivent pas "ressembler" à  $[\tilde{M}_0]$ .

Dans ce cas, et à partir de la décomposition polaire  $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D]$ , il est possible de caractériser tout milieu biréfringent dichroïque par ; la retardance  $R$ , la diatténuation  $D$  les azimuts,  $\alpha_r, \varepsilon_r$ , et les ellipticités  $\alpha_d, \varepsilon_d$ .

### III.5 Décomposition d'une matrice de Mueller dépolarisante

Dans le cas où la matrice de Mueller est obtenue expérimentalement, nous avons vus que les caractéristiques polarimétriques ne sont pas visibles directement dans de la matrice de Mueller. Elles ne peuvent être extraites que par d'autres méthodes indirectes, dont on cite la plus connue est celle de la décomposition polaire de Lu et Chipman [49]. Pour remonter au toutes ces informations, un algorithme de traitement a été développé permet de décomposer la matrice de Mueller non singulière en trois d'autre matrices représentent respectivement le dichroïsme, la biréfringence et la dépolarisation. Cette décomposition a été la plus utilisée pour l'interprétation de matrices de Mueller obtenue expérimentalement.

D'après [48, 49,52], pour toute matrice de Mueller  $[M]$  physiquement réalisable, il existe un diatténuateur  $[M_D]$ , un retardateur  $[M_R]$  et un dépolariseur  $[M_\Delta]$  reliés par :

$$[M] = [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D] \quad (\text{III.26})$$

Où les matrices  $[M_D]$ ,  $[M_R]$  et  $[M_\Delta]$  sont respectivement les matrices d'un dépolariseur (II.44), d'un retardateur (II.26) et d'un diatténuateur (II.10). Avec cet ordre, la lumière traverse d'aborde le diatténuateur, ensuite le retardateur et enfin le dépolariseur.

#### III.5.1.1 Principe du calcul des matrices élémentaires

Dans cette décomposition, avec cet ordre, en déterminant d'abord  $M_D$ , puis  $M_\Delta$  et enfin  $M_R$ . Soit  $[M]$  la matrice de Mueller d'un système dépolarisant représenté par :

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

En exploitant les relations (II.10), (II.26) et (II.44), toute matrice de Mueller  $[M]$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} [M] &= [M_{\Delta}] \cdot [M_R] \cdot [M_D] = \begin{bmatrix} 1 & \overline{O^T} \\ \vec{P}_{\Delta} & m_{\Delta} \end{bmatrix} T_0 \begin{bmatrix} 1 & \overline{O^T} \\ \vec{O} & m_R \end{bmatrix} T_0 \begin{bmatrix} 1 & \overline{D^T} \\ \vec{D} & m_D \end{bmatrix} \\ &= T_0 \begin{bmatrix} 1 & \overline{D^T} \\ \vec{P}_{\Delta} + m_{\Delta} \cdot m_R \cdot \vec{D} & \vec{P}_{\Delta} \cdot \overline{D^T} + m_{\Delta} \cdot m_R \cdot m_D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Cette relation peut être réécrite sous la forme :

$$M = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \overline{D^T} \\ \vec{P} & m \end{bmatrix} \quad (\text{III.29})$$

Où  $\vec{P}$ ,  $\vec{D}$ ,  $[m]$  et  $T_0$  présentent respectivement ; le vecteur polarisation, le vecteur diatténuation, la matrice réduite 3x3 et la transmittance.

### III.5.1.2 Matrice de Mueller du diatténuateur

Le calcul de la matrice d'un diatténuateur  $[M_D]$  s'effectue à partir de la transmittance  $T_0$  et le vecteur diatténuation  $\vec{D}$  comme suit :

$$\begin{cases} T_0 = M_{00} \\ \vec{D} = \frac{1}{M_{00}} \begin{bmatrix} M_{01} \\ M_{02} \\ M_{03} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

L'utilisation des relations (II.10) et (I.15). On peut déterminer facilement la matrice de Mueller du diatténuateur  $[M_D]$

Une fois la matrice  $[M_D]$  est déterminé, en remontant aux autres matrices  $[M_{\Delta}]$  et  $[M_R]$ . Pour cela, nous posons :

$$[M'] = \begin{bmatrix} 1 & M'_{01} & M'_{02} & M'_{03} \\ M'_{10} & M'_{11} & M'_{12} & M'_{13} \\ M'_{20} & M'_{21} & M'_{22} & M'_{23} \\ M'_{30} & M'_{31} & M'_{32} & M'_{33} \end{bmatrix} = [M] \cdot [M_D]^{-1} = [M_\Delta] \cdot [M_R] \quad (\text{III.31})$$

Avec :

$$M' = [M_\Delta] \cdot [M_R] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{O}^T \\ \vec{P}_\Delta & m_\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \vec{O}^T \\ \vec{O} & m_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{O}^T \\ \vec{P}_\Delta & m_\Delta \cdot m_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{O}^T \\ \vec{P}_\Delta & m' \end{bmatrix}$$

Nous commençant par la détermination de la matrice de Mueller du dépolariseur  $[M_\Delta]$ .

### III.5.1.3 Matrice de Mueller du dépolariseur

Une fois le vecteur polarisation  $\vec{P}_\Delta$  et la matrice réduite  $[m_\Delta]$  de la matrice de Mueller du dépolariseur  $[M_\Delta]$  sont connus, la matrice de Mueller du dépolariseur  $[M_\Delta]$  peut être déterminée facilement. Ce vecteur polarisation  $\vec{P}_\Delta$  Il est exprimé en fonction de  $\vec{P}$ ,  $[m]$  et  $\vec{D}$  par la relation suivante :

$$\vec{P}_\Delta = \begin{bmatrix} M'_{10} \\ M'_{20} \\ M'_{30} \end{bmatrix} = \frac{\vec{P} - [m]\vec{D}}{1 - D^2} \quad (\text{III.32})$$

$$\text{avec } \vec{P} = \frac{1}{M_{00}} \begin{bmatrix} M_{01} \\ M_{02} \\ M_{03} \end{bmatrix} \quad \text{et } [m] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}$$

Sachant que  $m_R$  est une matrice unitaire (  $m_R^{-1} = m_R^T$  ), nous pouvons poser le calcul suivant :

$$\begin{aligned} m' &= [m_\Delta] \cdot [m_R] \\ m' m'^T &= m_\Delta \cdot m_R (m_\Delta \cdot m_R)^T = m_\Delta^2 \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

Si  $k_1^2, k_2^2, k_3^2$  sont les valeurs propres de  $m' \cdot m'^T$ , donc on peut déterminer facilement  $m_\Delta$  avec la relation suivante :

$$m_\Delta = \pm [m_{\Delta a}] \cdot [m_{\Delta b}] \quad (\text{III.34})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} [m_{\Delta a}] = (m' \cdot m'^T + (k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_3 k_1) \cdot [I_3])^{-1} \\ [m_{\Delta b}] = (k_1 + k_2 + k_3) m' \cdot m'^T + (k_1 k_1 k_3 [I_3]) \end{cases}$$

Où  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$  sont les valeurs absolues des valeurs propres de  $[m_A]$  et le signe devant  $[m_A]$  est déterminé à partir du déterminant de  $[m']$ .

#### III.5.1.4 Matrice de Mueller du retardateur

A partir des deux matrices connues  $[M_A]$  et  $[M_D]$ , il est facile de déterminer la matrice de Mueller du retardateur  $[M_R]$  avec la relation suivante :

$$M_R = [M_A]^{-1} \cdot [M'] \quad (\text{III.35})$$

Une fois cette matrice est déterminée, il suffit maintenant d'utiliser les relations (II.28), (II.29) et (II.31) du chapitre II, En déterminant la retardance  $R$  ainsi que le vecteur retardance  $\vec{R}$  représenté par son azimut  $\alpha_r$  et son ellipticité  $\varepsilon_r$ . [42] ces paramètres caractérisent complètement ce retardateur.

#### III.5.2 Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller dépolarisante

Lu et Chipman [49] ont proposés une méthode pour déterminer des propriétés optiques d'un système dépolarisant, celle-ci consiste à décomposer la matrice de Mueller obtenue expérimentalement en trois sous matrices. L'exploitation de cette décomposition nous a permis d'élaborer un algorithme (annexe A.2) pour la détermination ces propriétés optique de ce milieu dépolarisant.

Pour un système optique qui peut être dépolarisateur, représenté par la matrice de Mueller  $[M]$  du milieu dépolarisant et une matrice des écarts-type  $[S]$  caractérisant les incertitudes. En évaluant d'abord les valeurs propres de la matrice  $[N]$  pour vérifier la présence de la dépolarisation par la relation (III.14). Ensuite l'application de la décomposition de Lu et Chipman suivant l'ordre  $[M] = [M_A] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$  nous a permis de séparer les trois effets représentés par trois matrice  $[M_A]$ ,  $[M_R]$ ,  $[M_D]$  caractérisant respectivement un dépolarisateur, un retardateur et un diatténuateur.

Cependant, suivant ces trois effets notre milieu est classé, soit un dépolarisateur pure soit un dépolarisateur biréfringent, soit un dépolarisateur dichroïque ou bien un dépolarisateur biréfringent dichroïque. Alors il est important de trouver un critère qui puisse vérifier ces classifications, pour cela, nous optons pour la comparaison des matrices issues de la décomposition de Lu et Chipman avec la matrice  $[M]$  initiale en comparant les normes de Frobenius suivantes :

$$\begin{cases} \|\Delta[M_\Delta]\|_F = \|[M] - [M_\Delta]\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F = \|[M] - [M_\Delta] \cdot [M_D]\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F = \|[M] - [M_\Delta] \cdot [M_R]\|_F \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

On peut distinguer trois cas :

- Si notre milieu est purement **dépolarisant**, alors il doit satisfaire la condition suivante :

$$\begin{cases} \|\Delta[M_\Delta]\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F \geq \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F \geq \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

Si cette condition est remplie, alors la matrice  $[M_\Delta]$  doit "ressembler" à  $[M]$ .

Tout milieu dépolarisant est caractérisé par son indice de dépolarisation  $P_d$  extrait de sa matrice  $[M]$ . Les autres paramètres issus de la décomposition  $[M] = [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$  tels que ; La diatténuation  $D$ , l'azimut  $\alpha_d$ , l'ellipticité  $\varepsilon_d$ , la retardance  $R$ , l'azimut  $\alpha_r$  et l'ellipticité  $\varepsilon_r$  définissant l'axe rapide ne représentent donc que le bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Si le milieu n'est pas biréfringent, mais il est **dépolarisant dichroïque**, alors il doit satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \|\Delta[M_\Delta]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

Si cette condition est remplie, alors le produit  $[M_\Delta] \cdot [M_D]$  doit "ressembler" à  $[M]$ .

Pour déterminer les différents paramètres caractérisant ce milieu dépolarisant et dichroïque au même temps, en commençant par l'évaluation de l'indice de dépolarisation  $P_d$  à partir de la matrice  $[M]$ , ensuite en remontant aux autres paramètres tels que ; à la diatténuation  $D$ , l'azimut  $\alpha_d$  et l'ellipticité  $\varepsilon_d$  définissant l'axe de diatténuation.

Puisque notre milieu n'est pas biréfringent, donc La retardance  $R$ , l'azimut  $\alpha_r$  et l'ellipticité  $\varepsilon_r$  définissant l'axe rapide du retardateur issus de la décomposition  $[M] = [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$  ne représentent que le bruit expérimental résiduel.

- Maintenant si le milieu étudié n'est pas dichroïque, il est seulement **dépolarisant biréfringent**, alors il doit satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \|\Delta[M_{\Delta}]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F \leq \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

Si cette affirmation est vraie, alors le produit  $[M_{\Delta}].[M_R]$  doit "ressembler" à  $[M]$ .

Les différentes caractéristiques d'un milieu présente seulement l'effets de dépolarisation et biréfringence, peut être déterminés facilement en évaluant tout d'abord l'indice de dépolarisation  $P_d$  à partir de la matrice  $[M]$ , ensuite en déterminant les caractéristiques de la biréfringence tels que ; la retardance  $R$ , l'azimut  $\alpha_r$  et l'ellipticité  $\varepsilon_r$  définissant l'axe rapide. Dans ce cas la diatténuation  $D$ , l'azimut  $\alpha_d$  et l'ellipticité  $\varepsilon_d$  définissant l'axe de diatténuation issus de la décomposition  $[M] = [M_{\Delta}][M_R][M_D]$  ne représentent que le bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Si notre milieu est **dépolarisant biréfringent dichroïque**, alors il doit satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \|\Delta[M_{\Delta}]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

Si ces conditions sont remplies, alors la matrice, alors les produits  $[M_{\Delta}].[M_R]$  et  $[M_{\Delta}].[M_D]$  ainsi que  $[M_{\Delta}]$  ne doivent pas ressembler à  $[M]$ .

Ce milieu **dépolarisant biréfringent dichroïque** est caractérisé par son indice de dépolarisation  $P_d$  et les caractéristiques de la biréfringence ;  $R$ ,  $\alpha_r$ ,  $\varepsilon_r$ , ainsi que les caractéristiques d'atténuation ;  $D$ ,  $\alpha_d$ ,  $\varepsilon_d$  issus de la décomposition  $[M] = [M_{\Delta}].[M_R].[M_D]$ .

### III.6 Algorithme de traitement des matrices de Mueller expérimentale

Les algorithmes décrits précédemment se sont les principaux algorithmes dont nous aurons besoin par la suite pour l'étude des Mueller expérimentales, ainsi que pour l'analyse des résultats obtenus. Nous présentons dans les annexes (A.1, A.2, A.3) trois algorithmes que nous utilisons pour caractériser n'importe quel milieu polarimétrique.

### III.7 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre, que tout système optique quelconque représenté par d'une matrice de Mueller, peut être caractérisé par trois principales propriétés polarimétriques, à savoir le dichroïsme, la retardance et dépolarisation. Par la suite nous avons représenté la forme des matrices de diatténuateurs, retardateurs et dépolariseurs. Pour un système optique quelconque, la retardance, la diatténuation et la polarisance sont déterminés directement à partir des éléments de la matrice de Mueller. En revanche, la dépolarisation n'est pas définie de manière univoque, on doit alors décomposer la matrice en produits de trois matrices représentent un diatténuateur, un retardateur et un dépolariseur suivant l'algorithme de Lu et Chipman pour qu'on puisse déterminer tous ces caractéristiques.

## *Chapitre IV*

### *Analyse et exploitation du polarimètre de Mueller*

## Chapitre IV

### *Analyse et exploitation du polarimètre de Mueller*

#### IV.1 Introduction

Nous l'avons vu dans les chapitres précédents, le formalisme le mieux adapté à l'analyse polarimétrique d'un système optique est celui de Stokes-Mueller. Nous avons posé les bases théoriques de l'interprétation des matrices de Mueller (concept de polarisation, formalisme de Stokes-Mueller, décomposition en éléments simples...). Cependant, nous n'avons pas encore présenté la procédure expérimentale qui permet de mesurer la matrice de Mueller d'un milieu. C'est ce que nous proposons de faire dans la première partie de ce chapitre.

Il existe nombreux dispositifs permettant la mesure, partiellement ou entièrement, les éléments de la matrice de Mueller d'un système optique. Ces dispositifs nommés "ellipsomètre" basés sur le changement d'état de polarisation après interaction avec le milieu étudié. Ces dispositifs ne travaillaient qu'avec une lumière totalement polarisée. C'est donc tout naturellement que la forme générale décrite par le champ électrique de l'onde électromagnétique a donné son nom au domaine scientifique, l'ellipsométrie [22, 25].

Le dispositif expérimental que nous présentons dans ce chapitre est un ellipsomètre de Mueller complet, encore appelé polarimètre. En effet, comme nous ne connaissons pas l'état de polarisation de la lumière après interaction avec nos échantillons, nous devons donc vérifier toutes les propriétés polarimétriques pouvant être engendrées par un milieu étudié (dépolariation, dichroïsme, Retardance, activité optique, ...). La caractérisation par voie optique et particulièrement la technique polarimétrie [42] est très attractive car elle est non destructive et utilisable pour des mesures in situ.

Dans ce chapitre, après avoir détaillé le principe expérimental qui permet d'obtenir la matrice de Mueller d'un milieu ainsi que sa matrice des écarts type associés (nécessaire à la validité expérimentale, puisque la précision des mesures est limitée), nous aborderons ensuite la méthodologie qui permet de réduire les erreurs de mesure, c'est pour cette raison que nous avons commencé notre travail par l'étalonnage du polarimètre à vide (sans échantillon). Cet étalonnage est nécessaire pour optimiser la précision du polarimètre il permet de réduire les erreurs systématiques, que ne nous maîtrisons pas, mais il est possible de les corriger. Ainsi, pour toute matrice de Mueller expérimentale, il est indispensable, dans un premier temps de vérifier la validité

mathématique et physique de cette matrice. L'invalidité éventuelle nous permet d'affirmer que la matrice de Mueller obtenue n'est pas issue d'un processus physique. Nous avons donc proposé une méthode de vérification. Le point essentiel de cette partie est de développer un algorithme de décomposition et de classification des matrices de Mueller (chapitre III). A ce titre, nous avons réalisé un programme à l'aide du MATLAB et LabVIEW, dont le but est de décomposer la matrice de Mueller trouvée expérimentalement et d'en extraire les informations permettant de discriminer les propriétés optiques de nos échantillons.

Le dispositif expérimental présenté est en fait un moyen méthodologique qui a été développé pour imaginer des nouvelles méthodes d'investigation des nombreux échantillons de natures diverses :

- ❖ Milieu isotrope non dépolarisant (rhomboèdre de Fresnel) dont l'objectif est de déterminer le retard de phase causé par la réflexion totale sur les surfaces obliques du rhomboèdre de Fresnel.
- ❖ Milieu anisotrope non dépolarisant (lame quart-onde en mica) afin de valider les résultats précédents et déterminer ces propriétés optiques telles que le retard de phase et la biréfringence.
- ❖ Milieu anisotrope dichroïque dépolarisant (film de polymère fondu avec différentes températures). Dans cette application nous proposons donc d'étudier les potentialités du polarimètre de Stokes-Mueller en tant que moyen d'investigation physico-chimique pour l'étude des propriétés optiques et surtout polarimétriques d'un polymère (polyéthylène BD), dont l'objectif est de savoir la dépendance de la température de fonte sur leurs propriétés optiques.

## IV.2 Procédure d'obtention des matrices de Mueller

Il convient en premier lieu d'utiliser une source lumineuse. Dans notre cas, nous utilisons une source laser He-Ne monochromatique non polarisée de longueur d'onde 543.5nm. Il s'agit ensuite de générer de façon contrôlée des états de polarisation que l'on envoie sur l'échantillon. Enfin, la modification d'état de polarisation de la lumière émergente est mesurée pour caractériser les modifications induites par l'échantillon sur les états de polarisation incidente (figure IV.1)

### IV.2.1 Description du montage expérimental

Le polarimètre de Mueller est composé d'un système de mise en forme polarimétrique et d'un système d'analyse permet l'obtention la matrice de Mueller d'un système optique quelconque. Les deux systèmes sont composés identiquement d'un polariseur linéaire et d'une lame quart d'onde conformément à la figure (IV.1). Dans le cas général es deux polariseurs d'entrée et de de sortie sont croisés, et les lames quart d'onde d'entrée et de sortie sont orientées respectivement de  $\theta$  et  $\theta'$

par rapport à l'axe verticale. Le dispositif expérimental peut aussi bien être utilisé en transmission qu'en réflexion suivant le type de cible à étudier.

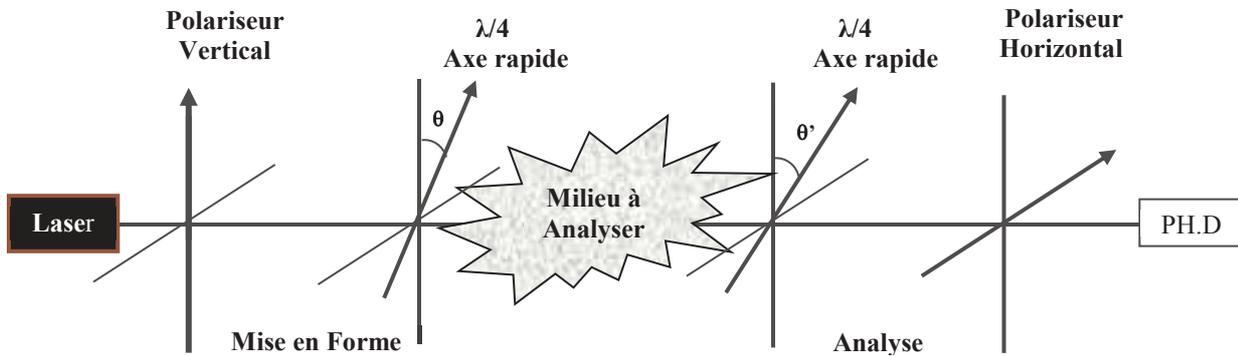


Figure IV.1 : Schéma du dispositif expérimental

### IV.2.2 Principe de mesure

Nous présentons ici les procédures théoriques et expérimentales permettant d'obtenir la matrice de Mueller. Le principe de la mesure consiste à estimer les éléments de la matrice de Mueller caractérisant un milieu. C'est une matrice de transfert dont les 16 éléments servent à l'étude de la plupart des effets d'un milieu sur une lumière polarisée.

Soit  $[M]$  la matrice de Mueller que l'on cherche à déterminer :

$$[M_{ij}] = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (IV.1)$$

Le vecteur de Stokes de sortie  $\vec{S}'$  du polarimètre est lié au vecteur d'entrée  $\vec{S}$  par la relation matricielle suivante :

$$\vec{S}' = [P_2] \cdot [L_2(\theta')] \cdot [M] \cdot [L_1(\theta)] \cdot [P_1] \cdot \vec{S} \quad (IV.2)$$

Où :  $\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$  ; et  $\vec{S}' = \begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix}$  : sont les vecteurs de Stokes d'entrée et de sortie, et  $[P_1]$ ,  $[P_2]$ ,  $[L_1]$ ,  $[L_2]$ ,

sont les matrices de Mueller respectives des polariseurs et lame quart d'onde d'entrée et de sortie.

Les expressions de ces matrices, référencées par rapport à la verticale, sont données par les équations ci-dessous :

$$[P_1] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.3}) \quad [P_2] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{2\theta}^2 & C_{2\theta}S_{2\theta} & -S_{2\theta} \\ 0 & C_{2\theta}S_{2\theta} & S_{2\theta}^2 & C_{2\theta} \\ 0 & S_{2\theta} & -C_{2\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} C_{2\theta} = \cos(2\theta) \\ S_{2\theta} = \sin(2\theta) \end{cases}$$

L'intensité lumineuse de l'onde arrivant sur le détecteur après la traversée de tous les éléments du montage est entièrement contenue dans le premier élément  $S'_0$  du vecteur de Stokes de sortie  $\vec{S}'$ . En développant l'expression de l'intensité détectée, nous obtenons :

$$\begin{aligned} S'_0(\theta, \theta') = I(\theta, \theta') = & M_{00} + M_{01}C_{2\theta}^2 + M_{02}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{03}S_{2\theta} \\ & + (M_{10} + M_{11}C_{2\theta}^2 + M_{12}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{13}S_{2\theta})(-C_{2\theta}^2) \\ & + (M_{20} + M_{21}C_{2\theta}^2 + M_{22}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{23}S_{2\theta})(-C_{2\theta}'S_{2\theta}') \\ & + (M_{30} + M_{31}C_{2\theta}^2 + M_{32}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{33}S_{2\theta})(S_{2\theta}') \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} C_{2\theta} = \cos(2\theta) & C'_{2\theta} = \cos(2\theta') \\ S_{2\theta} = \sin(2\theta) & S'_{2\theta} = \sin(2\theta') \end{cases}$$

Tous les éléments  $M_{ij}$  de la matrice à déterminer apparaissent dans l'expression de l'intensité détectée. Pour déterminer ces éléments, seize combinaisons  $(\theta, \theta')$  conduisent à un système de seize équations à seize inconnues qu'il convient de résoudre pour obtenir tous les éléments de la matrice de Mueller. On obtient alors le système matriciel suivant :

$$[I] = [A][M] \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{Où} \quad [I] = [I_0 \dots \dots I_{15}]^T \quad (\text{IV.8})$$

$$[M] = [M_{00} \dots \dots M_{33}]^T \quad (\text{IV.9})$$

La matrice  $[A]$  contient des termes ne dépendent que des angles  $(\theta, \theta')$ . On obtient les termes  $M_{ij}$

$$\text{par :} \quad [M_{ij}] = [A]^{-1}[I] \quad (\text{IV.10})$$

En choisissant seize combinaisons  $(\theta, \theta')$  de sorte que la matrice  $[A]$  ne soit pas singulière, les  $M_{ij}$  s'obtiennent immédiatement. Les positions angulaires des lames d'entrée et de sortie sont choisies multiples de  $22,5^\circ$ . Donc, l'état de polarisation de l'onde incidente décrit des états particuliers conformément au tableau (IV.1).

Position de la lame d'entrée	Etat de polarisation
$0^\circ$	Rectiligne verticale
$22.5^\circ$	Elliptique gauche
$45^\circ$	Circulaire gauche
$67.5^\circ$	Elliptique gauche
$90^\circ$	Rectiligne horizontale
$112.5^\circ$	Elliptique droite
$135^\circ$	Circulaire droite
$157.5^\circ$	Elliptique droite

**Tableau IV.1** : Etats de polarisation d'entrée en fonction de  $(\theta)$

### IV.2.3 Optimisation du processus de mesure

Pour estimer la précision d'un polarimètre, il est nécessaire d'utiliser un dispositif sans échantillon, c'est-à-dire en mesurant la matrice de Mueller du vide, qui est théoriquement, la matrice identité de dimension  $4 \times 4$ .

Dans la pratique la précision du dispositif est limitée par la présence des erreurs qui constituent ce que nous appelons le « bruit expérimental ». A ce stade, les erreurs les plus fréquemment rencontrées, sont les erreurs systématiques qui sont liées à la qualité intrinsèque des éléments optiques du dispositif expérimental, particulièrement des lames quart ondes utilisées pour coder les différents états de polarisation de la lumière entrante et analyser la lumière sortante. Dans cette catégorie d'autres erreurs s'ajoutent, tels que les défauts de positionnement des éléments optiques : mauvais alignement et mauvais réglages angulaires des différents éléments du dispositif. Ces erreurs de mesure justifient l'importance d'un étalonnage rigoureux du polarimètre [25].

### IV.2.4 Etalonnage à vide du polarimètre

Nous présentons ci-dessous la méthode d'étalonnage à vide du polarimètre. Nous commençons par corriger les erreurs systématiques en tenant compte des caractéristiques réelles des éléments optiques constituent le montage. Cette étape d'étalonnage doit être apporté avec un grand soin car elle engage la justesse et la précision des résultats obtenus expérimentalement.

#### IV.2.4.1 Croisement des polariseurs

En commençant l'étalonnage par un le croisement des polariseurs (sans les lames quart d'onde) en recherchant le minimum d'intensité, cette position des polariseurs est toujours la même.

#### IV.2.4.2 Recherche des axes neutre des lames quart d'onde

Après le croisement des polariseurs, l'étape suivante consiste à rechercher la position des axes neutres des deux lames quart d'onde [42]. En effet, lorsqu'un des axes neutres de la lame est aligné avec le polariseur d'entrée, alors elle nous sert de référence. Une fois que la première lame est alignée avec la référence, il suffit qu'à répéter l'opération avec la deuxième lame.

#### IV.2.4.3 Méthodologie de réduction des erreurs systématiques

La correction des erreurs systématiques et la compensation des imperfections introduites par les éléments constituant le polarimètre sont réalisées à partir des éléments  $M_{ij}$  de la matrice du polarimètre à vide, *c. à d.* sans milieu à analyser, dont les valeurs dépendent directement de ces erreurs systématiques, ces erreurs étaient loin d'être négligeables, même pour de faibles valeurs de défauts sur les différents éléments. Cette procédure doit être réalisée avec le plus grand soin, la validité expérimentale de notre polarimètre en découle.

Les corrections des erreurs systématiques sont effectuées à l'aide d'une simulation réalisée avec un programme (annexe C.1) ; ce dernier est réalisé sous Matlab et visualisé avec LabVIEW.

#### IV.2.4.4 Compensation des défauts sur les retards des lames quart d'onde

A vide, la matrice de Mueller obtenue doit donc être la matrice identité. Le tableau suivant (IV.2) présente quelques simulations effectuées par le programme précédent, en considérant un éventuel défaut sur les retards des lames quart d'onde d'entrée et de sortie. On note ici  $\delta_e$  et  $\delta_s$  les retards effectifs de ces lames.

$\delta_e$	$\delta_s$	Matrice de Mueller simulée
90°	90°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
89°	90°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,017 & 0,983 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,983 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,983 \end{bmatrix}$

90°	89°	$\begin{bmatrix} 1 & -0,017 & 0 & 0 \\ 0 & 0,983 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,983 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,983 \end{bmatrix}$
89°	89°	$\begin{bmatrix} 1 & -0,017 & 0 & 0 \\ 0,017 & 0,9657 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9657 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
88°	88°	$\begin{bmatrix} 1 & -0,034 & 0 & 0 \\ 0,034 & 0,9707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**Tableau IV.2 :** Combinaison des erreurs des défauts de retards des lames quart d’onde

**IV.2.4.5 Influence des défauts de positionnement des lames quart d’onde et des polariseurs**

Considérons maintenant les cas précédents en prenant en compte uniquement les erreurs d’orientation des éléments optiques. On désigne par  $\Delta\theta_e$  et  $\Delta\theta_s$  les défauts de positionnement des lames quart d’onde d’entrée et de sortie, et par  $\Delta\theta_p$  l’erreur d’alignement angulaire du polariseur de sortie.

$\Delta\theta_e$	$\Delta\theta_s$	$\Delta\theta_p$	Matrice de Mueller simulée
0°	0°	0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
0°	0,1°	0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,0035 & 0 \\ 0 & 0 & 0,007 & 0 \\ 0 & -0,007 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
0,01°	0°	0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,007 & 0 \\ -0,035 & 0,007 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
0°	0°	0,1°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,0035 & 0 \\ 0 & 1 & -0,0035 & 0 \\ -0,035 & 0,0035 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**Tableau IV.3:** Influence des erreurs d’alignements angulaires des éléments optiques

Les tableaux précédents (IV.2, IV.3) montrent que les défauts de retard des lames sont localisés sur les éléments  $M_{01}$ ,  $M_{10}$ ,  $M_{11}$  et  $M_{22}$ . De plus, les variations de  $M_{01}$  et  $M_{10}$  sont non corrélées, c.à.d. que les défauts de la lame de sortie n'interviennent que sur le terme  $M_{01}$  et inversement pour la lame d'entrée, tandis que les défauts d'alignement angulaire (Tableau IV.3) des composants optiques sont localisés sur les éléments  $M_{02}$ ,  $M_{20}$ ,  $M_{12}$  et  $M_{21}$ .

#### IV.2.4.6 Exemple explicatif de correction des erreurs systématiques

##### IV.2.4.6.1 Correction des défauts sur les retards des lames quart d'onde

La matrice de calcul intervenant dans l'expression (IV.10) est obtenue en considérant des éléments optiques parfaits (retard des lames quart d'onde de  $90^\circ$ ) dont les positionnements sont précis. En théorie, la matrice de Mueller obtenue à vide est la matrice identité. Or, dans la pratique, nous observons des éléments diagonaux différents de 1 et des éléments non diagonaux non nuls. Supposant que la position des polariseurs et les lames étant effectuée avec précision, donc les erreurs sont donc attribuées aux seuls défauts sur les retards des lames quart d'onde. En résumé, nous réalisons une erreur de mesure sur les différents éléments de la matrice de Mueller en considérant le retard des lames de  $90^\circ$  alors que, dans la réalité, ce retard peut s'éloigner de cette valeur, du fait que nous utilisons des lames quasi achromatiques, voire d'une valeur plus importante compte tenu des défauts physiques des lames (défauts d'épaisseur en particulier) ou des erreurs d'alignement de faisceau à la traversée de la lame. Afin de calculer ces retards, nous incluons dans la matrice de calcul  $[A_{calc}]$  (équation (IV.10)) ces défauts, afin de générer un fichier intensité simulé [86] :

$$[I_{sim}] = [A_{calc}] [I_d] \quad (IV.11)$$

Où  $[I_d]$  est un vecteur de seize éléments, représente la matrice de Mueller à vide. Ce fichier intensité nous permet de générer, par la suite, une matrice de Mueller simulée (équation (IV.12)) puis de faire une comparaison entre les éléments  $M_{01}$  et  $M_{10}$  simulés et les valeurs  $M_{01}$  et  $M_{10}$  obtenues expérimentalement en considérant les lames comme étant parfaites.

$$[M_{sim}] = [A]^{-1} [I_{sim}] \quad (IV.12)$$

$$[M_{exp}] = [A]^{-1} [I_{exp}] \quad (IV.13)$$

Où  $[A]$  est la matrice de calcul idéale, c.-à-d. le retard de phase des lames est  $90^\circ$ .

Avec cette méthode nous pouvons estimer directement les vrais retards de phase des lames. Le fait de travailler directement sur le fichier intensité pour obtenir ces retards nous aurait obligés à réaliser une double itération sur les deux retards de lame. En travaillant sur les seuls éléments  $M_{01}$



Il convient donc de modéliser d'une autre manière la lame quart d'onde puisque sa matrice de Mueller ne correspond pas à celle de l'équation (IV.5). A priori, nous ne connaissons pas les propriétés de celle-ci. C'est pourquoi on doit modéliser la lame quart d'onde par un élément biréfringent elliptique homogène. En effet, ce modèle présente l'avantage de prendre en compte tous les phénomènes physiques pouvant intervenir au niveau de ces lames qui ont par conséquent d'accroître l'ellipticité des modes de vibration propre [42].

Nous avons vu qu'il était possible de décrire un état de polarisation elliptique en connaissant son azimut  $\alpha$  et son ellipticité  $\varepsilon$ . Mais pour simplifier le calcul de la matrice de Jones d'un tel élément, nous utilisons l'angle diagonal  $\nu$  et la différence de phase  $\delta$  définie entre les composantes orthogonales de cet état de polarisation. Alors la matrice de Mueller  $L(\theta)$  du biréfringent elliptique qui caractérise la lame de phase d'entrée (et donc celle de sortie) est donnée par [42]:

$$[L(\theta) = [M_R]] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) - d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(e^2 + fg) & 2(df + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(e^2 - fg) - d^2 - e^2 + f^2 + g^2 & 2(df - eg) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

$$\text{avec } \begin{cases} d = \cos(2\varepsilon_e) \cos(2\theta) \sin\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \\ e = \cos(2\varepsilon_e) \sin(2\theta) \sin\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \\ f = \sin(2\varepsilon_e) \sin\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \\ g = \cos\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \end{cases}$$

Où  $\delta_e$  et  $\varepsilon_e$  représentent respectivement le retard et l'ellipticité de la lame d'entrée.

La matrice de Mueller de la lame de sortie  $L(\theta')$  s'obtient à partir de (IV.15) en remplaçant respectivement  $\theta$ ,  $\delta_e$  et  $\varepsilon_e$  par  $\theta'$ ,  $\delta_s$  et  $\varepsilon_s$  sachant que ces deux paramètres représentent respectivement le retard de phase et l'ellipticité de la seconde lame.

Pour finaliser l'étalonnage de notre polarimètre et ainsi s'approcher expérimentalement de la matrice du vide théorique, il nous faudra alors déterminer les paramètres des lames

Des simulations réalisées grâce au modèle d'un élément biréfringent elliptique en utilisant le programme décrit auparavant, nous ont donné les résultats suivants.

$\varepsilon_e$	$\varepsilon_s$	Matrice de Mueller simulée
0°	0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
2°	0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9951 & 0 & 0 \\ -0,0698 & 0 & 0,9951 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9976 \end{bmatrix}$
1°	0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9988 & 0 & 0 \\ -0,0349 & 0 & 0,9988 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9934 \end{bmatrix}$
0°	2°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,0698 & 0 \\ 0 & 0,9951 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9951 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9976 \end{bmatrix}$
0°	1°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,0349 & 0 \\ 0 & 0,9988 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9988 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9994 \end{bmatrix}$

**Tableau IV.4 :** Influence de l'ellipticité des modes de vibration propre des lames quart d'onde sur la détermination de la matrice de Mueller. Les indices  $s$  et  $e$  désignent respectivement la lame de sortie et la lame d'entrée.

Le tableau (IV.4) montre l'influence de l'ellipticité des modes de vibration propre des lames quart d'onde sur la détermination de la matrice de Mueller est localisés sur les éléments  $M_{02}$ ,  $M_{20}$ , de plus, ces éléments sont non corrélés, *c. à d.* que les défauts de la lame de sortie n'interviennent que sur le terme  $M_{02}$  et inversement pour la lame d'entrée. Nous observons également que la présence des défauts de retards ne change en rien les valeurs de ces éléments. Ce constat nous a alors permis de corriger ces défauts conformément à la méthode décrite dans le paragraphe précédent (équations (IV.12) à (IV.14)).

#### IV.2.4.7 Obtention des matrices d'écart-type associés

Lors de la mesure des 16 intensités correspond aux 16 combinaisons  $(\theta, \theta')$ , nous faisons pour chacune d'entre elles plusieurs fois, ce qui nous permet de déterminer l'écart-type associé à chacune des 16 intensités moyennes. A partir de ces mesures Il est possible d'évaluer les incertitudes

de mesures liées à une matrice de Mueller déterminée expérimentalement en les mettant sous forme d'une matrice 4x4, appelé matrice des écarts-type [S].

La variance sur les coefficients  $M_{ij}$  peut être exprimé (notés sous la forme  $M_k$ ) à partir de la variance sur les 16 intensités en exploitant la relation suivante [42,72,73] :

$$\sigma^2(M_k) = \sum_{p=1}^{16} \sigma_p^2 \left( \frac{\partial M_k}{\partial I_p} \right)^2 \quad (\text{IV.15})$$

où  $\sigma_p$  est l'écart-type associé à chacune des 16 intensités obtenue à partir d'une population de N acquisitions. Il est possible de définir une matrice des écarts-type [S] associées à [M] à partir de (IV.15) telle que :

$$[S] = [\sigma(M_{ij})] \quad (\text{IV.16})$$

Nous présenterons l'intérêt de cette matrice caractéristique des incertitudes de mesure au cours de l'étape d'étalonnage.

#### IV.2.4.8 Critère de qualité de l'étalonnage

Afin de pouvoir évaluer les performances du polarimètre, nous avons donc dû estimer l'influence des erreurs, donc nous introduisons d'abord la norme de Frobenius d'une matrice  $M$  de dimension  $n \times n$ , définie par :

$$\|M\|_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} |M_{ij}|^2} = \sqrt{\text{tr}([M]^+ [M])} \quad (\text{IV.17})$$

Soit [M] la matrice de Mueller expérimentale pour laquelle nous aurons évalué la matrice d'écarts type [S], caractérisant les incertitudes sur les éléments  $[M_{ij}]$ .

Commençant par le calcul de la matrice de cohérence [N] introduite par la relation (II.40) et ses valeurs propres  $\lambda_i$ . Ensuite en construisant la matrice de Mueller-Jones estimée  $[\tilde{M}_J]$  à partir de l'opérateur défini par  $\tilde{N}_J = \lambda_0 N_0$  où le signe  $\sim$  indique la notion d'estimation. Nous pouvons alors évaluer les normes de Frobenius  $\|S\|_F$ , et  $\|\Delta M\|_F$  avec :

$$\|\Delta[M]\|_F = \left\| [M] - [\tilde{M}]_J \right\|_F = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2} \quad (\text{IV.18})$$

Nous pouvons alors juger de la qualité de l'étalonnage de notre dispositif expérimental. En effet :

- Si  $\|\Delta[M]\|_F \leq \|S\|_F$ , le dispositif est étalonné.
- Si  $\|\Delta[M]\|_F > \|S\|_F$  le dispositif n'est pas bien étalonné.

Le programme que nous avons réalisé nous a permis de vérifier la validité de la procédure d'étalonnage.

#### IV.2.4.9 Critère de validité physique des matrices de Mueller

Pour valider cette méthode d'étalonnage, en analysant la matrice de Mueller obtenue à vide et en vérifiant que celle-ci correspond bien à une matrice physiquement réalisable. A ce stade, nous calculons la matrice de cohérence  $[N]$  associée qui permet de définir les conditions de validité. Il convient de distinguer plusieurs cas :

1 - si le système étudié ne dépolarise pas, la matrice de Mueller obtenue doit être de Mueller-Jones et donc vérifier les critères suivants :

- le degré de dépolarisation  $Pd = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^3 M_{ij}^2 - M_{00}^2}{3M_{00}^2}} = 1$ .
- $F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 4M_{00}^2$
- $[N]^2 = (\text{tr}[N])[N]$
- Toute matrice de Mueller-Jones physiquement réaliste, présente au niveau de sa matrice de cohérence associée, une valeur propre unique non nulle, ou une valeur propre dominante et trois autres quasiment nulles. C à d, si
- $\lambda_0 \cong \text{tr}[N] = 2M_{00}$  et  $\lambda_i \cong 0$ , pour  $i = 1, 2, 3$ , On peut construire une matrice de Mueller-Jones à partir du vecteur propre  $\vec{W}_0$  associé  $\lambda_0$

2 - Si ce n'est pas le cas, on vérifie si la dépolarisation est isotrope c'est-à-dire le milieu dépolarise de la même façon tous les états de polarisation incidente :

En vérifiant que :

- $\text{Trace} (\tilde{M}_J^+ . \tilde{M}_J) = 4M_{00}^2$ , où  $\tilde{M}_J$  : Matrice de Mueller-Jones
- les valeurs propres de la matrice de cohérence sont quasiment égales.

Dans cette partie, Nous avons également extrait une matrice de Mueller-Jones  $[\tilde{M}_J]$  de  $[M]$  à partir de sa matrice de cohérence  $[N]$ .

3 - Si encore une fois, ce n'est pas le cas, c'est que la dépolarisation n'est plus isotrope ou que la mesure est fautive, on passe au modèle de la décomposition de la matrice de Mueller proposé par Lu et Chipman. Ce modèle est valable pour tous les cas (voir chapitre III).

#### IV.2.5 Présentation de l'étalonnage à vide pour une longueur d'onde

Nous présentons ici les résultats de l'étalonnage à vide pour la longueur d'onde 543.5nm. Initialement, nous supposons que :

- Les éléments optiques sont alignés.
- Les polariseurs sont croisés.
- Les axes neutres des lames de phase sont alignés avec le polariseur d'entrée.

##### IV.2.5.1 Matrice expérimentale à vide

En utilisant l'équation (IV.10) et en supposant que les lames quart d'ondes sont parfaites nous pouvons remonter aux matrices expérimentales  $[M_{exp}]$  et la matrice d'écart type  $[S]$ . Il est alors possible de déterminer la matrice de cohérence  $[N]$ , l'indice de dépolarisation  $P_d$  et de juger de la qualité de l'étalonnage et vérifier la validité physique de cette matrice.

Matrice de Mueller en absence d'erreurs		Matrice des écart-types	
$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	
$tr[N]=2$	$2M_{00}=2$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 4$	$4M_{00}^2 = 4$
Valeurs propres de $[N]$	Indice de dépolarisation		Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 2.00$ $\lambda_1 = 0.00$ $\lambda_2 = 0.00$ $\lambda_3 = 0.00$	$P_d = 1.00$	$F = 4M_{00}^2$	$tr[N] = 2M_{00}$ $\ S\ _F = 0,00$ $\ \Delta M\ _F = 0,00$ $\ \Delta[M]\ _F = \ S\ _F$
<b>Conclusion : le dispositif est bien étalonné</b>			

**Tableau IV.5 :** Critères de validité de matrice de Mueller à vide en absence d'erreurs

Matrice de Mueller expérimentale à vide non corrigée		Matrice des écart-types	
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,0086 & -0,0195 & 0,0029 \\ 0,0304 & 0,9573 & -0,0144 & -0,0061 \\ 0,0031 & 0,0004 & 0,9180 & 0,0481 \\ 0,0135 & -0,0146 & 0,0273 & 0,9559 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0200 & 0,0129 & 0,0182 & 0,0000 \\ 0,0083 & 0,0182 & 0,0200 & 0,0168 \\ 0,0141 & 0,0238 & 0,0223 & 0,0070 \\ 0,0178 & 0,0129 & 0,0168 & 0,0129 \end{bmatrix}$	
$tr[N]=2$	$2M_{00}=2$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.67$	$4M_{00}^2 = 4$
Valeurs propres de [N]	Indice de dépolarisation		Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.915$ $\lambda_1 = 0.075$ $\lambda_2 = 0.034$ $\lambda_3 = -0.026$	$P_d = 0.944$	$tr[N] = 2M_{00}$	$\ S\ _F = 0.065$ $\ \Delta M\ _F = 0.087$  $\ \Delta[M]\ _F > \ S\ _F$
<b>Conclusion : le dispositif n'est pas bien étalonné</b>			

**Tableau IV.6 :** Matrice de Mueller à vide non corrigée pour une longueur d'onde de 543.5nm et vérification de la validité de la procédure d'étalonnage

Le tableau IV.6 fait apparaître le non-respect du critère sur les erreurs, Puisque  $\|\Delta[M]\|_F > \|S\|_F$ . L'examen des matrices  $[\Delta M]$  et la comparaison avec leur matrice d'écart-types associée montrent que les erreurs doivent être corrigés, ces erreurs se répercutent préférentiellement sur la majorité des éléments de la matrice de Mueller.

#### IV.2.5.2 Matrice de Mueller à vide après correction des erreurs systématiques

Les valeurs non nulles des éléments  $M_{01}$  et  $M_{10}$  de la matrice expérimentale nous donnent une estimation du déphasage vrai des lames  $\lambda/4$ .  $\delta_e = 88.21^\circ$ .  $\delta_s = 89,49^\circ$ , et comme nous avons vu, l'erreur localiser sur les éléments  $M_{20}$  et  $M_{02}$  est due à la biréfringence elliptique des lames avec les caractéristiques suivantes ;  $\varepsilon_e = -0.088^\circ$ ,  $\varepsilon_s = 0.558^\circ$  ; ont été estimées à l'aide de la même procédure appliquer pour le calcul du déphasage.

Pour réaliser le meilleur étalonnage possible, l'idéal serait d'utiliser la simulation et la méthode de correction décrite plus haut pour corriger les erreurs d'alignement d'abord et de déterminer le vrais retards et l'ellipticité des lames d'entrée et de sortie, ensuite il suffit d'incorporer ces paramètres dans l'équation (IV.14) puisque la matrice de calcul  $[A_{cor}]$  elle tenir compte des vraies valeurs de retard et d'ellipticité des deux lames.

Un programme de traitement, lui aussi réalisée sous Matlab, permet de calculer la matrice de Mueller à vide  $[M_{vid}]$ , du milieu étudié  $[M_{exp}]$  ainsi que les matrices d'écart-types  $[S]$ . Ce

programme permet aussi de corriger les erreurs systématiques du dispositif expérimental. Le tableau suivant représente la Matrice de Mueller à vide corrigée et la vérification de la validité de la procédure d'étalonnage.

Matrice de Mueller expérimentale à vide corrigée		Matrice des écart-types	
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0034 & 0,0159 & 0,0004 \\ -0,0064 & 1,0005 & 0,0027 & 0,0089 \\ -0,0168 & 0,0106 & 0,9870 & 0,0417 \\ 0,0087 & -0,0198 & 0,0177 & 0,9677 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0209 & 0,0140 & 0,0188 & 0,0032 \\ 0,0075 & 0,0185 & 0,0203 & 0,0169 \\ 0,0142 & 0,0244 & 0,0228 & 0,0064 \\ 0,0177 & 0,0130 & 0,0172 & 0,0128 \end{bmatrix}$	
$tr[N]=2$	$2M_{00}=2$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.927$	$4M_{00}^2 = 4$
Valeurs propres de [N]	Indice de dépolarisation	$F \approx 4M_{00}^2$	Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.980$ $\lambda_1 = 0.044$ $\lambda_2 = 0.012$ $\lambda_3 = -0.037$	$P_d = 0.988$	$tr[N] = 2M_{00}$	$\ S\ _F = 0,067$ $\ \Delta M\ _F = 0,059$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$
<b>Conclusion : le dispositif est bien étalonné</b>			

**Tableau IV.7 :** Matrice de Mueller à vide corrigée pour une longueur d'onde de 543.5 nm et vérification de la validité de la procédure d'étalonnage

#### IV.2.5.3 Interprétation des résultats obtenus à vide

A partir des résultats obtenus on peut dire, une très grande précision sur les éléments de la matrice de Mueller à vide (inférieure à 0,01) a été obtenue à travers cette méthode d'étalonnage des erreurs systématiques et ceci, grâce au modèle d'un élément biréfringent elliptique, utilisé pour décrire chacune des lames.

En réalité, les valeurs de  $M_{23}$ ,  $M_{31}$  et  $M_{32}$  sont si faibles que ces éléments ne diffèrent probablement de zéro qu'en raison d'erreurs de mesure aléatoires ou pourraient résulter d'un dichroïsme éventuel. En conséquence, ces éléments étant inférieurs à 0,01 (ordre de grandeur des erreurs statistiques réalisées sur les éléments de la matrice de Mueller), nous ne pouvons les considérer comme étant des erreurs systématiques.

D'après les résultats obtenus, nous voyons que  $\|\Delta[M]\|_F < \|S\|_F$  : nous pouvons considérer notre polarimètre comme correctement étalonné. La matrice de Mueller expérimentale corrigée et l'indice de dépolarisation obtenus nous semblent suffisamment satisfaisants pour considérer notre système performant.

#### IV.2.5.4 Conclusion

Dans cette première partie, nous avons prouvé la faisabilité théorique et expérimentale d'un polarimètre de Mueller. L'étalonnage de l'instrument étant réalisé à partir d'un modèle théorique (simulation), il a fallu lister les sources d'erreurs systématiques. Celles-ci sont essentiellement liées aux lames quart onde utilisées pour le codage et le décodage de la polarisation (erreurs d'alignements, erreurs d'épaisseurs).

Nous avons développé une méthode d'étalonnage basée sur la simulation, les étapes de correction étant réalisées à partir d'un milieu connu (vide). Cette méthode d'étalonnage telle que nous la décrivons dans cette partie nous permet donc de corriger la quasi-totalité des défauts systématiques, elle permet ainsi de mesurer des matrices de Mueller expérimentale corrigée à la longueur d'onde 543.5nm, avec une précision inférieure au centième.

### IV.3 Application du polarimètre de Mueller à la caractérisation des milieux optiques

#### IV.3.1 Introduction

Une fois notre polarimètre est étalonné, nous pouvons passer à la mise en place d'un polarimètre proprement parler. Dans cette partie, nous souhaitons évaluer la capacité de ce polarimètre de Mueller à caractériser différents milieux présentent un grand intérêt en optique. Notre choix d'échantillons d'études s'est donc porté sur :

- Milieu isotrope non dépolarisant (rhomboèdre de Fresnel)
- Milieu anisotrope non dépolarisant (lame quart-onde en mica)
- Milieu anisotrope diatténuateur dépolarisant (film de polymère fondu avec différentes températures).

#### IV.3.2 Application du polarimètre de Mueller à la caractérisation des milieux isotropes

Ce chapitre présente les résultats théoriques et expérimentaux obtenus dans le cadre de l'étude de faisabilité sur l'utilisation du polarimètre de Mueller comme un moyen de caractérisation des milieux isotropes dont l'objectif est de déterminer le retard de phase causé par la réflexion totale sur les surfaces obliques du rhomboèdre de Fresnel, et d'exploiter les résultats obtenus pour déduire d'autres propriétés physiques tels que l'indice de réfraction.

Premièrement, nous présentons brièvement quelques généralités sur les milieux isotropes. Nous considérerons d'une part, les aspects importants de la propagation des ondes électromagnétiques dans tels milieux et l'analyse des phénomènes de la réflexion et de la réfraction à l'interface de deux milieux diélectriques isotropes d'autre part.

Nous insisterons ensuite sur les relations étroites entre phénomène de réflexion totale interne et les propriétés optiques des milieux dont les implications sont très importantes pour la caractérisation de notre échantillon.

### IV.3.2.1 Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux isotropes

Nous nous proposons dans cette partie d'écrire la propagation des champs électromagnétiques. En fait, l'objet essentiel sera de donner un contenu physique précis à l'étude de la propagation de la lumière dans un milieu isotrope choisi pour son caractère exemplaire.

On verra que cette étude de la propagation des ondes électromagnétiques permet en particulier de réinterpréter les lois de l'optique géométrique, relatives aux phénomènes de réflexion, réfraction, et qu'elle trouve un champ d'application important dans le cadre du modèle de l'optique ondulatoire.

### IV.3.2.2 Equations des Maxwell dans un milieu homogène, linéaire, isotrope

Dans les milieux isotropes diélectriques homogènes linéaires (LHI), le déplacement électrique  $\vec{D}$  est proportionnel au champ électrique  $\vec{E}$  tandis que le champ magnétique  $\vec{H}$  et l'induction magnétique  $\vec{B}$  sont aussi proportionnels l'un à l'autre [74].

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (\text{IV.19})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{IV.20})$$

Dans tel milieu les équations de Maxwell s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{div} \vec{D} &= 0 \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \text{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

#### IV.3.2.2.1 Equation d'onde

A partir des équations de Maxwell, [75] on établit :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E})) = \overrightarrow{\text{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \left(-\frac{\partial(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B})}{\partial t}\right) = -\mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{IV.22})$$

Ou également :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{E})) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E} \quad (\text{IV.23})$$

Car  $(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E})) = 0$ . On en déduit que le champ électrique  $E(r, t)$  obéit à l'équation d'onde :

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{IV.24})$$

Donc dans un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope (LHI), le champ électromagnétique d'une onde monochromatique vérifié l'équation d'onde de d'Alembert :

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{IV.25})$$

où  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\mu_r\epsilon_0\epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}}$  est la vitesse de la lumière dans le milieu.

On définit l'indice de réfraction optique comme le rapport de la vitesse de la lumière et de la vitesse de propagation.

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} \quad (\text{IV.26})$$

### IV.3.3 Réflexion sur une interface (milieux isotropes)

Considérons une lumière incidente monochromatique tombant sur un diélectrique isotrope sous la forme d'une onde plane (Figure IV.3).

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} e^{j(\vec{k}_i \vec{r} - \omega_i t)} \quad (\text{IV.27})$$

Qu'on peut écrire sous la forme :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k}_i \vec{r} - \omega_i t) \quad (\text{IV.28})$$

Si on suppose que  $\vec{E}_{0i}$  ne dépend pas du temps, l'onde est polarisée linéairement. Une onde quelconque sera représentée par deux vecteurs perpendiculaires entre eux,  $E_p$  et  $E_s$ ,  $P$  pour parallèle au plan et incidence,  $S$  pour perpendiculaire (Senkrecht). Les ondes transmises et réfléchies à la surface de séparation sont données par :

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \cos(\vec{k}_r \vec{r} - \omega_r t) \quad (\text{IV.29})$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cos(\vec{k}_t \vec{r} - \omega_t t) \quad (\text{IV.30})$$

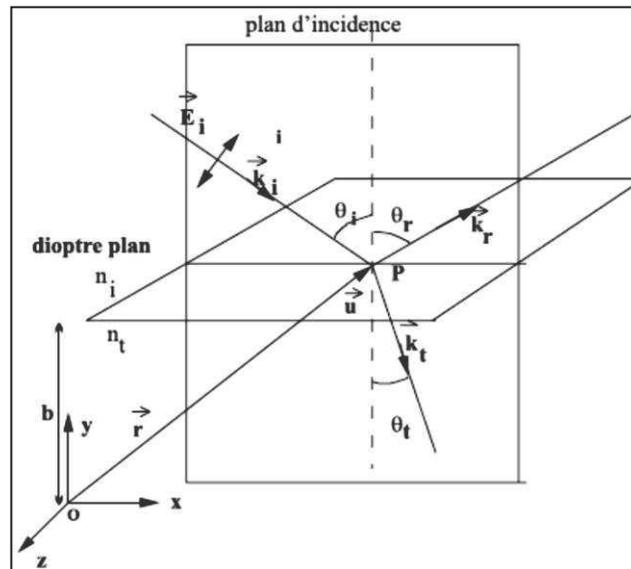


Figure IV.3 : Onde plane incidente

### IV.3.3.1 Etablissement des relations de Fresnel

Théoriquement on peut démontrer l'existence d'une relation entre les phases de  $\vec{E}_i(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{E}_r(\vec{r}, t)$  et  $\vec{E}_t(\vec{r}, t)$  au dioptré plan [12]. Il existe aussi une interdépendance entre les amplitudes des ondes. Pour les calculer, nous décomposons les vecteurs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  selon leurs composantes  $\parallel$  et  $\perp$  au plan d'incidence.

#### 1<sup>er</sup> cas : $E_i$ est perpendiculaire ( $\perp$ ) au plan d'incidence

On sait que  $\vec{k} \wedge \vec{E} = v\vec{B}$  et que  $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$ . Il faut remarquer que si  $\vec{E}_r$  et  $\vec{E}_t$  doivent être  $\perp$  au plan d'incidence par symétrie (figure IV.4), on suppose qu'elles ont le même sens que  $\vec{E}_i$ . Les composantes de  $\vec{B}$  sont alors déterminées elles aussi.

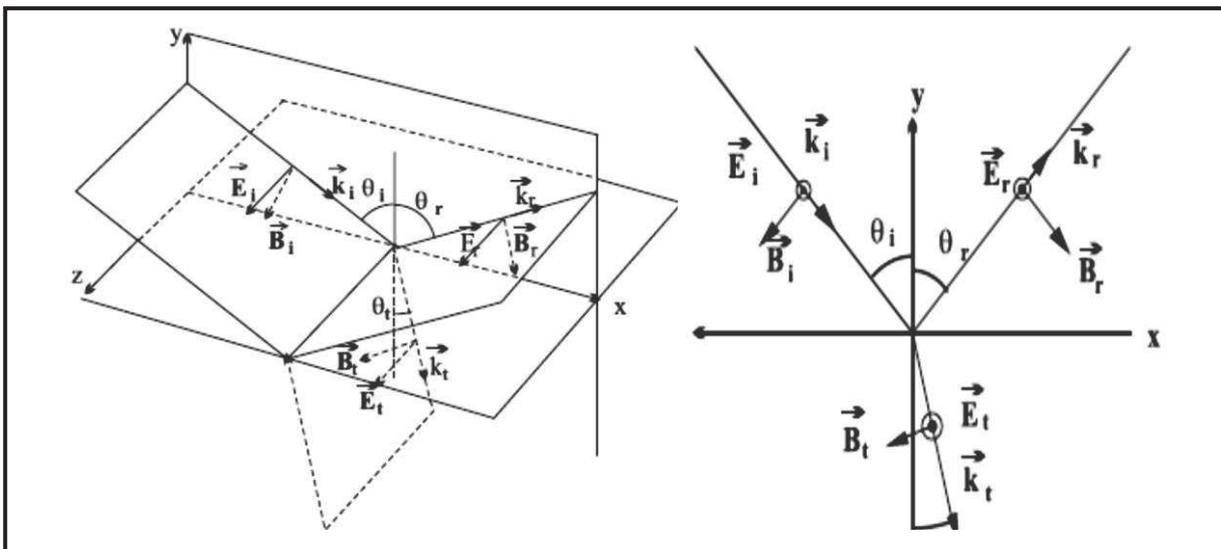


Figure IV.4 : Onde incidente polarisée perpendiculaire au plan d'incidence

La composante tangentielle de  $\vec{E}$  à l'interface doit être continue ainsi que les composantes normale et tangentielle de  $\vec{B}$ , donc :

$$\vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t} \quad (\text{IV.31})$$

$$-\frac{\vec{B}_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{\vec{B}_r}{\mu_r} \cos \theta_r = -\frac{\vec{B}_t}{\mu_t} \cos \theta_t \quad (\text{IV.32})$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (\text{IV.33})$$

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{E}_i}{v_i}, \quad \vec{B}_r = \frac{\vec{E}_r}{v_r}, \quad \vec{B}_t = \frac{\vec{E}_t}{v_t} \quad (\text{IV.34})$$

$$\frac{1}{\mu_i v_i} (E_i - E_r) \cos \theta_i = \frac{1}{\mu_t v_t} E_t \cos \theta_t \quad (\text{IV.35})$$

Or :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \quad (\text{IV.36})$$

Donc :

$$\frac{n_i}{\mu_i} (E_{0i} - E_{0r}) \cos \theta_i = \frac{n_t}{\mu_t} E_{0t} \cos \theta_t \quad (\text{IV.37})$$

En combinant avec  $\vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t}$  on obtient :

$$r_{\perp} = \left( \frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i - \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (\text{IV.38})$$

$$t_{\perp} = \left( \frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2 \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (\text{IV.39})$$

$r_{\perp}$  et  $t_{\perp}$  sont les coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel pour l'amplitude d'une onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Ces deux expressions qui s'appliquent à tous les milieux linéaires, isotropes et homogènes [12, 76, 77]. Dans la grande majorité des cas, elles se simplifient car  $\mu_i = \mu_t = \mu_0$  on a alors :

$$r_{\perp} = \left( \frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (\text{IV.40})$$

$$t_{\perp} = \left( \frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (\text{IV.41})$$

### Deuxième cas : $\vec{E}_i$ est parallèle ( $\parallel$ ) au plan d'incidence.

La continuité des composantes tangentielles de  $\vec{E}$  de chaque côté de l'interface conduit à :

$$E_{0i} \cos \theta_i - E_{0r} \cos \theta_r = E_{0t} \cos \theta_t \quad (\text{IV.42})$$

On a, de la même façon qu'avec les composantes de  $B/\mu$  :

$$\frac{n_i}{\mu_i} E_{0i} + \frac{n_r}{\mu_r} E_{0r} = \frac{n_t}{\mu_t} E_{0t} \quad (IV.43)$$

Les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude d'une onde polarisée parallèlement au plan d'incidence sont :

$$r_{\parallel} = \left( \frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{\frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i - \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t}{\frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i + \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t} \quad (IV.44)$$

$$t_{\parallel} = \left( \frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{2 \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i}{\frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i + \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t} \quad (IV.45)$$

Ces deux dernières équations complètent l'ensemble des équations de Fresnel. Quand  $\mu_i = \mu_t = \mu_0$  elles deviennent :

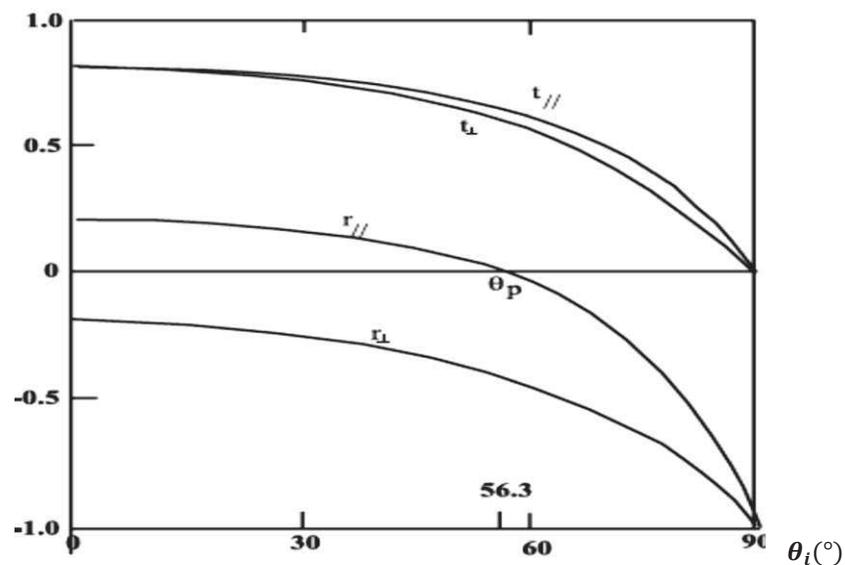
$$r_{\parallel} = \left( \frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t} \quad (IV.46)$$

$$t_{\parallel} = \left( \frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t} \quad (IV.47)$$

### IV.3.3.2 Interprétation des équations de Fresnel

#### IV.3.3.2.1 Les amplitudes [12,21]

Examinons les coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_i$ .



**Figure IV.5 :** Coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence ; cas ; air /verre

En incidence normale,  $\theta_i \approx 0$  les tangentes sont égales aux sinus et on a :

Quand  $n_t > n_i$ ,  $\theta_t > \theta_i$ ; le  $r_{\perp}$  est négatif pour toutes les valeurs de  $\theta_i$ . Par contre,  $r_{\parallel}$  est positif en  $\theta_i = 0$  et décroît graduellement jusque 0 quand  $(\theta_i + \theta_t) = \pi/2$  puisque  $\tan \pi/2 = \infty$ . Cette valeur particulière de l'angle d'incidence pour laquelle la composante parallèle du champ électrique dans le rayon réfléchi est nulle appelée **angle de Brewster** ( $\theta_p$ ) [78]. Cette incidence de Brewster pour laquelle il n'y a pas réflexion de la composante  $E_{\parallel}$  est définie par :

$$\theta_i = \theta_p = \arctg \frac{n_t}{n_i} \quad (\text{IV.48})$$

Cette discussion est valable pour une réflexion externe c-à-d pour  $n_t > n_i$ . La situation opposée a lieu quand  $n_i > n_t$ ; dans ce cas,  $\theta_t > \theta_i$  et  $r_{\perp}$  est toujours positif. Il augmente à partir de sa valeur à  $\theta_i = 0$  atteignant la valeur de +1 à l'angle critique  $\theta_c$  qui correspond à la valeur de  $\theta_i$  pour laquelle  $\theta_t = \pi/2$ .

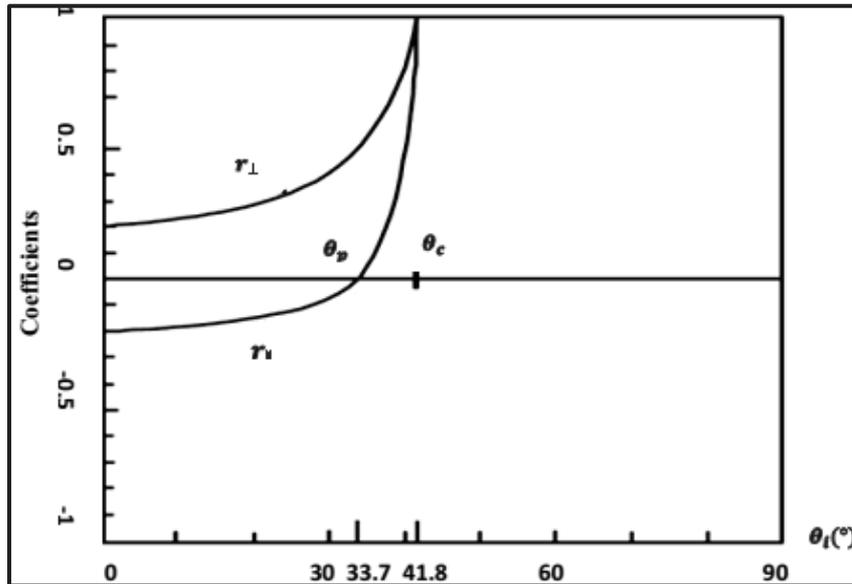


Figure IV.6 : Coefficients de réflexion pour la réflexion interne interface ; cas verre/air

Par contre  $r_{\parallel}$  a une valeur négative pour  $\theta_i = 0$  et augmente pour atteindre +1 à  $\theta_i = \theta_c$ .  $r_{\parallel}$  passe par 0 pour l'angle de Brewster dont la valeur est le complément de l'angle de Brewster observé pour la réflexion externe [79, 80].

#### IV.3.3.2 Réflectance et transmittance

La réflectance est définie comme étant le rapport entre le flux réfléchi et le flux incident tandis que la transmittance est le rapport entre le flux transmis et le flux incident :

$$R = \frac{I_r \cos \theta_r}{I_i \cos \theta_i} = \frac{I_r}{I_i} \quad \text{et} \quad T = \frac{I_t \cos \theta_t}{I_i \cos \theta_i} \quad (\text{IV.49})$$

Le quotient  $\frac{I_r}{I_i}$  est égal à  $\frac{\nu_r \epsilon_r E_{0r}^2/2}{\nu_i \epsilon_i E_{0i}^2/2}$  et comme les ondes incidentes et réfléchies sont dans le même milieu, on a :

$$R = \frac{E_{0r}^2}{E_{0i}^2} = r^2 \tag{IV.50}$$

De la même façon on a :

$$T = \frac{n_t \cos \theta_t E_{0r}^2}{n_i \cos \theta_i E_{0i}^2} = \left( \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right) t^2 \tag{IV.51}$$

Si on exprime la conservation de l'énergie lumineuse, on a :

$$1 = R + T \tag{IV.51}$$

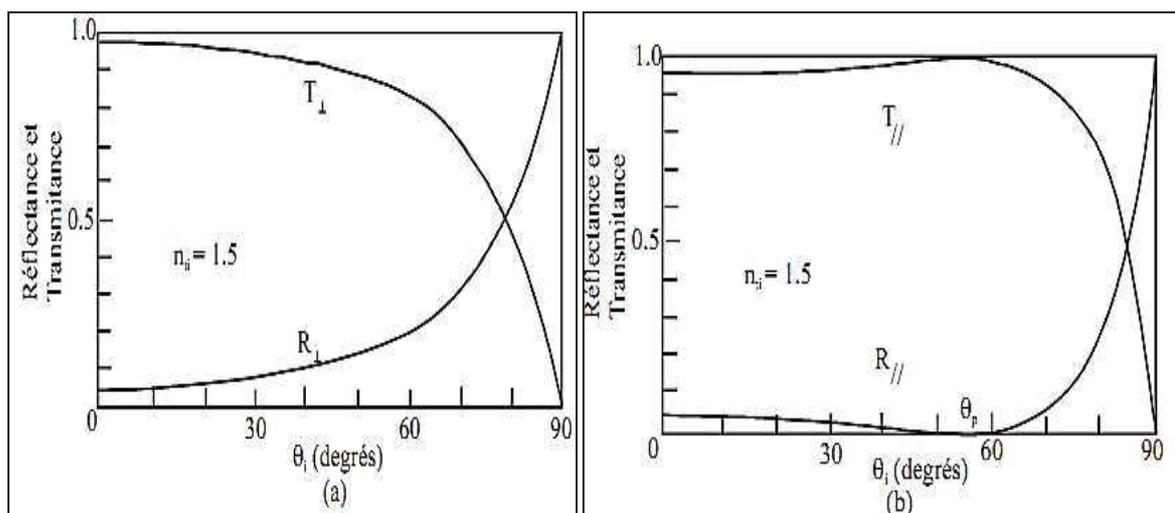
On peut facilement montrer que :

$$1 = R_{\parallel} + T_{\parallel} \quad , \quad 1 = R_{\perp} + T_{\perp} \tag{IV.52}$$

On constate que  $R_{\perp}$  et  $R_{\parallel}$  s'approchent tous deux de 1 quand  $\theta_i$  s'approche de  $\pi/2$ . Ceci implique que même une surface diélectrique devient très réfléchissante à incidence rasante. Quand  $\theta_i = 0$ , les composantes parallèle et perpendiculaire ne se distinguent plus, on a [12] :

$$R = R_{\parallel} = R_{\perp} = \left( \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2 \tag{IV.53}$$

$$T = T_{\parallel} = T_{\perp} = \frac{4n_t n_i}{(n_t + n_i)^2} \tag{IV.54}$$



**Figure IV.7:** La réflectance et la transmittance pour les deux composantes ; cas air/verre  
**IV.3.3.2.3 Déphasage**

Il est évident que  $r_{\perp}$  est négatif pour toutes les valeurs de  $\theta_i$  quand  $n_t > n_i$ . Le signe de  $r_{\perp}$  est associé aux sens relatifs de  $(E_{0i})_{\perp}$  et  $(E_{0r})_{\perp}$ . La multiplication par -1 est équivalente à l'introduction d'un déphasage de  $\pi$  dans l'expression de  $(E_r)_{\perp}$ . Donc, sur le dioptre, les deux vecteurs sont en opposition de phase. La composante du champ électrique normale au plan d'incidence subit un déphasage de  $\pi$  en réflexion quand le milieu incident a un indice de réfraction inférieur à celui du milieu de transmission.

Par contre  $t_{\perp}$  et  $t_{\parallel}$  sont positifs et le déphasage  $\Delta\varphi = \varphi_{\perp} - \varphi_{\parallel} = 0$ . De plus, quand  $n_i > n_t$ , on n'observe pas de déphasage de la composante normale à la réflexion ;  $\Delta\varphi = 0$  tant que  $\theta_i < \theta_c$ .

La figure (IV.8) représente les déphasages des composantes  $\perp$  et  $\parallel$  de  $\vec{E}$  pour la réflexion cas  $n_t > n_i$ .

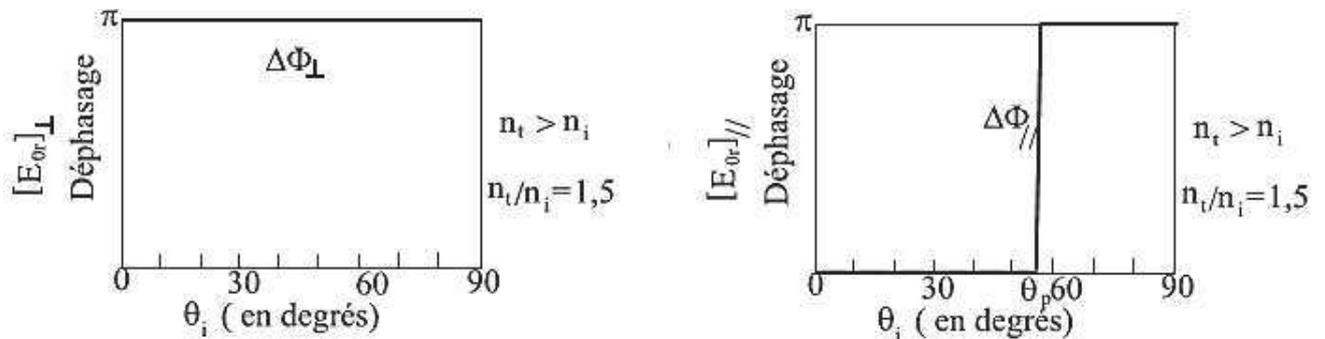


Figure IV.8 : Les déphasages des composantes  $\perp$  et  $\parallel$  de  $\vec{E}$  pour la réflexion cas  $n_t > n_i$

### IV.3.4 Réflexion interne totale

Précédemment, nous avons remarqué un phénomène intéressant dans le cas de la réflexion interne ( $n_i > n_t$ ) quand l'angle d'incidence  $\theta_i$  est égal ou plus grand que l'angle critique  $\theta_c$ . Supposons que nous ayons une source ponctuelle dans le milieu ( $i$ ) et que l'angle d'incidence  $\theta_i$  augmente graduellement. Nous avons vu que  $r_{\perp}$  et  $r_{\parallel}$  augmentent tandis que  $t_{\perp}$  et  $t_{\parallel}$  diminuent. De plus, l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence et quand il atteint la valeur de  $\pi/2$ , l'angle d'incidence correspondant  $\theta_c = \arcsin \frac{n_t}{n_i}$  est appelé angle critique, dont on observe la réflexion totale interne. Si nous supposons qu'il n'y a pas d'onde transmise, il devient impossible de satisfaire les conditions aux limites en utilisant seulement les ondes incidente et réfléchie [12,21].

$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n_{it}^2}}{\cos \theta_i + i \sqrt{\sin^2 \theta_i + n_{it}^2}} \quad r_{\parallel} = \frac{n_{it}^2 \cos \theta_i - i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{n_{it}^2 \cos \theta_i + i \sqrt{\sin^2 \theta_i + n_{it}^2}} \quad (IV.55)$$

Clairement, puisque  $\sin(\theta_c) = n_i/n_t = n_{it}$ , quand  $\theta_i > \theta_c$ ,  $\sin \theta_i > n_{it}$  et  $r_{\perp}$  et  $r_{\parallel}$  deviennent des grandeurs complexes. Donc, bien qu'une onde transmise doive exister, elle ne peut pas transporter de l'énergie.  $|r_{\perp}| = 1$  et la phase de  $r_{\perp} = \varphi_{\perp}$  est donnée par  $e^{-i\varphi_{\perp}} = \frac{e^{-i\varphi_{\perp}/2}}{e^{i\varphi_{\perp}/2}}$

Avec :

$$\left( \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\perp}}{2} \right) = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n_{it}^2}}{\cos \theta_i} \tag{IV.56}$$

On obtient des résultats analogues avec  $r_{\parallel}$

$|r_{\parallel}| = 1$  et la phase de  $r_{\parallel} = \varphi_{\parallel}$  est donnée par  $e^{-i\varphi_{\parallel}} = \frac{e^{-i\varphi_{\parallel}/2}}{e^{i\varphi_{\parallel}/2}}$

Avec :

$$\left( \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\parallel}}{2} \right) = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n_{it}^2}}{n_{it}^2 \cos \theta_i} \tag{IV.57}$$

Dans tous les cas la différence de phase  $\varphi = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp}$  entre les composantes  $\perp$  et  $\parallel$  varie de 0 à  $\pi$  lorsque l'angle d'incidence varie entre  $\theta_i$  et  $\pi/2$  pour une lumière incidente de polarisation quelconque on aura un déphasage  $\varphi$  est:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi_{\perp}}{2} - \frac{\varphi_{\parallel}}{2} \right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi_{\perp}}{2} - \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\parallel}}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\perp}}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\parallel}}{2}} = \frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n_{it}^2}}{\sin^2 \theta_i} \tag{IV.58}$$

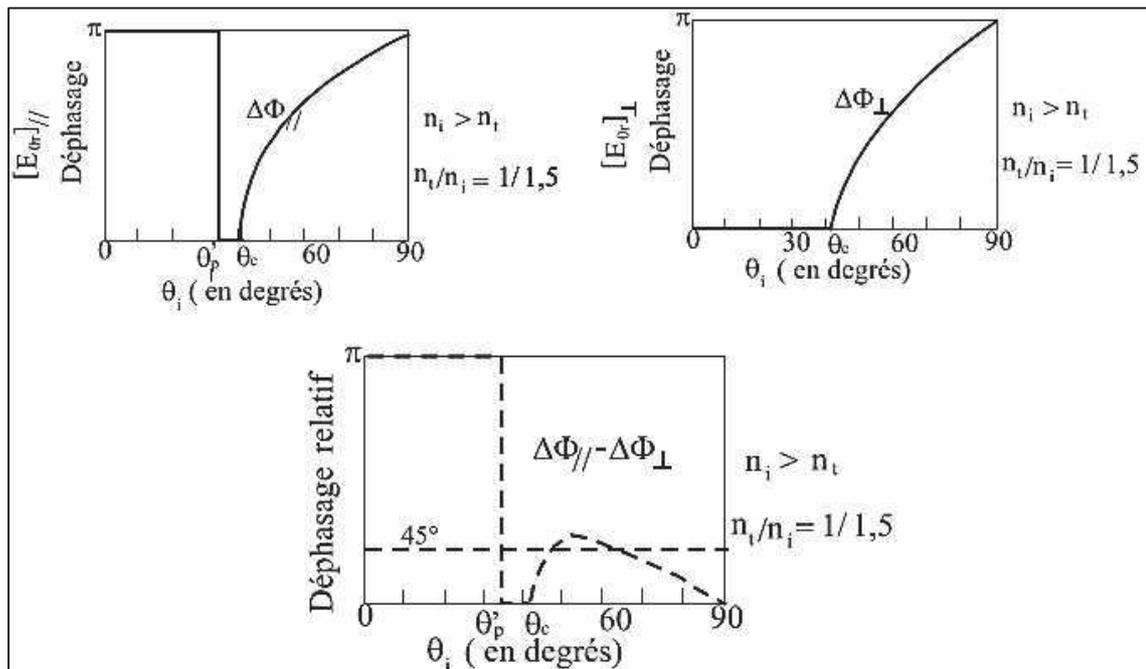


Figure IV.9 : Les déphasages des composantes  $\perp$  et  $\parallel$  de  $\vec{E}$  pour la réflexion interne

En cas d'une réflexion totale la fonction d'onde pour le champ électrique transmis est :

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} e^{i(\vec{k}_t \vec{r} - \omega t)} \quad (\text{IV.59})$$

Avec :

$$\vec{k}_t \vec{r} = k_{tx} x + k_{ty} y \quad (\text{IV.60})$$

Mais

$$k_{tx} = k_t \sin \theta_t \quad \text{et} \quad k_{ty} = k_t \cos \theta_t \quad (\text{IV.61})$$

On obtient alors, en utilisant la relation de Snell-Descartes dans ce cas ;  $\sin \theta_i > n_{ti}$

Donc

$$k_{ty} = k_t \cos \theta_t = \pm i k_t \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_{ti}^2}} \quad (\text{IV.62})$$

Et

$$k_{tx} = \frac{k_t}{n_{ti}} \sin \theta_i \quad (\text{IV.63})$$

D'où on tire :

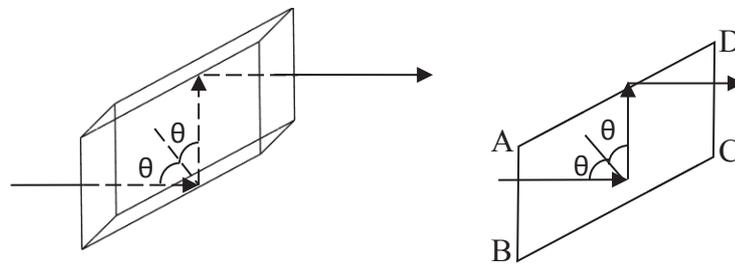
$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} e^{\pm \alpha y} e^{i(\vec{k}_{tx} \sin \theta_i / n_{ti} - \omega t)} \quad (\text{IV.64})$$

Seul le signe (-) de l'exponentielle doit être conservé, l'amplitude de l'onde décroît exponentiellement quand elle pénètre dans le deuxième milieu. La perturbation qui se déplace donc, dans la direction x s'appelle une **onde évanescente**. Les fronts d'ondes (parallèles au plan yz) sont perpendiculaires aux surfaces d'amplitude constante (parallèles au plan xz) et l'onde est inhomogène car son amplitude décroît rapidement dans la direction y. En fait, l'énergie effectue des allers-retours à travers l'interface, ce qui résulte en un flux moyen d'énergie nul à travers l'interface. Il faut tenir compte d'un peu d'énergie associée à l'onde évanescente qui se déplace le long de l'interface dans le plan d'incidence ; puisque cette énergie ne peut pas pénétrer dans le milieu moins dense il faut trouver sa source ailleurs. Expérimentalement, l'onde n'est pas plane car le faisceau a une section droite finie. Cette déviation par rapport à la théorie, conduit à une faible transmission d'énergie à travers l'interface qui se manifeste dans l'onde évanescente. Il résulte de la continuité de la composante tangentielle de  $\vec{E}$  qu'il doit exister un champ oscillatoire dans le milieu moins dense avec une composante parallèle à l'interface non nulle [12].

### IV.3.5 Application du polarimètre de Mueller pour la caractérisation des propriétés optiques du rhomboèdre de Fresnel

#### IV.3.5.1 Rhomboèdre de Fresnel

Le Rhomboèdre (parallélépipède) de Fresnel (Figure IV.10) est un prisme de verre taillé en parallélépipède (c'est-à-dire que les faces opposées du volume sont parallèles deux à deux). Sa section principale est un rectangle. Ce prisme fut élaboré par Fresnel pour confirmer ses études sur la réflexion totale. Fresnel étudia plus particulièrement les effets de la réflexion totale sur la polarisation. Pour vérifier ses résultats théoriques, Fresnel conçut des parallélépipèdes de verre ABCD (Figure ci-dessous) dont les dimensions sont telles qu'un faisceau de rayons parallèle, polarisé à  $45^\circ$ , qui tombe perpendiculairement sur AB, se réfléchit une première fois en BC, puis une seconde fois en AD et sort perpendiculairement en DC avec sa direction primitive.



**Figure IV.10 :** Dispositif à Rhomboèdre de Fresnel

Les rhomboèdres de Fresnel sont largement utilisés pour l'analyse et le contrôle de la polarisation dans un large domaine spectral. Par exemple, ils sont utilisés dans les systèmes pour les études de magnétisme et l'atmosphère des étoiles [81], pour des études de polarisation sur l'absorption non linéaire [82]. Il y a beaucoup de types de rhomboèdres de Fresnel commercial. Pour faire le meilleur choix d'un dispositif de polarisation, il faut savoir à la fois les principes de base de son fonctionnement et les caractéristiques techniques (spectrale et la température région, l'angle d'incidence, retard de phase, ...).

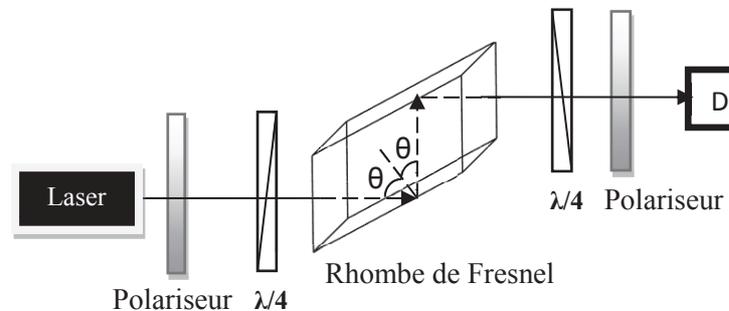
Dans le cas général, les angles des rhomboèdres sont calculés de sorte qu'un faisceau polarisé rectilignement (dont les champs électrique et magnétique oscillent dans un même plan) arrivant à  $45^\circ$ , sort polariser circulairement c'est-à-dire un déphasage entre les deux composantes du champ électrique P et S de  $\frac{\pi}{2}$  (il joue le rôle d'une lame quart onde). Si on ajoute un deuxième parallélépipède, la polarisation est changée pour donner à nouveau une polarisation rectiligne donc un déphasage de  $\pi$  (il joue le rôle d'une lame demi onde). Il est à remarquer que la direction de polarisation finale est alors perpendiculairement à la direction initiale. Dans la mesure où l'indice du verre utilisé varie peu avec la longueur d'onde, le rhomboèdre de Fresnel présente l'avantage, sur

les lames cristallines, d'être achromatique. De nos jours, le parallélépipède Fresnel est souvent utilisé pour créer une polarisation circulaire à partir d'une polarisation rectiligne.

### IV.3.5.2 Caractérisation expérimentale des propriétés polarimétriques du Rhombe de Fresnel

#### IV.3.5.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental choisi est celui présenté dans la première partie (figure IV.11). Il est placé en configuration de transmission car le faisceau passe à travers le rhomboèdre de Fresnel. Le dispositif expérimental présenté est en fait un moyen méthodologique qui a été développé pour imaginer de nouvelles méthodes d'études des milieux optiques. Il se différencie d'autres méthodes polarimétriques plus spécifiques par une approche plus globale des propriétés optiques (dépolariation, biréfringence, diatténuation...).



**Figure IV.11** : Schéma du dispositif expérimental

Nous avons vu dans la première partie que notre polarimètre est constitué de deux systèmes, un système de mise en forme polarimétrique et d'un système d'analyse, ces deux systèmes sont chacun constitués d'un polariseur et d'une lame quart d'onde tournante conformément à la figure IV.1.

Le principe de caractérisation est basé sur celui de l'obtention d'une matrice de Mueller expérimentale. La méthodologie de réduction des erreurs est toujours appliquée à chacune des 16 combinaisons angulaires ( $\theta$  et  $\theta'$ ) des deux lames quart d'onde, nous mesurons l'intensité pour chaque combinaison. Nous obtenons alors un fichier 16 intensités.

En utilisant les relations de (IV.1) à (IV.10), nous pouvons alors représenter notre échantillon par une matrice de Mueller.

Pour caractériser notre milieu isotrope (Rhomboèdre de Fresnel), nous préférons décomposer la matrice de Mueller mesurée selon les algorithmes introduits au chapitre précédent. Suivant le choix de cet algorithme, les différents paramètres polarimétriques de notre échantillon sont calculés.

### IV.3.5.2.2 Résultats expérimentaux

Nous nous assurons d’abord de la validité de la matrice de Mueller expérimentale en utilisant la matrice de cohérence et la matrice d’écart-type associée. L’étape suivante consiste à vérifier notre échantillon s’il est dépolarisant ou non. S’il est dépolarisant, on spécifie si la dépolarisation est isotrope ou anisotrope. Nous calculons la matrice  $[M]$  ainsi que les valeurs propres  $\lambda_i$  qui lui sont associées et en utilisant l’algorithme de détection de la dépolarisation (Figure III.1). Nous choisissons alors de construire la matrice de Mueller-Jones estimée  $[\tilde{M}_J]$  à partir de l’opérateur hermitien  $[\tilde{N}_J]$  (III.7, III.8). Nous pouvons alors ensuite comparer les normes de Frobenius  $\|S\|_F$  et  $\|\Delta[M]\|_F$ . Si  $\|\Delta[M]\|_F \leq \|S\|_F$ , dans ce cas, nous pouvons déduire que la matrice de Mueller correspond bien, aux erreurs de mesures, à un système optique **non dépolarisant**. Avec des milieux isotropes que le rhombe de Fresnel, on peut s’attendre à une faible dépolarisation, faible atténuation mais une forte retardance due à la double réflexion totale. Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau VI.8 :

Matrice de Mueller expérimentale du Rhéomètre de Fresnel corrigée		Matrice des écart-types	
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,0018 & -0,0075 & 0,0080 \\ 0,0014 & 0,9948 & 0,0068 & -0,0023 \\ -0,0000 & 0,0111 & 0,1842 & 0,9834 \\ 0,0030 & -0,0096 & -0,9828 & 0,1861 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0331 & 0,0221 & 0,0298 & 0,0050 \\ 0,0119 & 0,0293 & 0,0321 & 0,0267 \\ 0,0225 & 0,0386 & 0,0361 & 0,0102 \\ 0,0280 & 0,0206 & 0,0271 & 0,0202 \end{bmatrix}$	
$tr[N]=2$	$2M_{00}=2$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.998$	$4M_{00}^2 = 4$
Valeurs propres de $[N]$	Indice de dépolarisation		Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.999$ $\lambda_1 = 0.096$ $\lambda_2 = 0.003$ $\lambda_3 = -0.012$	$P_d = 0.999$	$tr[N] = 2M_{00}$	$\ S\ _F = 0,105$ $\ \Delta M\ _F = 0,016$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$
<b>Conclusion : Milieu non dépolarisant</b>			

**Tableau IV.8 :** Matrice de Mueller corrigée du Rhéomètre de Fresnel et le critère de la détection de la dépolarisation

### IV.3.5.2.3 Classification polarimétrique de l’échantillon

Dans un premier temps nous avons calculé, pour notre matrice de Mueller expérimentale, l’indice de dépolarisation ( $P_d$ ), nous évaluons le spectre des valeurs propres de  $[N]$ , nous déterminons également les normes de Frobenius des différents critères présentés dans l’algorithme

(Figure III.1) afin de classer les milieux suivant leurs propriétés polarimétriques. Le tableau (IV.8) présente tous les paramètres de cette classification.

A la lecture de ce tableau, nous observons que :

$$\|\Delta[M]\|_F < \|S\|_F$$

$$P_d \approx 1$$

$$\lambda_0 \approx 2,00 \quad , \quad \lambda_i \approx 0 \quad \text{pour } i = 1,2,3$$

$$F \approx 4M_{00}^2$$

$$tr[N] = 2M_{00}$$

Cette analyse montre que notre échantillon, le Rhéomètre de Fresnel est non dépolarisant. Donc la matrice de Mueller expérimentale peut être estimée par une matrice de Mueller-Jones.

#### IV.3.5.2.4 Détermination des propriétés d'une matrice de Mueller non dépolarisante

En utilisant l'analyse décrite précédemment, il est possible de déterminer les propriétés polarimétriques de notre milieu non dépolarisant à travers sa matrice de Mueller-Jones estimée, obtenue. Pour ce faire, nous appliquons la décomposition polaire à sa matrice de Mueller-Jones, suivant l'ordre  $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D]$ .

Cependant, il est important de vérifier si notre milieu est soit dichroïque soit biréfringent, soit les deux à la fois. Nous choisissons alors de comparer les matrices estimées du diatténuateur et du retardateur avec la matrice  $[\tilde{M}_0]$  en comparant les normes de Frobenius suivantes  $\|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F$ ,  $\|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F$  avec  $\|S\|_F$ .

L'algorithme (Annexe A.1) nous a permis de remonter aux toutes les propriétés polarimétriques de notre milieu tels que la dépolarisation  $P_d$ , la diatténuation  $D$  et la retardance  $R$ .

Matrice de Mueller-Jones estimée			
$[\tilde{M}_0] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0006 & -0.0010 & -0.0008 \\ 0.0006 & 1.0000 & -0.0018 & -0.0022 \\ -0.0010 & 0.0018 & 0.1851 & 0.9827 \\ -0.0008 & 0.0022 & -0.9827 & 0.1851 \end{bmatrix}$			
<b>Matrice de Retardance estimée <math>[\tilde{M}_R]</math></b>	<b>Matrice de diatténuation estimée <math>[\tilde{M}_D]</math></b>		
$[\tilde{M}_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0019 & -0.0022 \\ 0.0000 & 0.0019 & 0.1851 & 0.9827 \\ 0.0000 & 0.0022 & -0.9827 & 0.1851 \end{bmatrix}$	$[\tilde{M}_D] = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0006 & -0.0010 & -0.0008 \\ -0.0006 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0010 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.0008 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$		
<b>Normes de Frobenius</b> $\ S\ _F = 0.105$ $\ \Delta\tilde{M}_R\ _F = 0.0019$ $\ \Delta\tilde{M}_D\ _F = 1.8055$	<b>Indice de dépolarisation</b>  $P_d=0.999$	<b>La retardance ou le retard de phase</b>  $R = 79.33^\circ$	<b>Facteur d'atténuation</b>  $D = 0,0014$
<b>Conclusion :</b> $\left. \begin{array}{l} \ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F \leq \ S\ _F \\ \ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F \geq \ S\ _F \end{array} \right\} \text{milieu déphaseur, non diatténuateur, non dépolariseur}$			

**Tableau IV.9 :** Caractéristiques polarimétriques du Rhéomètre de Fresnel.

#### IV.3.5.2.5 Interprétation des résultats obtenus

A la lecture du tableau IV.9, nous observons que :  $\|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F \leq \|S\|_F$  et  $\|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F \geq \|S\|_F$  et nous pouvons conclure que le Rhéomètre de Fresnel est un milieu purement déphaseur non dépolarisant. Nous remarquons aussi que les matrices  $[\tilde{M}_R]$  et  $[\tilde{M}_0]$  sont quasiment identiques (Tableau IV.9). Seuls les éléments  $M_{01}$ ,  $M_{02}$ ,  $M_{03}$ ,  $M_{10}$ ,  $M_{20}$ ,  $M_{30}$  diffèrent légèrement. C'est pour cette raison que la matrice de Mueller expérimentale du milieu (Rhéomètre de Fresnel)  $M_{exp}$  peut être estimée par la matrice  $[\tilde{M}_R]$ . Nous pouvons alors remonter aux propriétés de cette matrice, en appliquant les équations (II.13) et (II.28), nous déterminons la retardance  $R$  et la diatténuation  $D$ . Les résultats sont mentionnés dans le tableau (IV.9), sachant que, la diatténuation  $D$  est presque nulle, ceci confirme que notre échantillon est purement déphaseur.

### IV.3.5.3 Deuxième méthode utilisée pour mesurer le retard de phase induit par un rhomboèdre de Fresnel

Afin de vérifier la fiabilité de la méthode du polarimètre de Mueller, une deuxième méthode a été développée pour mesurer le retard de phase causé par la double réflexion totale sur les surfaces obliques du rhomboèdre de Fresnel. Le concept mathématique que nous proposons ici est basé toujours sur le formalisme de Stokes- Mueller.

#### IV.3.5.3.1 Retard de phase introduit par la réflexion interne totale (RIR)

Nous présentons l'analyse détaillée d'une méthode utilisée pour la mesure du retard de phase induit par la réflexion totale sur les surfaces obliques du rhomboèdre de Fresnel.

D'une manière générale, la valeur de retard de phase peut être obtenue par les étapes suivantes : la mesure des indices de réfraction des deux milieux et l'angle d'incidence et ensuite le calcul de la valeur RIR à l'aide de l'expression dérivée à partir des formules de Fresnel [83], mais cette approche est inutile, si les dispositifs de mesure sont des structures de films. La deuxième méthode consiste à utiliser un compensateur de Babinet pour compenser le RIR directement. En troisième lieu, le RIR peut également être mesurée en comparant les états de polarisation, avant et après la réflexion, les états de polarisation peuvent être déterminés en utilisant un polariseur linéaire et une lame à retard [84]. Cette procédure nécessite plusieurs étapes à réaliser. Pour résoudre ces problèmes, une méthode simple et pratique avec seulement deux polariseurs linéaires est développée en se basant sur le formalisme de Stokes-Mueller formalisme comme un outil mathématique.

#### IV.3.5.3.1.2 Méthodologie

##### IV.3.5.3.1.3 Configuration optique.

La configuration optique pour la mesure du retard de phase induit par la réflexion totale est représentée sur la figure (IV.12). Le système de mesure est constitué d'une source de lumière, deux polariseurs, échantillon, et un photodétecteur. Un laser He-Ne à 543,5nm de longueur d'onde est utilisé comme source de lumière. La linéarité de l'état de polarisation du faisceau incident est assurée par un polariseur (P) orienté d'un angle  $\theta$ . L'angle d'incidence du faisceau entrant est plus grand que l'angle de réflexion interne totale du rhombe de Fresnel. Après deux réflexions totales internes des côtés obliques du rhombe la lumière de sortie passe à travers un analyseur (A) et l'intensité de cette lumière est mesurée par un photodétecteur (D). Le changement de l'état de polarisation du faisceau transmis à partir du rhombe de Fresnel est contrôlé par la mesure des paramètres de Stokes. Par la suite le retard de phase induit par la réflexion est estimé par la substitution des paramètres de Stokes observés de la lumière de sortie dans un algorithme dérivé.

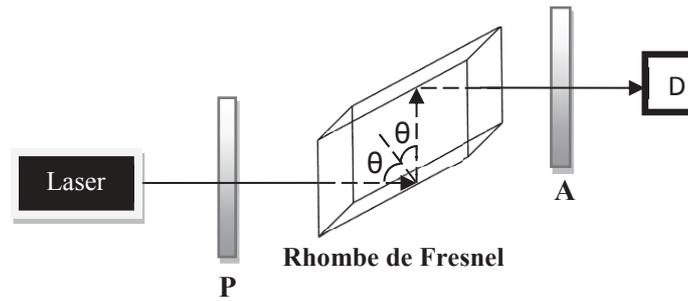


Figure IV.12 : Schéma du principe de la méthode de mesure du retard de phase

#### IV.3.5.3.1.4 Principe de mesure

L'état de polarisation de la lumière peut être décrit par un vecteur de Stokes  $\vec{S} = \{S_0, S_1, S_2, S_3\}^T$ . Le changement de l'état de polarisation à la traversée d'un milieu optique est modélisé par une matrice de Mueller qui fait relier le vecteur de Stokes d'entrée  $\vec{S}$  représente la lumière incidente par un vecteur de Stokes de sortie  $\vec{S}'$  qui représente l'état de polarisation de la lumière sortante selon le formalisme de Stokes-Mueller.

$$\vec{S}' = M\vec{S} \quad (\text{IV.65})$$

Théoriquement, la matrice de Mueller d'un rhombe de Fresnel avec un retard de phase ( $\delta$ ) due à la double réflexion totale sur leurs surfaces obliques est exprimée selon l'équation suivante [45].

$$[R(\delta)] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(2\delta) & \sin(2\delta) \\ 0 & 0 & -\sin(2\delta) & \cos(2\delta) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.66})$$

Avec  $\delta = \delta_s - \delta_p$  est le retard de phase induit par réflexion totale.

Les matrices de Mueller du polariseur orienté d'un angle  $\theta$  et l'analyseur orienté d'un angle  $\alpha$  sont données par :

$$[P(\theta)] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) & 0 \\ 0 & \cos(2\theta)\cos(2\theta)^2 & \sin(2\theta)\cos(2\theta) & 0 \\ 0 & \sin(2\theta)\sin(2\theta) & \cos(2\theta)\sin(2\theta)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.67})$$

$$[A(\alpha)] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) & 0 \\ 0 & \cos(2\alpha)\cos(2\alpha)^2 & \sin(2\alpha)\cos(2\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(2\alpha)\sin(2\alpha) & \cos(2\alpha)\sin(2\alpha)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.68})$$

Le vecteur de Stokes  $\vec{S}'$  de la lumière traversant l'analyseur (A) peut être exprimé par le produit matriciel suivant.

$$\vec{S}' = [A(\alpha)]. [R(\delta)]. [P(\theta)]. \vec{S} \quad (\text{IV.69})$$

où  $[A(\alpha)]$ ,  $[R(\delta)]$  et  $[P(\theta)]$  sont les matrices de Mueller de chaque élément constituant le système, et  $\vec{S}$  est le vecteur de Stokes de la lumière incidente. L'intensité lumineuse de l'onde arrivant sur le détecteur est entièrement contenue dans le terme  $S'_0$  du vecteur de Stokes de sortie  $\vec{S}'$  est donnée par :

$$I(\theta, \alpha) = S'_0 = \frac{I_0}{4} (1 + \cos(2\alpha) \cos(2\theta) + \sin(2\alpha) \sin(2\theta) \cos(2\delta)) \quad (\text{IV.70})$$

Pour simplifier, cette expression deux d'intensité sont mesurée pour deux rotations du polariseur  $\theta = 45^\circ$  et  $-45^\circ$  est donnée par :

$$I_{(45^\circ, \alpha)} = \frac{I_0}{4} (1 + \sin(2\alpha) \cos(2\delta)) \quad (\text{IV.71})$$

$$I_{(-45^\circ, \alpha)} = \frac{I_0}{4} (1 - \sin(2\alpha) \cos(2\delta)) \quad (\text{IV.72})$$

Finalement en résulte une expression simple du retard de phase (RIR) :

$$\cos 2\delta = \frac{(I_{(45^\circ, \alpha)} - I_{(-45^\circ, \alpha)})}{(I_{(45^\circ, \alpha)} + I_{(-45^\circ, \alpha)})} \frac{1}{\sin(2\alpha)} \quad (\text{IV.73})$$

La formule (IV.73) représente l'expression générale du principe de mesure pour un angle arbitraire  $\alpha$  de l'analyseur. Il existe un cas particulier et simple mettant  $\alpha = 45^\circ$  qui est le retard de phase ( $\delta$ ) due à la réflexion totale donné par :

$$\cos 2\delta = \frac{(I_{(45^\circ, 45^\circ)} - I_{(-45^\circ, 45^\circ)})}{(I_{(45^\circ, 45^\circ)} + I_{(-45^\circ, 45^\circ)})} \quad (\text{IV.74})$$

#### IV.3.5.3.1.5 Application

Dans cette application on veut mesurer la valeur (RIR) induite par la double réflexion internes d'un faisceau optique sur les côtés obliques d'un rhomboèdre de Fresnel en verre de BK7 et d'indice de réfraction de 1,51625 (à  $\lambda = 543,5$  nm). En incidence normale sur la face d'entrée du Rhombe (Figure IV.12). Si l'analyseur est orienté d'un angle  $\alpha = 45^\circ$  et le polariseur est orienté

selon les angles  $= \pm 45^\circ$ , la valeur du (RIR) est donnée par l'équation (IV.74). Avec un mesureur de puissance optique (nano ampèremètre), nous avons obtenu les intensités suivantes  $I(45^\circ, 45^\circ) = 3\mu A$  et  $I(-45^\circ, 45^\circ) = 79,8\mu A$ . L'utilisation de la formule (IV.74), nous donne une valeur de  $\delta = 79,02^\circ$ . La valeur théorique attendue, en utilisant les formules de Fresnel (IV.58) est  $\delta = 79,32^\circ$  [45]. Les résultats présentés confirment que le système proposé est fiable, il présente une haute précision pour la caractérisation d'un tel milieu.

#### IV.3.5.3.2 Conclusion

Dans cette dernière méthode, nous avons présenté une méthode originale et simple à estimer le retard de phase induit par la réflexion totale (RIR) sur les surfaces du Rhombe de Fresnel. Parmi les avantages de cette méthode est la facilité dans le montage du dispositif expérimental utilisé, un montage optique de mesure simple dont les opérations de mesures sont aisées à réaliser. Nous présumons que la méthode décrite précédemment devrait être une approche utile pour la caractérisation du Rhomboèdres de Fresnel.

La comparaison des valeurs du retard de phase obtenue, en utilisant les deux méthodes décrites précédemment avec les résultats théoriques, à l'aide des formules de Fresnel, confirme l'aptitude des techniques polarimétriques à la caractérisation des milieux isotropes, quelle que soit sa nature ; dichroïque ou déphaseur.

### IV.4 Application du polarimètre de Mueller à la caractérisation des milieux anisotropes (Lame biréfringente)

#### IV.4.1 Introduction

Une lame biréfringente est un élément optique qui modifie l'état de polarisation de la lumière. Elle est devenue l'un des composants optiques les plus largement utilisés dans l'optique polarimétrique, la modulation laser, et la métrologie optique [1, 3, 85]. Une lame biréfringente est généralement conçue pour imposer un changement spécifique du retard de phase entre les deux composantes orthogonales de champ électrique et d'une manière générale, un retard de phase donné ne peut être appliqué à la longueur d'onde prévue. Ainsi, dans la mise en œuvre pratique d'une lame biréfringente [86], le retard de phase et l'orientation de l'axe rapide sont deux paramètres essentiels. Par conséquent, il est nécessaire de caractériser la lame biréfringente avant de l'utiliser, notamment pour des mesures de précision.

L'objectif de cette partie est d'arriver à mettre au point une technique de caractérisation des matériaux anisotropes (lame biréfringente) en faisant appel aux notions de polarimétrie. En conséquence dans cette application, nous commençons tout d'abord par un bref rappel sur la théorie

des milieux anisotropes, ensuite nous proposons deux méthodes de détermination les plus précises possibles des caractéristiques polarimétriques d'une lame cristalline en mica, tels que le retard de phase, l'ellipticité et l'orientation des axes rapide et long...

Dans tous les cas, il est indispensable d'exploiter le formalisme de Stokes-Mueller comme un outil mathématique pour la discrimination de ces propriétés polarimétriques.

#### IV.4.2 Milieux anisotropes

Dans un milieu anisotrope les propriétés optiques, et en particulier l'indice de réfraction, diffèrent suivant la direction de propagation. En fait, pour une direction de propagation fixée, on montre qu'il existe deux indices de réfraction possibles et à chacun d'eux correspond une direction parfaitement déterminée de la vibration transportée [87]. Ces indices sont associés à des ondes électromagnétiques ayant des états de polarisation qui peuvent se propager sans altération.

Dans un milieu diélectrique anisotrope, le vecteur induction électrique ( $\vec{D}$ ) et le vecteur champ électrique ( $\vec{E}$ ) ne sont pas colinéaires. La relation entre  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$  est donnée par  $\vec{D} = \varepsilon_0[\varepsilon_r]\vec{E}$ , alors que la permittivité  $\varepsilon_r$  est un tenseur. Chaque composant  $\vec{D}$  est une fonction linéaire de trois composantes de  $\vec{E}$  [24] :

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (\text{IV.75})$$

Le tenseur  $\varepsilon$  est symétrique, alors :  $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$  et  $\varepsilon_{zy} = \varepsilon_{yz}$  et  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}$

Au moyen d'un changement d'axes, il est possible de transformer un tenseur symétrique en un tenseur diagonal [22]. Le système de coordonnées correspondant est appelé le repère propre du matériau, les axes de ce repère sont dits les axes principaux du milieu ou axes de symétrie électriques du milieu. Soit  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  le repère propre du milieu, on a les relations suivantes :

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_{xx}E_x = \varepsilon_x E_x \\ D_y &= \varepsilon_{yy}E_y = \varepsilon_y E_y \\ D_z &= \varepsilon_{zz}E_z = \varepsilon_z E_z \end{aligned} \quad (\text{IV.76})$$

Lorsque  $\vec{E}$  est dirigé suivant l'un des axes principaux, l'induction électrique lui est parallèle, mais dans tous les autres cas, les deux vecteurs champ et induction ont des directions différentes. Sous forme matricielle, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (IV.77)$$

Classiquement, on distingue deux types de milieux optiques anisotropes classés suivant la forme du tenseur permittivité  $\varepsilon$  :

- Milieu biaxe :  $\varepsilon_{xx} \neq \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$ . Ce milieu est caractérisé par deux axes optiques.
- Milieu uniaxe :  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$ . Ce milieu a un seul axe optique, d'où son nom.

### IV.4.3 Lames minces biréfringentes

#### IV.4.3.1 Lignes neutres

Le faisceau incident se propageant dans l'air donne naissance, en pénétrant dans la lame biréfringente, à deux faisceaux (Figure IV.13) qui se propagent à des vitesses de phase  $v_x = \frac{c}{n_x}$  et  $v_y = \frac{c}{n_y}$ . Ces faisceaux sont polarisés linéairement selon des directions de vibrations  $D_x$  et  $D_y$  orthogonales. Ces deux directions de vibrations sont appelées lignes neutres de la lame.

Remarquons qu'à la différence des rayons, les vecteurs d'onde  $k_x$  et  $k_y$  sont superposés et orthogonaux à la face d'entrée, puisque nous n'avons considéré que le cas de l'incidence normale, si bien que, les directions de vibration  $D_x$  et  $D_y$  sont les mêmes que l'on soit à l'extérieur de la lame (Figure IV.13), ou bien dans la lame [88].

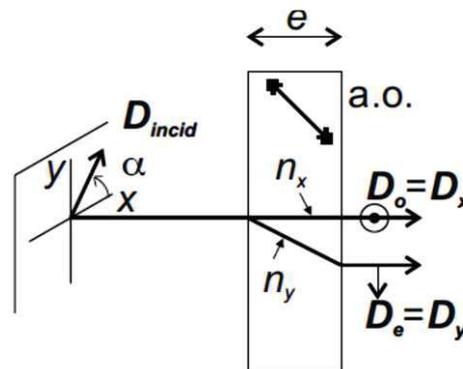


Figure IV.13 : Onde plane en incidence normale sur une lame biréfringente à face parallèle

#### IV.4.3.2 Axes propres

Par définition, il s'agit des directions selon lesquelles une vibration incidente du champ électrique  $\vec{E}$  ressort de la lame inchangée. Pour la situation que nous considérons ici, en incidence normale, les axes propres et les lignes neutres sont confondus, et nous utiliserons indifféremment ces deux appellations.

### IV.4.3.3 Champ électrique à la sortie de la lame

Déterminons la façon dont les composantes du champ électrique  $\vec{E}$  se transforment à la traversée de la lame. On se place dans le repère (xoy) des lignes neutres de la lame. A la sortie de la lame d'épaisseur  $e$ , la composante  $E_{out}^x$  a subi le retard de phase  $\frac{2\pi}{\lambda}n_x e$  tandis que la composante  $E_{out}^y$  est retardée de  $\frac{2\pi}{\lambda}n_y e$ , si bien que ces deux composantes sont déphasées de la quantité.

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_y - n_x)e \quad (IV.78)$$

Notons  $\alpha$  l'angle que fait le champ électrique incident  $E_{in}$  avec la ligne neutre (Ox), alors :

Avant la lame	Après la lame
$\begin{cases} E_{in}^x = E_0 \cos\alpha e^{-i\omega t} \\ E_{in}^y = E_0 \sin\alpha e^{-i\omega t} \end{cases}$	$\begin{cases} E_{out}^x = E_0 \cos\alpha e^{-i\omega t} \\ E_{out}^y = E_0 \sin\alpha e^{-i\omega t} e^{i\varphi} \end{cases}$

L'extrémité du vecteur de vibration décrit donc une ellipse inscrite dans un rectangle de côté  $2E_0 \cos(\alpha)$  et  $2E_0 \sin(\alpha)$  (Figure I.1). Notons que les axes de l'ellipse ne sont en général pas alignés avec (Ox) ou (Oy).

#### IV.4.3.3.1 Cas particuliers de lames [14,24]

- $\varphi = (2k + 1)\pi$  : **Lame demi-onde**

En sortie de la lame, d'après les relations précédentes.

$$\begin{cases} E_{out}^x = E_0 \cos\alpha e^{-i\omega t} \\ E_{out}^y = E_0 \sin\alpha e^{-i\omega t} (-1) \end{cases} \quad (IV.80)$$

La vibration  $\vec{E}$  émergente est symétrique de l'onde incidente par rapport aux lignes neutres de la lame.

- $\varphi = \pm\pi/2 + 2k\pi$  : **Lame quart-onde**

En sortie de la lame

$$\begin{cases} E_{out}^x = E_0 \cos\alpha e^{-i\omega t} \\ E_{out}^y = E_0 \sin\alpha e^{-i\omega t} e^{\pm i(\pi/2 + 2k\pi)} = \pm i E_0 \sin\alpha e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (IV.81)$$

Une polarisation incidente rectiligne ressort elliptique après la traversée de la lame. Le sens de parcours de l'ellipse dépend de la position respective de la polarisation incidente avec les axes lent et rapide de la lame quart d'onde, ou en d'autres termes des signes de  $\varphi$  et de  $\tan(\alpha)$ . Dans le

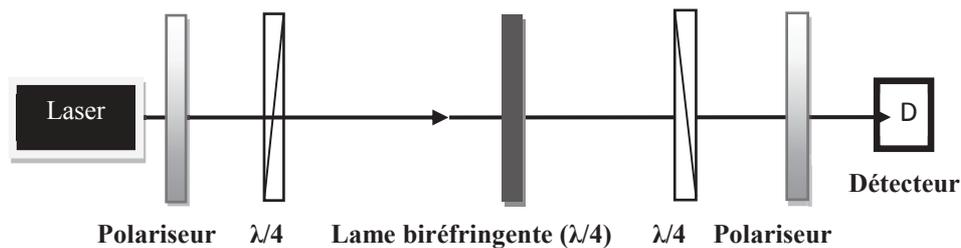
cas particulier d'une polarisation incidente à  $45^\circ$  ou  $135^\circ$  (selon l'une des bissectrices des lignes neutres), on obtient en sortie une polarisation circulaire.

#### IV.4.4 Caractérisation expérimentale des propriétés polarimétriques d'une lame biréfringente

##### IV.4.4.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental choisi est celui présenté dans la section précédente (figure IV.14). Il est placé aussi en configuration de transmission. Les éléments du montage doivent être convenablement positionnés et alignés. Notre lame biréfringente a été positionnée de manière que l'un des axes propres soit aligné suivant l'axe vertical. L'échantillon à étudier est une lame quart-onde en mica.

Pour caractériser notre échantillon, le principe est basé toujours sur celui de l'obtention d'une matrice de Mueller expérimentale, qui contient toute les informations polarimétriques de l'échantillon. En utilisant les relations de (IV.1) à (IV.10) nous pouvons alors représenter notre échantillon par une matrice de Mueller.



**Figure IV.14 :** Schéma du dispositif expérimental.

Après avoir assuré la validité physique de la matrice de Mueller expérimentale, et en utilisant la matrice de cohérence associée, nous vérifions la dépolarisation de notre échantillon.

A ce titre, nous appliquons l'algorithme de détection de la dépolarisation (Figure III.1), et nous évaluons par la suite l'indice de dépolarisation  $P_d$  calculé à partir de la matrice  $[M]$ , ainsi que les normes de Frobenius  $\|S\|_F$  et  $\|\Delta[M]\|_F$ . Les résultats sont consignés dans le tableau (IV.10).

Matrice de Mueller expérimentale corrigée de la lame biréfringente ( $\lambda/4$ )		Matrice des écart-types		
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0010 & 0,0010 & 0,0029 \\ 0,0010 & 0,9992 & 0,0001 & -0,0009 \\ 0,0005 & 0,0036 & 0,0008 & 0,9994 \\ 0,0010 & -0,0016 & -0,9990 & 0,0005 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0105 & 0,0070 & 0,0094 & 0,0016 \\ 0,0038 & 0,0093 & 0,0101 & 0,0084 \\ 0,0071 & 0,0122 & 0,0114 & 0,0032 \\ 0,0089 & 0,0065 & 0,0086 & 0,0064 \end{bmatrix}$		
$tr[N]=2$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.995$	$2M_{00}=2$		
Valeurs propres de [N]	Indice de dépolarisation	$tr[N]=2M_{00}$	$F \approx 4M_{00}^2$	Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.9988$ $\lambda_1 = 0.0024$ $\lambda_2 = 0.0003$ $\lambda_3 = -0.0015$	$P_d=0.9992$			$\ S\ _F = 0,0332$ $\ \Delta M\ _F = 0,0029$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$
<b>Conclusion : Milieu non dépolarisant</b>				

**Tableau IV.10 :** Matrice de Mueller corrigée de la lame biréfringente ( $\lambda/4$ ) et le critère de la détection de la dépolarisation

Dans la lecture de ce tableau, nous observons que :

$$\|\Delta[M]\|_F < \|S\|_F$$

$$P_d \approx 1$$

$$\lambda_0 \approx 2,00, \quad \lambda_i \approx 0 \text{ pour } i = 1,2,3$$

$$F \approx 4M_{00}^2$$

$$tr[N] \approx 2M_{00} = \lambda_0$$

Cette analyse montre que lame biréfringente ( $\lambda/4$ ) que nous avons étudiée est non dépolarisante. Donc la matrice de Mueller expérimentale peut donc être estimée par une matrice de Mueller-Jones.

#### IV.4.4.2 Détermination des propriétés d'une matrice de Mueller d'une lame biréfringente non dépolarisante

Comme nous l'avons fait précédemment pour déterminer les propriétés polarimétriques de notre milieu non dépolarisant, nous devons en premier lieu déterminer la matrice de Mueller-Jones estimée de notre lame biréfringente, et nous appliquons la décomposition polaire à cette matrice de Mueller-Jones en second plan. L'exploitation de cette décomposition, nous conduit à vérifier si notre milieu est dichroïque ou biréfringent, ou les deux à la fois. Nous choisissons alors de comparer les matrices estimées du diatténuateur et du retardateur avec la matrice  $[\tilde{M}_0]$  en comparant les normes

de Frobenius suivantes  $\|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F$ ,  $\|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F$  avec  $\|S\|_F$ . L'algorithme (Annexe A.1) nous a permis de remonter aux propriétés polarimétriques de notre échantillon.

Matrices de Mueller-Jones estimées d'une lame biréfringente non dépolarisante ( $\lambda/4$ )				
$[\tilde{M}_0] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0010 & 0,0003 & 0,0003 \\ 0,0010 & 1,0000 & 0,0007 & -0,0007 \\ 0,0003 & 0,0007 & 0,0007 & 1,0000 \\ -0,0003 & 0,0007 & -1,0000 & 0,0007 \end{bmatrix}$				
Matrice de Retardance estimée $[\tilde{M}_R]$		Matrice de diatténuation estimée $[\tilde{M}_D]$		
$[\tilde{M}_R] = \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0000 & 1,0000 & 0,0007 & 0,0007 \\ 0,0000 & 0,0007 & 0,0007 & 1,0000 \\ 0,0000 & 0,0007 & -1,0000 & 0,0007 \end{bmatrix}$		$[\tilde{M}_D] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0010 & 0,0003 & 0,0003 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0007 & 0,0000 \\ 0,0003 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ 0,0003 & 0,0000 & -1,0000 & 1,0000 \end{bmatrix}$		
Normes de Frobenius	Indice de dépolarisation	La retardance ou le retard de phase R	Facteur d'atténuation D	Ellipticité $\varepsilon_r$
$\ S\ _F = 0,0332$ $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F = 0,0016$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F = 1,9993$	$P_d = 0,992$	$R = 89.96^\circ$	$D = 0,001$	$\varepsilon_r = 0.000^\circ$
				<b>Azimuths <math>\alpha_r</math></b> $\alpha_r = 0.020^\circ$
<b>Conclusion :</b> $\left. \begin{array}{l} \ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F \leq \ S\ _F \\ \ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F \geq \ S\ _F \end{array} \right\} \text{milieu déphaseur, non dichroïque et non dépolarisant}$				

**Tableau IV.11:** Caractéristiques polarimétriques de la lame biréfringente ( $\lambda/4$ )

#### IV.4.4.3 Interprétation des résultats obtenus

A la lecture du tableau (IV.11), nous observons que :

- $\|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F \leq \|S\|_F$  et  $\|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F \geq \|S\|_F$  nous pouvons conclure que la lame biréfringente ( $\lambda/4$ ) est un milieu retardateur non dichroïque et non dépolarisant.
- les matrices  $[\tilde{M}_R]$  et  $[\tilde{M}_0]$  sont quasiment identiques (Tableau IV.11). C'est pour cette raison que la matrice de Mueller expérimentale du milieu ( $\lambda/4$ )  $[M_{exp}]$  peut être estimée par la matrice  $[\tilde{M}_R]$ .

Ce résultat est tout à fait attendu étant donné que la lame ( $\lambda/4$ ) est un milieu biréfringent (Retardateur). Nous pouvons alors remonter aux propriétés de cette matrice, et en appliquant les équations (II.13), (II.28), (II.30), (II.31), on peut déterminer la diatténuation  $D$ , la retardance  $R$ , l'azimut  $\alpha$  et l'ellipticité  $\varepsilon$  dont les résultats sont mentionnés dans le tableau précédent (IV.11). En effet, la diatténuation  $D$  est presque nulle, ceci confirme que notre échantillon est purement

déphaseur. Bien que la matrice de Mueller expérimentale ait été filtrée, il existe encore un bruit résiduel. En tenant compte de ce bruit, nous observons que les états propres du retardateur sont linéaires et que l'axe rapide est défini suivant l'axe vertical (Tableau (IV.11)). Notre milieu anisotrope (lame quart-onde) est donc un biréfringent linéaire ( $\varepsilon_r = 0^\circ$ ) d'axe rapide horizontal ( $\alpha_r = 0.0204^\circ \approx 0^\circ$ ) dont le retard  $R$  est égal à  $89,96^\circ$ .

#### IV.4.5 Deuxième méthode utilisée pour déterminer les propriétés polarimétriques d'une lame biréfringente

Diverses méthodes de mesure efficaces ont été développées pour mesurer les propriétés polarimétriques d'une lame biréfringente et utiliser pour la mesure du retard de phase, sont :

- la méthode de polariseur tournant [5-7]
- la méthode de compensation de retard [8, 9]
- les techniques interférométriques (homodynes ou hétérodynes) [10, 11, 75]
- la méthode d'interférence spectroscopique [14, 15]

D'autres méthodes sont utilisées pour la détermination de l'axe rapide de la lame telle que la méthode de compensation optique, colorimétrie, ellipsométrie [74]...

Dans cette étude, un système optique basé sur le formalisme de Mueller-Stokes et une rotation adéquate d'un rhomboèdre de Fresnel a été développé pour la détermination simultanée du retard de phase et la position de l'axe rapide de la lame biréfringente. Le rhomboèdre de Fresnel est induit dans un système conventionnel, ce dernier est conçu en tant que P-WP-R-A, où (P) et (A) sont le polariseur et l'analyseur, (R) est le rhomboèdre de Fresnel et (WP) est notre lame biréfringente. Le retard de phase introduit par la lame biréfringente est compensé par une orientation appropriée du rhomboèdre de Fresnel. Le principal avantage de cette méthode est la simplicité de l'appareillage et du fonctionnement qui n'a pas besoin ni d'instruments coûteux, ni de procédures complexes de mesures.

##### IV.4.5.1 Méthodologie

###### IV.4.5.1.1 Configuration optique

Le schéma du principe de la mesure est représenté sur la Figure (IV.15). Un faisceau lumineux provenant d'une source laser (He-Ne de longueur d'onde 543,5 nm) passe à travers un polariseur linéaire (P) orienté d'un angle de  $45^\circ$  (position "0°" est définie comme étant la direction horizontale de l'axe de référence de la lame biréfringente). Après un passage perpendiculaire à la surface de la lame (WP), la lumière subit deux réflexions totales internes sur les côtés obliques du

rhomboèdre de Fresnel (R) puis elle sort en passant à travers un analyseur (A) orienté d'un angle de  $-45^\circ$ .

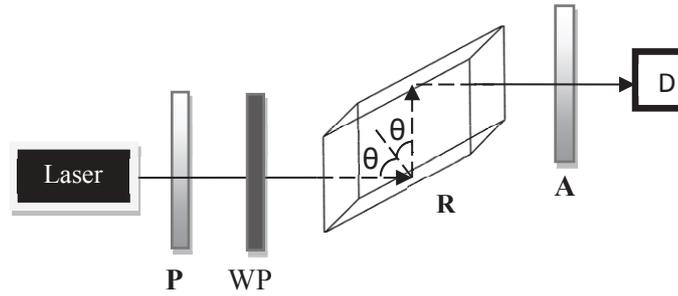


Figure IV.15 : Schéma du principe de mesure

#### IV.4.5.1.2 Principe de mesure

Sur la base de la mesure de l'intensité de la lumière et l'angle de rotation du Rhombe de Fresnel, le retard de phase et l'axe rapide de la lame d'onde peuvent être déterminés simultanément. Dans ce procédé, la position de l'axe rapide de la lame biréfringente n'a pas besoin d'être déterminée à l'avance.

Le vecteur de Stokes  $\vec{S}'$  de la lumière traversant l'analyseur (A) peut être exprimé par le produit matriciel suivant.

$$\vec{S}' = [A(\alpha)]. [R(\delta)]. [WP(\Delta, \varphi)]. [P(\theta)]. \vec{S} \quad (IV.82)$$

Où  $[A(\alpha)]$ ,  $[R(\delta)]$ , et  $[P(\theta)]$  sont les matrices de Mueller de chacun des éléments constituant le système. Les expressions de ces éléments sont données par les équations (IV.66), (IV.67), (IV.68) respectivement, sachant que  $[WP(\Delta, \varphi)]$  représente la matrice de Mueller d'une lame biréfringente de retard de phase  $\Delta$  et d'orientation d'axe rapide d'un angle  $\varphi$  par rapport à l'axe (X) qui est donnée par l'équation (IV.83) :

$$[WP(\Delta, \varphi)] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\varphi) + \sin^2(2\varphi)\cos(\Delta) & (1 - \cos(\Delta)) \sin(2\varphi) & \cos(2\varphi) - \sin(2\varphi) \sin(\Delta) \\ 0 & (1 - \cos(\Delta)) \sin(2\varphi)\cos(2\theta) & \sin^2(2\varphi) + \cos^2(2\varphi)\cos(\Delta) & \cos(2\varphi) \sin(\Delta) \\ 0 & \sin(2\varphi)\cos(\Delta) & -\cos(2\varphi) \sin(\Delta) & \cos(\Delta) \end{bmatrix} \quad (IV.83)$$

L'intensité lumineuse de l'onde arrivant sur le détecteur est entièrement contenue dans le terme  $S'_0$  du vecteur de Stokes de sortie  $\vec{S}'$ , est donnée par :

$$I = S'_0 = \frac{I_0}{16} (1 + \cos(2\alpha) \cos(2\theta) + \sin(2\alpha) \sin(2\theta) \cos(2\delta + \Delta)) \quad (IV.84)$$

Si nous fixons maintenant le polariseur (P) à  $\theta = 45^\circ$  et l'analyseur (A) est orienté à un angle  $\alpha = -45^\circ$  (le polariseur et l'analyseur sont croisés). Dans ce cas, l'intensité de la lumière de sortie (I) est devenue :

$$I_{\pm} = \frac{I_0}{16} (1 - \cos(2\delta \pm \Delta)) \quad (\text{IV.85})$$

A cette position des polariseurs, nous tournons le rhomboèdre de Fresnel jusqu'à l'extinction de la lumière sortante. Dans ce cas, le retard de phase de la lame  $\Delta$  est donné par :

$$I_{\pm} = 0 \Rightarrow \cos(2\delta \pm \Delta) = 1 \Rightarrow \Delta = \pm 2\delta \quad (\text{IV.86})$$

(I+) représente la valeur de l'intensité de la lumière sortante, si l'axe rapide de la (WP) est présumé suivant la direction de l'axe (X), et l'angle entre l'axe de transmission du polariseur et l'axe des abscisses sont  $+\pi/4$ . (I-) représente la valeur de l'intensité de la lumière sortante, si l'axe rapide de la (WP) est présumé suivant la direction de l'axe (Y), et l'angle entre l'axe de transmission du polariseur et l'axe des ordonnées sont  $+\pi/4$ . ( $\delta$ ) est le retard de phase induit par réflexion totale interne sur les surfaces du rhomboèdre de Fresnel, ce retard de phase est mesuré en utilisant la méthode décrite dans la section (IV.3.5.3).

Si le  $\Delta < 0$ , l'axe rapide présumé est en effet l'axe rapide ; sinon, c'est l'axe lent de la (WP).

#### IV.4.5.2 Application

Pour démontrer la validité, l'exactitude et la reproductibilité de cette technique, le retard de phase d'une lame quart d'onde (02WRM00508113694 D=30TYPEL/4) spécifiée pour la longueur d'onde 543,5nm a été mesurée avec la configuration représentée dans la Figure (IV.15).

Soit un faisceau de lumière polarisée linéairement passe à travers la lame quart d'onde mentionné ci-dessus, et que l'angle entre l'axe de transmission du polariseur et l'axe rapide de la lame quart d'onde (l'axe rapide présumé de la (WP) est suivant la direction de l'axe X) est de  $45^\circ$ , l'analyseur est tourné d'un angle de  $-45^\circ$ . En tournant maintenant Le rhombe de Fresnel jusqu'à l'extinction de la lumière sortante ; Dans ce cas, le retard de phase de la lame quart d'onde est donné par  $\Delta = \pm 2\delta$  (Equation IV.86). Dans cette position du rhomboèdre, en enlève la lame quart d'onde. Afin de déterminer le retard de phase  $\delta$  du rhombe de Fresnel, nous utilisons la méthode de mesure présentée dans la section (IV.3.5.3). Les résultats obtenus sont les suivants :

- $\Delta = 2\delta = 1.569 \text{ rad } (89,94^\circ)$ ,
- L'axe choisi est jugé être l'axe lent ( $\Delta > 0$ ).

#### IV.4.6 Conclusion

Lors de cette étude, nous avons présenté une méthode simple qui permet de mesurer simultanément le retard de phase et la position de l'axe rapide d'une lame biréfringente, en se basant sur la détermination du retard de phase induit par la réflexion sur les surfaces d'un rhombe de Fresnel.

Le principe de mesure est basé sur la mesure des intensités de la lumière sortante, en choisissant une rotation adéquate du rhombe de Fresnel et du polariseur d'entrée et de sortie.

Les principaux avantages de cette méthode est sa simplicité expérimentale, une opération plus facile, à moindre coût, et une grande précision. La comparaison des résultats obtenus avec ceux qui ont été donnés par la théorie confirme sa précision, sa fiabilité et l'aptitude des techniques polarimétriques à la caractérisation des milieux anisotropes de façon générale.

### IV.5 Application du polarimètre de Mueller à la caractérisation des polymères

#### IV.5.1 Introduction

Avec la découverte des hydrocarbures, les polymères sont devenus des matériaux utilisés couramment dans l'industrie moderne. Ce secteur des matériaux à base de polymères connaît durant ces dernières décennies un développement intensif, dont la littérature sur ce sujet est immense, varié et riche. C'est l'aptitude des polymères à être transformés directement en objets finis, à des cadences extrêmement rapides, qui est à la base de leur développement industriel spectaculaire. Les polymères [90] servent donc de base à de nombreuses industries importantes ; peintures, caoutchoucs, plastiques, fibres de synthèse, papier...

L'application des polymères dans ces nombreux domaines, exige l'étude et la compréhension de leurs propriétés physico-chimiques tels que : la structure chimique, l'état de phase et la composition des surfaces voisines agissantes réciproquement....

Dans ce travail nous proposons donc d'étudier les potentialités du polarimètre de Stokes-Mueller en tant que moyen d'investigation physico-chimique pour l'étude des propriétés optiques et surtout polarimétriques d'un polymère (Polyéthylène Basse Densité), dont l'objectif est de savoir la dépendance de la température de fonte sur leurs propriétés optiques. De ce fait, dans cette application, nous commençons tout d'abord par un bref rappel sur la théorie des milieux polymères, ensuite en exploitant le dispositif expérimental décrit dans la section (IV.2.1) pour déterminer la matrice de Mueller ; les paramètres de cette matrice nous a permis de caractériser les propriétés optiques de nos échantillons, en déterminant ; le degré de polarisation, le facteur de diatténuation et le retard de phase en fonction de la température de fonte.

### IV.5.2 Les polymères

Le mot polymère vient du grec « polus » plusieurs, et « meros » partie. Un polymère est une macromolécule, organique ou inorganique, constituée de l'enchaînement répété d'un même motif, le monomère (du grec monos : un seul ou une seule, et meros ; partie), reliés les uns aux autres par des liaisons covalentes. Les travaux de Staudinger dans les années 1920 constituent la base de la science des polymères (Nobel en 1953) ou macromolécules. Flory énoncera plus tard les principes fondamentaux sur les polymères (Nobel 1974) [91,92].

Les polymères peuvent être d'origine biologique (par exemple, protéines, cellulose, ADN, et ARN), ou d'origine synthétique (par exemple, polyéthylène, Polystyrène, nylon, et polyester).

Formule développée du motif monomère	Appellation courante et abréviation normalisée	Noms commerciaux Applications
$\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—}$	Polyéthylène (PE)	Lactène, Hostalen, Dowlex Sacs plastique (PEHD/PEBD) Réservoirs de voitures, bouteilles, flacons, bidons, films d'emballage, minidoses
$\text{—CH}_2\text{—CH—}$   $\text{CH}_3$	Polypropylène (PP)	Appryl, Novolen Films d'emballage alimentaire, bouteilles rigides, intérieur de lave vaisselle, cordes et ficelles
$\text{—CH}_2\text{—CH—}$   $\text{Cl}$	Polychlorure de vinyle (PVC)	Lacovyl, Vinidur, Vinnolit Tuyauterie, pots de margarine, blisters, bouteilles d'eau minérale, barrières extérieures, films d'emballage alimentaire
$\text{—CH}_2\text{—CH—}$   	Polystyrène (PS)	Lacqrène, Novodur, Styrol PS : emballages, pots de yaourt, armoires de toilette, cassettes audio, brosses à dents. PS expansé : emballage, boîtes à oeufs, isolants

Tableau IV.12: Formules chimiques de quelques polymères

### IV.5.2.1 Structure et classification des polymères

Les polymères sont constitués de la répétition d'un grand nombre des unités élémentaires à base de carbone, assemblés en macromolécules au cours de la réaction de polymérisation. En fonction d'orientation des chaînes moléculaires on trouve deux types de structures de polymères :

**IV.5.2.2 Structure amorphe :** caractérisée par l'absence d'ordre moléculaire à grande distance (supérieur d'un ordre de dimension d'unité élémentaire) ;

**IV.5.2.3 structure semi-cristalline :** caractérisée par un alignement local des chaînes moléculaires (zones cristallines entourées de zones amorphes).

Spécifique pour polymères c'est l'influence de la température sur les propriétés physiques du matériau. Ainsi, les polymères présentent un :

a – **point de transformation vitreuse ( $T_v$ )**, commun à toutes polymères, correspond au début de mouvements des segments de chaînes moléculaires et marque le passage de l'état vitreux à l'état liquide-caoutchoutique ;

b – **point de fusion ( $T_f$ )**, qui caractérise les polymères semi cristallines, marque le passage de l'état caoutchoutique à l'état liquide.

### IV.5.3 Domaines d'état structural : [92,93]

#### IV.5.3.1 Les températures caractéristiques d'un polymère

Lorsque la température augmente, un polymère peut traverser quatre domaines d'état structural délimités par trois températures :

a) **La température de transition vitreuse ( $T_g$ ) :** Qui est observée dans la phase amorphe du polymère.

b) **La température de fusion ( $T_f$ ) :** Qui ne concerne que la phase cristalline du polymère. En toute rigueur, on verra que la phase cristalline fond sur une plage de température et non à une température fixe comme un corps pur ; la température précédente  $T_f$  est alors définie comme la température moyenne de fusion des zones cristallines du polymère, où les liaisons covalentes du squelette des macromolécules commencent à se rompre sous l'action de la chaleur fournie aux molécules. Le polymère perd donc leur intégrité.



#### IV.5.4 Caractérisation expérimentale des propriétés polarimétriques d'un polymère

L'objectif de cette partie est d'arriver à mettre au point une technique de caractérisation de matériaux polymères en faisant appel aux notions de polarimétrie. De ce fait, dans cette application, le but initial était d'extraire des informations sur des films en polymères. Avec cette expérience préliminaire, nous avons étudié l'influence de la température du procédé de fabrication des échantillons en polymères (polyéthylène basse densité) sur les caractéristiques polarimétriques d'un faisceau laser traversant ces échantillons.

##### IV.5.4.1 Elaboration des polymères

Le polyéthylène basse densité (PEBD), est le plastique le plus employé, il contient notamment la moitié des emballages plastiques (sacs, films, sachets, sacs poubelle, récipients ...etc.). Il Possède certaines caractéristiques physiques et optiques qui peuvent être changées par la température.

Des films de 0.5mm d'épaisseur sont moulée à partir des granulés de polyéthylène basse densité (PEBD) entre deux plaques en aluminium poli pour réaliser une bonne état de surface, par suite ces plaque sont chauffées avec différentes température, en suite on les refroidit très rapidement afin de figer leurs propriétés physiques.

Les échantillons de polyéthylènes (PEBD) utilisés sont en nombre de 7 dont la température de fonte est (120°, 133°, 160°, 176°, 184°, 195°, 207°).

##### IV.5.4.2 Dispositif expérimental

Pour remonter aux propriétés polarimétriques de nos échantillons, nous utilisons le même dispositif expérimental présenté sur la figure IV.1 et en place l'échantillon entre les deux lames quart onde (figure IV.16). La configuration en transmission est toujours avantageuse pour cette étude.

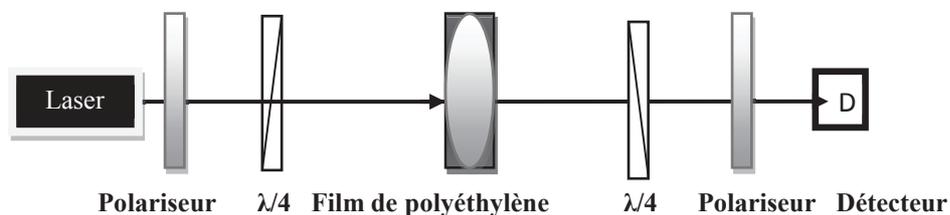


Figure IV.16 : schéma du dispositif expérimental

Pour caractériser nos échantillons, le principe est basé toujours sur celui de l'obtention d'une matrice de Mueller expérimentale.

En utilisant les relations de (IV.1) à (IV.10) nous pouvons alors représenter chaque échantillon par une matrice de Mueller.

#### IV.5.4.3 Résultats expérimentaux

Une fois la matrice de Mueller est déterminée, en vérifiant dans un premier temps, la dépolarisation de nos échantillons, s'ils sont dépolarisants on distingue si la dépolarisation est isotrope ou anisotrope, pour cela nous appliquons l'algorithme de détection de la dépolarisation (Figure III.1), nous évaluons ensuite l'indice de dépolarisation  $P_d$  calculé à partir de la matrice  $[M]$ , ainsi que les normes de Frobenius  $\|S\|_F$  et  $\|\Delta[M]\|_F$  pour chaque échantillon afin de classer les échantillons suivant leurs propriétés polarimétriques. Tous ces paramètres sont présents dans le tableau IV.13.

<b>Echantillon fondu à une température de 120 °C</b>				
<b>Matrice de Mueller expérimentale</b>		<b>Matrice des écart-types</b>		
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0104 & -0,0001 & 0,0065 \\ 0,0011 & 0,8460 & -0,0034 & 0,0170 \\ 0,0010 & 0,0018 & 0,5664 & 0,4355 \\ 0,0160 & -0,0242 & -0,7567 & 0,5687 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0347 & 0,0232 & 0,0312 & 0,0053 \\ 0,0124 & 0,0307 & 0,0337 & 0,0280 \\ 0,0236 & 0,0405 & 0,0379 & 0,0107 \\ 0,0294 & 0,0216 & 0,0285 & 0,0212 \end{bmatrix}$		
<b>Valeurs propres de [N]</b> $\lambda_0 = 1.746$ $\lambda_1 = 0.238$ $\lambda_2 = 0.099$ $\lambda_3 = -0.084$	$tr[N]=2 \quad . \quad 2M_{00}=2$ $F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.12$ $Trace (\tilde{M}_j^+ \cdot \tilde{M}_j) = 4.000$ $4M_{00}^2 = 4.000$	<b>Indice de dépolarisation</b> $P_d = 0.841$	$tr[N]=2M_{00}$ $F \neq 4M_{00}^2$	<b>Normes de Frobenius</b> $\ S\ _F = 0,110$ $\ \Delta M\ _F = 0,271$ $\ \Delta[M]\ _F > \ S\ _F$
<b>Milieu dépolarisant</b>				
<b>Echantillon fondu à une température de 133 °C</b>				
<b>Matrice de Mueller expérimentale</b>		<b>Matrice des écart-types</b>		
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,0214 & -0,0250 & 0,0070 \\ 0,0281 & 0,7965 & -0,0276 & 0,0164 \\ 0,0044 & 0,0021 & 0,8195 & 0,4406 \\ 0,0219 & -0,0398 & -0,3473 & 0,7360 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0392 & 0,0262 & 0,0352 & 0,0059 \\ 0,0140 & 0,0347 & 0,0380 & 0,0315 \\ 0,0266 & 0,0457 & 0,0427 & 0,0121 \\ 0,0331 & 0,0244 & 0,0321 & 0,0239 \end{bmatrix}$		
<b>Valeurs propres de [N]</b> $\lambda_0 = 1.771$ $\lambda_1 = 0.169$ $\lambda_2 = 0.041$ $\lambda_3 = 0.018$	$tr[N]=2 \quad . \quad 2M_{00}=2$ $F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.16$ $Trace (\tilde{M}_j^+ \cdot \tilde{M}_j) = 4.000$ $4M_{00}^2 = 4$	<b>Indice de dépolarisation</b> $P_d = 0.851$	$tr[N]=2M_{00}$ $F \neq 4M_{00}^2$	<b>Normes de Frobenius</b> $\ S\ _F = 0,124$ $\ \Delta M\ _F = 0,175$ $\ \Delta[M]\ _F > \ S\ _F$

<b>Milieu dépolarisant</b>				
<u>Echantillon fondu à une température de 160 °C</u>				
Matrice de Mueller expérimentale			Matrice des écart-types	
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,2895 & -0,0112 & 0,1109 \\ 0,0024 & 0,9884 & -0,0022 & 0,0026 \\ 0,0021 & 0,0028 & 0,9001 & 0,1568 \\ 0,0632 & 0,0443 & -0,1976 & 0,8947 \end{bmatrix}$			$[S] = \begin{bmatrix} 0,0704 & 0,0471 & 0,0633 & 0,0107 \\ 0,0252 & 0,0623 & 0,0682 & 0,0567 \\ 0,0477 & 0,0822 & 0,0768 & 0,0217 \\ 0,0595 & 0,0438 & 0,0577 & 0,0429 \end{bmatrix}$	
Valeurs propres de [N]	$tr[N]=2$ $2M_{00}=2$	Indice de dépolarisation	$tr[N]=2M_{00}$	Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.925$ $\lambda_1 = 0.148$ $\lambda_2 = 0.071$ $\lambda_3 = -0.144$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.85$  $4M_{00}^2 = 4$	$P_d = 0.958$	$F \approx 4M_{00}^2$	$\ S\ _F = 0,223$ $\ \Delta M\ _F = 0,219$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$
<b>Milieu non dépolarisant</b>				
<u>Echantillon fondu à une température de 176°C</u>				
Matrice de Mueller expérimentale			Matrice des écart-types	
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,2591 & -0,0109 & 0,1100 \\ 0,0027 & 0,9884 & 0,0014 & 0,0033 \\ 0,0031 & 0,0021 & 0,9001 & 0,1550 \\ 0,0528 & 0,0238 & -0,1671 & 0,9161 \end{bmatrix}$			$[S] = \begin{bmatrix} 0,0625 & 0,0418 & 0,0563 & 0,095 \\ 0,0224 & 0,0554 & 0,0606 & 0,0504 \\ 0,0424 & 0,0730 & 0,0682 & 0,0193 \\ 0,0529 & 0,0390 & 0,0513 & 0,0382 \end{bmatrix}$	
Valeurs propres de [N]	$tr[N]=2$ $2M_{00}=2$	Indice de dépolarisation	$tr[N]=2M_{00}$	Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.930$ $\lambda_1 = 0.135$ $\lambda_2 = 0.063$ $\lambda_3 = -0.0127$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.76$  $4M_{00}^2 = 4$	$P_d = 0.959$	$F \neq 4M_{00}^2$	$\ S\ _F = 0,198$ $\ \Delta M\ _F = 0,190$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$
<b>Milieu non dépolarisant</b>				
<u>Echantillon fondu à une température de 184 °C</u>				
Matrice de Mueller expérimentale			Matrice des écart-types	
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,2578 & -0,0111 & 0,1104 \\ 0,0026 & 0,9881 & 0,0014 & 0,0031 \\ 0,0032 & 0,0020 & 0,9031 & 0,1510 \\ 0,0519 & 0,0241 & -0,1679 & 0,9170 \end{bmatrix}$			$[S] = \begin{bmatrix} 0,0624 & 0,0417 & 0,0561 & 0,0095 \\ 0,0224 & 0,0552 & 0,0605 & 0,0502 \\ 0,0423 & 0,0728 & 0,0680 & 0,0192 \\ 0,0528 & 0,0389 & 0,0511 & 0,0381 \end{bmatrix}$	
Valeurs propres de [N]	$tr[N]=2$ $2M_{00}=2$	Indice de dépolarisation	$tr[N]=2M_{00}$	Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.930$ $\lambda_1 = 0.134$ $\lambda_2 = 0.061$ $\lambda_3 = -0.012$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.76$  $4M_{00}^2 = 4$	$P_d = 0.960$	$F \neq 4M_{00}^2$	$\ S\ _F = 0,197$ $\ \Delta M\ _F = 0,195$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$

Milieu non dépolarisant				
<u>Echantillon fondu à une température de 195 °C</u>				
Matrice de Mueller expérimentale		Matrice des écart-types		
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,2445 & -0,0100 & 0,0902 \\ 0,0013 & 0,9680 & 0,0011 & 0,0011 \\ 0,0044 & 0,0021 & 0,9214 & 0,1410 \\ 0,0602 & 0,0102 & -0,1619 & 0,9130 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0583 & 0,0390 & 0,0524 & 0,0088 \\ 0,0209 & 0,0516 & 0,0565 & 0,0469 \\ 0,0394 & 0,0680 & 0,0636 & 0,0180 \\ 0,0493 & 0,0363 & 0,0478 & 0,0356 \end{bmatrix}$		
Valeurs propres de [N]	$tr[N]=2$ $2M_{00}=2$	Indice de dépolarisation	$tr[N]=2M_{00}$	Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.924$ $\lambda_1 = 0.137$ $\lambda_2 = 0.045$ $\lambda_3 = -0.010$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.74$ $4M_{00}^2 = 4$	$P_d = 0.955$	$F \neq 4M_{00}^2$	$\ S\ _F = 0,184$ $\ \Delta M\ _F = 0,181$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$
Milieu non dépolarisant				
<u>Echantillon fondu à une température de 207 °C</u>				
Matrice de Mueller expérimentale		Matrice des écart-types		
$[M_{exp}] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,2120 & 0,0084 & 0,0052 \\ 0,0014 & 0,9879 & 0,0010 & 0,0012 \\ 0,0045 & 0,0020 & 0,9613 & 0,1300 \\ 0,0200 & 0,0002 & 0,1109 & 0,9629 \end{bmatrix}$		$[S] = \begin{bmatrix} 0,0485 & 0,0325 & 0,0437 & 0,0074 \\ 0,0174 & 0,0430 & 0,0471 & 0,0391 \\ 0,0329 & 0,0567 & 0,0529 & 0,0150 \\ 0,0411 & 0,0302 & 0,0398 & 0,0296 \end{bmatrix}$		
Valeurs propres de [N]	$tr[N]=2$ $2M_{00}=2$	Indice de dépolarisation	$tr[N]=2M_{00}$	Normes de Frobenius
$\lambda_0 = 1.969$ $\lambda_1 = 0.112$ $\lambda_2 = 0.018$ $\lambda_3 = -0.10$	$F = \sum_{i,j} M_{ij}^2 = 3.91$ $4M_{00}^2 = 4$	$P_d = 0.983$	$F \approx 4M_{00}^2$	$\ S\ _F = 0,153$ $\ \Delta M\ _F = 0,151$ $\ \Delta[M]\ _F < \ S\ _F$
Milieu non dépolarisant				

**Tableau IV.13:** Matrices de Mueller corrigées et le critère de la détection de la dépolarisation pour nos échantillons fondus aux différentes températures

A la vue du tableau (IV.13), nous voyons pour les 2 premiers milieux fondus à des températures de 120 °C, 133 °C, que :

$$\|\Delta[M]\|_F > \|S\|_F$$

$$P_d < 1$$

$$\lambda_0 < 2,00 ,$$

$$\lambda_i \neq 0 \text{ pour } i = 1,2,3$$

$$F \neq 4M_{00}^2$$

$$\text{Trace} (\tilde{M}_J^+ \cdot \tilde{M}_J) = 4M_{00}^2$$

$$\text{tr}[N] = 2M_{00}$$

Et pour les autres échantillons fondus avec les températures de 160°C, 176°C, 184°C, 195°C, 207°C :

$$\|\Delta[M]\|_F \leq \|S\|_F$$

$$P_d \approx 1$$

$$\lambda_0 \approx 2,00 \text{ ,}$$

$$\lambda_i \approx 0 \text{ pour } i = 1,2,3$$

$$F \approx 4M_{00}^2$$

$$\text{tr}[N] = 2M_{00}$$

Cette analyse montre que les deux milieux fondus à la température de 120 °C, 133 °C, sont donc **dépolarisants**. Chacune de ces deux matrices de Mueller expérimentales ne peut donc pas être estimée par une matrice de Mueller-Jones ; tandis que les milieux fondus aux températures de 160°C, 176°C, 184°C, 195°C, 207°C, sont **non dépolarisants**. Chacune de ces matrices de Mueller expérimentales peut donc être estimée par une matrice de Mueller-Jones.

#### IV.5.4.4 Détermination des propriétés polarimétriques

Afin de caractériser de manière complète nos échantillons nous devons les diviser en deux groupes. Un premier contient les deux films dépolarisants fondus aux températures 120°C, 133 °C et un deuxième groupe contient les échantillons non dépolarisants fondus aux températures de 160°C, 176°C, 184°C, 195°C, 207°C. Cependant ces deux groupes n'ont pas les mêmes propriétés polarimétriques (Tableau IV.14). En effet :

- Premier groupe présente une dépolarisation ( $0,84 < P_d < 0,85$ ) (au caractère isotrope).
- Deuxième groupe ne contient que les échantillons non dépolarisants  $P_d > 0,95$  .

Nous venons donc de classer polarimétriquement les sept échantillons. Comme les propriétés de ces milieux sont différentes, les résultats pour chaque milieu seront présentés séparément.

- Si le milieu est **non dépolarisant**, pour déterminer les propriétés polarimétriques de notre milieu, en déterminant d'abord la matrice de Mueller-Jones estimée, ensuite nous appliquons la décomposition polaire à cette matrice de Mueller-Jones  $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D]$ , cette décomposition

nous a permis de vérifier si notre milieu est soit **dichroïque** soit biréfringent, soit **les deux à la fois**. Dans ce dernier cas, nous calculons d'une part, la retardance  $R$  ainsi qu'aux couples  $(\alpha_r, \varepsilon_r)$  définissant l'axe rapide du retardateur  $[\tilde{M}_R]$ , et, d'autre part, à la diatténuation  $D$  ainsi qu'aux couples  $(\alpha_d, \varepsilon_d)$  définissant les axes de diatténuation maximale de  $[M_D]$ . L'algorithme (Annexe A.1) nous a permis de remonter aux toutes les propriétés polarimétriques de ce milieu.

- Si le milieu est **dépolarisant**, en vérifiant d'abord si le milieu étudié est **dépolarisant biréfringent, dépolarisant dichroïque** ou **dépolarisant biréfringent dichroïque à la fois**, pour ce faire, en comparant les normes de Frobenius suivantes  $\|\Delta[M_\Delta]\|_F, \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F, \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F$  avec  $\|S\|_F$ , ensuite pour remonter aux propriétés polarimétriques de ce milieu dépolarisant biréfringent et dichroïque en évaluant tout d'abord l'indice de dépolarisation  $P_d$  et puis en remontant aux paramètres  $R, D, \alpha_r, \varepsilon_r, \alpha_d, \varepsilon_d$  issus de la décomposition proposée par LU et CHIPMAN :  $[M] = [M_\Delta][M_R].[M_D]$ (III.26). L'algorithme (Annexe A.2) nous a permis de remonter aux toutes propriétés polarimétriques de ces milieux.

Les résultats expérimentaux obtenus pour tous les échantillons soit du premier groupe soit de deuxième groupe sont consignés dans les tableaux VI.14 et VI.15.

<b>Premier Groupe milieux dépolarisants</b>			
En appliquant la décomposition de LU et CHIPMAN suivant l'ordre : $[M] = [M_{\Delta}][M_R].[M_D]$			
Echantillon fondu à une température de 120 °C		Echantillon fondu à une température de 133 °C	
<b>Matrice de dépolarisation <math>[M_{\Delta}]</math></b>		<b>Matrice de dépolarisation <math>[M_{\Delta}]</math></b>	
$[M_{\Delta}] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0078 & 0.8462 & 0.0042 & -0.0044 \\ -0.0018 & 0.0042 & 0.7060 & -0.1099 \\ 0.0125 & -0.0044 & -0.1099 & 0.9005 \end{bmatrix}$		$[M_{\Delta}] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0444 & 0.7982 & -0.0093 & -0.0063 \\ 0.0218 & -0.0093 & 0.9309 & 0.0228 \\ 0.0072 & -0.0063 & 0.0228 & 0.8146 \end{bmatrix}$	
<b>Matrice de diatténuation <math>[M_D]</math></b>		<b>Matrice de diatténuation <math>[M_D]</math></b>	
$[M_D] = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0104 & -0,0001 & 0,0065 \\ 0,0104 & 1,0000 & -0,0000 & 0,0000 \\ -0,0001 & 0,0000 & 0,9999 & 0,0000 \\ 0,0065 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix}$		$[M_D] = \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,0214 & -0,0250 & 0,0070 \\ -0,0214 & 0,9997 & 0,0003 & -0,0001 \\ -0,0250 & 0,0003 & 0,9997 & -0,0001 \\ 0,0070 & -0,0001 & -0,0001 & 0,9998 \end{bmatrix}$	
<b>Matrice de Retardance <math>[M_R]</math></b>		<b>Matrice de Retardance <math>[M_R]</math></b>	
$[M_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.9997 & -0.0122 & 0.0201 \\ 0.0000 & -0.0068 & 0.6896 & 0.7242 \\ 0.0000 & -0.0220 & -0.7241 & 0.6893 \end{bmatrix}$		$[M_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.9991 & -0.0266 & 0.0325 \\ 0.0000 & 0.0090 & 0.8920 & 0.4520 \\ 0.0000 & -0.0410 & -0.4513 & 0.8914 \end{bmatrix}$	
<b>Normes de Frobenius</b> $\ S\ _F = 0.110$ $\ \Delta[M_{\Delta}]\ _F = 0.935$ $\ \Delta[M_{\Delta R}]\ _F = 0.015$ $\ \Delta[M_{\Delta D}]\ _F = 0.935$	<b>Conclusion</b> $\begin{cases} \ \Delta[M_{\Delta}]\ _F > \ S\ _F \\ \ \Delta[M_{\Delta D}]\ _F > \ S\ _F \\ \ \Delta[M_{\Delta R}]\ _F \leq \ S\ _F \end{cases}$ <b>milieu dépolarisant biréfringent faiblement dichroïque</b>	<b>Normes de Frobenius</b> $\ S\ _F = 0,124$ $\ \Delta[M_{\Delta}]\ _F = 0,578$ $\ \Delta[M_{\Delta D}]\ _F = 0,576$ $\ \Delta[M_{\Delta R}]\ _F = 0,043$	<b>Conclusion</b> $\begin{cases} \ \Delta[M_{\Delta}]\ _F > \ S\ _F \\ \ \Delta[M_{\Delta D}]\ _F > \ S\ _F \\ \ \Delta[M_{\Delta R}]\ _F \leq \ S\ _F \end{cases}$ <b>milieu dépolarisant biréfringent faiblement dichroïque</b>
<b><u>Propriétés de la dépolarisation</u></b>		<b><u>Propriétés de la dépolarisation</u></b>	
<b>Indice de dépolarisation <math>P_d=0.841</math></b>		<b>Indice de dépolarisation <math>P_d=0.851</math></b>	
<b><u>Propriétés de la biréfringence</u></b>		<b><u>Propriétés de la biréfringence</u></b>	
<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>	
$R = 46.42^\circ$	$\varepsilon_r = -0.09^\circ$	$\alpha_r = -0.83^\circ$	
<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>	
$R = 26.96^\circ$	$\varepsilon_r = -0.52^\circ$	$\alpha_r = -1.32^\circ$	
<b><u>Propriétés de la diatténuation</u></b>		<b><u>Propriétés de la diatténuation</u></b>	
<b>Diatténuation <math>D</math></b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>	
$D = 0.012$	$\varepsilon_D = 0.18^\circ$	$\alpha_D = -0.37^\circ$	
<b>Diatténuation <math>D</math></b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>	
$D = 0.033$	$\varepsilon_D = 0.20^\circ$	$\alpha_D = -2.47^\circ$	

**Tableau IV.14:** Caractéristiques polarimétriques des échantillons de polyéthylène du Premier Groupe (milieux dépolarisants)

<b>Deuxième Groupe milieux Non dépolarisants</b>		
En appliquant la décomposition polaire suivant l'ordre : $[M] = [M_R] \cdot [M_D]$		
<b>Echantillon fondu à une température de 160 °C</b>		
<p><b>Matrice de Mueller-Jones estimée</b></p> $[\tilde{M}_0] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1584 & -0.0032 & -0.0024 \\ 0.1584 & 1.0000 & 0.0023 & -0.0266 \\ -0.0033 & 0.0023 & 0.9732 & 0.1915 \\ 0.0024 & 0.0266 & -0.1915 & 0.9683 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de Retardance <math>[\tilde{M}_R]</math></b></p> $[\tilde{M}_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0007 & 1.0004 & 0.0026 & -0.0267 \\ 0.0000 & 0.0026 & 0.9856 & 0.1939 \\ -0.0000 & 0.0267 & -0.1939 & 0.9807 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de diatténuation <math>[\tilde{M}_D]</math></b></p> $[\tilde{M}_D] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1584 & -0.0033 & -0.0025 \\ 0.1584 & 1.0000 & 0.0003 & -0.0002 \\ -0.0033 & -0.0003 & 0.9874 & 0.0000 \\ -0.0025 & -0.0002 & 0.0000 & 0.9874 \end{bmatrix}$	<p><b>Normes de Frobenius</b></p> $\ S\ _F = 0,223$ $\ \Delta[M]\ _F = 0,219$ $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F = 0,225$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F = 0,274$	<p><b>Conclusion</b></p> $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F > \ S\ _F$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F > \ S\ _F$ <p style="text-align: center;"><b>milieu biréfringent dichroïque</b></p>
<b>Indice de dépolarisation <math>P_d=0.958</math></b>		
<b><u>Propriétés de la biréfringence</u></b>		
<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>
R = 4.92°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = -0.39^\circ$
<b><u>Propriétés de la diatténuation</u></b>		
<b>Diatténuation D</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>
D = 0.15	$\varepsilon_D = 0.06^\circ$	$\alpha_d = -0.59^\circ$
<b>Echantillon fondu à une température de 176 °C</b>		
<p><b>Matrice de Mueller-Jones estimée</b></p> $[\tilde{M}_0] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1409 & -0.0016 & -0.0012 \\ 0.1409 & 1.0003 & 0.0011 & -0.0144 \\ -0.0016 & -0.0011 & 0.9786 & 0.1732 \\ 0.0012 & -0.0144 & -0.1732 & 0.9747 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de Retardance <math>[\tilde{M}_R]</math></b></p> $[\tilde{M}_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0005 & 1.0003 & 0.0013 & -0.0144 \\ 0.0000 & 0.0013 & 0.9885 & 0.1750 \\ -0.0000 & 0.0144 & -0.1750 & 0.9845 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de diatténuation <math>[\tilde{M}_D]</math></b></p> $[\tilde{M}_D] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1409 & -0.0016 & -0.0012 \\ 0.1409 & 1.0000 & -0.0001 & -0.0001 \\ -0.0016 & -0.0001 & 0.9900 & 0.0000 \\ -0.0012 & -0.0001 & 0.0000 & 0.9900 \end{bmatrix}$	<p><b>Normes de Frobenius</b></p> $\ S\ _F = 0,198$ $\ \Delta[M]\ _F = 0,190$ $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F = 0,200$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F = 0,246$	<p><b>Conclusion</b></p> $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F > \ S\ _F$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F > \ S\ _F$ <p style="text-align: center;"><b>milieu biréfringent dichroïque</b></p>
<b>Indice de dépolarisation <math>P_d = 0.959</math></b>		
<b><u>Propriétés de la biréfringence</u></b>		
<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>
R = 4.37°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = -2.03^\circ$
<b><u>Propriétés de la diatténuation</u></b>		
<b>Diatténuation D</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>
D = 0.140	$\varepsilon_D = -0.03^\circ$	$\alpha_d = -0.32^\circ$

<b>Deuxième Groupe milieux Non dépolarisants</b> En appliquant la décomposition polaire suivant l'ordre : $[M] = [M_R] \cdot [M_D]$								
<b>Echantillon fondu à une température de 184 °C</b>								
<p><b>Matrice de Mueller-Jones estimée</b></p> $[\tilde{M}_0] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1399 & -0.0017 & -0.0012 \\ 0.1399 & 1.0003 & 0.0011 & -0.0145 \\ -0.0017 & -0.0011 & 0.9791 & 0.1712 \\ 0.0012 & -0.0145 & -0.1712 & 0.9752 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de Retardance <math>[\tilde{M}_R]</math></b></p> $[\tilde{M}_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0005 & 1.0003 & 0.0013 & -0.0145 \\ 0.0000 & 0.0013 & 0.9888 & 0.1729 \\ -0.0000 & 0.0145 & -0.1729 & 0.9849 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de diatténuation <math>[\tilde{M}_D]</math></b></p> $[\tilde{M}_D] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1399 & -0.0017 & -0.0012 \\ 0.1399 & 1.0000 & -0.0001 & -0.0001 \\ -0.0017 & -0.0011 & 0.9902 & 0.0000 \\ 0.0012 & -0.0001 & 0.0000 & 0.9902 \end{bmatrix}$	<p><b>Normes de Frobenius</b></p> $\ S\ _F = 0,197$ $\ \Delta[M]\ _F = 0,195$ $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F = 0,199$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F = 0,243$	<p><b>Conclusion</b></p> $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F > \ S\ _F$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F > \ S\ _F$ <p style="text-align: center;"><b>milieu biréfringent dichroïque</b></p>						
<b>Indice de dépolarisation <math>P_d=0.960</math></b>								
<b><u>Propriétés de la biréfringence</u></b>								
<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: none;"><b>Retardance R</b></td> <td style="border: none;"><b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b></td> <td style="border: none;"><b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b></td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;">R = 4.3°</td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\varepsilon_r = 0.00^\circ</math></td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\alpha_r = -2.4^\circ</math></td> </tr> </table>			<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>	R = 4.3°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = -2.4^\circ$
<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>						
R = 4.3°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = -2.4^\circ$						
<b><u>Propriétés de la diatténuation</u></b>								
<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: none;"><b>Diatténuation D</b></td> <td style="border: none;"><b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b></td> <td style="border: none;"><b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b></td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;">D = 0.139</td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\varepsilon_D = -0.03^\circ</math></td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\alpha_D = -0.35^\circ</math></td> </tr> </table>			<b>Diatténuation D</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>	D = 0.139	$\varepsilon_D = -0.03^\circ$	$\alpha_D = -0.35^\circ$
<b>Diatténuation D</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>						
D = 0.139	$\varepsilon_D = -0.03^\circ$	$\alpha_D = -0.35^\circ$						
<b>Echantillon fondu à une température de 195 °C</b>								
<p><b>Matrice de Mueller-Jones estimée</b></p> $[\tilde{M}_0] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1312 & -0.0020 & -0.0008 \\ 0.1312 & 1.0003 & 0.0006 & -0.0089 \\ -0.0020 & -0.0006 & 0.9913 & 0.1618 \\ 0.0008 & -0.0089 & -0.1618 & 0.9781 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de Retardance <math>[\tilde{M}_R]</math></b></p> $[\tilde{M}_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ 0.0004 & 1.0003 & 0.0007 & -0.0089 \\ 0.0000 & -0.0007 & 0.9898 & 0.1632 \\ -0.0000 & -0.0089 & -0.1632 & 0.9866 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de diatténuation <math>[\tilde{M}_D]</math></b></p> $[\tilde{M}_D] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1312 & -0.0020 & -0.0008 \\ 0.1312 & 1.0000 & -0.0001 & -0.0000 \\ -0.0020 & -0.0001 & 0.9914 & 0.0000 \\ -0.0008 & -0.0000 & 0.0000 & 0.9914 \end{bmatrix}$	<p><b>Normes de Frobenius</b></p> $\ S\ _F = 0,184$ $\ \Delta[M]\ _F = 0,181$ $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F = 0,186$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F = 0,229$	<p><b>Conclusion</b></p> $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F > \ S\ _F$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F > \ S\ _F$ <p style="text-align: center;"><b>milieu biréfringent dichroïque</b></p>						
<b>Indice de dépolarisation <math>P_d=0.955</math></b>								
<b><u>Propriétés de la biréfringence</u></b>								
<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: none;"><b>Retardance R</b></td> <td style="border: none;"><b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b></td> <td style="border: none;"><b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b></td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;">R = 4.09°</td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\varepsilon_r = 0.00^\circ</math></td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\alpha_r = -1.56^\circ</math></td> </tr> </table>			<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>	R = 4.09°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = -1.56^\circ$
<b>Retardance R</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_r</math></b>						
R = 4.09°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = -1.56^\circ$						
<b><u>Propriétés de la diatténuation</u></b>								
<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: none;"><b>Diatténuation D</b></td> <td style="border: none;"><b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b></td> <td style="border: none;"><b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b></td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;">D = 0.13</td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\varepsilon_D = -0.02^\circ</math></td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>\alpha_D = -0.43^\circ</math></td> </tr> </table>			<b>Diatténuation D</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>	D = 0.13	$\varepsilon_D = -0.02^\circ$	$\alpha_D = -0.43^\circ$
<b>Diatténuation D</b>	<b>Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></b>	<b>Azimuts <math>\alpha_d</math></b>						
D = 0.13	$\varepsilon_D = -0.02^\circ$	$\alpha_D = -0.43^\circ$						

<b>Deuxième Groupe milieux Non dépolarisants</b> En appliquant la décomposition polaire suivant l'ordre : $[M] = [M_R] \cdot [M_D]$								
<b>Echantillon fondu à une température de 207 °C</b>								
<p><b>Matrice de Mueller-Jones estimée</b></p> $[\tilde{M}_0] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1094 & 0.0062 & 0.0003 \\ 0.1094 & 1.0001 & 0.0004 & -0.0007 \\ 0.0020 & 0.0004 & 0.9864 & 0.1234 \\ -0.0003 & 0.0007 & -0.1234 & 0.9863 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de Retardance <math>[\tilde{M}_R]</math></b></p> $[\tilde{M}_R] = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & -0.0089 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.9923 & 0.1632 \\ 0.0000 & 0.0008 & -0.1632 & 0.9866 \end{bmatrix}$ <p><b>Matrice de diatténuation <math>[\tilde{M}_D]</math></b></p> $[\tilde{M}_D] = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1094 & 0.0062 & 0.0003 \\ 0.1094 & 1.0000 & 0.0003 & 0.0000 \\ 0.0062 & 0.0003 & 0.9940 & 0.0000 \\ 0.0003 & 0.0000 & 0.0000 & 0.9940 \end{bmatrix}$	<p><b>Normes de Frobenius</b></p> $\ S\ _F = 0,153$ $\ \Delta[M]\ _F = 0,151$ $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F = 0,155$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F = 0,174$	<p><b>Conclusion</b></p> $\ \Delta[\tilde{M}_R]\ _F > \ S\ _F$ $\ \Delta[\tilde{M}_D]\ _F > \ S\ _F$  <p style="text-align: center;"><b>milieu biréfringent dichroïque</b></p>						
<p><b>Indice de dépolarisation <math>P_d=0.983</math></b></p>								
<p><b>Propriétés de la biréfringence</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Retardance R</th> <th style="text-align: left;">Ellipticité <math>\varepsilon_r</math></th> <th style="text-align: left;">Azimuts <math>\alpha_r</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: left;">R = 3.54°</td> <td style="text-align: left;"><math>\varepsilon_r = 0.00^\circ</math></td> <td style="text-align: left;"><math>\alpha_r = 0.17^\circ</math></td> </tr> </tbody> </table>			Retardance R	Ellipticité $\varepsilon_r$	Azimuts $\alpha_r$	R = 3.54°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = 0.17^\circ$
Retardance R	Ellipticité $\varepsilon_r$	Azimuts $\alpha_r$						
R = 3.54°	$\varepsilon_r = 0.00^\circ$	$\alpha_r = 0.17^\circ$						
<p><b>Propriétés de la diatténuation</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Diatténuation D</th> <th style="text-align: left;">Ellipticité <math>\varepsilon_D</math></th> <th style="text-align: left;">Azimuts <math>\alpha_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: left;">D = 0.10</td> <td style="text-align: left;"><math>\varepsilon_D = 0.009^\circ</math></td> <td style="text-align: left;"><math>\alpha_D = 1.60^\circ</math></td> </tr> </tbody> </table>			Diatténuation D	Ellipticité $\varepsilon_D$	Azimuts $\alpha_D$	D = 0.10	$\varepsilon_D = 0.009^\circ$	$\alpha_D = 1.60^\circ$
Diatténuation D	Ellipticité $\varepsilon_D$	Azimuts $\alpha_D$						
D = 0.10	$\varepsilon_D = 0.009^\circ$	$\alpha_D = 1.60^\circ$						

**Tableau IV.15:** Caractéristiques polarimétriques des échantillons de polyéthylène du deuxième Groupe (milieux non dépolarisants)

#### IV.5.4.5 Classification polarimétrique des échantillons

L'application de l'algorithme de la détection de la dépolarisation nous a confirmé que les échantillons du premier groupe sont dépolarisants et de deuxième groupe sont non dépolarisants. Cependant, pour remonter aux toutes propriétés polarimétriques il est important de vérifier :

- Les échantillons du premier groupe soient : **Dépolariseurs non Biréfringent** et non **Dichroïque** ; **Dépolariseurs Biréfringents non Dichroïque** ; **Dépolariseurs Dichroïques non Biréfringent** ou **Dépolariseurs Biréfringent Dichroïque**.
- Et les échantillons du deuxième groupe soient : **Biréfringents non dichroïques** ; **dichroïques non Biréfringents** ou **biréfringents dichroïques**.

Pour cela, nous comparons les matrices issues de la décomposition de la matrice  $[M]$  initiale, en évaluant les normes de Frobenius suivantes :

$\|\Delta M\|_F, \|\Delta\tilde{M}_R\|_F, \|\Delta\tilde{M}_D\|_F$  pour les échantillons non dépolarisants et  $\|\Delta[M_\Delta]\|_F, \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F, \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F$  pour les échantillons dépolarisants.

Tous ces paramètres, ainsi que toutes les propriétés polarimétriques de nos échantillons sont rassemblés dans les deux tableaux précédents.

#### IV.5.4.6 Interprétation des résultats obtenus

A la lecture des tableaux (IV.14) et (IV.15), nous déduisons que les deux échantillons fondus aux températures de 120 ° C et 133°C se comportent en **dépolariseur biréfringent non dichroïque (faiblement dichroïque)**.

$$\begin{cases} \|\Delta[M_{\Delta}]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta D}]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[M_{\Delta R}]\|_F \leq \|S\|_F \end{cases}$$

Et les échantillons fondus aux températures de 160°C, 176°C, 184°C, 195°C, 207°C se comportent en **biréfringent non dépolarisant et faiblement dichroïque**,  $[\tilde{M}_D]$  et  $[\tilde{M}_R]$  ne se ressemblent pas à  $[\tilde{M}_0]$  nous avons :

$$\begin{cases} \|\Delta M\|_F < \|S\|_F \\ \|\Delta[\tilde{M}_R]\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta[\tilde{M}_D]\|_F > \|S\|_F \end{cases}$$

Ce résultat est tout à fait attendu, étant donné qu'à cette plage de température de 120 °C à 160°C, qui ne concerne que la phase cristalline du polymère, le polyéthylène est un milieu cristallin (biréfringent). Nous pouvons alors remonter aux propriétés de cette matrice, en appliquant les équations (II.13), (II.28), (II.30), on peut déterminer la diatténuation  $D$ , la retardance  $R$ , azimuts  $\varepsilon_r, \alpha_D$  et ellipticités  $\alpha_r, \varepsilon_D$ . Les résultats sont mentionnés dans les tableaux précédents (IV.14, IV.15). En effet :

- les indices de dépolarisation  $P_d$  confirment que la dépolarisation est faible et qu'elle présente un caractère isotrope.
- Le retard introduit par la traversée du film du polyéthylène est de 46.42° (à T= 120 °C) et 26.96° (à T= 130°C). Les états propres de ces dépolariseurs biréfringents **sont linéaires**, l'axes rapides se trouvant suivant l'axe horizontal.
- La faible valeur de la diatténuation confirme que ce milieu n'est pas dichroïque ou faiblement dichroïque.

Puisque les couples ( $\alpha_{d120} = -0.37^\circ$ ,  $\varepsilon_{d120} = 0.18^\circ$ ) et ( $\alpha_{d130} = -2.47^\circ$ ,  $\varepsilon_{d130} = 0.20^\circ$ ) sont bruités, les états propres de ces diatténuateurs sont linéaires et caractérisent, l'effet de la propagation du bruit

expérimental. Notre film de polyéthylène dans la plage de température de 120°C à 160°C est donc un dépolariseur biréfringent **linéaire d'axe rapide horizontal**.

Le tableau (IV.15) représente les paramètres polarimétriques extraites de la matrice de Mueller-Jones des films de **polyéthylène dichroïques biréfringents non dépolarisants** fondus aux températures de 160°C, 176°C, 184°C, 195°C, 207°C. Par comparaison avec la théorie, la température de 160°C représente la température de fusion  $T_f$  qui est la limite de la phase cristalline, au-delà de cette température la structure cristalline du polymère disparaît, il est dans l'état fluide, il revient à son état amorphe, ceci est confirmé par le faible retardance  $R_{max} = 4.9^\circ$ .

Nous observons aussi pour tous cinq échantillons non dépolarisants que la matrice de Mueller de ces biréfringents dichroïques est homogène puisque les axes rapides et les axes de Diatténuation (transmittance maximum) sont confondus (Tableau IV.15).

Les films de polyéthylène fondus dans une plage de température de 160°C à 207°C, dont les vibrations propres sont orthogonales et linéaires, présente donc un faible dichroïsme ou diatténuation ( $0,10 < D < 0,15$ ) et un faible biréfringence ( $R_{max} = 4.9^\circ$ ).

#### IV.5.4.7 Influence de la température de fonte sur les paramètres polarimétriques

Nous avons vu dans la partie précédente que tous les échantillons de polymère présentent le même comportement qualitatif polarimétrique (faible dépolariseur biréfringent) pour le premier groupe et (faible biréfringent dichroïque) pour le deuxième groupe. Cependant, celui-ci est différent d'un point de vue quantitatif. Tous les paramètres polarimétriques de chacun de nos films soit de premier groupe, soit de deuxième groupe peuvent varier fortement en fonction de la température de fonte. C'est pourquoi, afin de discriminer nos échantillons, Nous tracerons leurs évolutions en fonction de la température de fonte.

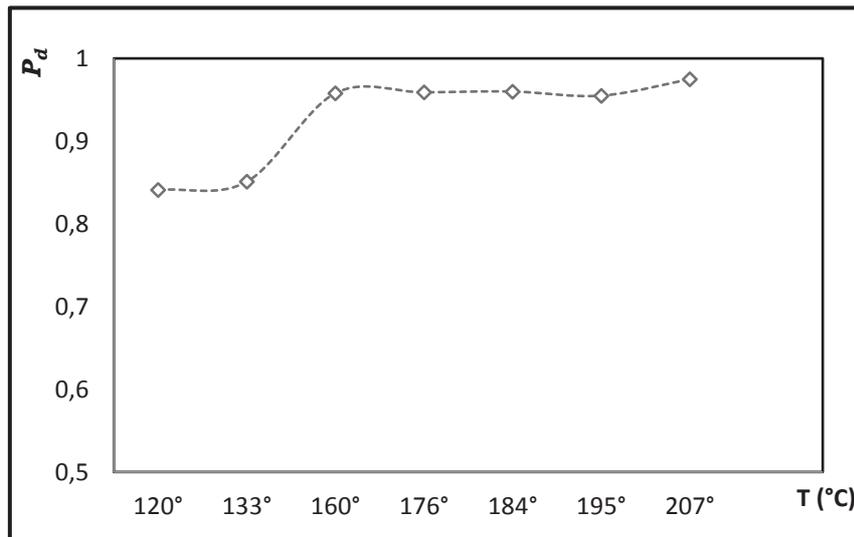
##### IV.5.4.7.1 Degré de dépolarisation

Le degré de dépolarisation quantifié la quantité de lumière diffusée, est un paramètre exploité, à partir de la matrice de Mueller  $[M]$ , cet indice est similaire au degré de polarisation  $D_P$  déterminé à partir des paramètres de vecteurs de Stokes, puisqu'il représente le caractère dépolarisant ou non d'un système décrit par une matrice de Mueller  $[M]$ . Il est défini à partir de tous les éléments  $M_{ij}$  de cette matrice de telle sorte qu'il donne une mesure moyenne du pouvoir dépolarisant d'un système optique, la valeur de l'indice de dépolarisation  $P_d$  est calculée à partir de l'équation (II.35).

Rappelons que :

- Si  $P_d = 0$  le milieu est complètement dépolarisant.
- Si  $0 < P_d < 1$  le milieu dépolarise partiellement.
- Si  $P_d = 1$  le milieu ne dépolarise pas.

Après avoir calculé les valeurs du degré de dépolarisation  $P_d$  on trace leurs évolutions en fonction de la température de fonte.



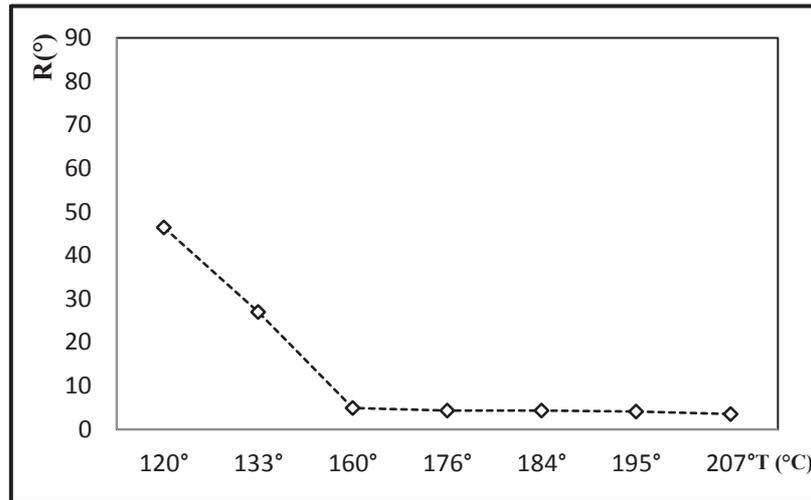
**Figure IV.17 :** Variation du degré de dépolarisation ( $P_d$ ) en fonction de la température de fonte.

La Figure (IV.17) représente la variation du degré de dépolarisation des échantillons en fonction de la température. Nous observons une valeur de degré de dépolarisation moyennement faible pour les basses températures ensuite il augmente au fur et à mesure que la température augmente jusqu'à une température autour de 160°C (milieu dépolarisant biréfringent) ; au-delà de cette température la courbe montre qu'il n'y a pas de différence notable entre les différents échantillons, un degré de dépolarisation élevé autour d'une valeur de 0,97 (milieux dichroïques biréfringents non Dépolarisants).

#### IV.5.4.7.2 La retardance (retard de phase)

Intéressons-nous à présent à l'influence de la température de fonte sur le retard de phase (retardance) cette retardance mesure la valeur absolue du déphasage introduit par le milieu étudié, sa valeur peut être directement obtenu à partir de la matrice de Mueller (II.25).

Nous prenons les valeurs des paramètres des tableaux (IV.15) et (IV.16). Nous pouvons représentés la variation du Retardance ( $R$ ) en fonction de la température.



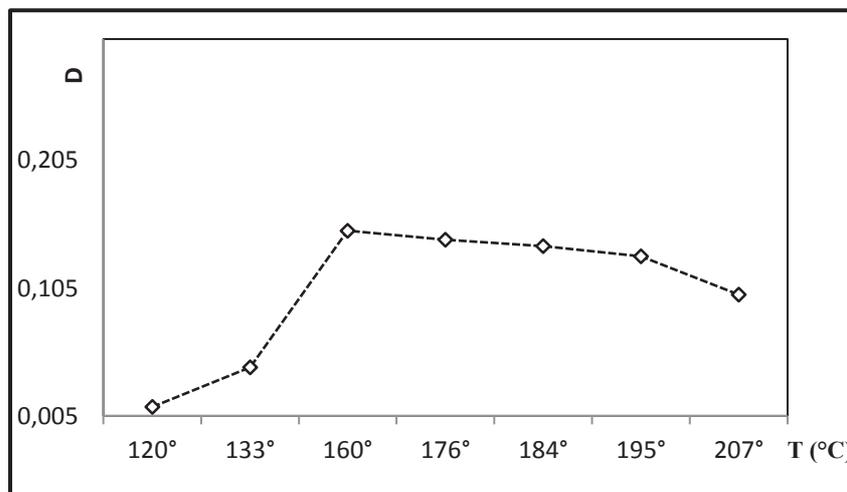
**Figure VI.18** Variation du Retard de phase ( $R$ ) en fonction de la température de fonte

Si l'on observe l'allure de variation du retard de phase (Figure IV.18), on constate que l'augmentation de la température de fonte, entraîne une diminution du retard de phase, mais dès que la température atteint le 160°C le retard de phase se stabilise autour d'une faible valeur de 4°.

#### IV.5.4.7.3 Facteur de diatténuation

Ce paramètre permet de quantifier la diatténuation (absorption en fonction de polarisation). Il caractérise le pouvoir en transmission selon deux états de polarisation. En effet le facteur de diatténuation est calculé à partir de la formule (II.36).

De même que pour la retardance, Les facteurs de diatténuation obtenus expérimentalement sont enregistrés dans le tableau (IV.14) et (IV.15), et la variation de ce facteur de diatténuation ( $D$ ) en fonction de la température de fonte est représentée par la courbe de la figure (IV.19).



**Figure IV.19** : Variation du facteur de diatténuation ( $D$ ) en fonction de la température

La courbe de la figure IV.19 représente la variation du facteur de diatténuation des échantillons de polyéthylène fondu avec différentes températures, nous voyons sur cette courbe que l'augmentation de la température de fondu, entraîne une augmentation du facteur de diatténuation d'une valeur de 0,012 à une valeur de 0,15 autour d'une température de 160°C puis il reste quasiment inchangé jusqu'à une température de 195°C où il diminue ensuite à une valeur de 0.10 .

#### IV.5.4.8 Analyse et interprétation des résultats

Comme on a mentionné plus haut, Lorsque la température augmente, un polymère peut traverser trois domaines d'état structural, délimités par trois températures.

- La température de transition vitreuse ( $T_g$ ) qui est observé dans la phase amorphe du polymère. Pour le polyéthylène cette température est entre 110°C et 130 °C
- La température de fusion  $T_f$  qui ne concerne que la phase cristalline du polymère. En toute rigueur, la phase cristalline fond sur une plage de température et non à une température fixe comme un corps pur, elle est supérieure à 130°C pour le polyéthylène. Dans cette zone le polymère se comporte comme un milieu anisotrope.
- Au-delà de la température  $T_f$  la structure cristalline du polymère disparaît, il est dans l'état fluide, alors il revient à son état amorphe.

On retient de cette partie les points suivants :

Notre courbe est divisée en deux zones, la première est entre une température de  $T=120^\circ\text{C}$  et  $T=160^\circ\text{C}$ , qui est supérieure de la température de transition vitreuse, le film de polyéthylène se comporte comme un milieu cristallin ou semi- cristallin, cela s'est traduit par une valeur importante du retard de phase (figure IV.18), dans cette zone la structure moléculaire du polymère en train de se former, et notre échantillon n'est pas homogène (peut diffuser la lumière), ce qui explique la diminutions du degré de dépolarisation ( $P_d = 0.85$ ).

La deuxième zone, est lorsque la température dépasse 160°C, c'est la température de fusion, le film devient homogène et amorphe (faible valeur du retard de phase), et sa structure n'influe pas l'état de polarisation. Donc le degré de dépolarisation reste très élevé et reste quasiment inchangé.

Le facteur diatténuation ou le dichroïsme caractérise le pouvoir en transmission selon deux états de polarisation, Donc une faible valeur diatténuation des films de polyéthylène ( $0.15 > D > 0.010$ ), indique que les propriétés de dichroïsme sont négligeables au-dessous de la température de 160°C.

## ***Conclusion et perspectives***

Le présent modèle est utilisé principalement dans le but de permettre une approche des effets de l'interaction lumière-matière. Au cours de ce travail, nous nous sommes attachés à mettre en évidence la possibilité d'utiliser le polarimètre de Mueller comme outil d'investigations physicochimiques. Cette technique polarimétrique est utile et efficace pour la caractérisation des différents milieux présentant un intérêt particulier en domaine d'optique, l'intérêt de cette technique est son accessibilité expérimentale par des simples mesures d'intensité avec des détecteurs. Pour mener à bien cet objectif, plusieurs étapes ont été nécessaires. La première étape a consisté à présenter les procédures expérimentales permettant d'obtenir des matrices de Mueller où l'influence des bruits de mesure a été minimisée et estimée à l'aide d'une procédure d'obtention choisie. Dans la deuxième étape, Nous avons présentés, des algorithmes d'analyse et traitement des matrices de Mueller expérimentales qui permettent de remonter aux propriétés polarimétriques d'un milieu, quelle que soit sa nature dépolarisant ou non. Nous avons appliqué ces algorithmes sur des différents milieux aux propriétés différentes. Nous avons montré qu'il est possible de classer ces milieux optiques en fonction de leur nature dépolarisante (faible, forte, isotrope, anisotrope), leur biréfringence et leur dichroïsme (diatténuation).

Si le milieu ne dépolarise pas, nous avons vu qu'il est intéressant de filtrer la matrice de Mueller expérimentale  $[M_{exp}]$  par sa matrice de Mueller-Jones estimée afin d'extraire les propriétés caractéristiques du milieu en appliquant la première décomposition proposée par LU et CHIPMAN (IV.31). Si le milieu est dépolarisant et si nous ne connaissons pas, a priori, ses propriétés polarimétriques nous appliquons la deuxième décomposition de LU et CHIPMAN (III.26). Nous avons donc posé les bases théoriques de l'interprétation du comportement de milieux optiques vis-à-vis d'une onde incidente polarisée.

Nous avons utilisé ce polarimètre de Mueller durant cette étude pour vérifier si la polarimétrie peut être utilisée comme un moyen d'extraction de l'information polarimétriques en relation avec les différentes propriétés optiques du milieu. Nous avons tout d'abord détaillé les différentes étapes, ainsi que les méthodologies associées, de l'étalonnage du système. Cette étape se révèle être obligatoire afin d'obtenir une précision satisfaisante sur les paramètres polarimétriques acquises. En suite dans un premier temps, nous nous sommes

intéressés à l'étude du phénomène de réflexion totale à travers le rhomboèdre de Fresnel dont l'objectif est de déterminer le retard de phase (RIR). En appliquant la procédure de choix de la décomposition et l'algorithme de la détection de la polarisation, nous avons pu démontrer que le rhomboèdre de Fresnel, est un milieu déphaseur non dépolarisant, nous avons ainsi pu vérifier la précision des résultats obtenus par une deuxième méthode simple et précise. On a également étudié un milieu purement biréfringent, une lame quat onde, avec deux méthodes afin de remonter aux propriétés polarimétriques. On a observé une excellente correspondance entre les valeurs théoriques (valeurs du constructeur) et expérimentale.

Par la suite, nous avons exploités ce polarimètre de Mueller pour une application en domaine des polymères. Le but initial de cette application est d'étudier les principales caractéristiques optiques d'un polymère qui est le polyéthylène, et de connaître de manière particulière l'influence de la température de fonte sur les propriétés polarimétriques, nous avons pu démontrer le polyéthylène est un milieu qui présente à la fois du dichroïsme, de la biréfringence et une faible dépolarisation en fonction de la température de fonte, nous avons ainsi pu confirmer que tous les paramètres polarimétriques de chacun de nos films peuvent varier fortement en fonction de la température de fonte, cette variation nous a permis de définir les différentes zone des états structuraux de notre polymère.

Il est à noter que l'algorithme mis au point dans le cadre de ce travail peut être étendu à d'autres domaines. Il est actuellement appliqué à la caractérisation polarimétrique des métaux. A plus long terme, l'utilisation du polarimètre pour l'étude d'effets non linéaires pourrait s'avérer également très intéressante.



## ***Bibliographie***

- [1] J. S. Tyo, D. L. Goldstein, D. B. Chenault and J. A. Shaw, "Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications", *Appl. Opt.* 45, No. 22, 5453-5469 (2006).
- [2] L. P. Kaminow, "Polarization in optical fibers", *IEEE JQE*, vol. QE 17, 15-25 (1981).
- [3] P. Olivard, "Application du formalisme de Stokes-Mueller à la caractérisation de fibres optiques soumises à des contraintes uniformes", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (1996).
- [4] B. Drevillon, "Phase modulated ellipsometry from the ultraviolet to the infrared; in situ application to the growth of semiconductors", *Progress in crystal growth and characterization of materials*, vol. 27 (1993).
- [5] G. C. Stokes, "On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources", *Trans. Cambridge Philos. Soc.* 9, 399-416 (1852).
- [6] H. Mueller, "The Foundations of Optics", *J. Opt. Soc. Am.* 38, 661 (1948).
- [7] S. Huard, "Polarisation de la lumière", Masson, Paris, (1993).
- [8] B. Kaplan and B. Drévillon, "Mueller matrix measurements of small spherical particles deposited on a c-Si wafer", *Applied Optics*, vol. 41, n° 19, p. 3911-3918, (2002).
- [9] Paul Lorrain, Dale R. Corson, François Lorrain, "Les Phénomènes électromagnétiques" DUNOD, Montréal, Québec, Canada (2000).
- [10] Henri Poincaré, "Électricité et optique", 2<sup>ème</sup> édition, 92330 Sceaux (1901).
- [11] P. Krempf, "Electromagnétisme MPSI cours méthodes et exercices résolus", Bréal, rue de Rome (2003).
- [12] M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics", Cambridge University Press, Cambridge, 7<sup>ème</sup> édition, (1999).
- [13] J.D. Jackson, "Electrodynamique Classique", chapitres 6 et 7. Dunod, Paris, (2001).
- [14] Ainouz Samia, "Analyse et traitement d'images multidimensionnelles de polarisation", Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur – Strasbourg (2006).
- [15] R. Gabillard, "Vibration et phénomène de propagation", Dunod, PARIS (1969).
- [16] José-Philippe Pérez, R. Carles, R. Fledkinger "Électromagnétisme Fondements et Applications" 4<sup>e</sup> édition Dunod, PARIS. (2002).
- [17] G. Russakoff, "A derivation of the macroscopic Maxwell equations", *Am. J. Phys.* 38, 1188, (1970).

- [18] A.F. Benhabib, A. Hadjadj "Optique physique", tome 2 Office des publications universitaires, alger, (1993).
- [19] J-J.Greffet, "Electromagnétisme, cours de l'Ecole Centrale Paris", Physique II, Paris (2008).
- [20] J.P Mathieu "Optique" Tome I, Société d'édition D'enseignement supérieur Paris, (1962).
- [21] G.Bruhat "Optique" , sixième édition DUNOD Paris (2005).
- [22] R.M.A. Azzam, N.M. Bashara, "Ellipsometry And Polarized Light", North-Holland Publishing, UAS, (1977).
- [23] P. Soleillet, "Sur les paramètres caractérisant la polarisation partielle de la lumière dans les phénomènes de fluorescence", Ann. Phys. , vol. 12, 23-97 (1929).
- [24] E. Bahaa, A. Saleh, "Fundamentals of photonics", John Wiley and Sonic, Inc New york USA (1991).
- [25] Bruno Boulbry, "Mise en place d'un polarimètre de Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2002).
- [26] H. C. Van de Hulst, "Light scattering by small particles", Ed. Wiley, New-York (1957).
- [27] K. Kim, L. Mendel, E. Wolf, "Relationship between Jones and Mueller matrices for a random media", J. O. S. A., vol. 4, 433-437 (1987).
- [28] R. Simon, "Mueller matrices and depolarization criteria", Journal of Modern Optics, vol. 47, 569-575(1987).
- [29] A. B. Kostinski, "Depolarisation criterion for incoherent scattering", Appl. Opt., vol.31, 3506-3508 (1992).
- [30] G. Bruhat "Cours de Physique Générale", 6<sup>e</sup> édition, Masson, (1992).
- [31] J. J. Gil et E. Bernabeu, "Depolarization and polarization indices of an optical system", Opt. Act.,vol 33, 185-189 (1986).
- [32] R. Barakat, "Bilinear constraints between elements of the 4×4 Mueller-Jones transfer matrix of polarization theory", Opt. Commun., vol. 28, 159-161 (1981).
- [33] C. Brosseau, "Analysis of experimental data for Mueller polarization matrices", Optik, vol. 85, 83-86 (1990).
- [34] C. Brosseau, "Polarization transfer in non-depolarizing optical linear media", Optik, vol. 85, 180-182 (1990).
- [35] R. Simon, "The connection between Mueller and Jones matrices of polarization optics", Opt.Comm., vol. 42, 293-297 (1982).
- [36] S. R. Cloude, "Condition for the physical reasibility of matrix operators in polarimetry", in Polarization consideration for optical systems II, R. A. CHIPMAN ed., Proc. Soc. Photo-Opt Instrum Eng., vol.1166, 177-185, (1989).

- [37] J. M. Correas, P. Melero<sup>1</sup>, J. J. Gil "Decomposition of Mueller matrices in pure Optical media", *Monografías del Semin. Matem. Garca de Galdeano*. 27: 233-240, (2003).
- [38] José J. Gil, "characteristic properties of Mueller matrices", *Jornal Optical Society of America* , 17, 328-334, (2000).
- [39] H. Poincaré, "Théorie mathématique de la lumière", Gauthiers-Villars, vol. 2, Paris (1892).
- [40] S.B. Philips, N. Kollias, R. Gillies, J.A. Muccini et L.A. Drake, "Polarized light photography enhances visualization of inflammatory lesions of acne vulgaris" , *J Am Acad Dermatol* 37 (6), 948-952, (1997).
- [41] R. A. Chipman, "Handbook of Optics", M. Bass, ed. Optical Society of America, Washington, 2<sup>ème</sup> édition (1995).
- [42] Frédéric Boulvert, "Analyse de milieux fortement diffusants par polarimétrie de Mueller et méthodes optiques cohérentes. Application à l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë", thèse de doctorat (2006).
- [43] Chipman, R. A, "Polarization analysis of optical systems", *Opt. Eng.* 28, 90-99 (1989).
- [44] R. A. Chipman. "Polarimetry". Mcgraw-hill, new york edition, in *Handbook of Optics*, Chapter 22, (1993).
- [45] Dennis Goldstein. "Polarized light", 2<sup>ème</sup> Edition, Revised and Expanded Marcel Dekker (2003).
- [46] B. Laude-Boulesteix. "Développements instrumentaux en imagerie tomographique et polarimétrique". Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique, Paris, France, (2004).
- [47] H. G. Jerrard, "Modern description of polarized light: matrix methods", *Optics and Laser Technology*, 309-319 (1982).
- [48] J. J. Gil, E. Bernabeu, "Obtainment of the polarizing and retardation parameters of a non depolarizing optical system from the polar decomposition of its Mueller matrix", *Optik*, vol. 76, n° 2, 67-71 (1987).
- [49] S. LU, R. A. Chipman, "Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition", *J. O. S. A. A.*, vol. 13, n° 5, 1106-1113 (1996).
- [50] S.B. Philips, N. Kollias, R. Gillies, J.A. Muccini et L.A. Drake, "Polarized light photography enhances visualization of inflammatory lesions of acne vulgaris", *J Am Acad Dermatol* 37 (6), 948-952, (1997).
- [51] H. Clifford, "Birefringence imaging reveals cell components", *Biophotonics international* 21-22, (1996).
- [52] S -Y. Lu, R. A. Chipman, "Homogeneous and inhomogeneous Jones matrices", *J. O. S. A. A.*, vol. 11, 766-773 (1994).

- [53] E. Wolf, "Coherence Properties of Partially Polarized Electro-magnetic Radiation" , Il Nuovo Cimento 13 ,(1959).
- [54] Romain Roux "Reconstruction 3D de surfaces à transparence partielle ou totale basée sur la polarimétrie", thèse de doctorat (2009).
- [55] L.Brehonnet, B. Le jeune "Utilisation of Mueller matrix formalism to obtain optical targets depolarization and polarisation proprieties", JEUNE Prog. Quanr. Elecrr., Vol. 21, No. 2 p. 109-151,(1997).
- [56] B. DeBoo, J. Sasian, and R. Chipman, "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization", OPTICS EXPRESS Vol. 12, No. 20 / 4941, (2004).
- [57] S.Guyot, "Analyse des matrices de Mueller et du champ de speckle en vue d'application au genie bio-medical" Thèse de Doctorat, université paris XII (2003).
- [58] J. J. Gil, E. Bernabeu, "A depolarization criterion in Mueller matrices", Opt. Act., vol. 32, n° 3,259-261 (1985).
- [59] Ossikovski, R., Anastasiadou, M., Ben Hatit, S et De Martino, A., "Depolarising Mueller matrices; how to decompose them", Phys. Stat. Sol. (a) 205, 720–727,(2008).
- [60] F. Le Roy-Brehonnet, B. Le Jeune, P. Elies, J. Cariou, J. Lotrian, "Optical media and target characterization by Mueller matrix decomposition", J. Phys. D, vol. 29, 34-38 (1996).
- [61] F. Le Roy-Brehonnet, B. Le Jeune, "Utilization of Mueller matrix formalism to obtain optical targets depolarization and polarization properties", Prog. Quantum Electron., vol. 21, n° 2, 109-151 (1997).
- [62] F. Le Roy-Brehonnet, B. Le Jeune, P. Y. Gerligand, J. Cariou, J. Lotrian, "Analysis of depolarizing optical targets by Mueller matrix formalism", Pure Applied Optics, vol. 6, 385-404 (1997).
- [63] D. G. M. Anderson, R. Barakat, "Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix", J. O. S. A., vol. 11, 2305-2319 (1994).
- [64] A. B. Kostinski, "Depolarization criterion for incoherent scattering", Appl. Opt., vol.31, 3506-3508 (1992).
- [65] S. R. Cloude, "Group theory and polarization algebra", Optik, vol. 75,26-36 (1986).
- [66] S. R. Cloude, "Lie groups in electromagnetic wave propagation and scattering", J. of Electromagnetic Waves and Application, vol. 6, 947-974 (1992).
- [67] S. R. Cloude, "Special unitary groups polarimetry theory", Proc. SPIE, vol. 2265, 292-303 (1994).
- [68] S. R. Cloude, E. Pottier, "Concept of polarization entropy in optical", Optical Engineering, vol. 34, 1599-1610 (1995).
- [69] F. Le Roy Brehonnet, "Application de décomposition de matrices de Mueller à la

- caractérisation et à la classification de cibles", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (1996).
- [70] R. C. Jones, "A new calculus for the treatment of optical systems", *J.O.S.A.*, vol. 31, 488-493 (1941).
- [71] C. Whitney, "Pauli-algebraic operators in polarization optics", *J.O.S.A.*, vol. 61, 1207-1213 (1971).
- [72] B. Le Jeune, J. P. Marie, P. Y. Gerligand, J. Cariou "Mueller matrix formalism in imagery. An experimental arrangement for noise reduction", *Proc. SPIE (San Diego U.S.A)*, vol.2265, 443-451 (1994).
- [73] Philip R. Bevington, D. Keith Robinson "Data reduction and error analysis for the physical sciences", McGraw-Hill companies, Inc, 1221 Avenue of Americas, New York (2003).
- [74] G. Russakoff, "A derivation of the macroscopic Maxwell equations", *Am. J. Phys.* 38, 1188, (1970).
- [75] Lucie Quaranta, "Electromagnétisme", Masson (1995).
- [76] J. Paul Mathieu "Optique", Tome I, Société D'édition D'enseignement supérieur Paris, (1962).
- [77] A.F. Benhabib, A. Hadjadj "Optique physique", tome 2 Office des publications universitaires, alger, (1993).
- [78] Heche "Optics ", 2nd édition, Addison Wesley, Chapitre 8, (1987).
- [79] R. M. A. Azzam, F. F. Sudradjat, " Principal angles and principal azimuths of frustrated total internal reflection and optical tunneling by an embedded low-index thin film", *J. Opt. Soc. Am. A / Vol. 28, No. 6 / June 2011*
- [80] R. M. A. Azzam, "Relationship between the p and s Fresnel reflection coefficients of an interface independent of angle of incidence", *Opt. Soc. Am. A* 3, 928-929 (1986)
- [81] P. Petit, J.-F. Donati and the ESPaDONs " project team, Stellar polarimetry with ESPaDONs ", *arXiv:astro-ph/0403118v14* , p. 1-8, (2004).
- [82] N. R. Kulish, M. P. Lisitsa, and N. I. Malysh, "Influence of polarization azimuth on two-photon absorption in CdS", *Semiconductor physics, Quantum Electron. Optoelectron.* 8(4), 72–73 (2005).
- [83] D. Mawet et al, "Fresnel rhombs as achromatic phase shifters for infrared nulling interferometry ", *Opt. Express* 15(20), 12850–12865 (2007).
- [84] Q. Li et al, "Novel method for measuring reflection-induced retardance employing polarizers and its theoretical analysis ", *J. Harbin Eng. Univ.*(3), 59–62 (2002).
- [85] L. P. Kaminow, "Polarization in optical fibers", *IEEE JQE*, vol. QE 17, 15-25 (1981).

- [86] Bruno Boulbry, "Mise en place d'un polarimètre de Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2002).
- [87] D. Sivoukhine "Cours de Physique Générale", Tome IV, vol.2 ; Mir, Chapitre VII. (1984).
- [88] L. Dettwiller "Détermination de l'axe lent d'une lame quart d'onde" ; BUP n°835 (2001).
- [89] L. Landau and F. Lifchitz, "Electrodynamique des Milieux Continus" , Editions Mir, Moscou, (1969).
- [90] H.Henning Kausch, N.Heymans, P.Decroly, "Matériaux polymères, propriétés mécaniques et Physiques", Presses polytechniques et universitaires romandes Lausanne suisse (2001).
- [91] Patrick ombette, I.Ernoult "Physique des polymères", Tome II, Propriétés. Hermann edition 75005 Paris France (2006).
- [92] Patrick ombette, I.Ernoult "Physique des polymères", Tome I, Structure , Fabrication. Hermann edition France (2005).
- [93] S.Etienne, L.David , "Introduction à la physique des polymères", 2<sup>ème</sup> édition, Dunod, (2012).

# *Application de la technique de polarisation pour la caractérisation des propriétés optiques des matériaux destinés pour l'optique*

## Résumé :

La polarimétrie de Mueller est une technique qui mesure la réponse polarimétrique linéaire complète d'un milieu, dans le but de déterminer ses propriétés de diatténuation, de biréfringence et de dépolarisation.

Au cours de ce travail de thèse, nous nous sommes attelés à mettre en évidence la possibilité d'utiliser ce polarimètre de Mueller comme outil d'investigation utilisé pour la caractérisation des propriétés optiques des différents milieux destinés pour l'optique.

Nous traitons en premier lieu les motivations qui ont conduit au choix de la polarisation comme agent de contraste dans le cadre de cette étude. Nous avons alors opté pour la polarimétrie de Mueller, technique adaptée à l'étude des milieux dépolarisants ou non dépolarisants. Des améliorations ont porté sur divers aspects du fonctionnement du polarimètre, et notamment la réduction des erreurs de mesure, qui ont été réduites et estimées à moins de un pour cent par rapport au premier paramètre de la matrice de Mueller  $M_{00}$ .

En second plan nous posons les bases théoriques dans l'interprétation des résultats obtenus à partir de la mesure de la matrice de Mueller d'un milieu. La lecture de cette dernière n'étant pas immédiate, un algorithme de décomposition et de classification des matrices de Mueller dépolarisantes et non dépolarisantes a été développé. Celui-ci est validé sur différents échantillons de natures très diverses.

Dans le troisième volet, nous présentons les résultats obtenus pour des échantillons non dépolarisants tels que le rhomboèdre de Fresnel, la lame biréfringente, et les échantillons dépolarisants : un Polymère (polyéthylène) fondu à différentes températures. Cela nous a permis de prouver que l'exploitation de la matrice de Mueller est avantageuse pour la caractérisation des propriétés optiques de ces échantillons, grâce à la variété d'information qu'elle propose.

**Mots-clés:** Polarisation, Filtrage du bruit, Polarimétrie, matrice de Mueller, Rhomboèdre de Fresnel, Matériaux polymères.

**Annexe A.1 :** Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller non dépolarisante.

**Annexe A.2:** Algorithme de détermination des propriétés physiques d'une matrice de Mueller dépolarisante.

**Annexe A.3 :** Algorithme de détermination des propriétés physiques d'une matrice de Mueller expérimentale.

**Annexe B.1 :** Matrice de Mueller de différentes formes de diatténuateurs où  $x$  est défini comme l'axe horizontal.

Élément optique	Valeurs propres	Vecteurs propres	Matrice de Jones	Matrice de Mueller	Vecteur Diatténuation
Polariseur linéaire horizontal	$P_1$ $0$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ P_1^2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire vertical	$0$ $P_2$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ P_2^2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire dichroïque	$P_1$ $P_2$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 & 0 & 0 \\ q_2 & q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ q_2 \\ q_1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire (d'orientation $\alpha$ )	$P_1$ $0$	$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{bmatrix}$	$P_1 \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha)\sin(\alpha) & \sin^2(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & C_{2x} & S_{2x} & 0 \\ P_1^2 & C_{2x}^2 & C_{2x}S_{2x} & 0 \\ S_{2x} & C_{2x}S_{2x} & S_{2x}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2x} \\ S_{2x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire dichroïque (d'orientation $\alpha$ )	$P_1$ $P_2$	$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\alpha) + P_2 \sin^2(\alpha) & (P_1 - P_2)\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ (P_1 - P_2)\cos(\alpha)\sin(\alpha) & P_1 \sin^2(\alpha) + P_2 \cos^2(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 & C_{2x} & q_3 S_{2x} \\ q_2 & C_{2x} + q_1 S_{2x}^2 & C_{2x} S_{2x} (q_1 - q_3) & 0 \\ q_3 S_{2x} & C_{2x} S_{2x} (q_1 - q_3) & q_1 S_{2x}^2 + q_3 C_{2x}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2x} \\ q_2 \\ S_{2x} \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire (d'orientation 45°)	$P_1$ $0$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \\ -\sqrt{2} \end{bmatrix}$	$P_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ P_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$C_{2x} = \cos(2\alpha)$$

$$S_{2x} = \sin(2\alpha)$$

$$q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2)$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2)$$

$$q_3 = P_1 P_2$$

Elément optique	Valeurs propres	Vecteurs propres	Matrice de Jones	Matrice de Mueller	Vecteur Diatténué
Polariseur linéaire dichroïque (d'orientation 45°)	$P_1$ $P_2$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} P_1 + P_2 & P_1 - P_2 \\ P_1 - P_2 & P_1 + P_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & q_3 & 0 & 0 \\ q_3 & 0 & q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ q_2 \\ q_1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur circulaire (droite)	$P_1$ $0$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{P_1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ P_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
Polariseur circulaire (gauche)	$0$ $P_2$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\frac{P_2}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ P_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
Polariseur circulaire dichroïque	$P_1$ $P_2$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{P_1 + P_2}{2} & -j \frac{P_1 - P_2}{2} \\ j \frac{P_1 - P_2}{2} & \frac{P_1 + P_2}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ q_2 & 0 & 0 & q_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ q_2 \\ q_1 \\ 1 \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique	$P_1$ $0$	$\begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu)e^{i\varphi} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -\sin(\nu)e^{-i\varphi} \\ \cos(\nu) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) & P_1 e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ P_1 e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & C_{2\nu} & S_{2\nu} C_\varphi & S_{2\nu} S_\varphi \\ P_1^2 & C_{2\nu}^2 & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi \\ 2 & S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi \\ S_{2\nu} S_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi & C_\varphi S_{2\nu}^2 & S_\varphi^2 S_{2\nu}^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\nu} \\ S_{2\nu} C_\varphi \\ S_{2\nu} S_\varphi \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique dichroïque	$P_1$ $P_2$	$\begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu)e^{i\varphi} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -\sin(\nu)e^{-i\varphi} \\ \cos(\nu) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) + P_2 \sin^2(\nu) & (P_1 - P_2) e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ (P_1 - P_2) e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) + P_2 \cos^2(\nu) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\nu} & q_2 S_{2\nu} C_\varphi & q_2 S_{2\nu} S_\varphi \\ q_2 C_{2\nu} & q_1 C_{2\nu}^2 + q_3 S_{2\nu}^2 & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_4 S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} S_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) & S_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_4 C_\varphi^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\nu} \\ q_2 \\ q_1 \\ S_{2\nu} S_\varphi \end{bmatrix}$

$$C_{2\nu} = \cos(2\nu) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha)$$

$$S_{2\nu} C_\varphi = \sin(2\nu) \cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha)$$

$$S_{2\nu} S_\varphi = \sin(2\nu) \sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon)$$

**Annexe B.2 : Matrice de Mueller de différentes formes de retardateurs où x est défini comme l'axe horizontal.**

Elément optique	Valeurs propres <sup>*</sup>	Vecteurs Propres	Matrice de Jones*	Matrice de Mueller	Vecteur Retardance
Biréfringent linéaire (dans ses axes)	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} \\ e \\ -\frac{\delta}{2} \\ e \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} e^{\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\delta) & \sin(\delta) \\ 0 & 0 & -\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Biréfringent linéaire orienté à 45°	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} \\ e \\ -\frac{\delta}{2} \\ e \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\delta}{2}) & i \sin(\frac{\delta}{2}) \\ i \sin(\frac{\delta}{2}) & \cos(\frac{\delta}{2}) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & 0 & -\sin(\delta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Biréfringent linéaire (d'orientation $\alpha$ )	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} \\ e \\ -\frac{\delta}{2} \\ e \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos^2(\alpha)e^{\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\alpha)e^{-\frac{\delta}{2}} & i \sin(\frac{\delta}{2})\sin(2\alpha) \\ i \sin(\frac{\delta}{2})\sin(2\alpha) & \sin^2(\alpha)e^{\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\alpha)e^{-\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{2\alpha}^2 + S_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha}S_{2\alpha}(1 - \cos(\delta)) & -S_{2\alpha} \sin(\delta) \\ 0 & C_{2\alpha}S_{2\alpha}(1 - \cos(\delta)) & S_{2\alpha}^2 + C_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha} \sin(\delta) \\ 0 & S_{2\alpha} \sin(\delta) & -C_{2\alpha} \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\alpha} \\ \delta \\ S_{2\alpha} \\ 0 \end{bmatrix}$
Biréfringent circulaire (droite)	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} \\ e \\ -\frac{\delta}{2} \\ e \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\delta}{2}) & \sin(\frac{\delta}{2}) \\ -\sin(\frac{\delta}{2}) & \cos(\frac{\delta}{2}) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & \sin(\delta) & 0 \\ 0 & -\sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Biréfringent circulaire (gauche)	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} \\ e \\ -\frac{\delta}{2} \\ e \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\delta}{2}) & -\sin(\frac{\delta}{2}) \\ \sin(\frac{\delta}{2}) & \cos(\frac{\delta}{2}) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & -\sin(\delta) & 0 \\ 0 & \sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
Biréfringent elliptique	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} \\ e \\ -\frac{\delta}{2} \\ e \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu)e^{i\phi} \\ -\sin(\nu)e^{-i\phi} \\ \cos(\nu) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos^2(\nu)e^{\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\nu)e^{-\frac{\delta}{2}} & i \sin(\frac{\delta}{2})\sin(2\nu)e^{-i\phi} \\ i \sin(\frac{\delta}{2})\sin(2\nu)e^{i\phi} & \sin^2(\nu)e^{\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\nu)e^{-\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(cf + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(cf - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\nu} \\ \delta \\ S_{2\nu}C_{2\phi} \\ S_{2\nu}S_{2\phi} \end{bmatrix}$

$$C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)$$

$$S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$$

$$d = \cos(2\nu)\sin(\frac{\delta}{2}) = \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha)\sin(\frac{\delta}{2})$$

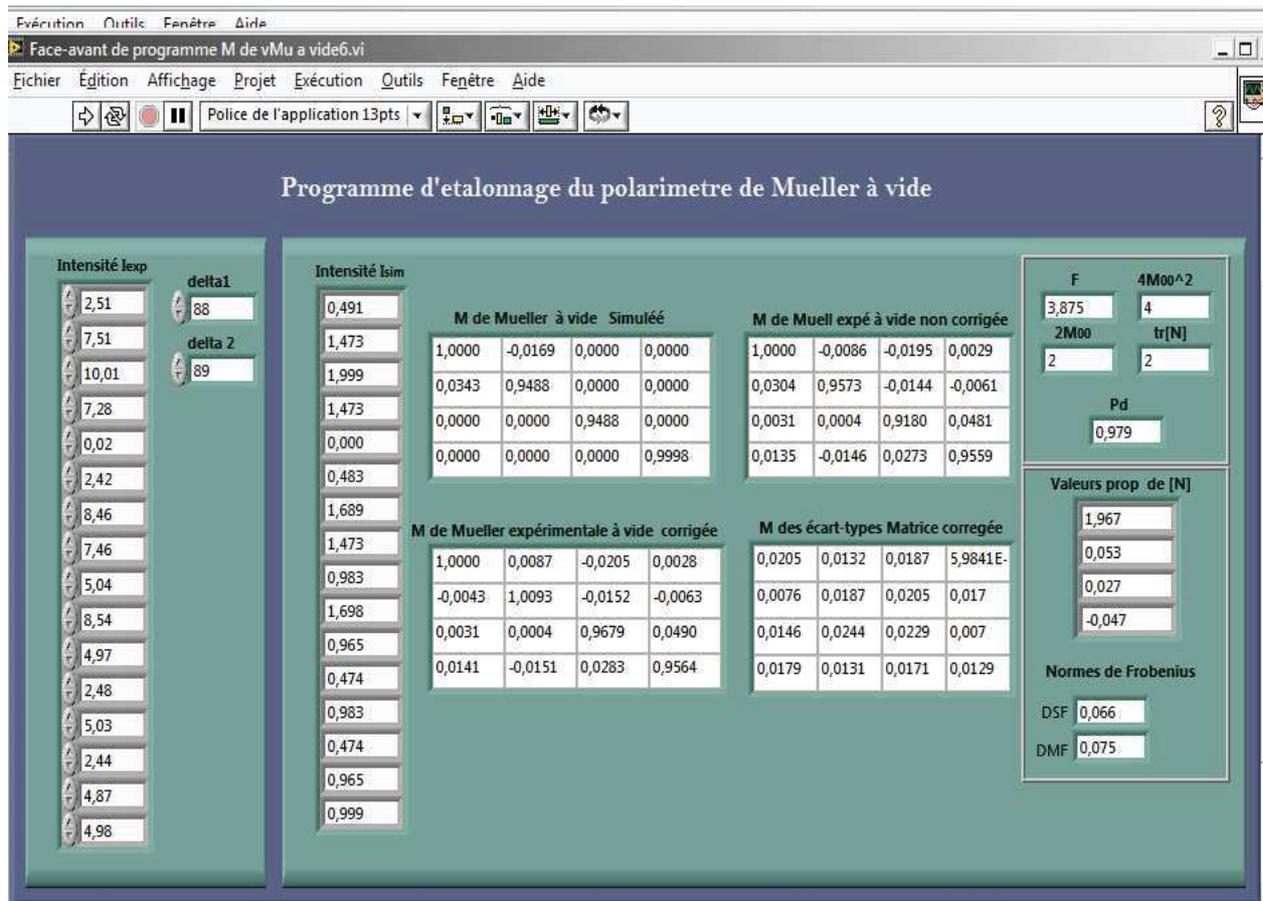
$$e = \sin(2\nu)\cos(\phi)\sin(\frac{\delta}{2}) = \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha)\sin(\frac{\delta}{2})$$

$$f = \sin(2\nu)\sin(\phi)\sin(\frac{\delta}{2}) = \sin(2\varepsilon)\sin(\frac{\delta}{2})$$

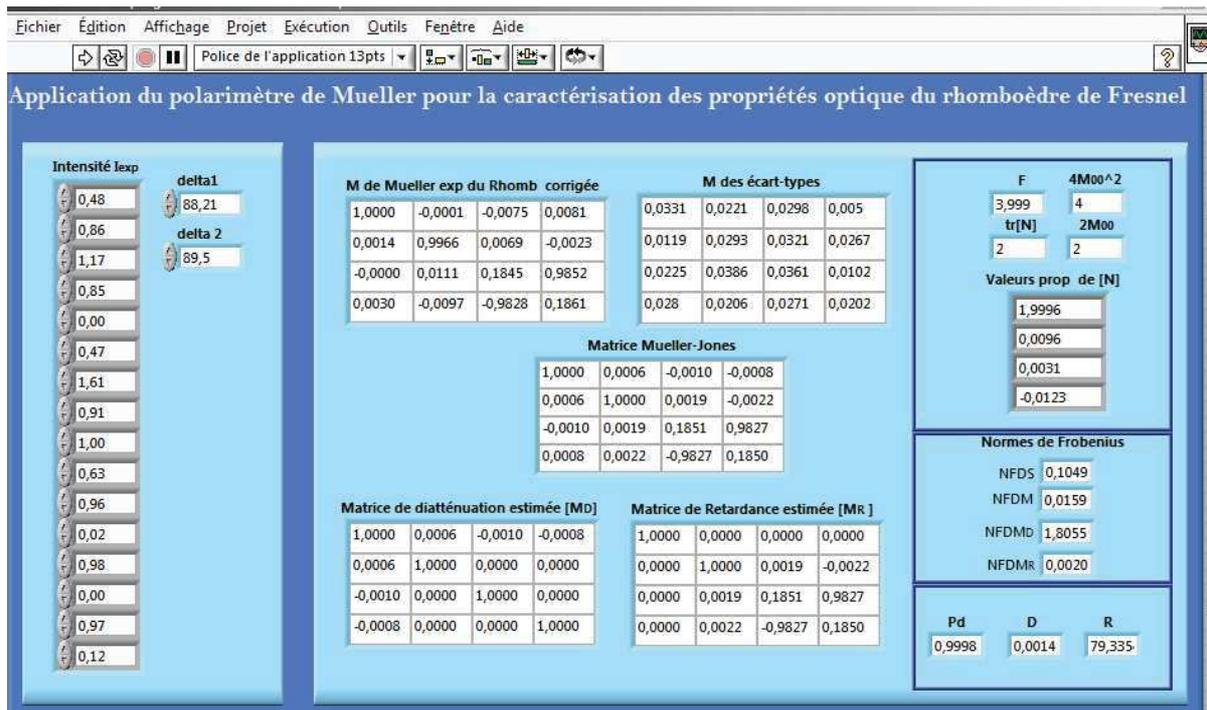
$$g = \cos(\frac{\delta}{2})$$

### Annexe C: Programmes de contrôle et d'analyse des expériences.

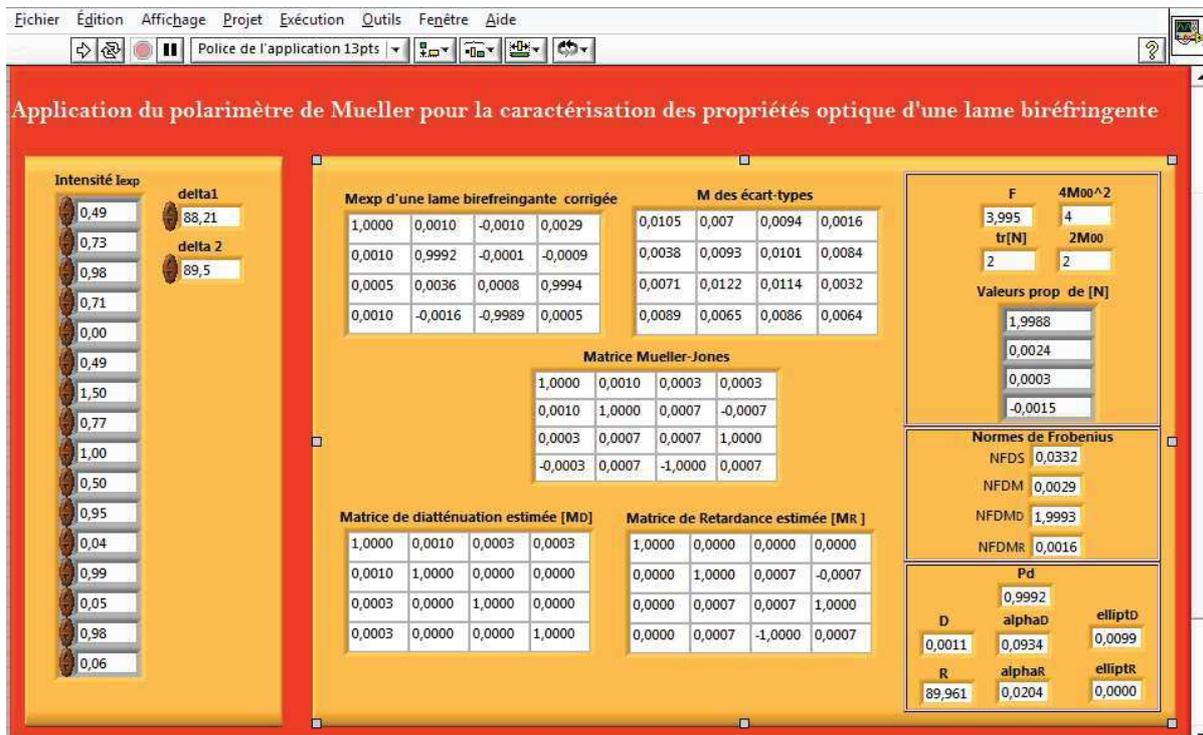
Programmes utilisés pour l'analyse et exploitation des données expérimentaux. Il regroupe toutes les opérations d'analyse des matrices de Mueller, en particulier les, résultats de la décomposition polaire et la décomposition Lu-Chipman vues au chapitre III, calcul tous les paramètres caractérisant nos échantillons soit dépolarisants ou non dépolarisants.



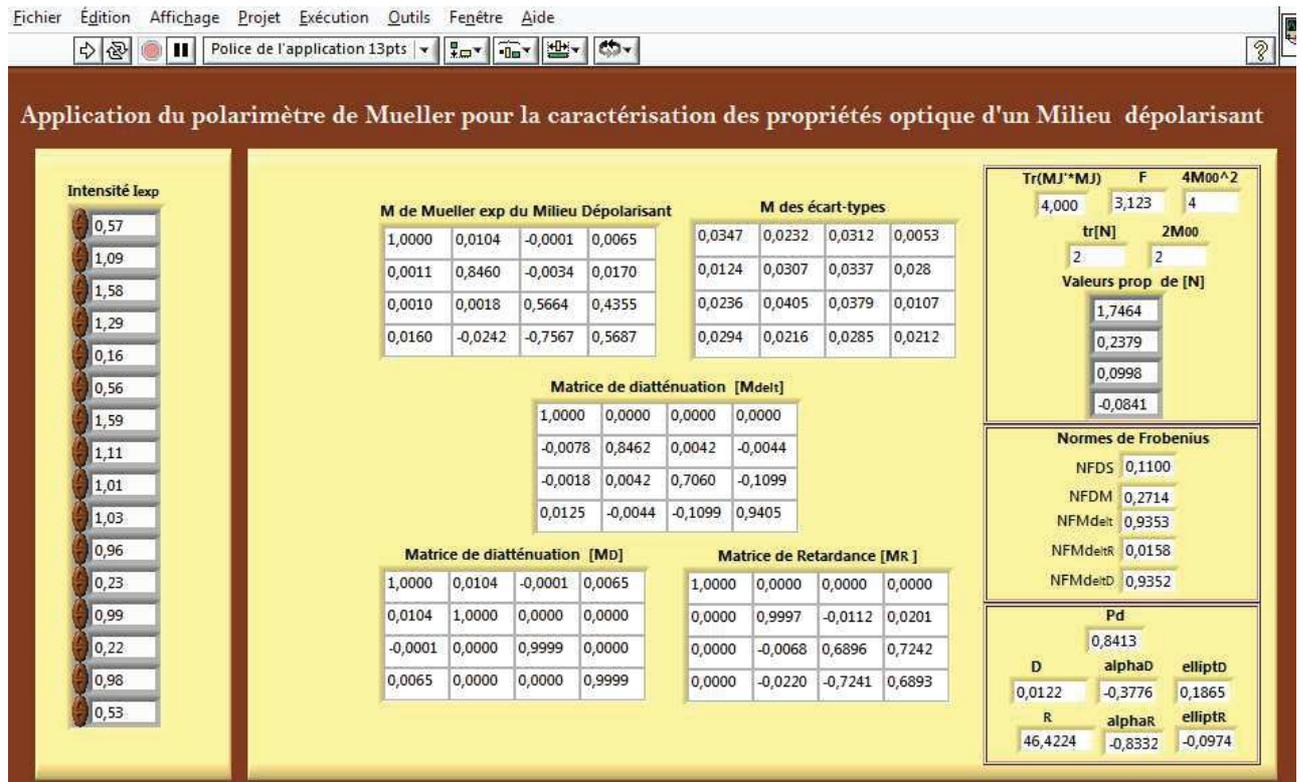
Programme C1 : étalonnage du polarimètre de Mueller à vide



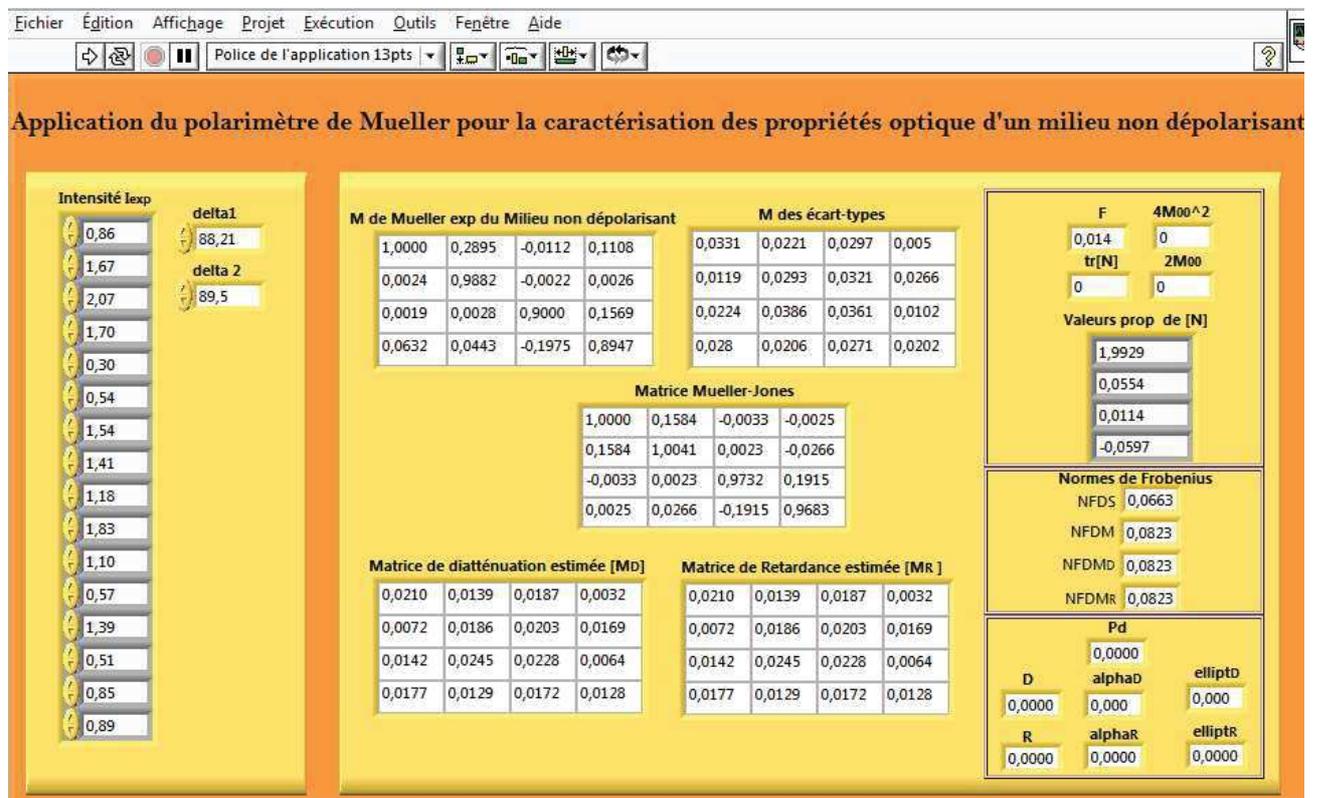
Programme C2 : Caractérisation des propriétés optique du rhomboédre de Fresnel



Programme C3 : Caractérisation des propriétés optique d'une lame biréfringente



Programme C4 : Caractérisation des propriétés optique d'un milieu dépolarisant



Programme C5 : Caractérisation des propriétés optique d'un milieu non dépolarisant

